مراجعة شاملة

92. **الاقتصاد** مؤشر أسعار المستهلك (CPI) يقيس التضخم. وهو مبني على متوسط أسعار السلع والخدمات في الولايات المتحدة، بالمتوسط السنوي للأعوام 1982-1984 المنظمة في مؤشّر من 100. يبين الجدول بعض قيم (CPI) السنوية المتوسطة من 1955 إلى 2005. أوجد النموذج الأسي المتعلق بهذه البيانات (السنة، CPI) عن طريق تحويل البيانات لصورة خطية. افرض أن $x = 0$ تمثل 1955. ثم استخدم النموذج لتتنبأ بقيمة CPI في 2025.

العام	CPI
1955	26.8
1965	31.5
1975	53.8
1985	107.6
1995	152.4
2005	195.3

المصدر: مكتب إحصاءات العمل

أوجد حل كل من المعادلات الآتية: قرّب إلى أقرب جزء من مئة.

93. $e^{5x} = 24$

94. $2e^{x-7} - 6 = 0$

ارسم تمثيلاً بيانيًّا لكل نسبة وحللها. ووضح المجال والمدى ونقاط التقاطع وخطوط التقارب وسلوك النهاية، وفترات تزايد أو تناقص النسبة.

95. $f(x) = -3^{x-2}$

96. $f(x) = 2^{3x-4} + 1$

97. $f(x) = -4^{-x+6}$

أوجد حل كل من المعادلات الآتية:

98. $\frac{x^2-16}{(x+4)(2x-1)} = \frac{4}{x+4} - \frac{1}{2x-1}$

99. $\frac{x^2-7}{(x+1)(x-5)} = \frac{6}{x+1} + \frac{3}{x-5}$

100. $\frac{2x^2+3}{3x^2+5x+2} = \frac{5}{3x+2} - \frac{1}{x+1}$

101. **الصحف** موضح أدناه تداول آلاف صفحات الجرائد الوطنية تداول.

العام	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
التداول (بالآلاف)	904.3	814.7	773.9	725.5	716.2	699.1	673.0

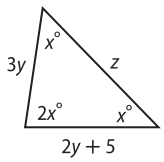
a. افترض أن x تساوي عدد السنوات بعد 2001. ارسم مخطط انتشار للبيانات.

b. حدد نسبة قوة لتمثيل للبيانات.

c. استخدم النسبة لتتنبأ بتداول الصحف في **2015**.

مراجعة المهارات للاختبارات المعيارية

102. **SAT/ACT** في الشكل، ما قيمة z؟



A 15

B $15\sqrt{2}$

C $15\sqrt{3}$

D $30\sqrt{2}$

E $30\sqrt{3}$

103. **مراجعة** يستخدم محمد سلمًا للوصول إلى نافذة أعلى من الأرض بمقدار 10 أقدام. إذا كان السلم يبعد 3 أقدام عن الجدار، فكم ينبغي أن يكون طول السلم؟

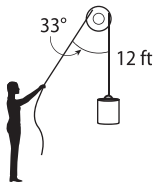
F 9.39 ft

G 10.44 ft

H 11.23 ft

J 12.05 ft

104. يمسك شخص بطرف حبل يمر حول بكرة وبالطرف الآخر يتعلق ثقل. افترض أن الثقل على ارتفاع يد الشخص. ما المسافة بين يد الشخص والثقل؟



A 7.8 ft

B 10.5 ft

C 12.9 ft

D 14.3 ft

105. **مراجعة** طائرة ورقية تحلق بزاوية 45°. طول خيط الطائرة الورقية يبلغ 120 قدمًا. ما ارتفاع الطائرة الورقية من النقطة التي يُمسك الحبل عندها؟

F 60 ft

G $60\sqrt{2}$ ft

H $60\sqrt{3}$ ft

J 120 ft

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © والتأليف الطبع حقوق

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 148 03/11/2016 08:46:58 a

3-2 الدرجات والراديان

السابق:
لقد استخدمت قياسات الزوايا الحادة في المثلثات المعطاة درجاتها.

الحالي:
1 حوّل قياسات الزوايا بالدرجات إلى قياسات راديان، والعكس بالعكس.
2 استخدم قياسات الزاوية لحل مسائل من الحياة اليومية.

لماذا؟
في الدرس 1-3، قمت بالعمل فقط على الزوايا الحادة، لكن يمكن أن تكون للزوايا أي قياس من عدد حقيقي. على سبيل المثال، في التزلج، 540 هي حيلة جوية يقوم المتزلج فيها بالدوران مع لوح التزلج بزاوية 540°، أو دورة كاملة ونصف، في الهواء.

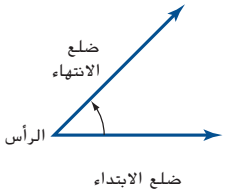
المفردات الجديدة

رأس (vertex)
ضلع الابتداء (initial side)
ضلع الانتهاء (terminal side)
الوضع القياسي (standard position)
راديان (radian)
زوايا مشتركة في ضلع الانتهاء (coterminal angles)
سرعة خطية (linear speed)
سرعة الزاوية (angular speed)
القطاع (sector)

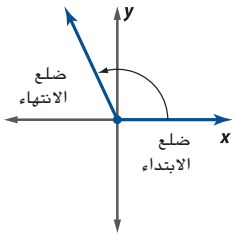
1 الزوايا وقياساتها

من الهندسة، ربما تتذكر أن الزاوية كانت تُعرّف بشعاعين غير متداخلين يشتركان في نقطة تعرف بـ **الرأس**. يمكن أن نفكر في الزاوية أيضًا باعتبارها تكونت من حركة دوران الشعاع حول نقطة الرأس. من وجهة النظر الديناميكية هذه، يكوّن موقع بداية الشعاع **ضلع الابتداء** للزاوية، بينما يكوّن موقع الشعاع بعد الدوران **ضلع الانتهاء** للزاوية. في المستوى الإحداثي، الزاوية التي يقع رأسها عند نقطة الأصل وضلع الابتداء على المحور الأفقي x يقال إنها في **وضع قياسي**.

