تعزيز الثقافة للمتسربين

الرياضيات

الحلقة الثالثة

الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

يسر إدارة المناهج والكتب المدرسية استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:
هاتف: ٨-٥/٤٦١٧٣٠٤، فاكس: ٤٦٣٧٥٦٩ ص.ب ١٩٣٠، الرمز البريدي: ١١١١٨،
أو بوساطة البريد الإلكتروني: Scientific.Division @moe.gov.jo.

قررت وزارة التربية والتعليم تدريس هذا الكتاب في مراكز تعزيز الثقافة للمتسربين جميعها في المملكة الأردنية الهاشمية، بناءً على قرار مجلس التربية والتعليم، رقم (١٣٩ / ٢٠٢٠)، تاريخ ٢٣ /١٢ /٢٠٢٠م، بدءًا من العام الدراسي ٢٠٢١/٢٠٢٢ م.

حقوق الطبع جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم

عمّان – الأردن/ص. ب: ١٩٣٠

رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية:
(٢٠٢١/١١/٦٢٨٢)
ISBN: 978 - 9923 - 47 - 010 - 7

اللجنة الفنية لتطوير المواد القرائية لبرنامج تعزيز الثقافة للمتسربين

د. محمد سلمان كنانة	د. سامي سليمان محاسيس
د. أسامة كامل جرادات	د.أحمد جميل المساعفة
خالد سليمان المحارب	فداء محمود غانم

المؤلفون

جهاد حسين أبو الركب	نڤين أحمد جوهر
د. حسين عسكر الشرفات	هبة ماهر التميمي

التحرير العلمي: نڤين أحمد جوهر **التحرير الفني:** أنس خليل الجرابعة
التحرير اللغوي: نضال أحمد موسى **الرسم:** إبراهيم محمد شاكر
التصميم: عمر أحمد أبو عليان **الإنتاج:** د. عبد الرحمن سليمان أبو صعيليك

دقق الطباعة وراجعها: نڤين أحمد جوهر

الطبعة الأولى (تجريبية) **١٤٤٢ هـ/٢٠٢١ م**

قائمةُ المحتوياتِ

الموضوعُ	الصفحةُ
الوحدةُ الأولى: الأعدادُ الصحيحةُ	٧
الدرسُ الأولُ: الأعدادُ الصحيحةُ	٨
الدرسُ الثاني: مقارنةُ الأعدادِ الصحيحةِ وترتيبُها	١١
الدرسُ الثالثُ: جمعُ الأعدادِ الصحيحةِ وطرحُها	١٤
الدرسُ الرابعُ: ضربُ الأعدادِ الصحيحةِ وقسمتُها	١٧
الدرسُ الخامسُ: أولوياتُ العملياتِ الحسابيةِ	٢٠
أسئلةُ الوحدةِ	٢٣
الوحدةُ الثانيةُ: الأعدادُ الحقيقيةُ	٢٥
الدرسُ الأولُ: الأعدادُ النسبيةُ	٢٦
الدرسُ الثاني: القيمةُ المطلقةُ للعددِ النسبيِّ	٣٠
الدرسُ الثالثُ: الكسرُ العشريُّ الدوريُّ	٣٤
الدرسُ الرابعُ: مقارنةُ الأعدادِ النسبيةِ وترتيبُها	٤٠
الدرسُ الخامسُ: جمعُ الأعدادِ النسبيةِ وطرحُها	٤٦
الدرسُ السادسُ: ضربُ الأعدادِ النسبيةِ وقسمتُها	٥٠
الدرسُ السابعُ: الأعدادُ الحقيقيةُ	٥٤
الدرسُ الثامنُ: خصائصُ العملياتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ	٥٧
أسئلةُ الوحدةِ	٦٢

الموضوعُ	الصفحةُ

الوحدةُ الثالثةُ: النسبةُ والتناسبُ	٦٥
الدرسُ الأولُ: النسبةُ والنسبةُ المئويةُ	٦٦
الدرسُ الثاني: التناسبُ	٧٢
الدرسُ الثالثُ: التناسبُ الطرديُّ والتناسبُ العكسيُّ	٧٨
أسئلةُ الوحدةِ	٨٣
الوحدةُ الرابعةُ: الجبرُ	٨٥
الدرسُ الأولُ: المجموعةُ وعناصرُها	٨٦
الدرسُ الثاني: العلاقةُ	٩١
الدرسُ الثالثُ: الاقترانُ	٩٨
الدرسُ الرابعُ: الاقترانُ الخطيُّ	١٠٤
الدرسُ الخامسُ: الفتراتُ	١٠٩
الدرسُ السادسُ: المتباينـاتُ الخطيةُ بمتغيرٍ واحدٍ	١١٤
أسئلةُ الوحدةِ	١١٨
الوحدةُ الخامسةُ: وحدةُ الهندسةِ والقياسِ	١٢١
الدرسُ الأولُ: متوازي المستطيلاتِ	١٢٢
الدرسُ الثاني: الزوايا المتتامةُ والزوايا المتكاملةُ والزوايا المتقابلةُ بالرأسِ	١٢٥
الدرسُ الثالثُ: مجموعُ قياساتِ زوايا المضلعاتِ	١٢٨
الدرسُ الرابعُ: خصائصُ المثلثاتِ	١٣٣

الموضوعُ	الصفحةُ
الدرسُ الخامسُ: النسبُ المثلثيةُ للزوايا الحادةِ	١٤٠
أسئلةُ الوحدةِ	١٤٦
الوحدةُ السادسةُ: الإحصاءُ والاحتمالاتُ	١٤٩
الدرسُ الأولُ: مقاييسُ النزعةِ المركزيةِ	١٥٠
الدرسُ الثاني: الانحرافُ المعياريُّ	١٥٤
الدرسُ الثالثُ: التجربةُ العشوائيةُ والفضاءُ العينيُّ	١٥٨
الدرسُ الرابعُ: الحادثُ واحتمالُ الحادثِ	١٦٢
أسئلةُ الوحدةِ	١٦٧

الوحدةُ الأولى

الأعدادُ الصحيحةُ

يُتوقَّعُ منكَ عزيزيَ الطالبَ في نهايةِ الوحدةِ أنْ تكونَ قادرًا على:

١– تعرُّفِ مفهومِ العددِ الصحيحِ.

٢– مقارنةِ الأعدادِ الصحيحةِ وترتيبِها.

٣– تمثيلِ الأعدادِ الصحيحةِ على خطِّ الأعدادِ.

٤– تنفيذِ العملياتِ الحسابيةِ الأربعِ (الجمعِ، الطرحِ، الضربِ، القسمةِ) على الأعدادِ الصحيحةِ.

٥– مراعاةُ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ.

دخلَ خالدٌ المصعدَ في الطابقِ الرابعِ، ثم نزلَ بهِ إلى الطابقِ -٢، ما عددُ الطوابقِ التي مَرَّ بها المصعدُ؟

الدرسُ الأولُ الأعدادُ الصحيحةُ

النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ مفهومَ العددِ الصحيحِ.
- تُمثِّلُ الأعدادَ الصحيحةَ على خطِّ الأعدادِ.

في إحدى ليالي شهرِ شباطَ كانَتْ درجةُ الحرارةِ في مدينةِ عجلونَ ٤ درجاتٍ تحتَ الصفرِ. كيفَ تُمثَّلُ درجةُ الحرارةِ هذهِ على خطِّ الأعدادِ؟

تعرَّفْتَ سابقًا مجموعةَ الأعدادِ الطبيعيةِ والصفرَ، وستتعرَّفُ في هذا الدرسِ مجموعةً أكبرَ منَ الأعدادِ، تُسمّى **مجموعةَ الأعدادِ الصحيحةِ**، وتضمُّ الأعدادَ الموجبةَ ١، ٢، ٣، ...، والصفرَ، والأعدادَ السالبةَ −١، −٢، −٣، ...، وهيَ تُمثَّلُ على خطِّ الأعدادِ بحيثُ تكونُ الأعدادُ الموجبةُ على يمينِ الصفرِ، والأعدادُ السالبةُ على يسارِهِ كما في الشكلِ الآتي:

النشاطُ ١ اكتبِ العددَ الصحيحَ الذي يُعبِّرُ عنِ الموقفِ الآتي:

١) درجةُ الحرارةِ في الشوبكِ ٣ درجاتٍ تحتَ الصفرِ. ..... −٣

٢) ربحَ خالدٌ ٥ دنانيرَ. .....

٣) نقصَتْ كتلةُ مها ٨ كغ. .....

٤) توقَّفَ مصعدٌ في الطابقِ الأولِ تحتَ الأرضِ. .....

٥) صعدَ قصيٌّ ٧ درجاتٍ. .....

معكوسُ العددِ: عددٌ يبعدُ المسافةَ نفسَها عنِ الصفرِ، ولكنْ في الاتجاهِ الآخرِ منَ الصفرِ.

النشاطُ ٢ املأُ الفراغَ في الجدولِ الآتي بما هوَ مناسبٌ:

الموقفُ	العددُ الصحيحُ الذي يُعبِّرُ عنِ الموقفِ	معكوسُ العددِ الصحيحِ
ربحُ ٥٠ دينارًا.		٥٠−
نزولُ ٧ درجاتٍ.	٧−	
درجةُ الحرارةِ ٤٢ درجةً فوقَ الصفرِ.		

النشاطُ ٣ اكتبِ الأعدادَ المفقودةَ على خطِّ الأعدادِ في ما يأتي:

النشاطُ ٤ مثِّلِ الأعدادَ الآتيةَ على خطِّ الأعدادِ:

٧، ٥−، ٩، ١، ٣−، ٩−، ١٥−

فكِّرْ: سارَ خالدٌ ٥ خطواتٍ إلى يسارِ العددِ ٣، عندَ أيِّ عددٍ يقفُ خالدٌ الآنَ؟

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) عبِّرْ عنْ كلٍّ ممّا يأتي باستعمالِ الأعدادِ الصحيحةِ:

أ) كسْبُ ٣ نقاطٍ.

ب) العددُ ٥ إلى يسارِ الصفرِ.

جـ) صعودُ ٨ درجاتٍ.

د) الطابقُ السادسُ فوقَ سطحِ الأرضِ.

٢) اكتبْ معكوسَ كلِّ عددٍ ممّا يأتي:

−٦، ٨، ٥، −٦٣، −٦٦

٣) مثِّلِ الأعدادَ الآتيةَ على خطِّ الأعدادِ:

٥٦، ٣٧، ٤٣، −٤٧، −٥٤، −٢٧

٤) اكتبْ موقفًا يُعبِّرُ عنْهُ العددُ −١٠

٥) حُلَّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

فكِّرْ: قـالَ سالِمٌ إنَّ ٥ خطواتٍ إلى يمينِ العددِ −٨ توصِلُهُ إلى العددِ −١٣، ما رأيُكَ في قولِ سالمٍ؟

مقارنةُ الأعدادِ الصحيحةِ وترتيبُها

النتاجاتُ:

- تقارنُ بينَ عددينِ صحيحينِ.
- تُرتِّبُ أعدادًا صحيحةً تصاعديًّا.
- تُرتِّبُ أعدادًا صحيحةً تنازليًّا.

أيُّهُما أكبرُ: العددُ (−١٠٠٠) أمِ العددُ (٩)؟

٦ أكبرُ منْ ٣ ، ٦ > ٣

٣ أكبرُ منْ −١ ، ٣ > −١

−٤ أكبرُ منْ −٧ ، −٤ > −٧

منَ المُلاحَظِ أنَّهُ كلَّما اتجهْنا نحوَ اليمينِ على خطِّ الأعدادِ كبرَ العددُ، وكلَّما اتجهْنا إلى اليسارِ صغُرَ العددُ؛ لذا، فالعددُ صفرٌ أكبرُ منْ أيِّ عددٍ سالبٍ، والعددُ السالبُ أقلُّ منَ العددِ الموجبِ. وكلَّما زادَ بُعْدُ العددِ الموجبِ عنِ الصفرِ زادَتْ قيمتُهُ، وكلَّما زادَ بُعْدُ العددِ السالبِ عنِ الصفرِ صغُرَتْ قيمتُهُ.

النشاطُ ١

ضعْ (>)، أوْ (<)، أوْ (=) في ☐ :

أ) −٥ ☐ ٧٩ ، > ب) ٦٨ ☐ −٩٠ ، <

جـ) ٠ ☐ ٨٧ ، د) ٠ ☐ −٨٦

هـ) −٨٧ ☐ −٦٨ ، و) ٨٧ ☐ −٨٨

النشاطُ ٢ رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا (منَ الأصغرِ إلى الأكبرِ):

أ) ٨، -٥، ٦،٣، ٠، -٤

ب) -١٧، ١٤، ٩، -١٠، -١

الحلُّ:

أ) الخطوةُ ١: مقارنةُ الأعدادِ السالبةِ: -٥ < -٤

الخطوةُ ٢: مقارنةُ الأعدادِ الموجبةِ: ٣ < ٦ < ٨

الخطوةُ ٣: ترتيبُ الأعدادِ تصاعديًّا، بدءًا بأصغرِ عددٍ سالبٍ، وانتهاءً بأكبرِ عددٍ موجبٍ، ووضعُ الصفرِ بينَ الأعدادِ الموجبةِ والأعدادِ السالبةِ.

إذنْ، الترتيبُ التصاعديُّ: -٥، -٤، ٠، ٣، ٦، ٨

ب) الخطوةُ ١: .....

الخطوةُ ٢: .....

الترتيبُ التصاعديُّ: .....

النشاطُ ٣ رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تنازليًّا (منَ الأكبرِ إلى الأصغرِ):

أ) ٣٤، ٨٧، -٦٧، ٧٦، -٥٤

ب) -٢٠، ٢١، ٤، -٩

الحلُّ:

أ) الخطوةُ ١: مقارنةُ الأعدادِ الموجبةِ: ٣٤ < ٧٦ < ٨٧

الخطوةُ ٢: مقارنةُ الأعدادِ السالبةِ: -٦٧ < -٥٤

الخطوةُ ٣: ترتيبُ الأعدادِ تنازليًّا، بدءًا بأكبرِ عددٍ موجبٍ، وانتهاءً بأقلِّ عددٍ سالبٍ.

ب) الخطوةُ ١: .....

الخطوةُ ٢: .....

الترتيبُ التنازليُّ: .....

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) ضعْ (>)، أوْ (<)، أوْ (=) في ☐ :

أ) ٥٨ ☐ ٧٩ ب) ٦٨ ☐ -٩٠

جـ) -٧٣ ☐ -٣٧ د) -٧٦ ☐ ١٠٠

هـ) -٩٨ ☐ -٦٨ و) ٩٨ ☐ -٨٥

٢) رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا مستعينًا بخطِّ الأعدادِ:

أ) ١٢ ، ٨، -٥، -٧، ١٠ ب) -٧، -٦، -٨، ٤، ٠

٣) رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا منْ دونِ الاستعانةِ بخطِّ الأعدادِ:

أ) ٥٤، -٣٢ ، -٧٨، -٥٤، ٣٢ ب) ٦٥، -٨٩ ، -٦٧، -٢٣، ٧٦

٤) رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تنازليًّا مستعينًا بخطِّ الأعدادِ:

أ) -٦، ١٥، -٨ ، ١٧، ١١ ب) -٨، -١١، ٨، ١٤، -٦

٥) رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تنازليًّا منْ دونِ الاستعانةِ بخطِّ الأعدادِ:

أ) ٥٨، -٨٢ ، -٨٨، -٧٤، ٦٨ ب) -٦٥، ٥٥ ، -٩٧، -٥٤، ٦٦

فكِّرْ: أنا عددٌ أكبرُ منْ -٢٠، وأقلُّ منْ -١٥، فمَنْ أنا؟

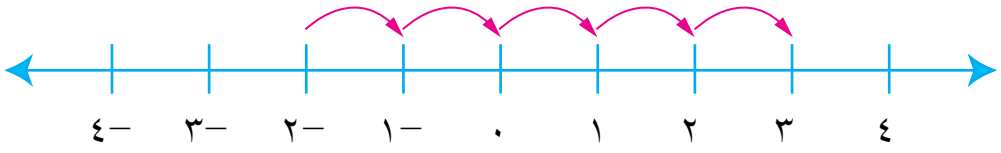
النتاجاتُ:

- تجدُ ناتجَ جمعِ عددينِ صحيحينِ.
- تجدُ ناتجَ طرحِ عددينِ صحيحينِ.

صعدَ خالدٌ إلى الطابقِ الثالثِ، ثمَّ نزلَ أربعةَ طوابقَ نحوَ الأسفلِ. في أيِّ طابقٍ أصبحَ خالدٌ الآنَ؟

لإيجادِ ناتجِ جمعِ عددٍ صحيحٍ موجبٍ معَ عددٍ آخرَ، يُحرَّكُ العددُ نحوَ اليمينِ على خطِّ الأعدادِ عددًا منَ الخطواتِ يساوي القيمةَ الموجبةَ للعددِ الذي يُرادُ إضافتُهُ.

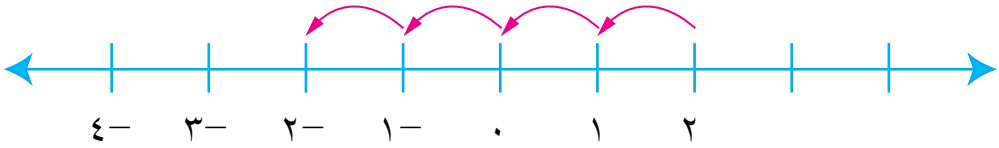
مثالٌ: لايجادِ ناتجِ $-٢+٥$، يجبُ البدءُ بالنقطةِ -٢، والتحرُّكُ ٥ وحداتٍ إلى اليمينِ، وصولاً إلى النقطةِ ٣



إذنْ: $-٢ + ٥ = ٣$

وفي حالِ إضافةِ عددٍ سالبٍ، يجبُ البدءُ بنقطةٍ معينةٍ، والتحرُّكُ إلى اليسارِ عددًا منَ الخطواتِ يساوي القيمةَ الموجبةَ للعددِ الذي يُرادُ إضافتُهُ.

مثالٌ: لإيجادِ ناتجِ $٢+ -٤$، يجبُ تحديدُ العددِ ٢ على خطِّ الأعدادِ، والتحرُّكُ ٤ وحداتٍ إلى اليسارِ، وصولاً إلى العددِ -٢



إذنْ: $٢+ -٤ = -٢$

النشاطُ ١

جدْ ناتجَ ما يأتي باستخدامِ خطِّ الأعدادِ:

١) ٣- + ٦=

٢) ٥ + ٢=

٣) ٢- + ٤- =

النشاطُ ٢

القواعدُ الآتيةُ تساعدُ على جمعِ الأعدادِ الصحيحةِ وطرحِها:

١) لجمعِ عددينِ متشابهينِ في الإشارةِ، يُجمَعُ العددانِ، ثمَّ يُعطى الناتجُ إشارةَ العددينِ نفسَها.

المثالُ ١: جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ١- + ٥- = ٦-

ب) ٣ + ٥ = ٨

جـ) ٣- + ٥- = ...

د) ٤ + ٥ = ...

٢) لجمعِ عددينِ مختلفينِ في الإشارةِ، يوجَدُ الفرقُ بينَ القيمةِ المُطلَقةِ للعددينِ، ثمَّ يُعطى الناتجُ إشارةَ العددِ الأكبرِ.

المثالُ ٢: جدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ٣- + ٦ = ٣

ب) ١ + ٥- = ٤-

جـ) ٣- + ٥ = ...

د) ٤ + ٥- = ...

٣) لطرحِ عددٍ منْ عددٍ آخرَ، يُكتَبُ العددُ الأولُ كما هوَ، ثمَّ تُحوَّلُ عمليةُ الطرحِ إلى جمعٍ، ثمَّ يُؤخَذُ معكوسُ العددِ، وتُطبَّقُ قواعدُ الجمعِ.

المثالُ ٣: جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ٣ - ٧ =

٣ + ٧- = ٤-

ب) ٥- - ٨ =

٥- + ٨- = ١٣-

جـ) ٥ - ٨ = ...

... + ... = ...

د) ٣- - ٩- = ...

... + ... = ...

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) جِدْ ناتجَ ما يأتي:

أ) $-٣ + ٨$

ب) $-٣ + -٢$

جـ) $-٧ - ٤٩$

٢) جِدْ ناتجَ ما يأتي باستخدامِ خطِّ الأعدادِ:

أ) $-٣ + ٦ =$

ب) $٥ + ٢ =$

جـ) $٢ + -٤ =$

٣) جِدْ ناتجَ الجمعِ أوِ الطرحِ في ما يأتي:

أ) $٤ + (-٢)$

ب) $-٣ + ٥$

جـ) $٧ + ٩$

د) $(-٥) + (-٣)$

هـ) $(-١٠) - (-٣)$

و) $-٧ - ٣$

ز) $٣ - ٨$

٤) معَ قيسٍ ٣٤٥ دينارًا، استدانَ مبلغَ ٣٥٠ دينارًا منْ أحمدَ. كمْ دينارًا بقيَ معَهُ بعدَ سدادِ الدَّينِ؟

٥) قالَ أحمدُ إنَّ $-٥٤ + ٤٨ = ٦$، وقالَتْ أختُهُ سلمى إنَّ $-٥٤ + ٤٨ = -٦$، أيُّهُما إجابتُهُ صحيحةٌ؟ برِّرْ إجابتَكَ.

الدرسُ الرابعُ ضربُ الأعدادِ الصحيحةِ وقسمتُها

النتاجاتُ:

- تضربُ الأعدادَ الصحيحةَ.
- تقسمُ الأعدادَ الصحيحةَ.

يتسرَّبُ الماءُ منْ خزّانٍ بمقدارِ ١٥ ملِّيمترًا في الدقيقةِ. كمْ ملِّيمترًا منَ الماءِ يتسرَّبُ في ١٠ دقائقَ؟

القاعدتانِ الآتيتانِ تساعدانِ على ضربِ الأعدادِ الصحيحةِ وقسمتِها:

١) ناتجُ ضربِ عددينِ متشابهينِ في الإشارةِ أوْ قسمتِهما هوَ عددٌ موجبٌ.

٢) ناتجُ ضربِ عددينِ مختلفينِ في الإشارةِ أوْ قسمتِهما هوَ عددٌ سالبٌ.

مثالٌ: جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $-٤ \times -٥ = ٢٠$ كلا العددينِ سالبٌ. إذنْ، الناتجُ موجبٌ.

$٤ \times ٥ = ٢٠$ كلا العددينِ موجبٌ. إذنْ، الناتجُ موجبٌ.

$٤ \times -٥ = -٢٠$ العددُ الأولُ موجبٌ، والعددُ الثاني سالبٌ. إذنْ، الناتجُ سالبٌ.

$-٤ \times ٥ = -٢٠$ العددُ الأولُ سالبٌ، والعددُ الثاني موجبٌ. إذنْ، الناتجُ سالبٌ.

ب) $-٢٠ \div -٤ = ٥$ كلا العددينِ سالبٌ. إذنْ، الناتجُ موجبٌ.

$٢٠ \div ٤ = ٥$ كلا العددينِ موجبٌ. إذنْ، الناتجُ موجبٌ.

$-٢٠ \div ٤ = -٥$ العددُ الأولُ سالبٌ، والعددُ الثاني موجبٌ. إذنْ، الناتجُ سالبٌ.

$٢٠ \div -٤ = -٥$ العددُ الأولُ موجبٌ، والعددُ الثاني سالبٌ. إذنْ، الناتجُ سالبٌ.

النشاطُ ١ حدِّدْ إشارةَ ناتجِ العمليةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) -٣×-٤

ب) -٧×٥

جـ) ٣×-٥

د) ٦×٨

النشاطُ ٢ جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) -٣×-٧

ب) -٥×٧

جـ) $٣٠ \div ٥$

د) $-٣٠ \div ٦$

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) حدِّدْ إشارةَ ناتجِ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $(-٥) \times (-٨)$

ب) $(-٣) \times ٧$

جـ) $٣ \times (-٩)$

د) ٦×٨

هـ) $٣٥ \div ٥$

و) $(-٤٥) \div ٩$

ز) $(-٢٠) \div (-٤)$

ح) $٨١ \div -٩$

٢) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $-٧ \times -٣ =$

ب) $-٤ \times ٩ =$

جـ) $٧٥ \div ٥ =$

د) $٨١ \div -٩ =$

هـ) $٤٢ \div -٧ =$

و) $-٤٨ \div ٦ =$

٣) نزلَ خالدٌ ١٢ درجةً في ٣ دقائقَ. كمْ درجةً نزلَ في الدقيقةِ، علمًا بأنَّ سرعتَهُ ثابتةٌ؟

٤) تفقدُ سيارةٌ ١٠٠٠ دينارٍ منْ قيمتِها كلَّ سنةٍ. إذا علمْتَ أنَّ ثمنَ السيارةِ ٢٤٠٠٠ دينارٍ، فبعدَ كمْ سنةً يصبحُ ثمنُها ١٢٠٠٠ دينارٍ؟

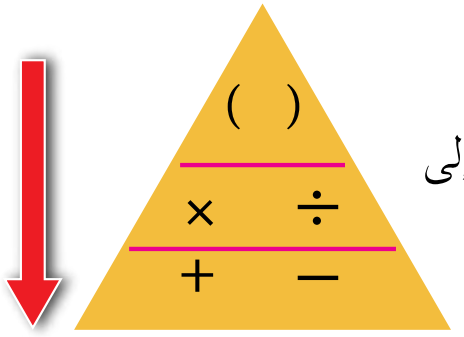
النتاجاتُ:

- تتعرّفُ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ.
- تُطبّقُ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ على الأعدادِ.

أيُّ الناتجينِ يُمثِّلُ الإجابةَ الصحيحةَ في ما يأتي:

٢+٣×٥ =٢٥، أم ٢+٣×٥ = ١٧؟

أولوياتُ العملياتِ الحسابيةِ:



١) إجراءُ العمليةِ داخلَ القوسينِ.

٢) إجراءُ عمليتيِ الضربِ والقسمةِ مرتبتينِ منَ اليمينِ إلى اليسارِ.

٣) إجراءُ عمليتيِ الجمعِ والطرحِ مرتبتينِ منَ اليمينِ إلى اليسارِ.

النشاطُ ١ حدِّدْ أولوياتِ العملياتِ في كلٍّ ممّا يأتي:

	العبارةُ العدديةُ	ترتيبُ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ
١	٣− × ٩ + ٤	الضربُ أولًا، ثمَّ الجمعُ.
٢	٥−(٦× ٧−) +١٥ −	العمليةُ داخلَ الأقواسِ أولًا، ثمَّ الجمعُ والطرحُ منَ اليمينِ إلى اليسارِ.
٣	٤ ÷ ٨− × ٦ −	
٤	٤− ٦+٨×٢	

النشاطُ ٢

جدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $-٤+٨\times-٥-(٤\times٣)$

$=-٤+٨\times-٥-١٢$ الأقواسُ أولا

$=-٤+-٤٠-١٢$ الضربُ ثانيًا

$=-٤٤-١٢=-٥٦$ منَ اليمينِ الجمعُ، ثمَّ الطرحُ

ب) $-٩\times٣+٤$

جـ) $١٥+(-٨\times٢)-٥$

د) $-٦\times-٨\div٤$

هـ) $(٤-٦)+٨\times٢$

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $(٧-٩)+٣\times١٤$

ب) $١٥+-٨\times(-٧+٢)-٥$

جـ) $-٥\times٥+٤\div٤$

د) $٥-(٤+٦)+٨\times٢$

٢) أيُّ الناتجينِ يُمثِّلُ الإجابةَ الصحيحةَ في ما يأتي:

$٨+٢\times١٠=١٠٠$، أم $٨+٢\times١٠=٢٨$؟ بَرِّرْ إجابتَكَ.

٣) ضعِ العملياتِ المناسبةَ في ☐ ليكونَ الناتجُ ١:

أ) ٣ ☐ ٨ ☐ $٢٤=١$

ب) ٣ ☐ ٦ ☐ $-٣=١$

٤) ضَعْ (✔) بجانبِ العبارةِ الصحيحةِ، وَ (✘) بجانبِ العبارةِ غيرِ الصحيحةِ، مُصحِّحًا الخطأَ في ما يأتي:

أ) $٧+٣\times(-٤)=-٤٠$ ( ).

ب) $(٥+٨)\times(-٦)=-٧٨$ ( ).

جـ) $-٥٠\div-٥+٣=٢٥$ ( ).

د) $٤\times٣\div(٨+٤)=١$ ( ).

١) عبِّرْ عنْ كلٍّ ممّا يأتي بالعددِ الصحيحِ المناسبِ:

أ) ٣ خطواتٍ إلى يسارِ الصفرِ.

ب) درجةُ الحرارةِ ٤ درجاتٍ تحتَ الصفرِ.

٢) مثِّلِ الأعدادَ الآتيةَ على خطِّ الأعدادِ:

٩-، ٨، ١٢-، ٠ ، ٧-

٣) رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تصاعديًّا:

٦٧ ، ٢٤-، ٨ ، ٣٤-

٤) رتِّبِ الأعدادَ الآتيةَ تنازليًّا:

٦٥ ، ٨٩-، ٢٣-، ٠

٥) جِدْ ناتجَ كُلٍّ ممّا يأتي:

أ) ٧- + ٣- =

ب) ٤- - ٩ =

جـ) ٧٥ ÷ ١٥ =

د) ٨١- × ٢- =

هـ) ٤٢- ÷ ٦- =

و) ٤٨- ÷ ١٢ =

ز) ٨- + ٨ =

ح) ٥٦- ÷ ٥٦- =

ط) ٣٥ ÷ (٧ × ٥) =

ي) ٦- + ٤ × ٥ + ٤- =

التقويمُ الذاتيُّ

أرسمُ ☆ ، أوْ ☆☆، أوْ ☆☆☆ بما يناسبُ مستوى إجابتي:

الرقمُ	مؤشِّرُ الأداءِ	مستوى الأداءِ
١	أُمثِّلُ الأعدادَ الصحيحةَ على خطِّ الأعدادِ.	
٢	أُقارِنُ بينَ الأعدادِ الصحيحةِ.	
٣	أُرتِّبُ الأعدادَ الصحيحةَ تصاعديًّا أوْ تنازليًّا.	
٤	أَجِدُ ناتجَ جمعِ الأعدادِ الصحيحةِ وطرحِها.	
٥	أَجِدُ ناتجَ ضربِ الأعدادِ الصحيحةِ وقسمتِها.	
٦	أُجري العملياتِ على الأعدادِ الصحيحةِ، مراعيًا أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ.	

الوحدةُ الثانيةُ

الأعدادُ الحقيقيةُ

يُتوقَّعُ منكَ عزيزيَ الطالبَ في نهايةِ الوحدةِ أنْ تكونَ قادرًا على:

١– تمثيلِ العددِ النسبيِّ على خطِّ الأعدادِ.

٢– إيجادِ القيمةِ المُطلَقةِ للعددِ النسبيِّ.

٣– تحويلِ الكسرِ العاديِّ إلى كسرٍ عشريٍّ، وبالعكسِ.

٤– ترتيبِ الأعدادِ النسبيةِ تصاعديًّا وتنازليًّا.

٥– إجراءِ العملياتِ الحسابيةِ الأربعِ (الجمعِ، الطرحِ، الضربِ، القسمةِ) على الأعدادِ الحقيقيةِ.

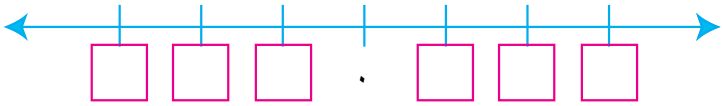
يحتاجُ خبّازٌ إلى $1\frac{1}{2}$ كوبٍ منَ الحليبِ، وَ٢,٢٥ كوبٍ منَ الدقيقِ، وَ$\frac{1}{3}$ ١ كوبٍ منَ الزيتِ لصنعِ ١٢ قطعةً منَ الكعكِ. إلى كمْ كوبًا يحتاجُ منَ الحليبِ والدقيقِ والزيتِ لصنعِ ٣٦ قطعةً؟

النتاجاتُ:

- تتعرَّفُ العددَ النسبيَّ.
- تُمثِّلُ العددَ النسبيَّ على خطِّ الأعدادِ.

عائلةٌ تتألَّفُ منَ (٥) أولادٍ و(٣) بناتٍ. اكتبِ الكسرَ الدالَّ على عددِ البناتِ في العائلةِ.

النشاطُ ١ تأمَّلِ الشكلَ الآتيَ، ثمَّ أجبْ عنِ الأسئلةِ التي تليهِ:



١) ماذا يُمثِّلُ الشكلُ؟

٢) أكملِ الخطَّ بوضعِ العددِ الصحيحِ المناسبِ في كلِّ مربعٍ.

٣) املأِ الفراغَ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) الأعدادُ على يمينِ الصفرِ تُسمّى ..... .

ب) الأعدادُ على يسارِ الصفرِ تُسمّى ..... .

جـ) الأعدادُ الصحيحةُ هيَ..... ..... .

الأعدادُ الطبيعيةُ هيَ الأعدادُ الصحيحةُ الموجبةُ.

النشاطُ ٢ لعبةُ تصنيفِ الأعدادِ:

١) جهِّزْ مجموعتينِ منَ البطاقاتِ، بحيثُ تحملُ كلُّ بطاقةٍ عددًا كما في الشكلِ المجاورِ.

٢) وزِّعْ على اثنيْنِ منَ الطلبةِ مجموعتي البطاقاتِ.

٣) اطلبْ إلى كلِّ طالبٍ منْهُما تصنيفَ الأعدادِ التي في البطاقاتِ إلى: عددٍ طبيعيٍّ، وعددٍ صحيحٍ، وكسرٍ عاديٍّ، وعددٍ كسريٍّ، وعددٍ عشريٍّ.

٤) الطالبُ الذي يُصنِّفُ الأعدادَ على نحوٍ صحيحٍ وأسرعَ هوَ الفائزُ.

١٨	١,٣	٥−
$٨\frac{٢}{٩}$	$\frac{٣}{٧}$	

المجموعةُ (١).

٥٤	٢,٥	١١−
$٩\frac{١}{٦}$	$\frac{٢}{٣}$	

المجموعةُ (٢).

العددُ النسبيُّ: عددٌ يُكتَبُ في صورةِ $\frac{أ}{ب}$، حيثُ أ، ب عددانِ صحيحانِ، ب≠ ٠

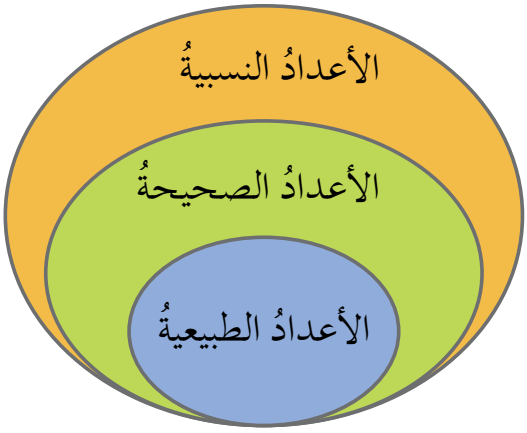
النشاطُ ٣ املأ الفراغَ في الجدولِ الآتي بما هوَ مناسبٌ:

العددُ	تصنيفُهُ	صورةُ العددِ $\frac{أ}{ب}$	هلْ هوَ عددٌ نسبيٌّ؟
٢٣	عددٌ طبيعيٌّ، عددٌ صحيحٌ.	$\frac{٢٣}{١}$	نعمْ
١٠−		$\frac{١٠-}{١}$	
$\frac{٣}{٥}$	كسرٌ عاديٌّ		نعمْ
١,٧			
$٢\frac{١}{٨}$			
٠,٠٢−			

ماذا تستنتجُ؟

الأعـدادُ الطبيعيةُ، والأعدادُ الصحيحـةُ، والكسورُ العاديةُ، والأعـدادُ الكسريةُ، جميعُها أعدادٌ نسبيةٌ، وكذلكَ الأعدادُ العشريةُ التي يُمكِنُ كتابتُها في صورةِ كسرٍ هيَ أعدادٌ نسبيةٌ.

النشاطُ ٤ اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ؛ أجبْ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:



أ) أيُّ المجموعاتِ أكثرُ اتساعًا؟

ب) أيُّ المجموعاتِ أقلُّ اتساعًا؟

جـ) هلْ كلُّ عددٍ طبيعيٍّ هوَ عددٌ صحيحٌ؟

برِّرْ إجابتَكَ بتقديمِ أمثلةٍ.

