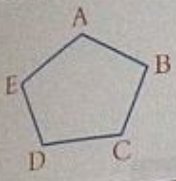
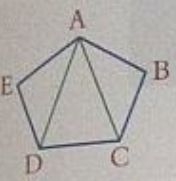
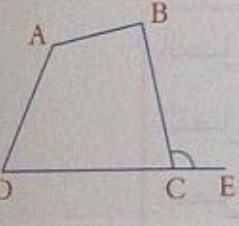
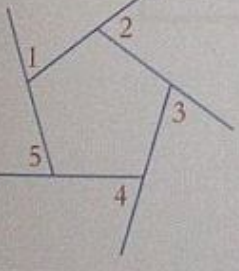


الفصل الخامس: الأشكال الرباعية

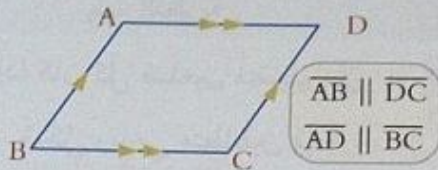
أساسيات عن المضلع

	مجموعة قطع مستقيمة متقاطعة في نهايتها بحيث تُكوّن شكلاً مغلقاً	المقصود به
	الشكل ABCDE يسمى مضلعاً خماسياً	مثال على المضلع
	{ قطعة مستقيمة تصل بين رأسين غير متتاليين }	قطر المضلع
	في الشكل المجاور $\overline{AD}$ و $\overline{AC}$ قطران للمضلع الخماسي ABCDE	مثال على القطر
	إذا كان n عدد أضلاع مضلع محدب و S مجموع قياسات زواياه الداخلية فإن ..	نظرية مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلية
	$S = 180^\circ \times (n-2)$	
	في الشكل المجاور $n = 5$ ؛ ومنه فإن .. $S = 180^\circ \times (n-2) = 180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$	مثال توضيحي
	$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = \text{قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم}$	فائدة
	حيث n عدد أضلاع المضلع.	

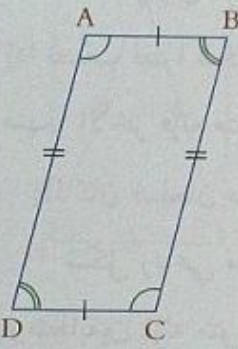
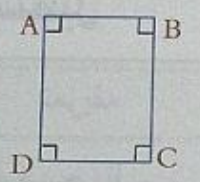
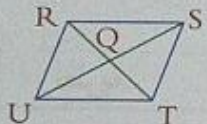
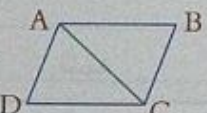
الزوايا الخارجية للمضلع

	{ زاوية مكونة من أحد أضلاع المضلع وامتداد ضلع آخر }	الزاوية الخارجية للمضلع
	في الشكل المجاور .. $\angle BCE$ تسمى زاوية خارجية للمضلع ABCD	مثال توضيحي
	إذا كان المضلع محدباً فإن مجموع قياسات الزوايا الخارجية - زاوية واحدة عند كل رأس - يساوي 360°	نظرية مجموع قياسات زوايا المضلع الخارجية
	في الشكل المجاور .. $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360^\circ$	مثال توضيحي
	الزاوية الخارجية والزاوية الداخلية لأي مضلع زاويتان متجاورتان على مستقيم	تنبيه

متوازي الأضلاع

	تعريفه { شكل رباعي كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان } التوضيح الشكل المجاور ABCD يسمى متوازي أضلاع ويرمز له بالرمز $\square ABCD$
---	--

نظريات خواص متوازي الأضلاع

الرسم	التوضيح بالرموز	النظرية
	$\overline{DA} \cong \overline{CB}$ و $\overline{DC} \cong \overline{AB}$ $\angle B \cong \angle D$ و $\angle A \cong \angle C$ $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ $m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ و $m\angle C + m\angle D = 180^\circ$ و $m\angle D + m\angle A = 180^\circ$	الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة الزوايا المتخالفة في متوازي الأضلاع متكاملة
	$m\angle G = 90^\circ$ $m\angle H = 90^\circ$ و $m\angle J = 90^\circ$ و $m\angle K = 90^\circ$	إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة فإن زواياه الأربع قوائم
	$\overline{SQ} \cong \overline{QU}$ و $\overline{RQ} \cong \overline{QT}$	قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر
	$\triangle ACD \cong \triangle ACB$	قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين

فائدة: إحداثي نقطة المنتصف بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يعطى بالعلاقة ..

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

نظريات تمييز متوازي الأضلاع

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ فإن الشكل ABCD متوازي أضلاع	
إذا كانت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقتين فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $\angle ABC \cong \angle ADC$ و $\triangle BAD \cong \triangle BCD$ فإن الشكل ABCD متوازي أضلاع	
إذا نصّف قطراً شكل رباعي كل منهما الآخر فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $AE = CE$ و $BE = DE$ فإن الشكل ABCD متوازي أضلاع	
إذا كان ضلعان متقابلان في شكل رباعي متوازيين ومتطابقين فإنه متوازي أضلاع	إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ فإن الشكل ABCD متوازي أضلاع	

المستطيل

	تعريفه	{ شكل رباعي زواياه الأربع قوائم }
	التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى مستطيلاً
	نظرية	إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً فإن قطريه متطابقان، أي أن $\overline{BD} \cong \overline{AC}$
	تنبيه	للمستطيل جميع خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى أن قطريه متطابقان

