تجميع أسئلة
هيكل الرياضيات
11 متقدم
(بريدج)
الفصل الدراسي الثاني
للعام 2024

Hassan Fathy
Math Teacher

1	إيجاد معكوسات المصفوفات 2×2 والمصفوفات 3×3	exercises (27-34)	P291

جد A^{-1}، إن وُجدت. وإن لم توجد A^{-1}، فاكتب منفردة. (مثال 5)

27. $A = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -6 & 3 \end{bmatrix}$

28. $A = \begin{bmatrix} -4 & 8 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

29. $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

30. $A = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$

31. $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 3 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$

32. $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 6 & -1 & -4 \end{bmatrix}$

33. $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 4 & 7 & -3 \\ 1 & -5 & 2 \end{bmatrix}$

34. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 3 & 6 & -5 \\ -2 & -8 & 1 \end{bmatrix}$

2	ضرب المصفوفات	exercises (1-8)	P291

جد *AB* و *BA*؛ إن أمكن. (مثال 1)

1. $A = \begin{bmatrix} 8 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

2. $A = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

3. $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & -3 & 2 \end{bmatrix}$

4. $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -10 & 9 \end{bmatrix}$

5. $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -1 \\ -4 & 9 & 8 \end{bmatrix}$

6. $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -4 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -5 \\ 2 & -7 & 1 \end{bmatrix}$

7. $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -7 & 1 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -8 \\ -6 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

8. $A = \begin{bmatrix} 6 & -9 & 10 \\ 4 & 3 & 8 \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 6 & -8 \\ 3 & -9 \\ -2 & 5 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

3	إستخدام البرمجة الخطية لحل التطبيقات.	Exercises (1-8)	P318

جد القيمتين العظمى والصغرى لدالة الهدف $f(x, y)$ وحدد قيمتي كل من x و y اللتين تتحققان عندهما، مع مراعاة القيود المحددة. (مثال 1)

1. $f(x, y) = 3x + y$
$y \le 2x + 1$
$x + 2y \le 12$
$1 \le y \le 3$

2. $f(x, y) = -x + 4y$
$y \le x + 4$
$y \ge -x + 3$
$1 \le x \le 4$

3. $f(x, y) = x - y$
$x + 2y \le 6$
$2x - y \le 7$
$x \ge -2$
$y \ge -3$

4. $f(x, y) = 3x - 5y$
$x \ge 0, y \ge 0$
$x + 2y \le 6$
$2y - x \le 2$
$x + y \le 5$

5. $f(x, y) = 3x - 2y$
$y \le x + 3$
$1 \le x \le 5$
$y \ge 2$

6. $f(x, y) = 3y + x$
$4y \le x + 8$
$2y \ge 3x - 6$
$2x + 2y \ge 4$

7. $f(x, y) = x - 4y$
$x \ge 2, y \ge 1$
$x - 2y \ge -4$
$2x - y \le 7$
$x + y \le 8$

8. $f(x, y) = x - y$
$3x - 2y \ge -7$
$x + 6y \ge -9$
$5x + y \le 13, x - 3y \ge -7$

4	كتابة معادلات القطوع المكافئة بالصيغة القياسية	Exercises (1-4)	P335

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. حدد رأس القطع المكافئ ومحور تماثله واتجاه فتحته.

1. $y = 2x^2 - 24x + 40$
2. $y = 3x^2 - 6x - 4$
3. $x = y^2 - 8y - 11$
4. $x + 3y^2 + 12y = 18$

5	كتابة معادلات القطوع المكافئة بالصيغة القياسية	Exercises (26-31)	P335

اكتب معادلة لكل قطعٍ مكافئٍ موضح أدناه. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

26. الرأس (0, 1)، البؤرة (0, 4)

27. الرأس (1, 8)، الدليل $y = 3$

28. البؤرة (−2, −4)، الدليل $x = -6$

29. البؤرة (2, 4)، الدليل $x = 10$

30. الرأس (−6, 0)، الدليل $x = 2$

31. الرأس (9, 6)، البؤرة (9, 5)

6	تمثيل الدوائر بيانيا	Exercises (31-46)	P343

41. $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 9$

42. $x^2 + y^2 - 3x + 8y = 20$

43. $x^2 + y^2 + 6y = -50 - 14x$

44. $x^2 - 18x + 53 = 18y - y^2$

45. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 8y = 32$

46. $3x^2 + 3y^2 - 6y + 12x = 24$

7	كتابة معادلات الدوائر	Exercises (47-50)	P343

47. الفضاء يدور قمر صناعي في مدار دائري على ارتفاع 25000 mi فوق الأرض.

a. اكتب معادلة لمدار هذا القمر الصناعي إذا علمتَ أن نقطة الأصل تقع عند مركز الأرض. افترض أن قطر الأرض 8000 mi .

