الأسئله الكتابيه - رياضيات 2024

https://t.me/h11Ad36

(باللغتين)

- هدهد الملكة -

https://t.me/h11Ad36

1. يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. المساحة المحاطة تساوي $1800\ ft^2$. جد أصغر قيمة ممكنة للمحيط المناظر لهذه المساحة.

2. يجب بناء سياج من ثلاثة جوانب بجوار الجزء المستقيم من النهر، الذي يشكل الجانب الرابع لمنطقة مستطيلة. يتوفر $96\ ft$ من السياج. جد القيمة العظمى للمساحة المحاطة بالسياج وأبعاد السياج المناظر لهذه المساحة.

3. يجب بناء إسطبل مكون من حظيرتين. يشكل مخطط الإسطبل مستطيلين متطابقين متجاورين. إذا كان هناك $120\ ft$ من السياج متوفر، فما هي الأبعاد التي سيضيفها الإسطبل إلى المساحة المحاطة بالسياج؟

4. يجب أن تكون صالة عرض بمتجر متعدد الأقسام مستطيلة بثلاثة جدران في ثلاثة جوانب وفتحات باب $6\ ft$ في الجانبين المتقابلين وفتحة باب $10\ ft$ في الجدار المتبقي. يجب أن تكون مساحة أرضية صالة العرض $800\ ft^2$. ما هي الأبعاد التي ستكون أصغر طول للجدار المستخدم؟

5. بيّن أن المستطيل ذي المساحة العظمى الذي محيطه قيمة ثابتة P يشكل مربع دائمًا.

6. بيّن أن المستطيل ذي المحيط الأصغر ومساحته قيمة ثابتة A يشكل مربع دائمًا.

7. يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بواسطة لوح من الورق المقوى أبعاده $6\ in - 10\ in$ وذلك بقص مربعات قياس ضلعها $x\ in$ من كل زاوية وطي الجوانب. جد قيمة x التي تحقق القيمة العظمى للصندوق.

8. يجب بناء صندوق مفتوح من الأعلى بأخذ لوح من الورق المقوى مساحته $12\ in$–في– $16\ in$ وقص مربعات مساحة كل منها $x\ in^2$ من كل زاوية وطي الجوانب. جد قيمة x تحقق القيمةالعظمى لحجم الصندوق.

9. (a) تم بناء صندوق مفتوح من الأعلى بأخذ قطعة من الورق المقوى مساحتها $6\ in$–في– $6\ in$ وقص مربعات بحجم x-in من كل زاوية وطي الجوانب. ثم تم لصق المربعات الأربعة بمساحة $x\ in^2$ معًا لتشكل صندوقًا ثانيًا (مفتوح من الأعلى أو سفلي).
جد قيمة x تحقق القيمة العظمى لأحجام الصناديق.
(b) كرر المسألة بدءًا بقطعة من الورق المقوى مساحتها $4\ in$ –في– $6\ in$

https://t.me/h11Ad36

1. A three-sided fence is to be built next to a straight section of river, which forms the fourth side of a rectangular region. The enclosed area is to equal 1800 ft^2. Find the minimum perimeter and the dimensions of the corresponding enclosure.

2. A three-sided fence is to be built next to a straight section of river, which forms the fourth side of a rectangular region. There is 96 feet of fencing available. Find the maximum enclosed area and the dimensions of the corresponding enclosure.

3. A two-pen corral is to be built. The outline of the corral forms two identical adjoining rectangles. If there is 120 ft of fencing available, what dimensions of the corral will maximize the enclosed area?

4. A showroom for a department store is to be rectangular with walls on three sides, 6-ft door openings on the two facing sides and a 10-ft door opening on the remaining wall. The showroom is to have 800 ft^2 of floor space. What dimensions will minimize the length of wall used?

5. Show that the rectangle of maximum area for a given perimeter P is always a square.

6. Show that the rectangle of minimum perimeter for a given area A is always a square.

7. A box with no top is to be built by taking a 6 in-by-10 in sheet of cardboard, cutting x-in squares out of each corner and folding up the sides. Find the value of x that maximizes the volume of the box.