خصائص المستطيل

الخاصية

الأضلاع المتقابلة في المستطيل متطابقة ومتوازية

الزوايا المتقابلة في المستطيل متطابقة

الزوايا المتخالفة في المستطيل متكاملة

قطرا المستطيل متطابقان وينصف كل منهما الآخر

المستطيل زواياه الأربع قوائم

التوضيح بالرموز

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC} \text{ و } \overline{AB} \cong \overline{DC}$$

$$\overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{ و } \overline{AD} \cong \overline{BC}$$

$$\angle B \cong \angle D \text{ و } \angle A \cong \angle C$$

$$m\angle A + m\angle B = 180^\circ$$

$$\text{و } m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

$$\text{و } m\angle C + m\angle D = 180^\circ$$

$$\text{و } m\angle D + m\angle A = 180^\circ$$

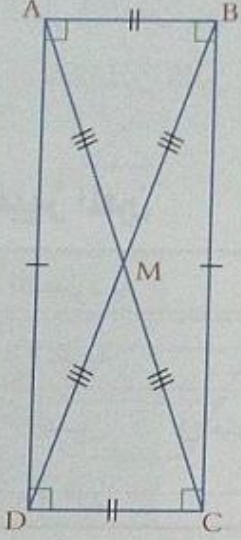
$$\overline{AC} \cong \overline{BD}$$

$$AM = MC \text{ و } BM = MD$$

$$m\angle B = 90^\circ \text{ و } m\angle A = 90^\circ$$

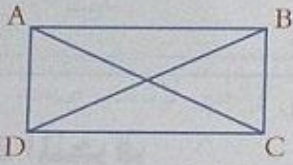
$$\text{و } m\angle D = 90^\circ \text{ و } m\angle C = 90^\circ$$

الرسم



تمييز المستطيل

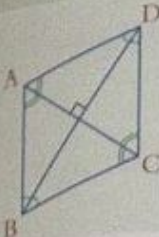
المقصود به	تحديد ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً أم لا
النظرية	إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل
التعبير	في متوازي الأضلاع ABCD المجاور ..
بالرموز	إذا كان $\overline{BD} \cong \overline{AC}$ فإن ABCD مستطيل



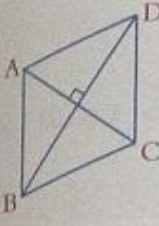
المعين

	تعريفه	{ شكل رباعي جميع أضلاعه متطابقة }
	التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى معيناً
	تنبيه	المعين حالة خاصة من متوازي الأضلاع وله جميع خصائص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خصائص أخرى

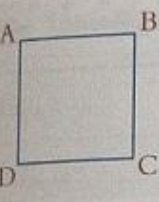
من خصائص المعين

الرسم	التوضيح بالرموز	الخاصية
	$\overline{AC} \perp \overline{BD}$	قطرا المعين متعامدان
	$\angle DAC \cong \angle BAC \cong \angle DCA \cong \angle BCA$ $\angle ABD \cong \angle CBD \cong \angle ADB \cong \angle CDB$ و	القطر في المعين ينصف الزاويتين المتقابلتين اللتين يمر بهما

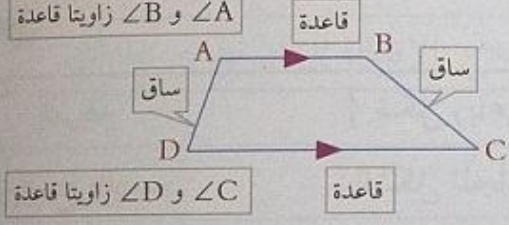
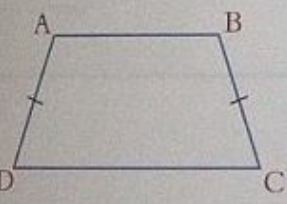
تمييز المعين

	المقصود به	تحديد ما إذا كان متوازي الأضلاع معيناً أم لا
	النظرية	إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متعامدين فإنه معين
	التعبير بالرموز	في متوازي الأضلاع ABCD المجاور .. إذا كان $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ فإن ABCD معين

المربع

	المقصود به	شكل رباعي يحقق خواص المستطيل والمعين في آن واحد
	التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى مربعاً
	تنبيه	المربع حالة خاصة من متوازي الأضلاع وله جميع خصائص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خصائص المستطيل والمعين

شبه المنحرف

	تعريفه	{ شكل رباعي فيه فقط ضلعان متوازيان }
	التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى شبه منحرف
	شبه المنحرف متطابق الساقين	شبه منحرف فيه الضلعين غير المتوازيين متطابقان
	التوضيح بالرسم	الشكل المجاور ABCD يسمى شبه منحرف متطابق الساقين

نظريات شبه المنحرف متطابق الساقين

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
زاويتا كل قاعدة لشبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان	$\angle DAB \cong \angle CAB$ $\angle ADC \cong \angle BCD$ و	
قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقان	$\overline{AC} \cong \overline{BD}$	

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

	المقصود بها	قطعة مستقيمة واصله بين منتصفي ساقي شبه المنحرف
	تنبيه	القطعة المتوسطة على بعدين متساويين من القاعدتين
	نظرية	القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طوليهما
	التعبير	$\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$
	الرمزي	$EF = \frac{1}{2}(AB+DC)$ و

البرهان الإحداثي

المقصود به	نوع من البراهين يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية
خطوات رسم الأشكال على المستوى الإحداثي	(١) نضع رأس المضلع أو مركزه عند نقطة الأصل. (٢) نرسم ضلعاً واحداً على الأقل من أضلاع المضلع على أحد المحورين. (٣) نضع المضلع في الربع الأول من المستوى الإحداثي إن أمكن. (٤) نستعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.

