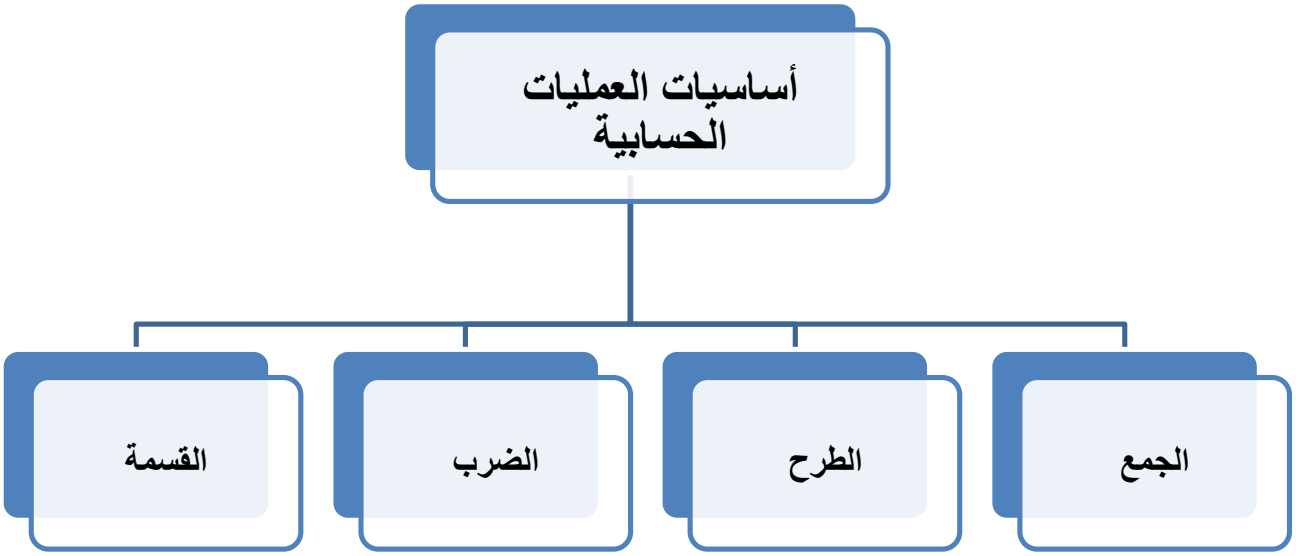
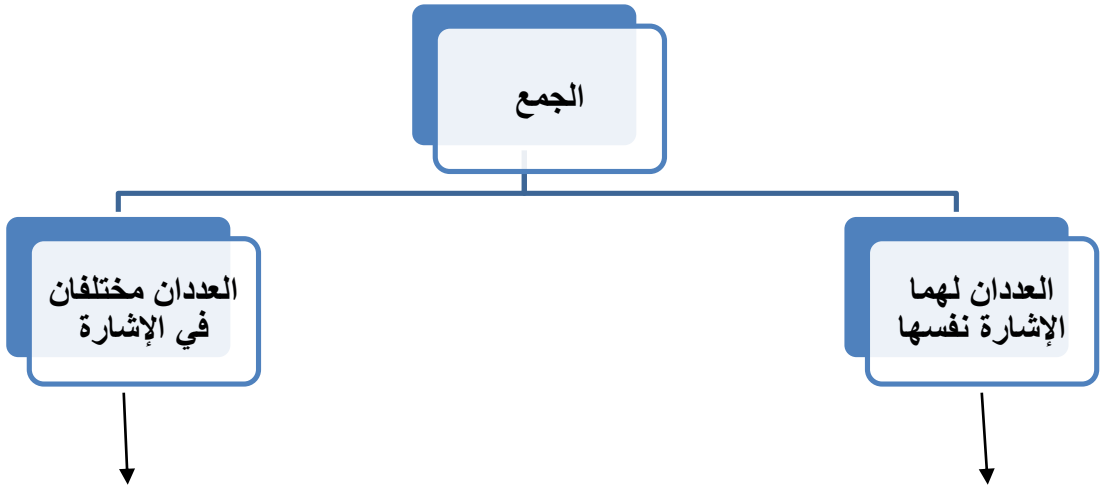
المحتويات

أساسيات العمليات الحسابية 3
أولويات العمليات الحسابية 9
تمارين على العمليات الحسابية 10
الكسور 15
الصيغة العلمية للعدد 27
تمارين على الكسور 30
الأسس 37
الجذور 39
تمارين على الأسس 45
تمارين على الجذور 49
المقادير الجبرية و العمليات عليها 53
تمارين على المقادير الجبرية 60
خريطة التحليل 62
تمارين على التحليل إلى العوامل 70
تمارين على تحليل العبارات التربيعية 72
تمارين على مفكوك القوس 74
المتباينات 76
الفترات 77
تمارين على المتباينات 84
أنواع كثيرات الحدود 88
الإقترانات الحقيقية 100
إقتران الجذور 101

الإقتران الكسري 103
إختصار الإقترانات الكسرية 104
تمارين على كثيرات الحدود 107
تمارين على الإقتران الخطي 108
تمارين على الإقتران التربيعي 111
تمارين على إقتران الجذور 112
تمارين على الإقتران الكسري 113
تمارين على إختصار الإقترانات الكسرية 115
الإقترانات المتشعبة 117
إقتران القيمة المطلقة 122
إقتران أكبر عدد صحيح 133





نجمع العددين نضع الإشارة نفسها

نضع إشارة العدد الأكبر ونأخذ الفرق بين العددين

مثال:

1) $7 + 3 = 10$

2) $2 + 3 + 5 = 10$

3) $-7 - 3 = -10$

4) $-7 + (-3) = -10$

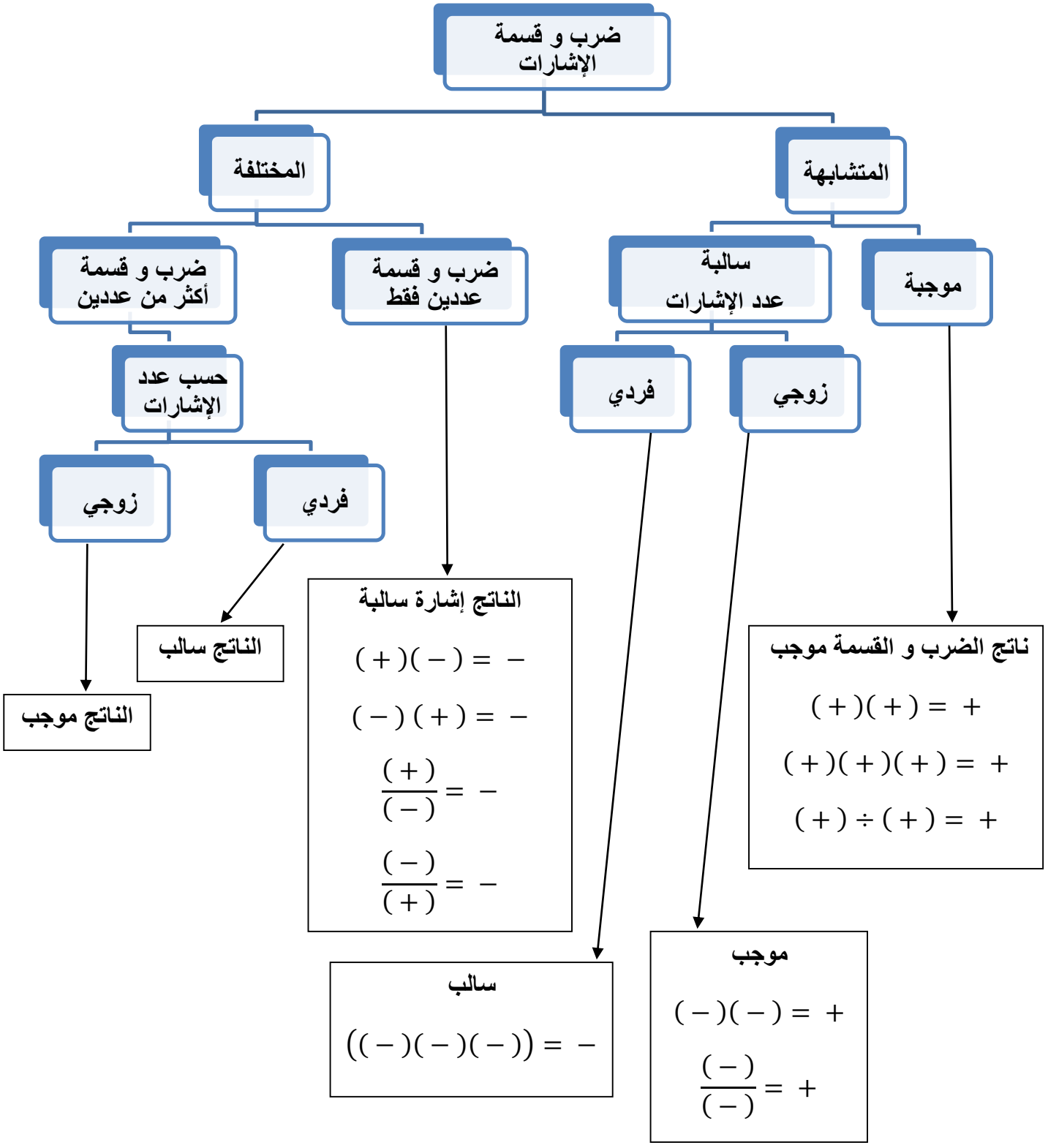
5) $-2 - 3 - 5 = -10$

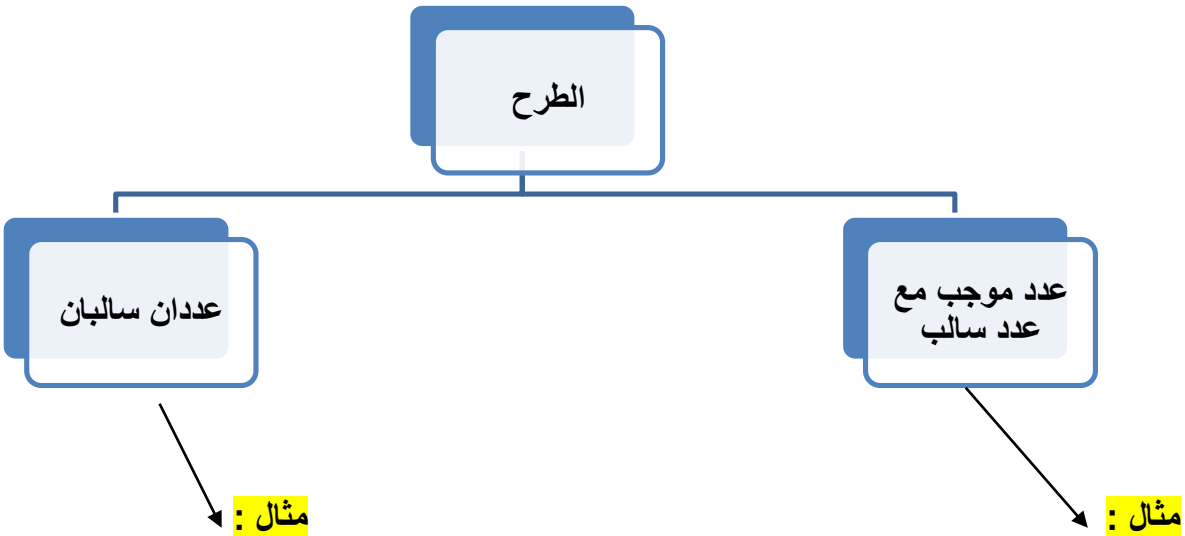
1) $4 - 4 = \text{zero}$

2) $-4 + 4 = \text{zero}$

3) $-7 + 3 = -4$

4) $16 - 7 = 9$


ضرب و قسمة الإشارات
المتشابهة
المختلفة
موجبة
سالبة عدد الإشارات
زوجي
فردي
ضرب و قسمة عددين فقط
ضرب و قسمة أكثر من عددين
حسب عدد الإشارات
زوجي
فردي
ناتج الضرب و القسمة موجب
$(+)(+)=+$
$(+)(+)(+)=+$
$(+)\div(+)=+$
الناتج إشارة سالبة
$(+)(-)=-$
$(-)(+)=-$
$\frac{(+)}{(-)}=-$
$\frac{(-)}{(+)}=-$
الناتج سالب
الناتج موجب
موجب
$(-)(-)=+$
$\frac{(-)}{(-)}=+$
سالب
$((-)(-)(-))=-$



1) $-4-(-4)$

$-4+4=\text{zero}$

2) $-5-(-6)$

$-5+6=1$

1) $4-(-4)$

$4+4=8$

2) $8-(-7)$

$8+7=15$

تلخيص الجمع و الطرح

1) $8+7=15$

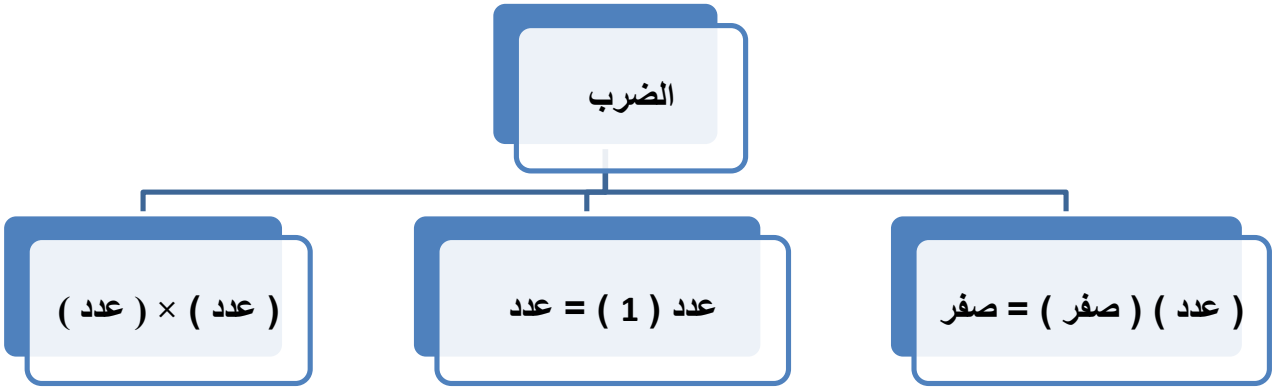
2) $8-(-7)=8+7=15$

3) $-8-7=-15$

4) $-8+8=\text{zero}$

$8-8=\text{zero}$

$-8-(-8)=-8+8=\text{zero}$



(2) (2) = 4
(2) (3) = 6
(2) (4) = 8
(2) (5) = 10
(2) (6) = 12
(2) (7) = 14
(2) (8) = 16
(2) (9) = 18
(2) (10) = 20

(3) (3) = 9
(3) (4) = 12
(3) (5) = 15
(3) (6) = 18
(3) (7) = 21
(3) (8) = 24
(3) (9) = 27
(3) (10) = 30

(4) (4) = 16
(4) (5) = 20
(4) (6) = 24
(4) (7) = 28
(4) (8) = 32
(4) (9) = 36
(4) (10) = 40

(5) (5) = 25
(5) (6) = 30
(5) (7) = 35
(5) (8) = 40
(5) (9) = 45
(5) (10) = 50

(6) (6) = 36
(6) (7) = 42
(6) (8) = 48
(6) (9) = 54
(6) (10) = 60

(7) (7) = 49
(7) (8) = 56
(7) (9) = 63
(7) (10) = 70

(8) (8) = 64
(8) (9) = 72
(8) (10) = 80
(9) (9) = 81
(10) (10) = 100

ضرب عدد في عدد من منزلتين

4 67 × 7 469	4 35 × 8 280	3 24 × 9 216

ضرب عدد من منزلتين في عدد من منزلتين

3 69 × 14 276 690+ 966	~~3~~4 35 × 87 245 2800+ 3045

ضرب عدد من منزلتين في عدد من ثلاث منازل

واجب

345 × 67	56 357 × 89 3213 28560+ 31773

القسمة (عكس الضرب)

التوزيع بشكل متساوي

1) (4) (3) = 12 ← **12 ÷ 3 = 4**, **12 ÷ 4 = 3**

2) (9) (7) = 63 ← **63 ÷ 7 = 9**, **63 ÷ 9 = 7**

3) 4 ÷ 4 = 1

4) 4 ÷ zero ← **غير معروف**

5) zero ÷ 4 = zero

6) (- 4) ÷ (- 2) = 2

7) (- 18) ÷ (9) = - 2

8) (20) ÷ (- 10) = - 2

9) (63) ÷ 6 = 10 ← **والباقي 3**

أولويات العمليات الحسابية

الجزء الأول

(فقط للجمع و الطرح و الضرب و القسمة)

نبدأ من اليسار الضرب أو القسمة من يكون بالأول ثم الجمع و الطرح من يكون بالأول

مثال : أوجد ناتج ما يلي :

1) 8 ÷ (4) (3) + 5 - 2

قسمة (8 ÷ 4) (3) + 5 - 2

ضرب (2) (3) + 5 - 2

جمع 6 + 5 - 2

طرح 11 - 2 = 9

2) 16 + (2) (5) + 4 ÷ 2

ضرب 16 + 10 + (4 ÷ 2)

قسمة 16 + 10 + 2

جمع 28

---

3) -8 + (-4) (-3) ÷ (-6) - 2

ضرب -8 + 12 ÷ (-6) - 2

قسمة -8 + (-2) - 2

جمع -10 - 2 = -12

---

4) (-4) (-2) (-3) ÷ (-12) + (-5) - (-1)

ضرب (8) (-3) ÷ (-12) + (-5) - (-1)

ضرب (-24) ÷ (-12) + (-5) - (-1)

قسمة 2 + (-5) - (-1)

جمع -3 - (-1)

جمع -3 + 1 = -2

تمارين على العمليات الحسابية

1) Zero + 3 =

2) Zero - 3 =

3) 5 - Zero =

4) 7 + Zero =

5) 7 - 3 =

6) 7 + 4 =

7) 6 - 7 =

8) 6 + 7 =

9) - 6 - 7 =

10) 3 + 5 =

11) 6 - (-7) =

12) - 6 - (-7) =

13) 8 + 8 =

14) 8 - 8 =

15) - 8 - 8 =

16) - 8 - (- 8) =

17) 8 - (- 8) =

18) 3 + 5 + 7 =

19) -3 - 5 - 7 =

20) 3 - 5 - 7 =

21) 3 + 5 - 7 =

22) 3 - 5 + 7 =

23) -3 + 5 - 7 =

24) -3 - 5 + 7 =

25) (Zero) (2) =

26) (Zero) (-3) =

27) (Zero) (1) =

28) (1) (-1) =

29) (8) (7) =

30) (- 8) (7) =

31) (8) (-7) =

32) (- 8) (- 7) =

33) (-1) (-1) (-1) =

34) (6) (5) (1) =

35) (- 4) (- 2) (2) =

36) 5 ÷ 5 =

37) 5 ÷1 =

38) 5 ÷ (-5) =

39) (- 5) ÷ (- 5) =

40) (2) ÷ (Zero) =

41) (Zero) ÷ 2 =

42) (16) ÷ (- 4) =

43) (- 49) ÷ (7) =

44) (2) (2) (3) =

45) (8) ÷ 4 ÷ 2 =

46) (- 2) (4) (- 3) =

47) (8) ÷ (2) - (2) (2) + 3 =

48) 14 + (2) (5) + 3 ÷ 3 =

49) - 4 + (- 3) (- 4) ÷ 6 - 2 =

50) (-2) (-3) (5) ÷ 10 + 2 - 3 =

الكسور (النسب) $\frac{a}{b}$ $a:b$

$\frac{a}{b}$ (مقدم النسبة) بسط

(تالي النسبة) مقام

الكسور

كسر عادي

- فعلي: بسطه أصغر من مقامه — $\frac{7}{9}$ $\frac{3}{5}$
- غير فعلي: بسطه أكبر من مقامه — $\frac{9}{7}$ $\frac{5}{3}$
- عدد صحيح: مقامه 1 — $\frac{3}{1}$ $\frac{7}{1}$

عدد كسري

(كسر غير فعلي)

يتكون من عدد صحيح و كسر فعلي

$1\frac{2}{3}$ $2\frac{5}{7}$

كسر عشري

هو نسبة تاليها عشرة , مائه , الف ,.....

$\frac{5}{10}$ $\frac{35}{100}$

- **تحويل العدد الكسري إلى كسر**

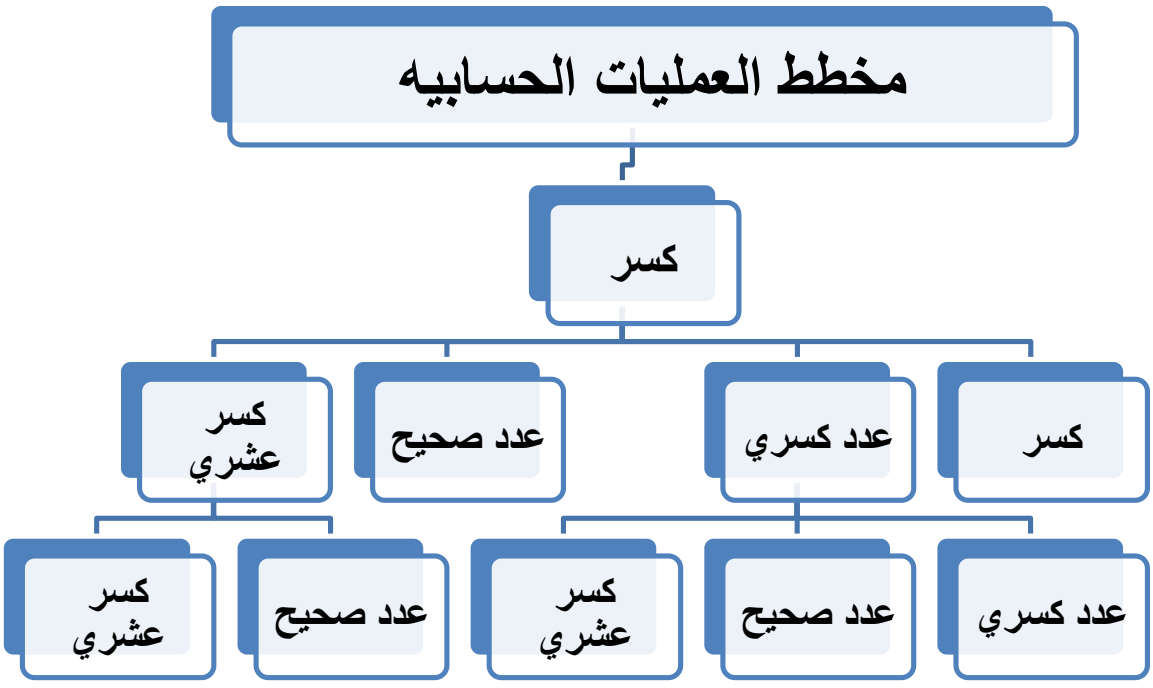
$$a\ \frac{b}{c} = \frac{(c)(a)+(b)}{c}$$

مثال : حول العدد الكسري إلى كسر

1) $3\frac{4}{5} = \frac{(5)(3)+4}{5} = \frac{15+4}{5} = \frac{19}{5}$

2) $6\frac{7}{8} = \frac{(8)(6)+7}{8} = \frac{48+7}{8} = \frac{55}{8}$

العمليات الحسابية على الكسور



الجمع و الطرح (المقام لا يجمع و لا يطرح)

مقامات متساوية

نجمع و نطرح البسط

يبقى المقام كما هو

مقامات غير متساوية

إذا كان عدد كسري نحوله إلى كسر

إذا كان عدد صحيح نحوله إلى كسر بوضع المقام واحد

ثم نبدأ بعملية توحيد المقامات

$$\frac{a}{b} \mp \frac{c}{d} = \frac{(a)(d) \mp (c)(b)}{(b)(d)}$$

نبدأ بشرح حالات الجمع و الطرح

1) كسر مع كسر

مقامات متساوية

مثال : جد ناتج ما يلي :

1) $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

2) $\frac{2}{6} - \frac{2}{6} = \frac{\text{zero}}{6} = \text{zero}$

مقامات غير متساوية

(نوحد المقامات)

مثال : جد ناتج ما يلي :

1) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{(2)(4)+(3)(5)}{(5)(4)} = \frac{8+(15)}{20} = \frac{23}{20}$

2) $\frac{3}{7} - \frac{6}{8} = \frac{(3)(8)-(6)(7)}{(7)(8)} = \frac{24-42}{56} = \frac{-18}{56} = \frac{-9}{28}$

---

2) كسر مع عدد كسري

مثال : جد ناتج ما يلي :