8. A box with no top is to be built by taking a 12 in-by-16 in sheet of cardboard, cutting x-inch squares out of each corner and folding up the sides. Find the value of x that maximizes the volume of the box.

9. (a) A box with no top is built by taking a 6″-by-6″ piece of cardboard, cutting x-in. squares out of each corner and folding up the sides. The four x-in. squares are then taped together to form a second box (with no top or bottom). Find the value of x that maximizes the sum of the volumes of the boxes. (b) Repeat the problem starting with a 4 in-by-6 in piece of cardboard.

https://t.me/h11Ad36

1. يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل $120\ \text{gl/min}$. ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{4}''$. نظرًا لأن $1\ \text{ft}^3$ يساوي 7.5 براميل، حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر إلى $100\ \text{m}$ (a) و $200\ \text{m}$ (b) اشرح سبب تناقص المعدل بتزايد نصف القطر.

2. يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل $90\ \text{gl/min}$. ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{8}''$. حدد معدل تزايد نصف قطر التسرب عند وصول نصف القطر إلى $100\ \text{ft}$

3. يتسرب النفط من ناقلة النفط بمعدل 8 برميل في الدقيقة. ينتشر النفط في دائرة بسمك $\frac{1}{4}''$. (a) على فرض أن نصف قطر التسرب يتزايد بمعدل $0.6\ \text{m/min}$ عندما يساوي نصف القطر $100\ \text{ft}$ فحدد قيمة 8. (b) إذا تضاعف سمك النفط، فكيف يتغير معدل تزايد نصف القطر؟

4. على فرض أن المنطقة المصابة بإصابة ما دائرية. (a) فإذا كان نصف قطر المنطقة المصابة $3\ \text{mm}$ وتزداد بمعدل $1\ \text{mm/hr}$، فما هو معدل تزايد المنطقة المصابة؟ (b) جد معدل تزايد المنطقة المصابة عند وصول نصف القطر إلى $6\ \text{mm}$. اشرح بمنطق سليم سبب كون هذا المعدل أكبر من معدل الجزء (a).

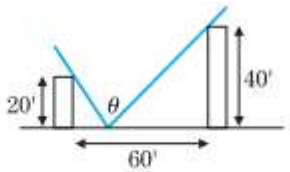
5. على فرض أن قطرة مطر تتبخر بطريقة تحافظ معها على شكلها الكروي. علماً ان حجم شكل كروي بنصف قطر r هو $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ وأن مساحة سطحه هي $A = 4\pi r^2$. فإذا تغير نصف القطر مع الزمن، واصبح الحجم $V' = Ar'$. إذا كان معدل التبخر (V') يتناسب مع مساحة السطح، بيّن أن نصف القطر يتغير بمعدل ثابت.

6. على فرض أن حريق غابات ينتشر في دائرة بنصف قطر يتغير بمعدل $5\ \text{ft/min}$ عندما يصل نصف القطر إلى $200\ \text{ft}$، فما هو معدل تزايد مساحة المنطقة المحترقة؟

https://t.me/h11Ad36

7. يرتكز سلم بطول 10 ft على جانب المبنى كما في المثال 8.2. فإذا تم سحب الجزء السفلي من السلم بعيدًا عن الجدار بمعدل 3 ft/s وبقي السلم ملامسًا للجدار،(a) جـــد المعدل الذي يسقط به الجزء العلوي من السلم عندما يكون الجزء السفلي بعيدًا بمقدار 6 ft عن الجدار. (b) جـــد معدل تغير الزاوية بين السلم وسطح الأرض عندما يبعد أسفل السلم 6 ft من الجدار.

8. مبنيان ارتفاعهما 20 ft و 40 ft على التوالي، والمسافة بينهما 60 ft على فرض أن شدة الضوء في نقطة معينة بين المبنيين تتناسب طرديا مع الزاوية θ في الشكل (a). إذا تحرك شخص ما من اليمين إلى اليسار بمعدل 4 ft/s، فما معدل تغير θ عندما يكون الشخص في منتصف المسافة بين المبنيين بالضبط ؟ (b) جـــد الموقع الذي يكون قياس الزاوية θ أكبر ما يمكن.