زاوية

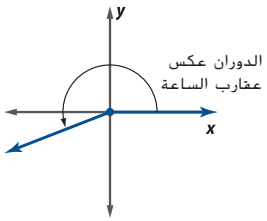


زاوية في الوضع القياسي

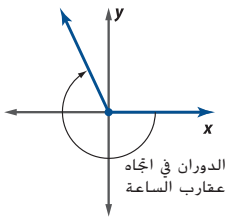


يبين قياس الزاوية كمية واتجاه الدوران الضروري للتحرك من ضلع الابتداء إلى ضلع الانتهاء للزاوية. تنشأ *الزاوية الموجبة* عن الدوران عكس عقارب الساعة وتنشأ الزاوية السالبة عن الدوران في اتجاه عقارب الساعة.

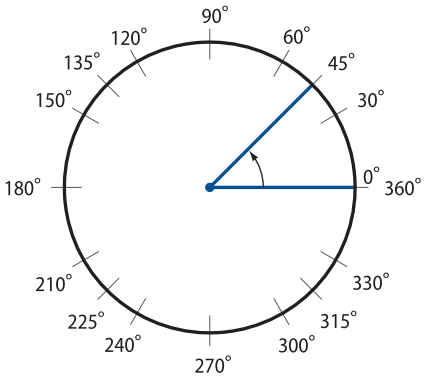
زاوية موجبة



زاوية سلبية



أكثر وحدات قياس الزاوية شيوعًا هي *الدرجة* (°)، التي تساوي $\frac{1}{360}$ دورة كاملة (عكس عقارب الساعة) حول الرأس. من الرسم التخطيطي الموضّح، يمكنك أن ترى أن 360° تمثل 1 دورة كاملة، 180° تمثل $\frac{1}{2}$ دورة، 90° تمثل $\frac{1}{4}$ دورة، وهكذا، كما هو موضّح على محيط الدائرة.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 149 03/11/2016 08:46:58 م

يمكن أيضًا التعبير عن قياس الدرجة باستخدام صيغة الدرجة العشرية أو الدرجة والدقيقة والثانية (DMS) حيث تنقسم فيها كل درجة إلى 60 دقيقة (′) وكل دقيقة تقسم إلى 60 ثانية (″).

نصيحة دراسية

القاعدة 60 يرجع مفهوم قياس الدرجة إلى البابليين القدمّاء، الذين قاموا بحسابات فلكية مبكرة باستخدام نظامهم الرقمي، والذي بني على نظام ستيني (60) بدلاً من النظام العشري (10) الذي نستخدمه اليوم.

مثال 1 التحويل بين صيغة DMS والدرجة العشرية

اكتب كل قياس درجة عشرية في صيغة DMS (درجة، دقيقة وثانية) وكل قياس DMS في صيغة درجة عشرية لأقرب جزء من المئة.

a. $56.735°$

أولًا، حوّل $0.735°$ إلى دقائق وثوان.

$$56.735° = 56° + 0.735°\left(\frac{60'}{1°}\right) \qquad 1° = 60'$$
$$= 56° + 44.1' \qquad \text{حوّل لأبسط صورة}$$

ثم، حوّل $0.1'$ إلى ثوانٍ

$$56.735° = 56° + 44' + 0.1'\left(\frac{60''}{1'}\right) \qquad 1' = 60''$$
$$= 56° + 44' + 6'' \qquad \text{حوّل لأبسط صورة}$$

إذًا، $56.735°$ يمكن كتابتها في صورة $56° \; 44' \; 6''$.

تلميح تقني

صيغة DMS يمكنك استخدام بعض الحاسبات لتحويل قيم الدرجة العشرية إلى درجات ودقائق وثوانٍ باستخدام دالة DMS أسفل قائمة Angle.

b. $32° \; 5' \; 28''$

كل دقيقة عبارة عن $\frac{1}{60}$ من الدرجة وكل ثانية عبارة عن $\frac{1}{60}$ من الدقيقة. إذًا كل ثانية تمثل $\frac{1}{3600}$ من الدرجة.

$$32° \; 5' \; 28'' = 32° + 5'\left(\frac{1°}{60'}\right) + 28''\left(\frac{1°}{3600''}\right) \qquad 1' = \frac{1}{60}(1°) \text{ و } 1'' = \frac{1}{3600}(1°)$$
$$\approx 32° + 0.083 + 0.008 \qquad \text{حوّل لأبسط صورة}$$
$$\approx 32.091° \qquad \text{اجمع}$$

إذًا، $32° \; 5' \; 28''$ يمكن أن تكتب $32.091°$ تقريبًا.

تمرين موجه

1A. $213.875°$

1B. $89° \; 56' \; 7''$

قياس الزوايا بالدرجات يكون ملائمًا عندما تطبق حساب المثلثات لتحل العديد من المسائل من الحياة اليومية، مثل تلك الخاصة بالمسح والملاحة. ولغيرها من التطبيقات على الدوال المثلثية، يتسبب استخدام زاوية مقاسة بالدرجات في مشكلة كبيرة. لا توجد للدرجة علاقة بأي قياس خطي؛ أي أن درجات بوصية أو $\frac{\text{بوصة}}{\text{درجة}}$ ليس لها معنى. قياس الزوايا بواسطة **الراديان** يوفر حلاً لهذه المشكلة.

المفهوم الأساسي قياس الراديان

الشرح

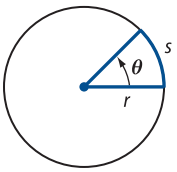
القياس θ بقياس الراديان للزاوية المركزية للدائرة يساوي نسبة طول القوس المحصور s لنصف القطر r للدائرة.

الرموز

$\theta = \frac{s}{r}$، حيث إن θ قيست بالراديان

مثال

يساوي قياس الزاوية المركزية 1 راديان إذا تقاطعت مع قوس بطول نصف قطر الدائرة.



$\theta = 1$ راديان عندما تكون $s = r$.

