وزارة التربيـــة والتعليـــم والتعليـــم العالـــي
Ministry of Education and Higher Education
State of Qatar • دولـــة قطـــر

دليل التقويم - الإجابات

الرياضيّات

المستوى الحادي عشر

المسارين العلمي والتكنولوجي

طبعة 1445 – 2023

F01_MTH02_TE_ANC11_ADV_QTR_AR_FM_33609.indd 1 26/06/2023 5:32:00 PM

حضرة صاحب السمو الشيخ تميم بن حمد آل ثاني
أمير دولة قطر

النشيد الوطني

قَسَمًا بِمَنْ رَفَعَ السَّمَاءْ قَسَمًا بِمَنْ نَشَرَ الضِّيَاءْ
قَطَرٌ سَتَبْقَى حُرَّةً تَسْمُو بِرُوحِ الأَوْفِيَاءْ
سِيرُوا عَلَى نَهْجِ الأُلَى وَعَلَى ضِيَاءِ الأَنْبِيَاءْ
قَطَرٌ بِقَلْبِي سِيرَةٌ عِزٌّ وَأَمْجَادُ الإِبَاءْ
قَطَرُ الرِّجَالِ الأَوَّلِين حُمَاتُنَا يَوْمَ النِّدَاءْ
وَحَمَائِمٌ يَوْمَ السَّلاَمْ جَوَارِحٌ يَوْمَ الفِدَاءْ

© بيرسون للتعليم المحدودة 2023. بموجب ترخيص.

www.pearson.com

هذه المطبوعة محمية بموجب حق النشر. يجرم القانون القطري نسخ أي جزء من هذه المطبوعة، أو تخزينه في نظام استرجاع، أو نقله بأي شكل من الأشكال أو وسيلة من الوسائل، سواء كانت إلكترونية أو ميكانيكية أو عن طريق تصوير النسخ أو التسجيل أو غير ذلك من دون الحصول على إذن مسبق. للمعلومات عن التراخيص، استمارات الطلب وقنوات الاتصال المناسبة، يرجى الاتصال بيرسون للتعليم المحدودة.

ISBN-13: 978-1-292-73360-9

المحتويات

تقويم بداية السنة الدراسيّة
الوحدة 1 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الوحدة 2 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الاختبار التراكمي 1
الوحدة 3 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الوحدة 4 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الاختبار التراكمي 2
الوحدة 5 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الوحدة 6 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الاختبار التراكمي 3
الوحدة 7 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الوحدة 8 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
الوحدة 9 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس
اختبار نهاية السنة الدراسيّة

الاسم _____

تقويم بداية السنة الدراسية

1. أكمل ما يلي باستعمال التمثيل البيانيّ أدناه.

إحداثيّا الرأس هما (−2, −1).

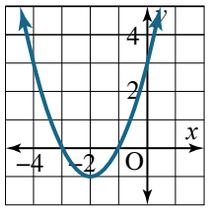
معادلة محور التناظر هي $x = -2$.

المقطعان x للدالّة هما (−1, 0) و (−3, 0).

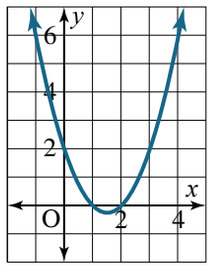
القيمة الصغرى للدالّة هي −1

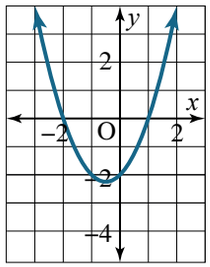
فترة تزايد الدالّة هي $[-2, \infty[$.

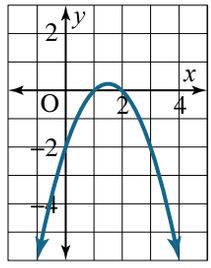
مدى الدالّة هو $[-1, \infty[$.

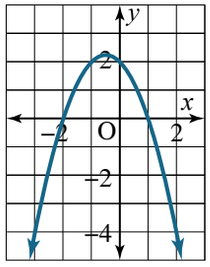


2. التمثيل البيانيّ للدالّة التربيعيّة $f(x) = x^2 + x - 2$ هو:

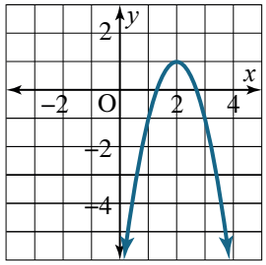
Ⓐ


Ⓒ


Ⓑ


Ⓓ


3. إذا كان التمثيل البيانيّ أدناه هو للدالّة $f(x) = -2(x - h)^2 + k$، فإنّ:



Ⓐ $h = 1, k = 2$

Ⓑ $h = 2, k = 1$

Ⓒ $h = 2, k = -1$

Ⓓ $h = -2, k = 1$

4. تكون فتحة القطع المكافئ الذي يمثّل الدالّة $f(x) = ax^2 + bx + c$ إلى الأعلى إذا كان:

Ⓐ $b > 0$

Ⓑ $c > 0$

Ⓒ $a > 0$

Ⓓ $a < 0$

5. المقدار $\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ يساوي:

Ⓐ $\sqrt{6} + 1$

Ⓑ $\sqrt{6} - 1$

Ⓒ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

Ⓓ $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_BOY_ISBN.indd 2 07/03/2022 7:31:12 PM

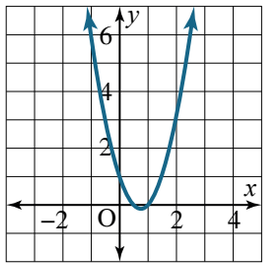
6. أوجد حلول المعادلة $x^2 + 6x = 135$ بطريقة إكمال المربّع.

$x = 9$ أو $x = -15$

---

7. أوجد حلّ المعادلة $2x^2 - 3x + 1 = 0$ جبريًّا ثمّ تحقّق من إجابتك بيانيًّا.

$x = \frac{1}{2}$ أو $x = 1$



---

8. إذا كان $\frac{x-1}{x-2} + \frac{x+1}{x+2} - 1 = 0$ ، فإنّ:

Ⓐ $x = -1$

Ⓑ $x = 0$

Ⓒ $x = 1$

Ⓓ $x = 1$ أو $x = -1$

---

9. يوضّح الجدول أدناه دالّة خطيّة تربط بين عدد الساعات التي قضاها أحمد في التحضير لاختبار الرياضيات خلال أربعة أيّام.

اليوم	عدد الساعات
1	3
2	5
3	7
4	9

اكتب الصيغة الصريحة لهذه الدالّة.

$f(n) = 2n + 1$

---

10. ABC مثلّث متطابق الضلعين حيث $AB = AC = 1$، و AH هو الارتفاع من الرأس A. صِلْ كلّ معطى إلى اليمين بالخيار المناسب إلى اليسار.

إذا كان $m\angle A = 90°$، فإنّ AH يساوي $\frac{\sqrt{2}}{2}$

إذا كان $m\angle A = 60°$، فإنّ AH يساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}$

قيمة $\sin 45°$ تساوي

قيمة $\sin 60°$ تساوي

---

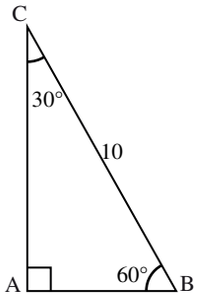
11. ما الطول التقريبي للقطعة المستقيمة $\overline{AC}$ في الشكل المبيّن أدناه؟

Ⓐ 8.66

Ⓑ 5

Ⓒ 11.18

Ⓓ 20



---

12. ABC مثلّث قائم الزاوية، حيث $m\angle A = 90°$ و $BC = 2$ و $\tan \angle B = \frac{1}{2}$.
أوجد طول كلّ من AB و AC.

Ⓐ $AB = \frac{4}{5}, AC = \frac{2}{5}$

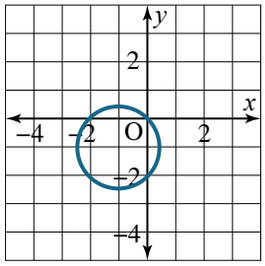
Ⓑ $AB = 4\sqrt{5}, AC = 2\sqrt{5}$

Ⓒ $AB = \frac{4\sqrt{5}}{5}, AC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Ⓓ $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}, AC = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_BOY_ISBN.indd 3 07/03/2022 7:31:13 PM

13. أيّ من المعادلات التالية يمكن أن يكون تمثيلها البيانيّ هو المعطى؟



Ⓐ $x^2 + y^2 + ax + by + 1 = 0$

Ⓑ $x^2 + y^2 + x + by - 1 = 0$

Ⓒ $x^2 + y^2 + ax + by = 0$

Ⓓ $x^2 + y^2 - ax + 2 = 0$

---

14. طول القوس المقابل لزاوية قياسها 45° على دائرة طول نصف قطرها يساوي 1 ومركزها نقطة الأصل هو:

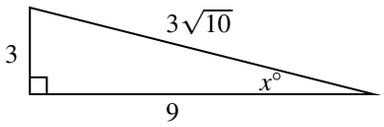
Ⓐ $\frac{\pi}{8}$ Ⓒ $\frac{\pi}{2}$

Ⓑ $\frac{\pi}{4}$ Ⓓ لا علاقة لطول القوس بقياس الزاوية

---

15. باستعمال الرسم أدناه، أوجد القيمة الدقيقة لكلّ من النسب المثلثيّة التالية:

$\sin x, \cos x, \tan x$



$\sin x = \frac{3}{3\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$,

$\cos x = \frac{9}{3\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$,

$\tan x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

16. استعمل قانون الجيب لتحديد متى يكون $BC > AB$ في المثلّث المتطابق الضلعين ABC، حيث $AB = AC$، بحسب قيمة قياس الزاوية A.

باستعمال قانون الجيب:

$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$،

مع $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

و $m\angle C = m\angle B$، ما يعني

أنّ $m\angle A + 2m\angle C = 180°$،

وبالتالي $m\angle C = 90° - \frac{m\angle A}{2}$.

بالتعويض في قانون الجيب نحصل على:

$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin\left(90° - \frac{m\angle A}{2}\right)}$، مع

$\sin A = \sin 2\left(\frac{A}{2}\right) = 2\sin\frac{A}{2} \cdot \cos\frac{A}{2}$

و $\sin\left(90° - \frac{m\angle A}{2}\right) = \cos\left(\frac{m\angle A}{2}\right)$

إذن، $\frac{BC}{2\sin\frac{A}{2} \cdot \cos\frac{A}{2}} = \frac{AB}{\cos\frac{A}{2}}$

وبالتالي، $BC = 2AB\sin\frac{A}{2}$.

يكون $BC > AB$ إذا كان معامل AB

أكبر من 1، أي أنّ $2\sin\frac{A}{2} > 1$،

ما يعني أنّ $\sin\frac{A}{2} > \frac{1}{2}$،

أي أنّ $\sin\frac{A}{2} > \sin 30°$؛

$\frac{m\angle A}{2} > 30°$؛ $m\angle A > 60°$.

---

17. إذا كان $A(1, 2)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, 2)$، وكان $A'\left(-\frac{1}{2}, -1\right)$ و $B'\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$ و $C'\left(0, -\frac{3}{2}\right)$، فإنّ ΔABC و $\Delta A'B'C'$

Ⓐ متشابهان

Ⓑ متطابقان

Ⓒ متناظران بالنسبة لنقطة الأصل

Ⓓ ليس أيًّا ممّا سبق

MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_BOY_ISBN.indd 4 07/03/2022 7:31:15 PM

18. إذا كان $A(1, 2)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, 4)$، وكان $A'(3, 4)$ و $B'(4, 5)$ و $C'(5, 6)$، فإنّ ΔABC و $\Delta A'B'C'$

Ⓐ متشابهان

Ⓑ لا تكوّن النقاط الثلاث الأولى أو النقاط الثلاث الثانية مثلثًا

Ⓒ متطابقان

Ⓓ ليس أيًّا ممّا سبق

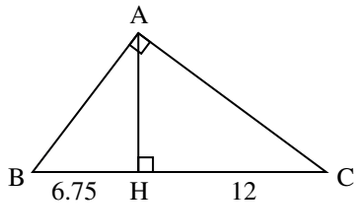
---

19. إذا كان $\overline{CC'}$ و $\overline{BB'}$ ارتفاعين في ΔABC، أثبت أنّ المثلّثين ABB' و ACC' متشابهان. ثمّ أوجد طول $\overline{AB'}$ إذا كان $AB = 4$ و $AC' = 3$ و $AC = 6$.

المثلّثان $AB'B$ و $AC'C$ متشابهان لأن $m\angle B' = m\angle C' = 90°$ و $\angle A$ هي زاوية مشتركة. إذن، $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$، ما يعني أنّ $\frac{AB'}{4} = 3$ وبالتالي $AB' = \frac{3 \times 4}{6} = 2$.

---

20. أوجد طول الارتفاع $\overline{AH}$ في المثلث القائم الزاوية ABC الموضّح أدناه.



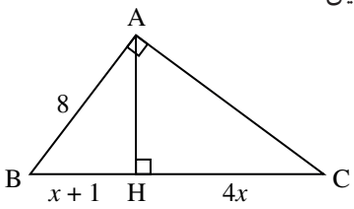
Ⓐ $AH = 9$

Ⓑ $AH = 11.25$

Ⓒ $AH = 18.75$

Ⓓ $AH = 15$

21. أوجد قيمة x إذا كان $\overline{AH}$ ارتفاعًا في المثلّث القائم الزاوية ABC المبيّن أدناه.



$$\frac{BC}{AB} = \frac{AB}{BH}$$

$$BC = BH + HC = 5x + 1$$

إذن،

$$\frac{5x + 1}{8} = \frac{8}{x + 1}$$

$$(5x + 1)(x + 1) = 8 \times 8;$$

$$5x^2 + 6x - 63 = 0$$

لهذه المعادلة التربيعيّة حلّان هما $x = 3$ و $x = -4.2$.

بما أنّ قيمة x يجب أن تكون موجبة، إذن الحلّ المقبول هو $x = 3$.

---

22. $\overline{AB}$ وتر في دائرة طول نصف قطرها يساوي 1، الخطّان المماسّان للدائرة عند A و B يتقاطعان عند النقطة I.

إذا كان $AB = \sqrt{2}$، فإنّ:

Ⓐ $AI = BI = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ⓑ $AI = BI = 1$

Ⓒ $AI = BI = 2$

Ⓓ $BI = \sqrt{2}, AI = 1$

---

23. إذا كان $ax^2 + bx + c = 0$، حيث $a \neq 0$، إذا كان $ac < 0$، فإنّ:

Ⓐ المعادلة ليست لها جذور حقيقيّة

Ⓑ للمعادلة جذر حقيقيّ واحد

Ⓒ للمعادلة جذران حقيقيّان

Ⓓ ذلك غير كافٍ لتحديد عدد جذور المعادلة

MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_BOY_ISBN.indd 5 07/03/2022 7:31:17 PM

24. يبيّن الجدول أدناه أطوال قامات 30 طالبًا في إحدى المدارس. الأطوال مقرَّبة إلى أقرب سنتمتر.

الفئات	154 - 158	158 - 162	162 - 166	166 - 170	170 - 174
التكرار f	$a-3$	$a-2$	$a+1$	a	6

أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة a إذا كان الوسط الحسابيّ للقيم المكتوبة في الجدول أعلاه يساوي $\bar{x} = 164.8$؟

Ⓐ $a = 3.3$ Ⓑ $a = 4$ ● Ⓒ $a = 7$ Ⓓ $a = 8.4$

---

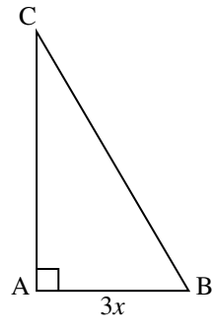
25. إذا كان $\cos \angle B = 0.5$، في الرسم الموضّح أدناه، أوجد طول $\overline{AC}$ بدلالة x.

Ⓐ $6x$

Ⓑ $\frac{3x}{2}$

Ⓒ $3x\sqrt{5}$

● Ⓓ $3x\sqrt{3}$



---

26. يستطيع جابر طلاء حائط بمفرده خلال ساعتين، ويستطيع فارس طلاء نفس الحائط بمفرده خلال 3 ساعات. إذا عمل جابر وفارس معًا، فإنّ الزمن (بالساعات) اللازم لطلاء هذا الحائط يساوي:

Ⓐ 1

● Ⓑ $1\frac{1}{5}$

Ⓒ $2\frac{1}{2}$

Ⓓ 5

---

27. ما قيمة x في المعادلة $(16)^{\frac{x}{2}} = 4^{2x-1}$؟

Ⓐ $\frac{4}{7}$

Ⓑ $\frac{2}{3}$

● Ⓒ 1

Ⓓ 2

---

28. صيغة حجم الكرة هي $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. أوجد طول نصف قطر كرة حجمها يساوي $310\ \text{cm}^3$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$, $310 = \frac{4}{3}\pi r^3$, $r^3 = \frac{930}{4}\pi$,

$r = 74.04 \approx 4.2$ cm

---

29. قرص دوّار مقسّم إلى 12 جزءًا متساويًا من حيث المساحة، 5 أجزاء خضراء، و 4 أجزاء زرقاء، وجزآن أصفران، وجزء واحد أحمر. ما احتمال استقرار المؤشر على الأجزاء الخضراء أو الزرقاء عند تدوير القرص؟

$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

---

30. يبيّن الجدول أدناه الأزمنة اللازمة، بالدقائق، لعشرين طفل لتلوين أحد الرسوم.

الفئات	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10
التكرار f	1	10	7	2

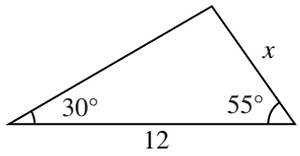
أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة التقريبيّة للانحراف المعياريّ لهذه البيانات؟

● Ⓐ 1.48 Ⓒ 6

Ⓑ 2.2 Ⓓ 6.18

MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_BOY_ISBN.indd 6 07/03/2022 7:31:18 PM

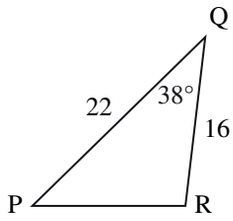
31. أيّ من القيم التالية تمثّل قيمة تقريبية للطول x في المثلث أدناه؟



Ⓐ 4.15
Ⓒ 6.02
Ⓑ 5.97
Ⓓ 23.91

---

32. أيّ من القيم التالية تمثّل طول $\overline{PR}$، مقرّبًا إلى أقرب جزء من عشرة، في المثلّث أدناه؟



Ⓐ 13.6
Ⓒ 17.5
Ⓑ 14.5
Ⓓ 35.98

---

33. يلعب خالد ومنصور وفرحان لعبة يتمّ فيها اختيار اسم لاعب من أصل ثلاثة لاعبين عشوائيًّا للفوز بجائزة، ويُمنح الفائز جائزة يتمّ اختيارها عشوائيًّا من بين ثلاث جوائز مختلفة. إذا كانت احتمالات اختيار أسماء اللاعبين الثلاثة متساوية وكذلك احتمالات اختيار الجوائز الثلاث، ما احتمال أن يفوز منصور بالجائزة الثانية؟

Ⓐ $\frac{1}{9}$
Ⓒ $\frac{1}{3}$
Ⓑ $\frac{2}{9}$
Ⓓ $\frac{2}{3}$

---

34. يختار بلال كلمة مرور تحتوي على حرفين مختلفين من الحروف الصوتيّة في الأبجديّة الإنجليزية وهي (I, U, O, E, A). ما احتمال أن يختار بلال كلمة مرور لا تحتوي على الحرف E؟

Ⓐ $\frac{1}{5}$
Ⓒ $\frac{3}{5}$
Ⓑ $\frac{2}{5}$
Ⓓ $\frac{4}{5}$

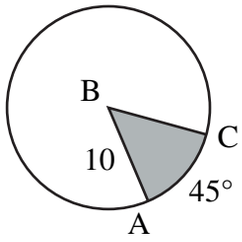
---

35. يحتوي كيس على 10 بطاقات متماثلة، خمس بطاقات منها تحمل أحد الأرقام التالية: 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4، والبطاقات الخمس الأخرى تحمل الرقم 7، إذا سحب قيس بطاقة واحدة من الكيس وهو مغمض العينين، هل تحقّق هذه العملية مبدأ تكافؤ الفرص؟ وضح اجابتك.

كلّا، عدد البطاقات التي تحمل الرقم 7 أكبر من عدد البطاقات التي تحمل بقيّة الأرقام.

---

36. مساحة القطاع الدائري ABC في الرسم أدناه هي:



Ⓐ $\frac{5\pi}{4}$
Ⓑ $\frac{5\pi}{2}$
Ⓒ $\frac{25\pi}{4}$
Ⓓ $\frac{25\pi}{2}$

MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_BOY_ISBN.indd 7 07/03/2022 7:31:19 PM

الاسم _____

1 اختبار بداية الوحدة

1. يحقّق الزوج المرتّب $\left(-\frac{1}{4}, y\right)$ المعادلة الخطّيّة $3y + 4x = 5$، إذن قيمة y هي:

Ⓐ -2

Ⓑ $\frac{4}{3}$

Ⓒ $\frac{23}{16}$

Ⓓ 2

2. يحقّق الزوجان المرتّبان $\left(3, -\frac{1}{3}\right)$ و $\left(1, \frac{1}{3}\right)$ المعادلة الخطّيّة:

Ⓐ $3x + y = 2$

Ⓑ $3x - y - 2 = 0$

Ⓒ $x + 3y - 2 = 0$

Ⓓ $2x + 2y = 1$

3. المعادلة $\left(x^2 + 3x + y\right) - \left(x^2 - 2x + 3y\right) - 2 = 0$ هي:

Ⓐ معادلة خطّيّة

Ⓑ معادلة غير خطّيّة

Ⓒ متباينة خطّيّة

Ⓓ متباينة غير خطّيّة

4. حصل 5% من طلّاب أحد الصفوف على الدرجة الكاملة في اختبار الرياضيّات. 60% من هؤلاء الطلّاب هم من محبّي كرة القدم. أوجد النسبة المئويّة للطلّاب الذين هم من محبّي كرة القدم وحصلوا على الدرجة الكاملة في اختبار الرياضيّات.

النسبة المئوية للطلاب الذين هم من محبي كرة القدم وحصلوا على الدرجة الكاملة في اختبار الرياضيات هي 3%

5. إذا كانت نسبة الذكور من العاملين في أحد المتاجر 60%، وكان عدد العاملات الإناث في هذا المتجر 8 عاملات، فإنّ العدد الكلّيّ للعاملين في المتجر هو:

Ⓐ 12

Ⓑ 13

Ⓒ 20

Ⓓ 40

6. أوجد حلول المعادلة $x^2 - 7x + 6 = 0$.

$x = 1$ أو $x = 6$

7. تمثّل الإحداثيّات x لنقاط تقاطع منحنى الدالّة $y = x^2 + 3$ والمستقيم $y = 2x + 5$ جذورًا للمعادلة:

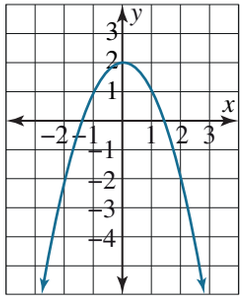
Ⓐ $x^2 + 2x + 8 = 0$

Ⓑ $x^2 + 2x + 2 = 0$

Ⓒ $x^2 - 2x - 2 = 0$

Ⓓ $x^2 - 2x + 5 = 0$

8. أيّ من المعادلات التالية ممثّلة بيانيًّا أدناه؟



Ⓐ $y = x + 2$

Ⓑ $y = -x^2 + 2$

Ⓒ $y = x^2 - 2$

Ⓓ $y = -\left(x^2 + 2\right)$

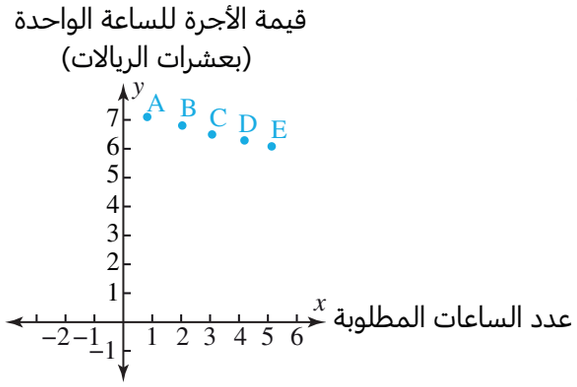
M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 11:53:34 AM

9. يمثّل الجدول التالي تكلفة استئجار درّاجة ناريّة بحسب عدد الساعات المطلوبة.

عدد الساعات المطلوبة	1	2	3	4	5
قيمة الأجرة للساعة الواحدة	QR 70	QR 68	QR 65	QR 63	QR 61

مثّل البيانات الواردة في هذا الجدول بيانيًّا،
كيف يمكن أن تستدلّ من التمثيل البيانيّ أنّ العلاقة خطّيّة؟

يدل التمثيل البياني على أن النقاط المذكورة في الجدول تصطف في خط مستقيم.



---

10. يحقّق كلّ زوج من الأزواج المرتّبة $(1, 5)$ و $(-1, 1)$ و $(-2, 2)$ المعادلة:

Ⓐ $y = 2x + 3$

Ⓑ $y = -x$

Ⓒ $y = x^2 + 2x + 2$

Ⓓ $y = x^2 + 2x - 2$

---

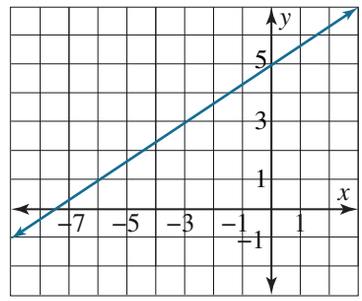
11. أوجد المعادلة الخطّيّة التي يمثّلها الجدول التالي:

x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8	10	12

$y = 2x + 4$

---

12. أوجد معادلة المستقيم الممثّل بيانيًّا أدناه.



$y = \frac{2}{3}x + 5$

---

13. بسّط المعادلة التالية، وحدّد ما إذا كانت خطية أم لا.

$$-3x(7x + 4y - 10) + (12x + 1)y = 0$$

$y = 21x^2 - 30x$ والمعادلة غير خطية.

---

14. إذا كان الزوج المرتّب $(3, y)$ يحقّق المعادلة خطّيّة $2x + 4y - 2 = 0$ فإنّ قيمة y هي:

Ⓐ -5

Ⓑ -1

Ⓒ 1

Ⓓ 2

---

15. إذا كان الزوج المرتّب $(x, 1)$ يحقّق المعادلة $y + 2x - 3 = 2x - 1$ فإنّ قيمة x هي:

Ⓐ -1

Ⓑ 1

Ⓒ 2

Ⓓ لا توجد قيمة للمتغيّر x تحقّق المعادلة

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 11:53:35 AM

16. إذا كان $y \geq 0$ وكان الزوج المرتّب $(1, y)$ يحقّق المعادلة $3x^2y^2 + 9xy - 12x^2 = 0$ فإنّ قيمة y هي:

Ⓐ -4

Ⓑ 0

● 1

Ⓓ 2

---

17. إذا كان -1 جذرًا للمعادلة $x^7 - ax^3 + b = 0$ وكذلك للمعادلة $3x^6 - 3ax^2 + bx = 0$، فإنّ الزوج المرتّب (a, b) هو:

Ⓐ $(2,3)$

● $(1,0)$

Ⓒ $(0,1)$

Ⓓ $(-1,0)$

---

18. أيّ من الأزواج المرتّبة التالية يحقّق المعادلة $x^y - y^x = 1$؟

Ⓐ $(1,2)$

Ⓑ $(2,3)$

● $(3,2)$

Ⓓ $(1,3)$

---

19. لتكن $y = 3^{x^2 - 3x}$. عندما $x = 1$، فإنّ قيمة y تساوي:

Ⓐ $-\frac{1}{3}$

Ⓑ $-\frac{1}{9}$

● $\frac{1}{9}$

Ⓓ $\frac{1}{3}$

---

20. لتكن $y = 2^{x^2 - 3x + 2}$. إذا كان $y = 1$، أوجد قيمة x.

$x = 1$ أو $x = 2$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 11:53:36 AM

الاسم _____

1-1 اختبار الدرس

المتتاليات

1. أيّ من من الخيارات التالية يمثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية أدناه؟

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}\ ,\ n \geq 2 \end{cases}$$

Ⓐ 0, 4, 4, 4

Ⓑ 4, 4, 12, 20

Ⓒ 0, 4, 4, 12

Ⓓ 4, 12, 20, 44

---

2. إذا كانت الحدود الأولى للمتتالية $\{a_n\}$ هي:

$$\frac{1}{3}, -\frac{1}{15}, \frac{1}{75}, -\frac{1}{375}, \ldots$$

فإنّ تعريفًا ممكنًا لها هو:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n\ ,\ n \geq 1 \end{cases}$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n\ ,\ n \geq 1 \end{cases}$

Ⓒ $a_{n+1} = \left(\frac{-1}{5}\right)^n$

Ⓓ $a_n = \frac{1}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^{n-1}\ ,\ n \geq 1$

---

3. إذا كانت $\{a_n\}$ متتالية، حيث $a_3 = 9$ و $a_4 = 11$ و $a_5 = 13$، فإنّ صيغة الحدّ العامّ الممكنة لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = n^2$

Ⓑ $a_n = n^2 - 5$

Ⓒ $a_n = 2n + 3$

Ⓓ $a_n = 2n + 1$

---

4. الصيغة الارتداديّة لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n\ ,\ n \geq 1 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

أوجد الحدّ السابع في هذه المتتالية.

$F_7 = 13$

5. ينمو طول بعض الأنواع من شجر السرو بمعدّل 70 cm سنويًّا. إذا كان طول شجرة سرو في العام 2020 ثمانية أمتار، أوجد المتتالية التي تمكّنك من إيجاد طول الشجرة في العام 2025، ثم أوجد هذا الطول.

الصيغة الارتداديّة الممكنة لهذه المتتالية هي:

$$\begin{cases} a_1 = 800 \\ a_{n+1} = a_n + 70\ ,\ n \geq 1 \end{cases}$$

$a_5 = 1\,150$ cm

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 11:53:37 AM

الاسم _____

1-2 اختبار الدرس

المتتاليات الحسابيّة

1. أكمل الجدول التالي:

الصيغة الصريحة	الصيغة الارتداديّة
$a_n = -4.5 + 4.5n$	$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_n = a_{n-1} + 4.5\ ,\ n > 1 \end{cases}$
$a_n = 79 - 11\ n$	$\begin{cases} a_1 = 68 \\ a_n = a_{n-1} - 11\ ,\ n > 1 \end{cases}$
$a_n = 5 + 7\ n$	$\begin{cases} a_1 = 12 \\ a_n = a_{n-1} + 7\ ,\ n > 1 \end{cases}$

2. متتالية حسابيّة الحدّان الثالث والسادس فيها هما 7 و 16 على الترتيب. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الحدّ العامّ لهذه المتتالية.

Ⓐ $a_n = 3(n - 1)$

Ⓑ $a_n = 1 + 3(n)$

Ⓒ $a_n = 1 + 3(n - 1)$

Ⓓ $a_n = 4 + 2(n - 1)$

3. أيّ من المتتاليات التالية متتالية حسابيّة الفرق الثابت فيها يساوي 2؟

Ⓐ 1, −3, 5, −7, 9, …

Ⓑ 2, 4, 8, 16, 32, …

Ⓒ 10, 8, 6, 4, 2, …

Ⓓ 13, 15, 17, 19, 21, …

4. ثمن تذكرة سينما QR 30، وثمن تذكرتَي سينما QR 55، وثمن ثلاث تذاكر سينما QR 80. أوجد الصيغة الارتداديّة للمتتالية الحسابية التي يمكنك من خلالها معرفة ثمن أيّ عدد من التذاكر.

الصيغة الارتداديّة الممكنة لهذه المتتالية الحسابية هي

$$\begin{cases} a_1 = 30 \\ a_n = a_{n-1} + 25\ ,\ n > 1 \end{cases}$$

5. يبيّن الجدول أدناه تكلفة استئجار معدّات التزلّج في منتجع سياحيّ. أوجد قيمة كلّ من a و b إذا كانت المتتالية التي تمكّنك من معرفة تكلفة معدّات التزلّج بحسب عدد أيّام الاستئجار هي متتالية حسابيّة.

عدد الأيّام	1	2	3	4
تكلفة الاستئجار	12	a	22	b

$a = 17, b = 27$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 11:53:38 AM

الاسم _____

1-3 اختبار الدرس

المتتاليات الهندسيّة

1. هل المتتالية ... ,137.7 ,45.9 ,15.3 ,5.1 ,1.7 متتالية هندسيّة؟ إذا كانت كذلك، أوجد صيغتها الارتداديّة.

نعم، وصيغتها الارتداديّة هي: $a_n = \begin{cases} a_1 = 1.7 \\ a_n = 3a_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$

---

2. إذا كانت الصيغة الارتداديّة للمتتالية $\{a_n\}$ هي: $a_n = \begin{cases} a_1 = 32 \\ a_n = \frac{1}{4}a_{n-1}, \quad n > 1 \end{cases}$

فإنّ الحدّ العامّ لهذه المتتالية $\{a_n\}$ هو:

Ⓐ $a_n = 16\left(\frac{1}{2}\right)^n$

Ⓑ $32, 8, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \ldots$

Ⓒ $a_n = 32\left(\frac{1}{2}\right)^n$

● Ⓓ $a_n = 32\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

---

3. يزداد عدد حوادث السير في الطرق السريعة في إحدى الدول بنسبة 12.5% سنويًّا. إذا كان عدد حوادث السير في الطرق السريعة في هذه الدولة هو 8 192 حادث سير في العام 2020، أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد حوادث السير في العام 2024؟

Ⓐ 8 194

Ⓑ 11 664

● Ⓒ 13 122

Ⓓ 14 762

---

4. أوجد من الجدول التالي المتتالية الهندسيّة التي تمكّنك من معرفة قيمة a_n حسب قيمة n.

n	1	2	3	4	5
a_n	–1 701	567	–189	63	–21

$a_n = -1\,701\left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1}$

---

5. أوجد قيمة كلّ من a_1 و b إذا كانت الصيغتان التاليتان تمثّلان نفس المتتالية الهندسيّة.

$a_n = 7(b)^n$ و $\begin{cases} a_1 \\ a_n = 3\,a_{n-1}, n > 1 \end{cases}$

$a_1 = 21$ و $b = 3$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_L03_LQ_ISBN.indd 2 07/03/2022 7:37:41 PM

الاسم _____

1-4 اختبار الدرس

رمز المجموع والمتسلسلات

1. اكتب المتسلسلة التالية باستعمال رمز المجموع.

$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30$

$\sum_{k=1}^{6} 5k$

---

2. فتح حمد حسابًا مصرفيًّا في بداية العام وأودع فيه 100 QR، ثمّ صار يودع في الحساب في بداية كلّ شهر مبلغًا يزيد بمقدار 70 QR عن المبلغ الذي أودعه في الشهر السابق. رصيد حساب حمد بعد مرور سنة على فتحه يساوي

Ⓐ 870 Ⓒ 5 820

Ⓑ 940 Ⓓ 11 640

---

3. حدّد من الجدول التالي نوع المتتالية $\{a_n\}$، ثمّ أوجد صيغة مجموع المتسلسلة المعرَّفة من خلال هذه المتتالية.

n	1	2	3	4	....
a_n	3	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{3}{125}$	....

$\{a_n\}$ متتالية هندسية، النسبة الثابتة فيها تساوي $\frac{1}{5}$ وحدّها الأول هو 3

$$S_n = \frac{15}{4}\left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right]$$

أو

$$S_n = \frac{15}{4}\left[1 - 5^{-n}\right]$$

4. $\{a_n\}$ متتالية هندسيّة، القيمة الابتدائيّة فيها هي 3 والنسبة الثابتة فيها تساوي $\frac{1}{2}$، أيّ من الصيغ التالية تمثّل مجموع حدود هذه المتتالية الهندسيّة؟

Ⓐ $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 3$

Ⓑ $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 6$

Ⓒ $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 12$

Ⓓ $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 18$

---

5. اكتب الكسر العشريّ الدوريّ $0.\overline{15}$ في صورة كسر اعتياديّ.

$$0.\overline{15} = 0.15 + \frac{0.15}{100} + \frac{0.15}{(100)^2} + \frac{0.15}{(100)^3} + \ldots$$

$$0.\overline{15} = \frac{5}{33}$$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 11:53:40 AM

الاسم _____

1 تقويم الوحدة، النموذج A

1. الحدّ الرابع في المتتالية $a_n = \frac{16}{2^n} - 1$ هو:

Ⓐ $-\frac{1}{2}$ Ⓒ $\frac{15}{16}$

Ⓑ 0 Ⓓ 1

---

2. الصيغة الارتداديّة لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n & , n \geq 1 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

عدد حدود متتالية فيبوناتشي التي هي أصغر من، أو تساوي 8 هو:

Ⓐ 1 Ⓒ 6

Ⓑ 5 Ⓓ 8

---

3. الصيغة الارتداديّة الممكنة للمتتالية 1, 3, 5, 7, ... هي:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 2 \ ,n \geq 1 \end{cases}$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \ ,n \geq 1 \end{cases}$

Ⓒ $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 \ ,n \geq 1 \end{cases}$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 2 \ ,n \geq 1 \end{cases}$

4. أوجد قيمة كلّ من a و b إذا كانت المتتالية 2, 5, 8, a, b, ... متتالية حسابيّة. برّر إجابتك.

الصيغة الارتداديّة الممكنة لهذه المتتالية هي: $a_{n+1} = a_n + 3$

إذن، $a = 8 + 3 = 11$

و $b = a + 3 = 11 + 3 = 14$

---

5. إذا كان الحدّ الأوّل من متتالية حسابيّة هو 2، والفرق الثابت فيها يساوي 4، فإنّ صيغة الحدّ العامّ لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = 2 + 4n$

Ⓑ $a_n = 4 + 2n$

Ⓒ $a_n = -2 + 4n$

Ⓓ $a_n = 2 + 2n$

---

6. أوجد الحدّ الأوّل a_1 لمتتالية حسابيّة، والفرق الثابت فيها وصيغة حدّها العامّ a_n، إذا كان:

$a_{10} = 19$ و $a_4 = 1$

$a_1 = -8$

$d = 3$

$a_n = -8 + 3(n - 1)$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 11:53:41 AM

7. إذا كان الحدّ الأوّل a_1 من متتالية حسابيّة يساوي الفرق الثابت فيها d، فإنّ صيغة الحدّ العامّ a_n لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = 2(n-1)d$

Ⓑ $a_n = nd$

Ⓒ $a_n = (n+1)d$

Ⓓ $a_n = 1 + (n-1)d$

---

8. أراد فارس أن يعرف المسافة التي تفصل بين سيارته وصديقه الجالس تحت أحد أعمدة الإنارة في نفس الشارع، علمًا بأن سيّارة فارس متوقّفة. خطرت له فكرة مبتكرة، فقام بقياس المسافة التي تفصل السيّارة عن أقرب عمود إنارة إليها، فوجد أنّها تساوي 8 أمتار (وذلك بشكل تقريبيّ من خلال عدد الخطوات)، ثمّ قاس المسافة الثابتة الفاصلة بين عمودَي إنارة فوجد أنّها تساوي 12 مترًا تقريبًا. ثمّ قام بعدّ الأعمدة التي تفصل بين السيّارة وصديقه بما فيها العمود الذي يجلس تحته، فوجد أنّ عددها 11 عمودًا. عرّف متتالية يمكن لفارس استعمالها لإيجاد المسافة الفاصلة بين سيّارته وصديقه، ثمّ أوجد تلك المسافة.

$a_n = 8 + 12\,(n-1)\,,\, a_1 = 8$

المسافة:

$8 + 12 \times 10 = 128$ m

---

9. أيّ من المتتاليات التالية متتالية هندسيّة؟

Ⓐ $a_n = n^2$

Ⓑ $a_n = 2^n$

Ⓒ $a_n = 2^n + 1$

Ⓓ $a_n = 2a_{n-1} + 2$

10. الصيغة الارتداديّة للمتتالية الهندسية $8, -4, 2, -1, \ldots$ هي:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = -\frac{1}{2}\, a_{n-1} \end{cases}$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = \frac{1}{2}\, a_{n-1} \end{cases}$

Ⓒ $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = \frac{1}{2}\, a_{n-1} \end{cases}$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = -\frac{1}{2}\, a_{n-1} \end{cases}$

---

11. عدد حدود المتتالية الهندسيّة $3, 6, 12, 24, \ldots, 384$ هو:

Ⓐ 6

Ⓑ 7

Ⓒ 8

Ⓓ 9

---

12. إذا كانت المتتالية $a, -2a^2 + 3a, -2a^4 + 3a^3, \ldots$، حيث $a < 0$، متتالية هندسيّة، فإنّ قيمة a تساوي:

Ⓐ -3

Ⓑ -2

Ⓒ -1

Ⓓ 1

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 11:53:43 AM

13. عند وضع طاولة على أرض غير مستوية، يعمد الناس عادة إلى وضع ورقة مطويّة تحت القائمة المرتفعة عن الأرض، بينما تستقرّ القوائم الأخرى عليها. افترض أنّ هذه القائمة ترتفع عن الأرض بمقدار 0.64 cm وأنّ لديك ورقة سمكها 0.1 mm، أوجد الصيغة الارتداديّة للمتتالية الهندسيّة التي تمكّنك من معرفة عدد مرّات طيّ الورقة، بحيث تستقرّ قائمة الطاولة على الأرض بعد وضع الورقة المطويّة (بعدد الطيّات المذكور) تحتها.

$$\begin{cases} a_1 = 0.1 \\ a_n = 2a_{n-1} \end{cases}$$

إذن، عدد الطيات:

$$6.4 \text{ mm} = 0.1 \times 2^6 = 0.1 \times 2^{n-1}$$

إذن، عدد مرات طيّ الورقة يساوي 7

---

14. صيغة مجموع الحدود الأولى a_n ,..., a_1 من متتالية حسابيّة هي $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ ولكن، يمكن إعادة كتابة صيغة مجموع هذه الحدود باستعمال الحد العام للمتتالية الحسابيّة على الشكل التالي:

Ⓐ $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + (n-1)d]$

Ⓑ $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + nd)$

Ⓒ $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + nd)$

● Ⓓ $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

---

15. إذا علمت أنّ الفرق الثابت d في متتالية حسابيّة يساوي ضعف قيمة حدّها الأوّل a_1، وأنّ مجموع الحدود التسعة الأولى من هذه المتتالية يساوي 162، أوجد الحدّ الأوّل a_1 والفرق الثابت d والصيغة العامّة S_n لمجموع أوّل n حدود وذلك بدلالة n و d.

$$a_1 = 2$$

$$d = 4$$

$$S_n = \frac{n^2}{2}d$$

16. إذا كان $\sum_{i=1}^{n}(2i-1) = 9n$، حيث $n > 1$، فإنّ:

Ⓐ $n = 8$ Ⓒ $n = 10$

● Ⓑ $n = 9$ Ⓓ $n = 18$

---

17. إذا كان S_n هو مجموع أوّل n حدّ من متتالية هندسيّة $\{a_n\}$ النسبة الثابتة فيها r، فإنّ ناتج $r \cdot S_n$ يساوي:

Ⓐ $S_n - a_1$

Ⓑ $S_n - a_{n+1} + a_1$

● Ⓒ $S_n + a_{n+1} - a_1$

Ⓓ $S_{n+1} + a_1$

---

18. $\{a_n\}$ متتالية هندسيّة مجموع أوّل n حدود منها يساوي 127، والنسبة الثابتة فيها $r = 2$ ، والحدّ الأوّل فيها $a_1 = 1$، إذن قيمة n هي:

$$n = 7$$

---

19. يحاول ناصر اللحاق بصديقه راشد الذي كان يسبقه بثمانية أمتار عندما بدآ في الجري. إذا كانت سرعة ناصر في الركض تساوي ضعف سرعة راشد، عند أيّ مسافة من نقطة انطلاق ناصر سيلحق ناصر براشد؟

$$D = 16 \text{ m}$$

---

20. أوجد قيمة المجموع التالي:

$$S = 1 + 11 + 111 + \ldots + \overbrace{111\ldots1}^{\text{عشر مرات}}$$

$$S = 1\,234\,567\,900$$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 4 07/03/2022 11:53:44 AM

الاسم _____

1 تقويم الوحدة، النموذج B

1. الحدّ الثالث في المتتالية $a_n = \frac{27}{3^n} + 1$ هو:

Ⓐ 1
Ⓒ $\frac{4}{3}$
Ⓑ $\frac{28}{27}$
Ⓓ 2

2. الصيغة الارتداديّة لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n & , n \geq 1 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

عدد حدود متتالية فيبوناتشي التي هي أصغر من، أو تساوي 13 هو:

Ⓐ 6
Ⓒ 8
Ⓑ 7
Ⓓ 13

3. الصيغة الارتداديّة الممكنة للمتتالية 2, 5, 8, 11, ... هي:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n - 3 & , n \geq 1 \end{cases}$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + 3 & , n \geq 1 \end{cases}$

Ⓒ $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1 & , n \geq 1 \end{cases}$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3a_n + 3 & , n \geq 1 \end{cases}$

4. أوجد قيمة كلّ من a و b إذا كانت المتتالية 4, 8, 12, a, b, ... متتالية حسابيّة. برّر إجابتك.

الصيغة الارتداديّة الممكنة لهذه المتتالية هي: $a_{n+1} = a_n + 4$

إذن، $a = 12 + 4 = 16$

و $b = a + 4 = 16 + 4 = 20$

5. إذا كان الحدّ الأوّل من متتالية حسابيّة هو 3، والفرق الثابت فيها يساوي 2، فإنّ صيغة الحدّ العامّ لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = 3 + 2(n - 1)$
Ⓑ $a_n = 2 + 3(n - 1)$
Ⓒ $a_n = 3 + 2n$
Ⓓ $a_n = 2 + 3n$

6. أوجد الحدّ الأوّل a_1 لمتتالية حسابيّة، والفرق الثابت فيها وصيغة حدّها العام a_n، إذا كان:
$a_9 = 11$ و $a_3 = -1$

$a_1 = -5$

$d = 2$

$a_n = -5 + 2(n - 1)$

7. إذا كان الحدّ الأوّل a_1 من متتالية حسابيّة يساوي ضعف الفرق الثابت فيها d، فإنّ صيغة الحدّ العامّ a_n لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = 2(n - 1)d$
Ⓑ $a_n = (n + 2)d$
Ⓒ $a_n = (n + 1)d$
Ⓓ $a_n = 2 + (n - 1)d$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 11:53:46 AM

8. يقف منصور على خط مستقيم مع مجموعة من المراكب الراسية على رصيف مرفأ سياحي. أراد أن يعرف المسافة التي تفصله عن آخر تلك المراكب، حيث قام بقياس المسافة التي تفصله عن أقرب مركب إليه، فوجد أنها تساوي 4 أمتار تقريبًا، ثم قاس المسافة الفاصلة بين ذلك المركب والمركب الذي يليه مباشرة فوجد أنها تساوي 5 أمتار تقريبًا. كما لاحظ ان تلك المسافة تبدو ثابتة بين أي مركبين متتالين.

بعد ذلك قام منصور بعدّ المراكب من المركب الأقرب إليه وصولاً إلى المركب الأخير، فوجد أن عددها 15 مركبًا.

عرّف متتالية حسابية يمكن لمنصور استعمالها لإيجاد المسافة الفاصلة بينه وبين المركب الأخير، ثم أوجد تلك المسافة.

$a_1 = 4, a_n = 4 + 5(n-1)$

المسافة:

$4 + 5 \times 14 = 74$ m

---

9. أيّ من المتتاليات التالية متتالية هندسيّة؟

Ⓐ $a_n = n^4$ Ⓒ $a_n = 3^n$

Ⓑ $a_n = 3^n + 1$ Ⓓ $a_n = 3a_{n-1} + 3$

---

10. الصيغة الارتداديّة للمتتالية الهندسيّة ..., −1, 3, −9, 27 هي:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = -\frac{1}{3}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 27 \\ a_n = -\frac{1}{3}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

Ⓒ $\begin{cases} a_1 = 27 \\ a_n = \frac{1}{3}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = \frac{1}{3}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

11. عدد حدود المتتالية الهندسيّة 5, 15, 45, 135, ..., 3 645 هو:

Ⓐ 6 Ⓒ 8

Ⓑ 7 Ⓓ 9

---

12. إذا كانت المتتالية التالية:

$a, -3a^2 + 4a, -3a^4 + 4a^3, \ldots$، حيث $a < 0$، متتالية هندسيّة، فإنّ قيمة a تساوي:

Ⓐ -4 Ⓒ $-\frac{4}{3}$

Ⓑ -3 Ⓓ -1

---

13. فارس مصاب بفيروس الأنفلونزا ونسي ارتداء الكمامة عندما جاء صديقان لزيارته أثناء المرض. وفي اليوم التالي أصيبا هما أيضًا بالأنفلونزا. لنفترض أن كل صديق بدوره ينشر الفيروس إلى اثنين من أصدقائه بنفس الطريقة. أي أن كل مريض جديد يصيب بالعدوى شخصين آخرين في اليوم التالي.

اوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية التي تمكننا من معرفة عدد الأيام التي يصبح عندها عدد الأشخاص الجدد الذين انتقلت العدوى اليهم من فارس هو 256

الصيغة الإرتدادية للمتتالية الهندسية:

$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = 2a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

حيث a_n هو عدد المصابين الجدد بالعدوى و n هو عدد الأيام.

$256 = 2 \times 2^{n-1}$

$256 = 2^n$

$2^8 = 2^n$

$n = 8$

أي بعد 8 ايام.

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 11:53:48 AM

14. صيغة مجموع الحدود الأولى a_n ,..., a_1 من متتالية حسابيّة بدلالة الحد الأول a_1 والفرق الثابت d هي $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$. يمكننا كتابة صيغة مجموع هذه الحدود بدلالة الحد الثاني والفرق الثابت على الشكل التالي:

Ⓐ $S_n = \frac{n}{2}[2a_2 + (n+1)d]$

Ⓑ $S_n = \frac{n}{2}[2a_2 + (n-3)d]$

Ⓒ $S_n = \frac{n}{2}[a_2 + (n-1)d]$

Ⓓ $S_n = \frac{n}{2}[2a_2 + (n-2)d]$

---

15. إذا علمت أنّ الحد الأول a_1 في متتالية حسابية يساوي ضعف قيمة الفرق الثابت d، وأنّ مجموع الحدود الثمانية الأولى من هذه المتتالية يساوي 132، أوجد الحدّ الأوّل a_1 والفرق الثابت d والصيغة العامّة S_n لمجموع أوّل n حدود وذلك بدلالة n و d.

$a_1 = 6$

$d = 3$

$S_n = \frac{dn(n+3)}{2}$

---

16. إذا كان $\sum_{i=1}^{n}(2i+1) = 10n$، حيث $n > 1$، فإنّ:

Ⓐ $n = 8$ Ⓒ $n = 10$

Ⓑ $n = 9$ Ⓓ $n = 17$

---

17. لتكن $\{a_n\}$ متتالية هندسية حدها الأول a_1 والنسبة الثابتة فيها r. إذن، $S_n - rS_n$ يساوي:

Ⓐ $a_1(r^{n-1})$ Ⓒ $a_1(1-r^n)$

Ⓑ $a_1(1+r^n)$ Ⓓ $-a_1(1-r^n)$

18. $\{a_n\}$ متتالية هندسيّة مجموع أوّل n حدود منها يساوي 242 والنسبة الثابتة فيها $r = 3$ والحدّ الأوّل فيها $a_1 = 2$، إذن قيمة n هي:

$n = 5$

---

19. تقوم سيارة للشرطة بمطاردة سيارة مخالفة على إحدى الطرقات السريعة، حيث كانت تبعد عنها 6 كيلومترات عند بدء المطاردة.
إذا كانت سرعة سيارة الشرطة تساوي ضعف سرعة السيارة المخالفة، بعد أي مسافة من نقطة انطلاقها ستلحق سيارة الشرطة بالسيارة المخالفة؟

$D = 12\ km$

---

20. أوجد قيمة المجموع التالي:

$$S = 9 + 99 + 999 + \ldots + \overbrace{999\ldots9}^{\text{عشر مرات}}$$

$S = 11\,111\,111\,100$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 11:53:50 AM

الاسم _____

1 تقويم الوحدة، النموذج C

1. الحدّ الرابع في المتتالية $a_n = \frac{625}{5^n} + 1$ هو:

Ⓐ 1 Ⓒ 2

Ⓑ $\frac{626}{625}$ Ⓓ $\frac{6}{5}$

2. الصيغة الارتداديّة لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n & , n \geq 3 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

عدد حدود متتالية فيبوناتشي التي هي أصغر من 4 هو:

Ⓐ 2 Ⓒ 4

Ⓑ 3 Ⓓ 5

3. الصيغة الارتداديّة الممكنة للمتتالية 3, 6, 9, 12, ... هي:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n - 3 & , n \geq 1 \end{cases}$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 2a_n & , n \geq 1 \end{cases}$

Ⓒ $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 3a_n + 3 & , n \geq 1 \end{cases}$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 3 & , n \geq 1 \end{cases}$

4. أوجد قيمة كلّ من a و b إذا كانت المتتالية 5, 7, 9, a, b, ... متتالية حسابيّة. برّر إجابتك.

الصيغة الارتداديّة الممكنة لهذه المتتالية هي: $a_{n+1} = a_n + 2$

إذن، $a = 9 + 2 = 11$

و $b = a + 2 = 11 + 2 = 13$

5. إذا كان الحدّ الأوّل من متتالية حسابيّة هو 4، والفرق الثابت فيها يساوي 3، فإنّ صيغة الحدّ العامّ لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = 3 + 4(n - 1)$

Ⓑ $a_n = 4 + 3(n - 1)$

Ⓒ $a_n = 4 + 3n$

Ⓓ $a_n = 3 + 4n$

6. أوجد الحدّ الأوّل a_1 لمتتالية حسابيّة، والفرق الثابت فيها وصيغة حدّها العام a_n، إذا كان:

$a_{11} = 35$ و $a_5 = 11$

$a_1 = -5$

$d = 4$

$a_n = -5 + 4(n - 1)$

7. إذا كان الحدّ الأوّل a_1 من متتالية حسابيّة يساوي نصف الفرق الثابت فيها d، فإنّ صيغة الحدّ العامّ a_n لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)d$

Ⓑ $a_n = d\left(n + \left(\frac{1}{2}\right)\right)$

Ⓒ $a_n = n\frac{d}{2}$

Ⓓ $a_n = (n - 1)\frac{d}{2}$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 11:53:52 AM

8. تقيم مدرسة جابر احتفالًا في ملعب المدرسة. يجلس جابر على مقعد مقابل مقاعد بقية الحضور الموضوعة على خط مستقيم. أراد جابر أن يعرف المسافة التي تفصله عن المقعد الأخير من مقاعد الحضور، فقاسَ المسافة التي تفصله عن أقرب مقعد إليه ووجد أنها تساوي 3 أمتار تقريبًا، ثم قاسَ المسافة الفاصلة بين ذلك المقعد والمقعد الذي يليه مباشرة فوجد أنها تساوي مترين تقريبًا. ولاحظ أن تلك المسافة ثابتة بين أي مقعدين متتاليين. بعد ذلك قام جابر بعدّ المقاعد ابتداءً من المقعد الأقرب إليه وصولاً إلى المقعد الأخير، فوجد أن عددها 18 مقعدًا.

عرّف متتالية حسابية يمكن لجابر استعمالها لإيجاد المسافة الفاصلة بينه وبين المقعد الأخير، ثم أوجد تلك المسافة .

$a_n = 3 + 2(n-1)\,,\ a_1 = 3$

المسافة:

$3 + 2(17) = 37$ m

---

9. أيّ من المتتاليات التالية متتالية هندسيّة؟

Ⓐ $a_n = n^3$ Ⓒ $a_n = 5a_{n-1} + 1$

Ⓑ $a_n = 5^n + 1$ Ⓓ $a_n = 5^n$

---

10. الصيغة الارتداديّة للمتتالية الهندسيّة $125, -25, 5, -1, \ldots$ هو:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = -\frac{1}{5}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 125 \\ a_n = -\frac{1}{5}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

Ⓒ $\begin{cases} a_1 = 125 \\ a_n = \frac{1}{5}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = \frac{1}{5}a_{n-1} \end{cases}, n \geq 2$

11. عدد حدود المتتالية الهندسيّة $4, 12, 36, 108, \ldots, 26\,244$ هو:

Ⓐ 5 Ⓒ 8

Ⓑ 7 Ⓓ 9

---

12. إذا كانت المتتالية $a, a^2 - 3a, 6a^2 - 2a, \ldots$، حيث $a > 1$، متتالية هندسيّة، فإنّ قيمة a تساوي:

Ⓐ 1 Ⓒ 5

Ⓑ 2 Ⓓ 11

---

13. يتكاثر نوع من الفيروسات عن طريق الانقسام إلى قسمين، وبعد فترة نمو معينة ينقسم كل فيروس من الفيروسين الناتجين إلى قسمين مرة أخرى، وهكذا. أوجد الصيغة الارتداديّة للمتتالية الهندسيّة التي تمكّننا من معرفة عدد مرات انقسام فيروس واحد إلى أن يصبح عدد الفيروسات الناتجة عن عمليات الانقسام المتكررة 512 فيروسًا، ثم أوجد عدد مرات عمليات الانقسام هذه.

الصيغة الارتداديّة للمتتالية الهندسية هي:

$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} \end{cases}, n \geq 1$

$512 = 1 \times (2)^{n-1}$

$(2)^9 = (2)^{n-1}$

$n = 10$، عشر مرات.

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 11:53:54 AM

14. إذا كانت صيغة مجموع الحدود الأولى $a_1, ..., a_n$ من متتالية حسابية بدلالة الحد الأول a_1 والفرق الثابت d هي $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$.
فإن صيغة مجموع هذه الحدود بدلالة الحد الثالث a_3 والفرق الثابت d هي:

(A) $S_n = \frac{n}{2}(2a_3 + (n-5)d)$

(B) $S_n = \frac{n}{2}(2a_3 + (n-7)d)$

(C) $S_n = \frac{n}{2}[a_3 + (n-4)d]$

(D) $S_n = \frac{n}{2}[2a_3 + (n-1)d]$

---

15. إذا علمت أنّ الفرق الثابت d في متتالية حسابيّة يساوي نصف قيمة حدّها الأوّل a_1، وأنّ مجموع الحدود العشرة الأولى من هذه المتتالية يساوي 130، أوجد الحدّ الأوّل a_1 والفرق الثابت d وثم أوجد الصيغة العامّة S_n لمجموع أوّل n حدود بدلالة n.

$a_1 = 4$

$d = 2$

$S_n = n^2 + 3n$

---

16. إذا كان $\sum_{i=1}^{n} (3i+1) = 35\frac{n}{2}$، حيث $n > 1$، فإنّ:

(A) $n = 7$ (C) $n = 27$

(B) $n = 10$ (D) $n = 32$

---

17. إذا كان S_n هو مجموع أوّل n حدود من متتالية هندسيّة $\{a_n\}$ النسبة الثابتة فيها r، فإنّ ناتج $rS_n - S_n$ يساوي:

(A) $a_1(1 - r^n)$

(B) $a_1(1 + r^n)$

(C) $a_1(r^n - 1)$

(D) $a_1(r^{n+1})$

18. $\{a_n\}$ متتالية هندسيّة مجموع أوّل n حدود منها يساوي 364 والنسبة الثابتة فيها $r = 3$ والحدّ الأوّل فيها $a_1 = 1$، إذن قيمة n هي:

$n = 6$

---

19. سقطت كرة مضرب مطاطية من ارتفاع 10 أمتار، ثم أخذت ترتدّ بعد كل ارتطام بالأرض إلى ارتفاع يساوي 85% من ارتفاعها السابق. أوجد الارتفاع الذي تصل إليه الكرة بعد الارتطام الخامس.

$h = 8.5 \times (0.85)^4 = 4.437 \text{ m}$

---

20. أوجد قيمة المجموع التالي:

$$S = 8 + 88 + 888 + \ldots + \overbrace{888\ldots8}^{\text{عشر مرات}}$$

$S = 9\,876\,543\,200$

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 4 07/03/2022 11:53:55 AM

الاسم _____

1 تقويم الأداء، النموذج A

عند إيداع مبلغ من المال في حساب مصرفيّ، أو أخذ قرض وتقسيطه شهريًّا لعدد معيّن من السنوات، يخيّرنا المصرف عادةً بين طريقتين لحساب الفوائد المستحقّة سنويًّا على المبلغ المودَع أو المقترَض. الطريقة الأولى هي دفع أو أخذ فائدة سنويّة ثابتة، تساوي نسبة مئويّة معيّنة من المبلغ الأصليّ المقترَض أو المودَع، وذلك طوال سنوات الإيداع أو سداد القرض. الطريقة الثانية هي دفع أو أخذ فائدة سنويّة متغيّرة، تتناقص أو تتزايد كلّ سنة، وتساوي نسبة مئويّة من القيمة المتبقّية من القرض أثناء سنوات السداد، أو من الرصيد المتراكم في حال الإيداع.

1. اختار راشد أن يقترض مبلغ QR 10 000 وفق الطريقة الأولى، شرط أن يسدّده بدفعات شهريّة على مدى سبعة أعوام، على أن يُعفى في السنة الأولى من مبلغ QR 150 من قيمة الفائدة المستحقّة.
يوضّح الجدول التالي قيمة الفوائد التي دفعها راشد بعد مرور n سنة.

عدد السنوات (n)	1	2	3	4	5	6	7
قيمة الفوائد المدفوعة بعد مرور n سنة	QR 250	QR 650	QR 1 050	QR 1 450	QR 1 850	QR 2 250	QR 2 650

a. حدّد طبيعة المتتالية التي يعرّفها الجدول، موضّحًا الفائدة الثابتة التي اتّفق عليها المصرف مع راشد. وضّح كلّ خطوات الحلّ التي تدعم إجابتك.

ألاحظ أن الفرق بين كل قيمة والقيمة التي تسبقها في الجدول هو 400، وهذا يعني أن المتتالية الواردة في الجدول متتالية حسابية، الفرق الثابت فيها يساوي 400، وحدّها الأول هو 250، وهذا يعني أن راشدًا دفع في نهاية السنة الأولى QR 250، ثم صار يدفع في نهاية كل سنة مبلغًا ثابتًا قيمته QR 400. وبما أنه معفى في السنة الأولى من مبلغ QR 150، يكون قد دفع في السنة الأولى QR 400 واستردّ من هذا المبلغ QR 150 حسب الاتفاق.
بالتالي فإن قيمة الفائدة السنوية ثابتة تساوي QR 400 وهي تمثل 4% من قيمة المبلغ الأصلي المقترض وهو QR 10 000.

b. عند عرض الجدول أعلاه على راشد اعتقد، في البداية، أن عليه أن يدفع مجموع القيم المكتوبة في الجدول خلال سبع سنوات. بيّن خطأ اعتقاد راشد، من خلال مقارنة قيمة المبلغ الفعليّ الذي عليه دفعه بقيمة المبلغ الذي اعتقد أن عليه دفعه، ثم وضّح تأثير ذلك على قراره.

لتكن $\{a_n\}$ المتتالية الحسابية في الجدول.
المبلغ الذي اعتقد راشد أن عليه دفعه هو:

$$\sum_{i=1}^{7} a_i = \frac{7}{2} \times (a_1 + a_7)$$
$$= \frac{7}{2} \times \text{QR } 2\,900$$
$$= \text{QR } 10\,150$$

أما المبلغ الفعلي الذي عليه دفعه فهو:

$$a_7 = \text{QR } 2\,650$$

من الطبيعي أن يقلّل اعتقاد راشد الخاطئ من رغبته في أخذ هذا القرض.

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 11:53:56 AM

2. أودع ناصر في هذا المصرف مبلغًا من المال على أن تُحسب الفوائد عليه وفق الطريقة الثانية. عرض المصرف على ناصر الجدول التالي الذي يبيّن قيمة الفائدة التي ستضاف إلى رصيده في نهاية كلّ سنة، إذا كانت قيمة المبلغ الأصليّ المودع QR 8 335.

عدد السنوات (n)	1	2	3	...
الفائدة التي تضاف إلى الرصيد في نهاية السنة n	QR $\frac{8\,335}{10}$	QR $\frac{8\,335}{10} + \frac{8\,335}{100}$	QR $\frac{8\,335}{10} + \frac{8\,335}{100} + \frac{8\,335}{1\,000}$	...

a. لاحظ أنّ الفائدة التي تُضاف إلى الرصيد كلّ سنة تشكّل مجموع حدود متتالية. حدّد هذه المتتالية، ونوعها، وبيّن من خلالها الطريقة التي اعتمدها المصرف في حساب هذه الفائدة.

مجموع قيم المبالغ المضافة في السنة n هي $\sum_{i=1}^{n} a_i$ حيث $a_n = 8\,335 \times \left(\frac{1}{10}\right)^n$، وهي متتالية هندسية النسبة الثابتة فيها $\frac{1}{10}$، وحدّها الأول 833.5، وهذا يعني أن قيمة الفائدة التي يضيفها المصرف في كل سنة إلى الحساب تساوي 10% من المبلغ الموجود فيه.

b. أوجد قيمة الرصيد بعد مرور أربع سنوات.

الفائدة المضافة في السنة الرابعة هي:

$$\sum_{i=1}^{4} a_i = \frac{8\,335}{10} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{10}\right)^4}{1 - \frac{1}{10}} = 926.0185$$

قيمة الرصيد بعد مرور أربع سنوات هي:

$$\text{QR } 8\,335 + \left(\frac{8\,335}{10}\right) + \left(\frac{8\,335}{10} + \frac{8\,335}{100}\right) + \left(\frac{8\,335}{10} + \frac{8\,335}{100} + \frac{8\,335}{1\,000}\right) + 926.0185 = 11\,936.5535$$

c. أوجد النسبة المئويّة للفائدة الثابتة التي تعطي نفس الرصيد بعد أربع سنوات.

لتكن الفائدة $r\%$. قيمة الرصيد بعد أربع سنوات مع حساب الفائدة الثابتة هي:

$$8\,335 + 4 \times \frac{r}{100} \times 8\,335 = 11\,936.5536$$

$$4 \times \frac{r}{100} = 0.4321$$

$$r = 10.8025$$

إذن، النسبة المئوية للفائدة الثابتة تساوي 10.8025% من قيمة الرصيد.

d. هل يمكن أن تبلغ قيمة الفائدة في سنة معيّنة في السؤال السابق QR 1 000؟

من المعلوم أن قيمة الفائدة لا يمكن أن تصل إلى QR 1 000 وذلك لأن

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_i = \frac{8\,335}{10} \times \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10}\right)^i$$

$$= \frac{8\,33.5}{1 - \frac{1}{10}}$$

$$\approx 926.111$$

$$< 1\,000$$

إذن، لا يمكن أن تصل قيمة الفائدة في سنة معيّنة إلى QR 1 000 مهما طال الزمن.

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 11:53:56 AM

الاسم _____

1 تقويم الأداء، النموذج B

يريد نادٍ لكرة القدم إنشاء ملعب جديد للنادي. عند التخطيط لكيفيّة توزيع مقاعد المشجّعين في المدرّجات، تريد إدارة النادي مراعاة المعايير التالية:

- أن يتّسع الملعب إلى 43 000 مقعد تقريبًا.
- أن يكون عدد المقاعد في الصفّ الأوّل، أي الصفّ الأقرب إلى الملعب والمحيط به، 530 مقعدًا.

1. يوضّح الجدول التالي عدد المقاعد في الصفوف الستّة الأولى.

رقم الصفّ	1	2	3	4	5	6
عدد المقاعد	530	538	546	554	562	570

a. حدّد نوع المتتالية التي يعرّفه الجدول أعلاه، موضّحًا كيف يتغيّر عدد المقاعد عند الانتقال من كلّ صفّ إلى الصفّ الذي يليه مباشرة، ثمّ اكتب صيغة الحدّ العامّ لهذه المتتالية.

ألاحظ أنّ الفرق بين عدد المقاعد في كلّ صفّ وعددها في الصفّ الذي يسبقه مباشرةً في الجدول يساوي 8، إذن المتتالية حسابيّة حدّها الأول 530 والفرق الثابت فيها 8، أي إنّ عدد المقاعد يزداد بمقدار ثمانية مقاعد عند الانتقال من كلّ صفّ إلى الصفّ الذي يليه مباشرة. صيغة الحد العام:

$$a_n = 530 + 8\,(n - 1) = 522 + 8n$$

b. أوجد العدد الكلّيّ لصفوف المقاعد في هذا الملعب. ثمّ أوجد العدد الإجماليّ للمقاعد.

أستعمل صيغة مجموع متسلسلة حسابية منتهية.

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2a_1 + (n-1)d\right]$$

أعوّض $S_n = 43\,000$ و $a_1 = 530$ و $d = 8$، وأحلّ لإيجاد قيمة n وهي $n = 57.02$؛ بما أن قيمة n تمثّل عدد المقاعد، فإن قيمة n المقبولة هي 57 أي إنّ العدد الكلّي للصفوف يجب أن يكون 57 صفًّا.

لإيجاد العدد الإجمالي للمقاعد أعوّض $n = 57$ و $a_1 = 530$ و $d = 8$ في S_n

$$S_n = 42\,978$$

أي أن العدد الإجمالي للمقاعد هو 42 978

c. أوجد عدد المقاعد في الصفّ الأخير من صفوف المقاعد في هذا الملعب.

أستعمل صيغة الحدّ العام للمتتالية الحسابيّة $a_n = 522 + 8n$ حيث $n = 57$:

$$a_{57} = 522 + 8 \times 57 = 978$$

أي إنّ عدد المقاعد في الصف الأخير هو 978 مقعدًا.

2. يبيع النادي تذكرة دخول، تسمّى تذكرة موسميّة، تخوّل حاملها حضور مباريات موسم كرويّ كامل في هذا الملعب وعددها 25، تتوزّع أسعار تذاكر الموسم الحاليّ التي من هذا النوع وفق الجدول التالي:

رقم الصفّ	1-10	11-20	21-30	31-40	أكبر من 40
ثمن التذكرة الموسميّة	2 800	2 600	2 200	2 000	1 600

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 11:53:57 AM

أوجد عائدات النادي من بيع التذاكر الموسميّة إذا كانت 75% من تذاكر المقاعد من الصفّ 1 إلى الصفّ 10 و 50% من تذاكر المقاعد من الصفّ 11 إلى الصفّ 20 التي باعها النادي هي تذاكر موسميّة.

مجموع عدد المقاعد من الصفّ 1 إلى الصفّ 10 يساوي:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 530 + 9 \times 8) = 5\,660$$

مجموع عدد المقاعد من الصفّ 11 إلى الصفّ 20 يساوي:

$$a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{20} = S_{20} - S_{10} = \frac{20}{2}(2 \times 530 + 19 \times 8) - 5\,660 = 6\,460$$

العائد:

$$(5\,660 \times 2\,800 \times 0.75) + (6\,460 \times 2\,600 \times 0.5) = \text{QR } 20\,284\,000$$

3. ترى إدارة النادي أنّ عليها اعتماد نظام جديد لتسعير التذاكر بعد إنشاء الملعب الجديد، وذلك بتقسيم صفوف المقاعد إلى 11 مجموعة كما يلي:

رقم المجموعة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
أرقام الصفوف	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-57

قررت إدارة النادي أيضًا أن يكون سعر تذكرة مقعد يقع في مجموعة الصفوف الأوّلى لحضور مباراة واحدة QR 250، بحيث يتناقص سعر التذكرة بنسبة 10% عند الانتقال من كلّ مجموعة من الصفوف إلى المجموعة التي تليها مباشرة.

a. حدّد نوع المتتالية التي تعرّفها الطريقة الجديدة لتسعير التذاكر. اكتب صيغة الحدّ العام لهذه المتتالية.

تمثّل طريقة التسعير الجديدة متتالية هندسيّة $\{b_n\}$ حدّها الأول 250 والنسبة الثابتة فيها 0.9، صيغة الحدّ العام لهذه المتتالية هي: $b_n = 250 \times 0.9^{n-1}$، حيث n رتبة مجموعة الصفوف $(n = 1, 2, ..., 11)$.

b. أوجد سعر تذكرة مقعد في الصفّ السابع وسعر تذكرة مقعد في الصفّ الثامن والثلاثين.

(قرب إجابتك إلى أقرب وحدة)

يقع الصفّ السابع في المجموعة 2 $(n = 2)$، إذن سعر التذكرة يساوي: $250 \times 0.9^1 = \text{QR } 225$

يقع الصفّ الثامن والثلاثون في المجموعة 8 $(n = 8)$، إذن سعر التذكرة يساوي: $250 \times 0.9^7 \approx \text{QR } 120$

c. فوّاز من مشجّعي هذا النادي، وهو يشتري عادةً تذكرة موسميّة لمقعد يقع في مجموعة الصفوف الثانية. أما حمدان، وهو أيضًا من مشجّعي النادي، فيشتري عادةً تذكرة لمقعد في مجموعة الصفوف الثامنة. إذا كان النادي يقيم 15 مباراة في الموسم الكرويّ الواحد، ويريد فوّاز وحمدان حضور جميع المباريات، أيّ من نظاميّ التسعير هو الأوفر لكلّ منهما، القديم أم الجديد؟

سيدفع فوّاز، وفق نظام التسعير القديم (تذكرة موسميّة)، مبلغ QR 2 800 لحضور 15 مباراة، أما وفق نظام التسعير الجديد (تذكرة لكلّ مباراة) فسيدفع: $225 \times 15 = \text{QR } 3\,375$

أما حمدان فسيدفع وفق نظام التسعير القديم مبلغ: QR 2 000، ووفق نظام التسعير الجديد: $120 \times 15 = \text{QR } 2\,800$

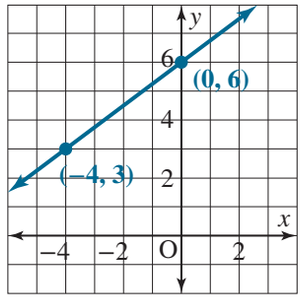
إذن، فواز يناسبه أكثر نظام التذكرة الموسميّة، أما حمدان فيناسبه أكثر الانتقال إلى نظام التسعير الجديد.

M01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 11:53:57 AM

الاسم _____

2 اختبار بداية الوحدة

1. أيّ من المعادلات الخطّيّة التالية هي معادلة المستقيم الممثّل بيانيًّا أدناه.



Ⓐ $y = \frac{3}{4}x - 6$ Ⓒ $y = \frac{4}{3}x + 6$

Ⓑ $y = \frac{3}{4}x + 6$ Ⓓ $y = \frac{4}{3}x - 6$

---

2. الصيغة المبسّطة للمقدار $-4x + 2x^2 - x^2 + 5 - 3x$ بعد دمج الحدود المتشابهة هي:

Ⓐ $x^2 + 7x - 5$ Ⓒ $x^2 - 7x + 5$

Ⓑ $x^2 - 5x + 7$ Ⓓ $7x^2 + 5x + 1$

---

3. ناتج ضرب $-3x(7x + 4y - 10)$ يساوي:

Ⓐ $-21x^2 - 12xy + 30x$

Ⓑ $21x^2 - 12xy + 30x$

Ⓒ $-21x^2 + 12xy - 30x$

Ⓓ $21x^2 + 12xy + 30x$

---

4. ناتج ضرب $(x + 1)(2x - 5)$ يساوي:

Ⓐ $x^2 - 3x - 5$ Ⓒ $2x^2 - 3x - 5$

Ⓑ $x^2 - 4x - 5$ Ⓓ $2x^2 - 4x - 5$

---

5. الصيغة التحليليّة لثلاثيّة الحدود $x^2 + 4x - 12$ هي:

Ⓐ $(x + 3)(x - 4)$ Ⓒ $(x + 6)(x - 2)$

Ⓑ $(x - 3)(x + 4)$ Ⓓ $(x - 6)(x + 2)$

---

6. مستطيل مساحته $x^2 + 10x + 21$.
الأبعاد الممكنة لهذا المستطيل هي:

Ⓐ $(x - 3)(x - 7)$ Ⓒ $(x - 3)(x + 7)$

Ⓑ $(x + 3)(x + 7)$ Ⓓ $(x + 3)(x - 7)$

---

7. إذا كان معامل المتغيّر x في ثلاثية الحدود $x^2 - (b - 6)x - 6b$ يساوي 3، فإنّ الصيغة التحليليّة لثلاثية الحدود هذه هي:

Ⓐ $(x - 6)(x - 3)$ Ⓒ $(x + 6)(x - 3)$

Ⓑ $(x - 6)(x + 3)$ Ⓓ $(x + 6)(x + 3)$

---

8. إذا كان b و c الحدّين الثابتين لثنائيّ الحد $(x + b)$ و $(x + c)$ الذين يشكلان الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $x^2 - 17x + a$، حيث $a > 0$، فإن:

Ⓐ $b < 0, c < 0$ Ⓒ $b > 0, c < 0$

Ⓑ $b < 0, c > 0$ Ⓓ $b > 0, c > 0$

---

9. إذا كانت $(x + a)(x + b)$ الصيغة التحليليّة لثلاثيّة الحدود $x^2 + px + q$، حيث a و b عددان موجبان، فإنّ:

Ⓐ $p > 0, q < 0$ Ⓒ $p < 0, q < 0$

Ⓑ $p < 0, q > 0$ Ⓓ $p > 0, q > 0$

---

10. حدّد درجة كثيرة الحدود التالية وعدد حدودها.
$3x^2 y^2 + 2x - 5y$

Ⓐ الدرجة 4، وعدد الحدود 3

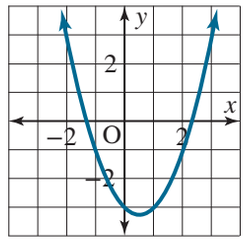
Ⓑ الدرجة 3، وعدد الحدود 4

Ⓒ الدرجة 2، وعدد الحدود 3

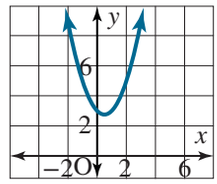
Ⓓ الدرجة 2، وعدد الحدود 4

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:11 PM

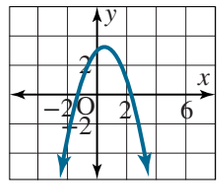
11. التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = x^2 - x - 3$ هو:

Ⓐ 

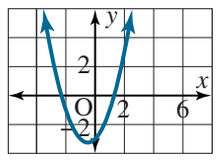
المقطع y: -3
الرأس $\left(\frac{1}{2}, -\frac{13}{4}\right)$

Ⓑ 

المقطع y: 3
الرأس $\left(\frac{1}{2}, \frac{13}{4}\right)$

Ⓒ 

المقطع y: 3
الرأس $\left(\frac{1}{2}, \frac{13}{4}\right)$

Ⓓ 

المقطع y: -3
الرأس $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{13}{4}\right)$

---

12. حلّل كثيرة الحدود أدناه بإخراج العامل المشترك الأكبر.

$-6y^6 + 15y^4 - 3y^3$

$-3y^3\left(2y^3 - 5y + 1\right)$

---

13. استعمل التحليل إلى العوامل لإيجاد المقادير التي تمثّل الأبعاد المجهولة A, B, C في الرسم أدناه.

	B	C
A	$8xy^2$	$12x^2y^3$

العرض A: $4xy^2$

الطول: $C = 3xy$ و $B = 2$

---

14. بسّط المقدار $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ حيث $x \neq 1$:

$x - 2$

---

15. الصورة المبسّطة للمقدار $\frac{xy(xy + 2) + 1}{xy + 1}$ هي:

Ⓐ $xy + 2$ Ⓒ $x(y + 1)$

Ⓑ $xy + 1$ Ⓓ $(x + 1)y$

---

16. الصيغة المبسطة للمقدار $\frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 + 3x - 18}$ هي:

Ⓐ $\frac{x + 5}{x + 6}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا 3 و -6

Ⓑ $\frac{x - 5}{x - 6}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا 3 و 6

Ⓒ $\frac{x - 5}{x + 6}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا 3 و -6

Ⓓ $\frac{x - 5}{x - 6}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا -3 و 6

---

17. الصيغة المبسّطة للمقدار $\frac{14z\,m^3 - 378z}{14z\,m^2 - 14z\,m - 84z}$ هي:

Ⓐ $\frac{m^2 + 3m + 9}{m + 2}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا $z = 0$ و $m = -3$

Ⓑ $\frac{m^2 + 3m + 9}{m + 2}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا $z = 0$ و $m = 3$ و $m = -2$

Ⓒ $\frac{m^2 + 3m + 9}{m - 2}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا $z = 0$ و $m = 3$

Ⓓ $\frac{m^2 + 3m + 9}{m - 2}$ لكلّ الأعداد الحقيقية عدا $z = 0$ و $m = -3$

---

18. أوجد ناتج القسمة أدناه، وحدّد مجاله.

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x - 10} \div \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 5x + 6}$$

$$\frac{(x + 3)^2}{(x - 5)(x + 5)}$$

لجميع قيم x عدا $5, -5, -2, 3$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:13 PM

الاسم _____

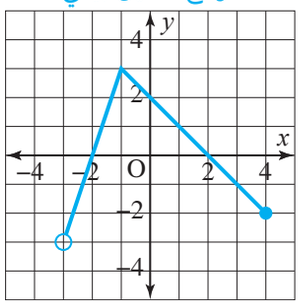
2-1 اختبار الدرس

الدوالّ وخصائصها

1. ارسم التمثيل البيانيّ لدالّة لها الخصائص التالية:

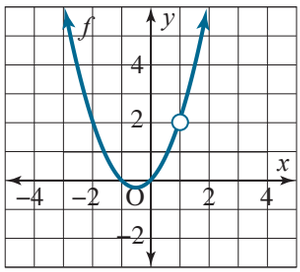
- المجال: $[-3, 4]$
- المدى: $[-3, 3]$
- متناقصة في الفترة $[-1, 4]$
- متزايدة في الفترة $[-3, -1]$
- المقطعان x: -2 و 2
- المقطع y: 2
- للدالّة قيمة قصوى محليّة تساوي 3 عند $x = -1$

نموذج تمثيل بيانيّ:



---

2. لتكن الدالّة $f(x) = \frac{x^3 - x}{x - 1}$. حدّد من التمثيل البيانيّ المعطى، ما إن كانت الدالّة متّصلة أم لا. إن لم تكن كذلك، حدّد نقطة عدم الاتصال ونوعه.



الدالّة f غير متصلة، لديها نقطة عدم اتصال عند $(1, 2)$، وهو عدم اتصال قابل للإزالة.

---

3. أيّ من العبارات التالية تنطبق على التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = -4x^2$؟

Ⓐ مدى الدالّة f هو $]-\infty, 4]$

Ⓑ f متناقصة في الفترة $]-\infty, \infty[$

Ⓒ تشكّل النقطة $(0, 0)$ قيمة عظمى للدالّة.

Ⓓ للدالّة مقطعا x.

---

4. لتكن الدالّة $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$. أيّ من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ الدالّة فرديّة، ولها خطّ تقارب أفقيّ واحد، وخطّا تقارب رأسيّان.

Ⓑ الدالّة زوجيّة، ولها خطّ تقارب أفقيّ واحد، وليست لها خطوط تقارب رأسيّة.

Ⓒ الدالّة زوجيّة، وليست لها خطوط تقارب رأسيّة أو أفقيّة.

Ⓓ الدالّة زوجيّة، ولها خطّ تقارب أفقيّ واحد، وخطّا تقارب رأسيّان.

---

5. لتكن f دالّة زوجيّة، و g دالّة فرديّة.
أثبت أنّ التمثيل البيانيّ للدالّة h حيث:

$$h(x) = f(x) \times g(x)$$

متناظر حول نقطة الأصل.

$$h(-x) = f(-x) \times g(-x)$$
$$= f(x) \times [-g(x)]$$
$$= -f(x) \times g(x)$$
$$= -h(x)$$

إذن، الدالة h دالة فردية، وبالتالي فإن تمثيلها البياني متناظر حول نقطة الأصل.