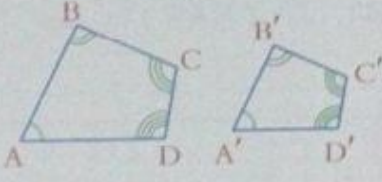
الفصل السادس: التناسب والتشابه

النسبة

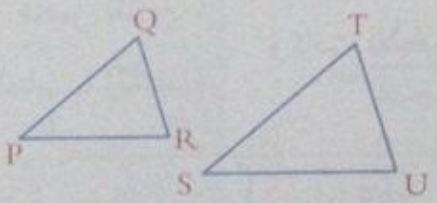
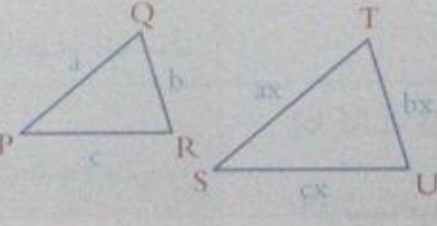
النسبة	{ مقارنة بين كميتين باستعمال القسمة }
التوضيح بالرموز	نسبة a إلى b تُكتب بالصورة $\frac{a}{b}$ أو بالصورة $a : b$ حيث $b \neq 0$
مثال توضيحي	إذا كان عُمر أحمد 15 سنة وعُمر فهد 7 سنوات فإن نسبة عُمر أحمد إلى عُمر فهد تُكتب بإحدى الصورتين $\frac{15}{7}$ أو $15 : 7$
تنبيهان	- يجب وضع النسبة في أبسط صورة؛ فمثلاً النسبة $\frac{8}{6}$ تكتب $\frac{4}{3}$ أو $4 : 3$. - النسبة التي مقامها الواحد تسمى نسبة الوحدة.

التناسب

التناسب	{ معادلة تنص على تساوي نسبتي }
التوضيح بالرموز	إذا كانت $\frac{a}{b}$ و $\frac{c}{d}$ نسبتان متساويتين فإن $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يسمى تناسباً
تنبيهان	a و d يسميان طرفا التناسب، أما c و b فيسميان وسطا التناسب. - حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين؛ أي أن .. $ad = cd$
شرط التناسب	لكل عددين a و c ولكل عددين غير صفرين b و d .. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ إذا وفقط إذا كان $ad = cd$
مثال توضيحي	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ يُكوّن تناسباً إذا وفقط إذا كان $3 \times 4 = 2 \times 6$
حل التناسب	إيجاد قيمة المتغير التي تجعل التناسب صحيحاً
مثال توضيحي	حل التناسب $\frac{x}{2} = \frac{6}{4}$ هو .. $4x = 6 \times 2$ $4x = 12$ $x = \frac{12}{4} = 3$

	يتشابه المضلعان إذا كان لهما الشكل نفسه يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة $ABCD \sim A'B'C'D'$	المقصود به المضلعات المتشابهة التوضيح الرموز
يجب ترتيب رؤوس المضلع في عبارة التشابه لتحديد الأضلاع والزوايا المتناظرة		
الأضلاع المتناظرة $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$	الزوايا المتناظرة $\angle A \cong \angle E$ $\angle B \cong \angle F \text{ و } \angle C \cong \angle G \text{ و } \angle D \cong \angle H$	عبارة التشابه مثال توضيحي $ABCD \sim EFGH$
{ النسبة بين طولي ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين }		
معامل التشابه يسمى أحياناً مقياس الرسم		
فائدتان - المضلعان المتطابقان متشابهان والعكس غير صحيح. - نسبة التشابه بين مضلعين متطابقين تساوي 1 : 1 .		

نظريات المثلثات المتشابهة

	التشابه بزوايتين (AA) إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر فإن المثلثين متشابهان إذا كان $\angle P \cong \angle S$ و $\angle Q \cong \angle T$ فإن $\Delta PQR \sim \Delta STU$	التوضيح بالرموز التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)
	إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة فإن المثلثين متشابهان إذا كان $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{TU} = \frac{RP}{US}$ فإن $\Delta PQR \sim \Delta STU$	التوضيح بالرموز

	إذا كان طولاً ضلعين في مثلث متناسبين مع طولي الضلعين المناظرين في مثلث آخر والزائتان المحصورتان متطابقتين فإن المثلثين متشابهان	التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)
إذا كان $\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{TU}$ و $\angle Q \cong \angle T$ فإن $\Delta PQR \sim \Delta STU$	التوضيح بالرموز	التوضيح بالرموز
تشابه المثلثات علاقة انعكاسية ومتماثلة ومتعدية	الانعكاس: $\Delta ABC \sim \Delta ABC$	من خصائص التشابه
• التماثل: إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ فإن $\Delta DEF \sim \Delta ABC$ • التعددي: إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ و $\Delta DEF \sim \Delta GHI$ فإن $\Delta ABC \sim \Delta GHI$	التوضيح بالرموز	التوضيح بالرموز

نظريات الأجزاء المتناسبة للمثلثات

	إذا وازى مستقيم ضلعاً من أضلاع مثلث وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع متناسبة الأطوال	نظرية التناسب للمثلث
	إذا قطع مستقيم ضلعين لمثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة وكانت الأطوال المتناظرة منها متناسبة فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث	عكس نظرية التناسب للمثلث
	القطعة المنصفة للمثلث توازي ضلعاً للمثلث، وطولها نصف طوله	نظرية القطعة المنصفة للمثلث
	إذا كانت B و D نقطتي منتصف CA و EC على الترتيب فإن $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ و $BD = \frac{1}{2} AE$	التوضيح بالرموز