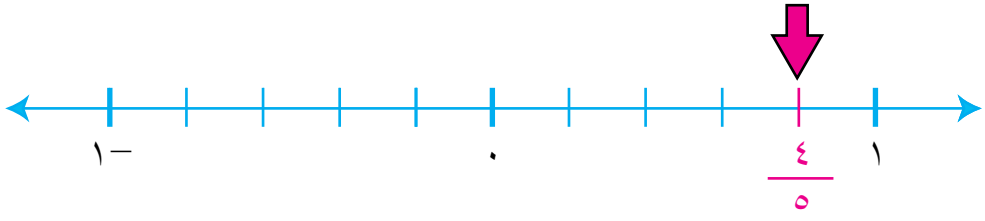
النشاطُ ٥

أ) لتمثيلِ العددِ النسبيِّ $\frac{٤}{٥}$ على خطِّ الأعدادِ، يجبُ اتباعُ الخطواتِ الآتيةِ:

١) تحديدُ العددينِ الصحيحينِ اللذينِ يقعُ الكسرُ $\frac{٤}{٥}$ بينَهُما، وهُما العددُ الصحيحُ (٠)، والعددُ الصحيحُ (١). لماذا؟

٢) تقسيمُ المنطقةِ بينَ العددينِ إلى خمسةِ أجزاءٍ متساويةٍ. لماذا؟

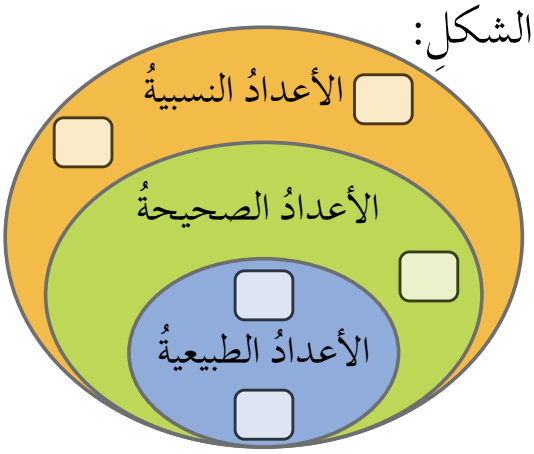
٣) تعيينُ الكسرِ على خطِّ الأعدادِ كما في الشكلِ الآتي:



ب) اتباعُ الخطواتِ الواردةِ في الفرعِ (أ) لتمثيلِ العددينِ النسبيينِ : $\frac{١}{٢}$ ، ٢، وَ −١,٤

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) اكتبِ الأعدادَ الآتيةَ في المكانِ المناسبِ منَ الشكلِ:



أ) ٢,٣ ب) ٥ جـ) −١٨

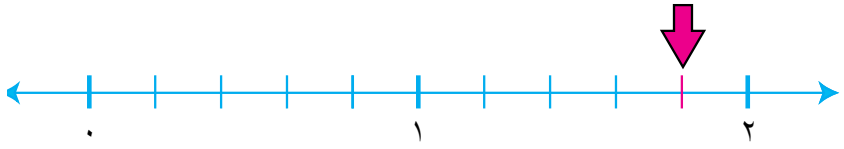
د) ٤ هـ) $\frac{٩}{٧}$

٢) مثِّلِ الأعدادَ الآتيةَ على خطِّ الأعدادِ:

أ) $\frac{١١}{١٦}$ ب) ٢,٦ جـ) ٥ د) −٤,٨

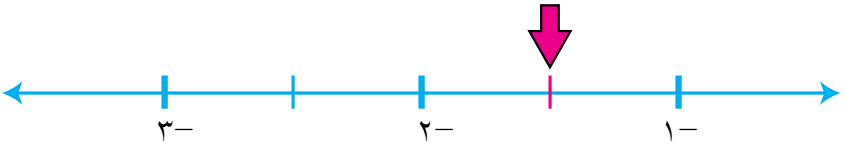
٣) حدِّدِ العددَ الذي يشيرُ إليْهِ السهمُ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ)

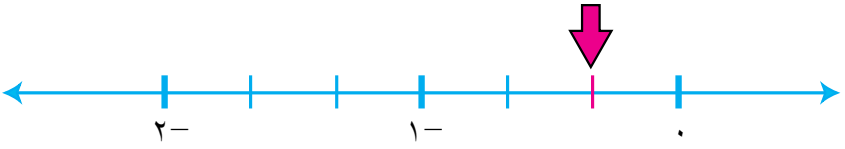


ب)

جـ)



د)

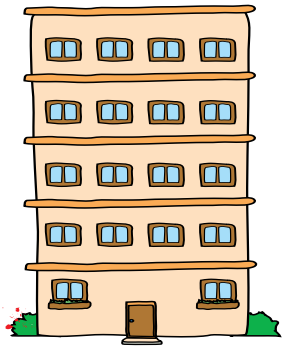


٤) هلِ العبارتانِ الآتيتانِ صحيحتانِ، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

أ) كلُّ عددٍ نسبيٍّ هوَ عددٌ صحيحٌ؟

ب) جميعُ الأعدادِ التي تقعُ بينَ العددينِ (٠) و(١) أعدادٌ صحيحةٌ؟

النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ القيمةَ المطلقةَ للعددِ النسبيِّ.
- تجدُ معكوسَ العددِ النسبيِّ.
- تجدُ مقلوبَ العددِ النسبيِّ.



عمارةٌ تتكوَّنُ منْ (٥) طوابقَ. إذا كانَ مصعدُ العمارةِ مستقرًّا في الطابقِ الأرضيِّ، فأجبْ عنِ السؤالينِ الآتيينِ:

١) عندَ النزولِ إلى الطابقِ الثاني تحتَ الأرضِ باستعمالِ المصعدِ، أيُّ زرٍّ سيُضغَطُ عليهِ منْ لوحةِ المفاتيحِ؟

٢) جدِ المسافةَ التي تفصلُ بينَ الطابقِ الثاني تحتَ الأرضِ والطابقِ الأولِ إذا كانَ ارتفاعُ كلِّ طابقٍ ٣ أمتارٍ.

النشاطُ ١

اعتمادًا على خطِّ الأعدادِ المجاورِ، أجبْ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

١) كمْ وحدةً بيْنَ العددِ (٣) والعددِ (٠)؟

٢) كمْ وحدةً بيْنَ العددِ (−٢) والعددِ (٠)؟

٣) ماذا تُلاحِظُ؟

القيمةُ المطلقةُ للعددِ النسبيِّ أ: هيَ المسافةُ بينَ العددِ النسبيِّ (أ) وَالصفرِ على خطِّ الأعدادِ.

النشاطُ ٢

جِدْ قيمةَ كُلٍّ ممّا يأتي:

١) $|-٢,٥| = ٢,٥$

٢) $|٠,٠٣| = ٠,٠٣$

٣) $|٣\frac{٤}{٥}| =$

٤) $|\frac{-٤}{٥}| =$

فكِّرْ ثمَّ ناقِشْ:

املأ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في ما يأتي: القيمةُ المطلقةُ للعددِ النسبيِّ دائمًا ـــــ.

النشاطُ ٣

املأ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي، ثمَّ أجبْ عمّا يليهِ منْ أسئلةٍ:

العددُ	معكوسُ العددِ	العددُ + معكوسِ العددِ
٢−	٢	٢− + ٢ = ___
٣	٣−	٣ + ___ = ___
١,٥−	___	١,٥− + ___ = ___
,٧	___	___ + ___ = ___

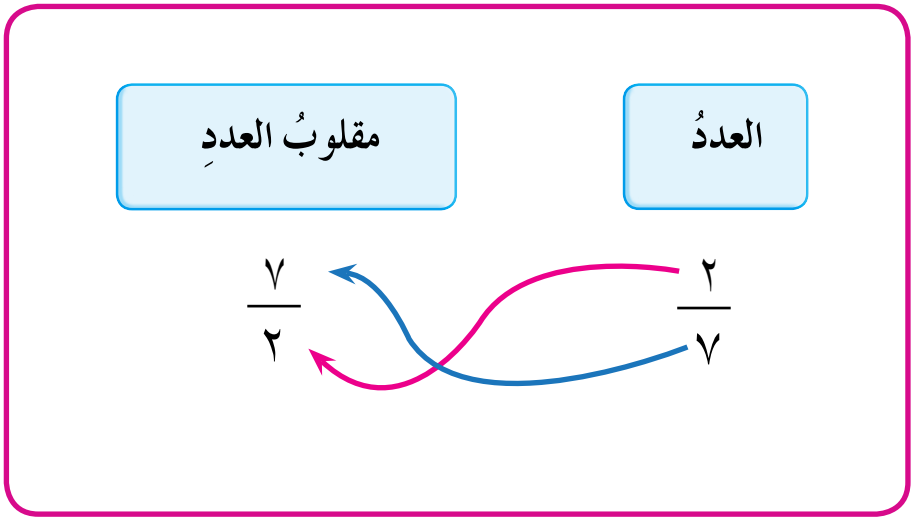
١) في رأيِكَ، ماذا يعني معكوسُ العددِ؟

٢) ما ناتجُ جمعِ عددٍ معَ معكوسِهِ؟

معكوسُ العددِ النسبيِّ: هوَ العددُ الذي يبعدُ المسافةَ نفسَها عنِ الصفرِ منَ الجهةِ الأُخرى على خطِّ الأعدادِ، ويُسمّى **النظيرَ الجمعيَّ**.

النشاطُ ٤

١) تأمَّلِ الشكلَ الآتيَ، ماذا تُلاحِظُ؟



٢) املأ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي، ثمَّ أجبْ عنِ السؤالينِ التاليينِ:

العددُ	في صورةِ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$	مقلوبُ العددِ	العددُ × مقلوبِهِ
$١\frac{٥}{٦}$	$\frac{١١}{٦}$	$\frac{٦}{١١}$	$\frac{١١}{٦} \times \frac{٦}{١١} =$ ـــــ
$\frac{٥}{٨}$	$\frac{٥}{٨}$	ـــــ	ـــــ $\times \frac{٥}{٨} =$ ـــــ
٥,١	$\frac{٥١}{\square}$	ـــــ	ـــــ $\times \frac{٥١}{\square} =$ ـــــ
-١١	ـــــ	ـــــ	ـــــ $\times \frac{\text{ـــ}}{٦} =$ ـــــ

أ) في رأيِكَ، ماذا يعني مقلوبُ العددِ؟

ب) ما ناتجُ ضربِ عددٍ في مقلوبِهِ؟

يوجدُ لكلِّ عددٍ نسبيٍّ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ (حيثُ: أ، ب ≠ ٠) مقلوبٌ، وهوَ العددُ النسبيُّ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$، ويُسمّى **النظيرَ الضربيَّ**.

فكِّرْ ثمَّ ناقِشْ:

قالَتْ ليلى إنَّ مقلوبَ العددِ $\frac{-٧}{٣}$ هوَ العددُ $\frac{٣}{-٧}$، وقالَ عليٌّ إنَّ المقلوبَ هوَ العددُ $\frac{-٣}{٧}$، في رأيِكَ، هلْ يوجدُ اختلافٌ بينَ الإجابتينِ؟

أيُّهُما إجابتُهُ صحيحةٌ؟

تعلَّمْ: $-\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{-\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{أ}}{-\text{ب}}$

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) جِدْ معكوسَ كلِّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي (النظيرُ الجمعيُّ):

أ) $-٣,٦٥$ ب) $٤\frac{١١}{١٦}$ جـ) $٠,٣$ د) $\frac{-٣}{٨}$

٢) جِدْ مقلوبَ كلِّ عددٍ نسبيٍّ ممّا يأتي (النظيرُ الضربيُّ):

أ) $١٢,٧$ ب) $\frac{-١٥}{١١}$ جـ) $-٤\frac{١}{٨}$ د) $-٤,٩$

٣) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $|\frac{-١}{٦}|+\frac{٢}{٦}$ ب) $|٢,١-٥,٣|+٧$

جـ) $|-١٠|+|١٠|$ د) $\frac{-٨}{٩}\times\frac{٩}{٨}+١$

٤) ما العددُ الذي معكوسُهُ ومقلوبُهُ متساويانِ؟

٥) أيُّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ؟ برِّرْ إجابتَكَ.

أ) مقلوبُ العددِ $٣\frac{٥}{١٢}$ هوَ العددُ $٣\frac{١٢}{٥}$

ب) المسافةُ بينَ العددِ (٣) والعددِ (٠) تساوي نصفَ المسافةِ بينَ العددِ (−٦) والعددِ (٠).

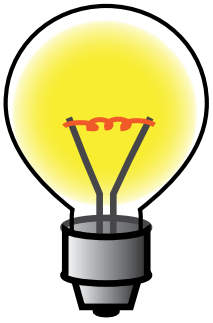
جـ) معكوسُ العددِ (٥,٣) هوَ العددُ $(\frac{٥٣}{١٠}-)$.

فكِّرْ:

- هلْ يُمكِنُ إيجادُ مقلوبِ العددِ النسبيِّ (٠)؟

الكسرُ العشريُّ الدوريُّ

النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ.
- تُمثِّلُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ في صورةِ كسرٍ عاديٍّ.



لدى عليٍّ ٥ مصابيحَ، تَبيَّنَ لهُ بعدَ تجربتِها أنَّ ثلاثةً منْها فقطْ صالحةٌ.

ما الكسرُ العشريُّ الذي يُعبِّرُ عنْ نسبةِ المصابيحِ الصالحةِ؟

النشاطُ ١

١) حوِّلِ الكسرَ $\frac{٢}{٥}$ إلى كسرٍ عشريٍّ.

الحلُّ:

إجراءُ عمليةِ القسمةِ كما هوَ مُوضَّحٌ جانبًا.

إذنْ:

$$\frac{٢}{٥} = ٠,٤$$

```
      ٠,٤
   ٥ | ٢,٠
       ٠
     ------
     - ٢٠
       ٢٠
     ------
       ٠
```

٢) حوِّلِ الكسرَ $\frac{١}{٣}$ إلى كسرٍ عشريٍّ.

الحلُّ:

أجرِ عمليةَ القسمةِ كما هوَ مُوضَّحٌ جانبًا.

إذنْ:

$$\frac{١}{٣} = ٠,٣٣٣٣٣٣...$$

```
      ٠,٣٣٣٣٣٣
   ٣ | ١,٠
       ٠
       ١٠
     - ٩
     ------
       (١)
```

الباقي يساوي (١) دائمًا.

يلاحَظُ أنَّ الكسرَ $\frac{٢}{٥}$ = ٠,٤ ويُسمّى **كسرًا عشريًّا منتهيًا**؛ لأنَّ عمليةَ القسمةِ انتهَتْ، وباقي القسمةِ صفرٌ، وعددَ أرقامِ منازلِهِ العشريةِ محدودٌ.

وأنَّ الكسرَ $\frac{١}{٣}$ = ٠,٣٣٣٣٣٣٣... ويُسمّى **كسرًا عشريًّا دوريًّا**؛ لأنَّ عمليةَ القسمةِ لا تنتهي أبدًا، لأنَّ باقيَ القسمةِ عددٌ يتكرَّرُ دائمًا، وكذلكَ يتكرَّرُ ناتجُها، فيظهرُ العددُ (٣) في جميعِ أرقامِ منازلِ الناتجِ؛ لذا تُكتَبُ ثلاثُ نقاطٍ في نهايةِ الكسرِ العشريِّ (...) للدلالةِ على التكرارِ الدوريِّ للعددِ (٣). وبدلًا منْ ذلكَ، يُمكِنُ كتابتُهُ بالطريقةِ الآتيةِ:

٠,٣٣٣٣٣٣.... = ٠,$\overline{٣}$

الكسرُ العشريُّ المنتهي: هوَ الكسرُ العشريُّ الذي يكونُ عددُ أرقامِ منازلِهِ محدودًا.

الكسرُ العشريُّ الدوريُّ: هوَ الكسرُ العشريُّ غيرُ المنتهي الذي تكونُ أرقامُ منازلِهِ في صورةِ نمطٍ يتكرَّرُ بصورةٍ دوريةٍ.

النشاطُ ٢

١) أيُّ الكسورِ العشريةِ الآتيةِ كسورٌ عشريةٌ دوريةٌ، مُبيِّنًا السببَ:

أ) ٠,٣٥٣٥٣٥... ب) ٠,٢١٤ جـ) ٠,٢٣٢٣١٥ د) ٠,٠٥٥٥٥٥...

الحلُّ:

أ) ٠,٣٥٣٥٣٥... كسرٌ عشريٌّ دوريٌّ ؛ لأنَّ أرقامَ منازلِهِ تتكرَّرُ بصورةٍ دوريةٍ، ويُمكِنُ كتابتُهُ في صورةِ ٠,$\overline{٣٥}$

ب) ٠,٢١٤ ——— ؛ لأنَّ عددَ أرقامِ منازلِهِ محدودٌ.

جـ) ٠,٢٣٢٣١٥ ——— ؛ لأنَّ ——— .

د) ١,٠٥٥٥٥٥... ——— ؛ لأنَّ ——— ، ويُمكِنُ كتابتُهُ في صورةِ ——— .

٢) حوِّلِ الكسورَ والأعدادَ الكسريةَ الآتيةَ إلى كسورٍ عشريةٍ، ثمَّ بيِّنْ نوعَها:

أ) $\frac{١٣}{٦}$ ب) $١\frac{٣}{٨}$ جـ) $\frac{١}{٩}$

النشاطُ ٣

١) اكتبِ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ $٠,\overline{٧}$ في صورةِ كسرٍ عاديٍّ.

الحلُّ:

لتحويلِ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ، يجبُ اتباعُ الخطواتِ الآتيةِ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: كتابةُ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ في صورةِ أعدادٍ مُتكرِّرةٍ.	٠,٧٧٧٧٧٧...
الخطوةُ ٢: افتراضُ أنَّ س هيَ العددُ الدوريُّ.	س= ٠,٧٧٧٧٧٧...
الخطوةُ ٣: تحديدُ عددِ المنازلِ العشريةِ المُتكرِّرةِ.	منزلةٌ عشريةٌ واحدةٌ؛ لذا يجبُ ضربُ المعادلةِ (في الخطوةِ ٢) في العددِ ١٠ ١٠س = ٧,٧٧٧٧...
الخطوةُ ٤: طرحُ المعادلةِ في الخطوةِ (٢) منَ المعادلةِ في الخطوةِ (١).	١٠س = ٧,٧٧٧٧... − س = ٠,٧٧٧٧... ٩س = ٧
الخطوةُ ٥: حلُّ المعادلةِ الناتجةِ في الخطوةِ (٤) لإيجادِ قيمةِ س.	س = $\frac{٧}{٩}$

٢) اكتبِ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ $٠,\overline{٣٨}$ في صورةِ كسرٍ عاديٍّ.

الحلُّ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: كتابةُ الكسرِ العشريِّ الدوريِّ في صورةِ أعدادٍ مُتكرِّرةٍ.	
الخطوةُ ٢: افتراضُ أنَّ س هيَ العددُ الدوريُّ.	س =
الخطوةُ ٣: تحديدُ عددِ المنازلِ العشريةِ المُتكرِّرةِ.	منزلةٌ عشريةٌ واحدةٌ؛ لذا يجبُ ضربُ المعادلةِ (في الخطوةِ ٢) في العددِ . =
الخطوةُ ٤: طرحُ المعادلةِ في الخطوةِ (٢) منَ المعادلةِ في الخطوةِ (١)	= − = =
الخطوةُ ٥: حلُّ المعادلةِ الناتجةِ في الخطوةِ (٤) لإيجادِ قيمةِ س.	س =

فكِّرْ: هلْ يُمكِنُ تحويلُ الكسرِ $\frac{٣}{٤}$ إلى كسرٍ عشريٍّ منْ دونِ استخدامِ طريقةِ القسمةِ الطويلةِ؟

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) حوِّلِ الكسورَ والأعدادَ الكسريةَ إلى أعدادٍ عشريةٍ، ثمَّ بيِّنْ نوعَها في ما يأتي:

أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{٩}{٢٠}$ جـ) $\frac{٧}{١١}$ د) $\frac{٥}{٩}$

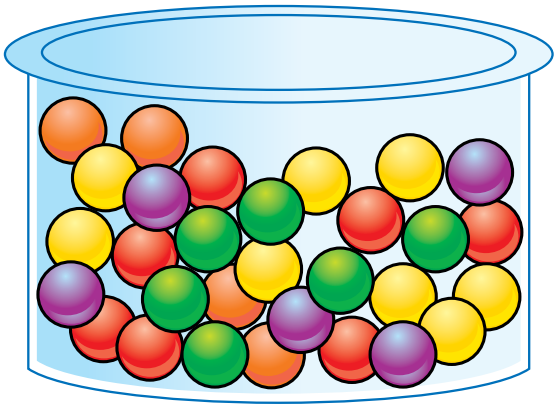
٢) حوِّلِ الأعدادَ العشريةَ الآتيةَ إلى صورةِ كسرٍ في صورةِ $\frac{أ}{ب}$:

أ) ١٢٥, ب) $٦٣,\overline{}$ جـ) $٢,\overline{٣}$ د) $٠,\overline{٤٩٥}$

٣) صِلْ بخطٍّ بينَ الكسرِ العشريِّ في العمودِ الأولِ، والكسرِ العاديِّ الذي يُقابِلُهُ في العمودِ الثاني:

الكسرُ العشريُّ الدوريُّ	الكسرُ العشريُّ
$٠,\overline{١٧}$	$\frac{٨}{٤٥}$
$٠,\overline{٣٥١}$	$\frac{٥٨}{١٦٥}$
$٠,١\overline{٧}$	$\frac{١٣}{٣٧}$
$٠,٣\overline{٥١}$	$\frac{١٧}{٩٩}$

٤) يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ عددًا منَ الكراتِ المُتَعدِّدةِ الألوانِ. تأمَّلِ الشكلَ جيدًا، ثمَّ املأِ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي:



لونُ الكرةِ	العددُ	الكسرُ الذي يُعَبِّرُ عنْ عددِ الكراتِ منَ اللونِ ☐ إلى العددِ الكليِّ	الكسرُ العشريُّ الذي يُعَبِّرُ عنْ عددِ الكراتِ منَ اللونِ ☐ إلى العددِ الكليِّ
أحمرُ			
أخضرُ			
أصفرُ			
برتقاليٌّ			
بنفسجيٌّ			

مقارنةُ الأعدادِ النسبيةِ وترتيبُها

النتاجاتُ:

– تقارنُ أعدادًا نسبية، وتُرتِّبُها.

إذا كانَتْ وصفةُ سلمى لصنعِ الكعكِ تحوي $\frac{١}{٢}$ ١ كوبٍ منَ السكرِ، ووصفةُ ليلى تحوي ١,٢٥ كوبٍ منَ السكرِ، فأيُّهُما تحوي وصفتُها كميةً أكبرَ منَ السكرِ إذا كانَتِ الوصفتانِ تصنعانِ كيلوغرامًا واحدًا منَ الكعكِ؟

النشاطُ ١

١) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٢}{٣}$

الحلُّ: للمقارنةِ بينَ العددينِ، يجبُ اتباعُ الخطواتِ الآتيةِ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: تحديدُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقامينِ.	م.م.أ للمقامينِ ٩، ٣ هو العدد ٩
الخطوةُ ٢: توحيدُ المقاماتِ للعددينِ.	$\frac{٢ \times ٣}{٣ \times ٣} = \frac{٦}{٩}$
الخطوةُ ٣: المقارنةُ بينَ العددينِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ.	$\frac{٥}{٩} < \frac{٦}{٩}$

٢) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$

الحلُّ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: تحديدُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقامينِ.	م.م.أ للمقامينِ ٥، ٧ هوَ العددُ ـــــــ.
الخطوةُ ٢: توحيدُ المقاماتِ للعددينِ.	$\frac{\square}{\square} = \frac{\square \times ٢}{\square \times ٥}$ $\frac{\square}{\square} = \frac{\square \times ٣}{\square \times ٧}$
الخطوةُ ٣: المقارنةُ بينَ العددينِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ.	$\frac{\square}{\square} > \frac{\square}{\square}$

٣) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٦}$

النشاطُ ٢

١) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $\frac{١٥}{٨}$ ، $١\frac{١}{٣}$

الحلُّ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: كتابةُ العددِ الكسريِّ في صورةِ كسرٍ عاديٍّ.	$١\frac{١}{٣} = \frac{٤}{٣}$
الخطوةُ ٢: تحديدُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقامينِ.	م.م.أ للمقامينِ ٨، ٣ هوَ العددُ ٢٤
الخطوةُ ٣: توحيدُ المقاماتِ للعددينِ.	$\frac{١٥}{٨} = \frac{١٥ \times ٣}{٨ \times ٣} = \frac{٤٥}{٢٤}$ $\frac{٤}{٣} = \frac{٤ \times ٨}{٣ \times ٨} = \frac{٣٢}{٢٤}$
الخطوةُ ٤: المقارنةُ بينَ العددينِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ.	$\frac{٣٢}{٢٤} < \frac{٤٥}{٢٤}$ ؛ أيْ إنَّ: $١\frac{١}{٣} < \frac{٤٥}{٢٤}$

٢) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $٢\frac{٣}{٧}$ ، $\frac{٩}{٤}$

الحلُّ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: كتابةُ العددِ الكسريِّ في صورةِ كسرٍ عاديٍّ.	$٢\frac{٣}{٧} = \frac{\square}{\square}$
الخطوةُ ٢: تحديدُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقامينِ.	م.م.أ للمقامينِ ٧، ٤ هوَ العددُ ــــــ.
الخطوةُ ٣: توحيدُ المقاماتِ للعددينِ.	$\frac{\square}{\square} = \frac{\square \times \square}{\square \times \square}$ $\frac{\square}{\square} = \frac{\square \times ٩}{\square \times ٤}$
الخطوةُ ٤: المقارنةُ بينَ العددينِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ.	أيْ إنَّ: $\frac{\square}{\square} > \frac{\square}{\square}$

النشاطُ ٣

١) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $-\frac{١١}{٨}$ ، $-\frac{٧}{١٦}$

الحلُّ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: تحديدُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقامينِ.	م.م.أ للمقامينِ ٨، ١٦ هوَ العددُ ـــــ.
الخطوةُ ٢: توحيدُ المقاماتِ للعددينِ.	$-\frac{١١ \times ٢}{٨ \times ٢} = -\frac{٢٢}{١٦}$
الخطوةُ ٣: المقارنةُ بينَ العددينِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ.	$-\frac{٢٢}{١٦} > -\frac{٧}{١٦}$ أيْ إنَّ: $-\frac{١١}{٨} > -\frac{٧}{١٦}$

٢) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $-\frac{٧}{١٢}$ ، $-\frac{٣}{٨}$

الحلُّ:

الخطواتُ	التنفيذُ
الخطوةُ ١: تحديدُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقامينِ.	م.م.أ للمقامينِ ١٢، ٨ هوَ العددُ ٢٤
الخطوةُ ٢: توحيدُ المقاماتِ للعددينِ.	$-\frac{\square}{\square} = -\frac{\square \times ٧}{\square \times ١٢}$ $-\frac{\square}{\square} = -\frac{\square \times ٣}{\square \times ٨}$
الخطوةُ ٣: المقارنةُ بينَ العددينِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ.	$\frac{\square}{\square} > \frac{\square}{\square}$ أيْ إنَّ: $\frac{\square}{\square} > \frac{\square}{\square}$

٣) قارِنْ بيْنَ العددينِ: $-\frac{٤}{١٥}$ ، $-\frac{٢}{٩}$

النشاطُ ٤

١) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $\frac{٣}{٤}$ ، ٠,٨٥

الحلُّ:

تحويلُ الكسرِ $\frac{٣}{٤}$ إلى الكسرِ العشريِّ ٠,٧٥

المقارنةُ بينَ أرقامِ المنازلِ بدءًا باليسارِ:

٠,٧٥ ، ٠,٨٥ ماذا تُلاحِظُ؟

إذنْ: ٠,٧٥ < ٠,٨٥

٢) قارِنْ بيْنَ العددينِ النسبيينِ: $٠,٣\overline{١٩}$ ، ٠,٣١٩

الحلُّ:

المقارنةُ بينَ أرقامِ المنازلِ بدءًا باليسارِ:

... ٠,٣١٩١٩ ، ٠,٣١٩٠ ماذا تُلاحِظُ؟

إذنْ: ٠,٣١٩ < $٠,٣\overline{١٩}$

٣) قارِنْ بيْنَ الأعدادِ النسبيةِ الآتيةِ:

أ) ٣,١٩ ، $\frac{١٣}{٤}$

ب) $\frac{٧}{١٢}$ ، ٠,٥٨٣

النشاطُ ٥

١) رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ الآتيةَ تصاعديًّا:

$$٣,\overline{٢}\ ،\ \frac{١٤}{٤}\ ،\ -\frac{١١}{٥}\ ،\ ٣,٢\ ،\ -٢,\overline{٢}$$

الحلُّ:

مقارنةُ العددينِ السالبينِ عنْ طريقِ تحويلِ كلِّ عددٍ إلى صورةِ عددٍ عشريٍّ:

$$-٢,\overline{٢} = -٢,٢٢٢٢٢$$

$$-\frac{١١}{٥} = -٢,٢$$

عندَ مقارنةِ العددينِ السالبينِ، يَتبيَّنُ أنَّ:

$$-٢,\overline{٢} > -\frac{١١}{٥}$$ (لماذا؟)

مقارنةُ الأعدادِ الموجبةِ عنْ طريقِ تحويلِ كلِّ عددٍ إلى صورةِ عددٍ عشريٍّ:

$$٣,\overline{٢} = ٣,٢٢٢٢٢$$

$$\frac{١٤}{٤} = ٣,٥$$

عندَ مقارنةِ الأعدادِ الموجبةِ، يَتبيَّنُ أنَّ:

$$٣,٢ < ٣,\overline{٢} < \frac{١٤}{٤}$$ (لماذا؟)

إذنْ، ترتيبُ الأعدادِ تصاعديًّا هوَ: $-٢,\overline{٢}\ ،\ -\frac{١١}{٥}\ ،\ ٣,٢\ ،\ ٣,\overline{٢}\ ،\ \frac{١٤}{٤}$

٢) رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ الآتيةَ تنازليًّا:

$$٢\frac{١}{٢}\ ،\ ٢,٤\ ،\ -١,\overline{٢}\ ،\ -\frac{٥}{٤}\ ،\ \frac{٨}{٣}$$

فكِّرْ ثمَّ ناقِشْ: هلْ توجدُ طريقةٌ أُخرى لمقارنةِ الأعدادِ النسبيةِ؟

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) ضعْ (>)، أوْ (<)، أوْ (=) في ☐ :

أ) ١,٣ ☐ $\frac{٤}{٣}$ ب) $-١\frac{١}{٤}$ ☐ $-١,٢٥$

جـ) $٥,\overline{٧}$ ☐ ٥,٧٨ جـ) $٢\frac{١}{٤}$ ☐ $\frac{١٢}{٧}$

٢) رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ الآتيةَ تصاعديًّا:

أ) $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{١}{٧}$ ، ٠,١٥ ، $-١\frac{٣}{٥}$

ب) $\overline{٢,١}$ ، ٢,١ ، $٢\frac{١}{١١}$ ، -٢

٣) رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ الآتيةَ تنازليًّا:

أ) ٢,٨ ، $٢\frac{٣}{٤}$ ، $٣\frac{١}{٨}$ ، $-٢,٢$

ب) $-\frac{١}{٧}$ ، $\frac{١}{٨}$ ، ٠,٢ ، $-٠,٠٢٥$

٤) تأمَّلِ الجدولَ المجاورَ الذي يُبيِّنُ أطوالَ خمسةِ أشخاصٍ، ثمَّ أجبْ عمّا يأتي:

اسمُ الطالبِ	الطولُ بالمترِ
محمدٌ	$١\frac{٣}{٥}$
عمرُ	١,٧٥
خالدٌ	$\frac{٩}{٥}$
سعيدٌ	$\frac{١٩}{١٠}$
عليٌّ	$\frac{١٤}{٨}$

أ) كمْ طولُ محمدٍ بالسنتيمترِ؟

ب) مَنِ الأطولُ: عمرُ أمْ خالدٌ؟

جـ) أيُّ طالبينِ مُتماثِلانِ في الطولِ؟

د) إذا كانَ أحدُ الطلبةِ لاعبَ كرةِ سلَّةٍ، فمَنْ هوَ؟ لماذا؟

جمعُ الأعدادِ النسبيةِ وطرحُها

النتاجاتُ:

- تجمعُ الأعدادَ النسبيةَ، وتطرحُها.

يريـدُ سالمٌ شراءَ حذاءٍ رياضيٍّ ثمنُـهُ (٦,٥) دينارٍ، لكنَّهُ يملـكُ فقـطْ $٣\frac{١}{٤}$ دينـارٍ. كمْ دينارًا ينقصُ سالمًا لشراءِ الحذاءِ الرياضيِّ؟

النشاطُ ١

١) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{٣}{٨} + \frac{٢}{٨}$ ب) $\frac{٥}{١٢} + \frac{١}{٤}$ جـ) $\frac{١٢}{٥} - \frac{١}{٣}$

د) $٢\frac{٤}{٧} + ٥$ هـ) $٠,٨ + \frac{٢}{٥}$

الحلُّ:

أ) $\frac{٣}{٨} + \frac{٢}{٨} = \frac{٥}{٨}$ (المقاماتُ مُوحَّدةٌ. إذنْ، نجمعُ البسطينِ)

ب) $\frac{٥}{١٢} + \frac{١ \times ٣}{٤ \times ٣} = \frac{٨}{١٢} = \frac{٢}{٣}$ (توحيدُ المقاماتِ، ثمَّ جمعُ الكسورِ، ثمَّ التبسيطُ)

جـ) $\frac{١٢-}{٥} + \frac{١}{٣}$ (وضْعُ إشارةِ السالبِ للعددِ (١٢) في البسطِ)

$= \frac{١٢- \times ٣}{٥ \times ٣} + \frac{١ \times ٥}{٣ \times ٥}$ (توحيدُ المقاماتِ)

$= \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$ (مِلءُ كلِّ فراغٍ بالناتجِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ)

$= \frac{\square}{\square}$ (مِلءُ الفراغِ باستخدامِ قواعدِ جمعِ الأعدادِ الصحيحةِ)

د) $٥ + ١\frac{٤}{٧}$

$= ٤\frac{٧}{٧} + ١\frac{٤}{٧}$ ($٥ = ١ + ٤ = ٤ + \frac{٧}{٧} = ٤\frac{٧}{٧}$)

$= ٥\frac{١١}{٧} = ٦\frac{٤}{٧}$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

هـ) $٠,٨ + \frac{٢}{٥}$

$= \frac{٨}{١٠} + \frac{٢}{٥}$ (كتابةُ العددِ النسبيِّ ٠,٨ في صورةِ $\frac{٨}{١٠}$)

$= \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$ (مِلءُ كلِّ فراغٍ بالناتجِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ)

$= \frac{\square}{\square}$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

٢) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $١\frac{٣}{١٦} + \frac{٥}{٨}$

ب) $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{١١} -$

جـ) $٠,١٥ + \frac{١}{٤}$

النشاطُ ٢

١) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $٢\frac{١}{٥} - \frac{١٣}{٩}$

ب) $١,٢ - \frac{-٧}{٢٠}$

الحلُّ:

أ) $\frac{١١}{٥} - \frac{١٣}{٩}$ (وضْعُ كلِّ عددٍ نسبيٍّ في صورةِ كسرٍ)

$= \frac{١١ \times ٩}{٥ \times ٩} - \frac{١٣ \times ٥}{٩ \times ٥}$ (توحيدُ المقاماتِ)

$= \frac{\square}{\square}$ (مِلءُ الفراغِ بالناتجِ في أبسطِ صورةٍ)

ب) $\frac{١٢}{١٠} - \frac{-٧}{٢٠}$ (كتابةُ العددِ النسبيِّ ١,٢ في صورةِ $\frac{١٢}{١٠}$)

$= \frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square}$ (مِلءُ كلِّ فراغٍ بالناتجِ بعدَ توحيدِ المقاماتِ)

$= \frac{\square}{\square}$ (مِلءُ الفراغِ بالناتجِ في أبسطِ صورةٍ)

٢) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $٢\frac{٧}{٦} - \frac{-٤}{١٥}$

ب) $٢,١٤ - ٠,٨٥$

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{٦}{٧} - ٠,١٥$ ب) $٥ + ٦\frac{١}{١٢} -$

جـ) $٠,٨ + ١,٧ - \frac{٢}{٥}$ جـ) $\frac{٩}{٢} + - ١\frac{٤}{١٥}$

٢) ضعْ (>)، أوْ (<)، أوْ (=) في ☐:

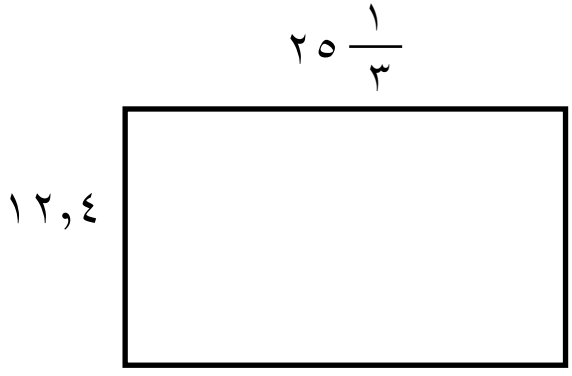
أ) $٦ + ٢\frac{٤}{٥}$ ☐ $١٥ - ٨\frac{٧}{٨}$

ب) $-٠,١٢ - ٤,١٥$ ☐ $-١\frac{١}{٣} - ٣$

٣) اشترَتْ عبيرُ قميصًا بمبلغِ ٨,٦٠ دنانيرَ، وتنورةً بمبلغِ $٧\frac{٣}{٤}$ دنانيرَ. كمْ دينارًا دفعَتْ عبيرُ ثمنَ القميصِ والتنورةِ؟

٤) قالَتْ شيماءُ إنَّ $٠,\overline{١} + ٠,\overline{٩}$ أكبرُ منْ واحدٍ دونَ إجراءِ الحساباتِ. هلْ تُوافِقُها على ذلكَ؟ برِّرْ إجابتَكَ.

٥) قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ أبعادُها بالأمتارِ كما هوَ مُوضَّحُ في الشكلِ المجاورِ، أرادَ مالكُها إحاطتَها بسياجٍ. ما طولُ السياجِ بالأمتارِ؟



ضربُ الأعدادِ النسبيةِ وقسمتُها

النتاجاتُ:

- تضربُ الأعدادَ النسبيةَ، وتقسمُها.

اشترَتْ ريما شاشةَ تلفازٍ ثمنُها (٣٠٠) دينارٍ، فدفعَتْ ثلثَ ثمنِها، وأرادَتْ دفعَ الباقي بالأقساطِ. كمْ دينارًا قيمةُ هذهِ الأقساطِ؟

تذكَّرْ:

- لضربِ كسرينِ، يُضرَبُ بسطُ العددِ الأولِ في بسطِ العددِ الثاني، ويُضرَبُ مقامُ العددِ الأولِ في مقامِ العددِ الثاني. وبالرموزِ: $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$.

النشاطُ ١

١) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{٣}{١٠} \times \frac{٧}{٥}$

ب) $\frac{٨}{٩} \times \frac{-٢٧}{١٦}$

جـ) $\frac{٥}{٧} \times ١\frac{٦}{١٥}$

د) $٠,٨ \times ٢\frac{-١}{٣} \times \frac{٥}{٢}$

الحلُّ:

أ) $\frac{٣}{١٠} \times \frac{٧}{٥} = \frac{٢١}{٥٠}$ (ضربُ البسطِ في البسطِ، وضربُ المقامِ في المقامِ)

ب) $= \frac{-٢٧}{١٦} \times \frac{٨}{٩}$

$= \frac{-٣}{٢} \times \frac{١}{٩} \times \frac{٨}{١٦}$ (اختصارُ المقدارِ قبلَ الضربِ للتبسيطِ)

$= \frac{-٣}{٢} = ١\frac{-١}{٢}$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

جـ) $\frac{٢١}{١٥} \times \frac{٥}{٧}$ (وضعُ العددِ الكسريِّ $١\frac{٦}{١٥}$ في صورةِ كسرٍ)

$= \frac{٣ \cancel{٢١}}{\cancel{١٥}_{٥}} \times \frac{\cancel{٥}^{١}}{\cancel{٧}_{١}}$ (اختصارُ المقدارِ قبلَ الضربِ للتبسيطِ)

$= \frac{٣}{٥}$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

د) $\frac{\cancel{٥}^{١}}{\cancel{١٢}_{١}} \times \frac{٧}{٣} - \frac{\cancel{٨}^{٢}}{\cancel{١٠}_{١}} \times \frac{\cancel{٤}^{٢}}{\cancel{١٢}_{٣}}$ (كتابةُ الكسرِ والعددِ الكسريِّ في صورةِ كسرٍ، ثمَّ التبسيطُ)

$= \frac{\square}{\square} - = \frac{\square}{\square} - \square$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

٢) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{١٨}{١١} \times \frac{٢٢}{٨}$

ب) $١\frac{٢}{٣} \times \frac{-٧}{٨}\ ٤$

جـ) $٠,٢ \times ١,٨ \times \frac{٩}{١٥}$

تذكَّرْ:

- لقسمةِ كسرٍ على كسرٍ، يُضرَبُ الكسرُ الأولُ في مقلوبِ الكسرِ الثاني:

$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ}$، حيثُ: جـ، د، ب $\neq$ ٠

النشاطُ ٢

١) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ.