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:14 PM

الاسم _____

2-2 اختبار الدرس

العمليّات على الدوالّ

1. لتكن $f(x) = 3x^2 - 2x + 6$ و $g(x) = 7x - 4$.
أيّ ممّا يلي يمثّل صيغة الدالّة $f + g$؟

Ⓐ $3x^2 + 7x + 10$ Ⓒ $147x^2 - 182x + 62$

Ⓑ $3x^2 - 9x + 10$ Ⓓ $3x^2 + 5x + 2$

---

2. يمكن نمذجة الطلب المتوقّع d من منتج شركة معيّنة، بتكلفة قيمتها x، بالدالّة $d(x) = 500 - 2x$. تعطي الدالّة $p(x) = x + 5$ سعر مبيع هذا المنتج p (بالريال القطريّ).
استعمل الصيغة:
الإيرادات = السعر × الطلب، لإيجاد دالّة الإيرادات للمنتج.

$\mathbf{R(x) = p(x) \times d(x) = 2\,500 + 490x - 2x^2}$

---

3. حدّد صيغة ومجال $\frac{f}{g}$ إذا كان $f(x) = -3x - 6$ و $g(x) = x^2 - x - 6$.

Ⓐ الصيغة هي $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{-3}{x-3}$ والمجال هو $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ الصيغة هي $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3}{x-3}$ والمجال هو $]-\infty, -2[\cup]-2, \infty[$

Ⓒ الصيغة هي $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3-x}{3}$ والمجال هو $]-\infty, -2[\cup]-2, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓓ الصيغة هي $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{-3}{x-3}$ والمجال هو $]-\infty, -2[\cup]-2, 3[\cup]3, \infty[$

---

4. إذا كانت $h(x) = \sqrt{x+3}$ و $k(x) = 2x + 7$، أوجد قيمة $h(k(3))$.

Ⓐ $\sqrt{6}$ Ⓒ $2\sqrt{6} + 7$

Ⓑ 4 Ⓓ 13

---

5. وضّح الخطأ الذي وقع فيه هشام عند إيجاد صيغة التركيب $f \circ g$، ثمّ صحّحه، علمًا أنّ $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ و $g(x) = 2x - 1$.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$
$$= 2(2x-1)^2 - 3x + 1$$
$$= 2(4x^2 - 4x + 1) - 3x + 1$$
$$= 8x^2 - 11x + 3$$

لم يعوّض هشام المتغير x في $-3x$ بالمقدار $(2x - 1)$:

$$\mathbf{(f \circ g)(x) = f(g(x))}$$
$$\mathbf{= 2(2x-1)^2 - 3(2x-1) + 1}$$
$$\mathbf{= 2(4x^2 - 4x + 1) - 6x + 3 + 1}$$
$$\mathbf{= 8x^2 - 14x + 6}$$

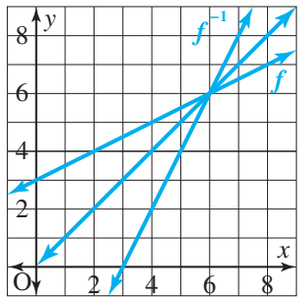
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:14 PM

الاسم _____

2-3 اختبار الدرس

الدوالّ العكسيّة

1. لتكن الدالّة $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$. ارسم التمثيل البيانيّ لكلّ من الدالّة f ودالّتها العكسيّة.



2. لتكن الدالّة $f(x) = x^2 - 2x + 1$. أوجد الدالّة العكسيّة للدالّة f من خلال تحديد قيود مناسبة على مجال f.

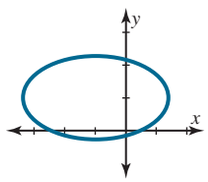
Ⓐ الدالّة العكسيّة هي $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$
إذا كان مجال الدالّة f هو $x \geq -1$.

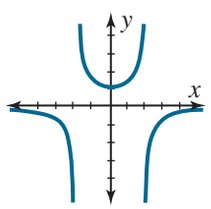
Ⓑ الدالّة العكسيّة هي $f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 1$
إذا كان مجال الدالّة f هو $x \geq 1$.

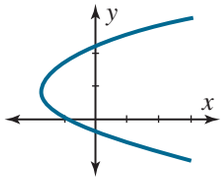
Ⓒ الدالّة العكسيّة هي $f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 1$
إذا كان مجال الدالّة f هو $x \geq 0$.

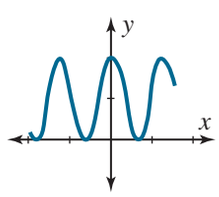
Ⓓ ليس للدالّة f دالّة عكسيّة.

3. أيّ من التمثيلات البيانيّة أدناه، هو تمثيل بيانيّ لعلاقة لها معكوس عبارة عن دالّة؟

Ⓐ


Ⓒ


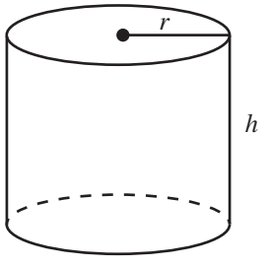
Ⓑ


Ⓓ


4. هل الدالّتان $f(x) = 2x + 4$ و $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$، متعاكستان؟

نعم، الدالّتان متعاكستان، لأنه لجميع قيم x في مجال الدالّة g،
$f(g(x)) = 2\left(\frac{1}{2}x - 2\right) + 4 = x$؛
ولجميع قيم x في مجال الدالّة f،
$g(f(x)) = x$.

5. يحسب حجم الأسطوانة بدلالة طول نصف قطرها r وارتفاعها h بالصيغة $V(r) = \pi r^2 h$.
ليكن ارتفاع الأسطوانة ثابتًا، ويساوي 25 cm
أوجد الدالّة العكسيّة لصيغة حجم الأسطوانة، بحيث تصبح r بدلالة V. ثمّ أوجد القيمة التقريبيّة لطول نصف القطر r إذا كان حجم هذه الأسطوانة يساوي $7\,800\ \text{cm}^3$



أوجد أولًا صيغة الدالّة العكسية لدالة الحجم:

$$V(r) = \pi r^2 h$$
$$V(r) = \pi r^2 \times 25$$
$$r^2 = \frac{V}{25\pi}$$
$$r = \sqrt{\frac{V}{25\pi}}$$

الآن، أعوّض القيمة $V = 7\,800$ في الصيغة:

$$r = \sqrt{\frac{7\,800}{25\pi}} \approx 10 \text{ cm}$$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:15 PM

الاسم _____

2-4 اختبار الدرس

تحويلات التمثيلات البيانيّة للدوالّ

1. وضّح لماذا يمكن أن يكون التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = 4x^2$ تمدّدًا رأسيًّا، أو تضيّقًا أفقيًّا للتمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة $f(x) = x^2$.

عندما أكتب $g(x) = (2x)^2 = f(2x) = f\left(\frac{x}{\frac{1}{2}}\right)$، ألاحظ أن الدالة g هي تضيّق أفقي للدالة الرئيسة f.

وعندما أكتب $g(x) = 4x^2 = 4f(x)$، ألاحظ أن الدالة g هي تمدد رأسيّ للدالة الرئيسة f.

---

2. لتكن الدالّة $f(x) = x - 2$. قم بإجراء التحويلات التالية بالترتيب انطلاقًا من صيغة الدالّة f. اكتب الدوالّ الناتجة عن كلّ تحويل.

a. انعكاس حول المحور x. $f_1(x) = -(x - 2)$

b. انعكاس حول المحور y. $f_2(x) = -(-x - 2)$

c. تضيّق رأسيّ بمعامل قيمته $\frac{1}{3}$ $f_3(x) = -\frac{1}{3}(-x - 2)$

d. إزاحة بمقدار 4 وحدات إلى الأسفل. $f_4(x) = -\frac{1}{3}(-x - 2) - 4$

e. تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{5}$ $f_5(x) = -\frac{1}{3}(-5x - 2) - 4$

f. تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 7 $f_6(x) = -\frac{7}{3}(-5x - 2) - 4$

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل صيغة الدالّة g التي هي انعكاس حول المحور y للدالّة $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$؟

Ⓐ $g(x) = 2x^2 + 3x - 1$

Ⓑ $g(x) = -2x^2 - 3x + 1$

● $g(x) = 2x^2 - 3x - 1$

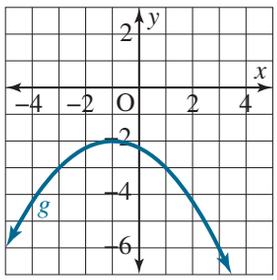
Ⓓ $g(x) = -2x^2 - 3x - 1$

---

4. أوجد التحويلات التي إذا أُجريت على الدالّة الرئيسة $f(x) = \sqrt{x}$ تعطي الدالّة $k(x) = \sqrt{4x + 12} - 1$.

إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل، وإزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، وتمدد رأسي بمعامل قيمته 2

5. أيّ من الخيارات التالية يتضمّن التحويلات الهندسيّة التي إذا أجريتها على التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = x^2$ تحصل على التمثيل البيانيّ للدالّة g الموضّح في الرسم المجاور؟



Ⓐ إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، وإزاحة بمقدار وحدتين إلى الأسفل، وتمدّد أفقيّ بمعامل قيمته 2، وانعكاس حول المحور y.

Ⓑ إزاحة بمقدار وحدتين إلى اليسار، وإزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، وتمدّد رأسيّ بمعامل قيمته 2، وانعكاس حول المحور x.

● إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، وإزاحة بمقدار وحدتين إلى الأسفل، وتمدّد أفقيّ بمعامل قيمته 2، وانعكاس حول المحور x.

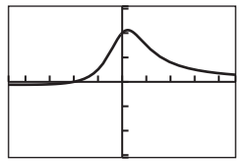
Ⓓ إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، وإزاحة بمقدار وحدتين إلى الأسفل، وتضيّق أفقيّ بمعامل قيمته $\frac{1}{2}$، وانعكاس حول المحور y.

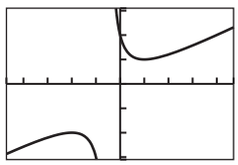
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:17 PM

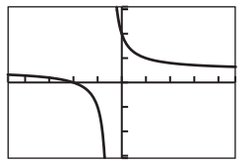
الاسم _____

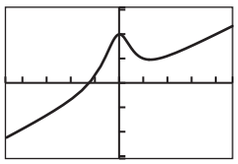
2 تقويم الوحدة، النموذج A

1. حدّد التمثيل البيانيّ للدالّة $h(x) = \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$، من خلال تحليل سلوك الدالّة بالقرب من القيم التي لا تنتمي إلى مجال الدالّة.

Ⓐ 
$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

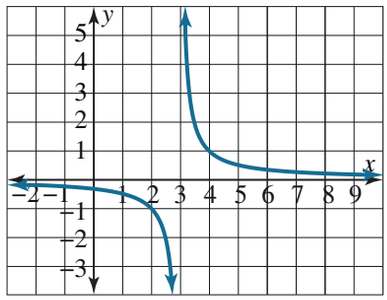
Ⓒ 
$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

Ⓑ 
$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

Ⓓ 
$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

---

2. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة f.



مجال الدالّة f هو:

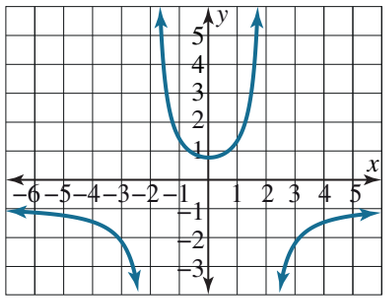
Ⓐ $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, -3[\cup]0, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -3[\cup]-3, \infty[$

3. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة g.



مدى الدالّة g هو:

Ⓐ $]-\infty, -1[\cup \left]-1, \frac{3}{4}\right[\cup \left]\frac{3}{4}, \infty\right[$

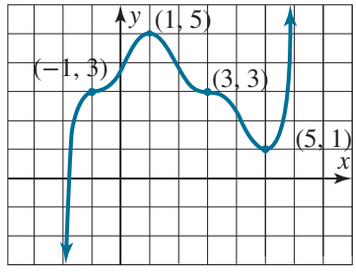
Ⓑ $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, -1[\cup [1, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -1[\cup \left[\frac{3}{4}, \infty\right[$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:18 PM

4. حدّد من التمثيل البيانيّ المعطى، ما إذا كانت كلّ نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محلّيّة أم لا. ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالّة متزايدة أو متناقصة. حدّد ما إذا كان للدالّة خطوط تقارب.



للدالة قيمة عظمى محلية عند النقطة $(1, 5)$ تساوي 5

للدالة قيمة صغرى محلية عند النقطة $(5, 1)$ تساوي 1

تتزايد الدالة في الفترة $]-2, 1]$، وتتناقص في الفترة $[1, 5]$، ثم تتزايد في الفترة $[5, 6[$

للدالة خطا تقارب رأسيان هما $x = -2$ و $x = 6$، وليس لها خط تقارب أفقي.

---

5. مجال الدالّة $(f \circ g)$، حيث $f(x) = \frac{1}{x+2}$ و $g(x) = \frac{1}{x-2}$، هو:

Ⓐ $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓑ $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}, \infty\right[$

Ⓒ $\left]-\infty, \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}, 2\right[\cup]2, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -2[\cup \left]-2, \frac{3}{2}\right[\cup \left]\frac{3}{2}, 2\right[\cup]2, \infty[$

6. الدالّة $f(x) = \frac{2}{1-x^2}$ هي جمع دالّتين g و h. قد يكون:

Ⓐ $g(x) = \frac{1}{1+x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$

Ⓑ $g(x) = \frac{1}{x+1}$, $h(x) = \frac{1}{x-1}$

Ⓒ $g(x) = \frac{5}{1-x^2}$, $h(x) = \frac{3}{1-x^2}$

Ⓓ $g(x) = \frac{1}{1-x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$

---

7. أوجد قيمة a إذا كانت $f(g(a)) = a$، حيث $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = x + 1$.

$a = 1$

---

8. إذا كانت $f(x) = x^2 - 2$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$، فإنّ قيمة $f(g(x))$ تساوي:

Ⓐ $\sqrt{x^2 - 1}$

Ⓑ $x - 1$

Ⓒ $x + 1$

Ⓓ $\sqrt{x^2 - 2}$

---

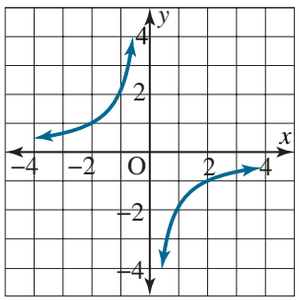
9. إذا كانت قيمة اليورو بالنسبة للدولار معطاة بالدالّة $f(x) = 1.15x$، حيث x يمثّل اليورو، و $f(x)$ تمثّل الدولار، وإنّ قيمة الدولار بالنسبة للريال القطريّ معطاة بالدالّة $g(x) = 3.64x$، حيث x يمثّل الدولار، و $g(x)$ تمثّل الريال القطريّ. أوجد الدالّة التي تعطي قيمة اليورو بالنسبة للريال القطريّ.

$h(x) = g(f(x)) = 4.186x$

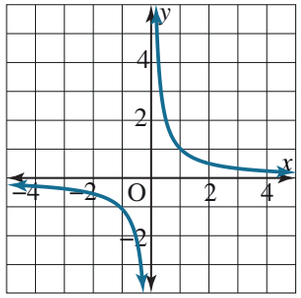
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:20 PM

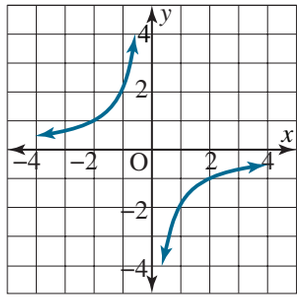
10. التمثيل البيانيّ لمعكوس الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه هو:

Ⓐ

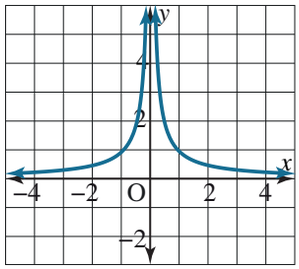


Ⓒ

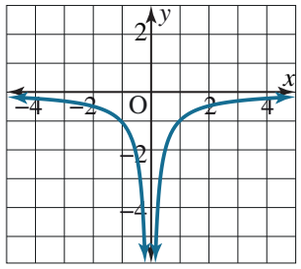




Ⓑ

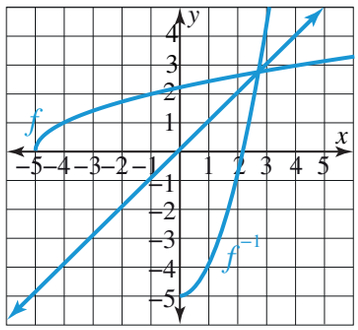


Ⓓ



---

11. اكتب معادلة معكوس الدالّة $f(x) = \sqrt{x+5}$.
ثمّ مثّل بيانيًّا الدالّة f، والمستقيم $y = x$، ومعكوس الدالّة f في نفس المستوى الإحداثيّ، مع توضيح العلاقة بين منحنى الدالّة f ومنحنى معكوسها.



$f^{-1}(x) = x^2 - 5$

منحنى f^{-1} هو انعكاس لمنحنى f حول المحور $y = x$.

12. إذا كان معكوس الدالّة f معرّفًا في فترة معيّنة، فمن المعلوم أنّه إذا كانت النقطة $A(a, b)$ تقع على منحنى الدالّة f، فإنّ النقطة $B(b, a)$ تقع على منحنى معكوسها. أثبت أنّ النقطتين A و B متناظرتان بالنسبة للمحور $y = x$.

لتكن I نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

$$I\left(\frac{a+b}{2}, \frac{b+a}{2}\right)$$

إذن، تنتمي I إلى المستقيم $y = x$.

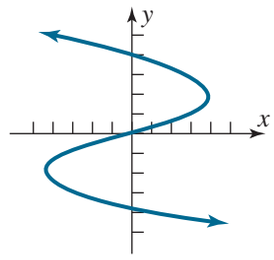
من جهة أخرى، ميل المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ هو

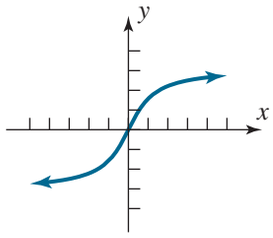
$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a-b}{b-a} = -1$$

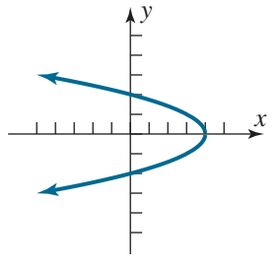
ما يعني أن المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ متعامد مع المستقيم $y = x$.
إذن، النقطتان A و B متناظرتان بالنسبة للمحور $y = x$.

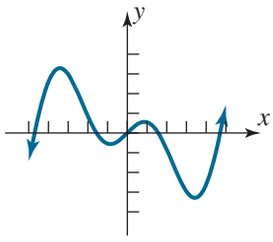
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 1:15:21 PM

13. أيّ دالّة ممّا يلي معكوسها أيضًا دالّة؟

Ⓐ 

Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

---

14. للدالّة $f(x) = x^2$ معكوس هو أيضًا دالّة في الفترة:

Ⓐ $[-1, \infty[$

Ⓑ $[-2, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 1]$

Ⓓ $[0, \infty[$

---

15. إذا كانت $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$، وكان التمثيل البيانيّ للدالّة g ، إزاحة أفقيّة للتمثيل البيانيّ للدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، و k وحدة إلى الأعلى، وكان منحنى الدالّة f يتقاطع مع منحنى الدالّة g عند النقطة $(1, 2)$، فإنّ قيمة k تساوي:

Ⓐ -3

Ⓑ -1

Ⓒ 1

Ⓓ 3

---

16. إذا كان منحنى الدالّة g انعكاسًا لمنحنى الدالّة $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$ حول المحور x، فإنّ:

Ⓐ $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

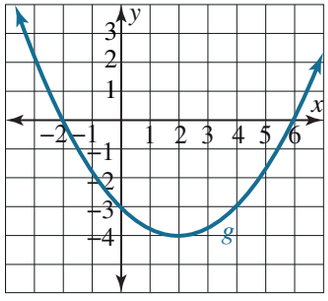
Ⓑ $g(x) = -\sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Ⓒ $g(x) = -\sqrt{x^2 + 2x + 5}$

Ⓓ $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

---

17. إذا كان منحنى الدالّة g تمدّدًا أفقيًّا لمنحنى الدالّة $f(x) = x^2 - 2x - 3$، أوجد معادلة الدالّة g مستعينًا بتمثيلها البيانيّ المعطى.



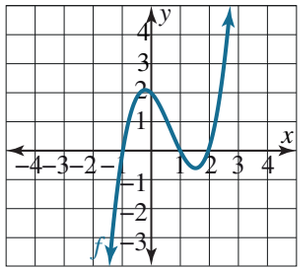
أصفار الدالة f هي -1 و 3 وأصفار الدالة g وفقا لتمثيلها البياني هي -2 و 6، الدالة g هي تمدد أفقي لمنحنى الدالة f بمعامل مقداره 2

و $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{2}\right) - 3$

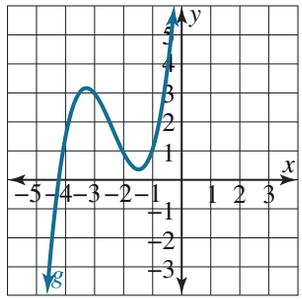
$g(x) = \frac{x^2}{4} - x - 3$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 4 07/03/2022 1:15:22 PM

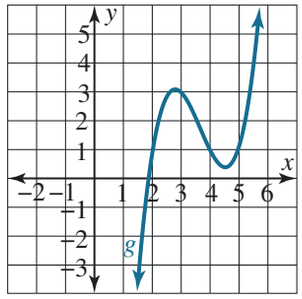
18. إذا كان التمثيل البيانيّ للدالّة f هو المعطى، فإنّ التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = f(x - 3) + 1$ هو:



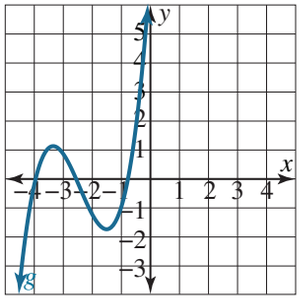
Ⓐ إزاحة رأسيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، ثمّ إزاحة أفقيّة بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار.



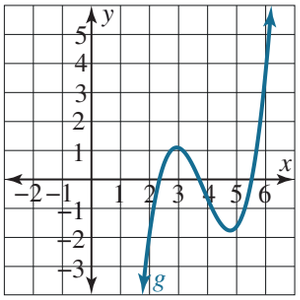
Ⓑ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.



Ⓒ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

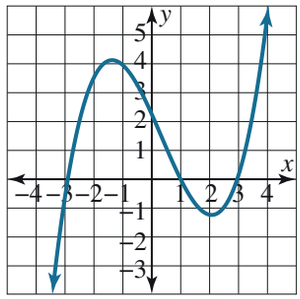


Ⓓ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



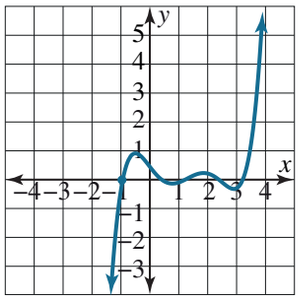
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 5 07/03/2022 1:15:23 PM

19. عدّد التحويلات التي يجب تنفيذها بالترتيب على منحنى الدالّة f للحصول على منحنى الدالّة $g(x) = 2f[3(x + 1)] + 4$.



تضيّق أفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$، ثم إزاحة أفقية بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره 2، ثم إزاحة رأسية بمقدار أربع وحدات إلى الأعلى.

20. الدالّة f هي دالّة كثيرة الحدود، تمثيلها البيانيّ موضّح أدناه.



إذا كان التمثيل البيانيّ للدالّة g تضيّقًا أو تمدّدًا أفقيًّا للتمثيل البيانيّ للدالّة f، وكان أحد أصفار الدالّة g هو -3، حدّد بدقّة نوع التحويل الذي يجب تنفيذه على التمثيل البيانيّ للدالّة f للحصول على التمثيل البيانيّ للدالّة g.

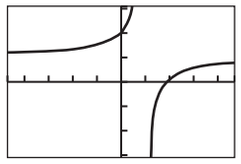
بما أن للدالّة f صفرا سالبا وحيد هو -1 وصفر الدالّة g السالب هو -3، و $-3 = 3 \times (-1)$، إذن، التمثيل البياني للدالة g هو تمدد أفقي للتمثيل البياني للدالة f بمعامل مقداره 3

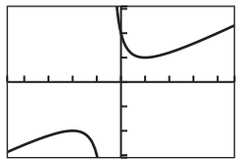
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 6 07/03/2022 1:15:24 PM

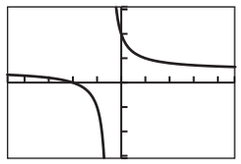
الاسم _____

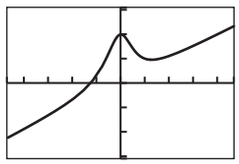
2 تقويم الوحدة، النموذج B

1. حدّد التمثيل البيانيّ للدالّة $h(x) = \frac{x-2}{x-1}$، من خلال تحليل سلوك الدالّة بالقرب من القيم التي لا تنتمي إلى مجال الدالّة.

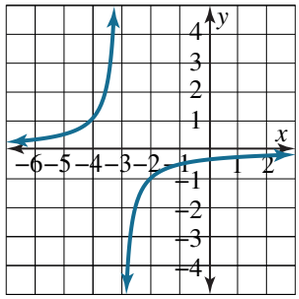
Ⓐ

[−4.7, 4.7] في [−3.1, 3.1]

Ⓒ

[−4.7, 4.7] في [−3.1, 3.1]

Ⓑ

[−4.7, 4.7] في [−3.1, 3.1]

Ⓓ

[−4.7, 4.7] في [−3.1, 3.1]

2. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة f.



مجال الدالّة f هو:

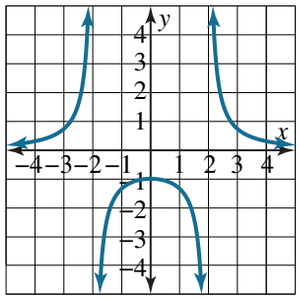
Ⓐ $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, -3[\cup]0, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -3[\cup]-3, \infty[$

3. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة g.



مدى الدالّة g هو:

Ⓐ $]-\infty, -1[\cup]-1, 0[\cup]0, \infty[$

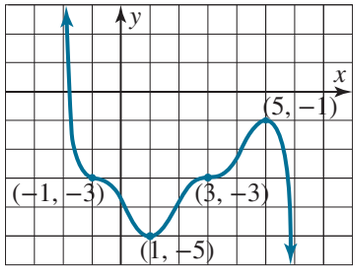
Ⓑ $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, -1[\cup [1, \infty[$

Ⓓ $[-\infty, -1] \cup]0, \infty[$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:24 PM

4. حدّد من التمثيل البيانيّ المعطى ما إذا كانت كلّ نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محلّيّة أم لا. ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالّة متزايدة أو متناقصة. حدّد ما إذا كانت للدالّة خطوط تقارب.



للدالّة قيمة صغرى محليّة عند النقطة $(1, -5)$ تساوي -5

للدالّة قيمة عظمى محليّة عند النقطة $(5, -1)$ تساوي -1

تتناقص الدالّة في الفترة $]-2, 1[$، وتتزايد في الفترة $]1, 5[$، ثم تتناقص في الفترة $]5, 6[$

للدالّة خطا تقارب رأسيّان هما $x = -2$ و $x = 6$، وليس لها خط تقارب أفقي.

---

5. مجال الدالّة $(f \circ g)$، حيث $f(x) = \frac{2}{x+1}$ و $g(x) = \frac{1}{x-3}$، هو:

Ⓐ $]-\infty, 2[\cup]2, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, -1[\cup]-1, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, 1[\cup]-1, \infty[$

6. الدالّة $f(x) = \frac{4}{4-x^2}$ هي جمع دالّتين g و h. قد تكون هاتان الدالّتان:

Ⓐ $g(x) = \frac{1}{1+x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$

Ⓑ $g(x) = \frac{1}{2-x}$, $h(x) = \frac{1}{2+x}$

Ⓒ $g(x) = \frac{5}{1-x^2}$, $h(x) = \frac{3}{1-x^2}$

Ⓓ $g(x) = \frac{1}{1-x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$

---

7. أوجد قيمة a إذا كانت $f(g(a)) = a$، حيث $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = x + 2$.

$a = -1$

---

8. إذا كانت $f(x) = 2x^2 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$، فإنّ قيمة $f(g(x))$ تساوي:

Ⓐ $\sqrt{x^2-1}$

Ⓑ $x - 1$

Ⓒ $2x - 1$

Ⓓ $\sqrt{2x^2+1}$

---

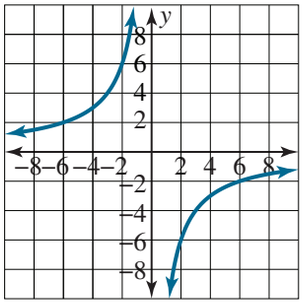
9. عند ملء خزّان بالماء، يمكن إيجاد كميّة المياه الموجودة في الخزّان باستعمال الدالّة $f(x) = 300 + 50x$، حيث $f(x)$ هي كمية المياه باللترات و x الزمن بالثواني من لحظة بدء ملء هذا الخزان. أما ارتفاع الماء داخل الخزان فهو معرّف بالدالّة $g(x) = \frac{x}{9\pi}$، حيث $g(x)$ ارتفاع مستوى الماء داخل الخزّان بالأمتار و x كمية المياه داخل الخزان. أوجد دالّة تعطي ارتفاع مستوى الماء داخل الخزّان بدلالة الزمن.

$h(x) = g(f(x)) = \frac{300 + 50x}{9\pi}$

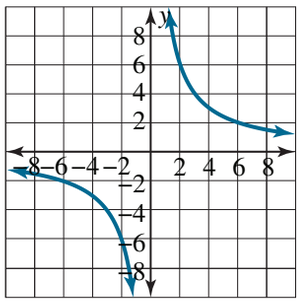
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:26 PM

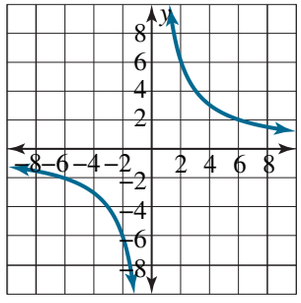
10. التمثيل البيانيّ لمعكوس الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه هو:

Ⓐ

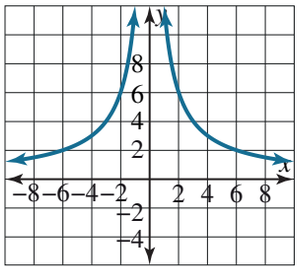


Ⓒ

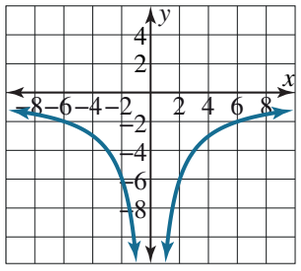




Ⓑ

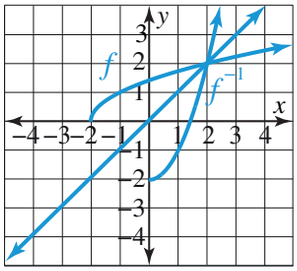


Ⓓ



---

11. اكتب معادلة معكوس الدالّة $f(x) = \sqrt{2 + x}$.
ثمّ مثّل الدالّة f، والمستقيم $y = x$، ومعكوس الدالّة f بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثيّ، مع توضيح العلاقة بين منحنى الدالّة f ومنحنى معكوسها.



$f^{-1}(x) = x^2 - 2$

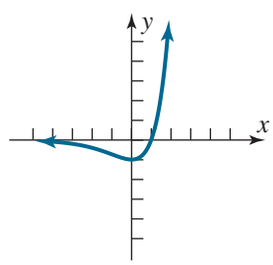
منحنى f^{-1} هو انعكاس لمنحنى f حول المستقيم $y = x$.

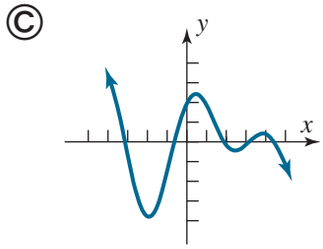
12. برهن أنه إذا كانت الدالّة g هي معكوس الدالّة f فإن $g(f(x)) = x$ لجميع قيم x في مجال الدالّة f.

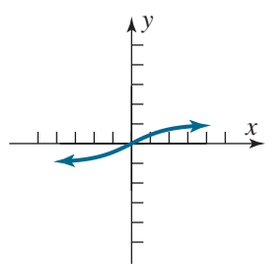
لنفترض أنّ الدالّة g هي معكوس الدالّة f.
إذن، لكلّ قيمة من قيم x في مجال الدالّة f هناك قيمة وحيدة للمتغيّر y حيث $f(x) = y$ أي إنّ $g(y) = x$.
بالتعويض نجد أنّ $g(f(x)) = x$.

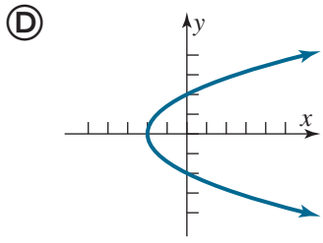
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 1:15:28 PM

13. أيّ دالّة ممّا يلي معكوسها أيضًا دالّة؟

Ⓐ 

Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

---

14. للدالّة $f(x) = -x^2 + 1$ معكوس هو أيضًا دالّة في الفترة:

Ⓐ $[-1, \infty[$

Ⓑ $[-1, 1]$

Ⓒ $]-\infty, 0]$

Ⓓ $]-\infty, 1]$

---

15. إذا كانت $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$، وكان التمثيل البيانيّ للدالّة g إزاحة أفقيّة للتمثيل البيانيّ للدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار و k وحدة إلى الأسفل، وكان منحنى الدالّة f يتقاطع مع منحنى الدالّة g عند النقطة $(-3, 2)$، فإنّ قيمة k تساوي:

Ⓐ -1

Ⓑ $-\frac{1}{3}$

Ⓒ $\frac{1}{3}$

Ⓓ 1

---

16. إذا كان منحنى الدالّة g انعكاسًا لمنحنى الدالّة $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$ حول المحور y، فإنّ:

Ⓐ $g(x) = \sqrt{x^2 - x + 3}$

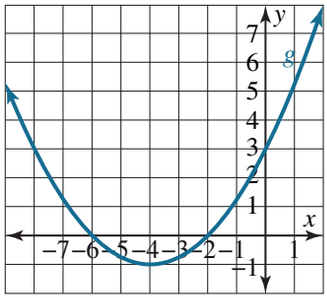
Ⓑ $g(x) = -\sqrt{x^2 - x + 3}$

Ⓒ $g(x) = -\sqrt{x^2 + x + 3}$

Ⓓ $g(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 4 07/03/2022 1:15:29 PM

17. إذا كان منحنى الدالّة g تمدّدًا أفقيًّا لمنحنى الدالّة $f(x) = x^2 + 4x + 3$، أوجد معادلة الدالّة g باستعمال تمثيلها البيانيّ المعطى.



أصفار الدالّة f هي -1 و -3 وأصفار الدالّة g وفقًا لتمثيلها البيانيّ هي -2 و -6

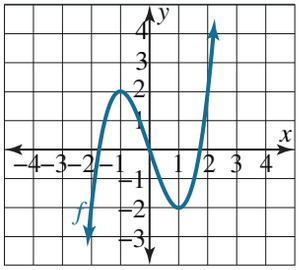
منحنى الدالّة g هو تمدّد أفقيّ لمنحنى الدالّة f بمعامل مقداره 2

$$g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

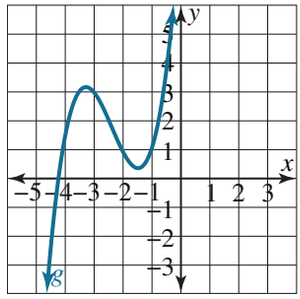
$$g(x) = \frac{x^2}{4} + 2x + 3$$

---

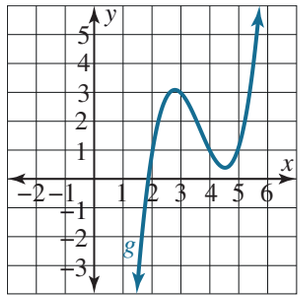
18. إذا كان التمثيل البيانيّ للدالّة f هو المعطى، فإنّ التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = f(x - 2) + 3$ هو:



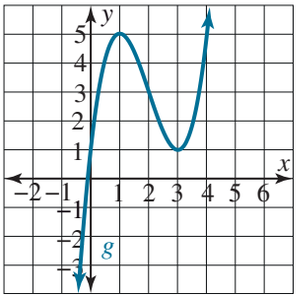
Ⓐ إزاحة رأسيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، ثمّ إزاحة أفقيّة بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار.



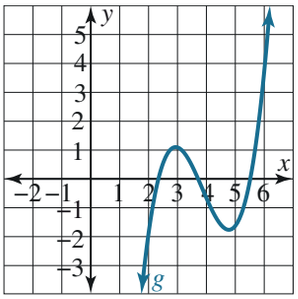
Ⓑ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.



Ⓒ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالة f بمقدار وحدتين إلى اليمين ثم إزاحة رأسيّة بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى.

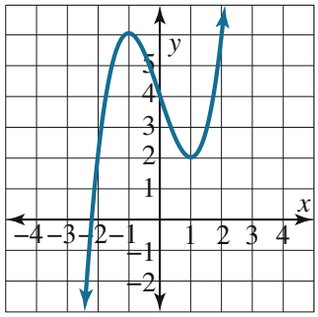


Ⓓ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



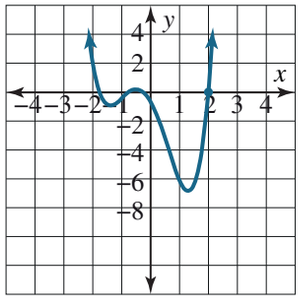
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 5 07/03/2022 1:15:30 PM

19. عدّد التحويلات التي يجب تنفيذها بالترتيب على منحنى الدالّة f للحصول على منحنى الدالّة $g(x) = 3f\left[\frac{1}{2}(x+1)\right] - 1$.



تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 2، ثمّ إزاحة أفقيّة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

20. الدالّة f هي دالّة كثيرة الحدود، تمثيلها البيانيّ موضّح أدناه.



إذا كان التمثيل البيانيّ للدالّة g تضيّقًا أو تمدّدًا أفقيًّا للتمثيل البيانيّ للدالّة f، وكان أحد أصفار الدالّة g هو 4، حدّد بدقّة نوع التحويل الذي يجب تنفيذه على التمثيل البيانيّ للدالّة f للحصول على التمثيل البيانيّ للدالّة g.

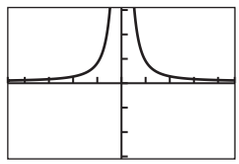
بما أن للدالّة f صفرا واحدا موجب هو 2، وصفر الدالّة g هو 4، فإن التمثيل البيانيّ للدالّة g هو تمدّد أفقيّ للتمثيل البيانيّ للدالّة f بمعامل مقداره 2

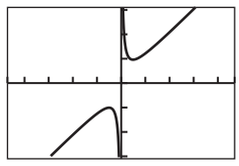
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 6 07/03/2022 1:15:31 PM

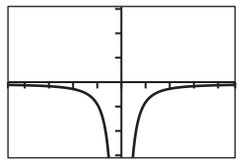
الاسم _____

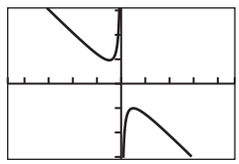
2 تقويم الوحدة، النموذج C

1. حدّد التمثيل البيانيّ للدالّة $h(x) = -\frac{1}{x^2}$ من خلال تحليل سلوك الدالّة بالقرب من القيم التي لا تنتمي إلى مجالها.

Ⓐ

$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

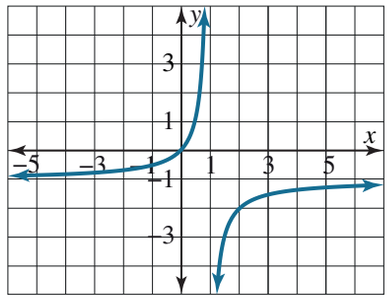
Ⓒ

$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

● Ⓑ

$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

Ⓓ

$[-4.7, 4.7]$ في $[-3.1, 3.1]$

---

2. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة f.



مجال الدالّة f هو:

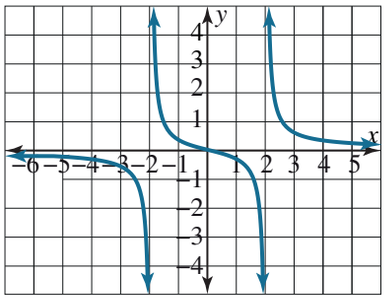
Ⓐ $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, 0[\cup]1, \infty[$

● Ⓒ $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$

3. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة g.



مدى الدالّة g هو:

● Ⓐ $]-\infty, \infty[$

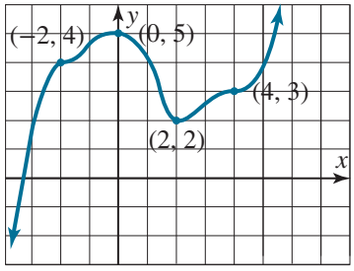
Ⓑ $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 0[\cup [0, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -2[\cup [0, 2[$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:31 PM

4. حدّد من التمثيل البيانيّ المعطى ما إذا كانت كلّ نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محلّيّة أم لا. ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالّة متزايدة أو متناقصة. حدّد ما إذا كان للدالّة خطوط تقارب.



للدالّة قيمة عظمى محليّة عند النقطة $(0, 5)$ تساوي 5

للدالّة قيمة صغرى محليّة عند النقطة $(2, 2)$ تساوي 2

تتزايد الدالّة في الفترة $]-4, 0]$، وتتناقص في الفترة $[0, 2]$، ثم تتزايد في الفترة $[2, 6[$

للدالّة خطّا تقارب رأسيّان هما $x = -4$ و $x = 6$، وليس لها خطّ تقارب أفقي.

---

5. مجال الدالّة $(f \circ g)$، حيث $f(x) = \frac{x}{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{x+2}$، هو:

Ⓐ $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, -2[\cup]-2, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, -2[\cup]-2, -1[\cup]-1, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

6. الدالّة $f(x) = \frac{6}{9-x^2}$ هي جمع دالّتين g و h. قد تكون هاتان الدالّتان:

Ⓐ $g(x) = \frac{1}{3-x^2}$, $h(x) = \frac{1}{3+x^2}$

Ⓑ $g(x) = \frac{5}{x+3}$, $h(x) = \frac{1}{x-3}$

Ⓒ $g(x) = \frac{5}{3-x^2}$, $h(x) = \frac{3}{3-x^2}$

Ⓓ $g(x) = \frac{1}{3-x}$, $h(x) = \frac{1}{3+x}$

---

7. أوجد قيمة a إذا كانت $f(g(a)) = a$، حيث $f(x) = -x + 2$ و $g(x) = x + 6$.

$a = -2$

---

8. إذا كانت $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$، فإنّ قيمة $f(g(x))$ تساوي:

Ⓐ $x + 2$

Ⓑ $x - 2$

Ⓒ $\sqrt{x^2 - 2}$

Ⓓ $-x + 2$

---

9. يتمّ تسخين جسم معدنيّ في فرن خاصّ تتغيّر فيه درجة الحرارة بمرور الزمن وفق المعادلة: $f(x) = 0.3x + 200$، حيث f درجة الحرارة بالمقياس المئويّ و x الزمن بالثواني. أمّا طول هذا الجسم فيتغيّر بمرور الزمن وفق الدالّة $g(x) = 50 + 10^{-4}x$، حيث $g(x)$ طول الجسم بالسنتمتر و x الزمن بالثواني.
أوجد دالّة تعطي طول هذا الجسم المعدنيّ بدلالة الحرارة.

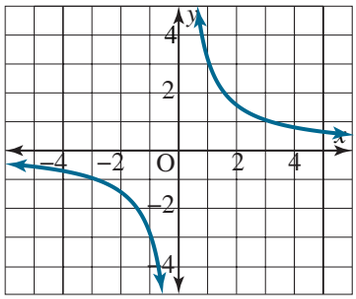
$h(x) = g(f(x)) = 50.02 + (3 \times 10^{-5})x$

حيث x درجة الحرارة بالمقياس المئوي.

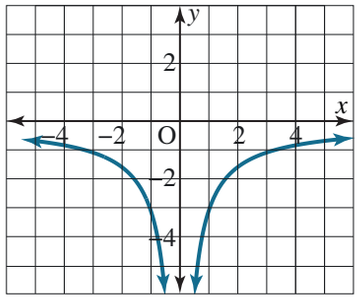
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:33 PM

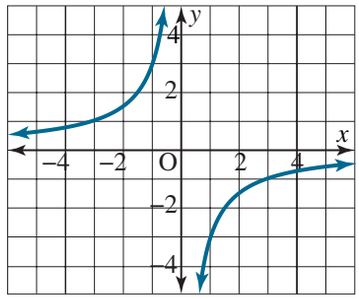
10. التمثيل البيانيّ لمعكوس الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه هو:

Ⓐ

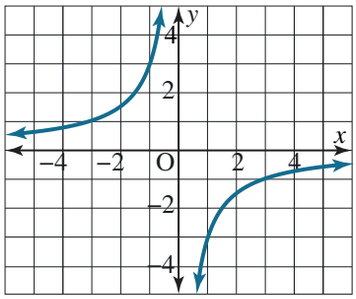


Ⓒ

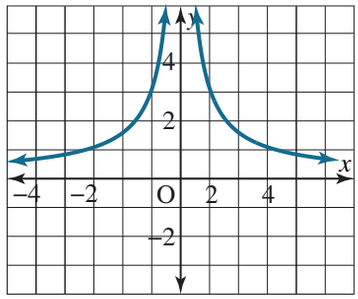




Ⓑ



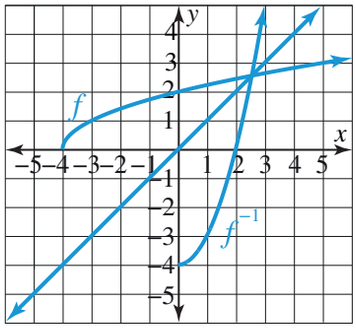
Ⓓ



---

11. اكتب معادلة معكوس الدالّة $f(x) = \sqrt{x+4}$.

ثمّ مثّل الدالّة f، والمستقيم $y = x$، ومعكوس الدالّة f بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثيّ، مع توضيح العلاقة بين منحنى الدالّة f ومنحنى معكوسها.



$f^{-1}(x) = x^2 - 4$

منحنى f^{-1} هو انعكاس لمنحنى f حول المحور $y = x$.

12. برهن أنه إذا كان $g(f(x)) = x$ لجميع قيم x في مجال الدالّة f فإن الدالّة g هي معكوس الدالّة f.

أفترض أنّ $g(f(x)) = x$ لكلّ قيم x في مجال الدالّة f وأنّ $f(x) = y$.

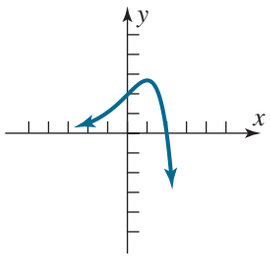
إذن، $g(f(x)) = g(y)$

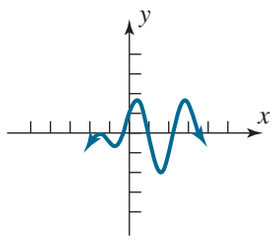
$g(y) = x$

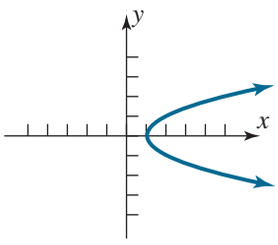
أي إنّ الدالّة g هي معكوس الدالّة f.

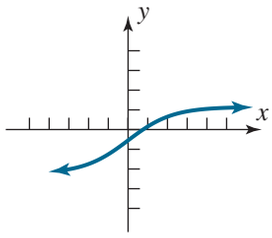
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 1:15:35 PM

13. أيّ دالّة ممّا يلي معكوسها أيضًا دالّة؟

Ⓐ 

Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

---

14. للدالّة $f(x) = (x-1)^2$ معكوس هو أيضًا دالّة في الفترة:

Ⓐ $[1, \infty[$

Ⓑ $[0, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 2]$

Ⓓ $]-\infty, \infty[$

---

15. إذا كانت $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$، وكان التمثيل البيانيّ للدالّة g إزاحة أفقيّة للتمثيل البيانيّ للدالّة f بمقدار وحدتين إلى اليمين و k وحدة إلى الأسفل، وكان منحنى الدالّة f يتقاطع مع منحنى الدالّة g عند النقطة $(1, -2)$، فإنّ قيمة k تساوي:

Ⓐ -6

Ⓑ -2

Ⓒ 2

Ⓓ 6

---

16. إذا كان منحنى الدالّة g انعكاسًا لمنحنى الدالّة $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 1}$ حول المحور x، فإنّ:

Ⓐ $g(x) = \sqrt{-x^2 + x + 1}$

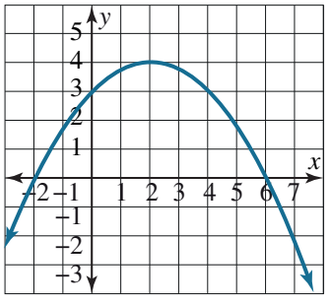
Ⓑ $g(x) = -\sqrt{-x^2 - x + 1}$

Ⓒ $g(x) = \sqrt{-x^2 - x + 1}$

Ⓓ $g(x) = -\sqrt{-x^2 + x + 1}$

---

17. إذا كان منحنى الدالّة g تمدّدًا أفقيًّا لمنحنى الدالّة $f(x) = -x^2 + 2x + 3$، أوجد معادلة الدالّة g باستعمال تمثيلها البيانيّ المعطى.



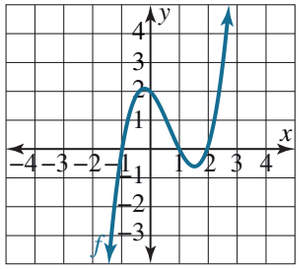
أصفار الدالة f هي -1 و 3 وأصفار الدالة g وفقًا لتمثيلها البياني هي -2 و 6، الدالة g هي تمدد أفقي لمنحنى الدالة f بمعامل مقداره 2

$$g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) = -\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{2}\right) + 3$$

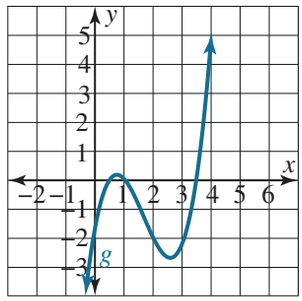
$$g(x) = -\frac{x^2}{4} + x + 3$$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 4 07/03/2022 1:15:36 PM

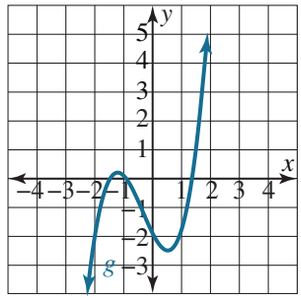
18. إذا كان التمثيل البيانيّ للدالّة f هو المعطى، فإنّ التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = f(x - 1) - 2$ هو:



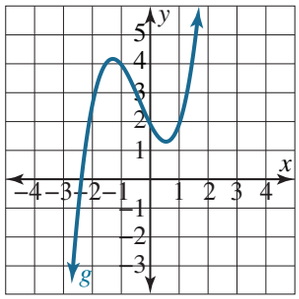
Ⓐ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدتين إلى الأسفل.



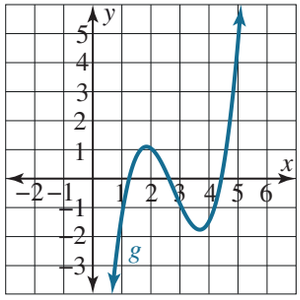
Ⓑ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدتين إلى الأسفل.



Ⓒ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدتين إلى الأعلى.

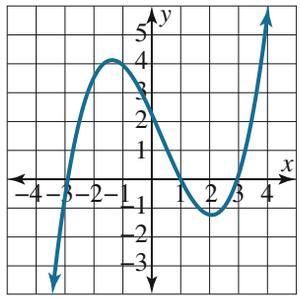


Ⓓ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدتين إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



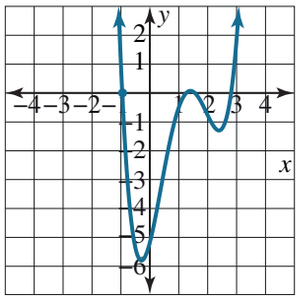
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 5 07/03/2022 1:15:37 PM

19. عدّد التحويلات التي يجب تنفيذها بالترتيب على منحنى الدالّة f للحصول على منحنى الدالّة $g(x) = \frac{1}{2}f[4(x-1)] + 3$.



تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$، ثم إزاحة أفقيّة بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، ثم تضيّق رأسيّ بمعامل مقداره 2، ثم إزاحة رأسيّة بمقدار ثلاث وحدات إلى الأعلى.

20. الدالّة f هي دالّة كثيرة الحدود، تمثيلها البيانيّ موضّح أدناه.



إذا كان التمثيل البيانيّ للدالّة g تضيّقًا أو تمدّدًا أفقيًّا للتمثيل البيانيّ للدالّة f، وكان أحد أصفار الدالّة g هو -2، حدّد بدقّة نوع التحويل الذي يجب تنفيذه على التمثيل البيانيّ للدالّة f للحصول على التمثيل البيانيّ للدالّة g.

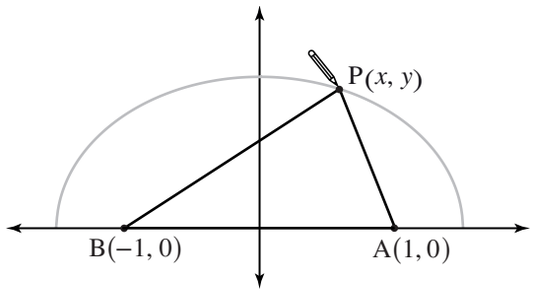
بما أن للدالّة f صفرا سالبا وحيد هو -1 وصفر الدالّة g السالب هو -2، و $-2 = 2 \times (-1)$، إذن، التمثيل البيانيّ للدالّة g هو تمدّد أفقيّ للتمثيل البيانيّ للدالّة f بمعامل مقداره 2

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 6 07/03/2022 1:15:37 PM

الاسم _____

2 تقويم الأداء، النموذج A

لدينا خيط طوله 5 cm يلتفّ حول مسمارين مثبّتين على قطعة من الورق المقوّى. نشدّ الخيط بقلمٍ فوق المحور x ونحرّكه إلى اليمين وإلى اليسار لنرسم المنحنى المبيّن في الشكل المجاور.



1. تحقق من أن: $(PA)^2 = (3 - PB)^2$

$$PA + PB = 5 - 2 = 3$$
$$PA = 3 - PB$$
$$(PA)^2 = (3 - PB)^2$$

2. برهن أن معادلة الدالّة التي يمثلها المنحنى أعلاه هي: $y = \frac{\sqrt{45 - 20x^2}}{6}$

$$PA^2 = PB^2 - 6PB + 9$$
$$(x - 1)^2 + y^2 = (x + 1)^2 + y^2 - 6PB + 9$$
$$-4x - 9 = -6PB$$
$$(4x + 9)^2 = 36PB^2$$
$$16x^2 + 72x + 81 = 36\left[(x + 1)^2 + y^2\right]$$
$$-20x^2 + 45 = 36y^2$$
$$y = \frac{\sqrt{45 - 20x^2}}{6}, \qquad (y \geq 0)$$

3. أوجد مجال ومدى هذه الدالّة وفترات تزايدها وتناقصها.

المجال:

$$45 - 20x^2 \geq 0$$
$$20x^2 \leq 45$$
$$x^2 \leq \frac{9}{4}$$
$$-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$$

إذن، مجال الدالة هو $\left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$

المدى:

$$0 \leq y \leq \frac{\sqrt{45}}{6}$$
$$0 \leq y \leq \frac{\sqrt{5}}{2}$$

إذن، مدى الدالة هو $\left[0, \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$

التزايد والتناقص: الدالة متزايدة في الفترة $\left[-\frac{3}{2}, 0\right]$ ومتناقصة في الفترة $\left[0, \frac{3}{2}\right]$.

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_PA_FormA_ISBN_.indd 1 09/03/2022 1:16:23 PM

4. أجب عن الأسئلة التالية.

a. ما القيمة العظمى للدالّة في السؤال 1؟

للدالة قيمة عظمى عند $x = 0$:

$$y = \frac{\sqrt{45 - 20\,(0)^2}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

إذن، القيمة العظمى للدالة هي $\frac{\sqrt{5}}{2}$

b. هل يمكن معرفة القيمة العظمى للدالّة من دون النظر إلى تمثيلها البيانيّ؟

نعم، لأنّ الدالة تصل إلى قيمتها العظمى عندما تبلغ القطعة المستقيمة PA أقصى طول لها، ويحدث ذلك عندما $PA = PB$، حيث تكون النقطة P على المحور y، أي عندما $x = 0$. عندئذٍ يكون

$$PO^2 + OA^2 = PA^2$$

$$PO^2 + 1 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$PO = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

5. أوجد معكوس الدالّة في الفترة $\left[0, \frac{3}{2}\right]$

$$y = \frac{\sqrt{45 - 20x^2}}{6}$$

$$36y^2 = 45 - 20x^2$$

$$20x^2 = 45 - 36y^2$$

$$x^2 = \frac{45 - 36y^2}{20}$$

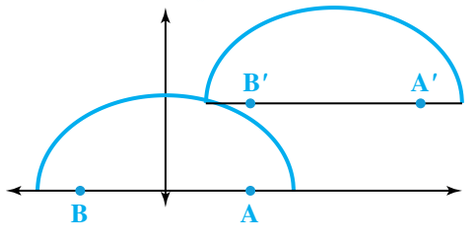
$$x = \sqrt{\frac{45 - 36y^2}{20}} = 3\sqrt{\frac{5 - 4y^2}{20}}$$

إذن، معكوس الدالّة هو $y = 3\sqrt{\frac{5 - 4y^2}{20}}$

6. كيف يمكنك تمثيل إزاحة الدالّة بمقدار وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى، بشكل دقيق من دون استعمال الحاسبة البيانيّة؟

لتكن A' النقطة الناتجة عن إزاحة النقطة A بمقدار وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى، ولتكن B' النقطة الناتجة عن إزاحة النقطة B بمقدار وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى.

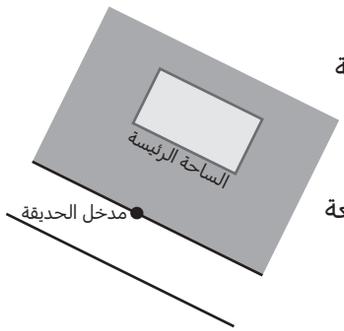
أثبّت مسمارين عند هاتين النقطتين وألفّ الخيط نفسه حولهما، ثم أشدّه بالقلم إلى الأعلى وأحرّك القلم إلى اليمين وإلى اليسار بينما يبقى الخيط مشدودًا، ويبقى القلم فوق الخط الأفقي الذي يمر بالمسمارين.



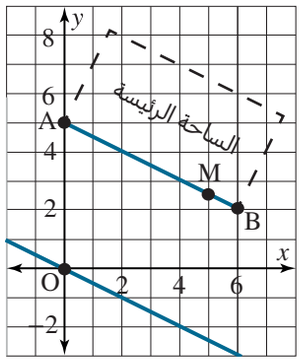
M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_PA_FormA_ISBN_.indd 2 09/03/2022 1:16:23 PM

الاسم _____

2 تقويم الأداء، النموذج B



يعمل وليد مهندسًا في شركة مقاولات تقوم بإنشاء حديقة عامّة. طلبت إدارة الشركة من وليد تصميم طريق مستقيم مرصوف بالحجارة، يصل بين مدخل الحديقة والساحة الرئيسة فيها، بحيث يشكّل هذا الطريق أقصر مسافة ممكنة بينهما، وذلك للحفاظ على أكبر مساحة من العشب. رسم وليد نموذجًا للمشروع في المستوى الإحداثيّ، حيث وضع مدخل الحديقة عند نقطة الأصل، والجانب المقابل للمدخل من الساحة الرئيسة هو القطعة المستقيمة $\overline{AB}$، كما هو مبيّن في الرسم المجاور، حيث $A(0, 5)$ و $B(6, 2)$.



1. لتكن $M(x, y)$ نقطة على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

a. لتكن f الدالة التي تعطي المسافة بعشرات الأمتار، من نقطة الأصل إلى النقطة M بدلالة x فقط. برهن أن $f(x) = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 5x + 25}$.

$OM = \sqrt{x^2 + y^2}$

معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ هي $y = -\frac{1}{2}x + 5$.

$f(x) = \sqrt{x^2 + \left(-\frac{1}{2}x + 5\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 5x + 25}$

b. أوجد مجال هذه الدالّة.

بما أنّ النقطة M تتحرّك على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ فإنّ $0 \le x \le 6$

وبما أنّ $\frac{5}{4}x^2 - 5x + 25 > 0$ لكلّ قيم x، إذن مجال الدالّة هو الفترة $[0, 6]$.

c. أوجد القيمة الصغرى للدالّة، وحدّد فترات تزايدها وتناقصها.

$f(x) = \sqrt{\frac{5}{4}\left[(x-2)^2 + 16\right]}$

القيمة الصغرى للدالّة تقع عند $x = 2$، أي $f(2) \approx 4.47$.

الدالّة تتناقص في الفترة $[0, 2]$ لأنه لكل $x_2 > x_1$ في هذه الفترة يكون $f(x_2) < f(x_1)$.

وتتزايد في الفترة $[2, 6]$ لأنه لكل $x_2 > x_1$ في هذه الفترة يكون $f(x_2) > f(x_1)$ أيضًا.

d. أوجد إحداثيّي النقطة M عند القيمة الصغرى للدالّة.

أعوّض $x = 2$ في معادلة المستقيم: $y = 4$، إذن $M(2, 4)$

2. قال وليد إنّ النقطة M تساعده في تحديد نقطة نهاية الطريق الذي صمّمه.

a. وضّح ما يقصده وليد بقوله هذا ؟

يقصد وليد أنّ أقصر طريق مستقيم يصل بين نقطة الأصل (مدخل الحديقة) والساحة الرئيسة يجب أن ينتهي عند النقطة $M(2, 4)$.

b. ما هو طول الطريق المستقيم الذي صمّمه وليد؟

طول الطريق يساوي القيمة الصغرى للدالة أي 4.47 أي 44.7 مترا تقريبًا.

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:39 PM

c. هل يمكن إيجاد إحداثيّي النقطة M بطريقة مختلفة؟ وضّح إجابتك.

نعم، بما أنّ أصغر مسافة بين نقطة ومستقيم هي المسافة العمودية، لذا:

- **أُوجد معادلة المستقيم الذي يمرّ بنقطة الأصل ويتعامد مع المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ وهي $y = 2x$.**
- **ثمّ أحلّ نظام المعادلات الخطيّة $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 5 \\ y = 2x \end{cases}$ فأحصل على $x = 2$ و $y = 4$.**

النقطة M هي نقطة تقاطع المستقيمين، إذن M (2, 4) .

3. أوجد معكوس الدالّة f في الفترة $[2, 6]$.

$$y = \sqrt{\frac{5}{4}\left[(x-2)^2 + 16\right]}$$

$$y^2 = \frac{5}{4}\left[(x-2)^2 + 16\right]$$

$$\frac{4}{5}y^2 = (x-2)^2 + 16$$

$$\frac{4}{5}y^2 - 16 = (x-2)^2$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{\frac{4}{5}y^2 - 16}$$

لكنّ $2 \le x \le 6$، إذن $0 \le x - 2 \le 4$، أي إنّ $x - 2$ عدد موجب.

$$x - 2 = \sqrt{\frac{4}{5}y^2 - 16}$$

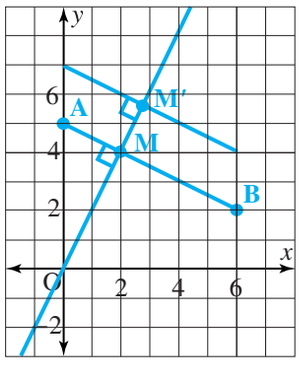
$$x = 2 + \sqrt{\frac{4}{5}y^2 - 16}$$

إذن، معادلة معكوس الدالّة f في الفترة $[2, 6]$ هي $y = 2 + \sqrt{\frac{4}{5}x^2 - 16}$.

4. اقترحت البلديّة إزاحة الجانب المقابل للمدخل من الساحة الرئيسة (القطعة المستقيمة $\overline{AB}$) بمقدار وحدتين إلى الأعلى. أوجد صيغة الدالّة التي تعطي المسافة الفاصلة بين نقطة الأصل والقطعة المستقيمة بعد تنفيذ هذه الإزاحة. ثمّ حدّد كيف يتغيّر طول المسافة الصغرى الفاصلة بين المدخل والساحة الرئيسة.

يمكن إيجاد المسافة الفاصلة بين نقطة الأصل والقطعة المستقيمة بعد تنفيذ الإزاحة باستعمال الدالّة g حيث:

$$g(x) = \sqrt{x^2 + (y+2)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 7x + 49}$$



باستعمال مبرهنة طاليس: $\frac{OM'}{OM} = \frac{7}{5}$

بما أن القيمة الصغرى $OM = 4.47$ فإن:

$$\frac{OM'}{4.47} = \frac{7}{5}$$

$$OM' = 4.47 \times \frac{7}{5} = 6.258$$

إذن، طول المسافة الصغرى الفاصلة بين المدخل والساحة الرئيسة بعد تنفيذ هذه الإزاحة يساوي 6.258 أي 62.58 مترًا تقريبًا.

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:39 PM

الاسم _____

الاختبار التراكميّ للوحدتين 1 و 2

1. أكمل الجدول التالي:

الصيغة الارتداديّة	الصيغة الصريحة
$\begin{cases} a_1 = 19 \\ a_n = a_{n-1} + 4 \ , \ n \geq 2 \end{cases}$	$a_n = 15 + 4n$
$\begin{cases} a_1 = -8 \\ a_n = a_{n-1} - 3 \ , \ n \geq 2 \end{cases}$	$a_n = -5 - 3n$

2. أيّ من المتتاليات التالية متتالية هندسيّة؟

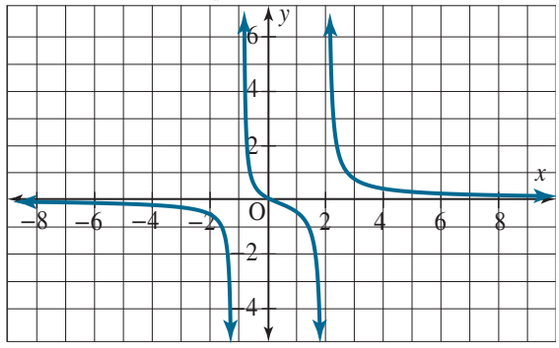
Ⓐ 2, 8, 32, 124, …

Ⓑ $3, 2, \frac{4}{3}, \frac{9}{8}, \ldots$

Ⓒ 4, –12, 36, 108, ...

Ⓓ 4, 12, 36, 108, …

3. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة f.



مجال الدالّة f هو:

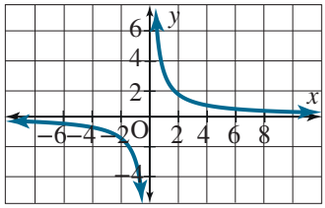
Ⓐ $]-\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, -1[\cup]2, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, -2[\cup]1, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, +\infty[$

4. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ للدالّة g.



مدى الدالّة g هو:

Ⓐ $]-\infty, +\infty[$

Ⓑ $]-\infty, -1] \cup [1, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 0] \cup [0, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

5. مجال الدالّة $(f \circ g)$، حيث $f(x) = \frac{1}{x-2}$ و $g(x) = \frac{1}{x+1}$، هو:

Ⓐ $]-\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup]2 , \infty[$

Ⓑ $]-\infty, -1[\cup \left]-1, \frac{-1}{2}\right[\cup \left]\frac{-1}{2} , \infty\right[$

Ⓒ $\left]-\infty, \frac{-1}{2}\right[\cup \left]\frac{-1}{2}, \infty\right[$

Ⓓ $]-\infty, -1[\cup \left]-1, \frac{-1}{2}\right[\cup \left]\frac{-1}{2}, 2\right[\cup]2, \infty[$

6. فتح ناصر حساب توفير في المصرف بقيمة QR 400، ثمّ أخذ يودع في حسابه كلّ شهر مبلغ QR 25 دون أن ينال فوائد مقابل هذا الإيداع. اكتب الصيغة الصريحة التي تمثّل المبلغ الإجماليّ في حسابه المصرفيّ بعد مرور n شهر، ثمّ أوجد قيمة المبلغ في حسابه المصرفيّ بعد مرور 12 شهرًا.

الصيغة الصريحة للمتتالية الحسابية هي:

$a_n = 400 + 25\,n$

$a_{12} = 400 + 25(12) = 700$

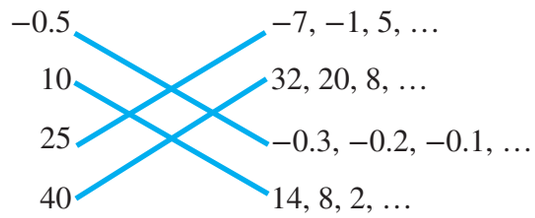
إذن، قيمة المبلغ في حساب ناصر المصرفي بعد مرور 12 شهرًا هي QR 700.

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 1 07/03/2022 1:15:40 PM

7. أكمل الجدول التالي:

المتتالية	الصيغة الارتداديّة
8, 24, 72, 216, ...	$\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = 3a_{n-1} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$
100, 50, 25, 12.5, ...	$\begin{cases} a_1 = 100 \\ a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$

8. صِلْ كلّ متتالية حسابيّة إلى اليمين بمجموع حدودها الخمسة الأولى إلى اليسار.



9. أيّ من المتتاليات الحسابيّة التالية مجموع حدودها الخمسة الأولى يساوي الصفر؟

Ⓐ $-3, 0, 3, 6, \ldots$

Ⓑ $-13, -3, 7, 17, \ldots$

● $1, 0.5, 0, -0.5, \ldots$

Ⓓ $-2, 5, 12, 19, \ldots$

10. إذا كان ثمن فطيرة البيتزا الصغيرة الأولى 42 QR، وثمن كلّ فطيرة بيتزا صغيرة إضافيّة 35 QR، اكتب الصيغتين الصريحة والارتداديّة للمتتالية الحسابيّة التي تمثّل ثمن n فطيرة بيتزا صغيرة.

الصيغة الصريحة للمتتالية الحسابية هي:

$$a_n = 7 + 35n$$

الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية هي:

$$\begin{cases} a_1 = 42 \\ a_n = a_{n-1} + 35 \ , \ n \geq 2 \end{cases}$$

11. الصيغة الارتداديّة للمتتالية الهندسيّة $a_n = -4 \times 3^{n-1}$ هي:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = 3a_{n-1} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = -4 \\ a_n = -4a_{n-1} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$

● $\begin{cases} a_1 = -4 \\ a_n = 3a_{n-1} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = 4a_{n-1} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$

12. الصيغة الصريحة للمتتالية الهندسيّة هي: $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = \frac{2}{3}a_{n-1} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$

● Ⓐ $a_n = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

Ⓑ $a_n = \frac{2}{3} \times 5^{n-1}$

Ⓒ $a_n = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n}$

Ⓓ $a_n = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

13. يكون عدد أعضاء نادي الرياضيّات في إحدى المدارس الثانوية مع بداية كلّ عام دراسيّ، ثلاثة أمثال العدد في العام الذي سبقه. إذا كان عدد أعضاء النادي عند إنشائه هو 6، أوجد عدد الأعضاء مع بداية العام الخامس.

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 2 07/03/2022 1:15:42 PM

14. لتكن الدالّة $y = \sqrt{x}$. أيّ من الخيارات التالية يمثّل تحويلًا للدالّة بإجراء إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليمين، و 9 وحدات إلى الأعلى؟

Ⓐ $y = 3 + \sqrt{x + 9}$

Ⓑ $y = 9 - \sqrt{x + 3}$

Ⓒ $y = 3 - \sqrt{9 - x}$

● Ⓓ $y = 9 + \sqrt{x - 3}$

---

15. أيّ دالّة من الدوالّ التالية متزايدة لكلّ قيم x في مجالها؟

Ⓐ $f(x) = \sqrt{x^2}$

Ⓑ $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Ⓒ $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

● Ⓓ $f(x) = 1 + \sqrt{x}$

---

16. لتكن $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 3 - x$.
أوجد مجال $f \circ g$.

$x \leq 3$

---

17. يقدّم متجر للدرّاجات الهوائيّة خصمًا مقداره QR 30 بالإضافة إلى خصم نسبته 10% من سعر المبيع.
ليكن x سعر الدرّاجة بالريال القطريّ، ولتكن الدالّتان $f(x) = x - 30$ و $g(x) = x - 0.1x = 0.9x$ دالّتَي التخفيضات. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الدالّة التي يمكن لمدير المتجر استعمالها لإيجاد السعر النهائيّ.

Ⓐ $f + g$

Ⓑ $f \times g$

Ⓒ $\frac{f}{g}$

● Ⓓ $f \circ g$

---

18. تمثّل الدالّة $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ حجم كرة يتزايد طول نصف قطرها بمعدّل 2 mm في الثانية.
تعطي الدالّة $r(t) = 2t$ طول نصف قطر الكرة في الزمن t. أيّ من الخيارات التالية يعطي حجم الكرة في الزمن t؟

Ⓐ $(V \cdot r)(t)$

Ⓑ $(r + V)(t)$

Ⓒ $r \circ V$

● Ⓓ $V \circ r$

---

19. إذا كانت $a(x) = \frac{1}{x - 1}$، فإنّ صيغة $a^{-1}(x)$ هي:

Ⓐ $a^{-1}(x) = \frac{x - 1}{x}$

● Ⓑ $a^{-1}(x) = \frac{x + 1}{x}$

Ⓒ $a^{-1}(x) = x + 1$

Ⓓ $a^{-1}(x) = x - 1$

---

20. متتالية هندسيّة النسبة الثابتة فيها $r = 3$، والحدّ الأوّل فيها $a_1 = 2$. إذا كان مجموع أوّل n حدّ في هذه المتتالية يساوي 728، أوجد قيمة n.

$n = 6$

---

21. أوجد قيمة كلّ من a و b إذا كانت $f(g(x)) = x$، حيث $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = ax + b$.

$a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$

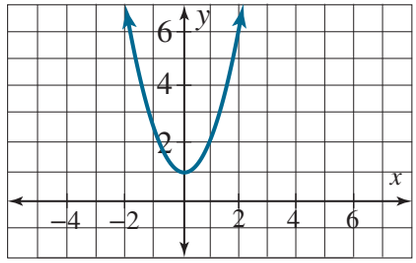
---

22. إذا كان $a_3 = 15$ و $a_9 = 51$ في متتالية حسابيّة، أوجد الحدّ الأوّل a_1 والفرق الثابت d وصيغة الحدّ العامّ a_n، لهذه المتتالية.

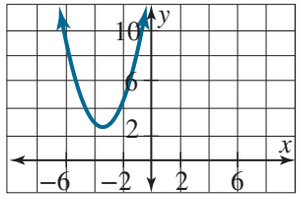
$a_1 = 3, d = 6, a_n = 3 + 6(n - 1)$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 3 07/03/2022 1:15:44 PM

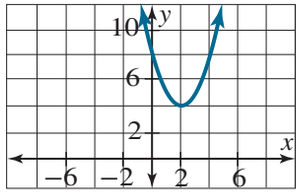
23. إذا كان التمثيل البيانيّ أدناه، هو للدالّة f ، فإنّ التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = f(x-2) + 3$ هو:



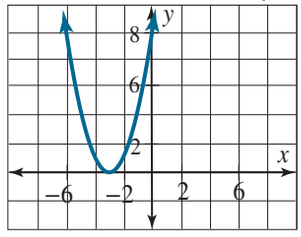
Ⓐ إزاحة رأسيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، ثمّ إزاحة أفقيّة ثلاث وحدات إلى اليسار.



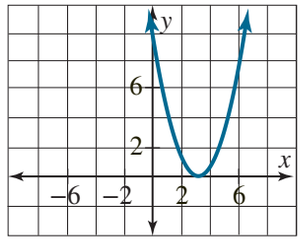
Ⓑ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار وحدتين إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة ثلاث وحدات إلى الأعلى.



Ⓒ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة وحدة واحدة إلى الأسفل.



Ⓓ إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



24. إذا كان منحنى الدالّة g انعكاسًا لمنحنى الدالّة $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$ عبر المحور y، فإنّ:

Ⓐ $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Ⓑ $g(x) = -\sqrt{x^2 + 2x + 5}$

Ⓒ $g(x) = -\sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Ⓓ $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

---

25. أوجد الفرق الثابت لكلّ متتالية حسابيّة أدناه، ثمّ أثبت أنّ بالإمكان ترتيب هذه الفروق بحيث تشكّل متتالية هندسيّة، ثمّ أوجد الصيغة الصريحة للمتتالية الهندسيّة الناتجة.

a. $5, 3, 1, -1, -3, \ldots$ **-2**

b. $8.1, 9.1, 10.1, 11.1, 12.1, \ldots$ **1**

c. $8, \frac{15}{2}, 7, \frac{13}{2}, 6, \ldots$ **$-\frac{1}{2}$**

d. $-3, -\frac{11}{4}, -\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}, -2, \ldots$ **$\frac{1}{4}$**

e. $1, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{2}, \ldots$ **$-\frac{1}{8}$**

$-2, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \ldots$

النسبة بين كل حدّ والحدّ الذي يسبقه مباشرةً ثابتة وتساوي $-\frac{1}{2}$

الصيغة الصريحة هي:

$$a_n = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

---

26. إذا كان S_n هو مجموع أوّل n حدّ للمتتالية الهندسيّة $\{a_n\}$ التي تساوي النسبة الثابتة فيها 2 و $a_1 = 1$، فإنّ:

Ⓐ $a_n = S_{n+1} - S_n$

Ⓑ $S_n = a_{n+1} - a_n$

Ⓒ $S_n - 1 = 2^n a_n$

Ⓓ $S_n - 1 = a_{n+1}$

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 4 07/03/2022 1:15:46 PM

27. إذا كانت $\{a_n\}$ متتالية حسابيّة معرّفة بالصيغة:

$$\begin{cases} a_1 = -22 \\ a_n = a_{n-1} + \frac{31}{2} \ , \ n \geq 2 \end{cases}$$

فإنّ قيمة n، حيث $\sum_{i=1}^{n} (3i - 1) = a_n$، هي:

Ⓐ لا يوجد
Ⓒ $n = 6$
Ⓑ $n = 4$
Ⓓ $n = 5$

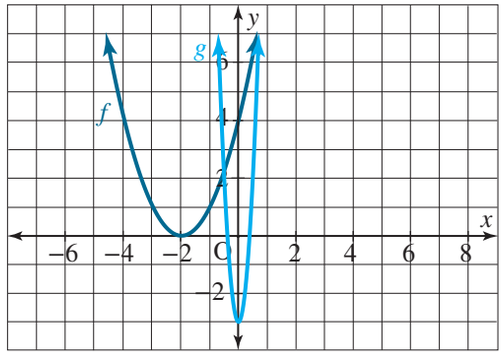
---

28. إذا كانت $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$، فإنّ الإزاحة التي تحوّل الدالّة f إلى الدالّة $g(x) = \frac{x+7}{2x+7}$ هي:

Ⓐ إزاحة أفقيّة بمقدار 5 وحدات إلى اليسار
Ⓑ إزاحة أفقيّة بمقدار 5 وحدات إلى اليمين
Ⓒ إزاحة أفقيّة بمقدار 4 وحدات إلى اليسار
Ⓓ إزاحة أفقيّة بمقدار 4 وحدات إلى اليمين

---

29. عدّد التحويلات الهندسيّة التي يجب تنفيذها بالترتيب على منحنى الدالّة f للحصول على منحنى الدالّة $g(x) = 3f[2(x-1)] - 3$. ثمّ ارسم منحنى g انطلاقًا من منحنى الدالّة f الموضّح أدناه.



تضيق أفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{2}$، ثم إزاحة أفقية بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره 3، ثم إزاحة رأسية بمقدار ثلاث وحدات إلى الأسفل.

30. إذا كانت الدالّة f دالّة كثيرة الحدود من الدرجة s وكانت أصفارها $x_1, x_2, \ldots, x_s$ تمثّل متتالية هندسيّة النسبة الثابتة فيها هي r، وكانت الدالّة g ناتجة عن تضيّق أو تمدّد أفقيّ للدالّة f بمعامل قيمته r، أثبت أنّ $\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x-a}{r^s(x-x_1)}$، ثمّ بيّن أنّ قيمة a تساوي x_{s+1}.

$$f(x) = u(x - x_1)\ldots(x - x_s)$$

$$g(x) = f\left(\frac{x}{r}\right)$$

$$= u\left(\frac{x}{r} - x_1\right)\ldots\left(\frac{x}{r} - x_s\right)$$

$$= u\left(\frac{x - rx_1}{r}\right)\ldots\left(\frac{x - rx_s}{r}\right)$$

$$= \frac{u}{r^s}(x - x_2)\ldots(x - x_{s+1})$$

$$\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x - x_{s+1}}{r^s(x - x_1)}$$

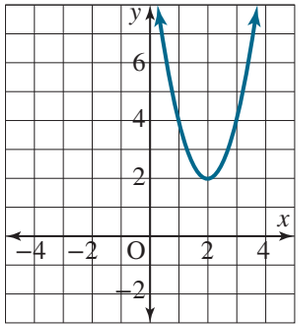
إذن، $a = x_{s+1}$.

M02_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ ISBN.indb 5 07/03/2022 1:15:48 PM

الاسم _____

3 اختبار بداية الوحدة

1. أيّ من العبارات التالية تنطبق على التمثيل البيانيّ أدناه؟



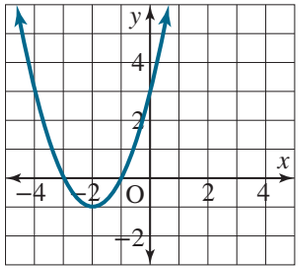
Ⓐ إحداثيّا الرأس هما $(-2, 2)$

Ⓑ معادلة محور التناظر هي $x = -2$

Ⓒ القيمة الصغرى للدالّة هي 2

Ⓓ تتزايد الدالّة في الفترة $]-2, \infty[$

2. نقطتا تقاطع منحنى الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه مع المحور x هما:



Ⓐ $(1, 0)$ و $(3, 0)$

Ⓑ $(-3, 0)$ و $(-1, 0)$

Ⓒ $(-3, 0)$ و $(0, 1)$

Ⓓ $(0, 3)$

3. لتكن f الدالّة التربيعية المعرّفة بالجدول التالي:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$f(x)$	−4.5	−2	−0.5	0	−0.5	−2	−4.5

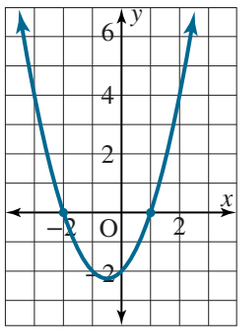
Ⓐ متزايدة في الفترة $]-\infty, 0]$ ومتناقصة في الفترة $[0, \infty[$

Ⓑ متزايدة لجميع قيم x في $]-\infty, \infty[$

Ⓒ متناقصة لجميع قيم x في $]-\infty, 0]$

Ⓓ متزايدة في الفترة $[0, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, 0]$

4. أوجد حلّ المعادلة التربيعيّة $x^2 + x - 2 = 0$ باستعمال التمثيل البيانيّ أدناه.



