



دليل التقويم الرياضيات

المستوى الحادي عشر
المسارين العلمي والتكنولوجي

طبعة 1444 – 2022



حضرة صاحب السمو الشيخ تميم بن حمد آل ثاني
أمير دولة قطر

النشيد الوطني

قَسَمًا بِمَنْ رَفَعَ السَّمَاءَ قَسَمًا بِمَنْ نَشَرَ الضِّيَاءَ
قَطْرٌ سَتَبَقَى حُرَّةً تَسْمُو بِرُوحِ الْأَوْفِيَاءِ
سِيرُوا عَلَى نَهْجِ الْأَلَى وَعَلَى ضِيَاءِ الْأَنْبِيَاءِ
قَطْرٌ بِقَلْبِي سِيرَةٌ عِزٌّ وَأَمْجَادُ الْإِبَاءِ
قَطْرُ الرَّجَالِ الْأَوَّلِينَ حُمَاتُنَا يَوْمَ النَّدَاءِ
وَحَمَائِمُ يَوْمَ السَّلَامِ جَوَارِحُ يَوْمَ الْفِدَاءِ

© بيرسون للتعليم المحدودة 2021. بموجب ترخيص.

www.pearson.com

هذه المطبوعة محمية بموجب حق النشر. يجرم القانون القطري نسخ أي جزء من هذه المطبوعة، أو تخزينه في نظام استرجاع، أو نقله بأي شكل من الأشكال أو وسيلة من الوسائل، سواء كانت إلكترونية أو ميكانيكية أو عن طريق تصوير النسخ أو التسجيل أو غير ذلك من دون الحصول على إذن مسبق. للمعلومات عن التراخيص، استمارات الطلب وقنوات الاتصال المناسبة، يرجى الاتصال بيرسون للتعليم المحدودة.

ISBN-13: 978-1-292-4292-36

ISBN-10: 1-292-4292-32

تقويم بداية السنة الدراسية

الوحدة 1 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الوحدة 2 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الاختبار التراكمي 1

الوحدة 3 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الوحدة 4 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الاختبار التراكمي 2

الوحدة 5 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الوحدة 6 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الاختبار التراكمي 3

الوحدة 7 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الوحدة 8 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

الوحدة 9 تقويمات واختبارات سريعة في الدروس

اختبار نهاية السنة الدراسية

تقويم بداية السنة الدراسية

1. أكمل ما يلي باستعمال التمثيل البياني أدناه.

إحداثيا الرأس هما _____.

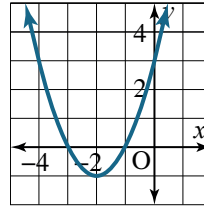
معادلة محور التناظر هي _____.

_____ هما $(-3, 0)$ و $(-1, 0)$.

القيمة الصغرى للدالة هي _____.

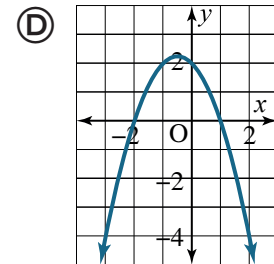
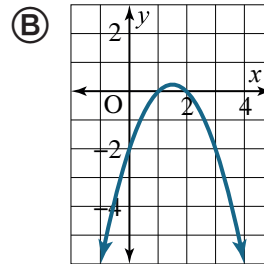
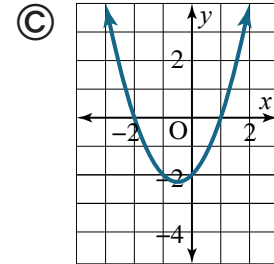
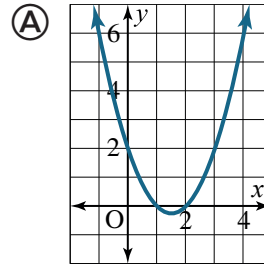
فترة تزايد الدالة هي _____.

مدى الدالة هو _____.



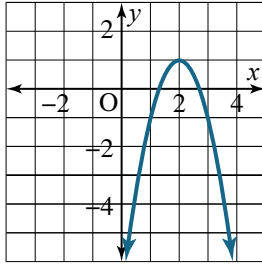
2. التمثيل البياني للدالة التربيعية

$f(x) = x^2 + x - 2$ هو:



3. إذا كان التمثيل البياني أدناه هو للدالة

$f(x) = -2(x - h)^2 + k$ ، فإن:



(A) $h = 1, k = 2$

(B) $h = 2, k = 1$

(C) $h = 2, k = -1$

(D) $h = -2, k = 1$

4. تكون فتحة القطع المكافئ الذي يمثل الدالة

$f(x) = ax^2 + bx + c$ إلى الأعلى إذا كان:

(A) $b > 0$

(B) $c > 0$

(C) $a > 0$

(D) $a < 0$

5. المقدار $\sqrt{5} + 2\sqrt{6}$ يساوي:

(A) $\sqrt{6} + 1$

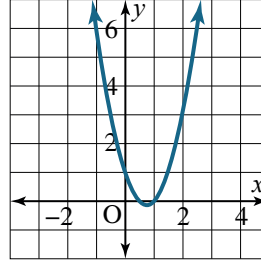
(B) $\sqrt{6} - 1$

(C) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

(D) $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

6. أوجد حلول المعادلة $x^2 + 6x = 135$ بطريقة إكمال المربع.

7. أوجد حل المعادلة $2x^2 - 3x + 1 = 0$ جبريًا ثم تحقق من إجابتك بيانيًا.



8. إذا كان $\frac{x-1}{x-2} + \frac{x+1}{x+2} - 1 = 0$ ، فإن:

(A) $x = -1$

(B) $x = 0$

(C) $x = 1$

(D) $x = -1$ أو $x = 1$

9. يوضح الجدول أدناه دالة خطية تربط بين عدد الساعات التي قضاها أحمد في التحضير لاختبار الرياضيات خلال أربعة أيام.

اليوم	عدد الساعات
1	3
2	5
3	7
4	9

اكتب الصيغة الصريحة لهذه الدالة.

10. مثلث متطابق الضلعين حيث

$AB = AC = 1$ ، و AH هو الارتفاع من الرأس A .
صل كل معطى إلى اليمين بالخيار المناسب إلى اليسار.

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

إذا كان $m\angle A = 90^\circ$ ، فإن AH يساوي

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

إذا كان $m\angle A = 60^\circ$ ، فإن AH يساوي

قيمة $\sin 45^\circ$ تساوي

قيمة $\sin 60^\circ$ تساوي

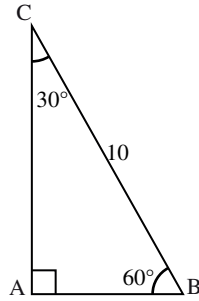
11. ما الطول التقريبي للقطعة المستقيمة $\overline{AC}$ في الشكل المبين أدناه؟

(A) 8.66

(B) 5

(C) 11.18

(D) 20



12. مثلث قائم الزاوية، حيث $m\angle A = 90^\circ$

و $BC = 2$ و $\tan \angle B = \frac{1}{2}$.

أوجد طول كل من AB و AC .

(A) $AB = \frac{4}{5}$, $AC = \frac{2}{5}$

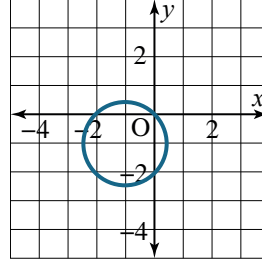
(B) $AB = 4\sqrt{5}$, $AC = 2\sqrt{5}$

(C) $AB = \frac{4\sqrt{5}}{5}$, $AC = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

(D) $AB = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $AC = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

16. استعمل قانون الجيب لتحديد متى يكون $BC > AB$ في المثلث المتطابق الضلعين ABC ، حيث $AB = AC$ بحسب قيمة قياس الزاوية A .

13. أي من المعادلات التالية يمكن أن يكون تمثيلها البياني هو المعطى؟

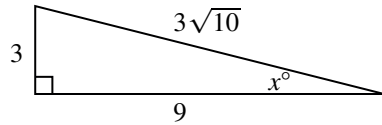


- (A) $x^2 + y^2 + ax + by + 1 = 0$
 (B) $x^2 + y^2 + x + by - 1 = 0$
 (C) $x^2 + y^2 + ax + by = 0$
 (D) $x^2 + y^2 - ax + 2 = 0$

14. طول القوس المقابل لزاوية قياسها 45° على دائرة طول نصف قطرها يساوي 1 ومركزها نقطة الأصل هو:

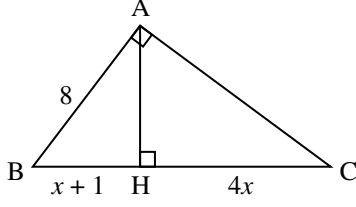
- (A) $\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) لا علاقة لطول القوس بقياس الزاوية

15. باستعمال الرسم أدناه، أوجد القيمة الدقيقة لكل من النسب المثلثية التالية: $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$



17. إذا كان $A(1, 2)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, 2)$ ، وكان $A'(-\frac{1}{2}, -1)$ و $B'(-1, -\frac{3}{2})$ و $C'(0, -\frac{3}{2})$ ، فإن $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$
- (A) متشابهان
 (B) متطابقان
 (C) متناظران بالنسبة لنقطة الأصل
 (D) ليس أيًا مما سبق

21. أوجد قيمة x إذا كان $\overline{AH}$ ارتفاعًا في المثلث القائم الزاوية ABC المبيّن أدناه.



18. إذا كان $A(1, 2)$ و $B(2, 3)$ و $C(3, 4)$ ، وكان $A'(3, 4)$ و $B'(4, 5)$ و $C'(5, 6)$ ، فإن $\triangle ABC$ و $\triangle A'B'C'$

- (A) متشابهان
(B) لا تكون النقاط الثلاث الأولى أو النقاط الثلاث الثانية مثلثًا
(C) متطابقان
(D) ليس أيًا مما سبق

19. إذا كان $\overline{BB'}$ و $\overline{CC'}$ ارتفاعين في $\triangle ABC$ ، أثبت أن المثلثين ABB' و ACC' متشابهان. ثم أوجد طول $\overline{AB'}$ إذا كان $AB = 4$ و $AC' = 3$ و $AC = 6$.

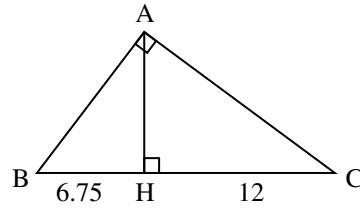
22. وتر في دائرة طول نصف قطرها يساوي 1، الخطان المماسان للدائرة عند A و B يتقاطعان عند النقطة I . إذا كان $AB = \sqrt{2}$ ، فإن:

- (A) $AI = BI = \frac{\sqrt{2}}{2}$
(B) $AI = BI = 1$
(C) $AI = BI = 2$
(D) $BI = \sqrt{2}, AI = 1$

23. إذا كان $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث $a \neq 0$ ، إذا كان $ac < 0$ ، فإن:

- (A) المعادلة ليست لها جذور حقيقية
(B) للمعادلة جذر حقيقي واحد
(C) للمعادلة جذران حقيقيان
(D) ذلك غير كافٍ لتحديد عدد جذور المعادلة

20. أوجد طول الارتفاع $\overline{AH}$ في المثلث القائم الزاوية ABC الموضح أدناه.



- (A) $AH = 9$
(B) $AH = 11.25$
(C) $AH = 18.75$
(D) $AH = 15$

24. يبين الجدول أدناه أطوال قامات 30 طالبًا في إحدى المدارس. الأطوال مقربة إلى أقرب سنتيمتر.

الفئات	154 - 158	158 - 162	162 - 166	166 - 170	170 - 174
التكرار f	$a - 3$	$a - 2$	$a + 1$	a	6

أي من الخيارات التالية يمثل قيمة a إذا كان الوسط الحسابي للقيم المكتوبة في الجدول أعلاه يساوي $\bar{x} = 164.8$ ؟

- (A) $a = 3.3$ (B) $a = 4$ (C) $a = 7$ (D) $a = 8.4$

28. صيغة حجم الكرة هي $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. أوجد طول نصف قطر كرة حجمها يساوي 310 cm^3

29. قرص دوار مقسم إلى 12 جزءًا متساويًا من حيث المساحة، 5 أجزاء خضراء، و 4 أجزاء زرقاء، وجزآن أصفران، وجزء واحد أحمر. ما احتمال استقرار المؤشر على الأجزاء الخضراء أو الزرقاء عند تدوير القرص؟

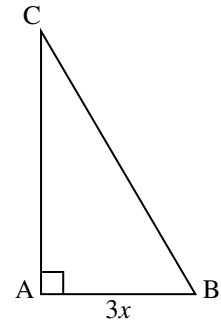
30. يبين الجدول أدناه الأزمنة اللازمة، بالدقائق، لعشرين طفل لتلوين أحد الرسوم.

الفئات	2 - 4	4 - 6	6 - 8	8 - 10
التكرار f	1	10	7	2

أي من الخيارات التالية يمثل القيمة التقريبية للانحراف المعياري لهذه البيانات؟

- (A) 1.48 (B) 2.2 (C) 6 (D) 6.18

25. إذا كان $\cos \angle B = 0.5$ ، في الرسم الموضح أدناه، أوجد طول $\overline{AC}$ بدلالة x .



- (A) $6x$
(B) $\frac{3x}{2}$
(C) $3x\sqrt{5}$
(D) $3x\sqrt{3}$

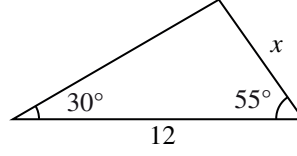
26. يستطيع جابر طلاء حائط بمفرده خلال ساعتين، ويستطيع فارس طلاء نفس الحائط بمفرده خلال 3 ساعات. إذا عمل جابر وفارس معًا، فإن الزمن (بالساعات) اللازم لطلاء هذا الحائط يساوي:

- (A) 1
(B) $1\frac{1}{5}$
(C) $2\frac{1}{2}$
(D) 5

27. ما قيمة x في المعادلة $(16)^{\frac{x}{2}} = 4^{2x-1}$ ؟

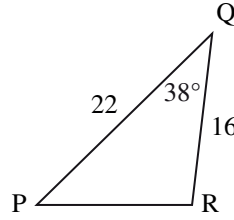
- (A) $\frac{4}{7}$
(B) $\frac{2}{3}$
(C) 1
(D) 2

31. أي من القيم التالية تمثل قيمة تقريبية للطول x في المثلث أدناه؟



- (A) 4.15 (C) 6.02
(B) 5.97 (D) 23.91

32. أي من القيم التالية تمثل طول $\overline{PR}$ ، مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة، في المثلث أدناه؟



- (A) 13.6 (C) 17.5
(B) 14.5 (D) 35.98

33. يلعب خالد ومنصور وفرحان لعبة يتم فيها اختيار اسم لاعب من أصل ثلاثة لاعبين عشوائيًا للفوز بجائزة، ويُمنح الفائز جائزة يتم اختيارها عشوائيًا من بين ثلاث جوائز مختلفة. إذا كانت احتمالات اختيار أسماء اللاعبين الثلاثة متساوية وكذلك احتمالات اختيار الجوائز الثلاث، ما احتمال أن يفوز منصور بالجائزة الثانية؟

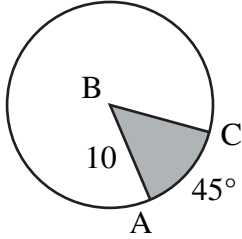
- (A) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{2}{3}$

34. يختار بلال كلمة مرور تحتوي على حرفين مختلفين من الحروف الصوتية في الأبجدية الإنجليزية وهي (I, U, O, E, A). ما احتمال أن يختار بلال كلمة مرور لا تحتوي على الحرف E؟

- (A) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$
(B) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

35. يحتوي كيس على 10 بطاقات متماثلة، خمس بطاقات منها تحمل أحد الأرقام التالية: 0 أو 1 أو 2 أو 3 أو 4، والبطاقات الخمس الأخرى تحمل الرقم 7، إذا سحب قيس بطاقة واحدة من الكيس وهو مغمض العينين، هل تحقق هذه العملية مبدأ تكافؤ الفرص؟ وضح اجابتك.

36. مساحة القطاع الدائري ABC في الرسم أدناه هي:



- (A) $\frac{5\pi}{4}$
(B) $\frac{5\pi}{2}$
(C) $\frac{25\pi}{4}$
(D) $\frac{25\pi}{2}$

1 اختبار بداية الوحدة

1. يحقق الزوج المرتب $(-\frac{1}{4}, y)$ المعادلة الخطية $3y + 4x = 5$ ، إذن قيمة y هي:

- (A) -2
(B) $\frac{4}{3}$
(C) $\frac{23}{16}$
(D) 2

2. يحقق الزوجان المرتبان $(1, \frac{1}{3})$ و $(3, -\frac{1}{3})$ المعادلة الخطية:

- (A) $3x + y = 2$
(B) $3x - y - 2 = 0$
(C) $x + 3y - 2 = 0$
(D) $2x + 2y = 1$

3. المعادلة

$$(x^2 + 3x + y) - (x^2 - 2x + 3y) - 2 = 0$$

هي:

- (A) معادلة خطية
(B) معادلة غير خطية
(C) متباينة خطية
(D) متباينة غير خطية

4. حصل 5% من طلاب أحد الصفوف على الدرجة

الكاملة في اختبار الرياضيات. 60% من هؤلاء الطلاب هم من محبي كرة القدم. أوجد النسبة المئوية للطلاب الذين هم من محبي كرة القدم وحصلوا على الدرجة الكاملة في اختبار الرياضيات.

5. إذا كانت نسبة الذكور من العاملين في أحد المتاجر 60%، وكان عدد العاملات الإناث في هذا المتجر 8 عاملات، فإن العدد الكلي للعاملين في المتجر هو:

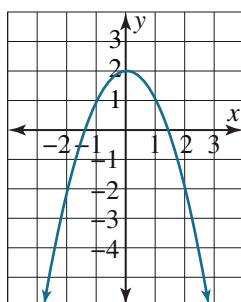
- (A) 12
(B) 13
(C) 20
(D) 40

6. أوجد حلول المعادلة $x^2 - 7x + 6 = 0$.

7. تمثل الإحداثيات x لنقاط تقاطع منحنى الدالة $y = x^2 + 3$ والمستقيم $y = 2x + 5$ جذورًا للمعادلة:

- (A) $x^2 + 2x + 8 = 0$
(B) $x^2 + 2x + 2 = 0$
(C) $x^2 - 2x - 2 = 0$
(D) $x^2 - 2x + 5 = 0$

8. أي من المعادلات التالية ممثلة بيانيًا أدناه؟

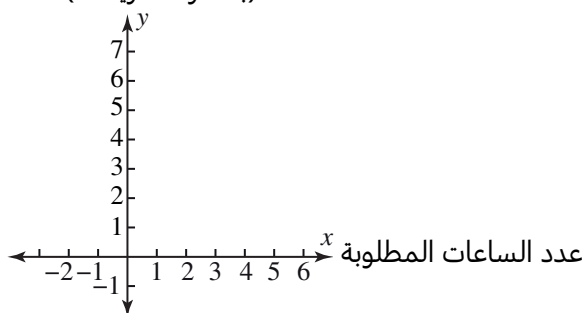


- (A) $y = x + 2$
(B) $y = -x^2 + 2$
(C) $y = x^2 - 2$
(D) $y = -(x^2 + 2)$

9. يمثل الجدول التالي تكلفة استئجار دراجة نارية بحسب عدد الساعات المطلوبة.

عدد الساعات المطلوبة	1	2	3	4	5
قيمة الأجرة للساعة الواحدة	QR 70	QR 68	QR 65	QR 63	QR 61

قيمة الأجرة للساعة الواحدة
(بعشرات الريالات)



مثل البيانات الواردة في هذا الجدول بيانيًا،

كيف يمكن أن تستدل من التمثيل البياني أن العلاقة خطية؟

13. بسط المعادلة التالية، وحدّد ما إذا كانت خطية أم لا.

$$-3x(7x + 4y - 10) + (12x + 1)y = 0$$

14. إذا كان الزوج المرتب $(3, y)$ يحقق المعادلة خطية $2x + 4y - 2 = 0$ فإن قيمة y هي:

- (A) -5
- (B) -1
- (C) 1
- (D) 2

15. إذا كان الزوج المرتب $(x, 1)$ يحقق المعادلة $y + 2x - 3 = 2x - 1$ فإن قيمة x هي:

- (A) -1
- (B) 1
- (C) 2
- (D) لا توجد قيمة للمتغير x تحقق المعادلة

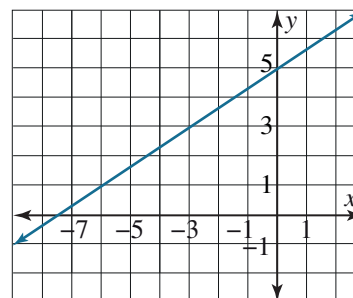
10. يحقق كل زوج من الأزواج المرتبة $(1, 5)$ و $(-1, 1)$ و $(-2, 2)$ المعادلة:

- (A) $y = 2x + 3$
- (B) $y = -x$
- (C) $y = x^2 + 2x + 2$
- (D) $y = x^2 + 2x - 2$

11. أوجد المعادلة الخطية التي يمثلها الجدول التالي:

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	0	2	4	6	8	10	12

12. أوجد معادلة المستقيم الممثل بيانيًا أدناه.



16. إذا كان $y \geq 0$ وكان الزوج المرتب $(1, y)$ يحقق المعادلة $3x^2y^2 + 9xy - 12x^2 = 0$ فإن قيمة y هي:

- (A) -4
- (B) 0
- (C) 1
- (D) 2

17. إذا كان -1 جذرًا للمعادلة $x^7 - ax^3 + b = 0$ وكذلك للمعادلة $3x^6 - 3ax^2 + bx = 0$ ، فإن الزوج المرتب (a, b) هو:

- (A) (2, 3)
- (B) (1, 0)
- (C) (0, 1)
- (D) (-1, 0)

18. أي من الأزواج المرتبة التالية يحقق المعادلة $x^y - y^x = 1$ ؟

- (A) (1, 2)
- (B) (2, 3)
- (C) (3, 2)
- (D) (1, 3)

19. لتكن $y = 3^{x^2 - 3x}$ عندما $x = 1$ ، فإن قيمة y تساوي:

- (A) $-\frac{1}{3}$
- (B) $-\frac{1}{9}$
- (C) $\frac{1}{9}$
- (D) $\frac{1}{3}$

20. لتكن $y = 2^{x^2 - 3x + 2}$ إذا كان $y = 1$ ، أوجد قيمة x .

1-1 اختبار الدرس

المتتاليات

1. أي من من الخيارات التالية يمثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية أدناه؟

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

Ⓐ 0, 4, 4, 4

Ⓒ 0, 4, 4, 12

Ⓑ 4, 4, 12, 20

Ⓓ 4, 12, 20, 44

2. إذا كانت الحدود الأولى للمتتالية $\{a_n\}$ هي:

$$\frac{1}{3}, -\frac{1}{15}, \frac{1}{75}, -\frac{1}{375}, \dots$$

فإن تعريفًا ممكنًا لها هو:

Ⓐ $\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3} \\ a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n, n \geq 1 \end{cases}$

Ⓒ $a_{n+1} = \left(\frac{-1}{5}\right)^n$

Ⓑ $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n, n \geq 1 \end{cases}$

Ⓓ $a_n = \frac{1}{3}\left(\frac{-1}{5}\right)^{n-1}, n \geq 1$

5. ينمو طول بعض الأنواع من شجر السرو بمعدل 70 cm سنويًا. إذا كان طول شجرة سرو في العام 2020 ثمانية أمتار، أوجد المتتالية التي تمكّنك من إيجاد طول الشجرة في العام 2025، ثم أوجد هذا الطول.

3. إذا كانت $\{a_n\}$ متتالية، حيث $a_3 = 9$ و $a_4 = 11$ و $a_5 = 13$ ، فإن صيغة الحد العام الممكنة لهذه المتتالية هي:

Ⓐ $a_n = n^2$

Ⓒ $a_n = 2n + 3$

Ⓑ $a_n = n^2 - 5$

Ⓓ $a_n = 2n + 1$

4. الصيغة الارتدادية لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, n \geq 1 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

أوجد الحد السابع في هذه المتتالية.

1-2 اختبار الدرس

المتتاليات الحسابية

1. أكمل الجدول التالي:

الصيغة الصريحة	الصيغة الارتدادية
$a_n = -4.5 + 4.5n$	
	$\begin{cases} a_1 = 68 \\ a_n = a_{n-1} - 11, n > 1 \end{cases}$
	$\begin{cases} a_1 = 12 \\ a_n = a_{n-1} + 7, n > 1 \end{cases}$

4. ثمن تذكرة سينما QR 30، و ثمن تذكرتي سينما QR 55، و ثمن ثلاث تذاكر سينما QR 80. أوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الحسابية التي يمكنك من خلالها معرفة ثمن أي عدد من التذاكر.

2. متتالية حسابية الحدان الثالث والسادس فيها هما 7 و 16 على الترتيب. أي من الخيارات التالية يمثل الحد العام لهذه المتتالية.

- (A) $a_n = 3(n - 1)$
 (B) $a_n = 1 + 3(n)$
 (C) $a_n = 1 + 3(n - 1)$
 (D) $a_n = 4 + 2(n - 1)$

5. يبين الجدول أدناه تكلفة استئجار معدات التزلج في منتجع سياحي. أوجد قيمة كل من a و b إذا كانت المتتالية التي تمثلك من معرفة تكلفة معدات التزلج بحسب عدد أيام الاستئجار هي متتالية حسابية.

عدد الأيام	1	2	3	4
تكلفة الاستئجار	12	a	22	b

3. أي من المتتاليات التالية متتالية حسابية الفرق الثابت فيها يساوي 2؟

- (A) 1, -3, 5, -7, 9, ...
 (B) 2, 4, 8, 16, 32, ...
 (C) 10, 8, 6, 4, 2, ...
 (D) 13, 15, 17, 19, 21, ...

1-3 اختبار الدرس

المتتاليات الهندسية

1. هل المتتالية ... 137.7, 45.9, 15.3, 5.1, 1.7 هندسية؟ إذا كانت كذلك، أوجد صيغتها الارتدادية.

2. إذا كانت الصيغة الارتدادية للمتتالية $\{a_n\}$ هي: $a_n = \begin{cases} a_1 = 32 \\ a_n = \frac{1}{4}a_{n-1}, n > 1 \end{cases}$ فإن الحد العام لهذه المتتالية هو:

- (A) $a_n = 16\left(\frac{1}{2}\right)^n$
 (B) $32, 8, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \dots$
 (C) $a_n = 32\left(\frac{1}{2}\right)^n$
 (D) $a_n = 32\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

3. يزداد عدد حوادث السير في الطرق السريعة في إحدى الدول بنسبة 12.5% سنويًا. إذا كان عدد حوادث السير في الطرق السريعة في هذه الدولة هو 8 192 حادث سير في العام 2020، أي من الخيارات التالية يمثل عدد حوادث السير في العام 2024؟

- (A) 8 194 (C) 13 122
 (B) 11 664 (D) 14 762

4. أوجد من الجدول التالي المتتالية الهندسية التي تمكّنك من معرفة قيمة a_n حسب قيمة n .

n	1	2	3	4	5
a_n	-1 701	567	-189	63	-21

5. أوجد قيمة كلٍّ من a_1 و b إذا كانت الصيغتان التاليتان تمثلان نفس المتتالية الهندسية.

$$a_n = 7(b)^n \text{ و } \begin{cases} a_1 \\ a_n = 3 a_{n-1}, n > 1 \end{cases}$$

1-4 اختبار الدرس

رمز المجموع والمتسلسلات

1. اكتب المتسلسلة التالية باستعمال رمز المجموع.

$$5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30$$

2. فتح حمد حسابًا مصرفيًا في بداية العام وأودع فيه

QR 100، ثم صار يودع في الحساب في بداية كل

شهر مبلغًا يزيد بمقدار QR 70 عن المبلغ الذي

أودعه في الشهر السابق. رصيد حساب حمد

بعد مرور سنة على فتحه يساوي

(A) 870

(C) 5 820

(B) 940

(D) 11 640

3. حدّد من الجدول التالي نوع المتتالية $\{a_n\}$ ،

ثم أوجد صيغة مجموع المتسلسلة المعرّفة

من خلال هذه المتتالية.

n	1	2	3	4	
a_n	3	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{3}{125}$	

4. $\{a_n\}$ متتالية هندسية، القيمة الابتدائية فيها هي 3والنسبة الثابتة فيها تساوي $\frac{1}{2}$ ، أي من الصيغ التالية

تمثّل مجموع حدود هذه المتتالية الهندسية؟

(A) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 3$

(B) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 6$

(C) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 12$

(D) $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = 18$

5. اكتب الكسر العشريّ الدوريّ $0.\overline{15}$ في صورة كسر

اعتياديّ.

1 تقويم الوحدة، النموذج A

4. أوجد قيمة كلٍّ من a و b إذا كانت المتتالية $2, 5, 8, a, b, \dots$ متتالية حسابية. برّر إجابتك.

5. إذا كان الحدّ الأول من متتالية حسابية هو 2، والفرق الثابت فيها يساوي 4، فإنّ صيغة الحدّ العام لهذه المتتالية هي:

- (A) $a_n = 2 + 4n$
 (B) $a_n = 4 + 2n$
 (C) $a_n = -2 + 4n$
 (D) $a_n = 2 + 2n$

6. أوجد الحدّ الأول a_1 لمتتالية حسابية، والفرق الثابت فيها وصيغة حدّها العام a_n ، إذا كان:
 $a_4 = 1$ و $a_{10} = 19$

1. الحدّ الرابع في المتتالية $a_n = \frac{16}{2^n} - 1$ هو:

- (A) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{15}{16}$
 (B) 0 (D) 1

2. الصيغة الارتدادية لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, n \geq 1 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

عدد حدود متتالية فيبوناتشي التي هي أصغر من، أو تساوي 8 هو:

- (A) 1 (C) 6
 (B) 5 (D) 8

3. الصيغة الارتدادية الممكنة للمتتالية

1, 3, 5, 7, ... هي:

- (A) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 2, n \geq 1 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n - 2, n \geq 1 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2a_n + 2, n \geq 1 \end{cases}$

7. إذا كان الحد الأول a_1 من متتالية حسابية يساوي الفرق الثابت فيها d ، فإن صيغة الحد العام a_n لهذه المتتالية هي:

- (A) $a_n = 2(n - 1)d$
 (B) $a_n = nd$
 (C) $a_n = (n + 1)d$
 (D) $a_n = 1 + (n - 1)d$

8. أراد فارس أن يعرف المسافة التي تفصل بين سيارته وصديقه الجالس تحت أحد أعمدة الإنارة في نفس الشارع، علمًا بأن سيارة فارس متوقفة. خطرت له فكرة مبتكرة، فقام بقياس المسافة التي تفصل السيارة عن أقرب عمود إنارة إليها، فوجد أنها تساوي 8 أمتار (وذلك بشكل تقريبي من خلال عدد الخطوات)، ثم قاس المسافة الثابتة الفاصلة بين عمودي إنارة فوجد أنها تساوي 12 مترًا تقريبًا. ثم قام بعدد الأعمدة التي تفصل بين السيارة وصديقه بما فيها العمود الذي يجلس تحته، فوجد أن عددها 11 عمودًا. عزف متتالية يمكن لفارس استعمالها لإيجاد المسافة الفاصلة بين سيارته وصديقه، ثم أوجد تلك المسافة.