أ) $\frac{-١٢}{٩} \div \frac{٧}{٨}$

ب) $٣\frac{-١}{١٢} \times ٢\frac{-١}{٨}$

جـ) $٠,٤ \div ٥\frac{٢}{٣}$

الحلُّ:

أ) $\frac{-٩}{١٢} \times \frac{٧}{٨}$ (تحويلُ القسمةِ إلى ضربٍ، وقلبُ الكسرِ الثاني)

$= \frac{-٢١}{٣٢}$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

ب) $\frac{-٣٧}{١٢} \div \frac{-١٧}{٨}$ (تحويلُ العددِ الكسريِّ إلى كسرٍ عاديٍّ)

$= \frac{-١٢}{٣٧} \times \frac{-١٧}{٨}$ (اختصارُ المقدارِ قبلَ الضربِ للتبسيطِ)

$= \frac{٥١}{٧٤}$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

جـ) $\frac{١٧}{٣} \div \frac{٤}{١٠}$

$= \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square}$ (مِلءُ كلِّ فراغٍ بالناتجِ بعدَ تحويلِ القسمةِ إلى ضربٍ، وقلبُ الكسرِ الثاني)

$= \frac{\square}{\square}$ (الناتجُ في أبسطِ صورةٍ)

٢) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $٥\frac{٣}{٨} \div \frac{-١٣}{٢٤}$

ب) $٣,٥ \times ٦\frac{٢}{٥}$

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) جِدْ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{٩}{١٢} \times \frac{٢٤}{٨١}$ ب) $٢\frac{٥}{٤} \div ٢,٦-$

جـ) $٣,١ \div \frac{٨}{١٥} \times ١\frac{٢}{٧}$ د) $٢ + ٤,٥ \times \frac{١١-}{١٢}$

٢) جِدْ عددينِ نسبيينِ حاصلُ ضربِهِما $-\frac{٣}{٥}$

٣) خزّانٌ يحتوي ثلاثةُ أرباعِهِ على ماءٍ. إذا كانَتْ سعتُهُ ١٤,٥ م^٣، فكمْ لترَ ماءٍ يجبُ وضعُهُ في الخزّانِ حتى يمتلئَ تمامًا؟

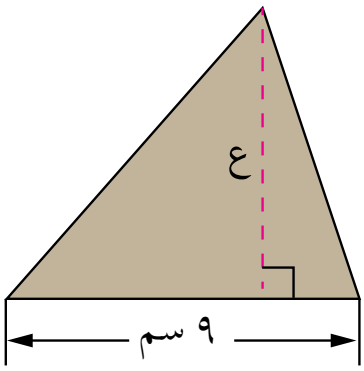
٤) تحتاجُ سلمى إلى $١\frac{٣}{١٠}$ الدقيقةِ لتغليفِ صندوقِ هدايا. كمْ صندوقًا يُمكِنُها تغليفُهُ في ساعةٍ؟

٥) ناقِشْ صحةَ العبارةِ الآتيةِ: «ناتجُ ضربِ أيِّ عددينِ نسبيينِ أقلُّ منْ ١ إذا كانَ كلٌّ منْهُما أقلَّ منْ ١».

٦) استخدمِ الأعدادَ ٣ و٤ و٥ و٦ و٨ و٩ لجعلِ العباراتِ الآتيةِ صحيحةً:

أ) $\frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{٥}{٦}$ ب) $\frac{\square}{\square} \div \frac{\square}{\square} = \frac{٥}{٢٤}$

٧) إذا كانَتْ مساحةُ المثلثِ المجاورِ $\frac{٣}{٤}$ ٣٣ سم^٢، فجِدِ ارتفاعَهُ.



الأعدادُ الحقيقيةُ

النتاجاتُ:

- تتعرَّفُ الأعدادَ الحقيقيةَ.
- تُصنِّفُ الأعدادَ الحقيقيةَ.

ما مجموعةُ الأعدادِ التي ينتمي إليْها العددُ $\sqrt{١٣}$ ؟

النشاطُ ١

١) املأُ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي، مُستعمِلًا الآلةَ الحاسبةَ:

العددُ	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٢}{٧}$	$\sqrt{٨١}$	$\sqrt{١٨}$	$\frac{٢}{٢٦}$	$\frac{٣}{٥}$	$\sqrt[٣]{٥}$
قيمتُهُ باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ	٠,١٢٥	٠,٢٨٥٧١٤٢٨٥٧...	٩,٠				
تصنيفُهُ	عددٌ عشريٌّ منتهٍ						

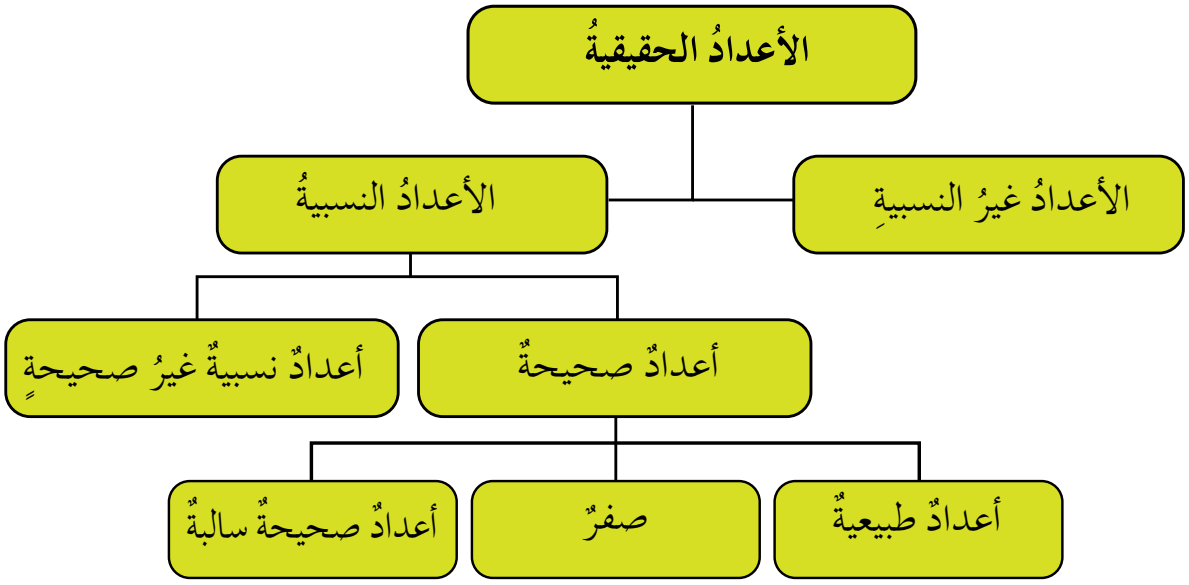
٢) ماذا تُلاحِظُ؟

يَتبيَّنُ منَ النشاطِ السابقِ وجودُ أعدادٍ عشريةٍ غيرِ منتهيةٍ وغيرِ دوريةٍ، ويُطلَقُ على هذهِ الأعدادِ اسمُ الأعدادِ غيرِ النسبيةِ.

العددُ غيرُ النسبيِّ: كلُّ عددٍ لا يُمكِنُ كتابتُهُ في صورةِ $\frac{أ}{ب}$، حيثُ: أ، ب $\in$ ص ، ب $\neq$ ٠

مجموعةُ الأعدادِ الحقيقيةِ: اتحادُ مجموعتَيِ الأعدادِ النسبيةِ وغيرِ النسبيةِ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ ح.

يُبيِّنُ المخططُ الآتي مجموعةَ الأعدادِ الحقيقيةِ:



النشاطُ ٢

١) استعنْ بالمخططِ السابقِ لتصنيفِ الأعدادِ الآتيةِ إلى أعدادٍ طبيعيةٍ، وأعدادٍ صحيحةٍ، وأعدادٍ نسبيةٍ، وأعدادٍ غيرِ نسبيةٍ:

أ) ٥٣ ب) $\frac{-١١}{١٥}$ جـ) $\sqrt[٣]{-٨}$ د) $٠,\overline{٦٢}$ هـ) $\sqrt{١٠}$

الفرعُ	العددُ	عددٌ طبيعيٌّ	عددٌ صحيحٌ	عددٌ نسبيٌّ	عددٌ غيرُ نسبيٍّ
أ	٥٣	√	√	√	
ب	$\frac{-١١}{١٥}$			√	
جـ	$\sqrt[٣]{-٨}$		√	√	
د	$٠,\overline{٦٢}$			√	
هـ	$\sqrt{١٠}$				√

٢) صنِّفِ الأعدادَ الآتيةَ إلى أعدادٍ طبيعيةٍ، وأعدادٍ صحيحةٍ، وأعدادٍ نسبيةٍ، وأعدادٍ غيرِ نسبيةٍ:

أ) -١٣ ب) $\sqrt[٣]{١٤}$ جـ) $\sqrt{٦٤}$ د) $١,\overline{٧}$ هـ) ٠,١٥

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) صنِّفِ الأعدادَ الآتيةَ إلى أعدادٍ نسبيةٍ، وأعدادٍ غيرِ نسبيةٍ، مُبيِّنًا السببَ:

أ) ١٥٦ ب) $\sqrt[3]{-٦٣}$ جـ) $\sqrt{١١٠}$

د) ٢,١٥٦٤٧٨٩..... هـ) $١٥,\overline{٢}$ و) $\sqrt[3]{\frac{١}{-٢٧}}$

٢) املأِ الفراغَ بكلمةِ (نسبيةٌ) أوْ كلمةِ (غيرُ نسبيةٍ) في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) الجذورُ التربيعيةُ للمربعاتِ غيرِ الكاملةِ أعدادٌ.....

ب) الجذورُ التكعيبيةُ للمكعباتِ الكاملةِ أعدادٌ.....

جـ) الأعدادُ العشريةُ غيرُ المنتهيةِ وغيرُ الدوريةِ أعدادٌ.....

د) الكسورُ العشريةُ الدوريةُ أعدادٌ .....

٣) هاتِ مثالًا على كلِّ حالةٍ من الحالاتِ الآتيةِ:

أ) عددٌ نسبيٌّ غيرُ صحيحٍ.

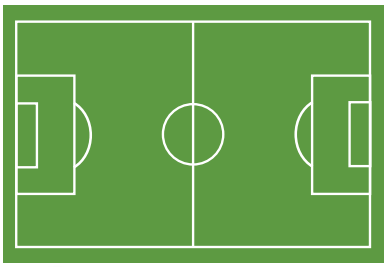
ب) عددٌ حقيقيٌّ غيرُ طبيعيٍّ.

جـ) عددٌ حقيقيٌّ غيرُ دوريٍّ، وغيرُ منتهٍ.

د) عددٌ طبيعيٌّ غيرُ صحيحٍ.

النتاجاتُ:

- تتعرَّفُ خصائصَ العملياتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ.



ملعبُ كرةِ قدمٍ مستطيلُ الشكلِ، طولُهُ ٤,٧٥م، وعرضُهُ ٣,٥م. جِدْ محيطَ الملعبِ بطريقتينِ مختلفتينِ.

النشاطُ ١

١) جِدْ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $-١,٦ + ٢,٣$ ، $٢,٣ + -١,٦$، ماذا تُلاحِظُ؟

ب) $-١,٦ - ٢,٣$ ، $٢,٣ - (-١,٦)$، ماذا تُلاحِظُ؟

٢) جِدْ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) -٢×-١٢ ، -١٢×-٢، ماذا تُلاحِظُ؟

ب) $-٢ \div -١٢$ ، $-١٢ \div -٢$، ماذا تُلاحِظُ؟

الخاصيةُ (١): الخاصيةُ التبديليةُ.

إذا كانَ أ ، ب عددينِ حقيقيينِ، فإنَّ:

- أ + ب = ب + أ
- أ × ب = ب × أ

يُطلَقُ على هذهِ الخاصيةِ اسمُ الخاصيةِ التبديليةِ على عمليتَيِ الجمعِ والضربِ.

أيُّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ، وأيُّها غيرُ صحيحةٍ في ما يأتي:

أ) ٦ + -٥ = -٥ + ٦

ب) $\frac{١١}{٢} \div \frac{٤}{٥} = \frac{٤}{٥} \div \frac{١١}{٢}$

جـ) ٢,٣ – ٥,٨ = ٥,٨ – ٢,٣

د) ٥,٠١ × $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$ × ٥,٠١

النشاطُ ٢

١) جِدْ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ٥ + (٧ + ٢−) ، (٥ + (٢-)) + ٧، ماذا تُلاحِظُ؟

ب) ٥ – (٧ – ٢-) ، (٥ –(٢-)) – ٧، ماذا تُلاحِظُ؟

٢) جِدْ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ١٢ × (٢ × ٣-)، (١٢ × ٢) × ٣-، ماذا تُلاحِظُ؟

ب) ١٢ ÷ (٢ ÷ ٣-)، (١٢ ÷ ٢) ÷ ٣-، ماذا تُلاحِظُ؟

الخاصيةُ (٢): الخاصيةُ التجميعيةُ.

إذا كانَتْ أ ، ب، جـ أعدادًا حقيقيةً، فإنَّ:

- (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ)، وتُسمّى الخاصيةَ التجميعيةَ على الجمعِ.
- (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)، وتُسمّى الخاصيةَ التجميعيةَ على الضربِ.

٣) اكتبِ العددَ المناسبَ في ☐ لكلٍّ ممّا يأتي:

أ) (٨,٥ + ☐) + $\sqrt{٦}$ = $\sqrt{٦}$ + (- $\frac{١٨}{٣}$ + $\sqrt{٦}$)

ب) ($\sqrt[٣]{٤}$ × ٢,٢) × ☐ = ☐ × (١١× ☐)

النشاطُ ٣

١) جِدْ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ٢٢× (٣ + ٨)، (٢٢ × ٣) + (٢٢ × ٨)، ماذا تُلاحِظُ؟

ب) -٥ × (-٢٠ + ٤)، (-٥ × -٢٠) + (-٥ × ٤)، ماذا تُلاحِظُ؟

الخاصيةُ (٣): خاصيةُ توزيعِ الضربِ على الجمعِ.

إذا كانَتْ أ ، ب، جـ أعدادًا حقيقيةً، فإنَّ:

- أ × (ب + جـ) = (أ ×ب) + (أ × جـ).

٢) جِدْ قيمةَ ما يأتي بطريقتينِ:

٨,٠١ × (-١٥ + ٧)

النشاطُ ٤

١) جِدْ قيمةَ ما يأتي:

أ) ٣ + ٠، ٥ + ٠، ٠ + ٩,٠٥، ماذا تُلاحِظُ؟

ب) ٣ × ١، ١١,٦ × ١، $\frac{٩}{١٧}$ × ١، ماذا تُلاحِظُ؟

الخاصيةُ (٤): خاصيةُ العنصرِ المحايدِ.

إذا كانَ أ عددًا حقيقيًّا، فإنَّ:

- أ + ٠ = أ ، ويُسمّى الصفرُ عنصرًا محايدًا لعمليةِ الجمعِ.
- أ × ١ = أ ، ويُسمّى ١ عنصرًا محايدًا لعمليةِ الضربِ.

جـ) ٣ + -٣ ، -١٥ + ١٥، $-\frac{٥}{٦} + \frac{٥}{٦}$، ماذا تُلاحِظُ؟

د) ٣ × $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ × ٦، -٤ × $\frac{-١}{٤}$ ، ماذا تُلاحِظُ؟

الخاصيةُ (٥):

إذا كانَ أ عددًا حقيقيًّا، أ ≠ ٠، فإنَّ:

- أ + − أ = صفرًا ، ويُسمّى − أ نظيرًا جمعيًّا للعددِ أ (معكوسُ العددِ أ).
- أ × $\frac{١}{أ}$ = ١، ويُسمّى $\frac{١}{أ}$ نظيرًا ضربيًّا للعددِ أ (مقلوبُ العددِ).

هـ) ٢٥ × ٠ ، −٧,٢٦ × ٠ ، ٠ × $\frac{١}{٣}$ ٤، ماذا تُلاحِظُ؟

الخاصيةُ (٦): خاصيةُ الضربِ في الصفرِ.

إذا كانَ أ عددًا حقيقيًّا، فإنَّ أ × ٠ = ٠ × أ = ٠

٢) اكتبِ النظيرَ الجمعيَّ لكلِّ عددٍ ممّا يأتي:

أ) ٤٨ ب) $\sqrt{٦٣}$ جـ) −٤,٥ د) ٥$\frac{٢}{٧}$

٣) اكتبِ النظيرَ الضربيَّ لكلِّ عددٍ ممّا يأتي:

أ) −٣٥ ب) $\sqrt[٣]{-٣٤٣}$ جـ) $\frac{١٤}{١١}$ د) ١٢,٣

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) اكتبِ النظيرَ الجمعيَّ لكلِّ عددٍ ممّا يأتي:

أ) $\sqrt[3]{-٤٠٠}$ ب) $\sqrt{٥٠}$

جـ) $١١\frac{٥}{٧}$ د) $-٨,٦$

٢) اكتبِ النظيرَ الضربيَّ لكلِّ عددٍ ممّا يأتي:

أ) $\frac{٢٩}{٤}$ ب) $-١٥,٩$

جـ) $\sqrt{١٢١}$ د) $\sqrt[3]{١٥}$

٣) ضَعْ (✔) بجانبِ العبارةِ الصحيحةِ، وَ(✘) بجانبِ العبارةِ غيرِ الصحيحةِ في ما يأتي:

أ) $\frac{١}{٤} + \frac{-١}{٤} = ٠$ ( ).

ب) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٢} = ٠$ ( ).

جـ) $(١٨ - ٣٢) - ٦ = ١٨ - (٣٢ - ٦)$ ( ).

٤) جِدْ ناتجَ المسائلِ الآتيةِ بطريقتينِ:

أ) $-٤٢ + ٥,٦ + -١١$

ب) $٢٢ \times ١,٣ \times -١٤$

جـ) $|-٦,٢| + |-\frac{٢}{٣}٧| + ١٠$

٥) الشكلُ المجاورُ مستطيلٌ، محيطُهُ ٢٢,٨٣م، وعرضُهُ ٤,٨٤م. ما مساحتُهُ؟

١) مثِّلِ الأعدادَ النسبيةَ الآتيةَ على خطِّ الأعدادِ:

أ) $-\frac{٥}{٨}$ ب) ١,٣ جـ) $١\frac{١}{٧}$

٢) جِدْ ناتجَ كُلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $|١\frac{٢}{٣} - ٠,٥| + ٢,٧$

ب) $٨,٢ \times \frac{٢}{٩} \times ٤,٥$

جـ) $١٧ - (٥,٨ - \frac{١}{٤}\ ٣)$

٣) أيُّ الأعدادِ الآتيةِ نسبيٌّ، وأيُّها غيرُ نسبيٍّ:

أ) $١,\overline{٤}$ ب) $\sqrt[٣]{٣٥}$ جـ) $\sqrt{٣٦١}$ د) ١,٧٢٣٤٥.....

٣) ضعِ العددَ المناسبَ في ☐ لتكونَ العبارةُ صحيحةً في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $-\frac{٨}{١١} \times (☐ + ☐) = ☐ \times \frac{٢}{١٣} + ☐ \times \frac{٧}{٩}$

ب) $(\frac{٥}{٨} + ☐) + \frac{٥}{٨} = \frac{٢}{٣} + (☐ + \frac{١}{٦})$

٥) اشترى عليٌّ جهازًا رياضيًّا ثمنُهُ (٧٠٠) دينارٍ بالتقسيطِ. إذا كانَتْ قيمةُ القسطِ ($١٠٢\frac{١}{٢}$) دنانيرَ، ودفعَ منْها (٥) أقساط، فكمْ دينارًا بقيَ لتسديدِ ثمنِ الجهازِ؟

٦) ركضَتْ لمياءُ يومَ الإثنينِ مسافةَ ١,٢٣ كم، وركضَتْ يومَ الثلاثاءِ مسافةَ $٣\frac{٩}{١٠}$ كم، وركضَتْ يومَ الأربعاءِ مسافةَ ٢,٧٨ كم. كمْ كيلومترًا ركضَتْ لمياءُ في الأيامِ الثلاثةِ معًا؟ (حُلَّ المسألةَ بطريقتينِ).

التقويمُ الذاتيُّ

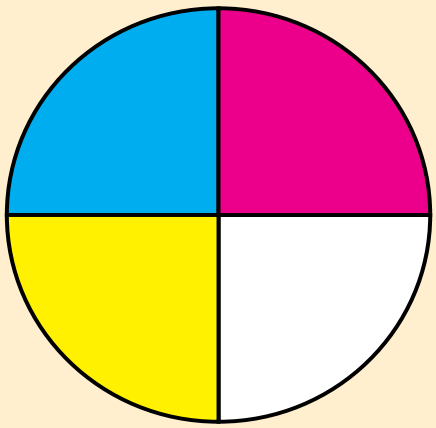
أرسمُ ☆ ، أوْ ☆☆، أوْ ☆☆☆ بما يناسبُ مستوى إجابتي:

الرقمُ	مؤشِّرُ الأداءِ	مستوى الأداءِ
١	أُحوِّلُ العددَ النسبيَّ إلى صورةِ $\frac{أ}{ب}$.	
٢	أُمثِّلُ العددَ النسبيَّ على خطِّ الأعدادِ.	
٣	أجدُ القيمةَ المُطلقَةَ للعددِ النسبيِّ.	
٤	أُحوِّلُ الكسرَ العشريَّ إلى صورةِ كسرٍ عاديٍّ.	
٥	أُرتِّبُ الأعدادَ النسبيةَ تصاعديًّا.	
٦	أُرتِّبُ الأعدادَ النسبيةَ تنازليًّا.	
٧	أجِدُ ناتجَ جمعِ عددينِ نسبيينِ في أبسطِ صورةٍ.	
٨	أجِدُ ناتجَ طرحِ عددينِ نسبيينِ في أبسطِ صورةٍ.	
٩	أجِدُ ناتجَ ضربِ عددينِ نسبيينِ في أبسطِ صورةٍ.	
١٠	أجِدُ ناتجَ قسمةِ عددينِ نسبيينِ في أبسطِ صورةٍ.	
١١	أُصنِّفُ الأعدادَ الحقيقيةَ إلى أعدادٍ نسبيةٍ، وأعدادٍ غيرِ نسبيةٍ.	
١٢	أجِدُ ناتجَ مسائلَ حسابيةٍ باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ.	

الوحدةُ الثالثةُ

النسبةُ والتناسبُ

يُتوقَّعُ منْكَ عزيزيَ الطالبَ في نهايةِ الوحدةِ أنْ تكونَ قادرًا على:



١) تعرّفِ مفهومِ النسبةِ، ومفهومِ النسبةِ المئويةِ.

٢) استخدامِ النسبِ المتكافئةِ في كتابةِ التناسباتِ.

٣) تعرُّفِ قوانينِ التناسبِ.

٤) حلِّ مسائلَ حياتيةٍ عنِ النسبةِ، والنسبةِ المئويةِ.

٥) تعرُّفِ التناسبِ الطرديِّ، وحلِّهِ.

٦) تعرُّفِ التناسبِ العكسيِّ، وحلِّهِ.

٧) حلِّ مسائلَ مُتعدِّدةِ الخطواتِ عنِ التناسبِ (مقياسُ الرسمِ).

باعَ تاجرٌ (٣) أجهزةِ حاسوبٍ محمولٍ من نوعٍ واحدٍ، فربحَ (١٢٠) دينارًا. كمْ دينارًا يربحُ التاجرُ إذا باعَ (٨) أجهزةٍ منَ النوعِ نفسِهِ، علمًا بأنَّ الربحَ ثابتٌ لكلِّ جهازٍ؟

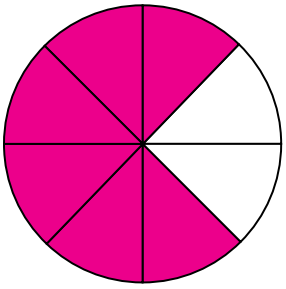
النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ مفهومَ النسبةِ، ومفهومَ النسبةِ المئويةِ.
- تكتبُ نسبًا متكافئةً.
- تحلُّ مسائلَ حياتيةً عنِ النسبةِ، والنسبةِ المئويةِ.

أرادَ تاجرٌ أنْ يتبرَّعَ بما نسبتُهُ ٢٪ منْ أرباحِهِ البالغةِ (٣٨٠٠) دينارٍ:

أ) ما قيمةُ المبلغِ التي سيتبرَّعُ بهِ؟

ب) كمْ دينارًا سيبقى معَ التاجرِ بعدَ التبرُّعِ؟

النشاطُ ١



اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، جدْ ما يأتي:

أ) نسبةُ عددِ الأجزاءِ المُظلَّلةِ إلى الأجزاءِ غيرِ المُظلَّلةِ:

$$\frac{\text{عددُ الأجزاءِ المُظلَّلةِ}}{\text{عددُ الأجزاءِ غيرِ المُظلَّلةِ}} = \frac{٦}{\square} = \frac{\square}{\square} \quad \text{(أبسطُ صورةٍ)}$$

ب) نسبةُ عددِ الأجزاءِ غيرِ المُظلَّلةِ إلى جميعِ أجزاءِ الشكلِ $= \frac{\square}{\square}$

أبسطُ صورةٍ $= \frac{\square}{\square}$

يَتبيَّنُ منَ النشاطِ وجودُ مقارنةٍ بينَ كميتينِ منَ النوعِ نفسهِ (أجزاءُ الشكلِ)، وأنَّ الكسرَ ($\frac{٦}{٨}$) قدْ نتجَ منْ هذهِ المقارنةِ.

يُمكِنُ التعبيرُ عنِ الكسرِ ($\frac{٦}{٨}$) بأنَّهُ نسبةُ عددِ الأجزاءِ المُظلَّلةِ إلى عددِ الأجزاءِ الكليةِ، وهيَ ٦ إلى ٨، وتُكتَبُ في صورةِ: $\frac{٦}{٨}$، أوْ ٦ : ٨

يُسمّى العددُ ٦ مُقدَّمَ النسبةِ، ويُسمّى العددُ ٨ تاليَ النسبةِ، ويُسمّى مُقدَّمُ النسبةِ وتاليها حدَّيِ النسبةِ.

النسبةُ: مقارنةٌ بينَ كميتينِ عدديتينِ (أ ، ب). فهيَ نسبةُ العددِ (أ) إلى العددِ (ب)، (ب ≠ صفرًا).

يُسمّى العددُ أ مُقدَّمَ النسبةِ، ويُسمّى العددُ ب تاليَ النسبةِ، ويُسمّى مُقدَّمُ النسبةِ وتاليها حدَّيِ النسبةِ، وهيَ تُكتَبُ في صورةِ: $\frac{أ}{ب}$، أوْ أ : ب، وتُقرَأُ: أ إلى ب.

النشاطُ ٢

حدِّدْ مُقدَّمَ النسبةِ وتاليَها لكلٍّ منَ النسبِ الآتيةِ:

أ) ٤ : ٥ : مُقدَّمُ النسبةِ هوَ العددُ ٤، وتاليها هوَ العددُ ٥

ب) ٧ إلى ٨: مُقدَّمُ النسبةِ هوَ العددُ .....، وتاليها هوَ العددُ .....

جـ) $\frac{٣}{١٠٠}$: مُقدَّمُ النسبةِ هوَ العددُ .....، وتاليها هوَ العددُ .....

يُمكِنُ كتابةُ النسبةِ في أبسطِ صورةٍ بقسمةِ كلٍّ منْ حدَّيْها على العاملِ (القاسمِ) المشتركِ الأكبرِ لهُما.

النشاطُ ٣

يملكُ عبدُ الرحمنِ بستانًا فيهِ ١٦ شجرةَ ليمونٍ، و٢٤ شجرةَ برتقالٍ. اكتبِ النسبَ الآتيةَ في أبسطِ صورةٍ:

أ) نسبةُ عددِ شجرِ الليمونِ إلى عددِ شجرِ البرتقالِ = $\frac{١٦}{٢٤} = \frac{٢}{٣}$ بقسمةِ الحدَّينِ على ٨

ب) نسبةُ عددِ شجرِ البرتقالِ إلى عددِ شجرِ الليمونِ = ☐ : ☐ = ☐ : ☐

يُطلَقُ على كلٍّ منَ النسبتينِ: $\frac{١٦}{٢٤}$، وَ $\frac{٢}{٣}$ اسمُ النسبةِ المتكافئةِ.

النشاطُ ٤

تقدَّمَ ١٠٠ طالبٍ لاختبارِ الثانويةِ العامةِ في إحدى المدارسِ، ونجحَ منْهُمْ ٦٥ طالبًا. اكتبْ:

أ) نسبةَ الطلبةِ الناجحينَ منَ العددِ الكليِّ للمُتقدِّمينَ = $\frac{\square}{\square}$

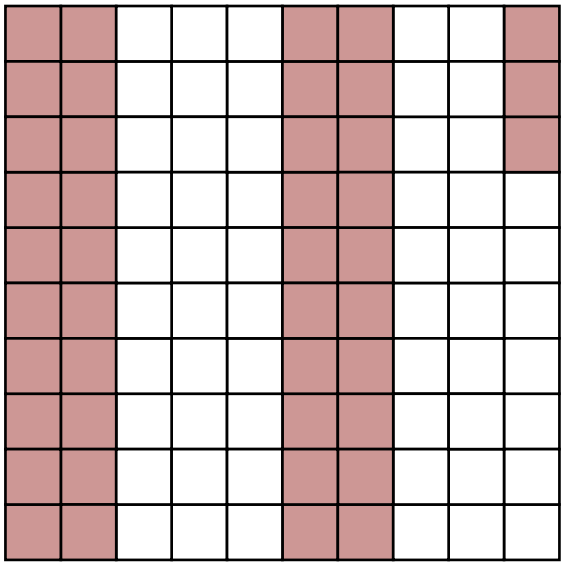
ب) نسبةَ الطلبةِ الذينَ لمْ ينجحوا منَ العددِ الكليِّ للمُتقدِّمينَ = $\frac{\square}{\square}$ ، لماذا؟

يُطلَقُ على كلٍّ منَ النسبتينِ: $\frac{٦٥}{١٠٠}$، وَ $\frac{٣٥}{١٠٠}$ اسمُ النسبةِ المئويةِ، وتُكتَبُ $\frac{٦٥}{١٠٠}$ في صورةِ ٦٥٪

النسبةُ المئويةُ: نسبةٌ تاليها مئةٌ، وتُكتَبُ باستخدامِ الرمزِ ٪

النشاطُ ٥

اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أجبْ عنِ السؤالينِ الآتيينِ:



١) اكتبِ النسبةَ المئويةَ لكلٍّ ممّا يأتي:

أ) نسبةُ الجزءِ المُظلَّلِ = $\frac{٤٣}{١٠٠}$

ب) نسبةُ الجزءِ غيرِ المُظلَّلِ = ...

٢) كمْ عددُ المربعاتِ التي يجبُ تظليلُها لتصبحَ نسبةُ الجزءِ المُظلَّلِ ٧٥٪؟

.....

النشاطُ ٦ حوِّلِ النسبَ الآتيةَ إلى نسبٍ مئويةٍ:

أ) ٣ : ٢٥ = $\frac{٣}{٢٥}$ = $\frac{٣\times٤}{٢٥\times٤}$ = $\frac{١٢}{١٠٠}$ = ١٢٪

ب) $\frac{٢}{٥٠}$ = $\frac{٢\times٢}{٥٠\times٢}$ = $\frac{٤}{١٠٠}$ = ...٪

جـ) $\frac{٧}{١٠}$ = $\frac{٧\times١٠}{١٠\times١٠}$ = ... = ...٪

النشاطُ ٧ حوِّلِ النسبَ الآتيةَ إلى نسبٍ مئويةٍ:

أ) $\frac{٤}{٥}$ = ... = ... = ...

ب) $\frac{١}{٤}$ = ... = ... = ...

جـ) ٠,٨٧ = $\frac{٨٧}{١٠٠}$ = ٨٧٪

د) ٠,٦ = $\frac{٦٠}{١٠٠}$ = ٦٠٪

هـ) ٣,٢٥ = ...

و) $٣\frac{١}{٢}$ = $\frac{١+٣\times٢}{٢}$ = $\frac{٧}{٢}$ = ... = ... = ...٪

النشاطُ ٨

ادَّخرَ عُمرُ مبلغَ (٢٠٠٠) دينارٍ بفائدةٍ مقدارُها ٤٪ سنويًّا. ما جملةُ المبلغِ بعد (٣) سنواتٍ؟

الحلُّ:

الربحُ = رأسَ المالِ (المبلغَ) × نسبةِ الفائدةِ × عددِ السنواتِ

$= ٢٠٠٠ \times \frac{٤}{١٠٠} \times ٣ = ٢٤٠$ دينارًا.

جملةُ المبلغِ = المبلغَ الأصليَّ + الربحِ

= ٢٠٠٠ + ٢٤٠ = ...

النشاطُ ٩

أعلنَ صاحبُ معرضِ سياراتٍ عنْ خصمِ ٤٪ منَ القيمةِ الأصليةِ لأيِّ سيارةٍ. إذا اشترى سالمٌ سيارةً سعرُها قبلَ الخصمِ (٩٠٠٠) دينارٍ، فكمَ دينارًا دفعَ سالمٌ ثمنًا للسيارةِ؟

الحلُّ:

مقدارُ الخصمِ = سعرَ السيارةِ × نسبةِ الخصمِ

$= ٩٠٠٠ \times \frac{٤}{١٠٠} = \frac{\square}{\square} = ٣٦٠$ دينارًا.

سعرُ السيارةِ بعدَ الخصمِ = السعرَ الأصليَّ – مقدارِ الخصمِ

= ٩٠٠٠ – ٣٦٠ = ... دينارًا.

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) إذا كانَ لديْكَ النسبةُ ٣ : ٥، فأجبْ عمّا يأتي:

أ) حدِّدْ مُقدَّمَ هذهِ النسبةِ، وتاليهَا.

ب) اكتبْ نسبةً مكافئةً لها.

جـ) حوِّلْ هذهِ النسبةَ إلى نسبةٍ مئويةٍ.

٢) يدرسُ عُبادةُ $\frac{٢}{٨}$ منَ اليومِ:

أ) كمْ ساعةً يدرسُ عُبادةُ يوميًّا؟

ب) ما النسبةُ المئويةُ لساعاتِ دراستِهِ؟

٣) إذا كانَ عددُ الأطفالِ في شعبةِ رياضِ الأطفالِ (٢٥) طالبًا وطالبةً، وكانَتْ نسبةُ الطالباتِ ٨٠٪، فما عددُ الطلّابِ في هذهِ الشعبةِ؟

٤) حُلَّ المسألَةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

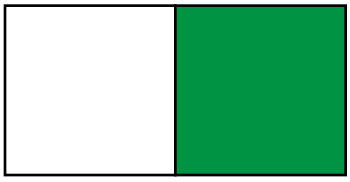
النتاجاتُ:

- تحلُّ التناسبَ.

اشترَتْ سندسُ ٤م منَ القماشِ بمبلغِ ١٢,٨ دينارًا، ثمَّ أرادَتْ شراءَ مترينِ آخرينِ. ما المبلغُ الذي ستدفعُهُ سُندسُ ثمنًا لمتري القماشِ الآخرينِ؟

النشاطُ ١

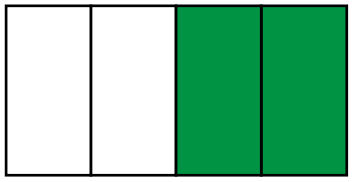
يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ قطعتَيْ ورقٍ مستطيلتَي الشكلِ، ومتطابقتينِ:



أ – قسِّمِ الورقةَ الأولى إلى قسمينِ متساويينِ.

ب– لوِّنْ أحدَ القسمينِ.

جـ– اكتبْ نسبةَ الجزءِ المُلوَّنِ إلى كاملِ القطعةِ = $\frac{\square}{\square}$



د – قسِّمِ الورقةَ الثانيةَ إلى أربعةِ أقسامٍ متساويةٍ.

هـ– لوِّنْ أولَ قسمينِ منَ الأقسامِ الأربعةِ.

و – اكتبْ نسبةَ الجزءِ المُلوَّنِ إلى كاملِ القطعةِ = $\frac{٢}{\square}$

ي– قارِنْ بينَ الجزأينِ المُلوَّنينِ في كلِّ قطعةٍ. هلْ يتطابقانِ؟

لاحِظْ أنَّ $\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$، وأنَّهُ عندما تتساوى نسبتانِ ينشأُ ما يُسمّى التناسبَ، وهوَ يُكتَبُ: ١ : ٢ = ٢ : ٤، ويُسمّى العددانِ ١، ٤ طرفيِ التناسبِ، ويُسمّى العددانِ ٢، ٢ وسطيِ التناسبِ.

وسطا التناسبِ

$$\underbrace{١ : \overbrace{٢ = ٢ : ٤}}$$

طرفا التناسبِ

التناسبُ: تساوي نسبتينِ أوْ أكثرَ.

النشاطُ ٢ املأ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي:

التناسبُ	حاصلُ ضربِ الطرفينِ	حاصلُ ضربِ الوسطينِ
$\frac{٣}{٥} = \frac{٦}{١٠}$	$٣ \times ١٠ = ٣٠$	$٥ \times ٦ = ٣٠$
$\frac{٢}{٦} = \frac{٦}{١٨}$	$٢ \times ١٨ =$	$٦ \times ٦ =$
$\frac{٤}{٣٢} = \frac{٢}{١٦}$		

لاحِظْ أنَّ حاصلَ ضربِ الطرفينِ يساوي حاصلَ ضربِ الوسطينِ.

- لأيِّ تناسبٍ مثلِ: $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$، فإنَّ أ × د = ب × جـ
- لأيِّ عددينِ نسبيينِ، إذا كانَ حاصلُ ضربِ الطرفينِ يساوي حاصلَ ضربِ الوسطينِ، فإنَّ الكسرينِ يُمثِّلانِ تناسبًا.

النشاطُ ٣ أيُّ أزواجِ النسبِ الآتيةِ تُمثِّلُ تناسبًا، مُبيِّنًا السببَ:

أ) $\frac{٥}{٧}$ ، $\frac{١٠}{١٤}$ ؛ $٥ \times ١٤ = ٧ \times ١٠$ أيْ إنَّ النسبتينِ تُمثِّلانِ تناسبًا.

ب) $\frac{٢}{٦}$ ، $\frac{٣}{٨}$ $٢ \times ٨ \neq ٣ \times ٦$ أيْ إنَّ النسبتينِ لا تُمثِّلانِ تناسبًا.

جـ) $\frac{٢٥}{١٠٠}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ....

النشاطُ ٤

حُلَّ التناسبَ الآتيَ: $\frac{٣}{٥} = \frac{س}{٢٠}$ ، ثمَّ تَحقَّقْ منْ صحةِ الحلِّ.