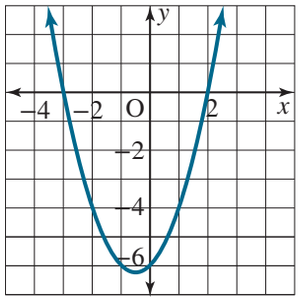
$x = -2$ أو $x = 1$

5. يمكن نمذجة العلاقة بين سعر منتج معيّن ينتجه أحد المصانع وعدد القطع المطلوبة من هذا المنتج بالمعادلة: $p(x) = 120 - x$، حيث x عدد القطع المطلوبة $(x \leq 60)$ و $p(x)$ سعر القطعة الواحدة (بالريال). أوجد عدد القطع المطلوبة التي يمكن شراؤها جميعها بمبلغ 3 600 QR باستعمال طريقة التحليل إلى العوامل.

$$x(p(x)) = 3\,600$$
$$x(120 - x) = 3\,600$$
$$-x^2 + 120x - 3\,600 = 0$$
$$(x - 60)^2 = 0$$
$$x = 60$$

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:17:17 PM

6. الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه هي:



Ⓐ $f(x) = 2(x-2)(x+3)$

Ⓑ $f(x) = (x+2)(x-3)$

Ⓒ $f(x) = (x+2)(x+3)$

Ⓓ $f(x) = (x-2)(x+3)$

---

7. حلّ المعادلة $2(x-1)^2 - 50 = 0$ هو:

Ⓐ $x = -4$

Ⓑ $x = 6$

Ⓒ $x = 6$ أو $x = -4$

Ⓓ $x = -6$ أو $x = 4$

---

8. حلّ المعادلة $x^2 - 4x + 2 = 0$ هو:

Ⓐ ليس للمعادلة حلّ حقيقيّ

Ⓑ $x = 2 - \sqrt{2}$

Ⓒ $x = 2 + \sqrt{2}$

Ⓓ $x = 2 + \sqrt{2}$ أو $x = 2 - \sqrt{2}$

---

9. صندوق ارتفاعه x وطول قاعدته $x + 2$ وعرضها 1، أوجد قيمة x إذا كان حجم الصندوق يساوي 8 وحدات مكعّبة.

$x = 2$

---

10. أيّ من العبارات التالية قد تنطبق على منحنى الدالّة $f(x) = -5x^2 - 2x + 1$؟

Ⓐ فتحة منحنى الدالّة إلى الأعلى.

Ⓑ الدالّة متزايدة في الفترة $\left]-\infty, -\frac{1}{5}\right[$

Ⓒ الدالّة متناقصة في الفترة $\left]-\infty, -\frac{1}{5}\right[$

Ⓓ ليس لمنحنى الدالّة مقاطع x

---

11. أيّ من العبارات التالية تنطبق على الدالّة $f(x) = 3x^2 + 6x - 1$؟

Ⓐ للدالّة قيمة صغرى تساوي -4 عند $x = -1$.

Ⓑ للدالّة مقطع x هو -1

Ⓒ للدالّة مقطع y هو 8

Ⓓ للدالّة قيمة صغرى تساوي 4 عند $x = -1$.

---

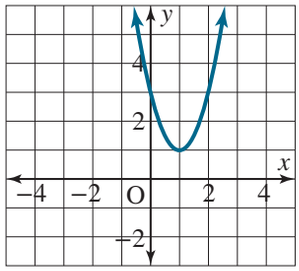
12. رأس منحنى الدالّة $f(x) = 5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ هو:

Ⓐ $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ Ⓒ $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

Ⓑ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ Ⓓ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

---

13. أي من الدوال التربيعيّة التالية محور تناظر تمثيلها البياني هو نفس محور تناظر المنحنى الموضّح أدناه؟



Ⓐ $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$

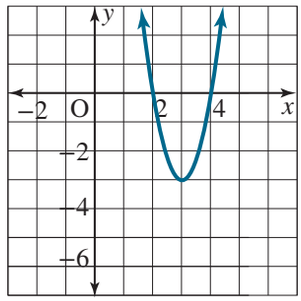
Ⓑ $f(x) = 3x^2 - 6x + 7$

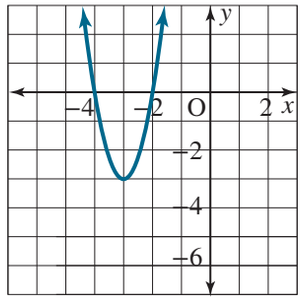
Ⓒ $f(x) = x^2 - 4x + 3$

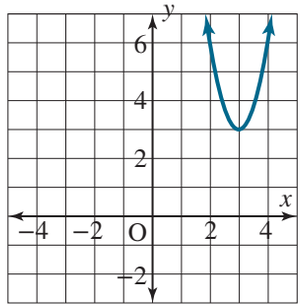
Ⓓ $f(x) = 2x^2 + 4x - 7$

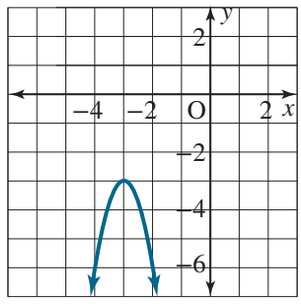
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:17:18 PM

14. التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 3(x-3)^2 + 3$ هو:

Ⓐ 

Ⓑ 

Ⓒ 

Ⓓ 

15. أي الخيارات التالية ليست عبارة صحيحة عن الدالّة $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$؟

Ⓐ تحدد قيمة $a = -2$ مدى سعة فتحة منحنى الدالّة f.

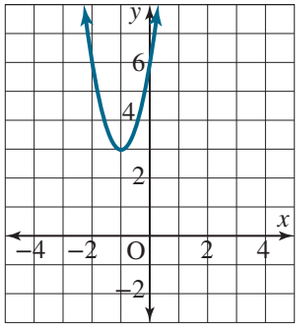
Ⓑ تشكل قيمة $c = 5$ المقطع y لمنحنى الدالّة f.

Ⓒ تشكل قيمة $b = 3$ المقطع x لمنحنى الدالّة f.

Ⓓ تدلّ إشارة $a = -2$ السالبة على أن فتحة منحنى الدالّة f هي للأسفل.

---

16. نقطة تقاطع الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه مع المحور y هي:



Ⓐ $(-1, 3)$ Ⓒ $(6, 0)$

Ⓑ $(0, 6)$ Ⓓ $(0, 5)$

---

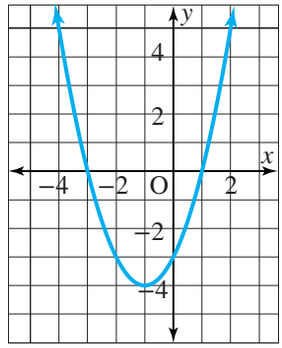
17. القيمة القصوى لمنحنى الدالّة $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ هي:

Ⓐ 2 Ⓒ -6

Ⓑ 6 Ⓓ -10

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:17:19 PM

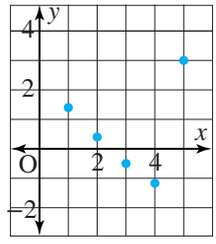
18. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = x^2 + 2x - 3$.



---

19. تمثل الدالّة $f(x) = -2x^2 + 15.2x + 39.4$ نموذجا للبيانات الموضّحة في الجدول المقابل. ماذا تستنتج من التمثيل البيانيّ للقيم المتبقية حول مدى ملاءمة النموذج للبيانات؟

x	y
1	54
2	62.2
3	66.5
4	67.1
5	68.4



يتكون التمثيل البيانيّ للقيم المتبقية من نقاط تحت المحور x ونقاط فوقه، إذن، الدالّة تنمذج البيانات بشكل جيّد.

---

20. أُلقي حجر رأسيًّا نحو الأسفل من سطح مبنى ارتفاعه 40 m، بعد مرور الزمن t، تكون سرعة الحجر $v(t) = 10t + 10$، والمسافة التي قطعها $s(t) = 5t^2 + 10t$. أوجد سرعة الحجر عند ارتطامه بالأرض.

$v = 30$ m/s

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 1:17:19 PM

الاسم _____

3-1 اختبار الدرس

العمليّات على الدوالّ الكثيرات الحدود

1. لتكن $f(x) = x^2$ و $g(x) = 6x^3 - x^2 + 1$. أي الخيارات التالية يمثل $(f + g)(x)$؟

Ⓐ $6x^3 + 2x^2 + 1$

Ⓑ $-6x^3 + 2x^2 - 1$

Ⓒ $7x^3 - x^2 + 1$

Ⓓ $6x^3 + 1$

2. لتكن $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = x^3 + x - 1$.
أي مما يلي يمثّل $f(x) \times g(x)$؟

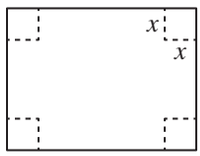
Ⓐ $x^6 - 3x^3 - 3x + 3$

Ⓑ $x^5 + 4x^3 + x^2 - 3x - 3$

Ⓒ $x^5 - 4x^3 - x^2 + 3x + 3$

Ⓓ $x^5 - 2x^3 - x^2 - 3x + 3$

3. يصنع جابر صندوقًا مفتوحًا من قطعة من الورق المقوّى، عرضها 9 in وطولها 12 in، قصّ جابر مربّعات متساوية القياس من كلّ زاوية من زوايا قطعة الورق المقوّى، كما هو مبيّن في الشكل أدناه، ثمّ قام بِطَيّ جوانب الصندوق إلى الأعلى. اكتب دالّة كثيرة الحدود V، لتمثيل حجم الصندوق بدلالة x في أبسط صورة.



$V(x) = 4x^3 - 42x^2 + 108x$

4. قم بقسمة $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 14$ على $d(x) = x + 3$ واكتب الناتج في صورة كثيرات الحدود والصورة الكسرية.

$x^2 - 2x + 4 + \frac{2}{x+3}$

5. بدأ مروان بقسمة كثيرة الحدود $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8$ على $x - 2$ باستعمال القسمة التركيبيّة، كما هو مبيّن في الجدول أدناه. أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيم التي إذا عوّضتها عن علامات الاستفهام وتعطي أيضاً ناتج القسمة الصحيح؟

2	1	1	−6	−4	8
		?	?	?	?

Ⓐ $2, 6, 0, -8; x^3 - 3x^2 + 4$

Ⓑ $2, 6, 0, -8; x^3 + 3x^2 - 4$

Ⓒ $1, 3, 0, -4; x^2 + 3x - 4$

Ⓓ $1, 1, -6, -4; x^3 + 3x^2 - 4$

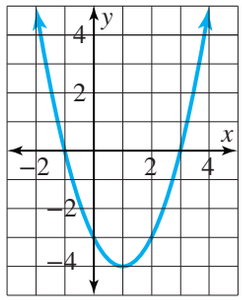
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:17:20 PM

الاسم _____

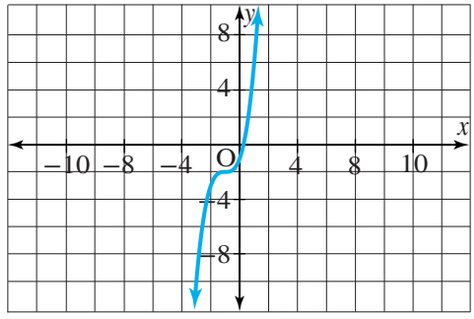
3-2 اختبار الدرس

التمثيلات البيانيّة للدوالّ كثيرات الحدود

1. ارسم التمثيل البيانيّ لدالّة تربيعيّة لها صفران هما $x = -1$ و $x = 3$.



2. صِف التحويلات الهندسيّة التي تحوّل التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = x^3$ إلى التمثيل البيانيّ للدالّة كثيرة الحدود $g(x) = (x + 1)^3 - 2$، ثمّ مثِّل الدالّة g بيانيًّا. أوجد المقطع y لمنحنى الدالّة g للتحقّق من صحّة الرسم.



إزاحة أفقيّة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدتين إلى الأسفل.
$g(0) = -1$

3. صِفْ السلوك الطرفيّ للدالّة كثيرة الحدود $f(x) = x^3 - 7x^2 + 10x$ باستعمال النهايتين $\lim_{x \to \infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

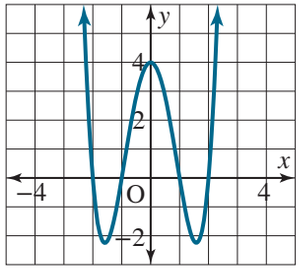
(A) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

(B) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

(C) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

(D) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

4. إذا كان التمثيل البيانيّ أدناه هو للدالّة f فما صيغة هذه الدالّة؟



(A) $f(x) = x^2 - 9$

(B) $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$

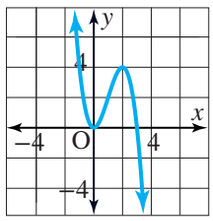
(C) $f(x) = x^3 + x^2 - 4x + 4$

(D) $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

5. أوجد أصفار الدالّة $f(x) = -x^3 + 3x^2$ جبريًّا ثمّ ارسم تمثيلها البيانيّ.

استعمل التمثيل البيانيّ لإكمال العبارات التالية:

- الدالّة f **متناقصة** في الفترتين $]-\infty, 0]$ و $[2, \infty[$
- الدالّة f **سالبة** في الفترة $]3, \infty[$
- الدالّة f **متزايدة** في الفترة $[0, 2]$
- الدالّة f **موجبة** في الفترة $]-\infty, 3[$



M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:17:22 PM

الاسم _____

3-3 اختبار الدرس

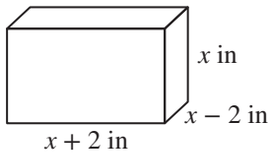
نظريّات على الدوالّ الكثيرات الحدود

1. استعمل نظرية الأصفار النسبيّة لتكتب قائمة بكل الأصفار النسبيّة الممكنة للدالّة $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 - 8x + 20$ ، ثم حدّد الأصفار، إن وجدت.

الأصفار النسبيّة الممكنة: $\pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 5, \pm 10, \pm 20$

الصفر: 2

2. تعطي الدالة $V(x) = x^3 - 4x$ حجم صندوق على شكل منشور مستطيل، حيث x ارتفاع الصندوق (بالإنش). أوجد ارتفاع الصندوق إذا كانت مساحة قاعدته $5\ \text{in}^2$



أكمل العبارات التالية:

معادلة مساحة القاعدة هي: **$x^2 - 4 = 5$**

حلّ المعادلة هو: **$x = 3$**

إذن، ارتفاع الصندوق يساوي **3 in**

3. لتكن $P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x + 5$.

أكمل ما يلي:

$f(-2) =$ **-23**

أكمل العبارة التالية:

عند قسمة $P(x)$ على $x + 2$،

فإنّ الباقي يساوي **-23**

حوّط الإجابة الصحيحة:

نظرية الباقي عند قسمة $P(x)$ على $x + 2$

(متحقّقة) / غير متحقّقة).

4. ليكن x عددًا صحيحًا بحيث $x \geq 12$. أي الخيارات التالية يمثل باقي قسمة $f(x) = x^4 - 5x^2 - 6x - 10$ على $x - 3$؟

Ⓐ لا يمكن تحديده

Ⓑ حسب قيمة x

Ⓒ -118

Ⓓ 8

5. حدّد ما إذا كان $x + 2$ أحد عوامل $P(x) = 2x^3 + 5x^2 + 5x + 6$ أم لا. إذا كان كذلك، اكتب $P(x)$ في صورة ضرب عاملين.

نعم؛ $P(x) = (x + 2)(2x^2 + x + 3)$

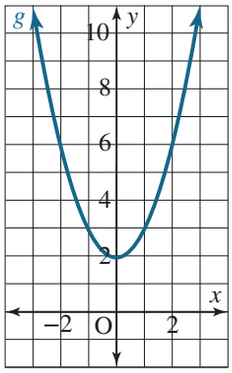
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:17:23 PM

الاسم _____

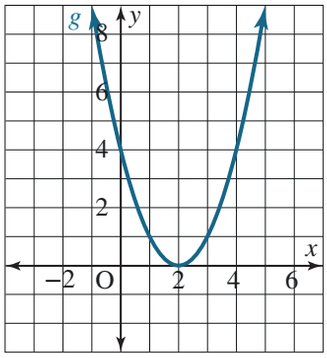
3 تقويم الوحدة، النموذج A

1. التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^2 - 4x + 4$ هو:

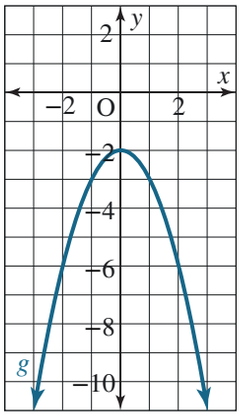
Ⓐ



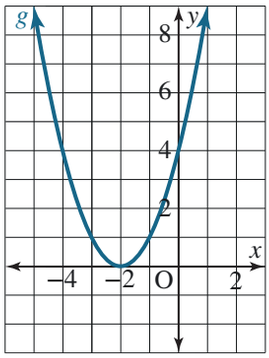
Ⓒ



Ⓑ



Ⓓ



---

2. أيّ ممّا يلي يمثّل $f(x) + g(x)$ إذا كانت $f(x) = 2x + 1$ و $g(x) = x^2 + 3x + 2$؟

Ⓐ $3x^2 + 4x + 2$

Ⓑ $x^2 + 5x + 3$

Ⓒ $x^2 + 7x + 1$

Ⓓ $3x^2 + 3x + 3$

3. أيّ ممّا يلي يمثّل $f(x) \times g(x)$ إذا كانت $f(x) = x^2 + 2x + 1$ و $g(x) = x + 4$؟

Ⓐ $x^3 + 8x + 1$

Ⓑ $3x^2 + 4$

Ⓒ $x^3 + 2x^2 + 4$

Ⓓ $x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:17:24 PM

4. إذا كانت $f(x) = x^3 - 2x + 1$ و $g(x) = x + 2$، فإنّ $\frac{f(x)}{g(x)}$ تساوي:

Ⓐ $x^2 - 2x + 2 - \frac{3}{x+2}$

Ⓑ $x^2 + 2x + \frac{1}{x+2}$

Ⓒ $x^2 - x + \frac{1}{x+2}$

Ⓓ $\frac{x^3}{x+2} - 2x + 1$

---

5. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطوّلة، واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسريّة إذا كان $f(x) = x^3 + 4x^2 - x + 1$ و $g(x) = x^2 + 2$.

$$\frac{f(x)}{g(x)} = x + 4 - \frac{3x + 7}{x^2 + 2}$$

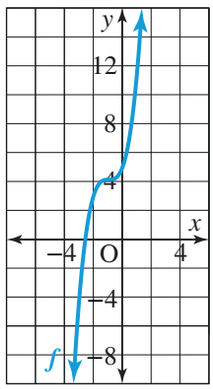
---

6. يصنع حاتم جرارًا فخاريّة، وأسعار جراره تتغيّر تبعًا لعدد الجرار المطلوبة، وذلك على أساس القاعدة $p(x) = 154 - 4x$، حيث $p(x)$ سعر الجرّة الواحدة إذا كان العدد المطلوب من الجرار هو x. من جهة أخرى، إنّ تكلفة صنع الجرّة الواحدة تختلف باختلاف عدد الجرار المصنّعة دفعة واحدة، وذلك وفق القاعدة $c(x) = 135 - 2x$. اكتب مقدار الربح الذي يحقّقه حاتم، إذا صنع x جرّة وباعها كلّها، في صيغة دالّة كثيرة الحدود.

$$x[p(x) - c(x)]$$
$$= x[154 - 4x - (135 - 2x)] = -2x^2 + 19x$$

---

7. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$ باستعمال الدالّة الرئيسة $f(x) = x^3$، وحدّد الإزاحات المستعملة.



$$g(x) = (x + 1)^3 + 4$$

يمكننا تمثيلها بيانيًّا بإزاحة التمثيل البياني للدالة الرئيسة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار و 4 وحدات إلى الأعلى.

8. لتكن f دالّة كثيرة الحدود من الدرجة n، ومعاملها الرئيس هو a. ولتكن $g(x) = [f(x)]^2$.
إذن، السلوك الطرفيّ للدالّة g هو نفس السلوك الطرفي للدالّة f إذا كان:

Ⓐ $a > 0$ وكان n عددًا زوجيًّا.

Ⓑ $a < 0$ وكان n عددًا زوجيًّا.

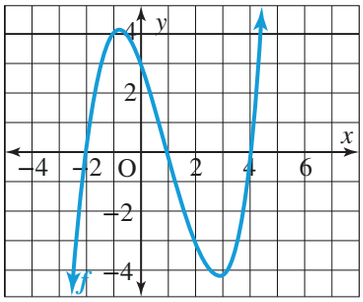
Ⓒ $a > 0$ وكان n عددًا فرديًّا.

Ⓓ $a < 0$ وكان n عددًا فرديًّا.

---

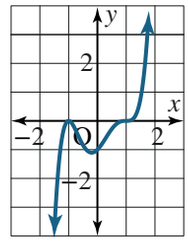
9. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة الكثيرة الحدود f التي تتميّز بالخصائص التالية:

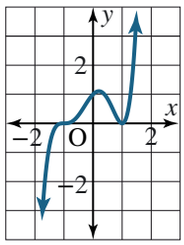
- للدالّة f قيم موجبة في الفترة $]-2, 1[$ والفترة $]4, \infty[$
- للدالّة f قيم سالبة في الفترة $]-\infty, -2[$ والفترة $]1, 4[$
- f متزايدة في الفترة $\left]-\infty, -\frac{3}{4}\right]$ والفترة $[3, \infty[$
- f متناقصة في الفترة $\left[-\frac{3}{4}, 3\right]$

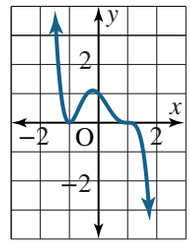


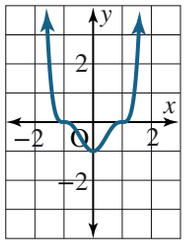
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:17:25 PM

10. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة f كثيرة الحدود علما أنه لهذه الدالّة صفران، $x = -1$ بتعددية زوجية و $x = 1$ بتعددية فردية وأنها متزايدة في الفترة $]-\infty, 1]$؟

Ⓐ 

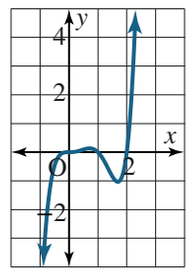
Ⓒ 

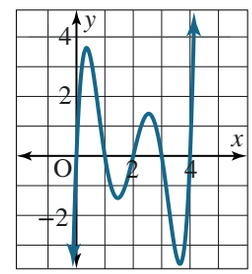
Ⓑ 

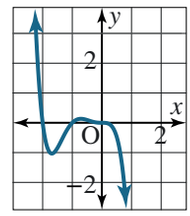
Ⓓ 

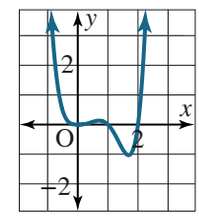
---

11. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3$؟

Ⓐ 

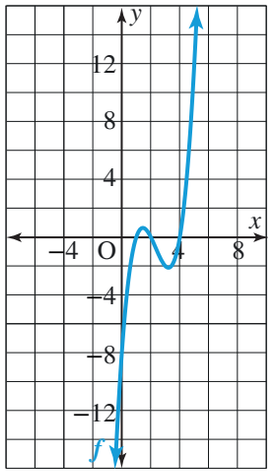
Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

12. أوجد أصفار الدالّة $f(x) = (x-2)(x^2 - 5x + 4)$، ثمّ ارسم منحنى الدالّة باستعمال أصفارها.

الأصفار هي: 1 و 2 و 4



---

13. إذا كانت f دالّة تكعيبيّة، معاملها الرئيس عدد موجب، وأصفارها هي -1 و 2 و 5، فإنّ قيم f في الفترة $]2, 5[$ تكون:

Ⓐ موجبة

Ⓑ سالبة

Ⓒ موجبة في جزء من الفترة وسالبة في جزء آخر

Ⓓ لا يمكن معرفة إشارتها

---

14. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^3 + mx^2 + 2x + m$ على $(x + 1)$ هو 3، فإنّ قيمة m هي:

Ⓐ 2 Ⓒ -1

Ⓑ 0 Ⓓ 3

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:17:27 PM

15. إذا كان باقي قسمة $f(x) = 3x^2 + (a+4)x + 3$ على $(x - a)$ حيث a عدد صحيح هو 2، فإنّ قيمة a هي:

Ⓐ 3
Ⓑ 4
Ⓒ $\frac{1}{2}$
Ⓓ $-\frac{1}{2}$

---

16. استعمل نظريّة العامل لمعرفة ما إذا كان $(x - 3)$ أحد عوامل $f(x) = x^3 - x^2 + x - 21$.

$f(3) = 3^3 - 3^2 + 3 - 21 = 0$

إذن، $(x - 3)$ أحد عوامل $f(x)$

---

17. إذا كانت $f(x) = x^3 + x^2 + x - a^2$، فإنّ $(x + 1)$

Ⓐ أحد عوامل الدالّة f إذا كان $a = 0$
Ⓑ أحد عوامل الدالّة f إذا كان $a = 1$
Ⓒ أحد عوامل الدالّة f إذا كان $a = -1$
Ⓓ ليس عاملًا من عوامل الدالّة f أيًّا تكن قيمة a

---

18. لائحة الأصفار النسبيّة الممكنة للدالّة $f(x) = 2x^3 - ax^2 + bx + 6$

Ⓐ تتعلّق بقيمة a و b
Ⓑ تتعلّق بقيمة a فقط
Ⓒ تتعلّق بقيمة b فقط
Ⓓ هي $\pm\frac{1}{1}, \pm\frac{2}{1}, \pm\frac{3}{1}, \pm\frac{6}{1}, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}$

19. يستعمل بنّاء قطعًا متماثلة متوازية السطوح من الرخام، لبناء مدخل فندق جديد. تعطي الدالّة $V(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ الحجم V بالأمتار المكعّبة لكل قطعة، حيث x بالأمتار.
أوجد الأبعاد الممكنة لقطعة الرخام الواحدة بدلالة x.

Ⓐ $(x - 1), (x - 3), (2x - 1)$
Ⓑ $(x - 1), (x + 3), (2x - 1)$
Ⓒ $(x + 1), (x + 3), (2x - 1)$
Ⓓ $(x + 1), 1, (2x^2 + 5x + 3)$

---

20. لتكن $f(x) = 2x^6 + ax^2 + 3$ حيث a عدد صحيح. أوجد قيمة a إذا كان للدالّة f صفر نسبيّ هو عدد صحيح.

الأصفار النسبيّة الممكنة هي:

$\pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm 3, \pm\frac{3}{2}$

من بينها ± 1 و ± 3 أعداد صحيحة

عند التعويض ± 1 عن x، نحصل على $a = -5$
عند التعويض ± 3 عن x، نحصل على $a = \frac{487}{3}$
وهو عدد غير صحيح.

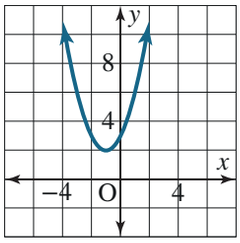
إذن، $a = -5$.

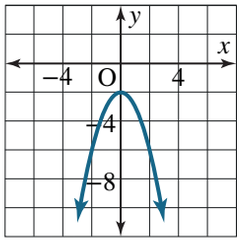
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:17:28 PM

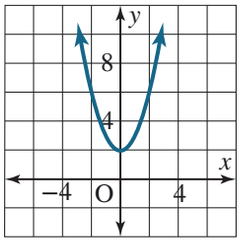
الاسم _____

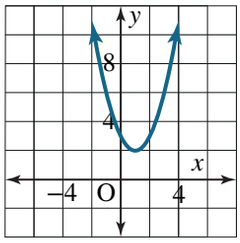
3 تقويم الوحدة، النموذج B

1. التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^2 + 2x + 3$ هو:

Ⓐ 

Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

---

2. أيّ ممّا يلي يمثّل قيمة $f(x) + g(x)$ إذا كانت $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = x^2 + 2x - 3$؟

Ⓐ $4x^2 + 3x - 3$

Ⓒ $x^2 + 5x - 4$

Ⓑ $x^2 + 3x - 4$

Ⓓ $4x^2 + 5x - 3$

---

3. أيّ ممّا يلي يمثّل قيمة $f(x) \times g(x)$ إذا كانت $f(x) = x - 3$ و $g(x) = x^2 + x + 2$؟

Ⓐ $x^3 - 3x - 6$

Ⓒ $x^3 - 3x^2 - 6$

Ⓑ $x^3 + 4x^2 - 3x - 5$

Ⓓ $x^3 - 2x^2 - x - 6$

---

4. إذا كانت $f(x) = x^3 + x + 1$ و $g(x) = x - 1$، فإنّ $\frac{f(x)}{g(x)}$ تساوي:

Ⓐ $x^2 + x + \frac{5}{x-1}$

Ⓑ $x^2 + x + 1 + \frac{3}{x-1}$

Ⓒ $x^2 + x + \frac{4}{x-1}$

Ⓓ $x^2 + x + 2 + \frac{3}{x-1}$

---

5. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطوّلة، واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسريّة إذا كان $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 2$ و $g(x) = x^2 + 1$.

$\frac{f(x)}{g(x)} = x + 2 - \frac{2x}{x^2+1}$

---

6. تصنع سعاد عقودًا من الصدف وتبيعها. يتغير سعر المبيع للعِقد تبعًا لعدد العقود المطلوبة، وذلك وفق القاعدة: $p(x) = 163 - 6x$، حيث $p(x)$ سعر المبيع للعِقد الواحد إذا كان العدد المطلوب من العقود هو x.

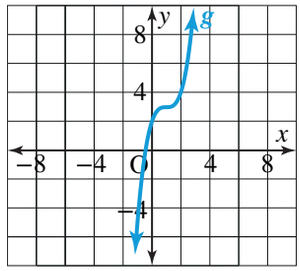
من جهة أخرى، تختلف تكلفة صنع العِقد الواحد باختلاف عدد العقود المصنّعة دفعةً واحدة، وذلك وفق القاعدة: $c(x) = 148 - 3x$.

اكتب مقدار الربح الذي تحقّقه سعاد، إذا صنعت x عِقد وباعتها كلّها، في صيغة دالّة كثيرة الحدود.

$x[p(x) - c(x)]$
$= x[163 - 6x - (148 - 3x)] = -3x^2 + 15x$

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:17:29 PM

7. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ باستعمال الدالّة الرئيسة $f(x) = x^3$، وحدّد الإزاحات المستعملة.



$g(x) = (x - 1)^3 + 3$ يمكننا تمثيلها بيانيًّا بإزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين و 3 وحدات إلى الأعلى.

---

8. لتكن f دالّة كثيرة الحدود حيث $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$. إذا كانت الدالّة $g(x) = -f(x) + 2$، فإنّ قيمة $\lim_{x \to -\infty} g(x)$ تساوي:

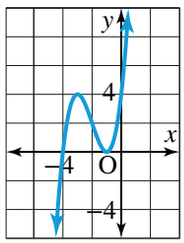
Ⓐ $-\infty$ Ⓒ $+\infty$

Ⓑ 0 Ⓓ لا يمكن التحديد

---

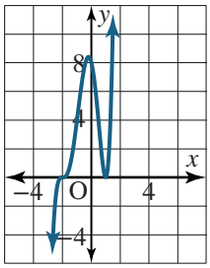
9. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة الكثيرة الحدود f التي تتميّز بالخصائص التالية:

- للدالّة f قيم موجبة في الفترة $]-4, -1[$ والفترة $]-1, \infty[$
- للدالّة f قيم سالبة في الفترة $]-\infty, -4[$
- f متزايدة في الفترة $]-\infty, -3[$ والفترة $]-1, \infty[$
- f متناقصة في الفترة $]-3, -1[$

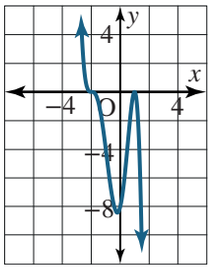


10. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة f كثيرة الحدود علمًا أنه لهذه الدالّة صفران، $x = -2$ بتعددية فردية و $x = 1$ بتعددية زوجية وأنها متناقصة في الفترة $]1, \infty[$؟

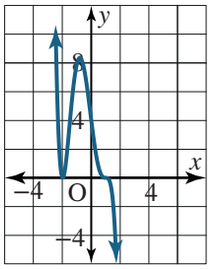
Ⓐ



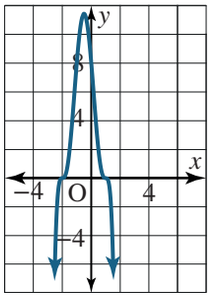
Ⓑ



Ⓒ

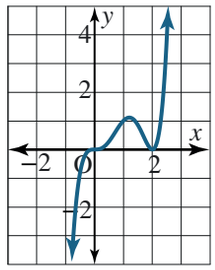


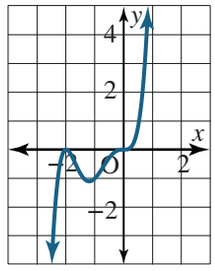
Ⓓ

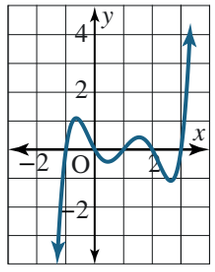


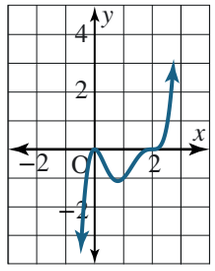
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:17:31 PM

11. أيّ من المنحنيات التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = x^5 - 4x^4 + 4x^3$؟

Ⓐ


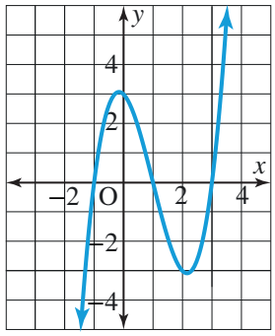
Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


12. أوجد أصفار الدالّة $f(x) = (x - 1)(x^2 - 2x - 3)$، ثمّ ارسم منحنى الدالّة باستعمال أصفارها.

أصفار الدالّة هي: 1− و 1 و 3



---

13. إذا كانت f دالّة تكعيبيّة معاملها الرئيس عدد موجب، وأصفارها هي 1− و 2 و 5، فإنّ قيم f في الفترة $]-1, 2[$ تكون:

Ⓐ موجبة

Ⓑ سالبة

Ⓒ موجبة في جزء من الفترة وسالبة في جزء آخر منها

Ⓓ لا يمكن معرفة إشارتها

---

14. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^3 + mx^2 + 2x + m$ على $(x - 1)$ هو 5، فإنّ قيمة m هي:

Ⓐ 0 Ⓒ 2

Ⓑ 1 Ⓓ 4

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:17:32 PM

15. إذا كان باقي قسمة $f(x) = 3x^2 + (a+3)x + 1$ على $(x - a)$ حيث a عدد صحيح هو 23، فإنّ قيمة a هي:

Ⓐ 1
Ⓑ 2
Ⓒ 3
Ⓓ 15

---

16. استعمل نظريّة العامل لمعرفة ما إذا كان $(x - 2)$ أحد عوامل $f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$.

$f(2) = 2^3 - 2^2 + 2 - 6 = 0$

إذن، $(x - 2)$ أحد عوامل $f(x)$.

---

17. إذا كانت $f(x) = x^3 + a^2x^2 - x - a^2$، فإنّ $(x - 1)$

Ⓐ أحد عوامل الدالّة f فقط إذا كان $a = 0$
Ⓑ أحد عوامل الدالّة f فقط إذا كان $a = 1$
Ⓒ أحد عوامل الدالّة f فقط إذا كان $a = -1$
Ⓓ عاملًا من عوامل الدالّة f أيًّا تكن قيمة a

---

18. إذا كانت $f(x) = x^3 + ax + 8$، فإنّ مجموع الأصفار النسبيّة الموجبة الممكنة لهذه الدالّة f يساوي:

Ⓐ 0
Ⓑ 4
Ⓒ 15
Ⓓ يتوقّف ذلك على قيمة a

19. يقوم قيس بتصنيع علب لتخزين نوع من القطع الإلكترونية. طول العلبة يساوي $(2x + 3)$ cm، وعرضها يساوي $(3x - 1)$ cm، وارتفاعها يساوي x cm، وحجمها معطى بالدالّة $V(x) = 6x^3 + 7x^2 - 3x$. أوجد طول العلبة بالسنتمتر إذا كان حجمها يساوي $70\ \text{cm}^3$.

Ⓐ 2
Ⓑ 5
Ⓒ 7
Ⓓ 23

---

20. لتكن f كثيرة حدود من الدرجة الثالثة عشرة معاملها الرئيس 5 وقيمة الثابت فيها 4، أوجد العدد الأقصى للأصفار النسبيّة الممكنة والمختلفة لهذه الدالّة .

العدد الأقصى الممكن للأصفار النسبيّة لهذه الدالّة هو 12؛

عوامل الثابت هي: $\pm 1, \pm 2, \pm 4$

عوامل المعامل الرئيس هي: $\pm 1, \pm 5$

إذن، الأصفار النسبيّة الممكنة لهذه الدالّة هي:

$\pm 1, \pm \frac{1}{5}, \pm 2, \pm \frac{2}{5}, \pm 4, \pm \frac{4}{5}$

وبما أن الدالّة من الدرجة الثالثة عشرة، بالتالي فإنّ العدد الأقصى الممكن للأصفار النسبيّة والمختلفة لهذه الدالّة هو 12

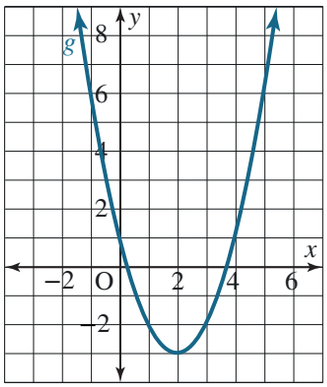
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:17:33 PM

الاسم _____

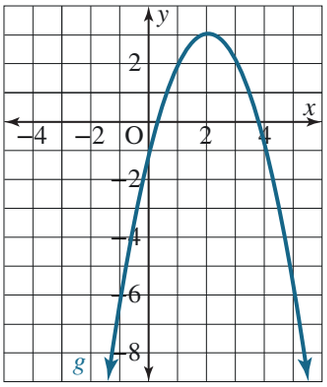
3 تقويم الوحدة، النموذج C

1. التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^2 + 4x + 1$ هو:

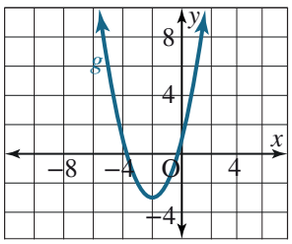
Ⓐ



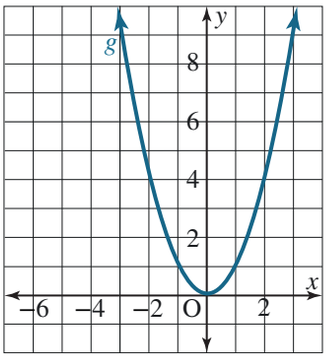
Ⓒ



Ⓑ



Ⓓ



2. أيّ ممّا يلي يمثّل قيمة $f(x) + g(x)$ إذا كانت $f(x) = x + 4$ و $g(x) = x^2 - 3x + 1$؟

Ⓐ $x^2 - 2x + 5$

Ⓑ $2x^2 - 2x + 5$

Ⓒ $2x^2 - 2x + 4$

Ⓓ $x^2 - 4x + 4$

3. أيّ ممّا يلي يمثّل قيمة $f(x) \times g(x)$ إذا كانت $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = x^2 + 2x - 3$؟

Ⓐ $3x^3 - 2x + 3$

Ⓑ $3x^2 + 5x + 3$

Ⓒ $3x^3 + 5x^2 - 11x + 3$

Ⓓ $3x^3 + 5x^2 + 3$

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:17:33 PM

4. إذا كانت $f(x) = x^3 + 2x + 1$ و $g(x) = x + 1$، فإنّ $\frac{f(x)}{g(x)}$ تساوي:

Ⓐ $x^2 - x + \frac{1}{x+1}$

Ⓑ $x^2 - x + 3 - \frac{2}{x+1}$

Ⓒ $x^2 - 2x + 1 - \frac{2}{x+1}$

Ⓓ $x^2 - 2x - \frac{1}{x+1}$

---

5. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطوّلة، واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسريّة إذا كان $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ و $g(x) = x^2 - 1$.

$$\frac{f(x)}{g(x)} = x - 2 + \frac{3x+1}{x^2-1}$$

---

6. يصنع ناصر دمىً للأطفال، وأسعار هذه الدمى تتغيّر تبعًا لعدد الدمى المطلوبة، وذلك على أساس القاعدة $p(x) = 130 - 5x$، حيث $p(x)$ سعر المبيع للدمية الواحدة إذا كان العدد المطلوب من الدمى هو x.

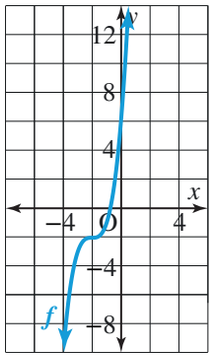
من جهة أخرى، تختلف تكلفة صنع الدمية الواحدة باختلاف عدد الدمى المصنّعة دفعةً واحدة، وذلك وفق القاعدة $c(x) = 120 - 3x$.

اكتب مقدار الربح الذي يحقّقه ناصر، إذا صنع x دمية وباعها كلّها، في صيغة دالّة كثيرة الحدود.

$$x[p(x) - c(x)]$$
$$= x[130 - 5x - (120 - 3x)] = -2x^2 + 10x$$

---

7. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 6$ باستعمال الدالّة الرئيسة $f(x) = x^3$، وحدّد الإزاحات المستعملة.



$$g(x) = (x+2)^3 - 2$$

يمكننا تمثيلها بيانيًّا بإزاحة التمثيل البيانيّ للدالة الرئيسة بمقدار وحدتين إلى اليسار ووحدتين إلى الأسفل.

8. لتكن f دالّة كثيرة الحدود من الدرجة n، ومعاملها الرئيس هو a. ولتكن $g(x) = [f(x)]^3$.

إذن، السلوك الطرفيّ للدالّة g هو نفس السلوك الطرفيّ للدالّة f إذا كان:

Ⓐ $a > 0$ وكان n عددًا زوجيًّا.

Ⓑ $a < 0$ وكان n عددًا زوجيًّا.

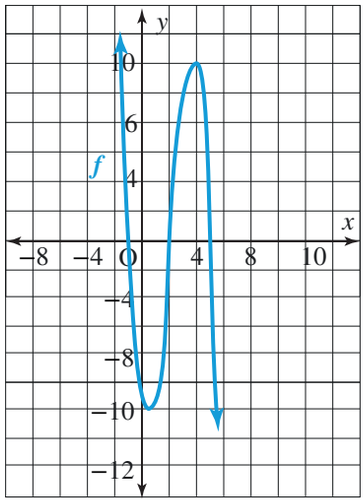
Ⓒ $a > 0$ وكان n عددًا فرديًّا.

Ⓓ لجميع قيم a و n.

---

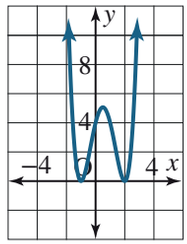
9. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة الكثيرة الحدود f التي تتميّز بالخصائص التالية:

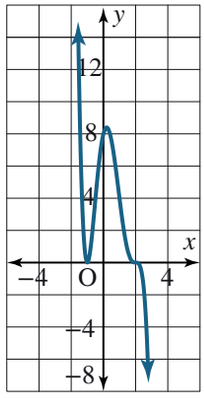
- للدالّة f قيم موجبة في الفترة $]-\infty, -1[$ والفترة $]2, 5[$
- للدالّة f قيم سالبة في الفترة $]-1, 2[$ والفترة $]5, \infty[$
- f متزايدة في الفترة $\left]\frac{1}{4}, 4\right[$
- f متناقصة في الفترة $\left]-\infty, \frac{1}{4}\right[$ والفترة $]4, \infty[$

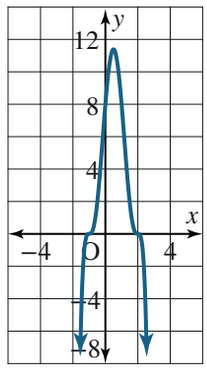


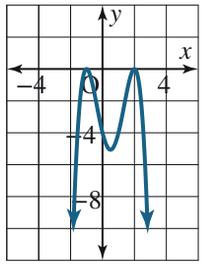
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:17:35 PM

10. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البياني للدالّة f كثيرة الحدود علما أنه لهذه الدالّة صفران، $x = -1$ و $x = 2$ كلاهما بتعددية زوجية وأن الدالّة f متناقصة في الفترة $]2, \infty[$؟

Ⓐ 

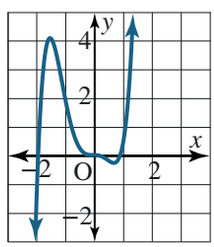
Ⓒ 

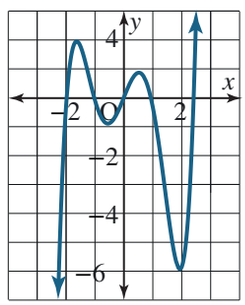
Ⓑ 

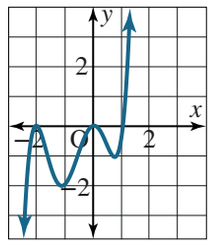
Ⓓ 

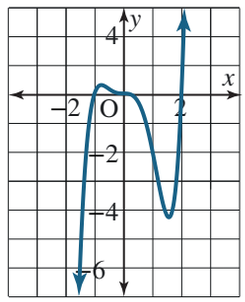
---

11. أيّ من المنحنيات التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = x^5 - x^4 - 2x^3$؟

Ⓐ 

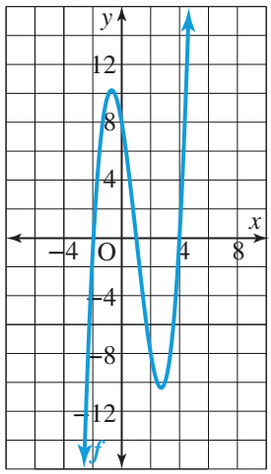
Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

12. أوجد أصفار الدالّة $f(x) = (x + 2)(x^2 - 5x + 4)$، ثمّ ارسم منحنى الدالّة باستعمال أصفارها.

أصفار الدالّة هي: 4 و 1 و 2−



---

13. إذا كانت f دالّة تكعيبيّة معاملها الرئيس عدد موجب، وأصفارها هي 5− و 2− و 2، فإنّ قيم f في الفترة $]-2, 2, -2[$ تكون:

Ⓐ موجبة

Ⓑ موجبة في جزء من الفترة وسالبة في جزء آخر منها

Ⓒ سالبة

Ⓓ لا يمكن معرفة إشارتها

---

14. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^3 + 2mx^2 + 3x + m$ على $(x + 2)$ هو 22، فإنّ قيمة m هي:

Ⓐ 1−

Ⓒ 4

Ⓑ 0

Ⓓ 18

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:17:37 PM

15. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^2 + (a+1)x - 5$ على $(x - a)$ حيث a عدد صحيح هو 16، فإنّ قيمة a هي:

Ⓐ 1 Ⓒ 4

Ⓑ 3 Ⓓ 5

---

16. استعمل نظريّة العامل لمعرفة ما إذا كان $(x - 4)$ أحد عوامل $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 3x - 4$.

$f(4) = -64 + 80 - 12 - 4 = 0$

إذن، $(x - 4)$ أحد عوامل $f(x)$

---

17. إذا كانت $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - a^2$، فإنّ $(x - 1)$

Ⓐ أحد عوامل الدالّة f إذا كان $a = 0$

Ⓑ أحد عوامل الدالّة f إذا كان $a = 1$

Ⓒ أحد عوامل الدالّة f إذا كان $a = -1$

Ⓓ ليس عاملًا من عوامل الدالّة f أيًّا تكن قيمة a

---

18. عدد الأصفار النسبيّة الممكنة للدالّة $f(x) = x^{2n} - x^n - x + 1$ هو:

Ⓐ 0

Ⓑ 1

Ⓒ 2

Ⓓ يتوقّف عدد الأصفار على قيمة n

19. اشترى ناصر خزانة خشبية جديدة. يمكن إيجاد حجم هذه الخزانة باستعمال الصيغة $V(x) = 2x^3 - x^2 - 3x$، حيث x، ارتفاع الخزانة بالأمتار، وطولها $(x + 1)$ m وعرضها $(2x - 3)$ m. يريد ناصر تحديد مكان وضع هذه الخزانة في منزله، إذ يمكنه أن يضعها في غرفة النوم التي يبلغ ارتفاعها الأقصى مترين أو في غرفة المكتبة التي يبلغ ارتفاعها الأقصى مترًا ونصف المتر.
أيّ غرفة من هاتين الغرفتين تصلح لوضع الخزانة فيها إذا كان حجمها يساوي $6\ m^3$؟

Ⓐ غرفة النوم فقط

Ⓑ غرفة المكتبة فقط

Ⓒ كلتا الغرفتين

Ⓓ لا يمكن التحديد

---

20. لتكن f كثيرة حدود من الدرجة العاشرة معاملها الرئيس 3 وقيمة الثابت 11، أوجد العدد الأقصى للأصفار النسبيّة الممكنة والمختلفة لهذه الدالّة.

العدد الأقصى الممكن للأصفار النسبيّة لهذه الدالّة هو 8؛

عوامل الثابت هي: $\pm 1, \pm 11$

عوامل المعامل الرئيس هي: $\pm 1, \pm 3$

إذن، الأصفار النسبيّة الممكنة لهذه الدالّة هي:

$\pm 1, \pm 11, \pm \frac{11}{3}, \pm \frac{1}{3}$

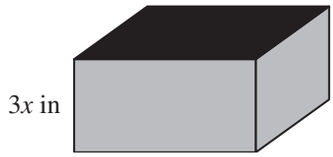
وبالتالي فإنّ العدد الأقصى الممكن للأصفار النسبيّة والمختلفة لهذه الدالّة هو 8

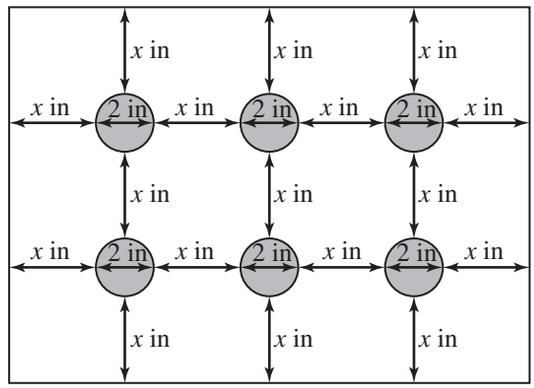
M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:17:38 PM

الاسم _____

3 تقويم الأداء، النموذج A

يريد جاسم أن يبني حوضًا مستطيل الشكل ليزرع فيه بعض النباتات، حيث سينقل هذه النباتات مع ترابها من الأصص حيث هي مزروعة فيها إلى الحوض. قاعدة كلّ من هذه الأصص دائرية الشكل وطول قطرها 2 in. يوضّح الرسم أدناه صورة من الأعلى لشكل الحوض بعد وضع النباتات مع ترابها فيه. سيضيف جاسم مزيدًا من التراب إلى الحوض حتى يصبح عمق التراب $3x$ in





1. اكتب دالّة كثيرة الحدود V تمثّل حجم التراب في الإطار بدلالة x، واشرحها.

$V(x) = 3x(4x + 6)(3x + 4)$، حيث V هو حجم التراب (بالإنشات المكعّبة). سيكون التراب على شكل منشور قائم ارتفاعه $h = 3x$ in ومساحة قاعدته B تساوي $(4x + 6)$ ضرب $(3x + 4)$. إذن، $V(x) = Bh = (4x + 6)(3x + 4)(3x)$

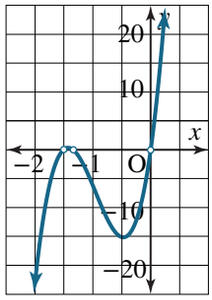
2. توقّع السلوك الطرفيّ لمنحنى الدالّة V وبرر إجابتك.

عندما $x \to -\infty$، فإنّ $V(x) \to -\infty$
وعندما $x \to \infty$، فإنّ $V(x) \to \infty$

يمكن كتابة $V(x) = 3x(4x + 6)(3x + 4)$ في الصورة $V(x) = 36x^3 + 102x^2 + 72x$

إذن، للدالّة معامل رئيس موجب ودرجة الدالّة فرديّة.

3. يبيّن التمثيل البيانيّ المعطى الجزء من الدالّة V حيث تتقاطع الدالّة مع المحور x.



حدّد المقاطع x، ثمّ بيّن ما إذا كان لأيّ من هذه المقاطع معنى في سياق المسألة. وضّح إجابتك.

المقاطع x هي: $-\frac{4}{3}, -\frac{3}{2}, 0$

القيمة 0 فقط لها معنى في سياق هذه المسألة، لأنّ x يمثّل طولًا، والأطوال قيم موجبة.
إذن، $x \geq 0$.

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:17:38 PM

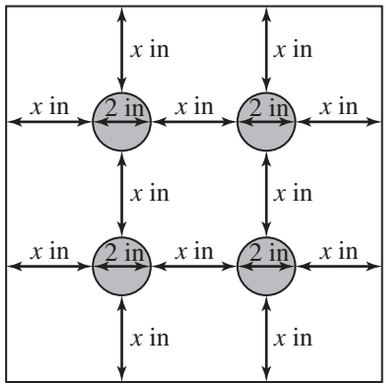
4. افترض أنّ كلّ نبتة تحتاج إلى $1\ 300\ \text{in}^3$ من التراب. أوجد، في هذه الحالة، وباستعمال جدول القيم التقريبيّة المعطى، المسافة الفاصلة بين كلّ نبتتين متجاورتين. وضّح إجابتك.

x	0	4.1	5.1	6.1
$V(x)$	0	4 500	7 800	12 500

المسافة بين كلّ نبتتين تساوي 7 in تقريبًا.
يجب أن يكون الحجم الكلّيّ للتراب
$1\ 300 \times 6 = 7\ 800\ \text{in}^3$

أستعمل جدول القيم لإيجاد قيمة x التي تعطي $V(x) = 7\ 800$، التي تساوي 5.1 in تقريبًا.
إذن، المسافة الفاصلة بين كلّ نبتتين متجاورتين تساوي: $5.1 + 2 = 7.1$ in، أي 7 in تقريبًا.

5. يريد جاسم أن يزرع 4 نباتات في حوض مربّع الشكل كما هو مبيّن في الرسم أدناه. سيكون عمق التراب في هذا الحوض $2x$ in



a. اكتب دالّة كثيرة الحدود V في الصورة القياسيّة، تمثّل حجم التراب في الحوض بدلالة x.
اشرح طريقة تفكيرك، وحدّد المتطابقات والخصائص التي استعملتها.

$V(x) = 18x^3 + 48x^2 + 32x$

$\text{الحجم} = 2x(3x + 4)(3x + 4)$

$= 2x(9x^2 + 24x + 16)$ **تربيع الجمع**

$= 18x^3 + 48x^2 + 32x$ **الخاصّيّة التوزيعيّة**

b. إذا كانت كلّ نبتة تحتاج إلى $1\ 300\ \text{in}^3$ من التراب، هل ستكون المسافة بين كلّ نبتتين متجاورتين في الحوض المربّع، أكبر أم أصغر من المسافة بين كلّ نبتتين متجاورتين في الحوض المستطيل السابق؟ وضّح إجابتك.

أكبر، وذلك لأنّ الحجم الكلّيّ للتراب في الحوض المربّع يساوي:
$1\ 300 \times 4 = 5\ 200\ \text{in}^3$

تعطي الدالّة $V(x) = 18x^3 + 48x^2 + 32x$ الحجم الكلّيّ للتراب في الحوض، وعندما يكون $V(x) = 5\ 200$، فإنّ $x \approx 5.8$ in.

إذن، المسافة الفاصلة بين كلّ نبتتين متجاورتين في هذا الحوض تساوي $5.8 + 2 = 7.8$ in، أي 8 in تقريبًا.

وبالتالي المسافة الفاصلة بين نبتتين متجاورتين في الحوض المربّع، أكبر من المسافة الفاصلة بين نبتتين متجاورتين في الحوض المستطيل.

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:17:39 PM

الاسم _____

3 تقويم الأداء، النموذج B

يقوم فارس بتصميم عدّة حاويات شحن لمتجر للأدوات الرياضيّة. يجب أن تكون كلّ حاوية من هذه الحاويات على شكل منشورٍ مستطيل.

1. سوف تُستخدم حاوية الشحن الأولى التي يصمّمها فارس لشحن كرات خاصّة بلعبة كرة القاعدة، وسيكون عرضها x قدم، وطولها $(x + 6)$ قدم، وارتفاعها $(x - 2)$ قدم، وحجمها يساوي 165 قدمًا مكعّبة. اكتب دالّة V تمثّل حجم الحاوية. ثمّ أوجد عرضًا ممكنًا واحدًا للحاوية. وضّح إجابتك.

$$V(x) = x(x + 6)(x - 2)$$
$$= x^3 + 4x^2 - 12x$$

بما أنّ حجم الحاوية يساوي $165\ ft^2$، إذن، $x^3 + 4x^2 - 12x = 165$

$$x^3 + 4x^2 - 12x - 165 = 0$$

عوامل العدد 165 هي ± 1، ± 3، ± 5، ± 11، ± 33، وهذه الأعداد، وفق نظريّة الأصفار النسبيّة، هي الحلول الممكنة للمعادلة. بالتعويض أجد أنّ العدد 5 هو حلّ المعادلة، أي إنّ عرض الحاوية ممكن أن يساوي 5 أقدام.

2. هل يمكن أن يأخذ عرض هذه الحاوية أيّ قيمة أخرى؟ وضّح إجابتك.

لا، وذلك لأنّ $(x - 5)$، وفق نظريّة الباقي، هو من عوامل كثيرة الحدود $x^3 + 4x^2 - 12x - 165$، وناتج قسمة كثيرة الحدود هذه على $(x - 5)$ هو $x^2 + 9x + 33$، لكنّ مميّز هذه الصيغة التربيعيّة، أي $\Delta = -51$، عدد سالب. إذن، للمعادلة $x^3 + 4x^2 - 12x - 165 = 0$ صفر حقيقي واحد هو $x = 5$، وبالتالي القيمة الممكنة الوحيدة لعرض هذه الحاوية هي 5

3. صمّم فارس حاوية أخرى لشحن صناديق تحتوي على كرات لعبة كرة السلّة.
حجم هذه الحاوية (بالأقدام المكعّبة) بدلالة متغيّر مجهول x هو $V'(x) = x^3 + 11x^2 + 4x + 44$.

a. اكتب لائحة بجميع أصفار الدالّة $V'(x) = x^3 + 11x^2 + 4x + 44$ وضّح إجابتك.

المعامل الرئيس هو 1، والمعامل الثابت هو 44، وبحسب نظريّة الأصفار النسبيّة، الأصفار الممكنة للدالّة V' هي ± 1، ± 2، ± 4، ± 11، بالتعويض أجد أنّ -11 هو صفر للدالّة. إذن، $(x + 11)$ هو معامل للدالّة V'.
ناتج قسمة $V'(x)$ على $(x + 11)$ يساوي $x^2 + 4$ وهي كثيرة حدود من الدرجة الثانية وليست لها أصفار حقيقيّة، وبالتالي فإنّ الصفر الوحيد للدالّة V' هو -11

b. لا يعرف فارس الحجم الدقيق لكلّ صندوق، لكنّه يعرف أنّ هذا الحجم يساوي $(x - 2)\ ft^3$. كيف يمكن إيجاد العدد الأقصى من هذه الصناديق التي يمكن وضعها داخل الحاوية؟ وضّح إجابتك.

أقسم $V'(x)$ على $(x - 2)$.
إذن، أقصى عدد يمكن وضعه داخل الحاوية من هذه الصناديق

$$\frac{x^3 + 11x^2 + 4x + 44}{x - 2}$$
$$= x^2 + 13x + 30 + \frac{104}{x - 2}$$

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_PA_FormB_ISBN_.indd 1 07/03/2022 7:44:36 PM

c. استنتج العدد الأقصى من الصناديق الذي يمكن وضعها داخل هذه الحاوية إذا ما كان حجم كل صندوق هو $8\ \text{ft}^3$.

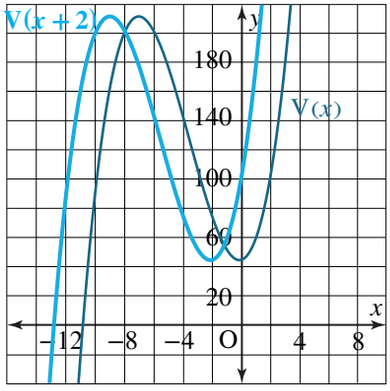
حجم الصندوق $8\ \text{ft}^3$، إذن $x - 2 = 8$، أي أن $x = 10$

عوّض $x = 10$ في الصيغة:

$$x^2 + 13x + 30 + \frac{104}{x - 2}$$

العدد الأقصى من الصناديق في هذه الحالة هو 273

d. لاحظ فارس أنّه يجب تغيير حجم الحاوية الثانية بعدما تبيّن أنّ قيمة المتغيّر x قد ازدادت بمقدار وحدتين. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنى الدالّة $V(x)$. استعمل التمثيل البيانيّ المعطى لرسم التمثيل البيانيّ لمنحنى الدالّة $V(x + 2)$. وضّح العلاقة بين المنحنيين.



التمثيل البيانيّ للدالّة $V(x + 2)$ هو إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة $V(x)$ بمقدار وحدتين إلى اليسار.

4. يريد فارس تصميم حاوية ثالثة لشحن كرات لعبة كرة القدم، بحيث تكون على شكل مكعّب، طول ضلعه يساوي $(x + 2)^2$ ft. أوجد حجم هذه الحاوية بدلالة المتغيّر x. اكتب الإجابة في صورة كثيرة حدود مكتوبة بالصيغة القياسيّة، مع تحديد المعامل الرئيس ودرجة كثيرة الحدود.

حجم المكعّب يساوي تكعيب طول ضلعه، أي:

$$\left[(x + 2)^2\right]^3 = (x + 2)^6$$

حجم الحاوية بالصيغة القياسيّة هو:

$$(x + 2)^6 = x^6 + 12x^5 + 60x^4 + 160x^3 + 240x^2 + 192x + 64$$

وهي كثيرة حدود من الدرجة السادسة ومعاملها الرئيس 1

M03_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_PA_FormB_ISBN_.indd 2 07/03/2022 7:44:37 PM

الاسم _____

4 اختبار بداية الوحدة

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطّيّة $2x - 3y - 5 = 0$؟

Ⓐ $2x - 3y = 5$

Ⓑ $-3y = -2x + 5$

Ⓒ $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

Ⓓ $-2x + 3y + 5 = 0$

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطة $(4, -1)$ وميله يساوي 6؟

Ⓐ $y + 1 = 6(x - 4)$

Ⓑ $y + 1 = -6(x - 4)$

Ⓒ $y - 2 = 6(x + 4)$

Ⓓ $y - 1 = -6(x + 4)$

---

3. تمثّل الدالّة $y = 5t + 3$ قيمة المبلغ (بالريال) الذي يظهر على شاشة عدّاد سيّارة أجرة عند الزمن t دقيقة. ماذا يمثّل كلّ من الميل والمقطع y لمنحنى هذه الدالّة؟

الميل (5) هو قيمة المبلغ المضاف بعد مرور كل دقيقة، أي إنّ قيمة المبلغ على شاشة العدّاد تزداد بمقدار 5 QR كلّ دقيقة.

المقطع y (3) هو القيمة الابتدائيّة، أي إنّ سيّارة الأجرة تسجّل على الراكب مبلغ 3 QR من اللحظة التي يُقلُّه فيها السائق لإيصاله إلى وجهته.

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصيغة القياسيّة لمعادلة المستقيم $y = \frac{1}{9}x + 5$؟

Ⓐ $x = 9y - 45$

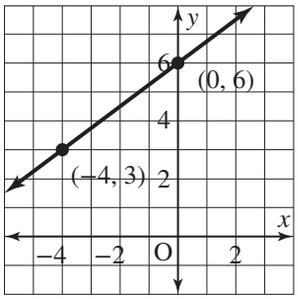
Ⓑ $x - 9y = -45$

Ⓒ $9y = x + 45$

Ⓓ $9y - x = 45$

---

5. لمنحنى معادلة خطّيّة نفس ميل المستقيم الممثَّل بيانيًّا أدناه، لكنّ المقطع y لمنحنى المعادلة الخطّيّة أصغر من المقطع y للمستقيم بمقدار 7 وحدات. أوجد صيغة المعادلة الخطّيّة.



$y = \frac{3}{4}x - 1$

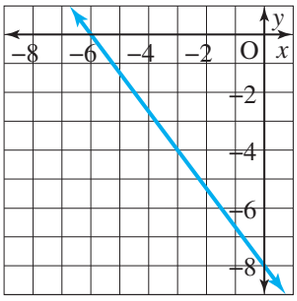
---

6. لأيّ دالّة خطّيّة في الصورة $f(x) = 2x + b$، أوجد قيمة b التي تحقّق $5f(x) = f(5x - 2)$

$b = -1$

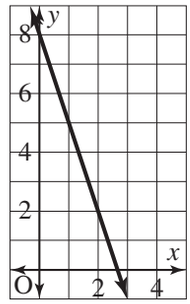
---

7. ارسم التمثيل البيانيّ للمستقيم الذي معادلته $4x + 3y = -24$



M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:23:22 PM

8. أيّ من الخيارات التالية يمثّل صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم الممثَّل بيانيًّا أدناه والمارّ بالنقطة $(2, 2)$؟



Ⓐ $x + 2 = 3y + 2$

Ⓑ $y = -3x + 8$

Ⓒ $y - 2 = -3(x - 2)$

Ⓓ $y - 3 = -2(x - 3)$

---

9. لتكن الصيغتان

$$A(x) = \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{x-2} \; ; \; B(x) = \frac{x+2}{x-1} + \frac{x-2}{x+1}$$

أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصيغة المبسّطة للنسبة $\frac{A(x)}{B(x)}$؟

Ⓐ $\frac{x^2+1}{x^2+1}$

Ⓑ $\frac{x^2+1}{x^2-4}$

Ⓒ $\frac{x^2-1}{x^2+4}$

Ⓓ $\frac{x^2-1}{x^2-4}$

---

10. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $5 < \sqrt{43} < 6$

Ⓑ $6 < \sqrt{43} < 7$

Ⓒ $7 < \sqrt{43} < 8$

Ⓓ $8 < \sqrt{43} < 9$

---

11. إذا كانت بطاقة الدعوة إلى حفل تخرّج مربّعة الشكل، ومساحتها تساوي $169\ \text{cm}^2$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل أبعاد هذه البطاقة؟

Ⓐ طول كلّ بُعد يساوي $42.25\ \text{cm}$

Ⓑ $13\ \text{cm}$ في $13\ \text{cm}$

Ⓒ $5.5\ \text{cm}$ في $5.5\ \text{cm}$

Ⓓ $12\ \text{cm}$ في $12\ \text{cm}$

---

12. أيّ من الأعداد التالية ليس مربّعًا كاملًا ولا مكعّبًا كاملًا؟

Ⓐ 100

Ⓑ 343

Ⓒ 144

Ⓓ 75

---

13. لدى حمد قطعة أرض مربّعة الشكل مساحتها $400\ \text{m}^2$، ويريد تسويرها بسلك شائك.
أيّ من الخيارات التالية يمثّل طول السلك المطلوب؟

Ⓐ $20\ \text{m}$

Ⓑ $40\ \text{m}$

Ⓒ $80\ \text{m}$

Ⓓ $100\ \text{m}$

---

14. مكعب اسمنتي ارتفاعه $1\ \text{m}$ وقاعدته مربّعة الشكل. إذا كان حجم هذا المكعب هو $12\ \text{m}^3$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل أبعاد قاعدة البركة؟

Ⓐ $\sqrt[3]{12}\ \text{m}$ في $\sqrt[3]{12}\ \text{m}$

Ⓑ $\sqrt{12}\ \text{m}$ في $\sqrt{12}\ \text{m}$

Ⓒ $2\sqrt{12}\ \text{m}$ في $2\sqrt{12}\ \text{m}$

Ⓓ $4\sqrt{12}\ \text{m}$ في $4\sqrt{12}\ \text{m}$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:24 PM

15. ناتج قسمة $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - 4}$ على $\frac{x^2 + x}{x^2 - 5x + 6}$ يساوي:

Ⓐ $\frac{1}{x - 3}$

Ⓑ $x + 3$

Ⓒ $\frac{1}{x + 3}$

Ⓓ $x - 3$

---

16. ناتج طرح $\frac{x}{x - 2} - \frac{x - 2}{x}$ يساوي:

Ⓐ $\frac{4(x - 1)}{x(2 - x)}$

Ⓑ $\frac{-4(x - 1)}{x(2 - x)}$

Ⓒ $\frac{2x^2 - 4x + 4}{x(x - 2)}$

Ⓓ $\frac{4}{x}$

---

17. حلّ المعادلة $3x^2 - 15 = 660$ هو:

Ⓐ -15

Ⓑ 15 أو -15

Ⓒ 15

Ⓓ $2\sqrt{55}$

---

18. بسّط الصيغة $xyz\sqrt{\frac{x^3y^7}{z^6}}$ باستعمال خصائص القوى النسبيّة.

$x^{\frac{5}{2}}y^{\frac{9}{2}}z^{-2}$

---

19. أوجد كلّ الجذور الحقيقيّة من الدرجة الرابعة للعدد 16

2 و -2

---

20. أوجد قيمة x إذا كان $(x - 1)^{-4} = \frac{1}{625}$

$x = 6$ أو $x = -4$

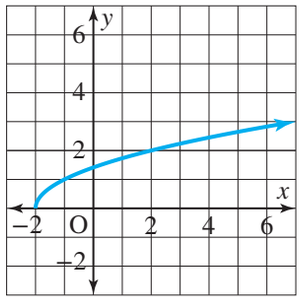
M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:23:25 PM

الاسم _____

4-1 اختبار الدرس

دوالّ الجذر التربيعيّ

1. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = \sqrt{x + 2}$، ثمّ حدّد مجال ومدى الدالّة.



المجال: $[-2, \infty[$؛ **المدى:** $[0, \infty[$

---

2. أيّ من التحويلات الهندسيّة التالية تحوّل منحنى الدالّة الرئيسة $f(x) = \sqrt{x}$ إلى منحنى الدالّة $k(x) = \sqrt{4x + 12} - 1$؟

Ⓐ تمدّد رأسيّ بمعامل قياسه 2، ثمّ إزاحة أفقيّة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

Ⓑ تمدّد رأسيّ بمعامل قياسه 2، ثمّ إزاحة أفقيّة بمقدار 3 وحدات إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

Ⓒ تمدّد رأسيّ بمعامل قياسه 4، ثمّ إزاحة أفقيّة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.

Ⓓ تمدّد رأسيّ بمعامل قياسه 2، ثمّ إزاحة أفقيّة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.

---

3. يمكن تقدير سرعة سيّارة قبل استعمال الفرامل من خلال طول علامة الانزلاق التي تتركها الإطارات على الطريق. تُقاس سرعة السيّارة v، بالأميال في الساعة، باستعمال القاعدة $v = \sqrt{21d}$، حيث d طول علامة الانزلاق بالأقدام.

أوجد الفرق بين سرعة سيّارة طول علامة انزلاقها 40 قدمًا وسرعة سيّارة طول علامة انزلاقها 30 قدمًا.

سرعة السيّارة الأولى:

$$v = \sqrt{21d} = \sqrt{21 \times 40} \approx 29 \text{ mi/hr}$$

سرعة السيّارة الثانية:

$$v = \sqrt{21d} = \sqrt{21 \times 30} \approx 25 \text{ mi/hr}$$

الفرق بين السرعتين:

$$29 - 25 = 4 \text{ mi/hr}$$

---

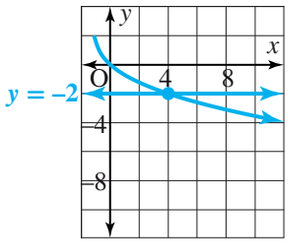
4. أيّ ممّا يلي يمثّل حلّ المعادلة الجذريّة $\sqrt{x - 1} + 5 = 9$؟

Ⓐ $x = -1$ Ⓒ $x = 17$

Ⓑ $x = 3$ Ⓓ $x = 57$

---

5. أوجد حلّ المعادلة $\sqrt{x + 5} - \sqrt{5x + 5} = -2$.



$x = 4$ حلّ مقبول

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:25 PM

الاسم _____

4-2 اختبار الدرس

دوالّ القيمة المطلقة

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال ومدى الدالّة $h(x) = 3|x|$؟

Ⓐ المجال هو كلّ الأعداد الحقيقيّة والمدى هو $]-\infty, 0]$

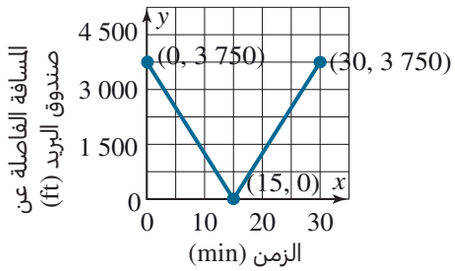
Ⓑ المجال هو $[0, \infty[$ والمدى هو كلّ الأعداد الحقيقيّة

Ⓒ المجال هو $]-\infty, 0]$ والمدى هو كلّ الأعداد الحقيقيّة

Ⓓ المجال هو كلّ الأعداد الحقيقيّة والمدى هو $[0, \infty[$

---

2. يمشي تامر من منزله إلى صندوق البريد، حيث يسير مدّة 15 دقيقة بسرعة ثابتة، ليضع رسالة في صندوق البريد، ثمّ يسير عائدًا إلى منزله بنفس السرعة. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه المسافة التي تفصله عن صندوق البريد بدلالة الزمن. أيّ من الخيارات التالية يمثّل السرعة التي يمشي بها تامر؟



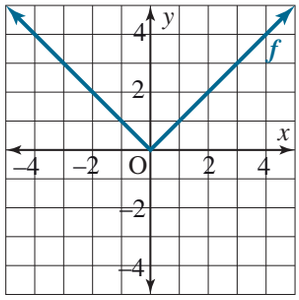
Ⓐ 280 ft/min

Ⓑ 270 ft/min

Ⓒ 260 ft/min

Ⓓ 250 ft/min

3. حدّد التحويلات الهندسيّة المطبّقة على منحنى الدالّة f للحصول على منحنى الدالّة $g(x) = \frac{1}{2}|x + 3| - 1$ باستعمال التمثيل البيانيّ أدناه.



إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار ووحدة واحدة إلى الأسفل. وتضيّق رأسيّ بمعامل مقداره 2

---

4. للحصول على فرصة لربح سيّارة في إحدى المسابقات، يجب على المتسابق أن يخمّن عدد المفاتيح الموجودة في صندوق مغلق بحيث لا يتخطّى الفرق بين تخمينه والعدد الفعليّ للمفاتيح 4 مفاتيح. المتسابق الذي يقع تخمينه ضمن هذا النطاق يُعطى مفتاحًا لمحاولة تشغيل السيّارة. افترض أنّ الصندوق يحتوي على 570 مفتاحًا. اكتب معادلة وحُلّها لتحديد كلّ من التخمينين الأعلى والأدنى اللذين يمنحان المتسابقين فرصةً لربح السيّارة.

ليكن x تخمين المتسابق، إذن $|x - 570| = 4$

حلّ هذه المعادلة هو:

$x - 570 = 4$ أو $x - 570 = -4$

$x = 574$ $x = 566$

التخمين الأعلى هو 574 مفتاحًا والتخمين الأدنى هو 566 مفتاحًا.

---

5. أوجد حل متباينة القيمة المطلقة التالية:

$2|x - 1| - 5 \geq 3$

$x \geq 5$ أو $x \leq -3$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:23:26 PM

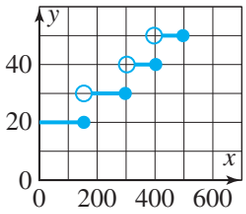
الاسم _____

4-3 اختبار الدرس

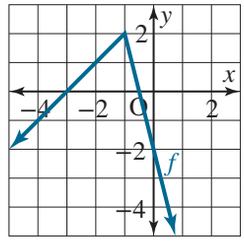
الدوالّ المتعدّدة التعريف

1. يوضّح الجدول أدناه تكلفة شحن الطرود البريديّة التي يتجاوز وزنها 500 g وذلك حسب أوزانها.
مثّل دالّة التكلفة بيانيًا.

وزن الطرد البريدي (بالجرام)	$0 < x \le 150$	$150 < x \le 300$	$300 < x \le 400$	$400 < x \le 500$
تكلفة الشحن (QR)	20	30	40	50



2. أيّ من الخيارات التالية يحدّد الفترة من المجال التي تكون فيها الدالّة $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < -1 \\ -4x - 2, & x \ge -1 \end{cases}$ الممثّلة بيانيًا أدناه متناقصة؟



Ⓐ $]-\infty, -1]$
Ⓒ $[-1, \infty[$
Ⓑ $[2, \infty[$
Ⓓ $]-\infty, -2]$

3. أيّ ممّا يلي يمثّل الدالّة $f(x) = |3x - 9|$ مكتوبةً في صورة دالّة متعدّدة التعريف؟

Ⓐ $f(x) = \begin{cases} -3x + 9, & x < 3 \\ 3x - 9, & x \ge 3 \end{cases}$

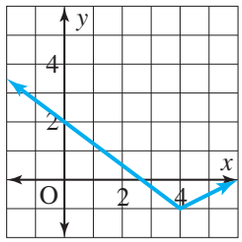
Ⓑ $f(x) = \begin{cases} -3x + 9, & x < 6 \\ 3x - 9, & x \ge 6 \end{cases}$

Ⓒ $f(x) = \begin{cases} -3x - 9, & x < 3 \\ 3x + 9, & x \ge 3 \end{cases}$

Ⓓ $f(x) = \begin{cases} -3x - 9, & x < 6 \\ 3x + 9, & x \ge 6 \end{cases}$

4. ارسم التمثيل البياني للدالّة

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}x + 2, & x \le 4 \\ \frac{1}{2}x - 3, & x > 4 \end{cases}$$



5. يوضّح الجدول التالي تكلفة استئجار درّاجة هوائيّة.
استأجر عيسى درّاجة هوائيّة عند الساعة 1:00 p.m.، وينوي إعادتها قبل الساعة 4:00 p.m.

التكلفة (QR)، $f(x)$	عدد ساعات الاستئجار، x
24	$0 < x \le 1$
48	$1 < x \le 2$
60	$2 < x \le 3$
72	$3 < x \le 4$

أكمل العبارات التالية:

سيدفع عيسى مبلغ QR 60 إذا أعاد الدرّاجة عند الساعة 3:45 p.m.، وإذا تأخّر في إعادة الدرّاجة مدّة 30 دقيقة فسيدفع مبلغًا إضافيًا مقداره QR 12.

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:27 PM

الاسم _____

4-4 اختبار الدرس

التناسب العكسيّ والدوالّ النسبيّة

1. تمّت إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \frac{1}{x}$ بمقدار ثلاث وحدات إلى الأعلى ووحدتين إلى اليسار. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل دالّة المنحنى الناتج عن الإزاحة؟

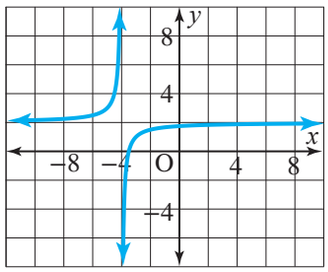
Ⓐ $y = \frac{1}{x+2} + 3$

Ⓑ $y = \frac{1}{x-2} + 3$

Ⓒ $y = \frac{1}{x-3} + 2$

Ⓓ $y = \frac{1}{x+3} - 2$

2. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $p(x) = 2 - \frac{1}{x+4}$.



3. يضيف باحث x لتر من الماء إلى وعاء يحتوي على 10 لترات من مزيج مكوَّن من 12% من الملح و 88% من الماء. تمثّل الدالّة $f(x) = \frac{1.2}{x+10}$ النسبة المئويّة للملح في المزيج الجديد.

أوجد عدد لترات الماء التي يجب إضافتها إلى الوعاء لتصبح النسبة المئويّة للملح في المزيج 1%

إشرح كيف تتأثر قيمة النسبة المئوية للملح في المزيج كلما زادت كمية الماء المضافة.

110 لترات، تقترب قيمة النسبة المئوية للملح في المزيج من الصفر كلما زادت كمية الماء المضافة.

4. أيّ من الدوالّ التالية لتمثيلها البيانيّ خطّ تقارب أفقيّ معادلته $y = -3$؟

Ⓐ $y = \frac{x-3}{x+1}$

Ⓑ $y = \frac{x}{2-3x}$

Ⓒ $y = \frac{1-3x}{2+x}$

Ⓓ $y = \frac{1+3x}{2-3x}$

5. يستطيع ثلاثة طلّاب غسل سيّارة خلال 16 دقيقة. إذا كان الزمن اللازم لغسل السيّارة متناسبًا عكسيًّا مع عدد الطلّاب المشاركين في غسل السيّارة، أيّ من الخيارات التالية يمثّل الزمن الذي يستغرقه غسل نفس السيّارة إذا شارك في غسلها طالبان؟

Ⓐ 20

Ⓑ 22

Ⓒ 24

Ⓓ 26

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:23:28 PM

الاسم _____

4 تقويم الوحدة، النموذج A

1. لتكن $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$. أكمل الجدول التالي:

$x = -c$	هي معادلة خطّ التقارب الرأسيّ للدالّة f
معادلة خطّ التقارب الأفقيّ للدالّة f هي	$y = a$
المقطع x للدالّة f هو	$x = -\frac{b}{a}$
$y = \frac{b}{c}$	هو المقطع y للدالّة f

2. مجال الدالّة $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$ هو:

Ⓐ $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, 1[\cup]1, 2[\cup]2, \infty[$

3. الحلّ البيانيّ للمعادلة $\sqrt{x-1} - 3 = 0$ هو المقطع x لمنحنى الدالّة:

Ⓐ $y = \sqrt{x-1}$

Ⓑ $y = \sqrt{x-1} + 3$

Ⓒ $y = -\sqrt{x-1} + 3$

Ⓓ $y = \sqrt{x-1} - 3$

4. إذا أزحت التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \sqrt{x}$ بمقدار 3 وحدات إلى اليمين و 9 وحدات إلى الأسفل، أيّ من الخيارات التالية يمثّل التمثيل البيانيّ الناتج عن هذه الإزاحة؟

Ⓐ $y = 3 + \sqrt{x+9}$ Ⓒ $y = 3 - \sqrt{9+x}$

Ⓑ $y = 9 - \sqrt{x+3}$ Ⓓ $y = -9 + \sqrt{x-3}$

5. إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 3 - x$، أوجد مجال الدالّة $(f \circ g)(x)$.

$]-\infty, 3]$

6. ما حلّ المعادلة $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} = 2$؟

$x = \frac{1}{4}$

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال الدالّة $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2-5x+6}$؟

Ⓐ $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 2[\cup]2, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

8. لتكن الدالّة $f(x) = \sqrt{x+a} + b$، حيث a و b عددان حقيقيان. أوجد مجال ومدى هذه الدالّة بدلالة a و b.

الدالّة معرّفة لجميع قيم x حيث $x + a \geq 0$، إذن مجالها هو $x \geq -a$.

بما أنّ $\sqrt{x+a} \geq 0$ لجميع قيم x في المجال، إذن $\sqrt{x+a} + b \geq b$، وبالتالي المدى هو $y \geq b$

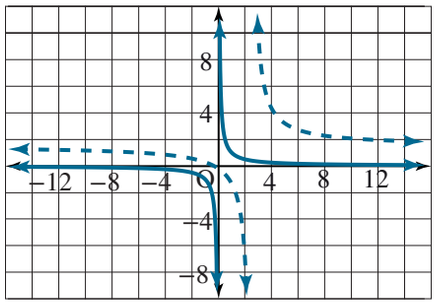
M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_TA_FormA_ISBN_.indd 2 07/03/2022 1:46:03 PM

9. أوجد قيمة k إذا كانت الدالّة $f(x) = \frac{k}{x-6}$ إزاحة للدالّة $y = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x - 6}$.

$k = 4$

---

10. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنيي الدالّتين $y = \frac{1}{x}$ و $y = \frac{3x+1}{2x-5}$.



أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد نقاط التقاء هذين المنحنيين؟

Ⓐ 3 Ⓒ 1

Ⓑ 2 Ⓓ 0

---

11. أيّ من الخيارات التالية يمثّل خطوط التقارب الأفقيّة والرأسيّة لمنحنى الدالّة $y = \frac{x+3}{x^4 - 81}$؟

Ⓐ $y = 0$ و $x = 3$

Ⓑ $y = 0$ و $x = -3$ و $x = 3$

Ⓒ $y = 1$ و $x = 9$

Ⓓ $y = 10$ و $x = -9$

---

12. أيّ من الخيارات التالية يصف سلوك الدالّة $f(x) = \frac{4x-1}{2x+2}$ عندما $x \to \pm\infty$؟

Ⓐ $\lim_{x \to \infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -2$

Ⓑ $\lim_{x \to \infty} f(x) = \frac{1}{2}$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$

Ⓒ $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

Ⓓ $\lim_{x \to \infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$

---

13. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال ومدى الدالّة $f(x) = \frac{1}{x-3} + 1$.

Ⓐ المجال: $x \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓒ المجال: $x \in]-\infty, -3[\cup]-3, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓓ المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 2[\cup]3, \infty[$

---

14. يبيّن الجدول أدناه قيمًا مختارة للدالّة $g(x) = |ax|$، حيث $a > 0$. أوجد قيمة b.

x	$g(x)$
0	0
3	b
a	4

Ⓐ 2 Ⓒ 6

Ⓑ 3 Ⓓ 12

---

15. نقطة الرأس لدالة القيمة المطلقة $f(x) = -|x-3| + 2$ هي:

Ⓐ $(-3, 2)$ Ⓒ $(3, 2)$

Ⓑ $(-2, 3)$ Ⓓ $(2, 3)$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_TA_FormA_ISBN_.indd 3 07/03/2022 1:46:05 PM

16. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $|x-1|+|x+2|=0$؟

Ⓐ 1 Ⓒ $-\frac{1}{2}$

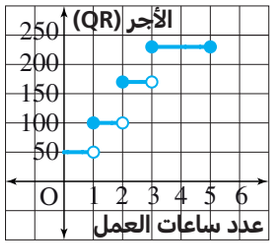
Ⓑ -2 Ⓓ لا حلّ حقيقيّ لها

---

17. يتقاضى عامل النظافة في إحدى الشركات أجره اليوميّ مقابل عدد ساعات العمل كما يلي:

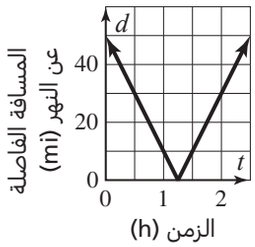
يتقاضى العامل QR 50 إذا عمل أقلّ من ساعة واحدة، ويتقاضى QR 100 إذا عمل من ساعة واحدة إلى أقلّ من ساعتين، ويتقاضى QR 170 إذا عمل من ساعتين إلى أقلّ من 3 ساعات، أمّا إذا عمل من 3 إلى 5 ساعات يوميًّا فيتقاضى QR 230.

مثّل الدالّة التي تنمذج الأجر اليوميّ لهذا العامل، بالريال.



---

18. تجتاز منى جسرًا فوق نهر عندما تقود سيّارتها من منزلها إلى الشاطئ. يوضّح التمثيل البيانيّ للدالّة $d(t)=40|t-1.25|$ المسافة التي تفصل منى عن النهر، d، بالأميال، بعد t ساعة. مجال الدالّة هو $0 \le x \le 2.5$، يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه مسار رحلة منى كاملًا.



أوجد الفترة التي تتناقص فيها المسافة بين منى والنهر.

$0 < t < 1.25$

---

19. أيّ من الدوالّ التالية لها نفس التمثيل البيانيّ الذي للدالّة $y=|x-1|+|x+3|$؟

Ⓐ $f(x)=\begin{cases}2x+2 & x \le -3\\ 2 & -3 < x \le 1\\ 2x+2 & 1 \le x\end{cases}$

Ⓑ $f(x)=\begin{cases}-2x-2 & x \le -3\\ 2 & -3 < x \le 1\\ -2x-2 & 1 \le x\end{cases}$

Ⓒ $f(x)=\begin{cases}-2x-2 & x \le -3\\ 4 & -3 < x \le 1\\ 2x+2 & 1 \le x\end{cases}$

Ⓓ $f(x)=\begin{cases}-2x-2 & x \le -3\\ 4 & -3 < x \le 1\\ -2x-2 & 1 \le x\end{cases}$

---

20. لتكن الدالّة $f(x)=\frac{ax-4}{cx+d}$، أوجد قيمة كلّ من الأعداد الحقيقيّة a و c و d عندما $f(2)=0$ وحيث خطّا التقارب لمنحنى الدالّة هما $x=-3$ و $y=2$.

$f(2)=0$، $a=2$

$x=-3$ خطّ تقارب رأسيّ، $c(-3)+d=0$

$y=2$ خطّ تقارب أفقيّ، $\frac{a}{c}=2$

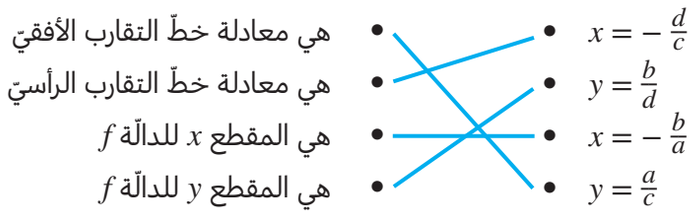
إذن، $a=2, c=1, d=3$.

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_TA_FormA_ISBN_.indd 4 07/03/2022 1:46:07 PM

الاسم _____

4 تقويم الوحدة، النموذج B

1. لتكن f الدالّة النسبيّة التالية $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ حيث a, b, c, d أعداد حقيقية غير الصفر.
صل العبارات المناسبة فيما يلي:



---

2. مجال الدالّة $f(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{x+1}$ هو:

Ⓐ $]-\infty, -1[\cup]-1, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

---

3. الحلّ البيانيّ للمعادلة $\sqrt{x+1} - 4 = 0$ هو المقطع x لمنحنى الدالّة:

Ⓐ $y = \sqrt{x+1} - 4$

Ⓑ $y = \sqrt{x+1} + 4$

Ⓒ $y = -\sqrt{x+1} + 4$

Ⓓ $y = \sqrt{x+1}$

---

4. إذا أزحت التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \sqrt{x}$ بمقدار وحدتين إلى اليسار و 3 وحدات إلى الأعلى، أيّ من الخيارات التالية يمثّل التمثيل البيانيّ الناتج عن هذه الإزاحة؟

Ⓐ $y = 2 + \sqrt{x+3}$ Ⓒ $y = -3 + \sqrt{x-2}$

Ⓑ $y = 3 + \sqrt{x+2}$ Ⓓ $y = 2 + \sqrt{x-3}$

---

5. إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 5 - x$، أوجد مجال الدالّة $(f \circ g)(x)$.

$]-\infty, 5]$

---

6. ما حلّ المعادلة $\sqrt{x} - \sqrt{x-3} = 1$؟

$x = 4$

---

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال الدالّة $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 3x - 4}$؟

Ⓐ $]\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -4[\cup]-4, 1[\cup]1, \infty[$

---

8. لتكن الدالّة $f(x) = \sqrt{a-x} + b$، حيث a و b عددان حقيقيّان. أوجد مجال ومدى هذه الدالّة بدلالة a و b.

الدالّة معرّفة لجميع قيم x حيث $a - x \geq 0$، إذن، مجالها هو $x \leq a$.

بما أنّ $\sqrt{a-x} \geq 0$ لجميع قيم x في المجال، إذن، $\sqrt{a-x} + b \geq b$، وبالتالي المدى هو $y \geq b$

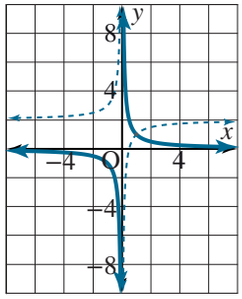
M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:23:34 PM

9. أوجد قيمة k إذا كانت الدالّة $f(x) = \frac{k}{x-3}$ إزاحة للدالّة $y = \frac{x^2+3x+2}{x^2-x-6}$.

$k = 4$

---

10. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنيي الدالّتين $y = \frac{1}{x}$ و $y = \frac{2x-1}{x}$.



أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد نقاط التقاء هذين المنحنيين؟

Ⓐ 0 Ⓒ 2

Ⓑ 1 Ⓓ 3

---

11. أيّ من الخيارات التالية يمثّل خطوط التقارب الأفقيّة والرأسيّة لمنحنى الدالّة $y = \frac{x+1}{x^4-1}$؟

Ⓐ $y = 0$ و $x = 1$ و $x = -1$

Ⓑ $y = 0$ و $x = 1$

Ⓒ $y = 1$ و $x = 1$

Ⓓ $y = 1$ و $x = -1$

---

12. أيّ من الخيارات التالية يصف سلوك الدالّة $f(x) = \frac{5x+1}{2x-1}$ عندما $x \to \pm\infty$؟

Ⓐ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{5}{2}$

Ⓑ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\frac{5}{2}$

Ⓒ $\lim_{x\to\infty} f(x) = -1$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$

Ⓓ $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1$

---

13. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال ومدى الدالّة $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$.

Ⓐ المجال: $x \in]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓒ المجال: $x \in]-\infty, -2[\cup]-2, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓓ المجال: $x \in]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$،
المدى: $y \in \left]-\infty, \frac{5}{3}\right[\cup]2, \infty[$

---

14. يبيّن الجدول أدناه قيمًا مختارة للدالّة $g(x) = |ax|$، حيث $a > 0$. أوجد قيمة b.

x	$g(x)$
0	0
2	b
a	16

Ⓐ 2 Ⓒ 8

Ⓑ 4 Ⓓ 32

---

15. نقطة الرأس لدالّة القيمة المطلقة $f(x) = -|x+2| - 3$ هي:

Ⓐ $(-2, -3)$ Ⓒ $(-3, -2)$

Ⓑ $(-2, 3)$ Ⓓ $(3, 2)$

---

16. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $|x-2| + |x+3| = 0$؟

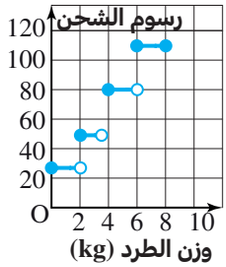
Ⓐ -3 Ⓒ 2

Ⓑ 0 Ⓓ ليس للدالّة حلّ حقيقيّ

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:37 PM

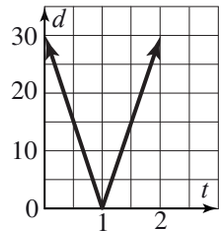
17. تتقاضى شركة لشحن الطرود البريديّة رسوم الشحن تبعًا لوزن الطرد كما يلي:

تتقاضى الشركة مبلغ QR 25 إذا كان وزن الطرد أقلّ من 2 kg، ومبلغ QR 50 إذا كان وزنه من 2 kg إلى أقلّ من 4 kg، ومبلغ QR 80 إذا كان وزنه من 4 kg إلى أقلّ من 6 kg، أمّا إذا كان وزن الطرد من 6 kg إلى 8 kg فإنّ الشركة تتقاضى مبلغ QR 110. مثّل الدالّة التي تنمذج قيمة الرسوم التي تتقاضاها الشركة مقابل شحن طرود لا يتجاوز وزنها 8 kg، بالريال القطريّ.



---

18. يمرّ فارس بمحطّة وقود أثناء توجّهه كلّ يوم من منزله إلى مكان عمله. يوضّح التمثيل البيانيّ للدالّة $d(t) = 30|t - 1|$ المسافة الفاصلة بين فارس ومحطّة الوقود، d، بالأميال، بعد t ساعة. مجال الدالّة هو $0 \le t \le 2$، يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه كامل مسار فارس اليوميّ من منزله إلى مكان عمله.



أوجد بُعد محطّة الوقود عن منزل فارس والزمن اللازم لبلوغها.

تبعد المحطة عن منزل فارس 30 ميلًا، وتلزمه ساعة واحدة للوصول إليها.

19. أيّ من الدوالّ التالية لها نفس التمثيل البيانيّ الذي للدالّة $y = |x - 3| + |x + 2|$؟

Ⓐ $f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & x \le -2 \\ 5 & -2 < x \le 3 \\ 2x - 1 & 3 \le x \end{cases}$

Ⓑ $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \le -2 \\ 5 & -2 < x \le 3 \\ 2x + 1 & 3 \le x \end{cases}$

Ⓒ $f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & x \le -2 \\ -1 & -2 < x \le 3 \\ -2x - 1 & 3 \le x \end{cases}$

Ⓓ $f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & x \le -2 \\ -5 & -2 < x \le 3 \\ -2x - 1 & 3 \le x \end{cases}$

---

20. لتكن الدالّة $f(x) = \frac{6x + m}{nx + t}$، أوجد قيمة كلّ من الأعداد الحقيقيّة m و n و t إذا كان المقطع x لمنحنى الدالّة f هو $-\frac{1}{6}$ وكان خطّا التقارب لمنحنى الدالّة هما $x = 2$ و $y = 3$.

المقطع x هو $-\frac{1}{6}$، إذن: $-\frac{m}{6} = -\frac{1}{6}, m = 1$

خطّ التقارب الأفقيّ

$y = 3$، إذن: $\frac{6}{n} = 3, n = 2$

خطّ التقارب الرأسيّ

$x = 2$، إذن: $-\frac{t}{n} = 2, t = -4$

إذن، $m = 1, n = 2, t = -4$.

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:23:39 PM

الاسم _____

4 تقويم الوحدة، النموذج C

1. لتكن الدالّة $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$، حيث a و b و c و d أعداد حقيقيّة غير الصفر.
حدّد ما إذا كانت كلّ من العبارات التالية صحّ أم خطأ.

	صح	خطأ
المقطع x للدالّة f هو $x = -\frac{b}{a}$	✓	
معادلة خطّ التقارب الرأسيّ للدالّة f هي $x = \frac{d}{c}$		✓
معادلة خطّ التقارب الأفقيّ للدالّة f هي $y = \frac{c}{a}$		✓
المقطع y للدالّة f هو $y = \frac{b}{d}$	✓	

2. مجال الدالّة $f(x) = \frac{(x-2)(x+4)}{x-2}$ هو:

Ⓐ $]-\infty, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, -4[\cup]-4, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, -4[\cup]-4, \infty[$

3. الحلّ البيانيّ للمعادلة $\sqrt{x+2} + 1 = 0$ هو المقطع x لمنحنى الدالّة:

Ⓐ $y = -\sqrt{x+2} - 1$

Ⓑ $y = \sqrt{x+2} - 1$

Ⓒ $y = \sqrt{x+2} + 1$

Ⓓ $y = \sqrt{x+2}$

4. إذا أزحت التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \sqrt{x}$ بمقدار 5 وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأعلى، أيّ من الخيارات التالية يمثّل التمثيل البيانيّ الناتج عن هذه الإزاحة؟

Ⓐ $y = 2 + \sqrt{x-5}$ Ⓒ $y = 2 - \sqrt{x-5}$

Ⓑ $y = 5 + \sqrt{x-2}$ Ⓓ $y = 5 + \sqrt{x+2}$

5. إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 2 - x$، أوجد مجال الدالّة $(f \circ g)(x)$.

$]-\infty, 2]$

6. ما حلّ المعادلة $\sqrt{x} + \sqrt{x+4} = 2$؟

$x = 0$

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال الدالّة $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$؟

Ⓐ $]-\infty, \infty[$

Ⓑ $]-\infty, 1[\cup]1, 2[\cup]2, \infty[$

Ⓒ $]-\infty, -1[\cup]-1, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓓ $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

8. لتكن الدالّة $f(x) = \sqrt{x-a} - b$، حيث a و b عددان حقيقيّان. أوجد مجال ومدى هذه الدالّة بدلالة a و b.

الدالّة معرّفة لجميع قيم x حيث $x - a \geq 0$، إذن، مجالها هو $x \geq a$.

بما أنّ $\sqrt{x-a} \geq 0$ لجميع قيم x

في المجال، إذن، $\sqrt{x-a} - b \geq -b$، وبالتالي المدى هو $y \geq -b$

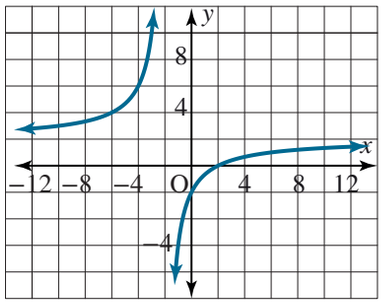
M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:41 PM

9. أوجد قيمة k إذا كانت الدالّة $f(x) = \frac{k}{x-5}$ إزاحة للدالّة $y = \frac{x^2-4x+3}{x^2-6x+5}$.

$k = 2$

---

10. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنيَي الدالّتين $y = \frac{1}{x}$ و $y = \frac{x-1}{x+1}$.



أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد نقاط التقاء هذين المنحنيين؟

Ⓐ 4 Ⓒ 1

Ⓑ 2 Ⓓ 0

---

11. أيّ من الخيارات التالية يمثّل خطوط التقارب الأفقيّة والرأسيّة لمنحنى الدالّة $y = \frac{x+2}{x^4-16}$؟

Ⓐ $y = 0$ و $x = e$ و $x = -2$

Ⓑ $y = 1$ و $x = 4$

Ⓒ $y = 0$ و $x = 2$

Ⓓ $y = 1$ و $x = -4$

---

12. أيّ من الخيارات التالية يصف سلوك الدالّة $f(x) = \frac{8x-1}{2x+5}$ عندما $x \to \pm\infty$؟

Ⓐ $\lim_{x\to\infty} f(x) = 4$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 4$

Ⓑ $\lim_{x\to\infty} f(x) = 4$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -4$

Ⓒ $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\frac{1}{5}$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\frac{1}{5}$

Ⓓ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{1}{5}$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{1}{5}$

---

13. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال ومدى الدالّة $f(x) = \frac{1}{x-1} + 3$.

Ⓐ المجال: $x \in]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

Ⓑ المجال: $x \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$،
المدى: $y \in \left]-\infty, \frac{2}{3}\right[\cup]1, \infty[$

Ⓒ المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

Ⓓ المجال: $x \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$،
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

---

14. يبيّن الجدول أدناه قيمًا مختارة للدالّة $g(x) = |ax|$، حيث $a > 0$. أوجد قيمة b.

x	$g(x)$
0	0
2	b
a	25

Ⓐ 2 Ⓒ 10

Ⓑ 5 Ⓓ 50

---

15. نقطة الرأس لدالّة القيمة المطلقة $f(x) = -|x+4| + 1$ هي:

Ⓐ $(1, -4)$ Ⓒ $(4, 1)$

Ⓑ $(-4, 1)$ Ⓓ $(-1, -4)$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:23:43 PM

16. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $|x+3|+|x-4|=0$؟

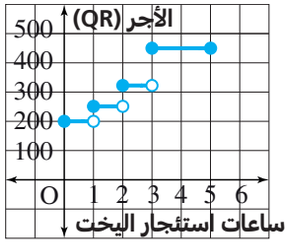
Ⓐ -3 Ⓒ 12

Ⓑ 4 Ⓓ لا حلّ حقيقيّ لها

---

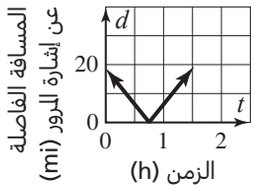
17. يتقاضى نادٍ للرياضات البحريّة مبلغًا معيّنًا من المال مقابل استئجار يخت بحسب عدد ساعات استئجاره كما يلي:

يتقاضى النادي مبلغ 200 QR مقابل استئجار اليخت مدّة أقلّ من ساعة واحدة، ومبلغ 250 QR مقابل استئجاره من ساعة واحدة إلى أقلّ من ساعتين، ومبلغ 320 QR مقابل استئجاره من ساعتين إلى أقلّ من 3 ساعات، أمّا إذا كانت مدّة استئجار اليخت من 3 إلى 5 ساعات يوميًّا فإنّ النادي يتقاضى مبلغ 450 QR. مثّل الدالّة التي تنمذج قيمة الاستئجار اليوميّ لهذا اليخت بالريال.



---

18. يجتاز ناصر كلّ يوم إشارة مرور واحدة عندما يتوجّه بسيّارته من منزله إلى مكان عمله. يوضّح التمثيل البيانيّ للدالّة $d(t)=25|t-0.75|$ المسافة الفاصلة بين ناصر وإشارة المرور، d، بالأميال، بعد t ساعة. مجال الدالّة هو $0 \le t \le 1.5$، يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه كامل مسار ناصر اليوميّ من منزله إلى مكان عمله.



أوجد الفترة الزمنية التي تتزايد فيها المسافة بين سيّارة ناصر وإشارة المرور.

$0.75 \le t \le 1.5$

19. أيّ من الدوالّ التالية لها نفس التمثيل البيانيّ الذي للدالّة $y=|x-2|+|x+1|$؟

Ⓐ $f(x)=\begin{cases}2x+1 & x\le -1\\ 3 & -1<x\le 2\\ 2x+1 & 2\le x\end{cases}$

Ⓑ $f(x)=\begin{cases}-2x+1 & x\le -1\\ 3 & -1<x\le 2\\ 2x-1 & 2\le x\end{cases}$

Ⓒ $f(x)=\begin{cases}-2x-1 & x\le -1\\ 1 & -1<x\le 2\\ -2x-1 & 2\le x\end{cases}$

Ⓓ $f(x)=\begin{cases}-2x-1 & x\le -1\\ -3 & -1<x\le 2\\ -2x-1 & 2\le x\end{cases}$

---

20. لتكن الدالّة $f(x)=\frac{mx+n}{2x+t}$، أوجد قيمة كلّ من الأعداد الحقيقيّة غير الصفريّة m و n و t إذا كان المقطع y للدالّة هو $\frac{1}{2}$ وخطّا التقارب لمنحنى الدالّة هما $x=-2$ و $y=\frac{3}{2}$.

خطّ التقارب الرأسيّ هو $x=-\frac{t}{2}$،

$-\frac{t}{2}=-2, t=4$

المقطع y هو $\frac{n}{t}$،

$\frac{n}{t}=\frac{1}{2}, n=2$

خطّ التقارب الأفقيّ هو $y=\frac{m}{2}$،

$\frac{m}{2}=\frac{3}{2}, m=3$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:23:45 PM

الاسم _____

4 تقويم الأداء، النموذج A

بعد أن لاحظ العالم الإيطالي جاليليو جاليلي حركة مشعل متأرجح، اكتشف اكتشافًا مهمًّا يتعلّق بتوقيت تأرجح البندول. ثمّ اكتشف العالم الهولنديّ كريستيان هيجينز العلاقة بين طول البندول والزمن الذي يستغرقه لإتمام دورة تأرجح كاملة. أدّت اكتشافات هذين العالمين إلى استعمال البندول في صنع الساعات.

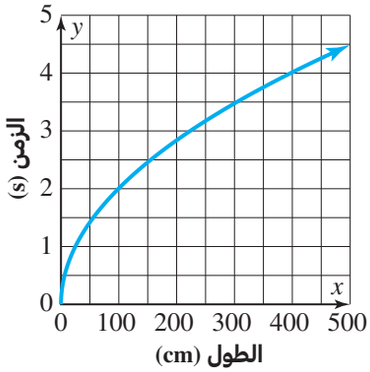
1. دورة البندول هي الزمن الذي يستغرقه ليتأرجح من نقطة قصوى إلى نقطة قصوى أخرى ذهابًا وإيابًا.

تمثّل الدالّة $t(L) = 2\pi\sqrt{\frac{L}{980}}$ زمن الدورة t، بالثواني، لبندول طوله L سنتمتر.

a. استعمل هذه الدالّة لإكمال الجدول أدناه بالنسبة لقيم كلّ من t و L، ثمّ مثّل الدالّة بيانيًّا.

قرّب القيم إلى أقرب جزء من عشرة.

الزمن (s)	الطول (cm)
0	0
1.4	50
2.0	100
2.8	200
4.0	400



b. أوجد الدالّة L بدلالة t. اشرح كلّ خطوات الحلّ، ثمّ أوجد مجال الدالّة، وحدّد متى تكون متناقصة ومتى تكون متزايدة، مع توضيح السبب.

أكتب المعادلة الأصليّة وأقسم الطرفين على 2π:

$$t = 2\pi\sqrt{\frac{L}{980}} \text{ إذن } \frac{t}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{980}}$$

أقوم بتربيع الطرفين وتبسيط المعادلة:

$$\left(\frac{t}{2\pi}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{L}{980}}\right)^2 \text{ إذن } \frac{t^2}{4\pi^2} = \frac{L}{980}$$

أضرب الطرفين في 980 وأبسّط:

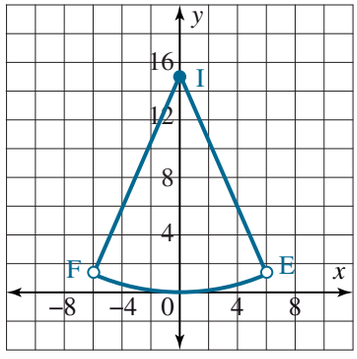
$$L = \frac{245t^2}{\pi^2}$$

وبما أنّ الزمن لا يمكن أن يكون أصغر من الصفر أبدًا، إذن مجال الدالة هو $t \geq 0$

وبما أن هذه الدالّة تربيعيّة بشكل at^2 حيث $a > 0$ و $t > 0$، إذن الدالّة تتزايد في مجالها كلّه.

2. يتأرجح بندول بين النقطتين E و F على قوس دائرة مركزها النقطة $I(0, 15)$ كما هو مبيّن في الرسم أدناه.

يمكن نمذجة المسافة (بالسنتمتر) بين موقع رأس البندول ونقطة السكون، أيّ النقطة التي يكون عندها البندول في وضعية السكون وهي هنا نقطة الأصل للمستوى الإحداثي، بالدالّة: $d(x) = 1.04|x|$.



M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:23:45 PM

a. حدّد مجال الدالّة d ثمّ اكتبها في صورة دالّة متعدّدة التعريف.

بما أنّ البندول يتحرّك بين النقطتين E و F، فإنّ مجال الدالّة هو جميع الأعداد الحقيقة x حيث $-6 \le x \le 6$، إذن:

$$d(x) = \begin{cases} -1.04x & , -6 \le x \le 0 \\ 1.04x - 3, & 0 \le x \le 6 \end{cases}$$

b. أوجد المسافة بين نقطة السكون ورأس البندول عندما يصل إلى أقصى ارتفاع له.

عند أقصى ارتفاع لرأس البندول،
$x = 6$ أو $x = -6$

$$d(6) = 1.04 \times 6 = 6.24 \text{ cm}$$

c. أوجد إحداثيي نقطة على قوس الدائرة المعطى حيث تكون المسافة بين رأس البندول ونقطة السكون 3.12 cm

$$d(x) = 3.12$$

$$1.04|x| = 3.12$$

$$x = \pm 3$$

إذن، هناك نقطتان تحقّقان هذا الشرط.

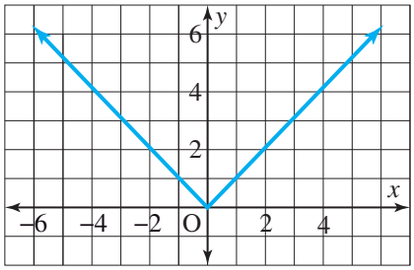
معادلة الدائرة: $x^2 + (y - 15)^2 = 225$

نعوّض $x = 3$،
$y = 15 - 6\sqrt{6}$ أو $y = 15 + 6\sqrt{6}$

لكنّ النقطة التي تقع على القوس هي النقطة ذات الإحداثي y الأصغر، إذن النقطة الأولى هي $(3, 0.303)$

النقطة الثانية هي النقطة المناظرة للنقطة الأولى بالنسبة للمحور y، أي النقطة $(-3, 0.303)$

d. مثّل الدالّة d بيانيًّا بتطبيق التحويلات الهندسيّة المناسبة على التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = |x|$.



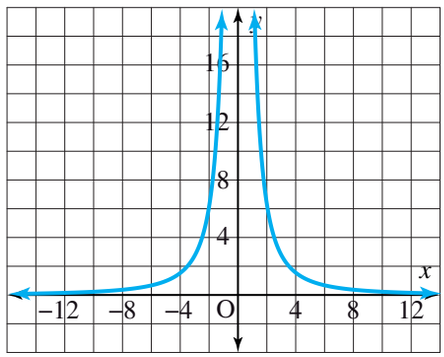
التمثيل البيانيّ للدالّة d هو تمدّد رأسيّ بمعامل قياسه 1.04 للتمثيل البيانيّ لدالّة القيمة المطلقة.

3. يعرّف تردّد البندول f بأنّه مقلوب الدورة، وهو يمثّل عدد الدورات في ثانية واحدة، ويُقاس بوحدة الهِرتز.

a. اكتب صيغة إيجاد طول البندول L بدلالة تردّده f.

$$L(f) = \frac{245}{\pi^2 f^2}$$

b. مثّل الدالّة $L(f)$ بيانيًّا، وحدّد ما إذا كان لمنحنى الدالّة خطوط تقارب.



لمنحنى الدالّة خطّ تقارب رأسيّ هو المحور y، وخطّ تقارب أفقيّ هو المحور x.

c. أوجد تفسيرًا علميًّا للخصائص الرئيسة لمنحنى الدالّة $L(f)$.

كلّما ازداد طول البندول استغرقت حركته ذهابًا وإيابًا زمنًا أطول، وبالتالي يقلّ عدد مرّات تأرجحه وعودته إلى نقطة انطلاقه، وكلّما صغُر طوله احتاج زمنًا أقلّ للتأرجح وبالتالي يزداد عدد مرات تأرجحه خلال فترة زمنية محددة.

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:45 PM

الاسم _____

4 تقويم الأداء، النموذج B

تُحسب قيمة فاتورة الكهرباء حسب عدد ساعات الاستهلاك الفعليّ للطاقة، الذي يُقاس بالكيلوواط/ساعة (Kwh) وتُحسب قيمة كلّ 1 Kwh تبعًا لوجهة استعمال الطاقة الكهربائيّة نفسها (شقّة سكنيّة، منشأة حكوميّة، منشأة صناعيّة، عمل تجاريّ، فنادق، ...).

1. في حالة الشقق السكنيّة تحتسب قيمة الفاتورة الشهريّة عبر تقسيم عدد الـ Kwh إلى فئات، كما في الجدول التالي:

كمّيّة الطاقة المستهلكة شهريًّا (kwh)	1-2 000	2 001-4 000	4 001-15 000	أكثر من 15 000
سعر الكيلوواط/ساعة الواحد (QR)	0.11	0.13	0.18	0.26

a. برهن أنّ قيمة فاتورة الكهرباء عند استهلاك 4 300 Kwh شهريًّا هي 534 QR.

قيمة الفئة الأولى من الفاتورة (أول 2 000 kwh): $0.11 \times 2\,000 = 220$

قيمة الفئة الثانية من الفاتورة (من 2 001 kwh إلى 4 000 kwh): $0.13 \times 2\,000 = 260$

قيمة الفئة الثالثة من الفاتورة (من 4 001 kwh إلى 4 300 kwh): $0.18 \times 300 = 54$

القيمة الإجماليّة للفاتورة 534 QR.

b. اكتب دالّة متعدّدة التعريف يمكن استعمالها لإيجاد قيمة فاتورة الكهرباء الشهريّة (بالريال القطريّ)، بدلالة كمّيّة الطاقة المستهلكة شهريًّا (بالكيلوواط/ساعة).

$$f(x) = \begin{cases} 0.11x & , \quad 1 \le x \le 2\,000 \\ 0.13x - 40 & , \quad 2\,001 \le x \le 4\,000 \\ 0.18x - 240 & , \quad 4\,001 \le x \le 15\,000 \\ 0.26x - 1\,440 & , \quad x > 15\,000 \end{cases}$$

حيث x عدد الـ Kwh المستهلك شهريًّا.

قيمة الفاتورة تساوي ناتج ضرب عدد الكيلوواط/ساعة المستهلك شهريًّا، x، في ثمن الكيلوواط/ساعة الواحد وفقًا للفئة.

عند استهلاك من 1 إلى 2 000 Kwh شهريًّا تكون قيمة الفاتورة: $0.11x$

عند استهلاك من 2 001 إلى 4 000 Kwh شهريًّا تكون قيمة الفاتورة:

$$2\,000 \times 0.11 + (x - 2\,000) \times 0.13 = 0.13x - 40$$

عند استهلاك من 4 001 إلى 15 000 Kwh شهريًّا تكون قيمة الفاتورة:

$$2\,000 \times 0.11 + 2\,000 \times 0.13 + (x - 4\,000) \times 0.18 = 0.18x - 240$$

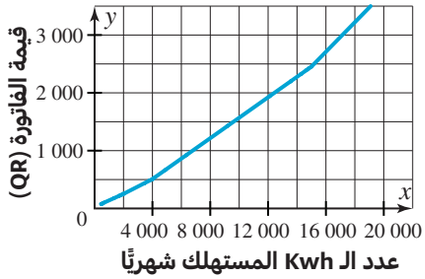
عندما تكون كمّيّة الطاقة المستهلكة أكبر من 15 000 Kwh شهريًّا تكون قيمة الفاتورة:

$$2\,000 \times 0.11 + 2\,000 \times 0.13 + 11\,000 \times 0.18 + (x - 15\,000) \times 0.26 = 0.26x - 1\,440$$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:23:46 PM

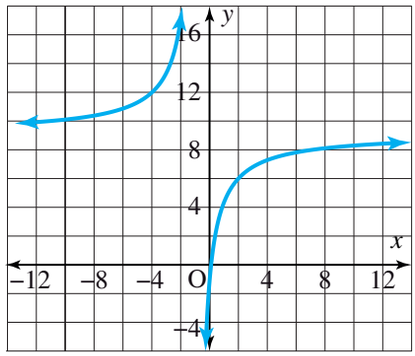
c. مثّل الدالة بيانيًّا، ثمّ أوجد مجالها ومداها.

أرسم المستقيم $y = 0.11x$ حيث $1 \le x \le 2\,000$
أرسم المستقيم $y = 0.13x - 40$ حيث $2\,001 \le x \le 4\,000$
أرسم المستقيم $y = 0.18x - 240$ حيث $4\,001 \le x \le 15\,000$
أرسم المستقيم $y = 0.26x - 1\,440$ حيث $x > 15\,000$
المجال $x \in [1, \infty[$ ، المدى: $y \in [0.11, \infty[$



2. لتكن f الدالّة التالية: $f(x) = \frac{-7}{0.8(x+1)} + 9$.

a. صف كيف يمكن الحصول على التمثيل البيانيّ للدالّة f عبر تحويل التمثيل البيانيّ للدالّة النسبيّة $g(x) = \frac{1}{x}$. حدّد معادلات خطوط التقارب الرأسيّة والأفقيّة. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة.



$$f(x) = \frac{-7}{0.8(x+1)} + 9$$

إزاحة أفقيّة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل قياسه $\frac{35}{4}$، يليه انعكاس حول المحور x، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار 9 وحدات إلى الأعلى.
خطّ التقارب الرأسيّ: $x = -1$
خطّ التقارب الأفقيّ: $y = 9$

b. قرّرت المؤسسة العامة للكهرباء اعتماد نظام جديد لتحديد قيمة فواتير الكهرباء للشقق السكنيّة، وذلك باستعمال الدالّة f حيث x كمّيّة الطاقة المستهلكة (بآلاف الكيلوواط/ساعة)، و$f(x)$ قيمة الفاتورة (بمئات الريالات القطريّة). حدّد، في هذه الحالة، مجال ومدى الدالّة f.

بما أنّ x هو عدد الكيلوواط/ساعة، إذن:
المجال هو $x \in [0, \infty[$ ،
والمدى هو $y \in [0.25, 9[$

c. في رأيك، هل يساهم النظام الجديد في ترشيد استهلاك الطاقة الكهربائيّة؟ برّر إجابتك.

نموذج إجابة: لا، وفقًا للمدى فإنّ قيمة الفاتورة الشهريّة تبدأ من 25 QR ولن تتجاوز 900 QR مهما يكن عدد الكيلوواط/ساعة المستهلك، وهذا يشجّع على زيادة الاستهلاك بدلًا من تقليصه.
(يمكن نقاش إجابات الطلّاب المختلفة)

d. بلغ استهلاك منزل ماجد من الكهرباء في الشهر الماضي 4 300 Kwh، بينما بلغ استهلاك منزل نوّاف 15 200 Kwh، أيّ النظامين أوفر لكلّ منهما، القديم أم الجديد؟ وضّح إجابتك.

بالنسبة لماجد:

وفق النظام القديم قيمة الفاتورة هي: 534 QR

وفق النظام الجديد قيمة الفاتورة هي:

$$f(x) = \frac{-7}{0.8\,[(4.3)+1]} + 9$$
$$= 7.35,\ \text{QR } 735$$

بالنسبة لنوّاف:

وفق النظام القديم قيمة الفاتورة هي:

$$0.26(15\,200) - 1\,440$$
$$= 2\,512,\ \text{QR } 2\,512$$

وفق النظام الجديد قيمة الفاتورة هي:

$$f(15.2) = \frac{-7}{0.8\,[(15.2)+1]} + 9$$
$$= 8.46,\ \text{QR } 846$$

إذن، النظام القديم أوفر لماجد، بينما النظام الجديد أوفر لنوّاف.

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:46 PM

الاسم _____

الاختبار التراكميّ للوحدات 1-4

1. الحدّ العامّ للمتتالية الحسابيّة المعطاة a_n حيث $n > 0$ هو:

$7, 11, 15, 19, \ldots$

Ⓐ $a_n = 4n + 3$ Ⓒ $a_n = 4n - 3$

Ⓑ $a_n = 4n + 7$ Ⓓ $a_n = 4n - 7$

---

2. الحدّ العامّ للمتتالية الهندسيّة المعطاة a_n حيث $n > 0$ هو:

$8, 4, 2, 1, \ldots$

Ⓐ $a_n = \frac{1}{2^{n-2}}$ Ⓒ $a_n = 2^{n+2}$

Ⓑ $a_n = \frac{1}{2^{n-3}}$ Ⓓ $a_n = \frac{1}{2^{n-4}}$

---

3. أوّل حدّ أكبر من 10 في متتالية فيبوناتشي هو:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n \\ F_0 = 0, \quad F_1 = 1 \end{cases}$$

Ⓐ F_5 Ⓒ F_7

Ⓑ F_6 Ⓓ F_8

---

4. أوجد مجموع أوّل n حدّ من حدود المتتالية الهندسيّة التالية:

$3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \ldots$

Ⓐ $S_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n - 1$

Ⓑ $S_n = \frac{9}{2}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1\right]$

Ⓒ $S_n = -\frac{9}{2}\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1\right]$

Ⓓ $S_n = 2\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1\right]$

5. في علاقة تناسب عكسيّ بين المتغيّرين x و y، إذا كان $x = 8$ و $y = \frac{1}{2}$، فإنّ المعادلة التي تمثّل هذه العلاقة هي:

Ⓐ $y = 4x$ Ⓒ $y = \frac{4}{x}$

Ⓑ $y = \frac{x}{2}$ Ⓓ $y = \frac{2}{x}$

---

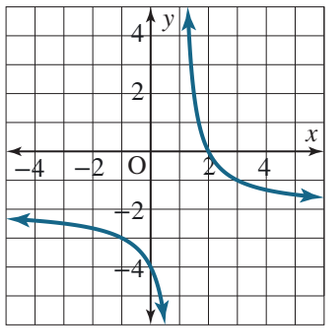
6. أوجد مجال ومدى الدالّة f حيث $f(x) = \frac{1}{x+2} + 3$

المجال: $]-\infty, -2[\cup]-2, \infty[$

المدى: $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

---

7. يوضّح الشكل أدناه التمثيل البيانيّ لدالّة نسبيّة f.

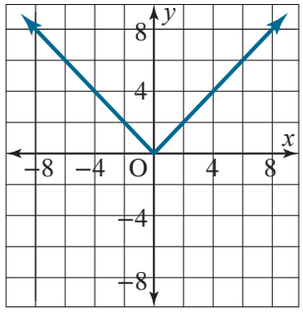


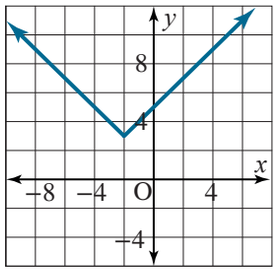
أكمل الجدول التالي:

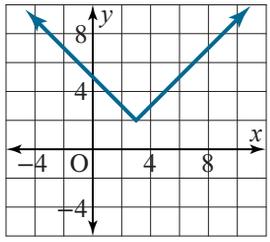
معادلة خطّ التقارب الأفقيّ للدالّة هي	$y = -2$
معادلة خطّ التقارب الرأسيّ للدالّة هي	$x = 1$
المقطع x للدّالة هو	$x = 2$
المقطع y للدّالة هو	$y = -4$
$\lim_{x \to \infty} f(x)$	$y = -2$

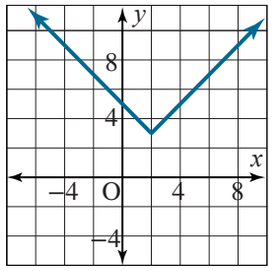
M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:23:47 PM

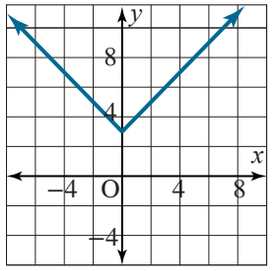
8. إذا كان التمثيل البيانيّ المعطى يمثّل دالّة القيمة المطلقة $f(x) = |x|$ ، أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية يمثّل الدالّة $y = |x - 2| + 3$؟



Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


---

9. حلّ المعادلة $\frac{x-1}{x-2} - 2 = 0$ يمثّل:

Ⓐ المقطع x للدالّة $y = \frac{x-1}{x-2}$

Ⓑ الإحداثيّ x لنقطة تقاطع منحنى الدالّة $y = \frac{x-1}{x-2}$ مع المستقيم $x = 2$

Ⓒ الإحداثيّ x لنقطة تقاطع منحنى الدالّة $y = \frac{x-1}{x-2}$ مع المستقيم $y = 2$

Ⓓ المقطع x للدالّة $y = \frac{x-1}{x-2} + 2$

10. إذا كان $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$ ، فإنّ $\lim_{x \to \infty} f(x)$ تساوي:

Ⓐ -2 Ⓒ 1

Ⓑ 0 Ⓓ 2

---

11. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال ومدى الدالّة $f(x) = \sqrt{x-3}$ ؟

Ⓐ المجال: $x \geq 0$، المدى: $y \geq 3$

Ⓑ المجال: $x \geq 0$، المدى: $y \geq 0$

Ⓒ المجال: $x \geq 3$، المدى: $y \geq 0$

Ⓓ المجال: $x \geq 3$، المدى: $y \geq 3$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:23:49 PM

12. إذا أزحت منحنى الدالّة $y = 2 + \sqrt{x}$ بمقدار وحدتين إلى اليسار ووحدة واحدة إلى الأعلى، أيّ من الخيارات التالية يمثّل معادلة المنحنى الناتج؟

Ⓐ $y = 3 + \sqrt{x+2}$

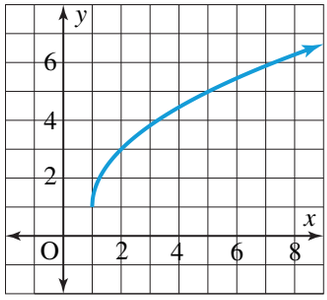
Ⓑ $y = 1 + \sqrt{x-2}$

Ⓒ $y = 3 - \sqrt{x+2}$

Ⓓ $y = 1 + \sqrt{x+2}$

---

13. ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 2\sqrt{x-1} + 1$ من خلال تحويل التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \sqrt{x}$ مع توضيح التحويلات المنفّذة.



إزاحة أفقيّة بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، ثمّ تمدّد رأسيّ معامله 2، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.

---

14. أوجد حلّ المتباينة $|x-2| - x \leq 1$.

$x \geq \frac{1}{2}$

---

15. أيّ مما يلي يمثّل حلًّا للمعادلة $|x-2| - 5 = 0$؟

Ⓐ $x = -7$

Ⓑ $x = -3$

Ⓒ $x = 3$

Ⓓ $x = 5$

16. الدالّة المتعدّدة التعريف

$$g(x) = \begin{cases} 0 & , \ 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , \ 1 \leq x < 2 \\ |x-1| - x & , \ 2 \leq x < 3 \\ 5 & , \ x = 3 \end{cases}$$

Ⓐ دالّة درجيّة

Ⓑ ليست دالّة درجيّة

Ⓒ دالّة درجيّة إذا حذفت $x = 3$ من المجال

Ⓓ دالّة درجيّة إذا استبدلت العدد 1 بالعدد 5 في تعريف دالّة القيمة المطلقة

---

17. لتكن الدوالّ $f_1(x) = x + 1$ و $g_1(x) = \frac{1}{x+2}$ و $f_2(x) = x^2 + 3x + 2$ و $g_2(x) = x + 2$.
إذا كان $h_1(x) = f_1(x) + g_1(x)$ و $h_2(x) = \frac{f_2(x)}{g_2(x)}$ ، فإنّ:

Ⓐ الدالّتين h_1 و h_2 متطابقتان.

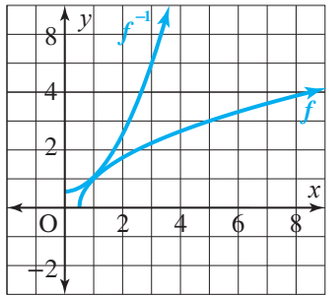
Ⓑ الدالّتين h_1 و h_2 غير متطابقتين.

Ⓒ $h_1(x) \neq h_2(x)$ لكلّ $x \in \mathbb{R}$.

Ⓓ $h_1(x) = h_2(x)$ فقط عند $x = 1$.

---

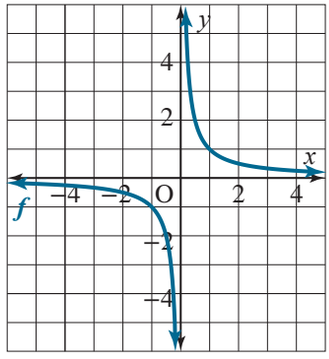
18. مثّل الدالّة $f(x) = \sqrt{2x-1}$ بيانيًّا، ثمّ أوجد قاعدة معكوس الدالّة f في نفس الفترة البيانيّة، ثمّ مثّل المعكوس في نفس المستوى الإحداثيّ.



$f^{-1}(x) = \frac{x^2+1}{2}$

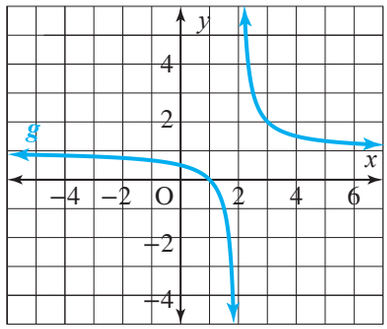
M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:23:51 PM

19. إذا كان التمثيل البيانيّ الموضّح أدناه هو للدالّة $f(x) = \frac{1}{x}$، ارسم التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$ باستعمال التحويلات الهندسيّة، مع توضيح التحويلات المنفّذة.



$g(x) = 1 + \frac{1}{x-2} = f(x-2) + 1$

إذن، التمثيل البيانيّ للدالّة g هو إزاحة أفقيّة للتمثيل البيانيّ للدالّة f بمقدار وحدتين إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.



20. التحويلات الهندسيّة التي يجب تنفيذها على التمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة $f(x) = \sqrt{x}$ للحصول على التمثيل البيانيّ التمثيل البيانيّ للدالة الجذريّة $y = \sqrt{9x + 36}$ هي:

Ⓐ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3
وإزاحة أفقيّة بمقدار 4 وحدات إلى اليسار

Ⓑ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 9
وإزاحة أفقيّة بمقدار 4 وحدات إلى اليسار

Ⓒ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 4
وإزاحة أفقيّة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار

Ⓓ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3
وإزاحة أفقيّة بمقدار 4 وحدات إلى اليمين

21. إذا كان $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x^3 + x - 1$، أيّ من الخيارات التالية يضمّ دالّتين كثيرتَي الحدود تحقّقان $g(x) \times f(x) = l(x) + h(x)$؟

Ⓐ $l(x) = 2x^3 - x$ و $h(x) = x^5 - x^2 + 1$

Ⓑ $l(x) = x^3 + x$ و $h(x) = x^5 + x^2 - 1$

Ⓒ $l(x) = 2x^3 + x$ و $h(x) = x^5 - x^2 - 1$

Ⓓ $l(x) = x^3 + x$ و $h(x) = x^5 - x^2 + 1$

22. يبلغ عدد أعضاء رابطة مشجّعي أحد أندية كرة القدم 20 500 عضوًا، يدفع كلّ منهم رسمَ اشتراك شهريًّا مقداره 8 QR. كلّما ازداد هذا الرسم الشهريّ بمقدار 1 QR، تفقد الرابطة 100 عضو تقريبًا من أعضائها. اكتب الدالّة التي تمثّل العائدات الشهرية للرابطة بدلالة x، حيث تمثّل x الزيادة المضافة إلى رسم الاشتراك الشهري، وبسّطها.

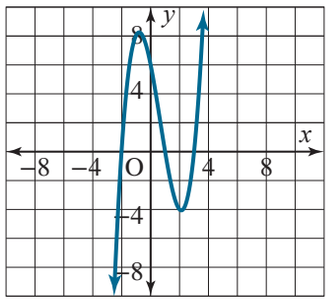
العائدات =

عدد الأعضاء × رسم الاشتراك الشهري

$= (20\,500 - 100x)(8 + x)$

$= -100x^2 + 19\,700x + 164\,000$

23. التمثيل البيانيّ أدناه هو للدالّة الكثيرة الحدود f.



صِلْ كلّ عبارة إلى اليمين بما يناسبها إلى اليسار.

الدالّة متزايدة في الفترة ——— $[2, \infty[$ و $]-\infty, -1]$

الدالّة متناقصة في الفترة ——— $[-1, 2]$

أصفار الدالّة هي ——— $-4, 8$

القيم القصوى للدالّة هي ——— $-2, 1, 3$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:23:53 PM

24. إذا كانت درجة الدالّة الكثيرة الحدود f تساوي ضعف قيمة معاملها الرئيس، فإنّ:

Ⓐ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

Ⓑ $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

Ⓒ $\lim_{x\to 0} f(x) = \infty$

Ⓓ $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$

---

25. أصفار الدالّة $f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$ هي:

Ⓐ $-2, 1, -4$

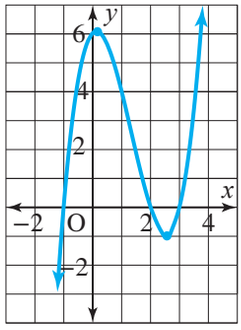
Ⓑ $-2, -1, -4$

Ⓒ $-2, 1, 4$

Ⓓ $-2, -1, 4$

---

26. إذا كانت أصفار دالّة كثيرة الحدود هي $-1, 2, 3$، وكانت قيمها القصوى المحلّيّة هي -1 و 6، ارسم التمثيل البيانيّ الممكن لهذه الدالّة.



---

27. أيّ ممّا يلي يمثّل قيمة m إذا كان $x - 1$ أحد عوامل الدالّة $f(x) = x^3 - mx^2 + 2x + 2m - 1$؟

Ⓐ $m = -2$

Ⓑ $m = 1$

Ⓒ $m = 2$

Ⓓ $m = 4$

---

28. أيّ ممّا يلي يمثّل باقي قسمة الدالّة $f(x) = x^7 - 2x^3 + x - 1$ على المقدار $x - 1$.

Ⓐ -1 Ⓒ 1

Ⓑ 0 Ⓓ 2

---

29. عند إزاحة الدالّة الكثيرة الحدود f وحدتين إلى اليمين، فإنّ عدد الأصفار النسبيّة للدالّة الناتجة عن الإزاحة

Ⓐ أكبر من عدد الأصفار النسبيّة للدالّة f.

Ⓑ يساوي عدد الأصفار النسبيّة للدالّة f.

Ⓒ أصغر من عدد الأصفار النسبيّة للدالّة f.

Ⓓ لا علاقة له بعدد الأصفار النسبيّة للدالّة f.

---

30. اقسم $3x^3 + 2x^2 + x + 12$ على $x + 2$ باستعمال القسمة التركيبيّة، واكتب ناتج القسمة في صورة كسر. بيّن خطوتين على الأقلّ من خطوات الحلّ.

$x + 2 \overline{)\, 3x^3 + 2x^2 + x + 12}$

-2	3	2	1	12
		-6	8	-18
	3	-4	9	-6

إذن،

$$\frac{3x^3 + 2x^2 + x + 12}{x + 2} = 3x^2 - 4x + 9 - \frac{6}{x + 2}$$

M04_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 1:23:55 PM

الاسم _____

5 اختبار بداية الوحدة

1. أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على منحنى الدالّة $y = (x + 2)^2 - 3$؟

Ⓐ المقطع y يساوي 1

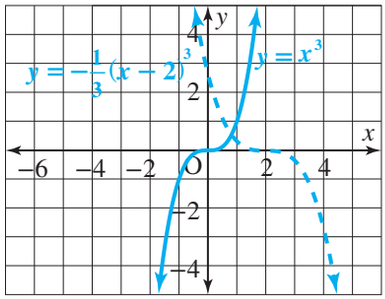
Ⓑ محور التناظر هو $x = -3$

Ⓒ للمنحنى مقطعا x

Ⓓ محور التناظر هو $x = -2$

---

2. حدّد الدالّة الرئيسة للدالّة $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^3$. ثمّ مثّلها ودالّتها الرئيسة بيانيًّا.



الدالّة الرئيسة هي $y = x^3$

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصورة المبسّطة للمقدار $\left(x^{\frac{1}{4}}\right)^{12}$؟

Ⓐ x^3

Ⓑ $x^{\frac{12}{4}}$

Ⓒ $\frac{1}{4}x^{12}$

Ⓓ x^{14}

---

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصورة المبسّطة للمقدار $(8x^6)^{\frac{2}{3}}$؟

Ⓐ $4x^4$

Ⓑ $16x^4$

Ⓒ $4x^6$

Ⓓ $16x^{12}$

---

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل معكوس الدالّة $f(x) = (x - 1)^3 + 27$؟

Ⓐ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 26}$

Ⓑ $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt[3]{x}$

Ⓒ $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x - 3}$

Ⓓ $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x - 27}$

---

6. أيّ من الخيارات التالية يمثّل أصغر عدد طبيعيّ يحقّق المتباينة $x^4 \geq 100$؟

Ⓐ -4

Ⓑ 3.2

Ⓒ 4

Ⓓ 256

---

7. قاعدة حساب حجم الكرة هي $v = \frac{4}{3}\pi r^3$، حيث r طول نصف قطر الكرة، وقاعدة حساب المساحة السطحيّة للكرة هي $s = 4\pi r^2$. أوجد الصيغة التي يمكن استعمالها لحساب المساحة السطحيّة للكرة بدلالة حجمها.

$$s = 4\pi\left[\left(\frac{3v}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^2 \approx 4.84\, v^{\frac{2}{3}}$$

---

8. حلّ المعادلة $x^3 = 81$ هو:

Ⓐ $x = -\sqrt[3]{81}$

Ⓑ $x = \frac{\sqrt{81}}{3}$

Ⓒ $x = \sqrt{81}$

Ⓓ $x = \sqrt[3]{81}$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_RA_ISBN.indd 2 07/03/2022 7:48:12 PM

9. إذا كان $\frac{2^{x^2}}{4^{-x+\frac{3}{2}}} = 1$، حيث $x \geq 0$، أوجد قيمة x.

$x = 1$

---

10. أيّ من الخيارات التالية صحيح بالنسبة للدالّة $f(x) = (x-1)^2 + 2$؟

Ⓐ الدالّة متزايدة في الفترة $[1, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, 1]$

Ⓑ الدالّة متزايدة في الفترة $[-1, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, -1]$

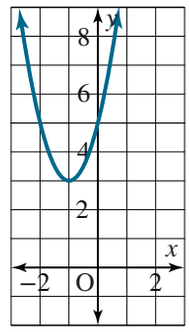
Ⓒ الدالّة متزايدة في الفترة $[2, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, 2]$

Ⓓ الدالّة متزايدة في الفترة $[-2, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, -2]$

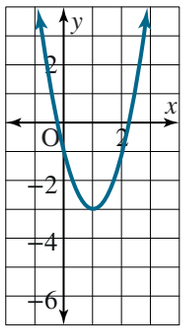
---

11. التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 2(x-1)^2 + 3$ هو:

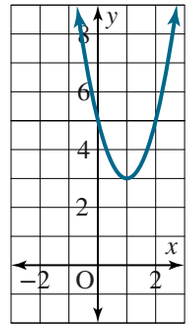
Ⓐ



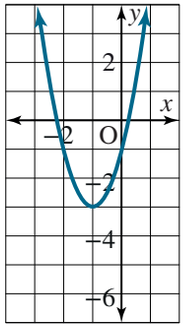
Ⓒ



Ⓑ

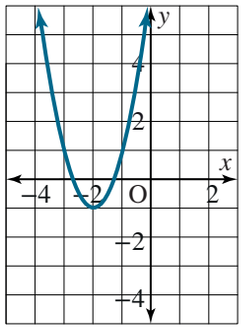


Ⓓ



---

12. إذا كان التمثيل البيانيّ أدناه هو للدالّة $f(x) = 2(x-h)^2 + k$، فإنّ:



Ⓐ $h = 2, k = 1$

Ⓑ $h = -2, k = 1$

Ⓒ $h = 2, k = -1$

Ⓓ $h = -2, k = -1$

---

13. أوجد معكوس الدالّة $f(x) = \frac{2}{3}x + 4$.

$f^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - 6$

---

14. أوجد قيمة x حيث $x^{\frac{1}{5}} = 7$.

Ⓐ $x = 7 \times 5$

Ⓑ $x = 7^5$

Ⓒ $x = \sqrt[5]{7}$

Ⓓ $x = 7 \times \frac{1}{5}$

---

15. يبيع متجر للأدوات المنزليّة نوعًا معيّنًا من الأطباق، ويحدّد المتجر ثمن الطبق الواحد تبعًا للعدد الذي يشتريه الزبون من الأطباق. فكلّما ازداد عدد الأطباق المشتراة قلّ ثمن الطبق الواحد، وذلك وفق القاعدة $P(x) = 100 - 2x$، حيث $x < 50$ عدد الأطباق المشتراة، و $P(x)$ ثمن الطبق الواحد، بالريال القطريّ، عند شراء x طبق. أوجد عدد الأطباق التي تستطيع خولة شراءها بمبلغ 30 QR للطبق الواحد.

$x = 35$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_RA_ISBN.indd 3 07/03/2022 7:48:14 PM

16. إذا كان $x, y, z > 0$، فإنّ ناتج $\sqrt{x^3yz^5} \times \sqrt{xyz}$ يساوي:

Ⓐ x^2yz^6

Ⓑ $x^2y^2z^3$

Ⓒ x^2yz^3

Ⓓ x^4yz^3

---

17. أيّ ممّا يلي يمثّل الصيغة المبسّطة لعمليّة الضرب $(x^2y^3z^5) \times (x^4yz^2)$؟

Ⓐ $x^6y^4z^7$

Ⓑ $x^2y^4z^7$

Ⓒ $x^6y^2z^7$

Ⓓ $x^6y^4z^3$

---

18. أيّ ممّا يلي يمثّل الصيغة المبسّطة لعمليّة القسمة $\frac{a^4b^3c^2d^2}{a^3b^4c^{-3}d^2}$؟

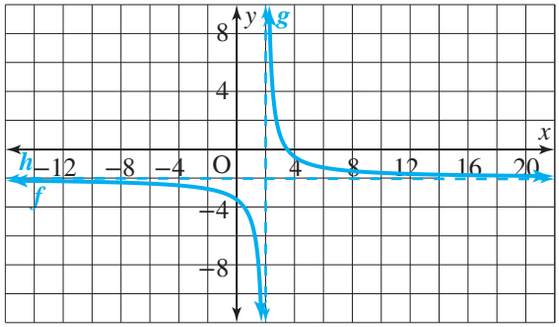
Ⓐ $\frac{bc^5}{a}$

Ⓑ $\frac{1}{abc}$

Ⓒ $\frac{a}{bc}$

Ⓓ $\frac{ac^5}{b}$

19. مثّل الدالّة $f(x) = \frac{x+1}{x-2} - 3$ بيانيًّا، وحدّد خطوط التقارب إن وجدت.



خطّ التقارب الأفقيّ هو $y = -2$

خطّ التقارب الرأسيّ هو $x = 2$

---

20. أوجد حلّ المعادلة $(x-1)^{\frac{3}{2}} - 2 = 0$.

$x = 2^{\frac{2}{3}} + 1$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_RA_ISBN.indd 4 07/03/2022 7:48:15 PM

الاسم _____

5-1 اختبار الدرس

الدوالّ الأسّيّة

1. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل الدالّة الأسّيّة $f(x) = e^x$ بعد تمدّد رأسيّ بمعامل قياسه 8 وانعكاس حول المحور x؟

Ⓐ $g(x) = e^{-8x}$

Ⓑ $g(x) = -e^{8x}$

Ⓒ $g(x) = 8 \times e^{-x}$

Ⓓ $g(x) = -8 \times e^{x}$

---

2. حدّد المجال، والمدى، والمقطع y، وخطوط التقارب للدالّة الأسّيّة $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right) 5^x$.

المجال: كلّ الأعداد الحقيقيّة

المدى: $f(x) > 0$

المقطع y: $\left(0, \frac{1}{3}\right)$

خطّ التقارب الأفقيّ: $y = 0$

---

3. في العام 2015 كان عدد الأرانب في إحدى المزارع 288 000، ومن المتوقّع أن يتناقص عددها بنسبة 7.2% تقريبًا سنويًّا. اكتب دالّة اضمحلال أسّيّ $P(t)$، واستعملها لإيجاد العدد التقريبيّ للأرانب في هذه المزرعة في العام 2035

$P(t) = a(1 - r)^t$

القيمة الابتدائية: $a = 288\,000$

معدل التناقص: $r = 0.072$

$P(t) = 288\,000 \times (0.928)^t$

عوّض

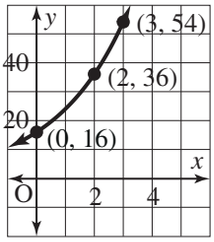
$t = 2035 - 2015 = 20$

$P(20) = 288\,000 \times (0.928)^{20}$

$= 64\,617.7$

عدد الارانب سنة 2035 سيكون 618 64 تقريبًا.

4. أيّ من الدوالّ التالية متوسّط معدّل تغيّرها في الفترة $[0, 3]$ أكبر من متوسّط معدّل تغيّر الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه؟



Ⓐ $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right) 3^x$

Ⓑ $f(x) = 8\left(\frac{2}{3}\right)^x$

Ⓒ $f(x) = (1.3)^x$

Ⓓ $f(x) = 12(1.5)^x$

---

5. استثمر مالك مبلغ QR 7 370 في حساب مصرفيّ بفائدة مركّبة متواصلة نسبتها 6.2%، أوجد جملة الرصيد في هذا الحساب بعد 6 سنوات.

$A = Pe^{(rt)} = 7\,370\, e^{(0.062 \times 6)}$

$= 10\,691.16$

إذن، جملة الرصيد في الحساب بعد 6 سنوات تساوي QR 10 691 تقريبًا.

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:32:04 PM

الاسم _____

5-2 اختبار الدرس

اللوغاريتمات

1. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل معكوس الدالّة الأسّيّة $f(x) = 2^x$؟

Ⓐ $y = x^2$

Ⓑ $y = 2^x$

● $y = log_2 x$

Ⓓ $y = log_x 2$

---

2. أيّ من المعادلات التالية تمثّل الصورة الأسّيّة للمعادلة $\log_a(343) = b$ ؟

Ⓐ $343^a = b$

Ⓑ $b^a = 343$

● $a^b = 343$

Ⓓ $ab = 343$

---

3. اكتب المعادلة اللوغاريتميّة $log_9 81 = 2$ في الصيغة الأسّيّة.

$9^2 = 81$

---

4. أوجد حلّ المعادلة $log(2x + 6) = 2$. قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من ألف إذا لزم الأمر.

$x = 47$

---

5. ترتبط الطاقة الزلزاليّة x للزلزال، وتُقاس بالجول، بقوّته، m، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5m + 12}$. أوجد قوّة زلزال طاقته الزلزاليّة 3.5×10^{22} جول.

عوّض $x = 3.5x\ 10^{22}$

$$3.5 \times 10^{22} = 10^{1.5m + 12}$$

$$log\left(3.5 \times 10^{22}\right) = 1.5m + 12$$

$$m = \frac{\left[log\left(3.5 \times 10^{22}\right) - 12\right]}{1.5}$$

$$m = 7.03$$

إذن، قوّة هذا الزلزال تساوي 7.03 تقريبًا.

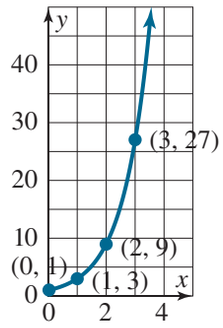
M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:32:04 PM

الاسم _____

5-3 اختبار الدرس

الدوالّ اللوغاريتميّة

1. التمثيل البيانيّ أدناه هو للدالّة $f(x) = 3^x$.
أوجد قيمة $f^{-1}(x)$ عند $x = 9$.



Ⓐ 2

Ⓑ 9

Ⓒ 9^3

Ⓓ 3^9

---

2. تمّ تحويل التمثيل البيانيّ للدالّة اللوغاريتميّة $f(x) = log\ x$ إلى التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = log\ (x + 3) + 1$. أيّ الخيارات التالية صحيح؟

Ⓐ تمّت إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x)$ بمقدار ثلاث وحدات إلى الأعلى.

Ⓑ تمّت إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x)$ بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

Ⓒ تمّت إزاحة خطّ التقارب الرأسيّ بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار.

Ⓓ تمّت إزاحة خطّ التقارب الرأسيّ بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين.

---

3. أوجد معادلة معكوس الدالّة $f(x) = log_3\ (8x)$.

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{8}3^x$$

---

4. تستعمل شركة لخدمة الإنترنت الدالّة $R(a) = 3\ log\ (a + 1) + 15$ التي تربط بين العائد من استضافة صفحات الإنترنت، R، وتكلفة الإعلانات، a.
أوجد قيمة a بدلالة R.

$$a = 10^{\frac{R - 15}{3}} - 1$$

---

5. تستعمل إحدى الشركات الدالّة الواردة أدناه للربط بين إيراداتها (R بآلاف الريالات) وتكلفة الدعاية لمنتجاتها (a بآلاف الريالات)

$$R = 13\ log\ (2a\ +\ 1)\ + 32$$

أوجد الصيغة العكسيّة لهذه الدالّة.

$$R = 13\ log\ (2a + 1)\ + 32$$

$$\frac{R - 32}{13} = log\ (2a + 1)$$

$$10^{\frac{R - 32}{13}} = 2a + 1$$

$$a = \frac{10^{\frac{R - 32}{13}} - 1}{2}$$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:32:05 PM

الاسم _____

5-4 اختبار الدرس

خصائص اللوغاريتمات

1. أيّ من المقادير التالية مكافئ للمقدار $\log_2\left(\frac{a^7 b}{c^3}\right)$؟

Ⓐ $\frac{(log_2 7a)(log_2 b)}{log_2 3c}$

Ⓑ $\frac{(7\ log_2 a)(log_2 b)}{2\ log_2 c}$

Ⓒ $log_2 7a + log_2 b - log_2 3c$

Ⓓ $7\ log_2 a + log_2 b - 3\ log_2 c$

---

2. تمثّل نسبة pH لمحلول، قياس كثافة أيونات الهيدروجين فيه. هذه الكثافة تُكتب في الصورة $[H^+]$ وتُقاس بوحدة mole/L، ويمكن إيجادها باستعمال الصيغة $pH = -log\ [H^+]$. أوجد كثافة أيونات الهيدروجين في لتر من الخلّ نسبة pH فيه تساوي 2.4

Ⓐ $10^{2.4}$

Ⓑ $10^{-2.4}$

Ⓒ $log(2.4)$

Ⓓ $log(-2.4)$

---

3. استعمل خصائص اللوغاريتمات لكتابة المقدار $\frac{1}{2}\ ln\ 9 + 2\ ln\ x$ في صورة لوغاريتم واحد.

$ln\left(3x^2\right)$

4. أيّ من المقادير اللوغاريتميّة التالية تمّ حساب قيمته، مقرّبًا إلى أقرب جزء من مئة، بشكل صحيح؟

Ⓐ $log_3 8 = 0.43$

Ⓑ $log_3 7 = 1.77$

Ⓒ $log_2 5 = 1.16$

Ⓓ $log_2 32 = 1.51$

---

5. استعمل قاعدة تغيير الأساس لحلّ المعادلة $5^x = 6$ بالنسبة للمتغيّر x. اكتب الحلّ الدقيق للمعادلة في صورة لوغاريتم، وأعطِ حلًّا تقريبيًّا مقرّبًا إلى أقرب جزء من مئة.

$x = log_5 6 = \frac{ln\ 6}{ln\ 5} \approx 1.11$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:32:06 PM

الاسم _____

5-5 اختبار الدرس

المعادلات الأسيّة واللوغاريتميّة

1. أيّ الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $7^x = 2$؟

Ⓐ $x = \frac{\log 2}{\log 7}$

Ⓑ $x = \frac{\log 7}{\log 2}$

Ⓒ $x = \log\left(\frac{2}{7}\right)$

Ⓓ $x = \log\left(\frac{7}{2}\right)$

---

2. أيّ الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $3^{3x-1} = 9^x$؟

Ⓐ $x = -2$

Ⓑ $x = -1$

Ⓒ $x = 1$

Ⓓ $x = 2$

---

3. أوجد كلّ حلول المعادلة $\log x^2 = 8$.

$\log x^2 = \log 10^8$

$x^2 = 10^8$

$x = 10^4$ أو $x = -10^4$

4. أوجد كلّ حلول المعادلة $2 \log x = \log (3x - 2)$

$x = 1, x = 2$

---

5. حُلّ المعادلة $2^{2x-1} = 3$ وتحقّق من الحلّ بيانيًّا.

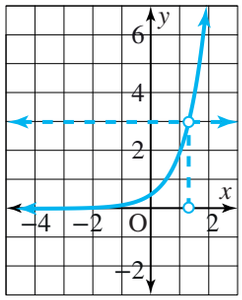
$2^{2x-1} = 3$

$\log 2^{2x-1} = \log 3$

$(2x - 1) \log 2 = \log 3,$

$x = \frac{1}{2}\left(\frac{\log 3}{\log 2} + 1\right) \approx 1.29$

التحقّق من الحلّ بيانيًّا:



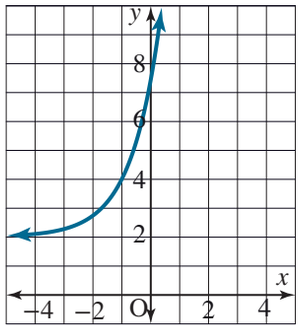
يتقاطع منحنى الدالّة $y = 2^{2x-1}$ مع المستقيم ذي المعادلة $y = 3$ في نقطة واحدة فقط، وهي النقطة التي إحداثيّها x يساوي 1.29 تقريبًا.

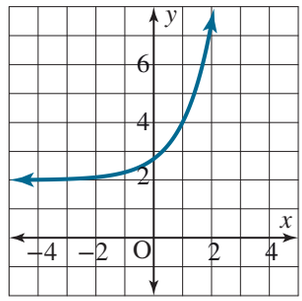
M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_L05_LQ_ISBN_.indd 1 07/03/2022 1:50:38 PM

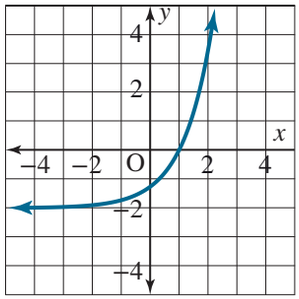
الاسم _____

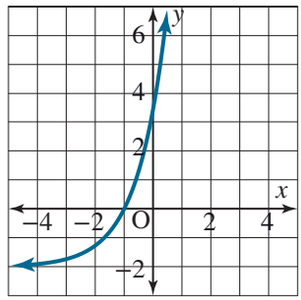
5 تقويم الوحدة، النموذج A

1. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 2e^{x-1} + 2$؟

Ⓐ 

Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

---

2. أيّ من الدوالّ التالية تحقّق ما يلي:

- الدالّة متزايدة
- مجال الدالّة هو $]-\infty, \infty[$ ومداها هو $]0, \infty[$
- خطّ التقارب الأفقيّ لمنحنى الدالّة هو المحور x

Ⓐ $f(x) = -(0.5)^x$

Ⓑ $f(x) = 2(0.25)^x$

Ⓒ $f(x) = -3e^x$

Ⓓ $f(x) = 2 \times 3^x$

3. اشترى جمال درّاجة ناريّة جديدة بسعر QR 20 000، ثمّ أخذت قيمتها تنخفض بنسبة 20% كلّ سنة. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل انخفاض قيمة الدرّاجة الناريّة؟

Ⓐ $f(x) = (0.8)^x$

Ⓑ $f(x) = 20\,000(0.8)^x$

Ⓒ $f(x) = 20\,000(0.2)^x$

Ⓓ $f(x) = 20\,000(1.2)^x$

---

4. استثمرت حنين مبلغ QR 50 000 في مشروع تجاريّ في العام 2020، وكانت نسبة الربح السنويّ الذي يحقّقه المشروع 13%، إذا استمرّت الأرباح بالنسبة نفسها، كم سيصبح رأس مال حنين في العام 2025؟

$50\,000(1.13)^5 \approx$ QR 92 121

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:32:08 PM

5. استثمر جاسم مبلغ QR 10 000 في حساب مصرفيّ بفائدة سنويّة مركّبة متّصلة نسبتها 4%
أوجد جملة المبلغ في حساب جاسم المصرفيّ بعد مرور 4 سنوات من الإيداع.

$10\,000e^{(0.04)\times 4} \approx$ QR 11 735

---

6. أيّ من الدوالّ التالية هي معكوس الدالّة $y = 3^x$؟

Ⓐ $y = x^{\frac{1}{3}}$
Ⓒ $y = log_x 3$
Ⓑ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
Ⓓ $y = log_3 x$

---

7. أيّ من المعادلات التالية صحيحة؟

Ⓐ $ln\ 1 = e$
Ⓑ $log_2 (0.125) = -3$
Ⓒ $log_2 9 = 2$
Ⓓ $log_2 (-2) = 0.25$

---

8. يبلغ عدد طيور الببّغاء في محميّة بيئيّة 75 طيرًا، وهذا العدد يتزايد كلّ سنة بنسبة 25%
اكتب دالّة النموّ التي يمكن استعمالها لمعرفة عدد طيور الببّغاء في هذه المحميّة عند نهاية كلّ سنة.

$f(x) = 75\,(1.25)^x$

---

9. أوجد صيغة معكوس الدالّة $f(x) = log_3(4x)$.

$f^{-1}(x) = \frac{1}{4}3^x$

---

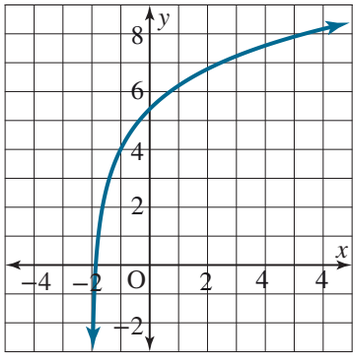
10. حلّ المعادلة $log_2 x + log_4 x - 1 = 0$ هو:

Ⓐ $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$
Ⓑ $x = \sqrt[4]{8}$
Ⓒ $x = \sqrt[3]{4}$
Ⓓ $x = \frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

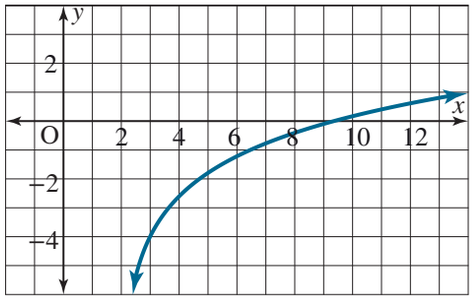
---

11. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية، هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 2\ ln\ (x - 2) + 4$؟

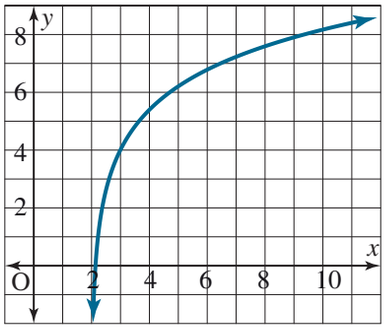
Ⓐ



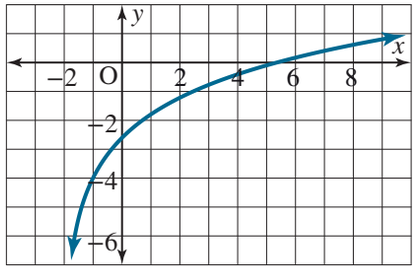
Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ



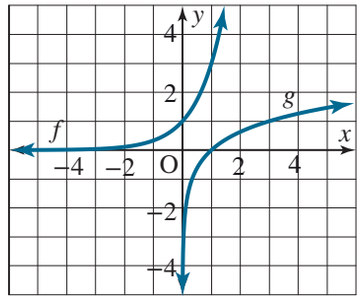
---

12. حلّ المعادلة $2^x - 3^{x-2} = 0$ هو:

Ⓐ $x = \frac{2\ ln\ 3}{ln\ 3 - 1}$
Ⓒ $x = \frac{2\ ln\ 3}{ln\ 2 - ln\ 3}$
Ⓑ $x = \frac{2\ ln\ 3}{ln\ 3 - ln\ 2}$
Ⓓ $x = \frac{2}{ln\ 2 - 1}$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:32:09 PM

13. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنى الدالّة $f(x) = 3^x$ ومنحنى الدالّة $g(x) = log_3 x$.
أيّ من الخيارات التالية يساعدك في التحقّق من أنّ $g(x) = f^{-1}(x)$؟



Ⓐ منحنى $f(x)$ يناظر منحنى $g(x)$ عبر المستقيم $y = x$

Ⓑ مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس

Ⓒ $g(f(3)) = 3$ و $f(g(3)) = 3$

Ⓓ خطّ تقارب منحنى الدالّة $f(x)$ هو المحور x، وخطّ تقارب منحنى الدالّة $g(x)$ هو المحور y

---

14. إذا كانت $f(x) = \frac{ln\,(x+1)}{ln\,(x-1)}$ و $g(x) = \frac{ln\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}{ln\,(x-1)}$، أيّ من الخيارات التالية صحيحة؟

Ⓐ $g(x) = \frac{1}{2}[f(x) - 1]$

Ⓑ $g(x) = \frac{1}{2}f(x) - 1$

Ⓒ $g(x) = \frac{1}{2}[f(x) + 1]$

Ⓓ $g(x) = \frac{1}{2}f(x) + 1$

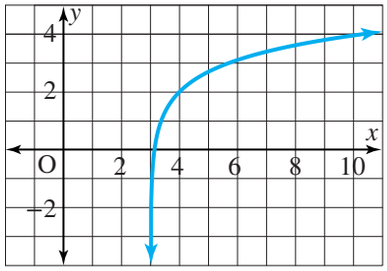
---

15. أوجد الصيغة المبسّطة للمقدار $e^{ln\,a + 2\,ln\,b - 3\,ln\,c}$.

$\frac{ab^2}{c^3}$

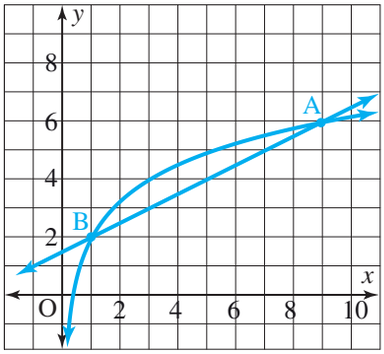
---

16. مثّل الدالّة $f(x) = ln\,(x-3) + 2$ بيانيًّا باستعمال التحويلات الهندسيّة.



إزاحة الدالّة $y = ln\,x$ ثلاث وحدات إلى اليمين ووحدتان الى الأعلى.

17. أوجد حلّ المعادلة $2\,log_3(3x) = \frac{x+3}{2}$ بيانيًّا.



حلّ المعادلة هو الإحداثيّ x للنقطتين A و B. إذن، $x = 1$ أو $x = 9$

---

18. استعمل التمثيل البيانيّ لتحديد العبارات الصحيحة ممّا يلي:

Ⓐ المعادلة $ln\,x = x^2$ لا حلّ لها.

Ⓑ المعادلة $ln\,x = x^2$ لها حلّ واحد.

Ⓒ المعادلة $ln\,x = x^2$ لها حلّان.

Ⓓ المعادلة $ln\,x = x^2$ لها ثلاثة حلول.

---

19. تقاس الطاقة الزلزاليّة x بوحدة الجول، وهي ترتبط بقوّة الزلزال، m، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5\,m + 12}$
أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة زلزال طاقته الزلزاليّة تساوي 5.6×10^{20} جول؟

Ⓐ $m = -5.83$ Ⓒ $m = 21.8$

Ⓑ $m = 5.83$ Ⓓ $m = 32.75$

---

20. يُقاس التركيز المولي لأيونات الهيدروجين في المحاليل باستعمال صيغة pH، المعرّفة كما يلي:

$$\text{pH} = log\,\frac{1}{[\text{H}^+]}$$

حيث $[\text{H}^+]$ هي التركيز المولي لأيونات الهيدروجين.
أوجد التركيز المولي لأيونات الهيدروجين، بوحدة مول/لتر، في مياه بحيرة إذا كان pH يساوي 6.1

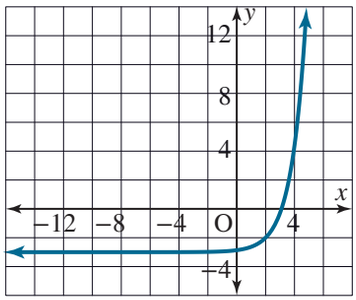
$$6.1 = log\,\frac{1}{[\text{H}^+]}$$
$$6.1 = log\,1 - log\,[\text{H}^+]$$
$$-6.1 = log\,[\text{H}^+]$$
$$[\text{H}^+] = 10^{-6.1} \approx 7.94 \times 10^{-7}\ \text{mol/l}$$

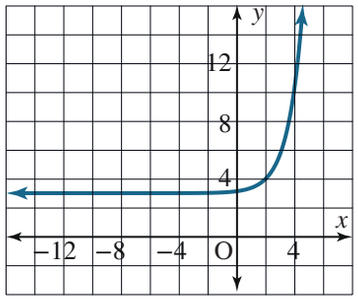
M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:32:11 PM

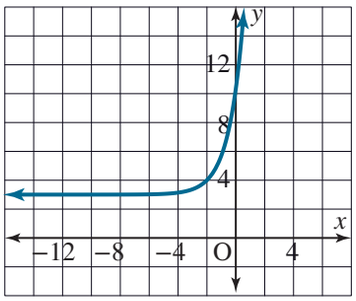
الاسم _____

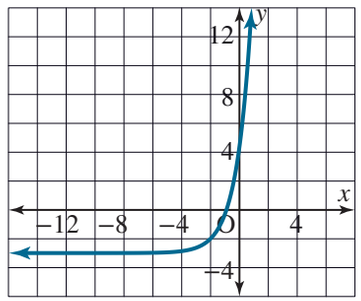
5 تقويم الوحدة، النموذج B

1. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = e^{x+2} - 3$؟

Ⓐ


Ⓒ


Ⓑ


Ⓓ


2. أيّ من الدوالّ التالية تحقّق ما يلي:

- الدالّة متناقصة
- مجال الدالّة هو $]-\infty, \infty[$ ومداها هو $]-\infty, 0[$
- خطّ التقارب الأفقيّ لمنحنى الدالّة هو المحور x

Ⓐ $f(x) = (0.5)^x$

Ⓑ $f(x) = -2(0.8)^x$

Ⓒ $f(x) = -3(2^x)$

Ⓓ $f(x) = x + e^x$

3. اشترى جمال مركبًا سياحيًّا جديدًا بسعر 100 000 QR، ثمّ أخذت قيمته تنخفض بنسبة 10% كلّ سنة. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل انخفاض قيمة هذا المركب؟

Ⓐ $f(x) = 100\,000(0.9)^x$

Ⓑ $f(x) = (0.9)^x$

Ⓒ $f(x) = 100\,000(0.1)^x$

Ⓓ $f(x) = 100\,000(1.1)^x$

4. أجرى بعض العلماء تجربة لدراسة نوع معيّن من البكتيريا. عند بداية التجربة كان عدد البكتيريا 5 000 خليّة بكتيريّة، ثمّ أخذ هذا العدد يتزايد بمعدّل 15% كلّ دقيقة طوال مدّة التجربة. أوجد عدد الخلايا البكتيريّة بعد مرور 10 دقائق.