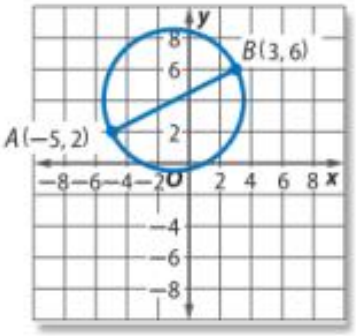
b. ارسم الأرض والمدار بمقياس رسم. ميّز الرسم بالأسماء.

48. التبرير المنطقي افترض أن بث محطة راديو غير محجوب يمكنه الانتقال لمسافة 120 mi . افترض أن المحطة متمركزة عند نقطة الأصل.

a. اكتب معادلةً لتمثيل حدود منطقة البث باستخدام المركز كنقطة الأصل.

b. إذا علمتَ أن برج البث يبعد عن المحطة الحالية مسافة 40 mi شرقًا و 10 mi جنوبًا. وتعمل الإشارة المعززة على بث الإشارات لمسافة 80 mi إضافية. فما المعادلة التي تمثل منطقة البث الجديدة؟

49. الهندسة الدوائر متحدة المركز هي دوائر لها المركز ذاته ولكن بأنصاف أقطار مختلفة. ارجع إلى التمثيل البياني الموضح حيث $\overline{AB}$ هو قطر الدائرة.



a. اكتب معادلة لدائرة تتحد في المركز مع الدائرة الموضحة على اليسار. ولكن نصف قطرها أكبر بمقدار 4 وحدات.

b. اكتب معادلة لدائرة تتحد في المركز مع الدائرة الموضحة على اليسار. ولكن نصف قطرها أصغر بمقدار وحدتين.

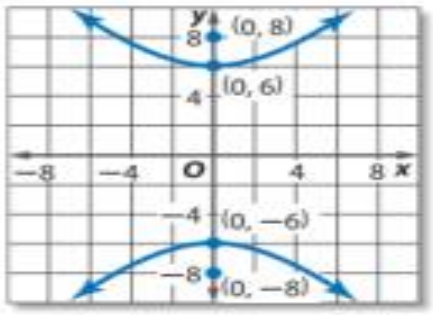
c. مثّل بيانيًا الدائرتين من الجزأين a وb على المستوى الإحداثي ذاته.

50. الزلازل يبعد الاستاد عن وسط المدينة تقريبًا بمسافة 35 km غربًا و40 km شمالاً. افترض حدوث زلزال يبعد مركزه عن استاد المدينة بمسافة 55 km تقريبًا. افترض أن نقطة أصل المستوى الإحداثي تقع عند مركز وسط المدينة. اكتب معادلة لمجموعة النقاط التي يمكن أن تكون مركز الزلزال.

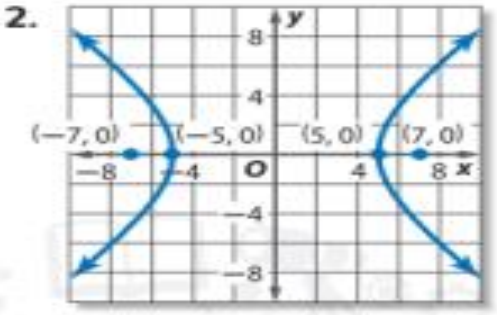
8	كتابة معادلات القطوع الزائدة	Exercises (1-4)	P360

المثالان 1-2 اكتب معادلة لكل قطع زائد.

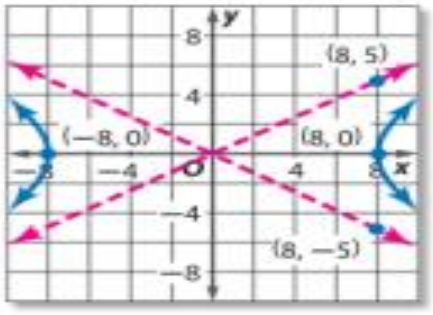
1.