الحلُّ:

$\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{س}{٢٠}$ (كتابةُ التناسبِ)

$٥ \times س = ٣ \times ٢٠$ (الضربُ التبادليُّ)

$٥ س = ٦٠$

$\frac{٥ س}{٥} = \frac{٦٠}{٥}$ (قسمةُ طرفي المعادلةِ على ٥)

$س = ١٢$ (حلُّ التناسبِ هوَ إيجادُ قيمةِ المجهولِ)

التحقُّقُ: $\frac{١٢ \div ٤}{٢٠ \div ٤} = \frac{٣}{٥}$

النشاطُ ٥

حُلَّ التناسبَ الآتيَ: $\frac{١٦}{ص} = \frac{٢}{٣}$ ، ثمَّ تَحقَّقْ منْ صحةِ الحلِّ.

الحلُّ:

$\frac{١٦}{ص}$ ، $\frac{٢}{٣}$

$٢ \times ص = ٣ \times ١٦$

$٢ ص = ٤٨$

.....

ص = ...

التحقُّقُ: .....

مقياسُ الرسمِ

يتعذَّرُ رسمَ مخططٍّ لقطعةِ أرضٍ على ورقةٍ بأبعادِها الحقيقيةِ؛ لذا يُمكِنُ تصغيرُ قطعةِ الأرضِ بنسبةٍ معينةٍ. فمثلًا، إذا كانَتْ قطعةُ الأرضِ مستطيلةَ الشكلِ، وبُعْداها ١٣٠م ، ٨٠م، فإنَّهُ يُمكِنُ تمثيلُها على ورقةٍ بمستطيلٍ بُعْداهُ ١٣سم، ٨سم؛ أيْ إنَّ كلَّ ١٠م تُعادِلُ ١سم. وبتوحيدِ وحداتِ قياسِ الطولِ، فإنَّ كلَّ ١٠٠٠سم على الواقعِ يُعادِلُ ١سم على الورقةِ، بنسبةِ $\frac{١}{١٠٠٠}$ ، وتُسمّى هذهِ النسبةُ مقياسَ الرسمِ.

$$\text{مقياسُ الرسمِ} = \frac{\text{البُعْدَ على الرسمِ}}{\text{البُعْدِ الحقيقيِّ}}$$

يُستعمَلُ مقياسُ الرسمِ لتصغيرِ الأبعادِ الحقيقيةِ أوْ تكبيرِها؛ لتتمكَّنَ منْ رسمِها على الورقةِ.

النشاطُ ٩

إذا كانَتِ المسافةُ بينَ مدينتينِ على خريطةٍ ٤ سم، وكانَ مقياسُ رسمِ الخريطةِ ١ : ٣٠٠٠٠٠، فما البُعْدُ الحقيقيُّ بينَ المدينتينِ؟

الحلُّ:

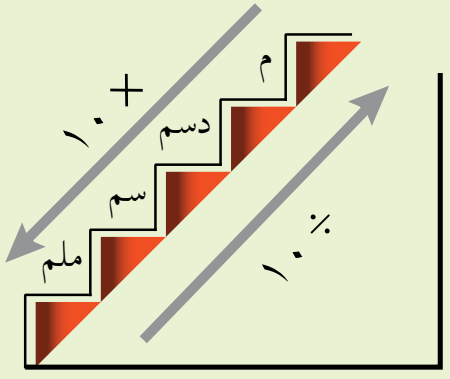
$$\text{مقياسُ الرسمِ} = \frac{\text{البُعْدَ على الرسمِ}}{\text{البُعْدِ الحقيقيِّ}}$$

$$= \frac{١}{٣٠٠٠٠٠} = \frac{٤}{\text{البُعْدِ الحقيقيِّ}}$$

البُعْدُ الحقيقيُّ × ١ = ٤ × ٣٠٠٠٠٠

البُعْدُ الحقيقيُّ = ١٢٠٠٠٠٠سم = ١٢كم.

تذكَّرْ:



- ١كم = ١٠٠٠ م.
- ١م = ١٠٠ سم.

النشاطُ ١٠

إذا كانَ الارتفاعُ الحقيقيُّ لبنايةٍ ١٦م، وكانَ في الرسمِ المُصغَّرِ ٢سم، فما مقياسُ الرسمِ؟

الحلُّ:

$$\text{مقياسُ الرسم} = \frac{\text{البُعْدَ على الرسم}}{\text{البُعْدِ الحقيقيِّ}}$$

$$= \frac{٢}{١٦٠٠} \qquad (١٦م = ١٦٠٠سم)$$

$$= \frac{١}{٨٠٠}$$

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) حُلَّ التناسباتِ الآتيةَ، ثمَّ تحقَّقْ منْ صحةِ الحلِّ:

أ) $\frac{١٢}{٥} = \frac{س}{٤٠}$

ب) $\frac{ص}{٧} = \frac{٤}{١٤}$

جـ) $\frac{ن+١}{١٦} = \frac{٥}{٤}$

٢) رُسِمَتْ خريطةٌ لمنطقةٍ سكنيةٍ بمقياسِ الرسمِ ١ : ٦٠٠٠، وقيسَتِ المسافةُ بينَ مسجدينِ على الخريطةِ، فكانَتْ ٣ سم. ما المسافةُ الحقيقيةُ بينَ المسجدينِ؟

٣) حُلَّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

النتاجاتُ:

- تتعرَّفُ كُلًّا منَ التناسبِ الطرديِّ، والتناسبِ العكسيِّ.
- تحلُّ مسائلَ حياتيةً باستعمالِ التناسبِ الطرديِّ، أوِ التناسبِ العكسيِّ.

يملكُ أحمدُ مصنعًا للألبانِ، يُنتِجُ منْ كلِّ ٣٠ لترًا منَ الحليبِ ٦ كغم منَ الزبدةِ:

أ) كمْ لترَ حليبٍ يَلزمُ المصنعَ لإنتاجِ ١١ كغم منَ الزبدةِ؟

ب) كمْ كيلوغرامًا منَ الزبدةِ يُنتِجُ المصنعُ منْ ٤٥ لترًا منَ الحليبِ؟

تأمَّلِ الجدولَ الآتيَ الذي يُمثِّلُ عددَ الألعابِ التي يُنتِجُها مصنعٌ للألعابِ، علمًا بأنَّ معدلَ إنتاجِ المصنعِ اليوميِّ ثابتٌ:

عددُ الأيامِ (س)	٢	٣	٦	١٢
عددُ الألعابِ (ص)	١٠	١٥	٣٠	٦٠
$\frac{ص}{س}$	٥	٥	.....	.....

لاحِظْ أنَّ عددَ الألعابِ يزدادُ بازديادِ عددِ الأيامِ، وينقصُ بنقصانِها، وأنَّ نسبةَ عددِ الألعابِ إلى عددِ الأيامِ $\frac{ص}{س}$ ثابتةٌ، وتساوي ٥

وهذا يعني أنَّ عددَ الألعابِ يتناسبُ طرديًّا معَ عددِ الأيامِ.

التناسبُ الطرديُّ: إذا كانَتْ نسبةُ ص إلى س تساوي مقدارًا ثابتًا، فإنَّ: ص، س متناسبانِ طرديًّا؛ أيْ إنَّ ص تتناسبُ طرديًّا معَ س، وإنَّ س تتناسبُ طرديًّا مع ص، وهيَ تُكتَبُ في صورةِ: $\frac{ص}{س} = ث$

ويُسمّى ث ثابتَ التناسبِ.

النشاطُ ١

١) إذا كانَ ثمنُ ٤ دفاترَ منْ نوعٍ مُعيَّنٍ ٦٠ قرشًا، فما ثمنُ ١٢ دفترًا من النوعِ نفسِهِ؟

الحلُّ:

لاحِظْ أنَّ ثَمن الدفاترِ يتناسبُ طرديًّا معَ عددِها. وعليهِ، فإنَّ ثابتَ التناسبِ هوَ:

$$\frac{\text{ثمنُ الدفاترِ}}{\text{عددِ الدفاترِ}} = \frac{٦٠ \div ٤}{٤ \div ٤} = \frac{١٥}{١}$$

إذنْ: $\frac{١٥}{١} = \frac{\text{ص}}{١٢}$

ص × ١ = ١٥ × ١٢ باستخدامِ الضربِ التبادليِّ

ص = ١٨٠ قرشًا.

فكِّرْ:

حَلَّ حمزةُ النشاطَ السابقَ بحلِّ التناسبِ $\frac{٦٠}{٤} = \frac{\text{ص}}{١٢}$، وتوصَّلَ إلى النتيجةِ نفسِها.

ما رأيُكَ في حلِّ حمزةَ؟

٢) تقطعُ سيارةٌ مسافةَ ٩٠ كم في ساعةٍ. كمْ كيلومترًا تقطعُ في ٤٠ دقيقةً إذا سارَتْ بالسرعةِ نفسِها؟

الحلُّ:

المسافةُ تتناسبُ طرديًّا معَ الزمنِ:

$\frac{\text{المسافةُ}}{\text{الزمنِ}} = \frac{٩٠}{٦٠}$، لماذا؟

$\frac{٩٠}{٦٠} = \frac{\text{ف}}{٤٠}$

٦٠ × ف = ٤٠ × ٩٠

٦٠ف = ...

ف = ...

تأمَّلِ الجدولَ الآتيَ الذي يُمثِّلُ عددَ العمّالِ وعددَ الساعاتِ اللازمةِ لإنجازِ عملٍ ما، علمًا بأنَّ معدلَ الإنجازِ لكلِّ عاملٍ ثابتٌ:

عددُ العمّالِ (س)	١	٢	٤	٨
عددُ الساعاتِ (ص)	١٦	٨	٤	.....
س × ص	١٦	١٦	١٦	١٦

أ) هلْ تؤدي الزيادةُ في عددِ العمّالِ إلى زيادةٍ في عددِ الساعاتِ؟ .....

ب) هلْ تؤدي الزيادةُ في عددِ الساعاتِ إلى زيادةٍ في عددِ العمّالِ؟ .....

لاحِظْ ما يأتي:

– كلَّما زادَ عددُ العمّالِ (س) قَلَّ عددُ الساعاتِ (ص).

– كلَّما قَلَّ عددُ العمّالِ (س) زادَ عددُ الساعاتِ (ص).

– حاصلُ ضربِ المُتغيِّرينِ س، ص يساوي كميةً ثابتةً، وتساوي ١٦؛ أيْ إنَّ س × ص = ث

∴ عددُ العمّالِ يتناسبُ عكسيًّا معَ عددِ الساعاتِ.

إذا كانَ س ، ص متغيرينِ، وكانَ س × ص = عددًا ثابتًا (ث)، فإنَّ س، ص متناسبانِ عكسيًّا، أوْ س تتناسبُ عكسيًّا معَ ص، وتُكتَبُ س × ص = ث، ويُسمّى ث ثابتَ التناسبِ.

النشاطُ ٢

١) تقطعُ طائرةٌ المسافةَ بينَ مدينتينِ في زمنٍ قدرُهُ ٦ ساعاتٍ. إذا كانَ معدلُ سرعتِها ٥٠٠كم/ساعةٍ، فما الوقتُ الذي ستسغرقُهُ الطائرةُ لقطعِ هذهِ المسافةِ إذا زادَتْ سرعتُها بمعدلِ ١٠٠كم/ساعةٍ؟

الحلُّ:

لاحِظْ أنَّ الوقتَ اللازمَ لقطعِ المسافةِ يقلُّ إذا زادَتِ السرعةُ؛ أيْ إنَّ الزمنَ يتناسبُ عكسيًّا معَ السرعةِ. وعليهِ، فإنَّ السرعةَ × الزمن = ث

إذا رُمِزَ إلى السرعةِ بالرمزِ س، وإلى الزمنِ بالرمزِ ص، فإنَّ س × ص = ث

٥٠٠ × ٦ = ٦٠٠ × ص، لماذا؟

٣٠٠٠ = ٦٠٠ ص، ومنْهُ: ص = $\frac{٣٠٠٠}{٦٠٠}$ ، ومنْهُ: ص = ٥ ساعاتٍ.

٢) يُمكِنُ لسيارةِ إطفاءٍ أنْ ترشَّ ٣٦٠٠ لترٍ منَ الماءِ؛ لإطفاءِ حريقٍ في ١٨ دقيقةً. إذا كانَ إخمادُ الحريقِ يستغرقُ ٣ دقائقَ، فكمْ سيارةَ إطفاءٍ منَ النوعِ نفسِهِ تَلزمُ لإطفاءِ الحريقِ؟

الحلُّ:

لاحِظْ أنَّ عددَ سياراتِ الإطفاءِ يتناسبُ عكسيًّا معَ الزمنِ اللازمِ لإطفاءِ الحريقِ.

عددُ السياراتِ × الزمن = ث

إذا رُمِزَ إلى عددِ السياراتِ بالرمزِ س، وإلى الزمنِ بالرمزِ ص، فإنَّ: س × ص = ث

١ × ١٨ = س × ٣

..... = ٣س، ومنْهُ، فإنَّ س = ... سيارة.

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) باعَ تاجرٌ ٣ درّاجاتٍ هوائيةٍ، وربحَ ٢٥ دينارًا. كمْ دينارًا يربحُ إذا باعَ ١٨ درّاجةً هوائيةً، علمًا بأنَّ الربحَ ثابتٌ لكلِّ درّاجةٍ؟

٢) يتكوَّنُ امتحانُ رياضياتٍ منْ ٢٠ سؤالًا منْ نوعِ الاختيارِ منْ مُتعدِّدٍ. إذا حلَّ يوسفُ ١٢ سؤالًا بصورةٍ صحيحةٍ، وأحرزَ علامةَ ٦٠، وحصلَ إيادٌ على علامةِ ٨٥، فكمْ سؤالًا حَلَّ إيادٌ بصورةٍ صحيحةٍ؟

٣) تملأُ ٤ حنفياتٍ حوضًا منَ الماءِ في زمنٍ مقدارُهُ ١٥ ساعةً. كمْ ساعةً يستغرقُ مِلءُ الحوضِ نفسِهِ باستعمالِ ١٢ حنفيةً؟

٤) املأِ الجدولَ الآتيَ بما هوَ مناسبٌ، علمًا بأنَّ س، ص متناسبانِ عكسيًّا:

س	٢	٤		١٠	٢٠		
ص	٥٠		٢٠			٢	١

٥) قالَتْ شفاءُ: إنَّ عددَ الكيلومتراتِ التي تقطعُها السيارةُ تتناسبُ طرديًّا معَ كميةِ الوقودِ المُستهلَكةِ. هلْ قولُ شفاءَ صحيحٌ؟

٦) حُلَّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

١) مربعانِ طولُ ضلعِ كلٍّ منْهُما على الترتيبِ ٢سم، و٣سم. ما النسبةُ بينَ مساحتيْهِما؟

٢) عددُ طلبةِ الصفِّ الرابعِ الأساسيِّ في إحدى المدارسِ هوَ ٢٠٠ طالبٍ، نجحَ منْهُمْ ٩٨٪ . ما عددُ الطلبةِ غيرِ الناجحينَ؟

٣) حُلَّ التناسبَ الآتيَ، ثمَّ تَحقَّقْ منْ صحةِ الحلِّ:

$$\frac{٣}{٧} = \frac{٢}{س - ١}$$

٤) التقطَ مُصوِّرٌ صورةً لفتاةٍ طولُها ١٦٢سم. إذا كانَ طولُها في الصورةِ ٣ سم، فما مقياسُ الرسمِ لهذهِ الصورةِ؟

٥) تقطعُ سيارةٌ مسافةَ ٣٦٠ كم في ٤ ساعاتٍ. ما المسافةُ التي تقطعُها السيارةُ في ١٠ دقائقَ إذا سارَتْ بمعدلِ السرعةِ نفسِه؟

التقويمُ الذاتيُّ

أرسمُ ☆ ، أوْ ☆☆، أوْ ☆☆☆ بما يناسبُ مستوى إجابتي:

الرقمُ	مؤشِّرُ الأداءِ	مستوى الأداءِ
١	أتعرَّفُ مفهومَ النسبةِ، ومفهومَ النسبةِ المئويةِ.	
٢	أكتبُ نسبًا متكافئةً.	
٣	أحلُّ مسائلَ حياتيةً عنِ النسبةِ، والنسبةِ المئويةِ.	
٤	أحلُّ التناسبَ.	
٥	أُميِّزُ التناسبَ الطرديَّ، والتناسبَ العكسيَّ.	
٦	أحلُّ التناسبَ الطرديَّ.	
٧	أحلُّ التناسبَ العكسيَّ.	
٨	أحلُّ مسائلَ حياتيةً عنِ التناسبِ باستخدامِ مقياسِ الرسمِ.	

الوحدةُ الرابعةُ

الجبرُ

يُتوقَّعُ منكَ عزيزيَ الطالبَ في نهايةِ الوحدةِ أنْ تكونَ قادرًا على:

١) تحديدِ عناصرِ المستوى الإحداثيِّ.

٢) التمييزِ بينَ العلاقةِ والاقترانِ.

٣) تمثيلِ الاقترانِ الخطيِّ بيانيًّا.

٤) تعرُّفِ المتباينةِ الخطيةِ بمتغيرٍ واحدٍ، وحلِّها.

٥) تعرُّفِ أنواعِ الفتراتِ، وتمثيلِها على خطِّ الأعدادِ.

أفادَتْ نشرةُ الأرصادِ الجويةِ بأنَّ عاصفةً ثلجيةً ستُؤثِّرُ في المملكةِ، وأنَّهُ منَ المُتوقَّعِ تساقطُ الثلوجِ على المرتفعاتِ التي يزيدُ ارتفاعُها على ٧٠٠ مترٍ. عبِّرْ عنْ ذلكَ بمتباينةٍ رياضيةٍ.

النتاجاتُ:
- تكتبُ المجموعةَ بذكرِ جميعِ عناصرِها.
- تُميِّزُ المجموعةَ المنتهيةَ منَ المجموعةِ غيرِ المنتهيةِ.
- تُمثِّلُ المجموعةَ بأشكالِ ڤنْ.

مدينةُ البتـرا إحدى عجائبِ الدنيا السبعِ.

وقدْ لُقِّبَتْ بالمدينةِ الورديةِ بسببِ لونِ صخورِها الورديِّ.

مـا الحروفُ العربيـةُ المُكوِّنـةُ لكلمةِ (البترا)؟

ترتبطُ بعضُ الأشياءِ بصفةٍ مشتركةٍ (أوْ أكثرَ) تجمعُها معًا، وتُشكِّلُ وحدةً واحدةً، مثلُ الدولِ العربيةِ التي تقعُ في قارةِ إفريقيا: مصرَ، ليبيا، تونسَ، الجزائرَ، المغربِ، موريتانيا، السودانِ، جيبوتي، الصومالِ، جزرِ القمرِ؛ إذْ تجمعُها صفتانِ، هما: أنَّها دولٌ عربيةٌ، وأنَّها تقعُ في قارةِ إفريقيا. تُكوِّنُ هذهِ العناصرُ معًا ما يُطلَقُ عليْهِ اسمُ **المجموعةِ**، وهيَ تجمعُ عددًا منَ العناصرِ المختلفةِ المشتركةِ في صفةٍ أوْ أكثرَ، وتُسمّى الأشياءُ المُكوِّنةُ للمجموعةِ **عناصرَ المجموعةِ**؛ فالألوانُ الأخضرُ، والأسودُ، والأحمرُ، والأبيضُ هيَ عناصرُ في مجموعةِ ألوانِ العلمِ الأردنيِّ.

تُكتَبُ عناصرُ المجموعةِ داخلَ الرمزِ { }، ويَفْصِلُ بينَ العنصرِ والعنصرِ إشارةُ الفاصلةِ (،)، **ولا يُشترَطُ الترتيبُ بينَ العناصرِ، ويُشترَطُ عدمُ تكرارِ العنصرِ الواحدِ.**

يُمكِنُ تسميةُ المجموعةِ بأحدِ حـروفِ اللغةِ العربيـةِ، مثلِ: ف، ع، ب، ل.

فمجموعةُ أيامِ الأسبوعِ تُكتَبُ في الصورةِ الآتيةِ:

{الجمعةُ، السبتُ، الأحدُ، الإثنينُ، الثلاثاءُ، الأربعاءُ، الخميسُ}

رمزُ المجموعةِ عنصرٌ رمزُ المجموعةِ

النشاطُ ١

١) **مجموعةُ حواسِّ الانسانِ.**

مجموعةُ حواسِّ الإنسانِ هيَ: ح = {السمعُ، البصرُ، الشمُّ، اللمسُ، الذوقُ}، ويُمكِنُ كتابةُ مجموعِة حواسِّ الإنسانِ بترتيبِ العناصرِ بصورةٍ أُخرى، هيَ:

ح= {البصرُ، اللمسُ، السمعُ، الذوقُ، الشمُّ}.

٢) **مجموعةُ أحرفِ كلمةِ (لبنانُ).**

ف= { ل ، ا ، ب، ن}. منَ المُلاحَظِ أنَّ حرفَ النونِ في كلمةِ (لبنانُ) مُكرَّرٌ؛ لذا لا تجوزُ كتابتُهُ مرَّةً أُخرى داخلَ المجموعةِ.

٣) **مجموعةُ أحرفِ كلمةِ (فلافلُ).**

ع = {.... ، ..... ، .....}.

٤) **مجموعةُ أرقامِ العددِ: ٧٠١٧٢**

ب= {٢، ٧، ١، ٠}.

٥) **مجموعةُ الأعدادِ الطبيعيةِ الزوجيةِ**

ز= { ٢ ،٤ ،٦ ،٨ ، ... }.

٦) **مجموعةُ الأعدادِ التي تقبلُ القسمةَ على ٥، وتزيدُ على ٣٠**

ق= { ٣٥، ٤٠، ٤٥، ٥٠، ٥٥، .....}.

٧) **مجموعةُ مضاعفاتِ العددِ ٨ التي تقلُّ عنْ ٤١**

م = {.....}.

تعلَّمْ:

- المجموعـةُ المنتهيةُ: مجموعةٌ ذاتُ عناصرَ مُحـدَّدةٍ، ويُمكِنُ تحديدُ عددِ عناصرِهـا. أمّـا المجموعةُ غيرُ المنتهيـةِ فلا يُمكِنُ تحديدُ عـددِ عناصرِها، ويُعبَّـرُ عنْها بكتابةِ بعضِ عناصرِها، ثمَّ وضعِ ثلاثِ نقـاطٍ (...) داخلَ رمزِ المجموعةِ للدلالةِ على وجودِ عددٍ لانهائيٍّ منَ العناصرِ.

النشاطُ ٢ حدِّدْ أيُّ المجموعاتِ منتهيةٌ، وأيُّها غيرُ منتهيةٍ في النشاطِ (١).

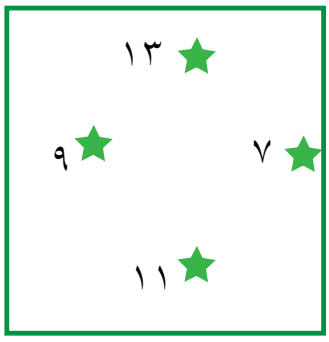
المجموعاتُ في الفروعِ (١)، (٢)، ..... ، ..... ، ..... هيَ مجموعاتٌ منتهيةٌ. فمثلًا، عددُ عناصرِ المجموعةِ (١) يساوي ٥، وعددُ عناصرِ المجموعةِ (٢) يساوي ٤، أمّا المجموعتانِ في الفرعينِ ..... ، ..... فهما مجموعتانِ غيرُ منتهيتينِ.

يُمكِنُ تمثيلُ المجموعةِ بمنحنًى أوْ مُضلَّعٍ مغلقٍ، وتُمثَّلُ عناصرُها بنقاطٍ داخلَهُ، ويُعرَفُ هذا التمثيلُ باسمِ التمثيلِ بأشكالِ ڤنْ.

فمجموعةُ أيامِ الأسبوعِ يُمكِنُ تمثيلُها بأشكالِ ڤنْ كما في الشكلِ المجاورِ.

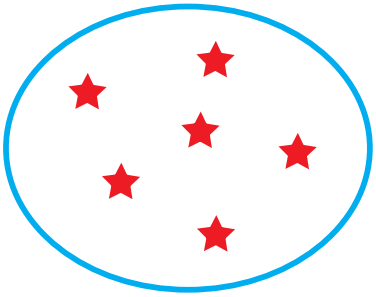
النشاطُ ٣

١) مجموعةُ الأعدادِ الفرديةِ المحصورةِ بينَ العددينِ ٦، ١٤



ز = {.....}

٢) مجموعةُ أحرفِ كلمةِ (السعادةُ).



ك= { ..... }

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) اكتبْ كُلًّا منَ المجموعاتِ الآتيةِ، مُحدِّدًا أيُّها منتهيةٌ، وأيُّها غيرُ منتهيةٍ:

أ) مجموعةُ أحرفِ كلمةِ (الأردنُّ).

ب) مجموعةُ أشهرِ السنةِ الميلاديةِ.

جـ) مجموعةُ أرقامِ منازلِ العددِ: ٢٥٠١٤٨٧

د) مجموعةُ مضاعفاتِ العددِ ٦ التي تزيدُ على ٥٠، وتقلُّ عنْ ١٠٠

٢) مثِّلْ كلًّا منَ المجموعاتِ الآتيةِ بأشكالِ فنْ:

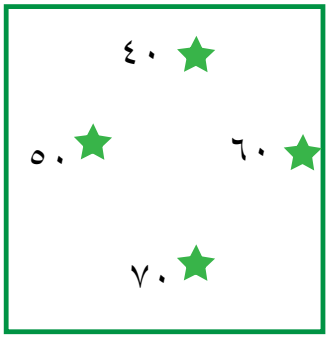
أ) مجموعةُ الأعضاءِ الموجودةِ في وجهِ الإنسانِ.

ب) مجموعةُ أحرفِ كلمةِ (باذنجانٌ).

جـ) ع = {٣ ، ٥ ، ٩ ، ١١}.

د) مجموعةُ قواسمِ العددِ ٦٠

٣) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، اكتبْ عناصرَ المجموعةِ ل، ثمَّ تَحدَّثْ عنِ الصفةِ المشتركةِ التي ربطَتْ عناصرَها بعضَها ببعضٍ.

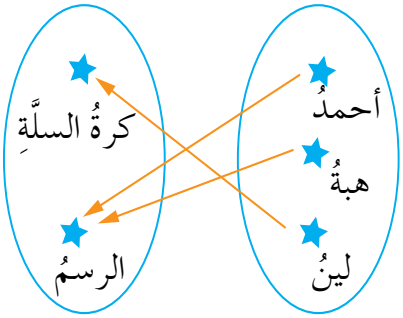


٤) قالَ عُمرُ إنَّ المجموعةَ ف= {١ ، ٣ ، ٥ ، ٩} هيَ مجموعةُ الأعدادِ الفرديةِ التي تقلُّ عنْ ١٠، ما رأيُكَ في ذلكَ، مُبرِّرًا إجابتَكَ؟

٥) اكتبْ مجموعةَ أسماءِ أفرادِ عائلتِكَ، ثمَّ مثِّلْها بأشكالِ فنْ.

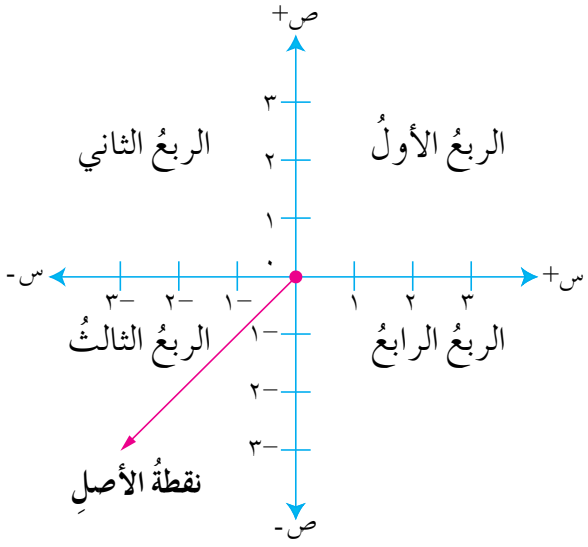
٦) اكتبْ اسمَ إنسانٍ، أوْ حيوانٍ، أوْ هوايةٍ تُفضِّلُها، ثمَّ اكتبْ مجموعةَ الحروفِ التي تُكوِّنُها.

النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ المستوى الإحداثيَّ، وعناصرَهُ.
- تتعرَّفُ مفهومَ العلاقةِ.
- تُمثِّلُ العلاقةَ بطرائقَ مختلفةٍ (المخططُ السهميُّ، المستوى الإحداثيُّ).



- اكتبْ عناصرَ المجموعةِ م.
- اكتبْ عناصرَ المجموعةِ ل.
- مـا العلاقةُ التي تربطُ عناصرَ المجموعـــــةِ م بعناصـرِ المجموعةِ ل؟
- اقترحْ طرائقَ لكتابةِ عناصرِ هذهِ العلاقةِ.

يحيطُ بكَ العديدُ منَ السطوحِ المستويةِ، مثلِ: سطحِ السبورةِ، وسطحِ الطاولةِ، والجدارِ، وسطحِ النافذةِ، ويُسمّى كلٌّ منْ هذهِ السطوحِ المستوى؛ فالمستوى سطحٌ منبسطٌ ذو بُعْدينِ، وهوَ يخلو منَ الحافاتِ، ويمتدُّ بلا حدودٍ منْ جميعِ أطرافِهِ.



أمّا المستوى الناتجُ منْ تقاطعِ خطيٍّ، أعدادُ أحدهما أفقيٌّ والآخرُ رأسيٌّ عندَ نقطةِ الصفرِ في كليْهِما، فيُسمّى المستوى الإحداثيَّ (البيانيَّ)، ويُسمّى خطُّ الأعدادِ الأفقيُّ محورَ السيناتِ، ويُرمَزُ إليْهِ بالرمزِ (س)، ويُسمّى خطُّ الأعدادِ الرأسيُّ محورَ الصاداتِ، ويُرمَزُ إليْهِ بالرمزِ (ص)، وتُسمّى نقطةُ تقاطعِهما نقطةَ الأصلِ كما في الشكلِ المجاورِ. والمُلاحَظُ أنَّ المحورينِ قسَّما المستوى أربعةَ أجزاءٍ، وأنَّ كلًّا منْها يُسمّى ربعًا.

كلُّ نقطةٍ في المستوى يُعبَّرُ عنْها بالصيغةِ (س، ص)، وتُسمّى **زوجًا مُرتَّبًا**، حيثُ س هيَ **الإحداثيُّ السينيُّ** للنقطةِ (س، ص) الذي يُعبِّرُ عنْ بُعْدِ تلكَ النقطةِ عنْ محورِ الصاداتِ، وحيثُ ص هيَ **الإحداثيُّ الصاديُّ** للنقطةِ (س، ص) الذي يُعبِّرُ عنْ بُعْدِ تلكَ النقطةِ عنْ محورِ السيناتِ.

فالنقطةُ ع (٢، ٣) تبعدُ عنْ محورِ الصاداتِ بمقدارِ وحدتينِ، وتبعدُ عنْ محورِ السيناتِ بمقدارِ ثلاثِ وحداتٍ.

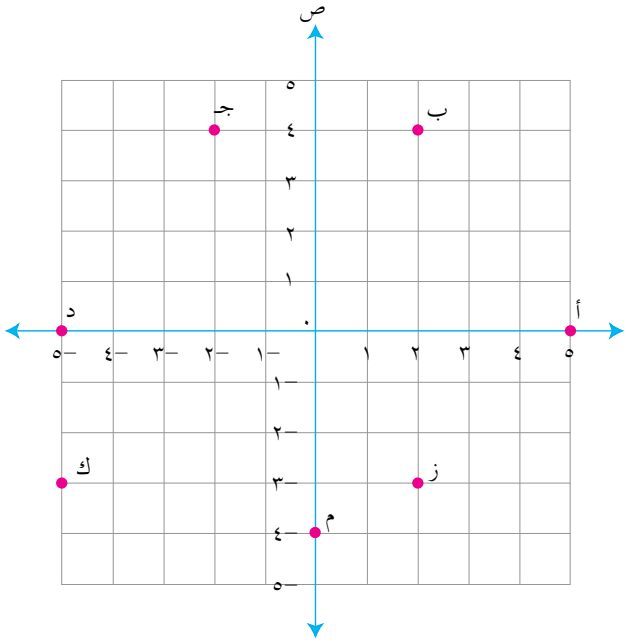
تعلَّمْ:

- إذا وقعَتِ النقطةُ على محورِ السيناتِ، فإنَّ إحداثيَّها الصاديَّ يكونُ صفرًا.
- إذا وقعَتِ النقطةُ على محورِ الصاداتِ، فإنَّ إحداثيَّها السينيَّ يكونُ صفرًا.

النشاطُ ١

اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، حدِّدْ إحداثيِ النقاطِ ب، جـ، أ، د، ك، م، ز:

١) لتحديدِ الإحداثيينِ السينيِّ ثمَّ الصاديِّ للنقطةِ ب، ننزلُ عمودًا منْ هذهِ النقطةِ على محورِ السيناتِ، فيقطعُهُ عندَ العددِ ٢؛ فيكونُ (س=٢)، ثمَّ ننزلُ عمودًا منَ النقطةِ ب على محورِ الصاداتِ، فيقطعُهُ عندَ العددِ ٤، فيكونُ (ص=٤). وعليْهِ، يكونُ إحداثيا النقطةِ ب هما ب (٢، ٤).



٢) لتحديدِ الإحداثيينِ السينيِّ ثمَّ الصاديِّ للنقطةِ جـ، ننزلُ عمودًا منْ هذهِ النقطةِ على محورِ السيناتِ، فيقطعُهُ عندَ العددِ −٢، فيكونُ (س= −٢)، ثمَّ ننزلُ عمودًا منَ النقطةِ جـ على محورِ الصاداتِ، فيقطعُهُ عندَ العددِ ٤، فيكونُ (ص=٤). وعليْهِ، يكونُ إحداثيا النقطةِ جـ هما جـ (−٢، ٤).

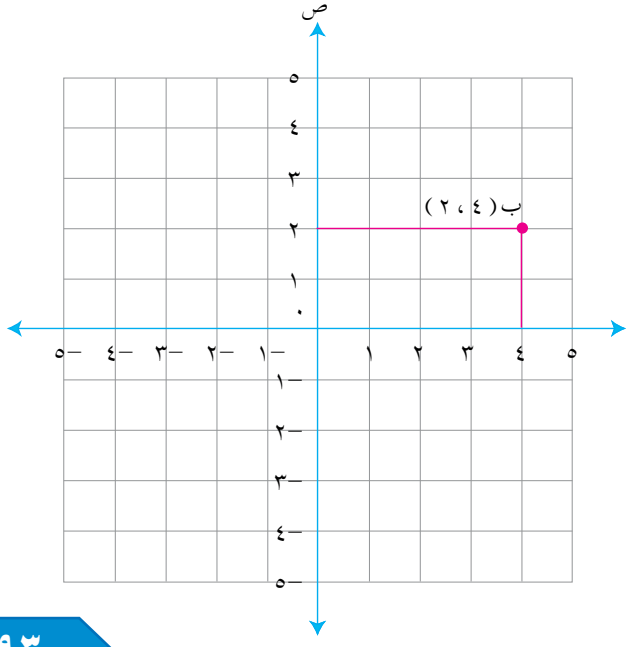
٣) بما أنَّ النقطةَ أ تقعُ على محورِ السيناتِ عندَ العددِ ٥، فإنَّ (س=٥)، و (ص=٠). وعليْهِ، يكونُ إحداثيا النقطةِ أ هما أ (٥، ٠).

٤) بما أنَّ النقطةَ د تقعُ على محورِ السيناتِ عندَ العددِ .....، فإنَّ (س=.....)، و(ص=.....). وعليْهِ، يكونُ إحداثيا النقطة د هما د (−٥، ٠).

باتباعِ الخطواتِ السابقةِ، فإنَّ إحداثيي النقطةِ ك هما ك (.....، .....)، وإحداثيي النقطةِ م هما م (.....، .....). أمّا النقطةُ ز فإحداثياها هما ز (.....، .....).

يَتبيَّنُ ممّا سبقَ أنَّ النقطةَ ب تقعُ في الربعِ الأولِ منَ المستوى الإحداثيِّ، وأنَّ النقطةَ جـ تقعُ في الربعِ الثاني منْهُ، وأنَّ النقطتينِ ك، ز تقعانِ في الربعينِ الثالثِ والرابعِ منْهُ على التوالي. أمّا النقطتانِ أ، د فتقعانِ على محورِ السيناتِ، في حينَ تقعُ النقطةُ م على محورِ الصاداتِ.

النشاطُ ٢ عيِّنِ النقطةَ (٤، ٢) على المستوى الإحداثيِّ.



لتعيينِ النقطةِ ب (٤، ٢) على المستوى الإحداثيِّ، يجبُ اتباعُ الخطوتينِ الآتيتينِ:

الخطوةُ ١: تحديدُ قيمِ س ، ص منَ النقطةِ، فتكونُ: س=٤ ، ص=٢

الخطوةُ ٢: البدءُ بنقطةِ الأصلِ، ثمَّ الاتجاهُ يمينًا على محورِ السيناتِ ٤ وحداتٍ، ثمَّ إلى الأعلى وحدتينِ.

العلاقةُ: مجموعةٌ منَ الأزواجِ المُرتَّبةِ التي ترتبطُ معًا. يُطلَقُ على مجموعةِ الإحداثياتِ السينيةِ للأزواجِ المُرتَّبةِ اسمُ مجالِ العلاقةِ، وتُسمّى مجموعةُ الإحداثياتِ الصاديةِ مدى العلاقةِ.

فالعلاقةُ التي تُمثِّلُ مجموعةَ الأزواجِ المُرتَّبةِ ع= { (١، ٤) ، (٢، ٥) ، (٠، ٣)، (−٢، ١)} مجالُها س= {١، ٢، ٠ ، −٢}، ومداها ص= {٤، ٥، ٣، ١}، وقاعدةُ العلاقةِ هيَ ص= س+٣، ويكونُ العددُ ٤ صورةً للعددِ ١ في العلاقةِ ع، والعددُ ٥ صورةً للعددِ ٢

النشاطُ ٣

إذا كانَتْ ع = {(١،٢)، (٢،٤)، (٣،٦)، (٤،٨)}، فجِدْ كُلًّا ممّا يأتي:

١) صورةُ كلٍّ منَ العناصرِ: ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ في العلاقةِ ع.

صورةُ العنصرِ ٢ هيَ ١؛ لأنَّ ٢ ارتبطَتْ معَ ١ في العلاقةِ ع عنْ طريقِ الزوجِ المُرتَّبِ (١،٢).

وكذلكَ صورةُ العنصرِ ٤ هيَ .....

وصورةُ العنصرِ ٦ هيَ ٣

وصورةُ العنصرِ ..... هيَ .....

٢) العناصرُ التي صورةُ كلٍّ منْها ١ ، ٤ في العلاقةِ ع.

العنصرُ الذي صورتُهُ ١ هوَ ٢؛ لأنَّ العددَ ٢ ارتبطَ معَ العددِ ١ في العلاقةِ ع عنْ طريقِ الزوجِ المُرتَّبِ (١،٢).

أمّا العنصرُ الذي صورتُهُ ٤ فهوَ العددُ ٨ ؛ لأنَّ .....