9. تقع طائرة على بعد $x = 40$ mi (أفقيًا). عن المطار وارتفاع h كيلومتر مكعب. يوجد رادار في المطار $s(t)$ يكشف المسافة بين الطائرة والمطار وبتغير بمعدل $s'(t) = -240$ mph (a) إذا حلقت الطائرة نحو المطار بارتفاع ثابت $h = 4$. فما هي السرعة $|x'(t)|$ للطائرة؟ (b) كرر العملية بارتفاع 6 mi. استنادًا إلى إجاباتك، ما أهمية معرفة الارتفاع الفعلي للطائرة؟

10. (a) أعد صياغة المثال 8.3 إذا كانت سيارة الشرطة لا تتحرك. هل هذا يجعل قياس الرادار أكثر دقة؟ (b) بيّن أن الرادار المذكور في المثال 8.3 يحدد السرعة الصحيحة إذا كانت سيارة الشرطة تقع في نقطة الأصل.

11. بيّن أن الرادار المذكور في المثال 8.3 يحدد السرعة الصحيحة $x = \frac{1}{2}$ إذا كانت سيارة الشرطة تتحرك بسرعة $50(\sqrt{2} - 1)$ mph.

12. جـــد موقع وسرعة الرادار المذكور في المثال 8.3 عندما تكون قراءته أبطأ من السرعة الفعلية.

13. تنفق شركة صغيرة الآلاف سنويًا على الإعلانات، على فرض أن مبيعاتها السنوية AEDX بآلاف من الدراهم تساوي $s = 60 - 40e^{-0.05x}$. تتضح أعداد إعلاناتها السنوية في الثلاث سنوات الأخيرة في الجدول التالي.

https://t.me/h11Ad36

1. Oil spills out of a tanker at the rate of 120 gl/min per minute. The oil spreads in a circle with a thickness of $\frac{1}{4}''$. Given that 1 ft^3 equals 7.5 gallons, determine the rate at which the radius of the spill is increasing when the radius reaches (a) 100 ft and (b) 200 ft. Explain why the rate decreases as the radius increases.

2. Oil spills out of a tanker at the rate of 90 gallon per minute. The oil spreads in a circle with a thickness of $\frac{1}{8}''$. Determine the rate at which the radius of the spill is increasing when the radius reaches 100 feet.

3. Oil spills out of a tanker at the rate of g gallons per minute. The oil spreads in a circle with a thickness of $\frac{1}{4}''$. (a) Given that the radius of the spill is increasing at a rate of 0.6 ft/min when the radius equals 100 feet, determine the value of g. (b) If the thickness of the oil is doubled, how does the rate of increase of the radius change?

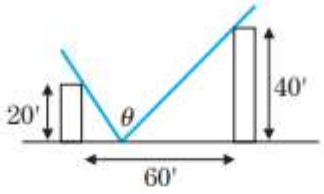
4. Assume that the infected area of an injury is circular. (a) If the radius of the infected area is 3 mm and growing at a rate of 1 mm/hr, at what rate is the infected area increasing? (b) Find the rate of increase of the infected area when the radius reaches 6 mm. Explain in commonsense terms why this rate is larger than that of part (a).

5. Suppose that a raindrop evaporates in such a way that it maintains a spherical shape. Given that the volume of a sphere of radius r is $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ and its surface area is $A = 4\pi r^2$, if the radius changes in time, show that $V' = Ar'$. If the rate of evaporation (V') is proportional to the surface area, show that the radius changes at a constant rate.

6. Suppose a forest fire spreads in a circle with radius changing at a rate of 5 ft/min. When the radius reaches 200 feet, at what rate is the area of the burning region increasing?

7. A 10 ft ladder leans against the side of a building as in example 8.2. If the bottom of the ladder is pulled away from the wall at the rate of 3 ft/sec and the ladder remains in contact with the wall, (a) find the rate at which the top of the ladder is dropping when the bottom is 6 ft from the wall. (b) Find the rate at which the angle between the ladder and the horizontal is changing when the bottom of the ladder is 6 ft from the wall.