نتائج المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

النتيجة	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا قطع قاطعان ثلاثه مستقيمات متوازية أو أكثر فإن أجزاء القاطعين تكون متناسبة	إذا كان $\overrightarrow{DA} \parallel \overrightarrow{EB} \parallel \overrightarrow{FC}$ فإن .. $\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$ و $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ و $\frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$	
إذا قطع قاطع ثلاثه مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاءه متطابقة، فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة	إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن .. $\overline{DE} \cong \overline{EF}$	

نظرية تناسب المحيطين

	إذا كان المثلثان متشابهين فإن النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة فيهما	النظرية
	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ فإن .. $\frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle EDF} = \frac{AB}{ED} = \frac{CB}{FD} = \frac{AC}{EF}$	التوضيح بالرموز
إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle EDF$ ومحيط $\triangle ABC$ يساوي 18 ومحيط $\triangle EDF$ يساوي 12 و $AB = 6$ فإن .. $\frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle EDF} = \frac{AB}{ED}$ $\frac{18}{12} = \frac{6}{ED} \Rightarrow ED = \frac{12 \times 6}{18} = 4$		مثال توضيحي
إذا كان المثلثان المتشابهان متطابقين فإن النسبة بين محيطيهما تساوي الواحد		فائدة

نظريات القطع المستقيمة الخاصة لمثلثين متشابهين

الرسم	التوضيح بالرموز	النظرية
	إذا كان $\Delta PQR \sim \Delta TVU$ فإن .. $\frac{QA}{UW} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$	إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي كل ارتفاعين متناظرين فيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة
	إذا كان $\Delta PQR \sim \Delta TVU$ فإن .. $\frac{QB}{UX} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$	إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي منصفي زاويتين متناظرين فيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة
	إذا كان $\Delta PQR \sim \Delta TVU$ فإن .. $\frac{QM}{UY} = \frac{PR}{TV} = \frac{QR}{UV} = \frac{PQ}{TU}$	إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي قطعتين متوسطتين متناظرين فيهما تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة

فائدة: إذا تشابه مثلثان فإن ..

النسبة بين طولي قطعتين متوسطتين متناظرين = النسبة بين ارتفاعين متناظرين = النسبة بين طولي قطعتين متناظرين = النسبة بين طولي ضلعين متناظرين

وبالرموز ..

$$\frac{QA}{UW} = \frac{QB}{UX} = \frac{QM}{UY} = \frac{PR}{TV}$$

نظرية منصف الزاوية

	منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين	النظرية
	إذا كانت $\overline{CD}$ منصفة لـ $\angle ACB$ فإن .. $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{CB}$ ← القطعتان المشتركتان بالرأس A ← القطعتان المشتركتان بالرأس B	التوضيح بالرموز

الفصل السابع: التحويلات الهندسية

الانعكاس

	{ تحويل يمثل قلب الشكل في نقطة أو في خط مستقيم أو في مستوى }	تعريفه
	في الشكل المجاور: $A'B'C'D'$ يمثل انعكاساً للشكل $ABCD$ في المستقيم m	مثال توضيحي
- المستقيم m يسمى خط الانعكاس. - المستقيم m ينصف القطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها ويكون عمودياً عليها. - المضلع $A'B'C'D' \cong ABCD$. - إذا وقعت نقطة على خط الانعكاس فإن صورتها هي النقطة نفسها.		تنبيهات على المثال التوضيحي
الانعكاس يحافظ على المسافات وقياسات الزوايا والقطع المستقيمة والأشكال		فائدة

الانعكاسات في المستوى الإحداثي

	(١) الانعكاس في محور السينات صورة النقطة (a,b) بالانعكاس في محور السينات هي النقطة $(a,-b)$
	- صورة النقطة $(2,3)$ بالانعكاس في محور السينات هي النقطة $(2,-3)$. - صورة النقطة $(-3,1)$ بالانعكاس في محور السينات هي النقطة $(-3,-1)$.
	(٢) الانعكاس في محور الصادات صورة النقطة (a,b) بالانعكاس في محور الصادات هي النقطة $(-a,b)$
	- صورة النقطة $(3,2)$ بالانعكاس في محور الصادات هي النقطة $(-3,2)$. - صورة النقطة $(1,-2)$ بالانعكاس في محور الصادات هي النقطة $(-1,-2)$.

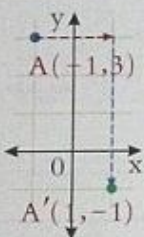
	(٣) الانعكاس حول نقطة الأصل صورة النقطة $A(a, b)$ بالانعكاس حول نقطة الأصل هي النقطة $A'(-a, -b)$ • صورة النقطة $A(3, 2)$ بالانعكاس حول نقطة الأصل هي النقطة $A'(-3, -2)$. • صورة النقطة $B(1, -2)$ بالانعكاس حول نقطة الأصل هي النقطة $B'(-1, 2)$.
	(٤) الانعكاس حول المستقيم $y = x$ صورة النقطة $A(a, b)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ هي النقطة $A'(b, a)$ • صورة النقطة $A(1, 3)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ هي النقطة $A'(3, 1)$. • صورة النقطة $B(-3, 2)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ هي النقطة $B'(2, -3)$.

محاور ونقاط التناظر

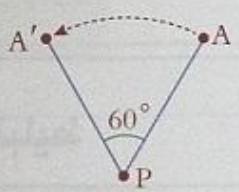
	• المقصود به: خط مستقيم يمكن طي الشكل عليه بحيث يكون الجزآن الناتجان متطابقين. • مثال توضيحي: في الشكل المجاور $\overleftrightarrow{AD}$ محور تناظر لـ $\triangle ABC$.
	• المقصود بها: نقطة تنعكس عليها جميع نقاط الشكل. • مثال توضيحي: في الشكل المجاور النقطة P هي نقطة تناظر للمربع ABCD.