1) $\frac{3}{7} + 2\frac{1}{4}$

$$\frac{3}{7} + \frac{(4)(2)+1}{4}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{9}{4} = \frac{(3)(4)+(7)(9)}{(7)(4)}$$

$$= \frac{12+63}{28} = \frac{75}{28}$$

---

2) $3\frac{2}{4} - \frac{1}{9}$

$$\frac{(3)(4)+2}{4} - \frac{1}{9} = \frac{14}{4} - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{(14)(9)-(1)(4)}{(4)(9)}$$

$$= \frac{(126-4)}{36} = \frac{122}{36} = \frac{61}{18}$$

---

3) كسر مع عدد صحيح

مثال : جد ناتج ما يلي :

1) $\frac{3}{5} + 2$

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{1} = \frac{(3)(1)+(2)(5)}{(5)(1)}$$

$$= \frac{3+10}{5} = \frac{13}{5}$$

---

2) $\frac{4}{9} - 3$

$$\frac{4}{9} - \frac{3}{1} = \frac{(4)(1)-(3)(9)}{(9)(1)} = \frac{4-27}{9} = \frac{-23}{9}$$

4) كسر مع كسر عشري

مثال : جد ناتج ما يلي :

1) $\frac{13}{100} + \frac{1}{5} = \frac{13}{100} + \frac{(1)(20)}{(5)(20)}$

$$\frac{13}{100} + \frac{20}{100} = \frac{33}{100}$$

---

2) $\frac{9}{4} - \frac{4}{100} = \frac{(9)(25)}{(4)(25)} - \frac{4}{100}$

$$= \frac{225}{100} - \frac{4}{100} = \frac{221}{100}$$

---

5) عدد كسري مع عدد كسري

مثال : جد ناتج ما يلي :

1) $2\frac{4}{6} - 1\frac{2}{5}$

$$\frac{(6)(2)+4}{6} - \frac{(5)(1)+(2)}{5}$$

$$\frac{16}{6} - \frac{7}{5} = \frac{(16)(5)-(6)(7)}{(6)(5)} = \frac{80-42}{30} = \frac{38}{30} = \frac{19}{15}$$

---

2) $3\frac{5}{7} - 2\frac{8}{9}$

$$\frac{(7)(3)+(5)}{7} - \frac{(9)(2)+8}{9}$$

$$\frac{26}{7} - \frac{26}{9} = \frac{(26)(9)-(26)(7)}{(7)(9)} = \frac{(26)(2)}{63} = \frac{52}{63}$$

---

6) عدد كسري مع عدد صحيح

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $3\frac{5}{6}+2$

$\frac{(6)(3)+5}{6}+\frac{2}{1}$

$\frac{23}{6}+\frac{2(6)}{1(6)}$

$\frac{23}{6}+\frac{12}{6}=\frac{35}{6}$

أو $5\frac{5}{6}$

---

2) $5\frac{3}{4}-3$

$5\frac{3}{4}-3$

$\frac{23}{4}-\frac{3}{1}$

$\frac{23}{4}-\frac{12}{4}=\frac{11}{4}$

أو $2\frac{3}{4}$

---

7) عدد كسري مع كسر عشري

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $4\frac{1}{3}+\frac{4}{10}$

$\frac{(4)(3)+1}{3}+\frac{4}{10}$

$\frac{13}{3}+\frac{4}{10}$

$\frac{(13)(10)+(3)(4)}{(3)(10)}=\frac{130+12}{30}=\frac{142}{30}$

---

2) $3\ \frac{1}{5} - \frac{6}{10}$

$$\frac{(5)(3)+1}{(5)(3)} - \frac{6}{10}$$

$$\frac{16}{15} - \frac{6}{10} = \frac{(16)(10)-6(15)}{(15)(10)}$$

$$= \frac{160-90}{150} = \frac{70}{150} = \frac{7}{15}$$

---

8) كسر عشري مع عدد صحيح

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $\frac{14}{100} - 3$

$$\frac{14}{100} - \frac{3}{1} = \frac{(14)(1)-3(100)}{100}$$

$$\frac{14-300}{100} = \frac{-286}{100} = \frac{-143}{50}$$

---

2) $\frac{23}{100} + 4$

$$\frac{23}{100} + \frac{4}{1} = \frac{(23)(1)+4(100)}{(100)(1)}$$

$$= \frac{23+400}{100} = \frac{423}{100}$$

---

9) كسر عشري مع كسر عشري

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $\frac{14}{10} + \frac{35}{100}$

$$\frac{(14)(10)}{(10)(10)} + \frac{35}{100} = \frac{140}{100} + \frac{35}{100} = \frac{175}{100} = \frac{7}{4}$$

---

2) $\frac{7}{10} - \frac{93}{100}$

$$\frac{7(10)}{10(10)} - \frac{93}{100} = \frac{70}{100} - \frac{93}{100} = \frac{-23}{100}$$

الضرب (لا نحتاج توحيد مقامات)

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right)=\frac{(a)(c)}{(b)(d)}=\frac{ac}{bd}$$

نضرب البسط بالبسط و المقام بالمقام بعد تحويلهم إلى كسور

مثال :

1) $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{-5}{6}\right)=\frac{(2)(-5)}{(3)(6)}=\frac{-10}{18}=\frac{-5}{9}$

2) $\left(\frac{4}{5}\right)\left(2\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{7}{3}\right)=\frac{28}{15}$

3) $\left(\frac{7}{9}\right)\left(\frac{2}{10}\right)=\left(\frac{14}{90}\right)=\left(\frac{7}{45}\right)$

4) $\left(\frac{4}{6}\right)(3)=\left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{3}{1}\right)=\frac{12}{6}=2$

5) $\left(2\ \frac{1}{3}\right)\left(4\frac{2}{5}\right)=\left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{22}{5}\right)=\frac{154}{15}$

6) $\left(5\ \frac{2}{3}\right)(6)=\left(\frac{17}{3}\right)\left(\frac{6}{1}\right)=\frac{102}{3}=34$

7) $\left(-3\ \frac{1}{4}\right)\left(\frac{12}{100}\right)=\left(\frac{-13}{4}\right)\left(\frac{12}{100}\right)=\frac{(-13)(3)}{100}=\frac{-39}{100}$

8) $\left(\frac{38}{100}\right)(-3)=\left(\frac{38}{100}\right)\left(\frac{-3}{1}\right)=\left(\frac{-114}{100}\right)=\left(\frac{-57}{50}\right)$

9) $\left(\frac{25}{100}\right)\left(\frac{3}{100}\right)=\frac{75}{10000}=\frac{3}{400}$

القسمة

نحول القسمة إلى ضرب

نضرب البسط بمقلوب المقام لتحويل المقام إلى واحد عن طريق هذا المثال

مثال :

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$$

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{4}\right)} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\right)}{1} = \frac{(2)(5)}{(3)(4)} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

عند وجود عدد كسري أو عدد صحيح يتم تحويله إلى كسر

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $\frac{-2}{5} \div \frac{7}{6} = \frac{-2}{5} \times \frac{6}{7} = \frac{-12}{35}$

2) $2\frac{4}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{14}{5} \div \frac{3}{2} = \frac{14}{5}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{28}{15}$

3) $3 \div \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{1}\right)\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{15}{4}$

4) $1 \div \frac{4}{7} = \left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{7}{4}\right) = \frac{7}{4}$

5) $\frac{7}{5} \div \frac{35}{100} = \frac{7}{5} \times \frac{100}{35} = \frac{20}{5} = 4$

6) $2\frac{4}{5} \div 3\frac{1}{7}$

$\frac{14}{5} \div \frac{22}{7}$

$\left(\frac{14}{5}\right)\left(\frac{7}{22}\right) = \frac{49}{55}$

7) $2\frac{5}{9} \div 1 = 2\frac{5}{9}$

8) $\frac{15}{100} \div \frac{17}{100} = \left(\frac{15}{100}\right)\left(\frac{100}{17}\right) = \frac{15}{17}$

9) $\frac{15}{100} \div 3 = \frac{15}{100} \div \frac{3}{1}$

$= \frac{15}{100}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

الكسور العشرية

هي كسور مقامها 10 أو 100 أو 1000 أو .....

وتكتب أيضاً بإستخدام الفاصلة العشرية على النحو التالي

$\frac{16}{1000} = 0.016$ و $\frac{12}{100} = 0.12$ و $\frac{4}{10} = 0.4$

الكسور العشرية تحول إلى كسور عادية وذلك بوضع أصفار على يمين الواحد في المقام بعدد المنازل على يمين الفاصلة

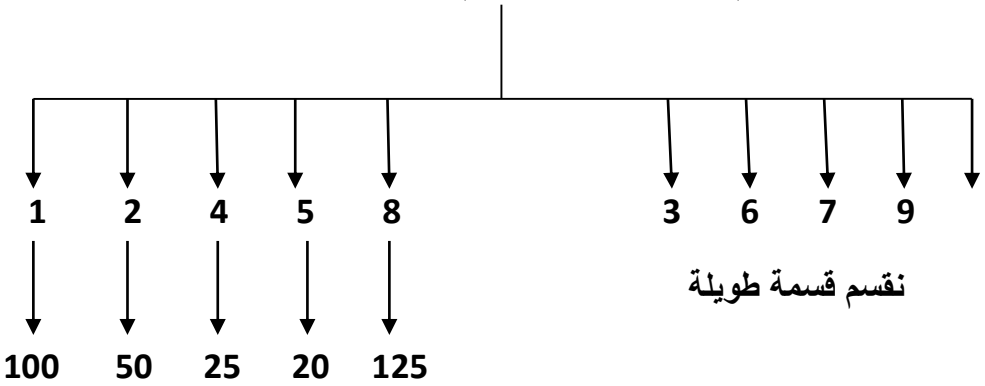
مثال : $\frac{544}{100} = 5.44$ و $\frac{7}{10} = 0.7$

$\frac{6}{10} = 0.6 = \frac{60}{100} = 0.60 = \frac{600}{1000} = 0.600$

تحويل الكسر العادي إلى كسر عشري

حسب العدد الموجود بالمقام

إذا كان العدد الموجود بالمقام نضرب البسط و المقام



مثال : حول الكسور العادية إلى كسور عشرية :

1) $2 = \frac{2(100)}{(1)(100)} = \frac{200}{100} = 200\ \%$

2) $\frac{1}{2} = \frac{1(50)}{2(50)} = \frac{50}{100} = 0.50 = 50\ \%$

3) $\frac{3}{4} = \frac{(3)(25)}{(4)(25)} = \frac{75}{100} = 0.75 = 75\,\%$

4) $\frac{2}{5} = \frac{(2)(20)}{(5)(20)} = \frac{40}{100} = 0.40 = 40\%$

5) $\frac{3}{8} = \frac{3\,(125)}{(8)\,(125)} = \frac{375}{1000} = 0.375$

1) $\frac{1}{3} =$

$$
\begin{array}{r|l}
3 & 0.33 \\
\hline
10 & \\
- & \\
9 & \\
\hline
10 & \\
- & \\
9 & \\
\hline
\text{دوري } 1 &
\end{array}
$$

$\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$

7) $\frac{25}{6}$

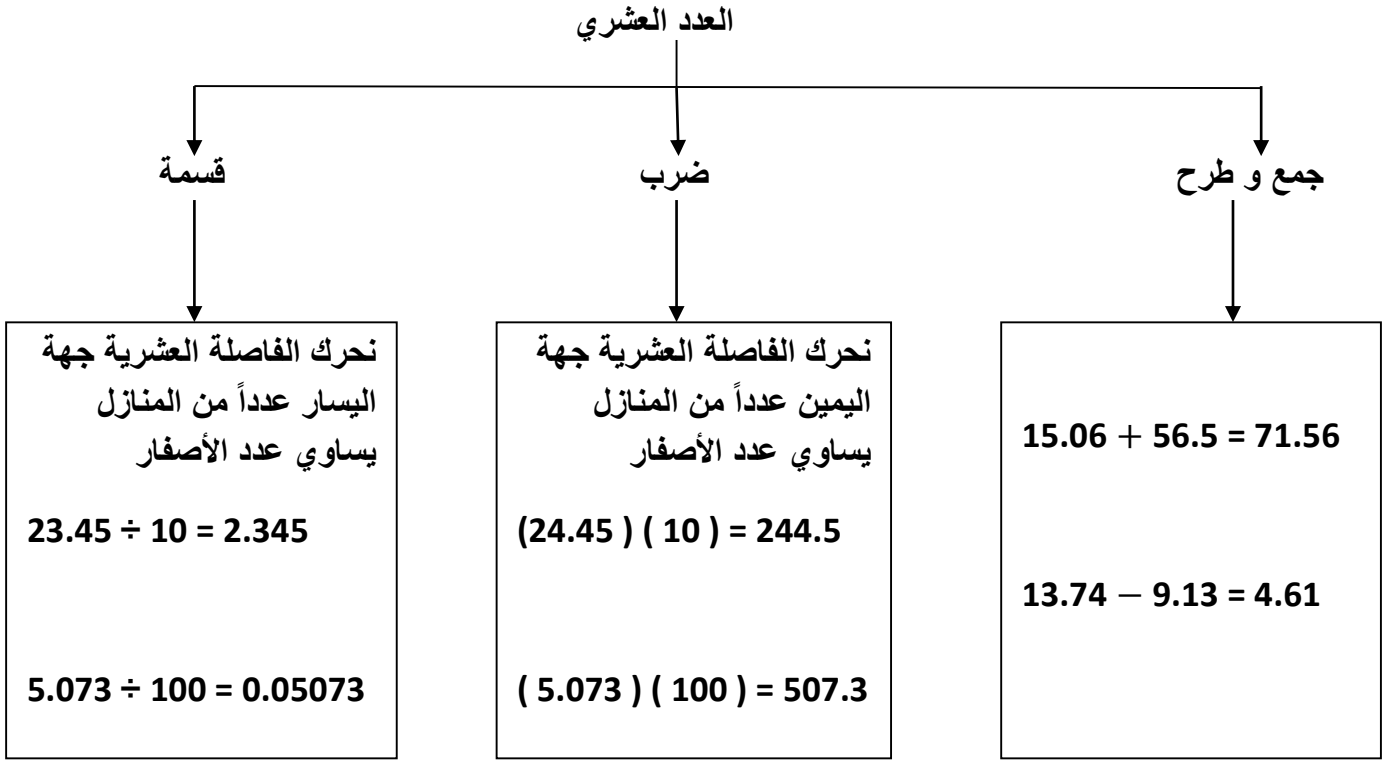
$$
\begin{array}{r|l}
6 & 4.166 \\
\hline
25 & \\
- & \\
24 & \\
\hline
10 & \\
- & \\
6 & \\
\hline
40 & \\
- & \\
36 & \\
\hline
40 & \\
- & \\
36 & \\
\hline
\text{دوري } 4 &
\end{array}
$$

$\frac{25}{6} = 4.1\overline{6}$

العدد العشري

هو عدد مكون من عدد صحيح وجزء عشري

مثال : 12.251



الصيغة العلمية للعدد

يمكن كتابة الأعداد الكبيرة بصيغة علمية كما يلي

عدد ∋ (1 , 10] × 10^{+} عدد المنازل التي تحركتها الفاصلة جهة اليسار

مثال :

1) 245600 000 = (2.456) (10) ^{8}

2) 3765421 = (3.765421) (10) ^{6}

يمكن كتابة الأعداد الصغيرة بصيغة علمية كما يلي

عدد ∋ (1 , 10] × 10^{-} عدد المنازل التي تحركتها الفاصلة جهة اليمين

مثال :

0.00000467 = (4.67) (10) $^{-6}$

تحويل الكسر إلى نسبة مئوية بشكل عام وذلك بضربه في

مثال :

1) $\frac{3}{4} = \left(\frac{3}{4}\right)\ (\ 100\ )\% = \frac{300}{4}\ \% = 75\ \%$

2) $\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)\ (\ 100\ )\% = \left(\frac{100}{2}\right)\% = 50\ \%$

3) $\frac{3}{8} = \left(\frac{3}{8}\right)\ (\ 100\ )\% = \left(\frac{300}{8}\right)\% = 37.5\ \%$

الكسور المتكافئة

* (الكسور التي لها نفس القيمة) (الكسور المتكافئة)
* كل كسر له عدد لا نهائي من الكسور المتكافئة وذلك بضرب أو قسمة البسط المقام بنفس العدد

مثال :

$$\frac{3}{5} \rightarrow \frac{(3)(2)}{(5)(2)} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{(3)(3)}{(5)(3)} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25} = \frac{18}{30} = \frac{21}{35} =$$

$$\frac{4}{28} = \frac{4 \div 2}{28 \div 2} = \frac{2 \div 2}{14 \div 2} = \frac{1}{7}$$

الكسر العادي	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
الكسر العشري	0.75	0.25	$0.\overline{3}$	0.5	0.125
النسبة المئوية	75 %	25 %	33.3 %	50 %	12.5 %

التناسب : هو تكافؤ وتعادل نسبتين ويمكن كتابة المقدارين المتناسبين على صورة كسرين متكافئين وعند تبسيط يتم الحصول على نسبتين متساويتين

يسمى تناسب إذا :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \rightarrow \quad ad = bc$$

مثال : أوجد قيمة x $\frac{X}{20} = \frac{2}{5}$

Solution : 5x = 2 (20)

$$\frac{5X}{5} = \frac{40}{5} \quad \rightarrow \quad x = 8$$

المقارنة بين الكسور

الكسران لهما نفس المقام

البسط الأكبر

هو الكسر الأكبر

مثال : ضع إشارة > أو <

$\frac{3}{7} \bigcirc \frac{1}{7}$

$\frac{3}{7} > \frac{1}{7}$

$\frac{3}{9} \bigcirc \frac{5}{9}$

$\frac{3}{9} < \frac{5}{9}$

الكسران لهما نفس البسط

المقام الأكبر

هو الكسر الأصغر

$\frac{5}{8} \bigcirc \frac{5}{9}$

$\frac{5}{8} > \frac{5}{9}$

$\frac{7}{9} \bigcirc \frac{7}{12}$

$\frac{7}{9} > \frac{7}{12}$

مقامي الكسرين والبسطين مختلفين

نوحد مقامات

و نقارن بين البسطين

$\frac{2}{5} \bigcirc \frac{3}{9}$

$\frac{2\,(9)}{5\,(9)} \bigcirc \frac{3\,(5)}{9\,(5)}$

$\frac{18}{45} > \frac{15}{45}$

تمارين على الكسور

1) $\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=$

2) $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=$

3) $\frac{3}{5}\div\frac{2}{5}=$

4) $\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)=$

5) $\frac{3}{5}-\frac{3}{5}=$

6) $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=$

7) $\frac{1}{2}-\frac{3}{4}=$

8) $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{4}\right)=$

9) $\left(\frac{1}{2}\right)\div\left(\frac{3}{4}\right)=$

10) $\frac{1}{2}\div 1=$

11) $\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}=$

12) $1\ \div\frac{1}{2}=$

13) $\frac{2}{5} + 1\frac{3}{4} =$

14) $\frac{2}{5} - 1\frac{3}{4} =$

15) $\left(\frac{2}{5}\right)\left(1\frac{3}{4}\right) =$

16) $\left(\frac{2}{5}\right) \div \left(1\frac{3}{4}\right) =$

17) $\frac{2}{3} + \frac{3}{10} =$

18) $\frac{2}{3} - \frac{3}{10} =$

19) $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{100}\right) =$

20) $\left(\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{3}{100}\right) =$

21) $\frac{3}{4} + 2 =$

22) $\frac{3}{4} - 3 =$

23) $\left(\frac{3}{4}\right)(2) =$

24) $\left(\frac{3}{4}\right) \div 5 =$

25) $2\frac{1}{3} + 3\frac{2}{4} =$

26) $2\frac{1}{3} - 3\frac{1}{4} =$

27) $\left(2\frac{1}{3}\right)\left(3\frac{1}{4}\right) =$

28) $\left(2\frac{1}{3}\right) \div \left(3\frac{1}{4}\right) =$

29) $3\frac{1}{5} + 3 =$

30) $3\frac{1}{5} - 3 =$

31) $\left(3\frac{1}{5}\right)(3) =$

32) $3\frac{1}{5} \div 3 =$

33) $2\frac{1}{4} + \frac{25}{100} =$

34) $1\frac{1}{4} - \frac{25}{100} =$

35) $\left(1\frac{1}{4}\right)\left(\frac{25}{100}\right) =$

36) $\left(1\frac{1}{4}\right) \div \left(\frac{25}{100}\right) =$

37) $\frac{34}{100} + 7 =$

38) $\frac{27}{10} - 5 =$

39) $\left(\frac{33}{100}\right)(6) =$

40) $\left(\frac{72}{100}\right) \div 4 =$

41) $\left(\frac{3}{10}\right) + \frac{22}{100} =$

42) $\frac{5}{10} - \frac{22}{100} =$

43) $\left(\frac{5}{10}\right)\left(\frac{22}{100}\right) =$

44) $\left(\frac{27}{10}\right) \div \left(\frac{13}{100}\right) =$

تمارين على الأعداد العشرية

1) 15.04 + 33.35 =

2) 12.53 - 11.79 =

3) 14.62 - 8.51 =

4) 12.62 - 7.38 =

5) (22.35) (10) =

6) (2.012) (100) =

7) (37.45) ÷ (10) =

8) (4.025) ÷ (100) =

تمارين على الكسور المكافئة

أكتب الناتج بأبسط صورة

1) $\frac{45}{7} =$

2) $\frac{27}{81} =$

3) $\frac{24}{32} =$

4) $\frac{225}{45} =$

5) $\frac{7}{9} =$

6) $\frac{224}{36} =$

7) $\frac{5}{-25} =$

تمارين على التناسب

أوجد قيمة x

1) $\frac{2}{5} = \frac{x}{15}$

2) $\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$

3) $\frac{2}{x} = \frac{2}{7}$

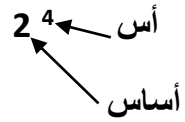
4) $\frac{2}{8} = \frac{3}{x+1}$

5) $\frac{x}{25} = \frac{5}{x}$

الأسس (القوى)

هو تكرار العدد مضروباً في نفسه

مثال :



$2^4 = (2)(2)(2)(2) = 16$

القاعدة بشكل عام

$x^n = (X)(X)(X) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (X)$

n : من المرات

الأس : n و أساس → x

قواعد الأسس

1) $(x)^{Zero} = 1 \quad , \quad x \neq Zero$

مثال : $\left(\frac{1}{2}\right)^{Zero} = 1 \quad ، \quad (100)^{Zero} = 1 \quad ، \quad \left(\sqrt{35}\right)^{Zero} = 1$

2) $(x)^1 = x$

مثال : $\left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2} \quad ، \quad (1000)^1 = 1000 \quad ، \quad (5)^1 = 5$

3) $(x)^2 = (x)(x)$

مربع العدد أو المقدار

مثال : $(-2)^2 = (-2)(-2) = 4$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$

4) $(x)^3 = (x)(x)(x)$

مكعب العدد أو المقدار

مثال : $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$

$\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{27}\right)$

5) $(x^n)^L = (x^L)^n = x^{nL}$

مثال : $(2^3)^4 = 2^{3\times4} = 2^{12}$

6) $(x^n)(x^L) = x^{n+L}$

في حالة الضرب تجمع الأسس

مثال : $(2^4)(2^3) = 2^{4+3} = 2^7$

إذا كان الأساس متساوي نجمع الأسس

7) $\frac{X^n}{X^L} = x^{n-L}$

إذا كان الأساس متساوي نطرح الأسس في حالة القسمة

مثال : $\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

8) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$

تحويل الأس السالب إلى موجب (الأس السالب هو كسر)

مثال : $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$\frac{5}{2^{-3}} = (5)(2^3) = (5)(8) = 40$

9) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

(يوزع الأس على البسط و المقام)

مثال : $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{(4)^2}{(5)^2} = \frac{16}{25}$

10) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$

مثال : $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{(6)^2}{(5)^2} = \frac{36}{25}$

11) $(ab)^n = a^n b^n$

(يوزع الأس)

مثال : $((2)(5))^2 = (2)^2(5)^2 = (4)(25) = 100$

12) $(ab)^{-n} = \frac{1}{(ab)^n} = \frac{1}{a^n b^b}$

ملاحظة : الأس لا يوزع على عملية الجمع أو الطرح

1) $(a+b)^n \neq a^n + b^n$

2) $(a-b)^n \neq a^n - b^n$

13) $(-2)^3 = -8$ **(عدد سالب) عدد فردي = عدد سالب**

14) $(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$

15) **إذا كان $a^x = a^y$ فإن x = y**

(فقط عندما يتساوى الأساس)

مثال : $(2)^5 = (2)^x \rightarrow x = 5$

16) **إذا كان $x^n = a^n$ ، n ≠ zero و a**

فردي : n	زوجي
فإن x = a	x = ∓ a
مثال : $x^3 = 2^3$	$x^2 = 3^2$
x = 2	x = ∓ 3

17) **إذا كان $a^x = b^x$ ← x = zero)**

مثال : $5^x = 3^x \rightarrow x = zero$

و السبب $5^{zero} = 3^{zero} \rightarrow 1 = 1$

مثال : $3^{(x-1)} = 5^{(x-1)} \rightarrow x - 1 = zero$

x = 1

المربع الكامل : هو حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه

العدد	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
مربعه الكامل	100	81	64	49	36	25	16	9	4	1	0

