



دليل التقويم - الإجابات

الرياضيات

المستوى الثاني عشر
مسار آداب وإنسانيات

طبعة 1444 - 2022



حضرة صاحب السمو الشيخ تميم بن حمد آل ثاني
أمير دولة قطر

النشيد الوطني

قَسَمًا بِمَنْ رَفَعَ السَّمَاءَ قَسَمًا بِمَنْ نَشَرَ الضِّيَاءَ
قَطْرٌ سَتَبَقَى حُرَّةً تَسْمُو بِرُوحِ الْأَوْفِيَاءِ
سِيرُوا عَلَى نَهْجِ الْأَلَى وَعَلَى ضِيَاءِ الْأَنْبِيَاءِ
قَطْرٌ بِقَلْبِي سِيرَةٌ عِزٌّ وَأَمْجَادُ الْإِبَاءِ
قَطْرُ الرَّجَالِ الْأَوَّلِينَ حُمَاتُنَا يَوْمَ النَّدَاءِ
وَحَمَائِمُ يَوْمَ السَّلَامِ جَوَارِحُ يَوْمَ الْفِدَاءِ

© بيرسون للتعليم المحدودة 2021. بموجب ترخيص.

www.pearson.com

هذه المطبوعة محمية بموجب حق النشر. يجرم القانون القطري نسخ أي جزء من هذه المطبوعة، أو تخزينه في نظام استرجاع، أو نقله بأي شكل من الأشكال أو وسيلة من الوسائل، سواء كانت إلكترونية أو ميكانيكية أو عن طريق تصوير النسخ أو التسجيل أو غير ذلك من دون الحصول على إذن مسبق. للمعلومات عن التراخيص، استمارات الطلب وقنوات الاتصال المناسبة، يرجى الاتصال بيرسون للتعليم المحدودة.

ISBN-13: 978-1-292-4291-06

ISBN-10: 1-292-4291-00

تقويم بداية السنة الدراسية

الوحدة 1 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الوحدة 2 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الاختبار التراكمي للوحدتين 1 و 2

الوحدة 3 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الوحدة 4 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

اختبار نهاية السنة الدراسية

تقويم بداية السنة الدراسية

1. يقوم متجر في متنزه بتأجير دراجات هوائية يمكن للزبون استعمالها لوقت محدد من اليوم أو طوال اليوم. يفرض المتجر أجرة مقطوعة مقابل استئجار الدراجة بالإضافة إلى مبلغ معين مقابل كل ساعة من استئجارها. اكتب دالة خطية f تمثل التكلفة الكلية لاستئجار إحدى الدراجات الهوائية.

عدد الساعات	1	1.5	2	2.5	3
التكلفة (QR)	24	26	28	30	32

- ☒ $f(x) = 4x + 20$ ☐ $f(x) = 2x + 25$
☐ $f(x) = 2x + 20$ ☐ $f(x) = 4x + 27$

2. تمثل الدالة $f(x) = 10x + 8$ المبلغ، بالريال القطري، الذي يجنيه محمّد من عمله بعد انتهاء دوام المدرسة، حيث x عدد ساعات العمل. ما قيمة المبلغ الذي يجنيه محمّد إذا عمل من الساعة 2:30 p.m. إلى الساعة 7:00 p.m.

- ☐ QR 33.00 ☐ QR 45.00
☐ QR 35.50 ☒ QR 53.00

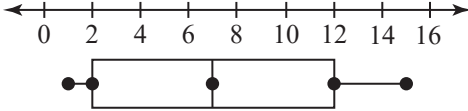
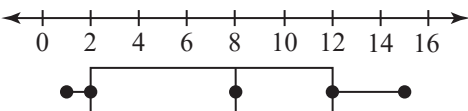
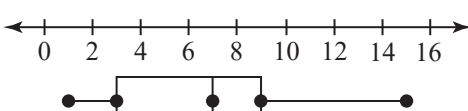
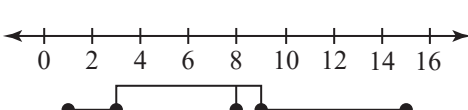
3. أيّ مما يلي يمثل الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية للمتتالية ... 8, 20, 32, 44, 56,

- ☐ الصيغة الصريحة: $a_n = 12n - 4$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 12a_{n-1}, a_1 = 8$
☒ الصيغة الصريحة: $a_n = 12n - 4$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} + 12, a_1 = 8$
☐ الصيغة الصريحة: $a_n = 12 - 4n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 12a_{n-1}, a_1 = 8$
☐ الصيغة الصريحة: $a_n = 12 - 4n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} + 12, a_1 = 8$

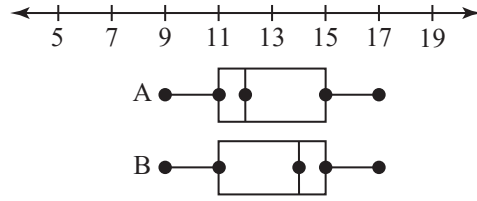
4. تكلفة استئجار قارب مدّة ساعة هي QR 23، بالإضافة إلى QR 8 مقابل كلّ ساعة إضافية. أيّ من الخيارات التالية يمثل الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية للمتتالية التي تمثل هذا الموقف؟

- ☐ (A) الصيغة الصريحة: $a_n = 31 - 8(n - 1)$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 8a_{n-1}, a_1 = 23$
☐ (B) الصيغة الصريحة: $a_n = 31 - 8(n - 1)$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} + 8, a_1 = 23$
☐ (C) الصيغة الصريحة: $a_n = 23 + 8(n - 1)$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 8a_{n-1}, a_1 = 23$
☒ الصيغة الصريحة: $a_n = 23 + 8(n - 1)$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} + 8, a_1 = 23$

5. أيّ مخطط من مخططات الصندوق وطرفيه التالية يمثل مجموعة البيانات الموضّحة أدناه؟
1, 1, 3, 3, 3, 7, 9, 9, 9, 15

- ☐ (A) 
☐ (B) 
☒ (C) 
☐ (D) 

6. يمثل مخطط الصندوق وطرفيه الموضحان أدناه مجموعتي بيانات A و B.



أي مما يلي ينطبق على مجموعتي البيانات هاتين؟

(A) وسيط المجموعة A أكبر من وسيط المجموعة B.

(B) وسيط المجموعة A أصغر من وسيط المجموعة B.

(C) الوسيط الحسابي للمجموعة A أكبر من الوسيط الحسابي للمجموعة B.

(D) الوسيط الحسابي للمجموعة A أصغر من الوسيط الحسابي للمجموعة B.

7. أي من العبارات التالية تكون صحيحة إذا حذفت القيمة المتطرفة من مجموعة البيانات الموضحة أدناه؟

39, 68, 72, 81, 86, 88, 91, 95

(A) ستزداد قيمة الوسيط الحسابي لمجموعة البيانات.

(B) ستتناقص قيمة الوسيط الحسابي لمجموعة البيانات.

(C) ستبقى قيمة الوسيط الحسابي لمجموعة البيانات ثابتة.

(D) ستساوى قيمتا الوسيط الحسابي والوسيط لمجموعة البيانات.

8. مجموعة البيانات A موزعة طبيعيًا مع وسط حسابي يساوي 15 ومتوسط انحراف مطلق (MAD) يساوي 3، مجموعة البيانات B موزعة طبيعيًا مع وسط حسابي يساوي 15 ومتوسط انحراف مطلق (MAD) يساوي 6، أي مما يلي ينطبق على توزيع مجموعتي البيانات هاتين؟

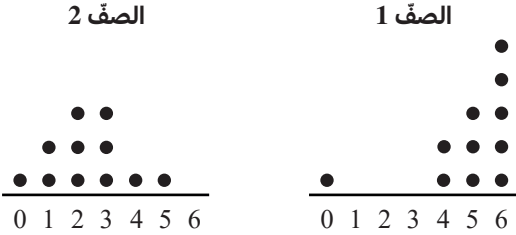
(A) للتوزيعين نفس الشكل.

(B) للتوزيعين نفس الوسيط.

(C) مجموعة البيانات A أكثر تشتتًا عن الوسيط الحسابي من مجموعة البيانات B.

(D) مجموعة البيانات B أقل تشتتًا عن الوسيط الحسابي من مجموعة البيانات A.

9. يوضح التمثيلان بالنقاط أدناه بيانات مأخوذة من صقّين دراسيّين. أي من المقاييس الإحصائية التالية يعطي المقارنة الأفضل بين مركزي مجموعتي البيانات هاتين؟



(A) الوسيط الحسابي

(B) الوسيط

(C) المنوال

(D) المدى الربيعي

10. قيمة الوسيط الحسابي لمجموعة بيانات أصغر من قيمة وسيط هذه المجموعة. ماذا يمكنك أن تستنتج من ذلك عن هذه البيانات؟

(A) البيانات ملتوية إلى اليمين.

(B) البيانات ملتوية إلى اليسار.

(C) توزيع البيانات متماثل.

(D) توزيع البيانات جرسية الشكل.

11. كان متوسط درجات الحرارة القصوى في المدينة A خلال شهر معين 58.7°F مع انحراف معياري يساوي 5.7°F ، في الشهر نفسه كان متوسط درجات الحرارة القصوى في المدينة B يساوي 83.1°F مع انحراف معياري يساوي 5.6°F ، أي من العبارات التالية صحيحة؟

- (A) 95% تقريبًا من درجات الحرارة القصوى المقاسة في المدينة A تتراوح بين 53°F و 64.4°F
- (B) الوسط الحسابي لدرجات الحرارة القصوى في المدينة A أكبر من الوسط الحسابي لدرجات الحرارة القصوى في المدينة B.
- (C) التغير في درجات الحرارة القصوى في المدينة B هو نفسه تقريبًا في المدينة A.
- (D) تشتت درجات الحرارة القصوى عن وسطها الحسابي في المدينة A أكبر بكثير من تشتت درجات الحرارة القصوى عن وسطها الحسابي في المدينة B.

12. ما الانحراف المعياري لمجموعة البيانات أدناه؟
قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة.

1, 3, 5, 8, 13

- (A) 4.1 (C) 4.2
- (B) 17.6 (D) 18.0

13. عدد طلاب الشعبتين A و B من شعب الصف العاشر هو 50 طالبًا. 22 من أصل 26 طالبًا في الشعبة A نجحوا في اختبار الرياضيات، في حين 3 طلاب فقط من الشعبة B لم يتمكنوا من النجاح في الاختبار. ما عدد الطلاب الذين نجحوا في الاختبار من الشعبتين؟

- (A) 22 (C) 43
- (B) 25 (D) 46

14. أجرت مجموعة من الباحثين دراسة مسحية على الغابتين A و B لمعرفة عدد طيور أبو الحناء وعدد عصافير الدوري في هاتين الغابتين. يوضح الجدول أدناه نتائج هذه الدراسة. ما النسبة المئوية لطيور أبو الحناء في الغابة A؟

المجموع	الدوري	أبو الحناء	
25	16	9	الغابة A
100	64	36	الغابة B
125	80	45	المجموع

- (A) 7.20%
- (B) 56.25%
- (C) 20%
- (D) 36%

15. إذا كان احتمال الحدث A أقل من $\frac{1}{2}$ ، فإن هذا الحدث:

- (A) إمكانية حدوثه قوية
- (B) من المستحيل حدوثه
- (C) إمكانية حدوثه ضعيفة
- (D) من المؤكد حدوثه

16. يريد مدير إحدى المدارس اختيار طالب من أصل 20 طالبًا من طلاب الصف الحادي عشر للمشاركة في ندوة مدرسية، ويريد إعطاء جميع الطلاب فرصة متكافئة. أي من طرق الاختيار التالية تحقق هذا الهدف؟

- (A) اختيار الطالب الأقرب إلى طاولة المعلم.
- (B) اختيار الطالب الذي يجلس وسط الصف.
- (C) اختيار اسم الطالب بالقرعة.
- (D) اختيار الطالب ذي معدل الدرجات الأعلى في الصف.

17. يريد نادي الكتاب توزيع سترات على أعضائه بطريقة عشوائية، وذلك بوضعها مبعثرة في صندوق وسحب واحدة منها. هناك 5 سترات زرقاء و 7 خضراء و 4 حمراء و 9 صفراء. إذا سحب جاسم إحدى السترات عشوائيًا، ما احتمال أن تكون حمراء اللون؟

- (A) $\frac{4}{25}$ (B) $\frac{4}{21}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{21}{25}$

18. يحتوي كيس على 15 كرة لكل حرف من الحروف B و I و N و G و O. يوضح الجدول أدناه نتائج سحب الكرات 1 250 مرة. أي من الحروف احتماله التجريبي هو الأقرب إلى احتماله النظري؟

الحرف	التكرار
B	247
I	272
N	238
G	241
O	252

- (A) الحرف B (B) الحرف I (C) الحرف G (D) الحرف O

19. سجّل بلال في الجدول أدناه أعداد الفائزين في ثلاث جولات من لعبة رمي الحلقة. بناءً على البيانات المسجلة، ما عدد اللاعبين المتوقع فوزهم إذا كان عدد اللاعبين 600 لاعب؟

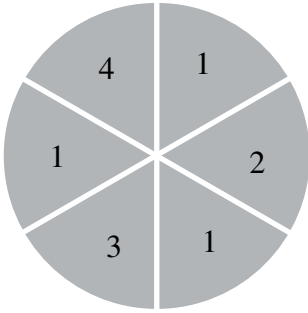
عدد الفائزين	عدد اللاعبين
52	123
63	155
65	172

- (A) 180 (B) 240 (C) 300 (D) 360

20. نموذج احتمال يشمل $P(1) = \frac{1}{10}$ و $P(2) = \frac{2}{5}$. أي من الاحتمالات التالية يمكنه إكمال هذا النموذج؟

- (A) $P(3) = \frac{3}{10}$ (B) $P(3) = \frac{5}{10}$ (C) $P(3) = \frac{7}{10}$ (D) $P(3) = \frac{4}{5}$

21. في لعبة حظ، يقوم اللاعب بتدوير القرص الدوار الموضح أدناه. ما احتمال أن يحصل اللاعب على عدد زوجي؟



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

22. لدى ياسمين كيس يحتوي على 195 خرزة ملونة. قامت صديقتها نورة بسحب خرزة واحدة في كل مرة وتسجيل لونها ثم إعادتها، فحصلت على احتمال تجريبي لسحب خرزة حمراء قيمته $\frac{2}{13}$. ما العدد التقريبي للخرزات الحمراء في الواقع؟

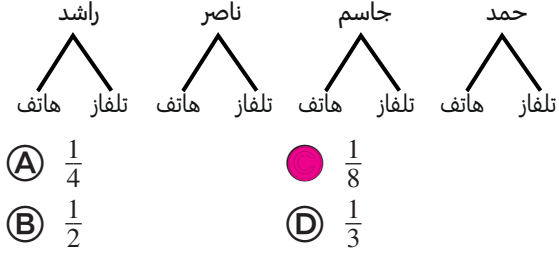
- (A) 13 (B) 15 (C) 30 (D) 165

23. إذا رميت مكعبًا منتظمًا مرقّمًا من 1 إلى 6، ورميت كذلك عملة معدنية، وقمت بتمثيل هذا الموقف باستعمال الشجرة الاحتمالية، كم سيبلغ عدد فروع هذه الشجرة؟

- (A) 8 (B) 12 (C) 36 (D) 64

24. تم إدخال أسماء 4 أشخاص في سحب يانصيب.

يحصل الرابع على جائزة من جائزتين مختلفتين يتم اختيارها عشوائيًا. يوضح مخطط الشجرة أدناه كل النواتج الممكنة. ما احتمال أن يربح حمد وأن تكون الجائزة تلفازًا؟



25. تمثل الأرقام العشوائية الموضحة أدناه 15 تجربة

محاكاة للعبة كرة السلة، أجريت باستعمال قرص دوار مرقم من 1 إلى 8، افترض أن الرقم 1 يمثل رمية ذات 3 نقاط، وأن الأرقام من 2 إلى 8 تمثل رميات ذات نقطتين. استنادًا إلى هذه المحاكاة، ما احتمال أن تكون رمية واحدة على الأقل من رميات الفريق الخمس التالية رمية ذات 3 نقاط؟

76 645, 46 757, 28 334, 81 357, 52 453,
21 761, 51 537, 62 385, 62 135, 16 687,
41 662, 27 135, 45 445, 33 858, 86 427

- (A) $\frac{5}{15}$ (B) $\frac{6}{15}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$

26. أوجد جميع الجذور الحقيقية من الدرجة الرابعة

للعدد 256

- (A) 4 و -4 (B) 8 و -8 (C) 16 و -16 (D) 64 و -64

27. أي مما يلي يمثل قيمة المقدار $216^{\frac{2}{3}}$ ؟

- (A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 36

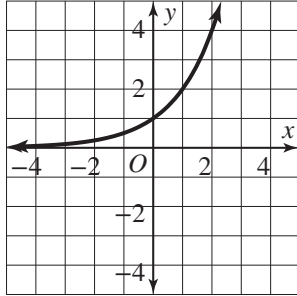
28. ما حل المعادلة $(x + 5)^{\frac{3}{2}} = (x - 1)^3$ ؟

- (A) -1 و 4 (B) -1 (C) 4 (D) -2 و 3

29. ما حل المعادلة $\frac{(6^x)^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{2}{3}}} = 36$ ؟

- (A) $x = 8$ (B) $x = 7$ (C) $x = 512$ (D) $x = \frac{4}{3}$

30. أي مما يلي ينطبق على التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2^x$ ؟



- (A) عندما تقترب قيمة x من $+\infty$ ، تقترب قيمة $f(x)$ من الصفر.
(B) عندما تقترب قيمة x من $+\infty$ ، تقترب قيمة $f(x)$ من $+\infty$.
(C) عندما تقترب قيمة x من الصفر، تقترب قيمة $f(x)$ من $-\infty$.
(D) عندما تقترب قيمة x من $-\infty$ ، تقترب قيمة $f(x)$ من $+\infty$.

31. أي من الدوال الآتية التالية تمثل مجموعة النقاط الموضحة في الجدول أدناه.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	27	9	3	1	$\frac{1}{3}$

- (A) $f(x) = 27(3^x)$
 (B) $f(x) = 27\left(\frac{1}{3}\right)^x$
 (C) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x-3}$
 (D) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3}$

32. يبلغ عدد سكان إحدى المدن 7 000 نسمة، وهو يزداد بنسبة 4.6% سنوياً. كم سيصبح عدد سكان هذه المدينة بعد 10 سنوات؟

- (A) 10 975 نسمة تقريباً
 (B) 3 220 نسمة تقريباً
 (C) 4 371 نسمة تقريباً
 (D) 32 200 نسمة تقريباً

33. لديك المتتالية التالية ... $24, 12, 6, 3, \frac{3}{2}$ ، أي من الدوال التالية تمثل الحدّ النوني للمتتالية بدلالة المدخلة n ؟

- (A) $f(n) = 24(0.5)^n$
 (B) $f(n) = 24(0.5)^{n-1}$
 (C) $f(n) = 24(2)^n$
 (D) $f(n) = 24(2)^{n-1}$

34. ما الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية أدناه؟

8, 10, 12.5, 15.625, ...

- (A) الصيغة الصريحة: $a_n = 8(1.25)^{n-1}$ ؛
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 1.25(a_{n-1})$, $a_1 = 8$
 (B) الصيغة الصريحة: $a_n = 8(1.25)^n$ ؛
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 1.25(a_{n-1})$, $a_1 = 8$
 (C) الصيغة الصريحة: $a_n = 8(1.25)^{n-1}$ ؛
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 1.25 + a_{n-1}$, $a_1 = 8$
 (D) الصيغة الصريحة: $a_n = 8(1.25)^n$ ؛
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 1.25 + a_{n-1}$, $a_1 = 8$

35. الصيغة الارتدادية لمتتالية هندسية هي $a_n = 7a_{n-1}$ مع قيمة ابتدائية تساوي $\frac{1}{7}$. $a_1 = \frac{1}{7}$. ما الصيغة الصريحة لهذه المتتالية؟

- (A) $a_n = \frac{1}{7}(1)^{n-7}$
 (B) $a_n = \frac{1}{7}\left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$
 (C) $a_n = \frac{1}{7}(7)^{n-1}$
 (D) $a_n = 7(7)^{n-1}$

36. قارن بين التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2^x$ والتمثيل البياني للدالة الآتية g الموضحة في الجدول أدناه.

x	0	1	2	3	4
$g(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2

- (A) مجالا التمثيلين البيانيين مختلفان.
 (B) التمثيل البياني للدالة f يقع فوق التمثيل البياني للدالة g .
 (C) سلوكي الدالتين مختلفان.
 (D) التمثيلان البيانيان يتقاطعان في نقطة أو أكثر.

1 تقويم بداية الوحدة

1. أوجد قيمة المقدار 10^{x-3} عندما $x = 2$.

- (A) -10 (B) -1 (C) 0.1 (D) 10

2. أوجد قيمة الدالة $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ عندما $x = -3$ وعندما $x = 0$.

$$f(0) = 1 \text{ و } f(-3) = \frac{27}{8}$$

3. ما قيمة المقدار -3^{x+2} عندما $x = -2$ ؟

- (A) -9 (B) -1 (C) 0 (D) 1

4. لتكن الدالة $g(x) = (-2)^{0.5x}$. أي من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالة؟ اختر كل ما ينطبق.

- (A) $g(-4) = -\frac{1}{4}$
(B) $g(-2) = \frac{1}{2}$
(C) $g(0) = -1$
(D) $g(4) = 4$

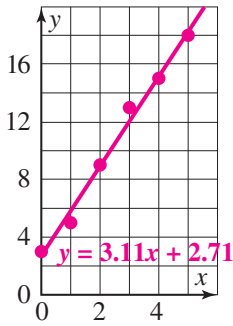
5. أي مما يلي يمثل معادلة خط التوافق الأفضل للبيانات أدناه؟

(0, 5), (2, 12), (4, 21), (6, 28),
(8, 38), (10, 45)

- (A) $y = 0.12x - 0.54$
(B) $y = 0.24x - 1.09$
(C) $y = 4.07x + 4.47$
(D) $y = 8.14x + 4.47$

6. ارسم مخطط الانتشار للبيانات أدناه، ثم أوجد خط التوافق الأفضل لهذه البيانات:

(0, 3), (1, 5), (2, 9), (3, 13),
(4, 15), (5, 18)

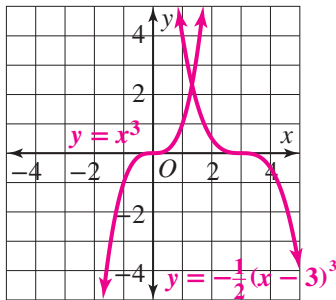


7. أي من العبارات التالية تنطبق على التمثيل البياني

$$y = (x + 2)^2 - 5$$

اختر كل ما ينطبق.

- ☒ المقطع y يساوي -1.
☒ للتمثيل البياني مقطعاً x .
☐ محور التناظر هو المستقيم $x = -5$.
☒ محور التناظر هو المستقيم $x = -2$.
☐ رأس التمثيل البياني يمثل قيمة عظمى.

8. حدّد الدالة الأصل للدالة $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^3$. ثمّ مثل هذه الدالة ودالتها الأصل بيانياً في نفس المستوى الإحداثي.

9. بسّط المقدار $(x^{\frac{1}{3}})^6$.

x^2

10. بسّط المقدار $(9x^4)^{\frac{3}{2}}$.

(A) $27x^4$

(C) $81x^6$

(B) $27x^6$

(D) $81x^{12}$

11. أوجد معكوس الدالة $f(x) = \frac{3}{2}x - 6$.

$f^{-1}(x) = \frac{2}{3}x + 4$

12. ما معكوس الدالة $f(x) = (x - 1)^3 + 8$ ؟

(A) $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 7}$

(B) $f^{-1}(x) = -1 + \sqrt[3]{x}$

(C) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x - 2}$

(D) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x - 8}$

13. أي من العبارات التالية تنطبق على الدالة الموضحة في الجدول أدناه؟

x	0	1	2	3	4
f(x)	4	2	0	3	1

(A) $f(4) = 0$

(B) $f^{-1}(2) = 1$

(C) $f^{-1}(0) = 4$

(D) $f^{-1}(1) = f(1)$

14. لتكن الدالة $f(x) = -3x + 1$.

ما قيمة $f^{-1}(x)$ عندما $x = 4$ ؟

$f^{-1}(4) = -1$

15. ما مجال ومدى الدالة المعرّفة بمجموعة الأزواج المرتبة أدناه؟

$\{(-2, 0), (-1, 2), (0, 4), (1, 6), (2, 8)\}$

المجال: $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

المدى: $\{0, 2, 4, 6, 8\}$

16. تمثّل القيم الواردة في الجدول أدناه الدالة f . ما مجال الدالة العكسية f^{-1} ؟

x	1	2	3	4	5
f(x)	1	4	9	16	25

(A) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(B) $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

(C) $\{1, 2, 3, 4, 5, 9, 16, 25\}$

(D) $\{-5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$

17. ما متوسط معدل التغير للدالة

$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ من $x = -1$ إلى $x = 3$ ؟

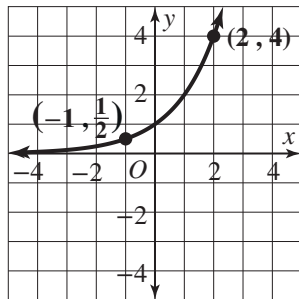
(A) -2

(C) 1

(B) -1

(D) 4

18. أوجد متوسط معدل التغير للدالة الممثلة بيانيًا أدناه، من $x = -1$ إلى $x = 2$.



$\frac{7}{6}$

1-1 اختبار الدرس

خصائص الدوال الأسية

1. أي من الدوال التالية تمثل الدالة الأسية $f(x) = 3^x$ بعد تمديد رأسي معاملته 8 وانعكاس حول المحور x ؟
- (A) $g(x) = 3^{-8x}$
- (B) $g(x) = -3^{8x}$
- (C) $g(x) = 8 \cdot 3^{-x}$
- $g(x) = -8 \cdot 3^x$

2. تم إلقاء 15 000 سمكة سلمون في نهر لإجراء دراسة علمية. تمثل الدالة $f(x) = 15\,000 \left(\frac{9}{8}\right)^x$ عدد أسماك السلمون بعد x سنة. ماذا سيجري لعدد أسماك السلمون بعد مرور 5 سنوات؟

(A) سيتناقص بمقدار 2 000 تقريبًا

(B) سيتناقص بمقدار 10 000 تقريبًا

(C) سيزداد بمقدار 2 000 تقريبًا

● سيزداد بمقدار 10 000 تقريبًا

3. حدّد المجال والمدى والمقطع y وخط التقارب للدالة $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 6^x$.

المجال: كل الأعداد الحقيقية المقطع y : $\frac{1}{2}$

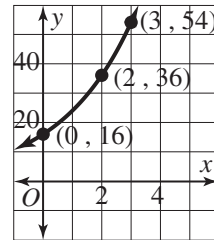
المدى: $f(x) > 0$ خط التقارب: $x = 0$

4. بلغ عدد الأرانب في محمية بيئية 144 000 في العام 2016، ومن المتوقع أن يتناقص عددها بنسبة 7.2% تقريبًا سنويًا. اكتب دالة اضمحلال أسية، $P(t)$ ، واستعملها لإيجاد القيمة التقريبية لعدد الأرانب في المحمية في العام 2036

$P(t) = 144\,000 (0.928)^t$ ، إذن في العام 2036 سيبليغ عدد الأرانب في المحمية 32 300 أرنب تقريبًا.

5. أي من الدوال التالية متوسط معدل تغيرها في الفترة $[0, 3]$ أكبر من متوسط معدل تغير الدالة الموضحة في التمثيل البياني أدناه؟ اختر كل ما ينطبق.