٣) مجالُ العلاقةِ ع ومداها.

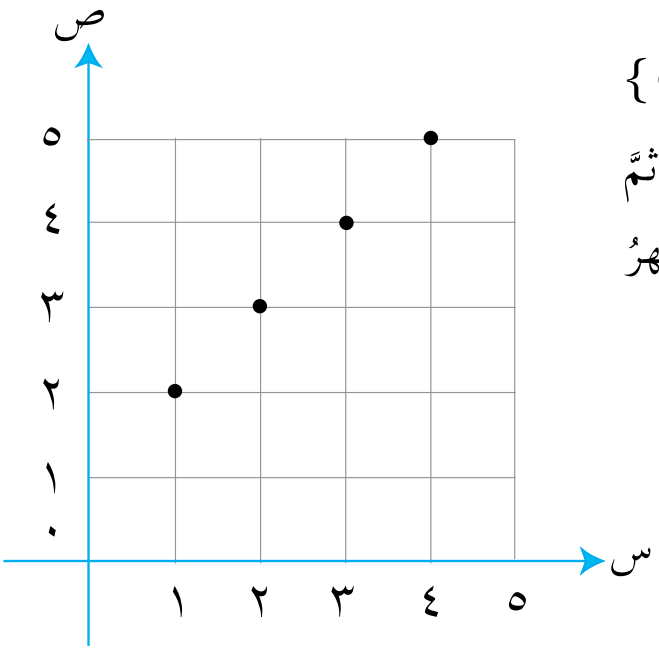
مجالُ ع= {٢، ٤، ٦، ٨} ، والمدى= {..... }.

يُمكِنُ تمثيلُ العلاقاتِ بطرائقَ مختلفةٍ؛ إذْ تُمثَّلُ على المستوى الإحداثيِّ بوصفِها مجموعةً منَ الأزواجِ المُرتَّبةِ.

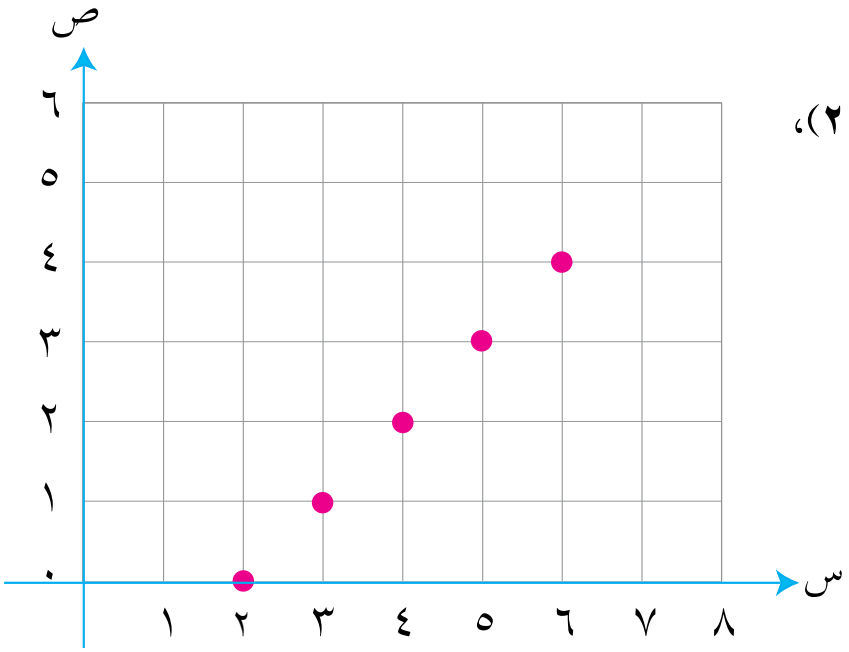
النشاطُ ٤ مثِّلْ كلًّا منَ العلاقاتِ الآتيةِ على المستوى الإحداثيِّ.

١) ع = {(١، ٢)، (٢، ٣)، (٣، ٤)، (٤، ٥)}

تعيينُ الزوجِ المُرتَّبِ (١، ٢) أولًا، ثمَّ (٢، ٣)، وهكذا على التوالي، فيظهرُ الشكلُ المجاورُ.



٢) ك = {(٢، ٠)، (١، ٣)، (٢، ٤)، (٣، ٥)، (٤، ٦)}.



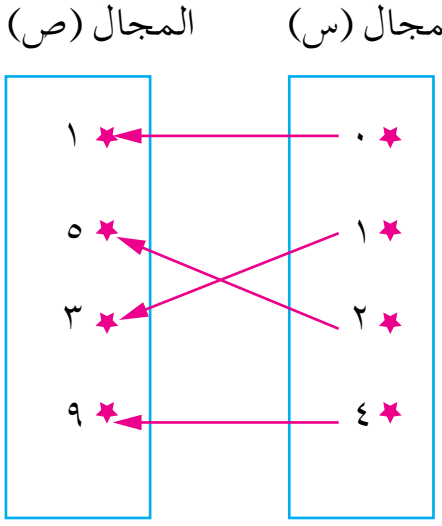
يُمكِنُ أيضًا تمثيلُ العلاقةِ بالمخططِ السهميِّ.

النشاطُ ٥ مثِّلِ العلاقتينِ الآتيتينِ بالمخططاتِ السهميةِ.

١) ع = {(٠، ١) ، (٤، ٩) ، (٢، ٥) ، (١، ٣)}.

تمثيلُ العلاقةِ ع بالمخططِ السهميِّ كالآتي:

وضعُ عناصرِ المجالِ س في العمودِ الأولِ، ثمَّ وضعُ عناصرِ المدى ص في العمودِ الثاني، ثمَّ وصلُ كلِّ عنصرٍ في المجالِ بصورتِهِ في المدى كما في الشكلِ المجاورِ.



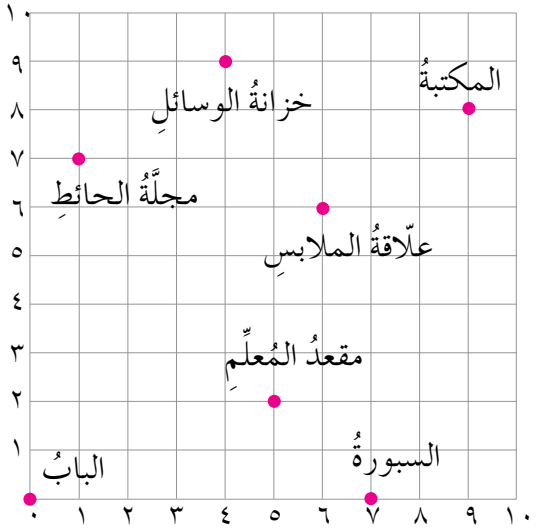
٢) ع = {(−٢، ١) ، (١، ٠) ، (٢، ٥) ، (٣، −٣)}.

المجالُ (س) المجالُ (ص)

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، حدِّدِ الزوجَ المُرتَّبَ الذي يُمثِّلُ موقعَ كلٍّ ممّا يأتي:

المكتبةُ، علّاقةُ الملابسِ، مجلَّةُ الحائطِ، خزانةُ الوسائلِ، مقعدُ المُعلِّمِ، السبورةُ.



٢) منْ دونِ تعيينِ النقاطِ على المستوى الإحداثيِّ، حدِّدْ في أيِّ ربعٍ أوْ على أيِّ محورٍ تقعُ كلُّ نقطةٍ ممّا يأتي:

أ (−٣، ٩)، ب (٠، ٨)، جـ (١، −٣)، د (٠، ٥).

٣) ارسمِ المستوى الإحداثيَّ، ثمَّ عيِّنْ عليْهِ النقاطَ الآتيةَ:

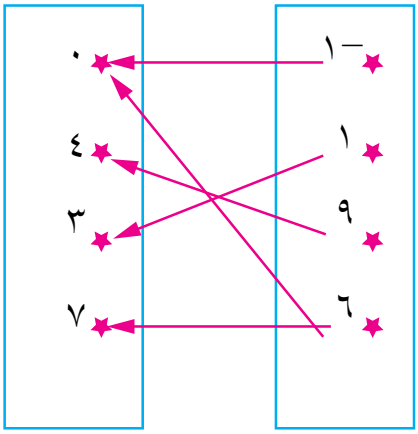
أ (−٦، −٤)، و (٠، ٠)، ب (٦، ٣)، د (٠، ٣)، ك (−٧، −٩).

٤) جِدِ المجالَ والمدى للعلاقةِ ع = {(١، ٨)، (−٣، ٥)، (٠، ٢)، (١، ٢)، (٧، −٤)}، ثمَّ مثِّلْها باستعمالِ المخططِ السهميِّ.

٥) مثِّلِ العلاقةَ ك = {(١، −١)، (٢، −٢)، (٣، −٣)، (−٢، ٢)، (−٤، ٤)} على المستوى الإحداثيِّ.

٦) اكتبْ مجموعةَ الأزواجِ التي تُمثِّلُها العلاقةُ ل في المخططِ السهميِّ المجاورِ.

العلاقةُ ل

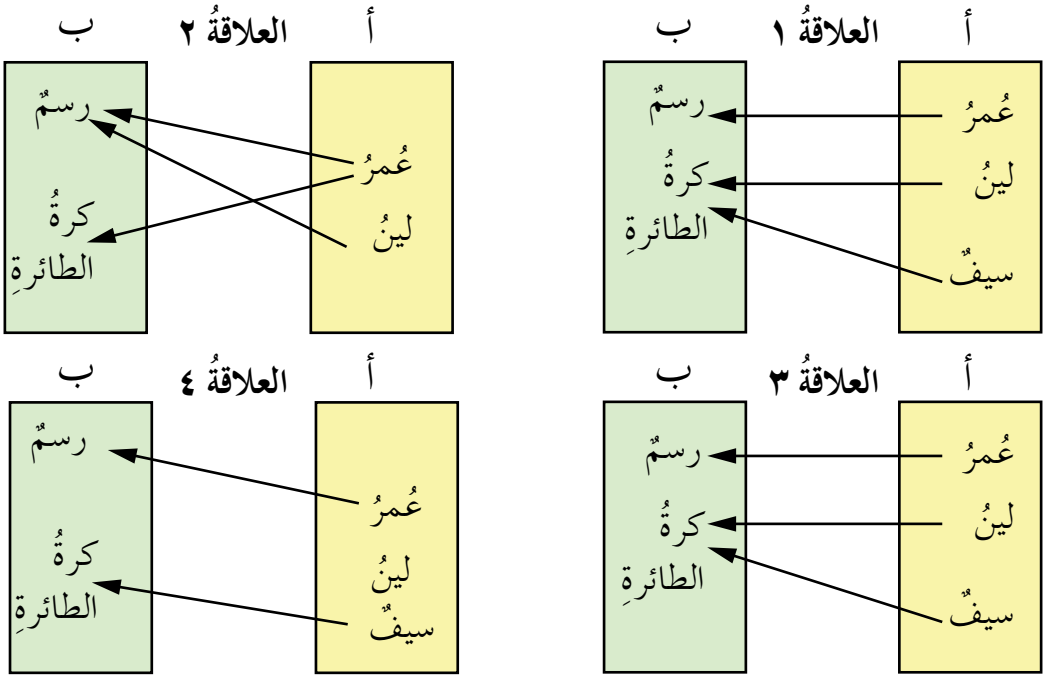


النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ مفهومَ الاقترانِ.
- تُميِّزُ الاقترانَ منَ العلاقةِ.

ادَّخـرَتْ أريجُ في حصّالتِها سبعـةَ دنانيرَ، ثمَّ قرَّرتِ ادِّخارَ دينارينِ أسبوعيًّا:

- ما المبلغُ الذي ادَّخرَتْهُ في حصّالتِها نهايةَ الأسبوعِ الأولِ؟
- ما المبلغُ الذي ادَّخرَتْهُ نهايةَ كلٍّ منَ الأسبوعِ الثالثِ، والأسبوعِ الرابعِ؟
- بعدَ كمْ أسبوعًا منَ الادِّخارِ تستطيعُ شراءَ درّاجةٍ هوائيةٍ سعرُها عشرونَ دينارًا؟

النشاطُ ١ تأمَّلِ الأشكالَ الآتيةَ، ثمَّ أجبْ عنِ الأسئلةِ التي تليها:



١) اكتبْ مجموعةَ العناصرِ أ في العلاقةِ (١).

٢) اكتبْ مجموعةَ العناصرِ ب في العلاقةِ (١).

٣) اكتبْ مجموعةَ الأزواجِ المُرتَّبةِ التي تُحقِّقُ العلاقةَ (١).

٤) كرِّرِ الخطواتِ السابقةَ لكلٍّ منَ العلاقاتِ: (٢)، وَ(٣)، وَ(٤).

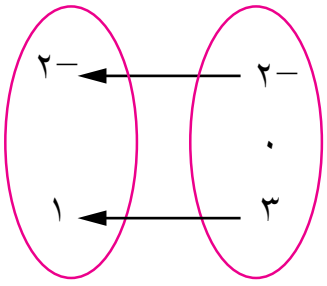
يُلاحَظُ منَ النشاطِ السابقِ في العلاقاتِ: (١)، وَ(٣) أنَّ كلَّ عنصرٍ في المجالِ ارتبطَ بصورةٍ واحدةٍ فقطْ في المدى. أمّا في العلاقةِ (٢)، فإنَّ للعنصرِ(عُمرُ) في المجالِ صورتينِ في المدى، وأمّا في العلاقةِ (٤) فلا يوجدُ للعنصرِ (لينُ) صورةٌ. تُسمّى كلٌّ منَ العلاقاتِ: (١)، وَ(٣) **اقترانًا**.

تعلَّمْ:

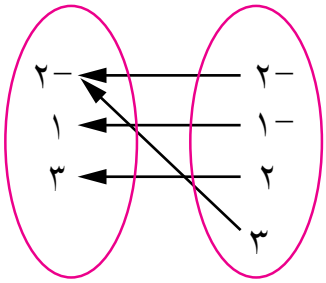
- الاقترانُ: علاقةٌ يرتبطُ فيها كلُّ عنصرٍ في المجالِ بصورةٍ واحدةٍ فقطْ في المدى.

النشاطُ ٢ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تُمثِّلُ اقترانًا؟ فسِّرْ إجابتَكَ.

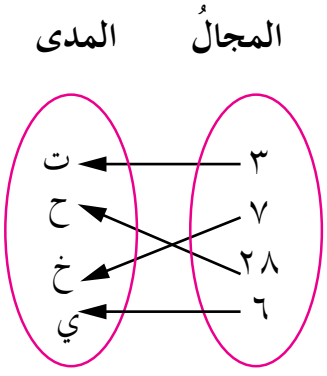
أ)



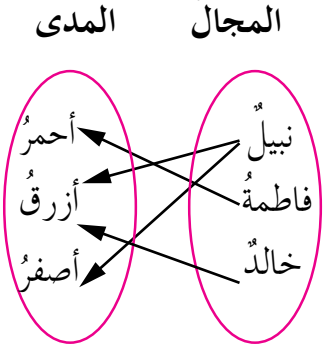
ب)



جـ)



د)



تُمثِّلُ العلاقتانِ في الفرعينِ: (ب)، وَ(جـ) اقترانًا؛ لأنَّ كلَّ عنصرٍ في المجالِ ارتبطَ بعنصرٍ واحدٍ فقطْ في المدى.

أمّا العلاقةُ في الفرعِ (أ) فلا تُمثِّلُ اقترانًا؛ لأنَّ العنصرَ ٠ في المجالِ لمْ يرتبطْ بأيِّ عنصرٍ في المدى (ليسَ لهُ صورةٌ).

وكذلكَ العلاقةُ في الفرعِ (د)؛ لا تُمثِّلُ اقترانًا؛ لأنَّ العنصرَ ..... في المجالِ ارتبطَ بعنصرينِ في ..... (لهُ صورتانِ).

يُمكِنُ تحديدُ العلاقةِ التي كُتِبَتْ في صورةِ أزواجٍ مُرتَّبةٍ عنْ طريقِ ملاحظةِ ارتباطِ كلِّ عنصرٍ في المجالِ (س) بصورةٍ واحدةٍ فقطْ في المدى (ص).

النشاطُ ٣ حدِّدْ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تُمثِّلُ اقترانًا، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

١) ف = {(١ ، −٣) ، (٠ ، −٣) ، (−٤ ، −٣) ، (−٣ ، −٣)}.

العلاقةُ ف تُمثِّلُ اقترانًا؛ لأنَّ لكلِّ عنصرٍ في المجالِ صورةً واحدةً فقطْ في المدى.

٢) ل = {(−٤ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٥ ، ٢٥)}

بما أنَّ (٥ ، ٣)، (٥ ، ٢٥)، فإنَّ العلاقةَ ل لا تُمثِّلُ اقترانًا؛ لأنَّ العنصرَ ٥ في المجالِ ارتبطَ بصورتينِ في المدى، هما: ٣، ٢٥

٣) ك = {(−٢ ، −٢) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (١٠ ، ١٠)}

العلاقةُ ك تُمثِّلُ اقترانًا؛ لأنَّ .....

٤) ع = {(−١، ١)، (٠، ٠)، (٢، ٢)، (−١، −١)}

العلاقةُ ع .....؛ لأنَّ .....

لأيّ اقترانٍ مثلِ ق = { (١، ٢)، (٤، ٥)، (٠، ١)، (−٤، −٣)}، يُسمّى العددُ ٢ صورةَ العنصرِ ١ تحتَ تأثيرِ الاقترانِ، وتُكتَبُ بالصيغةِ ق(١)= ٢. وبوجهٍ عامٍّ، فإنَّ ق(س) تعني صورةَ العنصرِ س تحتَ تأثيرِ الاقترانِ ق، وإنَّ ق(س)= س+١، وتُسمّى هذهِ القاعدةُ قاعدةَ الاقترانِ ق.

النشاطُ ٤

١) **جِدْ صورةَ س = ٢ في الاقترانِ: ع(س) = ٣ س − ١**

ع (٢) = ٣ (٢) − ١

= ٦ − ١

= .....

٢) **جِدْ صورةَ س = −٥ في الاقترانِ: ل(س)= س+٩**

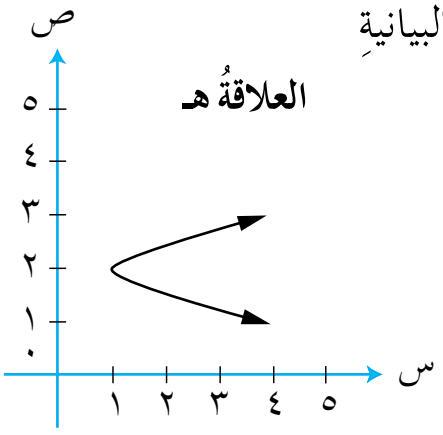
ل(−٥) = ...

= .....

يُمكِنُ تحديدُ الاقترانِ عنْ طريقِ تمثيلِهِ البيانيِّ كما في النشاطِ الآتي.

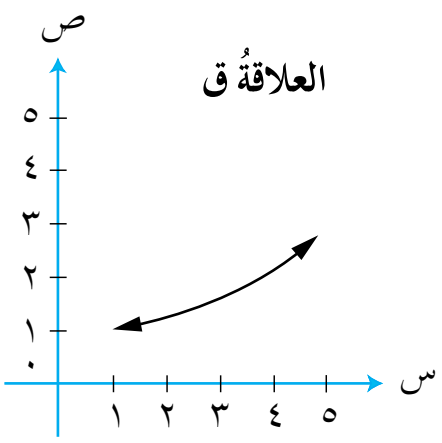
النشاطُ ٥

حدِّدْ أيَّ العلاقاتِ تُشكِّلُ اقترانًا في كلٍّ منَ التمثيلاتِ البيانيةِ الآتيةِ:



١) يوجدُ عنصرٌ في مجالِ العلاقةِ هـ لهُ أكثرُ منْ صورةٍ، مثلُ: العددِ ٢، والعددِ٣ ، والعددِ ٢,٥؛ لذا، فإنَّ العلاقةَ هـ لا تُشكِّلُ اقترانًا.

٢) العلاقــةُ ق تُمثِّــلُ اقترانًــا؛ لأنَّ كلَّ عنصــرٍ في المجالِ (س) لــهُ ..... في المدى (ص).

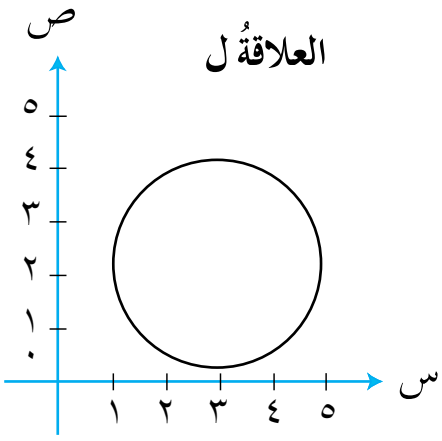


٣) العلاقةُ ل .....؛ لأنَّ .....

.....

.....

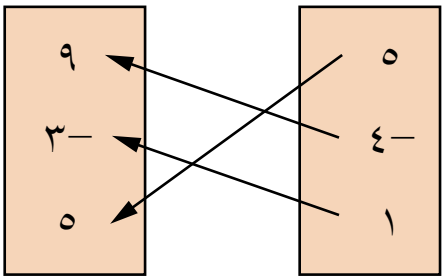
.....



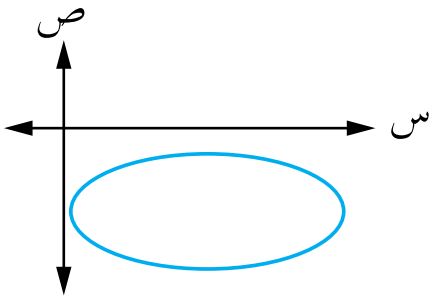
اختبرْ تعلُّمَكَ

١) حدِّدْ أيَّ العلاقاتِ الآتيةِ تُمثِّلُ اقترانًا، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

أ)



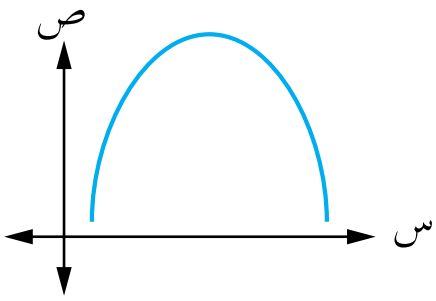
ب)



جـ)

س	−٧	٠	١,٤٥
ص	٢	٢	٢

د)



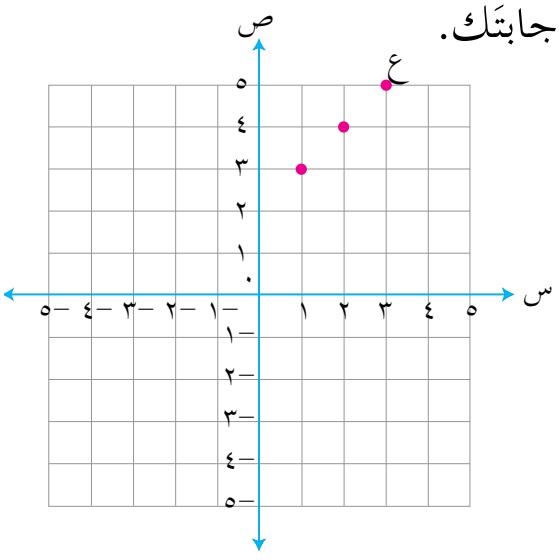
٢) اكتبْ مدى كلٍّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ إذا كانَ المجالُ {١ ، −١ ، ٢}:

أ) ق(س) = س^{٣} ب) هـ(س) = ١ − س جـ) ل(س)= ٥

٣) اخترْ قيمةً للزوجِ المُرتَّبِ (س، ص) تجعلُ العلاقةَ ع = {(٩، ٣)، (٤، ٢)، (١، ١)، (س، ص)} لا تُمثِّلُ اقترانًا، مُبرِّرًا إجابتَكَ.

٤) اخترْ زوجًا مُرتَّبًا وسَمِّهِ أ، ثمَّ ضعْهُ على الرسمِ المجاورِ بحيثُ يجعلُ العلاقةَ ع تُمثِّلُ اقترانًا.

ثمَّ اخترْ زوجًا آخرَ، وسَمِّهِ ب بحيثُ يجعلُ العلاقةَ لا تُمثِّلُ اقترانًا.

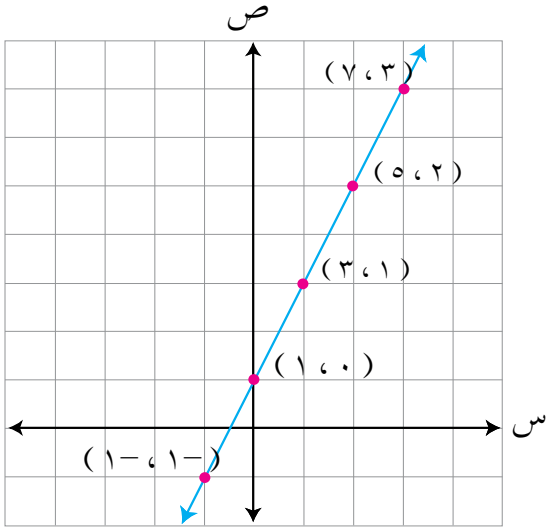


النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ الاقترانَ الخطيَّ.
- تُمثِّلُ الاقترانَ الخطيَّ بيانيًّا.

كفلَ أسعدُ ابنَ جيرانِهِ اليتيمَ، وكانَتْ قيمةُ كفالتِهِ ٢٥ دينارًا شهريًّا:

- جِدْ مجموعَ المبلغِ الذي دفعَهُ أسعدُ بعدَ شهرٍ واحدٍ، وشهرينِ، وخمسةِ شهورٍ.
- اكتبِ العلاقةَ التي تربطُ بينَ الشهرِ ومجموعِ المبلغِ الذي دفعَهُ كفالةً لليتيمِ، ثمَّ مثِّلْها بيانيًّا.
- هلْ تُمثِّلُ العلاقةُ اقترانًا؟
- صِفْ شكلَ التمثيلِ البيانيِّ للعلاقةِ، مُقترِحًا اسمًا لها.

عندَ تمثيلِ الاقترانِ بيانيًّا، فقدْ يكونُ التمثيلُ على شكلِ خطٍّ مستقيمٍ، ويُسمّى الاقترانُ **اقترانًا خطيًّا**. فمثلًا، عندَ تمثيلِ الاقترانِ ق(س)=٢س+١، يكونُ التمثيلُ كما في الشكلِ المجاورِ، فما الاقترانُ الخطيُّ؟



تعلَّمْ:

- الاقترانُ الخطيُّ: اقترانٌ صورتُهُ العامةُ ق(س) = أ س + ب، حيثُ أ، ب ∈ ح، ويُسمّى (أ) معاملَ س، وَ(ب) الحدَّ المُطلَقَ أوِ الثابتَ.

إذا لمْ يُعطَ مجالُ الاقترانِ، وأُعطِيَتْ قاعدتُهُ كانَ مجالُهُ مجموعةَ الأعدادِ الحقيقيةِ ح.

النشاطُ ١ حدِّدِ الاقترانَ الخطيَّ في كلٍّ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

١) ك(س) = ٢س − ٤

الاقترانُ ك هوَ اقترانٌ خطيٌّ، لأنَّهُ جاءَ على الصورةِ العامةِ للاقترانِ الخطيِّ، وفيهِ
أ (معاملُ س)=٢، ب (الحدُّ الثابتُ)= − ٤

٢) م(س) = س^{٢} + ٣

الاقترانُ م ليسَ اقترانًا خطيًّا؛ لوجودِ س^{٢}

٣) ع(س) = س^{٤}

الاقترانُ ع ليسَ اقترانًا خطيًّا؛ لأنَّ .....

٤) هـ(س) = ١٩ − س

الاقترانُ هـ .....، وفيهِ

أ (معاملُ س)= − ١، ب (الحدُّ الثابتُ)= ١٩

٥) ل(س)= ٤س

الاقترانُ ل .....، وفيهِ

أ (معاملُ س)=٤، ب (الحدُّ الثابتُ)= صفرًا.

٦) ي(س) = ٣

الاقترانُ ي .....، وفيهِ

أ (معاملُ س) = صفرًا ، ب (الحدُّ الثابتُ) = ٣

يُمكِنُ تمثيلُ الاقترانِ الخطيِّ إذا عُلِمَتْ قاعدتُهُ فقطْ.

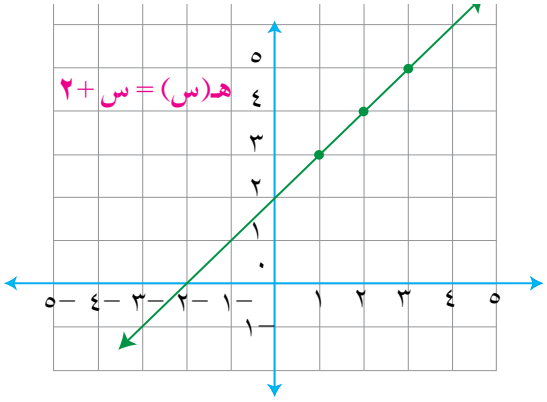
النشاطُ ٢ مثِّلْ كلًّا منَ الاقتراناتِ الآتيةِ بيانيًّا:

١) هـ (س) = س + ٢

الخطوةُ ١: إنشاءُ جدولٍ، ثمَّ اختيارُ ثلاثِ قيمٍ للمتغيرِ س، ثمَّ إيجادُ صورةِ كلِّ قيمةٍ مختارةٍ في قاعدةِ الاقترانِ هـ.

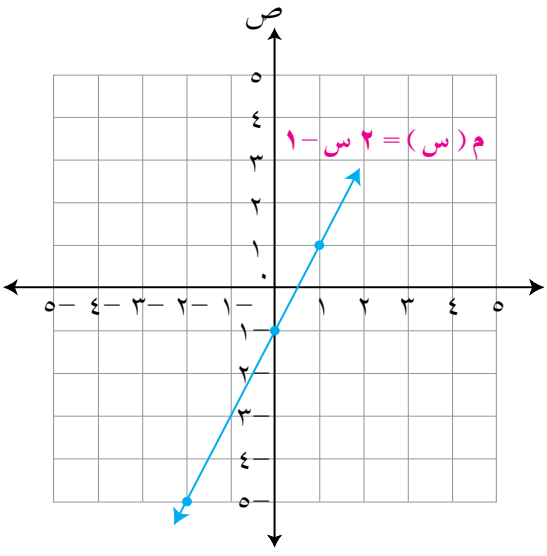
س	ص = هـ (س) = س + ٢	(س، ص)
١	ص = ١ + ٢ = ٣	(١، ٢)
٢	ص = ٢ + ٢ = ٤	(٢، ٤)
٣	ص = ٣ + ٢ = ٥	(٣، ٥)

الخطوةُ ٢: تعيينُ الأزواجِ المُرتَّبةِ الناتجةِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ وصلُ النقاطِ الناتجةِ بخطٍّ مستقيمٍ، كما في الشكلِ المجاورِ.



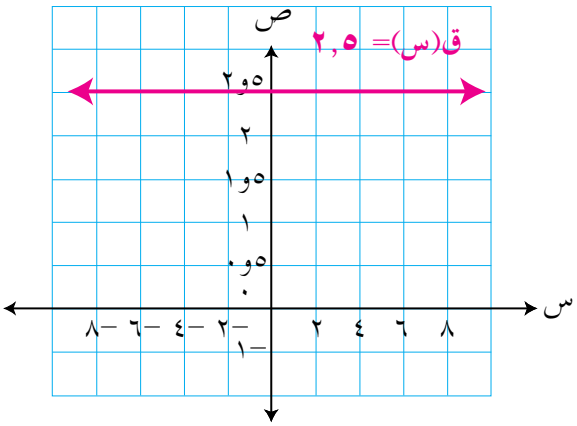
٢) م (س) = ٢ س − ١

س	ص = ٢ س − ١	(س، ص)
١	ص = ٢ × ١ − ١ = ١	(١، ١)
٠	ص = ٢ × ٠ − ١ = −١	(٠، −١)
−٢	ص = ٢ × −٢ − ١ = −٥	(−٢، −٥)



٣) ق(س)= ٢,٥

س	ص = ٢,٥	(س، ص)
١	ص= ٢,٥	(١، ٢,٥)
٠		
٢−		

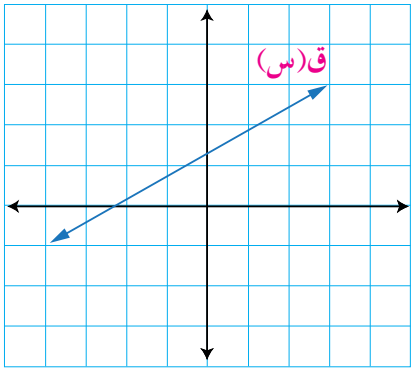


التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ ق(س)= ٢,٥ خطٌّ مستقيمٌ ثابتٌ؛ فقيمةُ ص ثابتةٌ، ولا تتغيَّـرُ بتغيُّـرِ قيمةِ سـ. ويُسمّى الاقترانُ ق في هذهِ الحالةِ **اقترانًا ثابتًا**.

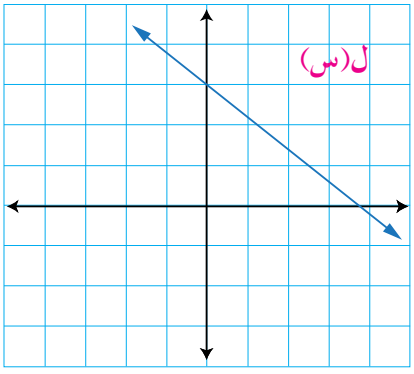
تعلَّمْ:

الاقترانُ الثابتُ اقترانٌ خطيٌّ قاعدتُهُ ق(س) = ب، حيثُ ب ∋ ح.

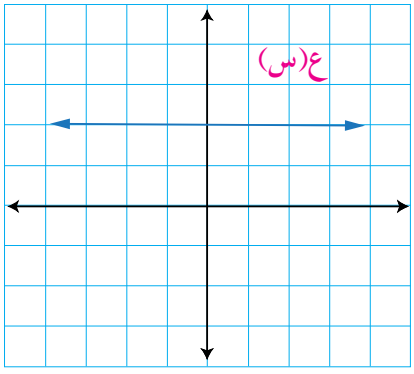
قدْ يكونُ شكلُ الاقترانِ الخطيِّ متزايدًا، أوْ متناقصًا، أو ثابتًا كما في الأشكالِ الآتيةِ:



الاقترانُ متزايدٌ



الاقترانُ متناقصٌ



الاقترانُ ثابتٌ

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) أيُّ الاقتراناتِ الآتيةِ خطيٌّ، وأيُّها غيرُ ذلكَ، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

أ) ق(س)= ٢+٣س

ب) هـ(س)= س (س – ٢)

جـ) ك(س)= – ٣

د) ل(س)= ٣ – ٢س + س^{٢}

هـ) م(س)= ١٧س – س$^{-١}$

و) ع(س)= $\frac{\text{س}+٢}{٨}$

٢) مثِّلِ الاقتراناتِ الخطيةَ الآتيةَ بيانيًّا، مُحدِّدًا أيُّها متزايدٌ، أوْ متناقصٌ، أو ثابتٌ:

أ) ع (س) = س

ب) ف (س) = ٤ – س

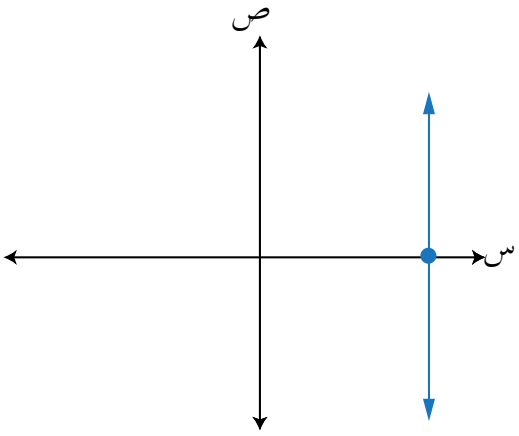
جـ) ل(س)= ٢س – ٥

د) هـ (س) = – ٢

٣) تقودُ لمياءُ سيارتَها بسرعةٍ متوسطةٍ ثابتةٍ تبلغُ ٧٠ كم/ ساعةٍ تقريبًا، وقدْ لاحظَتْ وجودَ علاقةٍ تربطُ المسافةَ بالزمنِ فعبَّرَتْ عنْها بالاقترانِ ف(س) = ٧٠س، حيثُ يُمثِّلُ س الزمنَ بالساعاتِ، ويُمثِّلُ ف المسافةَ المقطوعةَ بالكيلومتراتِ. مثِّلِ الاقترانَ ف(س) بيانيًّا.

٤) ادَّعَتْ غيداءُ أنَّ الاقترانَ ق(س) = جـ هوَ اقترانٌ ثابتٌ. ما رأيُكَ في صحةِ ادِّعائِها، مُبرِّرًا إجابتَكَ؟

٥) قالَ فارسٌ إنَّ الرسمَ المجاورَ يُمثِّلُ اقترانًا، وأنَّهُ يُسمّى اقترانًا ثابتًا. ما رأيُكَ في قولِ فارسٍ، مُبرِّرًا إجابتَكَ؟



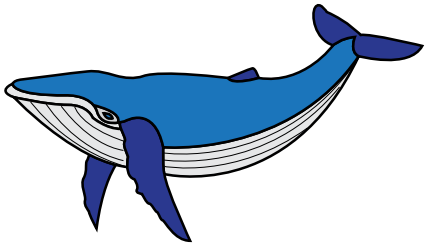
٦) اذكرْ مثالًا على اقترانٍ ثابتٍ، ومثالًا آخرَ على اقترانٍ خطيٍّ متزايدٍ.

المتباينات

النتاجاتُ:

- تَتعرَّفُ مفهومَ المتباينةِ.
- تَتعرَّفُ أنواعَ الفتراتِ.
- تُمثِّلُ الفتراتِ على خطِّ الأعدادِ.

الحوتُ الأزرقُ منْ أكبرِ الحيواناتِ على الكرةِ الأرضيةِ، ويعيشُ في المحيطاتِ، وتتراوحُ كتلتُهُ بينَ ٥٠ طنًّا و١٥٠ طنًّا.



كيفَ يُمكِنُ التعبيرُ عنْ كتلتِهِ بصورةٍ رياضيةٍ؟

إذا كانَ س، ص عددينِ حقيقيينِ، فإمّا أنَّ س = ص، وإمّا أنَّ س > ص، وإمّا أنَّ س < ص، وهذهِ الخاصيةُ تُسمّى خاصيةَ إحدى ثلاثٍ؛ أيْ إنَّهُ يتحقَّقُ فيها إحدى الحالاتِ الثلاثِ السابقةِ.

تُسمّى س = ص **معادلةً**، في حينِ تُسمّى كلٌّ منْ: س> ص، س < ص، س≤ ص ، س ≥ ص **متباينةً**.