المكعب الكامل : هو حاصل ضرب عدد صحيح بنفسه مرتان

العدد	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
مكعبه الكامل	1000	729	512	343	216	125	64	27	8	1	0

مربعات و مكعبات كاملة

zero , 1 , 64

الجذور

1- الجذر التربيعي ورمزه $\sqrt{\ }$

الجذر التربيعي للعدد a هو b إذا كان $a = b^2$

مثال : $\sqrt{25} = 5 \rightarrow (5)^2 = 25$

- **ليس العدد السالب جذر تربيعي في مجموعة الأعداد الحقيقية R**

مثال : (عدد غير حقيقي) $\sqrt{-4} \notin R$

(لا تنتمي $\notin$)

كيفية إيجاد الجذور التربيعية

$\sqrt{zero} = zero$	$\sqrt{64} = 8$
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{81} = 9$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{144} = 12$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{169} = 13$
$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{196} = 14$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{225} = 15$

الجذر التكعيبي رمزه $\sqrt[3]{\ }$

الجذر التكعيبي للعدد a هو b إذا كان $a = b^3$

مثال : $\sqrt[3]{8} = 2$ لأن $(2)^3 = (2)(2)(2) = 8$

للعدد السالب جذر تكعيبي

مثال : $\sqrt[3]{-8} = -2$ لأن $(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$

كيفية إيجاد الجذور التكعيبية

$\sqrt[3]{zero} = zero$	$\sqrt[3]{64} = 4$
$\sqrt[3]{1} = 1$	$\sqrt[3]{-64} = -4$
$\sqrt[3]{-1} = -1$	$\sqrt[3]{125} = 5$
$\sqrt[3]{8} = 2$	$\sqrt[3]{-125} = -5$
$\sqrt[3]{-8} = -2$	$\sqrt[3]{216} = 6$
$\sqrt[3]{27} = 3$	$\sqrt[3]{-216} = -6$
$\sqrt[3]{-27} = -3$	

قوانين الجذور

تنطبق على الجذور التربيعية و التكعيبية و ..... و النونية

1- في حالة الضرب

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\ \sqrt[n]{b}$

if n : even a $\geq$ zero , b $\geq$ zero

if n : odd a , b $\in$ R

مثال :

1) $\sqrt{(25)(16)} = \sqrt{25}\ \sqrt{16} = (5)(4) = 20$

2) $\sqrt[3]{(125)(64)} = \sqrt[3]{125}\ \sqrt[3]{64} = (5)(4) = 20$

3) $\sqrt{2}\ \sqrt{5}\ \sqrt{10} = \sqrt{(2)(5)(10)} = \sqrt{100} = 10$

4) $\sqrt[3]{8}\ \sqrt[3]{27}\ \sqrt[3]{-125} = (2)(3)(-5) = -30$

2- في حالة القسمة

$$\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

if n : even $a \geq$ zero , $b \geq$ zero

if n : odd $a \in R$, $b \in R - (\text{zero})$

في حالة الضرب والقسمة توزع الجذور

مثال :

1) $\sqrt[3]{64} \div \sqrt{9} = 4 \div 3 = \frac{4}{3}$

2) $\sqrt[3]{125} \div \sqrt[3]{1000} = 5 \div 10 = \frac{1}{2}$

3) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2}$

4) $\sqrt{\frac{144}{169}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13}$

5) $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{10}{9}$

الجذور لا توزع في عملية الجمع و الطرح

1) $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\sqrt{9+16} \neq \sqrt{9} + \sqrt{16}$

$\sqrt{25} \neq 3 + 4$

$5 \neq 7$

خطأ شائع

$\sqrt{9+16} \neq 3 + 4$

$\sqrt{25} \neq 7$

$5 \neq 7$

---

2) $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

$\sqrt{36-25} \neq \sqrt{36} - \sqrt{25}$

$\sqrt{11} \neq 6-5$

$\sqrt{11} \neq 1$

---

3) $\sqrt[3]{a+b} \neq \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$

$\sqrt[3]{8+27} \neq \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27}$

$2 + 3$

$\sqrt[3]{35} \neq 5$

$\sqrt[3]{a-b} \neq \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}$

$\sqrt[3]{27-8} \neq \sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{8}$

$\sqrt[3]{19} \neq 3-2$

$\sqrt[3]{19} \neq 1$

متى يمكن جمع أو طرح الجذور

يمكن طرح و جمع الجذران أو أكثر إذا كان

1- لهما نفس النوع (تربيعيان ، تكعيبيان ، أو أي نوع)

2- أن يكون من داخل الجذور نفس العدد

مثال : $\sqrt[3]{4} + 7\sqrt[3]{4} = (1+7)\sqrt[3]{4} = 8\sqrt[3]{4}$

$5\sqrt{6} - 4\sqrt{6} = (5-4)\sqrt{6} = \sqrt{6}$

لا يمكن جمع و طرح في الحالات التالية

لأنهم جذر تربيعي و جذر تكعيبي $1)\ 2\sqrt{13} + 3\sqrt[3]{13}$

لأن ما داخل الجذور غير متساوي $2)\ \sqrt{15} + 5\sqrt{13}$

ضرب الجذور و قسمتها

يمكن إذا كانت نفس النوع

لا يمكن إذا كان كل جذر من نوع مختلف أو تحويلهم إلى أرقام ثم ضربهم

مثال :

$$1)\ \sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{(2)(3)} = \sqrt{6}$$

$$2)\ \sqrt{7}\sqrt{7} = 7$$

$$3)\ \sqrt[3]{5}\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{125} = 5$$

تبسيط الجذور

لتبسيط الجذور نبحث عن عددين يكون أحدهما مربع كامل

مثال :

$$1)\ \sqrt{18} = \sqrt{(6)(3)} = \sqrt{(9)(2)} = \sqrt{9}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$2)\ \sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{(27)(2)} = \sqrt[3]{27}\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

$$3)\ \sqrt[3]{500} = \sqrt[3]{(4)(125)} = \sqrt[3]{4}\sqrt[3]{125} = 5\sqrt[3]{4}$$

$$4)\ \sqrt{75} = \sqrt{(3)(25)} = \sqrt{3}\sqrt{25} = 5\sqrt{3}$$

تمارين على الأسس

1) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{zero} =$

2) $\left(\frac{5}{24}\right)^{1} =$

3) $(-3)^{1} =$

4) $(-5)^{2} =$

5) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2} =$

6) $(-2)^{3} =$

7) $(4)^{3} =$

8) $\left(\frac{1}{3}\right)^{3} =$

9) $\left(\frac{-3}{4}\right)^{3} =$

10) $(2^{2})^{5} =$

11) $((-3)^{2})^{3} =$

12) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right)^5 =$

13) $(2^4)(2^5) =$

14) $(3^5)(3^{-6}) =$

15) $(2^2)(3^2) =$

16) $-2^2 =$

17) $(-2)^2 =$

18) $\frac{2^5}{2^3} =$

19) $\frac{2^6}{2^6} =$

20) $\frac{2^3}{3^2} =$

21) $\frac{3^4}{3^6} =$

22) $3^{-2} =$

23) $(-3)^{-2} =$

24) $\frac{2}{3^{-2}} =$

25) $\frac{-2}{5^2} =$

26) $\frac{1}{3^3} =$

27) $\frac{1}{2^{-3}} =$

28) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

29) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} =$

30) $\left(\frac{-3}{5}\right)^2 =$

31) $\left(\frac{-3}{5}\right)^{-2} =$

32) $\left(\frac{4}{6}\right)^{-3} =$

33) $\big((2)(5)\big)^{2} =$

34) $\big((2)(5)\big)^{-2} =$

35) $\frac{1}{\big((2)(5)\big)^{2}} =$

36) $\frac{1}{\big((2)(5)\big)^{-2}} =$

37) $(-1)^{52} =$

38) $(-1)^{33} =$

أوجد قيمة x من 39 إلى 43

39) $(3)^{5} = (3)^{x}$

40) $x^{2} = 9$

41) $x^{3} = 8$

42) $5^{x} = 4^{x}$

43) $2^{x+1} = 7^{x+1}$

تمارين على الجذور

1) $\sqrt{64} =$

2) $-\sqrt{64} =$

3) $\sqrt{-64} =$

4) $-\sqrt{-64} =$

5) $\sqrt[3]{8} =$

6) $-\sqrt[3]{8} =$

7) $\sqrt[3]{-8} =$

8) $-\sqrt[3]{-8} =$

9) $\sqrt{(25)(16)} =$

10) $\sqrt{(25)(-16)} =$

11) $\sqrt{(3)(2)(6)} =$

12) $\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10} =$

13) $\sqrt[3]{(1)(-8)(27)} =$

14) $\sqrt[3]{(8)(125)} =$

15) $\sqrt[3]{64} \div \sqrt{16} =$

16) $\left(\sqrt[3]{64}\right) \times \left(\sqrt{16}\right) =$

17) $\sqrt[3]{\frac{1000}{8}} =$

18) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt[3]{125}} =$

19) $\frac{\sqrt{100}}{\sqrt{25}} =$

20) $\sqrt{9+16} =$

21) $\sqrt{9} + \sqrt{16} =$

22) $\sqrt{16-9} =$

23) $\sqrt{9-16} =$

24) $\sqrt{16} - \sqrt{9} =$

25) $\sqrt[3]{8+17} =$

26) $\sqrt[3]{9+18} =$

27) $\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{18} =$

28) $(\sqrt{5})(\sqrt{5}) =$

29) $(\sqrt{-5})(\sqrt{-5}) =$

30) $(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5}) =$

31) $(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{5}) =$

32) $(\sqrt[3]{8})(\sqrt{4}) =$

33) $(\sqrt[3]{7})(\sqrt{16}) =$

34) $(\sqrt[3]{5})(25) =$

35) $\sqrt[3]{4} + 5\sqrt[3]{3} =$

36) $\sqrt[3]{4} - 2\sqrt[3]{3} =$

37) $\sqrt{25} + \sqrt{47} =$

38) $\sqrt{26} + 4\sqrt{26} =$

39) $2\sqrt{15} + \sqrt[3]{15} =$

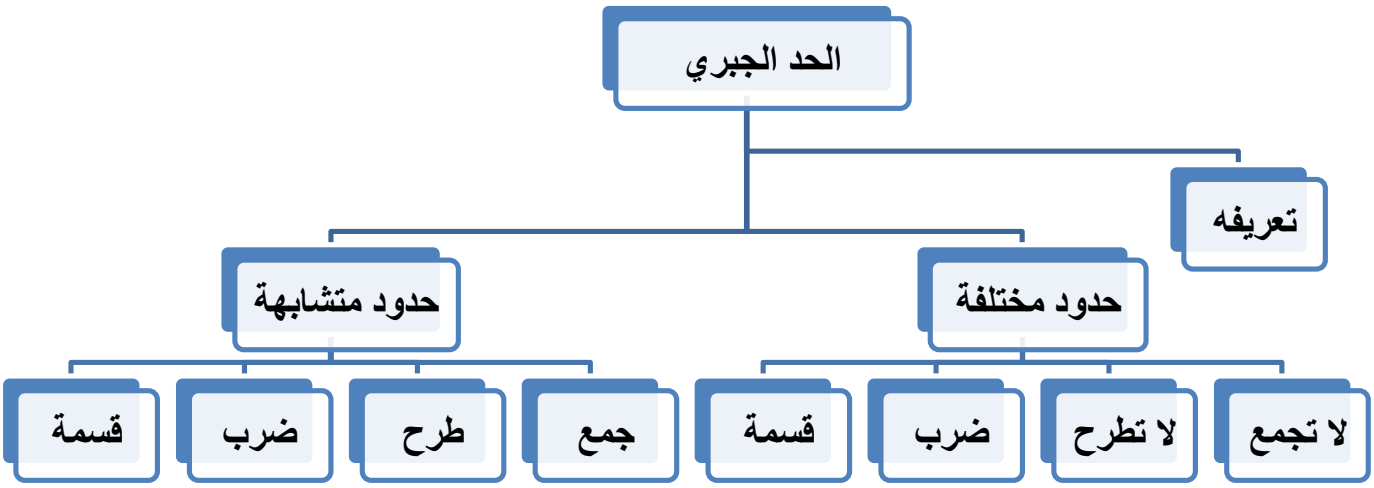
40) $\sqrt{50} =$

41) $\sqrt[3]{128} =$

42) $\sqrt{80} =$

43) $\sqrt[3]{625} =$

المقادير الجبرية و العمليات عليها



التعريف

الحد الجبري: هو حاصل ضرب معامل بقسم رمزي أو أكثر

مثال : أوجد المعامل و القسم الرمزي

1) $5xy^2 \rightarrow$ المعامل 5 ، القسم الرمزي xy^2
2) $-8x^3 \rightarrow$ المعامل -8 ، القسم الرمزي x^3
3) $8 \rightarrow$ المعامل 8 ، القسم الرمزي $(x)^{zero}$
4) $x \rightarrow$ المعامل 1 ، القسم الرمزي x

الحدود مختلفة (القسم الرمزي غير متساوي)

مثال :

1) $5xy$, xy^2
2) 8 , $7x$
3) $3x^2$, $4x^2y$
4) x , x^2

* الحدود المختلفة لا تجمع و لا تطرح لأن القسم الرمزي غير متساوي

* ضرب الحدود المختلفة

نضرب الأعداد ببعض ، و القسم الرمزي ببعض

1) $(5x^2y)\,(-8z) = -40\,x^2yz$

2) $(7xy^2)\,(3x^2y) = 21\,x^3y^3$

3) $(3x^2)\,(4x^2y) = 12x^4y$

4) $(x)\,(x^2) = x^3$

* قسمة الحدود المختلفة

1) $\frac{5x^2y}{-8z} = \frac{-5}{8}\ \frac{x^2y}{z}$

2) $\frac{7xy^2}{3x^2y} = \frac{7y}{3x}$

3) $\frac{3x^2y}{4x^2y} = \frac{3}{4}$

4) $\frac{x}{x^2} = \frac{1}{x}$

الحدود المتشابهة (تحتوي نفس القسم الرمزي)

مثال :

1) $\frac{-5}{x^5\sqrt{y}}$, $\frac{x^{-5}}{\sqrt{y}}$, $\frac{3y^{(\frac{-1}{2})}}{x^5}$

2) $3x^2y$, $-4yx^2$, $\frac{x^2y}{-5}$

3) $5x$, $3x$, $\frac{-1}{2}\,x$

جمع و طرح الحدود المتشابهة

(نجمع أو نطرح المعامل و يبقى القسم الرمزي كما هو)

مثال :

1) $5x + 3x - \left(\frac{-1}{2}x\right) = \left(5 + 3 + \frac{1}{2}\right) x = 8.5\,x$

2) $3x^2y - 4yx^2 + \frac{x^2y}{-5} = \left(3 - 4 - \frac{1}{5}\right)x^2y = \frac{-6}{5}x^2y$

3) $\frac{-5}{y^5\sqrt{x}} + \frac{y^{-5}}{\sqrt{x}} + \frac{3x^{\frac{-1}{2}}}{y^5} = (-5 + 1 + 3)\frac{y^{-5}}{\sqrt{x}} = \frac{-y^{-5}}{\sqrt{x}}$

ضرب وقسمة الحدود المتشابهة

نضرب الإشارات ثم المعاملات ثم القسم الرمزي

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $(2x)(3x) = 6x^2$

2) $(5xy)(-2xy) = -10x^2y^2$

3) $(xyz)(xyz) = x^2y^2z^2$

4) $(7x)(3x)(-4x) = -84x^3$

5) $\frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$

6) $\frac{5xy}{-2xy} = \frac{-5}{2}$

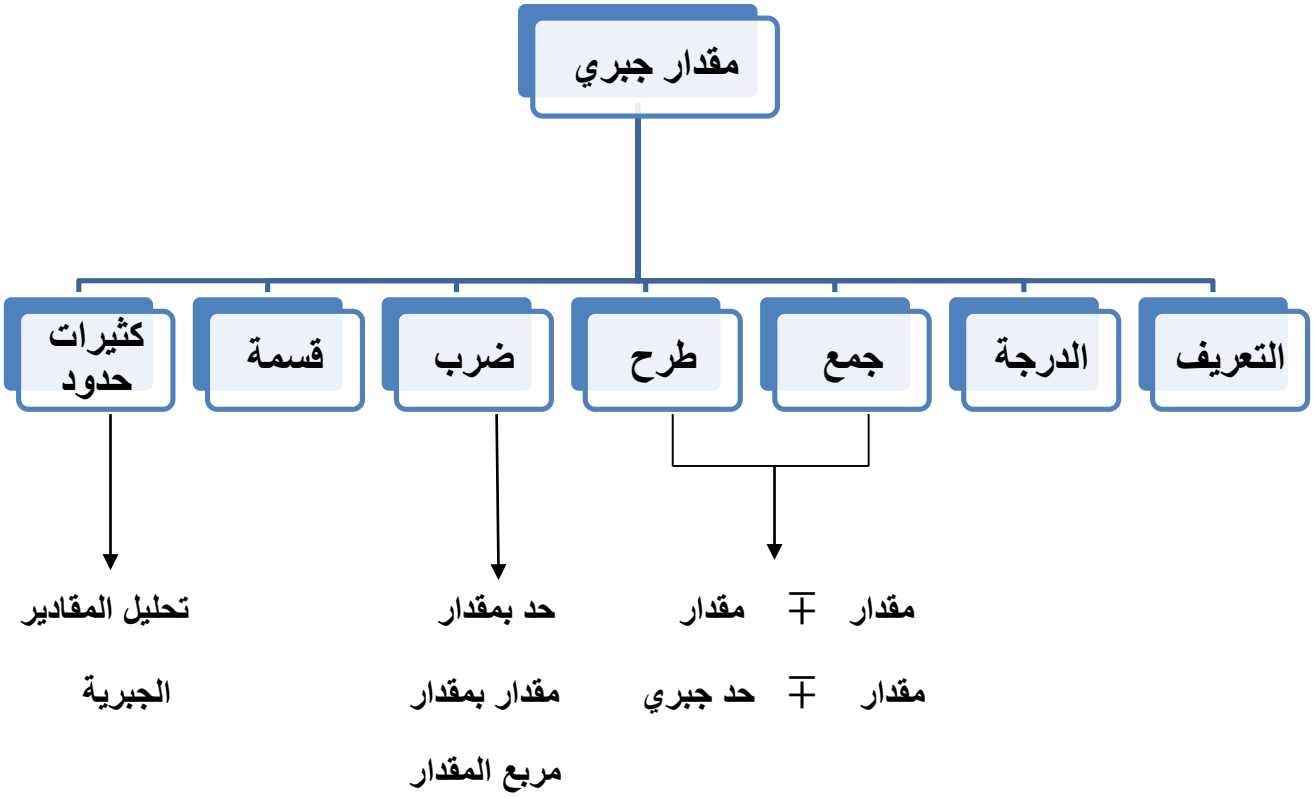
7) $\frac{xyz}{xyz} = 1$

8) $\frac{x}{y} \div \frac{x}{y} = 1$

9) $\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x^2}{y^2}$

10) $7x + (2x)(9x) - 5x$

$7x + 18x^2 - 5x = 2x + 18x^2$



- **التعريف:**
  المقدار الجبري يتكون من حاصل جمع أو طرح أكثر من حد جبري

مثال :

1) $2x + 3y - 4z$
2) $6x^2 - 7y + 8xy$

- درجة المقدار الجبري
  هي أعلى درجة لحدود المقدار

مثال : 1) $2x + 3y - 4z$ → درجتها من الدرجة الأولى

2) $6x^2 - 7y + 8xy$ → درجتها من الدرجة الثانية

جمع و طرح الحدود الجبرية

1- مقدار ∓ مقدار

مثال :

1) $(2x + 7y - 2z) + (5x + 8y + 4z)$

$= 2x + 5x + 7y + 8y - 2z + 4z$

$= 7x + 15y + 2z$

2) $(2x + 7y - 2z) - (5x + 8y + 4z)$

$= 2x + 7y - 2z - 5x - 8y - 4z$

$= 2x - 5x + 7y - 8y - 2z - 4z$

$= -3x - y - 6z$

2- مقدار ∓ حد

مثال :

1) $(2x^2 + 7y - 8z^2) + 8w$

$= 2x^2 + 7y - 8z^2 + 8w$

2) $(8xy + 2zw - f) - 4f$

$= 8xy + 2zw - 5f$

ضرب الحدود الجبرية و قسمتها

- **ضرب حد جبري في حد جبري**

1- نضرب معاملات الحدود معاً

2- نضرب القسم الرمزي معاً و عند تساوي الأساس نجمع الأسس

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $(2xy)(4xy) = 8x^2y^2$

2) $(5xy)(x^2)(3yz) = 15x^3y^2z$

3) $(7xy)(2xy)(z^3) = 14x^2y^2z^3$

- **قسمة حد جبري على حد جبري**

نقسم الإشارات ثم نقسم الأعداد ثم نقسم القسم الرمزي

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $(-15)x^4y^4 \div 3x^3y^3 = -5xy$

2) $5x^2 \div 5x^2 = 1$

3) $7xy \div 3zf = 7xy \div 3zf$

ملاحظة : عند القسمة على صفر ينتج كمية غير معروفة

مثال : $\left(\frac{7}{zero}\right)$ → **كمية غير معروفة**

(لا يوجد ناتج)

توزيع الضرب على الجمع

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $9x\,(2y + 3z) = (9x)(2y) + (9x)(3z) = 18xy + 27xz$

2) $x^2\,(5x + 6y) = (x^2)(5x) + (x^2)(6y) = 5x^3 + 6x^2y$

ضرب مقدار جبري في مقدار جبري

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $(2x+3)(5x-2)=$

$2x\,(5x-2)+\,3(5x-2)$

$10x^2-\,4x+15x-6=10x^2+\,11x-6$

2) $(3x+2y)(5x-3z)$

$3x\,(5x-3z)+\,2y\,(5x-3z)$

$15x^2-\,9xz+10xy-6yz$

مربع المقدار (ضرب المقدار بنفسه)

$(x+y)^2=(x+y)(x+y)$

$=x\,(x+y)+\,y\,(x+y)$

$=x^2+\,xy+yx+y^2$

$=x^2+\,2xy+y^2$

ملخصها (مربع الحد الأول +2 ضرب الحد الأول ضرب الحد الثاني + مربع الحد الثاني)

مثال : جد ناتج ما يلي

1) $(x+2\,)^2=x^2+\,4x+4$

2) $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$

3) $(x^2+\,7y\,)^2=x^4+\,14x^2y+49y^2$

كثيرات الحدود

هو مقدار جبري جميع حدوده لها أس صحيح غير سالب

مثال : ليس كثير حدود لأن الأس سالب $2x^{-3}+\,x+9$

ليس كثير حدود لأن الأس عدد غير صحيح $-3x^{\frac{1}{4}}+\,5x^2-\,6x$

كثير حدود $5x^3+\,7x^2-\,3$

تمارين على المقادير الجبرية

أوجد الناتج فيما يلي :

1) $5xy + xy^2 =$

2) $7xy - 3xz =$

3) $7x + 2x =$

4) $5y + 3x - 2z - 2y =$

5) $2x + 8 + 3y =$

6) $(3x + 2y - 4z) - (3y + 7x + 2z) =$

7) $7x + 3xz - 7xy + l =$

8) $3xy + 7xz - 2f + 4f =$

9) $x + x =$

10) $(x)(x) =$

11) $x - x =$

12) $x \div x =$

13) $(2xy)(4xz) =$

14) $\frac{2xy}{4xz} =$

15) $(7xy)(-3xz)(-2y) =$

16) $15x^3y^3 \div (-3xyz) =$

17) $2xy \div 7zf =$

18) $9x\,(2y - 3x) =$

19) $x^2\,(5z - 2x) =$

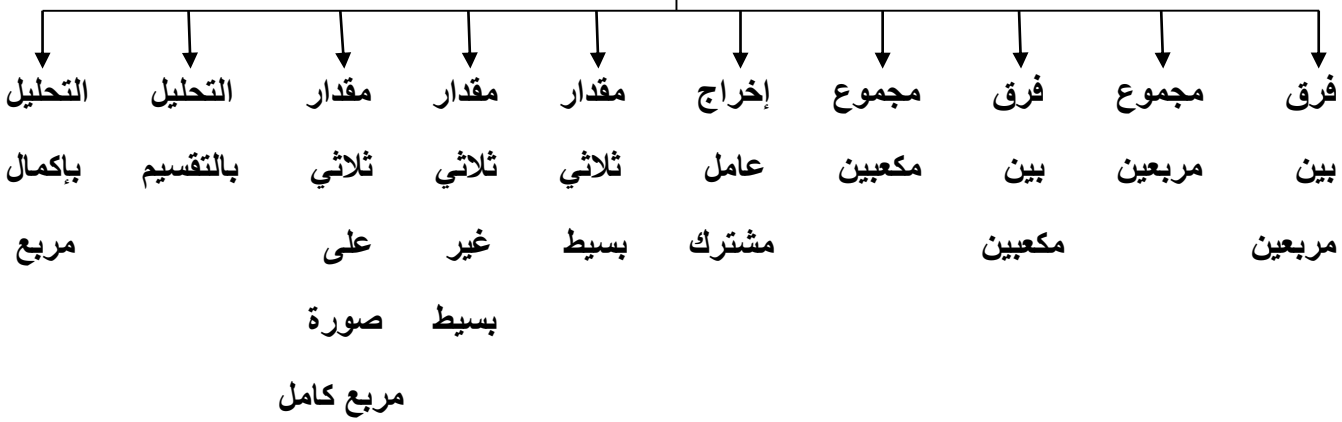
20) $(3x - 5)(2y - 4) =$

21) $(7x - 3)(-3x + 4) =$

22) $(x - 2)(x - 2) =$

23) $(x - 2)(x + 2) =$

خريطة التحليل



1) الفرق بين مربعين

$$x^2 - a^2 = (x - a)(x + a)$$

(الجذر التربيعي + الجذر التربيعي) (الجذر التربيعي − الجذر التربيعي)