8. Two buildings of height 20 ft and 40 ft, respectively, are 60 ft apart. Suppose that the intensity of light at a point between the buildings is proportional to the angle θ in the figure. (a) If a person is moving from right to left at 4 ft/s, at what rate is θ changing when the person is exactly halfway between the two buildings? (b) Find the location at which the angle θ is maximum.



9. A plane is located $x = 40$ mile (horizontally) away from an airport at an altitude of h mile. Radar at the airport detects that the distance $s(t)$ between the plane and airport is changing at the rate of $s'(t) = -240$ mph. (a) If the plane flies toward the airport at the constant altitude $h = 4$, what is the speed $|x'(t)|$ of the airplane? (b) Repeat with a height of 6 mile. Based on your answers, how important is it to know the actual height of the airplane?

10. (a) Rework example 8.3 if the police car is not moving. Does this make the radar gun's measurement more accurate? (b) Show that the radar gun of example 8.3 gives the correct speed if the police car is located at the origin.

11. Show that the radar gun of example 8.3 gives the correct speed if the police car is at $x = \frac{1}{2}$ moving at a speed of $(\sqrt{2} - 1)\ 50$ mph.

12. Find a position and speed for which the radar gun of example 8.3 has a slower reading than the actual speed.

13. For a small company spending AED x thousand per year in advertising, suppose that annual sales in thousands of dollars equal $s = 60 - 40e^{-0.05x}$. The three most recent yearly advertising figures are given in the table.

https://t.me/h11Ad36

مثال 9.8 إيجاد القيمة العظمى لمعدل النمو السكاني

على فرض أن النمو السكاني يعطى بالمعادلة $p'(t) = 2p(t)[1 - p(t)]$ (المعادلة اللوجستية باستخدام $r = 2$). جد التعداد السكاني الذي يكون فيه معدل النمو هو القيمة العظمى. فسّر هذه النقطة بيانيًا.

الحل لتوضيح المسألة، نكتب معدل التعداد السكاني على أنه

$$f(p) = 2p(1 - p)$$

ويكون هدفنا عندئذٍ هو إيجاد التعداد السكاني $p \geq 0$ الذي يحقق القيمة العظمى $f(p)$. لدينا

$$\begin{aligned} f'(p) &= 2(1)(1 - p) + 2p(-1) \\ &= 2(1 - 2p) \end{aligned}$$

وبالتالي، فإن العدد الحرج الوحيد هو $p = \frac{1}{2}$ لاحظ أن التمثيل البياني لـ $y = f(p)$ هو قطع مكافئ مفتوح لأسفل وبالتالي، يجب أن يناظر العدد الحرج القيمة العظمى المطلقة. في الشكل 4.104. لاحظ أن ارتفاع $p = \frac{1}{2}$ تناظر الجزء من التمثيل البياني حيث الميل له القيمة العظمى. كذلك، لاحظ أن هذه النقطة تناظر الجزء من التمثيل البياني حيث الميل له القيمة العظمىلك بحل المعادلة $f'(p) = 0$. حيث إن $f(p)$ تساوي $p'(t)$. فأن. $p = \frac{1}{2}$ هي قيمة p المناظرة لحل $p''(t) = 0$ o. وقد يكون هذا الأمر هامًا لعلماء البيولوجيا السكانية. إذا تتبعوا التعداد السكاني الذي يصل إلى نقطة انعطاف. عندئذٍ (على فرض أن المعادلة اللوجستية تعطي نموذجًا دقيقًا) فإن التعداد السكاني سيتضاعف في الحجم في نهاية الأمر.

EXAMPLE 9.8 Finding the Maximum Rate of Population Growth

Suppose that a population grows according to the equation $p'(t) = 2p(t)[1 - p(t)]$ (the logistic equation with $r = 2$). Find the population for which the growth rate is a maximum. Interpret this point graphically.