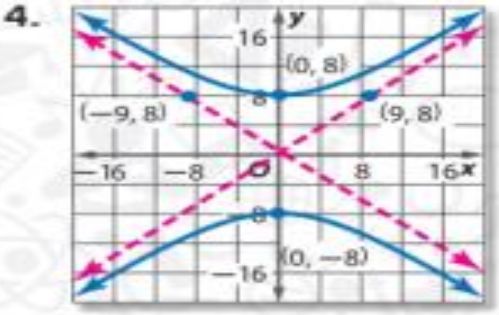
2.



3.



4.



9	حل أنظمة المعادلات الخطية واللاخطية جبريا وبيانيا	Exercises (1-4)	P374

جـــد حلاً لكل نظام معادلات.

1. $8y = -10x$
   $y^2 = 2x^2 - 7$

2. $x^2 + y^2 = 68$
   $5y = -3x + 34$

3. $y = 12x - 30$
   $4x^2 - 3y = 18$

4. $6y^2 - 27 = 3x$
   $6y - x = 13$

10	تمثيل المعادلات الوسيطية بيانيا	Exercises (9-16)	P393

اكتب كل زوج من المعادلات الوسيطية بالصورة الديكارتية في المستوى الإحداثي المتعامد. ثم مثل المعادلة بيانيًا واذكر أيّ قيودٍ على المجال. (المثالان 2 و 3)

9. $x = 2t - 5, y = t^2 + 4$

10. $x = 3t + 9, y = t^2 - 7$

11. $x = t^2 - 2, y = 5t$

12. $x = t^2 + 1, y = -4t + 3$

13. $x = -t - 4, y = 3t^2$

14. $x = 5t - 1, y = 2t^2 + 8$

15. $x = 4t^2, y = \frac{6t}{5} + 9$

16. $x = \frac{t}{3} + 2, y = \frac{t^2}{6} - 7$

P417	Exercises (38-44)	حل مسائل المتجهات وتحليل المتجهات إلى مركباتها المتعامدة	11

قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل كل متجه إلى مركبات متعامدة. ثم جـد مقادير المركبات الأفقية والرأسية للمتجه. (المثال 6)

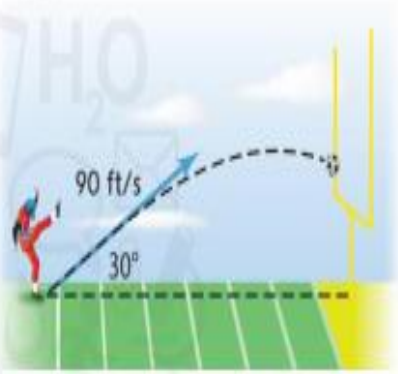
38. $2\frac{1}{8}$ cm بزاوية 310° مع المركبة الأفقية

39. 1.5 cm **باتجاه** N49°E

40. 3.2 cm/h **باتجاه** S78°W

41. $\frac{3}{4}$ cm/min باتجاه 255°

42. **كرة القدم** في محاولة تهديف، تم ركل الكرة بالسرعة الموضحة بالرسم التخطيطي أدناه.



a. قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة إلى مركبات متعامدة.

b. جـد مقادير المركبات الأفقية والرأسية. (مثال 6)

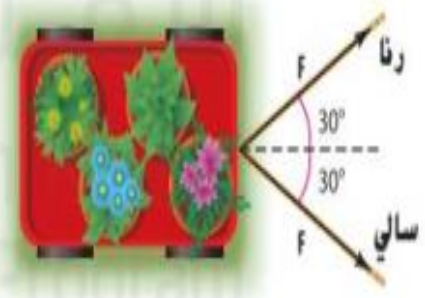
43. **التنظيف** تم دفع مكنسة بقوة مقدارها 190N (نيوتن) وزاوية مقدارها 33° مع الأرض. (المثال 6)

a. قم بتصميم رسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة إلى مركبات متعامدة.

b. جـد مقادير المركبات الأفقية والرأسية.

44. **العناية بالحدائق** تسحب رنا وسالي عربة مليئة بالنباتات. تسحب كل منهما العربة بقوة متساوية وزاوية 30° مع محور العربة. القوة الناتجة هي 120 N.