لاحظ أنه طالما كان طول القوس s ونصف القطر r معروف قياسهما باستخدام الوحدات الخطية نفسها، فالنسبة $\frac{s}{r}$ كمية لابعدية. لهذا السبب فإن كلمة *راديان* أو اختصارها *rad* تحذف غالبًا عند كتابة قياس الراديان لزاوية.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 150 03/11/2016 08:47:05 a

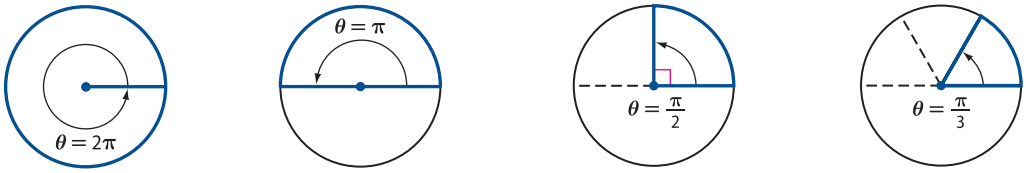
تمثل الزاوية المركزية دورة كاملة واحدة عكس عقارب الساعة حول الرأس بما يتماثل مع طول القوس المساوي لمحيط الدائرة، $2\pi r$. لهذا، يمكنك الحصول على قياسات راديان الآتية:

$\frac{1}{6}$ دوران $= \frac{1}{6} \times 2\pi$ $= \frac{\pi}{3}$ rad

$\frac{1}{4}$ دوران $= \frac{1}{4} \times 2\pi$ $= \frac{\pi}{2}$ rad

$\frac{1}{2}$ دوران $= \frac{1}{2} \times 2\pi$ $= \pi$ rad

1 دوران $= \frac{2\pi r}{r}$ $= 2\pi$ rad



نصيحة دراسية

العلاقة بين الدرجة و الراديان

من المسألة الكلامية المعروضة، يمكنك أن تتبين أن $1° \approx 0.017$ rad و $1 \text{ rad} \approx 57.296°$.

بما أن 2π راديان و$360°$ كلاهما يماثل دورة واحدة كاملة، يمكنك كتابة $360° = 2\pi$ راديان أو $180° = \pi$ راديان. تقود المعادلة الأخيرة إلى التعابير المكافئة الآتية:

$1 \text{ راديان} = \left(\frac{180}{\pi}\right)°$ و $1° = \frac{\pi}{180}$ راديان

قراءة في الرياضيات

قياس الزاوية إذا لم يتم تحديد وحدة قياس الزاوية، يتم استخدام قياس الراديان. إذا استُخدِم قياس الدرجة، فلا بد من استخدام رمز الدرجة (°).

باستخدام هذه العبارات، يمكننا الحصول على قواعد التحويل التالية:

المفهوم الأساسي قواعد التحويل بين قياس الدرجة والراديان

1. للتحويل من الدرجات إلى الراديان، اضرب في $\frac{\pi \text{ راديان}}{180°}$.
2. للتحويل من راديان إلى درجة، اضرب في $\frac{180°}{\pi \text{ راديان}}$.

مثال 2 التحويل بين قياسي الدرجة والراديان

حول كل قياس من الدرجات إلى الراديان كمضاعف لـ π وبالعكس.

a. $120°$

$120° = 120° \left(\frac{\pi \text{ راديان}}{180°}\right)$ اضرب في $\frac{\pi \text{ راديان}}{180°}$.

$= \frac{2\pi}{3}$ راديان $= \frac{2\pi}{3}$ حوّل لأبسط صورة.

b. $-45°$

$-45° = -45° \left(\frac{\pi \text{ راديان}}{180°}\right)$ اضرب في $\frac{\pi \text{ راديان}}{180°}$.

$= -\frac{\pi}{4}$ راديان $= -\frac{\pi}{4}$ حوّل لأبسط صورة.

c. $\frac{5\pi}{6}$

$\frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ راديان اضرب في $\frac{180°}{\pi \text{ راديان}}$.

$= \frac{5\pi}{6}$ راديان $\left(\frac{180°}{\pi \text{ راديان}}\right) = 150°$ حوّل لأبسط صورة.

d. $-\frac{3\pi}{2}$

$-\frac{3\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$ راديان اضرب في $\frac{180°}{\pi \text{ راديان}}$.

$= -\frac{3\pi}{2}$ راديان $\left(\frac{180°}{\pi \text{ راديان}}\right) = -270°$ حوّل لأبسط صورة.

تمرين موجه

2A. $210°$ **2B.** $-60°$ **2C.** $\frac{4\pi}{3}$ **2D.** $-\frac{\pi}{6}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

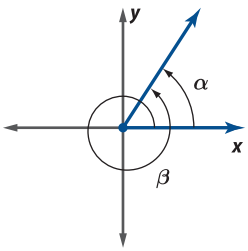
UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 151 03/11/2016 08:47:07 a

قراءة في الرياضيات

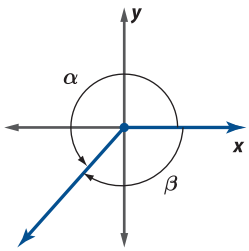
تسمية الزوايا في علم حساب المثلثات، عادة ما تسمى الزوايا بحروف يونانية، مثل α (ألفا)، β (بيتا)، وθ (ثيتا).

بتعريف الزوايا من حيث الدوران حول الرأس، يصبح بإمكان زاويتين أن يكون لهما نفس ضلعي الابتداء والانتهاء ولكن تختلف قياساتهم. تلك الزويا تدعى **الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء**. في الأشكال بالأسفل، الزاويتان α وβ مشتركتان في ضلع الانتهاء

زوايا موجبة مشتركة في ضلع الانتهاء



زوايا موجبة وسلبية مشتركة في ضلع الانتهاء



الزاويتان الموجبتان المشتركتان في ضلع الانتهاء الموضحتان تختلفان في استدارة كاملة واحدة. أي زاوية تحتوي على عدد لا نهائي من الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء التي يمكن إيجادها بجمع أو طرح المضاعفات الصحيحة العدد لـ $360°$ أو 2π راديان.

المفهوم الأساسي الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

الدرجات	الراديان
إذا كان α هو قياس الزاوية بالدرجات، إذًا فكل الزوايا التي قياسها $\alpha + 360n°$. حيث n هو عدد صحيح، تشترك في ضلع الانتهاء مع α.	إذا كانت α هي قياس الزاوية بالراديان، إذًا فكل الزوايا التي قياسها $\alpha + 2n\pi$. حيث n هو عدد صحيح، تشترك في ضلع الانتهاء مع α.