Solution To clarify the problem, we write the population growth rate as

$$f(p) = 2p(1 - p).$$

Our aim is then to find the population $p \geq 0$ that maximizes $f(p)$. We have

$$\begin{aligned} f'(p) &= 2(1)(1 - p) + 2p(-1) \\ &= 2(1 - 2p) \end{aligned}$$

and so, the only critical number is $p = \frac{1}{2}$. Notice that the graph of $y = f(p)$ is a parabola opening downward and hence, the critical number must correspond to the absolute maximum. In Figure 4.104, observe that the height $p = \frac{1}{2}$ corresponds to the portion of the graph with maximum slope. Also, notice that this point is an inflection point on the graph. We can verify this by noting that we solved the equation $f'(p) = 0$, where $f(p)$ equals $p'(t)$. Therefore, $p = \frac{1}{2}$ is the p-value corresponding to the solution of $p''(t) = 0$. This fact can be of value to population biologists. If they are tracking a population that reaches an inflection point, then (assuming that the logistic equation gives an accurate model) the population will eventually double in size.

37. على فرض أن النمو السكاني وفقًا للمعادلة اللوجستية هو $p'(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$. جـد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل النمو إلى القيمة العظمى.

38. على فرض أن النمو السكاني وفقًا للمعادلة اللوجستية هو $p'(t) = 2p(t)[7 - 2p(t)]$ جـد التعداد السكاني الذي يصل فيه معدل النمو إلى القيمة العظمى.

37. Suppose that a population grows according to the logistic equation $p'(t) = 4p(t)[5 - p(t)]$. Find the population at which the population growth rate is a maximum.

38. Suppose that a population grows according to the logistic equation $p'(t) = 2p(t)[7 - 2p(t)]$. Find the population at which the population growth rate is a maximum.

https://t.me/h11Ad36

المثال 3.2 إيجاد قيمة المساحة بدقة

جـد المساحة تحت المنحنى $y = f(x) = 2x - 2x^2$ على الفترة $[0, 1]$.

الحل باستخدام n فترة جزئية متساوية الطول، يكون لدينا

$$\Delta x = \frac{1-0}{n} = \frac{1}{n}$$

وبهذا، $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{n}$. وهكذا، إذًا $x_2 = x_1 + \Delta x = \frac{2}{n}$. حيث $x_i = \frac{i}{n}$. من $i = 0, 1, 2, \ldots, n$. (3.1)، تساوي المساحة تقريبًا

$$A \approx A_n = \sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)\left(\frac{1}{n}\right) = \sum_{i=1}^{n} \left[2\frac{i}{n} - 2\left(\frac{i}{n}\right)^2\right]\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left[2\left(\frac{i}{n}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\right] - \sum_{i=1}^{n} \left[2\left(\frac{i^2}{n^2}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\right]$$

$$= \frac{2}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i - \frac{2}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2$$

$$= \frac{2}{n^2}\frac{n(n+1)}{2} - \frac{2}{n^3}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \qquad \text{من نظرية 2.1 (ii) و (iii)}$$

$$= \frac{n+1}{n} - \frac{(n+1)(2n+1)}{3n^2}$$

$$= \frac{(n+1)(n-1)}{3n^2}$$

بما أنه لدينا صيغة لـ A_n، لأي n، فإنه يمكننا إيجاد قيم متعددة بسهولة.

$$A_{200} = \frac{(201)(199)}{3(40{,}000)} = 0.333325$$

$$A_{500} = \frac{(501)(499)}{3(250{,}000)} = 0.333332$$

أخيرًا، يمكننا إيجاد النهاية لـ A_n. لدينا

$$\lim_{n\to\infty} A_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2-1}{3n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-1/n^2}{3} = \frac{1}{3}$$

المساحة الدقيقة في الشكل 5.8 هي $1/3$. كما كنا نقدّر. ■

https://t.me/h11Ad36

EXAMPLE 3.2 **Computing the Area Exactly**

Find the area under the curve $y = f(x) = 2x - 2x^2$ on the interval $[0, 1]$.