- $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x \cdot 3^x$
- (B) $f(x) = 8 \left(\frac{3}{2}\right)^x$
- $f(x) = 24(1.4)^x$
- (D) $f(x) = 12(1.6)^x$



1-2 اختبار الدرس

النماذج الآشية

1. استثمر سيف مبلغ QR 1 800 في حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة متصلة معدلها 3.7% كم ستبلغ قيمة الرصيد في حساب سيف المصرفي بعد مرور 10 سنوات؟ قرب إجابتك إلى أقرب ريال قطري.

(A) QR 2 466 تقريبًا

(B) QR 2 589 تقريبًا

(C) QR 2 601 تقريبًا

● QR 2 606 تقريبًا

2. يُمز التمثيل البياني لنموذج أشي في الصورة $y = a \cdot b^x$ في النقطتين (3, 5) و (4, 10). أي من النقاط التالية تقع أيضًا على التمثيل البياني لهذا النموذج؟

(A) (2, 0)

(B) (2, 1)

(C) (5, 15)

● (5, 20)

3. يريد فارس استثمار مبلغ QR 5 280 في حساب مصرفي بفائدة مركبة معدلها 4.2%، تُستحق شهريًا. اكتب دالة لنمذجة قيمة الرصيد في حساب فارس المصرفي بعد مرور t سنة. كم ستبلغ قيمة الرصيد بعد مرور 8 سنوات؟

$A(t) = \underline{5\,280 \left(1 + \frac{0.042}{12}\right)^{12t}}$ ؛ ستبلغ قيمة الرصيد بعد مرور 8 سنوات **QR 7 384.18**.

4. في العام 1970، كان عدد سكان بلدة صغيرة 4 200 نسمة. يتناقص عدد السكان بنسبة 2.4% سنويًا. اكتب دالة اضمحلال أشي لإيجاد معدل الاضمحلال ربع السنوي.

$y = 4\,200(0.99395)^t$ ، حيث y عدد السكان بعد مرور t سنة بعد العام 1970؛ يتناقص عدد السكان بنسبة 0.605% تقريبًا كل ربع سنة.

5. عند الساعة 7:00 A.M.، صَبَّت ليلي كوبًا من الشاي حرارته 200°F بدأ الشاي يبرد إلى درجة حرارة الغرفة (72°F). عند الساعة 7:02 A.M. أصبحت درجة حرارة الشاي 197°F ، وعند الساعة 7:15 A.M. أصبحت درجة حرارة الشاي 179°F ، ستشرب ليلي الشاي عندما تصبح درجة حرارته 170°F ، استعمل انحدارًا أشيًا لإيجاد نموذج لدرجة حرارة الشاي. في أي وقت تستطيع ليلي أن تشرب الشاي؟

$y = 128(0.988)^x + 72$ ، حيث y درجة الحرارة بعد مرور x دقيقة بعد الساعة 7:00 A.M. بعد الساعة 7:22 A.M.

مصادر التقويم

1-3 اختبار الدرس

اللوغاريتمات

1. ما معكوس الدالة الأسية $y = 3^x$ ؟

- (A) $y = x^3$
 (B) $y = 3^x$
 (C) $y = \log_3 x$
 (D) $y = \log_x 3$

2. ما أفضل تقدير لقيمة $\ln 16$ ؟

- (A) 1.20
 (B) 2.77
 (C) 3.23
 (D) 4.00

3. اكتب المعادلة اللوغاريتمية $\log_8 64 = 2$ في الصورة الأسية.

$$8^2 = 64$$

4. أي من المقادير اللوغاريتمية التالية تم إيجاد قيمته بصورة صحيحة؟ اختر كل ما ينطبق.

- (A) $\ln 1 = 0$
 (B) $\log_2 9 = 3$
 (C) $\log \frac{1}{100} = \frac{1}{2}$
 (D) $\log_3 (-1) = \frac{1}{3}$
 (E) $\log_5 \frac{1}{125} = -3$

5. ما حل المعادلة $\log (2x + 4) = 2$ ؟ قرب الإجابة إلى أقرب جزء من ألف إذا لزم الأمر.

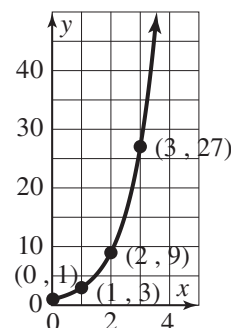
$$x = 48$$

1-4 اختبار الدرس

الدوال اللوغاريتمية

1. يوضح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة $f(x) = 3^x$. ما قيمة $f^{-1}(x)$ عند $x = 3$ ؟

- (A) 0
(B) 1
(C) 3
(D) 27



2. تم تحويل الدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log x$ إلى الدالة $g(x) = \log(x + 1) + 3$. أي مما يلي صحيح؟

- (A) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.
(B) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل.
(C) تتم إزاحة خط التقارب بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار.
(D) تتم إزاحة خط التقارب بمقدار 3 وحدات إلى اليمين.

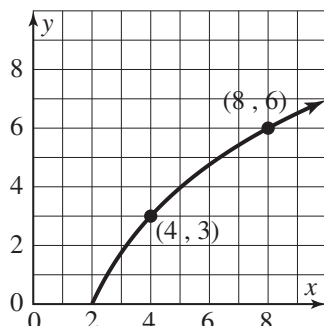
3. أوجد معادلة معكوس الدالة $f(x) = \log_2(9x)$.

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{9} 2^x$$

4. تستعمل شركة لتوزيع خدمة الإنترنت الدالة $R = 3 \log(a + 2) + 15$ لإيجاد العلاقة بين عائدات المبيعات، R ، من مواقع الاستضافة، وتكلفة الإعلانات a . أوجد قيمة a بدلالة R .

$$a = 10^{\frac{R-15}{3}} - 2$$

5. أوجد متوسط معدل تغير الدالة f الممثلة بيانيًا أدناه في الفترة $4 \leq x \leq 8$ ، ثم قارنه بمتوسط معدل تغير الدالة $g(x) = 4 \ln(x) - 2$ في نفس الفترة.



$$\frac{3}{4} = 0.75$$

متوسط معدل تغير الدالة f :

$$\ln 2 \approx 0.69$$

متوسط معدل تغير الدالة g :

في الفترة $4 \leq x \leq 8$ ، متوسط معدل تغير الدالة f أكبر من متوسط معدل تغير الدالة g .

1-5 اختبار الدرس

خواص اللوغاريتمات

1. أي من المقادير التالية مكافئ للمقدار $\log_3 \left(\frac{a^5 b}{c^2} \right)$ ؟

- (A) $\frac{(\log_3 5a)(\log_3 b)}{\log_3 2c}$
- (B) $\frac{(5 \log_3 a)(\log_3 b)}{2 \log_3 c}$
- (C) $\log_3 5a + \log_3 b - \log_3 2c$
- (D) $5 \log_3 a + \log_3 b - 2 \log_3 c$

2. يقيس الرقم الهيدروجيني pH تركيز أيونات الهيدروجين في محلول معين. هذا التركيز، الذي يُرمز إليه بالرمز $[H^+]$ ويقاس بوحدة المول لكل لتر، يُعطى بالصيغة $pH = \log \frac{1}{[H^+]}$. ما تركيز أيونات الهيدروجين في لتر واحد من الخلّ له رقم هيدروجيني يساوي 2.5؟

- (A) $10^{2.5}$
- (B) $10^{-2.5}$
- (C) $\log (2.5)$
- (D) $\log (-2.5)$

3. استعمل خواص اللوغاريتمات لكتابة المقدار $\frac{1}{2} \ln 4 + 2 \ln x$ في صورة لوغاريتم واحد.

 $\ln (2x^2)$

4. أي من المقادير اللوغاريتمية التالية تم إيجاد قيمته بصورة صحيحة، علمًا أن القيم مقربة إلى أقرب جزء من ألف؟ اختر كل ما ينطبق.

- (A) $\log_3 8 = 0.43$
- (B) $\log_3 6 = 1.63$
- (C) $\log_4 5 = 1.16$
- (D) $\log_2 32 = 1.51$

5. حلّ المعادلة $5^x = 7$ باستعمال صيغة تغيير الأساس لإيجاد قيمة x . أعطِ الحلّ الدقيق في صورة لوغاريتم، ثم حلًّا تقريبيًا مقربًا إلى أقرب جزء من ألف.

 $x = \log_5 7, x \approx 1.209$

1-6 اختبار الدرس

المعادلات الأسية واللوغاريتمية

1. ما حل المعادلة $7^x = 3$ ؟

- $x = \frac{\log 3}{\log 7}$
 (B) $x = \frac{\log 7}{\log 3}$
 (C) $x = \log\left(\frac{3}{7}\right)$
 (D) $x = \log\left(\frac{7}{3}\right)$

2. حل المعادلة $4^{3x-1} = 8^x$

- (A) $x = -2$
 (B) $x = -1$
 ● $x = \frac{2}{3}$
 (D) $x = 2$

3. حل ناصر المعادلة $5^{x+3} = 25^{x-2}$ ، لكنه ارتكب خطأً. حله موضح أدناه.

$$25^{x-2} = 5^{x+3}$$

$$(5^2)^{x-2} = 5^{x+3}$$

$$5^{2x-2} = 5^{x+3}$$

$$2x - 2 = x + 3$$

$$x = 5$$

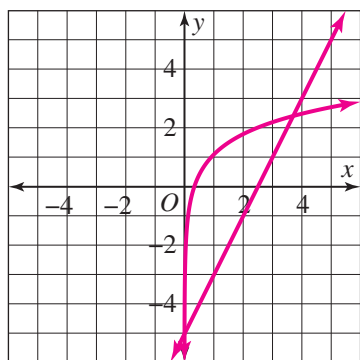
أكمل الجملتين التاليتين:

ارتكب ناصر خطأً في السطر **3** ، المعادلة الصحيحة هي **$5^{2x-4} = 5^{x+3}$** .

4. أوجد جميع حلول المعادلة $2 \log x = \log(5x - 4)$ **$x = 1, x = 4$** 5. حل المعادلة $\ln(3x) = 2x - 5$ بيانياً.

احذف الحل الأصغر قيمةً. قرب الحل الأكبر قيمةً إلى أقرب جزء من مئة.

$$x \approx 3.70$$



1 تقويم الوحدة، النموذج A

5. يمرّ التمثيل البياني لدالة أُسيّة في الصورة $y = a \cdot b^x$ بالنقطتين (10, 1) و (20, 2). أي من النقاط التالية تقع أيضًا على التمثيل البياني للدالة؟

- (A) (0, 0) (C) (3, 30)
(B) (0, 5) (D) (3, 60)

6. تضمّ مزرعة لتربية الأرناب 25 أرنابًا. يزداد عدد الأرناب في المزرعة بمعدل 20% سنويًا. كيف يمكنك كتابة دالة نمو أُسيّ لإيجاد المعدل الشهري لنمو الأرناب؟
 $y = 25(1.01531)^{12t}$ حيث t عدد الأشهر.

7. أي من الدوال التالية هي الدالة العكسيّة للدالة $y = 4^x$ الأسيّة؟

- (A) $y = x^{\frac{1}{4}}$ (C) $y = \log_x 4$
(B) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (D) $y = \log_4 x$

8. أي من المقادير اللوغاريتميّة التالية تمّ إيجاد قيمته بصورة صحيحة؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- ☐ $\ln 0 = 1$
☒ $\log_2 8 = 3$
☒ $\log (0.1) = -1$
☐ $\log_2 (-1) = 0.5$
☒ $\log_2 (0.125) = -3$

9. ما حلّ المعادلة $\log_4 (5x + 9) = 3$ ؟

$x = 11$

1. أي من الدوال التالية تمثّل $f(x) = 5^x$ بعد تضيق رأسيّ معاملته 2 وانعكاس حول المحور x ؟

- (A) $g(x) = (2 \cdot 5)^{-x}$ (C) $g(x) = 2 \cdot (5)^{-x}$
(B) $g(x) = -(2 \cdot 5)^x$ (D) $g(x) = -2 \cdot (5)^x$

2. نمذج الدالة $f(x) = 2000(1.05)^x$ عدد الفراشات في مجموعة معيّنة بعد x سنة. كم سيبلغ عدد الفراشات في المجموعة بعد 7 سنوات؟

- (A) 2 800 تقريبًا (C) 3 000 تقريبًا
(B) 1 200 تقريبًا (D) 1 000 تقريبًا

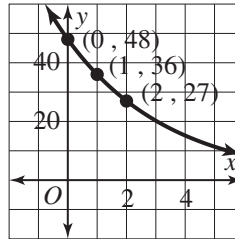
3. لتكن الدالة $f(x) = -4 \cdot (0.3)^x + 1$.

حدّد المقطع y وخطّ التقارب لهذه الدالة.

-3

$y = 1$

4. أي من الدوال التالية متوسط معدل تغيرها في الفترة $[0, 2]$ أكبر من متوسط معدل تغير الدالة الممثلة بيانيًا أدناه؟



- (A) $f(x) = 36(0.7)^x$ (C) $f(x) = 48(0.7)^x$
(B) $f(x) = 36(0.8)^x$ (D) $f(x) = 48(0.8)^x$

14. استعمل خواص اللوغاريتمات لكتابة المقدار
 $2 \log 5 + 5 \log x$ في صورة لوغاريتم واحد.

$\log(25 \cdot x^5)$

15. أوجد قيمة x في المعادلة $3^x = 8$ باستعمال
صيغة تغيير الأساس. أعطِ الحلّ الدقيق في صورة
لوغاريتم، ثم حلاً تقريبياً مقرباً إلى أقرب جزء
من ألف.

$x = \log_3 8; x \approx 1.893$

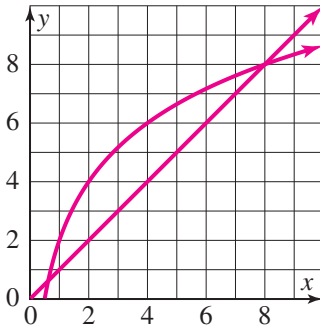
16. أي مما يلي يمثل حلّ المعادلة $3^x = 2$ ؟

- ☒ $x = \frac{\log 2}{\log 3}$ ☐ $x = \log \left(\frac{2}{3} \right)$
☐ $x = \frac{\log 3}{\log 2}$ ☐ $x = \log \left(\frac{3}{2} \right)$

17. حلّ المعادلة $8^{x+1} = 2^{x-5}$ باستعمال
أساس مشترك. $x = -4$

18. أوجد كلّ حلول المعادلة $2 \log x = \log (5x - 6)$
 $x = 2, x = 3$

19. حلّ المعادلة $2 \log_2 (2x) = x$ بيانياً.
قرب الإجابات إلى أقرب جزء من ألف.



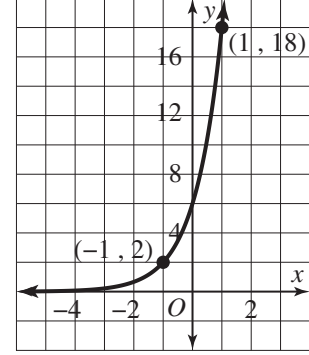
$x = 0.620, x = 8$

20. ما حلّ المعادلة $4^x = 5^{x+2}$ ؟

$x = \frac{-2 \log 5}{\log 5 - \log 4}$

10. التمثيل البياني أدناه هو للدالة $f(x) = 6(3)^x$.
ما قيمة الدالة العكسية f^{-1} عند $x = 2$ ؟

- ☐ A -3
☒ B -1
☐ C 2
☐ D 6



11. تم تحويل الدالة اللوغاريتمية $f(x) = \ln x$
إلى الدالة $g(x) = \ln(x - 2) + 5$.
أي مما يلي صحيح؟

- ☒ A تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f
بمقدار 5 وحدات إلى الأعلى.
☐ B تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f
بمقدار وحدتين إلى الأسفل.
☐ C تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f
بمقدار وحدتين إلى اليسار.
☐ D تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f
بمقدار 5 وحدات إلى اليمين.

12. أوجد معادلة الدالة العكسية للدالة
 $f(x) = \log(2x)$.

$f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \cdot 10^x$

13. أي من المقادير التالية يكافئ المقدار $\log \left(\frac{ab^3}{c^2} \right)$ ؟

- ☐ A $\frac{(\log a)(\log 3b)}{\log 2c}$
☐ B $\frac{(\log a)(3 \log b)}{2 \log c}$
☐ C $\log a + \log 3b - \log 2c$
☒ D $\log a + 3 \log b - 2 \log c$

1 تقويم الوحدة، النموذج B

1. أي من الدوال التالية تمثل $f(x) = 3^x$ بعد تمديد أفقي معاملته 4 وانعكاس حول المحور y ؟

- $g(x) = (3)^{-\frac{x}{4}}$ © $g(x) = -(3)^{\frac{x}{4}}$
 Ⓑ $g(x) = (3)^{-4x}$ Ⓓ $g(x) = -(3)^{4x}$

2. نمذج الدالة $f(x) = 400(1.2)^x$ عدد القطط في مجموعة معينة بعد x سنة. كم سيبلغ عدد القطط في المجموعة بعد 7 سنوات؟

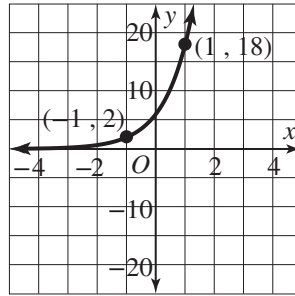
- Ⓐ 800 تقريبًا © 200 تقريبًا
 Ⓑ 1 400 تقريبًا Ⓓ 600 تقريبًا

3. لتكن الدالة $f(x) = 2 \cdot (3)^{-x}$. حدّد المقطع y وخط التقارب لهذه الدالة.

2

 $y = 0$

4. أي من الدوال التالية متوسط معدل تغيرها في الفترة $[-1, 1]$ أصغر من متوسط معدل تغير الدالة الممثلة بيانيًا أدناه؟



- Ⓐ $f(x) = 4(4.5)^x$ © $f(x) = 8(2.5)^x$
 Ⓑ $f(x) = 6(3.5)^x$ ● $f(x) = 10(2)^x$

5. يمرّ التمثيل البياني لدالة أسية في الصورة $y = a \cdot b^x$ بالنقطتين $(2, 3)$ و $(3, 9)$. أي من النقاط التالية تقع أيضًا على التمثيل البياني للدالة؟

- Ⓐ $(1, -3)$ © $(4, 15)$
 ● $(1, 1)$ Ⓓ $(4, 16)$

6. يضمّ سرب من الأسماك 200 سمكة. يتناقص عدد الأسماك في السرب بمعدل 5% سنويًا. كيف يمكنك كتابة دالة اضمحلال أسي لإيجاد معدل الاضمحلال ربع السنوي؟

$$y = 200(0.98726)^{4t}$$

7. أي من الدوال التالية هي الدالة العكسية للدالة الأسية $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ؟

- Ⓐ $y = x^{\frac{1}{3}}$ ● $y = \log_{\frac{1}{3}} x$
 Ⓑ $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ Ⓓ $y = \log_x \left(\frac{1}{3}\right)$

8. أي من المقادير اللوغاريتمية التالية تمّ إيجاد قيمته بصورة صحيحة؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- $\log_5 1 = 0$
 □ $\log_5 2 = 25$
 ● $\log_5 125 = 3$
 □ $\log_5 (-1) = 0.2$
 ● $\log_5 (0.04) = -2$

9. ما حلّ المعادلة $\log_3 (2x - 3) = -1$ قرب الإجابة إلى أقرب جزء من ألف.

$$x = 1.667$$

10. التمثيل البياني أدناه هو

$$f(x) = 32 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2$$

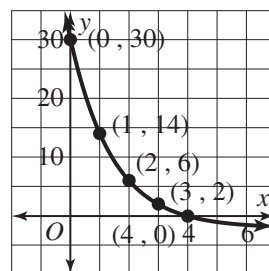
ما قيمة الدالة العكسية f^{-1} عند $x = 2$ ؟

(A) 0.5

(B) 2

(C) 3

(D) 6



11. تم تحويل الدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log_2 x$

$$g(x) = \log_2 (x + 4) - 1$$

إلى الدالة $g(x) = \log_2 (x + 4) - 1$ أي مما يلي صحيح؟

(A) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f

بمقدار 4 وحدات إلى الأعلى.

(B) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f

بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار.

(C) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f

بمقدار 4 وحدات إلى اليمين.

(D) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f

بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

12. أوجد معادلة الدالة العكسية

$$f(x) = \log_4 (3x)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3} \cdot 4^x$$

13. أي من المقادير التالية يكافئ المقدار $\log \left(\frac{a^2 b^2}{c^3} \right)$ ؟

(A) $\frac{2(\log a)(2 \log b)}{3 \log c}$

(B) $\frac{(\log 2a)(\log 2b)}{3 \log c}$

(C) $2 \log a + 2 \log b - 3 \log c$

(D) $\log 2a + \log 2b - \log 3c$

14. استعمل خواص اللوغاريتمات لكتابة المقدار

$$\log \frac{1}{3} - \log 2 + \log x$$

$$\log(3 \cdot (2)^x)$$

15. أوجد قيمة x في المعادلة $5^x = 15$ باستعمال

صيغة تغيير الأساس. أعطِ الحلّ الدقيق في صورة

لوغاريتم، ثم حلًا تقريبيًا مقربًا إلى أقرب جزء من ألف.

$$x = \log_5 15; x \approx 1.683$$

16. أي مما يلي يمثل حلّ المعادلة $2^x = 5$ ؟

(A) $x = \frac{\log 5}{\log 2}$

(C) $x = \log \left(\frac{5}{2} \right)$

(B) $x = \frac{\log 2}{\log 5}$

(D) $x = \log \left(\frac{2}{5} \right)$

17. حلّ المعادلة $9^{x-2} = 3^{4x+2}$ باستعمال

$$x = -3$$

أساس مشترك.

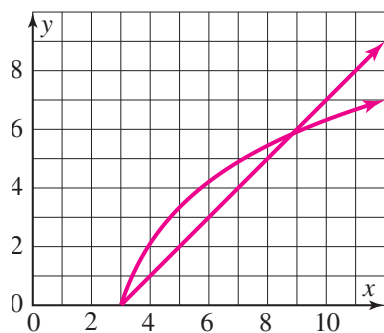
18. أوجد كلّ حلول المعادلة

$$2 \log_2 x = \log_2 (6x - 8)$$

$$x = 2, x = 4$$

19. حلّ المعادلة $\log (x - 2) = x - 3$ بيانيًا.

قرب الإجابات إلى أقرب جزء من ألف.



$$x = 3, x = 8.850$$

20. ما حلّ المعادلة $2^x = 7^{x+1}$ ؟

$$x = \frac{-\log 7}{\log 7 - \log 2}$$

1 تقويم الوحدة، النموذج C

5. يمرّ التمثيل البياني لدالة أُسيّة في الصورة $y = a \cdot b^x$ بالنقطتين (2, 50) و (3, 250). أيّ من النقاط التالية تقع أيضًا على التمثيل البياني للدالة؟

- (A) (0, 5) (C) (4, 450)
(B) (1, 10) (D) (5, 650)

6. يضمّ قفير نحل 300 نحلة. يزداد عدد النحلات في القفير بمعدل 10% سنويًا. كيف يمكنك كتابة دالة نموّ أُسيّ لإيجاد المعدّل اليوميّ لنموّ النحل؟
 $y = 300 (1.00026)^{365t}$

7. أيّ من الدوالّ التالية هي الدالة العكسيّة للدالة $y = (1.5)^x$ الأسيّة؟

(A) $y = x^{1.5}$ (C) $y = \log_x 1.5$
(B) $y = 1.5^x$ (D) $y = \log_{1.5} x$

8. أيّ من المقادير اللوغاريتميّة التالية تمّ إيجاد قيمته بصورة صحيحة؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- ☒ $\log 1 = 0$
☒ $\log 100 = 2$
☐ $\log (-2) = 0.01$
☒ $\log (0.001) = -3$
☐ $\log (4) = 10^4$

9. ما حلّ المعادلة $\log_2 (3x - 4) = 5$ ؟ قرّب الإجابة إلى أقرب جزء من ألف، إذا لزم الأمر.

$x = 12$

1. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل $f(x) = 5^x$ بعد تمّدد رأسيّ معاملها 3 وانعكاس حول المحور y ؟

- (A) $g(x) = 5^{-3x}$ (C) $g(x) = 3(5)^{-x}$
(B) $g(x) = -5^{3x}$ (D) $g(x) = -3(5)^x$

2. نمذج الدالة $f(x) = 300(1 - 0.05)^x$ عدد أسماك القرش في مجموعة معيّنة بعد x سنة. كم سيبلغ عدد أسماك القرش في المجموعة بعد 7 سنوات؟

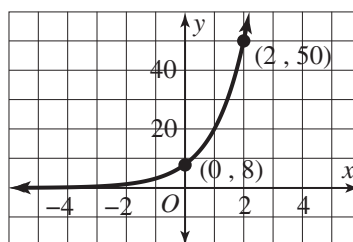
- (A) 200 تقريبًا (C) 500 تقريبًا
(B) 400 تقريبًا (D) 100 تقريبًا

3. لتكن الدالة $f(x) = 0.5(5)^x - 2$ ، حدّد المقطع y وخطّ التقارب لهذه الدالة.

$-\frac{3}{2}$

$y = -2$

4. أيّ من الدوالّ التالية متوسّط معدل تغيرها في الفترة [0, 2] أكبر من متوسّط معدل تغير الدالة الممثلة بيانيًا أدناه؟



- (A) $f(x) = 5(3)^x$ (C) $f(x) = 8(2.5)^x$
(B) $f(x) = 10(2)^x$ (D) $f(x) = 4(3.5)^x$

14. استعمل خواص اللوغاريتمات لكتابة المقدار $3 \log x - \log(x^2)$ في صورة لوغاريتم واحد.

$\log x$

15. أوجد قيمة x في المعادلة $2^x = 9$ باستعمال صيغة تغيير الأساس. أعطِ الحلّ الدقيق في صورة لوغاريتم، ثم حلًا تقريبيًا مقربًا إلى أقرب جزء من ألف.

$x = \log_2 9; x \approx 3.170$

16. أيّ مما يلي يمثل حلّ المعادلة $5^x = 3$ ؟

(A) $x = \log\left(\frac{3}{5}\right)$ (C) $x = \frac{\log 3}{\log 5}$

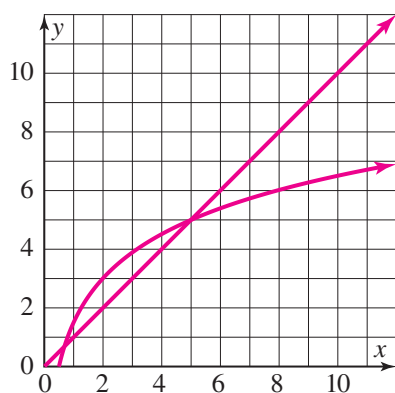
(B) $x = \log\left(\frac{5}{3}\right)$ (D) $x = \frac{\log 5}{\log 3}$

17. حلّ المعادلة $4^{x+3} = 2^{3x+1}$ باستعمال أساس مشترك. $x = 5$

18. أوجد كلّ حلول المعادلة $\log_3(x^2 + x) = \log_3(9x + 9)$.

$x = 9$

19. حلّ المعادلة $5 \log(2x) = x$ ، بيانيًا. قَرِّبِ الإجابات إلى أقرب جزء من ألف.



$x = 0.686, x = 5$

20. ما حلّ المعادلة $3^x = 4^{x-1}$ ؟

$x = \frac{\log 4}{\log 4 - \log 3}$

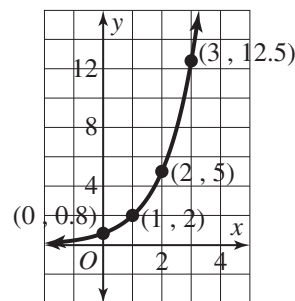
10. التمثيل البياني أدناه هو للدالة $f(x) = 0.8 \cdot (2.5)^x$. ما قيمة الدالة العكسية f^{-1} عند $x = 2$ ؟

(A) 0.5

(B) 1

(C) 2

(D) 5



11. تم تحويل الدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log x$ إلى الدالة $g(x) = \log(x - 3) - 6$. أيّ مما يلي صحيح؟

(A) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f بمقدار 6 وحدات إلى الأعلى.