الإزاحة « الانسحاب »

المقصود به	تحويل ينقل جميع نقاط الشكل مسافات متساوية وفي الاتجاه نفسه
التوضيح بالرموز صورة النقطة $P(x, y)$ بالإزاحة هي النقطة $P'(x+a, y+b)$ حيث: a مقدار الإزاحة الأفقية و b مقدار الإزاحة الرأسية.	التوضيح بالرموز

• إذا كانت a موجبة تكون الإزاحة لليمين. • إذا كانت b موجبة تكون الإزاحة لأعلى. • إذا كانت a سالبة تكون الإزاحة لليسار. • إذا كانت b سالبة تكون الإزاحة لأسفل.	تنبيهات
	مثال توضيحي صورة النقطة $A(-1, 3)$ بإزاحة قدرها وحدتين لليمين و 4 وحدات لأسفل هي .. $A(-1, 3) \xrightarrow[4 \text{ وحدات لأسفل}]{\text{وحدتان لليمين}} A'(-1+2, 3-4) = A'(1, -1)$
الإزاحة تحافظ على المسافات وقياسات الزوايا والقطع المستقيمة والأشكال	

الدوران

المقصود به تحويل تدور به كل نقطة من نقاط الشكل بزاوية معينة واتجاه معين حول نقطة ثابتة	
مركز الدوران	النقطة الثابتة التي تدور حولها نقاط الشكل
زاوية الدوران	الزاوية التي تدور بها نقاط الشكل حول مركز الدوران
مثال توضيحي • A' هي صورة A . • P هي مركز الدوران. • $\angle APA'$ هي زاوية الدوران.	
تنبيه	زاوية الدوران إما أن تكون في اتجاه حركة عقارب الساعة أو عكس اتجاه حركة عقارب الساعة
الدوران يحافظ على المسافات وقياسات الزوايا والقطع المستقيمة والأشكال	

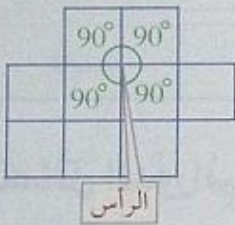
التمائل الدوراني

المقصود به دوران الشكل حول نقطة بزاوية أقل من 360° لتكون الصورة مطابقة للأصل تماماً	
رتبة التماثل الدوراني	عدد الزوايا التي تعطي للشكل التماثل الدوراني
مقدار التماثل الدوراني	يساوي 360° مقسومة على رتبة التماثل الدوراني
مثال توضيحي • التماثل الدوراني للمربع من الرتبة الرابعة. • $90^\circ = \frac{360^\circ}{4}$ = مقدار التماثل الدوراني للمربع.	

نظريات على الدوران

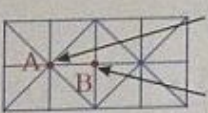
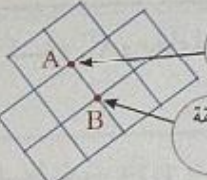
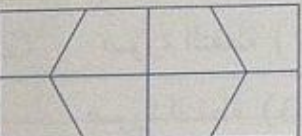
	إذا كانت A في أي دوران هي النقطة الأصلية، و A'' هي الصورة الناتجة من دوران A حول مركز الدوران P ، يكون قياس زاوية الدوران $\angle APA''$ مساوياً ضعف قياس الزاوية الحادة أو القائمة الناتجة من تقاطع خطي الانعكاس	نظرية
إذا كانت A'' هي صورة A بدوران مركزه نقطة تقاطع خطي الانعكاس المتقاطعين في P فإن .. $m\angle APA'' = 2m\angle BPC$	التوضيح بالرموز	
	إن نتيجة انعكاسين متعاقبين في خطين مستقيمين متعامدين تعادل دوراناً بزاوية قياسها 180° حول نقطة تقاطع هذين الخطين	نتيجة
إذا كانت A'' هي صورة A بدوران مركزه نقطة تقاطع خطي الانعكاس المتعامدين والمتقاطعين في P فإن .. $m\angle APA'' = 180^\circ$	التوضيح بالرموز	

التبليط

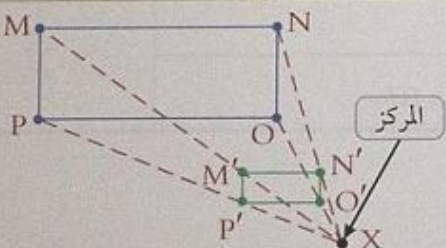
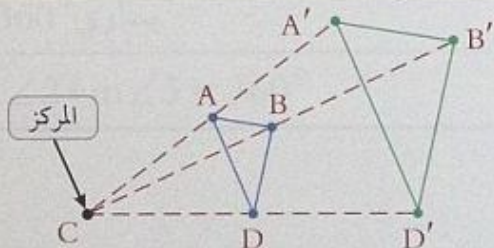
	نمط يُستعمل لتغطية المستوى كاملاً بدون فراغات أو تقاطعات باستعمال شكل واحد وتحويلات، أو مجموعة من الأشكال وتحويلاتهما	المقصود به
في التبليط يكون مجموع زوايا المضلعات المحيطة بأي نقطة 360°	تنبيه	
نوع من أنواع التبليط يتم باستخدام نوع واحد من المضلعات المنتظمة	التبليط المنتظم	
المضلع المنتظم يصلح للتبليط المنتظم إذا كان قياس زاويته الداخلية قاسماً للعدد 360	تنبيه	
قياس زاوية المضلع الثلاثي المنتظم الداخلية 60° ، والعدد 60 قاسم للعدد 360 ؛ ومنه فإن .. المضلع الثلاثي المنتظم يصلح للتبليط المنتظم	مثال توضيحي	