$5\,000(1.15)^{10} = 20\,227.78$

إذن، عدد الخلايا البكتيريّة بعد مرور 10 دقائق هو 20 228 خليّة تقريبًا.

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:32:11 PM

5. استثمر سالم مبلغ QR 12 000 في حساب مصرفيّ بفائدة سنويّة مركّبة متّصلة نسبتها 3%
أوجد جملة المبلغ في حساب سالم المصرفيّ بعد مرور 5 سنوات من الإيداع.

$12\,000e^{0.03 \times 5} = \text{QR } 13\,942$

---

6. أيّ من الدوالّ التالية هي معكوس الدالّة $y = 2^x$؟

Ⓐ $y = x^{\frac{1}{2}}$ Ⓒ $y = log_2 x$

Ⓑ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ Ⓓ $y = log_x 2$

---

7. أيّ من المعادلات التالية صحيحة؟

Ⓐ $ln\ e = 1$

Ⓑ $log_2 (0.125) = 3$

Ⓒ $log_2 3 = 8$

Ⓓ $log_2 (-1) = 0.5$

---

8. يبلغ عدد طيور مالك الحزين في محميّة بيئيّة 25 طيرًا، وهذا العدد يتزايد كلّ سنة بنسبة 20%، اكتب دالّة النموّ التي يمكن استعمالها لمعرفة عدد طيور مالك الحزين في هذه المحميّة عند نهاية كلّ سنة.

$f(x) = 25\,(1.2)^x$

---

9. أوجد صيغة معكوس الدالّة $f(x) = log_3(2x)$.

$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}3^x$

---

10. حلّ المعادلة $2ln(3x - 2) = ln(5x + 6)$ هو:

Ⓐ $x = -4$

Ⓑ $x = \frac{2}{3}$

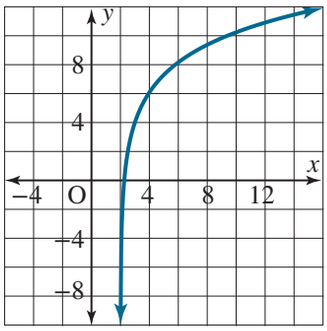
Ⓒ $x = 2$

Ⓓ $x = 10$

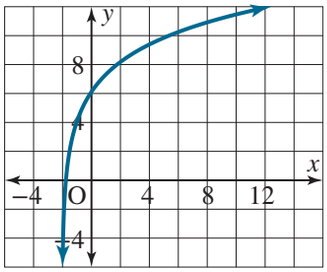
---

11. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 3\ ln(x + 2) + 4$؟

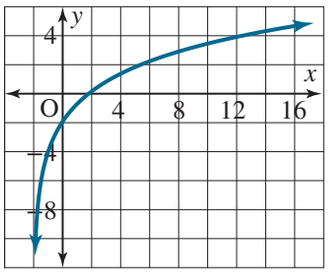
Ⓐ



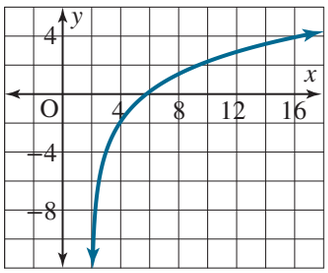
Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ



---

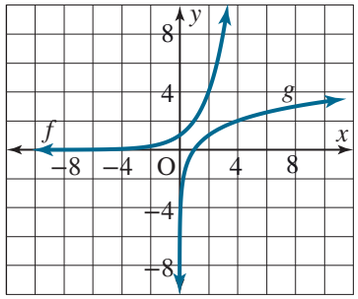
12. حلّ المعادلة $2^{x+1} - 3^x = 0$ هو:

Ⓐ $x = \frac{ln\ 2}{ln\ 3 - ln\ 2}$ Ⓒ $x = \frac{ln\ 2}{ln\ 2 - ln\ 3}$

Ⓑ $x = \frac{ln\ 2}{ln\ 3 - 1}$ Ⓓ $x = \frac{ln\ 2}{1 - ln\ 2}$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:32:13 PM

13. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنى الدالّة $f(x) = 2^x$ ، ومنحنى الدالّة $g(x) = log_2 x$.
أيّ من الخيارات التالية يساعدك في التحقّق من أنّ $g(x) = f^{-1}(x)$؟



Ⓐ مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس

Ⓑ $f(g(1)) = 1$ و $g(f(1)) = 1$

Ⓒ خطّ تقارب منحنى الدالّة $f(x)$ هو المحور x، وخطّ تقارب منحنى الدالّة $g(x)$ هو المحور y

Ⓓ منحنى $f(x)$ يناظر منحنى $g(x)$ عبر المستقيم $y = x$

---

14. إذا كانت $f(x) = \frac{ln\,(x-2)}{ln\,(x+2)}$ و $g(x) = ln\,\frac{\sqrt{\frac{(x+2)}{(x-2)}}}{ln(x+2)}$
أيّ من الخيارات التالية صحيحة؟

Ⓐ $g(x) = \frac{1}{2}\,[f(x) - 1]$

Ⓑ $g(x) = \frac{1}{2}\,[1 - f(x)]$

Ⓒ $g(x) = f(x) - 1$

Ⓓ $g(x) = f(x) + 1$

---

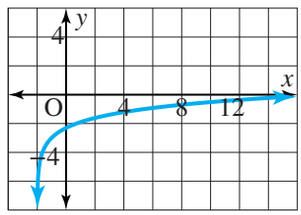
15. أوجد الصيغة المبسّطة للمقدار $e^{2\,ln\,a + 3\,ln\,b - ln\,c}$.

$\frac{a^2b^3}{c}$

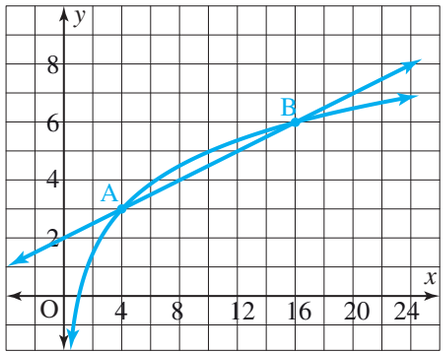
---

16. مثّل الدالّة $f(x) = ln\,(x+2) - 3$ بيانيًّا باستعمال التحويلات الهندسيّة.

إزاحة منحنى الدالّة $y = ln\,x$ بمقدار وحدتين إلى اليسار و 3 وحدات إلى الأسفل.



17. أوجد حلّ المعادلة $log_2 x = \frac{x+8}{2}$ 3 بيانيًّا.



حلّ المعادلة هو الإحداثيّ x للنقطتين A و B. إذن، $x = 4$ أو $x = 16$

---

18. استعمل التمثيل البيانيّ لتحديد العبارات الصحيحة ممّا يلي:

Ⓐ المعادلة $ln\,x = -x^2$ لا حلّ لها.

Ⓑ المعادلة $ln\,x = -x^2$ لها حلّ واحد.

Ⓒ المعادلة $ln\,x = -x^2$ لها حلّان.

Ⓓ المعادلة $ln\,x = -x^2$ لها ثلاثة حلول.

---

19. تقاس الطاقة الزلزاليّة x بوحدة الجول، وهي ترتبط بقوّة الزلزال، m، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5\,m + 12}$
أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة زلزال طاقته الزلزاليّة تساوي 6.1×10^{20} جول؟

Ⓐ $m = -5.86$ Ⓒ $m = 4.8$

Ⓑ $m = 5.86$ Ⓓ $m = 29.5$

---

20. العلاقة بين شدّة الضوء I بوحدة اللومن (lumen) والعمق x بالأمتار في بحيرة ما تعطى بالصيغة:
$log\left(\frac{I}{12}\right) = -0.00235x$
أوجد شدّة الضوء عند عمق 30 مترًا.

$log\left(\frac{I}{12}\right) = -0.00235(30)$

$log\ I - log\ 12 = -0.00235(30)$

$log\ I = -0.00235(30) + log\ 12$

$log\ I = 1.009$

$I = 10^{1.009} = 10.2$

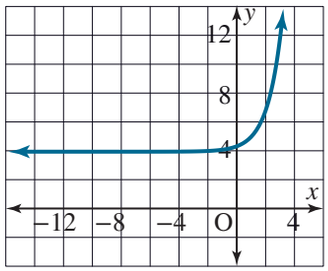
إذن، شدّة الضوء عند عمق 30 مترًا تساوي 14.13 لومن تقريبًا.

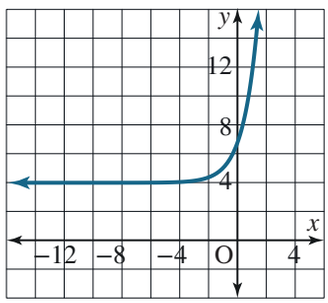
M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:32:15 PM

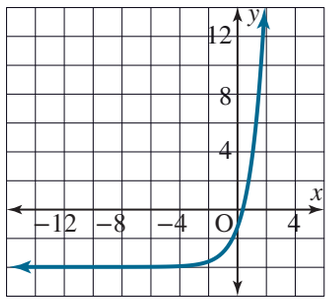
الاسم _____

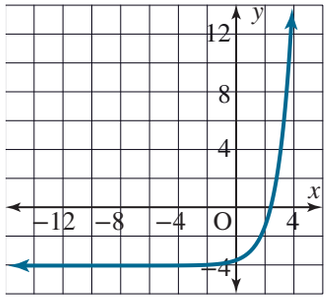
5 تقويم الوحدة، النموذج C

1. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = e^{x+1} + 4$؟

Ⓐ


Ⓒ


Ⓑ


Ⓓ


2. أيّ من الدوالّ التالية تحقّق ما يلي:

- الدالّة متناقصة
- مجال الدالّة هو $]-\infty, \infty[$ ومداها هو $]0, \infty[$
- خطّ التقارب الأفقيّ لمنحنى الدالّة هو المحور x

Ⓐ $f(x) = -3(2)^x$

Ⓑ $f(x) = 2(0.75)^x$

Ⓒ $f(x) = 3(5)^x$

Ⓓ $f(x) = -2(0.75)^x$

3. اشترى جمال سيّارة جديدة بسعر 60 000 QR، ثمّ أخذت قيمتها تنخفض بنسبة 15% كلّ سنة. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل انخفاض قيمة السيارة؟

Ⓐ $f(x) = 60\,000(0.15)^x$

Ⓑ $f(x) = (0.85)^x$

Ⓒ $f(x) = 60\,000(0.85)^x$

Ⓓ $f(x) = 60\,000(1.15)^x$

4. في العام 2000 كان عدد سكّان إحدى القرى 5 200 نسمة، ثمّ أخذ عددهم يتناقص بنسبة 0.25% سنويًّا. أوجد العدد التقريبيّ لسكّان هذه القرية في العام 2021

$5\,200 \times (0.9\,975)^{21} = 4\,934$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:32:17 PM

5. استثمر عبدالله مبلغ QR 9 000 في حساب مصرفيّ بفائدة سنويّة مركّبة متّصلة نسبتها 5%
أوجد جملة المبلغ في حساب عبدالله المصرفيّ بعد مرور 6 سنوات من الإيداع.

$9\,000e^{(0.05 \times 6)} = \text{QR } 12\,149$

---

6. أيّ من الدوالّ التالية هي معكوس الدالّة $y = 4^x$؟

Ⓐ $y = x^{\frac{1}{4}}$ Ⓒ $y = log_4 x$

Ⓑ $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ Ⓓ $y = log_x 4$

---

7. أيّ من المعادلات التالية صحيحة؟

Ⓐ $ln\ 0 = 1$

Ⓑ $log_2 (0.125) = 3$

Ⓒ $log_2 16 = 4$

Ⓓ $log_2 (-1) = 0.5$

---

8. عدد الصقور في محميّة بيئيّة هو 120 صقرًا، وهذا العدد يتزايد كلّ سنة بنسبة 15%،
اكتب دالّة النموّ التي يمكن استعمالها لمعرفة عدد الصقور في هذه المحميّة عند نهاية كلّ سنة.

$f(x) = 120\,(1.15)^x$

---

9. أوجد صيغة معكوس الدالّة $f(x) = log_3(5x)$.

$f^{-1}(x) = \frac{1}{5}3^x$

---

10. حلّ المعادلة $log_2(3x - 3) = 2\ log_2(x - 1)$ هو:

Ⓐ $x = -1$

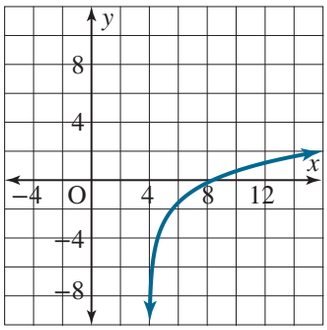
Ⓑ $x = 1$

Ⓒ $x = 2$

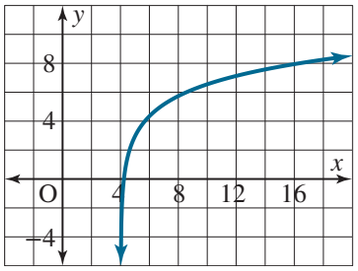
Ⓓ $x = 4$

11. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 2\ ln(x + 4) - 3$؟

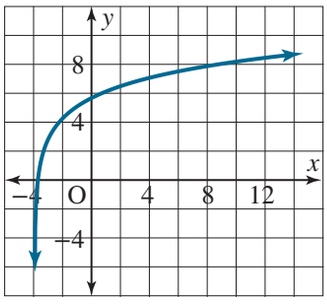
Ⓐ



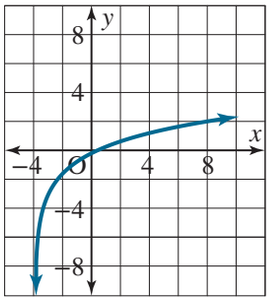
Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ



---

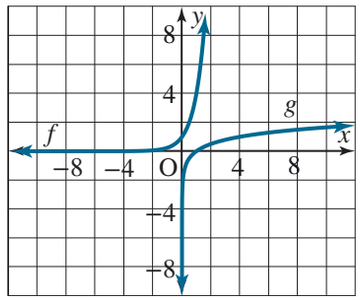
12. حلّ المعادلة $4^{(x-1)} - 3^{(x+1)} = 0$ هو:

Ⓐ $x = \frac{ln\ 4 + ln\ 3}{ln\ 4 - 1}$ Ⓒ $x = \frac{ln\ 4 - ln\ 3}{ln\ 4 + ln\ 3}$

Ⓑ $x = \frac{ln\ 4 + ln\ 3}{ln\ 4 - ln\ 3}$ Ⓓ $x = \frac{ln\ 4\ ln\ 3}{1 - ln\ 3}$

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:32:18 PM

13. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنى الدالّة $f(x) = 4^x$، ومنحنى الدالّة $g(x) = log_4 x$.
أيّ من الخيارات التالية يساعدك في التحقّق من أنّ $g(x) = f^{-1}(x)$؟



Ⓐ مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس

Ⓑ منحنى $f(x)$ يناظر منحنى $g(x)$ عبر المستقيم $y = x$

Ⓒ $g(f(1)) = 1$ و $f(g(1)) = 1$

Ⓓ خطّ تقارب منحنى الدالّة $f(x)$ هو المحور x، وخطّ تقارب منحنى الدالّة $g(x)$ هو المحور y

---

14. إذا كانت $f(x) = \frac{ln(x+2)}{ln(x-3)}$ و $g(x) = ln\sqrt{\frac{x+2}{x-3}}$ ، أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $g(x) = \frac{1}{2}[f(x) - 1]$

Ⓑ $g(x) = 1 - f(x)$

Ⓒ $g(x) = f(x) - 1$

Ⓓ $g(x) = f(x) + 1$

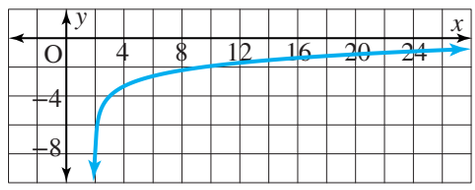
---

15. أوجد الصيغة المبسّطة للمقدار $e^{3\,ln\,a + ln\,b - 2\,ln\,c}$.

$\frac{a^3b}{c^2}$

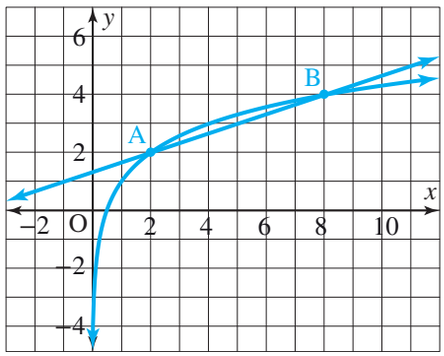
---

16. مثّل الدالّة $f(x) = ln(x-2) - 4$ بيانيًّا باستعمال التحويلات الهندسيّة.



إزاحة منحنى الدالّة $y = ln\,x$ بمقدار وحدتين إلى اليمين و 4 وحدات إلى الأسفل.

17. أوجد حلّ المعادلة $log_2(2x) = \frac{x+4}{3}$ بيانيًّا.



حلّ المعادلة هو الإحداثيّ x للنقطتين A و B. إذن، $x = 2$ أو $x = 8$

---

18. استعمل التمثيل البيانيّ لتحديد العبارات الصحيحة ممّا يلي:

Ⓐ المعادلة $ln\,x = x^2 - 3$ لها حلّان.

Ⓑ المعادلة $ln\,x = x^2 - 3$ لها حلّ واحد.

Ⓒ المعادلة $ln\,x = x^2 - 3$ لا حلّ لها.

Ⓓ المعادلة $ln\,x = x^2 - 3$ لها ثلاثة حلول.

---

19. تقاس الطاقة الزلزاليّة x بوحدة الجول، وهي ترتبط بقوّة الزلزال، m، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5\,m + 12}$
أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة زلزال طاقته الزلزاليّة تساوي 6.4×10^{20} جول؟

Ⓐ $m = -5.87$ Ⓒ $m = 8.8$

Ⓑ $m = 17.6$ Ⓓ $m = 5.87$

---

20. تحسب الدالّة $c(t) = 45e^{(-0.06t)} + 20$ درجة حرارة (بالمقياس المئويّ) كوب من القهوة قُدِّم إلى زبون في مقهى منذ t دقيقة. أوجد عدد الدقائق اللازمة لتصل درجة حرارة كوب القهوة إلى 35 درجة مئويّة.

$45e^{(-0.06t)} + 20 = 35$

$e^{(-0.06t)} = \frac{1}{3}$

$-0.06t = ln\left(\frac{1}{3}\right)$

$t = 18.31$

إذن، تلزم 18 دقيقة تقريبًا لتصبح درجة حرارة كوب القهوة 35 درجة مئويّة.

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:32:20 PM

الاسم _____

5 تقويم الأداء، النموذج A

انقطعت الكهرباء في منزل سلوى عند منتصف الليل. تعلم سلوى أنّ ترك بابَي مبرّدة ومجمّدة الثلّاجة مغلقين أثناء انقطاع الكهرباء يساعد على حفظ الطعام داخلهما في درجة حرارة آمنة، أطول مدّة ممكنة.
يمكن نمذجة درجة الحرارة داخل المجمّدة في ثلّاجة سلوى بعد t ساعة من منتصف الليل بالمعادلة $T = 70 - 70e^{-0.04t}$، حيث T درجة الحرارة بالفهرنهايت (°F).

1. أوجد درجة الحرارة الابتدائيّة داخل المجمّدة عندما انقطعت الكهرباء عند منتصف الليل. وضّح كيف عرفت ذلك.

انقطعت الكهرباء عند الزمن $t = 0$
أعوّض هذه القيمة في المعادلة $T = 70 - 70e^{-0.04t}$، فأحصل على

$$T = 70 - 70e^{-0.04t}$$
$$= 70 - 70e^{0}$$
$$= 70 - 70(1)$$
$$= 0$$

إذن، كانت درجة الحرارة داخل المجمّدة عند منتصف الليل $0°F$

2. أوجد درجة الحرارة داخل المجمّدة عند الساعة الثانية صباحًا.

عند الساعة الثانية صباحًا يكون الزمن $t = 2$
أعوّض هذه القيمة في المعادلة $T = 70 - 70e^{-0.04t}$، فأحصل على

$$T = 70 - 70e^{-0.04(2)} \approx 5.38°F$$

إذن، درجة الحرارة داخل المجمّدة عند الساعة الثانية صباحًا تساوي $5°F$ تقريبًا.

وفق معطيات المؤسسة التي تعنى بسلامة الغذاء والدواء، يمكن إعادة تجميد الطعام الذائب جزئيًّا أو كليًّا في المجمّدة، إذا كانت لا تزال تحتوي على قليل من الثلج أو كانت درجة الحرارة في داخلها $40°F$ أو أقلّ.

3. أوجد عدد الساعات التي تحافظ فيها المجمّدة في ثلّاجة سلوى على ما يكفي من البرودة وفق الشرط أعلاه. قرّب إجابتك إلى أقرب ساعة.
بيّن خطوات عملك.

عندما تكون درجة الحرارة داخل المجمّدة $40°F$، تكون المعادلة كالتالي:

$$70 - 70e^{-0.04t} = 40$$
$$e^{-0.04t} = \frac{30}{70}$$
$$ln\left(e^{-0.04t}\right) = ln\left(\frac{30}{70}\right)$$
$$-0.04t = ln\left(\frac{30}{70}\right)$$
$$t = -\frac{1}{0.04} ln\left(\frac{30}{70}\right)$$
$$\approx 21.2$$

إذن، تصل درجة الحرارة داخل المجمّدة إلى $40°F$ بعد مرور 21 ساعة تقريبًا.

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:32:20 PM

4. تريد سلوى أن تعرف أيضًا المدّة التي يبقى خلالها الطعام الموجود في مبرّدة ثلّاجتها صالحًا للأكل. هي تعرف أنّ بالإمكان نمذجة درجة الحرارة داخل المبرّدة بالمعادلة $T = 70 - Ce^{-rt}$، حيث C قيمة ثابتة مجهولة، و r معدّل النموّ.

a. كانت درجة الحرارة داخل المبرّدة عند انقطاع الكهرباء $38°F$، استعمل هذه المعلومة لإيجاد قيمة C. وضّح خطوات الحلّ.

كانت درجة الحرارة الابتدائيّة داخل المبرّدة $30°F$، أعوّض $t = 0$ و $T = 30°F$ في المعادلة فأحصل على

$$70 - Ce^{-r(0)} = 30$$

بما أنّ $e^0 = 1$، فإنّ $70 - C = 30$،

إذن، $C = 40$

b. بعد مرور ساعة على منتصف الليل أصبحت درجة الحرارة في المبرّدة $32°F$، استعمل هذه المعلومة وقيمة C التي وجدتها في الجزء A لإيجاد قيمة معدّل النموّ r. وضّح إجابتك.

عند الزمن $t = 1$ كانت درجة الحرارة داخل المبرّدة $32°F$، لذا، أعوّض $t = 1$ و $T = 32°F$ والقيمة $C = 40$ من الجزء A في المعادلة فأحصل على

$$70 - 40e^{-r(1)} = 32$$

$$-40e^{-r} = -38$$

$$e^{-r} = \frac{38}{40}$$

$$ln(e^{-r}) = ln\left(\frac{38}{40}\right)$$

$$-r = ln\left(\frac{38}{40}\right)$$

$$r = -ln\left(\frac{38}{40}\right)$$

$$\approx 0.051$$

c. أوجد عدد الساعات التي تحافظ فيها المبرّدة في ثلّاجة سلوى على درجة حرارة داخليّة أدنى من $38°F$، قرّب إجابتك إلى أقرب ساعة. وضّح خطوات الحلّ.

باستعمال $r = 0.051$ من الجزء السابق، تصل درجة الحرارة داخل المبرّدة إلى $38°F$ عندما

$$70 - 40e^{-0.051t} = 38$$

$$-40e^{-0.051t} = -32$$

$$e^{-0.051t} = \frac{32}{40}$$

$$ln\left(e^{-0.051t}\right) = ln\left(\frac{32}{40}\right)$$

$$t = -\frac{1}{0.051} ln\left(\frac{32}{40}\right)$$

$$\approx 4.38$$

إذن، تصل درجة الحرارة داخل المبرّدة إلى $38°F$ بعد مرور 4 ساعات تقريبًا.

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:32:20 PM

الاسم _____

5 تقويم الأداء، النموذج B

في الشوارع القريبة من مؤسّسات معيّنة، مثل المستشفيات والمدارس ودور الرعاية الاجتماعيّة، لا تسمح القوانين للسائقين بإطلاق منبهات سيّاراتهم، وذلك لتجنّب الإزعاج.

لتحديد معدّل الضوضاء أو الضجيج الناتج عن الأصوات، يُستعمل مقياس يسمّى ديسيبل (decibels) وهو مقياس يعتمد على مقارنة شدّة الأصوات وفق المعادلة التالية:

$$d = 10\ log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

حيث d معدّل الضوضاء بالديسيبل، و I شدّة الصوت ويقاس بوحدة الواط في المتر المربّع $watts/m^2$، I_0 هي عتبة السمع أو أصغر قيمة لشدّة صوت يمكن للأذن البشريّة سماعه وتمييزه، وتقدَّر بحوالي $10^{-12}\ watts/m^2$، وهذه القيمة تعطي فكرة عن مدى حساسيّة الأذن البشريّة للأصوات.

وفق هذا المقياس، يمكن القول إنّ كلّ صوت شدّته تساوي 10 أضعاف شدّة I_o يقابل 10 db، وكلّ صوت شدّته تساوي 100 ضعف شدّة I_o يقابل 20 db، أي إنّ 30 db تعني أنّ شدّة الصوت تساوي 1 000 ضعف شدّة الصوت I_o.

1. معدّل الضوضاء الناتج عن صوت نوع معيّن من مضخّات المياه هو 55 db، ومعدّل الضوضاء الناتج عن صوت غسّالة الأطباق يساوي 64 db

كم ضعفًا من شدّة صوت مضخّة المياه يساوي شدّة صوت غسالة الأطباق؟ وضّح إجابتك.

لتكن شدّة صوت المضخّة I_1:

$$55 = 10\ log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$5.5 = log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\frac{I_1}{I_0} = 10^{5.5}$$

$$I_1 = I_0 \times 10^{5.5}$$

لتكن شدّة صوت غسّالة الأطباق I_2:

$$64 = 10\ log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)$$

$$6.4 = log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)$$

$$\frac{I_2}{I_0} = 10^{6.4}$$

$$I_2 = I_0 \times 10^{6.4}$$

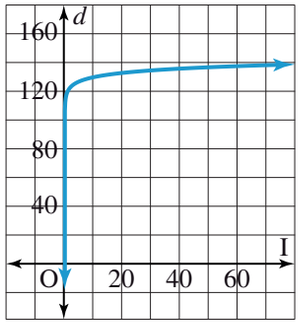
للمقارنة بين شدّتَي الصوتين أوجد النسبة $\frac{I_2}{I_1}$:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \times 10^{6.4}}{I_0 \times 10^{5.5}} = 7.94$$

إذن، شدّة صوت غسّالة الأطباق تساوي 8 أضعاف شدّة صوت مضخّة المياه تقريبًا.

M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:32:21 PM

2. ارسم التمثيل البيانيّ لدالّة معدّل الضوضاء d بدلالة شدّة الصوت I.



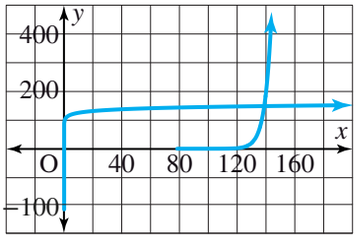
3. أوجد معكوس دالّة معدّل الضوضاء، ومثّله بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثيّ. ثمّ حدّد أيّ دالّة من هاتين الدالّتين يمكن استعمالها لحلّ مسألة الجزء 1

$$d = 10\ log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$\frac{d}{10} = log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$10^{\frac{d}{10}} = \frac{I}{I_0}$$

$$I = I_0 \times 10^{\frac{d}{10}}$$



لحلّ مسألة الجزء 1 أستعمل معكوس دالّة معدّل الضوضاء، وذلك لإيجاد قيمة شدّة الصوت بمعلوميّة قيمة معدّل الضوضاء.

4. تفرض إحدى المنشآت الصناعيّة على العاملين فيها ارتداء واقيات للسمع في الأماكن التي يزيد معدّل الضجيج فيها عن 85 dB

يتضمّن الجدول أدناه، عددًا من أماكن العمل وشدّة الأصوات في كلّ منها.

حدّد الأماكن التي يجب ارتداء واقيات السمع فيها.

المكان	مكاتب الإدارة	قرب آلات التصنيع	قرب آلات التوضيب	مستودعات التخزين
شدّة الصوت watt/m^2	8×10^{-6}	9×10^{-3}	8×10^{-3}	4×10^{-5}
معدّل الضوضاء (dB)	69	100	99	76

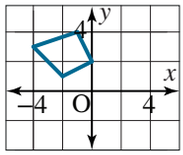
إذن، يجب ارتداء واقيات السمع قرب كلّ من آلات التوضيب وآلات التصنيع.

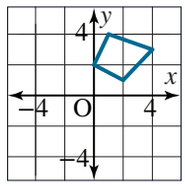
M05_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:32:21 PM

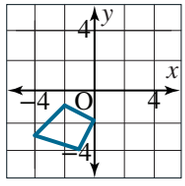
الاسم _____

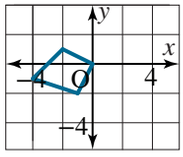
6 اختبار بداية الوحدة

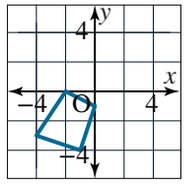
1. أيّ من الأشكال التالية يمثّل الصورة الناتجة عن انعكاس الرباعيّ المعطى حول المحور x؟



Ⓐ


Ⓒ


Ⓑ


Ⓓ


2. كيف نحصل على التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = (x + 3)^2 + 2$ من التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^2$؟

Ⓐ إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة g بمقدار وحدتين إلى اليسار وثلاث وحدات إلى الأعلى

Ⓑ إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة g بمقدار وحدتين إلى اليمين وثلاث وحدات إلى الأعلى

Ⓒ إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة g بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار ووحدتين إلى الأعلى

Ⓓ إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة g بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين ووحدتين إلى الأعلى

3. إذا كان انعكاس المربّع EFGH حول المستقيم m هو المربّع $E'F'G'H'$. أوجد العلاقة بين مساحتَي هذين المربّعين.

مساحتا المربّعين متساويتان لأنّ الانعكاس هو تحويل تطابق، وبالتالي يحافظ على أطوال الأضلاع.

4. ما التحويل الهندسيّ الذي يحوّل التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 5x$ إلى التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = 5x + 3$؟

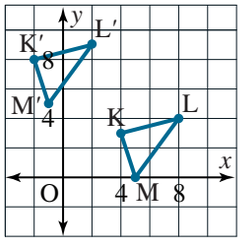
Ⓐ إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى

Ⓑ إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل

Ⓒ إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار

Ⓓ إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليمين

5. أيّ من العبارات التالية تمثّل قاعدة الإزاحة التي تحوّل ΔKLM إلى $\Delta K'L'M'$ في الرسم أدناه؟



Ⓐ $T_{\langle -6, 5\rangle}$

Ⓑ $T_{\langle 6, -5\rangle}$

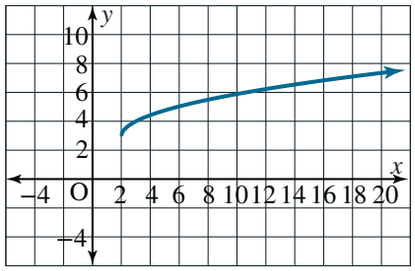
Ⓒ $T_{\langle 5, -6\rangle}$

Ⓓ $T_{\langle -6, -5\rangle}$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:36:37 PM

6. التمثيل البيانيّ أدناه هو للدالّة $y = f(x)$ بعد تطبيق تحويل معيّن على التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \sqrt{x}$.

إذن، معادلة الدالّة f هي:



Ⓐ $f(x) = \sqrt{x-3} + 2$

Ⓑ $f(x) = \sqrt{x+2} + 3$

Ⓒ $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$

Ⓓ $f(x) = \sqrt{x-2} + 3$

---

7. تمّت إزاحة التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = x^2$ وحدتين إلى اليسار و 5 وحدات إلى الأسفل. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل دالّة التمثيل البيانيّ الجديد؟

Ⓐ $f(x) = (x-2)^2 - 5$

Ⓑ $f(x) = (x+2)^2 - 5$

Ⓒ $f(x) = 2x^2 - 5$

Ⓓ $f(x) = -2x^2 - 5$

---

8. صِف التحويلات الهندسيّة التي تحوّل التمثيل البيانيّ للدالّة $y = x^3$ إلى التمثيل البيانيّ للمعادلة $y = (0.2x)^3 - 1$.

تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{0.2} = 5$ ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

---

9. عند تدوير النقطة P بزاوية دوران قياسها $270°$ حول نقطة الأصل حصلنا على النقطة $P'(6, -4)$ التي هي صورة النقطة P. أيّ زوج من الإحداثيات التالية يمثّل إحداثيّ النقطة P؟

Ⓐ $P(-4, 6)$

Ⓑ $P(6, 4)$

Ⓒ $P(4, 6)$

Ⓓ $P(-6, 4)$

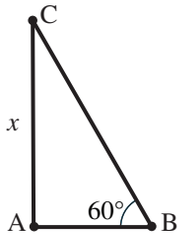
---

10. حدّد أنواع التناظر في رسم الحروف HIIH

الرسم متناظر حول محور أفقيّ وحول محور رأسيّ، وله تناظر دورانيّ بزاوية قياسها $180°$ وتناظر حول نقطة.

---

11. المقدار الذي يعبر عن طول الوتر بدلالة x في الرسم أدناه هي:



Ⓐ $\frac{\sqrt{3}}{3}x$

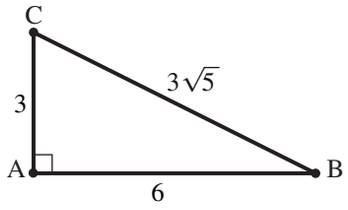
Ⓑ $\frac{2\sqrt{3}}{3}x$

Ⓒ $2x$

Ⓓ $\sqrt{3}\,x$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:36:38 PM

12. استعمل المثلّث المعطى ABC لإيجاد قيمة كلّ من sin B و cos B و tan B.



Ⓐ $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}, \tan B = \frac{1}{2}$

Ⓑ $\sin B = \frac{1}{2}, \cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan B = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Ⓒ $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan B = \frac{1}{2}$

Ⓓ $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \tan B = 2$

---

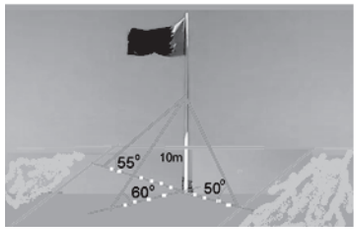
13. ABC مثلّث قائم الزاوية عند A.
إذا كان $\cos B = \frac{3}{5}$، فإنّ قياس الزاوية B (مقرّبًا إلى أقرب درجة) هو:

Ⓐ 37° Ⓒ 3°

Ⓑ 53° Ⓓ لا يمكن تحديده

---

14. يتمّ تثبيت سارية العلم الموضّحة في الرسم أدناه باستعمال 3 حبال. أوجد مجموع أطوال الحبال الثلاثة.



طول الحبل الأوّل: $\frac{10}{\sin 60^\circ} \approx 11.55$ m

طول الحبل الثاني: $\frac{10}{\sin 55^\circ} \approx 12.21$ m

طول الحبل الثالث: $\frac{10}{\sin 50^\circ} \approx 13.1$ m

مجموع الأطوال: 36.86 m تقريبًا

---

15. إذا كان $\tan \theta = \frac{12}{5}$ في مثلّث قائم الزاوية، فإنّ قيمة $\cos \theta$ تساوي:

Ⓐ $\frac{12}{13}$ Ⓒ $\frac{5}{169}$

Ⓑ $\frac{5}{12}$ Ⓓ $\frac{5}{13}$

---

16. طول الوتر في مثلّث قياسات زواياه 90°- 45°- 45° يساوي $7\sqrt{2}$
أوجد قيمتي جيب التمام وقاطع التمام للزاوية $\theta = 45^\circ$.

$\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}, \csc \theta = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}$

---

17. قيمة الزاوية $\theta = \frac{23\pi}{4}$ بالدرجات هي:

Ⓐ 28.8° Ⓒ 1 035°

Ⓑ 517.5° Ⓓ 2 070°

---

18. معادلة خطّ التقارب الرأسيّ لمنحنى الدالّة $f(x) = \frac{1}{x-5}$ هي:

Ⓐ $x = 5$ Ⓒ $x = 0$

Ⓑ $x = 1$ Ⓓ $x = -5$

---

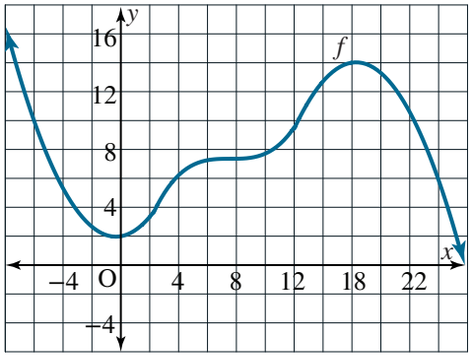
19. $\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{x-2}$ تساوي:

Ⓐ 0 Ⓒ ∞

Ⓑ 2 Ⓓ $-\infty$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:36:40 PM

20. يوضّح الرسم البيانيّ أدناه منحنى الدالّة f.
حدّد القيمة الصغرى المحلّيّة والقيمة العظمى المحلّيّة للدالّة f.



Ⓐ القيمة الصغرى المحلّيّة: 0
القيمة العظمى المحلّيّة: 16

Ⓑ القيمة الصغرى المحلّيّة: 2
القيمة العظمى المحلّيّة: 14

Ⓒ القيمة الصغرى المحلّيّة: −1
القيمة العظمى المحلّيّة: 18

Ⓓ القيمة الصغرى المحلّيّة: −8
القيمة العظمى المحلّيّة: 24

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:36:40 PM

الاسم _____

6-1 اختبار الدرس

النسب المثلّثيّة للزوايا

1. أوجد قياس زاويتين متطارفتين مع الزاوية 45° قيمة إحداهما موجبة وقيمة الأخرى سالبة. ثمّ أوجد الجيب وجيب التمام لكلّ من هاتين الزاويتين.

أجمع 360°: 45° + 360° = 405°

$\sin 405° = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos 405° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

أطرح 360°: 45° − 360° = −315°

$\cos(-315°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sin(-315°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

---

2. افترض أنّ θ زاوية حادّة في الوضع القياسيّ، وأنّ النقطة $(4, 3)$ تقع على ضلع الانتهاء لهذه الزاوية. أوجد النسب المثلّثيّة الستّ للزاوية θ.

المسافة بين النقطة $(4, 3)$ ونقطة الأصل تساوي 5 وحدات. إذن،

$\sin\theta = \frac{3}{5}$ $\quad$ $\csc\theta = \frac{5}{3}$

$\cos\theta = \frac{4}{5}$ $\quad$ $\sec\theta = \frac{5}{4}$

$\tan\theta = \frac{3}{4}$ $\quad$ $\cot\theta = \frac{4}{3}$

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الزاوية المرجعيّة للزاوية 135° وقياس جيبها؟

Ⓐ $-135°$؛ $\sin -135° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ⓑ $-45°$؛ $\sin -45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

● $45°$؛ $\sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ⓓ $135°$؛ $\sin 135° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. إذا كان قياس الزاوية المرجعيّة لزاوية معيّنة 30°، وكان ضلع الانتهاء لهذه الزاوية يقع في الربع الثالث (QIII)، أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمتين السالبة والموجبة لقياس هذه الزاوية؟

Ⓐ $-210°$ و $150°$ $\quad$ Ⓒ $330°$ و $-30°$

Ⓑ $-240°$ و $150°$ $\quad$ ● $210°$ و $-150°$

---

5. أوجد النسب المثلّثيّة الستّ للزاوية التي قياسها 330° من دون استعمال الحاسبة. اشرح طريقة إيجاد هذه النسب.

أرسم أوّلًا زاوية قياسها 330° في الوضع القياسيّ. يقع ضلع انتهائها في الربع الرابع، إذن، قياس زاويتها المرجعيّة يساوي

360° − 330° = 30°

أطوال أضلاع المثلث المرجعي

$30° - 60° - 90°$، هي 1 و $\sqrt{3}$ ،

وطول الوتر 2، إذن:

$\sin 330° = -\frac{1}{2}$ $\quad$ $\csc 330° = -2$

$\cos 330° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ $\sec 330° = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$\tan 330° = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad$ $\cot 330° = -\sqrt{3}$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:36:41 PM

الاسم _____

6-2 اختبار الدرس

دائرة الوحدة

1. أوجد قيمة كلّ من $\sin\frac{5\pi}{3}$ و $\cos\frac{5\pi}{3}$ من دون استعمال الحاسبة.

$$\sin\frac{5\pi}{3} = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin -\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\frac{5\pi}{3} = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos -\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

---

2. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كلّ من $\sin(-225°)$ و $\cos(-225°)$. وضّح الطريقة.

تقع الزاوية $(-225°)$ في الربع الثاني.

وزاويتها المرجعية $45°$

إحداثيّا نقطة النهاية للزاوية المرجعية هما $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

يبقى علينا إيجاد إشارات القيم فقط.

وبما أنّ ضلع الانتهاء للزاوية $-225°$ يقع في الربع الثاني، إذن،

$$\sin(-225°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

و

$$\cos(-225°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $\cos\theta$ إذا كانت $\sin\theta = -\frac{4}{5}$، وكانت الزاوية θ في الربع الثالث؟

Ⓐ $\cos\theta = -\frac{4}{5}$

Ⓑ $\cos\theta = -\frac{3}{5}$

Ⓒ $\cos\theta = \frac{3}{5}$

Ⓓ $\cos\theta = \frac{4}{5}$

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$؟

Ⓐ $-\sqrt{3}$

Ⓑ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓓ $\sqrt{3}$

---

5. أوجد قيمة $\sin\left(\frac{70\,001\pi}{4}\right)$ من دون استعمال الحاسبة. وضّح الطريقة.

$$\sin\left(\frac{70\,001\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{70\,000\,\pi}{4}\right)$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{4} + 17\,500\pi\right)$$

$$= \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

بما أنّ $17\,500\pi$ مضاعف كبير للعدد 2π، إذن، $\frac{\pi}{4}$ و $\left(\frac{\pi}{4} + 17\,500\pi\right)$ ينتهيان عند نفس النقطة عند دورانهما على محيط دائرة الوحدة، وهذه النقطة هي $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

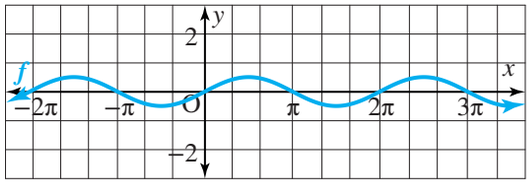
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_L02_LQ_ISBN_.indd 2 07/03/2022 1:42:13 PM

الاسم _____

6-3 اختبار الدرس

التمثيل البيانيّ للدوالّ الدائريّة

1. مثّل الدالّة $f(x) = \frac{1}{2}\sin x$ بيانيًّا، ثمّ حدّد المجال والمدى والقيم القصوى، والدورة وخطّ الوسط، والسعة للتمثيل البيانيّ.



التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = \frac{1}{2}\sin x$ هو تضيّق رأسيّ للتمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة $f(x) = \sin x$ بمعامل مقداره $\frac{1}{2}$

القيمتان العظمى والصغرى هما $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$، وتقعان عند $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$ و $\frac{3\pi}{2} + 2\pi k$، على التوالي، لكلّ الأعداد الصحيحة k.

مجال الدالّة هو $]-\infty, \infty[$ ولها عدد لامتناهٍ من الأصفار، حيث هناك صفر عند كلّ مضاعف صحيح للعدد π.

مدى الدالّة هو $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

معادلة خطّ الوسط للدالّة هي $y = 0$، والسعة تساوي $\frac{1}{2}$ والدورة تساوي 2π

---

2. أوجد السعة والدورة للدالّة $f(x) = -2\cos x$. وضّح الطريقة.

السعة $= |a| = 2$

الدورة $= \frac{2\pi}{|b|} = 2\pi$

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل تردّد التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 4\sin(-2x)$؟

Ⓐ $-\frac{2}{\pi}$ Ⓒ $\frac{1}{\pi}$

Ⓑ $-\frac{1}{\pi}$ Ⓓ $\frac{2}{\pi}$

---

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل التحويلات الهندسيّة التي يجب تنفيذها على التمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة، للحصول على التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = 5\sin\left(\frac{x}{3}\right)$؟

Ⓐ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$ ثمّ تضيّق رأسيّ بمعامل مقداره 5

Ⓑ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 3 ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 5

Ⓒ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3 ثمّ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 5

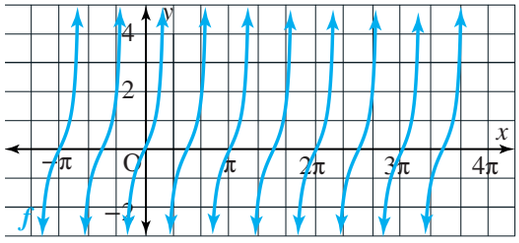
Ⓓ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 5 ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3

---

5. استعمل التحويلات الهندسيّة لرسم التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = \tan 2x$. وضّح الطريقة.

$b = 2$، كلّما كبرت قيمة العامل المضروب في x، صغرت الدورة. إذن، يبدو التمثيل البيانيّ للدالّة على شكل التمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة لكن مع تضيّق أفقيّ.

التضيّق الأفقيّ يغيّر دورة الدالّة: الدورة في التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \tan 2x$ هي $\frac{\pi}{2}$، على الدورة $\frac{-\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ خطّا تقارب رأسيّان: هما $x = \frac{\pi}{4}$ و $x = -\frac{\pi}{4}$



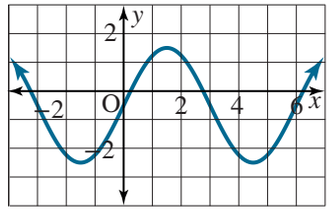
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:36:43 PM

الاسم _____

6-4 اختبار الدرس

إزاحة الدوالّ الدائريّة

1. أوجد قيمة كلّ من a, b, h, k في الدالّة $y = a \sin[b(x + h)] + k$ الممثّلة بيانيًّا أدناه.



عند مقارنة هذه الدالّة بدالّتها الرئيسة $f(x) = \sin x$، التي دورتها تساوي 2π وسعتها تساوي 1، أجد أنّ

$$a = 4, b = \frac{1}{3}, h = 0, k = -1$$

2. صِف التحويلات اللازمة للحصول على التمثيل البيانيّ للدالّة $f(x) = -2 \cos 3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$ من التمثيل البيانيّ لدالّة دائريّة أساسيّة.

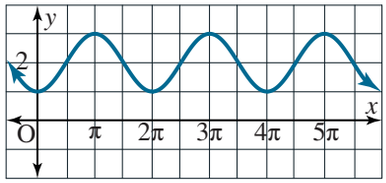
منحنى هذه الدالّة هو إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة $y = \cos x$ بمقدار $\frac{\pi}{4}$ وحدة إلى اليمين، ثمّ تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$ متبوعًا بتضيّق رأسيّ بمعامل مقداره 2 ثمّ انعكاس حول المحور x، وأخيرًا إزاحة رأسيّة بمقدار وحدتين إلى الأعلى.

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل إزاحة الطور للدالّة الرئيسة $f(x) = \sin x$؟

Ⓐ $g(x) = 5 \sin x$ Ⓒ $p(x) = \sin(2x)$

Ⓑ $h(x) = \sin(x - 2)$ Ⓓ $q(x) = \sin x - 3$

4. أيّ من الدوالّ التالية ممثّلة في التمثيل البيانيّ أدناه؟



Ⓐ $f(x) = \cos x - 2$

Ⓑ $f(x) = \cos(x - \pi)$

Ⓒ $f(x) = \cos(x - \pi) - 2$

Ⓓ $f(x) = \cos(x - \pi) + 2$

5. حدّد السعة والدورة والتردّد وإزاحة الطور والإزاحة الرأسيّة والقيمتين الصغرى والعظمى للدالّة $f(x) = \frac{1}{3} \sin 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 4$

عند مقارنة صيغة هذه الدالّة بالصيغة $y = a \sin[b(x - h)] + k$، التي هي تحويل للدالّة الرئيسة $y = \sin x$، أجد أنّ $a = \frac{1}{3}, b = 2, h = -\frac{\pi}{2}, k = -4$

إذن، السعة تساوي $\frac{1}{3}$، والدورة تساوي π، والتردّد يساوي $\frac{1}{\pi}$، وإزاحة الطور تساوي $h = -\frac{\pi}{2}$، إذن، التمثيل البيانيّ لهذه الدالّة هو إزاحة أفقيّة للتمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ وحدة إلى اليسار.

$k = -4$، إذن، التمثيل البيانيّ لهذه الدالّة هو إزاحة رأسيّة للتمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة بمقدار 4 وحدات إلى الأسفل.

القيمة العظمى تساوي $\frac{1}{3}(1) - 4 = -\frac{11}{3}$، والقيمة الصغرى تساوي $\frac{1}{3}(-1) - 4 = -\frac{13}{3}$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:36:46 PM

الاسم _____

6 تقويم الوحدة، النموذج A

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الزاوية غير المتطارفة مع الزوايا $140°$؟

Ⓐ $-220°$

Ⓑ $500°$

Ⓒ $320°$

Ⓓ $860°$

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قياس الزاوية المرجعيّة للزاوية $166°$ في الوضع القياسيّ؟

Ⓐ $-194°$

Ⓑ $-14°$

Ⓒ $14°$

Ⓓ $76°$

---

3. أيّ من الخيارات التالية لا ينطبق على الزاوية $\theta = 600°$؟

Ⓐ $\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

Ⓑ $\tan\theta = -\sqrt{3}$ و $\cos\theta = \frac{1}{2}$

Ⓒ $\csc\theta = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ و $\tan\theta = \sqrt{3}$

Ⓓ $\sec\theta = -2$ و $\cot\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

---

4. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كلّ من $\sin\theta$ و $\cos\theta$ إذا كانت $\theta = \frac{5\pi}{6}$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$ و $\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

5. إذا كانت $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ وكانت الزاوية θ تقع في الربع الثاني، فإنّ:

Ⓐ $\sin\theta = -\frac{3}{5}$

Ⓑ $\sin\theta = \frac{3}{5}$

Ⓒ $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{5}$

Ⓓ $\sin\theta = \frac{\sqrt{41}}{5}$

---

6. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\tan(780°) = -\sqrt{3}$

Ⓑ $\tan(780°) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓒ $\tan(780°) = \sqrt{3}$

Ⓓ $\tan(780°) = \tan(80°) \approx 5.6$

---

7. أيّ نسبة من النسب المثلّثيّة التالية للزوايا الربعيّة غير معرّفة؟

Ⓐ $\sec\frac{15\pi}{2}$

Ⓑ $\csc\frac{11\pi}{2}$

Ⓒ $\cot\frac{7\pi}{2}$

Ⓓ $\tan 5\pi$

---

8. أيّ من النقاط التالية تقع على دائرة الوحدة وتعبّر عن زاوية في الربع الثالث؟

Ⓐ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Ⓑ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ⓒ $\left(-1, -\sqrt{3}\right)$

Ⓓ $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

---

9. لتكن الدالّة $f(x) = 3\sin x$. أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ القيمتان العظمى والصغرى للدالّة هما 3 و -3، وتقعان عند $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ و $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ على التوالي.

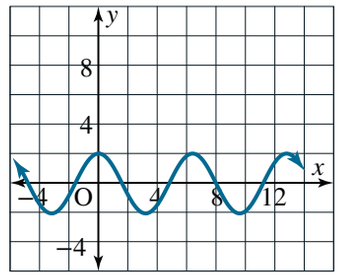
Ⓑ المجال هو $]-\infty, \infty[$ والمدى هو $[-3, 3]$

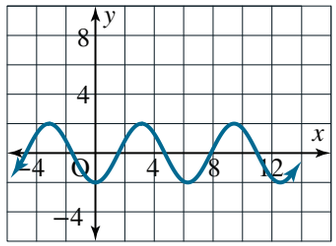
Ⓒ الدورة تساوي 2π والسعة تساوي 3

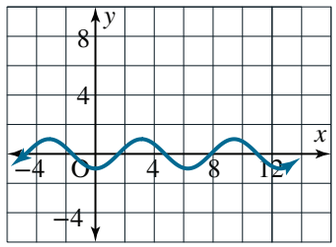
Ⓓ منحنى الدالّة f هو تمدّد أفقيّ لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin x$

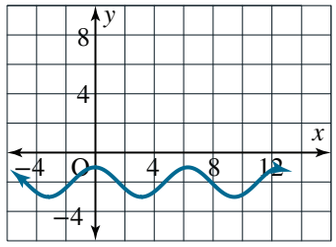
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:36:47 PM

10. أي من التمثيلات البيانيّة التالية يمثّل منحنى الدالّة $f(x) = -2\cos x$؟

Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


11. لتكن الدالّة $f(x) = -2\sin\left(\frac{1}{5}x\right)$. أيّ من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ دورة الدالّة تساوي $\frac{2\pi}{5}$

Ⓑ سعة الدالّة تساوي -2

Ⓒ سعة الدالّة تساوي 2

Ⓓ تردد الدالّة تساوي $\frac{5}{2\pi}$

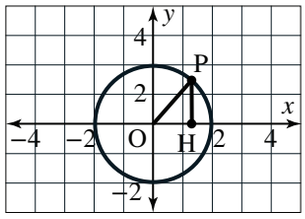
---

12. حدّد التحويلات الهندسيّة اللازمة لتحويل منحنى الدالّة الرئيسة $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالّة $g(x) = 4\tan(2x)$

تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{2}$، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 4

---

13. يتحرّك الجسم P على محيط دائرة طول نصف قطرها 2 ومركزها نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، بينما يتحرّك ظلّه H إلى اليمين واليسار، ذهابًا وإيابًا، على المحور x كما هو مبيّن في الشكل أدناه. ليكن $\overline{OH} = x$، أوجد قيمة x بدلالة الزاوية θ.

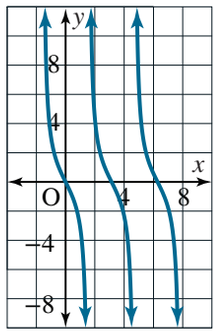


$x = 2\cos\theta$

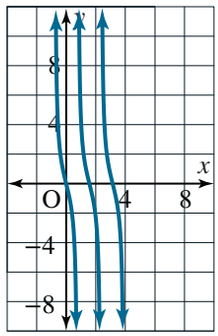
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:36:48 PM

14. أي من التمثيلات البيانيّة التالية يمثّل ثلاث دورات من منحنى للدالّة $f(x) = -2 \tan \frac{x}{2}$ ؟

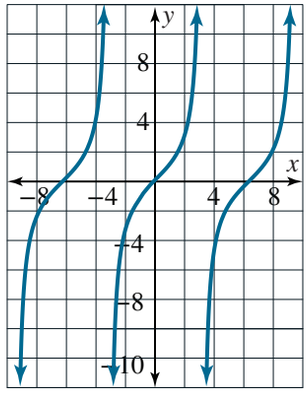
Ⓐ



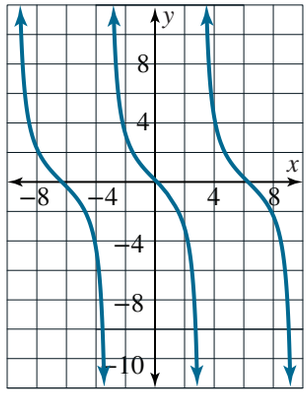
Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ



15. أيّ من العبارات التالية هي الصحيحة؟

Ⓐ منحنى الدالّة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة رأسيّة إلى الأعلى بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin x$

Ⓑ منحنى الدالّة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة رأسيّة إلى الأسفل بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin x$

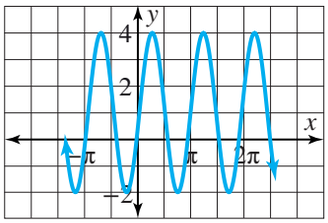
Ⓒ منحنى الدالّة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin x$

Ⓓ منحنى الدالّة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة أفقية إلى اليسار بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin x$

---

16. مثّل الدالّة $y = 3 \sin 2x + 1$ بيانيًّا باستعمال التحويلات الهندسيّة.

تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{2}$، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى لمنحنى الدالّة $y = \sin x$



---

17. لتكن الدالّة $f(x) = -3 \cos 4x + 2$. أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ سعة الدالّة تساوي 3 ودورتها $\frac{\pi}{2}$

Ⓑ إزاحة الطور تساوي 4

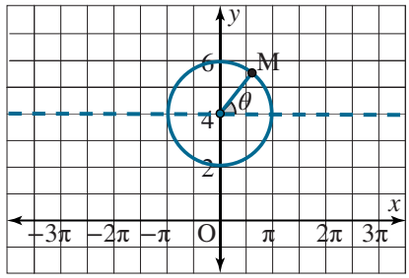
Ⓒ القيمة العظمى للدالّة 5 وقيمتها الصغرى -1

Ⓓ منحنى الدالّة f هو انعكاس لمنحنى الدالّة $g(x) = 3 \cos 4x - 2$ حول المحور x

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:36:50 PM

18. نثبّت مركز عملة معدنيّة طول نصف قطرها 2 عند النقطة $(0, 4)$. تدور القطعة بسرعة ثابتة بحيث يمكننا إيجاد قياس الزاوية θ التي يمكن استعمالها لتحديد مكان النقطة M بدلالة الزمن t وفق المعادلة $\theta = 3t + \frac{\pi}{6}$. أوجد y_M بدلالة الزمن.

$y_M = 2 \sin\left(3t + \frac{\pi}{6}\right) + 4$



19. أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على الدالّة $f(x) = a \sin(x - \pi) + 2$ إذا كانت السعة لا تساوي a؟

Ⓐ سعة الدالة f تساوي $-a$

Ⓑ القيمة الصغرى تساوي $a + 2$

Ⓒ $a \leq 0$

Ⓓ $a < 0$

20. إذا كانت دورة الدالّة $f(x) = a \cos[b(x - h)] + k$ تساوي السعة $a > 0$ و $b > 0$، أثبت أنّ $ab = 2\pi$، وحدّد كيف تؤثّر إشارة k على منحنى الدالة الناتجة.

وفق القاعدة، دورة الدالّة تساوي $\frac{2\pi}{|b|}$ ، إذن، $\frac{2\pi}{b} = a$. أي أنّ $ab = 2\pi$

إذا كانت إشارة k موجبة، يكون منحنى الدالّة الناتجة إزاحة لمنحنى الدالّة الرئيسة بمقدار k وحدة إلى الأعلى. وإذا كانت إشارة k سالبة، يكون منحنى الدالّة الناتجة إزاحة لمنحنى الدالّة الرئيسة بمقدار k وحدة إلى الأسفل.

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:36:50 PM

الاسم _____

6 تقويم الوحدة، النموذج B

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الزاوية غير المتطارفة مع الزاوية $150°$؟

Ⓐ $-210°$

Ⓑ $510°$

Ⓒ $870°$

Ⓓ $860°$

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قياس الزاوية المرجعيّة للزاوية $157°$ في الوضع القياسيّ؟

Ⓐ $-203°$ Ⓒ $67°$

Ⓑ $23°$ Ⓓ $337°$

---

3. أيّ من الخيارات التالية لا ينطبق على الزاوية $\theta = 480°$؟

Ⓐ $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

Ⓑ $\cos\theta = \frac{1}{2}$ و $\tan\theta = -\sqrt{3}$

Ⓒ $\tan\theta = -\sqrt{3}$ و $\csc\theta = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Ⓓ $\cot\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\sec\theta = -2$

---

4. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كلّ من $\sin\theta$ و $\cos\theta$ إذا كانت $\theta = \frac{3\pi}{4}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

---

5. إذا كانت $\cos\theta = -\frac{4}{5}$ وكانت الزاوية θ تقع في الربع الثالث، فإنّ:

Ⓐ $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ Ⓒ $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{5}$

Ⓑ $\sin\theta = \frac{3}{5}$ Ⓓ $\sin\theta = \frac{\sqrt{41}}{5}$

6. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\tan(840°) = -\sqrt{3}$

Ⓑ $\tan(840°) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓒ $\tan(840°) = \sqrt{3}$

Ⓓ $\tan(840°) = \tan(70°) \approx 2.7$

---

7. أيّ نسبة من النسب المثلّثيّة التالية للزوايا الربعيّة غير معرّفة؟

Ⓐ $\csc\frac{11\pi}{2}$ Ⓒ $\tan\frac{13\pi}{2}$

Ⓑ $\cos\frac{17\pi}{2}$ Ⓓ $\tan 7\pi$

---

8. أيّ من النقاط التالية تقع على دائرة الوحدة وتعبّر عن زاوية في الربع الثاني؟

Ⓐ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Ⓑ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ⓒ $\left(-1, \sqrt{3}\right)$

Ⓓ $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

---

9. لتكن الدالّة $f(x) = 3\cos x$. أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ القيمتان العظمى والصغرى للدالّة هما 3 و -3، وتقعان عند $2k\pi$ و $\pi + 2k\pi$ على التوالي

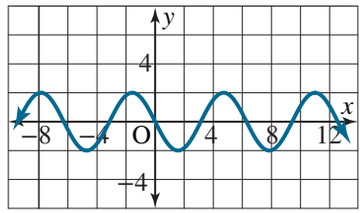
Ⓑ المجال هو $]-\infty, \infty[$ والمدى هو $[-3, 3]$

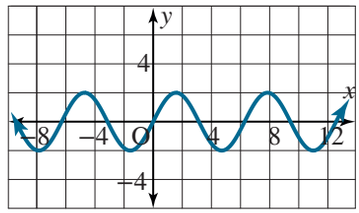
Ⓒ الدورة تساوي 2π والسعة تساوي 3

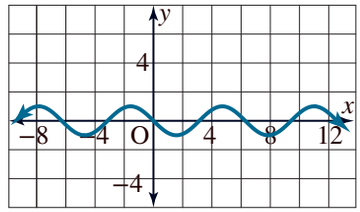
Ⓓ منحنى الدالّة f هو تمدّد أفقيّ لمنحنى الدالّة $g(x) = \cos x$

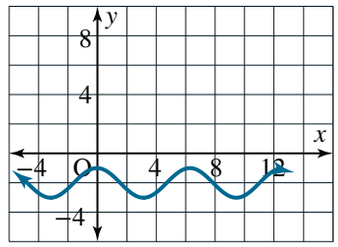
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:36:52 PM

10. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية يمثّل منحنى الدالّة $f(x) = -2 \sin x$؟

Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


11. لتكن الدالّة $f(x) = 3 \sin (2x)$. أيّ من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ دورة الدالّة تساوي $\frac{1}{\pi}$

Ⓑ سعة الدالّة تساوي -3

Ⓒ سعة الدالّة تساوي 3

Ⓓ تردّد الدالّة تساوي π

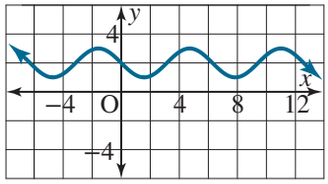
---

12. حدّد التحويلات الهندسيّة اللازمة لتحويل منحنى الدالّة الرئيسة $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالّة $g(x) = 3 \tan(4x)$.

تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3

---

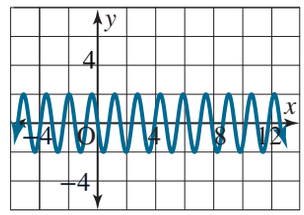
13. اكتب معادلة تنمذج الدالّة التي يمثلها التمثيل البيانيّ في الرسم أدناه.

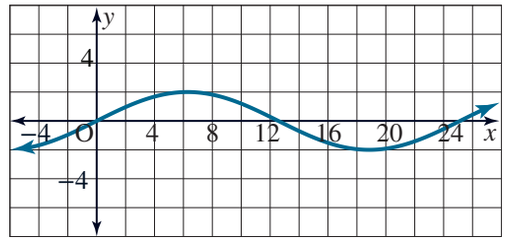


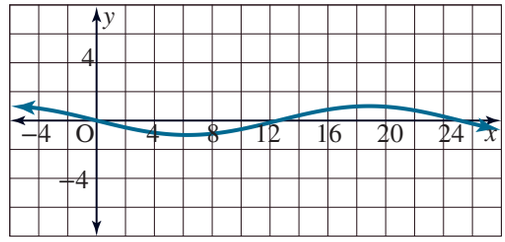
$y = -\sin x + 2$

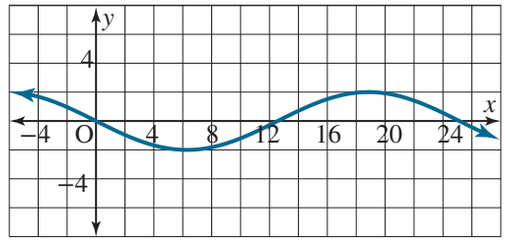
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:36:53 PM

14. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية يمثّل منحنى الدالّة $f(x) = -2 \sin \frac{x}{4}$؟

Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


15. أيّ من العبارات التالية هي الصحيحة؟

Ⓐ منحنى الدالّة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة رأسيّة إلى الأعلى بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \cos x$

Ⓑ منحنى الدالّة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة رأسيّة إلى الأسفل بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \cos x$

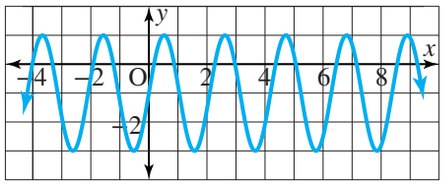
Ⓒ منحنى الدالّة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة أفقيّة إلى اليمين بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \cos x$

Ⓓ منحنى الدالّة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة أفقيّة إلى اليسار بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالّة $g(x) = \cos x$

---

16. مثّل الدالّة $y = 2 \sin 3x - 1$ بيانيًّا باستعمال التحويلات الهندسيّة.

تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 2، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل لمنحنى الدالّة $y = \sin x$



---

17. لتكن الدالّة $f(x) = \frac{1}{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4$.
أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ سعة الدالّة تساوي $\frac{1}{2}$ ودورتها 2π

Ⓑ إزاحة الطور تساوي $\frac{\pi}{3}$

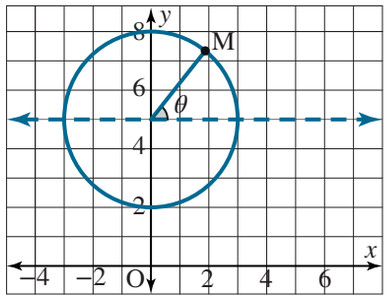
Ⓒ القيمة العظمى للدالّة $\frac{1}{2}$ وقيمتها الصغرى $-\frac{1}{2}$

Ⓓ منحنى الدالّة f هو انعكاس لمنحنى الدالّة $g(x) = -\frac{1}{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 4$ حول المحور x

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:36:54 PM

18. تُثبّت مركز عملة معدنيّة طول نصف قطرها 3 عند النقطة $(0, 5)$. تدور القطعة بسرعة ثابتة، بحيث يمكنك إيجاد قياس الزاوية θ التي يمكن استعمالها لتحديد مكان النقطة M بدلالة الزمن t وفق المعادلة $\theta = 4t + \frac{\pi}{4}$. أوجد y_M بدلالة الزمن.

$y_M = 3 \sin\left(4t + \frac{\pi}{4}\right) + 5$



19. لتكن الدالّة $f(x) = a \sin(x - h) + k$. إذا كانت $a > 0$ و $k > 0$ حيث $a = k$، فإنّ القيمة الصغرى للدالّة تساوي:

Ⓐ $-2a$

Ⓑ 0

Ⓒ $2a$

Ⓓ لا يمكن تحديدها

20. إذا كانت دورة الدالّة $f(x) = a \cos[b(x - h)] + k$ تساوي ضعف السعة $a > 0$ و $b > 0$، أثبت أنّ $ab = \pi$، وحدّد كيف تؤثّر إشارة k على منحنى الدالة الناتجة.

وفق القاعدة، دورة الدالّة تساوي $\frac{2\pi}{|b|}$ ،
إذن، $\frac{2\pi}{b} = 2a$. أي إنّ $ab = \pi$

إذا كانت إشارة k موجبة، يكون منحنى الدالّة الناتجة إزاحة لمنحنى الدالّة الرئيسة بمقدار k وحدة إلى الأعلى. وإذا كانت إشارة k سالبة، يكون منحنى الدالّة الناتجة إزاحة لمنحنى الدالّة الرئيسة بمقدار k وحدة إلى الأسفل.

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:36:55 PM

الاسم _____

6 تقويم الوحدة، النموذج C

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الزاوية غير المتطارفة مع الزاوية $105°$؟

Ⓐ $-255°$

Ⓑ $465°$

Ⓒ $195°$

Ⓓ $825°$

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قياس الزاوية المرجعيّة للزاوية $152°$ في الوضع القياسيّ؟

Ⓐ $-208°$ Ⓒ $62°$

Ⓑ $28°$ Ⓓ $332°$

---

3. أيّ من الخيارات التالية لا ينطبق على الزاوية $\theta = 330°$؟

Ⓐ $\sin\theta = -\frac{1}{2}$ و $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓑ $\tan\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓒ $\csc\theta = -2$ و $\tan\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓓ $\sec\theta = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ و $\cot\theta = \sqrt{3}$

---

4. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كلّ من $\sin\theta$ و $\cos\theta$ إذا كانت $\theta = \frac{2\pi}{3}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos\theta = -\frac{1}{2}$

---

5. إذا كانت $\cos\theta = -\frac{3}{5}$ وكانت الزاوية θ تقع في الربع الثالث، فإنّ:

Ⓐ $\sin\theta = -\frac{4}{5}$ Ⓒ $\sin\theta = \frac{\sqrt{34}}{5}$

Ⓑ $\sin\theta = \frac{4}{5}$ Ⓓ $\sin\theta = -\frac{\sqrt{34}}{5}$

---

6. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\tan(675°) = -\sqrt{3}$

Ⓑ $\tan(675°) = -1$

Ⓒ $\tan(675°) = 1$

Ⓓ $\tan(675°) = \tan(75°) \approx 3.7$

---

7. أيّ نسبة من النسب المثلّثيّة التالية للزوايا الربعيّة غير معرّفة؟

Ⓐ $\csc\frac{13\pi}{2}$ Ⓒ $\tan 9\pi$

Ⓑ $\cot 8\pi$ Ⓓ $\cot\frac{15\pi}{2}$

---

8. أيّ من النقاط التالية تقع على دائرة الوحدة وتعبّر عن زاوية في الربع الرابع؟

Ⓐ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Ⓑ $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ⓒ $\left(1, -\sqrt{3}\right)$

Ⓓ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

---

9. لتكن الدالّة $f(x) = 2\sin x$. أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ القيمتان العظمى والصغرى للدالّة هما 2 و -2، وتقعان عند $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ و $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ على التوالي

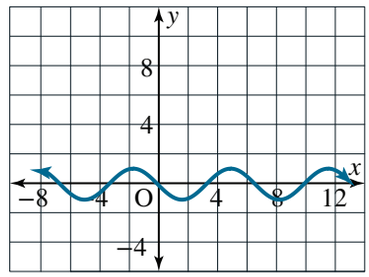
Ⓑ المجال هو $]-\infty, \infty[$ والمدى هو $[-2, 2]$

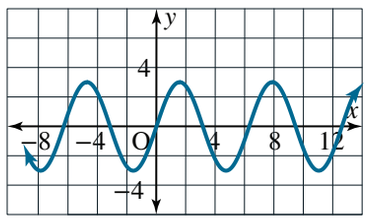
Ⓒ الدورة تساوي π والسعة تساوي 4

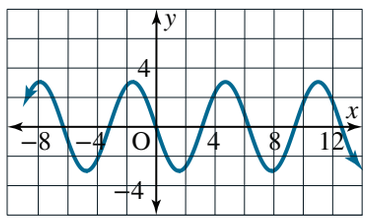
Ⓓ منحنى الدالّة f هو إزاحة أفقيّة لمنحنى الدالّة $g(x) = 2\cos x$

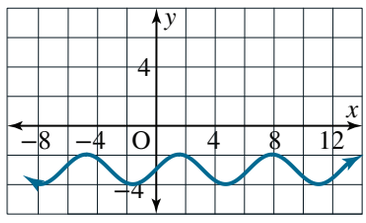
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:36:56 PM

10. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية يمثّل منحنى الدالّة $f(x) = -3 \sin x$؟

Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


11. لتكن الدالّة $f(x) = -\frac{2}{3} \sin(4x)$.
أيّ من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ دورة الدالّة تساوي 8π

Ⓑ دورة الدالّة تساوي $\frac{\pi}{4}$

Ⓒ سعة الدالّة تساوي $\frac{3}{2}$

● تردّد الدالّة يساوي $\frac{2}{\pi}$

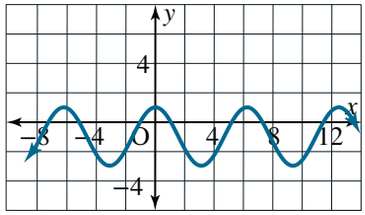
---

12. حدّد التحويلات الهندسيّة اللازمة لتحويل منحنى الدالّة الرئيسة $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالّة $g(x) = 2 \tan(3x)$

تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 2

---

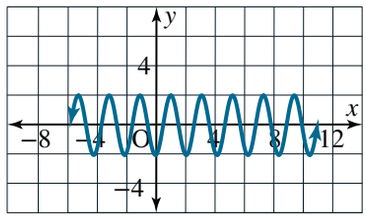
13. اكتب معادلة تنمذج الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه.

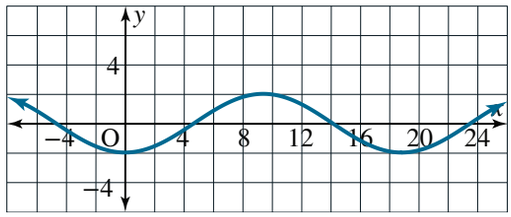


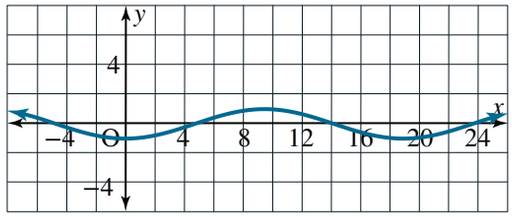
$x = 2 \cos(x) - 1$

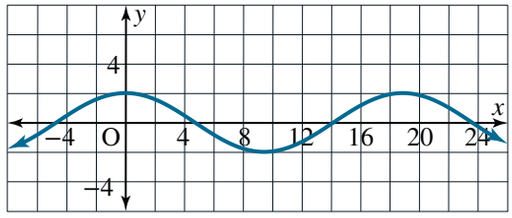
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:36:57 PM

14. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية يمثّل منحنى الدالّة $f(x) = -2\cos\left(\frac{x}{3}\right)$؟

Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


15. أيّ من العبارات التالية هي الصحيحة؟

Ⓐ منحنى الدالّة $f(x) = -\sin x$ يتطابق مع منحنى الدالّة $g(x) = \sin(x - \pi)$

Ⓑ منحنى الدالّة $f(x) = -\sin x$ هو إزاحة رأسيّة إلى الأسفل بمقدار π لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin(x - \pi)$

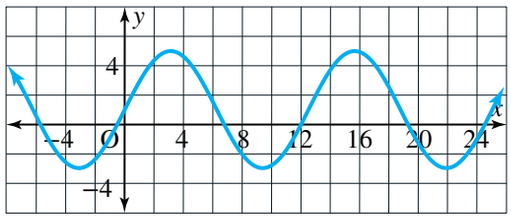
Ⓒ منحنى الدالّة $f(x) = -\sin x$ هو إزاحة أفقيّة إلى اليمين بمقدار π لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin(x - \pi)$

Ⓓ منحنى الدالّة $f(x) = -\sin x$ هو إزاحة أفقيّة إلى اليسار بمقدار π لمنحنى الدالّة $g(x) = \sin(x - \pi)$

---

16. مثّل الدالّة $y = 4\sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ بيانيًّا باستعمال التحويلات الهندسيّة.

تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 2، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 4، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى لمنحنى الدالّة $y = \sin x$



---

17. لتكن الدالّة $f(x) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 3$.
أيّ من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ سعة الدالّة تساوي 2π ودورتها تساوي 2

Ⓑ إزاحة الطور تساوي $\frac{\pi}{4}$

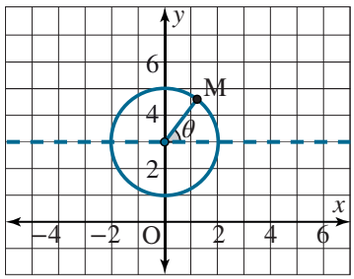
Ⓒ القيمة العظمى للدالّة -1 وقيمتها الصغرى -5

Ⓓ منحنى الدالّة f هو انعكاس لمنحنى الدالّة $g(x) = -2\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 3$ حول المحور x

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:36:59 PM

18. تثبّت مركز عملة معدنيّة طول نصف قطرها 2 عند النقطة $(0, 3)$. تدور القطعة بسرعة ثابتة بحيث يمكنك إيجاد قياس الزاوية θ التي يمكن استعمالها لتحديد مكان النقطة M بدلالة الزمن t وفق المعادلة $\theta = 2t + \frac{\pi}{3}$. أوجد y_M بدلالة الزمن.

$y_M = 2 \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + 3$



19. لتكن الدالّة $f(x) = a \sin(x - h) + k$. إذا كانت $a > 0$ و $k > 0$ حيث $a = k$، فإنّ القيمة العظمى للدالّة تساوي :

Ⓐ $3a$

Ⓑ $2a$

Ⓒ 0

Ⓓ لا يمكن تحديدها

20. إذا كانت دورة الدالّة $f(x) = a \cos[b(x - h)] + k$ تساوي نصف السعة $a > 0$ و $b > 0$، أثبت أنّ $ab = 4\pi$، وحدّد كيف تؤثّر إشارة k في منحنى الدالّة الناتجة.

وفق القاعدة، دورة الدالّة تساوي $\frac{2\pi}{|b|}$ ،

إذن، $\frac{2\pi}{b} = \frac{a}{2}$. أي إنّ $ab = 4\pi$

إذا كانت إشارة k موجبة، يكون منحنى الدالّة الناتجة إزاحة لمنحنى الدالّة الرئيسة بمقدار k وحدة إلى الأعلى. وإذا كانت إشارة k سالبة، يكون منحنى الدالّة الناتجة إزاحة لمنحنى الدالّة الرئيسة بمقدار k وحدة إلى الأسفل.

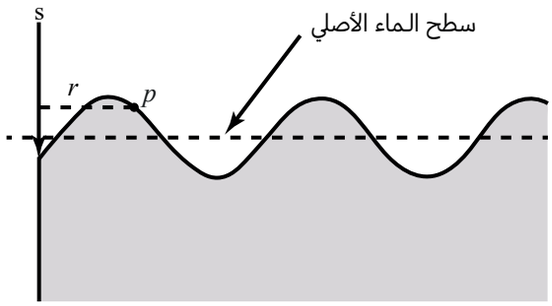
M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:36:59 PM

الاسم _____

6 تقويم الأداء، النموذج A

إذا نقرنا سطح الماء بإبرة تتشكّل حولها موجات دائريّة تأخذ بالتوسّع بشكل دائريّ. تهتزّ كلّ نقطة P على سطح الماء، على بعد r عن الإبرة، وفق الصيغة $y_p = \frac{A}{r} \sin k(r - vt)$، حيث t الزمن بالثواني، و y مقدار الارتفاع أو الانخفاض عن سطح الماء الأصلي، أما قيمتا الثابتين k و v (سرعة انتشار الموجة) فتحدّدهما سرعة اهتزاز الإبرة صعودًا ونزولًا.

1. أجب عن الأسئلة التالية.



a. إذا كانت النقطة P تبعد مسافة r من موقع الإبرة S، حدّد الزمن اللازم لعودة النقطة P إلى مستوى سطح الماء أوّل مرّة.

$$\sin k(r - vt) = 0$$

$$k(r - vt) = \pi$$

$$t = \frac{kr - \pi}{kv}$$

b. أوجد دورة وسعة الدالّة y_p.

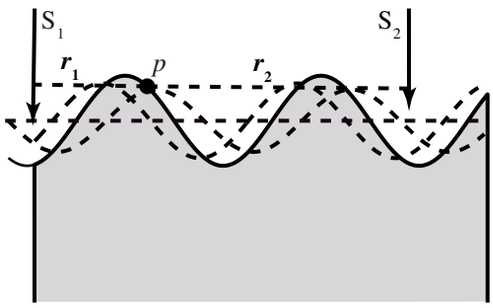
الدورة هي $\frac{2\pi}{kv}$ و السعة هي $\frac{A}{r}$

c. إذا كان الزمن t ثابتًا والمسافة r متغيّرة، هل تكون الدالّة y بدلالة r دالّة دوريّة؟

لا، لأنّ وجود r في المقام لا يجعل الدالّة دوريّة.

2. وضعت إبرتان، S_1 و S_2، بحيث تنقران بتناغم تامّ على سطح الماء في مكانين مختلفين. نلاحظ الموجات الدائريّة وقد بدأت بالتداخل لينشأ عن ذلك أشكال أقرب ما يكون إلى القطع الناقص (الإهليجي).

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:37:01 PM



تهتزّ النقطة P على مسافة r_1 من S_1 وعلى مسافة r_2 من S_2
وفقًا للصيغة $y_p = \frac{B}{r}\sin k(r - vt)$، حيث $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$
و $B = \frac{A}{r}\cos\frac{k}{2}(r_1 - r_2)$

a. أوجد النقاط التي لن تتعرّض لأيّ اهتزاز. برّر إجابتك.

$$B = 0$$

$$\frac{k}{2}(r_1 - r_2) = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \geq 0$$

$$r_1 - r_2 = \frac{2\pi}{k}\left(n + \frac{1}{2}\right)$$

النقاط التي لن تهتز هي تلك التي يكون فيها الفرق بين المسافتين ثابتًا ويساوي

$$\frac{2\pi}{k}\left(n + \frac{1}{2}\right)،\ n \geq 0$$

b. أوجد النقاط التي يبلغ فيها الاهتزاز أقصى قوّته.