9. أي من المتتاليات التالية متتالية هندسية؟

- (A) $a_n = n^2$ (C) $a_n = 2^n + 1$
 (B) $a_n = 2^n$ (D) $a_n = 2a_{n-1} + 2$

10. الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية $8, -4, 2, -1, \dots$ هي:

- (A) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = -\frac{1}{2} a_{n-1} \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = \frac{1}{2} a_{n-1} \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = \frac{1}{2} a_{n-1} \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} a_1 = 8 \\ a_n = -\frac{1}{2} a_{n-1} \end{cases}$

11. عدد حدود المتتالية الهندسية $3, 6, 12, 24, \dots, 384$ هو:

- (A) 6 (C) 8
 (B) 7 (D) 9

12. إذا كانت المتتالية

$a, -2a^2 + 3a, -2a^4 + 3a^3, \dots$ حيث $a < 0$ ، متتالية هندسية، فإن قيمة a تساوي:

- (A) -3 (C) -1
 (B) -2 (D) 1

13. عند وضع طاولة على أرض غير مستوية، يعتمد الناس عادة إلى وضع ورقة مطوية تحت القائمة المرتفعة عن الأرض، بينما تستقر القوائم الأخرى عليها. افترض أن هذه القائمة ترتفع عن الأرض بمقدار 0.64 cm وأن لديك ورقة سمكها 0.1 mm، أوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية التي تمكّنك من معرفة عدد مَرَّات طَيَّ الورقة، بحيث تستقر قائمة الطاولة على الأرض بعد وضع الورقة المطوية (بعد الطيّات المذكور) تحتها.

14. صيغة مجموع الحدود الأولى $a_1, \dots, a_n$ من متتالية حسابية هي $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ ولكن، يمكن إعادة كتابة صيغة مجموع هذه الحدود باستعمال الحد العام للمتتالية الحسابية على الشكل التالي:

- (A) $S_n = \frac{n}{2}[a_1 + (n-1)d]$
 (B) $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + nd)$
 (C) $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + nd)$
 (D) $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

15. إذا علمت أن الفرق الثابت d في متتالية حسابية يساوي ضعف قيمة حدّها الأول a_1 ، وأن مجموع الحدود التسعة الأولى من هذه المتتالية يساوي 162، أوجد الحدّ الأول a_1 والفرق الثابت d والصيغة العامة S_n لمجموع أول n حدود وذلك بدلالة n و d .

16. إذا كان $\sum_{i=1}^n (2i-1) = 9n$ ، حيث $n > 1$ ، فإن:

- (A) $n = 8$ (C) $n = 10$
 (B) $n = 9$ (D) $n = 18$

17. إذا كان S_n هو مجموع أول n حدّ من متتالية هندسية $\{a_n\}$ النسبة الثابتة فيها r ، فإن ناتج $r \cdot S_n$ يساوي:

- (A) $S_n - a_1$
 (B) $S_n - a_{n+1} + a_1$
 (C) $S_n + a_{n+1} - a_1$
 (D) $S_{n+1} + a_1$

18. $\{a_n\}$ متتالية هندسية مجموع أول n حدود منها يساوي 127، والنسبة الثابتة فيها $r = 2$ ، والحدّ الأول فيها $a_1 = 1$ ، إذن قيمة n هي:

19. يحاول ناصر اللحاق بصديقه راشد الذي كان يسبقه بثمانية أمتار عندما بدأ في الجري. إذا كانت سرعة ناصر في الركض تساوي ضعف سرعة راشد، عند أيّ مسافة من نقطة انطلاق ناصر سيلحق ناصر براشد؟

20. أوجد قيمة المجموع التالي:

$$S = 1 + 11 + 111 + \dots + \overbrace{111\dots1}^{\text{عشر مرات}}$$

1 تقويم الوحدة، النموذج B

5. إذا كان الحد الأول من متتالية حسابية هو 3، والفرق الثابت فيها يساوي 2، فإن صيغة الحد العام لهذه المتتالية هي:

- (A) $a_n = 3 + 2(n - 1)$
 (B) $a_n = 2 + 3(n - 1)$
 (C) $a_n = 3 + 2n$
 (D) $a_n = 2 + 3n$

6. أوجد الحد الأول a_1 لمتتالية حسابية، والفرق الثابت فيها وصيغة حدّها العام a_n ، إذا كان:
 $a_3 = -1$ و $a_9 = 11$

7. إذا كان الحد الأول a_1 من متتالية حسابية يساوي ضعف الفرق الثابت فيها d ، فإن صيغة الحد العام a_n لهذه المتتالية هي:

- (A) $a_n = 2(n - 1)d$
 (B) $a_n = (n + 2)d$
 (C) $a_n = (n + 1)d$
 (D) $a_n = 2 + (n - 1)d$

1. الحد الثالث في المتتالية $a_n = \frac{27}{3^n} + 1$ هو:

- (A) 1 (C) $\frac{4}{3}$
 (B) $\frac{28}{27}$ (D) 2

2. الصيغة الارتدادية لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, & n \geq 1 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

عدد حدود متتالية فيبوناتشي التي هي أصغر من، أو تساوي 13 هو:

- (A) 6 (C) 8
 (B) 7 (D) 13

3. الصيغة الارتدادية الممكنة للمتتالية

2, 5, 8, 11, ... هي:

- (A) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n - 3, & n \geq 1 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + 3, & n \geq 1 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 1, & n \geq 1 \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = 3a_n + 3, & n \geq 1 \end{cases}$

4. أوجد قيمة كل من a و b إذا كانت المتتالية 4, 8, 12, a , b , ... حسابية. برّر إجابتك.

8. يقف منصور على خط مستقيم مع مجموعة من المراكب الراسية على رصيف مرفأ سياحي. أراد أن يعرف المسافة التي تفصله عن آخر تلك المراكب، حيث قام بقياس المسافة التي تفصله عن أقرب مركب إليه، فوجد أنها تساوي 4 أمتار تقريباً، ثم قاس المسافة الفاصلة بين ذلك المركب والمركب الذي يليه مباشرة فوجد أنها تساوي 5 أمتار تقريباً. كما لاحظ أن تلك المسافة تبدو ثابتة بين أي مركبين متتالين. بعد ذلك قام منصور بعدّ المراكب من المركب الأقرب إليه وصولاً إلى المركب الأخير، فوجد أن عددها 15 مركباً. عرّف متتالية حسابية يمكن لمنصور استعمالها لإيجاد المسافة الفاصلة بينه وبين المركب الأخير، ثم أوجد تلك المسافة.

9. أي من المتتاليات التالية متتالية هندسية؟

- (A) $a_n = n^4$ (C) $a_n = 3^n$
(B) $a_n = 3^n + 1$ (D) $a_n = 3a_{n-1} + 3$

10. الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية

... -1, 3, -9, 27 هي:

- (A) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = -\frac{1}{3}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} a_1 = 27 \\ a_n = -\frac{1}{3}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} a_1 = 27 \\ a_n = \frac{1}{3}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = \frac{1}{3}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

11. عدد حدود المتتالية الهندسية 3 645, ..., 135, 45, 15, 5 هو:

- (A) 6 (C) 8
(B) 7 (D) 9

12. إذا كانت المتتالية التالية:

... $4a^3 - 3a^4 + 4a$, $-3a^2 + a$, حيث $a < 0$ ، متتالية هندسية، فإن قيمة a تساوي:

- (A) -4 (C) $-\frac{4}{3}$
(B) -3 (D) -1

13. فارس مصاب بفيروس الأنفلونزا ونسي ارتداء الكمامة

عندما جاء صديقان لزيارته أثناء المرض. وفي اليوم التالي أصيبا هما أيضاً بالأنفلونزا. لنفترض أن كل صديق بدوره ينشر الفيروس إلى اثنين من أصدقائه بنفس الطريقة. أي أن كل مريض جديد يصيب بالعدوى شخصين آخرين في اليوم التالي. اوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية التي تمكنا من معرفة عدد الأيام التي يصبح عندها عدد الأشخاص الجدد الذين انتقلت العدوى اليهم من فارس هو 256

18. $\{a_n\}$ متتالية هندسية مجموع أول n حدود منها يساوي 242 والنسبة الثابتة فيها $r = 3$ والحد الأول فيها $a_1 = 2$ ، إذن قيمة n هي:

19. تقوم سيارة للشرطة بمطاردة سيارة مخالفة على إحدى الطرقات السريعة، حيث كانت تبعد عنها 6 كيلومترات عند بدء المطاردة. إذا كانت سرعة سيارة الشرطة تساوي ضعف سرعة السيارة المخالفة، بعد أي مسافة من نقطة انطلاقها ستلحق سيارة الشرطة بالسيارة المخالفة؟

20. أوجد قيمة المجموع التالي:
- $$S = 9 + 99 + 999 + \dots + \overbrace{999\dots9}^{\text{عشر مرات}}$$

14. صيغة مجموع الحدود الأولى $a_1, \dots, a_n$ من متتالية حسابية بدلالة الحد الأول a_1 والفرق الثابت d هي $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$. يمكننا كتابة صيغة مجموع هذه الحدود بدلالة الحد الثاني والفرق الثابت على الشكل التالي:

- (A) $S_n = \frac{n}{2}[2a_2 + (n+1)d]$
 (B) $S_n = \frac{n}{2}[2a_2 + (n-3)d]$
 (C) $S_n = \frac{n}{2}[a_2 + (n-1)d]$
 (D) $S_n = \frac{n}{2}[2a_2 + (n-2)d]$

15. إذا علمت أن الحد الأول a_1 في متتالية حسابية يساوي ضعف قيمة الفرق الثابت d ، وأن مجموع الحدود الثمانية الأولى من هذه المتتالية يساوي 132، أوجد الحد الأول a_1 والفرق الثابت d والصيغة العامة S_n لمجموع أول n حدود وذلك بدلالة n و d .

16. إذا كان $\sum_{i=1}^n (2i+1) = 10n$ ، حيث $n > 1$ ، فإن:

- (A) $n = 8$ (C) $n = 10$
 (B) $n = 9$ (D) $n = 17$

17. لتكن $\{a_n\}$ متتالية هندسية حدها الأول a_1 والنسبة الثابتة فيها r . إذن، $S_n - rS_n$ يساوي:

- (A) $a_1(r^{n-1})$ (C) $a_1(1-r^n)$
 (B) $a_1(1+r^n)$ (D) $-a_1(1-r^n)$

1 تقويم الوحدة، النموذج C

5. إذا كان الحد الأول من متتالية حسابية هو 4، والفرق الثابت فيها يساوي 3، فإن صيغة الحد العام لهذه المتتالية هي:

- (A) $a_n = 3 + 4(n - 1)$
 (B) $a_n = 4 + 3(n - 1)$
 (C) $a_n = 4 + 3n$
 (D) $a_n = 3 + 4n$

6. أوجد الحد الأول a_1 لمتتالية حسابية، والفرق الثابت فيها وصيغة حدّها العام a_n ، إذا كان:
 $a_5 = 11$ و $a_{11} = 35$

7. إذا كان الحد الأول a_1 من متتالية حسابية يساوي نصف الفرق الثابت فيها d ، فإن صيغة الحد العام لهذه المتتالية هي:

- (A) $a_n = \left(n - \frac{1}{2}\right)d$
 (B) $a_n = d\left(n + \left(\frac{1}{2}\right)\right)$
 (C) $a_n = n\frac{d}{2}$
 (D) $a_n = (n - 1)\frac{d}{2}$

1. الحد الرابع في المتتالية $a_n = \frac{625}{5^n} + 1$ هو:

- (A) 1 (C) 2
 (B) $\frac{626}{625}$ (D) $\frac{6}{5}$

2. الصيغة الارتدادية لمتتالية فيبوناتشي هي:

$$\begin{cases} F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, & n \geq 3 \\ F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \end{cases}$$

عدد حدود متتالية فيبوناتشي التي هي أصغر من 4 هو:

- (A) 2 (C) 4
 (B) 3 (D) 5

3. الصيغة الارتدادية الممكنة للمتتالية

3, 6, 9, 12, ... هي:

- (A) $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n - 3, & n \geq 1 \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 2a_n, & n \geq 1 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = 3a_n + 3, & n \geq 1 \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_{n+1} = a_n + 3, & n \geq 1 \end{cases}$

4. أوجد قيمة كل من a و b إذا كانت المتتالية 5, 7, 9, a , b , ... متتالية حسابية. برّر إجابتك.

8. تقيم مدرسة جابر احتفالاً في ملعب المدرسة.
يجلس جابر على مقعد مقابل مقاعد بقية الحضور
الموضوعة على خط مستقيم. أراد جابر أن يعرف
المسافة التي تفصله عن المقعد الأخير من مقاعد
الحضور، فقامت المسافة التي تفصله عن أقرب
مقعد إليه ووجد أنها تساوي 3 أمتار تقريباً، ثم قام
المسافة الفاصلة بين ذلك المقعد والمقعد الذي
يليه مباشرة فوجد أنها تساوي مترين تقريباً. ولاحظ
أن تلك المسافة ثابتة بين أي مقعدين متتاليين.
بعد ذلك قام جابر بعد المقاعد ابتداءً من المقعد
الأقرب إليه وصولاً إلى المقعد الأخير، فوجد أن
عددها 18 مقعداً.
عزف متتالية حسابية يمكن لجابر استعمالها لإيجاد
المسافة الفاصلة بينه وبين المقعد الأخير، ثم أوجد
تلك المسافة .

9. أي من المتتاليات التالية متتالية هندسية؟

- (A) $a_n = n^3$ (C) $a_n = 5a_{n-1} + 1$
(B) $a_n = 5^n + 1$ (D) $a_n = 5^n$

10. الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية

...، -1، 5، -25، 125 هو:

- (A) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = -\frac{1}{5}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
(B) $\begin{cases} a_1 = 125 \\ a_n = -\frac{1}{5}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
(C) $\begin{cases} a_1 = 125 \\ a_n = \frac{1}{5}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
(D) $\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_n = \frac{1}{5}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

11. عدد حدود المتتالية الهندسية
26 244، ...، 108، 36، 12، 4 هو:

- (A) 5 (C) 8
(B) 7 (D) 9

12. إذا كانت المتتالية

...، $6a^2 - 2a$ ، $a^2 - 3a$ ، a ، حيث $a > 1$ ، متتالية
هندسية، فإن قيمة a تساوي:

- (A) 1 (C) 5
(B) 2 (D) 11

13. يتكاثر نوع من الفيروسات عن طريق الانقسام إلى
قسمين، وبعد فترة نمو معينة ينقسم كل فيروس
من الفيروسين الناتجين إلى قسمين مرة أخرى،
وهكذا. أوجد الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية
التي تمكّننا من معرفة عدد مرات انقسام فيروس
واحد إلى أن يصبح عدد الفيروسات الناتجة عن
عمليات الانقسام المتكررة 512 فيروساً، ثم أوجد
عدد مرات عمليات الانقسام هذه.

18. $\{a_n\}$ متتالية هندسية مجموع أول n حدود منها يساوي 364 والنسبة الثابتة فيها $r = 3$ والحد الأول فيها $a_1 = 1$ ، إذن قيمة n هي:

19. سقطت كرة مضرب مطاطية من ارتفاع 10 أمتار، ثم أخذت ترتد بعد كل ارتطام بالأرض إلى ارتفاع يساوي 85% من ارتفاعها السابق. أوجد الارتفاع الذي تصل إليه الكرة بعد الارتطام الخامس.

20. أوجد قيمة المجموع التالي:

$$S = 8 + 88 + 888 + \dots + \overbrace{888\dots 8}^{\text{عشر مرات}}$$

14. إذا كانت صيغة مجموع الحدود الأولى $a_1, \dots, a_n$ من متتالية حسابية بدلالة الحد الأول a_1 والفرق الثابت d هي $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$ فإن صيغة مجموع هذه الحدود بدلالة الحد الثالث a_3 والفرق الثابت d هي:

(A) $S_n = \frac{n}{2}(2a_3 + (n-5)d)$

(B) $S_n = \frac{n}{2}(2a_3 + (n-7)d)$

(C) $S_n = \frac{n}{2}[a_3 + (n-4)d]$

(D) $S_n = \frac{n}{2}[2a_3 + (n-1)d]$

15. إذا علمت أن الفرق الثابت d في متتالية حسابية يساوي نصف قيمة حدّها الأول a_1 ، وأن مجموع الحدود العشرة الأولى من هذه المتتالية يساوي 130، أوجد الحد الأول a_1 والفرق الثابت d ونم أوجد الصيغة العامة S_n لمجموع أول n حدود بدلالة n .

16. إذا كان $\sum_{i=1}^n (3i+1) = 35\frac{n}{2}$ ، حيث $n > 1$ ، فإن:

(A) $n = 7$ (C) $n = 27$

(B) $n = 10$ (D) $n = 32$

17. إذا كان S_n هو مجموع أول n حدود من متتالية هندسية $\{a_n\}$ النسبة الثابتة فيها r ، فإن ناتج $rS_n - S_n$ يساوي:

(A) $a_1(1 - r^n)$

(B) $a_1(1 + r^n)$

(C) $a_1(r^n - 1)$

(D) $a_1(r^{n+1})$

1 تقويم الأداء، النموذج A

عند إيداع مبلغ من المال في حساب مصرفي، أو أخذ قرض وتقسيمه شهرياً لعدد معين من السنوات، يختارنا المصرف عادةً بين طريقتين لحساب الفوائد المستحقة سنوياً على المبلغ المودع أو المقتترض. الطريقة الأولى هي دفع أو أخذ فائدة سنوية ثابتة، تساوي نسبة مئوية معينة من المبلغ الأصلي المقتترض أو المودع، وذلك طوال سنوات الإيداع أو سداد القرض. الطريقة الثانية هي دفع أو أخذ فائدة سنوية متغيرة، تتناقص أو تزايد كل سنة، وتساوي نسبة مئوية من القيمة المتبقية من القرض أثناء سنوات السداد، أو من الرصيد المتراكم في حال الإيداع.

1. اختار راشد أن يقتترض مبلغ QR 10 000 وفق الطريقة الأولى، شرط أن يسدده بدفعات شهرية على مدى سبعة أعوام، على أن يُعفى في السنة الأولى من مبلغ QR 150 من قيمة الفائدة المستحقة. يوضح الجدول التالي قيمة الفوائد التي دفعها راشد بعد مرور n سنة.

عدد السنوات (n)	1	2	3	4	5	6	7
قيمة الفوائد المدفوعة بعد مرور n سنة	QR 250	QR 650	QR 1 050	QR 1 450	QR 1 850	QR 2 250	QR 2 650

a. حدّد طبيعة المتتالية التي يعرفها الجدول، موصّحاً الفائدة الثابتة التي اتفق عليها المصرف مع راشد. وضح كل خطوات الحلّ التي تدعم إجابتك.

b. عند عرض الجدول أعلاه على راشد اعتقد، في البداية، أن عليه أن يدفع مجموع القيم المكتوبة في الجدول خلال سبع سنوات. بين خطأ اعتقاد راشد، من خلال مقارنة قيمة المبلغ الفعلي الذي عليه دفعه بقيمة المبلغ الذي اعتقد أن عليه دفعه، ثم وضح تأثير ذلك على قراره.

2. أودع ناصر في هذا المصرف مبلغًا من المال على أن تُحسب الفوائد عليه وفق الطريقة الثانية. عرض المصرف على ناصر الجدول التالي الذي يبين قيمة الفائدة التي ستضاف إلى رصيده في نهاية كل سنة، إذا كانت قيمة المبلغ الأصلي المودع QR 8 335.

عدد السنوات (n)	1	2	3	...
الفائدة التي تضاف إلى الرصيد في نهاية السنة n	$QR \frac{8\,335}{10}$	$QR \frac{8\,335}{10} + \frac{8\,335}{100}$	$QR \frac{8\,335}{10} + \frac{8\,335}{100} + \frac{8\,335}{1\,000}$	...

c. أوجد النسبة المئوية للفائدة الثابتة التي تعطي نفس الرصيد بعد أربع سنوات.

a. لاحظ أن الفائدة التي تُضاف إلى الرصيد كل سنة تشكّل مجموع حدود متتالية. حدّد هذه المتتالية، ونوعها، وبيّن من خلالها الطريقة التي اعتمدها المصرف في حساب هذه الفائدة.

d. هل يمكن أن تبلغ قيمة الفائدة في سنة معيّنة في السؤال السابق QR 1 000؟

b. أوجد قيمة الرصيد بعد مرور أربع سنوات.

1 تقويم الأداء، النموذج B



يريد نادٍ لكرة القدم إنشاء ملعب جديد للنادي. عند التخطيط لكيفية توزيع مقاعد المشجعين في المدرجات، تريد إدارة النادي مراعاة المعايير التالية:

- أن يتسع الملعب إلى 43 000 مقعد تقريبًا.

- أن يكون عدد المقاعد في الصف الأول، أي الصف الأقرب إلى الملعب والمحيط به، 530 مقعدًا.

1. يوضح الجدول التالي عدد المقاعد في الصفوف الستة الأولى.

رقم الصف	1	2	3	4	5	6
عدد المقاعد	530	538	546	554	562	570

a. حدّد نوع المتتالية التي يعرفه الجدول أعلاه، موضحًا كيف يتغيّر عدد المقاعد عند الانتقال من كلّ صفٍّ إلى الصفٍّ الذي يليه مباشرة، ثم اكتب صيغة الحدّ العامّ لهذه المتتالية.

b. أوجد العدد الكلّي لصفوف المقاعد في هذا الملعب. ثم أوجد العدد الإجمالي للمقاعد.

c. أوجد عدد المقاعد في الصف الأخير من صفوف المقاعد في هذا الملعب.

2. يبيع النادي تذكرة دخول، تسمّى تذكرة موسميّة، تخوّل حاملها حضور مباريات موسم كرويّ كامل في هذا الملعب وعددها 25، تتوزّع أسعار تذاكر الموسم الحاليّ التي من هذا النوع وفق الجدول التالي:

رقم الصف	1-10	11-20	21-30	31-40	أكبر من 40
ثمن التذكرة الموسميّة	2 800	2 600	2 200	2 000	1 600

مصادر التقويم

أوجد عائدات النادي من بيع التذاكر الموسمية إذا كانت 75% من تذاكر المقاعد من الصف 1 إلى الصف 10 و 50% من تذاكر المقاعد من الصف 11 إلى الصف 20 التي باعها النادي هي تذاكر موسمية.

3. ترى إدارة النادي أن عليها اعتماد نظام جديد لتسعير التذاكر بعد إنشاء الملعب الجديد، وذلك بتقسيم صفوف المقاعد إلى 11 مجموعة كما يلي:

رقم المجموعة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
أرقام الصفوف	1-5	6-10	11-15	16-20	21-25	26-30	31-35	36-40	41-45	46-50	51-57

قررت إدارة النادي أيضًا أن يكون سعر تذكرة مقعد يقع في مجموعة الصفوف الأولى لحضور مباراة واحدة QR 250، بحيث يتناقص سعر التذكرة بنسبة 10% عند الانتقال من كل مجموعة من الصفوف إلى المجموعة التي تليها مباشرة.

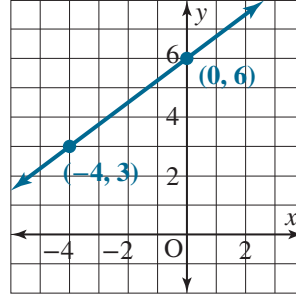
a. حدّد نوع المتتالية التي تعرّفها الطريقة الجديدة لتسعير التذاكر. اكتب صيغة الحد العام لهذه المتتالية.

b. أوجد سعر تذكرة مقعد في الصف السابع وسعر تذكرة مقعد في الصف الثامن والثلاثين (قرب إجابتك إلى أقرب وحدة)

c. فوّاز من مشجعي هذا النادي، وهو يشتري عادةً تذكرة موسمية لمقعد يقع في مجموعة الصفوف الثانية. أما حمدان، وهو أيضًا من مشجعي النادي، فيشتري عادةً تذكرة لمقعد في مجموعة الصفوف الثامنة. إذا كان النادي يقيم 15 مباراة في الموسم الكروي الواحد، ويريد فوّاز وحمدان حضور جميع المباريات، أي من نظامي التسعير هو الأوفر لكل منهما، القديم أم الجديد؟

2 اختبار بداية الوحدة

1. أي من المعادلات الخطية التالية هي معادلة المستقيم الممثل بيانياً أدناه.



- (A) $y = \frac{3}{4}x - 6$ (C) $y = \frac{4}{3}x + 6$
(B) $y = \frac{3}{4}x + 6$ (D) $y = \frac{4}{3}x - 6$

2. الصيغة المبسطة للمقدار

$$-4x + 2x^2 - x^2 + 5 - 3x$$

المتشابهة هي:

- (A) $x^2 + 7x - 5$ (C) $x^2 - 7x + 5$
(B) $x^2 - 5x + 7$ (D) $7x^2 + 5x + 1$

3. ناتج ضرب $-3x(7x + 4y - 10)$ يساوي:

- (A) $-21x^2 - 12xy + 30x$
(B) $21x^2 - 12xy + 30x$
(C) $-21x^2 + 12xy - 30x$
(D) $21x^2 + 12xy + 30x$

4. ناتج ضرب $(2x - 5)(x + 1)$ يساوي:

- (A) $x^2 - 3x - 5$ (C) $2x^2 - 3x - 5$
(B) $x^2 - 4x - 5$ (D) $2x^2 - 4x - 5$

5. الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $x^2 + 4x - 12$

هي:

- (A) $(x + 3)(x - 4)$ (C) $(x + 6)(x - 2)$
(B) $(x - 3)(x + 4)$ (D) $(x - 6)(x + 2)$

6. مستطيل مساحته $x^2 + 10x + 21$.

الأبعاد الممكنة لهذا المستطيل هي:

- (A) $(x - 3)(x - 7)$ (C) $(x - 3)(x + 7)$
(B) $(x + 3)(x + 7)$ (D) $(x + 3)(x - 7)$

7. إذا كان معامل المتغير x في ثلاثية الحدود

$$x^2 - (b - 6)x - 6b$$

يساوي 3، فإن الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود هذه هي:

- (A) $(x - 6)(x - 3)$ (C) $(x + 6)(x - 3)$
(B) $(x - 6)(x + 3)$ (D) $(x + 6)(x + 3)$

8. إذا كان b و c الحدين الثابتين لثنائي الحد $(x + b)$

و $(x + c)$ الذين يشكلان الصيغة التحليلية لثلاثية

الحدود $x^2 - 17x + a$ ، حيث $a > 0$ ، فإن:

- (A) $b < 0, c < 0$ (C) $b > 0, c < 0$
(B) $b < 0, c > 0$ (D) $b > 0, c > 0$

9. إذا كانت $(x + a)(x + b)$ الصيغة التحليلية لثلاثية

الحدود $x^2 + px + q$ ، حيث a و b عدنان موجبان،

فإن:

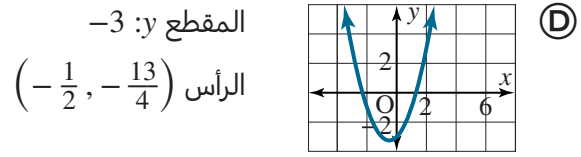
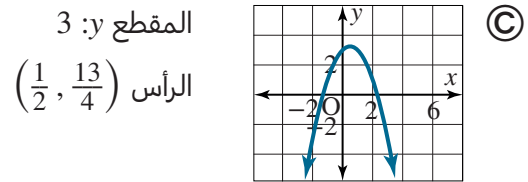
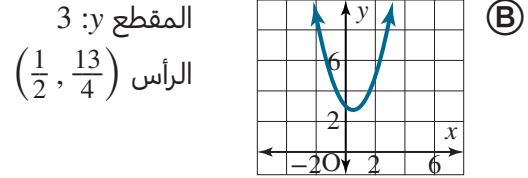
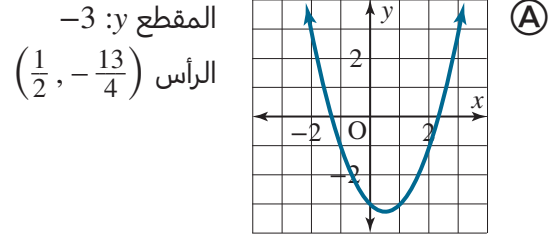
- (A) $p > 0, q < 0$ (C) $p < 0, q < 0$
(B) $p < 0, q > 0$ (D) $p > 0, q > 0$

10. حدّد درجة كثيرة الحدود التالية وعدد حدودها.

$$3x^2y^2 + 2x - 5y$$

- (A) الدرجة 4، وعدد الحدود 3
(B) الدرجة 3، وعدد الحدود 4
(C) الدرجة 2، وعدد الحدود 3
(D) الدرجة 2، وعدد الحدود 4

11. التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2 - x - 3$ هو:

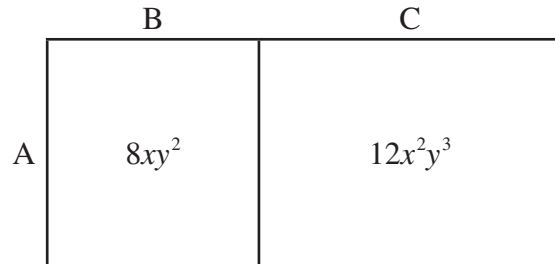


12. حلّل كثيرة الحدود أدناه بإخراج العامل المشترك الأكبر.

$$-6y^6 + 15y^4 - 3y^3$$

13. استعمل التحليل إلى العوامل لإيجاد المقادير

التي تمثل الأبعاد المجهولة A, B, C في الرسم أدناه.