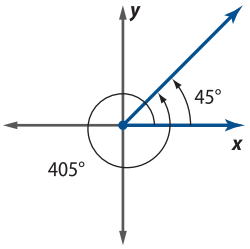
مثال 3 إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء ورسمها

حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم أوجد مع الرسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة.

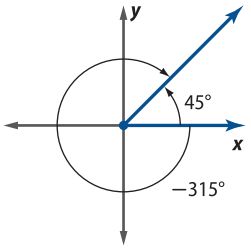
a. $45°$

كل الزوايا ذات القياس $45° + 360n°$ مشتركتان في ضلع الانتهاء مع زاوية ذات قياس $45°$. افترض أن $n = 1$، -1.

$45° + 360(1)° = 45° + 360° = 405°$



$45° + 360(-1)° = 45° - 360° = -315°$

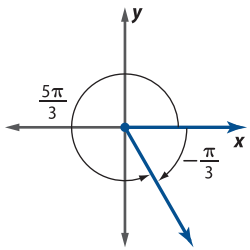


b. $-\frac{\pi}{3}$

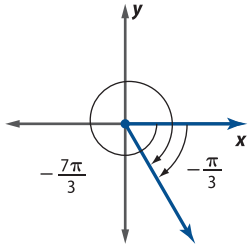
كل الزوايا ذات القياس $-\frac{\pi}{3} + 2n\pi$ مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية $-\frac{\pi}{3}$.

افترض أن $n = 1$، -1.

$-\frac{\pi}{3} + 2(1)\pi = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$



$-\frac{\pi}{3} + 2(-1)\pi = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3}$



تمرين موجه

3A. $-30°$

3B. $\frac{3\pi}{4}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 152 03/11/2016 08:47:08 a

2 تطبيقات باستخدام قياس الزاوية

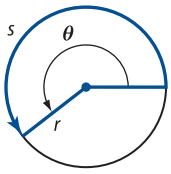
حل $\theta = \frac{s}{r}$ لطول القوس s يعطينا صيغة معادلة لإيجاد طول قوس في دائرة.

المفهوم الأساسي طول القوس

إذا كانت θ هي الزاوية المركزية في دائرة نصف قطرها r إذًا فطول القوس المحصور s يمكن الحصول عليه كالآتي:

$$s = r\theta$$

حيث إن θ قياسها بالراديان.

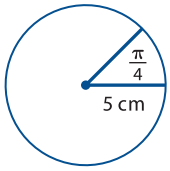


عند قياس θ بالدرجات، يمكنك أيضًا استخدام المعادلة $s = \frac{\pi r\theta}{180}$ والتي تحتوي بالفعل على تحويل الدرجة–الراديان.

مثال 4 إيجاد طول القوس

أوجد طول القوس المحصور في كل دائرة باستخدام القياسات المعطاة لكل من الزاوية المركزية ونصف القطر. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

a. $\frac{\pi}{4}$, $r = 5$ cm



$s = r\theta$ طول القوس

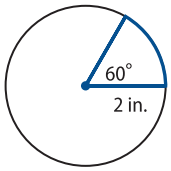
$= 5\left(\frac{\pi}{4}\right)$ $\theta = \frac{\pi}{4}$ و $r = 5$

$= \frac{5\pi}{4}$ حوّل لأبسط صورة.

طول القوس المحصور يساوي $\frac{5\pi}{4}$ أو حوالي 3.9 سنتيمتر.

b. $60°$, $r =$ 2 in

الطريقة 1 حوّل $60°$ إلى قياس الراديان، ثم استخدم $s = r\theta$ لإيجاد طول القوس.



$60° = 60°\left(\frac{\text{راديان } \pi}{180°}\right)$ اضرب $\frac{\text{راديان } \pi}{180°}$.

$= \frac{\pi}{3}$ حوّل لأبسط صورة.

باستخدام التعويض $r = 2$ و $\theta = \frac{\pi}{3}$.

$s = r\theta$ طول القوس

$= 2\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $\theta = \frac{\pi}{3}$ و $r = 2$

$= \frac{2\pi}{3}$ حوّل لأبسط صورة.

الطريقة 2 استخدم $s = \frac{\pi r\theta}{180}$ لإيجاد طول القوس.

$s = \frac{\pi r\theta}{180°}$ طول القوس

$= \frac{\pi(2)(60°)}{180°}$ $\theta = 60°$ و $r = 2$

$= \frac{2\pi}{3}$ حوّل لأبسط صورة.

طول القوس المحصور يساوي $\frac{2\pi}{3}$ أو حوالي 2.1 بوصة.

تمرين موجه

4A. $\frac{2\pi}{3}$, $r = 2$ m

4B. $135°$, $r = 0.5$ ft

نصيحة دراسية

استخدام الراديان

لاحظ في المثال 4a أنه عندما تكون $r = 5$ سنتيمترات وراديان $\theta = \frac{\pi}{4}$، $s = \frac{5\pi}{4}$ سنتيمتر. وليس سنتيمتر–راديان $\frac{5\pi}{4}$. هذا لأن الراديان نسبة لابُعْدِيَّة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 153 03/11/2016 08:47:08 a

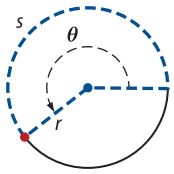
يمكن استخدام قاعدة طول القوس لتحليل حركة دائرية. معدل تحرك الجسم على طول مسار دائري يسمى **السرعة الخطية**. معدل دوران الجسم حول نقطة ثابتة يسمى **سرعة الزاوية**. السرعة الخطية تقاس بوحدات كالأميال لكل ساعة، بينما تقاس السرعة الزاوية بوحدات كالدورات لكل دقيقة.

المفهوم الأساسي السرعة الخطية والزاوية

لنفترض أن جسمًا تحرك بسرعة ثابتة على ممر دائري نصف قطره r.

إذا كانت s هي طول القوس الذي يقطعه الجسم في حركته خلال الزمن t، فإن *السرعة الخطية* v للجسم يتم إيجادها بالمعادلة $v = \frac{s}{t}$.

إذا كانت θ هي سرعة الدوران (بالراديان) التي يتحرك الجسم فيها خلال الزمن t، فإن *السرعة الزاوية* ω للجسم يتم إيجادها بالمعادلة $\omega = \frac{\theta}{t}$.