مثال : حلل المقادير إلى عواملها الأولية

1) $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$

2) $25 - x^2 = (5 - x)(5 + x)$

3) $16\,x^2 - y^2 = (4x - y)(4x + y)$

4) $x^4 - y^6 = (x^2 - y^3)(x^2 + y^3)$

5) $1 - x^2 = (1 - x)(1 + x)$

6) $x - 9 = (\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)$

7) $5 - x = (\sqrt{5} - \sqrt{x})(\sqrt{5} + \sqrt{x})$

8) $(x + 2)^2 - 4 = (x + 2 - 2)(x + 2 + 2) = x(x + 4)$

---

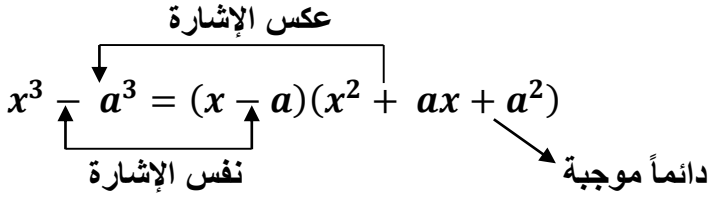
2) مجموع مربعين (لا تحلل)

مثال :

1) $x^2 + 9$

2) $x^2 + a^2$ **(مقدار أولي لا يحلل)**

3) الفرق بين مكعبين



مثال : حلل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية

1) $x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

جذر تكعيبي

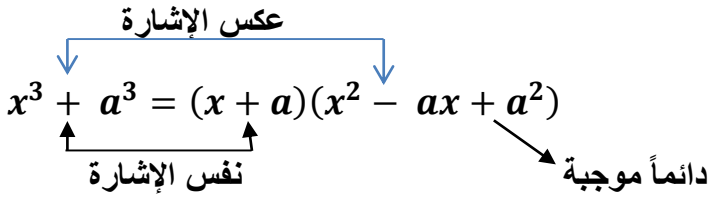
2) $1000 - 64x^3y^3 = (10 - 4xy)(100 + 40xy + 16x^2y^2)$

3) $x - 8 = \left(\sqrt[3]{x} - 2\right)\left(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4\right)$

4) $27 - x^6 = (3 - x^2)(9 + 3x^2 + x^4)$

---

4) مجموع مكعبين



مثال : حلل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية

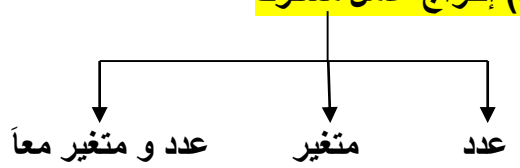
1) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

2) $x^9 + y^6 = (x^3 + y^2)(x^6 - x^3y^2 + y^4)$

3) $-y^3 - 125 = -(y^3 + 125) = -(y + 5)(y^2 - 5y + 25)$

---

5) إخراج عامل مشترك



مثال : بسط المقدار الجبري إلى أبسط صورة

1) $7x + 14 = 7(x + 2)$

2) $x^2 + 4x = x(x+4)$

3) $3x^2 - 3x = 3x(x-1)$

4) $8x^5 + 27x^2 = x^2(8x^3 + 27) = x^2(2x+3)(4x^2 - 6x + 9)$

5) $\frac{1}{3}x^2 - 3 = \frac{1}{3}(x^2 - 9) = \frac{1}{3}(x-3)(x+3)$

6) $x^7 - 8x = x(x^6 - 8) = x(x^2 - 2)(x^4 + 2x^2 + 4)$

7) $\frac{1}{6}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}(x-3)$

تحليل ثلاثي الحدود

مقدار ثلاثي بسيط

الحالة الأولى :

$ax^2 + bx + c$ (إشارات موجبة)

مثال : حلل المقدار الجبري إلى عوامله الأولية $x^2 + 5x + 6$

الحل : المطلوب عددان حاصل ضربهما 6 ومجموعهم 5

وهما 3 ، 2 $(2)(3) = 6$ و $2 + 3 = 5$

نفتح قوسان ونضع فيهم x

$$x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

مثال :

1) $x^2 + 6x + 8 = (x+2)(x+4)$

2) $x^2 + 7x + 10 = (x+2)(x+5)$

3) $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$

للتأكد من التحليل نضرب الأقواس ببعض

الحالة الثانية :

$$ax^2 - bx + c$$

معامل x سالب والحد الثابت موجب

مثال : حلل المقادير الجبرية إلى عوامله الأولية

1) $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$

2) $x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$

3) $x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$

الحالة الثالثة:

$$ax^2 \pm bx - c$$

نفتح قوسين ونضع فيهم x لكل قوس وإشارة موجبة بقوس وإشارة سالبه بقوس اخر ونضع الرقم الأكبر بالتحليل مع إشارة معامل x

مثال : حلل المقادير الجبرية إلى عوامله الأولية

1) $x^2 + 5x - 6 = (x+6)(x-1)$

$-6 = (-6)(1) = (-1)(6) = (2)(-3) = (-2)(3)$

2) $x^2 - 5x - 6 = (x-6)(x+1)$

الحالة الرابعة :

إذا كان معامل x^2 سالب

(نأخذ الإشارة السالبة عامل مشترك)

مثال : حلل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية

1) $-x^2 + 5x + 6$

$-(x^2 - 5x - 6) = -(x-6)(x+1)$

الحالة الخامسة : (تحليل مقدار ثلاثي على صورة مربع كامل)

مثال : حلل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية

1) $x^2 + 6x + 9 = (x+3)(x+3) = (x+3)^2$

2) $x^2 - 10x + 25 = (x-5)(x-5) = (x-5)^2$

3) $x^2 + 2x + 1 = (x+1)(x+1) = (x+1)^2$

4) $x^2 + 4x + 4 = (x+2)(x+2) = (x+2)^2$

الحالة السادسة :

تحليل مقدار ثلاثي غير بسيط

$ax^2 + bx + c \qquad a \neq 1$

مثال : حلل المقدار الجبري إلى عوامله الأولية

1) $2x^2 + 3x + 1$

المطلوب : عددان حاصل ضربهم معامل x^2 بالثابت و مجموعهم معامل x

$(2)(1) = 2 \rightarrow 2 + 1 = 3$

نكتب معامل x على شكل جمع عددان

$2x^2 + (2+1)x + 1$

$2x^2 + 2x + x + 1$

$2x(x+1) + (x+1)$

$(2x+1)(x+1)$

$2x^2 + 3x + 1 = (2x+1)(x+1)$

2) $-3x^2 + 7x + 6$

$-3x^2 + (9-2)x + 6$

$-3x^2 + 9x - 2x + 6$

$-3x(x-3) - 2(x-3)$

$(x-3)(-3x-2)$

3) $25x^2 - 40x + 16$

$(5x-4)(5x-4) = (5x-4)^2$

التحليل بالتقسيم

$$ax + bx + ay + by$$

$$(ax + bx) + (ay + by)$$

$$x\,(a + b) + y\,(a + b)$$

$$(x + y)\,(a + b)$$

مثال : حلل المقدار الجبري إلى عوامله الأولية

1) $x^3 - 3x^2 + 9x - 27$

$x^2(x - 3) + 9\,(x - 3)$

$(x - 3)(x^2 + 9)$

2) $3x^2 - 19x + 6$

$3x^2 + (-1 - 18)x + 6$

$3x^2 - x - 18x + 6$

$3x\,(x - 6) - (x - 6)$

$(3x - 1)(x - 6)$

التحليل بإكمال المربع

نضيف و نطرح $\left(\frac{1}{2}\text{ معامل }x\right)^2$

مثال : حلل المقدار الجبري إلى عوامله الأولية

1) $x^2 + 4x - 5$

معامل x = 4 $\leftarrow$ $\left(\left(\frac{1}{2}\right)(4)\right)^2$

$(2)^2 = 4$

$x^2 + 4x + 4 - 5 - 4$

$x^2 + 4x + 4 - 9$

$(x + 2)^2 - 9 = (x + 2 - 3)(x + 2 + 3) = (x - 1)(x + 5)$

الطريقة العامة لحل مقدار ثلاثي بإستخدام القانون العام

$$ax^2 + bx + c$$

$$x_{1\,و\,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad , \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$b^2 - 4ac$$

صفر	موجب	سالب
له حل مكرر	له حلان مختلفان	ليس له حل حقيقي

مثال : حلل المقادير الجبرية باستخدام القانون العام

1) $x^2 + x + 2$

a = 1 , b = 1 , c = 2

$$b^2 - 4ac = (1)^2 - 4(1)(2) = 1 - 8 = -7 < zero$$

ليس لها حل ضمن مجموعة الأعداد الحقيقية R

2) $x^2 + 4x + 4$

a = 1 , b = 4 , c = 4

$$b^2 - 4ac = (4)^2 - 4(1)(4) = 16 - 16 = zero$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-4 + zero}{2} = -2$$

$x_2 = -2$ لأنه مكرر

3) $3x^2 + 11x + 6$

a = 3 , b = 11 , c = 6

$$b^2 - 4ac = (11)^2 - 4(3)(6) = 121 - 72 = 49 > zero$$

$$x_1 = \frac{-11 \mp \sqrt{49}}{2(3)} = \frac{-11+7}{6} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \quad , \quad x_2 = \frac{-11 - \sqrt{49}}{6} = \frac{-11-7}{6} = \frac{-18}{6} = -3$$

مفكوك القوس

الحالة الأولى : (المربع الكامل)

$$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

مثال : أوجد مفكوك القوس

1) $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$

2) $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$

3) $(2x+4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$

4) $3(3-2x)^2 = 3(9-12x+4x^2) = 27 - 36x + 12x^2$

5) $(-6+3x)^2 = 36 - 36x + 9x^2$

الحالة الثانية : (المكعب الكامل)

$$(x+a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3$$

$$(x-a)^3 = x^3 - 3ax^2 + 3a^2x - a^3$$

مثال : أوجد مفكوك القوس

1) $(2x+1)^3 = 8x^3 + 6x + 12x^2 + 1$

2) $(2-3x)^3 = 8 - 36x + 54x^2 - 27x^3$

الحالة الثالثة : ضرب حد جبري بمقدار جبري

1) $x(x \mp a) = x^2 \mp ax$

2) $a(x \mp b) = ax \mp ab$

مثال :

1) $x(x+4) = x^2 + 4x$

2) $5(2x-6) = 10x - 30$

الحالة الرابعة :

1) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

2) $(a-b)(a-b) = (a-b)^2$

مثال :

1) $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$

2) $(x-3)(x-3) = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

الحالة الخامسة :

1) $(a-b)^n(a+b)^n = (a^2 - b^2)^n$

2) $(a \pm b)^n (a \pm b)^l = (a \pm b)^{n+l}$

مثال :

1) $(x-3)^3 (x+3)^3 = (x^2 - 9)^3$

2) $\left(\frac{1}{2} + 8x\right)^6 \left(\frac{1}{2} + 8x\right)^{-8} = \left(\frac{1}{2} + 8x\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2} + 8x\right)^2}$

تمارين على التحليل إلى العوامل

1) $2x - 14 =$

2) $x^2 + x =$

3) $25 - 5x =$

4) $x^2 - 81 =$

5) $9 - x^2 =$

6) $25x^2 - 4 =$

7) $16x^2 - 36y^2 =$

8) $x - 9 =$

9) $6 - x =$

10) $(x + 2)^2 - 9 =$

11) $(x - 3)^2 - 9 =$

12) $(x + 3)^2 - (x - 2)^2 =$

13) $x^2 + 1 =$

14) $x - 9 =$ الفرق بين مكعبين

15) $-y^3 - 64 =$

16) $x^4 - y^6 =$ الفرق بين مربعين

الفرق بين مكعبين

17) $x^4 - y^6 =$

18) $x^9 + y^6 =$

إخراج عامل مشترك

19) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{4} =$

20) $x^8 - 64x^2 =$

21) $x^8 + 64x^2 =$

تمارين على تحليل العبارة التربيعية

حلل المقادير الجبرية إلى عواملها الأولية

1) $x^2 + 25x + 24 =$

2) $x^2 - 25x + 24 =$

3) $x^2 + 14x + 24 =$

4) $x^2 - 14x + 24 =$

5) $x^2 + 11x + 24 =$

6) $x^2 - 11x + 24 =$

7) $x^2 + 10x + 24 =$

8) $x^2 - 10x + 24 =$

9) $x^2 + 23x - 24 =$

10) $x^2 - 23x - 24 =$

11) $x^2 + 10x - 24 =$

12) $x^2 - 10x - 24 =$

13) $x^2 + 5x - 24 =$

14) $x^2 - 5x - 24 =$

15) $x^2 - 2x - 24 =$

16) $x^2 + 2x - 24 =$

17) $-x^2 + 5x + 6 =$

18) $x^2 + 8x + 16 =$

19) $x^2 + 2x + 1 =$

20) $x^2 - 6x + 9 =$

21) $25x^2 - 40x + 16 =$

22) $15x^2 - 7x - 4 =$

23) $3x^2 - 19x + 6 =$

تمارين على مفكوك القوس

1) $(x + 6)^2 =$

2) $(x - 6)^2 =$

3) $(2x - 3)^2 =$

4) $(-5 + 3x)^2 =$

5) $(x + 2)^3 =$

6) $(x - 2)^3 =$

7) $(2x - 1)^3 =$

8) $(2-4x)^3 =$

9) $(x-5)(x+5) =$

10) $(x-5)(x-5) =$

11) $(x-4)^3(x+4)^3 =$

12) $(x+4)^3(x+4)^3 =$

13) $\left(\frac{2}{3}+4x\right)^5 \left(\frac{2}{3}+\frac{4}{x}\right)^{-9} =$

14) $(x-3)^2\,(x+3)^2 =$

15) $(x-3)^2\,(x-3)^2 =$

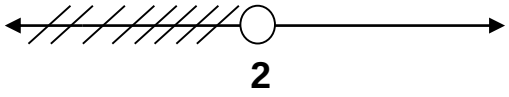
المتباينات

إذا كان a و b عددان

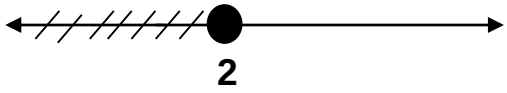
أصغر من	أصغر من أو يساوي	أكبر من	أكبر من أو يساوي
$a < b$	$a \leq b$	$a > b$	$a \geq b$
a أصغر من b	a أصغر من أو يساوي b	a أكبر من b	a أكبر من أو يساوي b
$2 < 5$	$2 \leq 2$	$5 > 2$	$5 \geq 2$

مثال :

1) $x < 2$ كل الأرقام التي أصغر من 2

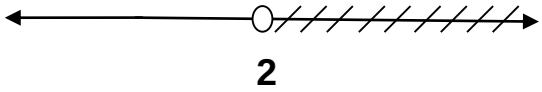


2) $x \leq 2$ كل الأرقام التي أصغر من أو يساوي 2

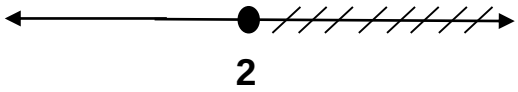


3) $x > 2$ كل الأرقام التي أكبر من 2

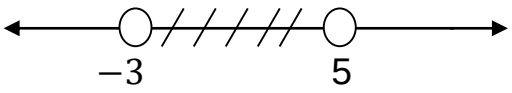
دائرة مفرغة



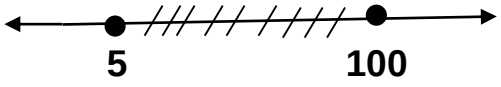
4) $x \geq 2$ كل الأرقام التي أكبر من أو تساوي 2



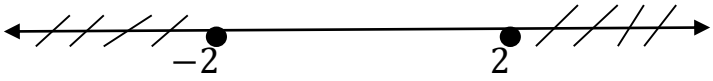
5) $-3 < x < 5$ الأعداد المحصورة بين 5 ، -3



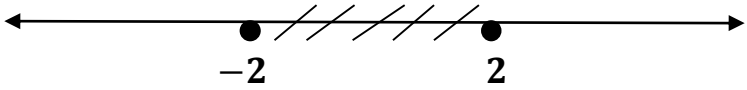
6) $5 \leq x \leq 100$



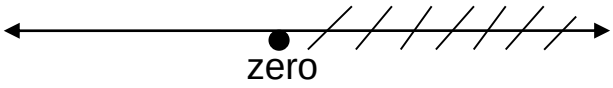
7) $x \geq 2$, $x \leq -2$



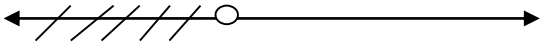
8) $-2 \leq x \leq 2$



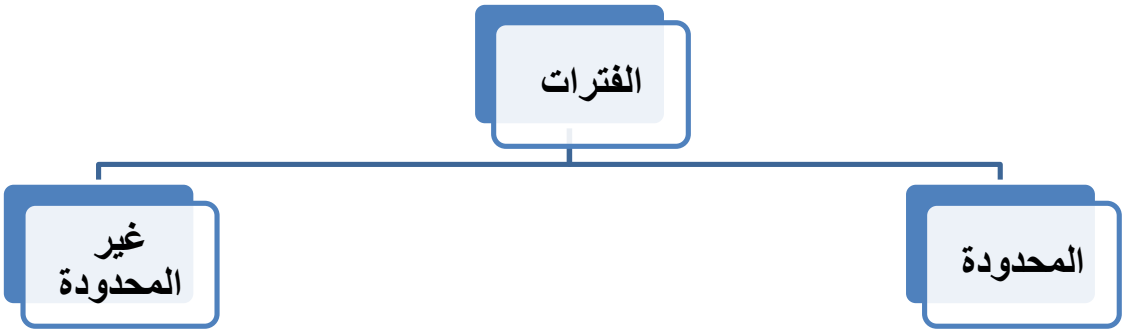
9) $x \geq zero$ الأعداد الموجبة مع الصفر



10) $x < zero$ الأعداد السالبة



من أجل حل المتباينات يجب التعرف على الفترات



1) فترة مفتوحة ( )

2) فترة مغلقة [ ]

3) فترة نصف مفتوحة و نصف مغلقة

[ ) ، ( ]

a عدد

1) $x > a$

2) $x \geq a$

3) $x < a$

4) $x \leq a$

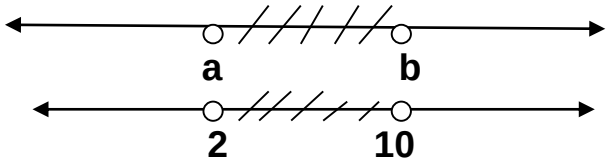
الرمز ○ عند العدد يعني أن العدد ليس ضمن الفترة

الرمز ● عند العدد يعني أن العدد ضمن الفترة

الفترات المحدودة

1) الفترة المفتوحة (a , b) b و a لا تنتمي للفترة

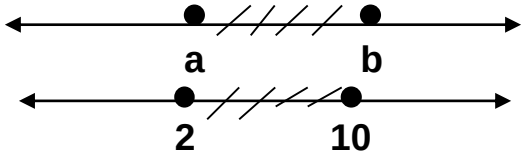
$$(a,b)=\{x: a<x<b\}$$



$$(2,10)=\{x: 2<x<10\}$$

2) الفترة المغلقة [a , b] b و a تنتمي للفترة

$$[a,b]=\{x: a\le x\le b\}$$

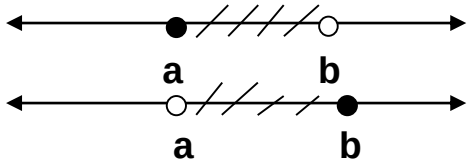


$$[2,10]=\{x: 2\le x\le 10\}$$

3) الفترة نصف المفتوحة نصف المغلقة

1) $[a,b)=\{x: a\le x<b\}$

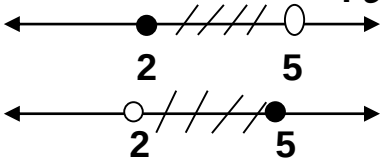
2) $(a,b]=\{x: a<x\le b\}$



مثال :

1) $[2,5)=\{x: 2\le x<5\}$

2) $(2,5]=\{x: 2<x\le 5\}$



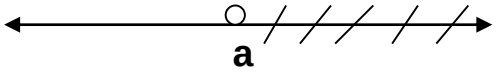
الفترات غير المحدودة

∞ رمز لأكبر عدد و لا يعتبر عدد

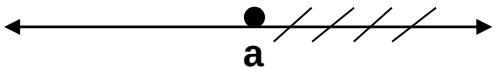
$-\infty$ رمز لأصغر عدد و لا يعتبر عدد

عند ∞ و $-\infty$ نضع رمز الفترة المفتوحة

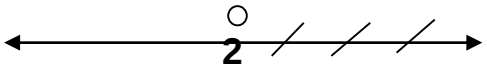
1) $(a, \infty) = \{x : x > a\}$



2) $[a, \infty) = \{x : x \geq a\}$

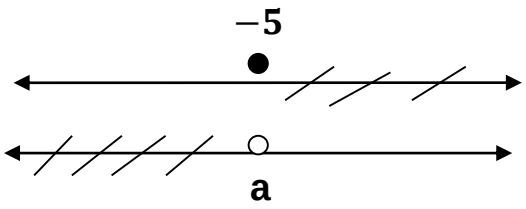


1) $(2, \infty) = \{x : x > 2\}$

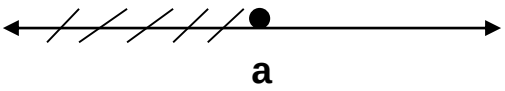


2) $[-5, \infty) = \{x : x \geq -5\}$

3) $(-\infty, a) = \{x : x < a\}$

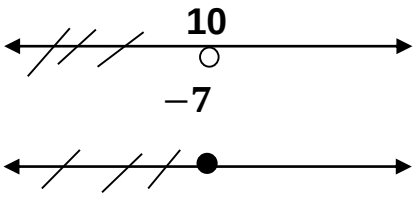


4) $(-\infty, a] = \{x : x \leq a\}$



$(-\infty, 10) = \{x : x < 10\}$

$(-\infty, -7] = \{x : x \leq -7\}$



مجموعات الأعداد (فترات غير محدودة)

1- الأعداد الكليه natural number

$$w = \{0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$$

2- الأعداد الصحيحة Integer number

$$z = \{0, \mp 1, \mp 2, \mp 3, \mp 4, \dots\dots\dots\dots\}$$

3- الأعداد النسبية

الأعداد على صورة $\frac{a}{b}$

$b \neq zero$ ، أعداد صحيحة a , b

وتكون الصورة العشرية للعدد النسبي أما عدد عشرياً منتهياً أو دوري

4- الأعداد غير النسبية

هو العدد الذي لا يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$

الصورة العشرية للعدد غير النسبي ليست منتهية أو دورية

5- مجموعة الأعداد الحقيقية R وتضم كل مجموعات الأعداد

$$R = (-\infty, \infty)$$

نعود إلى حل المتباينات الخطية و التربيعية

المتباينات الخطية ← الصورة العامة

1) $ax + b \geq c$
2) $ax + b > c$
3) $ax + b \leq c$
4) $ax + b < c$

ما المقصود بحل المتباينات الخطية ؟

هو إيجاد قيمة (قيم) المتغير التي عند تعويضها في المتباينة تكون العبارة الناتجة عبارة صحيحة

مثال : جد مجموعة حل المتباينة في R

1) $2x \geq 6$

$\frac{2x}{2} \geq \frac{6}{2} \rightarrow x \geq 3 \rightarrow x \in [3, \infty)$

2) $-4x > 8 \rightarrow \frac{-4x}{-4} < \frac{8}{-4} \rightarrow x < -2 \rightarrow x \in (-\infty, -2)$