(B) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f بمقدار 3 وحدات إلى اليمين.

(C) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f بمقدار 6 وحدات إلى اليسار.

(D) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة f بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل.

12. أوجد معادلة الدالة العكسية للدالة $f(x) = \ln(5x)$.

$f^{-1}(x) = \frac{1}{5} \cdot e^x$

13. أيّ من المقادير التالية يكافئ المقدار $\log\left(\frac{a^4}{b^3c}\right)$ ؟

(A) $4 \log a - 3 \log b - \log c$

(B) $\log 4a - \log 3b - \log c$

(C) $\frac{\log 4a}{(\log 3b)(\log c)}$

(D) $\frac{4 \log a}{(3 \log b)(\log c)}$

1 تقويم الأداء، النموذج A

انقطع التيار الكهربائي في منزل خولة عند منتصف الليل. تعرف خولة أنّ ترك بابي مجمدة ومبرّدة الثلاجة مغلقين أمر مهم أثناء انقطاع التيار الكهربائي. هذا يحفظ الطعام الموجود داخل الثلاجة في درجة حرارة آمنة أطول فترة ممكنة.

يمكن نمذجة درجة الحرارة داخل مجمدة ثلاجة خولة بعد مرور t ساعة على منتصف الليل بالمعادلة $T = 70 - 70e^{-0.035t}$ حيث T درجة الحرارة بالفهرنهايت.

1. ما الحرارة الابتدائية داخل المجمدة عند انقطاع التيار الكهربائي في منتصف الليل؟ وضح كيف عرفت ذلك.

انقطع التيار الكهربائي عند الساعة $t = 0$. بتعويض هذه القيمة في المعادلة $T = 70 - 70e^{-0.035t}$ أحصل على $0 = 70 - 70e^0 = 70 - 70(1) = 0$ إذن كانت درجة الحرارة داخل المجمدة عند منتصف الليل 0°F

2. ما درجة الحرارة داخل المجمدة بعد مرور 4 ساعات على انقطاع التيار الكهربائي؟

بعد $t = 4$ ساعات $T = 70 - 70e^{-0.035(4)}$ أو $T \approx 9.14^\circ\text{F}$ ، إذن، كانت درجة الحرارة داخل المجمدة بعد مرور 4 ساعات على انقطاع التيار الكهربائي 9°F تقريبًا.

3. بحسب الخبراء في مجال الأغذية أنّه يمكن إعادة تجميد الطعام الذي ذاب عنه الثلج جزئيًا أو كليًا داخل المجمدة، إذا كانت المجمدة لا تزال تحتوي على بلورات ثلج، أو كانت درجة الحرارة في داخلها 40°F أو أقل.

لمدّة كم ساعة سوف تحافظ مجمدة خولة على درجة كافية من البرودة؟ قرّب إجابتك إلى أقرب ساعة كاملة. بين عملك.

إذا كانت درجة الحرارة داخل المجمدة 40°F ، فإنّ المعادلة هي:

$$70 - 70e^{-0.035t} = 40$$

$$e^{-0.035t} = \frac{30}{70}$$

$$\ln(e^{-0.035t}) = \ln\left(\frac{30}{70}\right)$$

$$-0.035t \ln(e) = \ln\left(\frac{30}{70}\right)$$

$$-0.035t = \ln\left(\frac{30}{70}\right)$$

$$t = -\frac{1}{0.035} \ln\left(\frac{30}{70}\right) \approx 24.2$$

إذن، تصل درجة الحرارة داخل المجمدة إلى 40°F بعد 24 ساعة تقريبًا، أي المدّة التي تحافظ فيها المجمدة على درجة كافية من البرودة.

4. تريد خولة أن تعرف أيضًا طول المدة التي يبقى فيها الطعام الموجود داخل مبردة ثلاجتها صالحًا للأكل بعد انقطاع التيار الكهربائي. إنها تعرف أن بالإمكان نمذجة درجة الحرارة داخل المبردة بمعادلة في الصورة $T = 70 - Ce^{-rt}$ ، حيث C ثابت مجهول و r معدل الزيادة.

الجزء A

كانت درجة الحرارة داخل المبردة 35°F عند انقطاع التيار الكهربائي. استعمل هذه المعلومة لإيجاد قيمة C .
بين عملك.

درجة الحرارة الابتدائية داخل المبردة هي 35°F ، بتعويض $t = 0$ و $T = 35^\circ\text{F}$ في المعادلة حصل على $35 = 70 - Ce^{-r(0)}$ ، بما أن $e^0 = 1$ ، هذا يعني أن $70 - C = 35$ ، والحل هو $C = 35$.

الجزء B

بعد مرور ساعة واحدة ارتفعت درجة الحرارة داخل المبردة إلى 36°F ، استعمل هذه المعلومة، وقيمة C التي وجدتها في الجزء A، لإيجاد قيمة معدل النمو، r . بين عملك.

عند الزمن $t = 1$ ، كانت درجة الحرارة داخل المبردة 36°F ، بتعويض $t = 1$ ، $T = 36^\circ\text{F}$ ، والقيمة $C = 35$ من الجزء A في المعادلة حصل على:

$$70 - 35e^{-r(1)} = 36$$

$$-35e^{-r} = -34$$

$$e^{-r} = \frac{34}{35}$$

$$\ln(e^{-r}) = \ln\left(\frac{34}{35}\right)$$

$$-r = \ln\left(\frac{34}{35}\right)$$

$$r = -\ln\left(\frac{34}{35}\right) \approx 0.029$$

5. لمدة كم ساعة سوف تبقى درجة الحرارة داخل مبردة ثلاجة خولة أقل من 40°F ؟ قرب إجابتك إلى أقرب ساعة كاملة.
بين عملك.

باستعمال القيمة $r = 0.029$ التي وجدتها في السؤال 4، تصل درجة الحرارة داخل المبردة إلى 40°F عندما

$$70 - 35e^{-0.029t} = 40$$

$$-35e^{-0.029t} = -30$$

$$e^{-0.029t} = \frac{30}{35}$$

$$\ln(e^{-0.029t}) = \ln\left(\frac{30}{35}\right)$$

$$t = -\frac{1}{0.029} \ln\left(\frac{30}{35}\right) \approx 5.3$$

إذن، تصل درجة الحرارة داخل المبردة إلى 40°F بعد 5 ساعات تقريبًا.

1 تقويم الأداء، النموذج B

لدى أحمد مبلغ QR 12 000، ويريد استثمار هذا المال بحيث يتمكن من زيادة قيمته. اكتب بعض الطرائق التي يمكنه من خلالها تحقيق ذلك؟

1. يريد أحمد استثمار المبلغ QR 12 000 في حساب مصرفي بفائدة سنوية معدّلها 4.5%.

الجزء A

اكتب معادلات لتمثيل قيمة المبلغ $A(t)$ الذي سيكون في حساب أحمد المصرفي بعد مرور t سنة، إذا كانت الفائدة مركبة متصلة / تُستحقّ يوميًا / تُستحقّ شهريًا. ثم أوجد جملة المبلغ بعد مرور 10 سنوات، مقربة إلى أقرب درهم، لكل نوع من أنواع الفائدة المركبة. أكمل الجدول أدناه.

نوع الفائدة المركبة	المعادلة	جملة المبلغ بعد 10 سنوات
متصلة	$A(t) = 12\,000e^{0.045t}$	QR 18 819.75
تُستحقّ يوميًا	$A(t) = 12\,000 \left(1 + \frac{0.045}{365}\right)^{365t}$	QR 18 819.22
تُستحقّ شهريًا	$A(t) = 12\,000 \left(1 + \frac{0.045}{12}\right)^{12t}$	QR 18 803.91

الجزء B

أي نوع من الفائدة المركبة يعطي المردود الأعلى؟ لماذا؟

الفائدة المركبة المتصلة تحقق المردود الأعلى بعد 10 سنوات.
تنتج صيغة الفائدة المتصلة عندما $n \rightarrow \infty$ في صيغة الفائدة المركبة،
ما يعني أن قيمة الفائدة تتزايد كلما تزايدت قيمة n .

2. يريد أحمد أن تتضاعف قيمة المبلغ QR 12 000 الذي استثمره خلال 10 سنوات. إذا كانت الفائدة المركبة تُستحقّ يوميًا، ما معدّل الفائدة، r ، الذي يحتاج أحمد إلى الحصول عليه ليحقق هدفه؟ بين عملك.

$$\text{أحلّ المعادلة } 2 = \left(1 + \frac{r}{365}\right)^{365(10)} \text{ لإيجاد قيمة } r \text{ فأحصل على } 365\left(2^{\frac{1}{3650}} - 1\right),$$

$$\text{أو } r \approx 0.0693$$

إذن، يجب أن يحصل أحمد على معدّل فائدة يساوي 7% تقريبًا ليحقق هدفه.

3. بمعدل الفائدة الذي يحصل عليه أحمد حاليًا والبالغ 4.5%، ما الزمن اللازم لمضاعفة استثماره البالغة قيمته QR 12 000؟ افترض أن الفائدة مركبة تُستحق يوميًا، وقرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من السنة. يتبن عملك.

جملة المبلغ في حساب أحمد المصرفي تساوي:

$$A(t) = 12\,000 \left(1 + \frac{0.045}{365}\right)^{365t}, \text{ يتضاعف هذا المبلغ عندما } \left(1 + \frac{0.045}{365}\right)^{365t} = 2$$

$$1.046^t = 2 \text{ بأخذ لوغاريتم } \left(1 + \frac{0.045}{365}\right)^{365t} = \left(1 + \frac{0.045}{365}\right)^{365}^t \approx 1.046^t$$

$$\text{نحصل على } t = \frac{\log 2}{\log (1.046)} \text{، إذن، } t \approx 15.4 \text{ سنة.}$$

4. يخطط أحمد أيضًا لإيداع مساهمات في نهاية كل سنة، في حساب استثماري بفائدة سنوية معدّلها 5.2% تُستحق شهريًا، كما هو موضح أدناه.

الجزء A

أكمل الجدولين أدناه لإيجاد جملة المبلغ في حساب أحمد المصرفي إذا أودع في حسابه إقما مبلغ QR 600 وإقما مبلغ QR 1 200 كل سنة.

السنة	الرصيد التراكمي (الفائدة ضمناً)	الإيداع	جملة المبلغ
0		600	600
1	631.95	600	1 231.95
2	1 297.57	600	1 897.57
3	1 998.62	600	2 598.62
4	2 737.02	600	3 337.02
5	3 514.74	600	4 114.74

السنة	الرصيد التراكمي (الفائدة ضمناً)	الإيداع	جملة المبلغ
0		1 200	1 200.00
1	1 263.91	1 200	2 463.91
2	2 595.13	1 200	3 795.13
3	3 997.25	1 200	5 197.25
4	5 474.04	1 200	6 674.04
5	7 029.48	1 200	8 229.48

الجزء B

استعمل الحاسبة البيانية لإنشاء مخطط انتشار لقيم المبالغ المالية التي سيدّخرها أحمد من السنة 1 إلى السنة 5 **تحقق من التمثيلات البيانية للطلاب.**

الجزء C

استعمل الحاسبة لإيجاد نموذج الانحدار الأسّي، ذي الصورة $A(t) = a \cdot b^t$ ، الأفضل تطابقًا مع كلّ مجموعة من البيانات.

$$A(t) = 1\,524.52(1.45)^t \text{ و } A(t) = 762.26(1.45)^t$$

الجزء D

قارن التمثيلين البيانيين لهذين النموذجين. ما مدى كلّ دالّة؟ كيف تؤثر قيمة a في التمثيلين البيانيين؟ أيّ الدالّتين معدّل تغيّرها هو الأكبر؟

مدى الدالة الأولى هو $\{y : y > 600\}$. مدى الدالة الثانية هو $\{y : y > 1\,200\}$. قيمة a في الدالة الثانية أكبر من قيمته في الدالة الأولى، ما يؤدي إلى تمديد رأسي أكبر للتمثيل البياني للدالة الرئيسة $A(t) = (1.45)^t$. معدّل تغيّر الدالة الثانية هو الأكبر.

مصادر التقويم

2 تقويم بداية الوحدة

1. يعمل ماجد بعد انتهاء دوام المدرسة، وهو يتقاضى أجرًا يوميًا مقطوعًا ومبلغًا إضافيًا عن كل ساعة عمل، كما هو مبين في الجدول أدناه. أي من الدوال الخطية التالية يمكن لماجد استعمالها لاحتساب المبلغ الذي يجنيه من عمله؟

عدد ساعات العمل	1	1.5	2	2.5	3
قيمة المبلغ المكتسب (QR)	22	28	34	40	46

- ☒ $f(x) = 12x + 10$ ☐ $f(x) = 6x + 22$
☐ $f(x) = 6x + 16$ ☐ $f(x) = 12x + 22$

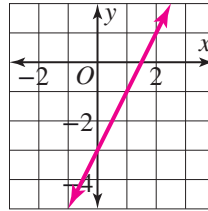
2. في التمرين 1، ما قيمة المبلغ الذي سيجمعه ماجد، إذا عمل من الساعة 2:30 P.M. إلى الساعة 8:00 P.M.

- ☐ QR 49 ☒ QR 76
☐ QR 55 ☐ QR 88

3. أي مما يلي يمكن أن يكون مجالًا معقولًا للدالة الواردة في التمرين 1؟

- ☐ كل الأعداد الحقيقية
☒ $0 < x < 8$
☐ $0 < x < 24$
☐ $0 < x < 106$

4. مثل الدالة $f(x) = 2x - 3$ بيانيًا.



5. أي مما يلي يمثل الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية التي حدّها الأول 14 والفرق الثابت فيها 9؟

- ☐ (A) الصيغة الصريحة: $a_n = 14 + 9n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} + 9, a_1 = 14$
☐ (B) الصيغة الصريحة: $a_n = 5 + 9n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 9(a_{n-1}), a_1 = 14$
☒ (C) الصيغة الصريحة: $a_n = 5 + 9n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} + 9, a_1 = 14$
☐ (D) الصيغة الصريحة: $a_n = 14 + 9n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = 9(a_{n-1}), a_1 = 14$

6. اكتب الصيغة الصريحة والصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية أدناه.

18, 15.5, 13, 10.5, 8, ...

الصيغة الصريحة: $a_n = 20.5 - 2.5n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} - 2.5, a_1 = 18$

7. تكلفة غسل قميص واحد في المصبة هي 6 QR. تكلفة غسل كل قميص إضافي هي 4 QR. اكتب الصيغتين الصريحة والارتدادية للمتتالية التي تمثل هذا الموقف.

الصيغة الصريحة: $a_n = 2 + 4n$
 الصيغة الارتدادية: $a_n = a_{n-1} + 4, a_1 = 6$

8. في التمرين 7، ما تكلفة غسل 5 قمصان؟

- ☐ (A) QR 20 ☒ (B) QR 22 ☐ (C) QR 26 ☐ (D) QR 30

9. اكتب المقدار $\sqrt[8]{5^2}$ باستعمال أس كسري.

- ☐ (A) $\sqrt[4]{5}$ ☐ (C) 5^4
☐ (B) $5^{\frac{8}{2}}$ ☒ (D) $5^{\frac{1}{4}}$

10. بسّط المقدار الجبري $\sqrt[4]{16a^4b^{20}}$.

- (A) $4a^2b^{10}$
(B) $4a^2|b^5|$
(C) $2b^{16}$
(D) $2|a| \cdot |b^5|$

11. اكتب جميع الجذور الحقيقية من الدرجة الرابعة

للعدد 81

- (A) 3
(B) 9 و -9
(C) 3 و -3
(D) 9 و -9

12. ما الحلول الحقيقية للمعادلة $-2x^3 = 250$ ؟

(A) 5

(B) -5

(C) 5 و -5

(D) المعادلة ليس لها حلول حقيقية

13. ما حل المعادلة اللوغاريتمية التالية:

$$\log_2 (5x - 2) = -2$$

$\frac{9}{20}$

14. ما حل المعادلة الأسية أدناه؟

$$2^x = 3$$

- (A) $x = \frac{\log 2}{\log 3}$
(B) $x = \frac{\log 3}{\log 2}$
(C) $x = \log \left(\frac{2}{3} \right)$
(D) $x = \log \left(\frac{3}{2} \right)$

15. اكتب الصيغتين الصريحة والارتدادية للمتتالية أدناه.

8, 20, 50, 125, 312.5, ...

الصيغة الصريحة: $a_n = 8(2.5)^{n-1}$

الصيغة الارتدادية: $a_n = 2.5(a_{n-1}), a_1 = 8$

16. لديك المتتالية ... $\frac{3}{2}, 3, 6, 12, 24$

أكمل ما يلي:

الحدود المتتابعة في هذه المتتالية تربط بينها

نسبة ثابتة، إذن، هي متتالية

هندسية. الدالة f التي تعطي الحد الذي رتبته n

في المتتالية هي $f(n) = 24(0.5)^{n-1}$.

17. أي من الدوال التالية تنمذج المتتالية الهندسية

الواردة في الجدول أدناه؟

n	1	2	3	4	5
a_n	45	15	5	$\frac{5}{3}$	$\frac{5}{9}$

(A) $f(n) = 45\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ (B) $f(n) = 45\left(\frac{1}{3}\right)^n$

(C) $f(n) = 45(3)^{n-1}$ (D) $f(n) = 45(3)^n$

18. الصيغة الارتدادية لمتتالية هندسية

هي $a_n = 7(a_{n-1}), a_1 = \frac{1}{7}$

ما الصيغة الصريحة لهذه المتتالية؟

(A) $a_n = \frac{1}{7}(1)^{n-7}$ (B) $a_n = \frac{1}{7}(7)^{n-1}$

(C) $a_n = 7\left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$ (D) $a_n = 7(7)^{n-1}$

19. الصيغة الصريحة لمتتالية هندسية

هي $a_n = 64\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

ما الصيغة الارتدادية لهذه المتتالية؟

(A) $a_n = 4(a_{n-1}), a_1 = 64$

(B) $a_n = \frac{1}{4}(a_{n-1}), a_1 = 64$

(C) $a_n = 4(a_{n-1}), a_1 = 4$

(D) $a_n = \frac{1}{4}(a_{n-1}), a_1 = 4$

20. اكتب الصيغة الصريحة للمتتالية الهندسية التي

صيغتها الارتدادية هي: $a_n = 5(a_{n-1}), a_1 = \frac{1}{25}$

$a_n = \frac{1}{25}(5)^{n-1}$

2-1 اختبار الدرس

المتتاليات والمتسلسلات الحسابية

1. أي مما يلي متتالية حسابية فرقها الثابت يساوي -2؟

- (A) 2, -4, 8, -16, 32, ...
 (B) -2, -4, -8, -16, -32, ...
 (C) 8, 6, 4, 2, 0, ...
 (D) -8, -6, -4, -2, 0, ...

2. أي مما يلي صحيح؟

- (A) الحد العاشر في المتتالية ... 4, 7, 10, 13 هو 30
 (B) كلتا الصيغتين $a_n = 11 + 6n$ و $a_n = \begin{cases} 11, & n = 1 \\ a_{n-1} + 6n, & n > 1 \end{cases}$ تعرّفان نفس المتتالية.
 (C) مجموع أول 12 حدًا في المتسلسلة الحسابية حيث $a_1 = -5$ و $a_{12} = \frac{23}{2}$ يساوي 39
 (D) $\sum_{i=1}^{20} 3i - 15 = 450$

3. اكتب الصيغة الصريحة للمتتالية التي صيغتها الارتدادية هي $a_n = \begin{cases} 10, & n = 1 \\ a_{n-1} - 4, & n > 1 \end{cases}$

$$a_n = 10 - 4(n - 1)$$

4. في عيد ميلاد جميلة الأول أنشأ لها والداها حساب توفير بقيمة QR 200. في كلّ عيد من أعياد ميلادها التالية كان الوالدان يضيفان إلى الحساب مبلغ QR 100. اكتب الصيغة الارتدادية للمتتالية التي تمثل هذا الموقف.

$$a_n = \begin{cases} 200, & n = 1 \\ a_{n-1} + 100, & n > 1 \end{cases}$$

5. أوجد جملة المبلغ في حساب جميلة المصرفي عند عيد ميلادها الثامن عشر.

$$\text{QR } 1900$$

2-2 اختبار الدرس

المتتاليات والمتسلسلات الهندسية

1. هل المتتالية ... 137.7, 45.9, 15.3, 5.1, 1.7 متتالية هندسية؟ إذا كانت كذلك، اكتب صيغتها الارتدادية.

$$a_n = \begin{cases} 1.7, & n = 1 \\ 3a_{n-1}, & n > 1 \end{cases} \text{ نعم؛}$$

2. الصيغة الارتدادية لمتتالية هي $a_n = \begin{cases} 32, & n = 1 \\ \frac{1}{4}a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$. ما الصيغة الصريحة لهذه المتتالية؟

- Ⓐ $a_n = 16\left(\frac{1}{2}\right)^n$
 Ⓑ $32, 8, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \dots$
 Ⓒ $a_n = 32\left(\frac{1}{2}\right)^n$
 ● $a_n = 32\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

$$3 + 6 + 12 + 24 + 48 + 96$$

3. ما الصورة التحليلية للمتسلسلة $\sum_{n=1}^6 3(2)^{n-1}$ ؟

$$189$$

ما مجموع هذه المتسلسلة؟

4. ما عدد الحدود في المتسلسلة الهندسية $2.1 + 10.5 + \dots + 820$ 312.5 ؟

- Ⓐ 3
 Ⓑ 7
 ● 9
 Ⓓ 180

5. ما قيمة الدفعة الشهرية لقرض مصرفي قيمته QR 20 000 لمدة 4 سنوات، بفائدة سنوية معدّلها 4.8% ؟

$$\text{QR } 458.78$$

2 تقويم الوحدة، النموذج A

1. أي من المتتاليات التالية متتالية حسابية؟
اختر كل ما ينطبق.

- 4, 14, 24, 34, ...
● 9, 5, 1, -3, ...
● 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, ...
● 1, 2, 4, 8, ...

2. أوجد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة
كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ a_{n-1} - 7, & n > 1 \end{cases}$$

- 2, 9, 16, 23
● 2, 14, 98, 1 078
● 2, -5, -12, -19
● 2, -5, -16, -23

3. أي مما يلي يمثل مجموع حدود المتتالية
الحسابية أدناه؟

$$22, 11, 0, -11, \dots, -77$$

- -198
● -275
● -297
● -385

4. يحتوي الصف الأول من مقاعد الحضور في أحد
المسارح 12 كرسيًا، ثم يزداد عدد الكراسي في
كل صف، بمقدار كرسيين عن الصف الذي يسبقه
مباشرةً. ما عدد الكراسي في هذا المسرح إذا كان
عدد صفوف المقاعد 10؟

- 120
● 165
● 210
● 242

5. أي من المتتاليات التالية متتالية هندسية؟
اختر كل ما ينطبق.

- 5, 10, 20, 40, ...
● 32, -16, 8, -4, ...
● 7, 14, 28, 54, ...
● 23, 2.3, 0.23, 0.023, ...

6. أوجد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة
كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 8.1, & n = 1 \\ \frac{1}{3} a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

- 8.1, 24.3, 72.9, 218.7
● 8.1, 5.1, 2.1, -0.9
● 8.1, $\frac{1}{24.3}$, $\frac{1}{72.9}$, $\frac{1}{218.7}$
● 8.1, 2.7, 0.9, 0.3

7. أيّ ممّا يلي يمثّل مجموع حدود المتتالية الهندسيّة أدناه؟

0.3, 1.2, 4.8, 19.2, ..., 78 643.2

- (A) 1 968.3
- ☒ 104 857.5
- (C) 393 217.5
- (D) 353 895.75

8. تتكاثر الخلايا الحيّة في جسم الإنسان من خلال عمليّة تسمّى "الانقسام الخلوي"، حيث تنقسم كلّ خلية إلى خليّتين، ثمّ تنقسم كلّ خلية من الخليّتين الجديدتين إلى خليّتين أخريين، وهكذا... إذا بدأت عمليّة الانقسام من خلية واحدة، ما عدد الخلايا الناتجة عند عمليّة الانقسام السابعة؟

- (A) 14
- (B) 64
- ☒ 128
- (D) 256

2 تقويم الوحدة، النموذج B

1. أي من المتتاليات التالية متتالية حسابية؟
اختر كل ما ينطبق.

- ☒ 4, 1, -2, -5, -8, ...
☐ 9, -10, 11, -12, ...
☒ 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, ...
☐ $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

2. أوجد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة
كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 5, & n = 1 \\ a_{n-1} - 5, & n > 1 \end{cases}$$

- ☒ 5, 0, -5, -10
☐ 5, 0, -5, -25
☐ 5, 0, -5, -50
☐ 5, 0, -10, -100

3. أي مما يلي يمثل مجموع حدود المتتالية
الحسابية أدناه؟

$$4, 1, -2, -5, \dots, -56$$

- ☐ -777
☒ -546
☐ -542
☐ -490

4. يحتوي الصف الأول من مقاعد الحضور في أحد
المسارح 20 كرسيًا، ثم يزداد عدد الكراسي في
كل صف، بمقدار 4 كراسي عن الصف الذي يسبقه
مباشرةً. ما عدد الكراسي في هذا المسرح إذا كان
عدد صفوف المقاعد 15؟

- ☐ 170
☐ 180
☒ 720
☐ 2 160

5. أي من المتتاليات التالية متتالية هندسية؟
اختر كل ما ينطبق.

- ☒ 2, 6, 18, 54, ...
☐ 2, 4, 6, 8, ...
☐ 8, 16, 32, 54, ...
☒ 81, 8.1, 0.81, 0.081, ...

6. أوجد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة
كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 12.8, & n = 1 \\ \frac{1}{2} a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

- ☐ 12.8, 25.6, 51.2, 102.4, ...
☒ 12.8, 6.4, 3.2, 1.6, ...
☐ $12.8, \frac{1}{25.6}, \frac{1}{51.2}, \frac{1}{102.4}, \dots$
☐ 12.8, 10.8, 8.8, 6.8, ...

7. أيّ ممّا يلي يمثّل مجموع حدود المتتالية الهندسيّة أدناه؟

0.5, 2.5, 12.5, 62.5, ..., 976 562.5

- Ⓐ 32 768
- Ⓑ 4 394 533.5
- 1 220 703
- Ⓓ 4 882 810

8. تتكاثر الخلايا الحيّة في جسم الإنسان من خلال عمليّة تسمّى "الانقسام الخلوي"، حيث تنقسم كلّ خلية إلى خليّتين، ثمّ تنقسم كلّ خلية من الخليّتين الجديدتين إلى خليّتين أخريين، وهكذا... إذا بدأت عمليّة الانقسام من خلية واحدة، ما عدد الخلايا الناتجة عند عمليّة الانقسام الثامنة؟

- Ⓐ 16
- Ⓑ 64
- Ⓒ 128
- 256

2 تقويم الوحدة، النموذج C

1. أي من المتتاليات التالية متتالية حسابية؟
اختر كل ما ينطبق.

- (A) 1, -1, 2, -2, ...
 (B) 1, -1, -3, -5, ...
 (C) 1.0, 1.7, 2.4, 3.1, ...
 (D) 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ...