14. بسّط المقدار $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ حيث $x \neq 1$:

15. الصورة المبسّطة للمقدار $\frac{xy(xy + 2) + 1}{xy + 1}$ هي:

- (A) $xy + 2$ (C) $x(y + 1)$
(B) $xy + 1$ (D) $(x + 1)y$

16. الصيغة المبسّطة للمقدار

$$\frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 + 3x - 18}$$

هي:

- (A) لكل الأعداد الحقيقية عدا 3 و -6
(B) لكل الأعداد الحقيقية عدا 3 و 6
(C) لكل الأعداد الحقيقية عدا 3 و -6
(D) لكل الأعداد الحقيقية عدا -3 و 6

17. الصيغة المبسّطة للمقدار $\frac{14zm^3 - 378z}{14zm^2 - 14zm - 84z}$ هي:

- (A) لكل الأعداد الحقيقية عدا $m = -3$ و $z = 0$
(B) لكل الأعداد الحقيقية عدا $m = -2$ و $m = 3$ و $z = 0$
(C) لكل الأعداد الحقيقية عدا $m = 3$ و $z = 0$
(D) لكل الأعداد الحقيقية عدا $m = -3$ و $z = 0$

18. أوجد ناتج القسمة أدناه، وحدّد مجاله.

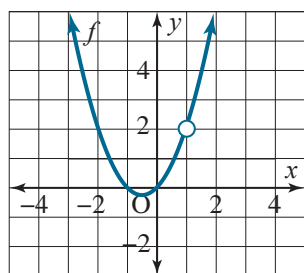
$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x - 10} \div \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 5x + 6}$$

2-1 اختبار الدرس

الدوال وخصائصها

1. ارسم التمثيل البياني لدالة لها الخصائص التالية:

- المجال: $[-3, 4]$
- المدى: $[-3, 3]$
- متناقصة في الفترة $[-1, 4]$
- متزايدة في الفترة $[-3, -1]$
- المقطعان $x: -2$ و 2
- المقطع $y: 2$
- للدالة قيمة قصوى محلية تساوي 3 عند $x = -1$



2. لتكن الدالة $f(x) = \frac{x^3 - x}{x - 1}$. حدّد من التمثيل البياني المعطى، ما إن كانت الدالة متصلة أم لا. إن لم تكن كذلك، حدّد نقطة عدم الاتصال ونوعه.

5. لتكن f دالة زوجية، و g دالة فردية. أثبت أنّ التمثيل البياني للدالة h حيث:

$$h(x) = f(x) \times g(x)$$

متناظر حول نقطة الأصل.

3. أيّ من العبارات التالية تنطبق على التمثيل البياني للدالة $f(x) = -4x^2$ ؟

- (A) مدى الدالة f هو $[-\infty, 4]$
- (B) f متناقصة في الفترة $[-\infty, \infty]$
- (C) تشكّل النقطة $(0, 0)$ قيمة عظمى للدالة.
- (D) للدالة مقطعا x .

4. لتكن الدالة $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$. أيّ من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) الدالة فردية، ولها خطّ تقارب أفقي واحد، وخطّ تقارب رأسيّان.
- (B) الدالة زوجية، ولها خطّ تقارب أفقي واحد، وليست لها خطوط تقارب رأسيّة.
- (C) الدالة زوجية، وليست لها خطوط تقارب رأسيّة أو أفقيّة.
- (D) الدالة زوجية، ولها خطّ تقارب أفقي واحد، وخطّ تقارب رأسيّان.

2-2 اختبار الدرس

العمليات على الدوال

1. لتكن $f(x) = 3x^2 - 2x + 6$ و $g(x) = 7x - 4$.أي مما يلي يمثل صيغة الدالة $f + g$ ؟

(A) $3x^2 + 7x + 10$ (C) $147x^2 - 182x + 62$

(B) $3x^2 - 9x + 10$ (D) $3x^2 + 5x + 2$

2. يمكن نمذجة الطلب المتوقع d من منتجشركة معينة، بتكلفة قيمتها x ، بالدالة

$$d(x) = 500 - 2x$$

 $p(x) = x + 5$ سعر مبيع هذا المنتج p

(بالريال القطري).

استعمل الصيغة:

الإيرادات = السعر $\times$ الطلب، لإيجاد دالة

الإيرادات للمنتج.

3. حدّد صيغة ومجال $\frac{f}{g}$ إذا كان $f(x) = -3x - 6$

$$g(x) = x^2 - x - 6$$

(A) $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{-3}{x-3}$ الصيغة هي

والمجال هو $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

(B) $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3}{x-3}$ الصيغة هي

والمجال هو $]-\infty, -2[\cup]-2, \infty[$

(C) $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3-x}{3}$ الصيغة هي والمجال

هو $]-\infty, -2[\cup]-2, 3[\cup]3, \infty[$

(D) $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{-3}{x-3}$ الصيغة هي والمجال

هو $]-\infty, -2[\cup]-2, 3[\cup]3, \infty[$ 4. إذا كانت $h(x) = \sqrt{x+3}$ و $k(x) = 2x + 7$,أوجد قيمة $h(k(3))$.

(A) $\sqrt{6}$

(C) $2\sqrt{6} + 7$

(B) 4

(D) 13

5. وضح الخطأ الذي وقع فيه هشام عند

إيجاد صيغة التركيب $f \circ g$ ، ثم صحّحه، علماً أنّ

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1 \text{ و } g(x) = 2x - 1$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= 2(2x - 1)^2 - 3x + 1$$

$$= 2(4x^2 - 4x + 1) - 3x + 1$$

$$= 8x^2 - 11x + 3$$

2-3 اختبار الدرس

الدوال العكسية

1. لتكن الدالة $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$. ارسم التمثيل البياني لكل من الدالة f ودالتها العكسية.

4. هل الدالتان $f(x) = 2x + 4$ و $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$ متعاكستان؟

5. يحسب حجم الأسطوانة بدلالة طول نصف قطرها r

وارتفاعها h بالصيغة $V(r) = \pi r^2 h$.

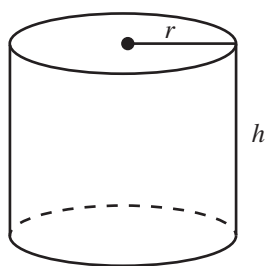
ليكن ارتفاع الأسطوانة ثابتاً، ويساوي 25 cm

أوجد الدالة العكسية لصيغة حجم الأسطوانة،

بحيث تصبح r بدلالة V . ثم أوجد القيمة التقريبية

لطول نصف القطر r إذا كان حجم هذه الأسطوانة

يساوي 7800 cm^3



2. لتكن الدالة $f(x) = x^2 - 2x + 1$. أوجد الدالة

العكسية للدالة f من خلال تحديد قيود مناسبة

على مجال f .

(A) الدالة العكسية هي $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$

إذا كان مجال الدالة f هو $x \geq -1$.

(B) الدالة العكسية هي $f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 1$

إذا كان مجال الدالة f هو $x \geq 1$.

(C) الدالة العكسية هي $f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 1$

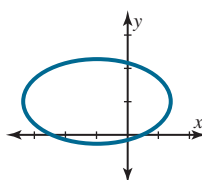
إذا كان مجال الدالة f هو $x \geq 0$.

(D) ليس للدالة f دالة عكسية.

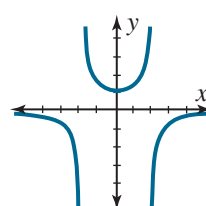
3. أي من التمثيلات البيانية أدناه، هو تمثيل بياني

لعلاقة لها معكوس عبارة عن دالة؟

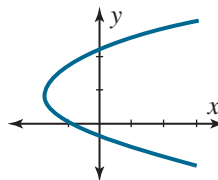
(A)



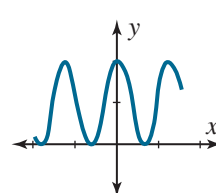
(C)



(B)



(D)



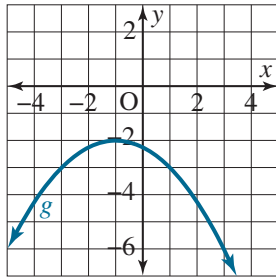
2-4 اختبار الدرس

تحويلات التمثيلات البيانية للدوال

1. وضح لماذا يمكن أن يكون التمثيل البياني للدالة $g(x) = 4x^2$ تمددًا رأسيًا، أو تضيقًا أفقيًا للتمثيل البياني للدالة الرئيسة $f(x) = x^2$.

2. لتكن الدالة $f(x) = x - 2$. قم بإجراء التحويلات التالية بالترتيب انطلاقًا من صيغة الدالة f . اكتب الدوال الناتجة عن كل تحويل.

- انعكاس حول المحور x .
- انعكاس حول المحور y .
- تضيق رأسي بمعامل قيمته $\frac{1}{3}$.
- إزاحة بمقدار 4 وحدات إلى الأسفل.
- تضيق أفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{5}$.
- تمدّد رأسي بمعامل مقداره 7.



5. أي من الخيارات التالية يتضمن التحويلات الهندسية التي إذا أجريتها على التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ تحصل على التمثيل البياني للدالة g الموضح في الرسم المجاور؟

- إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، وإزاحة بمقدار وحدتين إلى الأسفل، وتمدد أفقي بمعامل قيمته 2، وانعكاس حول المحور y .
- إزاحة بمقدار وحدتين إلى اليسار، وإزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، وتمدد رأسي بمعامل قيمته 2، وانعكاس حول المحور x .
- إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، وإزاحة بمقدار وحدتين إلى الأسفل، وتمدد أفقي بمعامل قيمته 2، وانعكاس حول المحور x .
- إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، وإزاحة بمقدار وحدتين إلى الأسفل، وتضيق أفقي بمعامل قيمته $\frac{1}{2}$ ، وانعكاس حول المحور y .

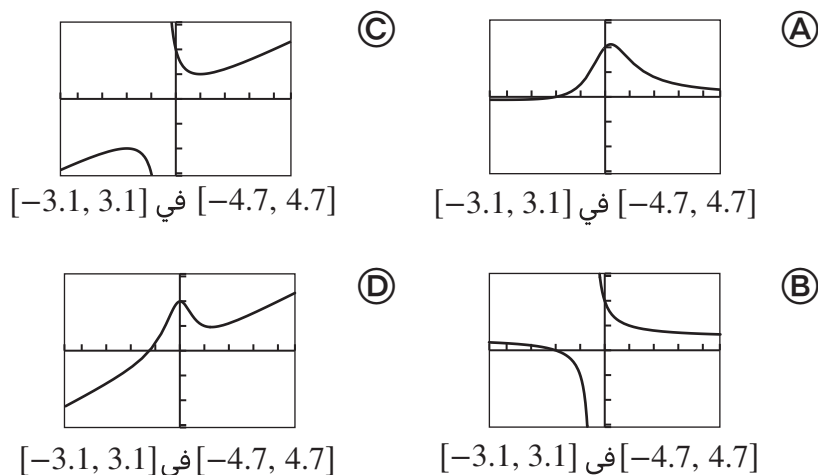
3. أي من الخيارات التالية يمثل صيغة الدالة g التي هي انعكاس حول المحور y للدالة $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$ ؟

- $g(x) = 2x^2 + 3x - 1$
- $g(x) = -2x^2 - 3x + 1$
- $g(x) = 2x^2 - 3x - 1$
- $g(x) = -2x^2 - 3x - 1$

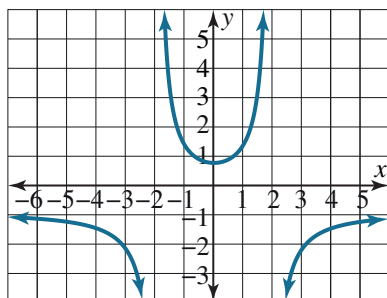
4. أوجد التحويلات التي إذا أجريت على الدالة الرئيسة $f(x) = \sqrt{x}$ تعطي الدالة $k(x) = \sqrt{4x + 12} - 1$.

2 تقويم الوحدة، النموذج A

1. حدّد التمثيل البياني للدالة $h(x) = \frac{x^2 + 2}{2x + 1}$ ، من خلال تحليل سلوك الدالة بالقرب من القيم التي لا تنتمي إلى مجال الدالة.



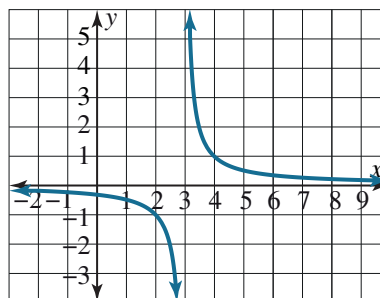
3. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة g .



مدى الدالة g هو:

- (A) $]-\infty, -1[\cup]-1, \frac{3}{4}[\cup]\frac{3}{4}, \infty[$
- (B) $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$
- (C) $]-\infty, -1[\cup]1, \infty[$
- (D) $]-\infty, -1[\cup]\frac{3}{4}, \infty[$

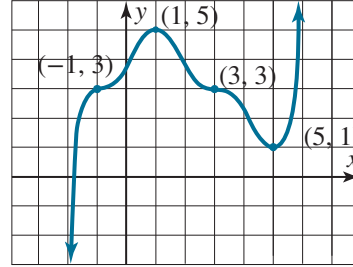
2. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة f .



مجال الدالة f هو:

- (A) $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
- (B) $]-\infty, -3[\cup]0, \infty[$
- (C) $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$
- (D) $]-\infty, -3[\cup]-3, \infty[$

4. حدّد من التمثيل البياني المعطى، ما إذا كانت كل نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محليّة أم لا. ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالّة متزايدة أو متناقصة. حدّد ما إذا كان للدالّة خطوط تقارب.



6. الدالّة $f(x) = \frac{2}{1-x^2}$ هي جمع دالتين g و h . قد يكون:

- (A) $g(x) = \frac{1}{1+x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$
 (B) $g(x) = \frac{1}{x+1}$, $h(x) = \frac{1}{x-1}$
 (C) $g(x) = \frac{5}{1-x^2}$, $h(x) = \frac{3}{1-x^2}$
 (D) $g(x) = \frac{1}{1-x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$

7. أوجد قيمة a إذا كانت $f(g(a)) = a$ حيث $g(x) = x + 1$ و $f(x) = 2x - 3$

8. إذا كانت $f(x) = x^2 - 2$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ ، فإن قيمة $f(g(x))$ تساوي:

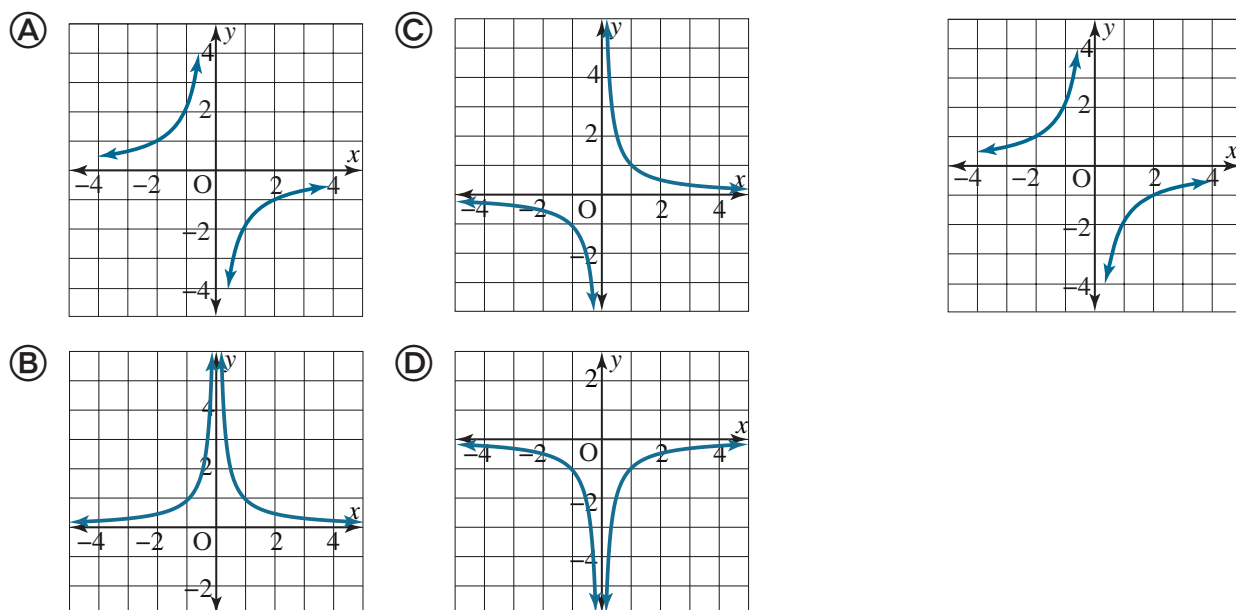
- (A) $\sqrt{x^2 - 1}$
 (B) $x - 1$
 (C) $x + 1$
 (D) $\sqrt{x^2 - 2}$

9. إذا كانت قيمة اليورو بالنسبة للدولار معطاة بالدالّة $f(x) = 1.15x$ ، حيث x يمثّل اليورو، و $f(x)$ يمثّل الدولار، وإنّ قيمة الدولار بالنسبة للريال القطريّ معطاة بالدالّة $g(x) = 3.64x$ ، حيث x يمثّل الدولار، و $g(x)$ يمثّل الريال القطريّ. أوجد الدالّة التي تعطي قيمة اليورو بالنسبة للريال القطريّ.

5. مجال الدالّة $(f \circ g)$ ، حيث $f(x) = \frac{1}{x+2}$ و $g(x) = \frac{1}{x-2}$ هو:

- (A) $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$
 (B) $]-\infty, \frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2}, \infty[$
 (C) $]-\infty, \frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2}, 2[\cup]2, \infty[$
 (D) $]-\infty, -2[\cup]-2, \frac{3}{2}[\cup]\frac{3}{2}, 2[\cup]2, \infty[$

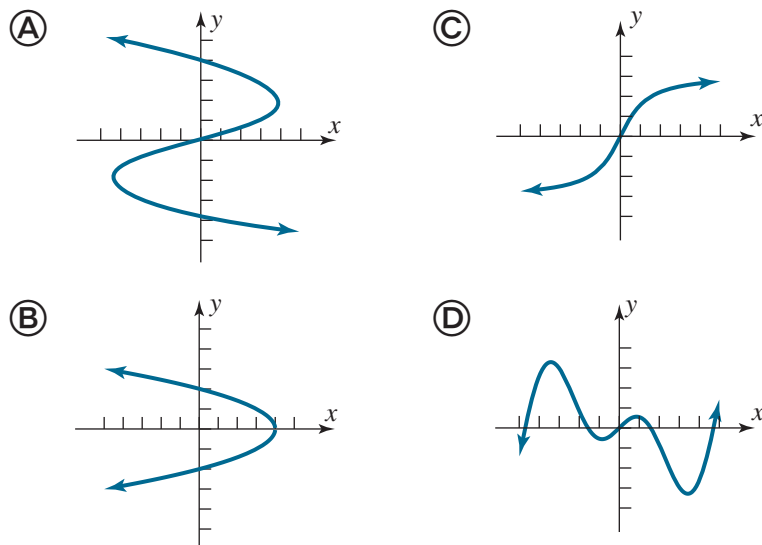
10. التمثيل البياني لمعكوس الدالة الممثلة بيانيًا أدناه هو:



12. إذا كان معكوس الدالة f معرفًا في فترة معينة، فمن المعلوم أنه إذا كانت النقطة $A(a, b)$ تقع على منحنى الدالة f ، فإن النقطة $B(b, a)$ تقع على منحنى معكوسها. أثبت أن النقطتين A و B متناظرتان بالنسبة للمحور $y = x$.

11. اكتب معادلة معكوس الدالة $f(x) = \sqrt{x+5}$. ثم مثل بيانيًا الدالة f ، والمستقيم $y = x$ ، ومعكوس الدالة f في نفس المستوى الإحداثي، مع توضيح العلاقة بين منحنى الدالة f ومنحنى معكوسها.

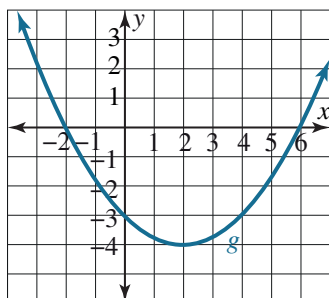
13. أي دالة مما يلي معكوسها أيضًا دالة؟



16. إذا كان منحنى الدالة g انعكاسًا لمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$ حول المحور x ، فإن:

- (A) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$
- (B) $g(x) = -\sqrt{x^2 - 2x + 5}$
- (C) $g(x) = -\sqrt{x^2 + 2x + 5}$
- (D) $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

17. إذا كان منحنى الدالة g تمديدًا أفقيًا لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ، أوجد معادلة الدالة g مستعينًا بتمثيلها البياني المعطى.



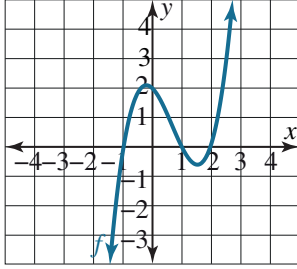
14. للدالة $f(x) = x^2$ معكوس هو أيضًا دالة في الفترة:

- (A) $[-1, \infty[$
- (B) $[-2, \infty[$
- (C) $]-\infty, 1]$
- (D) $[0, \infty[$

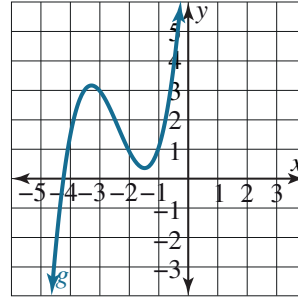
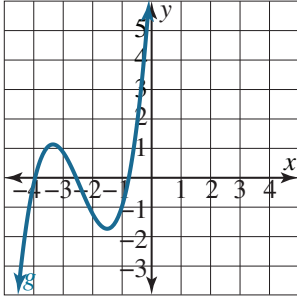
15. إذا كانت $f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$ ، وكان التمثيل البياني للدالة g ، إزاحة أفقية للتمثيل البياني للدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، و k وحدة إلى الأعلى، وكان منحنى الدالة f يتقاطع مع منحنى الدالة g عند النقطة $(1, 2)$ ، فإن قيمة k تساوي:

- (A) -3
- (B) -1
- (C) 1
- (D) 3

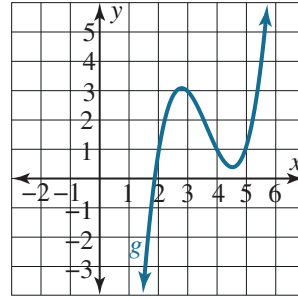
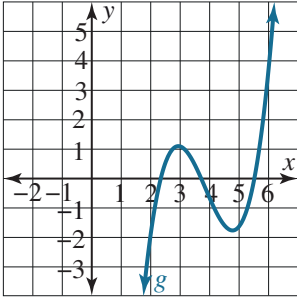
18. إذا كان التمثيل البياني للدالة f هو المعطى، فإن التمثيل البياني للدالة $g(x) = f(x - 3) + 1$ هو:



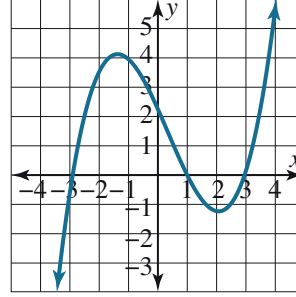
- (A) إزاحة رأسية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، ثم إزاحة أفقية بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار.
- (C) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



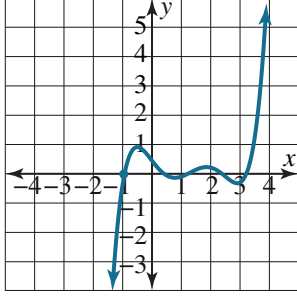
- (B) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.
- (D) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



19. عدد التحويلات التي يجب تنفيذها بالترتيب على منحنى الدالة f للحصول على منحنى الدالة $g(x) = 2f[3(x + 1)] + 4$.



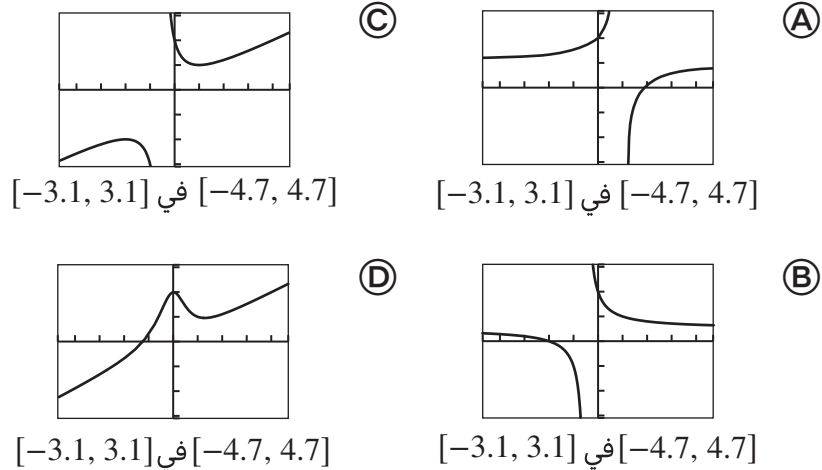
20. الدالة f هي دالة كثيرة الحدود، تمثيلها البياني موضح أدناه.



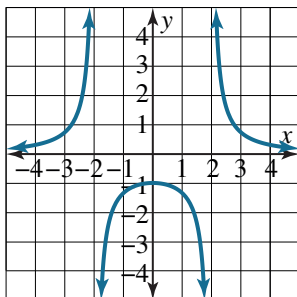
إذا كان التمثيل البياني للدالة g تضيقًا أو تمددًا أفقيًا للتمثيل البياني للدالة f ، وكان أحد أصفار الدالة g هو -3 ، حدّد بدقّة نوع التحويل الذي يجب تنفيذه على التمثيل البياني للدالة f للحصول على التمثيل البياني للدالة g .

2 تقويم الوحدة، النموذج B

1. حدّد التمثيل البياني للدالة $h(x) = \frac{x-2}{x-1}$ ، من خلال تحليل سلوك الدالة بالقرب من القيم التي لا تنتمي إلى مجال الدالة.



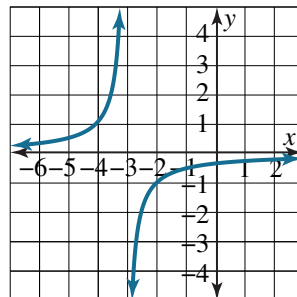
3. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة g .



مدى الدالة g هو:

- (A) $]-\infty, -1[\cup]-1, 0[\cup]0, \infty[$
 (B) $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$
 (C) $]-\infty, -1[\cup]1, \infty[$
 (D) $]-\infty, -1[\cup]0, \infty[$

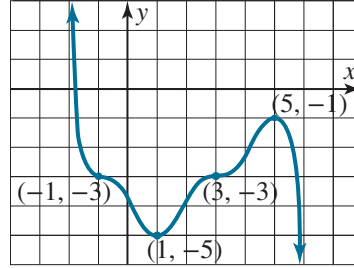
2. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة f .



مجال الدالة f هو:

- (A) $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
 (B) $]-\infty, -3[\cup]0, \infty[$
 (C) $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$
 (D) $]-\infty, -3[\cup]-3, \infty[$

4. حدّد من التمثيل البياني المعطى ما إذا كانت كل نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محليّة أم لا. ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالّة متزايدة أو متناقصة. حدّد ما إذا كانت للدالّة خطوط تقارب.



6. الدالّة $f(x) = \frac{4}{4-x^2}$ هي جمع دالتين g و h . قد تكون هاتان الدالتان:

- (A) $g(x) = \frac{1}{1+x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$
 (B) $g(x) = \frac{1}{2-x}$, $h(x) = \frac{1}{2+x}$
 (C) $g(x) = \frac{5}{1-x^2}$, $h(x) = \frac{3}{1-x^2}$
 (D) $g(x) = \frac{1}{1-x}$, $h(x) = \frac{1}{1-x}$

7. أوجد قيمة a إذا كانت $f(g(a)) = a$ حيث $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = x + 2$.

8. إذا كانت $f(x) = 2x^2 + 1$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ ، فإنّ قيمة $f(g(x))$ تساوي:

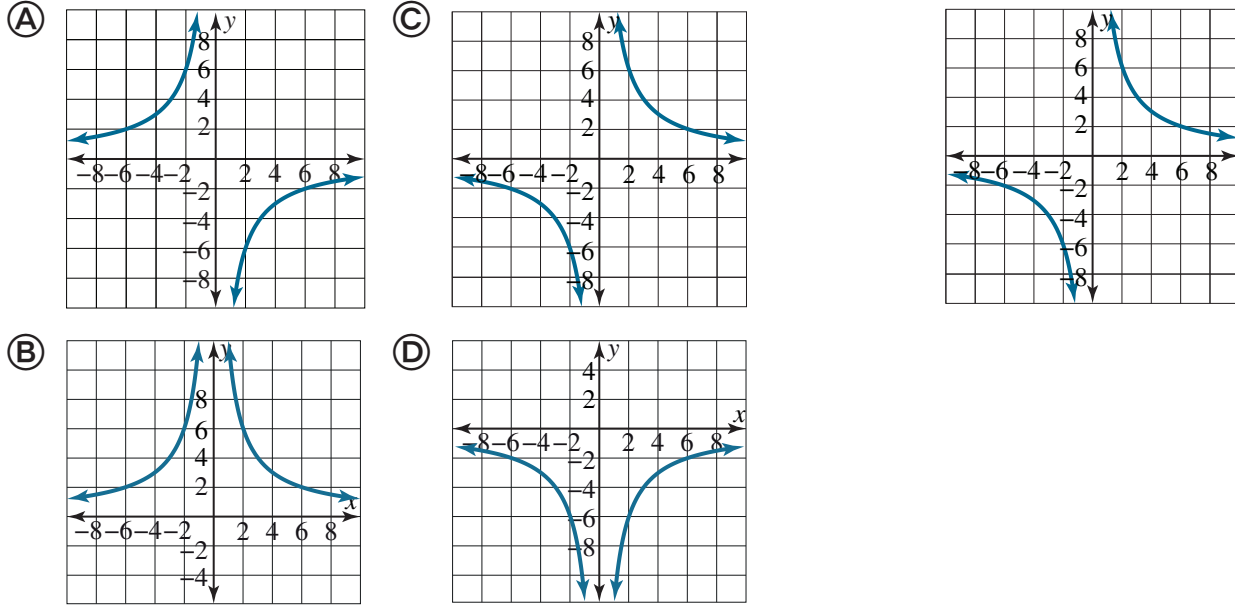
- (A) $\sqrt{x^2 - 1}$
 (B) $x - 1$
 (C) $2x - 1$
 (D) $\sqrt{2x^2 + 1}$

9. عند ملء خزّان بالماء، يمكن إيجاد كمّيّة المياه الموجودة في الخزّان باستعمال الدالّة $f(x) = 300 + 50x$ ، حيث $f(x)$ هي كمّيّة المياه باللترات و x الزمن بالثواني من لحظة بدء ملء هذا الخزّان. أما ارتفاع الماء داخل الخزّان فهو معرّف بالدالّة $g(x) = \frac{x}{9\pi}$ ، حيث $g(x)$ ارتفاع مستوى الماء داخل الخزّان بالأمتار و x كمّيّة المياه داخل الخزّان. أوجد دالّة تعطي ارتفاع مستوى الماء داخل الخزّان بدلالة الزمن.