وقدْ تُدمَجُ أحيانًا متباينتانِ، فتنتجُ **متباينةٌ مُركَّبةٌ** على النحوِ الآتي: س < ص < ع، وهذا يعني أنَّ: س < ص و ص < ع

فالمتباينةُ س> ٥ تدلُّ على جميعِ الأعدادِ الحقيقيةِ التي تقلُّ عنْ ٥، أمّا المتباينةُ س≥ ٥ فتدلُّ على جميعِ الأعدادِ الحقيقيةِ التي تقلُّ عنْ أوْ تساوي ٥

تعلَّمْ:

- المتباينةُ: علاقةٌ رياضيةٌ تُعبِّرُ عنِ اختلافِ قيمةِ مقدارينِ رياضيينِ، وتُستخدَمُ فيها واحدةٌ أوْ أكثرُ منْ إشاراتِ التباينِ: < ، > ، ≤ ، ≥.

النشاطُ ١ هاتِ مثالًا عدديًّا يُحقِّقُ كلَّ متباينةٍ ممّا يأتي:

١) س > ٧

جميعُ الأعدادِ الحقيقيةِ التي تزيدُ على ٧، مثلُ: ٧,١، ٩، ١٠٠، ٥١

٢) −٣ ≤ س < ١١

جميعُ الأعدادِ الحقيقيةِ التي تزيدُ على أوْ تساوي −٣، وتقلُّ عنْ ١١، مثلُ: −٣، ٤,٩، ٠، ١٠,٩٩٩٩٨، ولا يجوزُ تعويضُ العددِ ١١ لعدمِ وجودِ مساواةٍ.

٣) ١٨ ≤ س ≤ ٠

جميعُ الأعدادِ الحقيقيةِ التي تزيدُ على أوْ تساوي ٠، وتقلُّ عنْ أوْ تساوي ١٨، مثلُ: .....

يُمكِنُ كتابةُ مجموعةِ الأعدادِ الحقيقيةِ التي تُعبِّرُ عنْ متباينةٍ مُعْطاةٍ باستعمالِ **الفتراتِ** التي تنقسمُ إلى فتراتٍ محدودةٍ، وأُخرى غيرِ محدودةٍ.

أولًا: الفتراتُ المحدودةُ

فتراتٌ يكونُ طولُها عددًا حقيقيًّا، أو يُمكِنُ حسابُ طولِها، وهيَ تنقسمُ إلى الأنواعِ الآتيةِ:

إذا كانَتْ أ، ب ، س أعدادًا حقيقيةً، وكانَ أ < ب، فإنَّ:

الفترةَ مغلقةٌ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ [أ، ب]، وتعني: أ ≤ س ≤ ب

الفترةَ مفتوحةٌ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ (أ، ب)، وتعني: أ < س < ب

الفترةَ نصفُ مغلقةٍ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ [أ، ب)، وتعني: أ ≤ س < ب

الفترةَ نصفُ مفتوحةٍ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ (أ، ب]، وتعني: أ < س ≤ ب

يُطلَقُ على العددينِ أ، ب في كلِّ فترةٍ منَ الفتراتِ السابقةِ اسمُ طرفي الفترةِ، ويكونُ طولُ الفترةِ = ب – أ

كذلكَ يُمكِنُ تمثيلُها على خطِّ الأعدادِ، وتوضعُ دائرةٌ مفتوحةٌ على طرفِ الفترةِ المفتوحةِ.

النشاطُ ٢ املأ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي:

المتباينةُ	الفترةُ	التمثيلُ على خطِّ الأعدادِ	طولُ الفترةِ
١ ≤ س ≤ ٨	[١ ، ٨]	١ ٨	٨ − ١ = ٧
٧− ≤ س > ٢−	[..... ، ٢−)	٧− ٢−	|٢− − ٧−| = ٥
٥٢ > س ≥ ٩٩	(..... ، ٩٩]	٥٢ ٩٩	٩٩ − ٥٢ = ٤٧
٤− < س < ٣	(٤− ، .....)	٤− ٣	٣ − (٤−) = ٣ + ٤ = ٧
... ≤ س ≤	[٠ ، ١٥]		
١٦ > س ≥	(..... ، ٢٣]		

ثانيًا: الفتراتُ غيرُ المحدودةِ

فتراتٌ لا يُمكِنُ حسابُ طولِها، وهيَ تنقسمُ إلى الأنواعِ الآتيةِ:

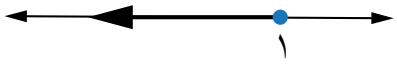
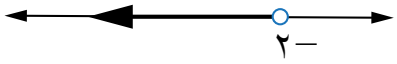
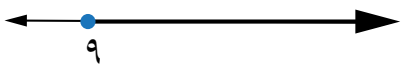
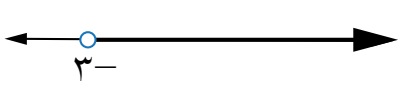
إذا كانَ ب ، س عددينِ حقيقيينِ، فإنَّ:

[ب ، ∞)، وتعني س ≥ ب　　(ب ، ∞)، وتعني س > ب

(−∞ ، ب]، وتعني س ≥ ب　　(−∞ ، ب)، وتعني س > ب

(−∞ ، ∞) = ح، وتعني جميعَ الأعدادِ الحقيقيةِ.

النشاطُ ٣ املأ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي:

المتباينةُ	الفترةُ	التمثيلُ على خطِّ الأعدادِ
س ≥ ١	$(-\infty، ١]$	
س > −٢	(..... ، −٢)	
..... ≥ س	$[٩، \infty]$	
..... > س	$(-٣ ، \infty)$	

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) اذكرْ ثلاثةَ أعدادٍ حقيقيةٍ تُحقِّقُها كلُّ متباينةٍ في ما يأتي:

أ) $س > ٦$ ب) $٠ < س < ٨$

جـ) $-٤ \geq س$ د) $-٥ < س < -١$

هـ) $٩ \geq س > ٣$ و) $س > ١٠٠$

٢) عبِّرْ عنْ كلٍّ منَ الفتراتِ الآتيةِ بمتباينةٍ مناسبةٍ:

أ) $(-\infty ، -٤]$ ب) $(-\infty ، ١١)$

جـ) $[١ ، ١٠]$ د) $[٩ ، ٢٤)$

هـ) $(-٣ ، \infty)$ و) $[٢,٥ ، \infty)$

٣) مثِّلْ كُلًّا منَ المتباينات في السؤالِ ٢ على خطِّ الأعدادِ.

٤) اكتبِ الفترةَ المناسبةَ التي تُعبِّرُ عنْ كلِّ متباينةٍ في ما يأتي:

حنانُ شابةٌ عمرُها لا يزيدُ على ٣٠ عامًا، تخرجُ منْ عملِها يوميًّا، وتقودُ سيارتَها مسافةً لا تقلُّ عنْ ٨ كم، وبسرعةٍ متوسطةٍ تبلغُ ٥٠ كم/ساعةٍ أوْ أكثرَ، فتصلُ منزلَها بينَ الساعةِ الرابعةِ والساعةِ الخامسةِ مساءً.

٥) اذكرْ خمسةَ أعدادٍ حقيقيةٍ تقعَ ضمنَ الفترةِ $[٠ ، ١]$.

٦) اكتبْ متباينةً، ثمَّ اكتبِ الفترةَ التي تُعبِّرُ عنْها.

٧) هاتِ مثالاً على فترةٍ مغلقةٍ، ثمَّ مثِّلْها على خطِّ الأعدادِ.

النتاجاتُ:

- تتعرَّفُ خصائصَ المتباينات.
- تتعرَّفُ المتباينةَ الخطيةَ بمتغيرٍ واحدٍ.
- تحلَّ متباينةً خطيةً بمتغيرٍ واحدٍ.

تتراوحُ علاماتُ الطلبةِ في امتحانِ الرياضيات بينَ ٨ و٢٨، فقرَّرَتِ المُعلِّمةُ قسمةَ علامةِ كلِّ طالبٍ على العددِ ٢، هلْ ستختلفُ القيمُ الجديدةُ للعلاماتِ والعلامتينِ ٨ و ٢٨؟

النشاطُ ١ املأُ الفراغَ في الجدولِ الآتي بوضعِ > أوْ < في □

المتباينةُ	أثرُ الجمعِ	أثرُ الطرحِ	أثرُ الضربِ	أثرُ القسمةِ
٢ > ٩	٢+٤ > ٩+٤	٢ـ ٥ > ٩ـ ٥	٢×٣ < ٩×٣	٢÷٢ < ٩÷٢
٧ > ١−	٧+(٥−) □ ١−+(٥−)	٧ـ(٣−) □ ١ـ(٣−)	٧×٢− □ ١×٢−	٧÷(٦−) □ ١÷(٦−)
٥− > ٠	٥+٦− □ ٠+٦	٥ـ(١−) □ ٠ـ(١−)	٥×٧− □ ٠×٧−	٥÷١٠− □ ٠÷١٠−
٨− < ١٢−	٨+(٩−) □ ١٢+(٩−)	٨ـ ٤ □ ١٢ـ ٤	٨×٤− □ ١٢×٤−	٨÷٨− □ ١٢÷٨−

ماذا تُلاحِظُ؟

خصائصُ المتباينات

إذا كانَتْ أ ، ب ، جـ ∈ ح ، وكانَتْ أ ≥ ب، فإنَّ:

١) أ ± جـ ≥ ب ± جـ ، لكلِّ جـ ∈ ح

٢) أ جـ ≥ ب جـ عندما جـ ≤ ٠

٣) أ جـ ≤ ب جـ عندما جـ ≥ ٠

٤) $\frac{١}{أ} \geq \frac{١}{ب}$ عندما ٠ < أ ≥ ب، أوْ أ ≥ ب < ٠

٥) إذا كانَتْ أ ≥ ب ، ب ≥ جـ، فإنَّ أ ≥ جـ

٦) أ ب > صفر إذا كانَ أ ، ب لهُما الإشارةُ نفسُها، وبالعكسِ.

٧) أ ب < صفر إذا كانَ أ ، ب لهُما إشارتانِ مختلفتانِ، وبالعكسِ.

المتباينةُ الخطيةُ بمتغيرٍ واحدٍ: متباينةٌ تتكوَّنُ منْ متغيرٍ واحدٍ، وأكبرُ قوةٍ فيها واحدٌ، ومجموعةُ حلِّها جزءٌ منْ مجموعةِ الأعدادِ الحقيقيةِ. وحلُّ المتباينةِ هوَ إيجادُ قيمِ المتغيرِ فيها.

النشاطُ ٢ حَدِّدْ أيَّ المتباينات الآتيةِ تُعَدُّ متباينةً خطيةً بمتغيرٍ واحدٍ:

أ) ٦ص+١ > ٤ متباينةٌ خطيةٌ بمتغيرٍ واحدٍ لوجودِ المتغيرِ ص فقطْ، وقوتُهُ ١

ب) ٢س^{٢} − ٢٢ > صفر ليسَتْ متباينةً خطيةً لوجودِ س^{٢}

جـ) س+٢ص ≤ ١٠ ليسَتْ متباينةً خطيةً بمتغيرٍ واحدٍ لوجودِ المتغيرينِ س، ص

د) ٥س ـ ٣ > ١٢س متباينةٌ خطيةٌ بمتغيرٍ واحدٍ.

هـ) س^{٣} ≥ ٢٧ .....

النشاطُ ٣ جِدْ مجموعةَ حلِّ كلِّ متباينةٍ في ما يأتي:

١) $س + ٣ > ٢$

$س + ٣ - ٣ > ٢ - ٣$ بطرحِ العددِ ٣ منْ طرفي المتباينةِ

$س > -١$

مجموعةُ الحلِّ $= (-١، \infty)$ كتابةُ مجموعةِ الحلِّ باستعمالِ رمزِ الفترةِ

٢) $٣ - ٤س \leq ٢س + ٩$

$٣ - ٤س + ٤س - ٩ \leq ٢س + ٩ + ٤س - ٩$ بإضافةِ $٤س - ٩$ إلى طرفي المتباينةِ

$-٦ \leq ٦س$ بتجميعِ الحدودِ المتشابهةِ في الطرفينِ

$-١ \leq س$ قسمةُ طرفي المتباينةِ على العددِ ٦

مجموعةُ الحلِّ $= [-\infty، -١)$

٣) $٦ص + ٤ \geq ٩$

..... $\geq$ ..... بطرحِ العددِ ٤ منْ طرفي المتباينةِ

..... $\geq$ ....

مجموعةُ الحلِّ = ...

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) حدِّدْ أيُّ المتباينات الآتيةِ متباينةٌ خطيةٌ بمتغيرٍ واحدٍ:

أ) $٧س - ٤ > ٠$ ب) $٣س + ٢ص > ٩$

جـ) $٨ + ٢ص \geq ٧ص$ د) $س^{٢} + ٤ \leq س$

٢) حُلَّ المتباينات الآتيةَ، ثمَّ مثِّلْ مجموعةَ الحلِّ على خطِّ الأعدادِ:

أ) $٣س \geq ١٥$ ب) $٣س - ٢ \leq ٢س + ٥$

جـ) $٢,٣س + ٤,٢ < ١١,١$ د) $٤ + ٥س > ٣س - ٨$

هـ) $س - ٥ \leq -١٢$ و) $س - ٢٧ < ٥$

ز) $٣س \geq \frac{-٣}{٤}$ ح) $س - ٩ \geq -١ \frac{٣}{٥} س$

٣) عبِّرْ عنِ الموقفِ الآتي بمتباينةٍ خطيةٍ بمتغيرٍ واحدٍ، ثمَّ حُلَّها، ثمَّ مثِّلْ مجموعةَ الحلِّ على خطِّ الأعدادِ: «ادَّخرَتْ أختي ريما أربعةَ أمثالِ ما ادَّخرْتُهُ، وكانَ مجموعُ ما معَنا لا يقلُّ عنْ عشرينَ دينارًا».

٤) ادَّعى زيادٌ أنَّ رمزَ المتباينةِ يتغيرُ عندَ ضربِ طرفَيْها في عددٍ سالبٍ. ما رأيُكَ في صحةِ ادعائِهِ، مُبرِّرًا إجابتَكَ؟

٥) اكتبْ متباينةً خطيةً بمتغيرٍ واحدٍ، ثمَّ حُلَّها.

١) اكتبْ عناصرَ المجموعةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ع= مجموعةُ الأعدادِ الصحيحةِ التي هيَ أكبرُ منْ −٣

ب) ل= مجموعةُ الحروفِ المُكوِّنةِ لجملةِ: «أنا إنسانٌ متعاونٌ».

٢) حدِّدْ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تُمثِّلُ اقترانًا في ما يأتي:

أ) ع= {(١، ٢)، (٣، ٦)، (−١، −٢)، (٠، ٠)، (−٤، −٨)}.

ب) ف= {(١، ١)، (٣، ٩)، (−٥، ٢٥)، (١، ١٦)}.

٣) حدِّدِ الاقتراناتِ الخطيةَ في ما يأتي:

أ) ق(س) = س^{٢}+١ ب) ل(س) = ١١ جـ) م(س)= ١− ٤س

٤) مثِّلِ الاقتراناتِ الآتيةَ بيانيًّا، مُحدِّدًا أيُّها متزايدٌ، وأيُّها متناقصٌ، وأيُّها ثابتٌ:

أ) ق(س) = س+٤	ب) هـ(س) = − − س
جـ) ل(س) = $\frac{س+١}{٢}$	د) ع(س) = ٣

٥) حدِّدْ أيَّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ، وأيُّها غيرُ صحيحةٍ، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

أ) تقعُ النقطةُ (−٣، ٤) في الربعِ الرابعِ منَ المستوى الإحداثيِّ.

ب) موقعُ النقطةِ (١، −٧) يختلفُ عنْ موقعِ النقطةِ (−٧، ١).

جـ) الاقترانُ ق(س)= ب هوَ اقترانٌ خطيٌّ ثابتٌ.

د) العددُ −٩ هوَ أحدُ عناصرِ الفترةِ (−١١، −٨].

هـ) المتباينةُ ١+س < ٦س < ٥+س ليسَتْ متباينةً خطيةً بمتغيرٍ واحدٍ.

و) الاقترانُ الخطيُّ ق(س) = س−٤ يقطعُ محورَ الصاداتِ عندَ النقطةِ (٠، ٤).

٦) حُلَّ كلًّا من المتباينتينِ الآتيتينِ، ثمَّ مثِّلِ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ:

أ) س+ ١١ > ٤س +٢ ب) ٣ص− ٨ ≤ ٥−٩ص

٧) اشتركَ محمدٌ وأحمدُ في مسابقةٍ للركضِ، فقطعا مسافةَ ٢ كم حولَ مضمارٍ رياضيٍّ، وفازَ أحمدُ بالسباقِ. إذا كانَ الزمنُ الذي استغرقَهُ محمدٌ في السباقِ ٨ دقائقَ، فاكتبِ المتباينةَ التي تصفُ معدلَ سرعةِ أحمدَ.

التقويمُ الذاتيُّ

أرسمُ ☆ ، أوْ ☆☆، أوْ ☆☆☆ بما يناسبُ مستوى إجابتي:

الرقمُ	مؤشِّرُ الأداءِ	مستوى الأداءِ
١	أُميِّزُ المجموعةَ المنتهيةَ منَ المجموعةِ غيرِ المنتهيةِ.	
٢	أُحدِّدُ عناصرَ المستوى الإحداثيِّ.	
٣	أُحدِّدُ الإحداثيينِ السينيِّ والصاديِّ لزوجٍ مُرتَّبٍ في المستوى الإحداثيِّ.	
٤	أُمثِّلُ علاقةً بالمخططِ السهميِّ.	
٥	أُميِّزُ الاقترانَ منَ العلاقةِ.	
٦	أُميِّزُ الاقترانَ الخطيَّ منْ صيغتِهِ العامةِ.	
٧	أُمثِّلُ الاقترانَ الخطيَّ بيانيًّا.	
٨	أُعبِّرُ عنْ فترةٍ مُعْطاةٍ بمتباينةٍ مناسبةٍ.	
٩	أُمثِّلُ المتباينةَ على خطِّ الأعدادِ.	
١٠	أُميِّزُ المتباينةَ الخطيةَ بمتغيرٍ واحدٍ.	
١١	أحلُّ متباينةً خطيةً بمتغيرٍ واحدٍ.	

الوحدةُ الخامسةُ

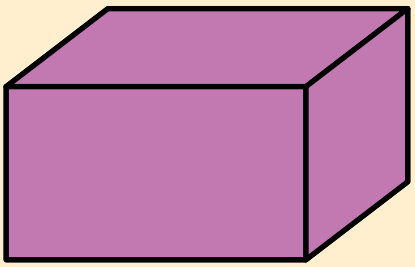
الهندسةُ والقياسُ

يُتوقَّعُ منكَ عزيزيَ الطالبَ في نهايةِ الوحدةِ أنْ تكونَ قادرًا على:

١) إيجادِ حجمِ متوازي مستطيلاتٍ، ومساحةِ سطحِهِ.

٢) تعرُّفِ العلاقاتِ بين زاويتينِ (المتتامةُ، والمتكاملةُ، والمتقابلةُ بالرأسِ).

٣) استقصاءِ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلعِ.



٤) إيجادِ مجموعِ قياساتِ زوايا المثلثِ.

٥) استكشافِ نظريةِ فيثاغورس.

٦) استخدامِ نظريةِ فيثاغورس في حلِّ مسائلَ رياضيةٍ وحياتيةٍ.

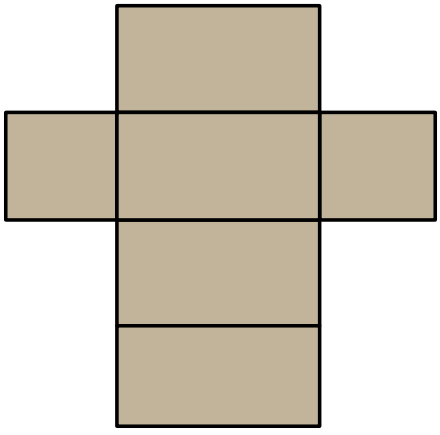
٧) إيجادِ النسبِ المثلثيةِ الأساسيةِ (الجيبِ، وجيبِ التمامِ، والظلِّ) للزاويةِ الحادةِ.

خزّانُ ماءٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ، وطولُ ضلعِها ٢م، وارتفاعُهُ ١م. ما حجمُهُ؟

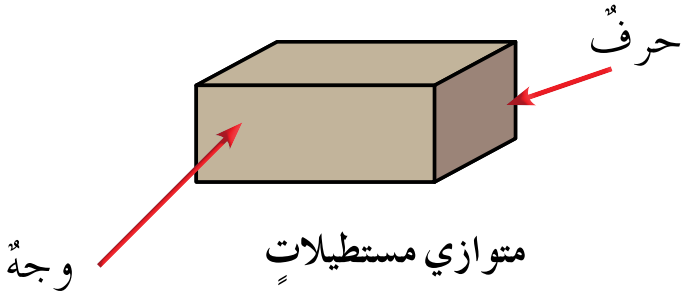
النتاجاتُ:

- تتعرَّفُ المكعبَ، ومتوازيَ المستطيلاتِ.
- تجدُ المساحةَ الكليةَ لمتوازي المستطيلاتِ.
- تجدُ حجمَ متوازي المستطيلاتِ.

خزّانُ ماءٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، طولهُ ٢م، وعرضُهُ ١م، وارتفاعُهُ نصفُ مترٍ، وهوَ مملوءٌ حتّى منتصفِهِ بالماءِ. ما حجمُ الماءِ فيهِ؟



شبكةُ متوازي مستطيلاتٍ



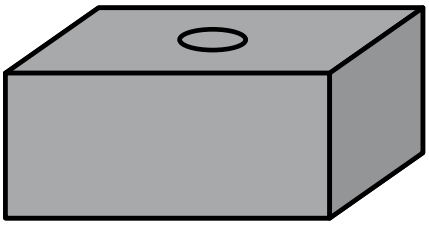
متوازي مستطيلاتٍ

متوازي المستطيلاتِ: مُجسَّمٌ لهُ ٦ أوجهٍ مستطيلةِ الشكلِ، وكلُّ وجهينِ متقابلينِ متوازيانِ ومتطابقانِ، ولهُ ١٢ حرفًا، و٨ رؤوسٍ.

حجمُ متوازي المستطيلاتِ= الطولَ × العرضِ × الارتفاعِ

مساحةُ متوازي المستطيلاتِ = مجموعَ مساحاتِ أوجهِهِ.

النشاطُ ١



ما حجمُ خزّانِ ماءٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتِ أبعادُهُ: ٣م، ٢م، ١م؟ ما مساحةُ سطحِهِ؟

حجمُ متوازي المستطيلاتِ = الطولَ×العرضِ× الارتفاعِ

= ٣ × ٢ × ١

= ٦م^{٣}

مساحةُ سطحِ خزّانِ الماءِ الكليةُ:

المساحةُ الكليةُ = ٢× الوجهِ الأماميِّ+٢× القاعدةِ+ ٢× الوجهِ الجانبيِّ (لماذا؟)

= ٢×(٣×١)+ ٢×(٣×٢)+ ٢×(٢×١)

= ٦ + ١٢ + ٤

= ٢٢ م^{٢}

النشاطُ ٢

١) ما حجمُ متوازي المستطيلاتِ المرسومِ جانبًا؟

٢) ما مساحةُ سطحِهِ؟

النشاطُ ٢

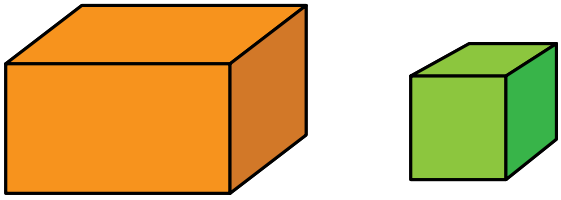
إذا علمْتَ أنَّ المكعبَ هوَ متوازي مستطيلاتٍ، طولُهُ= عرضَهَ= ارتفاعَهَ، فما حجمُ مكعبٍ طولُ ضلعِهِ ٢م؟ ما مساحةُ سطحِهِ؟

فكِّرْ:

وعاءٌ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ منْ دونِ غطاءٍ، أبعادُهُ بالسنتيمتراتِ على التوالي: ٥، ٤، ٣، جدْ حجمَهُ، ومساحةَ سطحِهِ.

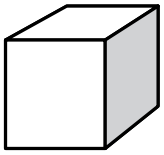
اختبرْ تعلُّمَكَ

١) ما الفرقُ بينَ المكعبِ ومتوازي المستطيلاتِ؟



٢) ما حجمُ المكعبِ الذي طولُ ضلعِهِ ٤ وحداتٍ؟

٣) مكعبٌ مساحةُ أحدِ أوجهِهِ ٩ سم^{٢}، ما مساحةُ سطحِهِ الكليةُ؟



٤) ما المساحةُ الكليةُ لسطحِ متوازي المستطيلاتِ الذي أبعادُهُ: ٨ سم، ٤ سم، ٥ سم؟

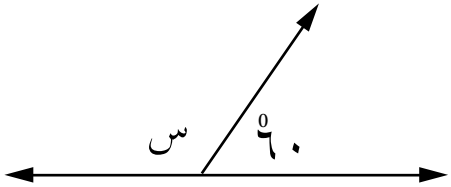
٥) صندوقٌ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، أبعادُهُ: ٦٠سم ، (س) سم ، ٣٠ سم، وحجمُهُ ٣٦٠٠٠سم^{٣}. ما قيمةُ س؟

فكِّرْ:

يرادُ صنعُ خزّانِ وقودٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ منَ الحديدِ، أبعادُهُ ٢م، ٢م، ١م. إذا كانَ ثمنُ المترِ المربعِ الواحدِ منَ الحديدِ ١٥ دينارًا، فما ثمنُ الحديدِ اللازمِ لصنعِ الصندوقِ؟

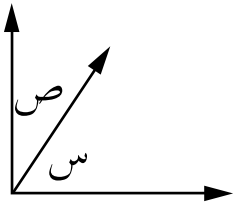
النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ العلاقاتِ بينَ الزوايا.
- تجدُ قياسَ زاويا مجهولةٍ.

ما قياسُ الزاويةِ س في الشكلِ الآتي؟



الزاويتانِ المتتامتانِ هما الزاويتانِ اللتانِ يكونُ مجموعُ قياسيْهِما يساوي ٩٠°

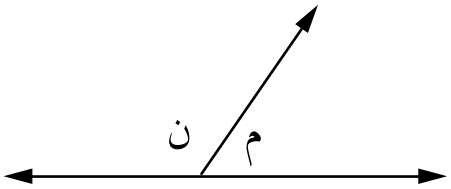
في الشكلِ المجاورِ، الزاويتانِ س، ص متتامتانِ؛ لأنَّهُما تُشكِّلانِ زاويةً قائمةً.



مُتمِّمةُ الزاويةِ التي قياسُها ٥٠°: ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

أمّا **الزاويتانِ المتكاملتانِ** فمجموعُ قياسيْهِما يساوي ١٨٠°

الزاويتانِ م ، ن متكاملتانِ في الشكلِ المجاورِ.



إذا كانَ قياسُ الزاويةِ (م) هوَ ٤٠°،

فإنَّ قياسَ مكملتِها (ن) هوَ ١٨٠° − ٥٠° = ١٣٠°

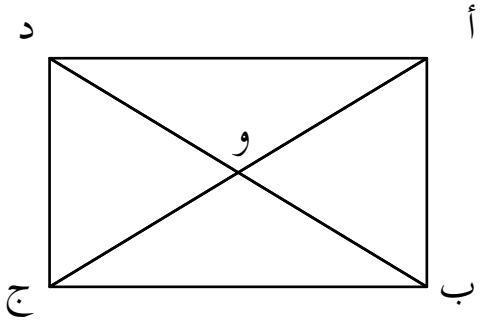
النشاطُ ١

أيُّ أزواجِ الزوايا الآتيةِ متتامةٌ، وأيُّها متكاملةٌ، وأيُّها غيرُ ذلكَ، مُبيِّنًا السببَ:

١) ٤٥°، ٤٥°	زاويتانِ متتامتانِ	لأنَّهُما تُشكِّلانِ زاويةً قائمةً
٢) ٦٠°، ١٢٠°	.....	.....
٣) ٣٠°، ٦٠°	.....	.....
٤) ٧٠°، ١١٠°.	.....	.....
٥) ٤٠°، ٦٠°	.....	.....

النشاطُ ٢

اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ الذي يُمثِّلُ المستطيلَ أ ب ج د، وقُطْراهُ أ ج، ب د:



١) اذكرْ زوجينِ منَ الزوايا المتتامةِ.

٢) اذكرْ زوجينِ منَ الزوايا المتكاملةِ.

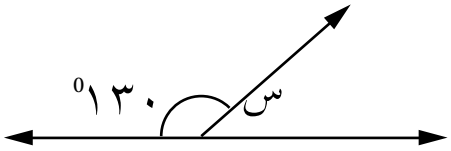
النشاطُ ٣

١) إذا كانَ ق∠ أ = ٧٠°، فما قياسُ مُتمِّمتِها؟

٢) إذا كانَ ق∠ ب = ٤٠°، فما قياسُ مُكمِّلتِها؟

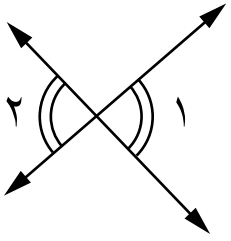
النشاطُ ٤

جِدْ قياسَ الزاويةِ س في الشكلِ المجاورِ.



النشاطُ ٥

إذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمًا آخرَ تشكَّلَتْ زوايا متقابلةٌ بالرأسِ كما في الشكلِ المجاورِ (الزاويتانِ ١، ٢)، وكان قياسُ الزاويتينِ المتقابلتينِ بالرأسِ متساويًا (تحقَّقْ منْ ذلكَ):

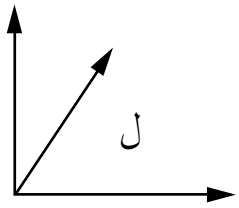


– حدِّدْ على الرسمِ زوجًا آخرَ منَ الزوايا المتقابلةِ بالرأسِ.

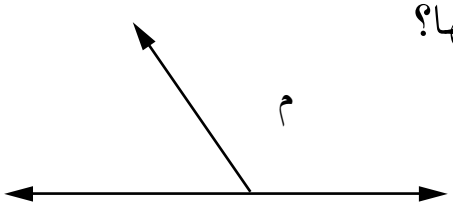
– اقترحْ تعريفًا للزوايا المتقابلةِ بالرأسِ.

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) إذا كانَتْ ل زاويةً قياسُها ٦٠°، فما قياسُ مُتمِّمتِها؟



٢) إذا كانَتْ م زاويةً قياسُها ١٥٠°، فما قياسُ مُكمِّلتِها؟



٣) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ:

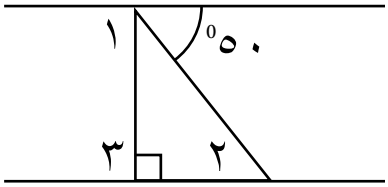
أ) ما قياسُ الزاويةِ ١؟

ب) ما قياسُ الزاويةِ ٢؟

جـ) اكتبْ زوجينِ منَ الزوايا المتتامةِ.

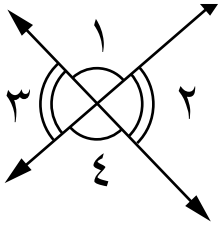
د) اكتبْ زوجينِ منَ الزوايا المتكاملةِ.

هـ) ما قياسُ الزاويةِ ٣؟



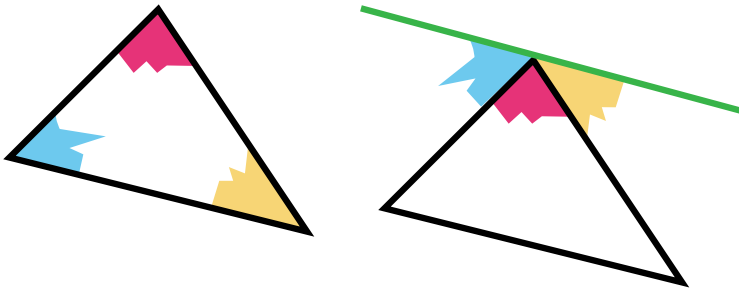
٤) زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ، قياسُ أحدِهما ٥٠°، ما قياسُ الأُخرى؟

٥) إذا كانَ قياسُ الزاويةِ ١ هوَ ١٠٠°، فما قياسُ الزوايا: ٢، ٣، ٤، مُوضِّحًا إجابتَكَ؟



النتاجاتُ:

- تستقصي مجموعَ قياساتِ زوايا المثلثِ.
- تستقصي مجموعَ قياساتِ زوايا الشكلِ الرباعيِّ.
- تجدُ قياسَ زاويةٍ مجهولةٍ في مثلثٍ، أوْ شكلٍ رباعيٍّ.



ما مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ؟

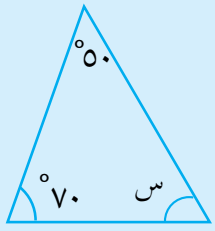
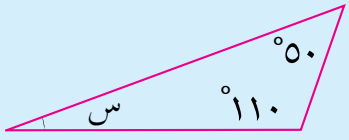
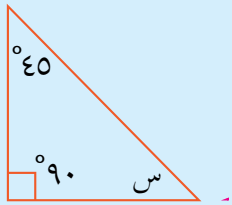
تعرَّفْتَ سابقًا أنَّ الزاويةَ شكلٌ ناتجٌ منَ انطلاقِ شعاعينِ منْ نقطةٍ واحدةٍ تُسمّى رأسَ الزاويةِ، وأنَّ المضلعَ شكلٌ هندسيٌّ مغلقٌ، أضلاعُهُ قطعٌ مستقيمةٌ غيرُ متقاطعةٍ، تلتقي كلُّ اثنتينِ منْها في نقطةٍ تُسمّى الرأسَ؛ فالمثلثُ مضلعٌ ثلاثيٌّ لهُ ثلاثةُ أضلاعٍ وثلاثةُ رؤوسٍ، وثلاثُ زوايا.

تذكَّرْ:

- يُقرَأُ الرمزُ ° درجةٍ، ويشيرُ إلى وحدةِ قياسِ الزاويةِ.

النشاطُ ١

استعملِ المنقلةَ لإيجادِ قياساتِ زوايا المثلثِ في كلٍّ ممّا يأتي، ثمَّ املأِ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ التالي، مُدوِّنًا ملاحظاتِكَ:

رقمُ المثلثِ	قياسُ الزاويةِ س بالدرجاتِ	مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ
		
١		..... = ... + ٥٠° + ٧٠°
٢		..... = ... + ٥٠° + ١١٠°
٣		..... = ... + ٤٥° + ٩٠°

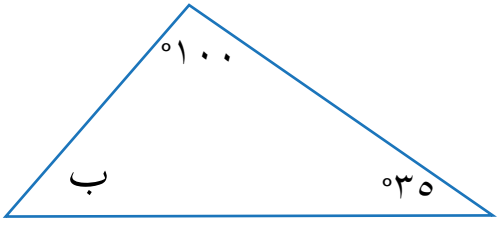
قاعدةٌ: مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ هوَ ١٨٠°

النشاطُ ٢ **جِدْ قياسَ الزاويةِ المجهولةِ في كلٍّ ممّا يأتي من دونِ استعمالِ المنقلةِ:**

١) لإيجادِ قياسِ الزاويةِ المجهولةِ في المثلثِ، يجبُ اتباعُ الخطوتينِ الآتيتينِ:

الخطوةُ ١: جمعُ قياسِ الزاويتينِ المعلومتينِ:

$$١٠٠° + ٣٥° = ١٣٥°$$

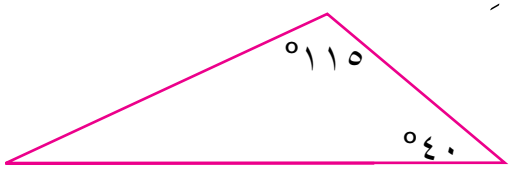


الخطوةُ ٢: طرحُ مجموعِهما منْ ١٨٠°:

$$١٨٠° - ١٣٥° = ٤٥°$$

قياسُ الزاويةِ المجهولةِ ب هوَ ٤٥°

٢) لإيجادِ قياسِ الزاويةِ الثالثةِ س في المثلثِ:

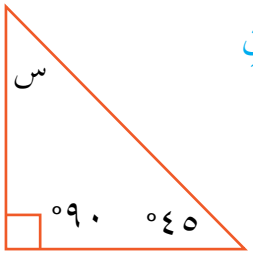


$١١٥° + ٤٠° = ١٥٥°$ جمعُ قياسِ الزاويتينِ المعلومتينِ

$١٨٠° - ١٥٥° = ٢٥°$ طرحُ المجموعِ منْ ١٨٠°

∴ قياسُ الزاويةِ المجهولةِ س هوَ ٢٥°

٣) ..... + ... = ... مجموعُ قياسِ الزاويتينِ المعلومتينِ



١٨٠° − ..... = ... طرحُ المجموعِ منْ ١٨٠°

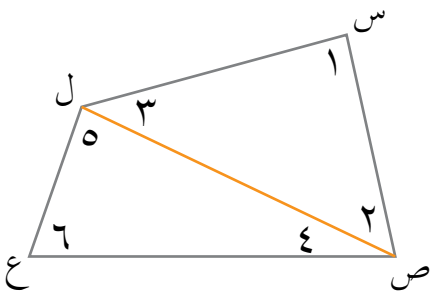
الشكلُ الرباعيُّ: مضلعٌ لهُ أربعةُ أضلاعٍ، وأربعةُ رؤوسٍ، يُسمّى كلٌّ منْها زاويةً.

النشاطُ ٣

أ) ارسمْ شكلًا رباعيًّا على ورقةٍ، ثمَّ قِسْ كلَّ زاويةٍ باستعمالِ المنقلةِ، ثمَّ جِدْ مجموعَ الزوايا، ثمَّ قارِنْ إجابتَكَ بإجابةِ زميلِكَ، ثمَّ دَوِّنْ ملاحظاتِكَ.

تعلَّمْ:

- يُرمَزُ إلى قياسِ الزاويةِ بالرمزِ ق



ب) يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ الشكلَ الرباعيَّ س ص ع ل:

١) ق∠ ١ + ق∠ ٢ + ق∠ ٣ = ...؛

لأنَّ س ص ل مثلثٌ مجموعُ قياساتِ زواياهُ ١٨٠°

٢) ق∠ ٤ + ق∠ ٥ + ق∠ ٦ = ...؛ لأنَّ..... .....

٣) ق∠ ص = ق∠ ٢ + ق∠ .....

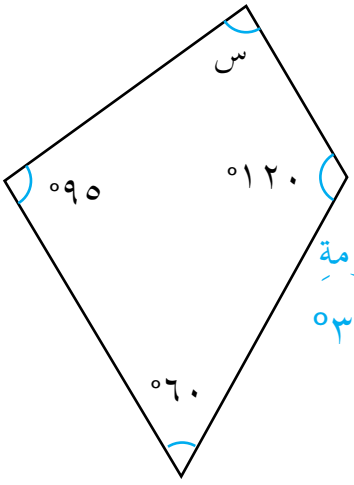
٤) ق∠ ل = ق∠ ..... + ق∠ .....