ملاحظة: عند الضرب أو القسمة بعدد سالب نعكس إشارة المتباينة

عند إضافة أو طرح نفس الرقم بطرفي المتباينة لا نعكس إشارة المتباينة

3) $2x - 3 \leq 1 \rightarrow 2x - 3 + 3 \leq 1 + 3$

$2x \leq 4 \rightarrow x \leq 2$

$x \in (-\infty, 2]$

4) $2x + 3 < 5 \rightarrow 2x + 3 - 3 < 5 - 3$

$2x < 2$

$x < 1$

$x \in (-\infty, 1)$

5) $3 \leq 2x - 5 < 7$ نضيف 5 للأطراف

$3 + 5 \leq 2x - 5 + 5 < 7 + 5$

$\frac{8}{2} \leq \frac{2x}{2} < \frac{12}{2}$

$4 \leq x < 6 , \quad x \in [4, 6)$

6) $-3 \leq 4 - 3x \leq 5$ نطرح 4 من الأطراف

$-3 - 4 \leq 4 - 4 - 3x \leq 5 - 4$

$\frac{-7}{-3} \geq \frac{-3x}{-3} \geq \frac{1}{-3}$

$\frac{-1}{3} \leq x \leq \frac{7}{3}$

$x \in [\frac{-1}{3}, \frac{7}{3}]$

المتباينات التربيعية

الصورة العامة

1) $ax^2 \mp bx \mp c \geq d$

2) $ax^2 \mp bx \mp c \leq d$

3) $ax^2 \mp bx \mp c < d$

4) $ax^2 \mp bx \mp c > d$

حيث أعداد a , b , c , d

مثال : أوجد مجموعة حل المتباينات التالية

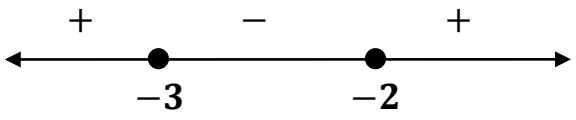
1) $x^2 + 5x + 6 \leq zero$

$(x+3)(x+2) \leq zero$

$x + 3 = zero \rightarrow x = -3$

$x + 2 = zero \rightarrow x = -2$

نضعهم على خط الأعداد و نبحث في الإشارة بتعويض أعداد في العبارة التربيعية



تكون فترة الحل الفترة السالبة $x \in [-3 , -2]$

2) $x^2 > zero$

$x \in R - \{zero\}$

3) $x^2 \geq zero$

$x \in R$

4) $x^2 < zero$

ليس لها حل ضمن R

5) $x^2 \leq zero$

$x = zero$

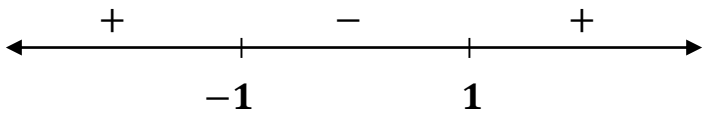
6) $x^2 \geq 1$

$x^2 - 1 \geq 1 - 1$

$x^2 - 1 \geq zero \quad \rightarrow \quad (x-1)(x+1) \geq zero$

$x - 1 = zero \quad \rightarrow \quad x = 1$

$x + 1 = zero \quad \rightarrow \quad x = -1$

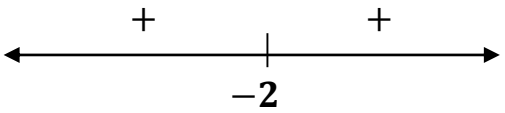


$x \in (-\infty, -1], [1, \infty)$

7) $x^2 + 4x + 4 \geq zero$

$(x+2)^2 \geq zero$

$x + 2 = zero \quad \rightarrow \quad x = -2$



$x \in R$

8) $x^2 + 4x + 4 < zero$

$(x+2)^2 < zero$ لا يوجد لها حل ضمن R

تمارين على المتباينات

جد مجموعة حل المتباينة في *R*

1) $3x > 9$

2) $3x \geq 9$

3) $3x < 9$

4) $3x \leq 9$

5) $-3x > 9$

6) $-3x \geq 9$

7) $-3x < 9$

8) $-3x \leq 9$

9) $2x + 4 \leq 5$

10) $2x + 4 \geq 5$

11) $2x - 4 \geq 5$

12) $2x - 4 \leq 5$

13) $5 - 3x \leq 8$

14) $-5 - 3x \leq 8$

15) $-2 - 3x > -7$

16) $-3 - 2x < -2$

17) $-2 - x < -2$

18) $5 \leq 2x - 4 \leq 2$

19) $2 < 3 - 2x \leq 5$

20) $x^2 - 6x + 9 \geq zero$

21) $x^2 - 6x + 9 < zero$

22) $x > zero$

23) $x \geq \boldsymbol{zero}$

24) $x < zero$

25) $x \leq \boldsymbol{zero}$

26) $-x > zero$

27) $-x \geq \boldsymbol{zero}$

28) $-x < zero$

29) $-x \leq \boldsymbol{zero}$

30) $x^2 > zero$

31) $x^2 \geq \boldsymbol{zero}$

32) $x^2 < zero$

33) $x^2 \leq zero$

34) $x^2 \geq 4$

35) $x^2 + 6x + 9 \geq zero$

36) $x^2 + 6x + 9 \leq zero$

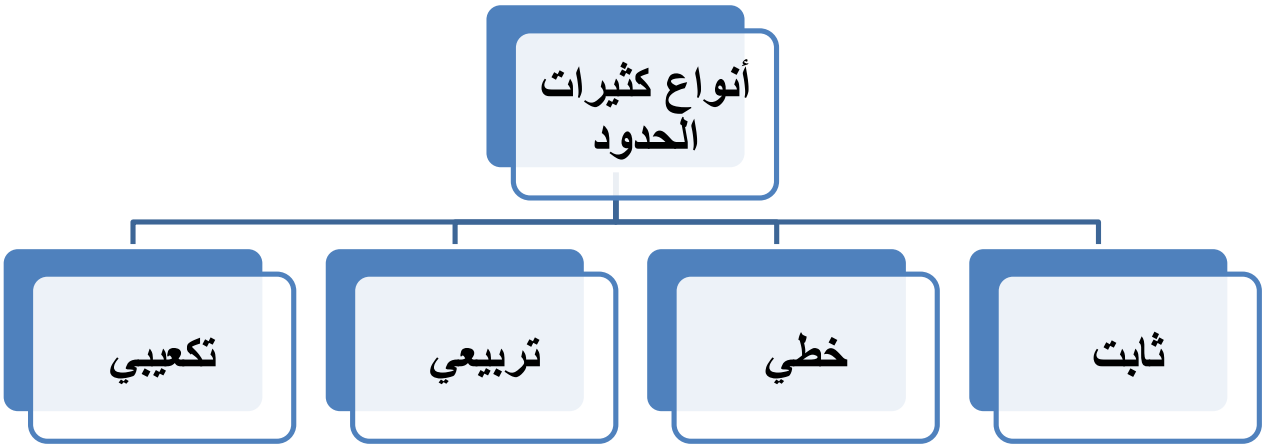
37) $x^2 + 6x + 9 > zero$

38) $x^2 + 6x + 9 < zero$

39) $x^2 - 2x + 1 \leq zero$

40) $x^2 - 2x + 1 > zero$

41) $x^2 - 2x + 1 \geq zero$



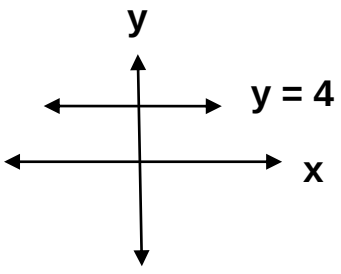
$f(x) = a$

$y = a$

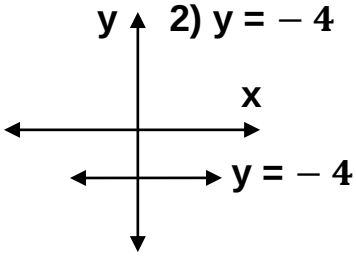
خط مستقيم يوازي محور السينات

ميله : صفر

مثال : 1) $y = 4$



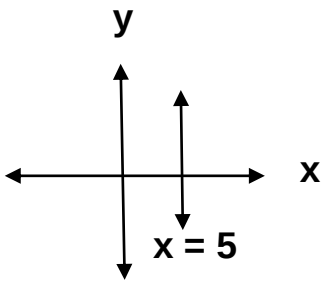
2) $y = -4$



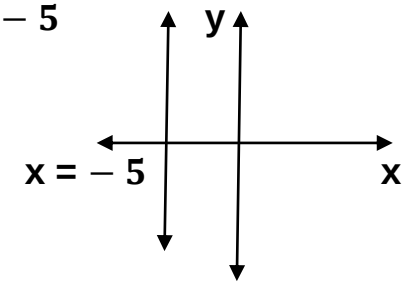
$x = a$ (ميله غير معروف)

خط مستقيم يوازي محور الصادات

1) $x = 5$



2) $x = -5$



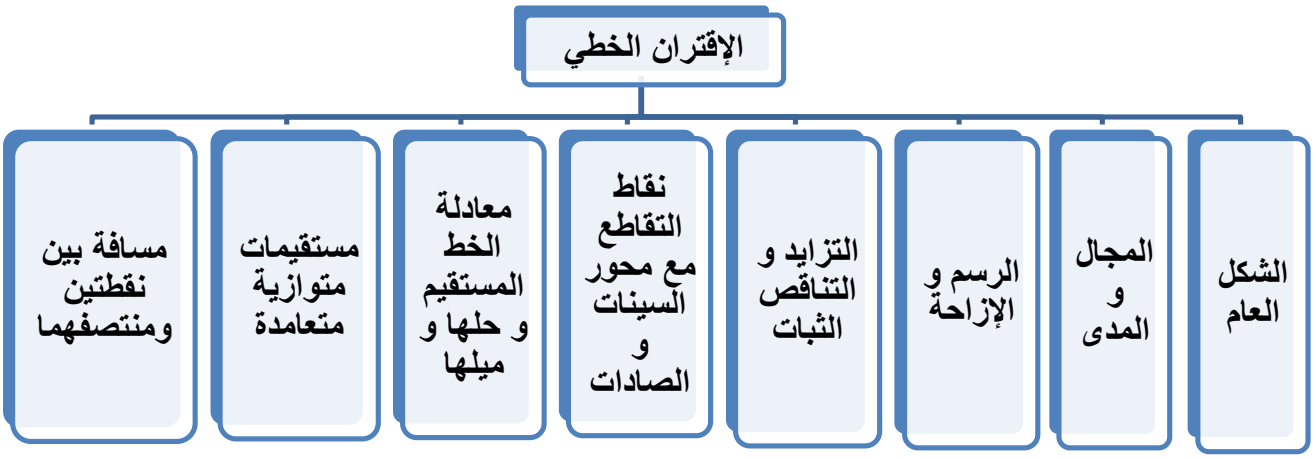
مثال : $f(x) = 6$

أوجد $f(zero)$, $f(1)$, $f(2)$

1) $f(zero) = 6$

2) $f(1) = 6$

3) $f(2) = 6$



الشكل العام : $y = ax + b$

$a = zero$	$a \neq zero$	$a = 1 , b = 1$
$y = b$	إقتران خطي	$y = x$
إقتران ثابت		الإقتران الخطي (المحايد)
$y = 5$		

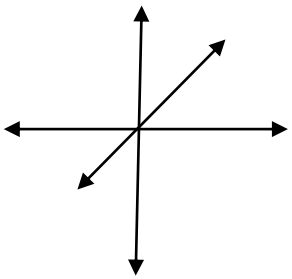
المجال و المدى (Domain , Range)

$y = ax + b$

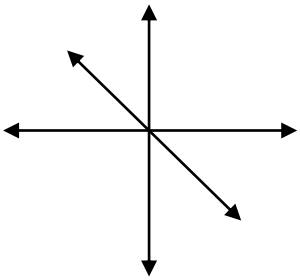
domain R , Range R

الرسم و الإزاحة

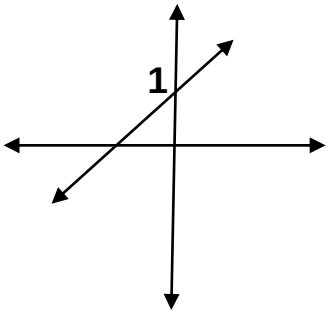
$y = x$



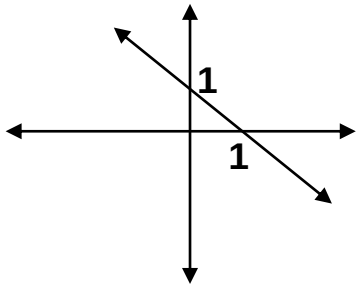
$y = -x$



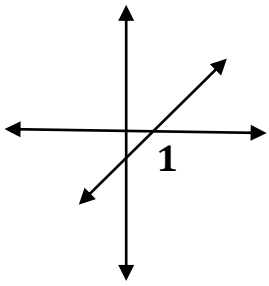
$y = x + 1$



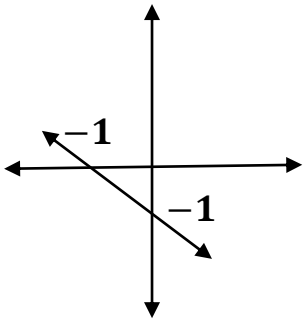
$y = -x + 1$



$y = x - 1$



$y = -x - 1$



$a > zero$ (متزايد)

$a < zero$

متناقص

المقطع السيني و المقطع الصادي (نقاط التقاطع)

- لإيجاد المقطع الصادي ← نعوض $x = zero$

$y = ax + b \rightarrow y = a(zero) + b \rightarrow y = b$

المقطع الصادي $(zero, b)$

- لإيجاد المقطع السيني ← نعوض $y = zero$

$y = ax + b \rightarrow zero = ax + b \rightarrow ax = -b$

$x = \frac{-b}{a}$

المقطع السيني $(\frac{-b}{a}, zero)$

مثال : أوجد المقطع السيني و الصادي حيث $y = 5x - 3$

الحل : مقطع صادي $(zero, -3) = (zero, b)$

مقطع سيني $5x - 3 = zero$

$5x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{5}$

المقطع السيني $(\frac{3}{5}, zero)$

معادلة الخط المستقيم بصوره الميل والمقطع

$$y = ax + b$$

الميل (Slope) (معامل x) Slope = a

مثال : أوجد الميل لمعادلة الخط المستقيم

1) $y = -2x + 1$

$slope = -2$

2) $3y = 5x + 4$

$y = \frac{5}{3}x + \frac{4}{3} \rightarrow slope = \frac{5}{3}$

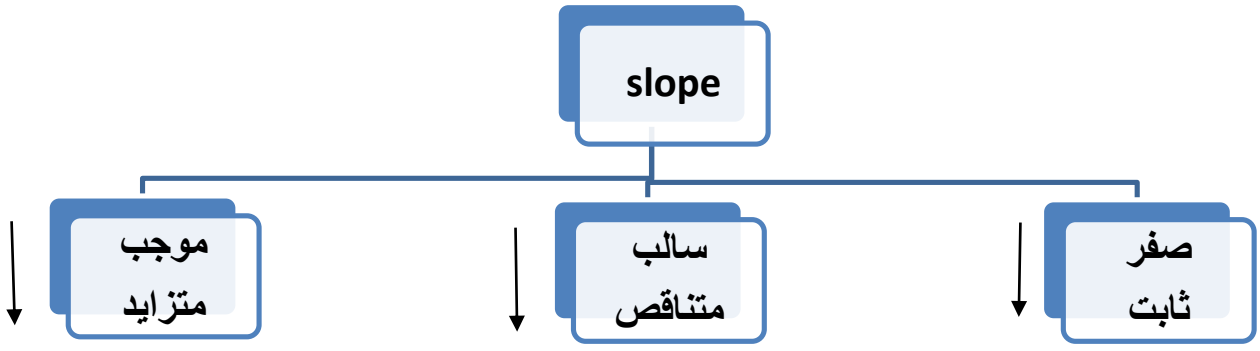
3) $5y + 4x + 5 = zero$

$5y = -4x - 5$

$y = \frac{-4}{5}x - \frac{5}{5} \rightarrow slope = \frac{-4}{5}$

4) $y = 5$

$slope = zero$



معادلة الخط المستقيم $y = ax + b$

لحل معادلة الخط المستقيم نجد قيم x التي تحقق المعادلة

مثال : أوجد حل معادلة الخط المستقيم

1) $2x + 5 = 9$

$2x + 5 - 5 = 9 - 5$

$2x = 4 \quad \rightarrow \quad x = 2$

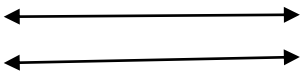
2) $3x - 5 = 7x + 4$

$-5 - 4 = 7x - 3x$

$-9 = 4x$

$\frac{-9}{4} = x$

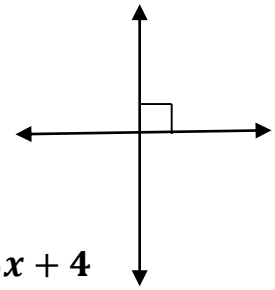
إذا كان ميل الأول = ميل الثاني



البعد بينهم ثابت

إذا كان حاصل ضرب ميل الأول في ميل الثاني = -1

أو إذا كانت الزاوية بينهم قائمة



مثال : حدد المستقيمات المتوازية و المتعامدة

1) $y = 5x + 4$

2) $2y - 10x + 8 = zero$

3) $y + \frac{1}{5}x - 3 = zero$

الحل :

1) $y = 5x + 4 \quad \rightarrow \quad slope = 5$

2) $2y - 10x + 8 = zero$

$2y = 10x - 8 \quad \rightarrow \quad y = 5x - 4 \quad \rightarrow \quad slope = 5$

3) $y + \frac{1}{5}x - 3 = zero \quad \rightarrow \quad y = \frac{-1}{5}x + 3 \quad \rightarrow \quad slope = \frac{-1}{5}$

- المستقيم رقم 1 ورقم 2 متوازيان لأن slope = 5
- المستقيم رقم 1 ورقم 3 متعامدان
- المستقيم رقم 2 ورقم 3 متعامدان

معادلة الخط المستقيم بصوره الميل ونقطه عليه

$$y - y_0 = m\,(x - x_1)$$

مثال : أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل وميله 5

الحل : نقطة الأصل $(zero, zero)$ $m = 5$

$$y - zero = 5\,(x - 0)$$

$$y = 5x$$

مثال : أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 3)$ وميله 4

الحل : $y - y_0 = m\,(x - x_0)$

$$y - 3 = 4\,(x - (-2))$$

$$y - 3 = 4\,(x + 2)$$

$$y = 4\,(x + 2) + 3$$

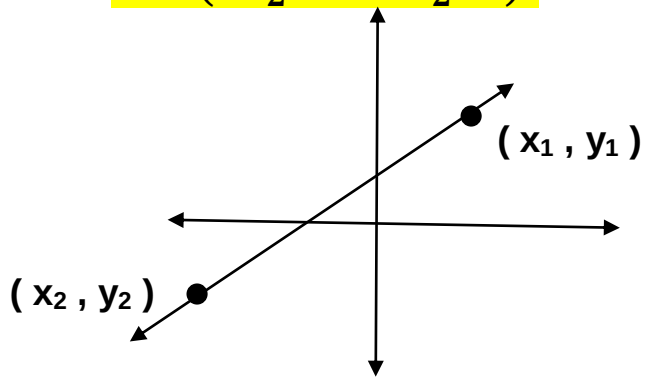
$$= 4x + 8 + 3 = 4x + 11$$

قانون المسافة بين نقطتين

$$f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

قانون منتصف المسافة بين نقطتين

$$l = \left(\frac{x_1+x_2}{2} \ , \ \frac{y_1+y_2}{2} \right)$$



مثال :

1) أوجد المسافة بين النقطتين $(2\ ,4)\ ,(-3\ ,-5)$

2) أوجد نقطه منتصف المسافة بين النقطتين $(2\ ,4)\ ,(-3\ ,-5)$

1) $f = \sqrt{\left((2-(-3))^2 + (4-(-5))^2\right)}$

$= \sqrt{(5)^2 + (9)^2} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$

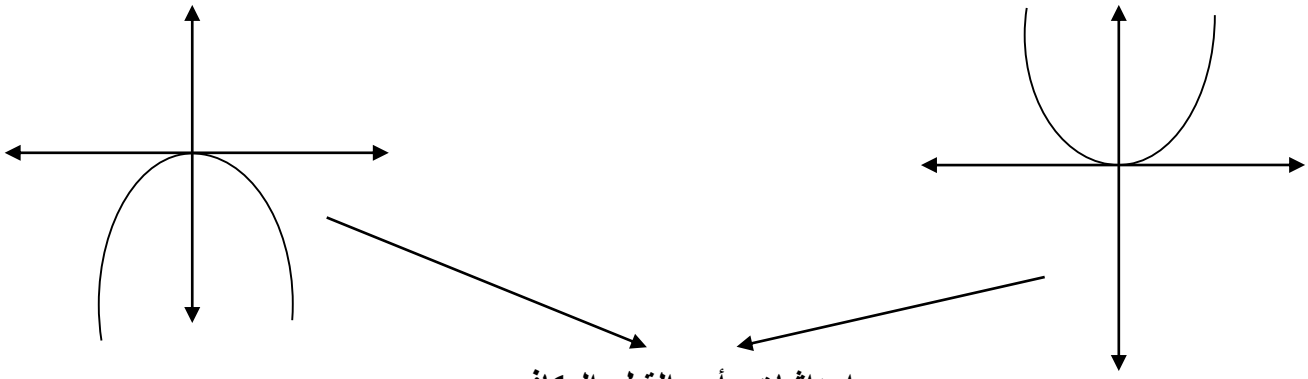
2) $l = \left(\frac{-3+2}{2} \ , \ \frac{-5+4}{2} \right) = \left(\frac{-1}{2} \ , \ \frac{-1}{2} \right)$

الإقتران التربيعي (القطع المكافئ)

الشكل العام

$y = ax^2 + bx + c$ ، $a, b, c \in R$

- $a = zero$: إقتران خطي
  $y = bx + c$
- $a \neq zero$: إقتران تربيعي
  - $a > zero$: مقعر للأعلى له قيمة صغرى
    $y = x^2$
  - محور التماثل: $x = \frac{-b}{2a}$
  - $a < zero$: مقعر للأسفل له قيمة عظمى
    $y = -x^2$



إحداثيات رأس القطع المكافئ

$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$

- $a < zero$: $Range\left(-\infty, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right]$
- $a > zero$: $Range\left[f\left(\frac{-b}{2a}\right), \infty\right)$

رسم الاقتران التربيعي

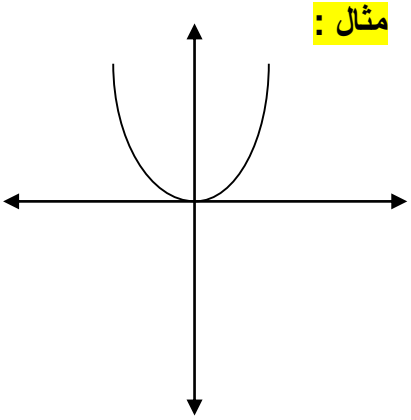
يجب إيجاد

1) إحداثيات رأس القطع المكافئ

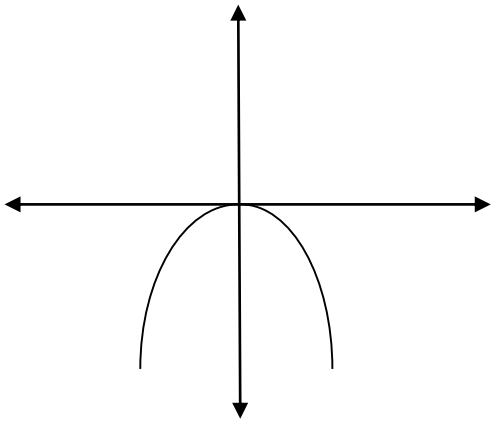
2) معامل x^2 (تحديد الإتجاه للأعلى أم للأسفل)

3) نقاط التقاطع مع محور السينات و الصادات

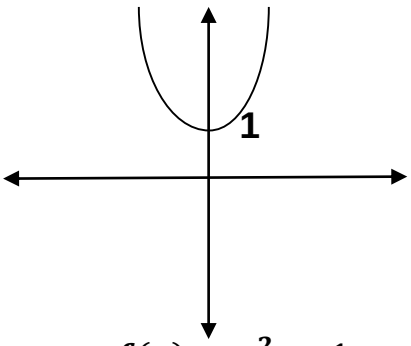
مثال :