2. أوجد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة
كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ a_{n-1} - 3, & n > 1 \end{cases}$$

- (A) 2, -1, 2, -1
 (B) 2, 3, 4, 5
 (C) 2, -1, -5, -8
 (D) 2, -1, -4, -7

3. أي مما يلي يمثل مجموع حدود المتتالية
الحسابية أدناه؟

$$1, 3, 5, 7, \dots, 99$$

- (A) 1 325
 (B) 2 401
 (C) 2 499
 (D) 2 500

4. يحتوي الصف الأول من مقاعد الحضور في أحد
المسارح 15 كرسيًا، ثم يزداد عدد الكراسي في
كل صف، بمقدار 3 كراسي عن الصف الذي يسبقه
مباشرةً. ما عدد الكراسي في هذا المسرح إذا كان
عدد صفوف المقاعد 15؟

- (A) 60
 (B) 90
 (C) 540
 (D) 570

5. أي من المتتاليات التالية متتالية هندسية؟
اختر كل ما ينطبق.

- (A) 2, 10, 50, 250, ...
 (B) 48, -24, 12, -6, ...
 (C) 32, -16, 8, -2, ...
 (D) 51, 5.1, 0.51, 0.051, ...

6. أوجد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة
كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 7.68, & n = 1 \\ \frac{1}{4} a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

- (A) 7.68, 1.92, 0.48, 0.12, ...
 (B) 7.68, 30.72, 122.88, 491.52, ...
 (C) 7.68, $\frac{1}{30.72}$, $\frac{1}{122.88}$, $\frac{1}{491.52}$, ...
 (D) 7.68, 3.68, -0.32, -4.32, ...

7. أيّ ممّا يلي يمثّل مجموع حدود المتتالية الهندسيّة أدناه؟

1.5, 4.5, 13.5, 40.5, ..., 29 524.5

(A) 110 707.5

(B) 44 286

(C) 384

(D) 132 867

8. تتكاثر الخلايا الحيّة في جسم الإنسان من خلال عمليّة تسمّى "الانقسام الخلوي"، حيث تنقسم كلّ خلية إلى خليّتين، ثمّ تنقسم كلّ خلية من الخليّتين الجديدتين إلى خليّتين أخريين، وهكذا... إذا بدأت عمليّة الانقسام من خلية واحدة، ما عدد الخلايا الناتجة عند عمليّة الانقسام السادسة؟

(A) 12

(B) 32

(C) 64

(D) 128

2 تقويم الأداء، النموذج A

يعمل عليّ في تصميم وتنفيذ مشاريع عمرانية لمصلحة شركة للهندسة والمقاولات وفقًا لعقود قانونية تحدّد قيمة الأجور ومواعيد التسليم.

1. أوكلت الشركة لعلّي مهمة الإشراف على مشروع تشييد نصب تذكاريّ على شكل جدار هرميّ ارتفاعه 7.5 m، باستعمال أحجار خرسانية مكعبة الشكل، طول ضلع كلّ منها 50 cm، توضع في صفوف الواحد فوق الآخر، على أن يكون عدد الأحجار المستعملة في كلّ صفّ أقلّ من عددها في الصفّ الذي تحته مباشرةً بمقدار 4 أحجار، وصولاً إلى قمة النصب حيث سيوضع حجر واحد.

الجزء A

لتشييد الصفّ الأوّل من النصب، طلب عليّ من العمال تحضير أرضيّة بطول 28.5 m، هل هو على صواب؟

نعم، تشكّل أعداد الأحجار في صفوف النصب التذكاريّ متتالية حسابيّة. قيمة الحدّ الأخير من هذه

المتتالية 1 ورتبته: $15 = 750 \div 50$ ، أي أنّ $a_{15} = 1$

عدد الأحجار التي يحتاج إليها عليّ لتشييد الصفّ الأوّل من النصب هو

$$a_1 = 57, a_{15} = a_1 - 4(15 - 1) \text{ أي } 57 \text{ حجرًا.}$$

$$57 \times 50 \text{ cm} = 2850 \text{ cm} = 28.5 \text{ m, إذن عليّ على صواب.}$$

الجزء B

ما عدد الحجارة التي سيستعملها عليّ في تشييد النصب؟

$$S_{15} = \frac{15(57 + 1)}{2} = 435 \text{ حجرًا}$$

2. تعهّدت الشركة مشروع النصب التذكاري بمبلغ QR 250 000. ينص عقد التعهّد على أن تدفع الشركة غرامة تصاعديّة تساوي 1.5% من قيمة العقد عن أوّل يوم تأخير في التسليم، وأن تدفع عن كلّ يوم تأخير بعد اليوم الأوّل المبلغ الذي دفعته في اليوم السابق إضافةً إلى 1.5% من قيمته.

الجزء A

اكتب الصيغتين الارتدادية والصريحة للدالة التي تمثّل قيمة غرامة التأخير عن اليوم الذي رتبته n .

الصيغة الارتدادية: $a_n = 1.015(a_{n-1}), a_1 = 3\,750$

الصيغة الصريحة: $a_n = 3\,750(1.015)^{n-1}$

الجزء B

ما قيمة الغرامة الكليّة إذا تأخّر عليّ في تسليم المشروع مدة أسبوع؟ قرّب الإجابة إلى أقرب ريال قطريّ.

QR 27 461

الجزء C

تفادياً لغرامات التأخير تقدّم الشركة إلى المهندس الذي ينهي مشروعه بالمواصفات المطلوبة وقبل الموعد المحدّد للتسليم مكافأة تصاعديّة قيمتها QR 500 عن اليوم الأوّل، و QR 550 عن اليوم الثاني، و QR 600 عن اليوم الثالث، وهكذا. اكتب الصيغة الصريحة للمتتالية التي تمثّل مجموع قيم المكافآت التي سيحصل عليها عليّ إذا سلّم المشروع قبل n يوم من الموعد المحدّد، ثم أوجد قيمة هذه المكافآت إذا سلّمه قبل 10 أيام من الموعد المحدّد.

$S_n = 25n^2 + 475n$; QR 7 250

2 تقويم الأداء، النموذج B

تخرج حمد مهندسًا مدنيًا، وحصل على فرصة عمل في شركتين، A و B. عرضت الشركة A على حمد راتبًا شهريًا مقداره QR 14 600 مع زيادة ثابتة سنوية مقدارها QR 1 500. عرضت الشركة B نفس الراتب الشهري الذي عرضته الشركة A، لكن مع زيادة سنوية مقدارها 9% من آخر مرتب تقاضاه، تُدفع في نهاية كل سنة.

يريد حمد أن يعرف أي الشركتين قدّمت إليه العرض الذي يؤمن له دخلًا أكبر.

1. في حال اختار حمد الشركة A، أجب عن الأسئلة التالية.

الجزء A

اكتب الصيغتين الارتدادية والصريحة للمتتالية a_n التي تمثل الراتب الشهري الذي سوف يتقاضاه حمد في الشهر الذي رتبته n .

$$a_n = a_{n-1} + 1\,500, a_1 = 14\,600$$

الصيغة الارتدادية:

$$a_n = 14\,600 + 1\,500(n - 1) = 13\,100 + 1500n$$

الصيغة الصريحة:

الجزء B

املاً الجدول أدناه عبر إيجاد قيمة الراتب الشهري الذي سوف يتقاضاه حمد خلال كلّ سنة من السنوات السبع الأولى من توظيفه.

السنة	الراتب الشهري (QR)
الأولى	14 600
الثانية	16 100
الثالثة	17 600
الرابعة	19 100
الخامسة	20 600
السادسة	22 100
السابعة	23 600

2. في حال اختار حمد الشركة B، أجب عن الأسئلة التالية.

الجزء A

اكتب الصيغتين الارتدادية والصريحة للمتتالية b_n التي تمثل الراتب الشهري الذي سوف يتقاضاه حمد في الشهر الذي رتبته n .

$$b_n = 1.09b_{n-1}, b_1 = 14\,600$$

الصيغة الارتدادية:

$$b_n = 14\,600(1.09)^{n-1}$$

الصيغة الصريحة:

الجزء B

إملاً الجدول أدناه عبر إيجاد قيمة الراتب الشهري الذي سوف يتقاضاه حمد خلال كلّ سنة من السنوات السبع الأولى من توظيفه. قَرّب إجابتك إلى أقرب ريال إذا لزم الأمر.

السنة	الراتب الشهري (QR)
الأولى	14 600
الثانية	15 914
الثالثة	17 346
الرابعة	18 907
الخامسة	20 609
السادسة	22 464
السابعة	24 486

الجزء C

عرض أيّ الشركتين يؤمن لحمد دخلاً أكبر، الشركة A أم الشركة B؟
وضّح إجابتك.

نموذج إجابة: إذا أراد حمد أن يوقع عقد عمل مدّته أقل من 7 سنوات، فإنّ عرض الشركة A يؤمن له دخلاً أكبر. أما إذا أراد أن يوقع عقد عمل مدّته 7 سنوات أو أكثر، فإنّ عرض الشركة B يؤمن له دخلاً أكبر.

الاختبار التراكمي للوحدتين 1 و 2

5. أي من الدوال التالية هي الدالة العكسية للدالة
الأسية $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ ؟

- (A) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$
(B) $y = x^{\frac{3}{2}}$
(C) $y = \log_{\frac{3}{2}} x$
(D) $y = \log_x \left(\frac{2}{3}\right)$

6. استثمر خليفة مبلغ QR 500 في حساب مصرفي
بفائدة سنوية متصلة معدّلها 4.5%، بعد كم سنة
سيصبح رصيد خليفة QR 900؟ قرّب الإجابة
إلى أقرب سنة.

- (A) 1
(B) 13
(C) 14
(D) 18

7. تمثّل الدالة $c(t) = 128e^{-0.06t} + 50$ درجة حرارة
كوب من الشاي، بالفهرنهايت، حيث t عدد الدقائق
المنقضية بعد صبّ الشاي في الكوب. بعد كم دقيقة
تصبح درجة حرارة الشاي 90 درجة فهرنهايت؟
قرّب الإجابة إلى أقرب دقيقة.

- (A) 5 (C) 20
(B) 19 (D) 50

8. ما أفضل تقدير لقيمة $\ln 81$ ؟

- (A) 1.10 (C) 4.00
(B) 1.91 (D) 4.39

1. لتكن الدالة $f(x) = \frac{1}{3} \cdot 6^x$. حدّد المقطع y وخطّ
التقارب لهذه الدالة.

المقطع y : $\left(0, \frac{1}{3}\right)$
خطّ التقارب: $y = 0$

2. أي جملة تصف المقارنة بين التمثيل البياني
للدالة $f(x) = 5^x$ والتمثيل البياني للدالة
 $h(x) = 5^{x-1} + 2$ ؟

- (A) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة g وحدتين
إلى الأسفل ووحدة واحدة إلى اليمين.
(B) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة g وحدتين
إلى الأعلى ووحدة واحدة إلى اليمين.
(C) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة g وحدتين
إلى الأعلى ووحدة واحدة إلى اليسار.
(D) تتم إزاحة التمثيل البياني للدالة g وحدتين
إلى الأسفل ووحدة واحدة إلى اليسار.

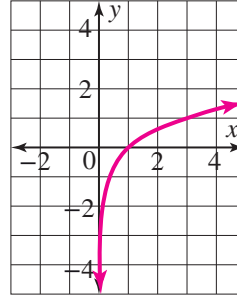
3. استثمر حمد مبلغ QR 6 500 في حساب مصرفي
بفائدة سنوية مركّبة متصلة معدّلها 3.6%، كم
ستبلغ قيمة الرصيد في حساب حمد المصرفي بعد
مرور 10 سنوات؟ قرّب إجابتك إلى أقرب ريال قطري.

- (A) QR 8 840 (C) QR 9 302
(B) QR 9 258 (D) QR 9 317

4. يُمزّ التمثيل البياني لنموذج أُسيّ في الصورة
 $y = a \cdot b^x$ في النقطتين (2, 8) و (3, 40).
أي من النقاط التالية تقع أيضًا على التمثيل البياني
لهذا النموذج؟

- (A) (1, -24) (C) (5, 72)
(B) (1, 1.6) (D) (5, 1 000)

9. مثل الدالة $y = \log_3 x$ بيانيًا، ثم حدّد مجالها والمقطع x لمنحنائها.



$$x > 0$$

المجال:

$$(1, 0)$$

المقطع x :

10. أوجد معادلة الدالة العكسية للدالة $f(x) = \log_5(2x)$.

(A) $y = 5^{2x}$

(B) $y = \log_{2x}(5)$

(C) $y = \frac{1}{2} \cdot 5^x$

(D) $y = 2 \cdot (5^x)$

11. أي من المقادير التالية يكافئ المقدار $\log \frac{m^2}{np^4}$ ؟

(A) $2 \log m - \log n - 4 \log p$

(B) $\frac{\log m^2}{4 \log np}$

(C) $2 \log m - \log n + 4 \log p$

(D) $8 \frac{\log m}{\log np}$

12. استعمل خواص اللوغاريتمات لكتابة المقدار $\frac{1}{3} \ln 8 + 3 \ln x$ في صورة لوغاريتم واحد.

(A) $\ln(8x)$

(B) $\ln(512x^3)$

(C) $\ln(2x^3)$

(D) $\ln(2 + x^3)$

13. ما حلّ المعادلة $\log_2(5x - 2) = -2$ ؟

- (A) $\frac{9}{20}$
(B) $\frac{201}{500}$
(C) $\frac{1}{5}$
(D) $\frac{6}{5}$

14. نمذج الدالة $P = 5000e^{0.02t}$ عدد سگان إحدى القرى، حيث t عدد السنوات المنقضية ابتداءً من العام 2000، في أي سنة سيبلغ عدد سگان هذه القرية 8000 نسمة؟ قَرّب إجابتك إلى أقرب سنة.

2024

15. حلّ المعادلة $3^{x+4} = 9^{x-1}$ لإيجاد قيمة x .

$$x = 6$$

16. أي من المتتاليات التالية متتالية حسابية؟ اختر كلّ ما ينطبق.

(A) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{24}, \dots$

(B) $\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots$

(C) $12, 7, 2, -3, \dots$

(D) $3, 11, 19, 27, \dots$

17. ما الفرق الثابت والحدّ التالي في المتتالية الحسابية أدناه؟

$$96, 87, 78, 69, \dots$$

(A) الفرق الثابت: 9؛ الحدّ التالي: 105

(B) الفرق الثابت: -9؛ الحدّ التالي: 60

(C) الفرق الثابت: 9؛ الحدّ التالي: 78

(D) الفرق الثابت: -9؛ الحدّ التالي: 87

18. ما الفرق الثابت d للمتتالية الحسابية التي فيها $a_1 = 6$ و $a_9 = 26$ ؟

- (A) $d = 0.4$
 (B) $d = 2.5$
 (C) $d = 8$
 (D) $d = 20$

19. حدّد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} -6, & n = 1 \\ a_{n-1} + 5, & n > 1 \end{cases}$$

- (A) $-6, -1, 5, 10$
 (B) $-6, -30, -150, -750$
 (C) $-6, -11, -16, -21$
 (D) $-6, -1, 4, 9$

20. أيّ ممّا يلي صحيح؟

(A) الحدّ العاشر للمتتالية $2, 5, 8, 11, \dots$ هو 30

(B) تعرّف الصيغتان $a_n = 7 - 3n$

$$a_n = \begin{cases} 7, & n = 1 \\ a_{n-1} - 3, & n > 1 \end{cases}$$

نفس المتتالية.

(C) مجموع الحدود الاثني عشر الأولى من المتسلسلة الحسابية التي فيها $a_1 = -3$ و $a_{12} = \frac{27}{2}$ يساوي 63

(D) $\sum_{i=1}^{20} 2i - 13 = 270$

21. حدّد الصيغة الصريحة للمتتالية المعرّفة كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 10, & n = 1 \\ a_{n-1} - 4, & n > 1 \end{cases}$$

- (A) $a_n = -4 + 10n$
 (B) $a_n = 10 - 4n$
 (C) $a_n = 10 - 4(n - 1)$
 (D) $a_n = -4 + 10(n - 1)$

22. تحتوي قاعة حفلات على 14 صفًا من الكراسي.

يوجد في الصفّ الأول 16 كرسيًا، ثمّ يتزايد عدد الكراسي بحيث يحتوي كلّ صفّ على 4 كراسي أكثر من الصفّ الذي يسبقه مباشرةً. ما عدد الكراسي في قاعة الحفلات هذه؟

- (A) 68
 (B) 588
 (C) 616
 (D) 1 176

23. في الذكرى السنويّة الأولى ليوم مولد سارة فتح

لها والدها حساب توفير بقيمة QR 100، ثمّ أخذ يودع في حسابها مبلغ QR 50 كلّما حلّت الذكرى السنويّة ليوم مولدها. اكتب الصيغة الارتدادية للمتتالية التي تمثّل هذا الموقف.

$$a_n = \begin{cases} 100, & n = 1 \\ a_{n-1} + 50, & n > 1 \end{cases}$$

28. الصيغة الارتدادية لمتتالية هندسية

$$a_n = \begin{cases} 243, & n = 1 \\ \frac{1}{9}a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

ما الصيغة الصريحة لهذه المتتالية؟

- (A) $a_n = 81 \left(\frac{1}{3}\right)^n$
 (B) $243, 27, 3, \frac{1}{3}, \frac{1}{27}, \dots$
 (C) $a_n = 243 \left(\frac{1}{3}\right)^n$
 (D) $a_n = 243 \left(\frac{1}{9}\right)^{n-1}$

29. اكتب الصيغتين الصريحة والارتدادية للمتتالية

الهندسية ... 2, 6, 18, 54، ثم أوجد مجموع حدودها الخمسة الأولى.

$$a_n = \begin{cases} 2, & n = 1 \\ 3 \cdot a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

$$a_n = 2 \cdot (3)^{n-1}$$

المجموع: 242

30. حوّل الصيغة الصريحة $a_n = -2(5)^{n-1}$

إلى الصيغة الارتدادية.

$$a_n = \begin{cases} -2, & n = 1 \\ 5a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

24. يتقاضى أحمد عمولة مقدارها QR 170 عن أوّل

عملية بيع يجريها، مع زيادة مقدارها QR 24.5

عن كلّ عملية بيع تليها، أيّ إنّه يجني QR 194.5

من عملية البيع الثانية، و QR 219 من عملية البيع

الثالثة، وهكذا. كم عملية بيع يجب أن يجري أحمد

ليجني QR 2000 على الأقل؟

- (A) 7
 (B) 8
 (C) 75
 (D) 76

25. هل المتتالية ... 2.1, 6.3, 18.9, 56.7, 170.1،

متتالية هندسية؟ إذا كانت كذلك، اكتب صيغتها الارتدادية.

$$a_n = \begin{cases} 2.1, & n = 1 \\ 3a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

26. ما عدد الحدود في المتسلسلة الهندسية التالية:

$$3.5 + 14 + \dots + 229$$

- (A) 3
 (B) 7
 (C) 9
 (D) 180

27. ما قيمة الدفعة الشهرية لقرض مصرفي قيمته

QR 30 000 لمدة 5 سنوات بفائدة سنوية معدّلها

4.6% قَرَبَ إجابتك إلى أقرب ريال قطري.

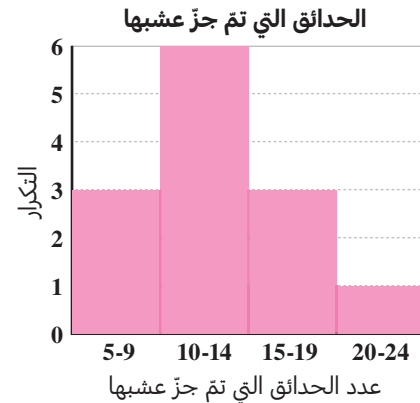
- (A) QR 561
 (B) QR 1 284
 (C) QR 3 140
 (D) QR 4 522

3 تقويم بداية الوحدة

1. استعمل البيانات أدناه لإنشاء مدّج تكراري.

الحدائق التي تمّ جَرّ عشبها أسبوعيًا خلال 13 أسبوعًا:

12, 15, 10, 22, 7, 12, 18, 14, 9, 11, 5, 14, 19



2. في التمرين 1، ما النسبة المئوية للأسابيع التي تمّ

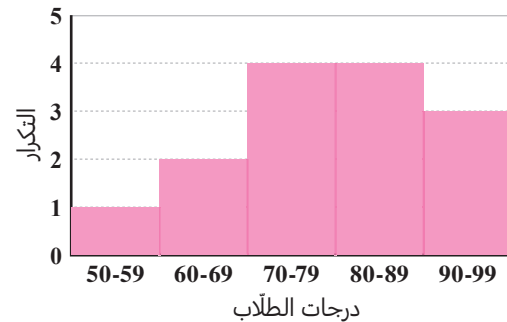
فيها جَرّ عشب أكثر من 9 حدائق؟

- (A) 79.62% (C) 23.08%
(B) 76.92% (D) 0.77%

3. استعمل البيانات أدناه لإنشاء مدّج تكراري.

درجات الطّلاب في اختبار:

99, 72, 65, 83, 87, 76, 94, 80, 67, 59, 73,
91, 70, 82



4. في التمرين 3، ما نسبة درجات الطّلاب التي تقع

ضمن المدى الممتدّ من 70 إلى 79؟ قرّب إجابتك

إلى أقرب جزء من مئة. **28.57%**

5. أوجد قيمة e باستعمال المعادلة $e = \frac{2p}{\sqrt{n}}$

حيث $p = 2.2$ و $n = 100$.

- (A) 0.022 (C) 0.044
(B) 0.22 (D) 0.44

6. أوجد قيمة m باستعمال المعادلة $m = \frac{2s}{\sqrt{n}}$

حيث $s = 20.5$ و $n = 4$.

- (A) 10.25 (C) 20.5
(B) 11.25 (D) 41

7. يسجّل أحمد 65% من رمياته الحرّة في ملعب كرة

السلة. إذا قام بخمسين محاولة أثناء التدريب،

ما العدد التقريبي للمحاولات التي تتوقّع أن يسجلها؟

- (A) 17 (C) 27
(B) 23 (D) 33

8. أيّ من مجموعتي البيانات A و B لها الوسط

الحسابي الأكبر؟

المجموعة A: 14, 10, 17, 9, 20, 22, 9, 6, 11, 2

المجموعة B: 15, 11, 18, 10, 21, 25, 11

المجموعة B

9. أوجد قيمة x التي تجعل الوسط الحسابي لمجموعة

البيانات أدناه يساوي 93

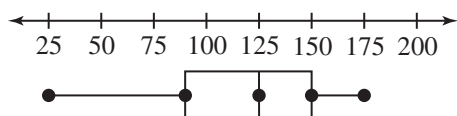
101, 92, 76, 88, x

- (A) 264 (C) 89.25
(B) 108 (D) 71.4

16. في أي طريقة من طرائق عرض البيانات يمكن تحديد القيمة الدقيقة لوسيط مجموعة من البيانات؟ اختر كل ما ينطبق.

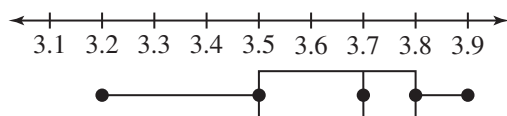
- ☒ مخطط الصندوق وطرفيه
☒ التمثيل بالنقاط
☐ المدرج التكراري
☐ مخطط الانتشار

17. أي مما يلي ينطبق على مجموعة البيانات الممثلة في مخطط الصندوق وطرفيه الموضح أدناه؟ اختر كل ما ينطبق.



- ☒ الوسيط يساوي 125 تقريبًا.
☒ المدى الربيعي يساوي 60 تقريبًا.
☒ الربع الأول يساوي 90 تقريبًا والربع الثالث يساوي 150 تقريبًا.
☐ المدى الربيعي يساوي 175 تقريبًا.

18. أي مما يلي يبدو أنه قيمة الوسيط لمجموعة البيانات الممثلة في مخطط الصندوق وطرفيه الموضح أدناه؟



- ☐ (A) 3.2
☐ (B) 3.5
☒ 3.7
☐ (D) 3.78

10. أوجد قيمة x التي تجعل الوسيط الحسابي لمجموعة البيانات أدناه يساوي 26.5

22.6, 32.9, 29.7, 19.8, x

- ☐ (A) 21.0 ☐ (C) 26.3
☐ (B) 26.25 ☒ 27.5

11. أي من مجموعتي البيانات M و N لها الوسيط الأكبر؟

المجموعة M: 4, 6, 12, 24, 24, 2, 74, 8, 24

المجموعة N: 4, 6, 12, 23, 27, 29, 74

المجموعة N

12. أيهما أكبر في مجموعة البيانات أدناه، الوسيط الحسابي أم الوسيط؟

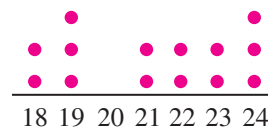
5, 7, 9.5, 11, 14, 14.5, 26

الوسيط الحسابي

13. استعمل البيانات التالية لإنشاء تمثيل بالنقاط.

24, 22, 19, 21, 24, 23, 24, 18, 19, 23,

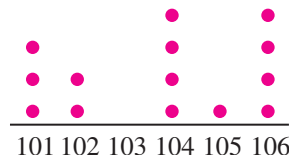
18, 21, 22, 19



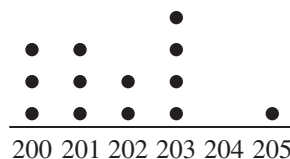
14. استعمل البيانات التالية لإنشاء تمثيل بالنقاط.

106, 102, 104, 106, 101, 106, 104,

105, 101, 104, 102, 104, 106, 101



15. ما قيمة الوسيط لمجموعة البيانات الممثلة بالنقاط أدناه.



202

3-1 اختبار الدرس

الأسئلة الإحصائية والمتغيرات

1. أيّ ممّا يلي يعدّ مثالاً على متغير كميّ؟
 - (A) القطط التي كتلتها أقلّ من 5 kg
 - (B) متوسط كتل القطط التي فحصها طبيب بيطريّ خلال أسبوع
 - (C) عدد جرامات طعام القطط الجافّ الموصى به
 - عدد ساعات عمل الطبيب البيطريّ خلال أسبوع
2. قامت طبيبة بيطريّة باستطلاع آراء عملائها الذين يقتنون قططاً حول ما إذا كانوا يطعمون قططهم الطعام الجافّ فقط أم لا. أيّ ممّا يلي يصف مجتمع هذه الدراسة؟
 - (A) مقتنو الحيوانات الأليفة
 - (B) مقتنو القطط
 - (C) عملاء هذه الطبيبة البيطريّة
 - عملاء هذه الطبيبة البيطريّة الذين يقتنون قططاً
3. هل المتغير في السؤال الإحصائيّ التالي متغير كميّ أم نوعيّ؟

"ما لون عينيك؟"

نوعي
4. أيّ ممّا يلي يمثّل معلّمة؟ اختر كلّ ما ينطبق.
 - 75% من الطّلاب في ثانويّة ناصر صوّتوا له في انتخابات مجلس الطّلاب.
 - المبلغ الذي جمعه طّلاب مدرسة راشد من أجل جمعيّة خيريّة هو QR 5 281.
 - (C) متوسط أطوال قامات الطّلاب الجالسين حول طاولة واحدة في مقصف المدرسة هو 1.3 m
 - (D) عشرة من أصل 25 شخصاً شاركوا في الاستطلاع اختاروا "اللون الأحمر".
5. تمّ اختيار عيّنة من 25 سيّارة من مجتمع دراسة مكّون من 1 600 سيّارة، حسب التاجر متوسط كتل السيّارات في العيّنة. حدّد ما إذا كان متوسط الكتل هذا متغيراً إحصائياً أم معلّمة.

متغير إحصائيّ

3-2 اختبار الدرس

الدراسات الإحصائية وطرائق أخذ العينات

1. أيّ مما يلي يمثل تجربة إحصائية؟

- (A) تم سؤال 20 شخصًا من سكان أحد الأحياء السكنية ما إذا كانوا يريدون مزيدًا من الأضواء في شوارع الحي.
- (B) تم وضع أضواء إضافية في أحد الشوارع ثم سؤال المارة ما إذا كانوا قد أحبوا هذا التغيير.
- (C) تمت مقارنة عدد حوادث السير بمعدلها في السنة الفائتة.
- (D) طلب من بعض الأشخاص الاتصال برقم هاتف معين للتعليق عن مدى الحاجة إلى أضواء إضافية في الطرقات.