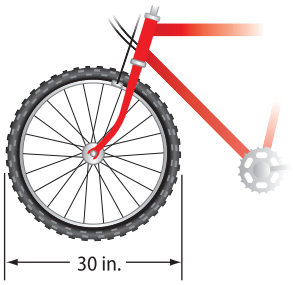
قراءة في الرياضيات

أوميجا الحرف اليوناني الصغير أوميجا ω يستخدم عادة للدلالة على السرعة الزاوية.

مثال 5 من الحياة اليومية إيجاد السرعات الزاوية والخطية

ركوب الدراجة **يقود الساعي دراجة كما هو مبين.**

a. خلال عملية توصيل واحدة، تدور الإطارات بمعدل 140 دورة في الدقيقة. أوجد السرعة الزاوية للإطارات في الدقيقة بقياس راديان.



بما أن قياس كل دورة 2π راديان، فإن 140 دورة تماثل زاوية الدوران θ هي $140 \times 2\pi$ أو 280π راديان.

سرعة زاوية $\omega = \frac{\theta}{t}$

$= \frac{280\pi \text{ راديان}}{1 \text{ دقيقة}}$ $\theta = 280\pi$ راديان و $t = 1$ دقيقة

ومن ثم، تكون السرعة الزاوية للإطار 280π أو حوالي 879.6 راديان لكل دقيقة.

b. في جزء من الطريق خلال مهمة التوصيل التالية، يدور الإطار بمعدل ثابت بمقدار 2.5 دورة لكل ثانية. أوجد السرعة الخطية للإطار بمعدل ميل لكل ساعة.

يماثل الدوران 2.5 دورة زاوية دوران θ لـ $2\pi \times 2.5$ أو 5π.

سرعة خطية $v = \frac{s}{t}$

$= \frac{r\theta}{t}$ $s = r\theta$

$= \frac{15(5\pi) \text{ بوصة}}{1 \text{ ثانية}} = \frac{75\pi \text{ بوصة}}{1 \text{ ثانية}}$ $r = 15$ بوصة، $\theta = 5\pi$ راديان، و $t = 1$ ثانية

استخدم التحليل البُعدي لتحويل هذه السرعة من بوصة لكل ثانية إلى ميل لكل ساعة.

$$\frac{13.4 \text{ ميل}}{\text{ساعة}} \approx \frac{1 \text{ ميل}}{5280 \text{ قدمًا}} \times \frac{1 \text{ قدم}}{12 \text{ بوصة}} \times \frac{60 \text{ دقيقة}}{1 \text{ ساعة}} \times \frac{60 \text{ ثانية}}{1 \text{ دقيقة}} \times \frac{75\pi \text{ بوصة}}{1 \text{ ثانية}}$$

ومن ثم، فالسرعة الخطية للإطار حوالي 13.4 ميل لكل ساعة.

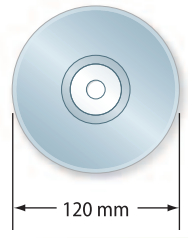
الربط بالحياة اليومية

في بعض مدن الولايات المتحدة، يمكن للساعي أن يقود بمعدل 30 إلى 35 ميلاً في اليوم، بينما يقوم بتوصيل 30 إلى 45 طردًا.

المصدر: جمعية سعاة الدراجات بنيويورك

تمرين موجه

الوسائط **لاحظ جهاز DVD المبين.**



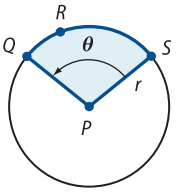
5A. أوجد السرعة الزاوية لجهاز DVD بالراديان لكل ثانية إذا كان القرص يدور بمعدل 3.5 دورة في الثانية.

5B. إذا كان مشغل DVD قد سخن بشدة وبدأ دوران القرص يبطئ بمعدل 3 دورة في الثانية، فأوجد السرعة الخطية للقرص بالمتر لكل دقيقة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 154 03/11/2016 08:47:09 a

تذكر من مادة الهندسة أن **قطاع** الدائرة هو منطقة محاطة بالزاوية المركزية وقوسها المحصور. على سبيل المثال، المنطقة المظللة في الشكل هي قطاع الدائرة P. ونسبة مساحة القطاع إلى مساحة الدائرة بالكامل يساوي نسبة طول القوس المقابل إلى محيط الدائرة. افترض أن A تمثل مساحة القطاع.



$$\frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}}$$

$$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{\text{طول } \overset{\frown}{QRS}}{2\pi r}$$

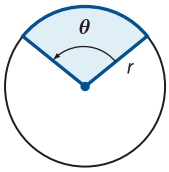
طول $\overset{\frown}{QRS}$ هو $r\theta$.

$$\frac{A}{\pi r^2} = \frac{r\theta}{2\pi r}$$

حل لـ A.

$$A = \frac{1}{2}r^2\theta$$

المفهوم الأساسي مساحة القطاع



المساحة A من قطاع دائرة لها نصف قطر r وزاوية مركزية θ

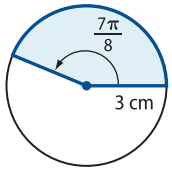
$$A = \frac{1}{2}r^2\theta.$$

حيث إن θ قياسها بالراديان.

المثال 6 إيجاد مساحات القطاعات

a. أوجِد مساحة قطاع الدائرة.

قياس الزاوية المركزية للقطاع θ هو $\frac{7\pi}{8}$، ونصف قطره 3 سم.

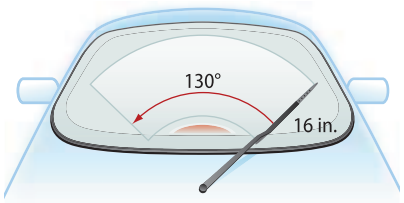


$$A = \frac{1}{2}r^2\theta \quad \text{مساحة القطاع}$$

$$= \frac{1}{2}(3)^2\left(\frac{7\pi}{8}\right) = \frac{63\pi}{16} \quad \theta = \frac{7\pi}{8} \text{ و } r = 3$$

ومن ثم، مساحة القطاع $\frac{63\pi}{16}$ أو حوالي 12.4 سنتيمتر مربع.

b. الماسحات أوجد المساحة التقريبية التي مسحتها شفرة المسّاحة المبينة، إذا كان طول مسّاحة الزجاج الأمامي كله 26 بوصة.