Solution Here, using n subintervals, we have

$$\Delta x = \frac{1-0}{n} = \frac{1}{n}$$

and so, $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{n}, x_2 = x_1 + \Delta x = \frac{2}{n}$ and so on. Then, $x_i = \frac{i}{n}$, for $i = 0, 1, 2, \ldots, n$. From (3.1), the area is approximately

$$\begin{aligned} A \approx A_n &= \sum_{i=1}^{n} f\left(\frac{i}{n}\right)\left(\frac{1}{n}\right) = \sum_{i=1}^{n} \left[2\frac{i}{n} - 2\left(\frac{i}{n}\right)^2\right]\left(\frac{1}{n}\right) \\ &= \sum_{i=1}^{n} \left[2\left(\frac{i}{n}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\right] - \sum_{i=1}^{n} \left[2\left(\frac{i^2}{n^2}\right)\left(\frac{1}{n}\right)\right] \\ &= \frac{2}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i - \frac{2}{n^3}\sum_{i=1}^{n} i^2 \\ &= \frac{2}{n^2}\frac{n(n+1)}{2} - \frac{2}{n^3}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{From Theorem 2.1 (ii) and (iii).} \\ &= \frac{n+1}{n} - \frac{(n+1)(2n+1)}{3n^2} \\ &= \frac{(n+1)(n-1)}{3n^2}. \end{aligned}$$

Since we have a formula for A_n, for any n, we can compute various values with ease. We have

$$A_{200} = \frac{(201)(199)}{3(40{,}000)} = 0.333325,$$

$$A_{500} = \frac{(501)(499)}{3(250{,}000)} = 0.333332$$

and so on. Finally, we can compute the limiting value of A_n explicitly. We have

$$\lim_{n\to\infty} A_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2-1}{3n^2} = \lim_{n\to\infty} \frac{1 - 1/n^2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Therefore, the exact area in Figure 5.8 is 1/3, as we had suspected. ■

https://t.me/h11Ad36

في التمارين 11–14، استخدم مجموع ريمان ونهاية لإيجاد قيمة المساحة الدقيقة تحت المنحنى.

11. $y = x^2 + 1$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[0, 2]$; (c) $[1, 3]$
12. $y = x^2 + 3x$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[0, 2]$; (c) $[1, 3]$
13. $y = 2x^2 + 1$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[-1, 1]$; (c) $[1, 3]$
14. $y = 4x^2 - x$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[-1, 1]$; (c) $[1, 3]$

In exercises 11–14, use Riemann sums and a limit to compute the exact area under the curve.

11. $y = x^2 + 1$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[0, 2]$; (c) $[1, 3]$
12. $y = x^2 + 3x$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[0, 2]$; (c) $[1, 3]$
13. $y = 2x^2 + 1$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[-1, 1]$; (c) $[1, 3]$
14. $y = 4x^2 - x$ on (a) $[0, 1]$; (b) $[-1, 1]$; (c) $[1, 3]$

https://t.me/h11Ad36

في التمارين 25–32، جد المشتقة $f'(x)$.

25. $f(x) = \int_0^x (t^2 - 3t + 2)\,dt$

26. $f(x) = \int_2^x (t^2 - 3t - 4)\,dt$

27. $f(x) = \int_0^{x^2} (e^{-t^2} + 1)\,dt$

28. $f(x) = \int_x^2 \sec t\,dt$

29. $f(x) = \int_{e^x}^{2-x} \sin t^2\,dt$

30. $f(x) = \int_{2-x}^{xe^x} e^{2t}\,dt$

31. $f(x) = \int_{x^2}^{x^3} \sin(3t)\,dt$

32. $f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4)\,dt$

In exercises 25–32, find the derivative $f'(x)$.

25. $f(x) = \int_0^x (t^2 - 3t + 2)\,dt$

26. $f(x) = \int_2^x (t^2 - 3t - 4)\,dt$

27. $f(x) = \int_0^{x^2} (e^{-t^2} + 1)\,dt$

28. $f(x) = \int_x^2 \sec t\,dt$

29. $f(x) = \int_{e^x}^{2-x} \sin t^2\,dt$

30. $f(x) = \int_{2-x}^{xe^x} e^{2t}\,dt$

31. $f(x) = \int_{x^2}^{x^3} \sin(3t)\,dt$

32. $f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4)\,dt$

https://t.me/h11Ad36