النقاط التي يبلغ فيها الاهتزاز أقصى قوّته هي حيث تكون السعة B هي الأكبر. إذن،

$$\left|\cos\frac{k}{2}(r_1 - r_2)\right| = 1$$

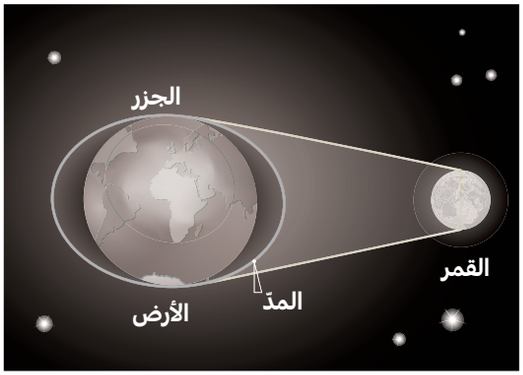
$$\frac{k}{2}(r_1 - r_2) = n\pi$$

$$r_1 - r_2 = \frac{2n\pi}{k}$$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:37:02 PM

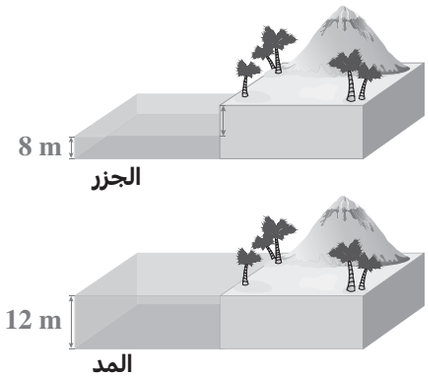
الاسم _____

6 تقويم الأداء، النموذج B



المدّ والجزر ظاهرة طبيعيّة تحدث بتأثير جاذبيّة القمر، وتتكوّن من حالتين متناوبتين، حيث ترتفع مياه البحار والمحيطات في حالة المدّ وتنخفض في حالة الجزر. عندما يكون المسطّح المائيّ في الجهة المقابلة للقمر تسحب قوة الجاذبية بشكل تدريجي المياه بعيداً عن سطح الأرض وعندما تصل إلى أقصى ارتفاع لها يكون قد حدث "المدّ"، ثمّ تبدأ بالانخفاض عندما يبدأ المسطّح المائيّ بالابتعاد عن الجهة المقابلة للقمر، حتى تصل المياه إلى أقلّ عمق لها عند حدوث "الجزر".

تسمح هذه الظاهرة لربابنة السفن والمراكب بمعرفة الوقت المناسب للرسوّ في الموانئ ذات المياه الضحلة، وتسمح كذلك للصيادين بتحديد الوقت المناسب للإبحار إلى أعالي البحار.



تحدث ظاهرة المدّ والجزر عند شاطئ أحد البحار بشكل دوريّ كلّ 12 ساعة، وقد حدث المدّ في أحد الأيّام عند الساعة 6:00 AM فبلغ عمق المياه 12 مترًا، ثمّ تلاه الجزر ليصل عمق المياه إلى 8 أمتار.

1. يمكن نمذجة عمق المياه بدلالة الزمن في حالة المدّ والجزر، باستعمال دالّة جيب التمام $y = a\cos\left(b(t-h)\right) + k$ حيث y عمق المياه بالأمتار عند الزمن t ساعة بعد منتصف الليل.

a. حدّد القيمتين العظمى والصغرى لهذه الدالّة، ثمّ استنتج أنّ $k = 10$ و $|a| = 2$.

القيمة العظمى للدالّة تساوي 12 (عمق المياه عند حصول المدّ) والقيمة الصغرى تساوي 8 (عمق المياه عند حصول الجزر)، إذن، يقع خطّ المنتصف عند $\frac{12+8}{2} = 10$ ، أي إنّ $k = 10$.

المسافة من خطّ المنتصف إلى موقع القيمة العظمى على منحنى الدالّة تمثّل القيمة المطلقة للمتغيّر a التي تساوي $|a| = 2$

b. حدّد دورة الدالّة، ثمّ استنتج أنّ $b = \frac{\pi}{6}$

دورة الدالّة 12 ساعة. أي إنّ $T = 12$، إذن:

$$b = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:37:05 PM

c. حدّد الزمن t الذي تبلغ عنده الدالّة قيمتها العظمى أوّل مرّة، ثمّ استنتج قيمة h.

تبلغ الدالّة قيمتها العظمى عند حصول المدّ أوّل مرّة، أي بعد منتصف الليل بستّ ساعات، إذن، $t = 6$. أي أن إزاحة الطور هي $h = 6$.

d. برهن أنّ بالإمكان كتابة الدالّة y بصيغتين.

اكتب كلتا الصيغتين للدالّة، ثمّ اذكر الصيغة المفضّلة لديك مع توضيح السبب.

عند تعويض هذه القيم الأربع في الدالّة أحصل على:

الصيغة الأولى: $y = 2\cos\left(\frac{\pi}{6}(t-6)\right)+10$

الصيغة الثانية: $y = -2\cos\left(\frac{\pi}{6}(t)\right)+10$

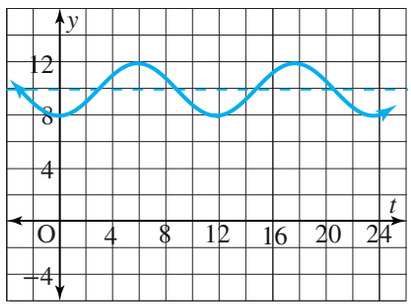
(ناقش إجابات الطلّاب حول الصيغة المفضّلة لديهم وأسباب تفضيلهم إيّاها)

2. كلّما ازداد عمق المياه يصبح أسهل على المراكب والسفن، خاصّة الضخمة منها، أن ترسو في الميناء.

املأ الجدول أدناه باقتراح توقيتين مناسبين لرسوّ كلّ سفينة بحسب العمق المناسب لها.

اسم السفينة	A	B	C	D
العمق المناسب	10 m	9 m	11 m	14 m
توقيت الرسوّ المناسب	3:00 AM 9:00 AM	2:00 AM 10:00 AM	4:00 AM 8:00 AM	لا يمكنها الرسوّ في هذا الميناء

3. مثّل الدالّة y بيانيًّا.



4. هل يمكن نمذجة عمق المياه بدالّة الجيب بدلًا من دالّة جيب التمام؟ إذا كانت الإجابة نعم، اكتب هذه الدالّة.

نعم؛ دالّة الجيب هي إزاحة لدالّة جيب التمام بمقدار $\frac{\pi}{2}$ وحدة إلى اليسار.

$$y = 2\cos\left(\frac{\pi}{6}(t-6)\right)+2$$
$$= 2\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-6)+\frac{\pi}{2}\right)+2$$
$$= 2\sin\left(\frac{\pi}{6}(t-3)\right)+2$$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:37:05 PM

الاسم _____

الاختبار التراكميّ للوحدات 1-6

1. الصيغة الارتداديّة الممكنة للمتتالية 4, 7, 10, 13, ... هي:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = 2a_{n-1} \end{cases} \quad n \geq 1$

● Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases} \quad n \geq 1$

Ⓒ $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = 3a_n + 3 \end{cases} \quad n \geq 1$

Ⓓ $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n - 3 \end{cases} \quad n \geq 1$

2. الحدّ العامّ للمتتالية الحسابيّة المعطاة a_n حيث $n > 0$ هو:

6, 11, 16, 21, ...

Ⓐ $a_n = 6n - 1$

Ⓑ $a_n = 5n + 6$

● Ⓒ $a_n = 5n + 1$

Ⓓ $a_n = 5n - 6$

3. أوجد الحدّ الأوّل a_1 للمتتالية الهندسيّة a_n والنسبة الثابتة فيها r، حيث $a_2 = -4$ و $a_5 = -\frac{1}{16}$.

$a_2 = -4, a_1 \times r = -4, a_1 = -\frac{4}{r}$

$a_5 = -\frac{1}{16}, a_1 \times r^4 = -\frac{1}{16}$

عوّض $a_1 = -\frac{4}{r}$

$r^3 = \frac{1}{64}$

$r = \frac{1}{4}$

إذن، $a_1 = -16$

4. أوجد مجموع أوّل n حدّ من حدود المتتالية الهندسيّة التالية:

8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, ...

Ⓐ $S_n = \frac{1}{14}(8^n - 1)$

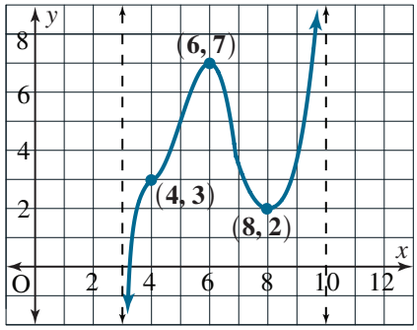
Ⓑ $S_n = \frac{16}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$

● Ⓒ $S_n = 16\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$

Ⓓ $a_n = 8(2^n - 1)$

5. حدّد من التمثيل البيانيّ المعطى ما إذا كانت كلّ نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محلّيّة أم لا.

ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالّة متزايدة أو متناقصة. حدّد خطوط التقارب لمنحنى الدالّة، إن وُجدت



للدالّة قيمة عظمى محلّيّة عند النقطة $(6, 7)$ تساوي 7

للدالّة قيمة صغرى محلّيّة عند النقطة $(8, 2)$ تساوي 2

تتزايد الدالّة في الفترتين $[3, 6]$ و $[8, 10]$ وتتناقص في الفترة $[6, 8]$

لمنحنى الدالّة خطّا تقارب رأسيّان هما $x = 3$ و $x = 10$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 1:37:06 PM

6. إذا كانت $f(x) = \sqrt{2x+4}$ و $g(x) = x^2 + 5x - 2$ فإن قيمة الدالّة $f(g(x))$ تساوي:

Ⓐ $\sqrt{2x^2 + 10x}$

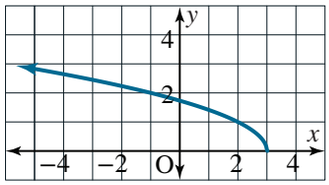
Ⓑ $7x + 2$

Ⓒ $\sqrt{2x^2 + 10x - 4}$

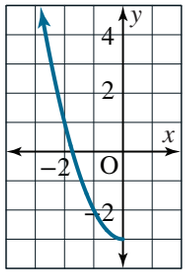
Ⓓ $2x + 2 + 5\sqrt{2x+4}$

---

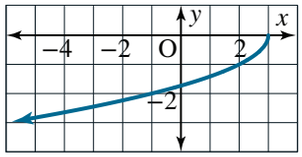
7. التمثيل البيانيّ لمعكوس الدالّة الممثّلة بيانيًّا أدناه هو:



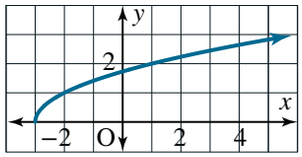
Ⓐ



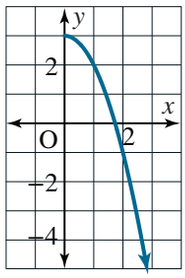
Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ



8. لتكن الدالّة f. أيّ من الدوالّ التالية تنتج عن تحويل الدالّة f عبر إجراء تضيّق أفقيّ لمنحناها بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$ ثمّ انعكاس حول المحور x.

Ⓐ $y = -3f(x)$

Ⓑ $y = -\frac{1}{3}f(x)$

Ⓒ $y = f(-3x)$

Ⓓ $y = -f(3x)$

---

9. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطوّلة، واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسريّة إذا كان:
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 13$ و $g(x) = x^2 + 4$.

$$\frac{f(x)}{g(x)} = x - 3 - \frac{2x+1}{x^2+4}$$

---

10. أيّ ممّا يلي يمثّل باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x + 3$ على المقدار $x + 1$؟

Ⓐ 0

Ⓑ 1

Ⓒ 3

Ⓓ 9

---

11. إذا كانت $f(x) = x^3 + mx^2 - 4x - 4m$، فإن $(x + 2)$

Ⓐ أحد عوامل الدالّة f فقط إذا كان $m = 0$

Ⓑ أحد عوامل الدالّة f فقط إذا كان $m = 2$

Ⓒ أحد عوامل الدالّة f فقط إذا كان $m = -2$

Ⓓ أحد عوامل الدالّة f أيًّا تكن قيمة m

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 1:37:08 PM

12. مستوعب لتخزين المعدّات الزراعيّة طوله $(3x + 1)$ m وعرضه $(x + 1)$ m وارتفاعه x m.
حجم المستوعب معطى بالدالّة
$V(x) = 3x^3 + 4x^2 + x$.

أوجد أبعاد هذا المستوعب إذا كان حجمه يساوي $8\ m^3$

$3x^3 + 4x^2 + x = 8$

$3x^3 + 4x^2 + x - 8 = 0$

الأصفار النسبيّة الممكنة:

$$\frac{\text{عوامل المعامل الثابت } -8}{\text{عوامل المعامل الرئيس } 3}$$

$$= \pm 1, \pm 2, \pm 4, \pm 8, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{2}{3}, \pm\frac{4}{3}, \pm\frac{8}{3}$$

بالتعويض نجد أنّ $V(1) = 0$

إذن، $x = 1$ هو صفر للمعادلة وبالتالي
$(x - 1)$ هو من عوامل $V(x)$

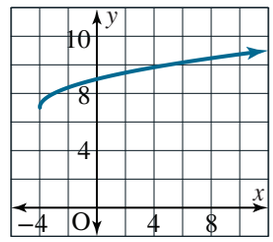
باستعمال القسمة التركيبيّة:

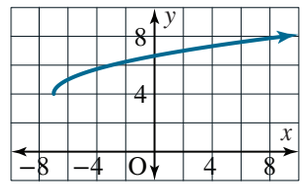
$V(x) = (x - 1)(3x^2 + 7x + 8)$

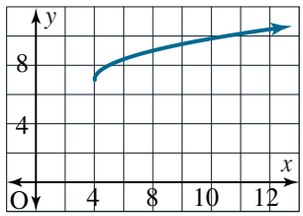
إذن، $x = 1$ هو الجذر الموجب الوحيد.
أبعاد المستوعب هي: 1 m و 2 m و 4 m

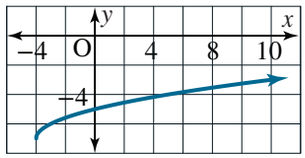
---

13. إذا أزحت التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \sqrt{x}$ بمقدار 4 وحدات إلى اليسار و 7 وحدات إلى الأعلى، أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية هو التمثيل البيانيّ الناتج عن هذه الإزاحة؟

Ⓐ


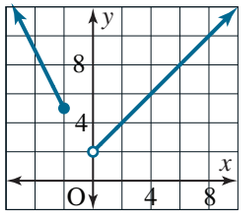
Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


---

14. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل الدالّة المتعدّدة التعريف الممثّلة بيانيًّا أدناه؟



Ⓐ $y = \begin{cases} -2x - 1 & , \ x \le -2 \\ x + 2 & , \ x > -2 \end{cases}$

Ⓑ $y = \begin{cases} -2x + 1 & , \ x \le -2 \\ x + 2 & , \ x > 0 \end{cases}$

Ⓒ $y = \begin{cases} 2x - 1 & , \ x \le -2 \\ -x + 2 & , \ x > 0 \end{cases}$

Ⓓ $y = \begin{cases} -2x + 1 & , \ x \le -2 \\ 2x - 2 & , \ x > 0 \end{cases}$

---

15. أيّ من الخيارات التالية يمثّل خطوط التقارب الأفقيّة والرأسيّة لمنحنى الدالّة $y = \dfrac{x + 5}{x^2 + 3x - 10}$؟

Ⓐ $x = -5$ و $x = 2$ و $y = 0$

Ⓑ $x = 2$ و $y = 0$

Ⓒ $x = 2$ و $y = 5$

Ⓓ $x = -2$ و $y = 0$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 1:37:10 PM

16. أوجد مجال الدالّة $f(x) = \frac{5}{x-3}$ واستعمل النهايات لوصف سلوك f عند قيمة (قيم) x الواقعة خارج المجال.

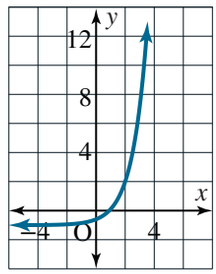
مجال الدالّة هو: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \to 3^+} f(x) = \infty$

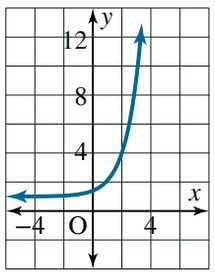
---

17. أيّ من التمثيلات البيانيّة التالية هو التمثيل البيانيّ للدالّة $y = 3e^{x-2} + 1$؟

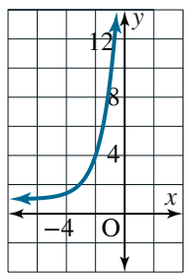
Ⓐ



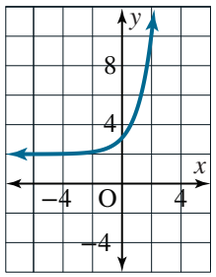
Ⓒ



Ⓑ



Ⓓ



---

18. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصورة اللوغاريتميّة للمعادلة $5^a = b$، حيث $a > 0$ و $b > 0$؟

Ⓐ $\log_5 b = a$

Ⓒ $\log_a 5 = b$

Ⓑ $\log_5 a = b$

Ⓓ $\log_b a = 5$

---

19. أيّ من القيم التالية تمثّل قيمة المقدار اللوغاريتميّ $\log_3(243)$؟

Ⓐ 81

Ⓒ 5

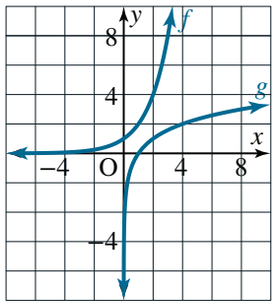
Ⓑ 4

Ⓓ 125

---

20. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنى الدالّة $f(x) = 4^x$ ومنحنى الدالّة $g(x) = \log_4 x$.

أيّ من الخيارات التالية يساعدك في التحقّق من أنّ $g(x) = f^{-1}(x)$؟



Ⓐ مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس.

Ⓑ $f(g(2)) = 2$ و $g(f(2)) = 2$

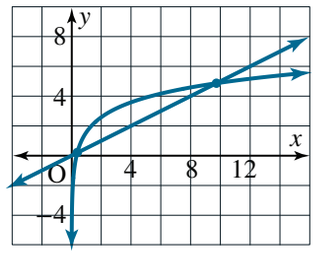
Ⓒ خطّ تقارب منحنى الدالّة f هو المحور x وخطّ تقارب منحنى الدالّة g هو المحور y

Ⓓ منحنى الدالّة f يناظر منحنى الدالّة g حول المستقيم $y = x$

---

21. يوضّح التمثيل البيانيّ أدناه منحنى الدالّة $y = \log_2(3x)$ ومنحنى الدالّة $y = 0.5x$.

أوجد عدد حلول المعادلة $\log_2(3x) = 0.5x$.



Ⓐ 0

Ⓒ 2

Ⓑ 1

Ⓓ 3

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 1:37:12 PM

22. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $\log(2x + 6) = 3$؟

Ⓐ $x = 503$ Ⓒ $x = 7.04$

Ⓑ $x = 12$ Ⓓ $x = 497$

---

23. يُستعمل مقياس "ريختر" لقياس الطاقة الزلزاليّة للزلازل وقوّتها باستعمال النموذج $R(E) = 0.67 \log(0.37E) + 1.46$، حيث E هي الطاقة (بالكيلوواط ساعة) التي يطلقها الزلزال. حدث زلزال قوّته 7.5 على مقياس ريختر تحت سطح البحر، وتسبّب في حدوث موجات تسونامي. أوجد الطاقة الزلزاليّة لهذا الزلزال.

$$0.67 \log(0.37E) + 1.46 = 7.5$$

$$0.67 \log(0.37E) = 6.04$$

$$\log(0.37E) = \frac{604}{67}$$

$$0.37E = 10^{\frac{604}{67}},\ E \approx 2.80 \times 10^{9}\ \text{Kwh}$$

---

24. إذا كانت النقطة $P(-6, 8)$ تقع على ضلع الانتهاء للزاوية θ، فإن قيم $\sin\theta$ و $\cos\theta$ و $\tan\theta$ تساوي:

Ⓐ $\sin\theta = \frac{4}{5}, \cos\theta = -\frac{3}{5}, \tan\theta = -\frac{4}{3}$

Ⓑ $\sin\theta = \frac{4}{5}, \cos\theta = \frac{3}{5}, \tan\theta = \frac{4}{3}$

Ⓒ $\sin\theta = \frac{3}{5}, \cos\theta = -\frac{4}{5}, \tan\theta = -\frac{3}{4}$

Ⓓ $\sin\theta = -\frac{4}{5}, \cos\theta = \frac{3}{5}, \tan\theta = -\frac{4}{3}$

---

25. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قياس θ'، التي هي الزاوية المرجعيّة للزاوية $\theta = 855°$، ومقدار ظلّها؟

Ⓐ $\theta' = 45°$ و $\tan\theta = 1$

Ⓑ $\theta' = -45°$ و $\tan\theta = -1$

Ⓒ $\theta' = 135°$ و $\tan\theta = -1$

Ⓓ $\theta' = 45°$ و $\tan\theta = -1$

---

26. أوجد قيمة $\sin\theta$ إذا كانت $\cos\theta = -\frac{18}{23}$ وكانت الزاوية θ في الربع الثالث.

Ⓐ $\sin\theta = -\frac{205}{529}$

Ⓑ $\sin\theta = -\frac{\sqrt{205}}{23}$

Ⓒ $\sin\theta = \frac{\sqrt{205}}{23}$

Ⓓ $\sin\theta = -\frac{\sqrt{853}}{23}$

---

27. تحلّق طائرة على ارتفاع 750 قدمًا وتمرّ مباشرةً فوق برج المراقبة في أحد المطارات، حيث يعمل خالد مراقبًا للملاحة الجويّة.

إذا كانت θ هي زاوية ارتفاع نظر خالد إلى الطائرة، أوجد المسافة d بين برج المراقبة والطائرة حيث $\theta = 60°$.

$$d = \frac{750}{\sin 60°} \approx 866\ \text{ft}$$

---

28. أوجد دورة الدالّة $y = -6 \sin\frac{1}{4}x$ وسعتها.

Ⓐ الدورة: 8π، السعة: 6

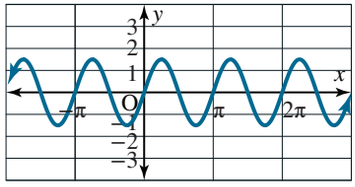
Ⓑ الدورة: 6، السعة: 8π

Ⓒ الدورة: 8π، السعة: -6

Ⓓ الدورة: $\frac{\pi}{2}$، السعة: 6

---

29. أيّ من المعادلات التالية تمثّل التمثيل البيانيّ المعطى؟



Ⓐ $y = \frac{3}{2}\cos(2x)$

Ⓑ $y = \frac{3}{4}\cos(2x)$

Ⓒ $y = \frac{3}{2}\sin(2x)$

Ⓓ $y = \frac{3}{2}\sin(x)$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 1:37:14 PM

30. يتحرّك جسم في المحيط مع موجة. يمكن نمذجة حركة هذا الجسم بدالّة الجيب. إذا كانت الموجة ترتفع بمقدار 12 in كل 8 ثوانٍ، اكتب الدالّة التي تنمذج ارتفاع الجسم y، بالإنش، مع حركة الموجة خلال x ثانية.

الصيغة العامة لدالّة الجيب هي $y = a\sin(bx)$
سعة الدالّة هي $|a| = 12$ (وهي تمثّل المسافة من خط الوسط إلى أعلى أو أدنى قيمة على التمثيل البيانيّ)، ودورة الدالّة تساوي 8، وهي المدّة التي تستغرقها كلّ موجة لتعلو وتهبط.

$$b = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4}$$

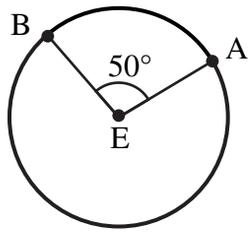
إذن، صيغة الدالّة التي تنمذج ارتفاع الجسم هي: $y = 12\sin\left(\frac{\pi}{4}x\right)$

M06_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 6 07/03/2022 1:37:14 PM

الاسم _____

7 اختبار بداية الوحدة

1. قياس $\overset{\frown}{AB}$ في الرسم أدناه يساوي:



Ⓐ 25°

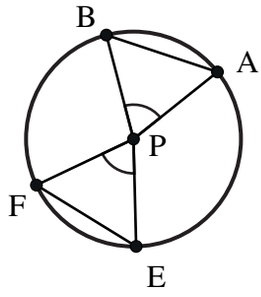
Ⓑ 50°

Ⓒ 100°

Ⓓ 310°

---

2. في الرسم أدناه، $AB = 2$ cm و $\angle EPF \cong \angle APB$. إذن، قياس EF يساوي:



Ⓐ 1 cm

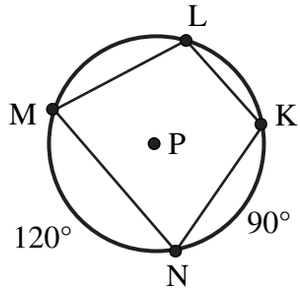
Ⓑ 4 cm

Ⓒ 2 cm

Ⓓ لا يمكن تحديد قياسه

---

3. قياس $\angle KLM$ في الرسم أدناه يساوي:



Ⓐ 15°

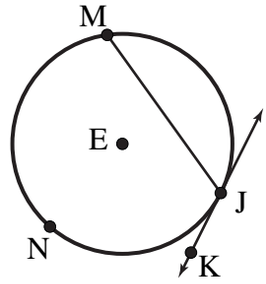
Ⓑ 60°

Ⓒ 75°

Ⓓ 105°

---

4. في الرسم أدناه، $\overleftrightarrow{JK}$ مماسّ للدائرة E عند النقطة J. إذا كان $m\angle KJM = 118°$، فإنّ $m\overset{\frown}{JNM}$ يساوي:



Ⓐ 69°

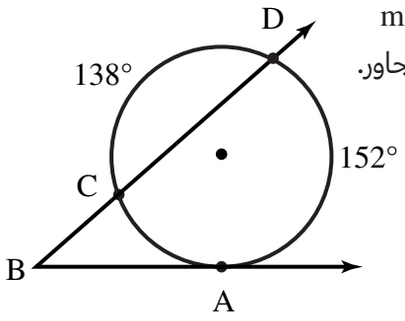
Ⓑ 90°

Ⓒ 124°

Ⓓ 236°

---

5. أوجد $m\angle ABD$ في الرسم المجاور.



$$m\overset{\frown}{AC} = 360° - 138° - 152° = 70°$$

بما أنّ الزاوية تقع خارج الدائرة وهي مكوّنة من قاطع ومماسّ، إذن:

$$m\angle ABD = \frac{1}{2}\left(m\overset{\frown}{AD} - m\overset{\frown}{AC}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(152° - 70°) = 41°$$

---

6. أيّ من الزوايا التالية ليست متطارفة مع الزاوية 150°؟

Ⓐ $-210°$

Ⓑ $450°$

Ⓒ $510°$

Ⓓ $870°$

---

7. أوجد قيمة $\sin\theta$ إذا كان $\cos\theta = \frac{4}{5}$ وكانت الزاوية θ في الربع الرابع.

باستعمال متطابقة فيثاغورس والتعويض:

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1,\ \sin^2\theta + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2\theta = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\sin\theta = \pm\frac{3}{5}$$

بما أنّ الزاوية تقع في الربع الرابع، فإنّ $\sin\theta < 0$. إذن، $\sin\theta = -\frac{3}{5}$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 1 07/03/2022 1:56:55 PM

8. أيّ من القيم التالية يمثّل قيمة $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 51\,000\pi\right)$؟

Ⓐ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

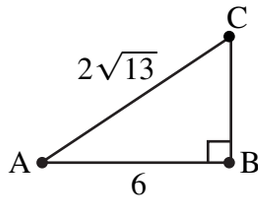
Ⓑ 0

Ⓒ $\frac{1}{2}$

Ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

---

9. طول الضلع المجهول في المثلّث أدناه يساوي:



Ⓐ 16

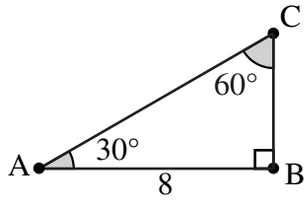
Ⓑ $2\sqrt{22}$

Ⓒ 4

Ⓓ $2\sqrt{5}$

---

10. أوجد مساحة المثلّث في الرسم المجاور.



قياسات زوايا المثلّث هي $30°$-$60°$-$90°$:

$$AB = \sqrt{3}BC$$

أعوّض $AB = 8$

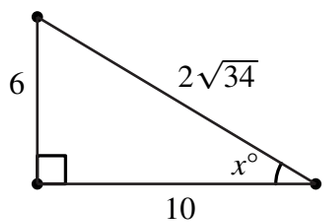
$$8 = \sqrt{3}BC,\ BC = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

مساحة المثلّث $= \frac{1}{2} AB \times BC$

$= \frac{32\sqrt{3}}{3}$ وحدة مربّعة

---

11. أوجد قيم النسب المثلّثيّة التالية:
$\tan x°$، $\cos x°$، $\sin x°$ في المثلّث أدناه.



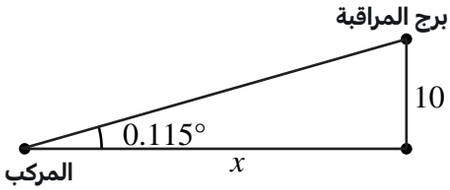
$$\sin x° = \frac{6}{2\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$

$$\cos x° = \frac{10}{2\sqrt{34}} = \frac{5\sqrt{34}}{34}$$

$$\tan x° = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

---

12. يجلس عامل إنقاذ بحريّ في أعلى برج مراقبة على شاطئ البحر، ويمكنه أن يرى من موقعه بالعين المجرّدة المراكب على بعد 5 كيلومترات من الشاطئ. قياس زاوية الرؤية بين أحد المراكب وبرج المراقبة هو $0.115°$ تقريبًا. هل يمكن لعامل الإنقاذ رؤية هذا المركب إذا كان ارتفاع البرج 10 أمتار؟ برّر إجابتك.

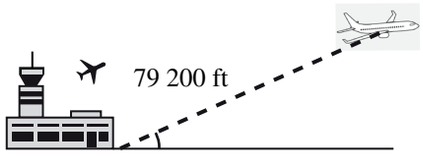


$$x = \frac{10 \times 10^{-3}}{\tan 0.115°} = 4.98 \text{ km}$$

$5 > 4.98$، إذن، يستطيع العامل رؤية المركب.

---

13. أقلعت طائرة من أحد المطارات بزاوية قياسها $4°$ وحلّقت صعودًا مسافة 15 mi، أي 79 200 قدم. إذن، بعد أن قطعت الطائرة تلك المسافة يكون ارتفاعها عن الأرض (مقرّبًا إلى أقرب قدم):



Ⓐ 79 007 أقدام

Ⓑ 5 525 قدمًا

Ⓒ 5 538 قدمًا

Ⓓ 4 973 قدمًا

---

14. أيّ ممّا يلي صحيح؟

Ⓐ $\sec\theta = \cos(90° - \theta)$

Ⓑ $\tan\theta = \cos(90° - \theta)$

Ⓒ $\sec\theta = \sin(90° - \theta)$

Ⓓ $\tan\theta = \cot(90° - \theta)$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:56:56 PM

15. المثلّث DEF قائم الزاوية في F وفيه $m\angle D = \alpha$ و $m\angle E = \beta$.
أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin \alpha$؟

Ⓐ $\csc \alpha$

Ⓑ $\csc \alpha$

Ⓒ $\tan \beta$

Ⓓ $\cos \beta$

---

16. لتكن الدالّة $f(x) = -5 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$.
أي من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالّة؟

Ⓐ دورة الدالّة تساوي $\frac{2\pi}{3}$

Ⓑ سعة الدالّة تساوي -5

Ⓒ سعة الدالّة تساوي 5

Ⓓ تردّد الدالّة يساوي $\frac{3}{2\pi}$

---

17. حدّد التحويلات الهندسيّة اللازمة لتحويل منحنى الدالّة $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالّة $g(x) = 4 \tan(3x)$.

تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 4

---

18. بعد تحليل المقدار $4x^2 + 4x + 1$ إلى العوامل يصبح على الشكل التالي:

Ⓐ $(2x + 1)(2x - 1)$

Ⓑ $(2x + 1)(2x + 1)$

Ⓒ $(4x + 1)(x - 1)$

Ⓓ $(4x + 1)(x + 1)$

19. حلّل ثلاثيّة الحدود $3x^2 + xy - 2y^2$ إلى عواملها تحليلًا كاملًا.

$$3x^2 + xy - 2y^2 = 3x^2 + 3xy - 2xy - 2y^2$$
$$= 3x(x + y) - 2y(x + y)$$
$$= (x + y)(3x - 2y)$$

---

20. أيّ ممّا يلي يمثّل الصورة الأبسط للمقدار $\frac{x}{x - y} - \frac{y}{x + y}$؟

Ⓐ $\frac{1}{x + y}$

Ⓑ $\frac{x - y - 2}{(x + y)(x - y)}$

Ⓒ $\frac{x^2 + y^2}{(x + y)(x - y)}$

Ⓓ $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{(x + y)(x - y)}$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 3 07/03/2022 1:56:57 PM

الاسم _____

7-1 اختبار الدرس

المتطابقات المثلّثيّة

1. أوجد قيمة كلّ من $\sin\theta$ و $\cos\theta$ إذا كان $\cot\theta = -3$ و $\sin\theta < 0$.

$\csc^2\theta = 1 + \cot^2\theta = 1 + (-3)^2 = 10$

إذن، $\csc\theta = \pm\sqrt{10}$.

وبالتالي، فإنّ

$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta} = \frac{1}{\pm\sqrt{10}} = \pm\frac{\sqrt{10}}{10}$

لكنّ $\sin\theta < 0$، إذن، $\sin\theta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.

$\cot\theta = -3$

$\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = -3$

$\cos\theta = -3\sin\theta$

$= -3\left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right) = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

---

2. بسّط المقدار $\cos x \tan^2 x + \cos x$ باستعمال المتطابقات المثلّثيّة.

$\cos x \tan^2 x + \cos x$

$= \cos x(\tan^2 x + 1)$

$= \cos x(\sec^2 x)$

$= \cos x\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)$

$= \frac{1}{\cos x}$

---

3. أيّ من القيم أدناه تساوي قيمة $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ إذا كان $\sin\theta = -0.55$؟

Ⓐ -0.55

Ⓑ -0.45

Ⓒ 0.45

Ⓓ 0.55

4. أيّ من الخيارات أدناه يمثّل الصورة المبسّطة للمقدار $\frac{\sin^3 x + \sin x \cos^2 x}{\sin^2 x}$ ؟

Ⓐ $\frac{1}{\sin^2 x}$

Ⓑ $\cot^2 x$

Ⓒ $\sin x$

Ⓓ $\frac{1}{\sin x}$

---

5. أثبت صحة المتطابقة التالية:

$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2\csc^2 x$

أعد كتابة الطرف الأيسر بتوحيد المقامات:

$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$

$= \frac{1}{1-\cos x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x}$

$+ \frac{1}{1+\cos x} \times \frac{1-\cos x}{1-\cos x}$

$= \frac{1+\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$

$+ \frac{1-\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$

$= \frac{1+\cos x+1-\cos x}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$

$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$

استعمل متطابقة فيثاغورس:

$= \frac{2}{\sin^2 x}$

$= 2\csc^2 x$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:56:58 PM

الاسم _____

7-2 اختبار الدرس

المتطابقات المثلّثيّة لمجموع زاويتين والفرق بينهما

1. أوجد القيمة الدقيقة للمقدار $\sin 105°$ من دون استعمال الحاسبة.

أكتب النسبة $\sin 105°$ في الصورة $\sin(60° + 45°)$

ثمّ أستعمل ما أعرفه عن الزوايا الخاصّة.

$$\sin 105° = \sin(60° + 45°)$$

متطابقة الجيب للمجموع:

$$= \sin 60° \cos 45° + \cos 60° \sin 45°$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

---

2. أوجد القيمة الدقيقة للنسبة المثلّثيّة $\cos 15°$ من دون استعمال الحاسبة.

أكتب النسبة $\cos 15°$ في الصورة $\cos(45° - 30°)$

ثمّ أستعمل متطابقة جيب التمام للفرق:

$$= \cos 45° \cos 30° + \sin 45° \sin 30°$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

3. أيّ من الخيارات أدناه، يمثّل الجيب أو جيب التمام لزاوية واحدة للعبارة $\sin 19° \cos 11° + \cos 19° \sin 11°$؟

Ⓐ $\sin 30°$

Ⓑ $\sin 8°$

Ⓒ $\cos 30°$

Ⓓ $\cos 8°$

---

4. أيّ من الخيارات أدناه، يساوي $\tan 15°$؟

Ⓐ $\dfrac{\tan 45° - \tan 30°}{1 - \tan 45° \tan 30°}$

Ⓑ $\dfrac{\tan 45° + \tan 30°}{1 - \tan 45° \tan 30°}$

Ⓒ $\dfrac{\tan 45° - \tan 30°}{1 + \tan 45° \tan 30°}$

Ⓓ $\dfrac{\tan 45° + \tan 30°}{1 + \tan 45° \tan 30°}$

---

5. أثبت صحّة المتطابقة $\cot\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) = -\tan\theta$ باستعمال متطابقات الفرق والمجموع.

$$\cot\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\cos\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right)}{\sin\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right)}$$

$$= \frac{\cos\theta \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \sin\theta \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}{\sin\theta \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \cos\theta \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)}$$

$$= \frac{\cos\theta \times 0 - \sin\theta \times (-1)}{\sin\theta \times 0 + \cos\theta \times (-1)}$$

$$= \frac{\sin\theta}{-\cos\theta}$$

$$= -\tan\theta$$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 1 07/03/2022 1:57:00 PM

الاسم _____

7-3 اختبار الدرس

المتطابقات المثلّثيّة لضعف الزاوية ونصفها

1. أثبت المتطابقة التالية:

$\sin^3 x = \frac{1}{2}(\sin x - \sin x \cos 2x)$

$\sin^3 x = \sin x \sin^2 x$

$= \sin x \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right)$

$= \frac{\sin x - \sin x \cos 2x}{2}$

$= \frac{1}{2}(\sin x - \sin x \cos 2x)$

---

2. أثبت صحّة متطابقة نصف الزاوية

$\sin \frac{u}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos u}{2}}$

$\sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$

$\sin^2 \frac{u}{2} = \frac{1 - \cos u}{2}$

$\sin \frac{u}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos u}{2}}$

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $\cos \frac{7\pi}{12}$؟

Ⓐ $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

Ⓑ $\frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

Ⓓ $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

4. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد الخيار الذي قيمته تساوي قيمة $\tan 15°$.

Ⓐ $-\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}}$

Ⓑ $\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}}$

Ⓒ $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

Ⓓ $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

---

5. أثبت صحّة المتطابقة

$\cos 4\theta = \cos^4 \theta \sin^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$

$\cos 4\theta = (\cos 2\theta - \sin 2\theta)(\cos 2\theta + \sin 2\theta)$

$= (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta)$

$\times (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta)$

$= \cos^4 \theta - \cos^2 \theta \sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos^3 \theta$

$- \cos^2 \theta \sin^2 \theta + \sin^4 \theta - 2 \sin^3 \theta \cos \theta$

$- 2 \sin \theta \cos^3 \theta + 2 \sin^3 \theta \cos \theta$

$- 4 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$

$= \cos^4 \theta + \sin^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:57:01 PM

الاسم _____

7-4 اختبار الدرس

المعادلات المثلّثيّة

1. أوجد الحلّ العامّ للمعادلة التالية، حيث قياس x بالدرجات:

$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

ليكن $y = \cos x$

$2y^2 + y - 1 = 0,\ (y+1)(2y-1) = 0$

$y = -1$ أو $y = \frac{1}{2}$

إذن، $\cos x = -1$ أو $\cos x = \frac{1}{2}$

نحلّ كلّ معادلة على حدة.

المعادلة الأولى: $\cos x = \frac{1}{2}$

باستعمال الحاسبة أجد أنّ قياس الزاوية المرجعيّة x' يساوي: $x' = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60°$

بما أنّ $\cos x > 0$، فإنّ الزاوية x تقع إمّا في الربع الأوّل وإمّا في الربع الرابع:

في الربع الأوّل: $x = x' = 60°$

في الربع الرابع: $x = 360 - x' = 300°$

المعادلة الثانية: $\cos x = -1$

إذن، x زاوية ربعيّة. باستعمال دائرة الوحدة نجد أنّ: $x = 180°$

إذن، الحلّ العامّ للمعادلة هو:

$x = 60° + 360°k,\ x = 300° + 360°k,$

$x = 180° + 360°k$

حيث $k = 0, \pm1, \pm2, \ldots$

---

2. حُلّ المعادلة $\tan x = 0.64$، حيث قياس x بالراديان.

أوجد قيمة $\tan^{-1}(0.64)$ باستعمال الحاسبة.

إذن، قياس الزاوية المرجعيّة لهذه الزاوية هو

$x' = \tan^{-1}(0.64) = 0.57$ rad

بما أنّ قيمة ظلّ الزاوية موجبة، فإنّ ضلع انتهائها يقع إمّا في الربع الأوّل وإمّا في الربع الثالث.

في الربع الأوّل: $x = x' = 0.57$ rad

في الربع الثالث: $x = \pi + x' = 3.64$ rad

إذن، الحلّ العامّ للمعادلة هو

$x = 0.57 + k\pi$ أو $x = 3.64 + k\pi$

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ (حلول) المعادلة المثلّثيّة $\sin\theta = 1 - \frac{\sin\theta}{2}$، حيث $0 \le \theta \le 2\pi$؟

Ⓐ $\theta = 0.73$ rad فقط

Ⓑ $\theta = 2.41$ rad أو $\theta = -0.73$ rad

Ⓒ $\theta = -2.41$ rad أو $\theta = 0.73$ rad

● $\theta = 2.41$ rad أو $\theta = 0.73$ rad

---

4. عدد حلول المعادلة $\sin 2x = \sin x$ في الفترة $[0, 2\pi)$ هو:

Ⓐ صفر

Ⓑ واحد

● اثنان

Ⓓ ثلاثة

---

5. أوجد كلّ حلول المعادلة المثلّثيّة

$\cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta = 0$

من دون استعمال الحاسبة. (تلميح: استعمل أوّلًا متطابقة تربيع الفرق)

$\cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta = 0$

$(\cos\theta - \sin\theta)^2 = 0$

$\cos\theta = \sin\theta$

$\theta = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ أو $\theta = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 1 07/03/2022 1:57:02 PM

الاسم _____

7 تقويم الوحدة، النموذج A

1. إذا كان $\cot x = 2$ و $\sin x > 0$، فإنّ:

Ⓐ $\cos x = -\sqrt{5}$ Ⓒ $\cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Ⓑ $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ Ⓓ $\cos x = \sqrt{5}$

---

2. الصيغة المبسّطة للمقدار $\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x$ هي:

Ⓐ $\sin^2 x(2\sin^2 x - 1)$

Ⓑ $\sin^4 x$

Ⓒ $\sin^2 x$

Ⓓ $\cos^2 x - 1$

---

3. أيّ من المقادير التالية قيمته تساوي 1؟

Ⓐ $\frac{\tan x + \cot x}{\cos x \sin x}$

Ⓑ $\cos x \sin x(\cot x - \tan x)$

Ⓒ $\cos x \sin x(\tan x - \cot x)$

Ⓓ $\cos x \sin x(\tan x + \cot x)$

---

4. أثبت صحّة المتطابقة

$$\frac{2\cos x - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2\sin x} = \frac{\sqrt{2} - 2\sin x}{2\cos x + \sqrt{2}}$$

$(2\cos x - \sqrt{2})(2\cos x + \sqrt{2})$

$= 4\cos^2 x - 2$

$(\sqrt{2} + 2\sin x)(\sqrt{2} - 2\sin x)$

$= 2 - 4\sin^2 x$

$= 2 - 4(1 - \cos^2 x)$

$= 4\cos^2 x - 2$

إذن،

$(2\cos x - \sqrt{2})(2\cos x + \sqrt{2})$

$= (\sqrt{2} + 2\sin x)(\sqrt{2} - 2\sin x)$

بالتالي، $\frac{2\cos x - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2\sin x} = \frac{\sqrt{2} - 2\sin x}{2\cos x + \sqrt{2}}$

5. أيّ من المقادير التالية قيمته تساوي قيمة $\cos 45°$، علمًا أنّ $\cos 45° = \cos(30° + 15°)$؟

Ⓐ $\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos 15° + \sin 15°)$

Ⓑ $\frac{1}{2}(\cos 15° + \sqrt{3}\sin 15°)$

Ⓒ $\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos 15° - \sin 15°)$

Ⓓ $\frac{1}{2}(\cos 15° - \sqrt{3}\sin 15°)$

---

6. أيّ من الخيارات التالية يساوي $\sin 12°\cos 18° + \cos 12°\sin 18°$؟

Ⓐ $\frac{1}{2}$

Ⓑ $-\frac{1}{2}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓓ لا يمكن معرفة قيمتها إلّا باستعمال الحاسبة.

---

7. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$

Ⓑ $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$

Ⓒ $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{-1 - \tan x}{1 - \tan x}$

Ⓓ $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{2 + \sqrt{2}\tan x}{2 - \sqrt{2}\tan x}$

---

8. أثبت صحّة المعادلة

$\cos 2x \cos 3x + \sin 2x \sin 3x$

$= \cos 3x \cos 4x + \sin 3x \sin 4x$

$\cos x = \cos(3x - 2x)$

$= \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x$

$\cos x = \cos(4x - 3x)$

$= \cos 4x \cos 3x + \sin 4x \sin 3x$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:57:05 PM

9. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin x - \cos x$؟

Ⓐ $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓑ $\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

Ⓒ $\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓓ $\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}}$

---

10. أوجد قيمة $\tan 135°$ من دون استعمال الحاسبة.

$$\tan 135° = \tan(180° - 45°)$$
$$= \frac{\tan 180° - \tan 45°}{1 + \tan 180° \tan 45°}$$
$$= \frac{0-1}{1+0} = -1$$

---

11. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\cos^2 15° - \sin^2 15° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓑ $\cos^2 15° - \sin^2 15° = \frac{1}{2}$

Ⓒ $\sin^2 15° - \cos^2 15° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓓ $\sin^2 15° - \cos^2 15° = \frac{1}{2}$

---

12. أثبت صحّة المتطابقة

$$\sin^4 x + \cos^4 x + \frac{\sin^2 2x}{2} = 1$$

$$\sin^4 x + \sin^4 x$$
$$= (\sin^2 x)^2 + (\cos^2 x)^2$$
$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x$$
$$= 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$$
$$= 1 - \frac{1}{2}\sin^2(2x)$$
$$\sin^4 x + \sin^4 x + \frac{1}{2}\sin^2(2x)$$
$$= 1 - \frac{1}{2}\sin^2(2x) + \frac{1}{2}\sin^2(2x)$$
$$= 1$$

13. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\cos 2x$؟

Ⓐ $8\cos^4 x - 8\cos^2 x - 1$

Ⓑ $8\cos^4 x - 8\cos^2 x + 1$

Ⓒ $2\cos^2 x - 1$

Ⓓ $8\cos^4 x - 1$

---

14. أعد كتابة المقدار $\sin^4 x + \cos^4 x$ بحيث لا يتضمّن قوىً أكبر من 1

Ⓐ $5 - \cos 4x$

Ⓑ $3 - \cos 4x$

Ⓒ $3 + \cos 4x$

Ⓓ $\frac{3+\cos 4x}{4}$

---

15. أثبت أنّ $\tan x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{1-\tan^2\frac{x}{2}}$

$$\tan 2u = \frac{2\tan u}{1-\tan^2 u}$$

أعوّض $x = 2u$، أي $u = \frac{x}{2}$ في المعادلة

فأحصل على $\tan x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{1-\tan^2\frac{x}{2}}$

---

16. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد المقدار الذي قيمته تساوي قيمة $\cos\frac{\pi}{16}$ ممّا يلي:

Ⓐ $-\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{8}}{2}}$

Ⓑ $-\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}}$

Ⓒ $\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}}$

Ⓓ $\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{8}}{2}}$

---

17. أوجد الحلّ العامّ للمعادلة المثلّثيّة التالية:

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$2y^2 + y - 1 = 0$$
$$(2y-1)(y+1) = 0$$
$$y + 1 = 0 \text{ أو } 2y - 1 = 0$$
$$y = -1 \text{ أو } y = \frac{1}{2}$$

إذن، في المعادلة الأصليّة $\cos x = \frac{1}{2}$ أو $\cos x = -1$.

إذن، $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ أو $x = \pi$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 3 07/03/2022 1:57:08 PM

18. أوجد حلّ المعادلة المثلّثيّة التالية:
$1 + \cos\theta + \cos 2\theta = 0$ حيث $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

إذن، $1 + \cos\theta + 2\cos^2\theta - 1 = 0$

$(\cos\theta)(2\cos\theta + 1) = 0$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ أو $\cos\theta = 0$

بما أنّ $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$، إذن، $\theta = \frac{2\pi}{3}$

---

19. هل يمكن أن تكون هناك زاوية x تحقّق المعادلة $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x + 3$ ؟
برّر إجابتك.

لا، مستحيل لأنّ:

$$\begin{aligned}\cos 3x &= \cos(2x + x)\\ &= \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x\\ &= (2\cos^2 x - 1)\cos x\\ &\quad -(2\sin 2x \cos x)\sin x\\ &= (2\cos^2 x - 1)\cos x\\ &\quad - 2(1 - \cos^2 x)\cos x\\ &= 4\cos^3 x - 3\cos x\end{aligned}$$

20. إذا كان $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$، أثبت أنّ $\sin^2\theta$ و $\cos^2\theta$ هما حلّا المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{16} = 0$

$\sin 2\theta = \frac{1}{2}$

$2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}$

$\sin^2\theta\cos^2\theta = \frac{1}{16}$

$(1 - \cos^2\theta)\cos^2\theta = \frac{1}{16}$

$-\cos^4\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{16}$

$\cos^4\theta - \cos^2\theta + \frac{1}{16} = 0$

إذن، $\cos^2\theta$ تحقق المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{16} = 0$

كما أنّ لديّ $\sin^2\theta\cos^2\theta = \frac{1}{16}$،

إذن، $\sin^2\theta\,(1 - \sin^2\theta) = \frac{1}{16}$

$-\sin^4\theta + \sin^2\theta = \frac{1}{16}$

$\sin^4\theta - \sin^2\theta + \frac{1}{16} = 0$

إذن، $\sin^2\theta$ تحقق المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{16} = 0$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 4 07/03/2022 1:57:08 PM

الاسم _____

7 تقويم الوحدة، النموذج B

1. إذا كان $\cot x = 3$ و $\sin x > 0$، فإنّ:

Ⓐ $\cos x = -\sqrt{10}$ Ⓒ $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

Ⓑ $\cos x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ Ⓓ $\cos x = \sqrt{10}$

---

2. الصيغة المبسّطة للمقدار
$\cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x$ هي:

Ⓐ $\cos^2 x(2\cos^2 x - 1)$

Ⓑ $\cos^4 x$

Ⓒ $\sin^2 x - 1$

Ⓓ $\cos^2 x$

---

3. أيّ ممّا يلي هو الصيغة الأبسط للمقدار
$\left(\frac{\csc x}{\cos x}\right) - \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)$؟

Ⓐ $\cot x$

Ⓑ $\tan x$

Ⓒ $\csc^2 x$

Ⓓ $\sin^2 x$

---

4. أثبت صحّة المتطابقة

$$\frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x} = 2\csc^2 x$$

$$\frac{1}{1+\cos x} + \frac{1}{1-\cos x}$$

$$= \frac{1}{1+\cos x} \times \frac{1-\cos x}{1-\cos x} + \frac{1}{1-\cos x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

$$= \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x} + \frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$= 2\csc^2 x$$

5. أيّ من المقادير التالية قيمته تساوي قيمة $\sin 45°$، علمًا أنّ $\sin 45° = \sin(30° + 15°)$؟

Ⓐ $\frac{1}{2}(\cos 15° + \sqrt{3}\sin 15°)$

Ⓑ $\frac{1}{2}(\sin 15° + \sqrt{3}\cos 15°)$

Ⓒ $\frac{1}{2}(\cos 15° - \sqrt{3}\sin 15°)$

Ⓓ $\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos 15° - \sin 15°)$

---

6. أيّ من الخيارات التالية يساوي
$\cos 13° \cos 17° - \sin 13° \sin 17°$؟

Ⓐ $\frac{1}{2}$

Ⓑ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓓ لا يمكن معرفة قيمتها إلّا باستعمال الحاسبة.

---

7. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} - \tan x}{1 + \sqrt{3}\tan x}$

Ⓑ $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + 3\tan x}{3 - \sqrt{3}\tan x}$

Ⓒ $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 - \sqrt{3}\tan x}$

Ⓓ $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} - \tan x}{1 - \sqrt{3}\tan x}$

---

8. أثبت صحّة المعادلة

$\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$

$= \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x$

$\cos x = \cos(2x - x)$

$= \cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x$

$\cos x = \cos(3x - 2x)$

$= \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 1 07/03/2022 1:57:10 PM

9. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\frac{1}{2}(\sin x - \cos x)$؟

Ⓐ $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓑ $\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

Ⓒ $\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓓ $\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}}$

---

10. أوجد قيمة $\tan 150°$ من دون استعمال الحاسبة.

$$\tan 150° = \tan(180° - 30°)$$
$$= \frac{\tan 180° - \tan 30°}{1 + \tan 180° \tan 30°}$$
$$= \frac{0 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + 0} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

---

11. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\sin 15° \cos 15° = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Ⓑ $\sin 15° \cos 15° = 4\sqrt{3}$

Ⓒ $\sin 15° \cos 15° = 4$

Ⓓ $\sin 15° \cos 15° = \frac{1}{4}$

---

12. أثبت صحّة المتطابقة

$$\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos^2 x} = 1 - \tan^2 x$$

أحلّل البسط إلى العوامل، ثمّ أستعمل متطابقة فيثاغورس

$$\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos^2 x}$$
$$= \frac{(\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\cos^2 x}$$
$$= \frac{1(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\cos^2 x}$$
$$= \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$
$$= 1 - \tan^2 x$$

13. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\cos 3x$؟

Ⓐ $4\cos^3 x + 3\cos x$

Ⓑ $4\cos^3 x - 3\cos x$

Ⓒ $2\cos^2 x - \cos x$

Ⓓ $4\cos^3 x - 3\cos x + 1$

---

14. أعد كتابة المقدار $\cos^3 2x$ بحيث لا يتضمّن قوًى أكبر من 1

Ⓐ $\frac{1}{2}(\cos 2x)(1 + \cos 4x)$

Ⓑ $\frac{1}{2}(\sin 2x)(1 + \cos 4x)$

Ⓒ $(\sin 2x)(1 + \cos 4x)$

Ⓓ $\frac{1}{2}(\sin 2x)(2 + \cos 4x)$

---

15. أثبت أنّ $\cot\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{\sin x}$

$$\frac{1+\cos x}{\sin x} = \left[\frac{1 + 2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1}{2\sin\left(\frac{x}{2}\right)\cos\left(\frac{x}{2}\right)}\right]$$
$$= \left[\frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)}\right]$$
$$= \cot\left(\frac{x}{2}\right)$$

---

16. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد المقدار الذي قيمته تساوي قيمة $\sin\frac{\pi}{16}$ ممّا يلي:

Ⓐ $-\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{8}}{2}}$

Ⓑ $-\sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{32}}{2}}$

Ⓒ $\sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{32}}{2}}$

Ⓓ $\sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{8}}{2}}$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:57:13 PM

17. أوجد الحلّ العامّ للمعادلة المثلّثيّة التالية:

$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$2y^2 - y - 1 = 0$

$(2y + 1)(y - 1) = 0$

$y - 1 = 0$ أو $2y + 1 = 0$

$y = 1$ أو $y = -\frac{1}{2}$

إذن، في المعادلة الأصليّة $\cos x = -\frac{1}{2}$

أو $\cos x = 1$.

إذن، $x = 2k\pi$ أو $x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2k\pi$

حيث

$k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

---

18. أوجد حلّ المعادلة المثلّثيّة التالية:

$1 + \sqrt{3}\cos\theta + \cos 2\theta = 0$

حيث $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

إذن،

$1 + \sqrt{3}\cos\theta + 2\cos^2\theta - 1 = 0$

$(\cos\theta)(2\cos\theta + \sqrt{3}) = 0$

$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ أو $\cos\theta = 0$

بما أنّ $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$، إذن، $\theta = \frac{7\pi}{6}$

---

19. هل يمكن أن تكون هناك زاوية x تحقّق المعادلة $\cos 2x = 2\cos^2 x + 1$؟ برّر إجابتك.

لا، مستحيل، لأنّ:

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$= \cos^2 x - (1 - \cos^2 x)$

$= 2\cos^2 x - 1$

20. إذا كان $\sin 2\theta = \frac{1}{3}$، أثبت أنّ $\sin^2\theta$ و $\cos^2\theta$ هما حلّا المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{36} = 0$

$\sin 2\theta = \frac{1}{3}$

$2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{3}$

$\sin^2\theta\cos^2\theta = \frac{1}{36}$

$(1 - \cos^2\theta)\cos^2\theta = \frac{1}{36}$

$-\cos^4\theta + \cos^2\theta = \frac{1}{36}$

$\cos^4\theta - \cos^2\theta + \frac{1}{36} = 0$

إذن، $\cos^2\theta$ تحقق المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{36} = 0$

كما أنّ لديّ $\sin^2\theta\cos^2\theta = \frac{1}{36}$،

إذن، $\sin^2\theta(1 - \sin^2\theta) = \frac{1}{36}$

$-\sin^4\theta + \sin^2\theta = \frac{1}{36}$

$\sin^4\theta - \sin^2\theta + \frac{1}{36} = 0$

إذن، $\sin^2\theta$ تحقق المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{36} = 0$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 3 07/03/2022 1:57:13 PM

الاسم _____

7 تقويم الوحدة، النموذج C

1. إذا كان $\cot x = \frac{3}{2}$ و $\sin x > 0$، فإنّ:

Ⓐ $\cos x = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ Ⓒ $\cos x = -\frac{\sqrt{13}}{2}$

Ⓑ $\cos x = -\frac{\sqrt{13}}{13}$ Ⓓ $\cos x = \frac{\sqrt{13}}{2}$

---

2. الصيغة المبسّطة للمقدار $\sin^3 x + \sin x \cos^2 x$ هي:

Ⓐ $\sin x(2\sin^2 x + 1)$

Ⓑ $\sin^4 x$

Ⓒ $\sin x$

Ⓓ $\cos^2 x - 1$

---

3. أيّ من المقادير التالية قيمته تساوي 1؟

Ⓐ $\frac{\tan x + \cot x}{\cos x \sin x}$

Ⓑ $\cos x \sin x(\cot x - \tan x)$

Ⓒ $(1 - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x)$

Ⓓ $\cos x \sin x(\tan x - \cot x)$

---

4. أثبت صحّة المتطابقة التالية:

$$\frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2\csc x$$

$$\frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

$$= \frac{1 + \cos x}{\sin x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} \times \frac{\sin x}{\sin x}$$

$$= \frac{(1 + \cos x)^2 + \sin^2 x}{\sin x(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{2 + 2\cos x}{\sin x(1 + \cos x)}$$

$$= \frac{2(1 + \cos x)}{\sin x(1 + \cos x)}$$

$$= 2\csc x$$

5. أيّ من المقادير التالية قيمته تساوي قيمة $\cos 75°$، علمًا أنّ $\cos 75° = \cos(60° + 15°)$؟

Ⓐ $\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos 15° + \sin 15°)$

Ⓑ $\frac{1}{2}(\cos 15° + \sqrt{3}\sin 15°)$

Ⓒ $\frac{1}{2}(\sqrt{3}\cos 15° - \sin 15°)$

Ⓓ $\frac{1}{2}(\cos 15° - \sqrt{3}\sin 15°)$

---

6. أيّ من الخيارات التالية يساوي $\sin 14° \cos 16° + \cos 14° \sin 16°$؟

Ⓐ $\frac{1}{2}$

Ⓑ $-\frac{1}{2}$

Ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓓ لا يمكن معرفة قيمتها إلّا باستعمال الحاسبة.

---

7. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + 3\tan x}{3 + \sqrt{3}\tan x}$

Ⓑ $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + 3\tan x}{3 - \sqrt{3}\tan x}$

Ⓒ $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 - \sqrt{3}\tan x}$

Ⓓ $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} - 3\tan x}{3 - \sqrt{3}\tan x}$

---

8. أثبت صحّة المعادلة

$\cos 4x \cos 3x + \sin 4x \sin 3x$

$= \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x$

$\cos x = \cos(4x - 3x)$

$= \cos 4x \cos 3x + \sin 4x \sin 3x$

$\cos x = \cos(3x - 2x)$

$= \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:57:16 PM

9. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin x + \cos x$؟

Ⓐ $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓑ $\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$

Ⓒ $\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

Ⓓ $\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}}$

---

10. أوجد قيمة $\tan 210°$ باستعمال متطابقة الظل للمجموع

$$\tan 210° = \tan(180° + 30°)$$
$$= \frac{\tan 180° + \tan 30°}{1 - \tan 180° \tan 30°}$$
$$= \frac{0 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - 0} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

---

11. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\frac{2\tan 15°}{1-\tan^2 15°} = \sqrt{3}$

Ⓑ $\frac{2\tan 15°}{1-\tan^2 15°} = \frac{1}{2}$

Ⓒ $\frac{2\tan 15°}{1-\tan^2 15°} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓓ $\frac{2\tan 15°}{1-\tan^2 15°} = -\frac{1}{2}$

---

12. أثبت صحّة المتطابقة

$$\frac{\cos x}{1+\sin x} - \frac{1-\sin x}{\cos x} = 0$$

$$\frac{\cos x}{1+\sin x} - \frac{1-\sin x}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos x}{1+\sin x} \times \frac{\cos x}{\cos x} - \frac{1-\sin x}{\cos x} \times \frac{1+\sin x}{1+\sin x}$$

$$= \frac{\cos^2 x}{\cos x(1+\sin x)} - \frac{1-\sin^2 x}{\cos x(1+\sin x)}$$

$$= \frac{\cos^2 x - 1 + \sin^2 x}{\cos x(1+\sin x)}$$

$$= \frac{1-1}{\cos x(1+\sin x)} = 0$$

13. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin 4x$؟

Ⓐ $4\cos^3 x \sin x + 4\sin^3 x \cos x$

Ⓑ $2\cos^3 x \sin x - 2\sin^3 x \cos x$

Ⓒ $4\cos^3 x \sin x - 4\sin^3 x \cos x$

Ⓓ $4\cos^3 x \sin x + 2\sin^3 x \cos x$

---

14. أعد كتابة المقدار $\cos^3 x$ بحيث لا يتضمّن قوىً أكبر من 1

Ⓐ $\frac{1}{2}\cos 2x(1+\cos x)$

Ⓑ $\frac{1}{2}\cos x(1+\cos 2x)$

Ⓒ $\cos x(1+\cos 2x)$

Ⓓ $\frac{1}{2}\cos x(1-\cos 2x)$

---

15. أثبت أن $\cot x = \frac{1-\tan^2\frac{x}{2}}{2\tan\frac{x}{2}}$.

$$\tan x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{1-\tan^2\frac{x}{2}}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1-\tan^2\frac{x}{2}}{2\tan\frac{x}{2}}$$

---

16. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد المقدار الذي قيمته تساوي قيمة $\cos\frac{\pi}{12}$ ممّا يلي:

Ⓐ $-\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{6}}{2}}$

Ⓑ $-\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{24}}{2}}$

Ⓒ $\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{6}}{2}}$

Ⓓ $\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{24}}{2}}$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 3 07/03/2022 1:57:19 PM

17. أوجد الحلّ العامّ للمعادلة المثلّثيّة التالية:

$2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

$2y^2 - y - 1 = 0$

$(2y + 1)(y - 1) = 0$

$y = -\frac{1}{2}$ أو $y = 1$

إذن، في المعادلة الأصليّة $\sin x = 1$

أو $\sin x = -\frac{1}{2}$.

إذن، $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ أو $x = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

أو $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$

حيث: $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

---

18. أوجد حلّ المعادلة المثلّثيّة التالية:

$1 + \sin \theta - \cos 2\theta = 0$ حيث $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$

إذن، $1 + \sin \theta - 1 + 2\sin^2 \theta = 0$

$(\sin \theta)(1 + 2 \sin \theta) = 0$

$\sin \theta = -\frac{1}{2}$ أو $\sin \theta = 0$

بما أنّ $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$، إذن، $\theta = \frac{11\pi}{6}$

---

19. هل يمكن أن تكون هناك زاوية x تحقّق المعادلة $\cos (6x) = 2 \cos^2 (3x) + 5$؟ برّر إجابتك.

لا، مستحيل لأنّ:

$\cos (6x) = \cos (2 \times 3x)$

$= 2 \cos^2 (3x) - 1$

20. إذا كان $\sin 2\theta = \frac{1}{4}$، أثبت أنّ $\sin^2 \theta$ و $\cos^2 \theta$ هما حلّا المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{64} = 0$

$\sin 2\theta = \frac{1}{4}$

$2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$

$\sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{1}{64}$

$(1 - \cos^2 \theta)\cos^2 \theta = \frac{1}{64}$

$-\cos^4 \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{64}$

$\cos^4 \theta - \cos^2 \theta + \frac{1}{64} = 0$

إذن، $\cos^2 \theta$ تحقق المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{64} = 0$

كما أنّ لديّ $\sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{1}{64}$ ،

إذن، $\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta) = \frac{1}{64}$

$-\sin^4 \theta + \sin^2 \theta = \frac{1}{64}$

$\sin^4 \theta - \sin^2 \theta + \frac{1}{64} = 0$

إذن، $\sin^2 \theta$ تحقق المعادلة

$X^2 - X + \frac{1}{64} = 0$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 4 07/03/2022 1:57:19 PM

الاسم _____

7 تقويم الأداء، النموذج A

يشكّل تمركُز المشاريع الاستثمارية في المدن عائقًا أمام تحقيق التوازن في النموّ بين مراكز المدن، من جهة، وضواحيها والمناطق الريفية من جهة أخرى. لمعالجة هذا الأمر أصدرت إدارة التنظيم المُدني قرارًا تربط فيه إعطاء التراخيص اللازمة للمشاريع الاستثمارية الكبرى داخل المدن بإنشاء مشاريع مماثلة لها في الأرياف أو ضواحي المدن.

أجرت إحدى الشركات دراسة لإنشاء مشروع استثماري في إحدى المدن، ولكي تحصل على التراخيص اللازمة أجرت دراسة مشروع استثماري مماثل في إحدى ضواحي المدينة. تبيّن للشركة أنّ بإمكانها نمذجة أرباح كل من المشروعين في المدينة وفي الضواحي بالمعادلتين التاليتين:

مشروع المدينة بالمعادلة:

$$y_1 = 6\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) + 3$$ ،

ومشروع ضواحي المدينة بالمعادلة

$$y_2 = 6\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) + 2$$

حيث y_1 و y_2 أرباح الشركة (بملايين الريالات) في الشهر t، $(1 \le t \le 12)$، لكل من المشروعين داخل المدينة وخارجها على التوالي.

1. أثبت أنّ بالإمكان نمذجة مجموع أرباح الشركة من هذين المشروعين بالمعادلة $y = 6\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) + 5$.

$$y = y_1 + y_2$$
$$= 6\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) + 3$$
$$+ 6\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right) + 2$$
$$= 6\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right)\right.$$
$$\left. + \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right)\right] + 5$$
$$= 6\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) + 5$$
$$= 6\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) + 5$$

2. هل يمكن أن يصل مجموع أرباح الشركة من المشروعين في شهر معيّن إلى 12 مليون ريال؟ وضّح إجابتك.

$$y = 12$$
$$6\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) + 5 = 12$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{12}\right) = \frac{7}{6}$$

وبما أنّ $\frac{7}{6} > 1$ ، إذن المعادلة لا حلّ لها، وبالتالي لا يمكن أن يصل مجموع أرباح الشركة من المشروعين في أيّ شهر إلى 12 مليون ريال.

3. **a.** أوجد أرباح الشركة من كلّ من المشروعين في الشهر الثاني.

$$y_1 = 6\cos\left(\frac{\pi}{2} \times 2 + \frac{\pi}{4}\right)$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{3} \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) + 3$$
$$= 6\cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)\cos(\pi) + 3$$
$$= 6 \times \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) \times (-1) + 3$$
$$= 3\sqrt{2} + 3 \approx 7.242640$$

إذن، ربح الشركة من المشروع داخل المدينة في الشهر الثاني هو QR 7 242 640.

$$y_2 = 6\sin\left(\frac{\pi}{2} \times 2 + \frac{\pi}{4}\right)$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{3} \times 2 + \frac{\pi}{3}\right) + 2$$
$$= 6\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)\sin(\pi) + 2$$
$$= 6 \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times (0) + 2$$
$$= 2$$

إذن، ربح الشركة من المشروع خارج المدينة في الشهر الثاني هو QR 2 000 000.

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 1 07/03/2022 1:57:20 PM

b. بعد إيجاد ربح كل من المشروعين في الشهر الثاني، قال أحد أصحاب الشركات العقارية: "إن الاستثمار العقاري في المدن أكثر ربحًا من الاستثمار العقاري في الأرياف". هل هو على صواب؟

لا، لا يمكن الاستنتاج أنّ المشروع داخل المدينة أكثر ربحًا من مشروع ضواحيها في كل الأشهر، لأننا لم نحسب أرباح الشركة في جميع الأشهر.
يمكننا فقط أن نستنتج أنّ المشروع داخل المدينة أكثر ربحًا في الشهر الثاني من مشروع ضواحيها.

4. أوجد القيمة الدقيقة لكلّ من y_1 و y_2 في الشهر الثالث. أيّ المشروعين يحقّق ربحًا أكبر في الشهر الثالث؟

$$y_1 = 6\cos\left(\frac{\pi}{2}\times 3+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\times 3+\frac{\pi}{3}\right)+3$$
$$=6\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)+3$$
$$=-\frac{3\sqrt{2}}{2}+3$$

$$y_2 = 6\sin\left(\frac{\pi}{2}\times 3+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\times 3+\frac{\pi}{3}\right)+2$$
$$=6\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)+2$$
$$=3\times\frac{\sqrt{6}}{2}+2$$

$y_2 > y_1$، إذن المشروع خارج المدينة يحقّق ربحًا أكبر من ربح مشروع المدينة في الشهر الثالث.

5. أوجد حلّ المعادلة $6\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)+5=6.552914$

$$6\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)+5=6.552914$$
$$\cos\left(x-\frac{\pi}{12}\right)=0.258819$$

الزاوية المرجعية:

$$x-\frac{\pi}{12}=\cos^{-1}(0.258819)$$

$$x-\frac{\pi}{12}=1.309 \text{ أو } x-\frac{\pi}{12}\approx -1.309$$
$$x=1.570+2k\pi \text{ أو } x\approx -1.047+2k\pi$$

حيث $k\in\mathbb{Z}$

6. في أيّ شهر يكون مجموع أرباح الشركة من المشروعين QR 6 552 914؟

$$6\cos\left(\frac{\pi}{6}t-\frac{\pi}{12}\right)+5=6.552914$$
$$\frac{\pi}{6}t\approx 1.570+2k\pi$$
$$t\approx 3+12k$$

بما أن $1<t<12$، فإن $1<3+12k<12$

$$-\frac{1}{4}<k<\frac{7}{6}$$

إذن، $k=0$ و $t\approx 3$

أو

$$\frac{\pi}{6}t\approx -1.047+2k\pi$$
$$t\approx -2+12k$$

بما أن $1<t<12$، فإن $1<-2+12k<12$

$$\frac{1}{4}<k<\frac{7}{6}$$

أي $k=1$ و $t\approx 10$

إذن، يكون مجموع أرباح الشركة QR 6 552 914 في كلّ من الشهرين 3 و 10

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:57:20 PM

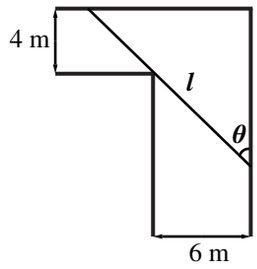
الاسم _____

7 تقويم الأداء، النموذج B

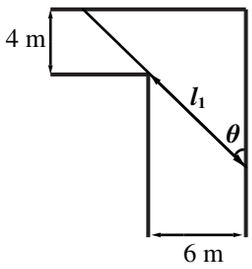
يستعمل العمّال في أحد المصانع نفقًا محفورًا تحت الأرض لنقل أعمدة معدنيّة من قسم الإنتاج إلى قسم التخزين.

عرض القسم الأوّل من النفق 6 أمتار وينتهي عند زاوية قائمة، حيث يبدأ القسم الثاني من النفق وعرضه 4 أمتار.

1. يوضّح الرسم المجاور عمليّة نقل عمود معدنيّ طوله l، عبر النفق في لحظة استدارة العمّال الذين يحملونه عند الزاوية القائمة، حيث يشكّل العمود المعدنيّ زاوية θ مع الجانب الأيمن للنفق. تسمى هذه الزاوية زاوية الاستدارة وتتشكل بين العمود في لحظة تماسه مع الزاوية القائمة ومع جانبي النفق في نفس الوقت.

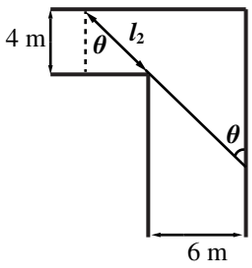


a. ليكن l_1 طول القسم الأوّل من العمود (الموضّح في الرسم المجاور) أوجد قيمة l_1 بدلالة $\sin\theta$.



$$\sin\theta = \frac{6}{l_1}, \qquad l_1 = \frac{6}{\sin\theta}$$

b. أوجد قيمة l_2، الذي يمثّل طول القسم الثاني من العمود، بدلالة $\cos\theta$.



$$\cos\theta = \frac{4}{l_2}, \qquad l_2 = \frac{4}{\cos\theta}$$

c. تحقّق من أنّ $l = 6\csc\theta + 4\sec\theta$

$$l = l_1 + l_2 = \frac{6}{\sin\theta} + \frac{4}{\cos\theta}$$
$$= 6\frac{1}{\sin\theta} + 4\frac{1}{\cos\theta} = 6\csc\theta + 4\sec\theta$$

2. برهن أنّ بالإمكان كتابة المقدار l في الصورة:

$$l = \frac{8\sin\theta + 12\cos\theta}{\sin 2\theta}$$

$$l = \frac{6}{\sin\theta} + \frac{4}{\cos\theta}$$
$$= \frac{6\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta} + \frac{4\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$
$$= \frac{4\sin\theta + 6\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

أكتب المتطابقة

$$\sin(2\theta) = 2\sin\theta\cos\theta$$

في الصورة

$$\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin(2\theta)$$

ثمّ أعوّض في l: $l = \frac{8\sin\theta + 12\cos\theta}{\sin 2\theta}$

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 1 07/03/2022 1:57:21 PM

3. a. أوجد قيمة l إذا كانت زاوية الاستدارة $\theta = 46°$. ماذا تمثّل هذه القيمة؟

$$l = \frac{6}{\sin 46°} + \frac{4}{\cos 46°} \approx 14.1$$

لعبور المنطقة المشار إليها يجب أن يكون طول العمود أقلّ من 14 مترًا وأن يكون قياس زاوية الاستدارة $46°$

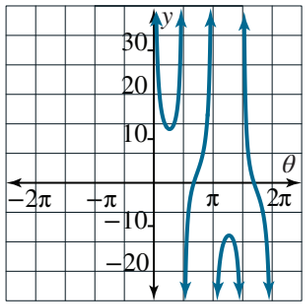
b. ينوي المصنع إنتاج نوع جديد من الأعمدة طول كلّ منها 16 مترًا.
لنقل هذا النوع الجديد من الأعمدة عبر النفق، هل يجب أن يكون قياس زاوية الاستدارة أصغر أم أكبر من $46°$؟ وهل يمكن استعمال النفق لنقله؟

كلما ازداد طول العمود فإنّه يرتطم بجانبي النفق عند الزواية القائمة بزاوية استدارة أصغر.

لا يمكن نقل العمود في هذا النفق لأنّ طوله أكبر من 14 مترًا.

4. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البيانيّ لمنحنى الدالّة

$$y = \frac{4\sin\theta + 6\cos\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$



وضّح كيف يمكن استعمال هذا المنحنى لمساعدة العمّال في تحديد قياس زاوية الاستدارة.

يمكن الاستفادة من المنحنى لتحديد القياس المطلوب لزاوية الاستدارة بحسب طول العمود الذي يجري نقله.

لكلّ طول معطى l، أرسم المستقيم $y = l$ ، الإحداثيّ x لنقطة التقاطع يمثّل قياس زاوية الاستدارة.

M07_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN_.indb 2 07/03/2022 1:57:21 PM

الاسم _____

8 اختبار بداية الوحدة

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل ناتج ضرب العددين 3^2 و 9^2؟

Ⓐ 3^4 Ⓒ 3^6

Ⓑ 6^3 Ⓓ 9^4

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل ناتج ضرب كثيرتَي الحدود $(x^2 + 3x - 1)$ و $(3x + 1)$؟

Ⓐ $3x^3 + 8x^2 - 1$

Ⓑ $3x^3 + 10x^2 - 1$

Ⓒ $3x^3 + 10x^2 + 6x - 1$

Ⓓ $3x^3 + 8x^2 + 6x - 1$

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل ناتج $(3x - 2)^2$؟

Ⓐ $3x^2 - 12x + 4$

Ⓑ $9x^2 - 12x + 4$

Ⓒ $9x^2 - 6x + 4$

Ⓓ $9x^2 - 6x + 2$

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمتَي m و n اللتين تجعلان المعادلة المعطاة صحيحة؟

$(mx + ny)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$

Ⓐ $m = 2$ و $n = -1$

Ⓑ $m = -2$ و $n = 1$

Ⓒ $m = -1$ و $n = 2$

Ⓓ $m = 1$ و $n = -2$

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $\left(2^{\frac{x}{2}}\right)\left(2^{\frac{x}{3}}\right) = 2 \times 4^2$؟

Ⓐ $x = -\frac{24}{5}$ Ⓒ $x = 5$

Ⓑ $x = \frac{24}{5}$ Ⓓ $x = 6$

6. أوجد مفكوك المقدار $(x + 2)^3$ باستعمال مثلّث باسكال.

المستوى الثالث في مثلّث باسكال هو 1 3 3 1، وهي معاملات $(a + b)^3$.

إذن،

$$(x + 2)^3 = x^3 + 3x^2 \times 2 + 3x \times 2^2 + 2^3$$
$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

7. أوجد مفكوك المقدار $(2x + 3)^5$ باستعمال نظريّة ذات الحدّين.

$$a = 2x, b = 3$$
$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$
$$(2x + 3)^5 = 32x^5 + 240x^4 + 720x^3 + 1\,080x^2 + 810x + 243$$

8. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصيغة المبسّطة للمقدار النسبيّ $\frac{1 - x^2}{x^2 + 3x + 2}$؟

Ⓐ $-\frac{x - 1}{x + 2}$ Ⓒ $-\frac{x + 1}{x - 2}$

Ⓑ $\frac{x - 1}{x + 2}$ Ⓓ $\frac{x + 1}{x - 2}$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 2:04:33 PM

9. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصيغة المبسّطة للمقدار النسبيّ $\frac{3xyz}{x^3z^3} \times \frac{2x^2z^2}{6xyz}$؟

Ⓐ $\frac{6x^3yz^3}{6x^4yz^4}$

Ⓑ $\frac{x^3yz^3}{x^4yz^4}$

Ⓒ $\frac{x^3z^3}{x^4z^4}$

Ⓓ $\frac{1}{xz}$

---

10. أيّ من الخيارات التالية يمثّل ناتج الطرح $\frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{1}{x^2-1}$؟

Ⓐ $\frac{-3}{(x+2)(x-1)}$

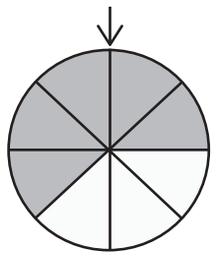
Ⓑ $\frac{3}{(x+2)(x+1)(x-1)}$

Ⓒ $\frac{-3}{(x+2)(x+1)(x-1)}$

Ⓓ $\frac{2x+1}{(x+2)(x+1)(x-1)}$

---

11. انظر إلى القرص الدوّار أدناه. إذا قمت بتدوير القرص بسرعة وانتظرته حتّى يتوقّف، هل يتساوى احتمال توقّف جزء ملوّن بالرماديّ عند السهم، واحتمال توقّف جزء ملوّن بالأبيض عند السهم؟ إذا كان الاحتمالان غير متساويين، كيف يمكنك جعلهما متساويين؟



كلّا، لأنّ احتمال توقّف جزء ملوّن بالرماديّ عند السهم هو $\frac{5}{8}$. أمّا احتمال توقّف جزء ملوّن بالأبيض عند السهم فهو $\frac{3}{8}$.

يمكنني جعل الاحتمالين متساويين بتغيير لون أحد المثلّثات الرماديّة إلى الأبيض.

12. إذا أعدت تصميم القرص الدوّار المذكور في التمرين السابق، بحيث تترك ألوان الأجزاء كما هي، ولكن تكتب على مثلّثين صغيرين، أحدهما رماديّ والآخر أبيض، كلمة "رابح"، أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال وقوع الحدث: "أن يتوقّف مثلّث عليه كلمة "رابح"عند السهم"؟

Ⓐ $\frac{1}{8}$

Ⓑ $\frac{1}{4}$

Ⓒ $\frac{1}{3}$

Ⓓ $\frac{1}{2}$

---

13. صمّم فارس اللعبة التالية ليلعبها رفاقه: يرمي اللاعب مكعّبين منتظمين مرقّمين من 1 إلى 6 في نفس الوقت، وإذا حصل على عددين زوجيّين يفوز. كم لاعبًا تقريبًا يجب أن يتوقّع فارس فوزهم إذا شارك في اللعبة 12 لاعبًا؟

يوضّح الجدول التالي جميع النواتج الممكنة، حيث المربّعات الزرقاء هي جميع نواتج الفوز.

	1	2	3	4	5	6
1						
2		■		■		■
3						
4		■		■		■
5						
6		■		■		■

إذن، هناك 9 احتمالات للفوز من أصل 36 احتمالًا ممكنًا. إذن،

$$P(\text{عددان زوجيّان}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

أستعمل التبرير التناسبيّ لتحديد عدد اللاعبين المتوقَّع فوزهم، w: $\frac{1}{4} = \frac{w}{12}$

إذن، عدد اللاعبين المتوقَّع فوزهم هو $w = 3$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:35 PM

14. رمت كلّ من هند وصباح عملة معدنيّة في الهواء 20 مرّة، وسجّلتا نتيجة كلّ رمية. يوضّح الجدول أدناه النتائج.

	الكتابة	الصورة
هند	7	13
صباح	9	11

اشرح المقارنة الصحيحة بين النتائج الفعليّة والنتائج المتوقّعة لعمليّة رمي العملتين المعدنيّتين. أيّ من الفتاتين حقّقت نتيجة أقرب إلى النتيجة المتوقّعة؟

الاحتمال النظريّ للحصول على الكتابة أو الصورة عند رمي عملة معدنيّة هو نفسه، ويساوي $\frac{1}{2}$، لكنّ نتيجة هند هي $\frac{7}{20}$ كتابة و $\frac{13}{20}$ صورة، ونتيجة صباح هي $\frac{9}{20}$ كتابة و $\frac{11}{20}$ صورة. إذن، نتيجة صباح هي الأقرب إلى النتيجة المتوقّعة التي تساوي $\frac{1}{2}$

---

15. إذا وضعت في وعاء مجموعة من الكرات الصغيرة الملوّنة باللونين الأخضر أو الأصفر، ثمّ سحبت كرة بشكل عشوائيّ 20 مرّة مع ارجاع. يوضّح الجدول أدناه النتيجة التجريبيّة لألوان الكرات المسحوبة في العشرين محاولة. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الاحتمال التجريبيّ لسحب كرة صفراء في المرّة 21؟

اللون	صفراء	خضراء
عدد الكرات المسحوبة	5	15

Ⓐ 25%

Ⓑ 50%

Ⓒ 75%

Ⓓ لا يمكن استنتاج ذلك

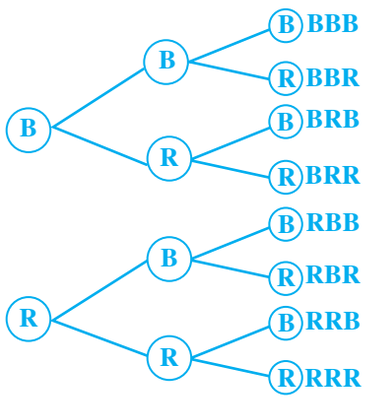
16. وضعت الأمّ على طاولة الطعام وعاءً يحتوي على 7 قطع من الحلوى 4 بطعم الكرز (C)، و 1 بطعم الليمون (L)، و 2 بطعم الفراولة (S)، وطلبت من ابنها سالم أن يغمض عينيه ويأخذ قطعة حلوى من الوعاء. تمنّى سالم أن يحصل على قطعة بطعم الفراولة. أوجد فضاء العيّنة لهذه التجربة، ثم أوجد احتمال أن يحصل سالم على ما تمنّاه.