في التمرينين 2 و 3، اختر إحدى الطرائق التالية لأخذ العينات لوصف المثال المعطى: عنقودية، مريحة، منتظمة، اختيار ذاتي.

2. الطلب من الأشخاص العشرة الذين يصلون أولًا إلى الصف أن يملؤوا استمارة.

مريحة

3. سؤال جميع الطلاب الذين تقبل أرقام بطاقات هوياتهم الشخصية القسم 5، عن نوع الكتب التي يحبون مطالعتها.

منتظمة

4. تريد ماجة إجراء دراسة حول تأثير التأمل على الزمن الذي يمكن للمرء خلاله التوازن على قدم واحدة. وجدت 40 متطوعًا لم يسبق لأحدهم أن مارس التأمل، وسجلت أزمته توازنهم على قدم واحدة، ثم اختارت 20 شخصًا منهم عشوائيًا، ودرّبتهم على ممارسة التأمل يوميًا على مدى أسبوعين. بعد أسبوعين، قامت مجددًا بتسجيل أزمته توازن المتطوعين الأربعين. ماذا تُسمى مجموعة المتطوعين الذين طُلب منهم التأمل؟

(A) مجموعة التحكم

(B) المجموعة التجريبية

(C) مجموعة العينة

(D) مجموعة الدراسة

5. أيّ من الطرائق التالية لأخذ العينات تؤدي إلى التحيز في مجموعة الإجابات؟ اختر كل ما ينطبق.

(A) الطلب من بعض الأشخاص الردّ على رسالة بريدية واردة

(B) رمي مكعب أعداد مكسور

(C) الاتصال بالأشخاص بين الساعة 3:00 P.M. والساعة 4:00 P.M.

(D) سؤال بعض مفتني الحيوانات الأليفة عن صحة حيواناتهم

3-3 اختبار الدرس

توزيعات البيانات

في التمارين 1-3 ، استعمل مجموعتي البيانات التاليتين.

مجموعة البيانات A	24, 31, 30, 32, 23, 25, 34, 32, 25, 21, 22, 29
مجموعة البيانات B	35, 33, 32, 21, 22, 23, 24, 25, 24, 22, 25, 25

1. اكتب ملخص الأعداد الخمسة لكل مجموعة بيانات.

A: 21, 23.5, 27, 31.5, 34

B: 21, 22.5, 24.5, 28.5, 35

2. حدّد ما إذا كان شكل مجموعة البيانات ملتويًا إلى اليسار أم ملتويًا إلى اليمين أم متماثلًا.

A: متماثل

B: ملتوٍ إلى اليمين

3. أيّ من المتغيرات الإحصائية التالية يجب استعمالها لوصف النزعة المركزية لمجموعة البيانات B وتشتتها؟

- (A) الوسط الحسابي والانحراف المعياري (B) المتوسط والمدى
- (C) الوسيط والرّبيعان (D) المنوال والتباين

4. أيّ ممّا يلي يمكن أن يكون مثالاً على توزيع طبيعي؟

- (A) الأرقام الأخيرة في أرقام الهواتف المحفوظة في هاتفك الجوّال
- (B) عدد الدراجات الهوائية التي يفتنيها سگان مدينة معينة
- (C) درجات الطّلاب في اختبار رياضيات على مستوى الدولة
- (D) الرقم المكتوب على بطاقة مسحوبة عشوائيًا من حزمة بطاقات مرقمة من 1 إلى 10

5. أيّ متغير إحصائي هو الأكبر في توزيع ملتوٍ إلى اليسار لمجموعة بيانات: الوسيط أم الوسط الحسابي؟

الوسيط

3-4 اختبار الدرس

التوزيعات الطبيعية

في التمارين 1-3، استعمل المعلومات التالية: مجموعة بيانات موزعة توزيعًا طبيعيًا، الوسط الحسابي لقيم البيانات فيها يساوي 34 مع انحراف معياري يساوي 2.5

1. بحسب القاعدة التجريبية، ما النسبة المئوية للبيانات الواقعة بين العددين 34 و 39؟
47.5%

2. أي قيمة من القيم التالية أكبر من 80% تقريبًا من قيم البيانات في هذا التوزيع؟

- (A) -36.1 (B) 34.5 (C) 36.1 (D) 40.0

3. أوجد النسبة المئوية لجميع القيم في توزيع طبيعي ضمن الدرجة المعيارية $z \leq 1.00$ ، مقربةً إلى أقرب جزء من عشرة بالمئة.

84.1%

في التمرينين 4 و 5، استعمل المعلومات التالية: حصل فارس على 80 درجة في اختبار، حيث الوسط الحسابي لدرجاته 77 درجة وانحرافه المعياري 4.9 درجة. حصل عماد على 78 درجة في اختبار، حيث الوسط الحسابي لدرجاته 75 درجة وانحرافه المعياري 3.7 درجة.

4. درجة عماد المعيارية z ، مقربةً إلى أقرب جزء من مئة، هي 0.81

5. لا معنى للمقارنة بين درجتَي فارس وعماد مباشرةً، لأنَّ كلاً منهما خاض اختبارًا مختلفًا. أي مما يلي يصف طريقة صالحة لاستعمال الإحصائيات للمقارنة بين درجة فارس في اختبار ودرجة عماد في اختبار؟

- (A) أداء كلٍّ من فارس وعماد متماثل لأنَّ درجة كلٍّ منهما أعلى بمقدار 3 درجات من الوسط الحسابي لاختباره.
(B) أداء فارس أفضل من أداء عماد لأنَّ الانحراف المعياري للدرجات في اختبار أكبر من الانحراف المعياري للدرجات في اختبار عماد.
(C) أداء عماد أفضل من أداء فارس لأنَّ درجته المعيارية z كانت أكبر من الدرجة المعيارية z لفارس.
(D) أداء عماد أفضل من أداء فارس لأنَّ الوسط الحسابي للدرجات في اختبار أصغر من الوسط الحسابي للدرجات في اختبار فارس.

3-5 اختبار الدرس

هامش الخطأ

1. أظهرت نتائج دراسة مسحية أن 23% من الطلاب يقتنون حيواناً أليفًا واحدًا على الأقل في المنزل. هامش الخطأ هو 5%، قدر عدد الطلاب المشاركين في هذه الدراسة.

400

2. وجدت ماجدة أن هامش الخطأ في قياس أطوال 100 ورقة صفصاف يزيد عن 5 cm، إذا زادت ماجدة عيّنتها إلى 400 ورقة صفاف، كيف سيؤثر ذلك في هامش الخطأ الذي وجدته؟

- (A) سيبقى هامش الخطأ كما هو.
 (B) سوف يتضاعف هامش الخطأ.
 (C) ستتنقص قيمة هامش الخطأ إلى النصف.
 (D) ستتنقص قيمة هامش الخطأ إلى الربع.

3. أظهرت عينة عشوائية مكونة من 2 000 طلب تقدم به أشخاص للحصول على شهادة لقيادة السيارة أن 17% منهم عيونهم زرق. ما هامش الخطأ للعينة؟ قَرِّب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة بالمئة.

2.2%

4. يبلغ عُمر نوع من المصابيح الكهربائية 1 500 ساعة مع انحراف معياري يساوي 150 ساعة. عند دراسة عينة من 100 مصباح تبين أن متوسط العمر هو 1 400 ساعة. ما هامش الخطأ في العينة؟

- (A) 30 (B) 15 (C) 3 (D) 1

5. أظهرت دراسة مسحية شملت 120 طالبًا من طلاب الصف الثاني عشر أن 36% منهم كانوا يحملون أكثر من QR 100 يوم إجراء الدراسة المسحية. استعمل هامش الخطأ لإكمال العبارة أدناه، قَرِّب الإجابة إلى أقرب نسبة مئوية صحيحة.

الفترة التي يرجح أن تشمل نسبة الطلاب في مجتمع طلاب الصف الثاني عشر الذين يحملون أكثر من QR 100 هي 27% إلى 45%.

3 تقويم الوحدة، النموذج A

1. أيّ مما يلي يعدّ مثالاً على متغير كميّ؟

● وزن حقيبة الظهر

● نسبة حقائب الظهر التي تزن أكثر من 50 باونداً

● نوع حقائب الظهر المستعملة

● لون حقائب الظهر المستعملة

2. تمّ استطلاع آراء سكّان الطابق الثالث في أحد

المباني، لمعرفة المرشّح الذي سينتخبونه في انتخابات المجلس البلديّ المقبلة. ما العيّنة وما مجتمع الدراسة في هذا الاستطلاع؟

● مجتمع الدراسة هو الناخبون المسجّلون في المبنى؛ العيّنة هي سكّان الطابق الثالث.

● مجتمع الدراسة هو الناخبون المسجّلون في المدينة؛ العيّنة هي سكّان الطابق الثالث.

● مجتمع الدراسة هو الناخبون المسجّلون في المدينة؛ العيّنة هي سكّان المبنى.

● مجتمع الدراسة هو سكّان المبنى؛ العيّنة هي الناخبون المسجّلون في المدينة.

3. يشير تقرير إحصائيّ إلى أنّ سنّ التقاعد في إحدى

الدول هو 68.3 سنة. في عيّنة عشوائية، كان متوسط سنّ التقاعد 65.8 سنة. ماذا يمثل السنّ 68.3 سنة؟

● معلّمة

● متغير

● إحصائية

● عيّنة

4. أيّ من طرائق أخذ العينات التالية متحيّزة؟ اختر كلّ ما ينطبق.

● العنقوديّة (A) الطبقيّة (D)

● المريحة (B) المنتظمة (E)

● الاختيار الذاتي

5. يريد خالد معرفة طريقة تدوين الملاحظات التي من شأنها تحسين درجاته أكثر، استعمال الحاسوب أم الورقة والقلم. ما نوع الدراسة التي يجريها خالد؟

● دراسة مسحّة على عيّنة

● تجربة

● دراسة مبنية على المشاهدة

● دراسة عنقوديّة

6. تمّ اختبار كلّ ثالث شخص من قائمة تضمّ أسماء مجموعة من لاعبي كرة القدم، بهدف إجراء دراسة مسحّة. ماذا تسمّى طريقة أخذ العينات هذه؟

● الطريقة المريحة

● الطريقة المنتظمة

● الطريقة العنقوديّة

● الطريقة الطبقيّة

في التمرينين 7 و 8، لديك مجموعة بيانات موزعة طبيعيًا. الوسط الحسابي لهذه البيانات يساوي 27 والانحراف المعياري يساوي 3.5

7. أوجد الدرجة z للقيمة 25، مقربةً إلى أقرب جزء من مئة. **-0.57**

8. ما النسبة المئوية التقريبية لقيم البيانات الأكبر من 34؟

Ⓐ 48% Ⓑ 2% Ⓒ 4% Ⓓ 0.2%

في التمارين 9-11، استعمل مجموعتي البيانات التاليتين: مجموعة البيانات A: 1 3 3 2 4 0 4 3 3 5 2

مجموعة البيانات B: 3 5 5 4 6 1 6 6 6 6 5

9. صف كل مجموعة من هذه البيانات باستعمال إحدى العبارات التالية: "ملتوية إلى اليسار"، أو "ملتوية إلى اليمين"، أو "متماثلة".

مجموعة البيانات A **متماثلة**.

مجموعة البيانات B **ملتوية إلى اليسار**.

10. أي من المقاييس التالية يعدّ الأفضل لوصف النزعة المركزية والتشتت لمجموعة البيانات A؟

Ⓐ المنوال والمدى

Ⓑ الوسط الحسابي والانحراف المعياري

Ⓒ الوسيط والرُّبعان

Ⓓ الوسط الحسابي والتباين

11. أي من المقاييس التالية يعدّ الأفضل لوصف النزعة المركزية والتشتت لمجموعة البيانات B؟

Ⓐ المنوال والمدى

Ⓑ الوسط الحسابي والانحراف المعياري

Ⓒ الوسيط والرُّبعان

Ⓓ الوسط الحسابي والتباين

12. أي من المتغيرات الإحصائية التالية يُرجح أن تكون موزعة طبيعيًا؟ اختر كل ما ينطبق.

Ⓐ ارتفاع نبتة دوار الشمس بعد مرور 12 أسبوعًا على غرسها

Ⓑ المسافات بين الخطوط التي تشير إلى أماكن ركن السيارات على طول أحد شوارع المدينة

Ⓒ عدد الثواني التي يمكن لشخص التوقف خلالها عن التنفس بشكل متواصل

Ⓓ أطوال ديدان الأرض في أحد حقول فول الصويا

13. يريد ناصر معرفة متوسط أعمار المعلمين في مدرسته، فقام بتسجيل أعمار 15 معلمًا اختارهم عشوائيًا من بين معلمي المدرسة. هل طريقة أخذ العينات هذه متحيزة أم غير متحيزة؟ **غير متحيزة**

في التمرينين 14 و 15، بلغ الوسط الحسابي لدرجات الطلاب في اختبار مادة الجغرافيا على مستوى المدينة 74 درجة، مع انحراف معياري يساوي 12، أخذ مدير إحدى المدارس عينة من درجات بعض من طلاب مدرسته، وأعلن أن الوسط الحسابي لدرجات طلاب مدرسته يساوي 79 بهامش خطأ يساوي ± 1.9 .

14. ما عدد الطلاب في العينة التي أخذها مدير المدرسة؟ قَرِّب الإجابة إلى أقرب عدد صحيح. **160**

15. ما المدى المنطقي للوسط الحسابي للعينة المأخوذة من هذه المدرسة؟ **من 72.1 إلى 75.9**

3 تقويم الوحدة، النموذج B

1. أيّ مما يلي يُعدّ مثالاً على متغيّر نوعي؟

- (A) وزن حقيبة الظهر
(B) نسبة حقائب الظهر التي تزن أكثر من 50 باونداً
(C) أنواع حقائب الظهر المستعملة
(D) عدد الكتب في حقيبة الظهر

2. تمّ استطلاع آراء جميع السكّان في مبنّى سكني لمعرفة المرشّح الذي سينتخبونه في انتخابات المجلس البلديّ المقبلة. ما العيّنة وما مجتمع الدراسة في هذا الاستطلاع؟

- (A) مجتمع الدراسة هو سكّان المبنى؛ العيّنة هي السكّان الذين تجاوبوا مع الاستطلاع.
(B) مجتمع الدراسة هو الناحيون المسجّلون في المدينة؛ العيّنة هي سكّان المبنى.
(C) مجتمع الدراسة هو سكّان المبنى؛ العيّنة هي الناحيون المسجّلون في المدينة.
(D) مجتمع الدراسة هو الناحيون المسجّلون في المدينة؛ العيّنة هي عيّنة عشوائية من سكّان المبنى.

3. يشير تقرير إحصائيّ إلى أنّ سنّ التقاعد في إحدى الدول هو 68.3 سنة. في عيّنة عشوائية، كان متوسط سنّ التقاعد 65.8 سنة. ماذا يمثل السنّ 65.8 سنة؟

- (A) معلّمة
(B) إحصائية
(C) متغيّر
(D) عيّنة

4. أيّ من طرائق أخذ العينات التالية غير متحيّزة؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- (A) العنقوديّة
(B) المريحة
(C) الاختيار الذاتي
(D) الطبقيّة
(E) المنتظمة

5. أجرى خالد دراسة مسحية شملت طلاًّ مختارين عشوائياً من مدرسته لمعرفة نوع الأفلام التي يحبّونها. ما نوع هذه الدراسة؟

- (A) دراسة مسحية على عيّنة
(B) تجربة
(C) دراسة مبنية على المشاهدة
(D) دراسة عنقوديّة

6. تمّ تقسيم قائمة تضمّ أسماء لاعبي كرة سلّة إلى مجموعات وفق التسلسل الأبجديّ للأحرف الأولى من كنياتهم، ثمّ استُعملت إحدى المجموعات عيّنة لدراسة مسحية. ماذا تسمّى هذه الطريقة لأخذ العينات؟

- (A) الطريقة المريحة
(B) الطريقة المنتظمة
(C) الطريقة العنقوديّة
(D) الطريقة الطبقيّة

في التمرينين 7 و 8، لديك مجموعة بيانات موزعة طبيعيًا. الوسط الحسابي لهذه البيانات يساوي 25 والانحراف المعياري يساوي 1.5

7. أوجد الدرجة z للقيمة 20 مقربةً إلى أقرب جزء من مئة. **3.33-**

8. ما النسبة المئوية التقريبية لقيم البيانات الأكبر من 26 ؟

- (A) 48% (B) 25% (C) 4% (D) 0.2%

في التمارين 9-11، استعمل مجموعتي البيانات التاليتين:

مجموعة البيانات A: 1 1 3 5 0 0 4 1 0 1 4

مجموعة البيانات B: 2 0 3 5 3 3 3 6 5 3 1

9. صف كل مجموعة من هذه البيانات باستعمال إحدى العبارات التالية: "ملتوية إلى اليسار"، أو "ملتوية إلى اليمين"، أو "متماثلة".

مجموعة البيانات A **ملتوية إلى اليمين**.

مجموعة البيانات B **متماثلة**.

10. أي من المقاييس التالية يعدّ الأفضل لوصف النزعة المركزية والتشتت لمجموعة البيانات A؟

(A) الوسيط والربيعان

(B) الوسط الحسابي والانحراف المعياري

(C) المنوال والمدى

(D) الوسط الحسابي والتباين

11. أي من المقاييس التالية يعدّ الأفضل لوصف النزعة المركزية والتشتت لمجموعة البيانات B؟

(A) المنوال والمدى

(B) الوسط الحسابي والانحراف المعياري

(C) الوسيط والربيعان

(D) الوسط الحسابي والتباين

12. أي من المتغيرات الإحصائية التالية يُرجح أن تكون موزعة طبيعيًا؟ اختر كل ما ينطبق.

(A) أطوال قامات الأطفال في أحد صفوف

مدرسة ابتدائية

(B) عدد ثمار التفاح على الشجرة الواحدة

في بستان

(C) عدد الحيوانات الأليفة التي تفتنيها

الأسرة الواحدة

(D) أوزان أسماك تم اصطيادها بشبكة صيد

13. أراد سالم معرفة متوسط أطوال قامات الطلاب في مدرسته، فقام بتسجيل أطوال قامات جميع طلاب الصف التاسع في المدرسة.

هل طريقة أخذ العينات هذه متحيزة أم غير متحيزة؟ **متحيزة**

في التمرينين 14 و 15، الوسط الحسابي لدرجات الطلاب في اختبار مادة الجغرافيا على مستوى المدينة هو 76 درجة، مع انحراف معياري يساوي 11، أخذ مدير إحدى المدارس عينة من درجات بعض من طلاب مدرسته، وأعلن أنّ الوسط الحسابي لدرجات طلاب مدرسته يساوي 75 درجة مع هامش خطأ يساوي ± 2.2

14. ما عدد الطلاب في العينة التي أخذها مدير

المدرسة؟ قرّب الإجابة إلى أقرب عدد صحيح. **100**

15. ما المدى المنطقي للوسط الحسابي للعينة

المأخوذة من هذه المدرسة؟ **من 73.8 إلى 78.2**

3 تقويم الوحدة، النموذج C

1. أيّ مما يلي يعدّ مثالاً على متغيّر كمّي؟

- (A) طريقة تصنيع حقيبة الظهر
(B) نسبة حقائب الظهر التي تزن أكثر من 10 باوندات

(C) عدد الكتب في حقيبة الظهر

(D) ألوان حقائب الظهر المستعملة

2. تمّ استطلاع آراء سكّان الطابق الأول في أحد المباني لمعرفة المرشّح الذي سينتخبونه في انتخابات المجلس البلديّ المقبلة. ما العيّنة وما مجتمع الدراسة في هذا الاستطلاع؟

(A) مجتمع الدراسة هو الناخبون المسجّلون في المبنى؛ العيّنة هي سكّان المدينة.

(B) مجتمع الدراسة هو الناخبون المسجّلون في المدينة؛ العيّنة هي سكّان المبنى.

(C) مجتمع الدراسة هو الناخبون المسجّلون في المدينة؛ العيّنة هي سكّان الطابق الأول.

(D) مجتمع الدراسة هو سكّان المبنى؛ العيّنة هي الناخبون المسجّلون في المدينة.

3. يشير تقرير إحصائيّ إلى أنّ متوسط الدخل الفرديّ

السنوويّ في إحدى الدول هو QR 207 756.

في عيّنة عشوائية، كان متوسط الدخل

QR 191 600. ماذا يمثّل الدخل QR 191 600؟

(A) معلّمة (C) متغيّر

(D) عيّنة (B) إحصائيّة

4. أيّ من طرائق أخذ العينات التالية متحيّزة؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- (A) العنقوديّة (C) الطبقيّة
(B) المريحة (D) الاختيار الذاتي

5. تمّ تقسيم طلاب أحد الصفوف بشكل عشوائيّ إلى مجموعتين. إحدى المجموعتين مارست التأمل قبل الخضوع لاختبار، بينما المجموعة الثانية لم تمارس التأمل قبل الاختبار. بعد ذلك تمّت مقارنة نتائج المجموعتين في الاختبار. ما نوع هذه الدراسة؟

(A) دراسة مسحيّة على عيّنة

(B) تجربة

(C) دراسة مبنّيّة على المشاهدة

(D) دراسة عنقوديّة

6. تمّ تقسيم قائمة بأسماء لاعبي كرة السلة إلى مجموعات وفق مواقع اللاعبين، ثمّ أجريت دراسة مسحيّة على عيّنة عشوائية من كلّ مجموعة. ماذا تسمّى هذه الطريقة لأخذ العينات؟

(A) الطريقة المريحة

(B) الطريقة المنتظمة

(C) الطريقة العنقوديّة

(D) الطريقة الطبقيّة

في التمرينين 7 و 8، لديك مجموعة بيانات موزعة طبيعيًا. الوسط الحسابي لهذه البيانات يساوي 20 والانحراف المعياري يساوي 0.5

7. أوجد الدرجة z للقيمة 20.5، مقربةً إلى أقرب جزء من مئة. **1.00**

8. ما النسبة المئوية التقريبية لقيم البيانات التي بين 19.8 و 20.2؟

0.3% (D) 3% (C) 15% (B) 31% (A)

في التمارين 9-11، استعمل مجموعتي البيانات التاليتين:

مجموعة البيانات A: 2 2 3 4 2 5 4 0 4 3 3

مجموعة البيانات B: 3 6 1 5 5 6 2 5 6 5 3

9. صف كل مجموعة من هذه البيانات باستعمال إحدى العبارات التالية: "ملتوية إلى اليسار"، أو "ملتوية إلى اليمين"، أو "متماثلة".

مجموعة البيانات A **متماثلة**

مجموعة البيانات B **ملتوية إلى اليسار**

10. أي من المقاييس التالية يعدّ الأفضل لوصف النزعة المركزية والتشتت لمجموعة البيانات B؟

(A) المنوال والمدى

(B) الوسط الحسابي والانحراف المعياري

(C) الوسط الحسابي والتباين

(D) الوسيط والزيبان

11. أي من المقاييس التالية يعدّ الأفضل لوصف النزعة المركزية والتشتت لمجموعة البيانات A؟

(A) المنوال والمدى

(B) الوسيط والزيبان

(C) الوسط الحسابي والانحراف المعياري

(D) الوسط الحسابي والتباين

12. أي من المتغيرات الإحصائية التالية يُرجح أن تكون موزعة طبيعيًا؟ اختر كل ما ينطبق.

(A) عدد أيام استعارة الكتب المسموح بها

في مكتبات مختلفة

(B) أطوال أجنحة مجموعة من الصقور الخاضعة للدراسة

(C) عمر السيارات، بالسنوات، المخصصة للبيع

في وكالة لبيع السيارات

(D) طول خطوة مجموعة مختارة عشوائيًا

من البالغين

13. أرادت باحثة في مجال التسويق معرفة قياس الحذاء الأكثر انتشارًا، فقامت بتسجيل قياس حذاء كل عاشر شخص يدخل متجرًا محددًا للأحذية. هل طريقة أخذ العينات هذه متحيزة أم غير متحيزة؟ **متحيزة**

في التمرينين 14 و 15، بلغ الوسط الحسابي لدرجات الطلاب في اختبار مادة الجغرافيا على مستوى المدينة 80 درجة، مع انحراف معياري يساوي 12، أخذ مدير إحدى المدارس عينة من درجات بعض من طلاب مدرسته، وأعلن أن الوسط الحسابي لدرجات طلاب مدرسته يساوي 77 مع هامش خطأ يساوي ± 1.7

14. ما عدد الطلاب في العينة التي أخذها مدير المدرسة؟ قَرَب الإجابة إلى أقرب عدد صحيح. **199**

15. ما المدى المنطقي للوسط الحسابي للعينة المأخوذة من هذه المدرسة؟ **من 78.3 إلى 81.7**

3 تقويم الأداء، النموذج A

سوق الأوراق المالية (أو البورصة) هي سوق إلكترونية لشراء وبيع الأسهم والسندات المالية. عادةً، يكون هدف الشخص الذي يشتري الأسهم هو أن يحتفظ بها لفترة من الزمن ثم يبيعها بسعر أعلى من سعر الشراء. يمكنك استعمال الإحصاءات لتحليل أسعار الأسهم واتخاذ القرارات بناءً على ما توصلت إليه.

1. يوضح الجدول أدناه سعر الإغلاق (بالريال القطري) للسهم الواحد من أسهم شركة XYZ خلال أول 12 أسبوعًا من سنتين متتاليتين.

• السنة الماضية

الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
سعر السهم (QR)	5.34	5.40	5.41	5.42	5.50	5.55	5.55	5.57	5.70	5.65	5.66	5.68

• السنة الحالية

الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
سعر السهم (QR)	6.00	5.95	5.92	5.80	5.81	5.75	5.75	5.75	5.64	5.52	5.40	5.03

الجزء A

ما السؤال الإحصائي الذي يمكنك طرحه ويمكن استعماله لمقارنة البيانات؟ ما المتغير الإحصائي المشترك بين مجموعتي البيانات؟ هل هذا المتغير المشترك متغير نوعي أم كمي؟ وضح إجابتك.

قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: "ما العلاقة بين السنة التي بيع فيها السهم ووسيط أسعار السهم؟"؛ سعر السهم من أسبوع إلى آخر؛ كمي.

الجزء B

حدّد نوع التوزيع، والنزعة المركزية، والتشتت لمجموعتي البيانات باستعمال الوسيط الحسابي وملخص الأعداد الخمسة (القيمة الصغرى، الربع الأول، الوسيط، الربع الثالث، القيمة العظمى). قَرّب الإجابات إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم الأمر، ثمّ قارن بين نوعي توزيع البيانات بناءً على النتائج التي توصلت إليها.

السنة الماضية: الوسيط الحسابي = 5.54، القيمة الصغرى = 5.34، الربع الأول = 5.42،

الوسيط = 5.55، الربع الثالث = 5.66، القيمة العظمى = 5.70

قيمتا الوسيط الحسابي والوسيط متقاربتان جدًا، لذا، فإنّ من المرجّح أن يكون توزيع البيانات طبيعيًا.

السنة الحالية: الوسيط الحسابي = 5.69، القيمة الصغرى = 5.03، الربع الأول = 5.58،

الوسيط = 5.75، الربع الثالث = 5.87، القيمة العظمى = 6.00

توزيع هذه البيانات قد لا يكون متماثلًا. بما أنّ قيمة الوسيط الحسابي أصغر من قيمة الوسيط، فإنّ البيانات قد تكون ملتوية إلى اليسار.

تبدو أسعار الأسهم في السنة الماضية أكثر تماثلًا من أسعارها في السنة الحالية.