المساحة الممسوحة بشفرة المسّاحة هي الفرق بين مساحات القطاعات ونصف قطر 26 بوصة و 16 – 26 أو 10 بوصة.

حوّل قياس الزاوية المركزية إلى الراديان.

$$130^\circ = 130^\circ\left(\frac{\text{راديان } \pi}{180^\circ}\right) = \frac{13\pi}{18}$$

ثم استخدم نصف قطر كل قطاع لإيجاد المساحة الممسوحة. افترض أن A_1 = مساحة القطاع بنصف قطر 26 بوصة، وافترض أن A_2 = مساحة القطاع بنصف قطر 10 بوصات.

$$A = A_1 - A_2 \quad \text{المساحة الممسوحة}$$

$$= \frac{1}{2}(26)^2\left(\frac{13\pi}{18}\right) - \frac{1}{2}(10)^2\left(\frac{13\pi}{18}\right) \quad \text{مساحة القطاع}$$

$$= \frac{2197\pi}{9} - \frac{325\pi}{9} \quad \text{حوّل لأبسط صورة.}$$

$$= 208\pi \approx 653.5 \quad \text{حوّل لأبسط صورة.}$$

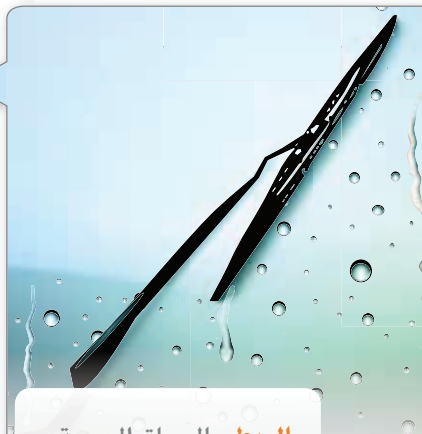
ومن ثم، فالمنطقة الممسوحة حوالي 653.5 بوصة مربعة.

تمرين موجه

أوجد مساحة قطاع الدائرة بواسطة الزاوية المركزية المعطاة θ ونصف القطر r.

6A. $\theta = \frac{3\pi}{4}$, $r = 1.5$ ft

6B. $\theta = 50^\circ$, $r = 6$ m



الربط بالحياة اليومية

تبلغ زاوية المسح القياسية لمسّاحة الزجاج الأمامي في السيارة حوالي 67°. وبشكل عام، فإن طول شفرات مسّاحات الزجاج الأمامي يتراوح بين 12 إلى 30 بوصة.

المصدر: مجلة Car and Driver

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

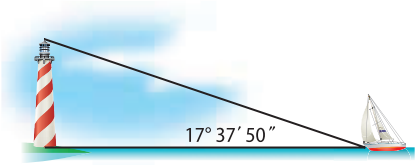
UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 155 03/11/2016 08:47:11 a

تمارين

اكتب كل قياس درجة عشرية في صيغة DMS (درجة، دقيقة وثانية) وكل قياس DMS في صيغة درجة عشرية لأقرب جزء من المئة. (المثال 1)

1. 11.773°
2. 58.244°
3. 141.549°
4. 273.396°
5. $87^\circ\ 53'\ 10''$
6. $126^\circ\ 6'\ 34''$
7. $45^\circ\ 21'\ 25''$
8. $301^\circ\ 42'\ 8''$

9. **الملاحة** يستخدم عاشق للإبحار آلة السدس، وهي آلة يمكنها قياس الزاوية بين جسمين بدقة تصل إلى أقرب 10 ثوان. لقياس الزاوية بين مركب الصيد خاصته والفنار. فإذا كانت قراءته $17^\circ\ 37'\ 50''$. فما القياس بصيغة الدرجة العشرية مقرّبة إلى أقرب جزء من مئة. (المثال 1)



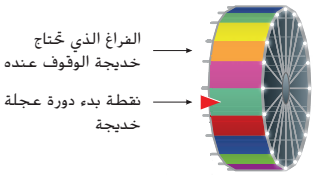
اكتب كل قياس درجة بالراديان كمضاعف لـ π وكل قياس راديان بالدرجات. (المثال 2)

10. 30°
11. 225°
12. -165°
13. -45°
14. $\frac{2\pi}{3}$
15. $\frac{5\pi}{2}$
16. $-\frac{\pi}{4}$
17. $-\frac{7\pi}{6}$

حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم أوجد مع الرسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة. (المثال 3)

18. 120°
19. -75°
20. 225°
21. -150°
22. $\frac{\pi}{3}$
23. $-\frac{3\pi}{4}$
24. $-\frac{\pi}{12}$
25. $\frac{3\pi}{2}$

26. **برنامج اللعب** تدير خديجة عجلة في برنامج اللعب. توجد 20 قيمة في فراغات متساوية الحجم على محيط العجلة. القيمة التي تحتاج إليها خديجة لتفوز تقع على بعد فراغين أعلى الفراغ الذي تبدأ عنده دورتها. ويجب أن تقوم العجلة بدورة كاملة واحدة على الأقل ليتم احتسابها. صِف الدورة التي ستكفل لخديجة نتيجة الفوز بالدرجات. (المثال 3)



أوجد طول القوس المحصور بقياس الزاوية المركزية المعطاة في دائرة وبنصف القطر المعطى. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (المثال 4)

27. $\frac{\pi}{6}$, $r = 2.5$ m
28. $\frac{2\pi}{3}$, $r = 3$ in.
29. $\frac{5\pi}{12}$, $r = 4$ yd
30. 105°, $r = 18.2$ cm
31. 45°, $r = 5$ mi
32. 150°, $r = 79$ mm

33. **حديقة الملاهي** تدور لعبة دوامة الخيل في حديقة ملاهي 3024° في الجولة. (المثال 4)
   a. كم سيدور راكب يجلس على بعد 13 قدمًا من مركز اللعبة في خلال الجولة؟
   b. كم سيدور راكب آخر جالس على بعد 18 قدمًا من مركز العجلة أكثر من الراكب الأول في الجزء a خلال الجولة؟