5. مجال الدالّة $(f \circ g)$ ، حيث $f(x) = \frac{2}{x+1}$ و $g(x) = \frac{1}{x-3}$ هو:

- (A) $]-\infty, 2[\cup]2, 3[\cup]3, \infty[$
 (B) $]-\infty, -1[\cup]-1, 3[\cup]3, \infty[$
 (C) $]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$
 (D) $]-\infty, 1[\cup]-1, \infty[$

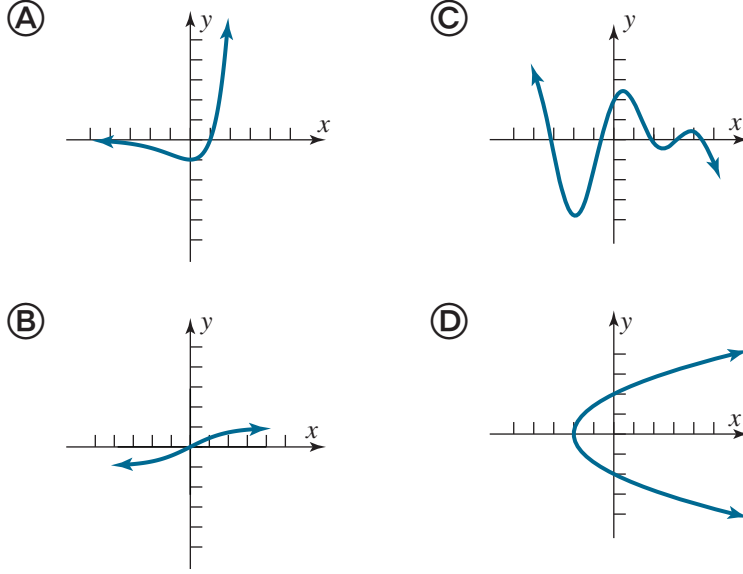
10. التمثيل البياني لمعكوس الدالة الممثلة بيانيًا أدناه هو:



12. برهن أنه إذا كانت الدالة g هي معكوس الدالة f فإن $g(f(x)) = x$ لجميع قيم x في مجال الدالة f .

11. اكتب معادلة معكوس الدالة $f(x) = \sqrt{2+x}$.
ثم مثل الدالة f ، والمستقيم $y = x$ ، ومعكوس الدالة f بيانيًا في نفس المستوى الإحداثي، مع توضيح العلاقة بين منحنى الدالة f ومنحنى معكوسها.

13. أي دالة مما يلي معكوسها أيضًا دالة؟



16. إذا كان منحنى الدالة g انعكاسًا لمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$ حول المحور y ، فإن:

- (A) $g(x) = \sqrt{x^2 - x + 3}$
- (B) $g(x) = -\sqrt{x^2 - x + 3}$
- (C) $g(x) = -\sqrt{x^2 + x + 3}$
- (D) $g(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$

14. للدالة $f(x) = -x^2 + 1$ معكوس هو أيضًا دالة في الفترة:

- (A) $[-1, \infty[$
- (B) $[-1, 1]$
- (C) $] -\infty, 0]$
- (D) $] -\infty, 1]$

15. إذا كانت $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ ، وكان التمثيل البياني

للدالة g إزاحة أفقية للتمثيل البياني للدالة f

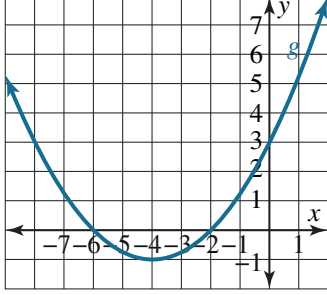
بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار و k وحدة إلى

الأسفل، وكان منحنى الدالة f يتقاطع مع منحنى

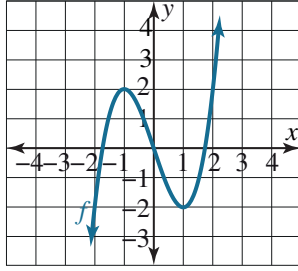
الدالة g عند النقطة $(-3, 2)$ ، فإن قيمة k تساوي:

- (A) -1
- (B) $-\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{1}{3}$
- (D) 1

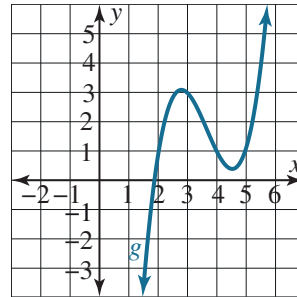
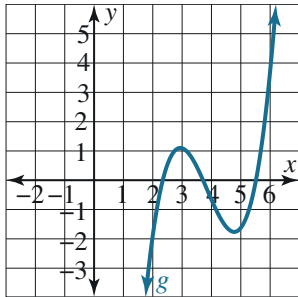
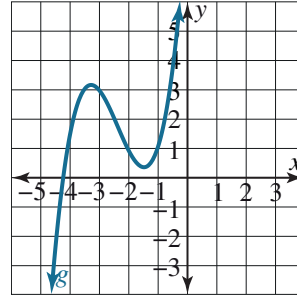
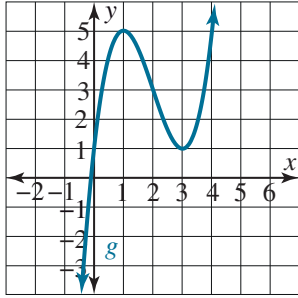
17. إذا كان منحنى الدالة g تمّددًا أفقيًا لمنحنى الدالة $f(x) = x^2 + 4x + 3$ ، أوجد معادلة الدالة g باستعمال تمثيلها البياني المعطى.



18. إذا كان التمثيل البياني للدالة f هو المعطى، فإن التمثيل البياني للدالة $g(x) = f(x - 2) + 3$ هو:



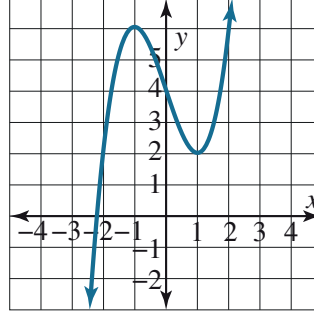
- (A) إزاحة رأسية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، ثم إزاحة أفقية بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار.
- (B) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.
- (C) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدتين إلى اليمين ثم إزاحة رأسية بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى.
- (D) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



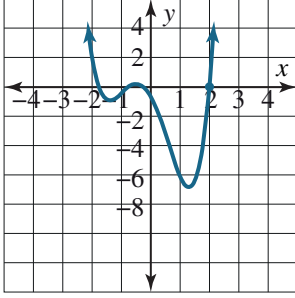
19. عدد التحويلات التي يجب تنفيذها بالترتيب على

منحنى الدالة f للحصول على منحنى الدالة

$$g(x) = 3f\left[\frac{1}{2}(x+1)\right] - 1$$



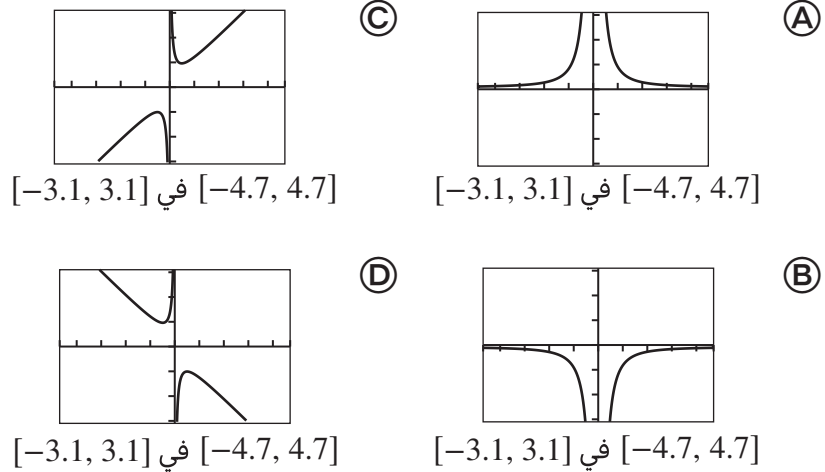
20. الدالة f هي دالة كثيرة الحدود، تمثيلها البياني موضح أدناه.



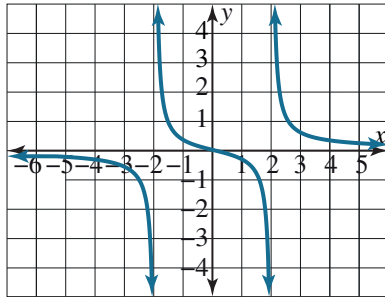
إذا كان التمثيل البياني للدالة g تضيقًا أو تمددًا أفقيًا للتمثيل البياني للدالة f ، وكان أحد أصفار الدالة g هو 4، حدد بدقة نوع التحويل الذي يجب تنفيذه على التمثيل البياني للدالة f للحصول على التمثيل البياني للدالة g .

2 تقويم الوحدة، النموذج C

1. حدّد التمثيل البياني للدالة $h(x) = -\frac{1}{x^2}$ من خلال تحليل سلوك الدالة بالقرب من القيم التي لا تنتمي إلى مجالها.



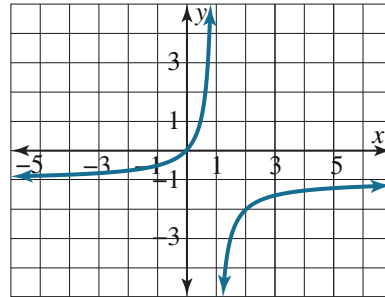
3. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة g .



مدى الدالة g هو:

- (A) $]-\infty, \infty[$
 (B) $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, \infty[$
 (C) $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$
 (D) $]-\infty, -2[\cup]0, 2[$

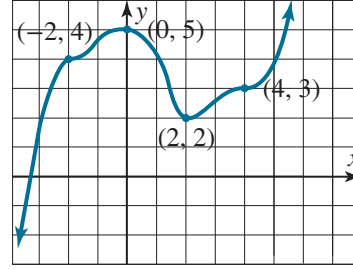
2. يوضّح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة f .



مجال الدالة f هو:

- (A) $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$
 (B) $]-\infty, 0[\cup]1, \infty[$
 (C) $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
 (D) $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$

4. حدّد من التمثيل البياني المعطى ما إذا كانت كلّ نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محلّية أم لا. ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالّة متزايدة أو متناقصة. حدّد ما إذا كان للدالّة خطوط تقارب.



6. الدالّة $f(x) = \frac{6}{9-x^2}$ هي جمع دالتين g و h . قد تكون هاتان الدالتان:

- (A) $g(x) = \frac{1}{3-x^2}$, $h(x) = \frac{1}{3+x^2}$
 (B) $g(x) = \frac{5}{x+3}$, $h(x) = \frac{1}{x-3}$
 (C) $g(x) = \frac{5}{3-x^2}$, $h(x) = \frac{3}{3-x^2}$
 (D) $g(x) = \frac{1}{3-x}$, $h(x) = \frac{1}{3+x}$

7. أوجد قيمة a إذا كانت $f(g(a)) = a$ حيث $f(x) = -x + 2$ و $g(x) = x + 6$.

8. إذا كانت $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ ، فإنّ قيمة $f(g(x))$ تساوي:

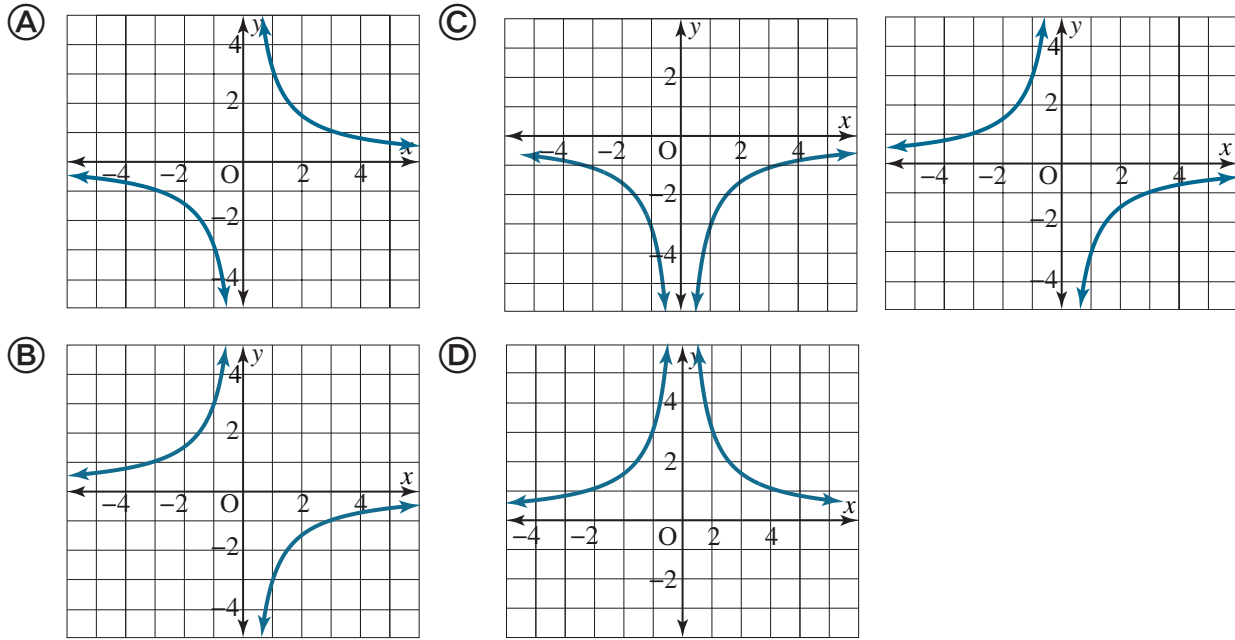
- (A) $x + 2$
 (B) $x - 2$
 (C) $\sqrt{x^2 - 2}$
 (D) $-x + 2$

9. يتمّ تسخين جسم معدنيّ في فرن خاصّ تتغيّر فيه درجة الحرارة بمرور الزمن وفق المعادلة: $f(x) = 0.3x + 200$ ، حيث f درجة الحرارة بالمقياس المئويّ و x الزمن بالثواني. أمّا طول هذا الجسم فيتغيّر بمرور الزمن وفق الدالّة $g(x) = 50 + 10^{-4}x$ ، حيث $g(x)$ طول الجسم بالسنتيمتر و x الزمن بالثواني. أوجد دالّة تعطي طول هذا الجسم المعدنيّ بدلالة الحرارة.

5. مجال الدالّة $(f \circ g)$ ، حيث $f(x) = \frac{x}{x-1}$ و $g(x) = \frac{1}{x+2}$ هو:

- (A) $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
 (B) $]-\infty, -2[\cup]-2, 1[\cup]1, \infty[$
 (C) $]-\infty, -2[\cup]-2, -1[\cup]-1, \infty[$
 (D) $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$

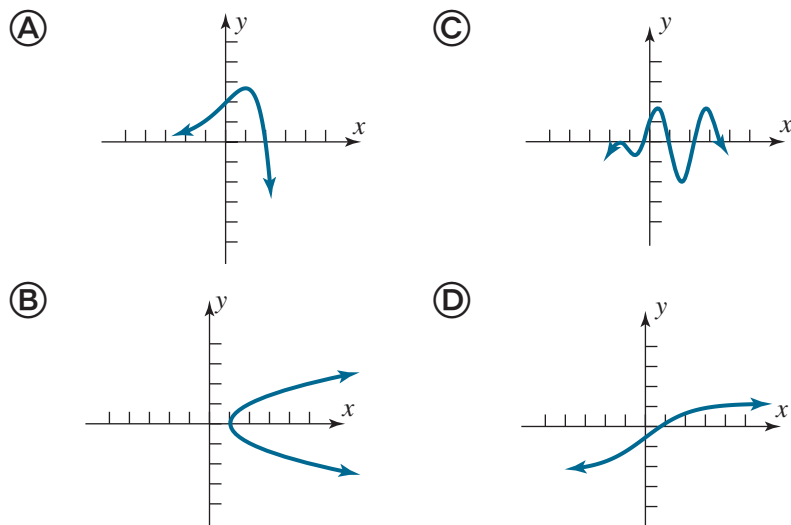
10. التمثيل البياني لمعكوس الدالة الممثلة بيانيًا أدناه هو:



12. برهن أنه إذا كان $g(f(x)) = x$ لجميع قيم x في مجال الدالة f فإن الدالة g هي معكوس الدالة f .

11. اكتب معادلة معكوس الدالة $f(x) = \sqrt{x+4}$.
ثم مثل الدالة f ، والمستقيم $y = x$ ، ومعكوس الدالة f بيانيًا في نفس المستوى الإحداثي، مع توضيح العلاقة بين منحنى الدالة f ومنحنى معكوسها.

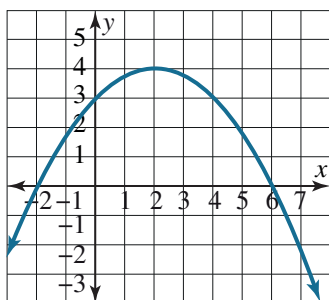
13. أي دالة مما يلي معكوسها أيضًا دالة؟



16. إذا كان منحنى الدالة g انعكاسًا لمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 1}$ حول المحور x ، فإن:

- (A) $g(x) = \sqrt{-x^2 + x + 1}$
- (B) $g(x) = -\sqrt{-x^2 - x + 1}$
- (C) $g(x) = \sqrt{-x^2 - x + 1}$
- (D) $g(x) = -\sqrt{-x^2 + x + 1}$

17. إذا كان منحنى الدالة g تمديدًا أفقيًا لمنحنى الدالة $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ، أوجد معادلة الدالة g باستعمال تمثيلها البياني المعطى.



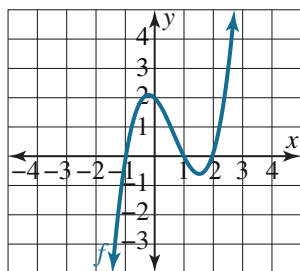
14. للدالة $f(x) = (x - 1)^2$ معكوس هو أيضًا دالة في الفترة:

- (A) $[1, \infty[$
- (B) $[0, \infty[$
- (C) $] -\infty, 2]$
- (D) $] -\infty, \infty[$

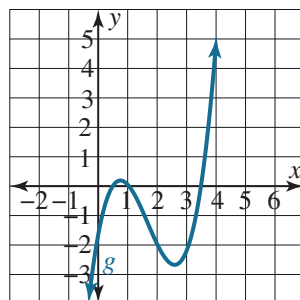
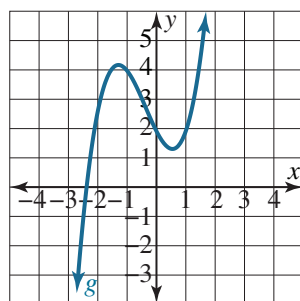
15. إذا كانت $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ ، وكان التمثيل البياني للدالة g إزاحة أفقية للتمثيل البياني للدالة f بمقدار وحدتين إلى اليمين و k وحدة إلى الأسفل، وكان منحنى الدالة f يتقاطع مع منحنى الدالة g عند النقطة $(1, -2)$ ، فإن قيمة k تساوي:

- (A) -6
- (B) -2
- (C) 2
- (D) 6

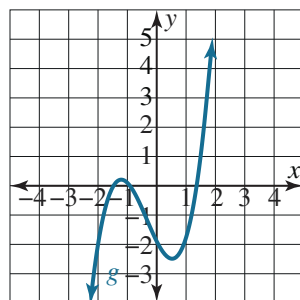
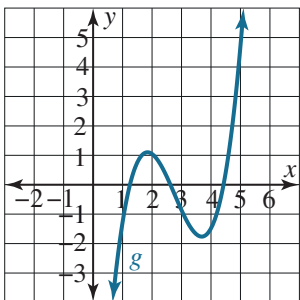
18. إذا كان التمثيل البياني للدالة f هو المعطى، فإن التمثيل البياني للدالة $g(x) = f(x - 1) - 2$ هو:



- (A) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدتين إلى الأسفل.
- (C) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدتين إلى الأعلى.



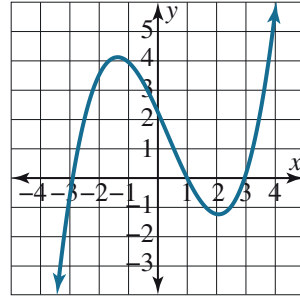
- (B) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدتين إلى الأسفل.
- (D) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدتين إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



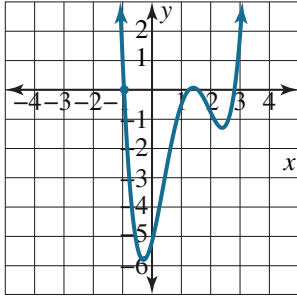
19. عدد التحويلات التي يجب تنفيذها بالترتيب على

منحنى الدالة f للحصول على منحنى الدالة

$$g(x) = \frac{1}{2}f[4(x - 1)] + 3$$

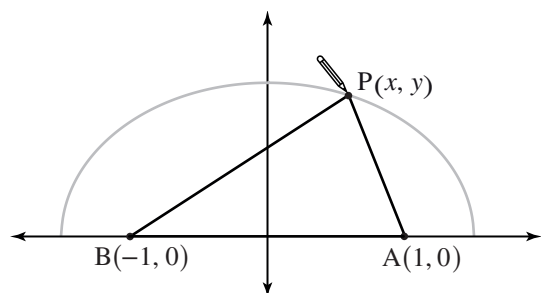


20. الدالة f هي دالة كثيرة الحدود، تمثيلها البياني موضح أدناه.



إذا كان التمثيل البياني للدالة g تضيقًا أو تمددًا أفقيًا للتمثيل البياني للدالة f ، وكان أحد أصفار الدالة g هو -2 ، حدّد بدقّة نوع التحويل الذي يجب تنفيذه على التمثيل البياني للدالة f للحصول على التمثيل البياني للدالة g .

2 تقويم الأداء، النموذج A



لدينا خيط طوله 5 cm يلتف حول مسمارين مثبتين على قطعة من الورق المقوى. نشد الخيط بقلم فوق المحور x . ونحركه إلى اليمين وإلى اليسار لنرسم المنحنى المبين في الشكل المجاور.

1. تحقق من أن: $(PA)^2 = (3 - PB)^2$

2. برهن أن معادلة الدالة التي يمثلها المنحنى أعلاه هي: $y = \frac{\sqrt{45 - 20x^2}}{6}$

3. أوجد مجال ومدى هذه الدالة وفترات تزايدها وتناقصها.

4. أجب عن الأسئلة التالية.

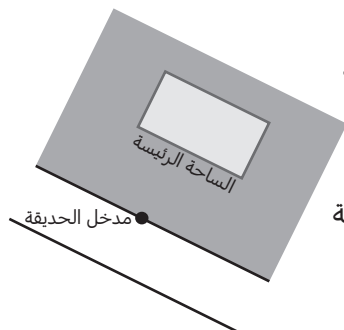
a. ما القيمة العظمى للدالة في السؤال 1؟

b. هل يمكن معرفة القيمة العظمى للدالة من دون النظر إلى تمثيلها البياني؟

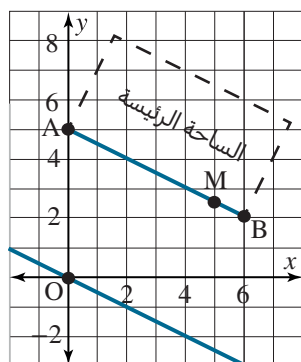
5. أوجد معكوس الدالة في الفترة $\left[0, \frac{3}{2}\right]$

6. كيف يمكنك تمثيل إزاحة الدالة بمقدار وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى الأعلى، بشكل دقيق من دون استعمال الحاسبة البيانية؟

2 تقويم الأداء، النموذج B



يعمل وليد مهندساً في شركة مقاولات تقوم بإنشاء حديقة عامة. طلبت إدارة الشركة من وليد تصميم طريق مستقيم مرصوف بالحجارة، يصل بين مدخل الحديقة والساحة الرئيسية فيها، بحيث يشكّل هذا الطريق أقصر مسافة ممكنة بينهما، وذلك للحفاظ على أكبر مساحة من العشب. رسم وليد نموذجاً للمشروع في المستوى الإحداثي، حيث وضع مدخل الحديقة عند نقطة الأصل، والجانب المقابل للمدخل من الساحة الرئيسية هو القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ، كما هو مبين في الرسم المجاور، حيث $A(0, 5)$ و $B(6, 2)$.



1. لتكن $M(x, y)$ نقطة على القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

a. لتكن f الدالة التي تعطي المسافة بعشرات الأمتار، من نقطة الأصل إلى النقطة M

$$f(x) = \sqrt{\frac{5}{4}x^2 - 5x + 25} \text{ بدلالة } x \text{ فقط. برهن أن}$$

b. أوجد مجال هذه الدالة.

c. أوجد القيمة الصغرى للدالة، وحدد فترات تزايدها وتناقصها.

d. أوجد إحداثيَي النقطة M عند القيمة الصغرى للدالة.

2. قال وليد إنّ النقطة M تساعده في تحديد نقطة نهاية الطريق الذي صمّمه.

a. وضح ما يقصده وليد بقوله هذا ؟

b. ما هو طول الطريق المستقيم الذي صمّمه وليد؟

c. هل يمكن إيجاد إحداثيي النقطة M بطريقة مختلفة؟ وضح إجابتك.

3. أوجد معكوس الدالة f في الفترة $[2, 6]$.

4. اقترحت البلدية إزاحة الجانب المقابل للمدخل من الساحة الرئيسة (القطعة المستقيمة $\overline{AB}$) بمقدار وحدتين إلى الأعلى. أوجد صيغة الدالة التي تعطي المسافة الفاصلة بين نقطة الأصل والقطعة المستقيمة بعد تنفيذ هذه الإزاحة. ثم حدّد كيف يتغيّر طول المسافة الصغرى الفاصلة بين المدخل والساحة الرئيسة.

الاختبار التراكمي للوحدتين 1 و 2

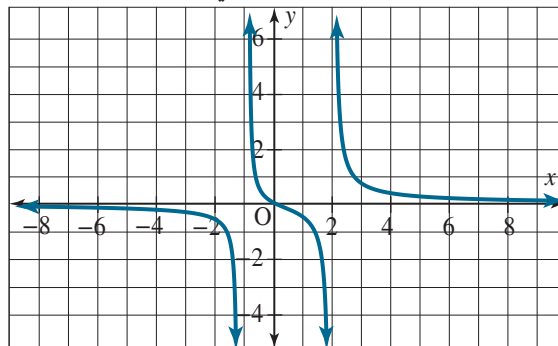
1. أكمل الجدول التالي:

الصيغة الصريحة	الصيغة الارتدادية
	$\begin{cases} a_1 = 19 \\ a_n = a_{n-1} + 4, n \geq 2 \end{cases}$
	$\begin{cases} a_1 = -8 \\ a_n = a_{n-1} - 3, n \geq 2 \end{cases}$

2. أي من المتتاليات التالية متتالية هندسية؟

- (A) 2, 8, 32, 124, ...
 (B) 3, 2, $\frac{4}{3}$, $\frac{9}{8}$, ...
 (C) 4, -12, 36, 108, ...
 (D) 4, 12, 36, 108, ...

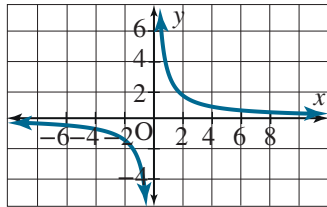
3. يوضح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة f .



مجال الدالة f هو:

- (A) $]-\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup]2, \infty[$
 (B) $]-\infty, -1[\cup]2, \infty[$
 (C) $]-\infty, -2[\cup]1, \infty[$
 (D) $]-\infty, +\infty[$

4. يوضح الرسم أدناه التمثيل البياني للدالة g .



مدى الدالة g هو:

- (A) $]-\infty, +\infty[$
 (B) $]-\infty, -1] \cup [1, \infty[$
 (C) $]-\infty, 0] \cup [0, \infty[$
 (D) $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

5. مجال الدالة $(f \circ g)$ ، حيث $f(x) = \frac{1}{x-2}$ و $g(x) = \frac{1}{x+1}$ هو:

- (A) $]-\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup]2, \infty[$
 (B) $]-\infty, -1[\cup]-1, \frac{-1}{2}[\cup]\frac{-1}{2}, \infty[$
 (C) $]-\infty, \frac{-1}{2}[\cup]\frac{-1}{2}, \infty[$
 (D) $]-\infty, -1[\cup]-1, \frac{-1}{2}[\cup]\frac{-1}{2}, 2[\cup]2, \infty[$

6. فتح ناصر حساب توفير في المصرف بقيمة

QR 400، ثم أخذ يودع في حسابه كل شهر مبلغ QR 25 دون أن ينال فوائد مقابل هذا الإيداع. اكتب الصيغة الصريحة التي تمثل المبلغ الإجمالي في حسابه المصرفي بعد مرور n شهر، ثم أوجد قيمة المبلغ في حسابه المصرفي بعد مرور 12 شهرًا.

7. أكمل الجدول التالي:

المتتالية	الصيغة الارتدادية
8, 24, 72, 216, ...	
100, 50, 25, 12.5, ...	

11. الصيغة الارتدادية للمتتالية الهندسية

$$a_n = -4 \times 3^{n-1} \text{ هي:}$$

- (A) $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_n = 3a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
- (B) $\begin{cases} a_1 = -4 \\ a_n = -4a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
- (C) $\begin{cases} a_1 = -4 \\ a_n = 3a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$
- (D) $\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = 4a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$

12. الصيغة الصريحة للمتتالية الهندسية

$$\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = \frac{2}{3}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases} \text{ هي:}$$

- (A) $a_n = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$
- (B) $a_n = \frac{2}{3} \times 5^{n-1}$
- (C) $a_n = 5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$
- (D) $a_n = 5 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

13. يكون عدد أعضاء نادي الرياضيات في إحدى

المدارس الثانوية مع بداية كل عام دراسي، ثلاثة أمثال العدد في العام الذي سبقه. إذا كان عدد أعضاء النادي عند إنشائه هو 6، أوجد عدد الأعضاء مع بداية العام الخامس.