الجزء C

استعمل أسعار السهم الواحد في السنة الماضية. احسب الدرجة المعيارية z للسعر 5.65 لتحديد ما إذا كان المبلغ 5.65 يعدّ سعرًا مرتفعًا أم منخفضًا لهذا السهم، ثم استعمل هذه الدرجة لتقدير النسبة المئوية للأسعار الواقعة تحت السعر 5.65، فزب الإجابات إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم الأمر. وضح إجابتك.

الدرجة المعيارية $z = 0.92$ ؛ 82.12% تقريبًا من الأسعار تقع تحت السعر 5.65، فهو إذن سعر مرتفع؛ الانحراف المعياري ≈ 0.12

الدرجة المعيارية $z = \frac{\text{قيمة أحد البيانات} - (\text{الوسط الحسابي})}{\text{الانحراف المعياري}}$

$$\text{الدرجة المعيارية } z : 0.92 \approx \frac{5.65 - 5.54}{0.12}$$

الجزء D

بناءً على نتائج السنة الحالية، هل تعتقد أنّ خبيرًا متخصصًا في تحليل الأسهم سوف يقترح على الناس استثمار أموالهم في هذا السهم خلال الأسبوع 13؟ وضح إجابتك.

قد تتنوّع الإجابات. نموذج إجابة: لا، لأنّ سعر السهم ينخفض بمرور الزمن، لكن ليس هناك طريقة لمعرفة إن كان السعر سيكمل انخفاضه أو سيصل إلى أدنى مستوى له ويعاود الارتفاع.

2. ما نوع الدراسة الإحصائية الرئيسة الموضّح في كلّ من الأمثلة الثلاثة أدناه؟ وضح إجابتك.

الدراسة الأولى: دراسة تجريبية؛ فهي تتضمن عملية استثمار أكثر مجازفةً وقياس آثار هذه الاستراتيجية.

الدراسة الثانية: دراسة مسحية على عينة؛ فهي تتضمن طرح نفس السؤال على مجموعة من الطّلاب وتسجيل إجاباتهم.

الدراسة الثالثة: دراسة مبنية على المشاهدة؛ فهي تتضمن مراقبة الأزمنة التي يقضيها زائرو الموقع الإلكتروني في تصفّح الموقع من دون التأثير في سلوكهم.

الدراسة الأولى	يدرس مدير صندوق استثماري ما إذا كانت قيم استثمارات عملائه تتزايد أم تتناقص أم تبقى كما هي، إذا ما طبق استراتيجيته الاستثمارية المعتادة، أم أنّ عليه اللجوء إلى استراتيجية أكثر مجازفة.
الدراسة الثانية	شركة استثمارية تستطلع آراء طّلاب اختارتهم عشوائيًا من كلية التجارة والاقتصاد حول قطاع الصناعة الذي من المرجّح أكثر أن يستثمروا المال فيه.
الدراسة الثالثة	تختبر شركة مدى الاهتمام الذي يحصل عليه موقعها الإلكتروني عند استعمال تصميم أقلّ رسمية. يحدّد موظف متدرّب عدد زائري موقع الشركة الذين يقضون في تصفّح الموقع أكثر من عشر ثوانٍ عند استعمال التصميم الجديد وعند استعمال التصميم القديم.

3 تقويم الأداء، النموذج B

تجمع لنا بيانات تتعلق بالتفضيلات الموسيقية لمستخدمي تطبيقات وسائل التواصل الاجتماعي. إنها تجمع المعلومات الخاصة بالأحداث الموسيقية. في دراستها، يعزف الحدث الموسيقي بأنه ذلك النوع من المقطوعات الموسيقية التي تتم مشاركتها أو التي يتم ربطها بمقاطع فيديو في مواقع إلكترونية أخرى.

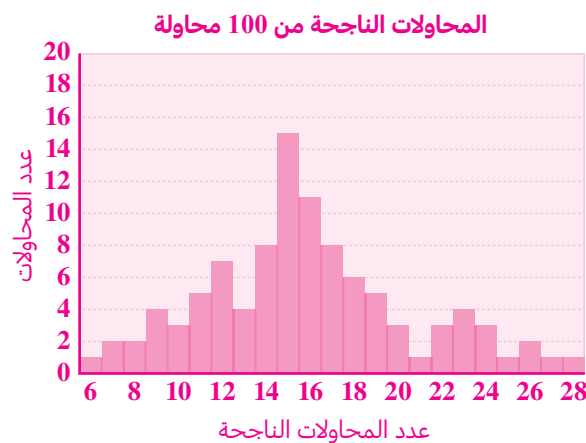
1. تدعي لنا، بناءً على البيانات التي جمعتها، أن 15% تقريبًا من الأحداث الموسيقية على هذا التطبيق هي مقطوعات من الموسيقى الشعبية. يريد جاسم مزيدًا من الإثباتات لادّعاءها.

- استعمل جاسم التكنولوجيا لتحديد أنواع الموسيقى في 100 حدث موسيقي اختارها عشوائيًا، وتبين أن الموسيقى في 9 من هذه الأحداث كانت موسيقى شعبية.
- أرسل جاسم النسبة 9% إلى لنا.

الجزء A

افترض أن لنا على صواب في إن 15% من الأحداث الموسيقية على التطبيق هي موسيقى شعبية. استعمل أعدادًا عشوائية وتوزيعًا عينيًا لمحاكاة ناتج عدّة محاولات تشمل كلّ محاولة عينة من 100 حدث موسيقي مأخوذ من التطبيق واحسب عدد الأحداث الموسيقية التي تكون الموسيقى المستعملة فيها موسيقى شعبية. أنشئ مدرجًا تكراريًا لبياناتك. هل يتوافق النموذج الذي أنشأته مع ما توقّعت؟ وضح إجابتك.

قد تتنوّع الإجابات. نموذج إجابة: لتمثيل حدث موسيقي، استعمل مولّد أعداد عشوائية لإنشاء قائمة تضمّ 100 عدد عشوائي من 1 إلى 100، الأعداد من 1 إلى 15 تمثل الموسيقى الشعبية، إذا حصلت على عدد من هذه الأعداد، تكون المحاولة ناجحة. الأعداد من 16 إلى 100 تمثل أنواع الموسيقى الأخرى؛ إذا حصلت على عدد من هذه الأعداد، تكون المحاولة فاشلة. كلّما ازداد عدد المحاولات تكون المحاكاة أفضل. يوضح الشكل أدناه توزيع عينة من 100 محاولة لكلّ من الأعداد الـ 100



نموذج التوزيع يتوافق مع ادّعاء لنا بأن 15% تقريبًا من الأحداث الموسيقية هي موسيقى شعبية لأنّ معظم أجزاء العينة متجمّعة حول نسبة المحاولات الناجحة البالغة 15%

الجزء B

أخبرت لنا جاسمًا أنه على الرغم من أنه وجد أن نسبة الموسيقى الشعبية تساوي 9%، فإن ذلك لا يدحض تقويمها بأن 15% من الأحداث الموسيقية ككل هي موسيقى شعبية، وأن النتيجة التي توصل إليها ربما تعود إلى التباين الطبيعي. استعمل التوزيع العيني من الجزء A لتحديد مدى القيم التي تتضمن نسبة 95% من النتائج التي تقع في الوسط.

استعمل ذلك لتحديد ما إذا كانت النتيجة التي توصل إليها جاسم تدحض تقويم لنا أم لا.

قد تتنوع الإجابات. نموذج إجابة: 95% تقريبًا من المحاولات لها نسبة نجاح بين 0.08 و 0.26، بالتالي، إن إمكانية أن يكون أي حدث موسيقي هو موسيقى شعبية تساوي من 8% إلى 26%، نتيجة جاسم البالغة 9% تقع ضمن هذا المدى، وبالتالي تتوافق مع تقويم لنا بأن 15% من الأحداث الموسيقية على التطبيق هي موسيقى شعبية.

2. يرد في التطبيق أن 30% (أو 0.30) من الأحداث الموسيقية عليه هي موسيقى كلاسيكية. جرت لنا 50 محاولة اختارت في كل منها 100 حدث موسيقي بشكل عشوائي، فوجدت أن 25 حدثًا من كل 100 حدث موسيقي هي موسيقى كلاسيكية، مع انحراف معياري بين المحاولات بمقدار 5 أحداث موسيقية تقريبًا. هل نسبة الموسيقى الكلاسيكية الواردة في التقرير هي ضمن المدى المعقول للقيم التي حصلت عليها لنا في تجربتها؟ وضح إجابتك.

هامش الخطأ $1.4 = \frac{2(5)}{\sqrt{50}}$ ، المدى المعقول للقيم: الوسط الحسابي للعينة \pm هامش الخطأ $= 1.4 \pm 25$ ، أو 23.6 إلى 26.4؛ إذن، النسبة 30% هي خارج المدى المعقول للقيم.

4 تقويم بداية الوحدة

1. ما قيمة p في التناسب التالي؟

$$\frac{8.7}{1160} = \frac{p}{100}$$

- (A) 0.0075 (C) 0.029
(B) 0.75 (D) 0.0029

2. ما قيمة المقدار $(p)^r \cdot (1 - p)^{n-r}$ إذا كان $p = 0.7$ و $r = 3$ و $n = 5$ ؟

3.087

3. ما نسبة مساحة كل وجه من أوجه المكعب إلى مساحته السطحية، مقربةً إلى أقرب جزء من مئة؟

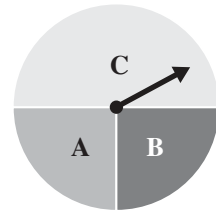
- (A) 13% (C) 25%
(B) 17% (D) 40%

4. أي من الاحتمالات التالية يشير إلى حدث إمكانية وقوعه ليست مرجحة ولا غير مرجحة؟

- (A) 0 (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{4}{5}$

5. ما احتمال أن يتوقف مؤشر القرص الدوار عند الحرف A؟

- (A) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$



6. إذا رميت مكعبين أعداد مرقمين من 1 إلى 6، أحدهما أحمر والآخر أزرق، كم مجموعًا مختلفًا يمكن أن ينتج عن ذلك؟

11

7. إذا رميت قطعة نقدية ثلاث مرّات، وكنت تربح مبلغ QR 0.25 إذا حصلت على الصورة، ولا تربح شيئًا إذا حصلت على الكتابة، أي من الاحتمالات التالية يجعلك تربح QR 0.5؟

- (A) صورة، صورة، صورة
(B) كتابة، كتابة، صورة
(C) كتابة، صورة، كتابة
(D) صورة، كتابة، صورة

8. يريد مالك أحد المطاعم استطلاع آراء زبائنه بشأن مستوى الخدمة في مطعمه. أي من الطرائق التالية تنتج عينة عشوائية ممثلة لمجتمع الدراسة؟

- (A) استطلاع آراء أول 20 شخصًا يدخلون المطعم عند فتح أبوابه.
(B) استطلاع رأي كل شخص رقمه 20 يدخل المطعم بعد فتح أبوابه.
(C) استطلاع آراء 20 زبونًا يترك كل منهم بدل خدمة مرتفعًا.
(D) استطلاع آراء 20 شخصًا يقفون على الرصيف المقابل للمطعم.

9. إذا رميت قطعة نقدية n مرّة، أي من قيم n التالية يمكن أن تجعل الاحتمالين التجريبي والنظري للحصول على الكتابة متساويين؟

- (A) 5 (C) 33
(B) 25 (D) 42

10. بلغ متوسط المسافات التي ركضها محمّد في 4 أيّام 7 أميال. إذا ركض محمّد مسافات 8 و 10 و 4 أميال في الأيّام الثلاثة الأولى، ما المسافة التي ركضها في اليوم الرابع؟

- (A) 5 (C) 7
(B) 6 (D) 8

11. سجّل جاسم 8 رميات حزة من أصل 20 محاولة. بناءً على هذه البيانات، أيّ ممّا يلي يمكن اعتباره تقديرًا معقولاً لاحتمال تسجيله الرمية الحزة التالية؟

- (A) 8% (C) 20%
(B) 30% (D) 40%

12. يحتوي كيس على كرتين حمراوين و 3 كرات زرقاء و 5 كرات خضراء. سحب إحدى الكرات من الكيس عشوائيًا. أيّ ممّا يلي صحيح؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- (A) $P(\text{حمراء}) = \frac{1}{4}$
(B) $P(\text{زرقاء}) = \frac{3}{7}$
(C) $P(\text{خضراء}) = \frac{1}{2}$
(D) $P(\text{ليست حمراء}) = \frac{4}{5}$
(E) $P(\text{ليست خضراء}) = P(\text{خضراء})$

13. حلّ المعادلة $p(1 - p) = 0.24$ لإيجاد قيمة p .

- (A) 0.48 (C) 0.4, 0.6
(B) 0.2, 0.8 (D) 0.6

14. حصل بلال على 85 درجة في كلّ اختبار من ثلاثة اختبارات، وعلى 80 درجة في كلّ اختبار من اختبارين. ما متوسط درجات بلال في الاختبارات الخمسة؟ 83

15. أيّ مما يلي يفضّل تمثيله بعدد صحيح سالب في لعبة من ألعاب الحظ؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- (A) تقدّم خطوتين إلى الأمام
(B) تراجع خطوتين إلى الخلف
(C) خسارة نقطتين
(D) ربح نقطتين
(E) إلغاء نقطتين

16. هدف دائريّ طول نصف قطره 9 إنشات. يوجد وسط الهدف دائرة حمراء طول قطرها 9 إنشات. أيّ ممّا يلي صحيح؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- (A) نسبة مساحة الدائرة الحمراء إلى المساحة المتبقية من الهدف هي 1:3
(B) محيط دائرة الهدف يساوي ضعف محيط الدائرة الحمراء.
(C) المساحة السطحية للهدف غير المغطاة بالدائرة الحمراء تساوي $\pi \cdot 9^2$ إنش مربع.
(D) مضاعفة طول كلّ من نصف قطر الهدف وقطر الدائرة الحمراء تؤدي إلى تضاعف النسبة بين محيطي الدائرتين.
(E) مضاعفة طول كلّ من نصف قطر الهدف وقطر الدائرة الحمراء تؤدي إلى تضاعف النسبة بين مساحتي الدائرتين.

17. يوضّح الجدول أدناه نتائج دراسة مسحية حول ما إذا كان الطّلاب يذهبون إلى المدرسة مشيًا أم لا. من إجماليّ الطّلاب موضوع الدراسة، ما نسبة الطّلاب الذين يذهبون إلى المدرسة مشيًا؟

	مشيًا	ليس مشيًا
الصفّ العاشر	60	40
الصفّ الحادي عشر	70	30

65%

18. ما قيمة المقدار $200p^2q^3$ إذا كان $p = \frac{2}{5}$ و $q = \frac{3}{5}$ ؟

6.912

4-1 اختبار الدرس

مقدمة في الاحتمال

1. أوجد احتمال الحصول على صورة واحدة على الأقل عند رمي قطعتين نقديتين منتزعتين ومتماثلتين.
 هناك 4 نواتج لها نفس إمكانية الحدوث لأن القطعتين النقديتين منتزعتان، وبالتالي فإن فضاء العينة هو $S = \{HH, HT, TH, TT\}$.
 الحدث الذي يتضمن الناتج المطلوب هو $\{HH, HT, TH\}$ واحتمال حدوثه يساوي $\frac{3}{4}$.

2. أي من الأعداد التالية لا يمكن أن يكون قيمة احتمال حدث؟

- (A) 0
 (B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
 (C) 0.97
 (D) $\frac{\pi}{2}$

3. عند رمي مكعبين منتظمين مرقمين من 1 إلى 6، ما احتمال الحصول على عددين مجموعهما يقبل القسمة على 4؟

- (A) $\frac{1}{12}$
 (B) $\frac{1}{6}$
 (C) $\frac{7}{36}$
 (D) $\frac{1}{4}$

4. سجل ناصر نسب المدة الزمنية المخصصة للإعلان في إحدى المحطات التلفزيونية لأربعة أنواع مختلفة من المنتجات، وأنشأ الجدول التالي:

المنتج	ألبسة	عطورات	هواتف ذكية	ساعات
نسبة المدة	0.25	0.18	0.37	0.3

هل تمثل هذه النسب دالة احتمال؟ وضح إجابتك.

$$0.25 + 0.18 + 0.37 + 0.3 = 1.1$$

إذن، هذه الدالة لا تمثل دالة احتمال لأن مجموع احتمالات النواتج أكبر من 1

5. عند سحب بطاقة واحدة عشوائياً من بين 15 بطاقة منتظمة مقسمة إلى مجموعتين: مجموعة زرقاء مكونة من 7 بطاقات مرقمة من 1 إلى 7، ومجموعة حمراء مكونة من 8 بطاقات مرقمة من 1 إلى 8. ما احتمال الحصول على بطاقة تحمل العدد 6؟

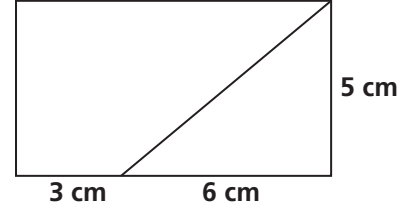
يوجد 15 ناتجاً في فضاء العينة، وهناك بطاقتان تحملان العدد 6 واحدة زرقاء والأخرى حمراء.
 إذن، احتمال هذا الحدث يساوي $\frac{2}{15}$.

4-2 اختبار الدرس

احتمال الحوادث

1. يوضح الرسم أدناه أبعاد قطعة مستطيلة الشكل من الزجاج الملون. إذا سقطت ورقة شجر على هذا المستطيل بشكل عشوائي، ما احتمال أن تسقط في القسم الذي على شكل شبه منحرف؟

- (A) $\frac{1}{3}$
 (B) $\frac{4}{9}$
 (C) $\frac{5}{9}$
 (D) $\frac{2}{3}$



2. يحتوي كيس على 5 بطاقات حمراء و 5 بطاقات زرقاء تحمل كل منها الحرف A، ويحتوي أيضًا على 6 بطاقات حمراء و 4 بطاقات زرقاء تحمل كل منها الحرف B. إذا سحبت بطاقة من الكيس بشكل عشوائي، ما احتمال أن تكون هذه البطاقة زرقاء اللون أو تحمل الحرف B؟

- (A) $\frac{9}{20}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{19}{20}$

3. أي من أزواج الحوادث التالية تتضمن حدثين مستقلين؟ اختر كل ما ينطبق.

- (A) سحب بطاقة حمراء تحمل الرقم 2 من مجموعة بطاقات مكونة من 52 بطاقة مرقمة من 1 إلى 13 كل 4 بطاقات منها تحمل نفس الرقم لكن بلون مختلف (أحمر أو أزرق أو أصفر أو أخضر)، والاحتفاظ بها، ثم سحب بطاقة زرقاء تحمل الرقم 2
 (B) سحب بطاقة صفراء تحمل الرقم 3 من مجموعة بطاقات مكونة من 52 بطاقة مرقمة من 1 إلى 13 كل 4 بطاقات منها تحمل نفس الرقم لكن بلون مختلف (أحمر أو أزرق أو أصفر أو أخضر)، وإعادتها، ثم سحب بطاقة خضراء تحمل الرقم 5
 (C) رمي مكعب منتظم مرقم من 1 إلى 6، ثم إعادة رميه إذا ظهر الرقم 6 في المرة الأولى.
 (D) رمي مكعب منتظم مرقم من 1 إلى 6 للحصول على الرقم 2 وتدوير قرص دوار للحصول على الرقم 3
 (E) الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.4$ و $P(B) = 0.2$ و $P(B \text{ و } A) = 0.8$
 (F) الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.1$ و $P(B) = 0.5$ و $P(B \text{ و } A) = 0.05$

4. يشارك فريق رياضي في مسابقات ألعاب القوى. 8% من أعضاء الفريق يشاركون في سباق المسافات الطويلة فقط، و 32% منهم يشاركون في ألعاب الجمباز فقط، و 12% منهم عدّاؤون فقط. إذا اختير أحد أعضاء الفريق عشوائيًا، أوجد احتمال أن يكون من المشاركين في سباق المسافات الطويلة أو من المشاركين في ألعاب الجمباز فقط.

0.4

5. إذا كان احتمال أن يسجل لاعب كرة قدم هدفًا بركلة حرة هو 0.3، فإن احتمال أن يسجل هدفين بركلتين حرتين متتاليتين هو 0.09 واحتمال أن يسجل الركلة الأولى ولا يسجل الثانية بركلتين حرتين هو 0.21، واحتمال ألا يسجل أيًا من الركلتين الحرتين هو 0.49.

مصادر التقويم

4-3 اختبار الدرس

الاحتمال المشروط

1. تقوم إحدى المكتبات بتصنيف الكتب لديها على أساس مجموعة القراء، ونوع الكتاب، وسعره. ما هو احتمال أن يكون الكتاب المختار عشوائيًا من كتب الأطفال، علمًا بأنه يكلف 15 QR؟

- (A) $\frac{315}{1005}$
 (B) $\frac{470}{1005}$
 (C) $\frac{315}{575}$
 (D) $\frac{470}{575}$

		< QR 10	> QR 10
الأطفال	خيالي	120	255
	واقعي	35	60
البالغون	خيالي	200	110
	واقعي	75	150

2. اختبر معلم الرياضيات نصف طلاب صفه باستخدام النسخة A من الاختبار، واختبر النصف الآخر باستخدام النسخة B من الاختبار. 39% من الطلاب الذين أخذوا النسخة B نجحوا في الاختبار. ما احتمال أن يكون أحد الطلاب المختارين عشوائيًا قد أخذ النسخة B ولم ينجح في الاختبار؟

- (A) 0.055 (B) 0.195 (C) 0.305 (D) 0.390

3. أي مما يلي ينطبق على الحدثين A و B إذا كانا حدثين مستقلين؟ اختر كل ما ينطبق.

- (A) $P(A/B) = P(A)$
 (B) $P(A/B) = P(B)$
 (C) $P(A/B) = P(A \text{ و } B)$
 (D) $P(B/A) = P(A \text{ و } B)$
 (E) $P(B/A) = P(A)$
 (F) $P(B/A) = P(B)$

4. يجري فريق من الباحثين دراسة علمية عن الحشرات. يعمل ثلاثة أرباع الفريق في المختبر، في حين يعمل الربع الباقي بالقرب من بركة ماء. إذا كان 14% من الباحثين الذين يعملون بالقرب من البركة يجمعون الحشرات، ما احتمال أن يكون أحد الباحثين المختارين عشوائيًا من بين الذين يعملون بالقرب من البركة ويجمع الحشرات؟
0.035 أو 3.5%

5. يحتوي كيس على 4 كرات زرقاء و 6 كرات خضراء. إذا سحبنا كرتين عشوائيًا من الكيس، ثم أعدنا الكرة الأولى إلى الكيس قبل سحب الكرة الثانية، فما قيمة الاحتمال (الأولى خضراء/الثانية زرقاء) P؟ إذا سحبنا الكرة الثانية من دون إعادة الكرة الأولى إلى الكيس، فما قيمة الاحتمال (الأولى خضراء/الثانية زرقاء) P؟

$$\frac{4}{9} ؛ \frac{4}{10}$$

4-4 اختبار الدرس

التباديل والتوافيق

1. اختار أحد الطباخين 5 تفاحات عشوائيًا من صندوق يحتوي على 24 تفاحة. أيّ مما يلي يمثل عدد الطرائق الممكنة لاختيار هذه التفاحات؟

(A) ${}^5C_{19}$

(B) ${}^{24}C_5$

(C) ${}^5P_{24}$

(D) ${}^{19}P_5$

2. تتضمن لعبة في مدينة الألعاب كرات مرقّمة من 1 إلى 18، يمكنك ربح جائزة إذا استطعت تحديد الرقم المسجل على خمس كرات يتم اختيارها عشوائيًا. ما الاحتمال التقريبي لربح جائزة في هذه اللعبة؟

(A) 0.0001

(C) 0.078

(B) 0.056

(D) 0.278

3. حدّد ما إذا كانت المواقف التالية تمثّل تباديل أم توافيق.

تباديل
توافيق
توافيق
توافيق
تباديل

(A) وضع 6 كتب من اليسار إلى اليمين على رفّ كتب.

(B) اختيار 4 سمكات ذهبية من حوض يحتوي على 8 سمكات ذهبية.

(C) اختيار 3 ممثلين للصف من أصل 25 طالبًا.

(D) اختيار أعضاء مجلس الطلاب من أصل 16 طالبًا مرشحًا.

(E) استعمال جميع الأرقام من 1 إلى 5 لتكوين رمز أمان من 5 أرقام.

4. يحتوي كيس على 7 كرات ألوانها: أحمر، برتقالي، أصفر، أخضر، أزرق، بنفسجي، أبيض. إذا سحبت من الكيس 4 كرات بشكل عشوائي، ما احتمال أن تكون ألوان الكرات المسحوبة: أخضر، أزرق، أحمر، أصفر؟ قَرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. **0.03**

5. تضمّ قائمة الأغاني في كمبيوتر سارة 10 أغنيات. استمعت سارة إلى أغنيتين منها. أكمل العبارات التالية:

يمكن إيجاد احتمال استماع سارة إلى أغنيتها المفضّلتين باستعمال عدد **التوافيق** _____، وهذا الاحتمال

يساوي $\frac{1}{45}$.

يمكن إيجاد احتمال سماعها أغنيتها المفضّلة الأولى ثمّ أغنيتها المفضّلة الثانية باستعمال عدد

التباديل _____، وهذا الاحتمال يساوي $\frac{1}{90}$.

4-5 اختبار الدرس

التوزيع الاحتمالي

1. احتمال وجود غطل في جزء من آلة هو 0.1
ما احتمال عدم وجود غطل في أكثر من جزأين من أصل 12 جزءًا تم فحصها من الآلة؟
- (A) 0.28
(B) 0.66
(C) 0.89
(D) 0.98
2. احتمال أن يكون مولود جديد في أحد المستشفيات صبيًا هو 50%
ما احتمال أن يكون 2 بالضبط من أصل 3 مواليد جدد في المستشفى في أي يوم من الصبيان؟
- (A) 0.375
(B) 0.5
(C) 0.667
(D) 0.75
3. أي مما يلي يمثل إحدى خصائص تجربة ذات حدين؟ اختر كل ما ينطبق.
- (A) عدد المحاولات ثابت.
(B) لكل محاولة ناتجان ممكنان.
(C) نتائج المحاولات هي حوادث غير مستقلة.
(D) نتائج المحاولات هي حوادث مستقلة.
(E) الاحتمال ثابت في كل محاولة.
(F) الاحتمال يمكن أن يتغير من محاولة إلى أخرى.
4. تم اختيار بطاقة عشوائيًا من كيس يحتوي على البطاقات التالية: 7 زرقاء، 3 خضراء، 6 صفراء، 5 بنفسجية.
ليكن P التوزيع الاحتمالي المعزف على المجموعة {أزرق، أخضر، أصفر، بنفسجي}. اكتب قيمة كل من الاحتمالات التالية. قرب الإجابات إلى أقرب جزء من مئة.
- $P(\text{أزرق}) = 0.33$
 $P(\text{أخضر}) = 0.14$
 $P(\text{بنفسجي}) = 0.24$
 $P(\text{أصفر}) = 0.29$
5. في تجربة من 50 محاولة، تكرر العدد 5 ثلاثين مرة، والعدد 6 ثماني مرات، والعدد 7 اثنتا عشرة مرة.
أكمل العبارة التالية لتعريف التوزيع الاحتمالي لهذه التجربة.
لتكن P معزفة على المجموعة {5, 6, 7} بحيث إن $P(5) = 0.6$ ، $P(6) = 0.16$ ، $P(7) = 0.24$.

4-6 اختبار الدرس

القيمة المتوقعة

1. مجسم له ثمانية أوجه مرقمة من 1 إلى 8 على أوجهه الثمانية. ما القيمة المتوقعة عند درجة المجسم؟

- (A) 3.6
(B) 4
(C) 4.5
(D) 6

2. تقول نشرة الطقس إن احتمال هطول المطر في كل يوم من الأيام السبعة القادمة هو 20% كم يومًا ماطرًا ينبغي توقعه؟

- (A) 0.7
(B) 1.4
(C) 2
(D) 2.7

3. في لعبة ضمن مهرجان تقيمه جمعية خيرية، يحتوي كيس على 8 بطاقات حمراء وبطاقتين خضراوين. يدفع اللاعب QR 5 ليسحب إحدى البطاقات من الكيس. إذا سحب اللاعب بطاقة حمراء يكسب QR 1، وإذا سحب بطاقة خضراء يكسب QR 10. اكتب صح أو خطأ بعد كل عبارة.