أوجد عدد اللفات في كل دورة لكل دقيقة بمعلومية سرعة الزاوية وأوجد نصف القطر بمعلومية السرعة الخطية ومعدل الدوران. (المثال 5)

34. $\omega = \frac{2}{3}\pi$ rad/s
35. $\omega = 135\pi$ rad/h
36. $\omega = 104\pi$ rad/min
37. $v = 82.3$ m/s, 131 rev/min
38. $v = 144.2$ ft/min, 10.9 rev/min
39. $v = 553$ in./h, 0.09 rev/min

40. **التصنيع** تصنع شركة العديد من المناشير الدائرية، حيث أقطار النصول وسرعات المحرك موضحة بالأسفل. (المثال 5)

قطر النصل (in.)	سرعة الموتور (rps)
3	2800
5	5500
$5\frac{1}{2}$	4500
$6\frac{1}{8}$	5500
$7\frac{1}{4}$	5000

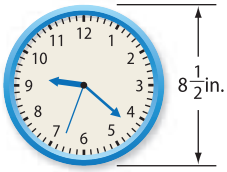
   a. أوجد سرعة الزاوية والسرعة الخطية للنصول في كل منشار. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.
   b. ما معدل السرعة الخطية للمنشار ذي النصل البالغ $6\frac{1}{8}$ بوصات عن المنشار ذي النصل البالغ 3 بوصات؟

41. **سيارات** على امتداد الطريق السريع، تدور إطارات إحدى المركبات بمدى 646 و840 دورة في الدقيقة. قطر كل إطار 26 بوصة. (المثال 5)
   a. أوجد مدى قيم السرعات الزاوية للإطارات بالراديان لكل دقيقة.
   b. أوجد مدى قيم السرعات الخطية للإطارات بالميل لكل ساعة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 156 03/11/2016 08:47:13 a

42. الوقت محيط قطر ساعة حائط يساوي $8\frac{1}{2}$ بوصة. طول عقرب الساعات يساوي 2.4 بوصة، بينما طول عقرب الدقائق يساوي 3.2 بوصة، وطول عقرب الثواني يساوي 3.4 بوصة. (المثال 5)

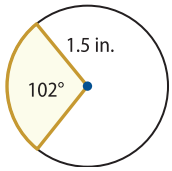


a. أوجد سرعة الزاوية بالراديان في الساعة والسرعة الخطية بالبوصة في الساعة لكل عقرب.

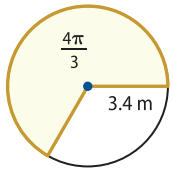
b. إذا كانت السرعة الخطية لعقرب الثواني تساوي 20 بوصة في الدقيقة، فهل تعمل الساعة بسرعة أم ببطئ؟ كم من الوقت سيزيد أو ينقص في اليوم؟

هندسة أوجد مساحة كل قطاع. (مثال 6)

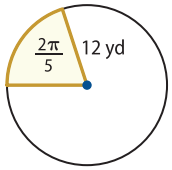
43.



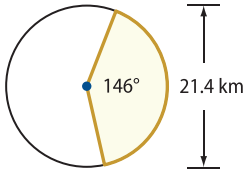
44.



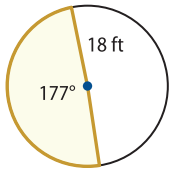
45.



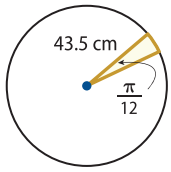
46.



47.



48.



49. ألعاب لوحة الأسهم المبينة مقسمة إلى عشرين قطاعًا متساويًا. إذا كان قطر اللوحة 18 بوصة، فما المساحة التي يغطيها كل قطاع على اللوحة؟ (المثال 6)

50. رعاية الحديقة تروي مرشة مساحة تشكّل ثلث دائرة. إذا كان التيار المتدفق من المرش يصل إلى 6 أقدام، فما مساحة العشب التي يرويها المرش؟ (المثال 6)

مساحة قطاع الدائرة وقياس زاوية مركزها معطيان. أوجد نصف قطر الدائرة.

51. $A = 29 \text{ ft}^2, \theta = 68°$

52. $A = 808 \text{ cm}^2, \theta = 210°$

53. $A = 377 \text{ in}^2, \theta = \frac{5\pi}{3}$

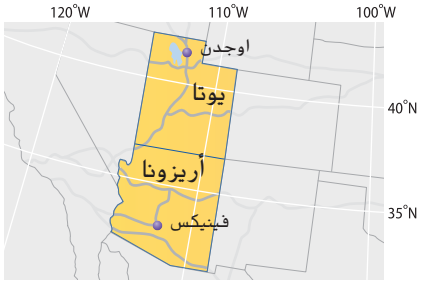
54. $A = 75 \text{ m}^2, \theta = \frac{3\pi}{4}$

55. صِف قياس الراديان بين 0 و 2π لزاوية θ تقع في وضع قياسي ويقع ضلعها الطرفي في:

a. الربع I
b. الربع II
c. الربع III
d. الربع IV

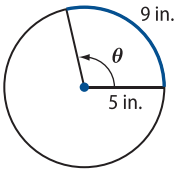
56. عندما يكون الضلع الطرفي لزاوية تتخذ الوضع القياسي واقعًا على أحد المحاور الإحداثية، فإن الزاوية تسمى *زاوية ربعية*. قدّم قياسات الراديان لأربع زوايا ربعية.

57. الجغرافيا
تقع فينيكس وأريزونا واوجدن ويوتا جغرافيًّا على خط الطول نفسه، وهو ما يعني أن اوجدن تقع مباشرة شمال فينيكس. خط طول فينيكس هو 33° 26′ N. وخط طول اوجدن هو 41° 12′ N. إذا كان نصف قطر الأرض تقريبًا 3963 ميلاً، فكم تبعد المدينتين عن بعضهما؟

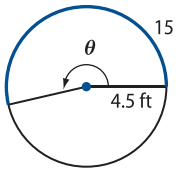


أوجد قياس زاوية θ بالراديان والدرجات.

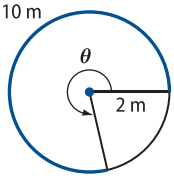
58.