من أنواع التبليط

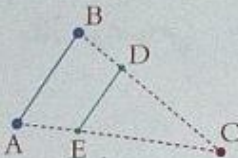
تبليط يستخدم فيه أي نوع من المضلعات بحيث يحوي نفس الترتيبات للأشكال والزوايا عند كل رأس	التبليط المتسق
تبليط يستخدم فيه أي نوع من المضلعات بحيث لا يحوي نفس الترتيبات للأشكال والزوايا عند كل رأس	التبليط غير المتسق

غير متسق  توجد ثنائي زوايا متطابقة عند الرأس A توجد أربع زوايا متطابقة عند الرأس B	متسق  توجد أربع زوايا متطابقة عند الرأس A توجد الزوايا الأربع المتطابقة نفسها عند الرأس B	مثال توضيحي
تبليط يستخدم فيه مضلعان منتظمان أو أكثر	التبليط شبه المنتظم	
تبليط يستخدم فيه مضلع غير منتظم أو أكثر	التبليط غير المنتظم	
التبليط غير المنتظم 	التبليط شبه المنتظم 	مثال توضيحي

التمدد

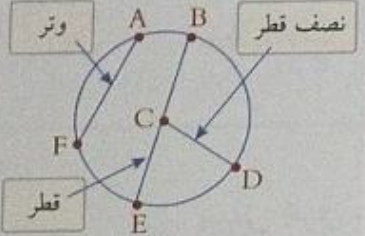
المقصود به	تحويل هندسي يحدث فيه تغير في قياسات الشكل								
تحديد التمدد	يتحدد التمدد بمعرفة .. • مركز التمدد. • معامل التمدد r .								
أنواع التمدد	<table> <tr> <td>قيمة r</td> <td>$r > 1$</td> <td>$r < 1$</td> <td>$r = 1$</td> </tr> <tr> <td>نوع التمدد</td> <td>تكبير</td> <td>تصغير</td> <td>تطابق</td> </tr> </table>	قيمة r	$ r > 1$	$ r < 1$	$ r = 1$	نوع التمدد	تكبير	تصغير	تطابق
قيمة r	$ r > 1$	$ r < 1$	$ r = 1$						
نوع التمدد	تكبير	تصغير	تطابق						
حسب قيمة r									
مثال توضيحي	$r = \frac{1}{2}$  التمدد تصغير $r = 2$  التمدد تكبير								
تنبيه	إذا كان $r = 1$ فإن الصورة الناتجة تكون مطابقة للأصل								
فائدة	معامل التمدد = $\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$								

نظريات على التمدد

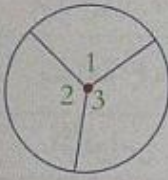
	إذا كان التمدد الذي مركزه C ومعامله r ينقل A إلى E و B إلى D فإن .. $ED = r (AB)$	نظرية (1)
	• إذا كان $r > 0$ فإن A' تقع على $\overrightarrow{CA}$ ويكون $CA' = r \times CA$. • إذا كان $r < 0$ فإن A' تقع على $\overrightarrow{CA'}$ « الشعاع المعاكس لـ $\overrightarrow{CA}$ » ويكون $CA' = r \times CA$.	تنبيهان
	صورة النقطة $P(x,y)$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله r هي $P'(rx,ry)$	نظرية (2)
	صورة النقطة $P(1,3)$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2 هي .. $P'(2 \times 1, 2 \times 3) = P'(2,6)$	مثال توضيحي

الفصل الثامن: الدائرة

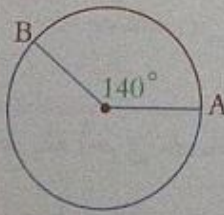
الدائرة ومحيطها

تعريفها { المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى التي تبعد مسافات متساوية عن نقطة ثابتة تدعى مركز الدائرة }	
تنبيه عادة تسمى الدائرة بمركزها؛ ففي الشكل التالي يُرمز للدائرة C بالرمز $\odot C$	
	- المقصود به: أي قطعة مستقيمة يقع طرفها على الدائرة. - مثال توضيحي: $\overline{AF}$ و $\overline{BE}$ وتران في الدائرة. - المقصود به: وتر يمر بمركز الدائرة. - مثال توضيحي: $\overline{BE}$ قطر في الدائرة.
- المقصود به: قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها في مركز الدائرة، والطرف الآخر على الدائرة. - مثال توضيحي: $\overline{CE}$ و $\overline{CB}$ و $\overline{CD}$ جميعها أنصاف أقطار في الدائرة.	- المقصود به: قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها في مركز الدائرة، والطرف الآخر على الدائرة. - مثال توضيحي: $\overline{CE}$ و $\overline{CB}$ و $\overline{CD}$ جميعها أنصاف أقطار في الدائرة.
فائدة قطر الدائرة يعدّ أطول وتر فيها	
محيط $C = 2\pi r$ إذا علم طول نصف القطر r	محيط $C = \pi d$ إذا علم طول القطر d
الدائرة حيث C محيط الدائرة.	