8. صل كل متتالية حسابية إلى اليمين بمجموع

حدودها الخمسة الأولى إلى اليسار.

-0.5	-7, -1, 5, ...
10	32, 20, 8, ...
25	-0.3, -0.2, -0.1, ...
40	14, 8, 2, ...

9. أي من المتتاليات الحسابية التالية مجموع حدودها

الخمس الأولى يساوي الصفر؟

- (A) -3, 0, 3, 6, ...
- (B) -13, -3, 7, 17, ...
- (C) 1, 0.5, 0, -0.5, ...
- (D) -2, 5, 12, 19, ...

10. إذا كان ثمن فطيرة البيتزا الصغيرة الأولى QR 42،

و ثمن كل فطيرة بيتزا صغيرة إضافية QR 35،

اكتب الصيغتين الصريحة والارتدادية للمتتالية

الحسابية التي تمثل ثمن n فطيرة بيتزا صغيرة.

18. تمثّل الدالة $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ حجم كرة يتزايد طول نصف قطرها بمعدّل 2 mm في الثانية. تعطي الدالة $r(t) = 2t$ طول نصف قطر الكرة في الزمن t . أيّ من الخيارات التالية يعطي حجم الكرة في الزمن t ؟

- (A) $(V \cdot r)(t)$ (C) $r \circ V$
(B) $(r + V)(t)$ (D) $V \circ r$

19. إذا كانت $a(x) = \frac{1}{x-1}$ ، فإنّ صيغة $a^{-1}(x)$ هي:

- (A) $a^{-1}(x) = \frac{x-1}{x}$ (C) $a^{-1}(x) = x + 1$
(B) $a^{-1}(x) = \frac{x+1}{x}$ (D) $a^{-1}(x) = x - 1$

20. متتالية هندسيّة النسبة الثابتة فيها $r = 3$ ، والحدّ الأوّل فيها $a_1 = 2$. إذا كان مجموع أوّل n حدّ في هذه المتتالية يساوي 728، أوجد قيمة n .

21. أوجد قيمة كلّ من a و b إذا كانت $f(g(x)) = x$ حيث $f(x) = 2x - 3$ و $g(x) = ax + b$.

22. إذا كان $a_3 = 15$ و $a_9 = 51$ في متتالية حسابيّة، أوجد الحدّ الأوّل a_1 والفرق الثابت d وصيغة الحدّ العامّ a_n ، لهذه المتتالية.

14. لتكن الدالة $y = \sqrt{x}$. أيّ من الخيارات التالية يمثّل تحويلًا للدالة بإجراء إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليمين، و 9 وحدات إلى الأعلى؟

- (A) $y = 3 + \sqrt{x+9}$
(B) $y = 9 - \sqrt{x+3}$
(C) $y = 3 - \sqrt{9-x}$
(D) $y = 9 + \sqrt{x-3}$

15. أيّ دالة من الدوالّ التالية متزايدة لكلّ قيم x في مجالها؟

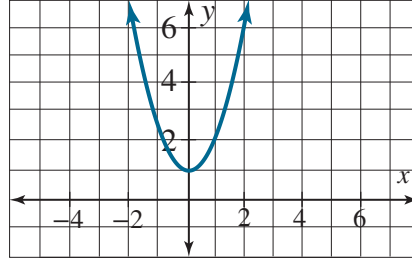
- (A) $f(x) = \sqrt{x^2}$ (C) $f(x) = 1 - \sqrt{x}$
(B) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ (D) $f(x) = 1 + \sqrt{x}$

16. لتكن $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 3 - x$. أوجد مجال $f \circ g$.

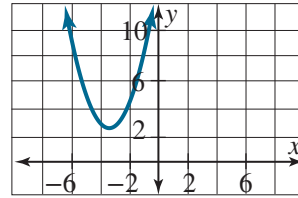
17. يقدّم متجر للدراجات الهوائية خصمًا مقداره 30 QR بالإضافة إلى خصم نسبته 10% من سعر المبيع. ليكن x سعر الدراجة بالريال القطري، ولتكن الدالتان $f(x) = x - 30$ و $g(x) = x - 0.1x = 0.9x$ دالتيّ التخفيضات. أيّ من الخيارات التالية يمثّل الدالة التي يمكن لمدير المتجر استعمالها لإيجاد السعر النهائي.

- (A) $f + g$ (C) $\frac{f}{g}$
(B) $f \times g$ (D) $f \circ g$

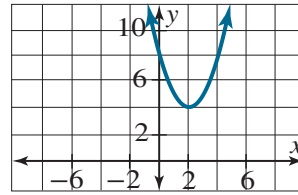
23. إذا كان التمثيل البياني أدناه، هو للدالة f ، فإن التمثيل البياني للدالة $g(x) = f(x - 2) + 3$ هو:



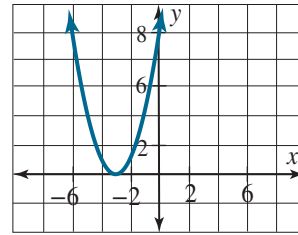
(A) إزاحة رأسية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى، ثم إزاحة أفقية ثلاث وحدات إلى اليسار.



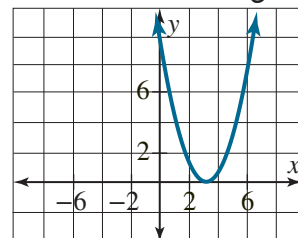
(B) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار وحدتين إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية ثلاث وحدات إلى الأعلى.



(C) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار، ثم إزاحة رأسية وحدة واحدة إلى الأسفل.



(D) إزاحة أفقية لمنحنى الدالة f بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين، ثم إزاحة رأسية بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.



24. إذا كان منحنى الدالة g انعكاساً لمنحنى الدالة $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$ عبر المحور y ، فإن:

- (A) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$
 (B) $g(x) = -\sqrt{x^2 + 2x + 5}$
 (C) $g(x) = -\sqrt{x^2 - 2x + 5}$
 (D) $g(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 5}$

25. أوجد الفرق الثابت لكل متتالية حسابية أدناه، ثم أثبت أن بالإمكان ترتيب هذه الفروق بحيث تشكل متتالية هندسية، ثم أوجد الصيغة الصريحة للمتتالية الهندسية الناتجة.

- a. 5, 3, 1, -1, -3, ...
 b. 8.1, 9.1, 10.1, 11.1, 12.1, ...
 c. $8, \frac{15}{2}, 7, \frac{13}{2}, 6, \dots$
 d. $-3, -\frac{11}{4}, -\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}, -2, \dots$
 e. $1, \frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{1}{2}, \dots$

26. إذا كان S_n هو مجموع أول n حد للمتتالية الهندسية $\{a_n\}$ التي تساوي النسبة الثابتة فيها 2 و $a_1 = 1$ ، فإن:

- (A) $a_n = S_{n+1} - S_n$ (C) $S_n - 1 = 2^n a_n$
 (B) $S_n = a_{n+1} - a_n$ (D) $S_n - 1 = a_{n+1}$

27. إذا كانت $\{a_n\}$ متتالية حسابية معرّفة بالصيغة:

$$\begin{cases} a_1 = -22 \\ a_n = a_{n-1} + \frac{31}{2}, n \geq 2 \end{cases}$$

فإن قيمة n ، حيث $\sum_{i=1}^n (3i - 1) = a_n$ هي:

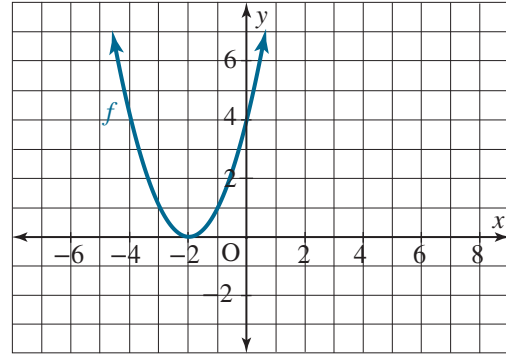
- (A) لا يوجد (C) $n = 6$
(B) $n = 4$ (D) $n = 5$

28. إذا كانت $f(x) = \frac{x+2}{2x-3}$ ، فإن الإزاحة التي تحوّل الدالة f إلى الدالة $g(x) = \frac{x+7}{2x+7}$ هي:

- (A) إزاحة أفقية بمقدار 5 وحدات إلى اليسار
(B) إزاحة أفقية بمقدار 5 وحدات إلى اليمين
(C) إزاحة أفقية بمقدار 4 وحدات إلى اليسار
(D) إزاحة أفقية بمقدار 4 وحدات إلى اليمين

29. عدّد التحويلات الهندسية التي يجب تنفيذها

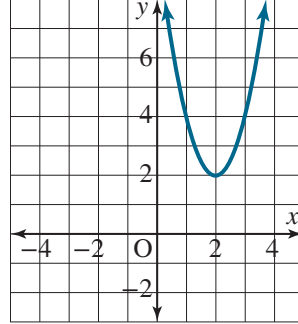
بالترتيب على منحنى الدالة f للحصول على منحنى الدالة $g(x) = 3f[2(x-1)] - 3$. ثم ارسم منحنى g انطلاقًا من منحنى الدالة f الموضح أدناه.



30. إذا كانت الدالة f دالة كثيرة الحدود من الدرجة s وكانت أصفارها $x_1, x_2, \dots, x_s$ تمثل متتالية هندسية النسبة الثابتة فيها هي r ، وكانت الدالة g ناتجة عن تضيق أو تمدد أفقي للدالة f بمعامل قيمته r ، أثبت أن $\frac{g(x)}{f(x)} = \frac{x-a}{r^s(x-x_1)}$ ، ثم بيّن أن قيمة a تساوي x_{s+1} .

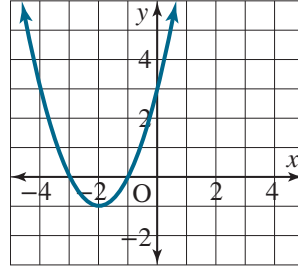
3 اختبار بداية الوحدة

1. أي من العبارات التالية تنطبق على التمثيل البياني أدناه؟



- (A) إحداثيا الرأس هما $(-2, 2)$
 (B) معادلة محور التناظر هي $x = -2$
 (C) القيمة الصغرى للدالة هي 2
 (D) تتزايد الدالة في الفترة $[-2, \infty[$

2. نقطتا تقاطع منحنى الدالة الممثلة بيانيًا أدناه مع المحور x هما:



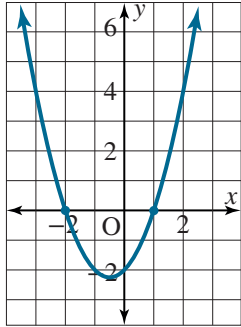
- (A) $(1, 0)$ و $(3, 0)$
 (B) $(-1, 0)$ و $(-3, 0)$
 (C) $(0, 1)$ و $(-3, 0)$
 (D) $(0, 3)$

3. لتكن f الدالة التربيعية المعزفة بالجدول التالي:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-4.5	-2	-0.5	0	-0.5	-2	-4.5

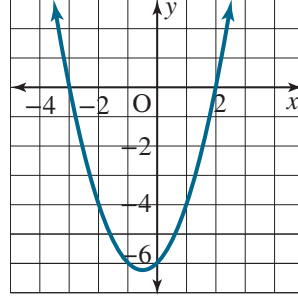
- (A) متزايدة في الفترة $]-\infty, 0]$ ومتناقصة في الفترة $[0, \infty[$
 (B) متزايدة لجميع قيم x في $]-\infty, \infty[$
 (C) متناقصة لجميع قيم x في $]-\infty, 0]$
 (D) متزايدة في الفترة $[0, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, 0]$

4. أوجد حلّ المعادلة التربيعية $x^2 + x - 2 = 0$ باستعمال التمثيل البياني أدناه.



5. يمكن نمذجة العلاقة بين سعر منتج معين ينتجه أحد المصانع وعدد القطع المطلوبة من هذا المنتج بالمعادلة: $p(x) = 120 - x$ ، حيث x عدد القطع المطلوبة ($x \leq 60$) و $p(x)$ سعر القطعة الواحدة (بالريال). أوجد عدد القطع المطلوبة التي يمكن شراؤها جميعها بمبلغ QR 3 600 باستعمال طريقة التحليل إلى العوامل.

6. الدالة الممثلة بيانيًا أدناه هي:



- (A) $f(x) = 2(x - 2)(x + 3)$
 (B) $f(x) = (x + 2)(x - 3)$
 (C) $f(x) = (x + 2)(x + 3)$
 (D) $f(x) = (x - 2)(x + 3)$

7. حل المعادلة $2(x - 1)^2 - 50 = 0$ هو:

- (A) $x = -4$
 (B) $x = 6$
 (C) $x = -4$ أو $x = 6$
 (D) $x = 4$ أو $x = -6$

8. حل المعادلة $x^2 - 4x + 2 = 0$ هو:

- (A) ليس للمعادلة حل حقيقي
 (B) $x = 2 - \sqrt{2}$
 (C) $x = 2 + \sqrt{2}$
 (D) $x = 2 - \sqrt{2}$ أو $x = 2 + \sqrt{2}$

9. صندوق ارتفاعه x وطول قاعدته $x + 2$ وعرضها 1،

أوجد قيمة x إذا كان حجم الصندوق يساوي 8 وحدات مكعبة.

10. أي من العبارات التالية قد تنطبق على منحنى الدالة

$$f(x) = -5x^2 - 2x + 1$$

- (A) فتحة منحنى الدالة إلى الأعلى.
 (B) الدالة متزايدة في الفترة $]-\infty, -\frac{1}{5}]$
 (C) الدالة متناقصة في الفترة $]-\infty, -\frac{1}{5}]$
 (D) ليس لمنحنى الدالة مقاطع x

11. أي من العبارات التالية تنطبق على الدالة

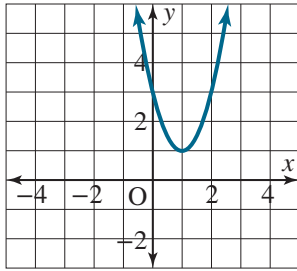
$$f(x) = 3x^2 + 6x - 1$$

- (A) للدالة قيمة صغرى تساوي -4 عند $x = -1$.
 (B) للدالة مقطع x هو -1
 (C) للدالة مقطع y هو 8
 (D) للدالة قيمة صغرى تساوي 4 عند $x = -1$.

12. رأس منحنى الدالة $f(x) = 5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ هو:

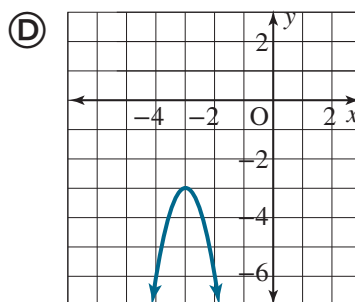
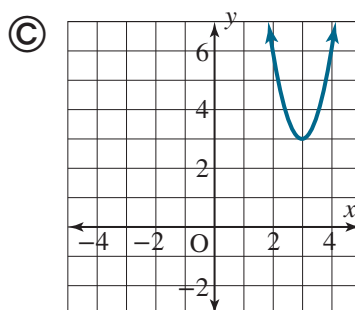
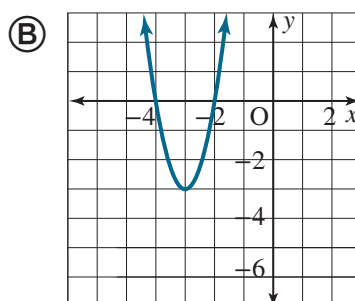
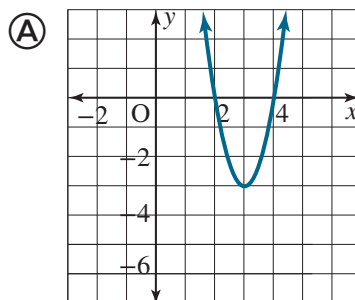
- (A) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right)$
 (B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ (D) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

13. أي من الدوال التربيعية التالية محور تناظر تمثيلها البياني هو نفس محور تناظر المنحنى الموضح أدناه؟



- (A) $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$
 (B) $f(x) = 3x^2 - 6x + 7$
 (C) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
 (D) $f(x) = 2x^2 + 4x - 7$

14. التمثيل البياني للدالة $f(x) = 3(x - 3)^2 + 3$ هو:



15. أي الخيارات التالية ليست عبارة صحيحة عن الدالة $f(x) = -2x^2 + 3x + 5$

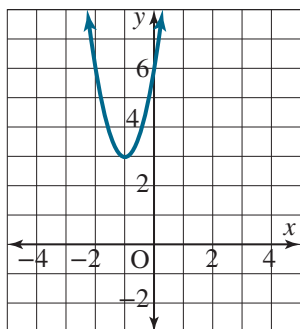
(A) تحدد قيمة $a = -2$ مدى سعة فتحة منحنى الدالة f .

(B) تشكل قيمة $c = 5$ المقطع y لمنحنى الدالة f .

(C) تشكل قيمة $b = 3$ المقطع x لمنحنى الدالة f .

(D) تدل إشارة $a = -2$ السالبة على أن فتحة منحنى الدالة f هي للأسفل.

16. نقطة تقاطع الدالة الممثلة بيانيًا أدناه مع المحور y هي:



- (A) $(-1, 3)$ (C) $(6, 0)$
(B) $(0, 6)$ (D) $(0, 5)$

17. القيمة القصوى لمنحنى الدالة $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ هي:

- (A) 2 (C) -6
(B) 6 (D) -10

18. ارسم التمثيل البياني للدالة
 $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

19. تمثل الدالة $f(x) = -2x^2 + 15.2x + 39.4$

x	y
1	54
2	62.2
3	66.5
4	67.1
5	68.4

نموذجاً للبيانات الموضحة
في الجدول المقابل.
ماذا تستنتج من التمثيل
البياني للقيم المتبقية
حول مدى ملائمة النموذج
للبينات؟

20. أُلقي حجر رأسياً نحو الأسفل من سطح مبنى
ارتفاعه 40 m، بعد مرور الزمن t ، تكون سرعة
الحجر $v(t) = 10t + 10$ ، والمسافة التي قطعها
 $s(t) = 5t^2 + 10t$. أوجد سرعة الحجر عند
ارتطامه بالأرض.

3-1 اختبار الدرس

العمليات على الدوال الكثيرات الحدود

1. لتكن $f(x) = x^2$ و $g(x) = 6x^3 - x^2 + 1$. أي الخيارات التالية يمثل $(f + g)(x)$ ؟

- (A) $6x^3 + 2x^2 + 1$
 (B) $-6x^3 + 2x^2 - 1$
 (C) $7x^3 - x^2 + 1$
 (D) $6x^3 + 1$

4. قم بقسمة $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 14$ على $d(x) = x + 3$ واكتب الناتج في صورة كثيرات الحدود والصورة الكسرية.

5. بدأ مروان بقسمة كثيرة الحدود $x^4 + x^3 - 6x^2 - 4x + 8$ على $x - 2$ باستعمال القسمة التركيبية، كما هو مبين في الجدول أدناه. أي من الخيارات التالية يمثل القيم التي إذا عوّضتها عن علامات الاستفهام وتعطي أيضاً ناتج القسمة الصحيح؟

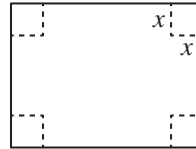
2	1	1	-6	-4	8
		?	?	?	?

- (A) $2, 6, 0, -8; x^3 - 3x^2 + 4$
 (B) $2, 6, 0, -8; x^3 + 3x^2 - 4$
 (C) $1, 3, 0, -4; x^2 + 3x - 4$
 (D) $1, 1, -6, -4; x^3 + 3x^2 - 4$

2. لتكن $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = x^3 + x - 1$. أي مما يلي يمثل $f(x) \times g(x)$ ؟

- (A) $x^6 - 3x^3 - 3x + 3$
 (B) $x^5 + 4x^3 + x^2 - 3x - 3$
 (C) $x^5 - 4x^3 - x^2 + 3x + 3$
 (D) $x^5 - 2x^3 - x^2 - 3x + 3$

3. يصنع جابر صندوقاً مفتوحاً من قطعة من الورق المقوى، عرضها 9 in وطولها 12 in، قص جابر مربعات متساوية القياس من كل زاوية من زوايا قطعة الورق المقوى، كما هو مبين في الشكل أدناه، ثم قام بطي جوانب الصندوق إلى الأعلى. اكتب دالة كثيرة الحدود V ، لتمثيل حجم الصندوق بدلالة x في أبسط صورة.



3-2 اختبار الدرس

التمثيلات البيانية للدوال كثيرات الحدود

1. ارسم التمثيل البياني لدالة تربيعية لها صفرا
هما $x = -1$ و $x = 3$.

2. صف التحويلات الهندسية التي تحول التمثيل البياني
للدالة $f(x) = x^3$ إلى التمثيل البياني للدالة كثيرة
الحدود $g(x) = (x + 1)^3 - 2$ ، ثم مثل الدالة g
بيانياً. أوجد المقطع y لمنحنى الدالة g للتحقق
من صحة الرسم.

3. صف السلوك الطرفي للدالة كثيرة الحدود
 $f(x) = x^3 - 7x^2 + 10x$ باستعمال النهايتين

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$$

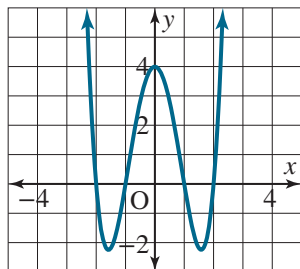
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \quad \text{Ⓐ}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty \quad \text{Ⓑ}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty \quad \text{Ⓒ}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty \quad \text{Ⓓ}$$

4. إذا كان التمثيل البياني أدناه هو للدالة f
فما صيغة هذه الدالة؟



- Ⓐ $f(x) = x^2 - 9$
Ⓑ $f(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$
Ⓒ $f(x) = x^3 + x^2 - 4x + 4$
Ⓓ $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$

5. أوجد أصفار الدالة $f(x) = -x^3 + 3x^2$ جبرياً
ثم ارسم تمثيلها البياني.
استعمل التمثيل البياني لإكمال العبارات التالية:

- الدالة f _____ في الفترتين
[2, ∞[و]-∞, 0]
- الدالة f _____ في الفترة]3, ∞[
- الدالة f _____ في الفترة [0, 2]
- الدالة f _____ في الفترة]-∞, 3[

3-3 اختبار الدرس

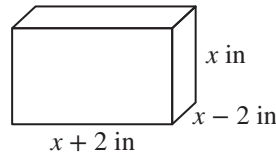
نظريات على الدوال الكثيرات الحدود

1. استعمل نظرية الأصفار النسبية لتكتب قائمة بكل الأصفار النسبية الممكنة للدالة $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 - 8x + 20$ ، ثم حدّد الأصفار، إن وجدت.

4. ليكن x عددًا صحيحًا بحيث $x \geq 12$. أي الخيارات التالية يمثل باقي قسمة $f(x) = x^4 - 5x^2 - 6x - 10$ على $x - 3$ ؟
- (A) لا يمكن تحديده
- (B) حسب قيمة x
- (C) -118
- (D) 8

5. حدّد ما إذا كان $x + 2$ أحد عوامل $P(x) = 2x^3 + 5x^2 + 5x + 6$ أم لا. إذا كان كذلك، اكتب $P(x)$ في صورة ضرب عاملين.

2. تعطي الدالة $V(x) = x^3 - 4x$ حجم صندوق على شكل منشور مستطيل، حيث x ارتفاع الصندوق (بالإنش). أوجد ارتفاع الصندوق إذا كانت مساحة قاعدته 5 in^2



- أكمل العبارات التالية:
- معادلة مساحة القاعدة هي: _____
- حلّ المعادلة هو: _____
- إذن، ارتفاع الصندوق يساوي _____

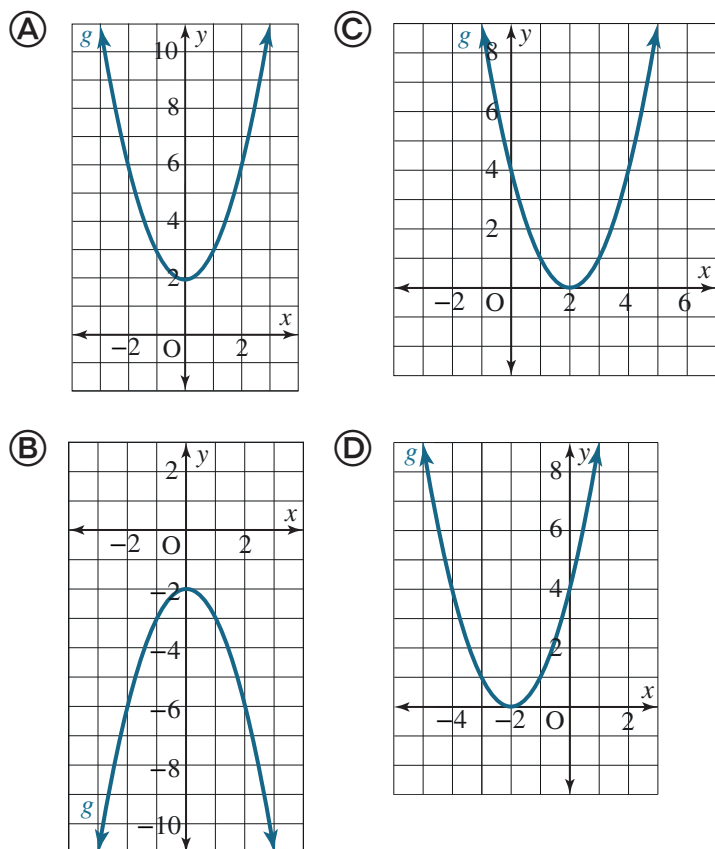
3. لتكن $P(x) = 2x^3 - x^2 + 4x + 5$. أكمل ما يلي:

$$f(-2) = \underline{\hspace{2cm}}$$

- أكمل العبارة التالية:
- عند قسمة $P(x)$ على $x + 2$ ، فإن الباقي يساوي _____
- حوّط الإجابة الصحيحة:
- نظرية الباقي عند قسمة $P(x)$ على $x + 2$ (متحققة / غير متحققة).

3 تقويم الوحدة، النموذج A

1. التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2 - 4x + 4$ هو:



3. أيّ ممّا يلي يمثّل $f(x) \times g(x)$ إذا كانت

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 \text{ و } g(x) = x + 4$$

- (A) $x^3 + 8x + 1$
 (B) $3x^2 + 4$
 (C) $x^3 + 2x^2 + 4$
 (D) $x^3 + 6x^2 + 9x + 4$

2. أيّ ممّا يلي يمثّل $f(x) + g(x)$ إذا كانت

$$f(x) = 2x + 1 \text{ و } g(x) = x^2 + 3x + 2$$

- (A) $3x^2 + 4x + 2$
 (B) $x^2 + 5x + 3$
 (C) $x^2 + 7x + 1$
 (D) $3x^2 + 3x + 3$

8. لتكن f دالة كثيرة الحدود من الدرجة n ، ومعاملها

الرئيس هو a . ولتكن $g(x) = [f(x)]^2$.

إذن، السلوك الطرفي للدالة g هو نفس السلوك

الطرفي للدالة f إذا كان:

(A) $a > 0$ وكان n عددًا زوجيًا.

(B) $a < 0$ وكان n عددًا زوجيًا.

(C) $a > 0$ وكان n عددًا فرديًا.

(D) $a < 0$ وكان n عددًا فرديًا.

9. ارسم التمثيل البياني للدالة كثيرة الحدود f التي

تتميز بالخصائص التالية:

- للدالة f قيم موجبة في الفترة $[-2, 1]$ والفترة $[4, \infty)$

- للدالة f قيم سالبة في الفترة $[-\infty, -2]$ والفترة $[1, 4]$

- f متزايدة في الفترة $[-\infty, -\frac{3}{4}]$ والفترة $[3, \infty)$

- f متناقصة في الفترة $[-\frac{3}{4}, 3]$

4. إذا كانت $f(x) = x^3 - 2x + 1$

و $g(x) = x + 2$ ، فإن $\frac{f(x)}{g(x)}$ تساوي:

(A) $x^2 - 2x + 2 - \frac{3}{x+2}$

(B) $x^2 + 2x + \frac{1}{x+2}$

(C) $x^2 - x + \frac{1}{x+2}$

(D) $\frac{x^3}{x+2} - 2x + 1$

5. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطولة،

واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسرية إذا كان

$f(x) = x^3 + 4x^2 - x + 1$ و $g(x) = x^2 + 2$.

6. يصنع حاتم جرارًا فخاريّة، وأسعار جزاره تتغير تبعًا

لعدد الجرار المطلوبة، وذلك على أساس القاعدة

$p(x) = 154 - 4x$ ، حيث $p(x)$ سعر الجرة

الواحدة إذا كان العدد المطلوب من الجرار هو x .

من جهة أخرى، إنّ تكلفة صنع الجرة الواحدة

تختلف باختلاف عدد الجرار المصنّعة دفعة واحدة،

وذلك وفق القاعدة $c(x) = 135 - 2x$. اكتب مقدار

الربح الذي يحققه حاتم، إذا صنع x جرة وباعها

كلّها، في صيغة دالة كثيرة الحدود.

7. ارسم التمثيل البياني للدالة

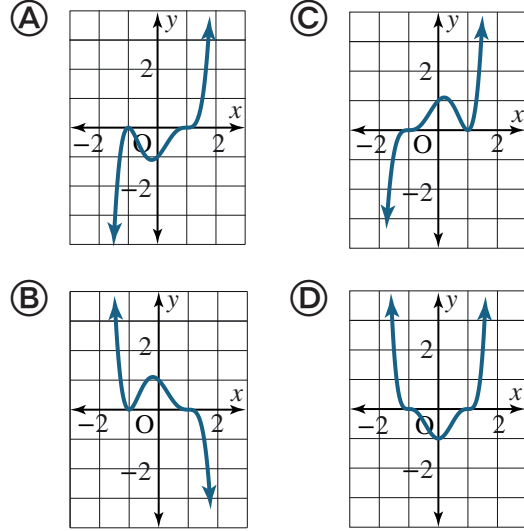
$g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 5$

باستعمال الدالة الرئيسة

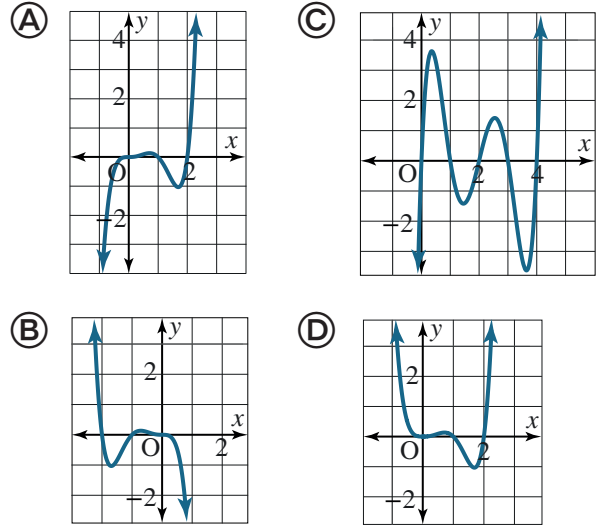
$f(x) = x^3$ وحدّد الإزاحات

المستعملة.

10. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البياني للدالة f كثيرة الحدود علما أنه لهذه الدالة صفران، $x = -1$ بتعددية زوجية و $x = 1$ بتعددية فردية وأنها متزايدة في الفترة $[1, \infty[$ ؟



11. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^5 - 3x^4 + 2x^3$ ؟



12. أوجد أصفار الدالة $f(x) = (x - 2)(x^2 - 5x + 4)$ ، ثم ارسم منحني الدالة باستعمال أصفارها.

13. إذا كانت f دالة تكعيبية، معاملها الرئيس عدد موجب، وأصفارها هي -1 و 2 و 5 ، فإن قيم f في الفترة $[2, 5]$ تكون:

- (A) موجبة
(B) سالبة
(C) موجبة في جزء من الفترة وسالبة في جزء آخر
(D) لا يمكن معرفة إشارتها

14. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^3 + mx^2 + 2x + m$ على $(x + 1)$ هو 3 ، فإن قيمة m هي:

- (A) 2
(B) 0
(C) -1
(D) 3

19. يستعمل بناء قطعًا متماثلة متوازية السطوح من الرخام، لبناء مدخل فندق جديد. تعطي الدالة $V(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$ الحجم V بالأمتار المكعبة لكل قطعة، حيث x بالأمتار. أوجد الأبعاد الممكنة لقطعة الرخام الواحدة بدلالة x .

- (A) $(x - 1), (x - 3), (2x - 1)$
 (B) $(x - 1), (x + 3), (2x - 1)$
 (C) $(x + 1), (x + 3), (2x - 1)$
 (D) $(x + 1), 1, (2x^2 + 5x + 3)$

20. لتكن $f(x) = 2x^6 + ax^2 + 3$ حيث a عدد صحيح. أوجد قيمة a إذا كان للدالة f صفر نسبي هو عدد صحيح.

15. إذا كان باقي قسمة $f(x) = 3x^2 + (a + 4)x + 3$ على $(x - a)$ حيث a عدد صحيح هو 2، فإن قيمة a هي:

- (A) 3 (C) $\frac{1}{2}$
 (B) 4 (D) $-\frac{1}{2}$

16. استعمل نظرية العامل لمعرفة ما إذا كان $(x - 3)$ أحد عوامل $f(x) = x^3 - x^2 + x - 21$.

17. إذا كانت $f(x) = x^3 + x^2 + x - a^2$ فإن $(x + 1)$

- (A) أحد عوامل الدالة f إذا كان $a = 0$
 (B) أحد عوامل الدالة f إذا كان $a = 1$
 (C) أحد عوامل الدالة f إذا كان $a = -1$
 (D) ليس عاملاً من عوامل الدالة f أيًا تكن قيمة a

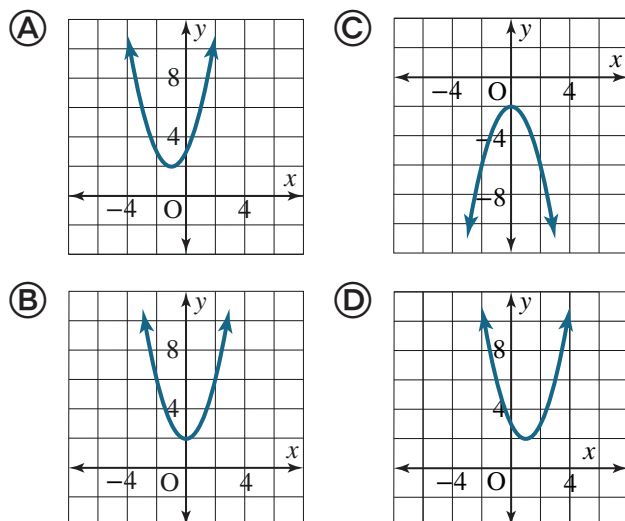
18. لائحة الأصفار النسبية الممكنة للدالة

$$f(x) = 2x^3 - ax^2 + bx + 6$$

- (A) تتعلق بقيمة a و b
 (B) تتعلق بقيمة a فقط
 (C) تتعلق بقيمة b فقط
 (D) هي $\pm\frac{1}{1}, \pm\frac{2}{1}, \pm\frac{3}{1}, \pm\frac{6}{1}, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}$

3 تقويم الوحدة، النموذج B

1. التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2 + 2x + 3$ هو:



5. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطولة، واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسرية إذا كان $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 2$ و $g(x) = x^2 + 1$.

6. تصنع سعاد عقودًا من الصدف وتبيعها. يتغير سعر المبيع للعقد تبعًا لعدد العقود المطلوبة، وذلك وفق القاعدة: $p(x) = 163 - 6x$ ، حيث $p(x)$ سعر المبيع للعقد الواحد إذا كان العدد المطلوب من العقود هو x .

من جهة أخرى، تختلف تكلفة صنع العقد الواحد باختلاف عدد العقود المصنعة دفعةً واحدة، وذلك وفق القاعدة: $c(x) = 148 - 3x$.

اكتب مقدار الربح الذي تحققه سعاد، إذا صنعت x عقد وباعتها كلها، في صيغة دالة كثيرة الحدود.

2. أي مما يلي يمثل قيمة $f(x) + g(x)$ إذا كانت $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = x^2 + 2x - 3$ ؟

- (A) $4x^2 + 3x - 3$ (C) $x^2 + 5x - 4$
(B) $x^2 + 3x - 4$ (D) $4x^2 + 5x - 3$

3. أي مما يلي يمثل قيمة $f(x) \times g(x)$ إذا كانت $f(x) = x - 3$ و $g(x) = x^2 + x + 2$ ؟

- (A) $x^3 - 3x - 6$ (C) $x^3 - 3x^2 - 6$
(B) $x^3 + 4x^2 - 3x - 5$ (D) $x^3 - 2x^2 - x - 6$

4. إذا كانت $f(x) = x^3 + x + 1$ و $g(x) = x - 1$ ، فإن $\frac{f(x)}{g(x)}$ تساوي:

- (A) $x^2 + x + \frac{5}{x-1}$
(B) $x^2 + x + 1 + \frac{3}{x-1}$
(C) $x^2 + x + \frac{4}{x-1}$
(D) $x^2 + x + 2 + \frac{3}{x-1}$

7. ارسم التمثيل البياني للدالة

الرئيسية $f(x) = x^3$ ، وحدد الإزاحات المستعملة. $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ باستعمال الدالة

8. لتكن دالة كثيرة الحدود حيث $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

إذا كانت الدالة $g(x) = -f(x) + 2$ ، فإن قيمة

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ تساوي:

(A) $-\infty$ (C) $+\infty$

(B) 0 (D) لا يمكن التحديد

9. ارسم التمثيل البياني للدالة كثيرة الحدود f التي

تتميز بالخصائص التالية:

- للدالة f قيم موجبة في الفترة $]-4, -1[$ والفترة $]-1, \infty[$

- للدالة f قيم سالبة في الفترة $]-\infty, -4[$

- f متزايدة في الفترة $]-\infty, -3[$

- والفترة $]-1, \infty[$

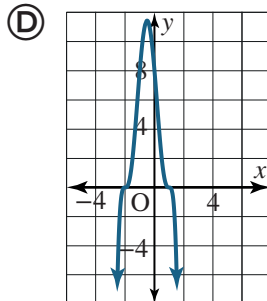
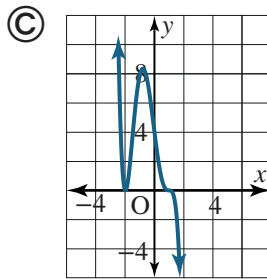
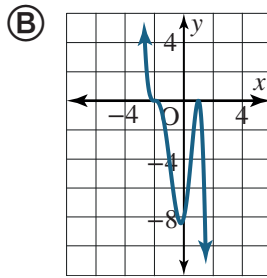
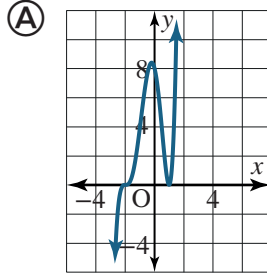
- f متناقصة في الفترة $]-3, -1[$

10. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البياني

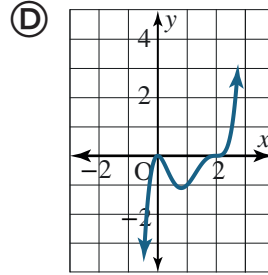
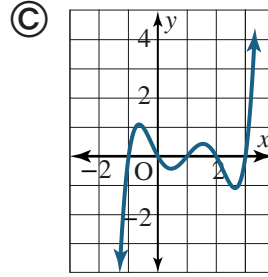
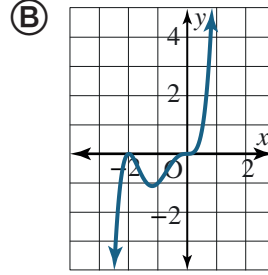
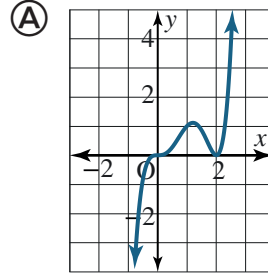
للدالة f كثيرة الحدود علماً أنه لهذه الدالة صفران،

$x = -2$ بتعددية فردية و $x = 1$ بتعددية زوجية

وأنها متناقصة في الفترة $[1, \infty[$ ؟



11. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البياني للدالة
 $f(x) = x^5 - 4x^4 + 4x^3$ ؟



12. أوجد أصفار الدالة
 $f(x) = (x - 1)(x^2 - 2x - 3)$ ، ثم ارسم
 منحنى الدالة باستعمال أصفارها.

13. إذا كانت f دالة تكعيبية معاملها الرئيس عدد
 موجب، وأصفارها هي -1 و 2 و 5 ، فإن قيم f في
 الفترة $[-1, 2]$ تكون:

- (A) موجبة
 (B) سالبة
 (C) موجبة في جزء من الفترة وسالبة في
 جزء آخر منها
 (D) لا يمكن معرفة إشارتها

14. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^3 + mx^2 + 2x + m$
 على $(x - 1)$ هو 5 ، فإن قيمة m هي:

- (A) 0
 (B) 1
 (C) 2
 (D) 4

19. يقوم قيس بتصنيع علب لتخزين نوع من القطع الإلكترونية. طول العلبة يساوي $(2x + 3)$ cm، وعرضها يساوي $(3x - 1)$ cm، وارتفاعها يساوي x cm، وحجمها معطى بالدالة $V(x) = 6x^3 + 7x^2 - 3x$. أوجد طول العلبة بالسنتيمتر إذا كان حجمها يساوي 70 cm^3 .

- (A) 2
(B) 5
(C) 7
(D) 23

20. لتكن f كثيرة حدود من الدرجة الثالثة عشرة معاملها الرئيس 5 وقيمة الثابت فيها 4، أوجد العدد الأقصى للأصفار النسبية الممكنة والمختلفة لهذه الدالة.

15. إذا كان باقي قسمة $f(x) = 3x^2 + (a + 3)x + 1$ على $(x - a)$ حيث a عدد صحيح هو 23، فإن قيمة a هي:

- (A) 1 (C) 3
(B) 2 (D) 15

16. استعمل نظرية العامل لمعرفة ما إذا كان $(x - 2)$ أحد عوامل $f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$.

17. إذا كانت $f(x) = x^3 + a^2x^2 - x - a^2$ فإن $(x - 1)$

- (A) أحد عوامل الدالة f فقط إذا كان $a = 0$
(B) أحد عوامل الدالة f فقط إذا كان $a = 1$
(C) أحد عوامل الدالة f فقط إذا كان $a = -1$
(D) عاملاً من عوامل الدالة f أيًا تكن قيمة a

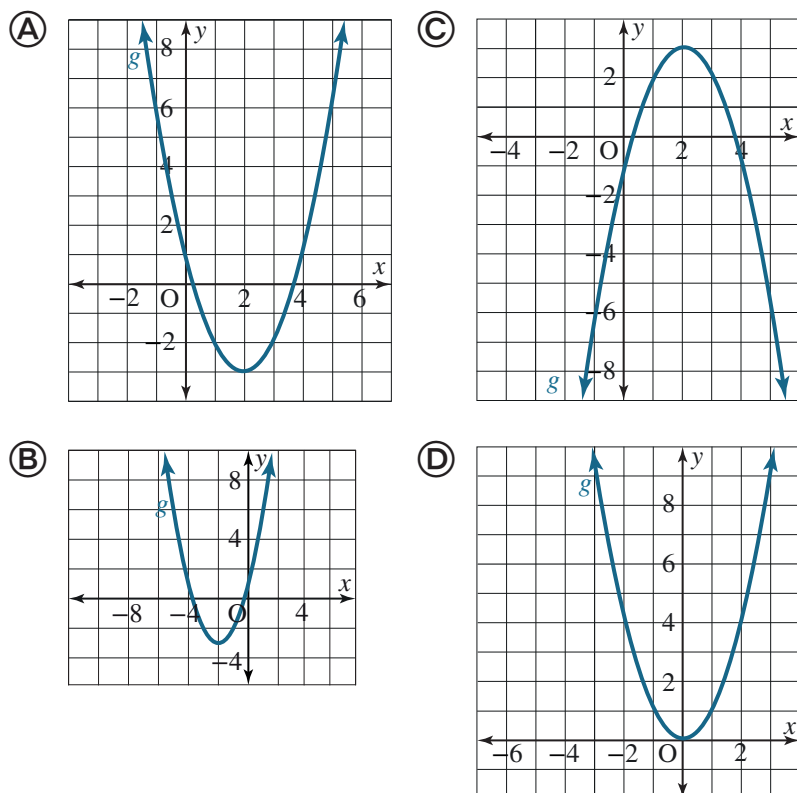
18. إذا كانت $f(x) = x^3 + ax + 8$ فإن مجموع الأصفار النسبية الموجبة الممكنة لهذه الدالة f يساوي:

- (A) 0
(B) 4
(C) 15

(D) يتوقف ذلك على قيمة a

3 تقويم الوحدة، النموذج C

1. التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2 + 4x + 1$ هو:



3. أي مما يلي يمثل قيمة $f(x) \times g(x)$ إذا كانت $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = x^2 + 2x - 3$ ؟

- (A) $3x^3 - 2x + 3$
 (B) $3x^2 + 5x + 3$
 (C) $3x^3 + 5x^2 - 11x + 3$
 (D) $3x^3 + 5x^2 + 3$

2. أي مما يلي يمثل قيمة $f(x) + g(x)$ إذا كانت $f(x) = x + 4$ و $g(x) = x^2 - 3x + 1$ ؟

- (A) $x^2 - 2x + 5$
 (B) $2x^2 - 2x + 5$
 (C) $2x^2 - 2x + 4$
 (D) $x^2 - 4x + 4$

4. إذا كانت $f(x) = x^3 + 2x + 1$ و $g(x) = x + 1$ ، فإن $\frac{f(x)}{g(x)}$ تساوي:

- (A) $x^2 - x + \frac{1}{x+1}$
 (B) $x^2 - x + 3 - \frac{2}{x+1}$
 (C) $x^2 - 2x + 1 - \frac{2}{x+1}$
 (D) $x^2 - 2x - \frac{1}{x+1}$

5. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطولة، واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسرية إذا كان $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + 3$ و $g(x) = x^2 - 1$.

6. يصنع ناصر دمي للأطفال، وأسعار هذه الدمى تتغير تبعاً لعدد الدمى المطلوبة، وذلك على أساس القاعدة $p(x) = 130 - 5x$ ، حيث $p(x)$ سعر المبيع للدمية الواحدة إذا كان العدد المطلوب من الدمى هو x . من جهة أخرى، تختلف تكلفة صنع الدمية الواحدة باختلاف عدد الدمى المصنعة دفعةً واحدة، وذلك وفق القاعدة $c(x) = 120 - 3x$. اكتب مقدار الربح الذي يحققه ناصر، إذا صنع x دمية وباعها كلها، في صيغة دالة كثيرة الحدود.

7. ارسم التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 6$ باستعمال الدالة الرئيسة $f(x) = x^3$ وحدد الإزاحات المستعملة.

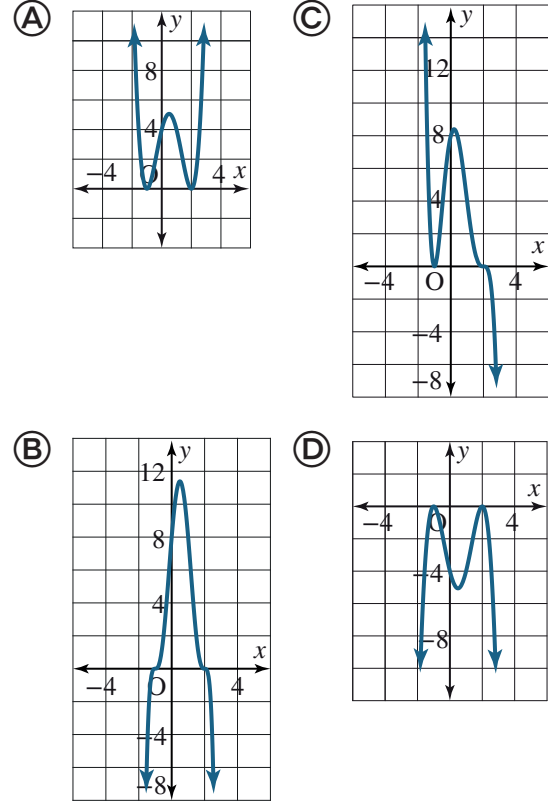
8. لتكن f دالة كثيرة الحدود من الدرجة n ، ومعاملها الرئيس هو a . ولتكن $g(x) = [f(x)]^3$. إذن، السلوك الطرفي للدالة g هو نفس السلوك الطرفي للدالة f إذا كان:

- (A) $a > 0$ وكان n عددًا زوجيًا.
 (B) $a < 0$ وكان n عددًا زوجيًا.
 (C) $a > 0$ وكان n عددًا فرديًا.
 (D) لجميع قيم a و n .

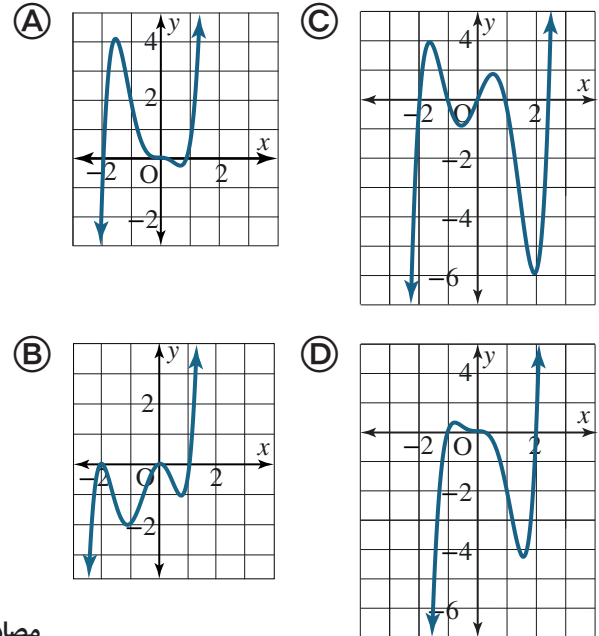
9. ارسم التمثيل البياني للدالة الكثيرة الحدود f التي تتميز بالخصائص التالية:

- للدالة f قيم موجبة في الفترة $]-\infty, -1[$ والفترة $]2, 5[$
- للدالة f قيم سالبة في الفترة $]-1, 2[$ والفترة $]5, \infty[$
- f متزايدة في الفترة $]\frac{1}{4}, 4[$
- f متناقصة في الفترة $]-\infty, \frac{1}{4}]$ والفترة $]4, \infty[$

10. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البياني للدالة f كثيرة الحدود علماً أنه لهذه الدالة صفران، $x = -1$ و $x = 2$ كلاهما بتعدد زوجية وأن الدالة f متناقصة في الفترة $[2, \infty)$ ؟



11. أي من المنحنيات التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^5 - x^4 - 2x^3$ ؟



مصادر التقويم

12. أوجد أصفار الدالة $f(x) = (x + 2)(x^2 - 5x + 4)$ ، ثم ارسم منحنى الدالة باستعمال أصفارها.

13. إذا كانت f دالة تكعيبيّة معاملها الرئيس عدد موجب، وأصفارها هي -5 و -2 و 2 ، فإنّ قيم f في الفترة $[-2, 2]$ تكون:

- (A) موجبة
(B) موجبة في جزء من الفترة وسالبة في جزء آخر منها
(C) سالبة
(D) لا يمكن معرفة إشارتها

14. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^3 + 2mx^2 + 3x + m$ على $(x + 2)$ هو 22 ، فإنّ قيمة m هي:

- (A) -1
(B) 0
(C) 4
(D) 18

15. إذا كان باقي قسمة $f(x) = x^2 + (a + 1)x - 5$

على $(x - a)$ حيث a عدد صحيح هو 16،

فإن قيمة a هي:

- (A) 1 (C) 4
(B) 3 (D) 5

16. استعمل نظرية العامل لمعرفة ما إذا كان $(x - 4)$

أحد عوامل $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 3x - 4$.

17. إذا كانت $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - a^2$

فإن $(x - 1)$

(A) أحد عوامل الدالة f إذا كان $a = 0$

(B) أحد عوامل الدالة f إذا كان $a = 1$

(C) أحد عوامل الدالة f إذا كان $a = -1$

(D) ليس عاملاً من عوامل الدالة f أيًا تكن قيمة a

18. عدد الأصفار النسبية الممكنة للدالة

$f(x) = x^{2n} - x^n - x + 1$ هو:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) يتوقف عدد الأصفار على قيمة n

19. اشترى ناصر خزانة خشبية جديدة. يمكن إيجاد

حجم هذه الخزانة باستعمال الصيغة

$V(x) = 2x^3 - x^2 - 3x$ ، حيث x ، ارتفاع الخزانة

بالأمتار، وطولها $(x + 1)$ m وعرضها $(2x - 3)$ m.

يريد ناصر تحديد مكان وضع هذه الخزانة في منزله،

إذ يمكنه أن يضعها في غرفة النوم التي يبلغ ارتفاعها

الأقصى مترين أو في غرفة المكتبة التي يبلغ ارتفاعها

الأقصى مترًا ونصف المتر.

أي غرفة من هاتين الغرفتين تصلح لوضع الخزانة

فيها إذا كان حجمها يساوي 6 m^3 ؟

(A) غرفة النوم فقط

(B) غرفة المكتبة فقط

(C) كلتا الغرفتين

(D) لا يمكن التحديد

20. لتكن f كثيرة حدود من الدرجة العاشرة معاملها

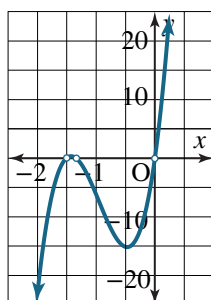
الرئيس 3 وقيمة الثابت 11، أوجد العدد الأقصى

للأصفار النسبية الممكنة والمختلفة لهذه الدالة.

3 تقويم الأداء، النموذج A

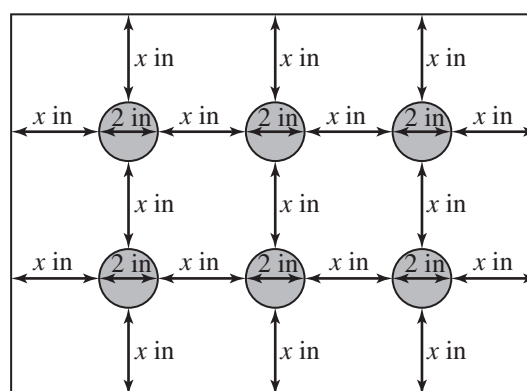
2. توقّع السلوك الطرفي لمنحنى الدالة V وبرر إجابتك.

3. بيّن التمثيل البياني المعطى الجزء من الدالة V حيث تتقاطع الدالة مع المحور x .



حدّد المقاطع x ، ثمّ بيّن ما إذا كان لأيّ من هذه المقاطع معنى في سياق المسألة. وضح إجابتك.

يريد جاسم أن يبني حوضًا مستطيل الشكل ليزرع فيه بعض النباتات، حيث سينقل هذه النباتات مع ترابها من الأصص حيث هي مزروعة فيها إلى الحوض. قاعدة كلّ من هذه الأصص دائرية الشكل وطول قطرها 2 in. يوضح الرسم أدناه صورة من الأعلى لشكل الحوض بعد وضع النباتات مع ترابها فيه. سيضيف جاسم مزيدًا من التراب إلى الحوض حتى يصبح عمق التراب $3x$ in.



1. اكتب دالة كثيرة الحدود V تمثّل حجم التراب في الإطار بدلالة x ، واشرحها.

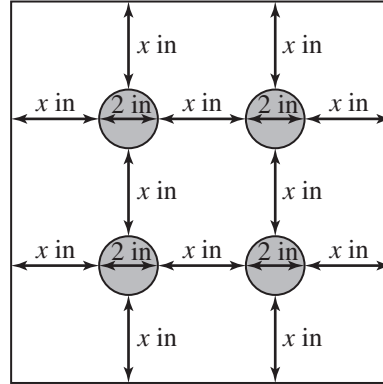
a. اكتب دالة كثيرة الحدود V في الصورة القياسية، تمثل حجم التراب في الحوض بدلالة x .
اشرح طريقة تفكيرك، وحدد المتطابقات والخصائص التي استعملتها.

b. إذا كانت كل نبتة تحتاج إلى $1\,300\text{ in}^3$ من التراب، هل ستكون المسافة بين كل نبتتين متجاورتين في الحوض المربع، أكبر أم أصغر من المسافة بين كل نبتتين متجاورتين في الحوض المستطيل السابق؟ وضح إجابتك.

4. افترض أن كل نبتة تحتاج إلى $1\,300\text{ in}^3$ من التراب. أوجد، في هذه الحالة، وباستعمال جدول القيم التقريبية المعطى، المسافة الفاصلة بين كل نبتتين متجاورتين. وضح إجابتك.

x	0	4.1	5.1	6.1
$V(x)$	0	4 500	7 800	12 500

5. يريد جاسم أن يزرع 4 نباتات في حوض مربع الشكل كما هو مبين في الرسم أدناه. سيكون عمق التراب في هذا الحوض $2x\text{ in}$



3 تقويم الأداء، النموذج B

3. صمّم فارس حاوية أخرى لشحن صناديق تحتوي على كرات لعبة كرة السلة. حجم هذه الحاوية (بالأقدام المكعبة) بدلالة متغير مجهول x هو $V'(x) = x^3 + 11x^2 + 4x + 44$.

a. اكتب لائحة بجميع أصفار الدالة $V'(x) = x^3 + 11x^2 + 4x + 44$ وضح إجابتك.

b. لا يعرف فارس الحجم الدقيق لكل صندوق، لكنه يعرف أنّ هذا الحجم يساوي $(x - 2) \text{ ft}^3$. كيف يمكن إيجاد العدد الأقصى من هذه الصناديق التي يمكن وضعها داخل الحاوية؟ وضح إجابتك.

يقوم فارس بتصميم عدّة حاويات شحن لمتجر للأدوات الرياضية. يجب أن تكون كلّ حاوية من هذه الحاويات على شكل منشور مستطيل.

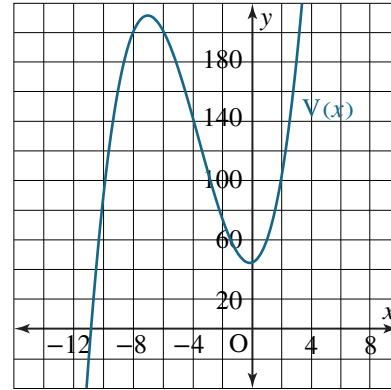
1. سوف تُستخدم حاوية الشحن الأولى التي يصمّمها فارس لشحن كرات خاصّة بلعبة كرة القاعدة، وسيكون عرضها x قدم، وطولها $(x + 6)$ قدم، وارتفاعها $(x - 2)$ قدم، وحجمها يساوي 165 قدمًا مكعبة. اكتب دالة V تمثل حجم الحاوية. ثمّ أوجد عرضًا ممكنًا واحدًا للحاوية. وضح إجابتك.

2. هل يمكن أن يأخذ عرض هذه الحاوية أيّ قيمة أخرى؟ وضح إجابتك.

c. استنتج العدد الأقصى من الصناديق الذي يمكن وضعها داخل هذه الحاوية إذا ما كان حجم كل صندوق هو 8 ft^3 .

4. يريد فارس تصميم حاوية ثالثة لشحن كرات لعبة كرة القدم، بحيث تكون على شكل مكعب، طول ضلعه يساوي $(x + 2) \text{ ft}$. أوجد حجم هذه الحاوية بدلالة المتغير x . اكتب الإجابة في صورة كثيرة حدود مكتوبة بالصيغة القياسية، مع تحديد المعامل الرئيس ودرجة كثيرة الحدود.

d. لاحظ فارس أنه يجب تغيير حجم الحاوية الثانية بعدما تبين أن قيمة المتغير x قد ازدادت بمقدار وحدتين. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة $V(x)$. استعمل التمثيل البياني المعطى لرسم التمثيل البياني لمنحنى الدالة $V(x + 2)$. وضح العلاقة بين المنحنيين.