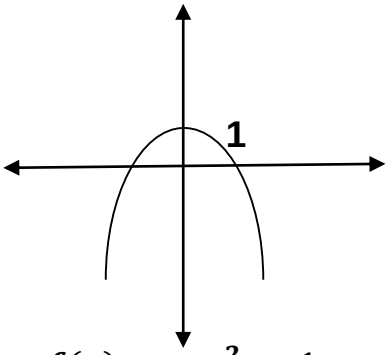
$f(x) = x^2$



$f(x) = -x^2$

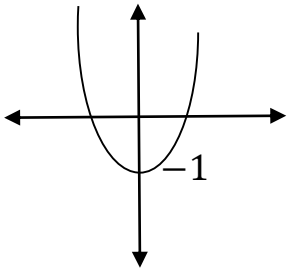


$f(x) = x^2 + 1$

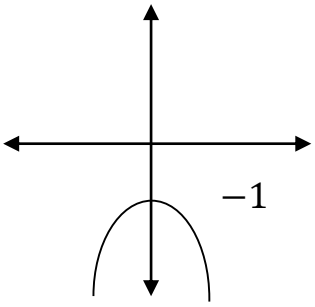


$f(x) = -x^2 + 1$

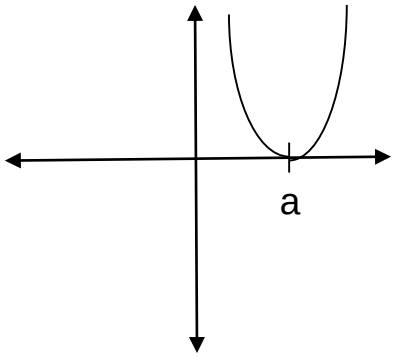
إزاحة للأعلى بمقدار 1



$f(x) = x^2 - 1$

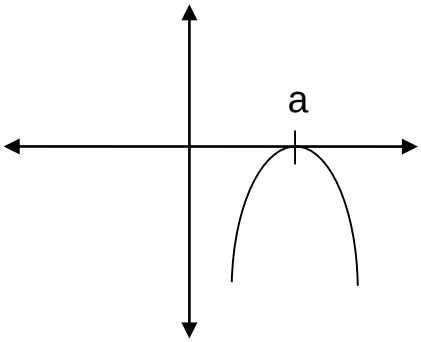


$f(x) = -x^2 - 1$

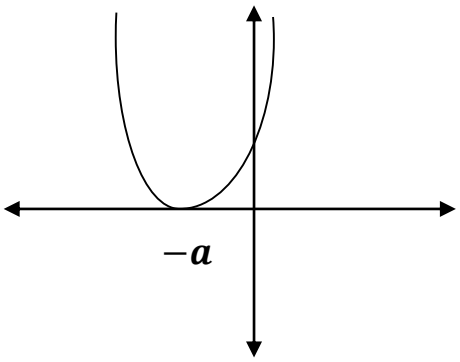


$f(x) = (x - a)^2$

إزاحة إلى اليمين بمقدار a

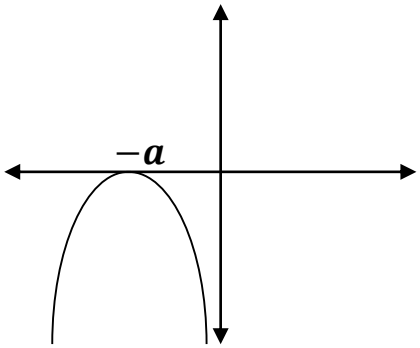


$f(x) = -(x - a)^2$

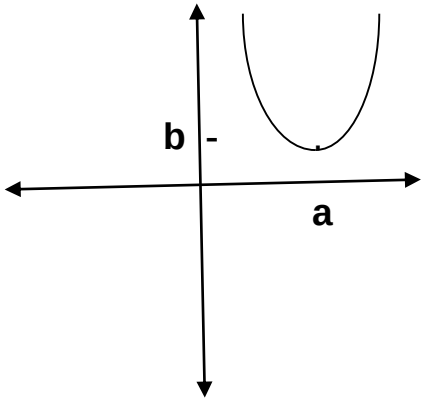


$f(x) = (x + a)^2$

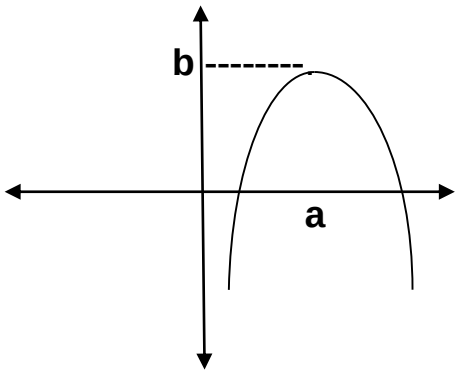
ازاحه لليسار



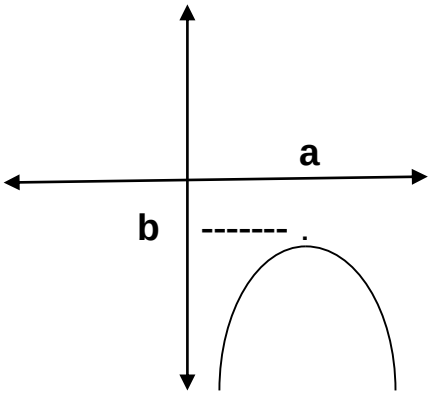
$f(x) = -(x + a)^2$



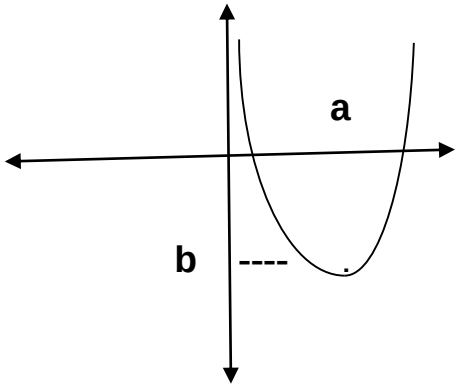
$f(x) = (x - a)^2 + b$



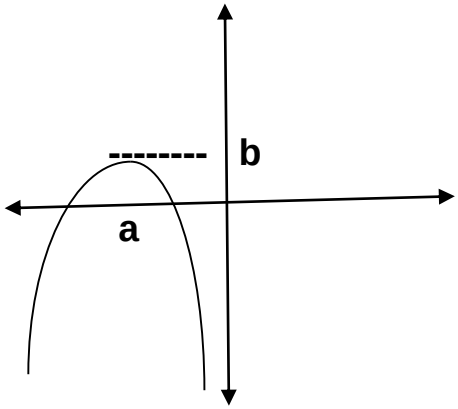
$f(x) = -(x - a)^2 + b$



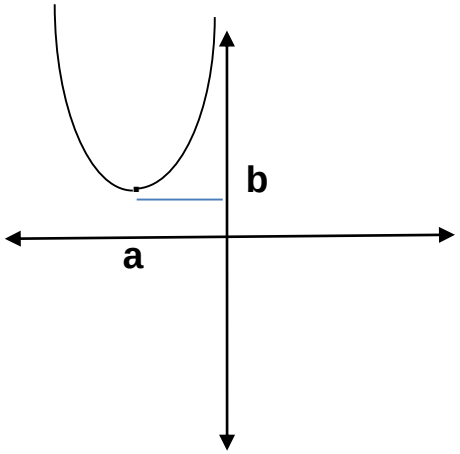
$$f(x) = -(x-a)^2 - b$$



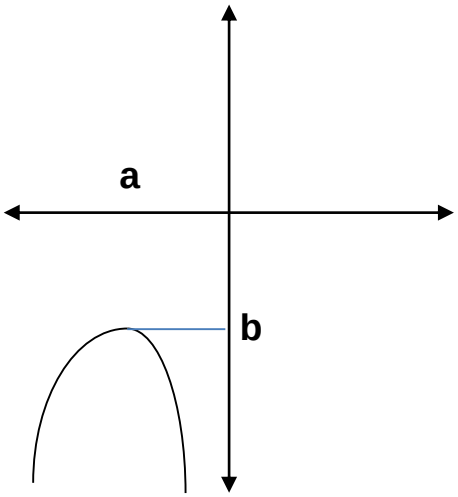
$$f(x) = (x-a)^2 - b$$



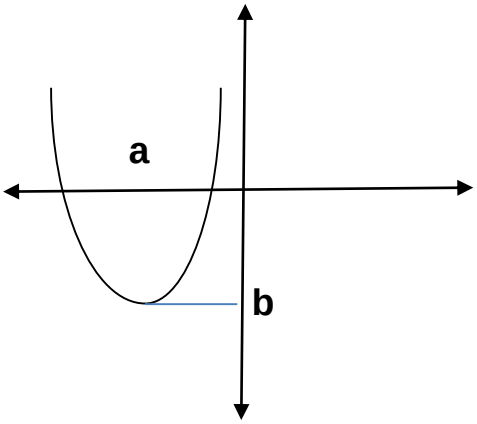
$$f(x) = -(x+a)^2 + b$$



$$f(x) = (x+a)^2 + b$$



$$f(x) = -(x+a)^2 - b$$



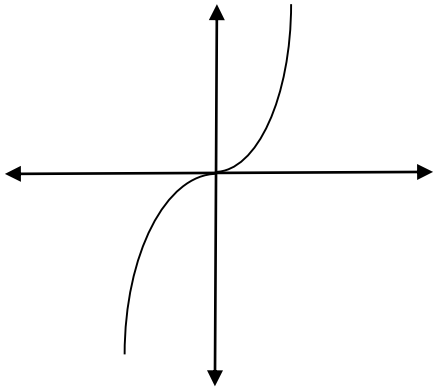
$$f(x) = (x+a)^2 - b$$

الإقتران التكعيبي

الشكل العام

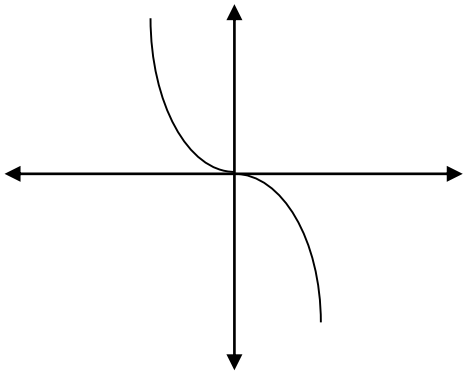
$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$f(x) = x^3$



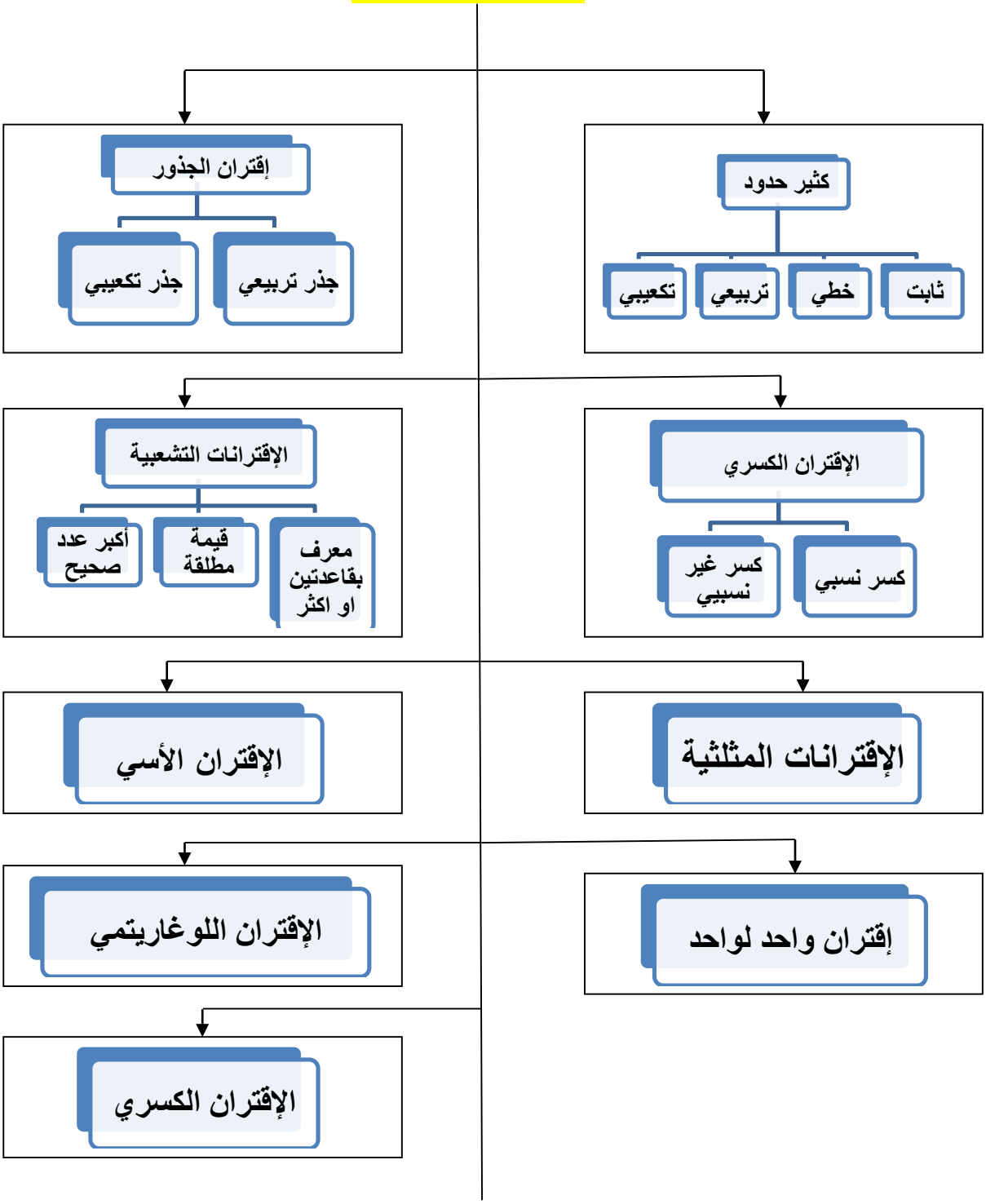
متزايد على R

$f(x) = -x^3$



متناقص على R

الإقترانات الحقيقية

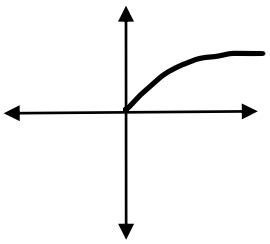


إقتران الجذور

الجذر التربيعي $f(x) = \sqrt{h(x)}$

$h(x)$ كثير حدود

مثال :



1) $f(x) = \sqrt{x}$

$domain \;\; x \geq zero$

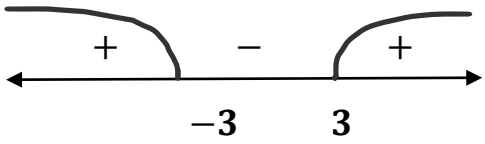
$[\, zero \,, \infty\,)$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

$domain$

$x^2 - 9 = zero$

$x^2 = 9 \;\rightarrow\; x = \mp 3$



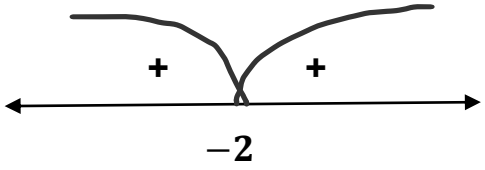
$domain$

$(-\infty, 3\,]\,,\; [\, 3 \,, \infty\,)$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$

$domain \;\; R$

$x^2 + 4x + 4 \geq zero$



$(x+2)^2 \geq zero$

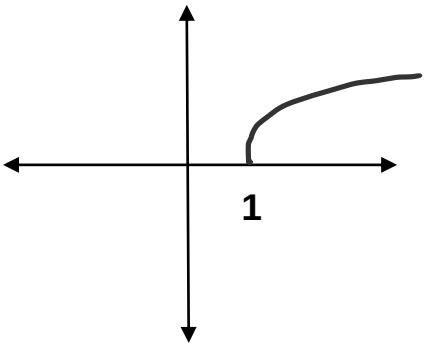
$x + 2 = zero \;\rightarrow\; x = -2$

4) $f(x) = \sqrt{x-1}$

$domain$

$x - 1 \geq zero$

$x \geq 1$



$[\, 1 \,, \infty\,)$

إنسحاب لليمين بمقدار واحد

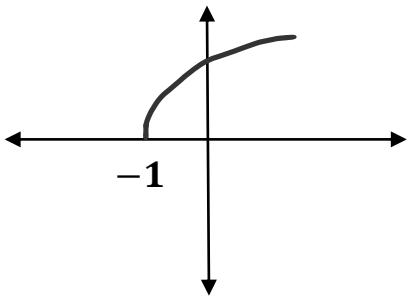
5) $f(x) = \sqrt{x+1}$

$domain$

$x + 1 \geq zero$

$x \geq -1$

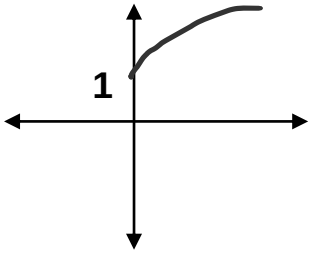
$x \in [-1, \infty)$



6) $f(x) = \sqrt{x} + 1$

$domain$ $[0, \infty)$

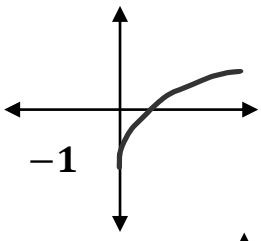
إنسحاب للأعلى بمقدار 1



7) $f(x) = \sqrt{x} - 1$

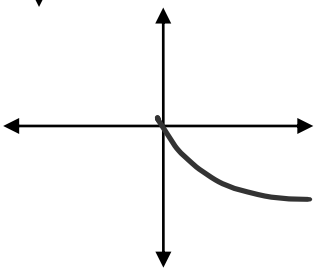
$domain$ $[0, \infty)$

إنسحاب للأسفل بمقدار 1



8) $f(x) = -\sqrt{x}$

$domain$ $[0, \infty)$



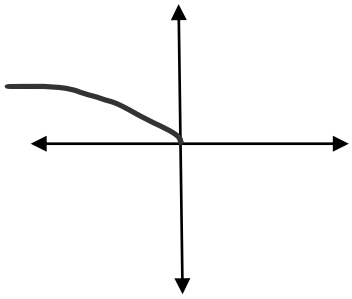
9) $f(x) = \sqrt{-x}$

$domain$

$-x \geq zero$

$x \leq zero$

$x \in (-\infty, zero]$



الإقتران الكسري

إقتران كسري نسبي

الحالة الأولى

$$f(x)=\frac{a}{h(x)}$$

عدد ثابت : a

كثير حدود : h(x)

Domain

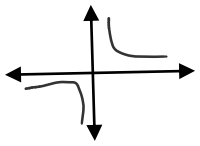
R - {أصفار المقام}

مثال :

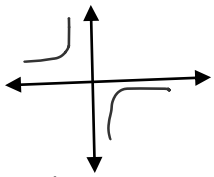
1) $f(x)=\frac{1}{X}$

Domain

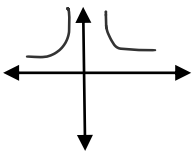
R - {zero}



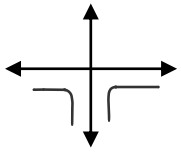
2) $f(x)=\frac{-1}{x}$



3) $f(x)=\frac{1}{x^2}$



4) $f(x)=\frac{-1}{x^2}$



الحالة الثانية

$$f(x)=\frac{h(x)}{g(x)}$$

كثير حدود h(x) , g(x)

domain

domain h(x) تقاطع

domain g(x)

- {أصفار المقام}

مثال :

1) $f(x)=\frac{5x+4}{x-3}$

domain

R - { 3 }

2) $f(x)=\frac{8}{x^3-8}$

domain

R - { 2 }

3) $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+1}$

domain

R

إقتران كسري غير نسبي

عندما يكون كل من البسط و المقام أو أحدهما ليس كثير حدود

مثال :

1) $f(x)=\frac{2x+3}{\sqrt{x+5}}$

مجال البسط R

مجال المقام

$x+5 > zero$

$x > -5$

$x \in (-5, \infty)$

2) $f(x)=\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt[3]{x^2-4}}$

مجال البسط

$x-3 \geq zero$

$x \in [3, \infty)$

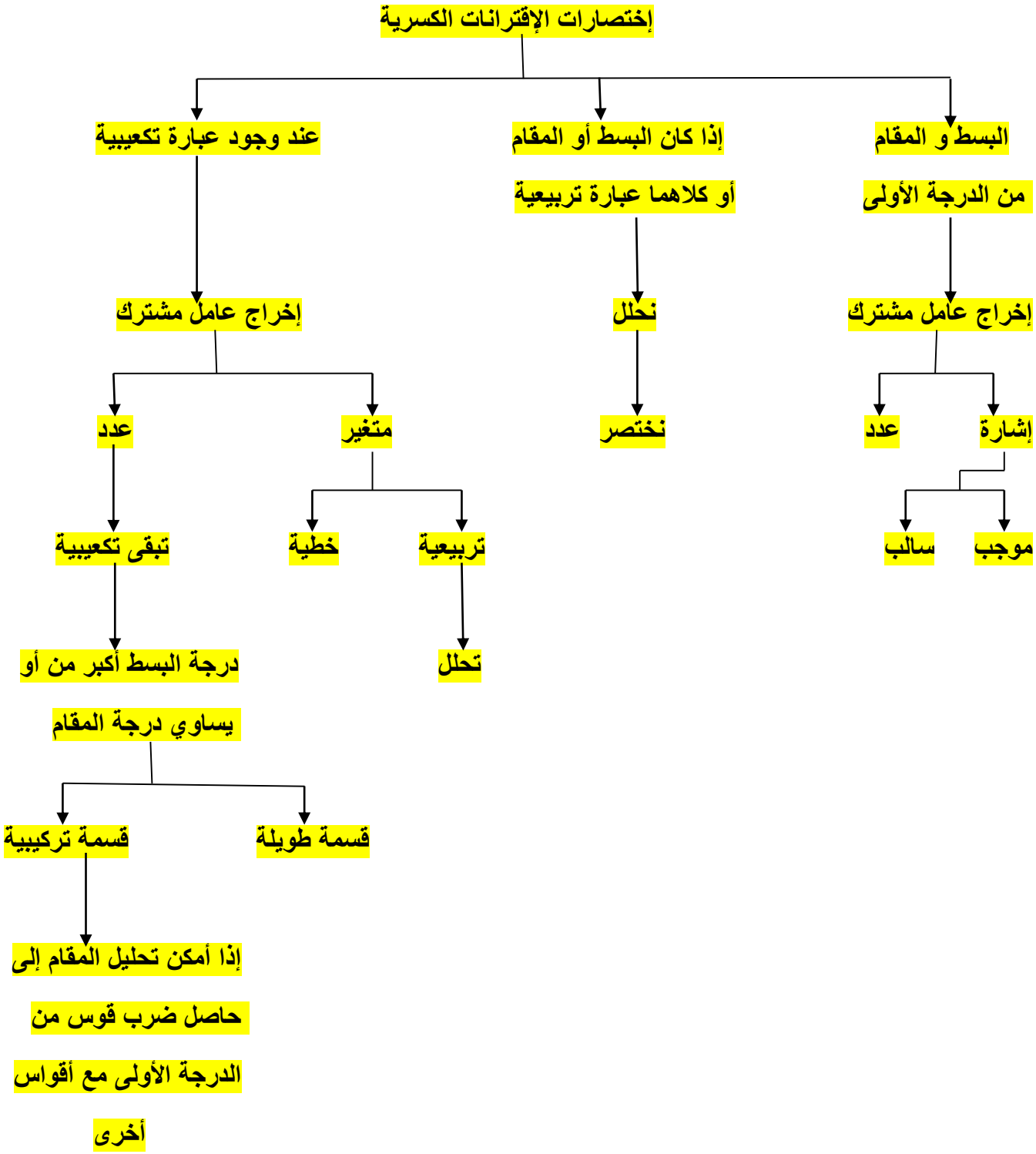
مجال المقام

$R-\{x^2-4\}=zero$

$R-\{\mp 2\}$

مجال $f(x)$

$[3, \infty)$


إختصارات الإقترانات الكسرية
البسط و المقام
من الدرجة الأولى
إذا كان البسط أو المقام
أو كلاهما عبارة تربيعية
عند وجود عبارة تكعيبية
إخراج عامل مشترك
عدد
إشارة
موجب
سالب
نحلل
نختصر
إخراج عامل مشترك
عدد
متغير
تبقى تكعيبية
خطية
تربيعية
تحلل
درجة البسط أكبر من أو
يساوي درجة المقام
قسمة طويلة
قسمة تركيبية
إذا أمكن تحليل المقام إلى
حاصل ضرب قوس من
الدرجة الأولى مع أقواس
أخرى