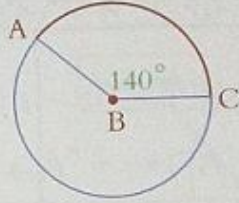
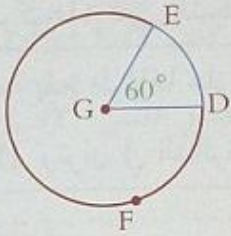
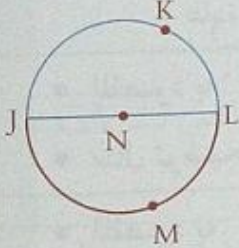
الزوايا المركزية

	{ زاوية رأسها مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة } مجموع الزوايا المركزية في الدائرة والتي لا تحوي نقاطاً داخلية مشتركة المركزية يساوي 360° التوضيح بالرموز $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$
---	--

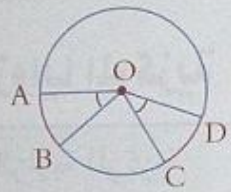
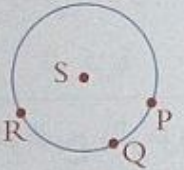
القوس

المقصود به جزء من الدائرة	
قياس القوس يساوي قياس زاويته المركزية	قياسه
 $\widehat{AB}$: رمز القوس الأصغر الذي نهايته A و B. $m\widehat{AB}$: رمز قياس القوس $\widehat{AB}$. - مثال توضيحي: $m\widehat{AB} = 140^\circ$	التوضيح بالرموز

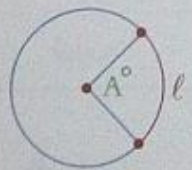
من أنواع أقواس الدائرة

المقصود به	القوس الأصغر	القوس الأكبر	نصف الدائرة
المقوس الذي قياسه أقل من 180°	القوس الذي قياسه 180°	القوس الذي قياسه أكبر من 180°	القوس الذي قياسه يساوي 180°
مثال			
تسميته	يسمى بحرفي نهايته $\widehat{AC}$	يسمى بحرفي نهايته ونقطة أخرى على القوس $\widehat{DFE}$	يسمى بحرفي نهايته ونقطة أخرى على القوس $\widehat{JKL}$ و $\widehat{JML}$
قياس القوس بالدرجات	$m\widehat{AC} = 140^\circ$	$m\widehat{DFE} = 360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$	$m\widehat{JML} = 180^\circ$ و $m\widehat{JKL} = 180^\circ$

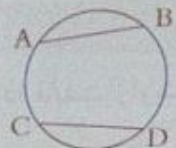
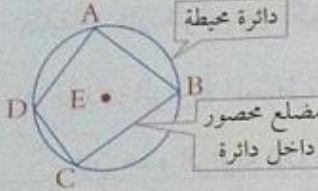
نظرية على أقواس الدائرة

	في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة يكون القوسان متطابقين إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيتان المناظرتان لهما متطابقتين	النظرية
	$\angle AOB \cong \angle DOC \Leftrightarrow \widehat{AB} \cong \widehat{CD}$	التوضيح بالرسم
	القوس المكون من قوسين متجاورين يكون قياسه حاصل جمع قياسيهما	مسلمة جمع الأقواس
	$m\widehat{PQ} + m\widehat{QR} = m\widehat{PQR}$	التوضيح بالرموز

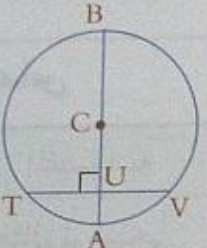
طول القوس

	جزء من محيط الدائرة	المقصود به
	طول القوس $\ell \leftarrow \frac{A}{360} = \frac{\ell}{2\pi r}$ $\rightarrow$ قياس القوس بالدرجات محيط الدائرة $\leftarrow$ قياس الدائرة كاملة بالدرجات حيث: ℓ طول القوس ، A قياس القوس ، r نصف قطر الدائرة.	حسابه
	$\ell = C \times \frac{A}{360}$	طريقة أخرى لحساب طول القوس
	ℓ طول القوس ، C محيط الدائرة ، A قياس القوس	

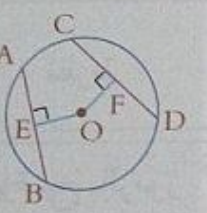
الأقواس والأوتار

	نظرية تتطابق الأقواس الصغرى في الدائرة الواحدة أو الدوائر المتطابقة إذا وفقط إذا تطابقت الأوتار المناظرة لها	
	$\overline{AB} \cong \overline{CD} \Leftrightarrow \widehat{AB} \cong \widehat{CD}$	التوضيح بالرموز
	- المقصود بها: دائرة تمر برؤوس المضلع. - مثال توضيحي: $\odot E$ تسمى دائرة محيطية بالمضلع $ABCD$.	الدائرة المحيطية بمضلع

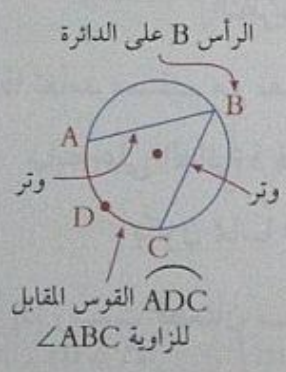
الأقطار والأوتار

	نظرية في الدائرة؛ إذا كان قطر الدائرة «أو نصف قطرها» عمودياً على وتر فيها فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه أيضاً	
	إذا كان $\overline{BA} \perp \overline{TV}$ فإن .. $\widehat{AT} \cong \widehat{AV} \text{ و } \overline{TU} \cong \overline{UV}$	التوضيح بالرموز

الأوتار المتطابقة والمسافة

	نظرية في الدائرة أو الدوائر المتطابقة: يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان لهما البعد نفسه عن مركز الدائرة	
	$\overline{AB} \cong \overline{CD} \Leftrightarrow OE = OF$	التوضيح بالرموز