B



a. ما مقدار القوة التي تبذلها كل منهما؟

b. إذا بذلت كل منهما قوة مقدارها 75 N فما مقدار القوة الناتجة؟

12	تمثيل وإجراء العمليات على المتجهات في المستوى الإحداثي	Exercises (1-10)	P425

جد الصورة المُركّبة والمقدار للمتجه $\overrightarrow{AB}$ بنقطتي البداية والنهاية المذكورتين. (المثالان 1 و 2)

1. $A(-3, 1), B(4, 5)$
2. $A(2, -7), B(-6, 9)$
3. $A(10, -2), B(3, -5)$
4. $A(-2, 7), B(-9, -1)$
5. $A(-5, -4), B(8, -2)$
6. $A(-2, 6), B(1, 10)$
7. $A(2.5, -3), B(-4, 1.5)$
8. $A(-4.3, 1.8), B(9.4, -6.2)$
9. $A\left(\frac{1}{2}, -9\right), B\left(6, \frac{5}{2}\right)$
10. $A\left(\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}\right), B(-1, 7)$

13	كتابة متجه كتوفيق خطي لمتجهات الوحدة	Exercises (38-43)	P425

جد صورة مُركّبة المتّجه v بالمقدار وزاوية الاتجاه المذكورتين. (المثال 6)

38. $|\mathbf{v}| = 12, \theta = 60^\circ$
39. $|\mathbf{v}| = 4, \theta = 135^\circ$
40. $|\mathbf{v}| = 6, \theta = 240^\circ$
41. $|\mathbf{v}| = 16, \theta = 330^\circ$
42. $|\mathbf{v}| = 28, \theta = 273^\circ$
43. $|\mathbf{v}| = 15, \theta = 125^\circ$

14	التعبير الجبري للمتجهات في الفضاء وعملياتها	Exercises (36-47)	P442

جد كل مما يلي لكل من $\mathbf{a} = \langle -5, -4, 3 \rangle$ و $\mathbf{b} = \langle 6, -2, -7 \rangle$ و $\mathbf{c} = \langle -2, 2, 4 \rangle$. (المثال 5)

36. $6\mathbf{a} - 7\mathbf{b} + 8\mathbf{c}$
37. $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$
38. $2\mathbf{a} + 5\mathbf{b} - 9\mathbf{c}$
39. $6\mathbf{b} + 4\mathbf{c} - 4\mathbf{a}$
40. $8\mathbf{a} - 5\mathbf{b} - \mathbf{c}$
41. $-6\mathbf{a} + \mathbf{b} + 7\mathbf{c}$

جد كل مما يلي لكل من $\mathbf{x} = -9\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ و $\mathbf{y} = 6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} -$ 7k و $\mathbf{z} = -2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$. (المثال 5)

42. $7\mathbf{x} + 6\mathbf{y}$
43. $3\mathbf{x} - 5\mathbf{y} + 3\mathbf{z}$
44. $4\mathbf{x} + 3\mathbf{y} + 2\mathbf{z}$
45. $-8\mathbf{x} - 2\mathbf{y} + 5\mathbf{z}$
46. $-6\mathbf{y} - 9\mathbf{z}$
47. $-\mathbf{x} - 4\mathbf{y} - \mathbf{z}$

15	إيجاد قيمة ناتج الضرب المتجهي للمتجهات في الفضاء واستخدام ناتج الضرب المتجهي في إيجاد المساحة والحجم	Exercises (30-35)	P450

30. $\mathbf{t} = \langle -1, -9, 2 \rangle, \mathbf{u} = \langle 4, -7, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 3, -2, 6 \rangle$
31. $\mathbf{t} = \langle -6, 4, -8 \rangle, \mathbf{u} = \langle -3, -1, 6 \rangle, \mathbf{v} = \langle 2, 5, -7 \rangle$
32. $\mathbf{t} = \langle 2, -3, -1 \rangle, \mathbf{u} = \langle 4, -6, 3 \rangle, \mathbf{v} = \langle -9, 5, -4 \rangle$
33. $\mathbf{t} = -4\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}, \mathbf{u} = 5\mathbf{i} + 7\mathbf{j} - 6\mathbf{k}, \mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 5$
34. $\mathbf{t} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}, \mathbf{u} = -3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 7\mathbf{k}, \mathbf{v} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$
35. $\mathbf{t} = 5\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}, \mathbf{u} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 7\mathbf{k}, \mathbf{v} = 8\mathbf{i} - \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$

الجزء الثاني

16	حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام قاعدة كرامر	Exercises (11-18) P300

استخدم قاعدة كرامر لإيجاد حل كل نظام من المعادلات الخطية، إن وُجد حل فريد. (المثالان 3 و 4)