- (A) العائد المتوقع للجمعية الخيرية من كل محاولة هو QR 2.20. صح
(B) العائد المتوقع للجمعية الخيرية من كل محاولة هو QR 4.00. خطأ
(C) في 20 محاولة، يمكن للجمعية الخيرية أن تتوقع جمع QR 44. صح
(D) في 30 محاولة، يمكن للجمعية الخيرية أن تتوقع جمع QR 120. خطأ
(E) في 5 محاولات، خسارة اللاعب المتوقعة هي QR 11.00. صح

4. يتكوّن قرص دوار من 20 قسمًا متماثلًا، 5 أقسام منها حمراء و 10 زرقاء و 3 خضراء وقسمان منها أصفران. قام أحد الأشخاص بتدوير القرص عشر مرّات. ما عدد المرات التي من المتوقع فيها أن يستقر مؤشر القرص على اللون الأخضر؟ **1.5 مرّة**

5. تُقدّم شركة تأمين نوعين من عقود التأمين ضدّ حوادث السير. قيمة عقد التأمين A هي QR 2 000 مع مبلغ مقتطع قيمته QR 800 عن كلّ حادث. قيمة عقد التأمين B هي QR 2 400 مع مبلغ مقتطع قيمته QR 200 عن كلّ حادث. احتمال وقوع حادث تكلفته أكثر من QR 800 في إحدى السنوات هو 15%، افترض أنّ شخصًا ما يقع له حادث سير واحد سنويًا على الأكثر ولا يقع له أيّ حادث تكلفته أقلّ من QR 800. أكمل العبارات التالية:

التكلفة السنوية المتوقعة لحامل عقد التأمين A هي **QR 2 120**.

التكلفة السنوية المتوقعة لحامل عقد التأمين B هي **QR 2 430**.

التكلفة الكليّة السنوية المتوقعة لعقد التأمين **A** هي الأقلّ بالنسبة لحامل البوليصة.

4-7 اختبار الدرس

الاحتمال واتخاذ القرارات

1. في مؤتمر يضم طلاباً من 4 مدن، تم إعطاء كل مدينة رقماً من 1 إلى 4، وكتابة هذه الأرقام على بطاقات لسحبها من أجل اختيار ممثلين لهذه المدن. تم اختيار بطاقة عشوائياً وإعادتها إلى الكيس 6 مرّات. هل تُعدّ هذه الطريقة عادلة لاختيار 6 أعضاء يمثلون المدن الأربع؟ **لا**

ما احتمال أن يكون للمدينة 1 ممثل واحد على الأقل بعد 6 محاولات لسحب البطاقات؟
قرب الإجابة إلى أقرب نسبة مئوية صحيحة. **82%**

2. في لعبة تتطلب لاعبين اثنين، توضع 5 بطاقات مرقّمة من 1 إلى 5 في كيس، وتُسحب إحدى البطاقات عشوائياً، ويسجل اللاعبان الرقم المكتوب على البطاقة المسحوبة. أي من قواعد تسجيل النقاط التالية تجعل اللعبة عادلة؟

- (A) إذا كان الرقم أكبر من 2 يحصل اللاعب الأول على نقطتين، وإلا يحصل اللاعب الثاني على نقطتين.
(B) إذا كان الرقم أصغر من 2 يحصل اللاعب الأول على 3 نقاط، وإلا يحصل اللاعب الثاني على نقطتين.
(C) إذا كان الرقم أكبر من 3 يحصل اللاعب الأول على نقطتين، وإلا يحصل اللاعب الثاني على نقطتين.
● إذا كان الرقم أصغر من 3 يحصل اللاعب الأول على 3 نقاط، وإلا يحصل اللاعب الثاني على 3 نقاط.

3. هل تصف القواعد التالية نواتج في مواقف عادلة؟ أجب بنعم أو لا.

- (A) يتم رمي مكعب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، إذا كان الناتج 1 أو 2 تقوم خولة بتنظيف المنزل، وإذا كان الناتج 3 أو 4 تقوم ليلي بتنظيف المنزل، وإذا كان الناتج 5 أو 6 تقوم سلمى بتنظيف المنزل. **نعم**
(B) يحتوي كيس على 4 بطاقات حمراء وبطاقة واحدة زرقاء. إذا سحب بطاقة حمراء تخسر نقطتين، وإذا سحب البطاقة الزرقاء تربح 6 نقاط. **لا**
(C) اكتب أسماء 5 مشتركين على 5 بطاقات متماثلة. ضع الأسماء في قُبعة ثم اسحب اسماً بشكل عشوائي. **نعم**
(D) أعط كلّاً من 10 لاعبين رقماً من 0 إلى 9، استعمل مولّد الأعداد العشوائية لاختيار أول 4 أشخاص للمشاركة في اللعب (مع تجاهل التكرار). **نعم**
(E) قرص دوّار نصفه أخضر اللون والربعان الباقيان أحدهما أصفر والآخر بنفسجي. إذا قمت بتدوير القرص واستقرّ المؤشّر على اللون الأخضر تخسر نقطة واحدة، وإذا استقرّ المؤشّر على اللون الأصفر أو البنفسجي تربح نقطتين. **لا**

4. يحتاج متعهّد بناء إلى 12 عاملاً لأحد المشاريع، لكن 5% من العمال لا يحضرون عموماً. يريد المتعهّد أن يكون احتمال حضور العدد الكافي من العمال ليس أقلّ من 90%، لذا، استخدم 13 عاملاً. هل هذه الخطّة جيّدة؟
ما احتمال أن يحضر العدد الكافي من العمال؟ **لا؛ 0.86**

5. في حفل طلابي، تم حجز 10 مقاعد للمعلّمين، لكنّ 20% من المعلّمين لا يحضرون حفلات الطلاب عادةً. احتمال أن يحضر 6 معلّمين هو **0.088**. احتمال أن يحضر 10 معلّمين هو **0.107**. احتمال أن يحضر أكثر من 6 معلّمين هو **0.879**.

مصادر التقويم

4 تقويم الوحدة، النموذج A

6. أظهرت دراسة مسحية لطلاب أن 60% منهم في مدارس ثانوية و 40% منهم في مدارس متوسطة. من بين طلاب المرحلة الثانوية، 30% كانوا قد زاروا بلدًا أجنبيًا. إذا تم اختيار أحد طلاب الدراسة عشوائيًا، ما احتمال أن يكون الطالب في مدرسة ثانوية وزار بلدًا أجنبيًا؟

- (A) 12% (C) 24%
(B) 18% (D) 30%

7. تم سؤال عينة من طلاب الصف الحادي عشر والصف الثاني عشر ما إذا كانوا يخططون للالتحاق بالجامعة. تم اختيار أحد الطلاب المستطلعين عشوائيًا. اختر كل ما ينطبق. قيم النسب مقربة.

المجموع	لا يخطط للالتحاق	يخطط للالتحاق	
حادي عشر	134	288	
ثاني عشر	107	279	
المجموع	241	567	

- (A) احتمال أن يكون الطالب من الصف الحادي عشر هو 52%
(B) احتمال أن الطالب يخطط للالتحاق بالجامعة هو 70%
(C) علمًا أن الطالب يخطط للالتحاق بالجامعة، احتمال أن يكون من الصف الحادي عشر هو 68%
(D) علمًا أن الطالب من الصف الحادي عشر، احتمال أنه يخطط للالتحاق بالجامعة هو 68%
(E) الحدثان "حادي عشر" و "يخطط للالتحاق بالجامعة" مستقلان.
(F) الحدثان "ثاني عشر" و "يخطط للالتحاق بالجامعة" مستقلان.

1. أي من الأعداد التالية لا يمكن أن يكون احتمال حدث؟

- (A) 0 (B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (C) 0.97 (D) $\frac{\pi}{2}$

2. عند رمي مكعبي أعداد مرقمين من 1 إلى 6، ما احتمال الحصول على عددين مجموعهما يقبل القسمة على 5؟

- (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{1}{4}$

3. تم اختيار بطاقة عشوائيًا من مجموعة البطاقات أدناه.

A	B	C	D	E	F	G
1	4	6	2	5	1	2

فضاء العينة لهذه التجربة هو

{A, B, C, D, E, F, G}. ليكن الحدث W "البطاقة بيضاء" والحدث S "البطاقة مظلمة" والحدث L "العدد أقل من 3". اختر كل ما ينطبق.

- (A) الحدث W يساوي {A, C, G}.
(B) الحدث W أو L يساوي {A, D, F, G}.
(C) الحدث W و L يساوي {A, G}.
(D) متممة الحدث L تساوي {B, C, E, F}.

$P(W \text{ أو } S) = 1$

$P(W \text{ و } S) = 0$

4. ثلاثة بالمئة من طلاب إحدى المدارس في الدوحة

مشاركون في فريق المدرسة لكرة السلة و 5% في فريق كرة القدم، و 1% في كليهما. إذا تم اختيار أحد الطلاب عشوائيًا، ما احتمال أن يكون في فريق كرة القدم أو فريق كرة السلة؟

- (A) 6% (B) 7% (C) 8% (D) 9%

5. يوضح الجدول أدناه أوقات وصول الحافلة إلى إحدى محطات التوقف. ما الوقت المتوقع لتأخر الحافلة؟

عدد دقائق التأخر	0	1	2	3	4	5
عدد الأيام	8	7	3	4	2	1

1.52 min

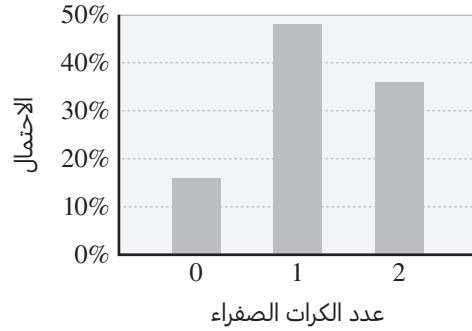
8. كم هيئة مختلفة من 4 أعضاء يمكن تشكيلها من مجموعة مؤلفة من 9 طلاب؟ (الترتيب ليس مهماً)

126

9. تتألف كلمة المرور إلى إحدى صفحات الإنترنت من 4 أرقام مختلفة. ما احتمال أن تكون إحدى كلمات المرور المختارة عشوائيًا هي 7 654؟

$\frac{1}{5040}$

10. تم اختيار كرة من كيس يحتوي كرات خضراء وأخرى صفراء، ثم تم إرجاع الكرة إلى الكيس. تم تسجيل عدد الكرات الصفراء التي تم الحصول عليها في محاولتين. الرسم البياني أدناه يوضح التوزيع الاحتمالي النظري.



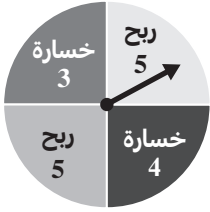
أي مما يلي يمكن أن يكون محتوى الكيس؟

- (A) 2 صفراوان، 2 خضراوان
(B) 2 صفراوان، 4 خضراء
(C) 3 صفراء، 2 خضراوان
(D) 2 صفراوان، 3 خضراء

11. تم رمي مكعب أعداد قياسي 7 مّزات. افترض أن كل الأعداد لها نفس إمكانية الحدوث عند رمي المكعب. بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة بالمئة، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 أربع مّزات بالضبط من أصل 7 مّزات؟

- (A) 0.4% (B) 8.5% (C) 12.8% (D) 25.6%

12. في حفل مدرسي، يقوم كل طالب بتدوير القرص الدوّار، حيث إن كلًا من أجزائه الأربعة له نفس إمكانية التوقّف عنده. يوضح القرص الدوّار عدد النقاط التي يربحها أو يخسرها الطالب. ما القيمة المتوقعة لعدد النقاط التي سيربحها طالب ما في كل تدوير للقرص؟ 0.75



13. يريد أحد المعلمين اختيار طالب عشوائيًا من مجموعة من 6 طلاب. أي من طرائق الاختيار التالية عادلة؟ اختر كل ما ينطبق.

- (A) رمي مكعب أعداد قياسي
(B) استعمال آلة حاسبة لتوليد كسر عشري عشوائي بين 1 و 6 ثم استعمال الجزء الصحيح منه
(C) كتابة الأعداد من 1 إلى 6 على قصاصات ورقية متساوية، ثم اختيار إحدى القصاصات عشوائيًا
(D) اختيار الطالب الذي يجلس في المكان الأقرب إليه

14. تكلفة تأمين حوادث الاصطدام بمبلغ قابل لخصم QR 500 هي QR 310 في السنة، وبمبلغ قابل لخصم QR 1 000 هي QR 255 في السنة. يوضح الجدول أدناه متوسط تكلفة التصليح لنوعين من الحوادث واحتمال وقوع كل نوع.

	متوسط التكلفة	الاحتمال
حادث صغير	QR 683	9%
حادث كبير	QR 4 612	6%

أي خيار له التكلفة المتوقعة الأدنى لسنة واحدة؟ وما هي هذه التكلفة؟

بمبلغ قابل لخصم QR 1 000؛ QR 593.19

4 تقويم الوحدة، النموذج B

6. أظهرت دراسة مسحية لطلاب أن 80% منهم مواطنون و 20% منهم مقيمون. من بين المواطنين، 40% كانوا ينتعلون أحذية رياضية. إذا تم اختيار أحد طلاب الدراسة عشوائيًا، ما احتمال أن يكون الطالب مواطنًا ينتعل حذاء رياضيًا؟
- (A) 8% (B) 16% (C) 32% (D) 40%

7. تم سؤال عينة من طلاب الجامعة ما إذا كانوا يخططون لإكمال الدراسات العليا. تم اختيار أحد الطلاب المستطلعين عشوائيًا. اختر كل ما ينطبق. قيم النسب مقربة.

المجموع	لا يخطط للإكمال	يخطط للإكمال
مقيم	237	246
مواطن	236	288
المجموع	464	543

- (A) احتمال أن يكون الطالب مقيمًا هو 48%
- (B) احتمال أن الطالب يخطط لإكمال الدراسات العليا هو 54%
- (C) علمًا أن الطالب يخطط لإكمال الدراسات العليا، احتمال أن يكون مقيمًا هو 51%
- (D) علمًا أن الطالب مقيم، احتمال أنه يخطط لإكمال الدراسات العليا هو 51%
- (E) الحدثان "مقيم" و "يخطط لإكمال الدراسات العليا" مستقلان.
- (F) الحدثان "مواطن" و "يخطط لإكمال الدراسات العليا" مستقلان.

1. أي من الأعداد التالية لا يمكن أن يكون احتمال حدث؟

(A) 0 (B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (C) 1 (D) $\frac{\pi}{3}$

2. عند رمي مكعبي أعداد مرقمين من 1 إلى 6، ما احتمال الحصول على عددين مجموعهما يقبل القسمة على 6؟

(A) $\frac{5}{36}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{4}$

3. تم اختيار بطاقة عشوائيًا من مجموعة البطاقات أدناه.

Q	R	S	T	U	V	X
7	4	5	7	10	9	4

فضاء العينة لهذه التجربة هو

{Q, R, S, T, U, V, X}. ليكن الحدث W "البطاقة

بيضاء" والحدث H "البطاقة مظلمة" والحدث M

"العدد أكبر من 6". اختر كل ما ينطبق.

(A) الحدث H يساوي {Q, S, U, V, X}.

(B) الحدث H و M يساوي {Q, S, U, V}.

(C) الحدث H أو M يساوي {Q, S, T, U, V, X}.

(D) متقمة الحدث M تساوي {R, S, X}.

(E) $P(W \text{ و } H) = 0$

(F) $P(W \text{ أو } H) = 0$

4. أربعة بالمئة من طلاب إحدى المدارس في الدوحة مشاركون في نادي المدرسة الثقافي و 7% في النادي الرياضي، و 3% في كليهما. إذا تم اختيار أحد الطلاب عشوائيًا، ما احتمال أن يكون في النادي الثقافي أو النادي الرياضي؟

(A) 7% (B) 8% (C) 11% (D) 14%

5. يوضح الجدول أدناه أوقات وصول الحافلة إلى إحدى محطات التوقف. ما الوقت المتوقع لتأخر الحافلة؟

عدد دقائق التأخر	0	1	2	3	4	5
عدد الأيام	4	3	4	6	1	2

2.15 min

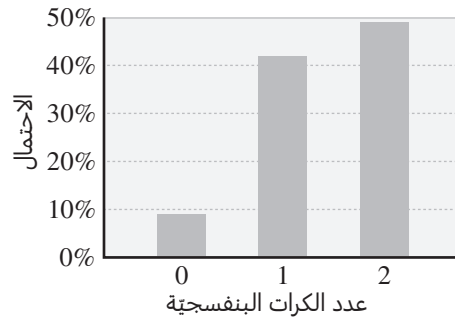
8. كم هيئة مختلفة من 4 أعضاء يمكن تشكيلها من مجموعة مؤلفة من 8 أشخاص؟ (الترتيب ليس مهمًا)

70

9. تتألف كلمة المرور إلى إحدى صفحات الإنترنت من 5 أرقام مختلفة. ما احتمال أن تكون إحدى كلمات المرور المختارة عشوائيًا هي 543 76؟

$\frac{1}{30240}$

10. تم اختيار كرة من علبة تحتوي كرات بنفسجية وأخرى بيضاء، ثم تم إرجاع الكرة إلى العلبة. تم تسجيل عدد الكرات البنفسجية التي تم الحصول عليها في محاولتين. الرسم البياني أدناه يوضح التوزيع الاحتمالي النظري.



أي مما يلي يمكن أن يكون محتوى العلبة؟

- (A) 3 كرات بنفسجية، 3 كرات بيضاء
(B) كرتان بنفسجيتان، 3 كرات بيضاء
(C) 3 كرات بنفسجية، 7 كرات بيضاء
(D) 7 كرات بنفسجية، 3 كرات بيضاء

11. تم رمي مكعب أعداد قياسي 5 مّزات. افترض أنّ كلّ الأعداد لها نفس إمكانية الحدوث عند رمي المكعب. بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة بالمئة، ما احتمال ظهور عدد أقل من 4 مّرتين بالضبط من أصل 5 مّزات؟

- (A) 0.3% (B) 31.3%
(C) 16.5% (D) 32.9%

12. في حفل مدرسي، يقوم كلّ طالب بتدوير القرص الدّوار، حيث إنّ كلّاً من أجزائه الأربعة له نفس إمكانية التوقّف عنده. يوضح القرص الدّوار عدد النقاط التي يربحها أو يخسرها الطالب. ما القيمة المتوقعة لعدد العملات التي سيربحها طالب ما في كلّ تدوير للقرص؟ 1.75



13. يريد أحد المعلمين اختيار طالب عشوائيًا من مجموعة من 5 طلاب. أيّ من طرائق الاختيار التالية عادلة؟ اختر كلّ ما ينطبق.

- (A) تدوير قرص دّوار حيث إنّ كلّاً من أجزائه الخمسة له نفس إمكانية التوقّف عنده.
(B) اختيار الطالب الذي يكون أوّل حرف من اسمه هو الأوّل أبجديًا
(C) عدّ المّزات التي يتم رمي قطعة نقدية فيها قبل الحصول على صورة
(D) توليد عدد صحيح من 1 إلى 5 بشكل عشوائي

14. تكلفة تأمين حوادث الاصطدام بمبلغ قابل لخصم QR 400 هي QR 374 في السنة، وبمبلغ قابل لخصم QR 800 هي QR 319 في السنة. يوضح الجدول أدناه متوسط تكلفة التصليح لنوعين من الحوادث واحتمال وقوع كلّ نوع.

	متوسط التكلفة	الاحتمال
حادّث صغير	QR 672	8%
حادّث كبير	QR 4 729	5%

أيّ خيار له التكلفة المتوقعة الأدنى لسنة واحدة؟ وما هي هذه التكلفة؟

بمبلغ قابل لخصم QR 800؛ QR 609.21

4 تقويم الوحدة، النموذج C

6. أظهرت دراسة مسحية لأشخاص سُئلوا "أيهما تفضل سيطرة الدفع الرباعي أم السيارة الرياضية؟" من بين هؤلاء الأشخاص، 30% هم مواطنون و 70% هم مقيمون. من بين المقيمين، 60% يفضلون سيارات الدفع الرباعي. إذا تم اختيار أحد الأشخاص عشوائيًا، ما احتمال أن يكون هذا الشخص مقيمًا يفضل سيارات الدفع الرباعي؟

- (A) 18% (B) 21% (C) 42% (D) 60%

7. تم سؤال الحاضرين في دور عرض لأفلام السينما ما إذا كانوا قد شاهدوا الفيلم A أو الفيلم B. تم اختيار أحد الحاضرين المستطلعين عشوائيًا. اختر كل ما ينطبق. قيم النسب مقربة.

مشاهدة الفيلم

المجموع	مقيم	مواطن	
287	121	166	الفيلم A
348	212	136	الفيلم B
635	333	302	المجموع

- (A) احتمال أن يكون الشخص قد شاهد الفيلم A هو 45%
 (B) احتمال أن يكون الشخص مقيمًا هو 52%
 (C) علمًا أن الشخص قد شاهد الفيلم B، احتمال أن يكون مقيمًا هو 64%
 (D) علمًا أن الشخص مقيم، احتمال أن يكون قد شاهد الفيلم B هو 64%
 (E) الحدثان "شاهد الفيلم A" و "مقيم" مستقلان.
 (F) الحدثان "شاهد الفيلم B" و "مقيم" مستقلان.

1. أي من الأعداد التالية لا يمكن أن يكون احتمال حدث؟

- (A) 0 (B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (C) 0.97 (D) $\frac{\pi}{4}$

2. عند رمي مكعبتي أعداد مرقمين من 1 إلى 6، ما احتمال الحصول على عددين مجموعهما يقبل القسمة على 9؟

- (A) $\frac{5}{36}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{9}$

3. تم اختيار بطاقة عشوائيًا من مجموعة البطاقات أدناه.

فضاء العينة لهذه التجربة هو

F	G	H	J	K	L	M
5	7	3	4	10	6	4

{F, G, H, J, K, L, M}. ليكن الحدث W "البطاقة بيضاء" والحدث S "البطاقة مظلة" والحدث E "العدد زوجي". اختر كل ما ينطبق.

(A) الحدث S يساوي {F, H, K, L, M}.

(B) متقمة الحدث E تساوي {F, G, H, M}.

(C) الحدث S أو E يساوي {F, H, J, K, L, M}.

(D) الحدث S و E يساوي {K, L, M}.

(E) $P(W \text{ أو } S) = 1$

(F) $P(W \text{ و } S) = 1$

4. خمسة عشر بالمائة من طلاب إحدى المدارس في

الدوحة يتعلمون اللغة الإنجليزية في أحد معاهد

اللغة و 12% يتعلمون اللغة الفرنسية، و 4%

يتعلمون كليهما. إذا تم اختيار أحد الطلاب عشوائيًا،

ما احتمال أن يكون من الذين يتعلمون اللغة

الإنجليزية أو الفرنسية؟

- (A) 31% (B) 27% (C) 23% (D) 19%

5. يوضح الجدول أدناه أوقات وصول الحافلة إلى إحدى

محطات التوقف. ما الوقت المتوقع لتأخر الحافلة؟

عدد دقائق التأخر	0	1	2	3	4	5
عدد الأيام	13	11	9	6	7	4

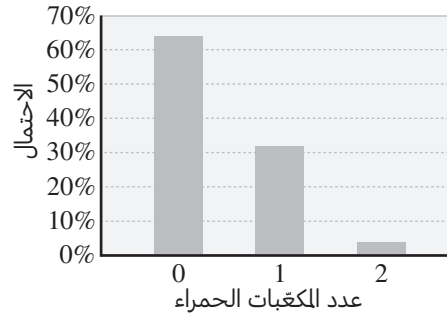
1.9 min

8. كم هيئة مختلفة من 4 أعضاء يمكن تشكيلها من مجموعة مؤلفة من 10 أشخاص؟ (الترتيب ليس مهمًا)

210

9. تتألف كلمة المرور إلى إحدى صفحات الإنترنت من 6 أرقام مختلفة. ما احتمال أن تكون إحدى كلمات المرور المختارة عشوائيًا هي 765 432؟ $\frac{1}{151\ 200}$

10. تم اختيار مكعب من علبة تحتوي مكعبات خضراء وأخرى حمراء، ثم تم إرجاع المكعب إلى العلبة. تم تسجيل عدد المكعبات الحمراء التي تم الحصول عليها في محاولتين. الرسم البياني أدناه يوضح التوزيع الاحتمالي النظري.



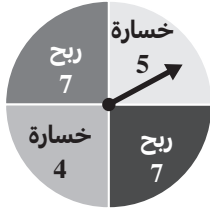
أي مما يلي يمكن أن يكون محتوى العلبة؟

- (A) مكعب أخضر واحد، 4 مكعبات حمراء
 (B) 4 مكعبات خضراء، مكعب أحمر واحد
 (C) 3 مكعبات خضراء، 3 مكعبات حمراء
 (D) 3 مكعبات خضراء، 4 مكعبات حمراء

11. تم رمي مكعب أعداد قياسي 8 مَرَّات. افترض أن كل الأعداد لها نفس إمكانية الحدوث عند رمي المكعب. بالتقريب إلى أقرب جزء من عشرة بالمئة، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 ثلاث مَرَّات بالضبط من أصل 8 مَرَّات؟

- (A) 27.3% (B) 21.9% (C) 6.8% (D) 0.5%

12. في حفل مدرسي، يقوم كل طالب بتدوير القرص الدوار، حيث إن كلًا من أجزائه الأربعة له نفس إمكانية التوقف عنده. يوضح القرص الدوار عدد النقاط التي يربحها أو يخسرها الطالب. ما القيمة المتوقعة لعدد النقاط التي سيربحها طالب ما في كل تدوير للقرص؟ 1.25



13. يريد أحد المعلمين اختيار طالب عشوائيًا من مجموعة من 7 طلاب. أي من طرائق الاختيار التالية عادلة؟ اختر كل ما ينطبق.

- (A) اختيار الطالب الأكبر في العمر
 (B) اختيار كرة عشوائيًا من علبة تحتوي 7 كرات مرقمة من 1 إلى 7
 (C) توليد عدد صحيح من 1 إلى 7 بشكل عشوائي
 (D) رمي مكعب أعداد قياسي

14. تكلفة تأمين حوادث الاصطدام بمبلغ قابل لخصم QR 600 هي QR 285 في السنة، وبمبلغ قابل لخصم QR 1 200 هي QR 238 في السنة. يوضح الجدول أدناه متوسط تكلفة التصليح لنوعين من الحوادث واحتمال وقوع كل نوع.

	متوسط التكلفة	الاحتمال
حادث صغير	QR 653	10%
حادث كبير	QR 4 217	6%

أي خيار له التكلفة المتوقعة الأدنى لسنة واحدة؟ وما هي هذه التكلفة؟

بمبلغ قابل لخصم QR 1 200؛ QR 556.32

4 تقويم الأداء، النموذج A

	عدد الأدوات الصالحة	عدد الأدوات المعيبة
الطريقة القديمة	1 640	23
الطريقة الجديدة	328	9

تحاول شركة تخفيض تكلفة إنتاج إحدى الأدوات التي تنتجها. ابتكرت الشركة طريقة جديدة للإنتاج أرخص بكثير من الطريقة القديمة. اختبر مجموعة من الخبراء صندوقًا كبيرًا من الأدوات المنتجة بكلتا الطريقتين.