الزاوية المحيطية

	المقصود بها زاوية يقع رأسها على الدائرة وضلعها وتران في الدائرة	
	التوضيح بالرموز $\angle ABC$ تسمى زاوية محيطية	
	- نظرية: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها. - التوضيح بالرموز: $m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{ADC}$	قياسها

نظريات على الزوايا المحيطية

النظرية	التوضيح بالرموز	الرسم
إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة « أو دوائر متطابقة » القوس نفسه أو أقواساً متطابقة ؛ فإن الزاويتين تكونان متطابقتين	$\angle DAC \cong \angle DBC$ و $\angle JFE \cong \angle XYZ$	
إذا قابلت الزاوية المحيطية نصف دائرة	إذا كان $\widehat{ADC}$ نصف دائرة فإن .. $m\angle ABC = 90^\circ$	
فإن هذه الزاوية تكون قائمة	$\angle A$ و $\angle C$ متكاملتان و $\angle B$ و $\angle D$ متكاملتان	

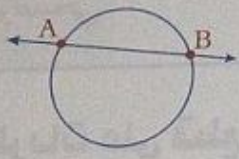
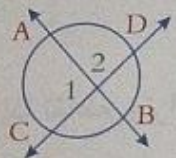
المماس

	المقصود به	خط مستقيم يشترك مع الدائرة في نقطة واحدة فقط
	مثال توضيحي	في الشكل المجاور: $\overrightarrow{AB}$ يسمى مماساً للدائرة عند النقطة B
	نقطة التماس	- المقصود بها: النقطة المشتركة بين الدائرة والمماس. - مثال توضيحي: النقطة B تسمى نقطة التماس.
	نظرية	إذا كان مستقيم مماساً لدائرة فإنه يكون عمودياً على نصف القطر المار بنقطة التماس
	التوضيح بالرموز	إذا كان $\overrightarrow{RT}$ مماساً فإن $\overrightarrow{RT} \perp \overrightarrow{OR}$

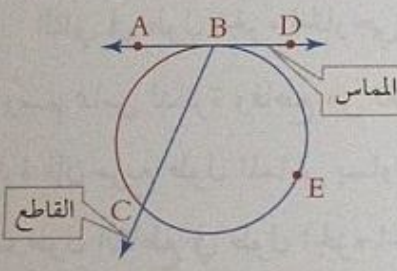
نظريات على المماسات

	النظرية	إذا تعامد مستقيم مع نصف قطر دائرة عند نهايته على الدائرة ؛ فإن هذا المستقيم يكون مماساً للدائرة
	التوضيح بالرموز	إذا كان $\overrightarrow{OR} \perp \overrightarrow{RT}$ فإن .. $\overrightarrow{RT}$ مماساً لـ $\odot O$ عند R
	النظرية	إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان
	التوضيح بالرموز	إذا كانت $\overline{AB}$ و $\overline{AC}$ مماستين فإن .. $\overline{AC} \cong \overline{AB}$

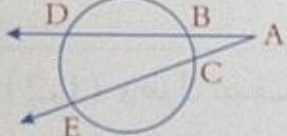
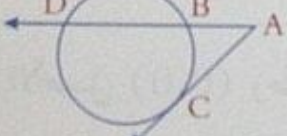
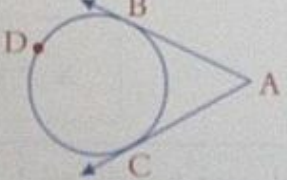
القاطع

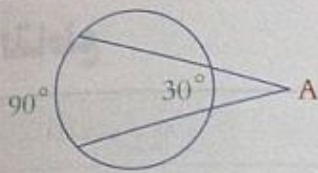
	خط مستقيم يشترك مع الدائرة في نقطتين	المقصود به
	في الشكل المجاور: $\overleftrightarrow{AB}$ يسمى قاطعاً للدائرة عند النقطتين A و B	مثال توضيحي
	إذا تقاطع قاطعان داخل دائرة فإن قياس أي من الزوايا المتكونة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس	نظرية
	$m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{AD} + m\widehat{BC})$ و $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AC} + m\widehat{BD})$	التوضيح بالرموز

نظرية الزاوية بين المماس والقاطع

	إذا تقاطع قاطع ومماس عند نقطة التماس فإن قياس كل زاوية متكونة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله	النظرية
	$m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{BC}$ و $m\angle DBC = \frac{1}{2}m\widehat{BEC}$	التوضيح بالرموز

نظرية التقاطع خارج الدائرة

إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان خارج دائرة فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لهما		النظرية
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$		قاطعان
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$		مماس - قاطع
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$		مماسان



مثال في الشكل المجاور ..

$$m\angle A = \frac{1}{2}(90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ$$

توضيحي

نظريات على قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

الرسم	التوضيح بالرموز	النظرية
	$AE \times EC = BE \times ED$	إذا تقاطعت وتران داخل دائرة فإن حاصل ضرب طولي جزأي كل وتر متساويان
	$AC \times AB = AD \times AE$	إذا رُسم قاطعان إلى دائرة من نقطة خارجها فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه
	$(WX)^2 = WY \times WZ$	إذا رُسم مماس لدائرة وقاطع من نقطة خارج الدائرة فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه

معادلة الدائرة

	معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (h, k) وطول نصف قطرها r	الصورة القياسية لمعادلة الدائرة هي ..
	$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$	
	معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (1, 2) وطول نصف قطرها 3 هي ..	مثال توضيحي
	$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3^2 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$	
	معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل (0, 0) وطول نصف قطرها r هي ..	حالة خاصة لمعادلة الدائرة
	$x^2 + y^2 = r^2$	
	ليس ضرورياً فك التربيع في معادلة الدائرة	فائدة