٥) ق∠ س + ق∠ ص + ق∠ ع + ق∠ ل = ...

ماذا تُلاحِظُ؟

قاعدةٌ: مجموعُ قياساتِ زوايا الشكلِ الرباعيِّ هوَ ٣٦٠°

النشاطُ ٤



١) جِدْ قياسَ الزاويةِ المجهولةِ في الشكلِ المجاورِ.

١٢٠° + ٦٠° + ٩٥° = ... جمعُ قياسِ الزوايا المعلومةِ

٣٦٠° − ..... = ... طرحُ المجموعِ منْ ٣٦٠°

س = ...

٢) جِدْ قياسَ الزاويةِ ب في الشكلِ الرباعيِّ الذي قياساتُ زواياهُ: ١١٠°، ٨٠°، ١١٤°، ب

١١٠° + ... + ... + ... = ...

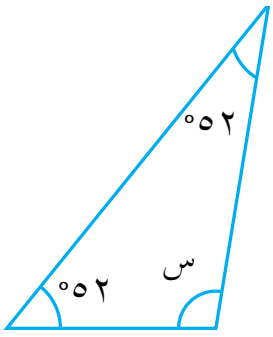
ب = ٣٦٠° − ..... = ...

فكِّرْ، ثمَّ ناقِشْ، ثمَّ شارِكْ:

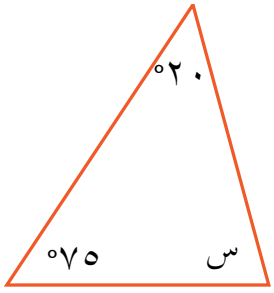
قالَتْ بيانُ: رسمْتُ مثلثًا قياساتُ زواياهُ: ٥٤°، ٧٣°، ٥١°، هلْ قولُ بيانَ صحيحٌ؟ برِّرْ إجابتَكَ.

اختبرْ تعلُّمَكَ

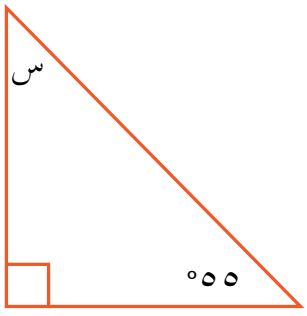
١) جِدْ قياساتِ الزوايا المجهولةِ في الأشكالِ الآتيةِ:



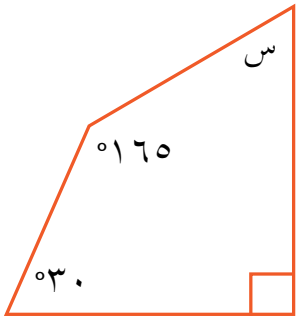
(١)



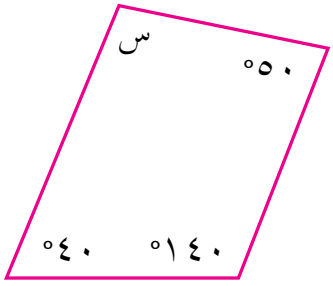
(٢)



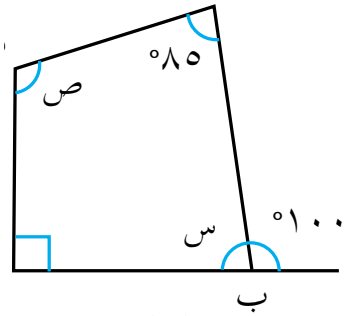
(٣)



(٤)



(٥)



(٦)

٢) هلْ توجدُ مثلثاتٌ تُماثِلُ قياساتُها قياساتِ الزوايا الآتيةِ:

أ) °٧٥، °٨٠، °٢٥؟ ب) °٤٠، °٤٥، °٨٥؟

٣) هلْ يوجدُ شكلٌ رباعيٌّ قياساتُ زواياهُ: °١١٥، °٥١، °٦٣، °١٥١؟ لماذا؟

٤) شكلٌ رباعيٌّ إحدى زواياهُ °١٢٠، والزوايا الثلاثُ الأُخرى متساويةٌ. ما قياسُ كلِّ زاويةٍ منْ زواياهُ الثلاثِ الأُخرى؟

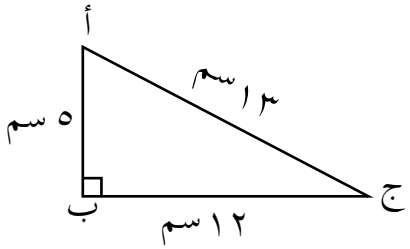
النتاجاتُ:
- تتعرَّفُ خصائصَ المثلثِ.
- تستقصي نظريةَ فيثاغورس للمثلثِ القائمِ الزاويةِ.
- تجدُ قياساتٍ مجهولةً في مثلثٍ مُعْطًى.

شُرْفةٌ على شكلِ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ، أبعادُها ٣ أمتارٍ، و٤ أمتارٍ.
ما طولُ السياجِ الحديديِّ (الدرابزينُ) اللازمِ لها؟

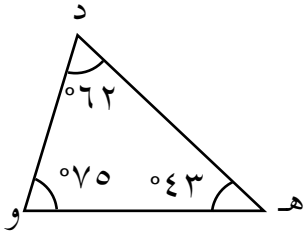
يُعَدُّ المثلثُ أحدَ أكثرِ الأشكالِ الهندسيةِ استعمالًا في التطبيقاتِ الحياتيةِ. إذا رسمْتَ أيَّ مثلثٍ، ثمَّ قِسْتَ أطوالَ أضلاعِهِ ستجدُ أنَّ مجموعَ طوليْ أيِّ ضلعينِ أكبرُ منْ طولِ الضلعِ الثالثِ.

النشاطُ ١

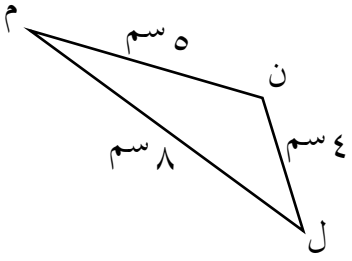
اعتمادًا على الأشكالِ الآتيةِ، املأْ الفراغَ في الجدولِ التالي:



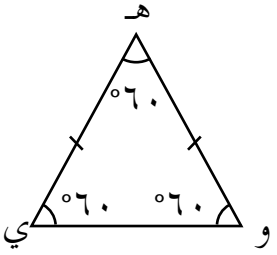
(١)



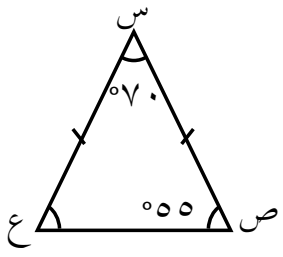
(٢)



(٣)



(٤)



(٥)

الرقمُ	اسمُ المثلثِ	أطولُ ضلعٍ	أكبرُ زاويةٍ	أصغرُ ضلعٍ	أصغرُ زاويةٍ
١	أ ب ج	$\overline{أ ج}$	∠ ب	$\overline{ب أ}$	∠ ج
٢	هـ و د	$\overline{د هـ}$			∠ هـ
٣	ل م ن			$\overline{ل ن}$	
٤	و هـ ي		جميعُها متساويةٌ		
٥	س ص ع				∠ س

ماذا تُلاحِظُ؟

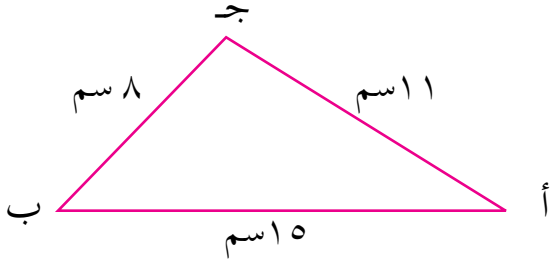
الضلعُ الأكبرُ في أيِّ مثلثٍ يقابلُ الزاويةَ الكبرى، والضلعُ الأصغرُ في أيِّ مثلثٍ يقابلُ الزاويةَ الصغرى.

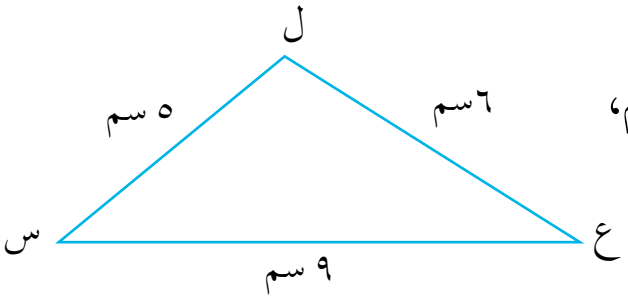
النشاطُ ٢ سَمِّ الزاويةَ الكبرى، والزاويةَ الصغرى في المثلثينِ الآتيينِ:

١) Δ أ ب ج أطوالُ أضلاعِهِ أ ج= ١١سم، أ ب = ١٥سم، ب ج =٨سم.

لتعيينِ الزاويةِ الكبرى، والزاويةِ الصغرى، ارسمْ شكلًا مبسطًا للمثلثِ، ثمَّ اكتبْ عليْهِ أطوالَ الأضلاعِ.

الزاويةُ الصغرى هيَ ∠ أ، والزاويةُ الكبرى هيَ∠ ج





٢) Δ س ل ع أطوالُ أضلاعِهِ س ل= ٥سم، ل ع = ٦سم، س ع =٩ سم.

الزاويةُ الصغرى هيَ .....، والزاويةُ الكبرى هيَ ..... .

يكونُ المثلثُ متطابقَ الضلعينِ إذا تطابقَ فيهِ ضلعانِ. وللمثلثِ المتطابقِ الضلعينِ خصائصُ تُميِّزُهُ منَ المثلثاتِ الأُخرى.

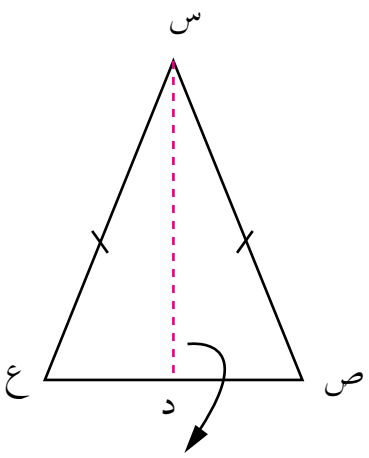
النشاطُ ٣

١) ارسمْ على ورقةٍ Δ س ص ع، فيهِ س ص = س ع، ثمَّ قُصَّهُ.

٢) اطوِ المثلثَ على نفسِهِ منَ الرأسِ س، بحيثُ ينطبقُ الرأسُ ص على الرأسِ ع

٣) ماذا تُلاحِظُ على كلٍّ منْ: ∠ ص ، ∠ع؟ ماذا تُسمّى كلٌّ منَ الزاويتينِ؟

٤) ارسمْ خطَّ الطيِّ، وسَمِّهِ س د.



٥) ماذا تُلاحِظُ على كلٍّ منْ: ∠ص س د ، ∠ ع س د؟

٦) ما قياسُ ∠ س د ب؟

٧) باستخدامِ البيكارِ (الفرجارُ المُدبَّبُ الرأسينِ)، قارِنْ طولَ $\overline{\text{د ص}}$ بطولِ $\overline{\text{ع د}}$، ماذا تُلاحِظُ؟

٨) قارِنْ ملاحظاتِكَ بملاحظاتِ زملائِكَ.

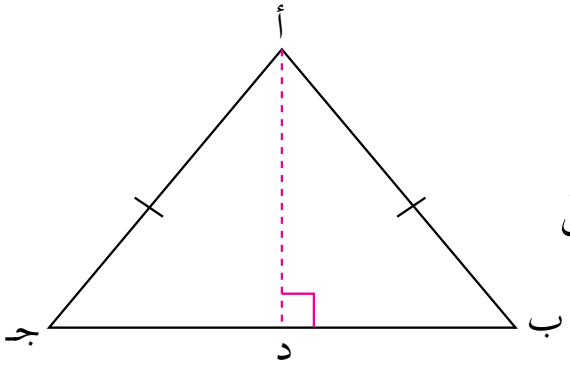
نتيجةٌ: خصائصُ المثلثِ المتطابقِ الضلعينِ:

١) زاويتا القاعدةِ متطابقتانِ.

٢) القطعةُ المستقيمةُ الواصلةُ منْ رأسِ المثلثِ إلى منتصفِ قاعدتِهِ تكونُ عموديةً على القاعدةِ، وتُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ.

٣) العمودُ النازلُ منْ رأسِ المثلثِ المتطابقِ الضلعينِ على قاعدتِهِ، ينُصِّفُها، ويُنصِّفُ زاويةَ الرأسِ.

النشاطُ ٤



في الشكلِ المجاورِ، المثلثُ أ ب ج متطابقُ الضلعينِ، وَ $\overline{أ د}$ عمودٌ على $\overline{ب ج}$:

١) إذا علمْتَ أنَّ أ ج= ١١سم، ق ∠ ج =٥٠ °، فجِدْ كلًّا ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

أ ب، ق ∠ ب ، ق ∠ ب أ د.

أ ب= أ ج = ١١ سم — المثلثُ متطابقُ الضلعينِ

ق ∠ ب = ق ∠ ج =٥٠ °

زوايا قاعدةٍ في المثلثِ المتطابقِ الضلعينِ

لإيجادِ ق ∠ ب أ د؛

نجدُ ق ∠ ب أ ج = ١٨٠° −١٠٠° =٨٠° — مجموعُ زوايا المثلثِ = ١٨٠ °

∴ ق ∠ ب أ د = ق ∠ ج أ د = ٤٠ ° — العمودُ أ د نَصَّفَ زاويةَ الرأسِ

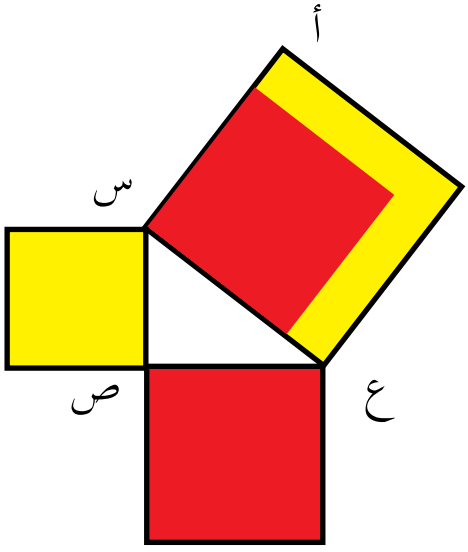
٢) إذا كانَ ∠ ج أ د=٤٢ °، فجِدْ ق ∠ ب، مُبرِّرًا إجابتَكَ.

ق ∠ ب = ...

لأنَّ .....

المثلثُ القائمُ الزاويةِ مثلثٌ إحدى زواياهُ قائمةٌ، ويُسمّى الضلعُ المقابلُ للزاويةِ القائمةِ **وترَ المثلثِ**. للمثلثِ القائمِ الزاويةِ أهميةٌ كبيرةٌ في التطبيقاتِ الحياتيةِ.

النشاطُ ٥



- ارسمِ المثلثَ س ص ع القائمَ الزاويةِ في ص.
- ارسمْ مربعًا طولُ ضلعِهِ $\overline{\text{س ع}}$ على المثلثِ، ومربعًا طولُ ضلعِهِ $\overline{\text{س ص}}$، ومربعًا طولُ ضلعِه $\overline{\text{ص ع}}$.
- قُصَّ المربعاتِ المرسومةَ على ضلعي القائمةِ، مُحاوِلًا لصقَها على المربعِ المرسومِ على وترِ المثلثِ.
- ماذا تُلاحِظُ؟

تذكَّرْ:

- مساحةُ المربعِ = (طولَ الضلعِ)^{٢}

نظريةُ فيثاغورس:

في المثلثِ القائمِ الزاويةِ:

- مساحةُ المربعِ المُنشَأِ على الوترِ تساوي مجموعَ مساحتي المربعينِ المُنشَأينِ على الضلعينِ الآخرينِ.

وهذا يعني أنَّ مربعَ طولِ الوترِ يساوي مجموعَ مربعيْ طولي الضلعينِ الآخرينِ.

- أيْ إنَّ (طولَ الوترِ)^{٢} = (طولَ الضلعِ الأولِ)^{٢} + (طولِ الضلعِ الثاني)^{٢}

النشاطُ ٦

بيِّنْ إذا كانَ المثلثُ قائمَ الزاويةِ أمْ لا في ما يأتي:

١) مثلثٌ أطوالُ أضلاعِهِ: ١٥سم، ٢٠سم، ٢٥سم.

إيجادُ مربعاتِ أطوالِ الأضلاعِ:

(١٥)^{٢}=٢٢٥، (٢٠)^{٢}=٤٠٠، (٢٥)^{٢}=٦٢٥

بما أنَّ ٢٢٥ + ٤٠٠ = ٦٢٥، فإنَّ المثلثَ قائمُ الزاويةِ.

٢) مثلثٌ أطوالُ أضلاعِهِ: ١٠سم، ٧سم، ١٣سم.

(١٠)^{٢}=..... ، (٧)^{٢}=..... ، (١٣)^{٢}=.....

بما أنَّ ..... ، فإنَّ المثلثَ ..... .

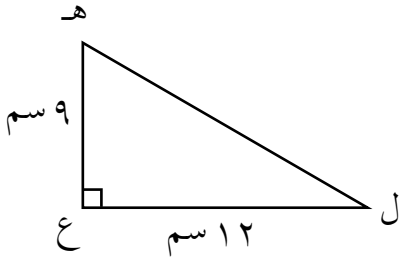
النشاطُ ٧

١) Δ هـ ع ل قائمُ الزاويةِ في ع، وفيهِ هـ ع= ٩سم، ع ل = ١٢سم. ما طولُ هـ ل؟

بما أنَّ Δ هـ ع ل قائمُ الزاويةِ، فيجبُ تطبيقُ مبرهنةِ فيثاغورس:

(طولُ الوترِ)^{٢} = (طولَ الضلعِ الأولِ)^{٢} + (طولِ الضلعِ الثاني)^{٢}

(هـ ل)^{٢} = (هـ ع)^{٢} + (ع ل)^{٢}



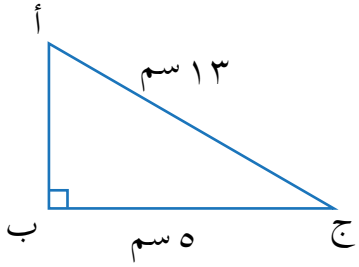
= (٩)^{٢} + (١٢)^{٢} = ٢٢٥

هـ ل = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥

∴ الوترُ = هـ ل = ١٥ سم.

٢) أ ب ج مثلثٌ قائمُ الزاويةِ في ب ، وفيهِ أ ج = ١٣سم ،

ب ج = ٥سم. ما طولُ أب؟



(أ ب)^{٢} = (أ ج)^{٢} – (ج ب)^{٢}

= ..... – .....

= ..... ، ومنْهُ:

أ ب = ١٢سم.

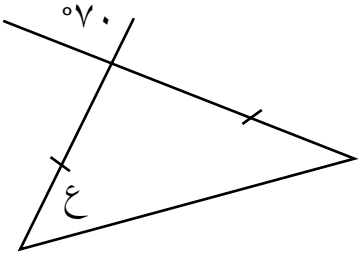
اختبرْ تعلُّمَكَ

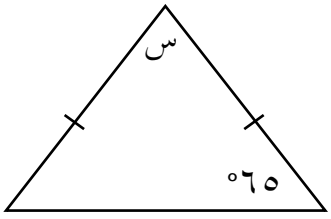
١) سَمِّ الزاويةَ الكبرى والزاويةَ الصغرى في كلِّ مثلثٍ ممّا يأتي:

أ) Δ أ ب ج أطوالُ أضلاعهِ أ ب= ١١دسم، ب ج = ١٥دسم، أ ج = ١٧دسم.

ب) Δ س ص ع أطوالُ أضلاعهِ س ص = ٩م، س ع = ٦م، ص ع = ٨م.

٢) جِدْ قيمةَ الزاويةِ المجهولةِ في كلِّ شكلٍ ممّا يأتي، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

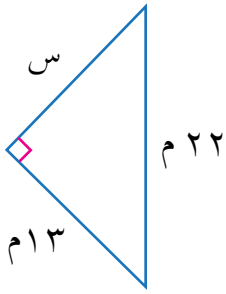


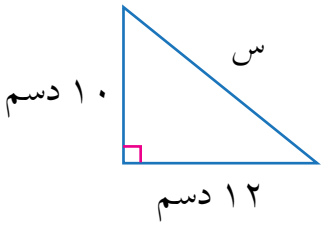


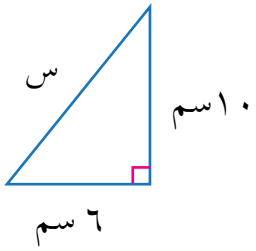
٣) أيُّ القياساتِ الآتيةِ تُمثِّلُ أطوالَ أضلاعِ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ:

أ) ٣سم، ٥سم، ٤سم؟ ب) ٢٠ سم، ٢٤سم، ٢٥سم؟

٤) جِدْ قيمةَ س في كلٍّ ممّا يأتي باستعمالِ نظريةِ فيثاغورس:







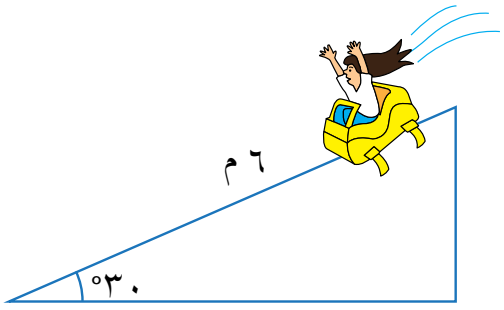
٥) مثلثٌ قائمُ الزاويةِ. إذا كانَ طولُ أحدِ أضلاعِهِ ٠,٧سم، وطولُ وترِهِ ٢,٥سم، فما طولُ الضلعِ الثالثِ؟

٦) اندلعَ حريقٌ في شقةٍ سكنيةٍ في إحدى العماراتِ. وقدْ قدَّرَ أفرادُ الدفاعِ المدنيِّ ارتفاعَ الشقةِ عنْ سطحِ الأرضِ بنحوِ ٦ أمتارٍ. ما طولُ السُّلَّمِ الذي سيستخدمُهُ المُسعِفُ؛ شرطَ وضعِهِ على بُعْدِ ٨ أمتارٍ عنِ العمارةِ مراعاةً للأمانِ؟

النتاجاتُ:

- تجدُ النسبَ المثلثيةَ (الجيبُ، جيبُ التمامِ، الظلُّ) للزاويةِ الحادةِ.
- تحلُّ مسائلَ عنِ النسبِ المثلثيةِ للزاويةِ الحادةِ.

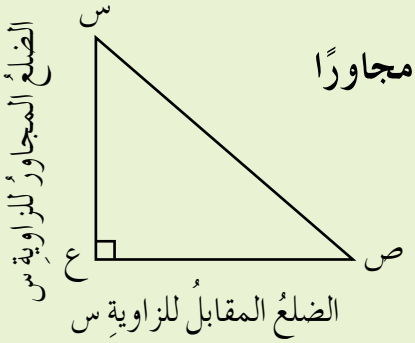
صنعَ بلالٌ لعبةَ تزحلقٍ للأطفالِ. وكانَتْ مائلةً بزاويةٍ مقدارُها ٣٠° معَ سطحِ الأرضِ. إذا كانَ طولُ اللعبةِ ٦ أمتارٍ، فما ارتفاعُ أعلى نقطةٍ في اللعبةِ عنْ سطحِ الأرضِ؟



تعرَّفْتَ في الدرسِ السابقِ خصائصَ المثلثاتِ، ومنْها خصائصُ المثلثِ القائمِ الزاويةِ الذي يؤدي دورًا مُهِمًّا في علمِ حسابِ المثلثاتِ، وهوَ علمٌ يبحثُ في العلاقاتِ بينَ أطوالِ أضلاعِ المثلثاتِ، وقياساتِ الزوايا، وإيجادِ المجهولِ منْها اعتمادًا على هذهِ العلاقاتِ؛ لذا يُستخدَمُ حسابُ المثلثاتِ في تطبيقاتٍ حياتيةٍ كثيرةٍ في مجالِ العلومِ، والهندسةِ، والفَلكِ، وعلومِ الفضاءِ.

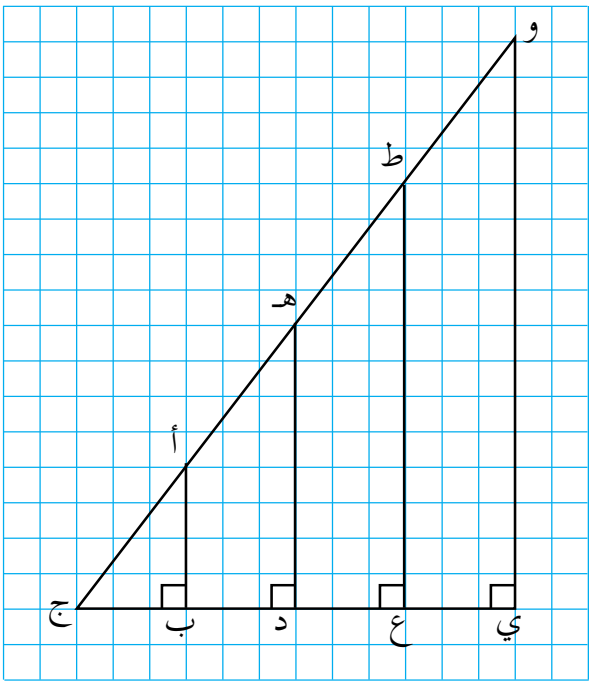
تعلَّمْ:

- في المثلثِ القائمِ الزاويةِ، يكونُ الضلعُ س ع **مجاورًا للزاويةِ الحادةِ** س، والضلعُ ص ع **مقابلًا لها**.



النشاطُ ١

اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ الذي يُبيِّنُ الزاويةَ الحادةَ جـ المشتركةَ في أكثرَ منْ مثلثٍ، املأ الفراغَ بما هوَ مناسبٌ في الجدولِ الآتي:



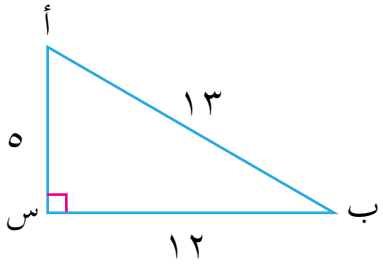
المثلثُ	طولُ الضلعِ المقابلِ (وحدةٌ)	طولُ الضلعِ المجاورِ (وحدةٌ)	طولُ الوترِ (وحدةٌ)	طولُ المقابلِ / طولُ الوترِ	طولُ المجاورِ / طولُ الوترِ	طولُ المقابلِ / طولُ المجاورِ
أ ب جـ	٤	٣	٥	$\frac{٤}{٥}$	$\frac{٣}{٥}$	$\frac{٤}{٣}$
هـ د جـ	٨	٦	١٠			
ط ع جـ						
و ي جـ						

دَوِّنْ ملاحظاتِكَ على كلٍّ منَ: النسبةِ $\frac{\text{طولُ المقابلِ}}{\text{طولِ الوترِ}}$ ، والنسبةِ $\frac{\text{طولُ المجاورِ}}{\text{طولِ الوترِ}}$ ، والنسبةِ $\frac{\text{طولُ المقابلِ}}{\text{طولِ المجاورِ}}$

تُسمّى النسبةُ $\frac{\text{طولُ المقابلِ}}{\text{طولِ الوترِ}}$ جيبَ الزاويةِ الحادةِ جـ ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ جاجـ، وهيَ نسبةٌ ثابتةٌ للزاويةِ لا تتغيرُ بتغيرِ أطوالِ أضلاعِ المثلثِ القائمِ الزاوية. أمّا النسبةُ الثابتةُ $\frac{\text{طولُ المجاورِ}}{\text{طولِ الوترِ}}$ فتُسمّى جيبَ التمامِ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ جتاجـ، وتُسمّى النسبةُ الثابتةُ $\frac{\text{طولُ المقابلِ}}{\text{طولِ المجاورِ}}$ ظلَّ الزاويةِ جـ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ (ظاجـ).

النشاطُ ٢

اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، جدْ كُلًّا ممّا يأتي:



١) جا أ

$$\text{جا أ} = \frac{\text{طولُ المقابلِ}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\text{ب س}}{\text{أ ب}} = \frac{١٢}{١٣} \approx ٠,٩٢٣١$$

٢) جتا أ

$$\text{جتا أ} = \frac{\text{طولُ المجاورِ}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\text{أس}}{\square} = \frac{\square}{١٣} \approx ٠,٣٨٤٦$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

٣) ظاب

$$\text{ظاب} = \frac{\text{طولُ المقابلِ}}{\text{طولِ المجاورِ}} = \frac{\text{أس}}{\text{ب س}} = \frac{\square}{\square} \approx ٠,٤١٦٧$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

توجدُ زوايا مشهورةٌ مرتبطةٌ بحالاتٍ مُحدَّدةٍ، مثلُ: المثلثِ القائمِ الزاويةِ المتطابقِ الضلعينِ؛ وفيهِ يكونُ قياسُ كلٍّ منْ زوايا القاعدةِ ٤٥°، والمثلثِ المتطابقِ الأضلاعِ؛ الذي يكون قياسُ جميعِ زواياهُ ٦٠°؛ ولأنَّ النسبَ المثلثيةَ للزاويةِ الحادةِ هيَ نسبٌ ثابتةٌ لا تتغيرُ بتغيرِ أطوالِ الأضلاعِ، فإنَّ النسبَ المثلثيةَ لهذهِ الزوايا المشهورةِ التي يُبيِّنُها الجدولُ الآتي تساعدُ على حلِّ المسائلِ منْ دونِ حاجةٍ إلى استخدامِ الآلةِ الحاسبةِ.

الزاويةُ س	جا س	جتا س	ظا س
٣٠°	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$
٦٠°	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\sqrt{٣}$
٤٥°	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	١

لإيجادِ نسبةٍ مثلثيةٍ لزوايا حادةٍ أخرى غيرِ تلكَ التي ذُكِرَتْ سابقًا، يجبُ استعمالُ آلةٍ حاسبةٍ، حيثُ يدلُّ المفتاحُ (sin) على جيبِ الزاويةِ، وتُقرَأُ بالإنجليزيةِ: (sine)، ويدلُّ المفتاحُ (cos) على جيبِ التمامِ، وتُقرَأُ بالإنجليزيةِ (cosine). أمّا المفتاحُ (tan) فيدلُّ على نسبةِ الظلِّ.

النشاطُ ٥ **استخدمِ الآلةَ الحاسبةَ في إيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:**

١) جا ٤٠°

اكتبْ قياسَ الزاويةِ ٤٠° في الآلةِ الحاسبةِ، ثمَّ اضغطْ على المفتاحِ sin ، فيكونُ الناتجُ:

جا ٤٠° ≈ ٠,٦٤٢٨

٢) جتا ٧٢°

اكتبْ قياسَ الزاويةِ ٧٢° في الآلةِ الحاسبةِ، ثمَّ اضغطْ على المفتاحِ cos ، فيكونُ الناتجُ:

جتا ٧٢° ≈ ٠,٣٠٩٠

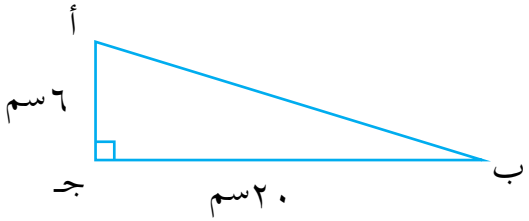
٣) ظا ٥١°

اكتبْ قياسَ الزاويةِ ..... في الآلةِ الحاسبةِ، ثمَّ اضغطْ على المفتاحِ tan ، فيكونُ الناتجُ:

..... ≈ ١,٢٣٤٩

اختبرْ تعلُّمَكَ

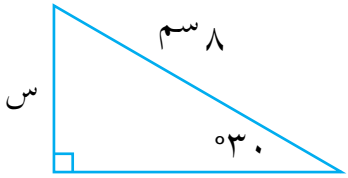
١) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، جِدْ كلًّا ممّا يأتي:



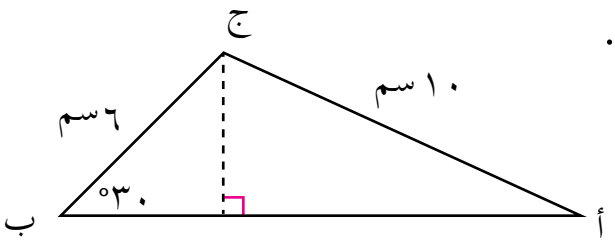
أ) جا أ　　ب) ظا أ

جـ) جتا ب　　د) $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$

٢) جِدْ قيمةَ س في الشكلِ المجاورِ.



٣) جِدْ جا أ اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ.

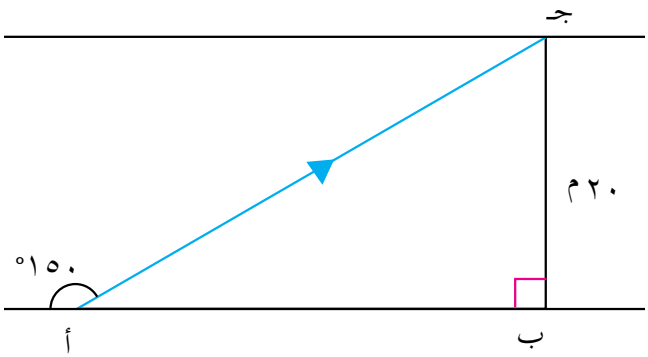


٤) استخدمِ الآلةَ الحاسبةَ في إيجادِ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) جتا ٧٥°　　ب) ظا ٤٢°　　جـ) جا ٨٢°　　د) $\frac{\text{جا ٢١°}}{\text{جتا ٢١°}}$

٥) إذا كانَتْ س زاويةً حادةً، وكانَ جا س = جتا س، فما قيمةُ س؟

٦) بدأَ سبّاحٌ بعبورِ نهرٍ عرضُهُ ٢٠ مترًا، مـنَ النقطةِ أ علـى الضفـةِ الأولى، فجرفَـهُ التيـارُ إلى النقطـةِ جـ على الضفـةِ المقابلةِ للنهرِ. مـا المسافةُ التي قطعَها السبّاحُ؟



٧) أيُّ العباراتِ الآتيةِ صحيحةٌ، وأيُّها غيرُ صحيحةٍ، مُبرِّرًا إجابتَكَ:

أ) إذا كانَتْ س زاويةً حادةً، فإنَّ ٠ < جاس< ١

ب) لا توجدُ زاويةٌ حادةٌ جيبُ تمامِها أكبرُ من ١

جـ) لا توجدُ زاويةٌ حادةٌ ظلُّها أكبرُ من ١

د) في المثلثِ أ ب ج القائمِ الزاويةِ في ب، فإنَّ جا أ= جا ج

هـ) لأيِّ زاويةٍ حادةٍ، فإنَّ ظاس= $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$

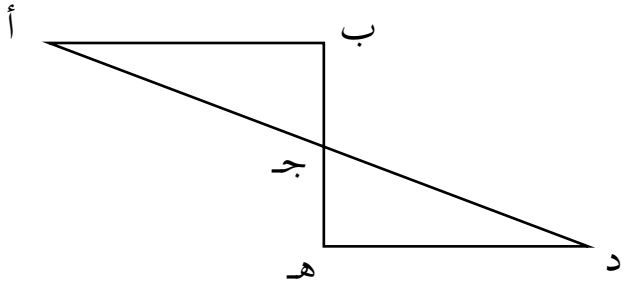
١) أيُّهُما حجمُهُ أكبرُ: مكعبٌ طولُ ضلعِهِ ٥ سم أمْ متوازي مستطيلاتٍ أبعادُهُ ٣سم، ٤ سم، ٥ سم؟

٢) صندوقٌ خشبيٌّ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ، وأبعادُهُ: ٤٠سم، ٤٠ سم، ٥٠ سم. ما تكلفةُ صنعِهِ، علمًا بأنَّ تكلفةَ المترِ المربعِ منَ الخشبِ ١٢ دينارًا؟

٣) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، حدِّدْ كلًّا ممّا يأتي على الرسمِ:

أ) زاويتانِ متقابلتانِ بالرأسِ.

ب) زاويتانِ متكاملتانِ.



٤) ما مُتمِّمةُ الزاويةِ التي قياسُها ٦٧°؟

٥) مثلثٌ قياساتُ زواياهُ: ١١٠°، ٣٦°، س، ما قيمةُ الزاويةِ س؟

٦) شكلٌ رباعيٌّ قياساتُ زواياهُ: ١٠٤°، ٩١°، ص، ص، ما قيمةُ الزاويةِ ص؟

٧) هلْ يوجدُ مثلثٌ قياساتُ زواياهُ: ٤٠°، ٥٩°، ٨١°؟ برِّرْ إجابتَكَ.

٨) هلْ يوجدُ شكلٌ رباعيٌّ قياساتُ زواياهُ: ١١°، ٨٠°، ٦٧°، ٢٠٠°؟ برِّرْ إجابتَكَ.

٩) سَمِّ الزاويةَ الصغرى في المثلثِ س ص ع الذي فيهِ س ص=١٠سم، س ع=١٢سم، ص ع=١٤سم.

١٠) أيُّ الأطوالِ الآتيةِ تُمثِّلُ أطوالَ أضلاعِ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ:

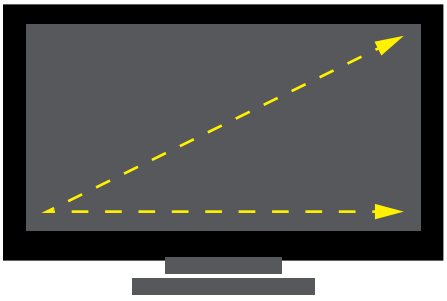
أ) ٣ سم، ٣ سم، ٤ سم . ب) ٣ سم ، ٤ سم، ٥ سم.

جـ) ١٥ سم ، ٢٠ سم، ٢٥ سم. د) ٧ سم، ٨ سم، ١٢ سم.

١١) المثلثُ ج د هـ قائمٌ في د، وفيهِ ج د= ٤ سم. ج هـ= ٨ سم. جِدْ جا هـ.

١٢) جِدْ محيطَ المثلثِ المتطابقِ الضلعينِ في الشكلِ المجاورِ.

١٣) نسبةُ عرضِ شاشةِ التلفازِ الفائقِ الوضوحِ إلى ارتفاعِها هيَ ١٢ : ٩، إذا كانَ عرضُ الشاشةِ ٤٨ إنشًا، فما مقياسُ التلفازِ بوحدةِ الإنشِ، علمًا بأنَّ المقاسَ يعتمدُ على طولِ قُطْرِ الشاشةِ؟



(ملحوظةٌ: الإنشُ إحدى وحداتِ قياسِ الطولِ، والإنشُ الواحدُ يساوي ٢,٥ سم تقريبًا).