مثال : بسط المقادير الجبرية إلى أبسط صورة

1) $\frac{x-b}{x-b} = 1$

2) $\frac{x+b}{x+b} = 1$

3) $\frac{x-b}{b-x} = \frac{-(b-x)}{b-x} = -1$

4) $\frac{2x-4}{x-2} = \frac{2(x-2)}{x-2} = 2$

5) $\frac{x^2-4}{x+2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x+2} = (x-2)$

6) $\frac{x^2+4x+4}{(x+2)} = \frac{(x+2)(x+2)}{(x+2)} = (x+2)$

7) $\frac{x^2-9}{x^2+5x+6} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)(x+3)} = \frac{(x-3)}{(x+2)}$

8) $\frac{x^3-27}{x^2+3x+9} = \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x^2+3x+9)} = (x-3)$

9) $\frac{x^3-x^2}{4x-4} = \frac{x^2(x-1)}{4\,(x-1)} = \frac{x^2}{4}$

10) $\frac{x^3+64}{x^2+9x+20} = \frac{(x+4)(x^2-4x+16)}{(x+4)(x+5)} = \frac{x^2-4x+16}{x+5}$

- عند عدم القدرة على التحليل إلى العوامل نستخدم القسمة الطويلة و القسمة التركيبية

مثال :

يمكن تحليل العبارة التكعيبية

نبحث في عوامل المقام أولاً

$$x-2=zero \rightarrow x=2$$

$$(2)^3-6(2)+4$$

$$8-12+4=zero$$

	x^3	x^2	x^1	x^{zero}
	1	$zero$	-6	4
2)		2	4	-4
	1	2	-2	$zero$

$$x^2+2x-2$$

$$\frac{x^3-6x+4}{x-2}$$

$$\begin{array}{r|l} x-2 & x^3-6x+4 \\ & x^2+2x-2 \\ & -\quad x^3-2x^2 \\ & \hline & 2x^2-6x+4 \\ & -\quad 2x^2-4x \\ & \hline & -2x+4 \\ & -\quad -2x+4 \\ & \hline & zero \end{array}$$

$$\frac{x^3-6x+4}{x-2}$$

$$\frac{(x^2+2x-2)(x-2)}{x-2}$$

$$x^2+2x-2$$

تمارين على كثيرات الحدود

الإقتران الثابت

$$f(x) = 5$$

أوجد :

1) $f(1) =$
2) $f(5) =$
3) $f(zero) =$
4) **أوجد الميل**
5) **أرسم الإقتران**

أرسم الإقترانات التالية :

1) $f(x) = -5$

2) $f(x) = 6$

3) $f(x) = zero$

4) $x = -5$

5) $x = 6$

6) $x = zero$

تمارين على الإقتران الخطي

$f(x) = 2x - 4$

1) أوجد مجال $f(x)$

2) أوجد مدى $f(x)$

3) أوجد ميل $f(x)$

4) أوجد المقطع السيني و المقطع الصادي

5) حدد هل الإقتران متزايد أو متناقص أو ثابت

6) أرسم الإقتران

حدد المستقيمات المتعامدة و المتوازية

1) $f(x) = 2x - 4$
2) $f(x) = 4 - 2x$
3) $2y + x - 2 = zero$
4) $y = 7 + x$

أوجد المسافة بين نقطتين (5 , 3) (4 , 1)

أوجد منتصف المسافة بين النقطتين $(5, 3)$, $(4, 1)$

تمارين على الإقتران التربيعي

$f(x) = x^2 + 4x + 4$

أوجد ما يلي :

1) هل الإقتران مقعر للأعلى أم للأسفل

2) حدد هل له قيمة عظمى أو صغرى و أوجدها

3) أوجد إحداثيات رأس القطع المكافئ

4) أوجد المجال و المدى

5) حدد المقطع السيني و الصادي

6) أرسم الإقتران

تمارين على إقتران الجذور

أوجد مجال كل من الإقترانات التالية :

1) $f(x) = \sqrt{x}$

2) $f(x) = \sqrt{-x}$

3) $f(x) = \sqrt{x-1}$

4) $f(x) = \sqrt{x+1}$

5) $f(x) = \sqrt{2x-3}$

6) $f(x) = \sqrt{x} + 1$

7) $f(x) = \sqrt{x} - 1$

8) $f(x) = -\sqrt{x}$

9) $f(x) = \sqrt{1-x}$

10) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

تمارين على الإقتران الكسري

أوجد مجال كل من الإقترانات التالية :

1) $f(x) = \frac{1}{x}$

2) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

3) $f(x) = \frac{2x-4}{x-3}$

4) $f(x) = \frac{x+3}{x^2+9}$

5) $f(x) = \frac{2x-3}{6+4x}$

6) $f(x) = \frac{2}{x^3+8}$

7) $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-5}}$

8) $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x^2-4}}$

9) $f(x) = \frac{\sqrt{2x-6}}{\sqrt[3]{x^2-4}}$

10) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-2}}{\sqrt[3]{x^3-8}}$

تمارين على إختصار الإقترانات الكسرية

أوجد الناتج بأبسط صورة

1) $\frac{x-2}{x-2} =$

2) $\frac{x+2}{x-2} =$

3) $\frac{x-4}{4-x} =$

4) $\frac{2x-6}{x-3} =$

5) $\frac{4-x}{2x-8} =$

6) $\frac{3x-9}{4x-12} =$

7) $\frac{x^2-9}{x-3} =$

8) $\frac{2x^2-8}{2x+4} =$

9) $\frac{x^2+6x+9}{(x+3)^2} =$

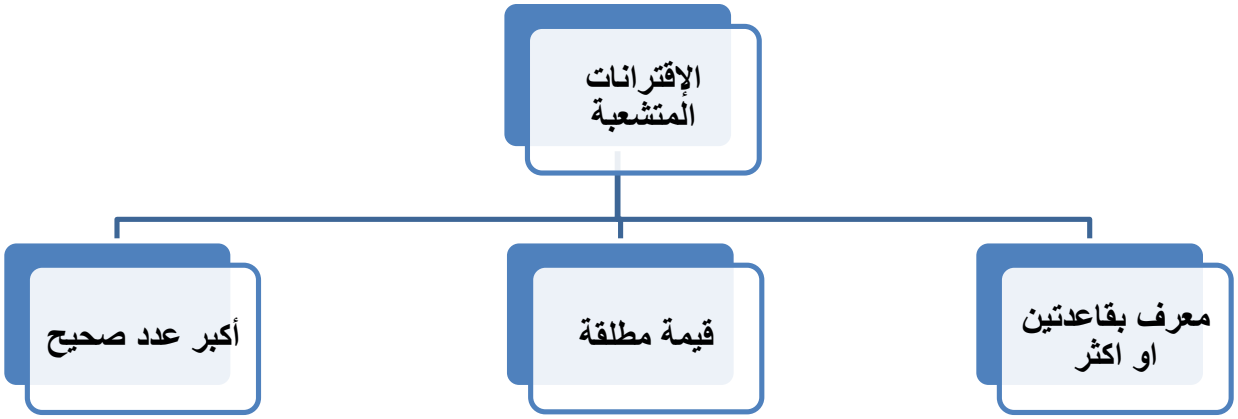
10) $\frac{x^3-64}{x^2+4x+16}=$

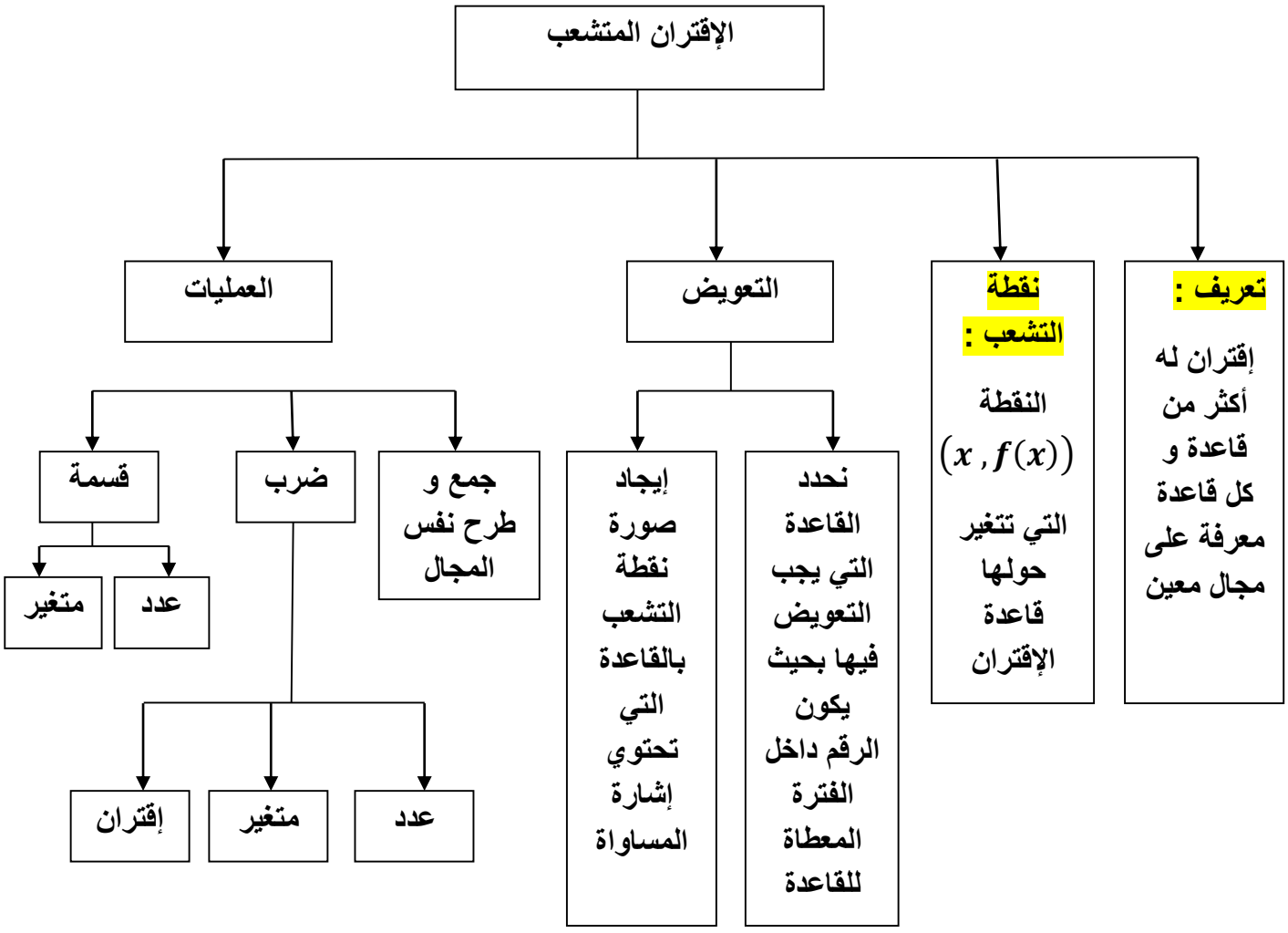
11) $\frac{x^3-64}{x^2-5x-4}=$

12) $\frac{x^4-x^2}{3x^2-3}=$

13) $\frac{x^4-8x^3+2x-7}{x+1}=$

14) $\frac{x^3-6x+4}{x^2-4}=$


الإقترانات المتشعبة
معرف بقاعدتين او اكثر
قيمة مطلقة
أكبر عدد صحيح


الإقتران المتشعب
تعريف :
إقتران له أكثر من قاعدة و كل قاعدة معرفة على مجال معين
نقطة التشعب :
النقطة $(x, f(x))$ التي تتغير حولها قاعدة الإقتران
التعويض
نحدد القاعدة التي يجب التعويض فيها بحيث يكون الرقم داخل الفترة المعطاة للقاعدة
إيجاد صورة نقطة التشعب بالقاعدة التي تحتوي إشارة المساواة
العمليات
جمع و طرح نفس المجال
ضرب
قسمة
عدد
متغير
عدد
متغير
إقتران

مثال 1 :

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & , \quad x>2 \\ -3x & , \quad x\le 2 \end{cases}$$

أوجد :

1) $f(-3)$

$-3 < 2 \rightarrow f(x) = -3x \rightarrow f(-3) = (-3)(-3) = 9$

2) $f(2)$

$2 \le 2 \rightarrow f(x) = -3x \rightarrow f(2) = -3(2) = -6$

3) $f(4)$

$4 > 2 \rightarrow f(x) = x^2 \rightarrow f(x) = (4)^2 = 16$

مثال 2 :

$$f(x)=\begin{cases} 5 & , \quad x \le -3 \\ 2x & , \quad -3 < x < 3 \\ x^2+1 & , \quad x \ge 3 \end{cases}$$

أوجد

1) $f(-5)$

$-5 \le -3 \rightarrow f(x) = 5 \rightarrow f(-5) = 5$

2) $f(zero)$

$-3 < zero < 3 \rightarrow f(x) = 2x \rightarrow f(zero) = 2(zero) = zero$

3) $f(10)$

$10 \ge 3 \rightarrow f(x) = x^2 + 1 \rightarrow f(10) = (10)^2 + 1 = 101$

مثال 3 :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad -5 \leq x < -1 \\ \frac{x+3}{5} & , \quad zero < x < 2 \end{cases}$$

أوجد

1) $f(1)$

$zero < 1 < 2 \quad \rightarrow \quad f(x) = \frac{x+3}{5} \quad \rightarrow f(1) = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$

2) $f(-2)$

$-5 < -2 < -1 \quad \rightarrow \quad f(x) = x^2 \quad \rightarrow \quad f(-2) = (-2)^2 = 4$

3) $f(5)$

$f(5)$ غير معرف (لا يوجد أي فترة تحتوي على 5)

مثال 4 :

$$f(x) = \begin{cases} -3 & , \quad x < 4 \\ \sqrt{x} & , \quad x > 4 \\ 7x & , \quad x = 4 \end{cases}$$

أوجد

1) $f(100)$

$100 > 4 \quad \rightarrow \quad f(x) = \sqrt{x} \quad \rightarrow \quad f(100) = \sqrt{100} = 10$

2) $f(zero)$

$zero < 4 \quad \rightarrow \quad f(x) = -3 \quad \rightarrow f(zero) = -3$

3) $f(4)$

$4 = 4 \quad \rightarrow \quad f(x) = 7x \quad \rightarrow \quad f(4) = 7(4) = 28$

مثال 5 :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & , \quad x > 5 \\ \sqrt[3]{x} & , \quad x < 5 \end{cases}$$

أوجد : $1)\ f(5)$ $2)\ f(10)$ $3)\ f(-2)$

الحل :

1) $f(5)$ غير معرف $\rightarrow$ لا يوجد مساواة

2) $f(10) \rightarrow 10 > 5 \rightarrow f(x) = \sqrt{x} \rightarrow f(10) = \sqrt{10}$

3) $f(-2) \rightarrow -2 < 5 \rightarrow f(x) = \sqrt[3]{x} \rightarrow f(-2) = \sqrt[3]{-2}$

مثال 6 :

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , \quad x \geq 5 \\ x^2 & , \quad x < 5 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} -4 & , \quad x \geq 5 \\ 7x & , \quad x < 5 \end{cases}$$

أوجد :

1) $f(x) + g(x)$

2) $f(x) - g(x)$

3) $3f(x)$

4) $x\, g(x)$

5) $f(x)\, g(x)$

6) $\frac{1}{2}\ g(x)$

7) $\frac{g(x)}{x}\ ,\ x \neq zero$

1) $f(x) + g(x) = \begin{cases} 2x + 1 - 4 & , \ x \geq 5 \\ x^2 + 7x & , \ x < 5 \end{cases}$

$= \begin{cases} 2x - 3 & , \ x \geq 5 \\ x^2 + 7x & , \ x < 5 \end{cases}$

2) $f(x) - g(x) = \begin{cases} 2x + 1 - (-4) & , \ x \geq 5 \\ x^2 - 7x & , \ x < 5 \end{cases}$

$= \begin{cases} 2x + 5 & , \ x \geq 5 \\ x^2 - 7x & , \ x < 5 \end{cases}$

3) $3\,f(x) = \begin{cases} 3(2x + 1) & , \ x \geq 5 \\ 3x^2 & , \ x < 5 \end{cases}$

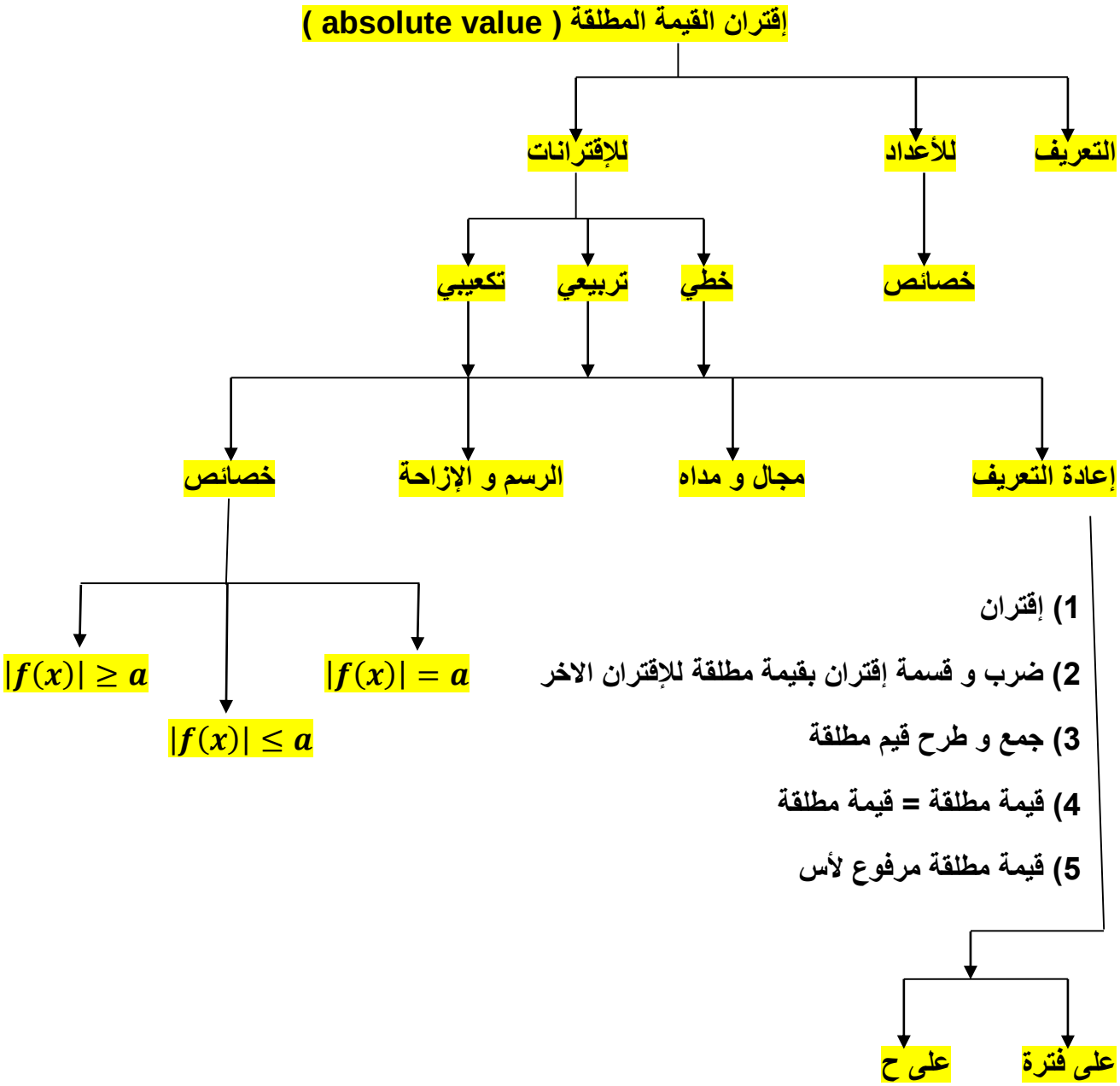
$= \begin{cases} 6x + 3 & , \ x \geq 5 \\ 3x^2 & , \ x < 5 \end{cases}$

4) $x\,g(x) = \begin{cases} x(-4) & , \ x \geq 5 \\ x(7x) & , \ x < 5 \end{cases} = \begin{cases} -4x & , \ x \geq 5 \\ 7x^2 & , \ x < 5 \end{cases}$

5) $f(x)g(x) = \begin{cases} (2x + 1)(-4) & , \ x \geq 5 \\ x^2(7x) & , \ x < 5 \end{cases} = \begin{cases} -8x - 4 & , \ x \geq 5 \\ 7x^3 & , \ x < 5 \end{cases}$

6) $\frac{1}{2}\,g(x) = \frac{1}{2}\begin{cases} -4 & , \ x \geq 5 \\ 7x & , \ x < 5 \end{cases} = \begin{cases} -2 & , \ x \geq 5 \\ \frac{7}{2}x & , \ x < 5 \end{cases}$

7) $\frac{g(x)}{x} = \begin{cases} \frac{-4}{x} & , \ x \geq 5 \\ \frac{7x}{x} & , \ x < 5 \end{cases} = \begin{cases} \frac{-4}{x} & , \ x \geq 5 \\ 7 & , \ x < 5 \end{cases}$



القيمة المطلقة للعدد

هي المسافة التي تبعد عن نقطة الصفر على خط الأعداد ولأن المسافة لا يمكن أن تكون سالبة فإن القيمة للعدد غير سالبة

مثال :

1) $|2| = 2$
2) $|-2| = 2$
3) $|zero| = zero$

4) $f(x) = |2x - 1|$

أوجد : $1)\ f(zero)\quad 2)\ f(4)\quad 3)\ f\left(\frac{3}{2}\right)$

الحل :

$1)\ f(zero) = |2(zero) - 1| = |zero - 1| = |-1| = 1$

$2)\ f(4) = |2(4) - 1| = |8 - 1| = |7| = 7$

$3)\ f(\frac{3}{2}) = |2(\frac{3}{2}) - 1| = |3 - 1| = |2| = 2$

خطوات إعادة تعريف القيمة المطلقة

1) نساوي الإقتران بالصفر و نجد جذوره

2) نعين جذور الإقتران على خط الأعداد وندرس إشارة الإقتران

3) إذا كانت الإشارة موجبة تبقى قاعدة الإقتران كما هي

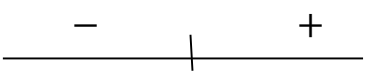
إذا كانت الإشارة سالبة تضرب القاعدة في سالب

4) يصبح الإقتران على صورة إقتران متشعب

مثال : أعد تعريف الإقترانات التالية

$1)\ f(x) = |x|$

$x = zero$



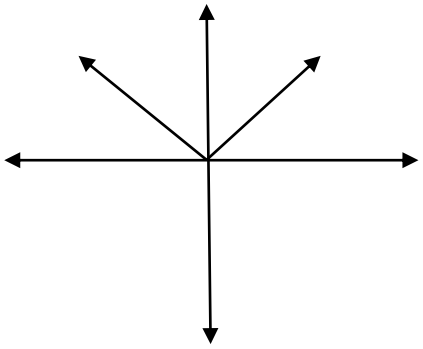
$$|x| = \begin{cases} -x & , x < zero \\ x & , x \geq zero \end{cases}$$

نضع إشارة المساواة عند أي فترة

$Domain : R$

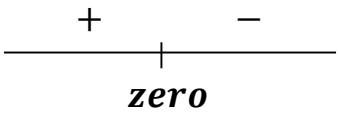
$Range : R^+$

الرسم

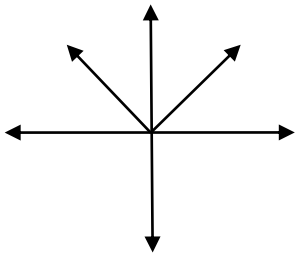


2) $f(x) = |-x|$

$-x = zero \rightarrow x = zero$



$$|-x| = \begin{cases} -x & , \ x < zero \\ -(-x) & , \ x > zero \end{cases}$$

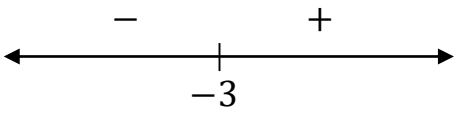


$Domain : R$

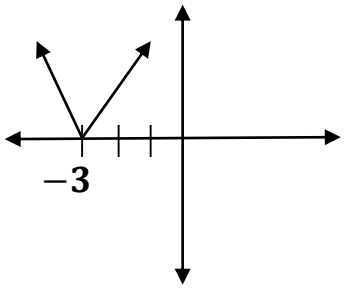
$Range : R^+$

3) $f(x) = |x + 3|$

$x + 3 = zero \rightarrow x = -3$



$$|x + 3| = \begin{cases} x + 3 & , \ x > -3 \\ -(x + 3) & , \ x \leq -3 \end{cases}$$