11. $-3x + y = 4$
$2x + y = -6$

12. $2x + 3y = 4$
$5x + 6y = 5$

13. $5x + 4y = 7$
$-x - 4y = -3$

14. $4x + \frac{1}{3}y = 8$
$3x + y = 6$

15. $2x - y + z = 1$
$x + 2y - 4z = 3$
$4x + 3y - 7z = -8$

16. $x + y + z = 12$
$6x - 2y - z = 16$
$3x + 4y + 2z = 28$

17. $x + 2y = 12$
$3y - 4z = 25$
$x + 6y + z = 20$

18. $9x + 7y = -30$
$8y + 5z = 11$
$-3x + 10z = 73$

17	تمثيل القطوع الناقصة بيانيًا	Exercises (24-31)	P352

جد إحداثيات المركز والبؤرتين وطولي المحورين الأكبر والأصغر لقطع ناقص بالمعادلة المعطاة. ثم مثل القطع الناقص بيانيًا.

24. $\frac{(x-3)^2}{36}+\frac{(y-2)^2}{128}=1$

25. $\frac{(x+6)^2}{50}+\frac{(y-3)^2}{72}=1$

26. $\frac{x^2}{27}+\frac{(y-5)^2}{64}=1$

27. $\frac{(x+4)^2}{16}+\frac{y^2}{75}=1$

28. $3x^2+y^2-6x-8y-5=0$

29. $3x^2+4y^2-18x+24y+3=0$

30. $7x^2+y^2-56x+6y+93=0$

31. $3x^2+2y^2+12x-20y+14=0$

18	تمثيل المعادلات الوسيطية بيانيًا	Exercises (26-31)	P393

استخدم كل وسيط لكتابة المعادلات الوسيطية التي يمكن أن تمثل كل معادلة. ثم مثل المعادلات بيانيًا. مع الإشارة إلى سرعة الرسم البياني وتوجيهه.

(المثال 5)

26. $t=3x-2; y=x^2+9$

27. $t=8x; y^2=9-x^2$

28. $t=2-\frac{x}{3}; y=\frac{x^2}{12}$

29. $t=\frac{x}{5}+4; y=10-x^2$

30. $t=4x+7; y=\frac{x^2-1}{2}$

31. $t=\frac{1-x}{2}; y=\frac{3-x^2}{4}$

P434	Exercises (16-23)	إيجاد ناتج الضرب النقطي لمتجهين، واستخدام ناتج الضرب النقطي لإيجاد الزاوية بينهما	19

جـــد الزاوية θ بين u و v لأقرب جزء من عشرة من الدرجة. (مثال 3)

16. $\mathbf{u} = \langle 0, -5 \rangle, \mathbf{v} = \langle 1, -4 \rangle$
17. $\mathbf{u} = \langle 7, 10 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, -4 \rangle$
18. $\mathbf{u} = \langle -2, 4 \rangle, \mathbf{v} = \langle 2, -10 \rangle$
19. $\mathbf{u} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}, \mathbf{v} = -4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$
20. $\mathbf{u} = \langle -9, 0 \rangle, \mathbf{v} = \langle -1, -1 \rangle$
21. $\mathbf{u} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{j}, \mathbf{v} = -7\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$
22. $\mathbf{u} = \langle 6, 0 \rangle, \mathbf{v} = \langle -10, 8 \rangle$
23. $\mathbf{u} = -10\mathbf{i} + \mathbf{j}, \mathbf{v} = 10\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$

P450	Exercises (24-29)	إيجاد قيمة ناتج الضرب المتجهي للمتجهات في الفضاء واستخدام ناتج الضرب المتجهي في إيجاد المساحة والحجم	20

جـــد مساحة متوازي المستطيلات الذي يحتوي على الضلعين المتجاورين u و v. (مثال 5)

24. $\mathbf{u} = \langle 2, -5, 3 \rangle, \mathbf{v} = \langle 4, 6, -1 \rangle$
25. $\mathbf{u} = \langle -9, 1, 2 \rangle, \mathbf{v} = \langle 6, -5, 3 \rangle$
26. $\mathbf{u} = \langle 4, 3, -1 \rangle, \mathbf{v} = \langle 7, 2, -2 \rangle$
27. $\mathbf{u} = 6\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}, \mathbf{v} = 5\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 8\mathbf{k}$
28. $\mathbf{u} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 8\mathbf{k}, \mathbf{v} = -2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k}$
29. $\mathbf{u} = -3\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 3\mathbf{k}, \mathbf{v} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} + 6\mathbf{k}$