فضاء العيّنة هو $\{C_1, C_2, C_3, C_4, L, S_1, S_2\}$، واحتمال أن يحصل سالم على ما تمنّاه هو $\frac{2}{7}$

---

17. رمى مهنّد كرتين إلى الأعلى، واحدة حمراء (R) وواحدة زرقاء (B)، ثلاث مرّات، وفي كلّ مرّة يلتقط إحدى الكرتين ويعيد المحاولة من جديد. ارسم مخطّط الشجرة الاحتماليّة لتمثيل فضاء العيّنة.

أمثّل فضاء العيّنة.



M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 2:04:36 PM

18. يحتوي صندوق ثلاث كرات مرقمة من 1 الى 3، يسحب حاتم كرتين على التوالي مع إرجاع ويسجّل الرقم الظاهر على الكرة المسحوبة. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قائمة منظّمة لفضاء العيّنة؟

Ⓐ $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$

Ⓑ $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$

Ⓒ $\{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$

Ⓓ $\{(1, 2, 3), (1, 2, 3)\}$

---

19. في التجربة المذكورة في التمرين السابق، إذا أُعطى العدد الظاهر على الكرة الأولى الرمز a وأُعطى العدد الظاهر على الكرة الثانية الرمز b، أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال الحصول على رقمين مجموعهما أصغر من أو يساوي 3؟

Ⓐ $\mathrm{P}\left((a+b) \leq 3\right) = \frac{1}{9}$

Ⓑ $\mathrm{P}\left((a+b) \leq 3\right) = \frac{2}{9}$

Ⓒ $\mathrm{P}\left((a+b) \leq 3\right) = \frac{1}{3}$

Ⓓ $\mathrm{P}\left((a+b) \leq 3\right) = \frac{5}{9}$

20. احتمال أن يفوز فريق لكرة السلّة في أيّ من مبارياته الثلاث المتبقّية لهذا العام هو 50%، أستعمل قرصًا دوّارًا مقسّمًا إلى جزأين متساويين مكتوب على الأول (S) للفوز، وعلى الثاني (F) للخسارة، لمحاكاة احتمال فوز الفريق في مباراتين بالضبط من مبارياته الثلاث المتبقّية.

نتائج المحاكاة موضّحة أدناه.

SSF SFF FFS SSS FSS FSF SFS FFF

أوجد احتمال أن يفوز الفريق في مباراتين بالضبط من مبارياته الثلاث المتبقّية.

3 نواتج من 8 محاولات هي نواتج مرغوب فيها. بناءً على هذه المحاكاة، احتمال فوز الفريق في مباراتين بالضبط من مبارياته الثلاث المتبقّية هو $\frac{3}{8}$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 2:04:37 PM

الاسم _____

8-1 اختبار الدرس

مبدأ العدّ الأساسيّ

1. ما عدد الأعداد الفرديّة التي تتكوّن من 3 أرقام؟

الرقم الأوّل في العدد، وهو الرقم الذي في خانة المئات، لا يمكن أن يكون 0 وإلّا أصبح العدد مكوّنًا من رقمين، أي هناك 9 خيارات للرقم الأوّل. الرقم الثاني، وهو الرقم الذي في خانة العشرات، يمكن أن يكون أيّ رقم، أي هناك 10 خيارات للرقم الثاني. أمّا الرقم الثالث الذي في خانة الآحاد فله 5 خيارات فقط لأنّ العدد يكون فرديًّا إذا انتهى بأحد الأرقام التالية: 1 أو 3 أو 5 أو 7 أو 9، بالتالي:

$$9 \times 10 \times 5 = 450$$

إذن، عدد الأعداد الفرديّة التي تتكوّن من 3 أرقام هو 450 عددًا.

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب أربعة عناصر مختلفة؟

Ⓐ $1! \times 1! \times 1! \times 1$

Ⓑ 4

Ⓒ $4!$

Ⓓ $4! \times 3! \times 2! \times 1!$

---

3. أوجد عدد الكلمات التي تتألف من أحرف كلمة "ربيع". (ليس ضروريًّا أن نجدها في أيّ معجم).

24

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل تبسيطًا للمقدار $\frac{50!}{47!}$؟

Ⓐ $50! - 47!$

Ⓑ $50! \times (47!)^{-1}$

Ⓒ $50 \times 49 \times 48 \times 47$

Ⓓ $50 \times 49 \times 48$

---

5. أوجد العدد الصحيح n الذي يجعل المعادلة $\frac{(n+1)!}{n!} = 57$ صحيحة.

56

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 2:04:37 PM

الاسم _____

8-2 اختبار الدرس

التباديل

1. احسب عدد الكلمات المؤلّفة من 6 أحرف (بغضّ النظر عن ترتيبها في القاموس) التي يمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة Hawaii.

عدد التباديل هو !6، لكنّ حرفين من الأحرف الستّة يتكرّران مرّتين وهما *i* و *a*. إذن، عدد الكلمات هو

$$\frac{6!}{2! \times 2!} = 180$$

---

2. أيّ من القيم التالية يمثّل قيمة ${}_5P_3$؟

Ⓐ 20

Ⓑ 60

Ⓒ 114

Ⓓ 120

---

3. تحتفظ أسماء بعشرة أعداد من مجلّة National Geographic، هي المفضّلة لديها وتتصفّحها باستمرار. إذا أرادت أسماء اختيار أربعة أعداد من هذه الأعداد العشرة لتضعها بجانب سريرها، بكم طريقة يمكنها فعل ذلك؟

$${}_{10}P_4 = \frac{10!}{(10-4)!} = 5\,040$$

4. يتنافس 12 طالبًا في بطولة السباحة السنويّة. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب المتسابقين في المراكز الثلاثة الأولى؟

Ⓐ $12 \times 11 \times 10 \times 9$

Ⓑ $12 \times 11 \times 10$

Ⓒ $12!$

Ⓓ $12! \times 3!$

---

5. بكم طريقة يمكن أن يجلس 5 طلّاب في قاعة تحتوي على 25 مقعدًا؟

$${}_{25}P_5 = \frac{25!}{(25-5)!} = 6\,375\,600$$

إذن، هناك 6 375 600 طريقة مختلفة ليجلس 5 طلّاب في القاعة.

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:38 PM

الاسم _____

8-3 اختبار الدرس

التوافيق

1. أوجد قيمة ${}_{10}C_6 + {}_{10}C_7$ من دون استعمال الحاسبة.

$${}_{10}C_6 + {}_{10}C_7 = \frac{10!}{6! \times 4!} + \frac{10!}{7! \times 3!} = 330$$

---

2. اختار معلّم الكيمياء 4 طلّاب من صفّ يضمّ 25 طالبًا، من دون أيّ معيار محدّد للاختيار، لمساعدته في إجراء تجربة كيميائيّة. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافيق أم لا، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار الطلّاب الأربعة.

هذه الحالة توافيق، إذ ليس هناك أيّ فرق بين الطلّاب الأربعة عند الاختيار. إذن، عدد الطرائق هو

$${}_{25}C_4 = \frac{25!}{4! \times 21!} = 12\,650$$

---

3. تريد جدّة منصور أن تختار 3 من أحفادها الكبار البالغ عددهم 9 لمساعدتها في قطاف شجرة الزيتون التي في حديقتها. أيّ من القيم التالية تمثّل عدد الخيارات المتوافرة للجدّة؟

Ⓐ 84

Ⓑ 10 080

Ⓒ 362 880

Ⓓ 362 874

4. يقدّم متجر إلى زبائنه هدايا عينيّة مقابل النقاط التي يجمعونها. يستطيع الزبون الرابح اختيار هديّتين من أصل سبع هدايا معروضة. أوجد عدد الخيارات التي يمكن للزبون من خلالها اختيار الهديّتين.

$${}_7C_2 = \frac{7!}{2! \times 5!} = 21$$

---

5. لجميع الأعداد الصحيحة $n \geq 2$، فإن المقدار $\binom{n+1}{2} - \binom{n}{2}$ يساوي:

Ⓐ n

Ⓑ $2n$

Ⓒ n^2

Ⓓ $n(n+1)$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 2:04:38 PM

الاسم _____

8-4 اختبار الدرس

نظريّة ذات الحدّين

1. أوجد مفكوك المقدار $(x^2 + y)^5$.

$$(x^2 + y)^5 = x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5x^2y^4 + y^5$$

---

2. أوجد مفكوك المقدار $(2x + 6)^3$ مستعملًا مثلّث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدّين.

المستوى الثالث في مثلّث باسكال هو 1 3 3 1، وهو معاملات $(a + b)^3$. إذن،

$$(2x + 6)^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2 \times 6 + 3(2x)(6)^2 + 6^3$$
$$= 8x^3 + 72x^2 + 216x + 216$$

---

3. استعمل نظريّة ذات الحدّين لإيجاد مفكوك ذات الحدّين في الدالّة $f(x) = (x - 3)^6$.

$$a = x, b = -3$$
$$(a + b)^6 = \binom{6}{0}a^6 + \binom{6}{1}a^5b + \binom{6}{2}a^4b^2 + \binom{6}{3}a^3b^3 + \binom{6}{4}a^2b^4 + \binom{6}{5}ab^5 + \binom{6}{6}b^6$$
$$= a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$$
$$(x - 3)^6 = x^6 - 18x^5 + 135x^4 - 540x^3 + 1\,215x^2 - 1\,458x + 729$$

---

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل معامل x^8 في توزيع $(x + 3)^{10}$؟

Ⓐ 3^2

Ⓑ ${}_{10}C_2$

Ⓒ ${}_{10}C_2 \times 3^2$

Ⓓ ${}_{10}C_8 \times 3^2$

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل جمع معاملات مفكوك ذات الحدّين $(x - 2y)^4$؟

Ⓐ -16

Ⓑ 0

Ⓒ 1

Ⓓ 81

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:39 PM

الاسم _____

8-5 اختبار الدرس

احتمالات الحوادث

1. عند رمي مكعّب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، حدّد عناصر الحدث A: "الحصول على أحد مضاعفات العدد 3"

عناصر الحدث هي $A = \{3, 6\}$

---

2. ما احتمال الحدث "الحصول مرّة واحدة على الصورة بعد رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات"؟

بعد رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات، هناك ثمانية نواتج لجميعها إمكانيّة الحدوث نفسها:

$\{HHH, HHT, HTT, TTT, THH, THT, TTH, HTH\}$.

إنّ نسبة "الحصول مرّة واحدة على الصورة" من فضاء العيّنة هي 3 من 8، إذن، احتمال هذا الحدث هو $\frac{3}{8}$

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل دالّة احتمال لفوز أربعة متسابقين بالمرتبة الأولى في سباق المدرسة السنويّ للدرّاجات الهوائيّة؟

Ⓐ

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	0	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{4}$	1

Ⓑ

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$

Ⓒ

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$

Ⓓ

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

4. عدد طلّاب أحد الصفوف هو 18 طالبًا. إذا أعطى المعلّم كلّ طالب رقمًا بين 1 و 18، ثمّ اختار ثمانية طلّاب عشوائيًّا، ما احتمال أن تكون الأرقام التي مع الطلّاب الثمانية كلّها زوجيّة؟

أوجد أوّلًا العدد الإجماليّ للنواتج المحتملة.

$$_{18}C_8 = \frac{18!}{8!(18-8)!} = 43\ 758$$

ثمّ أوجد عدد النواتج المحتملة إذا كانت جميع الأرقام التي مع الطلّاب الثمانية زوجيّة.

$$_9C_8 = \frac{9!}{8!(9-8)!} = 9$$

هناك 9 نواتج حيث تكون الأرقام جميعها زوجيّة. إذن،

$$P(\text{الأرقام زوجيّة}) = \frac{9}{43\ 758} \approx 0.0002$$

إذن، احتمال أن تكون الأرقام التي مع الطلّاب الثمانية كلّها زوجيّة هو 0.0002 أو 0.02% تقريبًا.

---

5. لدى هند 3 سترات سوداء وسترتان بنّيّتان، وتريد ارتداءها للذهاب إلى المدرسة في ترتيب عشوائيّ. أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال أن تكون أوّل سترتين ترتديهما هند بنّيّتين؟

Ⓐ $\frac{1}{30}$

Ⓑ $\frac{1}{20}$

Ⓒ $\frac{1}{10}$

Ⓓ $\frac{1}{5}$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 2:04:40 PM

الاسم _____

8-6 اختبار الدرس

الحوادث المتنافية

1. يبيّن الجدول أدناه احتمال الحصول على درجة أعلى من $\frac{80}{100}$ في اختبار الدخول إلى المعهد الوطنيّ للفنون، بحسب الفئة العمريّة للمتقدّم للاختبار. أوجد احتمال الحصول على درجة أعلى من $\frac{80}{100}$ إذا كان عمر المتقدم للاختبار بين 13 و 16 سنة.

الفئة العُمريّة بالسنوات	6 - 8	9 - 12	13 - 14	15 - 16
احتمال الحصول على درجة أعلى من $\frac{80}{100}$	0.4	0.3	0.2	0.1

P(بين 13 و 14 أو بين 15 و 16)

$= 0.2 + 0.1 = 0.3$

---

2. عند رمي مكعّب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، إذا كان O يمثّل حدث "الحصول على عدد فرديّ"، و Z يمثّل حدث "الحصول على أحد الأعداد الثلاثة 2 أو 4 أو 6". أوجد احتمال الحدث "O و Z".

الحدثان O و Z متنافيان. إذن، $P(O \text{ و } Z) = 0$

---

3. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = P(E_2) = 2P(E_3)$؟

Ⓐ 0.1

Ⓑ 0.2

Ⓒ 0.3

● 0.4

4. A و B حدثان في فضاء العيّنة S حيث $P(A \cup B) = 0.7$، و $P(A \cap B) = 0.4$ و $P(B) = 0.6$. أوجد $P(A)$، ثمّ $P(B' \cap A)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0.7 = P(A) + 0.6 - 0.4$

$P(A) = 0.5$

$P(B' \cap A) = P(A) - P(A \cap B)$

$= 0.5 - 0.4 = 0.1$

---

5. 71% من سكّان إحدى القرى متعلّمون، و 26% من سكّانها موظّفون في وظائف حكوميّة، و 20% من السكّان متعلّمون وموظّفون في وظائف حكوميّة معًا. أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال أن يكون أحد سكّان القرية متعلّمًا أو أن يكون موظّفًا في وظيفة حكوميّة؟

Ⓐ 0.185

● 0.77

Ⓒ 0.97

Ⓓ 1.17

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:41 PM

الاسم _____

8-7 اختبار الدرس

الحوادث المستقلّة

1. يحتوي صندوق على 8 كرات خضراء و 6 كرات حمراء و 6 كرات صفراء. إذا سحبت كرة عشوائيًّا من الصندوق ثمّ أعدتها إليه، وكرّرت المحاولة عشر مرّات، هل يؤثّر لون الكرة في أيّ محاولة في لون الكرة التي تسحبها في المحاولات الأخرى؟ ماذا تسمّي حوادث سحب الكرات في هذه الحالة؟ برّر إجابتك.

يبقى فضاء العيّنة نفسه في كلّ المحاولات الأخرى لأنّني أعيد الكرة إلى الصندوق بعد كلّ محاولة، وبالتالي لا تتغيّر قيمة احتمال الحصول على لون معيّن، ولا يؤثّر لون الكرة بعد كلّ محاولة في لون الكرة في المحاولات الأخرى. إذن، حوادث سحب الكرات هي حوادث مستقلّة.

---

2. إذا كان احتمال الحدث A هو $P(A) = \frac{1}{2}$، واحتمال الحدث B هو $P(B) = \frac{1}{2}$، أوجد الاحتمال $P(A \cap B)$ إذا كان الحدثان A و B مستقلّين.

$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

---

3. عند رمي مكعّب منتظم مرقّم من 1 إلى 6 مرّتين، أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال الحصول على الرقم 6 مرّتين؟

Ⓐ $\frac{1}{36}$ Ⓒ $\frac{1}{6}$

Ⓑ $\frac{1}{12}$ Ⓓ $\frac{1}{3}$

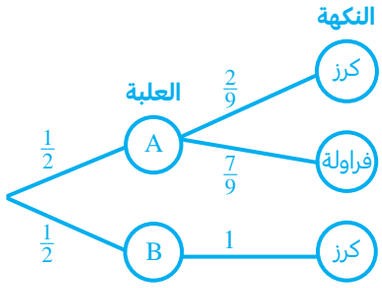
4. لديك علبتان A و B من الحلوى. تحتوي العلبة الأولى على سبع قطع من الحلوى بنكهة الفراولة وقطعتين بنكهة الكرز، أمّا العلبة الثانية فتحتوي على خمس قطع بنكهة الكرز. إذا سحبت قطعة حلوى عشوائيًّا، أوجد احتمال أن تكون قطعة الحلوى هذه بنكهة الكرز باستعمال مخطّط الشجرة.

بما أنّ هناك علبة واحدة فقط من كلّ من A و B، إذن، $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{2}$

في العلبة A: $P(\text{فراولة}) = \frac{7}{9}$، و $P(\text{كرز}) = \frac{2}{9}$

في العلبة B: $P(\text{كرز}) = \frac{5}{5} = 1$

يبيّن مخطّط الشجرة أدناه احتمالات الحصول على النكهتين من العلبتين:



إذن، $P(\text{كرز و } A) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$

و $P(\text{كرز و } B) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ وبالتالي،

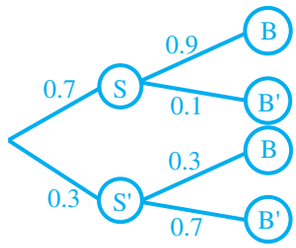
$P(\text{كرز}) = P((\text{كرز و } A) \text{ أو } (\text{كرز و } B))$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{9} = \frac{11}{18}$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 2:04:42 PM

5. إذا تميّز فارس في اختبار الرياضيّات اليوم فإنّ احتمال أن يشتري له والده درّاجة هوائيّة هو 0.9، وإن لم يتميّز في الاختبار يصبح احتمال حصوله على الدرّاجة الهوائيّة 0.3 فقط. إذا كان احتمال تميّز فارس في الاختبار هو 0.7، ما احتمال حصوله على الدرّاجة الهوائيّة؟

ليكن S الحدث "يتميّز في اختبار الرياضيات"، و B الحدث "يحصل على الدراجة الهوائية".



$$P(\text{حصول فارس على دراجة}) = 0.7 \times 0.9 + 0.3 \times 0.3 = 0.72$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:42 PM

الاسم _____

8-8 اختبار الدرس

الاحتمال المشروط

1. إذا كان احتمال الحدث A هو $P(A) = \frac{1}{4}$، واحتمال الحدث B هو $P(B) = \frac{1}{3}$، وكان $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$، أوجد قيمة الاحتمال المشروط $P(A|B)$.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$$

---

2. هناك شعبتان للصفّ الأوّل في إحدى المدارس، A و B. الشعبة A تضمّ 5 تلاميذ يمارسون رياضة الجمباز و 11 تلميذًا لا يمارسونها، بينما تضمّ الشعبة B تلميذين يمارسان رياضة الجمباز و 14 تلميذًا لا يمارسونها. إذا اخترت تلميذًا عشوائيًّا من إحدى الشعبتين، وكان يمارس رياضة الجمباز، ما احتمال أن يكون هذا التلميذ من الشعبة A؟

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ و } P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{لا يمارس الجمباز} \text{ في الشعبة A:}) = \frac{11}{16}$$

$$P(\text{يمارس الجمباز}) = \frac{5}{16} \text{ و}$$

$$P(\text{لا يمارس الجمباز} \text{ في الشعبة B:}) = \frac{14}{16}$$

$$P(\text{يمارس الجمباز}) = \frac{2}{16} \text{ و}$$

$$P(A|\text{يمارس الجمباز}) = \frac{P(A \cap \text{يمارس الجمباز})}{P(\text{يمارس الجمباز})}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{5}{16}}{\frac{1}{2} \times \frac{5}{16} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{16}} = \frac{5}{7}$$

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حدثين مستقلّين؟

Ⓐ الحدثان A و B، حيث $P(B|A) = \frac{1}{3}$، و $P(A) = \frac{1}{2}$، و $P(B) = \frac{1}{9}$.

Ⓑ الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.3$، و $P(B) = 0.4$، و $P(A \cap B) = 0.016$

Ⓒ الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.2$، و $P(B) = 0.3$، و $P(A \cap B) = 0.06$

Ⓓ الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.1$، و $P(B) = 0.9$، و $P(A|B) = 0.9$

4. إذا كان A و B حدثين مستقلّين، أيّ من الخيارات التالية يمثّل $P(B|A)$؟

Ⓐ $P(A)$ Ⓒ $P(A|B)$

Ⓑ $P(B)$ Ⓓ $P(B) \times P(A)$

---

5. قام مدير شؤون الطلّاب في إحدى الجامعات بمقارنة نسب حضور الطلّاب في الفصل بنسب الطلّاب الناجحين في الموادّ. ليكن S الحدث "النجاح" و P الحدث "الحضور في الفصل".

النجاح في الاختبار وحضور الطلّاب في الفصل		
المادّة	الحضور في الفصل (P)	الحضور في الفصل مع النجاح (S و P)
X	40%	30%
Y	39%	13%
Z	25%	20%

لكلّ مادّة من الموادّ الثلاث، أوجد احتمال أن ينجح الطالب فيها على شرط حضوره في الفصل أثناء مدّة الدراسة.

أستعمل القاعدة $P(S|P) = \frac{P(S \cap P)}{P(P)}$

المادّة	$P(S\|P)$
X	$\frac{P(S \cap P)}{P(P)} = \frac{0.3}{0.4} = \frac{3}{4}$
Y	$\frac{P(S \cap P)}{P(P)} = \frac{0.13}{0.39} = \frac{1}{3}$
Z	$\frac{P(S \cap P)}{P(P)} = \frac{0.2}{0.25} = \frac{4}{5}$

إذن، مع أنّ هناك بعض الطلّاب المتميّزين الذين يمكنهم النجاح من دون الحضور في الفصل، تبقى النتيجة أعلاه مؤشّرًا تقريبيًّا إلى أنّ الحضور في المادّة Z هو الأكثر تأثيرًا في نجاح الطلّاب.

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 2:04:43 PM

الاسم _____

8 تقويم الوحدة، النموذج A

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب ثلاثة عناصر مختلفة؟

Ⓐ 3×3
Ⓑ $1! \times 1! \times 1!$
Ⓒ $3!$
Ⓓ $3! \times 2! \times 1!$

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة "خريف"؟ (ليس ضروريًّا أن تجدها في أيّ معجم).

Ⓐ 4
Ⓑ 9
Ⓒ 16
Ⓓ 24

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلّفة من 4 أحرف ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "محمد"؟ (بغضّ النظر عن ترتيبها في القاموس).

Ⓐ 4
Ⓑ 4×4
Ⓒ $4!$
Ⓓ $\frac{4!}{2!}$

---

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_4\mathrm{P}_3$؟

Ⓐ 4
Ⓑ 12
Ⓒ 24
Ⓓ 144

---

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_9\mathrm{C}_6 - {}_9\mathrm{C}_3$؟

Ⓐ 0
Ⓑ 3
Ⓒ 168
Ⓓ 336

---

6. اختار معلّم الرياضيّات 3 طلّاب من فريق يضمّ 12 طالبًا لمساعدة زملائهم في التحضير لأولمبياد الرياضيّات، وذلك من دون أيّ معيار محدّد للاختيار. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافيق أم تباديل، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار هؤلاء الطلّاب الثلاثة.

هذه الحالة توافيق ، إذ ليس هناك أيّ فرق بين الطلّاب الثلاثة عند الاختيار. إذن، عدد الطرائق هو

$${}_{12}\mathrm{C}_3 = \frac{12!}{3! \times 9!} = 220$$

---

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مفكوك $(x^4 - y)^5$.

Ⓐ $x^{10} - 5x^8y + 10x^6y^2 - 10x^4y^3 + 5xy^4 - y^5$
Ⓑ $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5xy^4 + y^5$
Ⓒ $x^{20} + 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 + 10x^8y^3 + 5x^4y^4 + y^5$
Ⓓ $x^{20} - 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 - 10x^8y^3 + 5x^4y^4 - y^5$

---

8. أوجد مفكوك ذات الحدين $(2x + 1)^4$ مستعملًا مثلّث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدّين.

المستوى الرابع في مثلّث باسكال هو 1 4 6 4 1 وهو معاملات $(a + b)^4$. إذن،

$$(2x + 1)^4$$
$$= (2x)^4 + 4 \times (2x)^3 \times 1 + 6 \times (2x)^2 \times 1^2 + 4 \times (2x) \times 1^3 + 1^4$$
$$= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:45 PM

9. أيّ من الخيارات التالية يمثّل معامل x^8 في توزيع المقدار $(x-2)^9$؟

Ⓐ $_9C_1$ Ⓒ $_9C_1 \times 2$

Ⓑ $_9C_1 \times (-2)$ Ⓓ -2

---

10. عند رمي مكعّب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، أيّ من الخيارات التالية يمثّل عناصر الحدث "الحصول على عوامل العدد 6"؟

Ⓐ $\{1, 2, 3, 6\}$ Ⓒ $\{2, 3, 6\}$

Ⓑ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Ⓓ $\{6\}$

---

11. ما احتمال الحدث "الحصول على الكتابة مرّتين عند رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات"؟

عند رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات، هناك ثمانية نواتج لها إمكانيّة الحدوث نفسها:

$\{$HHH, HHT, HTT, TTT, THH, THT, TTH, HTH$\}$

نسبة الحدث "الحصول على الكتابة مرّتين" من فضاء العيّنة هي 3 من 8، إذن، الاحتمال هو $\frac{3}{8}$

---

12. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{2}P(E_2) = \frac{1}{5}P(E_3)$؟

Ⓐ $\frac{1}{8}$ Ⓒ $\frac{1}{4}$

Ⓑ $\frac{1}{7}$ Ⓓ $\frac{5}{8}$

---

13. عدد بطاقات المساعدة في لعبة Jumanji اللوحيّة هو 12 بطاقة، نصفها يشير إلى هجوم من قِبل حيوانات خطِرة (وحيد القرن، العنكبوت السام، ...) ونصفها الآخر يشير إلى هجوم يشنّه الخصم (الطيران المروحيّ، الدرّاجات الناريّة،...). إذا اختار اللاعب أربع بطاقات عشوائيًّا، ما احتمال أن تكون جميعها من البطاقات التي تشير إلى هجوم من قِبل حيوانات خطِرة؟

أوجد أوّلًا العدد الكلّيّ للنواتج الممكنة.

$$_{12}C_4 = \frac{12!}{4!(12-4)!} = 495$$

ثمّ أوجد عدد النواتج الممكنة حيث يكون A: "جميع البطاقات التي اختارها اللاعب تشير إلى هجوم حيوانات خطِرة".

$$_6C_4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = 15$$

$$_6C_0 = \frac{6!}{0!(6-0)!} = 1$$

أضرب نتيجتَي النواتج الممكنة لإيجاد العدد الكلّيّ للنواتج.

$$_6C_4 \times {}_6C_0 = 15 \times 1 = 15$$

إذن،

$$P(A) = \frac{15}{495} = \frac{1}{33}$$

---

14. A و B حدثان في فضاء العيّنة S حيث $P(A \cup B) = 0.6$ و $P(A \cap B) = 0.2$ و $P(A) = 0.5$. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة كلّ من $P(B)$ و $P(A' \cap B)$؟

Ⓐ $P(B) = 0.2$ و $P(A' \cap B) = 0.1$

Ⓑ $P(B) = 0.1$ و $P(A' \cap B) = 0.2$

Ⓒ $P(B) = 0.3$ و $P(A' \cap B) = 0.1$

Ⓓ $P(B) = 0.1$ و $P(A' \cap B) = 0.3$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 2:04:47 PM

15. تنتج إحدى الشركات ثلاثة أنواع من بطاريّات السيّارات A و B و C. تعمل البطاريّات من النوع A مدّة سنتين، وتعمل البطاريّات من النوع B مدّة 3 سنوات، وتعمل البطاريّات من النوع C مدّة تزيد عن 3 سنوات. قدّرت الشركة أنّ نسبة البطاريات المباعة من النوع A تساوي 27%، وأنّ نسبة البطاريات المباعة من النوع B تساوي 58%، وأنّ نسبة البطاريات المباعة من النوع C تساوي 10%، اشترى أحد السائقين بطاريّتين من إنتاج هذه الشركة. أوجد احتمال أن تكون كلتا البطاريّتين غير صالحتين (أي تعملان أقلّ من سنتين).

بما أنّ حالتَي البطاريّتين مستقلّتان إحداهما عن الأخرى، يمكنني استعمال مبدأ الجمع:

$$P(\text{بطاريّة صالحة}) = P(A) + P(B) + P(C) = 0.95$$

$$P(\text{البطارية غير صالحة}) = 0.05 \times 0.05 = 0.0025$$

---

16. إذا كان A و B حدثين وكان ناتج ضرب احتماليهما $P(A) \times P(B)$ مساويًا لناتج جمعهما $P(A) + P(B)$، فإنّ:

Ⓐ A و B حدثان مستقلّان

Ⓑ A و B حدثان غير مستقلّين

Ⓒ A و B يمكن أن يكونا مستقلّين كما يمكن أن يكونا غير ذلك

Ⓓ لا يمكن معرفة شيء من المعلومات المعطاة

17. يحتوي وعاء على خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء. دعا أحمد صديقه فارسًا لاختيار إحدى اللعبتين التاليتين:

A. يرمي قطعة نقديّة ويفوز إذا حصل على الصورة.

B. يسحب كرة ويعيدها إلى الوعاء ثمّ يسحب كرة أخرى، ويفوز إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضويّين.

أيّ اللعبتين على فارس أن يختار؟

احتمال فوز فارس في اللعبة الأولى هو $\frac{1}{2}$

واحتمال فوزه في اللعبة الثانية هو $\frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64} < 0.5$

إذن، يجب على فارس اختيار اللعبة الأولى.

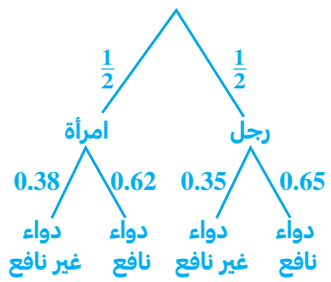
---

18. اختبرت شركة لصناعة الأدوية دواءً جديدًا على مجموعة من المرضى، يساوي عدد الرجال فيها عدد النساء، فكانت النتيجة كما هي مبيّنة في الجدول أدناه.

الرجال		النساء	
الذين انتفعوا من الدواء	الذين لم ينتفعوا من الدواء	اللواتي انتفعنَ من الدواء	اللواتي لم ينتفعنَ من الدواء
65%	35%	62%	38%

إذا اخترت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًّا، ما احتمال أن يكون هذا الشخص امرأة، علمًا أنّها ممّن لم ينتفعن من الدواء؟

أرسم مخطّط الشجرة كما يلي:



إذن،

$$P(\text{دواء غير نافع} \mid \text{امرأة}) = \frac{(0.5)(0.38)}{(0.5)(0.38)+(0.5)(0.35)} = \frac{0.19}{0.365} \approx 0.52$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 2:04:48 PM

19. إذا كان $P(A|B) = P(A)$، فهذا يعني أنّ:

Ⓐ A و B حدثان مستقلّان

Ⓑ A و B حدثان غير مستقلّين

Ⓒ A و B حدثان متنافيان

Ⓓ A و B حدثان غير متنافيين

20. إذا كان $P(A|B) = \frac{1}{3}$ و $P(B|A) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$، أثبت أنّ A و B حدثان مستقلّان. (تلميح: أوجد $P(A \cap B)$ بدلالة $P(B)$ ثمّ بدلالة $P(A)$ للحصول على نظام معادلات).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = \frac{P(B)}{3}$$

$$\frac{1}{2} = P(A) + \frac{2}{3}P(B)$$

كذلك

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4}P(A) + P(B)$$

أحلّ نظام المعادلات:

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

إذن، $P(A|B) = P(A)$ ، وهذا يعني أنّ A و B حدثان مستقلّان.

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 2:04:50 PM

الاسم _____

8 تقويم الوحدة، النموذج B

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب أربعة عناصر مختلفة؟

Ⓐ $4!$
Ⓑ $1! \times 1! \times 1! \times 1!$
Ⓒ 4×4
Ⓓ $4! \times 3! \times 2! \times 1!$

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة "ربيع"؟ (ليس ضروريًّا أن تجدها في أيّ معجم).

Ⓐ 4
Ⓑ 9
Ⓒ 16
Ⓓ 24

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلّفة من 4 أحرف ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "عفيف"؟ (بغضّ النظر عن ترتيبها في القاموس)

Ⓐ 4
Ⓑ 4×4
Ⓒ $4!$
Ⓓ $\frac{4!}{2!}$

---

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_4\mathrm{P}_2$؟

Ⓐ 6
Ⓑ 12
Ⓒ 24
Ⓓ 48

---

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_{10}\mathrm{C}_6 - {}_{10}\mathrm{C}_4$؟

Ⓐ 0
Ⓑ 2
Ⓒ 168
Ⓓ 420

---

6. اختار معلّم العلوم 4 طلّاب من فريق يضمّ 12 طالبًا لمساعدة زملائهم في التحضير لمباراة العلوم، وذلك من دون أيّ معيار محدّد للاختيار. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافيق أم تباديل، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار هؤلاء الطلّاب الأربعة.

هذه الحالة تمثّل توافيق، إذ فليس هناك أيّ فرق بين الطلّاب الأربعة عند الاختيار. إذن، عدد الطرائق هو

$${}_{12}\mathrm{C}_4 = \frac{12!}{4! \times 8!} = 495$$

---

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مفكوك $(x^4 + y)^5$.

Ⓐ $x^{10} - 5x^8y + 10x^6y^2 - 10x^4y^3 + 5xy^4 - y^5$
Ⓑ $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5xy^4 + y^5$
Ⓒ $x^{20} + 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 + 10x^8y^3 + 5x^4y^4 + y^5$
Ⓓ $x^{20} - 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 - 10x^8y^3 + 5x^4y^4 - y^5$

---

8. أوجد مفكوك ذات الحدين $(3x - 1)^4$ مستعملًا مثلّث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدّين.

المستوى الرابع في مثلّث باسكال هو 1 4 6 4 1 وهو معاملات $(a + b)^4$. إذن،

$$(3x - 1)^4$$
$$= (3x)^4 + 4 \times (3x)^3 \times (-1) + 6 \times (3x)^2 \times (-1)^2 + 4 \times (3x) \times (-1)^3 + (-1)^4$$
$$= 81x^4 - 108x^3 + 54x^2 - 12x + 1$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:52 PM

9. أيّ من الخيارات التالية يمثّل معامل x^7 في توزيع المقدار $(x-3)^8$؟

Ⓐ $_8C_1$ Ⓒ $_8C_1 \times 3$

Ⓑ $_8C_1 \times (-3)$ Ⓓ -3

---

10. عند رمي مكعّب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، أيّ من الخيارات التالية يمثّل عناصر الحدث "الحصول على عدد فردي"؟

Ⓐ $\{2, 4, 6\}$ Ⓒ $\{1, 3, 5\}$

Ⓑ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Ⓓ $\{3\}$

---

11. ما احتمال الحدث "الحصول على الكتابة مرّتين متتاليتين فقط عند رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات"؟

عند رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات، هناك ثمانية نواتج لها إمكانيّة الحدوث نفسها:

$\{$HHH, HHT, HTT, TTT, THH, THT, TTH, HTH$\}$

نسبة الحدث "الحصول على الكتابة مرّتين متتاليتين فقط" من فضاء العيّنة هي 2 من 8، إذن، الاحتمال هو $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

---

12. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{3}P(E_2) = \frac{1}{5}P(E_3)$؟

Ⓐ $\frac{1}{9}$ Ⓒ $\frac{1}{3}$

Ⓑ $\frac{1}{8}$ Ⓓ $\frac{8}{9}$

13. يوضّب أحد مصانع البسكويت منتجاته في علب تحتوي كلّ منها على 24 قطعة جميعها مغلّفة بنفس الطريقة، نصفها بطعم الشوفان والنصف الآخر بطعم التمر.
إذا اختار منصور بشكل عشوائيّ أربع قطع من أحد الصناديق، أوجد احتمال أن تكون جميعها بطعم التمر.

أوجد أوّلًا العدد الكلّيّ للنواتج الممكنة.

$$_{24}C_4 = \frac{24!}{4! \times 20!} = 10\,626$$

ثمّ أوجد عدد النواتج الممكنة حيث يكون A: "جميع القطع التي اختارها منصور بطعم التمر".

$$_{12}C_4 = \frac{12!}{4! \times 8!} = 495$$

$$_{12}C_0 = \frac{12!}{0! \times 12!} = 1$$

أضرب نتيجتَي النواتج الممكنة لإيجاد العدد الكلّيّ للنواتج حيث يكون

$$_{12}C_4 \times {}_{12}C_0 = 495$$

إذن،

$$P(A) = \frac{495}{10\,626} = \frac{15}{322}$$

---

14. A و B حدثان في فضاء العيّنة S حيث $P(A \cup B) = 0.9$ و $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(A) = 0.7$. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة كلّ من $P(B)$ و $P(A' \cap B)$؟

Ⓐ $P(B) = 0.9$ و $P(A' \cap B) = 0.1$

Ⓑ $P(B) = 0.1$ و $P(A' \cap B) = 0.2$

Ⓒ $P(B) = 0.2$ و $P(A' \cap B) = 0.8$

Ⓓ $P(B) = 0.3$ و $P(A' \cap B) = 0.2$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 2:04:54 PM

15. تنتج إحدى الشركات ثلاثة أنواع من المصابيح الكهربائية A و B و C. تعمل المصابيح من النوع A مدّة 20 000 ساعة تقريبًا، وتعمل المصابيح من النوع B مدّة 25 000 ساعة تقريبًا، وتعمل المصابيح من النوع C مدّة تزيد عن 25 000 ساعة تقريبًا. تعتبر الشركة أن أي مصباح من انتاجها ويعمل أقل من 20 000 ساعة هو مصباح غير صالح. قدّرت الشركة أنّ نسبة المصابيح من النوع A تساوي 31%، وأنّ نسبة المصابيح من النوع B تساوي 58%، وأنّ نسبة المصابيح من النوع C تساوي 10%، اشترى أحدهم مصباحين من إنتاج هذه الشركة.

أوجد احتمال أن يكون كلا المصباحين غير صالحين (أي يعملان أقلّ من 20 000 الف ساعة).

بما أنّ حالتَي المصباحين مستقلّتان إحداهما عن الأخرى، يمكنني استعمال مبدأ الجمع:

$$P(\text{مصباح صالح}) = P(A) + P(B) + P(C) = 0.99$$

$$P(\text{المصباحان غير صالحين}) = 0.01 \times 0.01 = 0.0001$$

---

16. إذا كان A و B حدثين، حيث $P(A \cap B) = \frac{3}{20}$ و $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{3}{8}$، فإنّ:

Ⓐ A و B حدثان مستقلّان

Ⓑ A و B حدثان غير مستقلّين

Ⓒ A و B يمكن أن يكونا مستقلّين ويمكن أن يكونا غير مستقلّين

Ⓓ لا يمكن معرفة شيء من المعلومات المعطاة

17. يحتوي وعاء على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء. دعا أحمد صديقه فارسًا لاختيار إحدى اللعبتين التاليتين:

A. يرمي قطعة نقديّة ويفوز إذا حصل على الكتابة.

B. يسحب كرة من دون أن يعيدها إلى الوعاء ثمّ يسحب كرة أخرى، ويفوز إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضاوين.

أيّ اللعبتين على فارس أن يختار؟

احتمال فوز فارس في اللعبة الأولى هو $\frac{1}{2}$

واحتمال فوزه في اللعبة الثانية

هو $\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7} < 0.5$

إذن، يجب على فارس اختيار اللعبة الأولى.

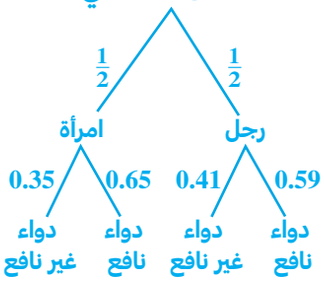
---

18. اختبرت شركة لصناعة الأدوية دواءً جديدًا على مجموعة من المرضى، يساوي عدد الرجال فيها عدد النساء، فكانت النتيجة كما هي مبيّنة في الجدول أدناه.

الرجال		النساء	
الذين انتفعوا من الدواء	الذين لم ينتفعوا من الدواء	اللواتي انتفعنَ من الدواء	اللواتي لم ينتفعنَ من الدواء
59%	41%	65%	35%

إذا اخترت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًّا، ما احتمال أن يكون هذا الشخص رجلًا، علمًا أنّه ممّن انتفع من الدواء؟

أرسم مخطّط الشجرة كما يلي:



إذن،

$$P(\text{دواء نافع} \mid \text{رجل}) = \frac{(0.5)(0.59)}{(0.5)(0.59) + (0.5)(0.65)} = \frac{59}{124} \approx 0.48$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 2:04:55 PM

19. إذا كان $P(B|A) = P(B)$، فهذا يعني أنّ:

Ⓐ A و B حدثان مستقلّان

Ⓑ A و B حدثان غير مستقلّين

Ⓒ A و B حدثان متنافيان

Ⓓ A و B حدثان غير متنافيين

20. إذا كان $P(A|B) = \frac{1}{5}$ و $P(B|A) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$، أثبت أنّ A و B حدثان مستقلّان. (تلميح: أوجد $P(A \cap B)$ بدلالة $P(B)$ ثمّ بدلالة $P(A)$ للحصول على نظام معادلات).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = \frac{P(B)}{5}$$

$$\frac{2}{5} = P(A) + \frac{4}{5}P(B)$$

كذلك

$$\frac{2}{5} = \frac{3}{4}P(A) + P(B)$$

أحلّ نظام المعادلات:

$$P(A) = \frac{1}{5}$$

إذن، $P(A|B) = P(A)$ ، وهذا يعني أنّ A و B حدثان مستقلّان.

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 2:04:56 PM

الاسم _____

8 تقويم الوحدة، النموذج C

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب خمسة عناصر مختلفة؟

Ⓐ 5×5

Ⓑ $1! \times 1! \times 1! \times 1! \times 1!$

Ⓒ $5!$

Ⓓ $5! \times 4! \times 3! \times 2! \times 1!$

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة "سمير"؟ (ليس ضروريًّا أن تجدها في أيّ معجم).

Ⓐ 4 Ⓒ 16

Ⓑ 9 Ⓓ 24

---

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلّفة من 4 أحرف ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "بلال"؟ (بغضّ النظر عن ترتيبها في القاموس).

Ⓐ $\frac{4!}{2!}$ Ⓒ 4×4

Ⓑ $4!$ Ⓓ 4

---

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_5P_2$؟

Ⓐ 15 Ⓒ 40

Ⓑ 20 Ⓓ 240

---

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_8C_5 - {}_8C_3$؟

Ⓐ 0 Ⓒ 112

Ⓑ 2 Ⓓ 420

---

6. اختار معلّم الكيمياء 3 طلّاب من فريق يضمّ 15 طالبًا لمساعدة زملائهم في التحضير للأعمال المخبرية، وذلك من دون أيّ معيار محدّد للاختيار. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافيق أم تباديل، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار هؤلاء الطلّاب الثلاثة.

هذه الحالة تمثّل توافيق، فليس هناك أيّ فرق بين الطلّاب الثلاثة عند الاختيار.
إذن، عدد الطرائق هو

$${}_{15}C_3 = \frac{15!}{3! \times 12!} = 455$$

---

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مفكوك $(x^3 - y)^5$؟

Ⓐ $x^{15} + 5x^{12}y + 10x^9y^2 + 10x^6y^3 + 5x^3y^4 + y^5$

Ⓑ $x^{10} - 5x^8y + 10x^6y^2 - 10x^4y^3 + 5x^2y^4 - y^5$

Ⓒ $x^{15} - 5x^{12}y + 10x^9y^2 - 10x^6y^3 + 5x^3y^4 - y^5$

Ⓓ $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5x^2y^4 + y^5$

---

8. أوجد مفكوك ذات الحدّين $(2x - 1)^4$ مستعملًا مثلّث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدّين.

المستوى الرابع في مثلّث باسكال هو 1 4 6 4 1 وهو معاملات $(a + b)^4$. إذن،

$$(2x - 1)^4$$
$$= (2x)^4 + 4 \times (2x)^3 \times (-1) + 6 \times (2x)^2 \times (-1)^2 + 4 \times (2x) \times (-1)^3 + 1^4$$
$$= 16x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 8x + 1$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:04:58 PM

9. أيّ من الخيارات التالية يمثّل معامل x^5 في توزيع المقدار $(x-4)^7$؟

Ⓐ $_7C_2$

Ⓑ $_7C_2 \times 4$

Ⓒ $_7C_2 \times (-4)^2$

Ⓓ $(-4)^2$

---

10. عند رمي مكعّب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، أيّ من الخيارات التالية يمثّل عناصر الحدث "الحصول على عدد زوجي"؟

Ⓐ $\{1, 3, 5\}$

Ⓑ $\{1, 2, 4, 6\}$

Ⓒ $\{2\}$

Ⓓ $\{2, 4, 6\}$

---

11. ما احتمال الحدث "الحصول على الصورة مرّتين فقط" عند رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات؟

عند رمي قطعة نقديّة ثلاث مرّات، هناك ثمانية نواتج لها إمكانيّة الحدوث نفسها:

$\{$HHH, HHT, HTT, TTT, THH, THT, TTH, HTH$\}$

نسبة الحدث "الحصول على الصورة مرّتين فقط" من فضاء العيّنة هي 3 من 8

إذن، الاحتمال هو $\frac{3}{8}$

---

12. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{4}P(E_2) = \frac{1}{3}P(E_3)$؟

Ⓐ $\frac{1}{8}$

Ⓑ $\frac{1}{4}$

Ⓒ $\frac{1}{2}$

Ⓓ $\frac{3}{8}$

---

13. يضمّ الصف الحادي عشر في إحدى المدارس الثانوية 40 طالبًا، ثمانية منهم يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة.
إذا اختارت إدارة المدرسة أربعة طلّاب من هذا الصفّ بشكل عشوائيّ لتمثيل المدرسة في أحد الاحتفالات، أوجد احتمال أن يكونوا جميعهم ممّن يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة.

أوجد أوّلًا العدد الكلّيّ للنواتج الممكنة.

$$_{40}C_4 = \frac{40!}{4! \times 36!} = 91\ 390$$

ثمّ أوجد عدد النواتج الممكنة حيث يكون A: "جميع الطلّاب المختارين يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة".

$$_8C_4 = \frac{8!}{4! \times 4!} = 70$$

$$_8C_0 = \frac{8!}{0! \times 8!} = 1$$

أضرب نتيجتَيّ النواتج الممكنة لإيجاد العدد الكلّيّ للنواتج حيث يكون:

$$_8C_4 \times {}_8C_0 = 70$$

إذن،

$$P(A) = \frac{70}{91\ 390}$$

---

14. A و B حدثان في فضاء العيّنة S حيث $P(A \cup B) = 0.8$ و $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(A) = 0.4$. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة كلّ من $P(B)$ و $P(A' \cap B)$؟

Ⓐ $P(B) = 0.4$ و $P(A' \cap B) = 0.2$

Ⓑ $P(B) = 0.5$ و $P(A' \cap B) = 0.2$

Ⓒ $P(B) = 0.5$ و $P(A' \cap B) = 0.4$

Ⓓ $P(B) = 0.1$ و $P(A' \cap B) = 0.4$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 2:05:00 PM

15. تنتج إحدى الشركات ثلاثة أنواع من اللقاحات A و B و C. مدة صلاحية اللقاح من النوع A هي ثمانية أشهر، ومدة صلاحية اللقاح من النوع B هي خمسة أشهر، أما مدة صلاحية اللقاح من النوع C فلا تزيد عن أربعة أشهر. وتعتبر الشركة أن أي لقاح انتجته منذ أكثر من ثمانية أشهر هو لقاح غير صالح. قدّرت الشركة أنّ نسبة اللقاحات من النوع A تساوي 29%، وأنّ نسبة اللقاحات من النوع B تساوي 53%، وأنّ نسبة اللقاحات من النوع C تساوي 12%، اشترى أحد الصيادلة لقاحين من إنتاج هذه الشركة.

أوجد احتمال أن يكون كِلا اللقاحين غير صالحين (أي تمّ انتاجهما منذ أكثر من ثمانية أشهر).

بما أنّ حالتَي اللقاحين مستقلّتان إحداهما عن الأخرى، يمكنني استعمال مبدأ الجمع:

$$P(\text{لقاح صالح})$$
$$= P(A) + P(B) + P(C)$$
$$= 0.94$$
$$P(\text{اللقاحان غير صالحين})$$
$$= 0.06 \times 0.06 = 0.0036$$

---

16. إذا كان A و B حدثين، و $P(A|B) = P(B|A)$ فإنّ:

Ⓐ A و B حدثان مستقلّان

Ⓑ احتمالا الحدثين A و B متساويان

Ⓒ A و B يمكن أن يكونا مستقلّين ويمكن أن يكونا غير مستقلّين

Ⓓ لا يمكن معرفة شيء من المعلومات المعطاة

17. يحتوي وعاء على ستّ كرات بيضاء وأربع كرات حمراء. دعا أحمد صديقه فارسًا لاختيار إحدى اللعبتين التاليتين:

A. يرمي قطعة نقديّة ويفوز إذا حصل على الصورة.

B. يسحب كرة ويعيدها إلى الوعاء ثمّ يسحب كرة أخرى، ويفوز إذا كانت الكرتان المسحوبتان حمراوين.

أيّ اللعبتين على فارس أن يختار؟

احتمال فوز فارس في اللعبة الأولى هو $\frac{1}{2}$

واحتمال فوزه في اللعبة الثانية

هو $\frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{4}{25} < 0.5$

إذن، يجب على فارس اختيار اللعبة الأولى.

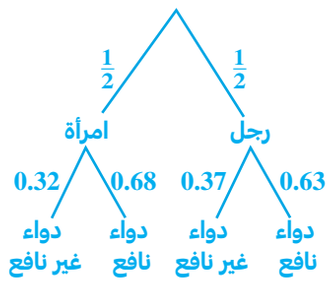
---

18. اختبرت شركة لصناعة الأدوية دواءً جديدًا على مجموعة من المرضى، عدد الرجال فيها يساوي عدد النساء، فكانت النتيجة كما هي مبيّنة في الجدول أدناه.

الرجال		النساء	
الذين انتفعوا من الدواء	الذين لم ينتفعوا من الدواء	اللواتي انتفعنَ من الدواء	اللواتي لم ينتفعنَ من الدواء
63%	37%	68%	32%

إذا اخترت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًّا، ما احتمال أن يكون هذا الشخص امرأة، علمًا أنّها ممّن انتفعن من الدواء؟

أرسم مخطّط الشجرة كما يلي:



إذن،

$$P(\text{دواء نافع} \mid \text{امرأة})$$
$$= \frac{(0.5)(0.68)}{(0.5)(0.68) + (0.5)(0.63)}$$
$$= \frac{68}{131} \approx 0.52$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 2:05:02 PM

19. إذا كان $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$، فهذا يعني أنّ:

Ⓐ A و B حدثان مستقلّان

Ⓑ A و B حدثان غير مستقلّين

Ⓒ A و B حدثان متنافيان

Ⓓ A و B حدثان غير متنافيين

20. إذا كان $P(A|B) = \frac{1}{4}$ و $P(B|A) = \frac{1}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$، أثبت أنّ A و B حدثان مستقلّان. (تلميح: أوجد $P(A \cap B)$ بدلالة $P(B)$ ثمّ بدلالة $P(A)$ للحصول على نظام معادلات).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = \frac{P(B)}{4}$$

$$\frac{2}{5} = P(A) + \frac{3}{4}P(B)$$

كذلك

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{5}P(A) + P(B)$$

أحلّ نظام المعادلات:

$$P(A) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

إذن، $P(A|B) = P(A)$ ، وهذا يعني أنّ A و B حدثان مستقلّان.

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 2:05:03 PM

الاسم _____

8 تقويم الأداء، النموذج A

تقسّم المصارف عملاءها عادةً إلى عدّة فئات بحسب قيم إيداعاتهم، ولكلّ فئة سلوكها الماليّ الخاصّ الذي يتجلّى في مجموعة من المعطيات العلميّة.

قام أحد المصارف بتقسيم عملائه بشكل تقريبيّ إلى ثلاث فئات رئيسة:

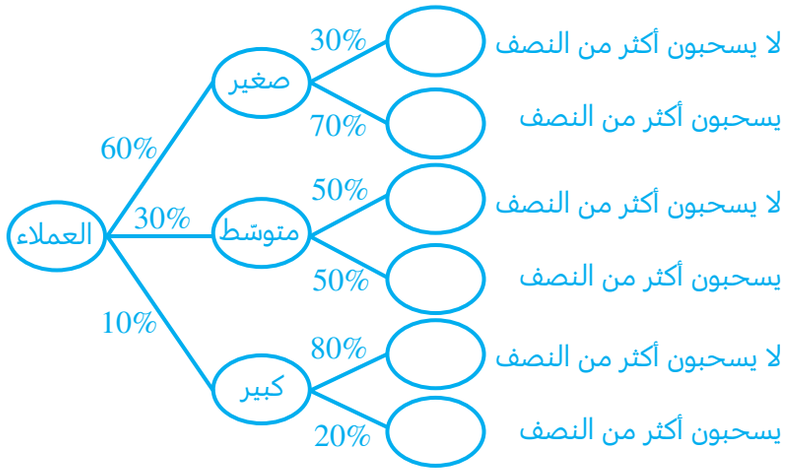
- فئة العملاء الصغار، وتشمل المودعين الذين لا تزيد قيمة ودائعهم عن 10 000 QR، ونسبتهم 60% من المودعين.
- فئة العملاء المتوسّطين، وتشمل المودعين الذين تتراوح قيمة ودائعهم بين 10 000 QR و100 000 QR، ونسبتهم 30% من المودعين.
- فئة العملاء الكبار، وتشمل المودعين الذين تزيد قيمة ودائعهم عن 100 000 QR، ونسبتهم 10% من المودعين.

لكلّ فئة من هذه الفئات الثلاث سلوكها الخاصّ بها في ما يتعلّق بالتعامل مع رؤوس الأموال المودعة.

- 70% من فئة العملاء الصغار يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال العام، و 30% منهم لا يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم.
- 50% من الفئة المتوسّطة يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال العام، و 50% منهم لا يفعلون ذلك.
- 20% فقط من العملاء الكبار يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال العام، والبقيّة لا يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم.

1. أجب عن الأسئلة التالية:

a. ارسم مخطّط الشجرة الذي يلخّص المعطيات.



b. أوجد قيمة احتمال أن يكون عميل اختير عشوائيًّا من الذين قيمة إيداعهم من الفئة المتوسّطة وما دون.

P(عميل صغير) + P(عميل متوسّط) = 0.3 + 0.6 = 0.9

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:05:03 PM

c. أوجد، باستعمال مخطّط الشجرة، احتمال أن يكون عميل اختير عشوائيًّا من العملاء الكبار الذين يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال السنة.

P(عميل كبير ويسحب أكثر من نصف قيمة ودائعه)

= P(عميل كبير) × P (عميل كبير/ يسحب أكثر من النصف) = 0.1 × 0.2 = 0.02

2. من الأمور التي تهمّ المصارف معرفة قيمة احتمال أن تكون سحوبات العملاء السنويّة كبيرة، وذلك لتحديد الاستثمار المناسب للأموال المودعة.

a. أوجد قيمة احتمال أن يكون عميل اختير عشوائيًّا من الذين يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم.

P(عميل يسحب اكثر من نصف قيمة ايداعاته)

= P(عميل كبير ويسحب اكثر من نصف ايداعاته)

+ P(عميل متوسط ويسحب اكثر من نصف ايداعاته)

+ P(عميل صغير ويسحب اكثر من نصف ايداعاته)

= 0.6 × 0.7 + 0.3 × 0.5 + 0.1 × 0.2

= 0.42 + 0.15 + 0.02 = 0.59

b. استعمل مفهوم الأحداث المتنافية لإيجاد قيمة احتمال أن يكون هذا العميل ممّن لا يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم، ثمّ تحقّق من إجابتك باستعمال مخطّط الشجرة.

P(عميل لا يسحب أكثر من نصف قيمة ايداعاته)

= 1 − P(عميل يسحب أكثر من نصف قيمة ايداعاته)

= 1 − 0.59 =0.41

P(عميل لا يسحب اكثر من نصف قيمة ايداعاته)

= P(عميل كبير ولا يسحب اكثر من نصف ايداعاته)

+ P(عميل متوسط ولا يسحب اكثر من نصف ايداعاته)

+ P(عميل صغير ولا يسحب اكثر من نصف ايداعاته)

= 0.6 × 0.3 + 0.3 × 0.5 + 0.1 × 0.8

= 0.18 + 0.15 + 0.08 = 0.41

c. أوجد قيمة احتمال أن يكون هذا العميل من الفئة المتوسّطة وما دون، وممّن يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم.

P(عميل من الفئة الصغيرة ويسحب أكثر من نصف قيمة ايداعاته)

+ P(عميل من الفئة المتوسطة ويسحب أكثر من نصف قيمة ايداعاته)

= 0.6 × 0.7 + 0.3 × 0.5

= 0.42 + 0.15 = 0.57

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 2:05:03 PM

3. في النهاية، ما يهمّ المصرف هو قيمة المبالغ المسحوبة من الودائع خلال السنة، لذلك الضروريّ أن تعرف إدارة المصرف قيم الاحتمالات التالية:

a. أوجد احتمال أن يكون أحد العملاء ممّن يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم، علمًا أنّه من العملاء الكبار.

$$P(\text{عميل كبير/يسحب أكثر من نصف ايداعاته})$$

$$= \frac{P(\text{عميل كبير} \cap \text{يسحب أكثر من نصف ايداعاته})}{P(\text{عميل كبير})}$$

$$= \frac{0.02}{0.1} = 0.2$$

b. أوجد احتمال أن يكون أحد العملاء ممّن لا يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم، علمًا أنّه ليس من العملاء الكبار.

$$P(\text{ليس عميل كبير/لا يسحب أكثر من نصف ايداعاته})$$

$$= \frac{P(\text{ليس عميل كبير} \cap \text{لا يسحب أكثر من نصف ايداعاته})}{P(\text{ليس عميل كبير})}$$

$$= \frac{0.15 + 0.18}{0.9} = \frac{0.33}{0.9} = 0.36$$

c. استنتج أنّ الحدثين السابقين غير متنافيين.

$$1 - 0.2 \neq 0.36$$

إذن، الحدثان ليسا متنافيين.

d. أوجد احتمال أن يكون هذا العميل من العملاء الكبار، علمًا أنّه يسحب أكثر من نصف قيمة إيداعه.

$$P(\text{يسحب أكثر من نصف ايداعاته/عميل كبير})$$

$$= \frac{P(\text{عميل كبير} \cap \text{يسحب أكثر من نصف ايداعاته})}{P(\text{يسحب أكثر من نصف ايداعاته})}$$

$$= \frac{0.02}{0.59} = 0.034$$

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 2:05:03 PM

الاسم _____

8 تقويم الأداء، النموذج B

الزهايمر هو مرض دماغيّ يؤدّي إلى مشكلات في الذاكرة والتفكير والسلوك، وإذا تُرك المريض بالزهايمر من دون علاج فقد يؤدّي ذلك إلى قصر عمره وإلى نوعيّة حياة سيّئة للغاية. يقوم فريق من الأطباء في مراكز للأبحاث العلميّة بتطوير علاج جديد لمرض الزهايمر، وقد تطوّع 150 شخصًا من المرضى بالزهايمر لاختبار العلاج الجديد لفترة زمنيّة مدّتها خمس سنوات.

يمثّل الجدول أدناه توزيعًا للمرضى المتطوّعين لاختبار العلاج الجديد وفق الجنس والفئة العمريّة.

الفئة العمريّة (بالسنوات) / الجنس	[60-65[	[65-70[	[70-75[	[75-80[
ذكر	20	31	19	5
أنثى	16	30	21	8

1. يريد فريق الأطباء تشكيل لجنة مكوّنة من أربعة أشخاص من المرضى المتطوّعين، يتمّ اختيارهم بشكل عشوائيّ، لمساعدتهم في تسجيل البيانات الصحّيّة.

a. أوجد عدد الطرائق الممكنة لتشكيل اللجنة، إذا كانت يجب أن تضمّ مريضين من الذكور ومريضتين من الإناث، بغضّ النظر عن فئاتهم العمريّة.

عدد المرضى المتطوّعين الذكور = عدد المريضات المتطوّعات الإناث = 75

$_{75}C_2 \times {}_{75}C_2 = 7\ 700\ 625$ إذن، يمكن تشكيل اللجنة بـ 7 700 625 طريقة مختلفة.

b. أوجد عدد الطرائق الممكنة لتشكيل اللجنة، إذا كانت يجب أن تضمّ مريضًا واحدًا من كلّ فئة عمريّة، بغضّ النظر عن جنسه.

عدد المتطوّعين من الفئة العمريّة الأولى: $20 + 16 = 36$

عدد المتطوّعين من الفئة العمريّة الثانية: $31 + 30 = 61$

عدد المتطوّعين من الفئة العمريّة الثالثة: $19 + 21 = 40$

عدد المتطوّعين من الفئة العمريّة الرابعة: $5 + 8 = 13$

$$36 \times 61 \times 40 \times 13 = 1\ 141\ 920$$

إذن، يمكن تشكيل اللجنة بـ 1 141 920 طريقة مختلفة.

M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 2:05:04 PM

2. تابع فريق الأطباء علاج المرضى المتطوّعين ومراقبة أوضاعهم الصحّيّة مدّة خمس سنوات متتالية، حيث سجّلوا عدّة مجموعات من البيانات من بينها عدد الوفيات في نهاية كلّ سنة، وذلك وفق الجدول أدناه:

عدد المتوفّين عند نهاية السنة t	عدد المتطوّعين عند بداية السنة t	الزمن t منذ بدء المتابعة (بالسنوات)
10	150	1
15		2
12		3
8		4
5		5

ستقوم الآن بإيجاد احتمال بقاء المريض على قيد الحياة عند انتهاء مدّة اختبار العلاج (أي عند نهاية السنة الخامسة).

a. أكمل الجدول أدناه بالقيم المتبقّية.

عدد المتوفّين عند نهاية السنة t	عدد المتطوّعين عند بداية السنة t	الزمن t منذ بدء المتابعة (بالسنوات)
10	150	1
15	**140**	2
12	**125**	3
8	**113**	4
5	**105**	5

b. الآن، لنعرّف الحدثين التاليين:

D_t: "الوفاة خلال السنة t"

S_t: "البقاء على قيد الحياة عند انتهاء السنة t"

أوجد العلاقة بين احتمال الحدث D_t واحتمال الحدث S_t. ثمّ اكتب في الجدول أدناه قيم احتمالات كلّ من الحدثين للسنوات الخمس.

الزمن t منذ بدء المتابعة (بالسنوات)	عدد المتطوّعين عند بداية السنة t	عدد المتوفّين عند نهاية السنة t	$P(D_t)$	$P(S_t)$
1	150	10	**0.067**	**0.933**
2	**140**	15	**0.107**	**0.893**
3	**125**	12	**0.096**	**0.904**
4	**113**	8	**0.07**	**0.93**
5	**105**	5	**0.048**	**0.952**

الحدثان متنافيان، إذن، $P(D_t) + P(S_t) = 1$

3. لنعرّف الآن الدالّة $C(t)$ التي تعطي احتمال بقاء متطوع على قيد الحياة منذ بدء المتابعة وصولا إلى بداية السنة t كما يلي:

$C(1) = 1$

ولكل $t \geq 1$، $C(t+1) = P(S_t) \times C(t)$

a. أوجد قيمة $C(2)$ وفسّر معنى هذه القيمة.

$$C(2) = P(S_1) \times C(1)$$
$$= 0.933 \times 1$$
$$= 0.933$$

احتمال البقاء على قيد الحياة عند بداية السنة الثانية يساوي 93.3%

b. أكمل الجدول التالي بقيم $C(t)$.

الزمن t منذ بدء المتابعة (بالسنوات)	$P(S_t)$	$C(t)$
1	0.933	**1**
2	0.893	**0.933**
3	0.904	**0.833**
4	0.93	**0.752**
5	0.952	**0.699**

c. استنتج احتمال بقاء مريض تطوّع لتلقّي العلاج على قيد الحياة عند انتهاء السنة الخامسة.

لإيجاد القيمة المطلوبة أوجد قيمة $C(6)$ أوّلًا.

$$C(6) = P(S_5) \times C(5)$$
$$= 0.952 \times 0.699$$
$$= 0.665$$

إذن، احتمال بقاء المريض على قيد الحياة عند انتهاء السنة الخامسة يساوي 66.5%

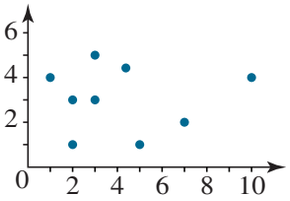
M08_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 2:05:04 PM

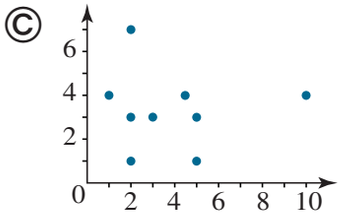
الاسم _____

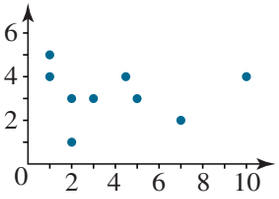
9 اختبار بداية الوحدة

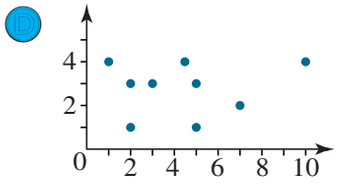
1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مخطّط الانتشار لجدول البيانات المعطى؟

x	2	2	3	4.5	5	1	5	7	10
y	1	3	3	4	3	4	1	2	4

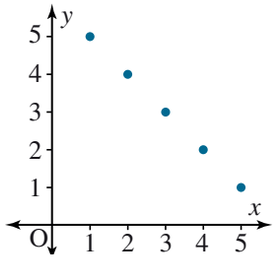
Ⓐ 

Ⓒ 

Ⓑ 

Ⓓ 

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجموعة البيانات لمخطّط الانتشار المعطى؟



Ⓐ

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

Ⓑ

x	1	2	3	4	5
y	1	2	3	4	5

Ⓒ

x	1	2	3	4	5	6
y	5	4	3	2	1	0

Ⓓ

x	1	2	3	4	5	6
y	1	2	3	4	5	6

3. أيّ من الخيارات التالية ينطبق على مخطّط الانتشار A الوارد في التمرين 1؟

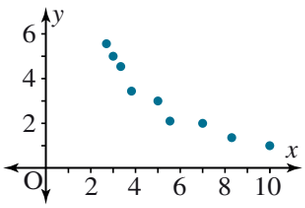
Ⓐ هناك ارتباط موجب بين المتغيّرين x و y

Ⓑ هناك ارتباط سالب بين المتغيّرين x و y

Ⓒ هناك ارتباط موجب بين المتغيّرين x و y وقيمة متطرّفة واحدة

Ⓓ لا يوجد ارتباط بين المتغيّرين x و y

4. يبيّن مخطّط الانتشار المعطى العلاقة بين درجات طلّاب أحد الصفوف في اختبار الرياضيّات، وعدد الساعات التي يستعملون فيها الهاتف الجوّال. أيّ من الخيارات التالية يمثّل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين مجموعتي البيانات هاتين؟



Ⓐ هناك ارتباط موجب بين مجموعتي البيانات

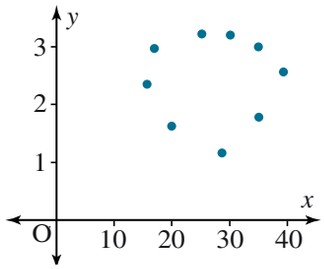
Ⓑ هناك ارتباط سالب بين مجموعتي البيانات

Ⓒ هناك ارتباط سالب بين مجموعتي البيانات وثلاث قيم متطرّفة

Ⓓ لا يوجد ارتباط بين المتغيّرين x و y

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 9:16:26 PM

5. يبيّن مخطّط الانتشار أدناه العلاقة بين أعمار 9 أشخاص، تتراوح أعمارهم بين 15و 40 سنة، وعدد الساعات التي يقضونها في التسوّق الإلكترونيّ أسبوعيًّا. أيّ من الخيارات التالية يمثّل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين مجموعتي البيانات هاتين؟



Ⓐ يوجد ارتباط خطّيّ بين مجموعتي البيانات

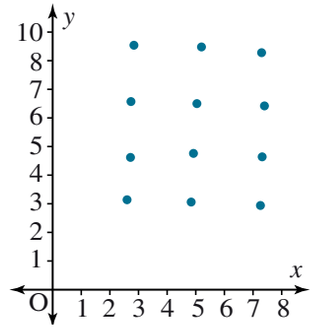
Ⓑ لا يوجد ارتباط بين مجموعتي البيانات

Ⓒ يوجد ارتباط غير خطّيّ بين مجموعتي البيانات

Ⓓ يوجد ارتباط سالب بين مجموعتي البيانات

---

6. أيّ من الخيارات التالية يمثّل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين مجموعتَي البيانات الممثّلتين في مخطّط الانتشار أدناه؟



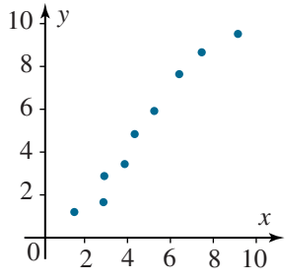
Ⓐ يوجد ارتباط خطّيّ بين مجموعتَي البيانات

Ⓑ لا يوجد ارتباط بين مجموعتَي البيانات

Ⓒ يوجد ارتباط غير خطّي بين مجموعتَي البيانات

Ⓓ يوجد ارتباط موجب بين مجموعتَي البيانات

7. يبيّن مخطّط الانتشار أدناه، العلاقة بين نتائج عدد من طلّاب الصف الحادي عشر في اختبارَي الرياضيّات والفيزياء . أيّ من الخيارات التالية يمثّل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين نتائج الطلّاب في الاختبارين؟



Ⓐ يوجد ارتباط خطّيّ موجب وقويّ بين نتائج الطلّاب في الاختبارين

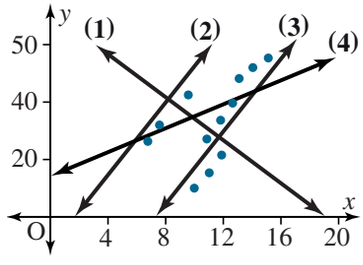
Ⓑ يوجد ارتباط خطّيّ سالب وقويّ بين نتائج الطلّاب في الاختبارين

Ⓒ يوجد ارتباط خطّيّ موجب وضعيف بين نتائج الطلّاب في الاختبارين

Ⓓ يوجد ارتباط خطّيّ سالب وضعيف بين نتائج الطلّاب في الاختبارين

---

8. يبيّن مخطّط الانتشار أدناه متوسّط أوزان أولاد، تتراوح أعمارهم بين 6 سنوات و 16 سنة في بلد معيّن.أيّ من المستقيمات أدناه يمثّل النمذجة الأفضل للعلاقة بين مجموعتَي البيانات هاتين؟



Ⓐ المستقيم (1)

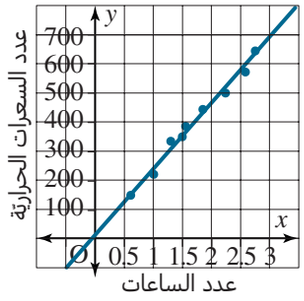
Ⓑ المستقيم (2)

Ⓒ المستقيم (3)

Ⓓ المستقيم (4)

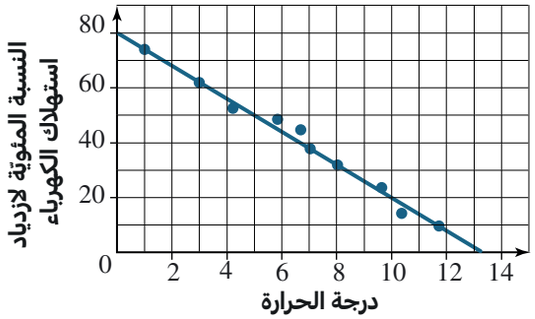
M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:27 PM

9. يبيّن مخطّط الانتشار أدناه العلاقة بين عدد الساعات التي يقضيها الشخص في ممارسة الرياضة، وعدد السعرات الحراريّة التي يمكن أن يحرقها جسمه نتيجةً لذلك. أوجد عدد السعرات الحراريّة التي يحرقها الجسم عند ممارسة الرياضة مدّة 90 دقيقة.



حسب خطّ الاتجاه، إذا مارس الشخص الرياضة مدّة ساعة ونصف الساعة، فإنّ جسمه يحرق 350 سعرة حراريّة تقريبًا.

10. يبيّن مخطّط الانتشار أدناه العلاقة بين درجة الحرارة في الشتاء في بلد معيّن، والنسبة المئويّة لازدياد استهلاك الكهرباء خلال نفس الفترة. أوجد معادلة خطّ الاتجاه الذي يربط بين مجموعتَي البيانات هاتين علما أنه يمر بالنقطتين (1, 74) و (3, 62).



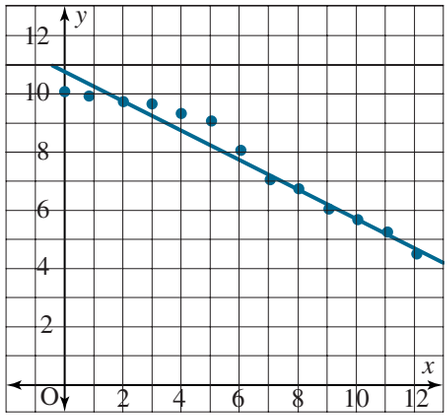
الميل $= \frac{62-74}{3-1} = -6$
يمثّل المقطع y النسبة المئويّة لازدياد استهلاك الكهرباء عندما يشير مقياس درجة الحرارة إلى الصفر. إذن، المقطع y هو 80، وبالتالي، فإنّ معادلة خطّ الاتجاه هي $y = -6x + 80$

11. استعمل خطّ الاتجاه الوارد في التمرين السابق لتحديد الخيار الذي يمثّل النسبة المئويّة لازدياد استهلاك الكهرباء إذا كانت درجة الحرارة 7؟

Ⓐ -38% Ⓒ 38%

Ⓑ 10.5% Ⓓ 40%

12. يبيّن مخطّط الانتشار أدناه ارتفاع مستوى الماء (بالأمتار المكعّبة) في خزّان موضوع فوق سطح مبنى سكني بمرور الزمن (بالساعات)، ويوضّح استهلاك المياه في هذا المبنى من ساعات الصباح الأولى حتّى الظهر. يمرّ خطّ الاتجاه بالنقطتين (10, 5.6) و (2, 9.6). أيّ من الخيارات التالية يمثّل معادلة خطّ الاتجاه الذي يمثّل العلاقة بين مجموعتَي البيانات هاتين؟



Ⓐ $y = -0.5x + 10.6$ Ⓒ $y = 1.7x + 0.5$

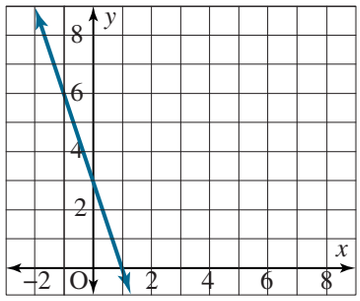
Ⓑ $y = 0.5x - 10.6$ Ⓓ لا يمكن إيجاده

13. أيّ من الخيارات التالية يمثّل المستوى التقريبيّ المتوقّع للمياه في الخزّان المذكور في التمرين السابق عند الساعة 01:00 PM؟

Ⓐ 3.6 متر مكعّب Ⓒ 12 مترًا مكعّبًا

Ⓑ 4 أمتار مكعّبة Ⓓ لا يمكن توقّع ذلك

14. أيّ من الخيارات التالية يمثّل صيغة المَيل والمقطع لمعادلة المستقيم الممثّل بيانيًّا أدناه؟



Ⓐ $y = 3x - 3$ Ⓒ $y = -3x + 3$

Ⓑ $y = 3x + 3$ Ⓓ $y = -3x - 3$

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 9:16:28 PM

15. يقدّم أحد المتاجر إلى زبائنه بطاقات هدايا، بحيث يجمع الزبون النقاط في البطاقة للاستفادة من الهدايا المقدّمة. المعادلة التي تربط بين عدد النقاط (x) وثمن الهدايا (y) (بعشرات الريالات القطريّة) هي $y = \frac{1}{2}x + 1$. فسّر معنى كلّ من الميل والمقطع لهذه المعادلة.

يمثّل الميل $\frac{1}{2}$ نسبة الزيادة في قيمة الهديّة كلّما ازداد عدد نقاط الزبون بمقدار نقطة واحدة، أي كلّما ازداد عدد النقاط بمقدار نقطة واحدة يزداد ثمن الهديّة بمقدار 5 ريالات قطريّة. أمّا المقطع y، الذي يساوي 1، فيمثّل العشرة ريالات الأولى الموضوعة في البطاقة منذ البداية كهديّة قبل البدء في تجميع أي نقطة.

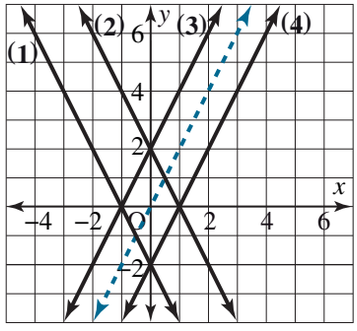
---

16. أوجد معادلة المستقيم الذي ميله 2 ويمرّ بالنقطة $(-2, 0)$، ثمّ أوجد معادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين $(-1, 2)$ و $(0, 4)$. ماذا تلاحظ؟

المعادلة الأولى هي $y = 2x + 4$.
والمعادلة الثانية هي $y - 2 = 2(x + 1)$.
تمثّل المعادلتان صيغتين مختلفتين لمعادلة نفس المستقيم، الأولى هي صيغة الميل والمقطع، والثانية هي صيغة الميل ونقطة.

---

17. إذا كانت معادلة المستقيم المتقطّع هي $y = 2x$، أيّ من المستقيمات التالية يمثّل إزاحة رأسيّة للمستقيم بمقدار وحدتين؟



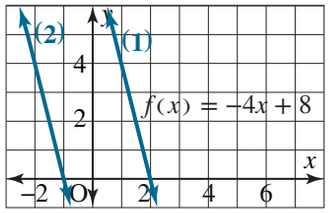
Ⓐ المستقيم (2) وصيغته $y = -2x + 2$

Ⓑ المستقيم (4) وصيغته $y = 2x - 2$

Ⓒ المستقيم (1) وصيغته $y = -2x - 2$

Ⓓ المستقيم (3) وصيغته $y = 2x + 2$

18. يمثّل المستقيم (1) في التمثيل البيانيّ أدناه الدالّة الخطّيّة $f(x) = -4x + 8$. أوجد صيغة الدالّة الخطّيّة $g(x)$ الممثّلة بالمستقيم (2) الذي هو إزاحة للمستقيم (1).



$g(x) = -4(x + 3) + 8 = -4x - 4$

---

19. يبيّن الجدول أدناه درجات عشرة طلّاب في مادّة التاريخ (الدرجة القصوى هي 10 درجات).
أنشئ الجدول التكراريّ البسيط لهذه البيانات، ثمّ أوجد الوسط الحسابيّ لدرجات الطلّاب.

رقم الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
درجة الطالب	8	3	3	4	3	4	9	8	8	7

الجدول التكراريّ البسيط هو

الدرجة	8	3	4	9	7
التكرار	3	3	2	1	1

الوسط الحسابيّ هو $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{57}{10} = 5.7$

---

20. يمثّل الجدول أدناه عدد الأميال التي قطعها فؤاد مشيًا في كلّ يوم من أيّام الأسبوع الماضي.
أوجد قيمة الانحراف المعياريّ لهذه البيانات.

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
عدد الأميال	2	2	3	4	3	4	5

أوجد الوسط الحسابيّ أوّلًا:

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{23}{7} \approx 3.3$

اليوم	عدد الأميال (x)	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
السبت	2	−1.3	1.69
الأحد	2	−1.3	1.69
الاثنين	3	−0.3	0.09
الثلاثاء	4	0.7	0.49
الأربعاء	3	−0.3	0.09
الخميس	4	0.7	0.49
الجمعة	5	1.7	2.89

إذن، قيمة الانحراف المعياريّ هي

$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{7.43}{7}} \approx 1.03$

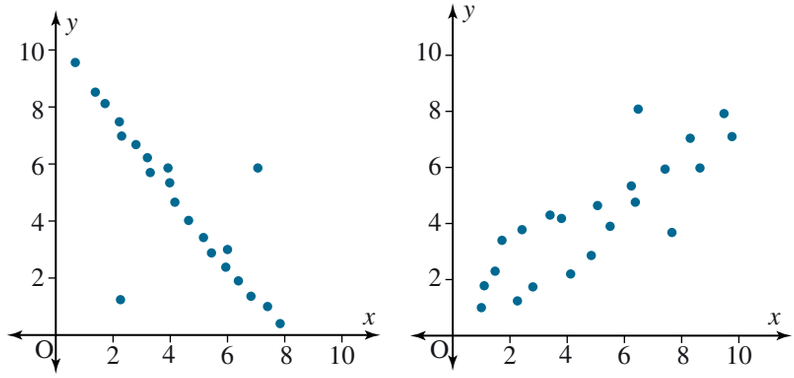
M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 9:16:30 PM

الاسم _____

9-1 اختبار الدرس

معامل الارتباط

1. انظر إلى مخطّطَي الانتشار أدناه، ثمّ اذكر نوع الارتباط في كلّ منهما، وحدّد أيّهما يشتمل على الارتباط الأقوى.



الارتباط في مخطَّط الانتشار الأيمن هو ارتباط خطّيّ موجب متوسّط، والارتباط في مخطَّط الانتشار الأيسر هو ارتباط خطّيّ سالب قويّ.
إذن، الارتباط في مخطَّط الانتشار الأيسر هو الأقوى.