1. تم اختيار إحدى الأدوات عشوائيًا. ما احتمال أن تكون هذه الأداة معيبة، أو منتجة بالطريقة الجديدة؟ وضح إجابتك.

$$0.18؛ \text{هذان الحدثان غير متنافيين. } P(\text{معيبة}) = 0.016؛ P(\text{جديدة}) = 0.1685؛$$

$$P(\text{معيبة وجديدة}) = 0.0045؛ P(\text{معيبة أو جديدة}) = 0.016 + 0.1685 - 0.0045 = 0.18.$$

2. تم اختيار أداتين عشوائيًا، واحدة في كل مرة.

الجزء A

تم اختيار أداة واحدة من الصندوق عشوائيًا، ثم أعيدت إليه، ثم اختير أداة مرة أخرى. ما احتمال أن تكون كلتا الأداتين المختارتين صالحتين؟ هل هذان الحدثان مستقلان أم غير مستقلين؟ وضح إجابتك.

$$0.968 \text{ تقريبًا؛}$$

$$(0.984)(0.984) = P(\text{صالحة}) \cdot P(\text{صالحة}) = P(\text{كلتاهما صالحتان})؛ \text{الحدثان مستقلان لأنَّ الأداة}$$

الأولى أعيدت إلى الصندوق. صلاحية الأداة الأولى لا تؤثر في النواتج الممكنة للأداة الثانية.

الجزء B

تم اختيار أداة من الصندوق عشوائيًا، لكن من دون إعادتها إليه، ثم اختير أداة مرة أخرى. ما احتمال أن تكون الأداة الأولى منتجة بالطريقة القديمة والأداة الثانية منتجة بالطريقة الجديدة؟ هل هذان الحدثان مستقلان أم غير مستقلين؟ وضح إجابتك.

$$0.1402 \approx \frac{337}{1999} \cdot \frac{1663}{2000} = P(\text{الأولى قديمة}) \cdot P(\text{الثانية جديدة}) = P(\text{قديمة وجديدة})؛$$

الحدثان ليسا مستقلين بسبب عدم إعادة الأداة الأولى إلى الصندوق، وبالتالي، فإنَّ عدد النواتج الممكنة للأداة الثانية يتوقف على ما إذا كانت الأداة الأولى قديمة أو جديدة.

3. تم اختيار أداتين عشوائيًا من الصندوق، واحدة في كل مرة.

الجزء A

ما احتمال أن تكون إحدى الأداتين المختارتين معيبة، علماً أنَّها أُنتجت بالطريقة الجديدة؟

$$0.0267 \approx P(\text{جديدة / معيبة})$$

الجزء B

هل قيمة الاحتمال (جديدة / معيبة) P تساوي قيمة الاحتمال (معيبة / جديدة) P ؟ وضح إجابتك.

$$\text{لا؛ } P(\text{جديدة} / \text{معيبة}) = \frac{9}{337} \approx 0.0267$$

$$\text{و } P(\text{معيبة} / \text{جديدة}) = \frac{9}{32} \approx 0.281$$

الجزء C

هل الحدث "اختيار أداة معيبة" والحدث "اختيار أداة منتجة بالطريقة الجديدة" حدثان مستقلان؟ استعمل الاحتمال المشروط لدعم إجابتك.

الحدثان غير مستقلين. $P(\text{معيبة}) = 0.016$ ؛

$$P(\text{جديدة}) = 0.1685 \neq P(\text{معيبة}) \approx 0.0267 \text{ (جديدة / معيبة)}$$

$$\text{و } P(\text{جديدة}) \neq 0.281 \text{ (معيبة / جديدة)}$$

4. تنتج الشركة 12 نوعًا مختلفًا من الأدوات، وتريد اختيار ثلاثة أنواع منها لتشكيل مجموعة من الأدوات.

الجزء A

ما عدد الطرائق الممكنة لاختيار مجموعة مكونة من 3 أدوات؟ وضح إجابتك.

220 طريقة؛ بما أن الترتيب غير مهم، فإن طريقة اختيار الأدوات هي توافق.

$$\text{هناك } {}_{12}C_3 = \frac{12!}{3!(12-3)!} = 220 \text{ طريقة.}$$

الجزء B

افترض أن 4 من أنواع الأدوات الـ 12 هي أربعة أنواع مختلفة من المفكات. إذا تم اختيار 3 أدوات عشوائيًا، ما احتمال أن تكون جميعها مفكات؟ وضح إجابتك.

$$\text{اختيار 3 من 4 مفكات: } {}_4C_3 = \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4$$

$$\text{اختيار 0 من الأدوات من 8 أدوات متبقية: } {}_8C_0 = \frac{8!}{0!(8-0)!} = 1$$

$$\text{هناك } {}_4C_3 \cdot {}_8C_0 = 4$$

$$P(\text{الأدوات الثلاث جميعها مفكات}) \approx 0.018 = \frac{4}{220} \text{ أو } 1.8\% \text{ تقريبًا.}$$

الجزء C

يضع أحد العمال ملصقًا صغيرًا للرموز من أصل 12 ملصقًا على كل أداة بعد إنتاجها. إذا وُضعت ملصقات على 3 أدوات بشكل عشوائي، ما احتمال أن يكون كل ملصق من هذه الملصقات موضوعًا على الأداة الصحيحة؟ وضح إجابتك.

تقريبًا 0.0008؛ الترتيب مهم، لذا، استعمل التباديل لإيجاد قيمة الاحتمال:

$$P(\text{صحيحة}) = \frac{1}{{}_{12}P_3} = \frac{1}{1320}$$

4 تقويم الأداء، النموذج B

العنصر	الربح	نسبة المبيع
قُبْعة	QR 2.25	35%
قميص	QR 3.50	40%
كوب	QR 1.75	25%

تريد جمعية محلية تنظيم سباق جري لاختراق الضاحية.

1. لجمع المال اللازم لتنظيم السباق يبيع المنظمون قُبْعات وقمصانًا وأكوابًا. يوضح الجدول بيانات المبيعات خلال شهر واحد. ما قيمة الربح المتوقع إذا باع المنظمون 100 عنصر؟ وضح إجابتك.

QR 262.50؛ نموذج إجابة: لإيجاد قيمة الربح المتوقع من بيع 100 عنصر، أحسب الربح من بيع عنصر وهمي مقسمًا على النسب المئوية للعناصر المباعة المختلفة. ثم أضرب المبلغ الناتج في 100

خيارات تأمين السباق

الخيار	قيمة الخصم المحتمل (QR)	التكلفة
A	0	75
B	100	40
C	250	25

2. يريد مدير السباق شراء بوليصة تأمين للسباق. تشير السباقات التي نُظمت سابقًا إلى أن هناك احتمالًا نسبته 15% لأن تبلغ تكلفة السباق QR 500 على الأقل أكثر من المبلغ المجموع لكن ليست هناك إمكانية لأن تكون قيمة التكاليف الإضافية أقل من QR 500.

الجزء A

بناءً على هذه الافتراضات، التكلفة المتوقعة لأي بوليصة تأمين هي الأقل؟ وضح إجابتك.

الخيار B؛ نموذج إجابة: تكلفة الخيار A هي $QR 75 = 0(0.15) + 75$ ؛

تكلفة الخيار B هي $QR 55 = 100(0.15) + 40$ ؛

تكلفة الخيار C هي $QR 62.50 = 250(0.15) + 25$

الجزء B

هل تعتقد أن على مدير السباق أن يشتري بوليصة تأمين؟ لماذا؟

نموذج إجابة: نعم، التكلفة المتوقعة بدون تأمين تساوي 15% على الأقل من QR 500، أو QR 75، وهذا أكثر من المبلغ QR 55 الذي يمثل التكلفة المتوقعة مع الخيار B.

3. مجسم ذو 12 وجهًا مرقمًا من 1 إلى 12، عندما يوقع المشاركون للمشاركة في السباق، يمكنهم أن يدفعوا QR 2 واختيار رقم معين ورمي هذا المجسم مرة واحدة. إذا استقر المجسم على الرقم الذي اختاره الشخص، يحصل على رسوم السباق البالغة QR 25. إذا اختار نصف المشاركين في السباق رمي المجسم، ما قيمة العائد المتوقع لمنظمي السباق عن كل مشارك؟ وضح إجابتك.

$$P(\text{فوز QR 27}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{12} = \frac{11}{24} ; P(\text{فوز QR 25}) = \frac{1}{2} ; P(\text{فوز QR 24.96})$$

$$P(\text{فوز QR 2}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$$

$$(25) \frac{1}{2} + (27) \frac{11}{24} + (2) \frac{1}{24} \approx 12.5 + 12.375 + 0.083 \approx 24.96$$

4. سيُقام السباق في يوم من أيام الاحاد الأربعة خلال شهر أغسطس. خلال شهر أغسطس، إمكانية هطول المطر في أي يوم تساوي 20%، ما عدد الأيام الممطرة التي يجب توقُّعها خلال المواعيد الممكنة لتنظيم السباق؟ وضح إجابتك.

0.8؛ نموذج إجابة: هذا توزيع ذو حدين حداه هما $n = 4$ و $p = 0.2$ ، أستعمل np لإيجاد القيمة المتوقعة لتوزيع ذي حدين. $0.8 = 4(0.2)$ أيام ممطرة يجب توقُّعها.

5. يتطلَّب السباق وجود 10 متطوعين عند نقطة الانطلاق. في السنوات السابقة، 20% من المتطوعين حضروا متأخرين، و 10% لم يحضروا على الإطلاق. عيّن المدير 15 متطوعًا لنقطة انطلاق السباق.

الجزء A

ما احتمال أن يحضر 10 من المتطوعين في الوقت المطلوب؟ ما احتمال أن يحضر أكثر من 10 متطوعين في الوقت المطلوب؟ وضح إجابتك.

$$P(10) = {}_{15}C_{10} (0.7)^{10}(0.3)^5 \approx 0.206 \text{ تقريبًا؛ } 0.517 \text{ تقريبًا؛}$$

أوجد $P(11) + P(12) + P(13) + P(14) + P(15)$:

$$P(11) = {}_{15}C_{11} (0.7)^{11}(0.3)^4 \approx 0.219;$$

$$P(12) = {}_{15}C_{12} (0.7)^{12}(0.3)^3 \approx 0.170; P(13) = {}_{15}C_{13} (0.7)^{13}(0.3)^2 \approx 0.092;$$

$$P(14) = {}_{15}C_{14} (0.7)^{14}(0.3)^1 \approx 0.031; P(15) = {}_{15}C_{15} (0.7)^{15}(0.3)^0 \approx 0.005;$$

$$P(>10) \approx 0.219 + 0.17 + 0.092 + 0.031 + 0.005 = 0.517$$

الجزء B

ما احتمال أن يحضر 10 من المتطوعين؟ ما احتمال أن يحضر أكثر من 10 متطوعين؟ وضح إجابتك.

$$P(10) = {}_{15}C_{10} (0.9)^{10}(0.1)^5 \approx 0.01 \text{ تقريبًا؛ } 0.988 \text{ تقريبًا؛}$$

أوجد $P(11) + P(12) + P(13) + P(14) + P(15)$:

$$P(11) = {}_{15}C_{11} (0.9)^{11}(0.1)^4 \approx 0.043;$$

$$P(12) = {}_{15}C_{12} (0.9)^{12}(0.1)^3 \approx 0.129; P(13) = {}_{15}C_{13} (0.9)^{13}(0.1)^2 \approx 0.267;$$

$$P(14) = {}_{15}C_{14} (0.9)^{14}(0.1)^1 \approx 0.343; P(15) = {}_{15}C_{15} (0.9)^{15}(0.1)^0 \approx 0.206;$$

$$P(>10) \approx 0.043 + 0.129 + 0.267 + 0.343 + 0.206 = 0.988$$

الجزء C

هل عيّن المدير عددًا كافيًا من المتطوعين لنقطة انطلاق السباق؟ هل عيّن المدير عددًا كبيرًا جدًا من المتطوعين؟

نموذج إجابة: نعم، عيّن عددًا كافيًا؛ لا، لم يعيّن عددًا كبيرًا جدًا. احتمال أن يحضر 10 متطوعين في الوقت المطلوب هو 0.206 واحتمال أن يحضر أكثر من 10 متطوعين في الوقت المطلوب هو 0.517، احتمال أن يحضر 10 متطوعين أو أكثر في الوقت المطلوب يساوي تقريبًا $0.206 + 0.517 = 0.723$ ، لذا، من المرجح أن يكون عدد المتطوعين كافيًا.

اختبار نهاية السنة الدراسية

5. أي من المعادلات التالية هي معادلة الدالة العكسية
للدالة $f(x) = \log_2(3x)$ ؟

- (A) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$
 (B) $y = \frac{1}{2} \cdot 3^x$
 (C) $y = 2^x$
 (D) $y = \frac{1}{3} \cdot 2^x$

6. أي من المقادير التالية يكافئ المقدار $\log\left(\frac{m^2 n^3}{p^4}\right)$ ؟

- (A) $2 \log m - 3 \log n + 4 \log p$
 (B) $\frac{5 \log(mn)}{4 \log p}$
 (C) $24 \frac{\log(mn)}{\log p}$
 (D) $2 \log m + 3 \log n - 4 \log p$

7. ما حل المعادلة $\log_2(2x + 5) = -2$ ؟

- (A) $-\frac{7}{2}$
 (B) $\frac{3}{2}$
 (C) $-\frac{19}{8}$
 (D) $\frac{21}{4}$

8. حل المعادلة $9^{x+1} = 27^{x-1}$ لإيجاد قيمة x .

- (A) $x = -2$
 (B) $x = 5$
 (C) $x = -5$
 (D) $x = 2$

1. لتكن الدالة $f(x) = \frac{1}{6} \cdot 3^x$.

حدّد المقطع y وخط التقارب لهذه الدالة.

$$\frac{1}{6}$$

المقطع y :

$$y = 0$$

خط التقارب:

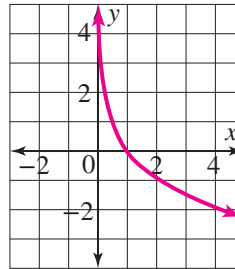
2. أي من الدوال التالية تمثّل $f(x) = 3^x$ بعد تمديد رأسي معاملته 2 وانعكاس حول المحور y ؟

- (A) $g(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)3^x$
 (B) $g(x) = -3^{\frac{x}{2}}$
 (C) $g(x) = -2(3^x)$
 (D) $g(x) = 2(3^{-x})$

3. أي من الدوال التالية هي الدالة العكسية للدالة
الأسية $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$ ؟

- (A) $y = \left(\frac{3}{5}\right)^x$
 (B) $y = x^{\frac{5}{3}}$
 (C) $y = \log_{\frac{5}{3}} x$
 (D) $y = \log_x \left(\frac{3}{5}\right)$

4. مثل الدالة $y = \log_{0.5} x$ بيانيًا، ثم حدّد مجالها
والمقطع x لمنحنائها.



$$x > 0$$

المجال:

$$(1, 0)$$

المقطع x :

13. هل المتتالية ... 153.6, 38.4, 9.6, 2.4, 0.6 متتالية هندسية؟ إذا كانت كذلك، اكتب صيغتها الارتدادية.

$$a_n = \begin{cases} 0.6, & n = 1 \\ 4a_{n-1}, & n > 1 \end{cases} \text{ نعم؛}$$

14. ما عدد الحدود في المتسلسلة الهندسية التالية:
2.6 + 7.8 + ... + 460 582.2

- (A) 3
(B) 10
(C) 12
(D) 14

15. الصيغة الارتدادية لمتتالية هندسية

$$a_n = \begin{cases} 16, & n = 1 \\ \frac{1}{4}a_{n-1}, & n > 1 \end{cases} \text{ هي}$$

ما الصيغة الصريحة لهذه المتتالية؟

- (A) $a_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$
(B) $16, 4, 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \dots$
(C) $a_n = 16\left(\frac{1}{2}\right)^n$
(D) $a_n = 16\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

16. اكتب الصيغتين الصريحة والارتدادية للمتتالية الهندسية ... 3, 6, 12, 24، ثم أوجد مجموع حدودها الخمسة الأولى.

$$a_n = \begin{cases} 3, & n = 1 \\ 2 \cdot a_{n-1}, & n > 1 \end{cases}$$

الصيغة الارتدادية:

$$a_n = 3 \cdot (2)^{n-1}$$

الصيغة الصريحة:

المجموع: 93

9. أوجد الحدود الأربعة الأولى في المتتالية المعرّفة كما يلي:

$$a_n = \begin{cases} 9, & n = 1 \\ a_{n-1} - 4, & n > 1 \end{cases}$$

- (A) 5, 1, -3, -7
(B) -3, 1, 5, 9
(C) 9, 5, 1, -3
(D) 9, 13, 17, 21

10. أي مما يلي يمثّل الصيغة الصريحة للمتتالية الحسابية أدناه؟

-3, 2, 7, ...

- (A) $a_n = -3 + 5n$
(B) $a_n = -3 + 5(n - 1)$
(C) $a_n = 5 - 3(n - 1)$
(D) $a_n = 5 - 3n$

11. يضمّن صفّ الكراسي الأول في قاعة احتفالات 14

كرسيًا، ثم يزداد عدد الكراسي في كلّ صفّ من الصفوف التالية بمقدار 3 كراسي عن عددها في الصفّ الذي يسبقه مباشرةً. ما عدد الكراسي في قاعة الاحتفالات هذه إذا كان عدد صفوف الكراسي فيها 16 صفًا؟

- (A) 59
(B) 584
(C) 608
(D) 1 168

12. ما الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية التي حدّها الأول $a_1 = 7$ وحدّها السادس $a_6 = 32$ ؟

$$a_n = \begin{cases} 7, & n = 1 \\ a_{n-1} + 5, & n > 1 \end{cases}$$

17. أي من الأسئلة التالية سؤال إحصائي؟
اختر كل ما ينطبق.

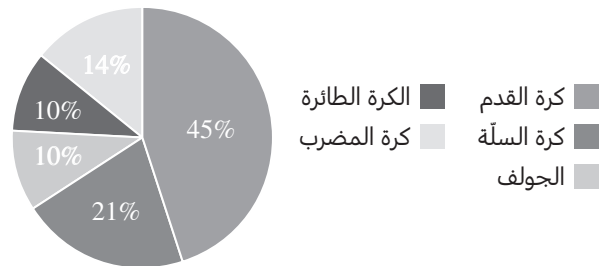
- ما عدد إخوانك؟
(B) كم رحلة نظمت المدرسة السنة الماضية؟
● ما عمرك؟
● هل تحب المشاركة في الرحلات التي تنظمها المدرسة؟

18. أي مما يلي يعدّ مثالاً على متغير كمي؟

- (A) الأرانب التي كتلة كل منها أكثر من 5 كيلوجرامات
(B) متوسط كتل الأرانب التي عاينها طبيب بيطري خلال أسبوع
(C) كتلة وجبة الطعام اليومية الموصى بها للأرانب
● عدد ساعات عمل الطبيب البيطري خلال أسبوع

19. ما نوع المتغير الإحصائي الممثل في المخطط أدناه؟

الرياضة الأكثر شعبية



متغير نوعي

20. يراقب ناصر الزبائن في أحد المتاجر ويحسب عدد المرات التي يدفعون فيها نقدًا أو ببطاقة الخصم أو ببطاقة ائتمانية. ما نوع الدراسة الإحصائية التي يمثلها هذا الموقف؟

- دراسة مبنية على المشاهدة
(B) دراسة عنقودية
(C) دراسة مسحية على عينة
(D) تجربة

21. أي من طرائق أخذ العينات التالية غير متحيزة؟
اختر كل ما ينطبق.

- العنقودية
(B) المريحة
● الطبقيّة
(D) الاختيار الذاتي

22. أي من القياسات التالية هي الأفضل لوصف النزعة المركزية والتشتت لمجموعة البيانات أدناه؟

2 5 9 5 1 3 4 3 6 5 8

- الوسط الحسابي والانحراف المعياري
(B) المنوال والمدى
(C) الوسط الحسابي والتباين
(D) الوسيط والرُّبُيعان

23. أوجد قيمة كل من الوسط الحسابي والانحراف المعياري لمجموعة البيانات أدناه. قَرِّب الإجابات إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

10, 16, 18, 22, 24, 32, 34, 40, 47, 51

29.4

الوسط الحسابي:

13.0

الانحراف المعياري:

24. أوجد ملخص الأعداد الخمسة لكل من مجموعتي البيانات أدناه.

مجموعة البيانات A	23, 30, 29, 31, 22, 24, 33, 31, 24, 20, 21, 28
مجموعة البيانات B	36, 34, 33, 22, 23, 24, 25, 26, 25, 23, 26, 26

A: **20, 22.5, 26, 30.5, 33**

B: **22, 23.5, 25.5, 29.5, 36**

25. مجموعة بيانات موزعة طبيعيًا وسطها الحسابي

يساوي 18 وانحرافها المعياري يساوي 2.7

ما النسبة التقريبية لقيم البيانات التي تزيد عن 14؟

(A) 0.7%

(B) 6.9%

(C) 0.9%

(D) 93.1%

26. في التمرين 25، أوجد الدرجة المعيارية z لقيمة

بيانات تساوي 14.5، قَرَب إجابتك إلى أقرب جزء

من عشرة.

-1.3

27. أوجد أحمد هامش الخطأ في احتساب النسبة

المئوية للصبيان بعمر خمس سنوات الذين تزيد

أطوال قاماتهم عن 110 cm في عينة مكونة من

100 صبي. كيف سيتأثر هامش الخطأ إذا زاد أحمد

حجم العينة إلى 400 صبي؟

(A) لن يتأثر

(B) سيتضاعف

(C) سينخفض إلى النصف

(D) سينخفض إلى الربع

28. الوسط الحسابي لأعمار بطاريات من نوع معين

يساوي 80 ساعة مع انحراف معياري يساوي 10

ساعات. الوسط الحسابي لأعمار البطاريات في عينة

مكونة من 100 بطارية من هذا النوع يساوي 76

ساعة. ما قيمة هامش الخطأ في هذه العينة؟

(A) 2

(B) 1

(C) 0.1

(D) 0.2

29. أي من أزواج الحوادث التالية يضم حدثين مستقلين؟

اختر كل ما ينطبق.

(A) سحب كرتين من علبة تحوي 15 كرة، ثم

إعادتهما إلى العلبة وسحب 3 كرات.

(B) تدوير قرص دوار مرقم من 1 إلى 6، ثم تدويره

ثانية إذا استقر المؤشر على الرقم 1 في المرة

الأولى.

(C) الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.3$

و $P(B) = 0.2$ و $P(A \text{ و } B) = 0.6$

(D) الحدثان A و B، حيث $P(A) = 0.4$

و $P(B) = 0.5$ و $P(A \text{ و } B) = 0.2$

30. تأكل مريم دقيق الشوفان أو الفطائر أو البيض

وتشرب عصير التفاح أو عصير البرتقال. إذا اختارت

مريم نوعًا واحدًا من الطعام ونوعًا واحدًا من الشراب

بشكل عشوائي، ما احتمال أن تختار دقيق الشوفان

وعصير التفاح؟

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{1}{5}$

(C) $\frac{1}{6}$

(D) $\frac{1}{8}$

31. قَدِّمَتْ شركة لإنتاج الألعاب إلى كلِّ زبون من زبائنها لعبة واحدة من لعبتين جديدتين، A و B، لمعرفة ما إذا كانوا سيوصون بهما. بالتقريب إلى أقرب نسبة مئوية صحيحة، ما احتمال أن يكون أحد الزبائن الذين أوصوا باللعبة قد اختار اللعبة A؟

	اللعبة A	اللعبة B
أوصى باللعبة	43	38
لم يوصى باللعبة	7	12

- (A) 14%
(B) 47%
(C) 53%
(D) 86%

32. إذا كان الحدثان A و B مستقلين، فأَيُّ ممَّا يلي صحيح؟ اختر كلَّ ما ينطبق.

- (A) $P(A/B) = P(B)$
(B) $P(B/A) = P(B)$
(C) $P(A/B) = P(A)$
(D) $P(B/A) = P(A)$

33. اختارت فاطمة عشوائيًا 5 ثمرات برتقال من صندوق يحوي 18 ثمرة برتقال. أيُّ ممَّا يلي يصف بدقَّة عدد الطرائق التي يمكن لفاطمة من خلالها اختيار ثمرات البرتقال الخمس؟

- (A) ${}^5C_{13}$
(B) ${}^{18}C_5$
(C) ${}^5P_{18}$
(D) ${}^{13}P_5$

34. بكم طريقة يمكن ترتيب المراكز الثلاثة الأولى في سباق للفروسية يشارك فيه 15 فارسًا؟

- (A) 5
(B) 455
(C) 1 320
(D) 2 730

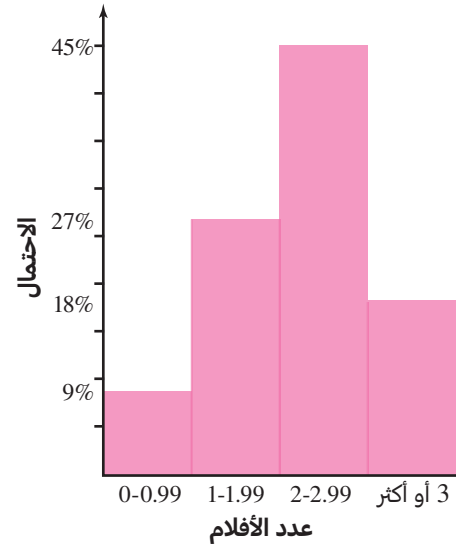
35. يحتوي كيس على 12 كرة، 4 منها زرقاء وبقية الكرات خضراء. إذا سحب كرتين من الكيس من دون النظر إلى داخله، بالتقريب إلى أقرب نسبة مئوية صحيحة، ما احتمال أن تكون هاتان الكرتان زرقاوين؟

- (A) 9%
(B) 11%
(C) 89%
(D) 91%

36. أجرى جاسم استطلاعًا لمعرفة عدد الأفلام التي شاهدها كلُّ زميل من زملائه خلال الشهر الماضي. أكمل جدول التوزيع الاحتمالي أدناه. قَرِّب الإجابات إلى أقرب نسبة مئوية صحيحة.

عدد الأفلام المشاهدة في الشهر الماضي	0	1	2	≥ 3
العدد	3	9	15	6
التكرار النسبي	9%	27%	45%	18%

37. مثل التوزيع الاحتمالي المذكور في التمرين 36 بيانيًا.



38. يوضح الجدول أدناه البيانات المتعلقة بأزمة تأخر

بدء تقديم أحد العروض المسرحية الأسبوعية.

ما الزمن المتوقع لتأخر تقديم العرض المسرحي القادم؟

عدد دقائق التأخر	0	1	2	3	4	5
عدد الأسابيع	1	1	4	4	6	9

3.6 min

39. تقدم شركة تأمين ثلاثة خيارات لشراء بوليصة تأمين.

احتمال تضرر السيارة في أي سنة هو 8%، وعند

تضرر السيارة تبلغ تكلفة إصلاحها QR 3 500.

أي خيار تكلفته السنوية المتوقعة هي الأقل بالنسبة لمالك السيارة؟ وضح إجابتك.

خيارات بوليصة التأمين

الخيار	قيمة التأمين السنوي (QR)	المبلغ المقتطع (QR)
A	3 000	0
B	2 800	500
C	2 200	2 500

الخيار C؛ التكلفة المتوقعة للخيار C هي QR 2 400، بينما التكلفة المتوقعة للخيار A هي QR 3 000 والتكلفة المتوقعة للخيار B هي QR 2 840.

40. يرمي كل من خالد وفؤاز مكعبين منتظمين مرقمين

من 1 إلى 6، إذا حصل خالد على عددين مجموعهما

8 يحصل على جائزة، وإذا حصل فؤاز على عددين

مجموعهما 6 يحصل على جائزة. هل هذه اللعبة

عادلة؟ وضح إجابتك.

نعم؛ احتمالاً الحديثين متساويان، وقيمة كل منهما تساوي $\frac{5}{36}$