التقويمُ الذاتيُّ

أرسمُ ☆ ، أوْ ☆☆، أوْ ☆☆☆ بما يناسبُ مستوى إجابتي:

الرقمُ	مؤشِّرُ الأداءِ	مستوى الأداءِ
١	أجِدُ حجمَ متوازي مستطيلاتٍ.	
٢	أُحدِّدُ زوجَ الزوايا المتتامةِ، وزوجَ الزوايا المتكاملةِ.	
٣	أجِدُ قياسَ زاويةٍ مجهولةٍ في مثلثٍ.	
٤	أجِدُ قياسَ زاويةٍ مجهولةٍ في شكلٍ رباعيٍّ.	
٥	أُميِّزُ المثلثَ القائمَ الزاويةِ عنْ طريقِ أطوالِ أضلاعِهِ.	
٦	أجِدُ طولَ الضلعِ المجهولِ في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ باستعمالِ نظريةِ فيثاغورس.	
٧	أُميِّزُ النسبَ المثلثيةَ (الجيبُ، جيبُ التمامِ، الظلُّ) للزاويةِ الحادةِ.	
٨	أستخدمُ الآلةَ الحاسبةَ في إيجادِ نسبةٍ مثلثيةٍ لزاويةٍ معلومةٍ.	
٩	أحلُّ مسائلَ حياتيةً عنِ النسبِ المثلثيةِ.	

الوحدةُ السادسةُ

الإحصاءُ والاحتمالاتُ

يُتوقَّعُ منكَ عزيزيَ الطالبَ في نهايةِ الوحدةِ أنْ تكونَ قادرًا على:

١) حسابِ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ (المتوسطُ الحسابيُّ، المنوالُ) لبياناتٍ عدديةٍ.

٢) حسابِ مقاييسِ التشتُّتِ (الانحرافُ المعياريُّ، التباينُ) لبياناتٍ عدديةٍ.

٣) تحديدِ الفضاءِ العينيِّ لتجاربَ عشوائيةٍ.

٤) تمثيلِ الفضاءِ العينيِّ رياضيًّا باستخدامِ الشجرةِ.

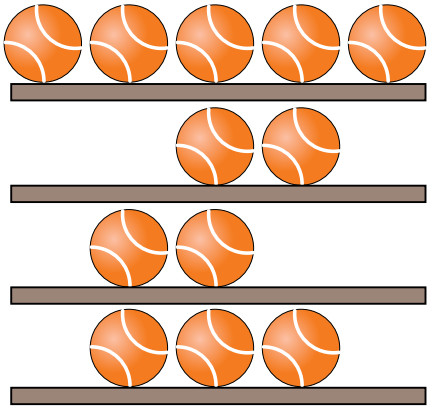
٥) تعرُّفِ الحادثِ وأنواعِهِ لتجاربَ عشوائيةٍ.

٦) إيجادِ قيمةِ احتمالِ حادثٍ ما لتجربةٍ عشوائيةٍ.

معرضُ سياراتٍ فيهِ أربعةُ أنواعٍ منَ السياراتِ. إذا كانَ عددُ سياراتِ كلِّ نوعٍ على التوالي في المعرضِ: ٣،٤،٧،٦، واشترى خالدٌ سيارةً منَ المعرضِ؛ فما احتمالُ شرائِهِ سيارةً منَ النوعِ الثالثِ؟

النتاجاتُ:

- تتعرَّفُ مقاييسَ النزعةِ المركزيةِ (الوسطُ الحسابيُّ، المنوالُ).
- تجدُ الوسطَ الحسابيَّ، والمنوالَ لبياناتٍ عدديةٍ.



يُمثِّلُ الشكلُ المجاورُ مجموعةً منَ الرفوفِ تحوي الأعدادَ الآتيةَ: ٥، ٢، ٢، ٣ على الترتيبِ منْ كراتِ السلَّةِ.

أرادَتْ رغدُ نقلَ بعضِ الكراتِ منْ رفٍّ إلى آخرَ ليصبحَ في كلٍّ منْها العددُ نفسُهُ منَ الكراتِ. كيفَ نساعدُ رغدَ على عملِ ذلكَ بأسرعِ وقتٍ؟

لاحِظْ أنَّ عددَ الكراتِ في الرفوفِ الأربعةِ هوَ: ٥ + ٢ + ٢ + ٣ = ١٢، وأنَّهُ عندَ قسمةِ العددِ ١٢ على عددِ الرفوفِ (٤)، فإنَّ الناتجَ ٣ كراتٍ في كلِّ رفٍّ.

يُسمّى العددُ ٣ **الوسطَ الحسابيَّ**، ويساوي مجموعَ القيمِ مُقسَّمًا على عددِها.

لاحِظْ أنَّ القيمةَ ٢ تُمثِّلُ عددَ أكثرِ الكراتِ تكرارًا في الرفوفِ، وتُسمّى هذهِ القيمةُ **المنوالَ**.

تُستخدَمُ المقاييسُ الإحصائيةُ في وصفِ البياناتِ الكميةِ، مثلُ **مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ (الوسطُ الحسابيُّ، المنوالُ)**.

تُستخدَمُ هذهِ المقاييسُ أيضًا في قياسِ موضعِ تركُّزِ (أوْ تجمُّعِ) البياناتِ العدديةِ؛ إذْ تميلُ بياناتُ أيِّ ظاهرةٍ إلى التركُّزِ والتجمُّعِ نحوَ قيمٍ مُحدَّدةٍ.

$$\text{الوسطُ الحسابيُّ} = \frac{\text{مجموعُ القيمِ}}{\text{عددُ القيمِ}}$$

المنوالُ: أكثرُ قيمةٍ تكرارًا في مجموعةٍ منَ القيمِ.

النشاطُ ١

تقدَّمَتْ جنى للامتحانِ في خمسِ موادَّ، وكانَتْ علاماتُها في الامتحانِ الأولِ: ١٨، ١٥ ، ١٥ ، ١٧، ١٥، ما الوسطُ الحسابيُّ والمنوالُ لهذهِ العلاماتِ؟

الحلُّ:

الوسطُ الحسابيُّ = مجموعَ العلاماتِ ÷ عددِها

$$= \frac{١٨ + ١٥ + ١٥ + ١٧ + ١٥}{٥} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$$

المنوالُ = ١٥؛ لأنَّهُ يُمثِّلُ أكثرَ قيمةٍ تكرارًا؛ إذْ تكرَّرَ هذا العددُ ثلاثَ مرّاتٍ.

النشاطُ ٢

إذا كانَتْ كُتلُ ٧ أشخاصٍ: ٧٢، ٦٨، ٧٤، ٧٠، ٦٧، ٦٨، ٧١، فما الوسطُ الحسابيُّ والمنوالُ لكتلِ هؤلاءِ الأشخاصِ؟

الحلُّ:

الوسطُ الحسابيُّ = مجموعَ العلاماتِ ÷ عددِها

$$= \frac{٧٢ + ٦٨ + \ldots + \ldots + \ldots + ٧١}{٧}$$

= ..... **المنوالُ** = ٦٨، لماذا؟

النشاطُ ٣

١) جِدِ المنوالَ لكلٍّ منَ القيمِ الآتيةِ:

أ) ٢، ٣، ٤، ٣، ٥، ٢، ٣، ٢ المنوالُ = ... لأنَّهُ .....

ب) ٦، ٧، ٥، ٧، ٦، ٤، ٧، ٦

لاحِظْ أنَّ أكثرَ قيمةٍ تكرارًا هيَ: ٦، ٧، وهذا يعني وجودَ منوالينِ لهذهِ القيمِ.

جـ) ٨، ٩، ٦، ٥، ٤، ١، ٧

لاحِظْ عدمَ وجودِ قيمةٍ لها تكرارٌ أكثرُ؛ لذا لا يوجدُ منوالٌ لهذهِ القيمِ.

النشاطُ ٤

إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ للقيمِ: ٨ ، ٤ ، ١٠ ، ٩ ، ك ، ١٢ هوَ ٩ ، فما قيمةُ الثابتِ ك؟

الحلُّ:

الوسطُ الحسابيُّ = مجموعَ القيمِ ÷ عددِها

$$\frac{٨ + ٤ + ١٠ + ٩ + ك + ١٢}{٦} = ٩$$

$$\frac{٤٣ + ك}{٦} = ٩$$

$$٩ \times ٦ = ٤٣ + ك$$

$$٥٤ = ٤٣ + ك \text{ ، ومنْهُ: ك} = \ldots\ldots\ldots$$

تحقَّقْ منْ صحةِ الحلِّ.

النشاطُ ٥

إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لساعاتِ العملِ التطوعيِّ لخالدٍ في ستةِ أيامٍ هوَ ٣ ، فما مجموعُ ساعاتِ عملِهِ التطوعيِّ في هذهِ الأيامِ؟

الحلُّ:

الوسطُ الحسابيُّ = مجموعَ الساعاتِ ÷ عددِ الأيامِ

.....

.....

.....

النشاطُ ٦

دَوَّنَ مُعلِّمُ الرياضياتِ كتلَ طلبةِ الصفِّ الخامسِ في الجدولِ الآتي:

الكتلةُ (كغم)	٢٠	٢٤	٢٥	٢٧
عددُ الطلبةِ	٤	٣	٦	٧

أ) جِدِ الوسطَ الحسابيَّ لكتلِ الطلبةِ.

ب) جِدِ المنوالَ لكتلِ الطلبةِ.

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) جِدِ الوسطَ الحسابيَّ والمنوالَ للقيمِ الآتيةِ: ٤٣ ، ٥٥ ، ٣٥ ، ٣٢ ، ٤٨، ٣٥، ٣٢، ٣٥

٢) لدى أسامةَ أرضٌ مزروعةٌ بالزيتونِ:

أ) إذا كانَ معدلُ إنتاجِ أرضِهِ منَ الزيتونِ في ٦ سنواتٍ بالطنِّ هوَ: ٤، ٦، ٥، ٧، ٥، ٣، فما الوسطُ الحسابيُّ والمنوالُ لإنتاجِهِ منَ الزيتونِ في ٦ سنواتٍ؟

ب) إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لإنتاجِهِ منَ الزيتونِ في ٨ سنواتٍ هوَ ٦ أطنانٍ، فما مجموعُ إنتاجِهِ منَ الزيتونِ في ٨ سنواتٍ؟

٣) إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لعددِ ساعاتِ العملِ اليوميةِ لبعضِ عمّالِ أحدِ المخابزِ ٦ ساعاتٍ، وكانَ المجموعُ الكليُّ لعددِ ساعاتِ عملِهِمْ ٤٢ ساعةً، فما عددُ العمّالِ؟

٤) إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لأطوالِ ٨ أشخاصٍ ١٧٥سم، والوسطُ الحسابيُّ لأطوالِ ١٢ شخصًا ١٦٠سم، فما الوسطُ الحسابيُّ لأطوالِ الأشخاصِ جميعًا؟

٥) إذا كانَ للبياناتِ: ٦٧، ٣٣، ٢٣، ٤٣، س، ٧٦، ٤٣، ٥٤، ٣٣، ٤٣، منوالانِ، هما: ٤٣، و٣٣، فما قيمةُ س؟

النتاجاتُ:
- تجدُ الانحرافَ المعياريَّ والتباينَ لبياناتٍ عدديةٍ.

إذا كانَتْ علاماتُ ريّانَ ويامنٍ في خمسةِ مباحثَ كما في الجدولِ الآتي:

علاماتُ ريّانَ	٨٥	٨٠	٧٦	٨٠	٧٩
علاماتُ يامنٍ	٨٢	٧٥	٩٥	٦٨	٨٠

فأيُّهُما علاماتُهُ أكثرُ تقاربًا منْ بعضِها؟

الوسطُ الحسابيُّ لعلاماتِ ريّانَ $= \frac{٧٩+٨٠+٧٦+٨٠+٨٥}{٥} =$ .....

الوسطُ الحسابيُّ لعلاماتِ يامنٍ $= \frac{٨٠+٦٨+٩٥+٧٥+٨٢}{٥} =$ .....

لاحِظْ أنَّ الوسطينِ الحسابيينِ لعلاماتِ كلٍّ منْ ريّانَ ويامنٍ متساويانِ بالرغمِ منَ اختلافِ علاماتِ كلٍّ منْهُما، وهذا يعني أنَّهُ قدْ تتساوى بعضُ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ لتوزيعينِ أوْ أكثرَ.

علاماتُ ريّانَ تنحصرُ بينَ ٧٦ و ٨٥، وعلاماتُ يامنٍ تنحصرُ بينَ ٦٨ و ٩٥، ولكنَّ علاماتِ ريّانَ أقلُّ تباعدًا منْ علاماتِ يامنٍ.

لتحديدِ مدى تقاربِ (أوْ تجانسِ) بياناتٍ مُعْطاةٍ، يجبُ استعمالُ مقاييسَ أخرى غيرِ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ، تُسمّى مقاييسَ التشتُّتِ، ومنْها: الانحرافُ المعياريُّ، والتباينُ.

الانحرافُ المعياريُّ: مقياسٌ منْ مقاييسِ التشتُّتِ، يقيسُ مدى تباعدِ القيمِ عنِ وسطِها الحسابيِّ، أوْ تقاربِها منْهُ.

الانحرافُ المعياريُّ (ع) = $\sqrt{\frac{\text{مجموعَ مربعاتِ انحرافِ القيمِ عنْ وسطِها الحسابيِّ}}{\text{عددِ القيمِ}}}$

$$ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن}}$$

حيثُ $\sum$: رمزُ المجموعِ.

$\overline{س}$: الوسطُ الحسابيُّ.

$س - \overline{س}$: انحرافُ القيمةِ س عنِ الوسطِ الحسابيِّ.

ن: عددُ القيمِ.

النشاطُ ١

ما قيمةُ الانحرافِ المعياريِّ للقيمِ الآتيةِ: ٢، ٣، ٥، ٧، ٨؟

الحلُّ:

$$\text{الوسطُ الحسابيُّ للقيمِ} = \overline{س} = \frac{٢ + ٣ + ٥ + ٧ + ٨}{٥} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$$

س	$(س - \overline{س})$	$(س - \overline{س})^{٢}$
٢	$٢ - ٥ = -٣$	٩
٣	$٣ - ٥ = -٢$	٤
٥	$٥ - ٥ = ٠$	٠
٧	$٧ - ٥ = ٢$	٤
٨	$٨ - ٥ = ٣$	٩
المجموعُ	صفرٌ (لماذا؟)	٢٦

$$ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن - ١}} = \sqrt{\frac{٢٦}{٥}} = \sqrt{٥,٢} \approx ٢,٢٨$$

التباينُ: مقياسٌ منْ مقاييسِ التشتُّتِ، وهوَ يُمثِّلُ مربعَ الانحرافِ المعياريِّ، حيثُ:

$$\text{التباينُ} = \frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن}$$

النشاطُ ٢ ما قيمةُ التباينِ في النشاطِ السابقِ؟

الحلُّ:

التباينُ $= ع^{٢} = ٥,٢$

النشاطُ ٣

ما قيمةُ الانحرافِ المعياريِّ والتباينِ للقيمِ الآتيةِ: ٥، ٦، ٧، ٧، ٨، ٩؟

الحلُّ:

الوسطُ الحسابيُّ للقيمِ $\overline{س} = \frac{٥ + ٦ + ٧ + ٧ + ٨ + ٩}{٦} = \frac{٤٢}{٦} = ٧$

س	$(س - \overline{س})$	$(س - \overline{س})^{٢}$
٥	$٥ - ٧ = -٢$	٤
٦	-١	١
٧	٠	٠
٧	٠	٠
٨		
٩		
المجموعُ	صفرٌ (لماذا ؟)	

$$ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن}} = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

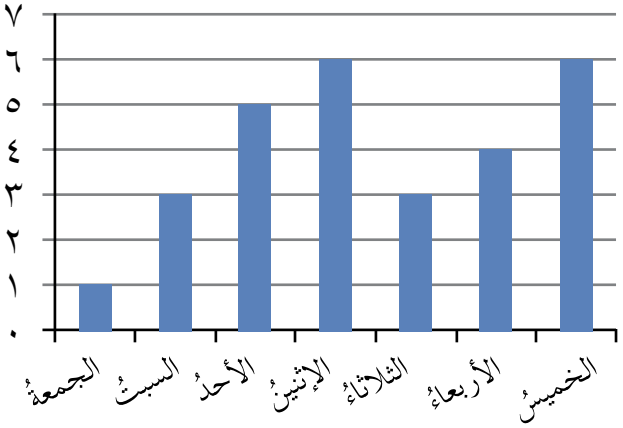
التباينُ $= ع^{٢} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

فكِّرْ:

- ما قيمةُ الانحرافِ المعياريِّ والتباينِ للقيمِ الآتيةِ: ٣، ٣، ٣، ٣، ٣؟

١) إذا كانَتْ سنواتُ الخبرةِ لأعضاءِ الهيئةِ التدريسيةِ في مدرسةٍ ما: ٢، ٣، ٤، ٥، ٧، ١٣، ١٥، فجِدِ الانحرافَ المعياريَّ والتباينَ.

٢) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ الذي يُمثِّلُ عددَ ساعاتِ العملِ التطوعيِّ لصهيبٍ على مدارِ أسبوعٍ؛ جِدِ الانحرافَ المعياريَّ.



٣) إذا كانَتْ درجاتُ الحرارةِ الصغرى في أحدِ أيامِ الشتاءِ خلالَ ستةِ أيامٍ:
٦، ٣، ٢، ٠، −٣، −٤، فجِدِ الانحرافَ المعياريَ، والتباينَ.

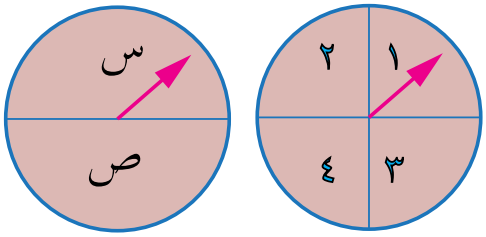
٤) إذا كانَ التباينُ لمجموعةٍ منَ القيمِ ١,٤٤، فجِدِ الانحرافَ المعياريَّ.

٥) إذا كانَ الانحرافُ المعياريُّ لمجموعةٍ منَ القيمِ ٠,٩، فجِدِ التباينَ.

النتاجاتُ:

- تجدُ الفضاءَ العينيَّ لتجربةٍ عشوائيةٍ.
- تُمثِّلُ الفضاءَ العينيَّ باستخدامِ الشجرةِ.

قرصانِ دائريانِ، لكلٍّ منْهُما مُؤشِّرٌ، قُسِّمَ الأولُ إلى أربعةِ أجزاءٍ متساويةٍ، كُتِبَ عليْها: ١، ٢، ٣، ٤، وقُسِّمَ الثاني إلى جزأينِ متساويينِ كُتِبَ عليْهما: س، ص، إذا دُوِّرَ المُؤشِّرانِ، بحيثُ استقرّا على أحدِ الأجزاءِ:



أ) اكتبْ جميعَ النواتجِ الممكنةِ منْ عمليةِ تدويرِ كلِّ مُؤشِّرٍ وحدَهُ.

ب) اكتبْ جميعَ النواتجِ الممكنةِ منْ عمليةِ دورانِ المُؤشِّرينِ على التوالي، ثمَّ دَوِّنِ النتائجَ في صورةِ أزواجٍ مُرتَّبةٍ (الرقمُ الذي يتوقَّفُ عندَهُ مُؤشِّرُ القرصِ الأولِ، والرمزُ الذي يتوقَّفُ عندَهُ مُؤشِّرُ القرصِ الثاني).

لاحِظْ أنَّ النواتجَ الممكنةَ منْ عمليةِ تدويرِ المُؤشِّرِ الأولِ هيَ: {١، ٢، ٣، ٤}، لماذا؟

وأنَّ النواتجَ الممكنةَ منْ عمليةِ تدويرِ المُؤشِّرِ الثاني هيَ: {س، ص}، لماذا؟

وأنَّ جميعَ النواتجِ الممكنةِ لعمليةِ الدورانِ في القرصينِ في صورةِ أزواجٍ مُرتَّبةٍ هيَ:

{(١، س)، (١، ص)، (٢، س)، (٢، ص)، (٣، س)، (٣، ص)، (٤، س)، (٤، ص)}.

ولكنْ، لا يُمكِنُ معرفةُ أيٍّ منْها سيتحقَّقُ فعلًا إلّا بعدَ إجراءِ التجربةِ؛ لأنَّ ذلكَ مبنيٌّ على التخمينِ. يُطلَقُ على هذهِ التجاربِ اسمُ **التجاربِ العشوائيةِ**، ويُطلَقُ على مجموعةِ النواتجِ الممكنةِ اسمُ **الفضاءِ العينيِّ**.

التجربةُ العشوائيةُ: تجربةٌ يُمكِنُ معرفةُ جميعِ نواتجِها الممكنةِ قبلَ إجرائِها، ولا يُمكِنُ تحديدُ أيٍّ منْ هذهِ النواتجِ سيتحقَّقُ فعلًا إلّا بعدَ إجراءِ التجربةِ.

الفضاءُ العينيُّ للتجربةِ العشوائيةِ: مجموعةُ كلِّ النواتجِ الممكنةِ لهذهِ التجربةِ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ (Ω)، وتُقرَأُ: أوميجا.

النشاطُ ١

اكتبِ الفضاءَ العينيَّ لتجربةِ إلقاءِ قطعةِ نقدٍ منتظمةٍ، واختيارِ أحدِ أرقامِ المجموعةِ س={ ١، ٢، ٣، ٤} عشوائيًّا، ثمَّ مثِّلْ ذلكَ باستخدامِ الشجرةِ.

الحلُّ:

يُمثَّلُ الفضاءُ العينيُّ باستخدامِ الشجرةِ البيانيةِ على النحوِ الآتي:

النتائجُ الممكنةُ لإلقاءِ قطعةِ النقدِ	النتائجُ الممكنةُ لاختيارِ الرقمِ	
ص	١	(ص،١)
	٢	(ص،٢)
	٣	(ص،٣)
	٤	(ص،٤)
ك	١	(ك،١)
	٢	(ك،٢)
	٣	(ك،٣)
	٤	(ك،٤)

لاحِظْ أنَّ أحدَ نواتجِ هذهِ التجربةِ مُكوَّنٌ منَ الزوجِ المُرتَّبِ الذي إحداثياهُ: وجهُ قطعةِ النقدِ، ورقمٌ منَ المجموعةِ س. وعليْهِ، فإنَّ:

Ω = {(ص،١)، (ص،٢)، (ص،٣)، (ص،٤)، (ك،١)، (ك،٢)، (ك،٣)، (ك،٤)}

النشاطُ ٢

صندوقانِ يحتوي أحدُهُما على كرتينِ مُتماثِلتينِ: بيضاءَ، وسوداءَ، ويحتوي الصندوقُ الثاني على ثلاثِ كراتٍ مُتماثِلةٍ: حمراءَ، وخضراءَ، وزرقاءَ. في تجربةِ سحبِ كرةٍ منَ الصندوقِ الأولِ، وكرةٍ منَ الصندوقِ الثاني، مَثِّلِ الفضاءَ العينيَّ لهذهِ التجربةِ باستخدامِ الشجرةِ.

النشاطُ ٣

في تجربةِ اختيارٍ عشوائيٍّ لعائلةٍ لديْها طفلانِ، وكتابةِ النتائجِ بحسبِ الجنسِ وتسلسلِ الولادةِ، مَثِّلِ الفضاءَ العينيَّ لهذهِ التجربةِ باستخدامِ الشجرةِ.

الحلُّ:

يُرمَزُ إلى الولدِ بالرمزِ: و، ويُرمَزُ إلى البنتِ بالرمزِ: ب

و	و	(و، و)
	ب	(و، ب)
ب	و	(ب، و)
	ب	(ب، ب)

كلُّ ناتجٍ منْ نواتجِ هذهِ التجربةِ مُكوَّنٌ منَ الزوجِ المُرتَّبِ الذي إحداثياهُ: جنسُ الطفلِ الأولِ، وجنسُ الطفلِ الثاني.

منَ الشجرةِ البيانيةِ، يَتبيَّنُ أنَّ:

Ω ={(و، و)، (و ، ب)، (ب ، و)، (ب ، ب)}.

النشاطُ ٤

بدأَ صهيبٌ تمثيلَ الفضاءِ العينيِّ لتجربةِ إلقاءِ حجريْ نردٍ معًا مرَّةً واحدةً فقطْ، وكتابةَ عددِ النقاطِ على الوجهِ العلويِّ لحجريِ النردِ باستخدامِ الشجرةِ. ساعِدْ صهيبًا على كتابةِ الفضاءِ العينيِّ.

١	١	(١، ١)
	٢	(١، ٢)
	٣	(١، ٣)
	٤	(١، ٤)
	٥	(١، ٥)
	٦	(١، ٦)

فكِّرْ:

في تجربةِ سحبِ بطاقةٍ وكتابةِ العددِ الظاهرِ منْ صندوقٍ يحوي ٥ بطاقاتٍ مُتماثلةٍ، كُتِبَ على كلٍّ منْها العددُ ٣، هلِ التجربةُ عشوائيةٌ؟

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) مثِّلِ الفضاءَ العينيَّ للتجاربِ العشوائيةِ الآتيةِ باستخدامِ الشجرةِ:

أ) تجربةُ إلقاءِ قطعتيْ نقدٍ منتظمتينِ مرَّةً واحدةً معَ ملاحظةِ الوجهينِ الظاهرينِ.

ب) تجربةُ سحبِ كرتينِ منْ صندوقٍ يحوي ٨ كراتٍ مُتماثِلةٍ، منْها (٣) حمراءَ، و(٥) صفراءَ، وكتابةُ لونِ الكرةِ.

جـ) تجربةُ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ، ثمَّ إلقاءِ قطعةِ نقدٍ منتظمةٍ، وملاحظةُ عددُ النقاطِ على الوجهِ العلويِّ لحجرِ النردِ، والوجهِ الظاهرِ لقطعةِ النقدِ.

د) تكوينُ لجنةٍ منْ عضوينِ اختيرا منَ القائمةِ الآتيةِ: {أحمدُ، يزيدُ، معاذٌ}.

٢) أيُّ التجاربِ الآتيةِ عشوائيةٌ، مُبيِّنًا السببَ:

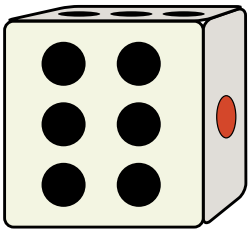
أ) قياسُ درجةِ غليانِ الماءِ.

ب) سحبُ كرةٍ منْ صندوقٍ يحوي ٥ كراتٍ مُتماثِلةٍ: ٣ حمراءَ، و٢ بيضاءَ.

النتاجاتُ:

- تُحدِّدُ أنواعَ الحوادثِ (بسيطٌ، مُركَّبٌ، مستحيلٌ، أكيدٌ) لتجربةٍ عشوائيةٍ.
- تحسبُ احتمالَ الحادثِ.

قرَّرَتْ شهدُ وآيةُ وزينبُ تنظيمَ حفلِ المدرسةِ في يومِ المُعلِّمِ، واتفقْنَ على أنَّ مَنْ تُقدِّمُ فقراتِ الحفلِ تحصلُ على أكبرِ عددٍ عندَ إلقاءِ حجرِ نردٍ. إذا حصلَتْ شهدُ على العددِ ٣، وحصلَتْ آيةُ على العددِ ١، فما احتمالُ أنْ تُقدِّمَ زينبُ الحفلَ؟



في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً، وكتابةِ عددَ النقاطِ الظاهرةِ على الوجهِ العلويِّ، فإنَّ الفضاءَ العينيَّ لهذهِ التجربةِ هوَ: $\Omega = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$.

كلُّ مجموعةٍ جزئيةٍ منَ الفضاءِ العينيِّ Ω تُسمّى حادثًا، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ: $ح_١$، $ح_٢$، $ح_٣$، ...، وهكذا.

فمثلًا: $ح_١ = \{٥\}$، $ح_٢ = \{٣، ٤، ٥\}$، $ح_٣ = \phi$، $ح_٤ = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$، جميعُها مجموعاتٌ جزئيةٌ منَ الفضاءِ العينيِّ Ω، ويُسمّى كلٌّ منْها **حادثًا**.

الحادثُ: مجموعةٌ جزئيةٌ منَ الفضاءِ العينيِّ لتجربةٍ عشوائيةٍ، ويُرمَزُ إليْها بالرمزِ ح.

النشاطُ ١

في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً، وكتابةِ عددِ النقاطِ الظاهرةِ على الوجهِ العلوي، اكتبْ كلًّا منَ الحوادثِ الآتيةِ، مُحدِّدًا عددَ عناصرِ كلٍّ منْها:

أ) $ح_١$: ظهورُ عددٍ أكبرَ منْ ٦

ب) $ح_٢$: ظهورُ عددٍ زوجيٍّ أكبرَ منْ ٤

جـ) $ح_٣$: ظهورُ عددٍ فرديٍّ.

د) $ح_٤$: ظهورُ عددٍ أصغرَ منْ أوْ يساوي ٦

الحلُّ:

أ) $ح_{١} = \phi$ عددُ عناصِرِ $ح_{١}$: $ع = ٠$

ب) $ح_{٢} = \{ ٦ \}$ $ع = ١$

جـ) $ح_{٣} = \{ ١، ٣، ٥ \}$ $ع = ...$

د) $ح_{٤} = \{ ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ \}$، $ع = ٦$

لاحِظْ أنَّ الحوادثَ قدْ تختلفُ في عددِ عناصرِها، وأنَّها تُصنَّفُ بحسبِ عددِ عناصرِها على النحوِ الآتي:

الحادثُ البسيطُ: حادثٌ يحوي عنصرًا واحدًا فقطْ منَ الفضاءِ العينيِّ Ω.
الحادثُ المُركَّبُ: حادثٌ يحوي عنصرينِ أوْ أكثرَ منَ الفضاءِ العينيِّ Ω.
الحادثُ الأكيدُ: حادثٌ يحوي جميعَ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ Ω.
الحادثُ المستحيلُ: حادثٌ لا يحوي أيَّ عنصرٍ منْ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ Ω.

نوعُ الحادثِ $ح_{١}$: مستحيلٌ؛ لأنَّهُ لا يحوي أيَّ عنصرٍ منْ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ.

نوعُ الحادثِ $ح_{٢}$: .....؛ لأنَّ ..... .

نوعُ الحادثِ $ح_{٣}$: .....؛ لأنَّ ..... .

نوعُ الحادثِ $ح_{٤}$: .....؛ لأنَّ ..... .

النشاطُ ٤ في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ ثمَّ قطعةِ نقدٍ منتظمينِ، إذا كانَ:

$ح_{١}$: ظهورُ عددٍ زوجيٍّ وكتابةٍ.

$ح_{٢}$: ظهورُ عددٍ أوليٍّ وصورةٍ.

$ح_{٣}$: ظهورُ عددٍ أقلَّ منْ ٣ وصورةٍ،

فاكتبْ كلًّا منَ الحوادثِ $ح_{١}$ ، $ح_{٢}$ ، $ح_{٣}$ بذكرِ عناصرِها، مُحدِّدًا نوعَ كلٍّ منْها.

الحلُّ:

$ح_{١}$ = { (٢، ك) ، (٤، ك) ، (٦، ك) } نوعُ الحادثِ: مُركَّبٌ.

$ح_{٢}$ = { (٢، ص) ، ..... } نوعُ الحادثِ: ..... .

$ح_{٣}$ = ... نوعُ الحادثِ: ..... .

احتمالُ وقوعِ الحادثِ ح = $\frac{\text{عددَ عناصرِ الحادثِ ح}}{\text{عددِ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ } \Omega}$

وبالرموزِ: ل(ح) = $\frac{ع(ح)}{ع(\Omega)}$، **حيثُ:** ع (ح): **عددُ عناصرِ الحادثِ**، ع(Ω): **عددُ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ** Ω.

النشاطُ ٣ في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً، ما احتمالُ ما يأتي:

أ) ظهورُ عددٍ أكبرَ منْ ٤؟ ب) ظهورُ العددِ ٣؟

الحلُّ:

أ) الفضاءُ العينيُّ Ω = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

$ح_{١}$: حادثُ ظهورِ عددٍ أكبرَ منْ ٤

$ح_{١}$ = {٥، ٦}

ل ($ح_{١}$) = $\frac{\text{عددَ عناصرِ الحادثِ } ح_{١}}{\text{عددِ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ } \Omega}$ = $\frac{٤}{٦}$

ب) $ح_{٢}$: حادثُ ظهورِ العددِ ٣

$ح_{٢}$ = {٣}

ل ($ح_{٢}$) = $\frac{١}{٦}$ ، لماذا؟

النشاطُ ٤

رُقِّمَتْ ١٥ بطاقةً مُتماثِلةً بالأعدادِ: ١، ٢، ٣، ٤، .....، ١٥، إذا سُحِبَتْ بطاقةٌ عشوائيًّا منْ مجموعةِ البطاقاتِ الخمسَ عشرةَ، فما احتمالُ:

أ) أنْ تحملَ البطاقةُ الرقمَ ١؟

ب) أنْ تحملَ البطاقةُ عددًا منْ مضاعفاتِ العددِ ٤؟

جـ) أنْ تحملَ البطاقةُ عددًا يقبلُ القسمةَ على العددِ ٦؟

الحلُّ:

أ) الفضاءُ العينيُّ $\Omega = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ....، ١٥\}$

$ح_١$: حادثُ أنْ تحملَ البطاقةُ الرقمَ ١

$ح_١ = \{١\}$

$ل(ح_١) = \frac{١}{١٥}$

ب) $ح_٢$: حادثُ أنْ تحملَ البطاقةُ عددًا منْ مضاعفاتِ العددِ ٤

$ح_٢ = \{٤، ٨، ١٢\}$

$ل(ح_٢) = \frac{\square}{\square}$

جـ) $ح_٣$: حادثُ أنْ تحملَ البطاقةُ عددًا يقبلُ القسمةَ على العددِ ٦

$ح_٣ = \{.....\}$

$ل(ح_٣) = \frac{\square}{\square}$

اختبرْ تعلُّمَكَ

١) في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً، ما نوعُ الحوادثِ الآتيةِ:

$ح_١ = \{١، ٥\}$، $ح_٢ = \{٤\}$، $ح_٣ = \phi$، $ح_٤ = \Omega$؟

٢) في تجربةِ إلقاءِ حجريْ نردٍ منتظمينِ مرَّةً واحدةً، اكتبِ الحوادثَ الآتيةِ بذكرِ عناصرِها:

أ) $ح_١$: مجموعُ العددينِ الظاهرينِ يساوي ٤

ب) $ح_٢$: العددانِ الظاهرانِ متساويانِ.

٣) صندوقٌ يحتوي على ١٢ كرةً مُتماثِلةً، منْها: ٤ كراتٍ حمراءَ، و٣ كراتٍ صفراءَ، و٥ كراتٍ زرقاءَ، سُحِبَتْ منَ الصندوقِ كرةٌ واحدةٌ عشوائيًّا. ما احتمالُ أنْ تكونَ الكرةُ المسحوبةُ:

أ) حمراءَ؟ ب) صفراءَ؟ جـ) زرقاءَ؟

٤) في مدرسةٍ ١٠٠ طالبٍ، منْهُمْ ٥٠ طالبًا يُفضِّلونَ لعبةَ كرةِ القدمِ، و٦٠ طالبًا يُفضِّلونَ لعبةَ كرةِ السلَّةِ، و٤٠ طالبًا يُفضِّلونَ لعبةَ كرةِ القدمِ ولعبةَ كرةِ السلَّةِ. إذا اختيرَ أحدُ الطلبةِ عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ يكونَ هذا الطالبُ:

أ) يُفضِّلُ فَقَطْ لعبةَ كرةِ القدمِ.

ب) يُفضِّلُ كرةَ السلَّةِ، ولا يُفضِّلُ لعبةَ كرةِ القدمِ.

جـ) لا يُفضِّلُ لعبةَ كرةِ القدمِ، ولا يُفضِّلُ لعبةَ كرةِ السلَّةِ.

٥) حُلَّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

١) يُبيّنُ الجدولُ الآتي قيمةَ تبرُّعاتِ طلبةِ الصفِّ الثامنِ لصندوقِ الطالبِ الفقيرِ:

المبلغُ بالقروشِ	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥
عددُ الطلبةِ	٣	٤	٦	٤	٣

ما الوسطُ الحسابيُّ لتبرُّعاتِ الطلبةِ؟

٢) صِلْ بخطٍّ بينَ كلِّ جملةٍ ممّا يأتي والشكلِ المناسبِ لها:

أ) الوسطُ الحسابيُّ=٢ ب) المنوالُ = ٥

٣) إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ للقيمِ: س، ٢س، ٣س، ٢س، ٧س هوَ ٦، فجِدِ:

أ) المنوالَ. ب) الانحرافَ المعياريَّ. جـ) التباينَ.

٤) لدى سارةَ ٢٥ بطاقةً مُتماثِلةً مُرقَّمةً منْ ١ إلى ٢٥، إذا سُحِبَتْ منْها بطاقةٌ واحدةٌ عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ يكونَ العددُ الظاهرُ على البطاقةِ المسحوبةِ:

أ) منْ مضاعفاتِ العددِ ٤؟

ب) يقبلُ القسمةَ على ٢ أوْ ٣؟

٥) أيُّ التجاربِ الآتيةِ عشوائيةٌ، مُبيّنًا السببَ:

أ) إلقاءُ قطعةِ نقدٍ منتظمةٍ، وكتابةُ الوجهِ الظاهرِ إلى الأعلى؟

ب) سحبُ كرةٍ منْ صندوقٍ فيهِ كراتٌ مُتماثِلةٌ في الشكلِ واللونِ، وكتابةُ اللونِ منْ دونِ النظرِ إليْها؟

جـ) إلقاءُ قطعةِ نقدٍ ثمَّ حجرِ نردٍ منتظمينِ؟

د) قياسُ نسبةِ عددِ ذرّاتِ الأكسجينِ إلى عددِ ذرّاتِ الهيدروجينِ في الماءِ؟

التقويمُ الذاتيُّ

أرسمُ ☆ ، أوْ ☆☆، أوْ ☆☆☆ بما يناسبُ مستوى إجابتي:

الرقمُ	مؤشِّرُ الأداءِ	مستوى الأداءِ
١	أَجِدُ مقاييسَ النزعةِ المركزيةِ (الوسطُ الحسابيُّ، المنوالُ) لبياناتٍ عدديةٍ.	
٢	أَجِدُ مقاييسَ التشتُّتِ (الانحرافُ المعياريُّ، التباينُ) لبياناتٍ عدديةٍ.	
٣	أُحدِّدُ الفضاءَ العينيَّ لتجاربَ عشوائيةٍ.	
٤	أُمثِّلُ الفضاءَ العينيَّ رياضيًّا باستخدامِ الشجرةِ البيانيةِ.	
٥	أتعرَّفُ الحادثَ وأنواعَهُ لتجاربَ عشوائيةٍ.	
٦	أَجِدُ قيمةَ احتمالِ حادثٍ ما لتجربةٍ عشوائيةٍ.	

تمَّ بحمدِ اللّٰهِ تَعالى