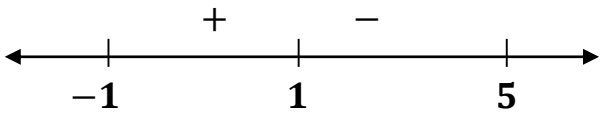
$Domain : R$

$Range : R^+$

4) $f(x) = |4 - 4x| \ , \ x \in [-1 \ , \ 5]$

$4 - 4x = zero \rightarrow 4x = 4 \rightarrow x = 1$

$but \ x = 1 \in [-1 \ , \ 5]$



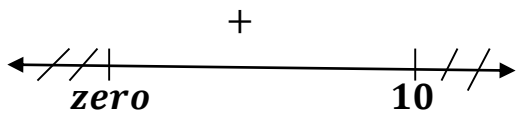
$$|4 - 4x| = \begin{cases} 4 - 4x & , -1 \leq x < 1 \\ -(4 - 4x) & , \ 1 < x \leq 5 \end{cases}$$

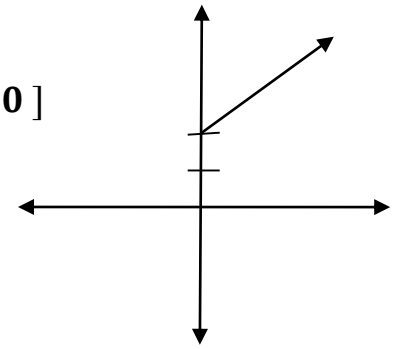
$domain\ [-1\ ,\ 5\ ]$

$range\ [\ zero\ ,\ 16\ ]$

5) $f(x) = |2 + 3x|\ , x \in [\ zero\ ,\ 10\ ]$

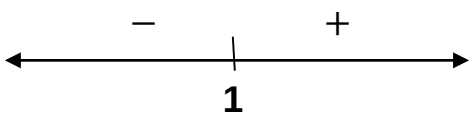
$2 + 3x = zero \ \rightarrow\ 3x = -2 \ \rightarrow\ x = \frac{-2}{3} \notin [\ zero\ ,\ 10\ ]$





$domain\ [\ zero\ ,10]$, $range\ [\ 2\ ,32\ ]$

6) $f(x) = x^2\ |x - 1|$

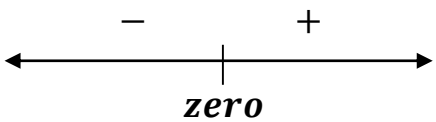


$x - 1 = zero \ \rightarrow\ x = 1$

$$|x - 1| = \begin{cases} -(x-1) & , \ x < 1 \\ (x-1) & , \ x \geq 1 \end{cases}$$

$$x^2\ |x - 1| = \begin{cases} -x^2\,(x-1) & , \ x < 1 \\ x^2\,(x-1) & , \ x \geq 1 \end{cases} = \begin{cases} -x^3 + x^2 & , \ x < 1 \\ x^3 - x^2 & , \ x \geq 1 \end{cases}$$

7) $f(x) = (|x|)^5$



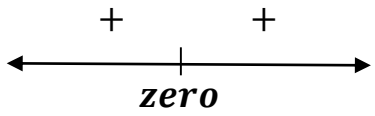
$$|x| = \begin{cases} -x & , \ x < zero \\ x & , \ x \geq zero \end{cases}$$

$$(|x|)^5 = \begin{cases} (-x)^5 & , \ x < zero \\ (x)^5 & , \ x \geq zero \end{cases} = \begin{cases} -x^5 & , \ x < zero \\ x^5 & , \ x \geq zero \end{cases}$$

8) $f(x) = |x^2|$

$x^2 = zero \rightarrow x = zero$

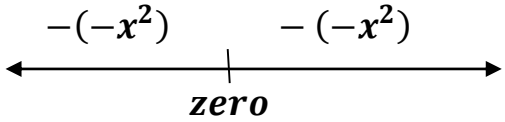
$f(x) = |x^2| = x^2$



9) $f(x) = |-x^2|$

$-x^2 = zero \rightarrow x^2 = zero \rightarrow x = zero$

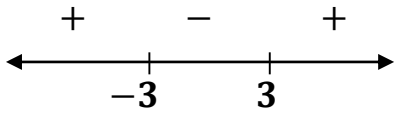
$f(x) = |-x^2| = x^2$



10) $f(x) = |(-x)^2| = |x^2| = x^2$

11) $f(x) = |x^2 - 9|$

$x^2 - 9 = zero \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \mp 3$



$$|x^2 - 9| = \begin{cases} x^2 - 9 & , \quad x \leq -3 \\ -(x^2 - 9) & , \quad -3 < x \leq 3 \\ x^2 - 9 & , \quad x > 3 \end{cases}$$

12) $f(x) = |x^2 + 1|$

$x^2 + 1 = zero$ ليس لها حل في R

$x^2 + 1 > zero$ ، لكل قيم x في R

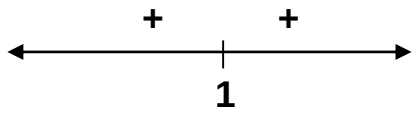
$|x^2 + 1| = x^2 + 1$

13) $f(x) = \left| -x^2 - 4 \right|$

$$\left| -x^2 - 4 \right| = \left| -(x^2 + 4) \right| = x^2 + 4$$

14) $f(x) = \left| x^2 - 2x + 1 \right| + 2x$

$$x^2 - 2x + 1 = zero \;\rightarrow\; (x-1)(x-1) = zero \;\rightarrow\; x = 1$$



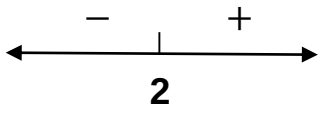
$$\left| x^2 - 2x + 1 \right| = x^2 - 2x + 1$$

$$\left| x^2 - 2x + 1 \right| + 2x = x^2 + 1$$

15) $f(x) = \left| x^3 - 8 \right|$

$$x^3 - 8 = (x-2)(x^2 + 2x + 4) = zero$$

$$x - 2 = zero \;\rightarrow\; x = 2 \;,\; x^2 + 2x + 4 \neq zero$$



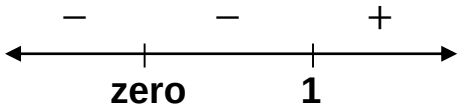
$$\left| x^3 - 8 \right| = \begin{cases} -x^3 + 8 \;,\; x < 2 \\ x^3 - 8 \;,\; x \geq 2 \end{cases}$$

16) $f(x) = \left| x^3 - x^2 \right|$

$$\left| x^3 - x^2 \right| = \left| x^2(x-1) \right|$$

$$x^2(x-1) = zero \;\rightarrow\; x^2 = zero \;\rightarrow\; x = zero$$

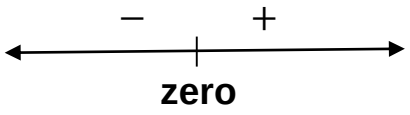
$$x - 1 = zero \;\rightarrow\; x = 1$$



$$|x^3 - x^2| = \begin{cases} -x^3 + x^2 & , \ x < zero \\ -x^3 + x^2 & , \ zero \le x \le 1 \\ x^3 - x^2 & , \ x > 1 \end{cases}$$

17) $f(x) = |x^3|$

$x^3 = zero \ \rightarrow \ x = zero$



$$|x^3| = \begin{cases} x^3 & , \ x \ge zero \\ -x^3 & , \ x < zero \end{cases}$$

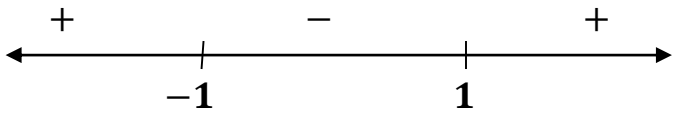
18) $f(x) = |x^4 - 1|$

$x^4 - 1 = zero \ \rightarrow \ (x^2 - 1)(x^2 + 1) = zero$

$\rightarrow \ (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1) = zero$

$x - 1 = zero \ \rightarrow \ x = 1$

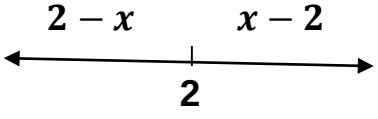
$x + 1 = zero \ \rightarrow \ x = -1$



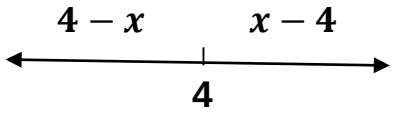
$$|x^4 - 1| = \begin{cases} x^4 - 1 & , \ x \le -1 \\ -(x^4 - 1) & , \ -1 < x \le 1 \\ x^4 - 1 & , \ x > 1 \end{cases}$$

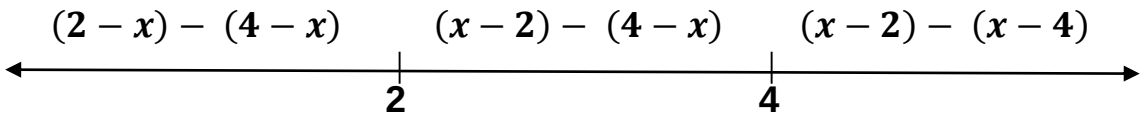
19) $f(x) = |x - 2| - |4 - x| + 5$

$x - 2 = zero \ \rightarrow \ x = 2$



$4 - x = zero \rightarrow x = 4$



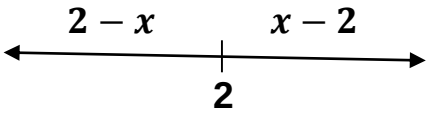


$$f(x) = \begin{cases} 2 - x - 4 + x + 5 \ , & x \leq 2 \\ x - 2 - 4 + x + 5 \ , & 2 < x < 4 \\ x - 2 - x + 4 + 5 \ , & x \geq 4 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 3 \ , & x \leq 2 \\ 2x - 1 \ , & 2 < x < 4 \\ 7 \ , & x \geq 4 \end{cases}$$

20) $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$

$|x - 2| \rightarrow x - 2 = zero \rightarrow x = 2$



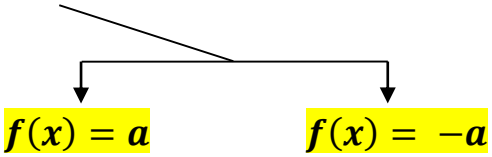
$$f(x) = \frac{|x-2|}{x-2} = \begin{cases} \frac{x-2}{x-2} \ , & x > 2 \\ \frac{2-x}{x-2} \ , & x < 2 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 \ , & x > 2 \\ -1 \ , & x < 2 \end{cases}$$

لا يوجد مساواة عند 2 لأنها صفر مقام

خصائص القيمة المطلقة

1) $|f(x)| = a$ $\quad a > zero$



مثال : أوجد حل المعادلات التالية

1) $|x| = 5 \rightarrow x = 5$

$x = -5$

2) $|2x - 3| = 4$

$2x - 3 = 4 \rightarrow 2x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{2}$

$2x - 3 = -4 \rightarrow 2x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{2}$

3) $|x| = -5 \quad (no\ solution)$ ليس لها حل

4) $|x| = zero \rightarrow x = zero$

5) $|x^2 + 6x| = 7$

1) $x^2 + 6x = 7 \rightarrow x^2 + 6x - 7 = zero$

$(x + 7)(x - 1) = zero$

$x = -7 \ , \ x = 1$

2) $x^2 + 6x = -7$

$x^2 + 6x + 7 = zero$

$b^2 - 4ac = (6)^2 - 4(1)(7) = 36 - 28 = 8 > zero$

$x_1 = \frac{-6+\sqrt{8}}{2} \ , \ x_2 = \frac{-6-\sqrt{8}}{2}$

2) $|ax+b| = |cx+d|$

$ax+b = cx+d$ $\qquad$ $ax+b = -(cx+d)$

مثال :

$$|5x+3| = |3x-4|$$

$5x+3 = 3x-4$

$5x-3x = -4-3$

$2x = -7$

$x = \frac{-7}{2}$

$5x+3 = -3x+4$

$8x = 4-3$

$8x = 1$

$x = \frac{1}{8}$

3) $|x| \le a \rightarrow -a \le x \le a$

مثال :

1) $|x| \le 2 \rightarrow -2 \le x \le 2$

2) $|x| \le -2$ (ليس لها حل)

3) $|5x-4| \le 2$

$-2 \le 5x-4 \le 2$

$2 \le 5x \le 6$

$\frac{2}{5} \le x \le \frac{6}{5} \rightarrow x \in [\frac{2}{5}, \frac{6}{5}]$

4) $|x| \geq a$

مثال :

$|7x + 4| \geq 3$

$7x + 4 \geq 3$ | $7x + 4 \leq -3$

$7x \geq -1$ | $7x \leq -7$

$x \geq \frac{-1}{7}$ | $x \leq -1$

$x \in [\frac{-1}{7}, \infty)$ | $x \in (-\infty, -1]$

5) $|ab| = |a| \ |b|$

6) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

7) $|a \mp b| \neq |a| \mp |b|$

احدهما موجب والاخر سالب

$|a \mp b| = |a| \mp |b|$ كلاهما موجب

كلاهما سالب

8) $\sqrt{x^2} = |x|$

مثال :

1) $\sqrt{(x-3)^2} = |x-3|$

2) $\sqrt{x^2 + 4x + 4} = \sqrt{(x+2)(x+2)} = \sqrt{(x+2)^2} = |x+2|$

إقتران أكبر عدد صحيح

تقرأ صحيح x [x]

هي أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي س [x]

I : integer number (الأعداد الصحيحة)

[x]

$x \in I$	$x \notin I$
$[-1] = -1$	$[-1.5] = -2$
$[5] = 5$	$[1.5] = 1$
$[zero] = zero$	$[0.6] = zero$
$[x] = x$	$[-0.6] = -1$
	$[x] < x$

خصائص إقتران أكبر عدد صحيح

$a \in I$	$a \notin I$
$[x \mp a] = [x] \mp a$	$[x \mp a] \neq [x] \mp a$
$[x - 5] = [x] - 5$	$[2 + 2.5] \neq [2] + 2.5$
$[x + 3] = [x] + 3$	$4 \neq 4.5$

$$[a-x] \leftrightarrow a-[x]$$

$a \in I \ , \ x \in I$	$a \notin I \ , \ x \notin I$
$[a-x]=a-[x]$	$[a-x] \neq a-[x]$
$[5-3]=5-[3]$	$[5-2.5] \neq 5-[2.5]$
$[2]=5-3$	$[2.5] \neq 5-2$
$2=2$	$2 \neq 3$

الضرب لا يوزع باقتران اكبر عدد صحيح $a\,[x] \neq [ax] \ , \ a \neq zero$

$4\,[2.5] \neq [4(2.5)]$

$4(2) \neq [10]$

$8 \neq 10$

---

rule : **قاعدة**

1) $[x]=a \ \rightarrow \ a \leq x < a+1$

$x \in R \ , \ a \in I$

2) $[f(x)]=a \ \rightarrow \ a \leq f(x) < a+1$

مثال : حل المعادلات التالية :

1) $[x]=1$

$1 \leq x < 1+2 \ \rightarrow \ 1 \leq x < 3 \ \rightarrow \ x \in [1,3)$

2) $[x]=-1$

$-1 \leq x < -1+1 \ \rightarrow \ -1 \leq x < zero \ \rightarrow \ x \in [-1, zero]$

3) $[x]=zero$

$zero \leq x < zero+1 \ \rightarrow \ zero \leq x < 1 \ \rightarrow \ x \in [zero, 1)$

4) $[\,2x-2\,]=7$

$7 \le 2x-2 < 8$

$9 \le 2x < 10$

$\frac{9}{2} \le x < 5$

$x \in [\frac{9}{2}, 5)$

5) $[\,3x+2\,]=3$

$3 \le 3x+2 < 4$

$1 \le 3x < 2$

$\frac{1}{3} \le x < \frac{2}{3}$

$x \in \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

6) $[\,4-3x\,]=10$

$10 \le 4-3x < 11$

$6 \le -3x < 7$

$\frac{6}{-3} \ge x > \frac{7}{-3}$

$-2 \ge x > \frac{-7}{3}$

$x \in \left(\frac{-7}{3}, -2\right]$

7) $\left[\frac{1}{3}x+6\right]=1$

$1 \le \frac{1}{3}x+6 < 2$

$-5 \le \frac{1}{3}x < -4$

$-15 \le x < -12$

$x \in [-15, -12)$

8) $[\,x+4\,]=\frac{1}{2}$

لا يوجد لها حل (لأن ناتج أكبر عدد صحيح هو عدد صحيح)

9) $[\,4+x\,]=6-[\,x\,]$

$4+[\,x\,]=6-[\,x\,]$

$[\,x\,]+[\,x\,]=6-4$

$2\,[\,x\,]=2$

$[\,x\,]=1$

$1\le x<2 \;\rightarrow\; x\in[\,1\,,\,2\,)$

10) $1<[\,2x+3\,]<3$

$[\,2x+3\,]=2$

$2\le 2x+3<3$

$-1\le 2x<zero$

$\frac{-1}{2}\le x<zero$

$x\in\left[\frac{-1}{2}\,,\,zero\right)$

11) $1<[\,2x+3\,]<2$

لا يوجد لها حل لأنه لا يوجد عدد صحيح بين 1 و 2

إعادة تعريف إقتران أكبر عدد صحيح

خطوات إعادة تعريف $f(x) = [ax + b]$ في الفترة $[x_1 , x_2]$

1) نجزئ الفترة الكلية $[x_1 , x_2]$ إلى فترة جزئية طول كل منها $L = \frac{1}{|a|} = \frac{1}{|\text{معامل } x|}$

2) إذا كان الحد المطلق b

- **عدد صحيح** ← **نبدأ من الصفر ونضيف L حتى تشمل قيم الفترة الكلية بحديها**
- **عدد غير صحيح** ← **نبدأ بصفر الإقتران ax + b ونضيف L حتى تشمل قيم الفترة الكلية بحديها**

3) نكتب فترات الإقتران التي حدودها القيم الموجودة في الخطوة السابقة

4) إذا كان معامل x

- **موجب (متزايد)** ← **نضع إشارة المساواة على الحد الايمن للفترات الجزئية**
- **سالب (متناقص)** ← **نضع إشارة المساواة على الحد الأيسر للفترات الجزئية**

5) لإيجاد قيم الإقتران على الفترات نعوض العدد في الفترة الجزئية الأولى المجاور للمساواة بداخل أكبر عدد صحيح ثم نضيف 1 على باقي الفترات إذا كان معامل x موجب

و نطرح 1 من باقي الفترات إذا كان معامل x سالب

6) نطابق الحد الأدنى للفترة الجزئية الأول مع الحد الأدنى للفترة الكلية

نطابق الحد الأعلى للفترة الجزئية الأخيرة مع الحد الأعلى للفترة الكلية

مثال :

1) $f(x) = [x]$ (متزايد)

$x \in [-2 , 2]$

$$L = \frac{1}{|1|} = 1$$

$$[x] = \begin{cases} -2 & , -2 \le x < -1 \\ -1 & , -1 \le x < zero \\ zero & , zero \le x < 1 \\ 1 & , 1 \le x < 2 \\ 2 & , x = 2 \end{cases}$$

2) $f(x) = [-x]\ ,\ x \in [-2\ ,\ 2]$

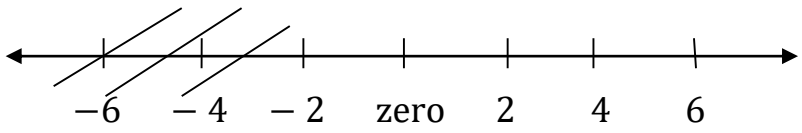
$$L = \frac{1}{|-1|} = 1$$ (متناقص)

$$[-x] = \begin{cases} 2 & , x = -2 \\ 1 & , -2 < x \le -1 \\ zero & , -1 < x \le zero \\ -1 & , zero < x \le 1 \\ -2 & , 1 < x \le 2 \end{cases}$$

3) $f(x) = \left[\frac{1}{2}x + 3\right]\ ,\ x \in [-1\ ,\ 5]$

$$b = 3 \ \rightarrow \frac{1}{2}x + 3 = zero \ \rightarrow \frac{1}{2}x = -3 \ \rightarrow \ x = -6$$

$$L = \frac{1}{\left|\frac{1}{2}\right|} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$



$$f(x) = \begin{cases} 2 & , -1 \le x < zero \\ 3 & , zero \le x < 2 \\ 4 & , 2 \le x < 4 \\ 5 & , 4 \le x < 5 \end{cases}$$

4) $f(x) = \left[\frac{1}{2}x - 3\right]$, $x \in [8, 12]$

الحل :

$$\frac{1}{2}x - 3 = zero$$

$$\frac{1}{2}x = 3 \rightarrow x = 6$$

$$L = \frac{1}{|\frac{1}{2}|} = 2$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 8 \leq x < 10 \\ 2 & , \quad 10 \leq x < 12 \\ 3 & , \quad x = 12 \end{cases}$$

5) $f(x) = \left[\frac{-1}{2}x + 3\right]$, $x \in [8 , 12]$

الحل :

$$\frac{-1}{2}x + 3 = zero$$

$$\frac{1}{2}x = 3 \rightarrow x = 6$$

$$f(x) = \begin{cases} -1 & , \quad x = 8 \\ -2 & , \quad 8 < x \leq 10 \\ -3 & , \quad 10 < x \leq 12 \end{cases}$$

6) $f(x) = |x - [x]| \quad , \quad x \in [1 , 3)$

$f(x) > zero$

$f(x) = x - [x]$

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & , \quad 1 \leq x < 2 \\ x - 2 & , \quad 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

7) $f(x) = |[2x] - 2x| \quad , \quad x \in \left[1 , \frac{5}{2}\right)$

$f(x) = 2x - [2x]$

$L = \frac{1}{|2|} = \frac{1}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & , \quad 1 \leq x < \frac{3}{2} \\ 2x - 3 & , \quad \frac{3}{2} \leq x < 2 \\ 2x - 4 & , \quad 2 \leq x < \frac{5}{2} \end{cases}$$

8) $f(x) = x[x] + 2 \quad , \quad x \in [1 , 4]$

$L = \frac{1}{|1|} = 1$

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & , \quad 1 \leq x < 2 \\ 2x + 2 & , \quad 2 \leq x < 3 \\ 3x + 2 & , \quad 3 \leq x < 4 \\ 18 & , \quad x = 4 \end{cases}$$

9) $f(x) = \sqrt{[\,x\,] + x}\ ,\ x \in [\ 1\ ,\ 2\ ]$

$$L = \frac{1}{|1|} = 1$$

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \sqrt{1+x}\ , & 1 \le x < 2 \\ \sqrt{2+x}\ , & x = 2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ll} \sqrt{1+x}\ , & 1 \le x < 2 \\ 2\ , & x = 2 \end{array} \right\}$$

10) $f(x) = (2x+1)^{[\,x\,]}\ ,\ x \in [\ zero\ ,\ 2\ ]$

$$L = \frac{1}{|1|} = 1$$

$$[\,x\,] = \left\{ \begin{array}{ll} zero\ , & zero \le x < 1 \\ 1\ , & 1 \le x < 2 \\ 2\ , & x = 2 \end{array} \right\}$$

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{ll} 1\ , & zero \le x < 1 \\ 2x+1\ , & 1 \le x < 2 \\ 25\ , & x = 2 \end{array} \right\}$$

11) $f(x) = [\,x+3\,] - [\,5-x\,],\ x \in [\ 1\ ,\ 3\ ]$

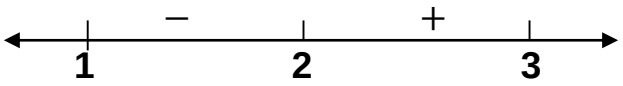
$$[\,x+3\,] = \left\{ \begin{array}{ll} 4\ , & 1 \le x < 2 \\ 5\ , & 2 \le x < 3 \\ 6\ , & x = 3 \end{array} \right\}$$

$$[\,5-x\,] = \left\{ \begin{array}{ll} 4\ , & x = 1 \\ 3\ , & 1 < x \le 2 \\ 2\ , & 2 < x \le 3 \end{array} \right\}$$

$$f(x) = [\,x+3\,] - [\,5-x\,] = \begin{cases} zero & , \quad x = 1 \\ 1 & , \quad 1 < x < 2 \\ 2 & , \quad x = 2 \\ 3 & , \quad 2 < x < 3 \\ 4 & , \quad x = 3 \end{cases}$$

12) $f(x) = [\,|x-2|\,]\,,\ x \in [\,1\ ,\ 3\,]$

$|x-2| \ \rightarrow\ x-2 = zero \ \rightarrow\ x = 2$



$$f(x) = \begin{cases} [\,2-x\,] & , \quad 1 \le x < 2 \\ [\,x-2\,] & , \quad 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

$$[\,2-x\,] = \begin{cases} 1 & , \quad x = 1 \\ zero & , \quad 1 < x \le 2 \end{cases}$$

$$[\,x-2\,] = \begin{cases} zero & , \quad 2 \le x < 3 \\ 1 & , \quad x = 3 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} zero & , \quad 1 < x < 3 \\ 1 & , \quad x = 1\,,3 \end{cases}$$