---

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة التقريبيّة لمعامل الارتباط بين المتغيّرين x و y حسب المعطيات الموضّحة أدناه؟

$\sum x = 60$ $\sum y = 44$ $\sum xy = 388.6$

$\sum x^2 = 601.5$ $\sum y^2 = 374$ $n = 8$

Ⓐ -0.4

Ⓑ -0.35

Ⓒ 0.35

● 0.4

3. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y تساوي 0.3، وكان $x' = 2x - 1$ و $y' = y + 1$،
أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x' و y'؟

Ⓐ -0.4 ● 0.3

Ⓑ -0.3 Ⓓ لا يمكن تحديدها

---

4. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه، لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y' باستعمال الحاسبة والإزاحة $y' = -y - 10$.

x	1	2	3	4	5
y	11	11	10	13	12

نضيف قيم $y' = -y - 10$ في الجدول ثم نوجد معامل الارتباط الخطي بين x و y'،

$r = -0.55$

x	1	2	3	4	5
y'	-21	-21	-20	-23	-22

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 9:16:30 PM

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y، وحدّد نوعه وقوّته.

x	30	40	44	60	70
y	10.2	10.1	10.3	10.3	10.4

$$\sum x = 244 \qquad \sum y = 51.3 \qquad \sum xy = 2\,509.2$$
$$\sum x^2 = 12\,936 \qquad \sum y^2 = 526.39 \qquad n = 5$$

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}}$$

$$= \frac{5 \times 2\,509.2 - 244 \times 51.3}{\sqrt{5 \times 12\,936 - 59\,536}\sqrt{(5 \times 526.39 - 2\,631.69)}} \approx 0.8$$

إذن، الارتباط بين المتغيّرين موجب وقوّي.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:31 PM

الاسم _____

9-2 اختبار الدرس

خطّ الانحدار

1. يبيّن الجدول أدناه علاقة افتراضيّة بين عمر الشخص بالسنوات (x)، وعدد ساعات النوم التي يحتاجها يوميًّا (y). أوجد معادلة خطّ الانحدار، وارسمه على مخطّط انتشار قيم البيانات المعطاة.

x	10	20	40	60	80
y	10	9	8	7	6

x	y	x^2	xy
10	10	100	100
20	9	400	180
40	8	1 600	320
60	7	3 600	420
80	6	6 400	480
$\sum x = 210$	$\sum y = 40$	$\sum x^2 = 12\ 100$	$\sum xy = 1\ 500$

أستعمل $n = 5$ والصيغة الأبسط للمَيل:

$$a = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{5 \times 1\ 500 - (210 \times 40)}{5 \times 12\ 100 - 44\ 100} \approx -0.0548$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

أعوّض القيم الواردة في الجدول لإيجاد قيمة كلّ من $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

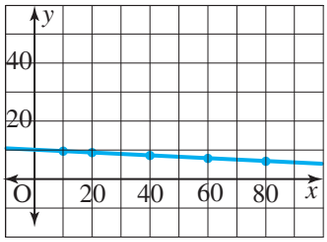
$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 42, \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 8$$

$$b = 8 + 0.05 \times 42 \approx 10.302$$

أعوّض في الصيغة العامّة لمعادلة خطّ الانحدار:

$$y = -0.0548x + 10.302$$

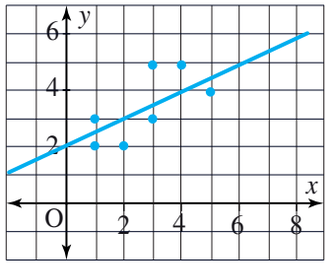
يبيّن الشكل أدناه نقاط البيانات الواردة في الجدول على خطّ الانحدار.



M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 9:16:31 PM

2. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين المتغيّرين x و y. أنشئ مخطّط الانتشار، وارسم خطّ الانحدار الذي معادلته $y = 0.5x + 2$، ثمّ أوجد مربّع الفرق بين كلّ نقطة في مخطّط الانتشار والنقطة التي تقابلها على خطّ الانحدار.

x	1	1	2	3	3	4	5
y	2	3	2	3	5	5	4



x	y	القيمة المتوقّعة على خطّ الانحدار	الفارق	مربّع الفارق
1	2	2.5	−0.5	0.25
1	3	2.5	0.5	0.25
2	2	3	−1	1
3	3	3.5	−0.5	0.25
3	5	3.5	1.5	2.25
4	5	4	1	1
5	4	4.5	−0.5	0.25

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة الأدنى لمجموع مربّعات الفروق التي وجدتها في التمرين السابق؟

Ⓐ 0.25 Ⓒ 2.29

Ⓑ 0.5 Ⓓ 5.25

4. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين طول وعرض كلّ نوع من أنواع الدفاتر المعروضة للبيع في مكتبة. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثّل معادلة خطّ الانحدار لهذه المعطيات.

الطول (cm)	10	15	20	20	25	25
العرض (cm)	10	10	15	20	10	15

Ⓐ $y = 8.65x + 0.2$

Ⓑ $y = 0.349$

Ⓒ $y = 0.24x + 8.66$

Ⓓ $y = 0.46x + 5.5$

5. تعمل سلوى في زخرفة قطع الشوكولاته يدويًّا. يرتبط عدد ساعات دوامها اليوميّ (x) بعدد درزنات قطع الشوكولاته التي تزخرفها في ذلك اليوم (y) ارتباطًا خطّيًّا. استعمل الحاسبة لإيجاد عدد قطع الشوكولاته التي يتوقّع أن تزخرفها سلوى خلال 4 ساعات ونصف الساعة.

x	2	3	5	6	7
y	5	7	8	9	9

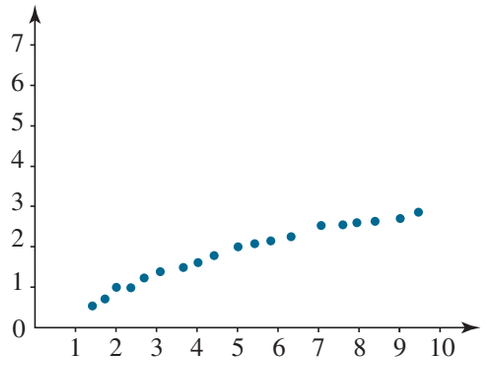
معادلة خطّ الانحدار هي $y = 0.767x + 4$.
أعوّض $x = 4.5$ في المعادلة فأحصل على 7.45،
إذن، سوف تزخرف سلوى 90 قطعة شوكولاته تقريبًا خلال أربع ساعات ونصف الساعة من العمل.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:32 PM

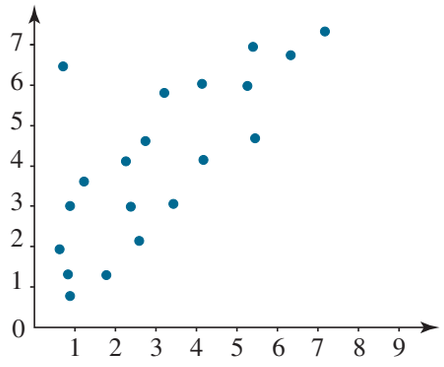
الاسم _____

9 تقويم الوحدة، النموذج A

استعمل مخطّطي الانتشار أدناه لتحلّ المسائل 1-3



المخطّط A



المخطّط B

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل نوعَي الارتباط في مخطّطَي الانتشار؟

Ⓐ الارتباط في المخطّط A خطّيّ سالب وفي المخطّط B أيضًا خطّيّ سالب.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A خطّيّ سالب وفي المخطّط B خطّيّ موجب.

Ⓒ الارتباط في المخطّط A خطّيّ موجب وفي المخطّط B خطّيّ سالب.

Ⓓ الارتباط في المخطّط A خطّيّ موجب وفي المخطّط B أيضًا خطّيّ موجب.

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة الارتباط في كلّ من المخطّطين؟

Ⓐ الارتباط في المخطّط A قويّ، وفي المخطّط B متوسّط.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A متوسّط، وفي المخطّط B ضعيف.

Ⓒ الارتباط في المخطّط A قويّ، وفي المخطّط B قويّ أيضًا.

Ⓓ الارتباط في المخطّط A متوسّط، وفي المخطّط B متوسّط أيضًا.

3. اختر العبارة الصحيحة ممّا يلي.

Ⓐ الارتباط في المخطّط B هو الأقوى.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A هو الأقوى.

Ⓒ لا يمكن المقارنة بين ارتباط المخطّطين.

Ⓓ للمخطّطين نفس قوّة الارتباط.

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة التقريبيّة لمعامل الارتباط بين المتغيّرين x و y حسب المعطيات الموضّحة أدناه؟

$\sum x = 50$ $\quad \sum y = 40$ $\quad \sum xy = 400$

$\sum x^2 = 601$ $\quad \sum y^2 = 404$ $\quad n = 6$

Ⓐ -0.42

Ⓑ -0.0026

Ⓒ 0.0026

Ⓓ 0.42

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 9:16:32 PM

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y.

x	1	2	3	4	5
y	13.1	13.2	13.3	12.2	11.4

$\sum x = 15 \quad \sum y = 63.2 \quad \sum xy = 185.2$

$\sum x^2 = 55 \quad \sum y^2 = 801.54 \quad n = 5$

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x \sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

≈ -0.85

---

6. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين متغيّرين تساوي $r = -0.85$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة هذا الارتباط؟

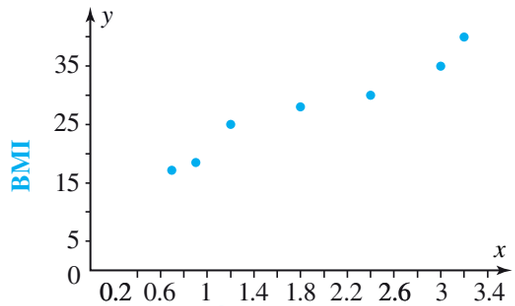
Ⓐ ضعيف ◉ قويّ

Ⓑ متوسّط Ⓓ تامّ

---

7. يبيّن الجدول أدناه العلاقة التقريبيّة بين كمّيّة السكّر التي يستهلكها الأولاد من الفئة العُمريّة 12-16 سنة يوميًّا، من خلال تناول المشروبات المصنّعة، وتصنيف الوزن (BMI). أنشئ مخطّط الانتشار لهذه البيانات، ثمّ استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة معامل الارتباط بين المتغيّرين، وحدّد نوعه وقوّته.

نسبة السكّر المستهلكة يوميًّا مقارنةً بالنسبة الموصى بها.	0.7	0.9	1.2	1.8	2.4	3	3.2
BMI	17	18.5	25	28	30	35	40



نسبة السكّر المستهلكة يوميًّا مقارنةً بالنسبة الموصى بها.

إذن، قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين تساوي $r = 0.97$، وهو ارتباط موجب وقويّ.

8. إذا كانت العلاقة المذكورة في التمرين السابق بين نسبة السكّر التي يستهلكها الولد، ووزنه بالكيلوجرام علاقة خطّيّة لا تتغيّر فيها إشارة المتغيّر، هل يمكن استنتاج قيمة معامل الارتباط بين وزن الولد بالكيلوجرام وقيمة BMI الخاصّة به؟

نعم، لأنّ الإزاحة الخطّيّة تحافظ على قيمة معامل الارتباط، وإشارته أيضًا تبقى كما هي لأنّ إشارة المتغيّر لم تتغيّر. إذن، في العلاقة الثانية أيضًا $r = 0.97$.

---

9. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y تساوي 0.35، وكان $x' = 2x$ و $y' = y$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين x' و y'؟

Ⓐ -0.7 ◉ 0.35

Ⓑ -0.35 Ⓓ لا يمكن تحديدها

---

10. استعمل المعطيات الواردة في الجدول أدناه لتحديد الخيار الذي يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y' باستعمال الإزاحة $y' = -y$.

x	1	2	3	4	5	6
y	10	20	25	27	30	31

◉ -0.93 Ⓒ 0.93

Ⓑ -0.88 Ⓓ لا يمكن تحديدها

---

11. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y تساوي 1، وكان $x' = -x$ و $y' = -y + 1$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين x' و y'؟

Ⓐ -1 ◉ 1

Ⓑ 0 Ⓓ لا يمكن تحديدها

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:34 PM

12. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين عدد الطلّاب في الصفّ (x) في إحدى المدارس الثانويّة، ومعدّل درجات الطلّاب (الدرجة القصوى هي 10 درجات) في اختبار الرياضيّات (y). أوجد معادلة خطّ الانحدار وارسمه على مخطّط الانتشار.

x	10	15	20	25	30
y	9	8.7	8.5	8	7

$n = 5$ و $\sum y = 41.2$ و $\sum x = 100$

$\sum xy = 800.5$ و $\sum x^2 = 2\ 250$

الصيغة الأبسط للميل:

$$a = \frac{n\sum xy - \left(\sum x \sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

$$= \frac{5 \times 800.5 - (100 \times 41.2)}{5 \times 2\ 250 - 10\ 000} = -0.094$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

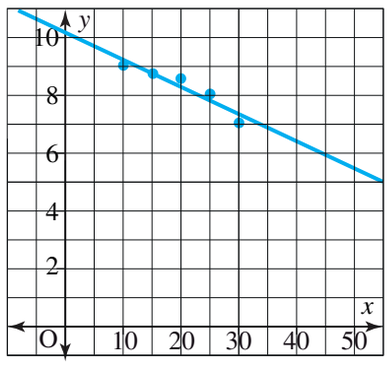
أعوّض القيم الواردة في الجدول لإيجاد قيمة كلّ من $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 20, \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 8.24$$

$$b = 8.24 + 0.094 \times 20 = 10.12$$

أعوّض في الصيغة العامّة لمعادلة خطّ الانحدار: $y = -0.094\,x + 10.12$

يبيّن الشكل أدناه خطّ الانحدار للمعطيات الواردة في الجدول على مخطّط الانتشار.



13. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين طول وعرض عدّة أنواع من بطاقات الدعوة إلى حفل تكريم الطلّاب المتفوّقين. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثّل معادلة خطّ الانحدار لهذه المعطيات.

الطول (cm)	10	12	12	14	16	18
العرض (cm)	8	8	10	12	12	15

Ⓐ $y = -x + 0.87$

Ⓑ $y = 0.87x$

Ⓒ $y = 0.87x - 1$

Ⓓ $y = -x$

---

14. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين متغيّرين x و y. إذا كانت معادلة خطّ الانحدار لقيم هذين المتغيّرين هي $y = -1.07x + 11.5$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة الدنيا لمجموع مربّعات الفروق بين كلّ نقطة في مخطّط الانتشار، والنقطة المناظرة لها على خطّ الانحدار؟

x	10	9	8	7	6	5	4
y	1	3	2	3	5	6	8

Ⓐ 0.08

Ⓑ 0.07

Ⓒ 0.0064

Ⓓ 3.84

---

15. استعمل خطّ الانحدار والمعطيات الواردة في التمرين السابق لتبيّن العلاقة بين خطّ الانحدار وقيمتَي المتغيّرين $\bar{x}$ و $\bar{y}$.

أعوّض القيم الواردة في الجدول لإيجاد قيمة كلّ من $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{49}{7} = 7, \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{28}{7} = 4$$

أعوّض قيمة $\bar{x}$ عن x في المعادلة $y = -1.07\,x + 11.5$، فأحصل على قيمة $\bar{y}$ التقريبيّة. إذن، يمرّ خطّ الانحدار بالنقطة $(\bar{x}, \bar{y})$ وهي النقطة $(7, 4)$

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 9:16:35 PM

16. يبيّن الجدول أدناه الزيادة في إنتاج 6 بيوت بلاستيكيّة متساوية المساحة من الطماطم (بالصناديق)، حيث تمّت معالجة المساحات المزروعة بكمّيّات مختلفة من نفس النوع من مبيد الحشرات (بالسنتمترات المكعّبة).

كمّيّة مبيد الحشرات المستعملة	25	30	40	55	58	62
كمّيّة الإنتاج	2	3	5	6	5	4

أيّ من الخيارات التالية يمثّل معادلة خطّ الانحدار للبيانات الواردة في الجدول؟

Ⓐ $y = 0.068x + 1.07$

Ⓑ $y = 1.07x$

Ⓒ $y = 1.07x + 0.068$

Ⓓ $y = 0.068x$

---

17. ما تفسير الميل والمقطع في معادلة خطّ الانحدار $y = 0.4x + 2$ حيث y كمّيّة الإنتاج من الطماطم (بالصناديق) في بيوت بلاستيكيّة، و x الكمّيّة المستعملة من مبيد حشرات بالسنتمترات المكعّبة؟

المَيل يساوي 0.4، وهذا يعني أنّ كلّ زيادة في المحور x بمقدار وحدة واحدة، أي كلّ إضافة بمقدار سنتمتر مكعّب واحد من مبيد الحشرات، تنتج عنها زيادة في الإنتاج بمقدار 0.4 صندوق.

المقطع y هو 2، وهذا يعني أنّ إنتاج البيت البلاستيكيّ الواحد، عند عدم إضافة أيّ كمّيّة من مبيد الحشرات، متوقع أن يكون صندوقين اثنين.

18. أوجد عدد صناديق الطماطم المنتجة في بيت بلاستيكيّ عولجت تربته بكمّيّة، مقدارها 35 سنتمترًا مكعّبًا من مبيد الحشرات، ثمّ في بيت بلاستيكيّ عولجت تربته بكمّيّة، مقدارها 90 سنتمترًا مكعّبًا من مبيد الحشرات. إذا كانت معادلة خطّ الانحدار هي $y = 0.1x + 2$ حيث y كمّيّة الإنتاج من الطماطم (بالصناديق) في بيوت بلاستيكيّة، و x الكمّيّة المستعملة من مبيد حشرات بالسنتمترات المكعّبة. هل تعتقد أنّ القيم التي أوجدتها دقيقة؟ فسّر معنى ذلك.

أعوّض 35 عن x في المعادلة $y = 0.1x + 2$، فأحصل على $y = 5.5$. إذن، إنتاج البيت البلاستيكيّ الأوّل يساوي 5.5 صندوق.

ثمّ أعوّض 90 عن x في المعادلة $y = 0.1x + 2$، فأحصل على $y = 11$. إذن، إنتاج البيت البلاستيكيّ الثاني يساوي 11 صندوقًا.

لا، هذه القيم ليست دقيقة بل تقديريّة، لأنّ خطّ الانحدار يمثّل، خارج نطاق جدول البيانات الحقيقيّة، جدولًا تقديريًّا، قريبًا من الواقع.

---

19. ماذا تسمّى عمليّة تقدير قيمة y إذا كانت قيمة x تقع ضمن مجال القيم المعلومة؟ وماذا تُسمّى نفس العمليّة إذا كانت قيمة x لا تقع ضمن مجال القيم المعلومة؟ أيّ من الحالتين تعطي نتيجةً أكثر دقّة؟ برّر إجابتك وأعطِ مثالًا.

عندما تقع قيمة x ضمن مجال القيم المعلومة، فإنّ عمليّة تقدير قيمة y تُسمّى الاستكمال الداخليّ. وعندما تقع قيمة x خارج مجال القيم المعلومة، فإنّ هذه العمليّة تُسمّى الاستكمال الخارجيّ. الحالة الأولى تعطي نتيجة أدقّ، أي يمكن اعتبار التقدير في الاستكمال الداخليّ موثوقًا أكثر منه في الاستكمال الخارجيّ. فقيم البيانات قد تتغيّر، وقد تدخل عوامل أخرى على خطّ التأثير في النتائج. مثال على ذلك: قد تتغيّر النتائج في جدول البيانات من التمرين السابق لأنّ الزيادة في الكمّيّة المستعملة من مبيد الحشرات قد تؤدّي إلى تلف المحصول، وبالتالي، إلى انخفاض الإنتاج.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 9:16:36 PM

20. يمثّل الجدول الأوّل أدناه، العلاقة بين درجات 5 طلّاب من الصف الحادي عشر في اختبار الرياضيّات ودرجاتهم في اختبار الفيزياء. أمّا الجدول الثاني فيمثّل العلاقة بين درجات نفس الطلاب في اختبار الرياضيّات ودرجاتهم في اختبار التاريخ. (الدرجات كلّها من مئة). أيّ من الخيارات التالية غير صحيح؟

اختبار الرياضيّات	25	50	60	75	100
اختبار الفيزياء	40	70	65	80	75

اختبار الرياضيّات	25	50	60	75	100
اختبار التاريخ	80	70	75	80	98

Ⓐ معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الأوّل هي $y = 0.46\,x + 37.47$

Ⓑ معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الثاني هي $y = 0.26\,x + 64.47$

Ⓒ يمكن تخمين درجة الطالب التقريبيّة في اختبار التاريخ من خلال معرفة درجته في اختبار الرياضيّات.

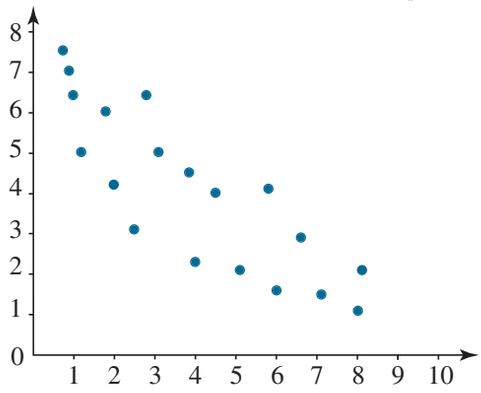
Ⓓ يمكن تخمين درجة الطالب التقريبيّة في اختبار التاريخ من خلال درجته في اختبار الفيزياء.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 9:16:37 PM

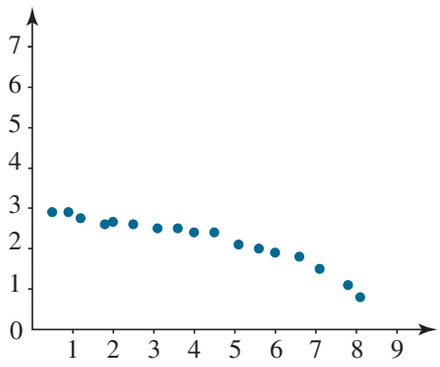
الاسم _____

9 تقويم الوحدة، النموذج B

استعمل مخطّطي الانتشار أدناه لتحلّ المسائل 1-3



المخطّط A



المخطّط B

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل نوعَي الارتباط في مخطّطَي الانتشار؟

Ⓐ الارتباط في المخطّط A خطّيّ سالب وفي المخطّط B أيضًا خطّيّ سالب.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A خطّيّ سالب وفي المخطّط B خطّيّ موجب.

Ⓒ الارتباط في المخطّط A خطّيّ موجب وفي المخطّط B خطّيّ سالب.

Ⓓ الارتباط في المخطّط A خطّيّ موجب وفي المخطّط B أيضًا خطّيّ موجب.

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة الارتباط في كلّ من المخطّطين؟

Ⓐ الارتباط في المخطّط A قويّ، وفي المخطّط B متوسّط.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A متوسّط، وفي المخطّط B ضعيف.

Ⓒ الارتباط في المخطّط A قويّ، وفي المخطّط B قويّ أيضًا.

Ⓓ الارتباط في المخطّط A متوسّط، وفي المخطّط B قويّ.

3. اختر العبارة الصحيحة ممّا يلي.

Ⓐ الارتباط في المخطّط B هو الأقوى.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A هو الأقوى.

Ⓒ لا يمكن المقارنة بين ارتباط المخطّطين.

Ⓓ للمخطّطين نفس قوّة الارتباط.

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة التقريبيّة لمعامل الارتباط بين المتغيّرين x و y حسب المعطيات الموضّحة أدناه؟

$\sum x = 306$ $\sum y = 269$ $\sum xy = 16\,840$

$\sum x^2 = 19\,526$ $\sum y^2 = 15\,165$ $n = 5$

Ⓐ -0.507

Ⓑ -0.0015

Ⓒ 0.507

Ⓓ 0.0015

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:38 PM

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y.

x	1	2	3	4	5
y	10.2	10.6	10.8	11.4	11.7

$\sum x = 15 \quad \sum y = 54.7 \quad \sum xy = 167.9$

$\sum x^2 = 55 \quad \sum y^2 = 599.89 \quad n = 5$

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x \sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

≈ 0.99

---

6. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين متغيّرين تساوي $r = -0.48$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة هذا الارتباط؟

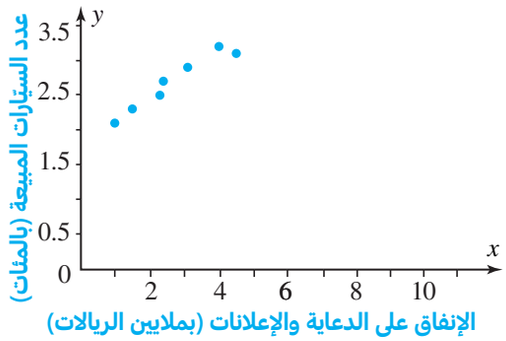
Ⓐ ضعيف Ⓒ قويّ

Ⓑ متوسّط Ⓓ تامّ

---

7. يبيّن الجدول أدناه العلاقة التقريبيّة بين نفقات إحدى شركات بيع السيّارات على الدعاية والإعلانات، وعدد السيّارات المبيعة خلال سبع سنوات متتالية.
أنشئ مخطّط الانتشار لهذه البيانات، ثمّ استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة معامل الارتباط بين المتغيّرين، وحدّد نوعه وقوّته.

النفقات على الدعاية والإعلانات (بملايين الريالات)	1	1.5	2.3	2.4	3.1	4	4.5
عدد السيّارات المبيعة (بالمئات)	2.1	2.3	2.5	2.7	2.9	3.2	3.1



إذن، قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين تساوي $r \approx 0.97$، وهو ارتباط موجب وقويّ.

8. إذا كانت العلاقة المذكورة في التمرين السابق بين قيمة الإنفاق على الإعلانات وإيرادات الشركة، علاقة خطّيّة لا تتغيّر فيها إشارة المتغيّر، هل يمكن استنتاج قيمة معامل الارتباط بين إيرادات الشركة وعدد السيّارات المبيعة؟

نعم، لأنّ الإزاحة الخطّيّة تحافظ على قيمة معامل الارتباط، وإشارته أيضًا تبقى كما هي لأنّ إشارة المتغيّر لم تتغيّر. إذن، في العلاقة الأخرى أيضًا $r = 0.97$.

---

9. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y تساوي 0.48، وكان $x' = 3x$ و $y' = y$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين x' و y'؟

Ⓐ -0.48 Ⓒ 0.48

Ⓑ 0.24 Ⓓ لا يمكن تحديدها

---

10. استعمل المعطيات الواردة في الجدول أدناه لتحديد الخيار الذي يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y' باستعمال الإزاحة $y' = -y$.

x	1	2	3	4	5	6
y	12	15	18	22	27	29

Ⓐ -0.99 Ⓒ 0.99

Ⓑ -0.87 Ⓓ لا يمكن تحديدها

---

11. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y تساوي 0.95، وكان $x' = -2x$ و $y' = -3y + 2$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين x' و y'؟

Ⓐ -0.95 Ⓒ 0.95

Ⓑ -0.85 Ⓓ لا يمكن تحديدها

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 9:16:39 PM

12. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين عدد الساعات التي قضاها خمسة طلّاب في التحضير لاختبار في الرياضيّات (x)، ودرجات هؤلاء الطلّاب في هذا الاختبار (y) (الدرجة القصوى هي 100 درجة). أوجد معادلة خطّ الانحدار وارسمه على مخطّط الانتشار.

x	10	15	20	25	30
y	90	87	89	91	93

$n = 5$ و $\sum y = 450$ و $\sum x = 100$

$\sum xy = 9\,050$ و $\sum x^2 = 2\,250$

الصيغة الأبسط للميل:

$$a = \frac{n\sum xy - \left(\sum x \sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

$$= \frac{5 \times 9\,050 - (100 \times 450)}{5 \times 2\,250 - 10\,000} = 0.2$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

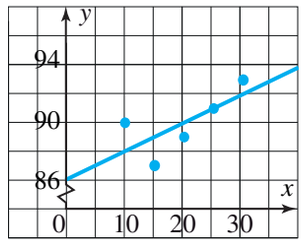
أعوّض القيم الواردة في الجدول لإيجاد قيمة كلّ من $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 20, \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 90$$

$$b = 90 - 0.2(20) = 86$$

أعوّض في الصيغة العامّة لمعادلة خطّ الانحدار: $y = 0.2x + 86$

يبيّن الشكل أدناه خطّ الانحدار للمعطيات الواردة في الجدول على مخطّط الانتشار.



13. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين أعمار ستّة أطفال ومعدّل عدد ساعات نومهم اليوميّ. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثّل معادلة خطّ الانحدار لهذه المعطيات.

العمر (بالسنوات)	4	6	8	9	10	12
معدّل عدد ساعات النوم اليوميّ	9.7	9.4	8.8	8.6	8.1	7.8

Ⓐ $y = 10.8x - 0.253$

Ⓑ $y = -0.25x$

Ⓒ $y = 10.8x$

Ⓓ $y = -0.25x + 10.8$

---

14. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين متغيّرين x و y. إذا كانت معادلة خطّ الانحدار لقيم هذين المتغيّرين هي $y = 0.86x - 1.09$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة الدنيا لمجموع مربّعات الفروق بين كلّ نقطة في مخطّط الانتشار، والنقطة المناظرة لها على خطّ الانحدار؟

x	4	5	6	8	9	11	12
y	2	3	4.5	6	7.2	8	9.1

Ⓐ 0.0169

Ⓑ 0.1849

Ⓒ 0.8519

Ⓓ 0.55

---

15. استعمل خطّ الانحدار والمعطيات الواردة في التمرين السابق لتبيّن العلاقة بين خطّ الانحدار وقيمتَي المتغيّرين $\bar{x}$ و $\bar{y}$.

أعوّض القيم الواردة في الجدول لإيجاد قيمة كلّ من $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{55}{7} = 7.86$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{39.8}{7} = 5.69$$

أعوّض قيمة $\bar{x}$ عن x في المعادلة $y = 0.86x - 1.09$، فأحصل على قيمة $\bar{y}$ التقريبيّة. إذن، يمرّ خطّ الانحدار بالنقطة $(\bar{x}, \bar{y})$ وهي النقطة $(7.86, 5.69)$

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 9:16:40 PM

16. يبيّن الجدول أدناه التزايد في طول سلك معدنيّ بعد تعريضه للحرارة تدريجيًّا.

درجة الحرارة (°C)	25	30	40	55	60	70
طول السلك (بالسنتمتر)	50	50.1	51.6	52.4	53.3	53.9

أيّ من الخيارات التالية يمثّل معادلة خطّ الانحدار للبيانات الواردة في الجدول؟

Ⓐ $y = 0.0901x$

Ⓑ $y = 0.0901x + 47.68$

Ⓒ $y = 47.68x + 0.0901$

Ⓓ $y = 47.68x$

---

17. ما تفسير كلّ من الميل والمقطع في معادلة خطّ الانحدار $y = 0.5x + 3$ حيث y كميّة الإنتاج من الكوسى (بالصناديق) في بيوت بلاستيكيّة، و x الكمّيّة المستعملة من مبيد حشرات بالسنتمترات المكعّبة؟

المَيل يساوي 0.5، وهذا يعني أنّ كلّ زيادة في المحور x بمقدار وحدة واحدة، أي إنّ كلّ إضافة بمقدار سنتمتر مكعّب واحد من مبيد الحشرات، تنتج عنها زيادة في الإنتاج بمقدار 0.5 صندوق.

المقطع y هو 3، وهذا يعني أنّ من المتوقّع أن ينتج البيت البلاستيكيّ الواحد، عند عدم إضافة أيّ كمّيّة من مبيد الحشرات، ثلاثة صناديق من الكوسى.

18. قدّر الراتب الشهريّ لموظّف في إحدى الشركات، لديه 15 سنة من الخبرة في مجال عمله. ثمّ أوجد الراتب المفترض لموظّف آخر في نفس القسم من الشركة، لديه 21 سنة من الخبرة، وذلك إذا كانت معادلة خطّ الانحدار هي $y = 0.2x + 5$، حيث y هو قيمة الراتب الشهريّ (بآلاف الريالات القطريّة)، و x عدد سنوات الخبرة. هل تعتقد أنّ القيم التي أوجدتها دقيقة؟ فسّر معنى ذلك.

أعوّض 15 عن x في المعادلة $y = 0.2x + 5$، فأحصل على $y = 8$. إذن، من المتوقّع أن يكون راتب الموظّف الأوّل هو QR 8 000

ثمّ أعوّض 21 عن x في المعادلة $y = 0.2x + 5$، فأحصل على $y = 9.2$. إذن، الراتب الشهريّ المفترض للموظّف الآخر هو QR 9 200 تقريبًا.

لا، هذه القيم ليست دقيقة، بل تقديريّة، لأن خطّ الانحدار يمثّل، خارج نطاق جدول البيانات الحقيقيّة، جدولًا تقديريًّا، قريبًا من الواقع.

---

19. هل يمكنك من خلال معادلة خطّ الانحدار تحديد ما إذا كان الارتباط قويًّا أم لا؟ برّر إجابتك.

لا، لأنّ خطّ الانحدار يمثّل المجموع الأقلّ للفروق الأفقيّة بين النقاط في مخطّط الانتشار، وهذا لا علاقة له بقرب النقاط من الخطّ أو بعدها عنه.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 9:16:42 PM

20. يمثّل الجدول الأوّل أدناه العلاقة بين درجات 5 طلّاب من الصفّ الحادي عشر في اختبار الرياضيّات، ودرجاتهم في اختبار الفيزياء. أمّا الجدول الآخر فيمثّل العلاقة بين درجات نفس الطلّاب في اختبار الرياضيّات، ودرجاتهم في اختبار اللغة العربيّة. (الدرجات كلّها من مئة). أيّ من الخيارات التالية غير صحيح؟

اختبار الرياضيّات	30	50	60	75	100
اختبار الفيزياء	45	69	66	81	80

اختبار الرياضيّات	30	50	60	75	100
اختبار اللغة العربيّة	80	72	75	81	97

Ⓐ معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الأوّل هي $y = 0.49x + 37.56$

Ⓑ معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الآخر هي $y = 0.27x + 63.78$

Ⓒ يمكن تخمين درجة الطالب التقريبيّة في اختبار اللغة العربيّة من خلال معرفة درجته في اختبار الرياضيّات.

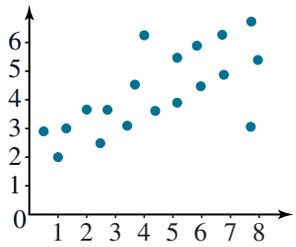
Ⓓ يمكن تخمين درجة الطالب التقريبيّة في اختبار اللغة العربيّة من خلال معرفة درجته في اختبار الفيزياء.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 6 07/03/2022 9:16:42 PM

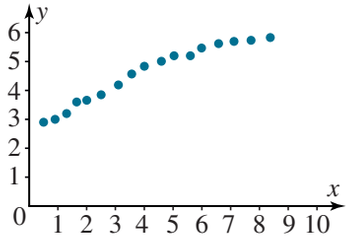
الاسم _____

9 تقويم الوحدة، النموذج C

استعمل مخطّطي الانتشار أدناه لتحلّ المسائل 1-3



المخطّط A



المخطّط B

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل نوعَي الارتباط في مخطّطَي الانتشار؟

Ⓐ الارتباط في المخطّط A خطّيّ سالب وفي المخطّط B أيضًا خطّيّ سالب.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A خطّيّ سالب وفي المخطّط B خطّيّ موجب.

Ⓒ الارتباط في المخطّط A خطّيّ موجب وفي المخطّط B خطّيّ سالب.

Ⓓ الارتباط في المخطّط A خطّيّ موجب وفي المخطّط B أيضًا خطّيّ موجب.

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة الارتباط في كلّ من المخطّطين؟

Ⓐ الارتباط في المخطّط A قويّ، وفي المخطّط B متوسّط.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A متوسّط، وفي المخطّط B ضعيف.

Ⓒ الارتباط في المخطّط A قويّ، وفي المخطّط B قويّ أيضًا.

Ⓓ الارتباط في المخطّط A متوسّط، وفي المخطّط B قويّ.

3. اختر العبارة الصحيحة ممّا يلي.

Ⓐ الارتباط في المخطّط B هو الأقوى.

Ⓑ الارتباط في المخطّط A هو الأقوى.

Ⓒ لا يمكن المقارنة بين ارتباط المخطّطين.

Ⓓ للمخطّطين نفس قوّة الارتباط.

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة التقريبيّة لمعامل الارتباط بين المتغيّرين x و y حسب المعطيات الموضّحة أدناه؟

$\sum x = 171$ $\quad \sum y = 21$ $\quad \sum xy = 701$

$\sum x^2 = 5\,551$ $\quad \sum y^2 = 91$ $\quad n = 6$

Ⓐ -0.941

Ⓑ -0.0045

Ⓒ 0.941

Ⓓ 0.043

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 9:16:42 PM

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y.

x	1	2	3	4	5
y	21	19	17.8	16.5	15.3

$\sum x = 15 \quad \sum y = 89.6 \quad \sum xy = 254.9$

$\sum x^2 = 55 \quad \sum y^2 = 1\,625.18 \quad n = 5$

$$r = \frac{n\sum xy - (\sum x \sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

≈ -0.994

---

6. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين متغيّرين تساوي $r = -0.18$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قوّة هذا الارتباط؟

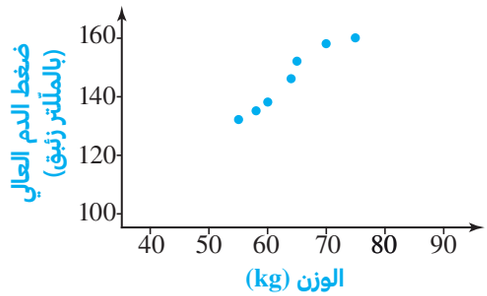
Ⓐ ضعيف Ⓒ قويّ

Ⓑ متوسّط Ⓓ تامّ

---

7. يبيّن الجدول أدناه العلاقة التقريبيّة بين وزن مجموعة مكوّنة من سبعة أشخاص، ومعدّل ضغط الدم الانقباضيّ (العالي) عند كلّ منهم. أنشئ مخطّط الانتشار لهذه البيانات، ثمّ استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة معامل الارتباط بين المتغيّرين، وحدّد نوعه وقوّته.

الوزن (kg)	55	56	60	64	65	70	75
ضغط الدم العالي (بالملّلتر زئبق)	132	135	138	146	152	158	160



إذن، قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين تساوي $r = 0.97$، وهو ارتباط موجب وقويّ.

8. إذا كانت العلاقة المذكورة في التمرين السابق بين وزن الشخص ومخزون السكر في جسمه علاقة خطّيّة لا تتغيّر فيها إشارة المتغيّر، هل يمكن استنتاج قيمة معامل الارتباط بين مخزون السكّر لدى الشخص، ومعدّل ضغط الدم العالي لديه؟

نعم، لأنّ الإزاحة الخطّيّة تحافظ على قيمة معامل الارتباط، وإشارته أيضًا تبقى كما هي لأنّ إشارة المتغيّر لم تتغيّر. إذن، في العلاقة الأخرى أيضًا $r = 0.97$.

---

9. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y تساوي 0.25، وكان $x' = 4x$ و $y' = y$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين x' و y'؟

Ⓐ -0.25 Ⓒ 0.25

Ⓑ 0.5 Ⓓ لا يمكن تحديدها

---

10. استعمل المعطيات الواردة في الجدول أدناه لتحديد الخيار الذي يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y' باستعمال الإزاحة $y' = -2y$.

x	1	2	3	4	5	6
y	13	16	21	25	27	32

Ⓐ -0.99 Ⓒ 0.99

Ⓑ -0.87 Ⓓ لا يمكن تحديدها

---

11. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y تساوي -0.95، وكان $x' = -2x$ و $y' = y + 2$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّيّ بين x' و y'؟

Ⓐ -0.95 Ⓒ 0.95

Ⓑ -0.85 Ⓓ لا يمكن تحديدها

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:44 PM

12. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين عدد سنوات الخبرة (x) لخمسة موظّفين في إحدى الشركات، والراتب الشهريّ لكلّ منهم (y) بآلاف الريالات القطريّة. أوجد معادلة خطّ الانحدار وارسمه على مخطّط الانتشار.

x	10	12	16	20	23
y	9	9.2	10	10.8	12

$n = 5$ و $\sum y = 51$ و $\sum x = 81$

$\sum xy = 852.4$ و $\sum x^2 = 1\,429$

الصيغة الأبسط للميل:

$$a = \frac{n\sum xy - \left(\sum x \sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}$$

$$= \frac{5 \times 852.4 - (81 \times 51)}{5 \times 1\,429 - 6\,561} = 0.22$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

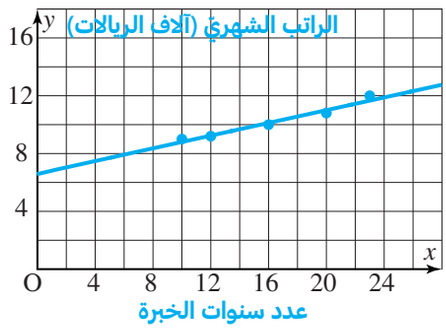
أعوّض القيم الواردة في الجدول أعلاه لإيجاد قيمة كلّ من $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 16.2, \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 10.2$$

$$b = 10.2 - (0.22)(16.2) = 6.6$$

أعوّض في الصيغة العامّة لمعادلة خطّ الانحدار: $y = 0.22x + 6.6$

يبيّن الشكل أدناه خطّ الانحدار للمعطيات الواردة في الجدول على مخطّط الانتشار.



13. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين عمر مجموعة من الأشخاص، وقيمة القسط السنويّ لبوليصة التأمين على الحياة لكلّ منهم. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثّل معادلة خطّ الانحدار لهذه المعطيات.

العمر (بالسنوات)	40	46	48	59	60	63
القسط السنويّ (بمئات الريالات)	6	7	7.2	8.6	9	10

Ⓐ $y = 0.36x + 0.16$

Ⓑ $y = 0.16x - 0.36$

Ⓒ $y = 0.16x$

Ⓓ $y = -0.36x$

---

14. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين متغيّرين x و y. إذا كانت معادلة خطّ الانحدار لقيم هذين المتغيّرين هي $y = -0.69x + 11.15$ أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة الدنيا لمجموع مربّعات الفروق بين كلّ نقطة في مخطّط الانتشار، والنقطة المناظرة لها على خطّ الانحدار؟

x	14	12	10	8	7	6	5
y	2	4	2	5	6	7	9

Ⓐ 0.0256

Ⓑ 8.7889

Ⓒ 0.9604

Ⓓ 0.9025

---

15. استعمل خطّ الانحدار والمعطيات الواردة في التمرين السابق لتبيّن العلاقة بين خطّ الانحدار وقيمتَي المتغيّرين $\bar{x}$ و $\bar{y}$.

أعوّض القيم الواردة في الجدول أعلاه لإيجاد قيمة كلّ من $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{62}{7} = 8.86,$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{35}{7} = 5$$

أعوّض قيمة $\bar{x}$ عن x في المعادلة $y = -0.69x + 11.15$، فأحصل على قيمة $\bar{y}$ التقريبيّة. إذن، يمرّ خطّ الانحدار بالنقطة $(\bar{x}, \bar{y})$ وهي النقطة $(8.86, 5)$

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 9:16:45 PM

16. يبيّن الجدول أدناه أسعار ستّة أنواع من الحواسيب اللوحيّة والكمّيّة المبيعة من كلّ نوع.

سعر الحاسوب اللوحيّ الواحد (بآلاف الريالات)	2.5	3.5	4	4.6	5	5.2
عدد الحواسيب اللوحيّة المبيعة (بالمئات)	4	3.9	3.5	2.9	1.8	1.7

أيّ من الخيارات التالية يمثّل معادلة خطّ الانحدار للبيانات الواردة في الجدول؟

Ⓐ $y = 6.74x$

Ⓑ $y = -0.91x$

Ⓒ $y = -6.74x + 0.91$

● $y = -0.91x + 6.74$

---

17. ما تفسير كلّ من المَيل والمقطع y في معادلة خطّ الانحدار $y = 0.6x + 1$ حيث y كمّيّة الإنتاج من البطاطس (بالصناديق) في بيوت بلاستيكيّة، و x الكمّيّة المستعملة من مبيد الحشرات بالسنتمترات المكعّبة؟

المَيل يساوي 0.6، وهذا يعني أنّ كلّ زيادة في المحور x بمقدار وحدة واحدة، أي إنّ كلّ إضافة بمقدار سنتمتر مكعّب واحد من مبيد الحشرات، تنتج عنها زيادة في الإنتاج بمقدار 0.6 صندوق.

المقطع y هو 1، وهذا يعني أنّ من المتوقَّع أن ينتج البيت البلاستيكيّ الواحد، عند عدم إضافة أيّ كمّيّة من مبيد الحشرات، صندوقًا واحدًا من البطاطس.

18. قدّر عدد المشتركين في نادٍ رياضيّ بعد أربع سنوات من افتتاحه. ثمّ قدّر عدد المشتركين في نفس النادي بعد ثماني سنوات من افتتاحه. إذا كانت معادلة خطّ الانحدار هي $y = 2.2x + 25$، حيث y هو عدد المشتركين (بالعشرات) و x عدد السنوات منذ افتتاح النادي، هل تعتقد أن القيم التي أوجدتها دقيقة؟ فسّر معنى ذلك.

أعوّض 4 عن x في المعادلة $y = 2.2x + 25$، فأحصل على $y = 33.8$. إذن، من المتوقَّع أن يكون عدد المشتركين في النادي الرياضيّ بعد 4 سنوات 338 شخصًا. ثمّ أعوّض 8 عن x في المعادلة $y = 2.2x + 25$، فأحصل على $y = 42.6$. إذن، من المتوقَّع أن يبلغ عدد المشتركين في النادي بعد 8 سنوات 426 شخصًا.

لا، هذه القيم ليست دقيقة، بل تقديريّة، لأنّ خطّ الانحدار يمثّل، خارج نطاق جدول البيانات الحقيقيّة، جدولًا تقديريًّا، قريبًا من الواقع.

---

19. عند كتابة معادلة خطّ الانحدار في صورة y بدلالة x، أيّ من المتغيّرين هو متغيّر استجابة، وأيّهما هو المتغيّر التفسيريّ؟ وماذا تعني قيمة المَيل بالنسبة للعلاقة بين المتغيّرين؟

المتغيّر y هو متغيّر استجابة، بينما x هو المتغيّر التفسيريّ.

قيمة الميل في المعادلة تعني أنّ أيّ زيادة في قيمة المتغيّر x بمقدار وحدة واحدة تؤدّي إلى زيادة أو نقصان (وفق إشارة الميل) في قيمة المتغيّر y بمقدار مساوٍ لقيمة الميل المطلقة.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 9:16:46 PM

20. يمثّل الجدول الأوّل أدناه العلاقة بين درجات 5 طلّاب من الصفّ الحادي عشر في اختبار الرياضيّات، ودرجاتهم في اختبار الفيزياء. أمّا الجدول الآخر فيمثّل العلاقة بين درجات نفس الطلّاب في اختبار الرياضيّات، ودرجاتهم في اختبار اللغة الإنجليزيّة. (الدرجات كلّها من مئة).

أيّ من الخيارات التالية غير صحيح؟

اختبار الرياضيّات	30	55	65	80	100
اختبار الفيزياء	45	65	68	79	85

اختبار الرياضيّات	30	55	65	80	100
اختبار اللغة الإنجليزيّة	77	72	75	81	97

Ⓐ معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الأوّل هي $y = 0.58x + 30.44$

Ⓑ معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الآخر هي $y = 0.29x + 61.51$

Ⓒ يمكن تخمين درجة الطالب التقريبيّة في اختبار اللغة الإنجليزيّة من خلال معرفة درجته في اختبار الرياضيّات.

Ⓓ يمكن تخمين درجة الطالب التقريبيّة في اختبار اللغة الإنجليزيّة من خلال معرفة درجته في اختبار الفيزياء.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 5 07/03/2022 9:16:47 PM

الاسم _____

9 تقويم الأداء، النموذج A

تشير بعض الدراسات الإحصائيّة إلى وجود ترابط بين دخل الفرد الشهريّ وبعض العادات الاجتماعيّة. فيما يلي جداول تمثّل عيّنات من ثلاثة بلدان مختلفة، تتضمّن بيانات عن متوسّط دخل الفرد الشهريّ، ونسبة ممارسته لعادة اجتماعيّة معيّنة. سوف تؤدّي دور الخبير الإحصائيّ لتحدّد ما إذا كان هناك ترابط بين دخل الفرد الشهريّ وممارسته لعادة اجتماعيّة معيّنة.

الجدول 1

رقم البلد	1	2	3	4	5	6
متوسّط دخل الفرد الشهريّ	800 $	850 $	900 $	950 $	1 000 $	1 050 $
متوسّط نسبة استخدام الفرد لوسائل النقل العامّ	40%	32%	36%	32%	32%	30%

الجدول 2

رقم البلد	1	2	3	4	5	6
متوسّط دخل الفرد الشهريّ	800 $	850 $	900 $	950 $	1 000 $	1 050 $
متوسّط نسبة الزيارات العائليّة للفرد	30%	45%	10%	50%	20%	5%

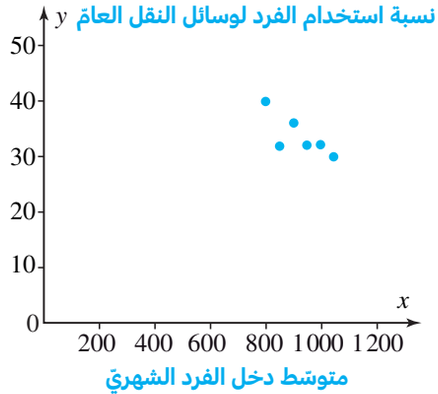
الجدول 3

رقم البلد	1	2	3	4	5	6
متوسّط دخل الفرد الشهريّ	800 $	850 $	900 $	950 $	1 000 $	1 050 $
متوسّط نسبة العطل الصيفيّة خارج البلاد	31%	32%	33%	37%	35%	38%

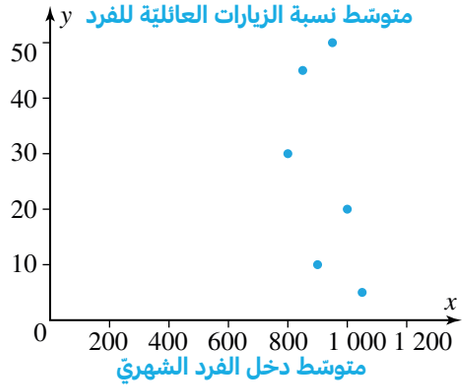
1. أجب عن الأسئلة التالية.

a. ارسم مخطّطات الانتشار للجداول الثلاثة.

الجدول 1



الجدول 2



الجدول 3

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:47 PM

b. صِفْ نوع الارتباط بين البيانات في كلّ جدول.

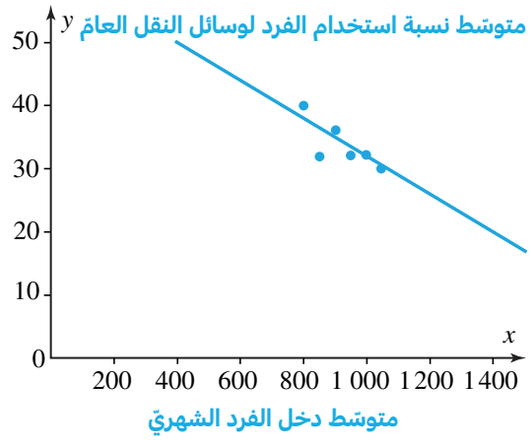
الجدول 1: ارتباط خطّيّ سالب وقويّ.

الجدول 2: لا يوجد ارتباط خطّيّ.

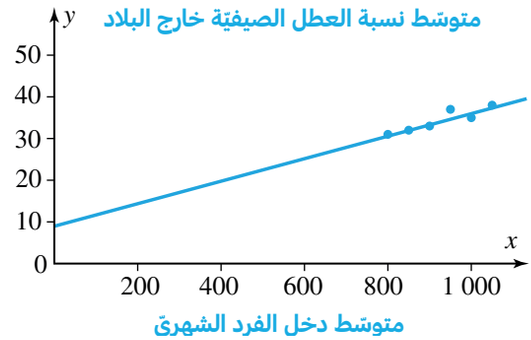
الجدول 3: ارتباط خطّيّ موجب وقويّ.

c. ارسم خطّ التطابق الأفضل لبيانات الجدولين 1 و 3 بشكل تقريبيّ.

الجدول 1



الجدول 3



2. a. أوجد قيمة معامل الارتباط لبيانات الجدولين 1 و 3، وقارن نوع الارتباط وقوّته بما استنتجه من مخطّطي انتشار بيانات هذين الجدولين.

الجدول 1:

$$\sum x = 5\,550 \qquad \sum y = 202 \qquad \sum xy = 185\,500$$
$$\sum x^2 = 5\,177\,500 \qquad \sum y^2 = 6\,868 \qquad n = 6$$

$$r = \frac{n\sum xy - \left(\sum x \sum y\right)}{\sqrt{\left(n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right)}\sqrt{\left(n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right)}} \approx -0.78$$

تتطابق النتيجة مع ما سبق، لأنّ القيمة $r \approx -0.78$ تشير إلى وجود ارتباط سالب وقويّ.

الجدول 3:

$$\sum x = 5\,550 \qquad \sum y = 206 \qquad \sum xy = 191\,750$$
$$\sum x^2 = 5\,177\,500 \qquad \sum y^2 = 7\,112 \qquad n = 6$$

$$r = \frac{n\sum xy - \left(\sum x \sum y\right)}{\sqrt{\left(n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right)}\sqrt{\left(n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right)}} \approx 0.91$$

هناك ارتباط موجب وقويّ كما يشير خطّ الانتشار.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 3 07/03/2022 9:16:48 PM

b. أوجد معادلة خطّ الانحدار للجدولين 1 و 3

الجدول 1:

$n = 6$ و $\sum y = 202$ و $\sum x = 5\ 550$

$\sum xy = 185\ 500$ و $\sum x^2 = 5\ 177\ 500$

الصيغة الأبسط للميل:

$$a = \frac{n\sum xy - \left(\sum x \sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} = -0.03$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

أعوّض القيم الواردة في الجدول لحساب قيمة كلّ $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 925, \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 33.66$$

$$b = 33.66 + 0.03 \times 925 \approx 62$$

أعوّض في الصيغة العامّة لمعادلة خطّ الانحدار: $y = -0.03x + 62$

الجدول 3:

$n = 6$ و $\sum y = 206$ و $\sum x = 5\ 550$

$\sum xy = 191\ 750$ و $\sum x^2 = 5\ 177\ 500$

الصيغة الأبسط للميل:

$$a = \frac{n\sum xy - \left(\sum x \sum y\right)}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2} = 0.027$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

أعوّض القيم الواردة في الجدول لحساب قيمة كلّ $\bar{x}$ و $\bar{y}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = 925, \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = 34.33$$

$$b \approx 9$$

أعوّض في الصيغة العامّة لمعادلة خطّ الانحدار: $y = 0.027x + 9$

c. إذا افترضت أنّ متوسّط دخل الفرد الشهريّ في الجدول الأوّل يمثّله المتغيّر X، وأنّ متوسّط نسبة استخدام الفرد لوسائل النقل العامّ يمثّله المتغيّر Y، وليكن $X' = X - 400$، أوجد قيمة معامل الارتباط r' بين المتغيّرين X' و Y.

بما أنّ الإزاحة بين المتغيّرين X و X' هي تحويل خطّيّ، ومعامل X موجب، فإنّ قيمة معامل الارتباط بين المتغيّرين X' و Y هي نفس قيمة معامل الارتباط بين المتغيّرين X و Y، إذن، $r' = r = -0.78$

3. استعمل المعطيات والمعلومات التي استنتجها عن بيانات الجدول الأوّل للإجابة عن الأسئلة التالية.

a. أكمل الجدول التالي.

x	y	القيمة المتوقّعة على خطّ الانحدار	الفرق	مربّع الفرق
800	40	38	2	4
850	32	36.5	−4.5	20.25
900	36	35	1	1
950	32	33.5	−1.5	2.25
1 000	32	32	0	0
1 050	30	30.5	−0.5	0.25

b. أوجد مجموع قيم مربّعات الفوارق الواردة في الجدول الذي أكملته في الجزء *a*. ماذا يمثّل هذا المجموع؟

المجموع يساوي 27.75، وهو يمثّل القيمة الأدنى من أيّ قيمة ناتجة عن استبدال خطّ انحدار بيانات الجدول بأيّ خطّ تطابق آخر.

c. قارن بين خطّ انحدار بيانات الجدول الأوّل وخطّ انحدار بيانات الجدول الثالث. أين كان التأثير الأكبر لدخل الفرد؟ ماذا يعني هذا التأثير؟

مَيل خطّ انحدار بيانات الجدول الأوّل هو $a_1 = -0.03$ ومَيل خطّ انحدار بيانات الجدول الثالث هو $a_3 = 0.027$. ألاحظ من المقارنة بين هذين الجدولين أنّ $|a_1| > a_3$، وهذا يعني أنّ تأثير دخل الفرد على استخدامه لوسائل النقل العامّ أكبر من تأثيره على مكان قضاء العطلة الصيفيّة، وهذا يدلّ على أن الإدارات الرسميّة يجب أن تحافظ على إيلائها الاهتمام الكبير لتوافر وسائل النقل العامّ.

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 4 07/03/2022 9:16:48 PM

الاسم _____

9 تقويم الأداء، النموذج B

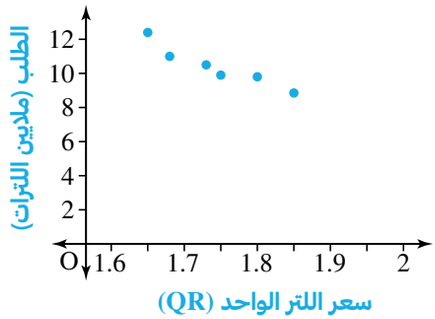
يعمل ناصر مديرًا لشركة متخصّصة في توزيع وبيع مشتقّات النفط، وقد لاحظ أنّ سعر لتر البنزين تزايد خلال الأشهر الستّة الماضية، وأنّ ذلك ترافق مع تغيّر في الطلب على هذه السلعة، الأمر الذي أوقعه في عجز عن تلبية الطلب أحيانًا أو أدّى إلى فائض في السلعة في بعض الأحيان.

سنقوم في ما يلي بتحديد سعر اللتر الواحد من البنزين الذي يحقّق التوازن بين العرض والطلب.

1. يوضّح الجدول التالي الكميّات أدناه، الكمّيّات التي طلبها الزبائن من مادّة البنزين (بملايين الليترات) خلال الأشهر الستّة الماضية، ومعدّل سعر اللتر الواحد من البنزين خلال تلك الأشهر.

الشهر	1	2	3	4	5	6
معدّل سعر 1 لتر من البنزين (QR)	1.65	1.68	1.73	1.75	1.8	1.85
الطلب (بملايين اللترات)	12.4	11	10.5	9.9	9.8	8.85

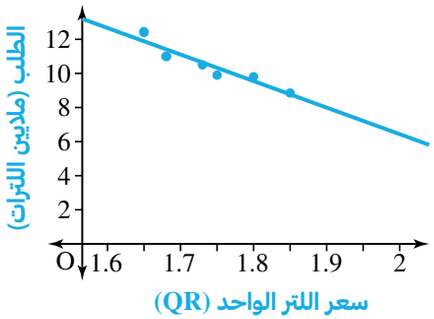
a. أنشئ مخطّط انتشار هذه البيانات.



b. أوجد قيمة معامل الارتباط بين سعر اللتر الواحد من البنزين والطلب عليه، واستنتج قوّة الارتباط.

$r = -0.950$، هناك ارتباط خطّيّ سالب قويّ جدًّا بين المتغيّرين، أي كلّما ارتفع سعر البنزين انخفض الطلب عليه.

c. أوجد معادلة خطّ الانتشار ومثّله بيانيًّا.



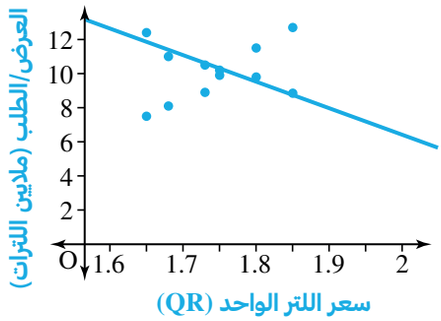
$y = -15.569x + 37.55$

M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 1 07/03/2022 9:16:49 PM

2. يبيّن الجدول أدناه، الكمّيّات التي كانت الشركة على استعداد لطرحها في الأسواق من مادّة البنزين (بملايين اللترات) خلال الأشهر الستّة الماضية، وكذلك معدّل سعر اللتر الواحد خلال تلك الأشهر.

الشهر	1	2	3	4	5	6
معدّل سعر 1 لتر من البنزين (QR)	1.65	1.68	1.73	1.75	1.8	1.85
العرض (بملايين اللترات)	7.5	8.1	8.9	10.2	11.5	12.7

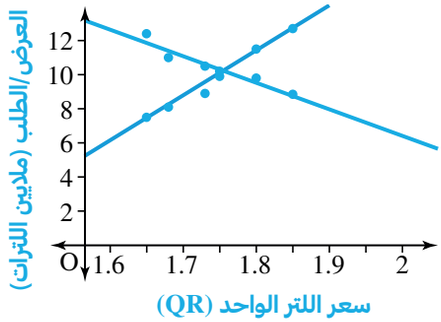
a. أنشئ مخطّط انتشار هذه البيانات في نفس المستوى الإحداثيّ السابق.



b. أوجد قيمة معامل الارتباط، واستنتج قوّة الارتباط بين معدّل سعر اللتر الواحد من البنزين والكمّيّات المعروضة للبيع.

$r = 0.989$، هناك ارتباط خطّيّ موجب قويّ جدًّا بين المتغيّرين، أي كلّما ارتفع سعر البنزين ازداد استعداد الشركة لطرح كمّيّات إضافيّة من البنزين في السوق.

c. أوجد معادلة خطّ الانتشار ومثّله بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثيّ السابق.



$$y = 26.97x - 37.2$$

3. أوجد السعر التقريبيّ الذي يحقّق التوازن بين العرض والطلب.

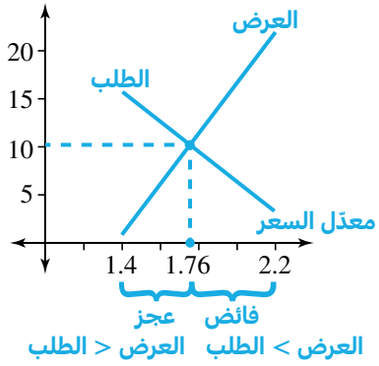
يتحقّق التوازن بين العرض والطلب عندما تتساوى معادلتا خطّ الانتشار، أي عندما:

$$26.97x - 37.2 = -15.57x + 37.55$$
$$42.54x = 74.75$$
$$x \approx 1.76$$

إذن، يتحقّق التوازن بين العرض والطلب عندما يكون سعر اللتر الواحد من البنزين QR 1.76 تقريبًا.

4. حدّد قيم معدّلات أسعار اللتر الواحد من البنزين عند توافر فائض من البنزين عند الشركة، وكذلك عند عجز الشركة عن تلبية الطلب، علمًا أنّ معدّل الأسعار يجب ألّا يقلّ عن QR 1.4 ولا يزيد عن QR 2.2.

يكون هناك فائض عندما يكون العرض أكبر من الطلب، أي عندما يكون معدّل السعر أكبر من QR 1.76 وأصغر من QR 2.2.
ويكون هناك عجز عندما يكون العرض أقلّ من الطلب، أي عندما يكون معدّل السعر أكبر من QR 1.4 وأصغر من QR 1.76.



M09_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_ISBN.indb 2 07/03/2022 9:16:49 PM

الاسم _____

اختبار نهاية السنة الدراسيّة

1. الصيغة الارتداديّة الممكنة للمتتالية 2, 5, 11, 23, ...، حيث $n \geq 1$، هي

Ⓐ $a_{n+1} = a_n + 3$

Ⓑ $a_{n+1} = a_n - 12$

Ⓒ $a_{n+1} = 2a_n + 1$

Ⓓ $a_{n+1} = 2a_n + 2$

---

2. إذا كان الحدّ الأوّل لمتتالية حسابيّة 5 والفرق الثابت فيها 3، فإنّ صيغة الحدّ العامّ لهذه المتتالية، حيث $n \geq 1$، هي

Ⓐ $a_n = 3 + 4n$

Ⓑ $a_n = 5 + 3n$

Ⓒ $a_n = 3 + 5(n - 1)$

Ⓓ $a_n = 5 + 3(n - 1)$

---

3. أيّ من المتتاليات التالية متتالية هندسيّة، حيث $n \geq 1$؟

Ⓐ $a_n = a_1 + n^2$

Ⓑ $a_n = 3 \times 3^{n-1}$

Ⓒ $a_n = 3^n + 1$

Ⓓ $a_n = 3a_{n-1} + 3$

---

4. إذا كان $\sum_{i=1}^{n} 3^i = 156(n + 1)$، حيث $n \geq 1$، فإنّ

Ⓐ $n = 5$

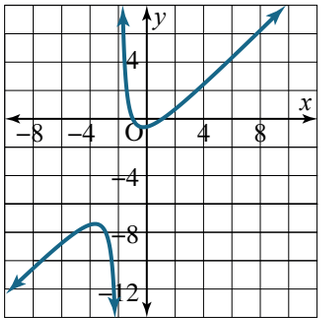
Ⓑ $n = 6$

Ⓒ $n = 7$

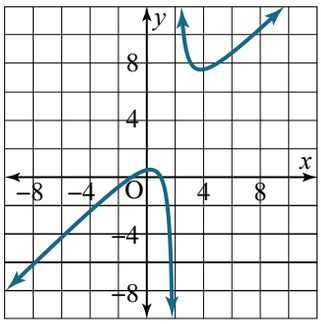
Ⓓ $n = 8$

5. حدّد التمثيل البيانيّ للدالّة $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ من خلال ملاحظة سلوك الدالّة حول القيمة التي لا تنتمي إلى مجالها.

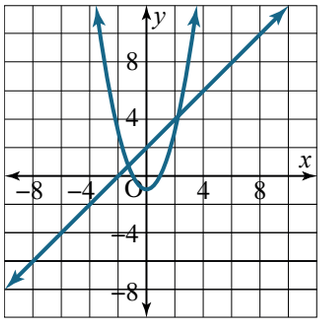
Ⓐ



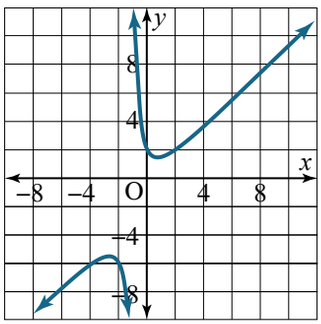
Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ



Z01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_EOY_ISBN.indd 1 07/03/2022 7:57:26 PM

6. الدالّة $f(x) = \frac{4x}{x^2 - 4}$ هي جمع الدالّتين $g(x)$ و $h(x)$ حيث

Ⓐ $g(x) = \frac{2x}{x+2}$ و $h(x) = \frac{2x}{x-2}$

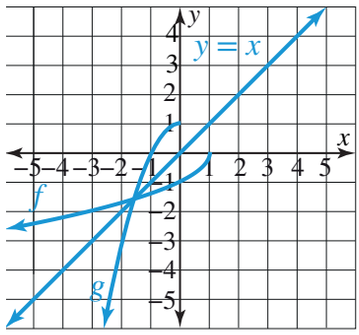
Ⓑ $g(x) = \frac{1}{x+2}$ و $h(x) = \frac{1}{x-2}$

Ⓒ $g(x) = \frac{-x}{x+2}$ و $h(x) = \frac{x}{x-2}$

Ⓓ $g(x) = \frac{x}{x+2}$ و $h(x) = \frac{-x}{x-2}$

---

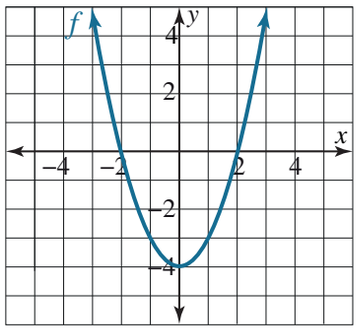
7. اكتب معادلة معكوس الدالّة $f(x) = -\sqrt{1-x}$.
ثمّ مثّل الدالّة f والمستقيم $y = x$ والدالّة g، التي هي معكوس الدالّة f، بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثيّ في الفترة $]-\infty, 1]$ مبيّنًا العلاقة بين منحنى الدالّة f ومنحنى معكوسها.



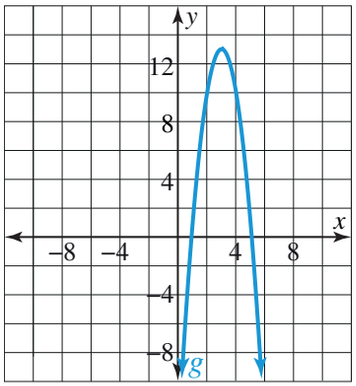
$f^{-1}(x) = g(x) = 1 - x^2$

المنحنيان متناظران عبر المحور $y = x$

8. اذكر التحويلات الهندسيّة التي يجب تنفيذها بالترتيب على منحنى الدالّة f للحصول على منحنى الدالّة $g(x) = -[3f(x-3) - 1]$. ثمّ ارسم منحنى الدالّة g إذا كان منحنى الدالّة f هو المعطى.



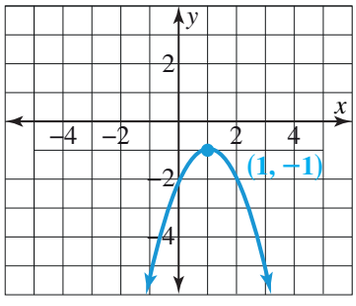
إزاحة أفقيّة بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل، ثمّ انعكاس عبر المحور x.
التمثيل البيانيّ للدالّة g هو



---

9. مثّل الدالّة $g(x) = -x^2 + 2x - 2$ بيانيًّا، وحدّد النقطة التي تمثّل رأس المنحنى.

النقطة التي تمثّل رأس المنحنى هي $(1, -1)$



Z01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_EOY_ISBN.indd 2 07/03/2022 7:57:28 PM

10. استعمل نظريّة العامل لتحديد ما إذا كان $(x + 1)$ أحد عوامل $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

$$f(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 - (-1) + 2 = 0$$

إذن، $(x + 1)$ هو أحد عوامل $f(x)$

---

11. إذا أزحت التمثيل البيانيّ للدالّة $y = \sqrt{x}$ بمقدار 7 وحدات إلى اليسار، و 3 وحدات إلى الأعلى، أيّ من الخيارات التالية يمثّل دالّة التمثيل البيانيّ الناتج عن هذه الإزاحة؟

Ⓐ $y = 7 + \sqrt{x + 3}$

Ⓑ $y = 3 + \sqrt{x + 7}$

Ⓒ $y = 3 + \sqrt{x - 7}$

Ⓓ $y = -3 + \sqrt{x + 7}$

---

12. أيّ من الدوالّ التالية لها نفس التمثيل البيانيّ الذي للدالّة $y = |x - 2| + |x - 1|$

Ⓐ $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \le 1 \\ 1 & 1 < x < 2 \\ -2x + 3 & 2 \le x \end{cases}$

Ⓑ $f(x) = \begin{cases} -2x & x \le 1 \\ 1 & 1 < x < 2 \\ 2x & 2 \le x \end{cases}$

Ⓒ $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & x \le 1 \\ -3 & 1 < x < 2 \\ 2x - 3 & 2 \le x \end{cases}$

Ⓓ $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & x \le 1 \\ 1 & 1 < x < 2 \\ 2x - 3 & 2 \le x \end{cases}$

---

13. أيّ من الخيارات التالية يمثّل خطوط التقارب الأفقيّة والرأسيّة لمنحنى الدالّة $y = \frac{x - 1}{x^3 - x^2}$؟

Ⓐ $y = 0$ و $x = 0$

Ⓑ $y = 0$ و $x = 0$ و $x = 1$

Ⓒ $x = 0$ و $x = 1$

Ⓓ $y = 0$ و $x = 1$

---

14. أيّ من الخيارات التالية يمثل السلوك الطرفيّ للدالّة $f(x) = \frac{-3x - 1}{x + 2}$ عندما $x \to \pm\infty$؟

Ⓐ $\lim_{x \to \infty} f(x) = 3$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -3$

Ⓑ $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\frac{1}{3}$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\frac{1}{3}$

Ⓒ $\lim_{x \to \infty} f(x) = -3$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -3$

Ⓓ $\lim_{x \to \infty} f(x) = -2$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -2$

---

15. لتكن الدالّة الأسّيّة $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)4^x$. حدّد مجال ومدى هذه الدالّة، والمقطع y وخطوط التقارب لمنحناها. ثمّ أوجد قيمة $f(2)$.

المجال: كلّ الأعداد الحقيقيّة

المدى: $f(x) > 0$

المقطع y: $\left(0, \frac{1}{5}\right)$

خطّ التقارب الأفقيّ: $y = 0$

$$f(2) = \left(\frac{1}{5}\right)4^2 = 3.2$$

---

16. أيّ من الدوالّ التالية هي معكوس الدالّة الأسّيّة $f(x) = 5^x$؟

Ⓐ $y = 5^x$

Ⓑ $y = x^5$

Ⓒ $y = \log_x 5$

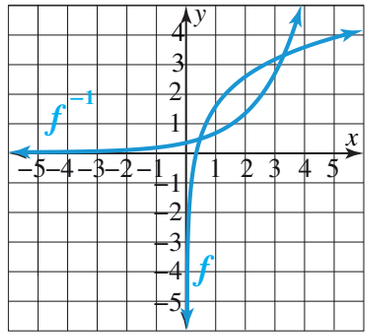
Ⓓ $y = \log_5 x$

Z01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_EOY_ISBN.indd 3 07/03/2022 7:57:30 PM

17. مثّل الدالّة $f(x) = \log_2(3x)$، بيانيًّا، ثمّ أوجد معكوسها ومثّله بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثيّ.

$f^{-1}(x) = \left(\frac{1}{3}\right) 2^x$

بيانيًّا



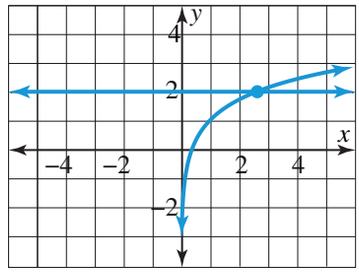
---

18. استعمل خصائص اللوغاريتم لكتابة المقدار $\frac{1}{3}\ln 27 + \ln x$ في صورة لوغاريتم واحد، ثمّ مثّله بيانيًّا لإيجاد حلّ المعادلة $\frac{1}{3}\ln 27 + \ln x = 2$.

$\frac{1}{3}\ln 27 + \ln x = \ln(3x)$

حل المعادلة هو الاحداثي x لنقطة تقاطع منحنى الدالّة $y = \ln(3x)$ والمستقيم $y = 2$

أيّ $x = \frac{e^2}{3}$



---

19. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة $5^{5x-2} = 125^x$؟

Ⓐ $x = -1$

Ⓑ $x = -\frac{1}{2}$

Ⓒ $x = \frac{1}{2}$

Ⓓ $x = 1$

20. يُستعمل في مقياس "ريختر" للزلازل النموذج $R(E) = 0.67 \log(0.37E) + 1.46$، حيث E الطاقة (بالكيلوواط ساعة) التي يطلقها الزلزال و$R(E)$ هي شدّة الزلزال . أيّ من الخيارات التالية يمثّل كمّيّة الطاقة التي يجب أن يطلقها زلزال شدّته 7 على مقياس ريختر؟

Ⓐ $E = -5 \times 10^8$

Ⓑ $E = -2.7 \times 10^8$

Ⓒ $E = 2.7 \times 10^8$

Ⓓ $E = 5 \times 10^8$

---

21. أيّ من الخيارات التالية ينطبق على الزاوية $\theta = 765°$؟

Ⓐ $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ⓑ $\cos\theta = \frac{1}{2}$ و $\tan\theta = 1$

Ⓒ $\tan\theta = \sqrt{3}$ و $\csc\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓓ $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

---

22. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قياس الزاوية المرجعيّة للزاوية $140°$ في الوضع القياسيّ؟

Ⓐ $-140°$

Ⓑ $-40°$

Ⓒ $40°$

Ⓓ $140°$

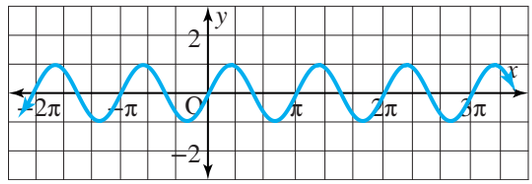
---

23. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كلّ من $\sin\theta$ و $\cos\theta$ إذا كانت $\theta = \frac{5\pi}{6}$

$\cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\sin\theta = \frac{1}{2}$

Z01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_EOY_ISBN.indd 4 07/03/2022 7:57:32 PM

24. مثّل الدالّة $f(x) = \sin 2x$ بيانيًّا بدون استعمال الحاسبة البيانيّة.



---

25. أيّ من الخيارات التالية يمثّل التحويلات الهندسيّة اللازمة لتحويل التمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة $f(x) = \cos x$ إلى التمثيل البيانيّ للدالّة $g(x) = -3\cos(4x)$؟

Ⓐ تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره 4 ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3، ثمّ انعكاس عبر المحور x

Ⓑ تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$ ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3، ثمّ انعكاس عبر المحور x

Ⓒ تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$ ثمّ تضيّق رأسيّ بمعامل مقداره 3، ثمّ انعكاس عبر المحور x

Ⓓ تضيّق أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$ ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3، ثمّ انعكاس عبر المحور y

---

26. أيّ من الخيارات التالية يمثّل التحويلات الهندسيّة اللازمة لتحويل التمثيل البيانيّ للدالّة الرئيسة $f(x) = \sin x$ إلى التمثيل البيانيّ للدالّة $y = 2\sin\left(\frac{x}{5}\right) + \frac{\pi}{2}$؟

Ⓐ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 5، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{2}$، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ إلى الأعلى

Ⓑ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{5}$، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 2، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ إلى الأعلى

Ⓒ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 5، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره $\frac{\pi}{5}$، ثمّ إزاحة رأسيّة بمقدار وحدتين إلى الأعلى

Ⓓ تمدّد أفقيّ بمعامل مقداره 5، ثمّ تمدّد رأسيّ بمعامل مقداره 2، ثمّ إزاحة رأسية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ إلى الأعلى

---

27. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الصورة المبسّطة للمقدار $(\cot^2 x + 1)(\tan^2 x + 1)(\sin^2 x \cos^2 x)$؟

Ⓐ 1

Ⓑ $\sin^2 x \cos^2 x$

Ⓒ $\sin^2 x$

Ⓓ $\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$

---

28. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\frac{\tan 30° + \tan 15°}{1 - \tan 30° \tan 15°} = \tan 15°$

Ⓑ $\frac{\tan 30° + \tan 15°}{1 - \tan 30° \tan 15°} = 1$

Ⓒ $\frac{\tan 30° + \tan 15°}{1 - \tan 30° \tan 15°} = \sqrt{3}$

Ⓓ $\frac{\tan 30° + \tan 15°}{1 - \tan 30° \tan 15°}$ لا يمكن معرفة قيمة إلّا باستعمال الحاسبة.

---

29. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $\sin 75° \cos 15° - \cos 75° \sin 15° = \frac{1}{2}$

Ⓑ $\sin 75° \cos 15° - \cos 75° \sin 15° = 1$

Ⓒ $\sin 75° \cos 15° - \cos 75° \sin 15° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓓ لا يمكن معرفة قيمة $\sin 75° \cos 15° - \cos 75° \sin 15°$ إلّا باستعمال الحاسبة.

---

30. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

Ⓐ $1 - 2\sin^2 15° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓑ $1 - 2\sin^2 15° = \frac{1}{2}$

Ⓒ $1 - 2\sin^2 15° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ⓓ $1 - 2\sin^2 15° = 1$

Z01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_EOY_ISBN.indd 5 07/03/2022 7:57:35 PM

31. أيّ ممّا يلي يساوي $\sin 4x$؟

Ⓐ $4 \sin x - 4 \cos x$

Ⓑ $2 \sin 2x$

Ⓒ $4 \sin x \cos^2 x - 4 \sin^2 x \cos x$

Ⓓ $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x$

---

32. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة المثلّثيّة $4 \cos^2 x - 4 \cos x + 1 = 0$ في الفترة $[\pi, -\pi]$؟

Ⓐ $x = -\frac{\pi}{3}$

Ⓑ $x = \pm\frac{\pi}{3}$

Ⓒ $x = \frac{\pi}{3}$

Ⓓ $x = 0$ أو $x = \pm\frac{\pi}{3}$

---

33. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلّفة من 5 أحرف (بغضّ النظر عن ترتيبها في القاموس) ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "نرمين"؟

Ⓐ 5

Ⓑ 5×5

Ⓒ $5!$

Ⓓ $\frac{5!}{2!}$

---

34. يريد أبٌ أن يختار اثنين من أبنائه الستّة لتمثيله في القيام بواجب تهنئة، وذلك من دون أن يعير أهمّيّة لأيّ معيار محدّد للاختيار. أوجد عدد الطرائق التي يمكنه من خلالها اختيار هذين الابنين.

$${}_6C_2 = \frac{6!}{2! \times 4!} = 15$$

---

35. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $P(E_1)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{4}P(E_2) = \frac{1}{3}P(E_3)$؟

Ⓐ $\frac{1}{8}$

Ⓑ $\frac{1}{7}$

Ⓒ $\frac{3}{8}$

Ⓓ $\frac{1}{2}$

36. تمّ توزيع استمارة لإحصاء عدد المدخّنين في مجموعة معيّنة، عدد الجامعيّين فيها مساوٍ لعدد الذين لم يدخلوا الجامعة، فكانت النتائج كما هي مبيّنة في الجدول أدناه.

جامعيّون		لم يدخلوا الجامعة	
مدخّنون	غير مدخّنين	مدخّنون	غير مدخّنين
75%	25%	60%	40%

إذا اخترت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًّا، أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال أن يكون هذا الشخص جامعيًّا، علمًا أنّه من غير المدخّنين؟ (ارسم مخطّط الشجرة ليساعدك في الوصول إلى الحلّ بسرعة).

Ⓐ $\frac{1}{8}$

Ⓑ $\frac{1}{13}$

Ⓒ $\frac{5}{13}$

Ⓓ $\frac{5}{17}$

---

37. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة، ونوع، وقوّة معامل الارتباط الخطّيّ بين المتغيّرين x و y في الجدول أدناه.

x	1	2	3	4	5	6
y	0.1	0.2	0.3	0.2	0.4	0.1

Ⓐ $r \approx 0.01$، نوع الارتباط وقوّته: موجب ضعيف

Ⓑ $r \approx 0.23$، نوع الارتباط وقوّته: موجب ضعيف

Ⓒ $r \approx 0.23$، نوع الارتباط وقوّته: موجب قويّ

Ⓓ $r \approx 0.01$، نوع الارتباط وقوّته: موجب قويّ

Z01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_EOY_ISBN.indd 6 07/03/2022 7:57:36 PM

38. إذا كان معامل الارتباط الخطّي بين المتغيّرين x و y يساوي -0.5، وكان $x' = 1 + x$ و $y' = 1 - y$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيّرين x' و y'؟

Ⓐ -0.5

Ⓑ 0.5

Ⓒ 1

Ⓓ لا يمكن معرفته

---

39. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين درجات ستّة طلّاب في اختبار الكيمياء (x) ودرجاتهم في اختبار الرياضيّات (y). أيّ من الخيارات التالية يمثّل معادلة خطّ الانحدار بين المتغيّرين x و $y + 2$؟

x	9	4	4	5	8	7
y	8	8	6	7	7	8

Ⓐ $y = 0.16\,x + 6.34$

Ⓑ $y = 6.34\,x + 0.16$

Ⓒ $y = 0.16\,x + 8.34$

Ⓓ $y = 8.34\,x + 0.16$

---

40. إذا كانت معادلة خطّ الانحدار الذي يمثّل العلاقة بين درجات مجموعة الطلّاب في اختبار التاريخ (x) ودرجاتهم في اختبار الجغرافيا (y) هي $y = 0.22x + 6$، أيّ من الخيارات التالية يمثّل الدرجة التقريبيّة في اختبار الجغرافيا لطالب درجته في اختبار التاريخ هي 5؟

Ⓐ لا يمكن استنتاجها

Ⓑ 4.6

Ⓒ 6.22

Ⓓ 7.1

Z01_MTH01_ANC11_ADV_QTR_AR_EOY_ISBN.indd 7 07/03/2022 7:57:37 PM

شكر وتقدير

Photographs

Topic 1:

Top Left unsplash/Shutterstock;

Topic 5:

Top Left 5W Studio/Shutterstock; **Bottom Left** Technicsorn Stocker/ Shutterstock;

Topic 6:

Top Left Valentina Proskurina/Shutterstock; **Bottom Left** AKaiser/ Shutterstock; **Top Left** Designua/Shutterstock;

Topic 8:

Top Left arrowsmith2/Shutterstock;

Topic 9:

Top Left Andrey_Popov/Shutterstock