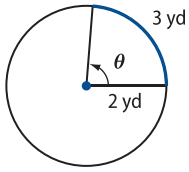
59.



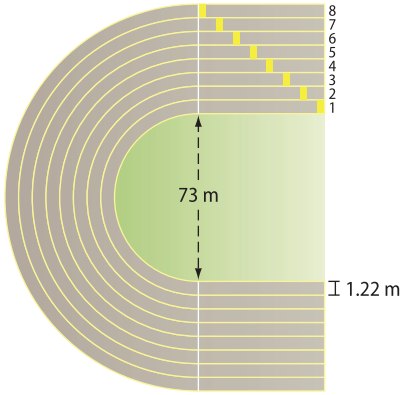
60.



61.



62. طريق منحنى طريق قياسي له 8 حارات هو طريق دائري كما هو موضح.



a. ما طول الحافة الخارجية للحارة 4 في المنحنى؟

b. كم يكون فرق الطول بين الحافة الداخلية للحارة 7 والحافة الداخلية للحارة 3 في المنحنى؟

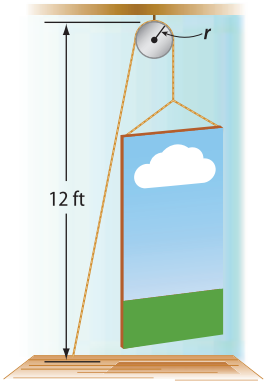
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_x2_718372.indb 157 03/11/2016 08:47:14 a

63. دراما بكرة قطرها r تستخدم في رفع جزء من ديكور المسرح في أثناء الاستراحة. ارتفاع البكرة 12 قدمًا.

a. إذا كان نصف قطر البكرة 6 بوصات وتدور °180، فكم سيكون ارتفاع الجسم؟

b. إذا كان نصف قطر البكرة 4 بوصات وتدور °900، فكم سيكون ارتفاع الجسم؟



64. الهندسة تُستخدم بكرة كالتي في التمرين 63 في رفع صندوق في مستودع. حدد أي السيناريوهات التالية يمكن أن يستخدم في رفع الصندوق لمسافة 19 قدمًا أسرع. اشرح كيف توصلت لاستنتاجك.

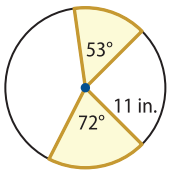
I. نصف قطر البكرة 5 بوصات يدور 65 دورة في الدقيقة.

II. نصف قطر البكرة 4.5 بوصات يدور 70 دورة في الدقيقة.

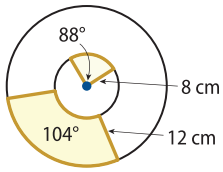
III. نصف قطر البكرة 6 بوصات يدور 60 دورة في الدقيقة.

الهندسة الرياضية أوجد مساحة كل منطقة مظللة.

65.



66.



67. سيارات عداد السرعة المبين يقيس سرعة سيارة بالميل في الساعة.

a. إذا كانت الزاوية بين 25 mi/h و 60 mi/h هي °81.1، فنحو كم ميلًا في الساعة تمثله كل درجة؟

b. إذا كانت زاوية عداد السرعة تتغير بمقدار °95، فكم زادت سرعة السيارة؟

أوجد المتممة والمكملة لكل زاوية إذا أمكن. إذا لم يمكن، فاشرح استنتاجك.

68. $\frac{2\pi}{5}$ **69.** $\frac{5\pi}{6}$ **70.** $\frac{3\pi}{8}$ **71.** $-\frac{\pi}{3}$

72. التزلج يقوم فصل يدرس الفيزياء بتجربة لاختبار ثلاثة أحجام مختلفة من العجلات على لوحة تزلج بسرعة زاوية ثابتة.

a. اكتب معادلة السرعة الخطية للوح التزلج بما يتضمن نصف القطر والسرعة الزاوية. اشرح استنتاجك.

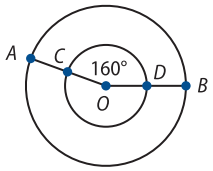
b. باستخدام المعادلة التي كتبتها في الجزء **a**، توقع السرعة الخطية بالمتر في الثانية للوح التزلج بسرعة زاوية قدرها 3 دورات في الثانية لكل قطر من أقطار العجلات 52, 56, 60 mm.

c. بناءً على نتائجك في الجزء **b**، كيف تظن أن حجم العجلة يؤثر على السرعة الخطية؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

73. تحليل الأخطاء قيل لرنا وخديجة أن محيط القطاع في دائرة يساوي 10 أضعاف طول نصف قطرها. تظن رنا أن قياس قطاع الزاوية المركزية بالراديان هو 8 راديان. تظن خديجة أنه لا توجد معلومات كافية لحل المسألة. فهل إجابة أي منهما صواب؟ اشرح استنتاجك.

74. تحدٍ الدائرتان المبينتان متحدتي المركز. إذا كان طول القوس من A إلى B قياسه 8π بوصة و $DB = 2$ بوصة، فأوجد طول القوس من C إلى D بدلالة π.



الاستنتاج صف كيف يمكن للسرعة الخطية أن تتغير بالنسبة لكل معامل مما يلي. اشرح.

75. نقص نصف القطر

76. نقص وحدة الزمن

77. زيادة السرعة الزاوية

78. البرهان إذا كانت $\frac{s_1}{r_1} = \frac{s_2}{r_2}$، فأثبت أن $\theta_1 = \theta_2$.

79. الاستنتاج أي أثر تسببه مضاعفة نصف قطر الدائرة على القياسات الآتية؟ اشرح استنتاجك.

a. محيط قطاع الدائرة وزاوية مركزية قدرها θ راديان.

b. مساحة قطاع الدائرة وزاوية مركزية قدرها θ راديان.

80. الكتابة في الرياضيات قارن وقابل بين قياس الدرجة والراديان. ثم ابتكر رسمًا تخطيطيًّا يشبه الموجود في الصفحة 231. وضّح الرسم التخطيطي باستخدام قياس الدرجات داخل الدائرة وقياس الراديان خارجها.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

UAE_Math_Grade11_ADVM_S_C03_v2_718372.indb 158 03/11/2016 08:47:14 م