4 اختبار بداية الوحدة

1. أي من الخيارات التالية يمثل صيغة الميل والمقطع للمعادلة الخطية $2x - 3y - 5 = 0$ ؟

- (A) $2x - 3y = 5$
 (B) $-3y = -2x + 5$
 (C) $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$
 (D) $-2x + 3y + 5 = 0$

2. أي من الخيارات التالية يمثل صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(4, -1)$ وميله يساوي 6؟

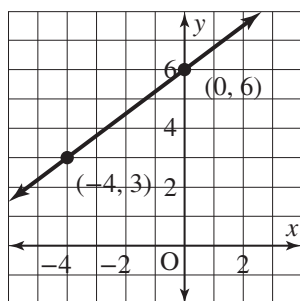
- (A) $y + 1 = 6(x - 4)$
 (B) $y + 1 = -6(x - 4)$
 (C) $y - 2 = 6(x + 4)$
 (D) $y - 1 = -6(x + 4)$

3. تمثل الدالة $y = 5t + 3$ قيمة المبلغ (بالريال) الذي يظهر على شاشة عداد سيارة أجرة عند الزمن t دقيقة. ماذا يمثل كل من الميل والمقطع y لمنحنى هذه الدالة؟

4. أي من الخيارات التالية يمثل الصيغة القياسية لمعادلة المستقيم $y = \frac{1}{9}x + 5$ ؟

- (A) $x = 9y - 45$
 (B) $x - 9y = -45$
 (C) $9y = x + 45$
 (D) $9y - x = 45$

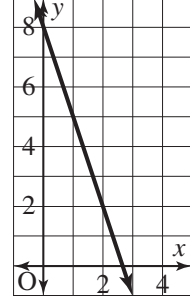
5. لمنحنى معادلة خطية نفس ميل المستقيم الممثل بيانيًا أدناه، لكن المقطع y لمنحنى المعادلة الخطية أصغر من المقطع y للمستقيم بمقدار 7 وحدات. أوجد صيغة المعادلة الخطية.



6. لأي دالة خطية في الصورة $f(x) = 2x + b$ ، أوجد قيمة b التي تحقق $5f(x) = f(5x - 2)$

7. ارسم التمثيل البياني للمستقيم الذي معادلته $4x + 3y = -24$

8. أي من الخيارات التالية يمثّل صيغة الميل ونقطة لمعادلة المستقيم الممّثل بيانيًا أدناه والمارّ بالنقطة (2, 2)؟



- (A) $x + 2 = 3y + 2$
 (B) $y = -3x + 8$
 (C) $y - 2 = -3(x - 2)$
 (D) $y - 3 = -2(x - 3)$

9. لتكن الصيغتان

$$A(x) = \frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{x-2}; B(x) = \frac{x+2}{x-1} + \frac{x-2}{x+1}$$

أي من الخيارات التالية يمثّل الصيغة المبسّطة للنسبة $\frac{A(x)}{B(x)}$ ؟

- (A) $\frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}$
 (B) $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$
 (C) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 4}$
 (D) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$

10. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $5 < \sqrt{43} < 6$
 (B) $6 < \sqrt{43} < 7$
 (C) $7 < \sqrt{43} < 8$
 (D) $8 < \sqrt{43} < 9$

11. إذا كانت بطاقة الدعوة إلى حفل تخرّج مرّبعة الشكل، ومساحتها تساوي 169 cm^2 ، أي من الخيارات التالية يمثّل أبعاد هذه البطاقة؟

- (A) طول كلّ بُعد يساوي 42.25 cm
 (B) 13 cm في 13 cm
 (C) 5.5 cm في 5.5 cm
 (D) 12 cm في 12 cm

12. أي من الأعداد التالية ليس مرّبعًا كاملاً ولا مكعّبًا كاملاً؟

- (A) 100
 (B) 343
 (C) 144
 (D) 75

13. لدى حمد قطعة أرض مرّبعة الشكل مساحتها 400 m^2 ، ويريد تسويرها بسلك شائك. أي من الخيارات التالية يمثّل طول السلك المطلوب؟

- (A) 20 m
 (B) 40 m
 (C) 80 m
 (D) 100 m

14. مكعب اسمنتي ارتفاعه 1 m وقاعدته مرّبعة الشكل. إذا كان حجم هذا المكعب هو 12 m^3 ، أي من الخيارات التالية يمثّل أبعاد قاعدة البركة؟

- (A) $\sqrt[3]{12} \text{ m}$ في $\sqrt[3]{12} \text{ m}$
 (B) $\sqrt{12} \text{ m}$ في $\sqrt{12} \text{ m}$
 (C) $2\sqrt{12} \text{ m}$ في $2\sqrt{12} \text{ m}$
 (D) $4\sqrt{12} \text{ m}$ في $4\sqrt{12} \text{ m}$

18. بَسِّط الصيغة $xyz\sqrt{\frac{x^3y^7}{z^6}}$ باستعمال خصائص القوى النسبية.

19. أوجد كلّ الجذور الحقيقية من الدرجة الرابعة للعدد 16

20. أوجد قيمة x إذا كان $(x - 1)^{-4} = \frac{1}{625}$

15. ناتج قسمة $\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - 4}$ على $\frac{x^2 + x}{x^2 - 5x + 6}$ يساوي:

- (A) $\frac{1}{x - 3}$
- (B) $x + 3$
- (C) $\frac{1}{x + 3}$
- (D) $x - 3$

16. ناتج طرح $\frac{x-2}{x} - \frac{x}{x-2}$ يساوي:

- (A) $\frac{4(x-1)}{x(2-x)}$
- (B) $\frac{-4(x-1)}{x(2-x)}$
- (C) $\frac{2x^2 - 4x + 4}{x(x-2)}$
- (D) $\frac{4}{x}$

17. حلّ المعادلة $3x^2 - 15 = 660$ هو:

- (A) -15
- (B) 15 أو -15
- (C) 15
- (D) $2\sqrt{55}$

4-1 اختبار الدرس

دوال الجذر التربيعي

1. ارسم التمثيل البياني للدالة $f(x) = \sqrt{x+2}$ ،
ثم حدّد مجال ومدى الدالة.

3. يمكن تقدير سرعة سيطرة قبل استعمال الفرامل
من خلال طول علامة الانزلاق التي تتركها الإطارات
على الطريق. تُقاس سرعة السيارة v ، بالأميال في
الساعة، باستعمال القاعدة $v = \sqrt{21d}$ ، حيث d
طول علامة الانزلاق بالأقدام.
أوجد الفرق بين سرعة سيطرة طول علامة انزلاقها
40 قدمًا وسرعة سيطرة طول علامة انزلاقها 30 قدمًا.

2. أي من التحويلات الهندسية التالية تحوّل منحنى
الدالة الرئيسة $f(x) = \sqrt{x}$ إلى منحنى الدالة
 $k(x) = \sqrt{4x+12} - 1$

(A) تمّدد رأسيّ بمعامل قياسه 2، ثمّ إزاحة أفقيّة
بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة
بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

(B) تمّدد رأسيّ بمعامل قياسه 2، ثمّ إزاحة أفقيّة
بمقدار 3 وحدات إلى اليمين، ثمّ إزاحة رأسيّة
بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.

(C) تمّدد رأسيّ بمعامل قياسه 4، ثمّ إزاحة أفقيّة
بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة
بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.

(D) تمّدد رأسيّ بمعامل قياسه 2، ثمّ إزاحة أفقيّة
بمقدار 3 وحدات إلى اليسار، ثمّ إزاحة رأسيّة
بمقدار وحدة واحدة إلى الأعلى.

4. أيّ ممّا يلي يمثّل حلّ المعادلة الجذريّة
 $\sqrt{x-1} + 5 = 9$ ؟

- (A) $x = -1$ (C) $x = 17$
(B) $x = 3$ (D) $x = 57$

5. أوجد حلّ المعادلة $\sqrt{x+5} - \sqrt{5x+5} = -2$.

4-2 اختبار الدرس

دوال القيمة المطلقة

1. أي من الخيارات التالية يمثل مجال ومدى الدالة

$$h(x) = 3|x|$$

Ⓐ المجال هو كل الأعداد الحقيقية والمدى

هو $]-\infty, 0]$ Ⓑ المجال هو $[0, \infty[$ والمدى هو كل الأعداد

الحقيقية

Ⓒ المجال هو $]-\infty, 0]$ والمدى هو كل الأعداد

الحقيقية

Ⓓ المجال هو كل الأعداد الحقيقية والمدى

هو $[0, \infty[$

2. يمشي تامر من منزله إلى صندوق البريد، حيث

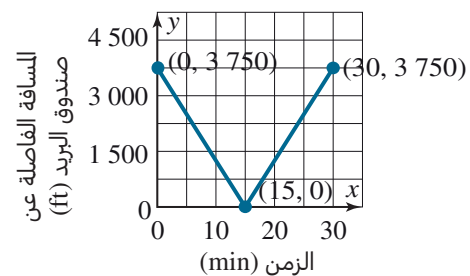
يسير مدة 15 دقيقة بسرعة ثابتة، ليضع رسالة

في صندوق البريد، ثم يسير عائداً إلى منزله بنفس

السرعة. يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي

تفصله عن صندوق البريد بدلالة الزمن. أي من

الخيارات التالية يمثل السرعة التي يمشي بها تامر؟



Ⓐ 280 ft/min

Ⓒ 260 ft/min

Ⓑ 270 ft/min

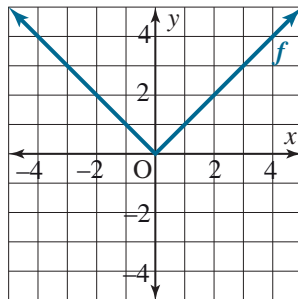
Ⓓ 250 ft/min

3. حدّد التحويلات الهندسية المطبقة على منحنى

الدالة f للحصول على منحنى الدالة

$$g(x) = \frac{1}{2}|x + 3| - 1$$

بإستعمال التمثيل البياني أدناه.



4. للحصول على فرصة لربح سيارة في إحدى

المسابقات، يجب على المتسابق أن يخمن عدد

المفاتيح الموجودة في صندوق مغلق بحيث لا

يتخطى الفرق بين تخمينه والعدد الفعلي للمفاتيح

4 مفاتيح. المتسابق الذي يقع تخمينه ضمن هذا

النطاق يُعطى مفتاحاً لمحاولة تشغيل السيارة.

افترض أن الصندوق يحتوي على 570 مفتاحاً. اكتب

معادلة وحلّها لتحديد كل من التخمينين الأعلى

والأدنى اللذين يمنحان المتسابقين فرصة لربح

السيارة.

5. أوجد حل متباينة القيمة المطلقة التالية:

$$2|x - 1| - 5 \geq 3$$

4-3 اختبار الدرس

الدوال المتعددة التعريف

1. يوضح الجدول أدناه تكلفة شحن الطرود البريدية التي يتجاوز وزنها 500 g وذلك حسب أوزانها. مثل دالة التكلفة بيانياً.

وزن الطرد البريدي (بالجرام)	$0 < x \leq 150$	$150 < x \leq 300$	$300 < x \leq 400$	$400 < x \leq 500$
تكلفة الشحن (QR)	20	30	40	50

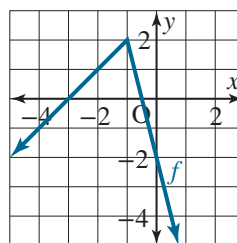
4. ارسم التمثيل البياني للدالة

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{3}{4}x + 2, & x \leq 4 \\ \frac{1}{2}x - 3, & x > 4 \end{cases}$$

2. أي من الخيارات التالية يحدد الفترة من المجال التي

$$f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < -1 \\ -4x - 2, & x \geq -1 \end{cases}$$

الممثلة بيانياً أدناه متناقصة؟



- Ⓐ $]-\infty, -1]$ Ⓒ $[-1, \infty[$
Ⓑ $[2, \infty[$ Ⓓ $]-\infty, -2]$

5. يوضح الجدول التالي تكلفة استئجار دراجة هوائية.

استأجر عيسى دراجة هوائية عند الساعة

4:00 p.m. ، وبنوي إعادتها قبل الساعة 1:00 p.m.

عدد ساعات الاستئجار، x	التكلفة (QR)، $f(x)$
$0 < x \leq 1$	24
$1 < x \leq 2$	48
$2 < x \leq 3$	60
$3 < x \leq 4$	72

أكمل العبارات التالية:

سيدفع عيسى مبلغ _____ إذا أعاد الدراجة عند الساعة 3:45 p.m. ، وإذا تأخر في إعادة الدراجة مدة 30 دقيقة فسيدفع مبلغًا إضافيًا مقداره _____.

3. أي مما يلي يمثل الدالة $f(x) = |3x - 9|$ مكتوبةً

في صورة دالة متعددة التعريف؟

- Ⓐ $f(x) = \begin{cases} -3x + 9, & x < 3 \\ 3x - 9, & x \geq 3 \end{cases}$
Ⓑ $f(x) = \begin{cases} -3x + 9, & x < 6 \\ 3x - 9, & x \geq 6 \end{cases}$
Ⓒ $f(x) = \begin{cases} -3x - 9, & x < 3 \\ 3x + 9, & x \geq 3 \end{cases}$
Ⓓ $f(x) = \begin{cases} -3x - 9, & x < 6 \\ 3x + 9, & x \geq 6 \end{cases}$

4-4 اختبار الدرس

التناسب العكسي والدوال النسبية

4. أي من الدوال التالية لتمثيلها البياني خط تقارب أفقي معادلته $y = -3$ ؟

- (A) $y = \frac{x-3}{x+1}$
 (B) $y = \frac{x}{2-3x}$
 (C) $y = \frac{1-3x}{2+x}$
 (D) $y = \frac{1+3x}{2-3x}$

5. يستطيع ثلاثة طلاب غسل سيارة خلال 16 دقيقة. إذا كان الزمن اللازم لغسل السيارة متناسبًا عكسيًا مع عدد الطلاب المشاركين في غسل السيارة، أي من الخيارات التالية يمثل الزمن الذي يستغرقه غسل نفس السيارة إذا شارك في غسلها طالبان؟

- (A) 20
 (B) 22
 (C) 24
 (D) 26

1. تمّت إزاحة التمثيل البياني للدالة $y = \frac{1}{x}$ بمقدار ثلاث وحدات إلى الأعلى ووحدين إلى اليسار. أي من الدوال التالية تمثل دالة المنحنى الناتج عن الإزاحة؟

- (A) $y = \frac{1}{x+2} + 3$
 (B) $y = \frac{1}{x-2} + 3$
 (C) $y = \frac{1}{x-3} + 2$
 (D) $y = \frac{1}{x+3} - 2$

2. ارسم التمثيل البياني للدالة $p(x) = 2 - \frac{1}{x+4}$.

3. يضيف باحث x لتر من الماء إلى وعاء يحتوي على 10 لترات من مزيج مكوّن من 12% من الملح و 88% من الماء. تمثل الدالة $f(x) = \frac{1.2}{x+10}$ النسبة المئوية للملح في المزيج الجديد. أوجد عدد لترات الماء التي يجب إضافتها إلى الوعاء لتصبح النسبة المئوية للملح في المزيج 1% إشرح كيف تتأثر قيمة النسبة المئوية للملح في المزيج كلما زادت كمية الماء المضافة.

4 تقويم الوحدة، النموذج A

1. لتكن $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$. أكمل الجدول التالي:

هي معادلة خط التقارب الرأسى للدالة f	
$y = a$	
المقطع x للدالة f هو	
هو المقطع y للدالة f	

5. إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 3 - x$ ، أوجد مجال الدالة $(f \circ g)(x)$.6. ما حل المعادلة $\sqrt{x} + \sqrt{x+2} = 2$ ؟

7. أي من الخيارات التالية يمثل مجال الدالة

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

- (A) $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
 (B) $]-\infty, \infty[$
 (C) $]-\infty, 2[\cup]2, 3[\cup]3, \infty[$
 (D) $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

8. لتكن الدالة $f(x) = \sqrt{x+a} + b$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان. أوجد مجال ومدى هذه الدالة بدلالة a و b .2. مجال الدالة $f(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{x-1}$ هو:

- (A) $]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
 (B) $]-\infty, \infty[$
 (C) $]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$
 (D) $]-\infty, 1[\cup]1, 2[\cup]2, \infty[$

3. الحل البياني للمعادلة $\sqrt{x-1} - 3 = 0$ هو المقطع x لمنحنى الدالة:

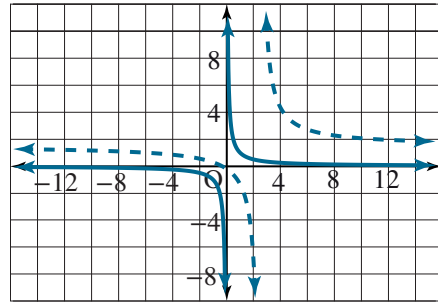
- (A) $y = \sqrt{x-1}$
 (B) $y = \sqrt{x-1} + 3$
 (C) $y = -\sqrt{x-1} + 3$
 (D) $y = \sqrt{x-1} - 3$

4. إذا أرحت التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x}$ بمقدار 3 وحدات إلى اليمين و 9 وحدات إلى الأسفل، أي من الخيارات التالية يمثل التمثيل البياني الناتج عن هذه الإزاحة؟

- (A) $y = 3 + \sqrt{x+9}$ (C) $y = 3 - \sqrt{9+x}$
 (B) $y = 9 - \sqrt{x+3}$ (D) $y = -9 + \sqrt{x-3}$

9. أوجد قيمة k إذا كانت الدالة $f(x) = \frac{k}{x-6}$ إزاحة للدالة $y = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x - 6}$.

10. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنيتي الدالتين $y = \frac{3x+1}{2x-5}$ و $y = \frac{1}{x}$.



أي من الخيارات التالية يمثل عدد نقاط التقاء هذين المنحنيين؟

- (A) 3 (C) 1
(B) 2 (D) 0

11. أي من الخيارات التالية يمثل خطوط التقارب الأفقية والرأسية لمنحنى الدالة $y = \frac{x+3}{x^4-81}$ ؟

- (A) $x = 3$ و $y = 0$
(B) $x = 3$ و $x = -3$ و $y = 0$
(C) $x = 9$ و $y = 1$
(D) $x = -9$ و $y = 10$

12. أي من الخيارات التالية يصف سلوك الدالة

$$f(x) = \frac{4x-1}{2x+2} \text{ عندما } x \rightarrow \pm\infty$$

- (A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$
(B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{2}$
(C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\frac{1}{2}$
(D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$

13. أي من الخيارات التالية يمثل مجال ومدى الدالة $f(x) = \frac{1}{x-3} + 1$.

- (A) المجال: $x \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
(B) المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
(C) المجال: $x \in]-\infty, -3[\cup]-3, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
(D) المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$

14. بيّن الجدول أدناه قيمًا مختارة للدالة $g(x) = |ax|$ ، حيث $a > 0$. أوجد قيمة b .

x	$g(x)$
0	0
3	b
a	4

- (A) 2 (C) 6
(B) 3 (D) 12

15. نقطة الرأس لدالة القيمة المطلقة $f(x) = -|x-3| + 2$ هي:

- (A) $(-3, 2)$ (C) $(3, 2)$
(B) $(-2, 3)$ (D) $(2, 3)$

16. أي من الخيارات التالية يمثل حل المعادلة

$$|x - 1| + |x + 2| = 0$$

1 (A) $-\frac{1}{2}$ (C)

-2 (B) لا حل حقيقي لها (D)

17. يتقاضى عامل النظافة في إحدى الشركات أجره اليومي مقابل عدد ساعات العمل كما يلي:

يتقاضى العامل QR 50 إذا عمل أقل من ساعة واحدة، ويتقاضى QR 100 إذا عمل من ساعة واحدة إلى أقل من ساعتين، ويتقاضى QR 170 إذا عمل من ساعتين إلى أقل من 3 ساعات، أما إذا عمل من 3 إلى 5 ساعات يوميًا فيتقاضى QR 230. مثل الدالة التي تنمذج الأجر اليومي لهذا العامل، بالريال.

19. أي من الدوال التالية لها نفس التمثيل البياني الذي

$$y = |x - 1| + |x + 3|$$

(A) $f(x) = \begin{cases} 2x + 2 & x \leq -3 \\ 2 & -3 < x \leq 1 \\ 2x + 2 & 1 \leq x \end{cases}$

(B) $f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & x \leq -3 \\ 2 & -3 < x \leq 1 \\ -2x - 2 & 1 \leq x \end{cases}$

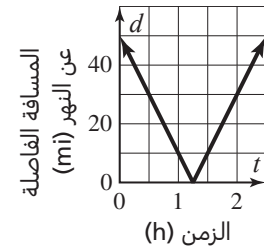
(C) $f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & x \leq -3 \\ 4 & -3 < x \leq 1 \\ 2x + 2 & 1 \leq x \end{cases}$

(D) $f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & x \leq -3 \\ 4 & -3 < x \leq 1 \\ -2x - 2 & 1 \leq x \end{cases}$

20. لتكن الدالة $f(x) = \frac{ax - 4}{cx + d}$ ، أوجد قيمة كل من الأعداد الحقيقية a و c و d عندما $f(2) = 0$ وحيث خطأ التقارب لمنحنى الدالة هما $x = -3$ و $y = 2$.

18. تجتاز منى جسرًا فوق نهر عندما تقود سيارتها من منزلها إلى الشاطئ. يوضح التمثيل البياني للدالة

$d(t) = 40|t - 1.25|$ المسافة التي تفصل منى عن النهر، d ، بالأميال، بعد t ساعة. مجال الدالة هو $0 \leq x \leq 2.5$ ، يوضح التمثيل البياني أدناه مسار رحلة منى كاملاً.



أوجد الفترة التي تتناقص فيها المسافة بين منى والنهر.

4 تقويم الوحدة، النموذج B

1. لتكن f الدالة النسبية التالية $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ حيث a, b, c, d أعداد حقيقية غير الصفر. صل العبارات المناسبة فيما يلي:

- $x = -\frac{d}{c}$
- $y = \frac{b}{d}$
- $x = -\frac{b}{a}$
- $y = \frac{a}{c}$
- هي معادلة خط التقارب الأفقي
- هي معادلة خط التقارب الرأسي
- هي المقطع x للدالة f
- هي المقطع y للدالة f

5. إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 5 - x$ ، أوجد مجال الدالة $(f \circ g)(x)$.

6. ما حل المعادلة $\sqrt{x} - \sqrt{x-3} = 1$ ؟

7. أي من الخيارات التالية يمثل مجال الدالة $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 3x - 4}$ ؟

- (A) $]-\infty, -1[\cup]-1, 2[\cup]2, \infty[$
- (B) $]-\infty, \infty[$
- (C) $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$
- (D) $]-\infty, -4[\cup]-4, 1[\cup]1, \infty[$

8. لتكن الدالة $f(x) = \sqrt{a-x} + b$ ، حيث a و b عدنان حقيقيان. أوجد مجال ومدى هذه الدالة بدلالة a و b .

2. مجال الدالة $f(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{x+1}$ هو:

- (A) $]-\infty, -1[\cup]-1, 3[\cup]3, \infty[$
- (B) $]-\infty, \infty[$
- (C) $]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$
- (D) $]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

3. الحل البياني للمعادلة $\sqrt{x+1} - 4 = 0$ هو المقطع x لمنحنى الدالة:

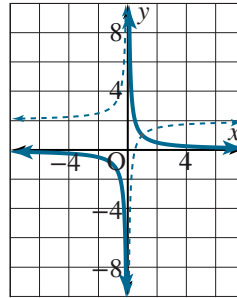
- (A) $y = \sqrt{x+1} - 4$
- (B) $y = \sqrt{x+1} + 4$
- (C) $y = -\sqrt{x+1} + 4$
- (D) $y = \sqrt{x+1}$

4. إذا أزحت التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x}$ بمقدار وحدتين إلى اليسار و 3 وحدات إلى الأعلى، أي من الخيارات التالية يمثل التمثيل البياني الناتج عن هذه الإزاحة؟

- (A) $y = 2 + \sqrt{x+3}$
- (B) $y = 3 + \sqrt{x+2}$
- (C) $y = -3 + \sqrt{x-2}$
- (D) $y = 2 + \sqrt{x-3}$

9. أوجد قيمة k إذا كانت الدالة $f(x) = \frac{k}{x-3}$ إزاحة للدالة $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 6}$.

10. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنيتي الدالتين $y = \frac{2x-1}{x}$ و $y = \frac{1}{x}$.



أي من الخيارات التالية يمثل عدد نقاط التقاء هذين المنحنيين؟

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

11. أي من الخيارات التالية يمثل خطوط التقارب الأفقية والرأسية لمنحنى الدالة $y = \frac{x+1}{x^4-1}$ ؟

- (A) $x = -1$ و $x = 1$ و $y = 0$
(B) $x = 1$ و $y = 0$
(C) $x = 1$ و $y = 1$
(D) $x = -1$ و $y = 1$

12. أي من الخيارات التالية يصف سلوك الدالة

$$f(x) = \frac{5x+1}{2x-1} \text{ عندما } x \rightarrow \pm\infty$$

- (A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{5}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{5}{2}$
(B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{5}{2}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{5}{2}$
(C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$
(D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

13. أي من الخيارات التالية يمثل مجال ومدى الدالة $f(x) = \frac{1}{x-2} + 3$.

- (A) المجال: $x \in]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
(B) المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$
(C) المجال: $x \in]-\infty, -2[\cup]-2, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
(D) المجال: $x \in]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$
المدى: $y \in]-\infty, \frac{5}{3}[\cup]\frac{5}{3}, \infty[$

14. يبين الجدول أدناه قيمًا مختارة للدالة $g(x) = |ax|$ ، حيث $a > 0$. أوجد قيمة b .

x	$g(x)$
0	0
2	b
a	16

- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 32

15. نقطة الرأس لدالة القيمة المطلقة $f(x) = -|x+2| - 3$ هي:

- (A) $(-2, -3)$ (B) $(-2, 3)$ (C) $(-3, -2)$ (D) $(3, 2)$

16. أي من الخيارات التالية يمثل حل المعادلة $|x-2| + |x+3| = 0$

- (A) -3 (B) 0 (C) 2 (D) ليس للدالة حل حقيقي

17. تتقاضى شركة لشحن الطرود البريدية رسوم الشحن تبعًا لوزن الطرد كما يلي:

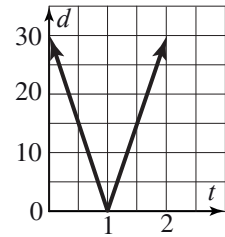
تتقاضى الشركة مبلغ QR 25 إذا كان وزن الطرد أقل من 2 kg، ومبلغ QR 50 إذا كان وزنه من 2 kg إلى أقل من 4 kg، ومبلغ QR 80 إذا كان وزنه من 4 kg إلى أقل من 6 kg، أما إذا كان وزن الطرد من 6 kg إلى 8 kg فإن الشركة تتقاضى مبلغ QR 110. مثل الدالة التي تنمذج قيمة الرسوم التي تتقاضاها الشركة مقابل شحن طرود لا يتجاوز وزنها 8 kg، بالريال القطري.

19. أي من الدوال التالية لها نفس التمثيل البياني الذي للدالة $y = |x - 3| + |x + 2|$ ؟

- (A) $f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & x \leq -2 \\ 5 & -2 < x \leq 3 \\ 2x - 1 & 3 \leq x \end{cases}$
- (B) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \leq -2 \\ 5 & -2 < x \leq 3 \\ 2x + 1 & 3 \leq x \end{cases}$
- (C) $f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & x \leq -2 \\ -1 & -2 < x \leq 3 \\ -2x - 1 & 3 \leq x \end{cases}$
- (D) $f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & x \leq -2 \\ -5 & -2 < x \leq 3 \\ -2x - 1 & 3 \leq x \end{cases}$

20. لتكن الدالة $f(x) = \frac{6x + m}{nx + t}$ ، أوجد قيمة كل من الأعداد الحقيقية m و n و t إذا كان المقطع x لمنحنى الدالة f هو $-\frac{1}{6}$ وكان خطأ التقارب لمنحنى الدالة هما $x = 2$ و $y = 3$.

18. يمر فارس بمحطة وقود أثناء توجهه كل يوم من منزله إلى مكان عمله. يوضح التمثيل البياني للدالة $d(t) = 30|t - 1|$ المسافة الفاصلة بين فارس ومحطة الوقود، d ، بالأميال، بعد t ساعة. مجال الدالة هو $0 \leq t \leq 2$ ، يوضح التمثيل البياني أدناه كامل مسار فارس اليومي من منزله إلى مكان عمله.



أوجد بُعد محطة الوقود عن منزل فارس والزمن اللازم لبلوغها.

4 تقويم الوحدة، النموذج C

1. لتكن الدالة $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ، حيث a و b و c و d أعداد حقيقية غير الصفر. حدّد ما إذا كانت كلّ من العبارات التالية صحّ أم خطأ.

خطأ	صح	
		المقطع x للدالة f هو $x = -\frac{b}{a}$
		معادلة خطّ التقارب الرأسي للدالة f هي $x = \frac{d}{c}$
		معادلة خطّ التقارب الأفقي للدالة f هي $y = \frac{c}{a}$
		المقطع y للدالة f هو $y = \frac{b}{d}$

5. إذا كان $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = 2 - x$ ، أوجد مجال الدالة $(f \circ g)(x)$.

6. ما حلّ المعادلة $\sqrt{x} + \sqrt{x+4} = 2$ ؟

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مجال الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x - 3}$ ؟

- (A) $]-\infty, \infty[$
 (B) $]-\infty, 1[\cup]1, 2[\cup]2, \infty[$
 (C) $]-\infty, -1[\cup]-1, 3[\cup]3, \infty[$
 (D) $]-\infty, 0[\cup]0, \infty[$

8. لتكن الدالة $f(x) = \sqrt{x-a} - b$ ، حيث a و b عدنان حقيقيّان. أوجد مجال ومدى هذه الدالة بدلالة a و b .

2. مجال الدالة $f(x) = \frac{(x-2)(x+4)}{x-2}$ هو:

- (A) $]-\infty, \infty[$
 (B) $]-\infty, 2[\cup]2, \infty[$
 (C) $]-\infty, -4[\cup]-4, 2[\cup]2, \infty[$
 (D) $]-\infty, -4[\cup]-4, \infty[$

3. الحلّ البياني للمعادلة $\sqrt{x+2} + 1 = 0$ هو المقطع x لمنحنى الدالة:

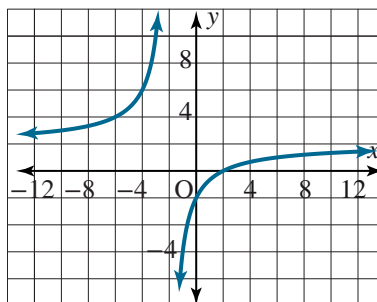
- (A) $y = -\sqrt{x+2} - 1$
 (B) $y = \sqrt{x+2} - 1$
 (C) $y = \sqrt{x+2} + 1$
 (D) $y = \sqrt{x+2}$

4. إذا أزلحت التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x}$ بمقدار 5 وحدات إلى اليمين ووحدين إلى الأعلى، أيّ من الخيارات التالية يمثّل التمثيل البياني الناتج عن هذه الإزاحة؟

- (A) $y = 2 + \sqrt{x-5}$ (C) $y = 2 - \sqrt{x-5}$
 (B) $y = 5 + \sqrt{x-2}$ (D) $y = 5 + \sqrt{x+2}$

9. أوجد قيمة k إذا كانت الدالة $f(x) = \frac{k}{x-5}$ إزاحة للدالة $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 5}$.

10. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنيتي الدالتين $y = \frac{x-1}{x+1}$ و $y = \frac{1}{x}$.



أي من الخيارات التالية يمثل عدد نقاط التقاء هذين المنحنيين؟

- (A) 4 (C) 1
(B) 2 (D) 0

11. أي من الخيارات التالية يمثل خطوط التقارب الأفقية والرأسية لمنحنى الدالة $y = \frac{x+2}{x^4-16}$ ؟

- (A) $x = -2$ و $x = e$ و $y = 0$
(B) $x = 4$ و $y = 1$
(C) $x = 2$ و $y = 0$
(D) $x = -4$ و $y = 1$

12. أي من الخيارات التالية يصف سلوك الدالة

$$f(x) = \frac{8x-1}{2x+5} \text{ عندما } x \rightarrow \pm\infty$$

- (A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 4$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$
(B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$
(C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{5}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\frac{1}{5}$
(D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{1}{5}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{5}$

13. أي من الخيارات التالية يمثل مجال ومدى الدالة $f(x) = \frac{1}{x-1} + 3$.

- (A) المجال: $x \in]-\infty, -1[\cup]-1, \infty[$ المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$
(B) المجال: $x \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$ المدى: $y \in]-\infty, \frac{2}{3}[\cup]\frac{2}{3}, \infty[$
(C) المجال: $x \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$ المدى: $y \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$
(D) المجال: $x \in]-\infty, 1[\cup]1, \infty[$ المدى: $y \in]-\infty, 3[\cup]3, \infty[$

14. بيّن الجدول أدناه قيمًا مختارة للدالة $g(x) = |ax|$ ، حيث $a > 0$. أوجد قيمة b .

x	$g(x)$
0	0
2	b
a	25

- (A) 2 (C) 10
(B) 5 (D) 50

15. نقطة الرأس لدالة القيمة المطلقة $f(x) = -|x+4| + 1$ هي:

- (A) (1, -4) (C) (4, 1)
(B) (-4, 1) (D) (-1, -4)

16. أي من الخيارات التالية يمثل حل المعادلة

$$|x - 4| + |x + 3| = 0$$

(A) -3 (C) 12

(B) 4 (D) لا حل حقيقي لها

17. يتقاضى نادٍ للرياضات البحرية مبلغًا معيّنًا من المال

مقابل استئجار يخت بحسب عدد ساعات استئجاره

كما يلي:

يتقاضى النادي مبلغ QR 200 مقابل استئجار

اليخت مدة أقل من ساعة واحدة، ومبلغ QR 250

مقابل استئجاره من ساعة واحدة إلى أقل من ساعتين،

ومبلغ QR 320 مقابل استئجاره من ساعتين إلى

أقل من 3 ساعات، أمّا إذا كانت مدة استئجار اليخت

من 3 إلى 5 ساعات يوميًا فإن النادي يتقاضى مبلغ

QR 450. مثل الدالة التي تنمذج قيمة الاستئجار

اليومي لهذا اليخت بالريال.

19. أي من الدوال التالية لها نفس التمثيل البياني الذي

$$y = |x - 2| + |x + 1|$$

(A) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \leq -1 \\ 3 & -1 < x \leq 2 \\ 2x + 1 & 2 \leq x \end{cases}$

(B) $f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & x \leq -1 \\ 3 & -1 < x \leq 2 \\ 2x - 1 & 2 \leq x \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & x \leq -1 \\ 1 & -1 < x \leq 2 \\ -2x - 1 & 2 \leq x \end{cases}$

(D) $f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & x \leq -1 \\ -3 & -1 < x \leq 2 \\ -2x - 1 & 2 \leq x \end{cases}$

20. لتكن الدالة $f(x) = \frac{mx + n}{2x + t}$ ، أوجد قيمة كل من

الأعداد الحقيقية غير الصفرية m و n و t إذا كان

المقطع y للدالة هو $\frac{1}{2}$ وخطًا التقارب لمنحنى الدالة

$$y = \frac{3}{2} \text{ و } x = -2.$$

18. يجتاز ناصر كل يوم إشارة مرور واحدة عندما يتوجّه

بسيارته من منزله إلى مكان عمله. يوضّح التمثيل

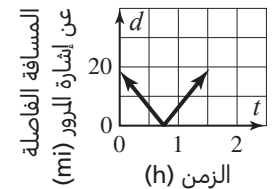
البياني للدالة $d(t) = 25|t - 0.75|$ المسافة

الفاصلة بين ناصر وإشارة المرور، d ، بالأمتال، بعد

t ساعة. مجال الدالة هو $0 \leq t \leq 1.5$ ، يوضّح

التمثيل البياني أدناه كامل مسار ناصر اليومي من

منزله إلى مكان عمله.



أوجد الفترة الزمنية التي تزايد فيها المسافة بين

سيارة ناصر وإشارة المرور.

4 تقويم الأداء، النموذج A

b. أوجد الدالة L بدلالة t . اشرح كل خطوات الحل، ثم أوجد مجال الدالة، وحدد متى تكون متناقصة ومتى تكون متزايدة، مع توضيح السبب.

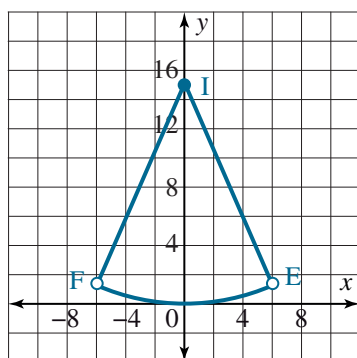
بعد أن لاحظ العالم الإيطالي جاليليو جاليلي حركة مشعل متأرجح، اكتشف اكتشافًا مهمًا يتعلق بتوقيت تأرجح البندول. ثم اكتشف العالم الهولندي كريستيان هيجينز العلاقة بين طول البندول والزمن الذي يستغرقه لإتمام دورة تأرجح كاملة. أدت اكتشافات هذين العالمين إلى استعمال البندول في صنع الساعات.

1. دورة البندول هي الزمن الذي يستغرقه ليتأرجح من نقطة قصوى إلى نقطة قصوى أخرى ذهبا وإيابا. تمثل الدالة $t(L) = 2\pi\sqrt{\frac{L}{980}}$ زمن الدورة t ، بالثواني، لبندول طوله L سنتيمتر.
- a. استعمل هذه الدالة لإكمال الجدول أدناه بالنسبة لقيم كل من t و L ، ثم مثل الدالة بيانيًا. قَرِّب القيم إلى أقرب جزء من عشرة.

الزمن (s)	الطول (cm)
0	
50	
100	
200	
400	

2. يتأرجح بندول بين النقطتين E و F على قوس دائرة مركزها النقطة $I(0, 15)$ كما هو مبين في الرسم أدناه.

يمكن نمذجة المسافة (بالسنتيمتر) بين موقع رأس البندول ونقطة السكون، أي النقطة التي يكون عندها البندول في وضعية السكون وهي هنا نقطة الأصل للمستوى الإحداثي، بالدالة: $d(x) = 1.04|x|$.



a. حدّد مجال الدالة d ثم اكتبها في صورة دالة متعدّدة التعريف.

b. أوجد المسافة بين نقطة السكون ورأس البندول عندما يصل إلى أقصى ارتفاع له.

c. أوجد إحداثيي نقطة على قوس الدائرة المعطى حيث تكون المسافة بين رأس البندول ونقطة السكون 3.12 cm

d. ممثّل الدالة d بيانيًا بتطبيق التحويلات الهندسيّة المناسبة على التمثيل البياني للدالة $f(x) = |x|$.

3. يعرف تردد البندول f بأنه مقلوب الدورة، وهو يمثّل عدد الدورات في ثانية واحدة، ويُقاس بوحدة الهرتز. a. اكتب صيغة إيجاد طول البندول L بدلالة تردده f .

b. ممثّل الدالة $L(f)$ بيانيًا، وحدّد ما إذا كان لمنحنى الدالة خطوط تقارب.

c. أوجد تفسيرًا علميًا للخصائص الرئيسة لمنحنى الدالة $L(f)$.

4 تقويم الأداء، النموذج B

تُحسب قيمة فاتورة الكهرباء حسب عدد ساعات الاستهلاك الفعلي للطاقة، الذي يُقاس بالكيلوواط/ساعة (Kwh) وتُحسب قيمة كل 1 Kwh تبعاً لوجهة استعمال الطاقة الكهربائية نفسها (شقة سكنية، منشأة حكومية، منشأة صناعية، عمل تجاري، فنادق، ...).

1. في حالة الشقق السكنية تحتسب قيمة الفاتورة الشهرية عبر تقسيم عدد الـ Kwh إلى فئات، كما في الجدول التالي:

كثافة الطاقة المستهلكة شهرياً (kwh)	1-2 000	2 001-4 000	4 001-15 000	أكثر من 15 000
سعر الكيلوواط/ساعة الواحد (QR)	0.11	0.13	0.18	0.26

a. برهن أن قيمة فاتورة الكهرباء عند استهلاك 4 300 Kwh شهرياً هي 534 QR.

b. اكتب دالة متعددة التعريف يمكن استعمالها لإيجاد قيمة فاتورة الكهرباء الشهرية (بالريال القطري)، بدلالة كثافة الطاقة المستهلكة شهرياً (بالكيلوواط/ساعة).

c. مَثِّل الدالة بيانيًا، ثم أوجد مجالها ومداها.

c. في رأيك، هل يساهم النظام الجديد في ترشيد استهلاك الطاقة الكهربائية؟ بَرِّر إجابتك.

d. بلغ استهلاك منزل ماجد من الكهرباء في الشهر الماضي 4 300 Kwh، بينما بلغ استهلاك منزل نواف 15 200 Kwh، أي النظامين أوفر لكل منهما، القديم أم الجديد؟ وضح إجابتك.

2. لتكن f الدالة التالية: $f(x) = \frac{-7}{0.8(x+1)} + 9$.

a. صف كيف يمكن الحصول على التمثيل البياني للدالة f عبر تحويل التمثيل البياني للدالة النسبية $g(x) = \frac{1}{x}$. حدّد معادلات خطوط التقارب الرأسية والأفقية. ارسم التمثيل البياني للدالة.

b. قرّرت المؤسسة العامة للكهرباء اعتماد نظام جديد لتحديد قيمة فواتير الكهرباء للشقق السكنية، وذلك باستعمال الدالة f حيث x كمّية الطاقة المستهلكة (بآلاف الكيلوواط/ساعة)، و $f(x)$ قيمة الفاتورة (بمئات الريالات القطرية). حدّد، في هذه الحالة، مجال ومدى الدالة f .

الاختبار التراكمي للوحدات 4-1

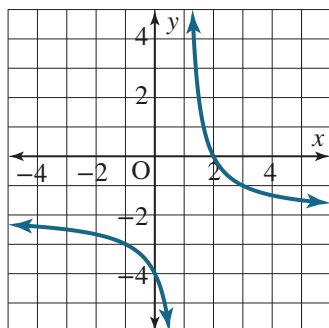
5. في علاقة تناسب عكسي بين المتغيرين x و y ، إذا كان $x = 8$ و $y = \frac{1}{2}$ ، فإن المعادلة التي تمثل هذه العلاقة هي:

- (A) $y = 4x$ (C) $y = \frac{4}{x}$
(B) $y = \frac{x}{2}$ (D) $y = \frac{2}{x}$

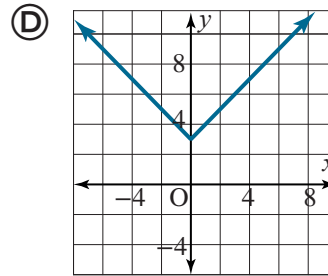
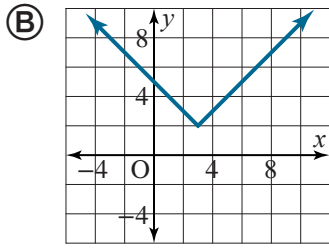
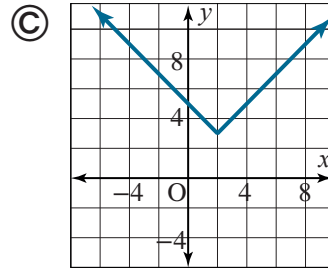
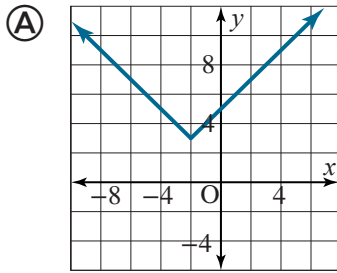
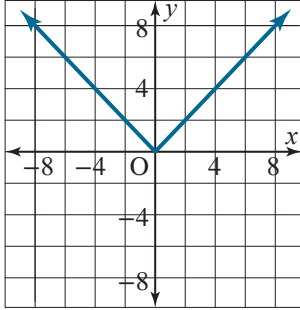
6. أوجد مجال ومدى الدالة f حيث

$$f(x) = \frac{1}{x+2} + 3$$

7. يوضح الشكل أدناه التمثيل البياني لدالة نسبية f .



8. إذا كان التمثيل البياني المعطى يمثل دالة القيمة المطلقة $f(x) = |x|$ ، أي من التمثيلات البيانية التالية يمثل الدالة $y = |x - 2| + 3$ ؟



10. إذا كان $f(x) = \frac{1}{x-1} + 2$ ، فإن $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ تساوي:

- (A) -2 (C) 1
(B) 0 (D) 2

11. أي من الخيارات التالية يمثل مجال ومدى الدالة $f(x) = \sqrt{x-3}$ ؟

- (A) المجال: $x \geq 0$ ، المدى: $y \geq 3$
(B) المجال: $x \geq 0$ ، المدى: $y \geq 0$
(C) المجال: $x \geq 3$ ، المدى: $y \geq 0$
(D) المجال: $x \geq 3$ ، المدى: $y \geq 3$

9. حل المعادلة $\frac{x-1}{x-2} - 2 = 0$ يمثل:

- (A) المقطع x للدالة $y = \frac{x-1}{x-2}$
(B) الإحداثي x لنقطة تقاطع منحنى الدالة $y = \frac{x-1}{x-2}$ مع المستقيم $x = 2$
(C) الإحداثي x لنقطة تقاطع منحنى الدالة $y = \frac{x-1}{x-2}$ مع المستقيم $y = 2$
(D) المقطع x للدالة $y = \frac{x-1}{x-2} + 2$

12. إذا أزحت منحنى الدالة $y = 2 + \sqrt{x}$ بمقدار

وحدثين إلى اليسار ووحدة واحدة إلى الأعلى،

أي من الخيارات التالية يمثّل معادلة المنحنى الناتج؟

(A) $y = 3 + \sqrt{x + 2}$

(B) $y = 1 + \sqrt{x - 2}$

(C) $y = 3 - \sqrt{x + 2}$

(D) $y = 1 + \sqrt{x + 2}$

13. ارسم التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2\sqrt{x - 1} + 1$

من خلال تحويل التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x}$ مع

توضيح التحويلات المنقّدة.

16. الدالة المتعدّدة التعريف

$$g(x) = \begin{cases} 0 & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq x < 2 \\ |x - 1| - x & , 2 \leq x < 3 \\ 5 & , x = 3 \end{cases}$$

(A) دالة درجيّة

(B) ليست دالة درجيّة

(C) دالة درجيّة إذا حذفت $x = 3$ من المجال

(D) دالة درجيّة إذا استبدلت العدد 1 بالعدد 5

في تعريف دالة القيمة المطلقة

17. لتكن الدوال $g_1(x) = \frac{1}{x+2}$ و $f_1(x) = x + 1$

و $g_2(x) = x + 2$ و $f_2(x) = x^2 + 3x + 2$

إذا كان $h_1(x) = f_1(x) + g_1(x)$ و $h_2(x) = \frac{f_2(x)}{g_2(x)}$

فإنّ:

(A) الدالتين h_1 و h_2 متطابقتان.

(B) الدالتين h_1 و h_2 غير متطابقتين.

(C) $h_1(x) \neq h_2(x)$ لكل $x \in \mathbb{R}$.

(D) $h_1(x) = h_2(x)$ فقط عند $x = 1$.

18. ممثّل الدالة $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ بيانيًا، ثم أوجد

قاعدة معكوس الدالة f في نفس الفترة البيانية،

ثم ممثّل المعكوس في نفس المستوى الإحداثي.

14. أوجد حل المتباينة $|x - 2| - x \leq 1$.

15. أي مما يلي يمثّل حلًّا للمعادلة $|x - 2| - 5 = 0$ ؟

(A) $x = -7$

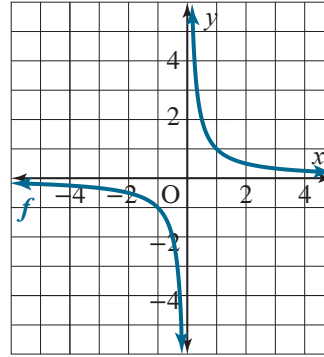
(B) $x = -3$

(C) $x = 3$

(D) $x = 5$

19. إذا كان التمثيل البياني الموضح أدناه هو للدالة

$f(x) = \frac{1}{x}$ ، ارسم التمثيل البياني للدالة $g(x) = \frac{x-1}{x-2}$ باستعمال التحويلات الهندسية، مع توضيح التحويلات المنقذة.



21. إذا كان $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x^3 + x - 1$ ،

أي من الخيارات التالية يضم دالتين كثيرتي الحدود تحققان $g(x) \times f(x) = l(x) + h(x)$

(A) $l(x) = 2x^3 - x$ و $h(x) = x^5 - x^2 + 1$

(B) $l(x) = x^3 + x$ و $h(x) = x^5 + x^2 - 1$

(C) $l(x) = 2x^3 + x$ و $h(x) = x^5 - x^2 - 1$

(D) $l(x) = x^3 + x$ و $h(x) = x^5 - x^2 + 1$

22. يبلغ عدد أعضاء رابطة مشجعي أحد أندية كرة القدم

20 500 عضواً، يدفع كل منهم رسم اشتراك شهرياً

مقداره QR 8. كلما ازداد هذا الرسم الشهري بمقدار

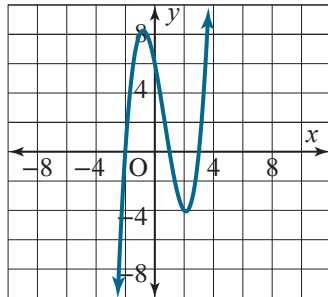
QR 1، تفقد الرابطة 100 عضو تقريباً من أعضائها.

اكتب الدالة التي تمثل العائدات الشهرية للرابطة

بدلالة x ، حيث تمثل x تمثل الزيادة المضافة إلى

رسم الاشتراك الشهري، وبسطها.

23. التمثيل البياني أدناه هو للدالة الكثيرة الحدود f .



صن كل عبارة إلى اليمين بما يناسبها إلى اليسار.

الدالة متزايدة في الفترة $[2, \infty[$

و $]-\infty, -1]$

الدالة متناقصة في الفترة $[-1, 2]$

أصفار الدالة هي -4, 8

القيم القصوى للدالة هي -2, 1, 3

20. التحويلات الهندسية التي يجب تنفيذها على التمثيل

البياني للدالة الرئيسة $f(x) = \sqrt{x}$ للحصول على

التمثيل البياني التمثيل البياني للدالة الجذرية

$y = \sqrt{9x + 36}$ هي:

(A) تمّدد رأسي بمعامل مقداره 3

وإزاحة أفقية بمقدار 4 وحدات إلى اليسار

(B) تمّدد رأسي بمعامل مقداره 9

وإزاحة أفقية بمقدار 4 وحدات إلى اليسار

(C) تمّدد رأسي بمعامل مقداره 4

وإزاحة أفقية بمقدار 3 وحدات إلى اليسار

(D) تمّدد رأسي بمعامل مقداره 3

وإزاحة أفقية بمقدار 4 وحدات إلى اليمين

مصادر التقويم

24. إذا كانت درجة الدالة الكثيرة الحدود f تساوي ضعف قيمة معاملها الرئيس، فإن:

(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

(B) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

(C) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$

(D) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$

25. أصفار الدالة $f(x) = x^3 + 5x^2 + 2x - 8$ هي:

(A) $-2, 1, -4$

(B) $-2, -1, -4$

(C) $-2, 1, 4$

(D) $-2, -1, 4$

26. إذا كانت أصفار دالة كثيرة الحدود هي $-1, 2, 3$ ، وكانت قيمها القصوى المحلية هي -1 و 6 ، ارسم التمثيل البياني الممكن لهذه الدالة.

27. أي مما يلي يمثل قيمة m إذا كان $x - 1$ أحد عوامل الدالة $f(x) = x^3 - mx^2 + 2x + 2m - 1$ ؟

(A) $m = -2$

(B) $m = 1$

(C) $m = 2$

(D) $m = 4$

28. أي مما يلي يمثل باقي قسمة الدالة

$f(x) = x^7 - 2x^3 + x - 1$ على المقدار $x - 1$.

(A) -1

(C) 1

(B) 0

(D) 2

29. عند إزاحة الدالة الكثيرة الحدود f وحدتين إلى اليمين، فإن عدد الأصفار النسبية للدالة الناتجة عن الإزاحة

(A) أكبر من عدد الأصفار النسبية للدالة f .

(B) يساوي عدد الأصفار النسبية للدالة f .

(C) أصغر من عدد الأصفار النسبية للدالة f .

(D) لا علاقة له بعدد الأصفار النسبية للدالة f .

30. اقسم $3x^3 + 2x^2 + x + 12$ على $x + 2$ باستعمال القسمة التركيبية، واكتب ناتج القسمة في صورة كسر. بين خطوتين على الأقل من خطوات الحل.

5 اختبار بداية الوحدة

1. أي من العبارات التالية لا تنطبق على منحنى الدالة

$$y = (x + 2)^2 - 3$$

(A) المقطع y يساوي 1(B) محور التناظر هو $x = -3$ (C) للمنحنى مقطعا x (D) محور التناظر هو $x = -2$ 2. حدّد الدالة الرئيسة للدالة $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^3$.

ثمّ مثلها ودالّتها الرئيسة بيانيًا.

3. أي من الخيارات التالية يمثّل الصورة المبسّطة

$$\text{للمقدار } (x^{\frac{1}{4}})^{12}?$$

$$(A) x^3$$

$$(B) x^{\frac{12}{4}}$$

$$(C) \frac{1}{4}x^{12}$$

$$(D) x^{14}$$

4. أي من الخيارات التالية يمثّل الصورة المبسّطة

$$\text{للمقدار } (8x^6)^{\frac{2}{3}}?$$

$$(A) 4x^4$$

$$(C) 4x^6$$

$$(B) 16x^4$$

$$(D) 16x^{12}$$

5. أي من الخيارات التالية يمثّل معكوس الدالة

$$f(x) = (x - 1)^3 + 27$$

$$(A) f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x - 26}$$

$$(B) f^{-1}(x) = -1 + \sqrt[3]{x}$$

$$(C) f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x - 3}$$

$$(D) f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x - 27}$$

6. أي من الخيارات التالية يمثّل أصغر عدد طبيعي

$$\text{يحقق المتباينة } x^4 \geq 100$$

$$(A) -4$$

$$(B) 3.2$$

$$(C) 4$$

$$(D) 256$$

7. قاعدة حساب حجم الكرة هي $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، حيث r

طول نصف قطر الكرة، وقاعدة حساب المساحة

السطحية للكرة هي $s = 4\pi r^2$. أوجد الصيغة

التي يمكن استعمالها لحساب المساحة السطحية

للكرة بدلالة حجمها.

8. حلّ المعادلة $x^3 = 81$ هو:

$$(A) x = -\sqrt[3]{81}$$

$$(B) x = \frac{\sqrt{81}}{3}$$

$$(C) x = \sqrt{81}$$

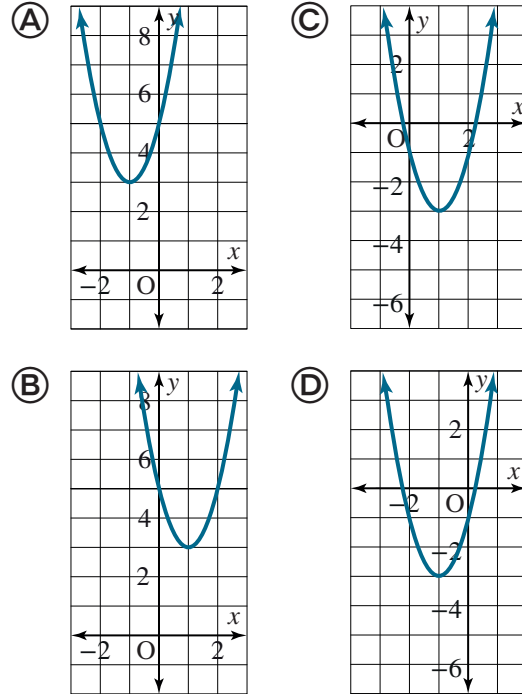
$$(D) x = \sqrt[3]{81}$$

9. إذا كان $\frac{2^{x^2}}{4^{-x+\frac{3}{2}}} = 1$ ، حيث $x \geq 0$ ، أوجد قيمة x .

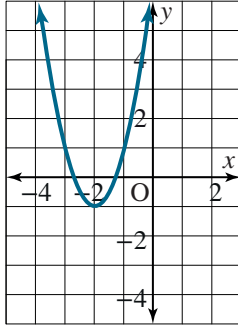
10. أي من الخيارات التالية صحيح بالنسبة للدالة $f(x) = (x-1)^2 + 2$ ؟

- (A) الدالة متزايدة في الفترة $[1, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, 1]$
 (B) الدالة متزايدة في الفترة $[-1, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, -1]$
 (C) الدالة متزايدة في الفترة $[2, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, 2]$
 (D) الدالة متزايدة في الفترة $[-2, \infty[$ ومتناقصة في الفترة $]-\infty, -2]$

11. التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2(x-1)^2 + 3$ هو:



12. إذا كان التمثيل البياني أدناه هو للدالة $f(x) = 2(x-h)^2 + k$ ، فإن:



- (A) $h = 2, k = 1$
 (B) $h = -2, k = 1$
 (C) $h = 2, k = -1$
 (D) $h = -2, k = -1$

13. أوجد معكوس الدالة $f(x) = \frac{2}{3}x + 4$.

14. أوجد قيمة x حيث $x^{\frac{1}{5}} = 7$.

- (A) $x = 7 \times 5$
 (B) $x = 7^5$
 (C) $x = \sqrt[5]{7}$
 (D) $x = 7 \times \frac{1}{5}$

15. يبيع متجر للأدوات المنزلية نوعًا معينًا من الأطباق، ويحدد المتجر ثمن الطبق الواحد تبعًا للعدد الذي يشتريه الزبون من الأطباق. فكلما ازداد عدد الأطباق المشتراة قلَّ ثمن الطبق الواحد، وذلك وفق القاعدة $P(x) = 100 - 2x$ ، حيث $x < 50$ عدد الأطباق المشتراة، و $P(x)$ ثمن الطبق الواحد، بالريال القطري، عند شراء x طبق. أوجد عدد الأطباق التي تستطيع خولة شراؤها بمبلغ QR 30 للطبق الواحد.

19. مثل الدالة $f(x) = \frac{x+1}{x-2} - 3$ بيانيًا، وحدد خطوط التقارب إن وجدت.

16. إذا كان $x, y, z > 0$ ، فإن ناتج $\sqrt{x^3yz^5} \times \sqrt{xyz}$ يساوي:

- (A) x^2yz^6
- (B) $x^2y^2z^3$
- (C) x^2yz^3
- (D) x^4yz^3

17. أي مما يلي يمثل الصيغة المبسطة لعمليّة الضرب $(x^2y^3z^5) \times (x^4yz^2)$ ؟

- (A) $x^6y^4z^7$
- (B) $x^2y^4z^7$
- (C) $x^6y^2z^7$
- (D) $x^6y^4z^3$

18. أي مما يلي يمثل الصيغة المبسطة لعمليّة القسمة $\frac{a^4b^3c^2d^2}{a^3b^4c^{-3}d^2}$ ؟

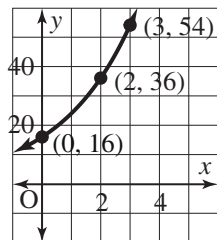
- (A) $\frac{bc^5}{a}$
- (B) $\frac{1}{abc}$
- (C) $\frac{a}{bc}$
- (D) $\frac{ac^5}{b}$

20. أوجد حلّ المعادلة $(x-1)^{\frac{3}{2}} - 2 = 0$.

5-1 اختبار الدرس

الدوال الأسية

4. أي من الدوال التالية متوسط معدل تغيرها في الفترة $[0, 3]$ أكبر من متوسط معدل تغير الدالة الممثلة بيانيًا أدناه؟



- (A) $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)3^x$
 (B) $f(x) = 8\left(\frac{2}{3}\right)^x$
 (C) $f(x) = (1.3)^x$
 (D) $f(x) = 12(1.5)^x$

5. استثمر مالك مبلغ QR 7 370 في حساب مصرفي بفائدة مركبة متواصلة نسبته 6.2%، أوجد جملة الرصيد في هذا الحساب بعد 6 سنوات.

1. أي من الدوال التالية تمثل الدالة الأسية $f(x) = e^x$ بعد تمديد رأسي بمعامل قياسه 8 وانعكاس حول المحور x ؟

- (A) $g(x) = e^{-8x}$
 (B) $g(x) = -e^{8x}$
 (C) $g(x) = 8 \times e^{-x}$
 (D) $g(x) = -8 \times e^x$

2. حدّد المجال، والمدى، والمقطع y ، وخطوط التقارب للدالة الأسية $f(x) = 5^{\left(\frac{1}{3}\right)x}$.

3. في العام 2015 كان عدد الأرناب في إحدى المزارع 288 000، ومن المتوقع أن يتناقص عددها بنسبة 7.2% تقريبًا سنويًا. اكتب دالة اضمحلال أسّي $P(t)$ ، واستعملها لإيجاد العدد التقريبي للأرناب في هذه المزرعة في العام 2035

5-2 اختبار الدرس

اللوغاريتمات

1. أي من الدوال التالية تمثل معكوس الدالة الأسية $f(x) = 2^x$ ؟

- (A) $y = x^2$
- (B) $y = 2^x$
- (C) $y = \log_2 x$
- (D) $y = \log_x 2$

2. أي من المعادلات التالية تمثل الصورة الأسية للمعادلة $\log_a(343) = b$ ؟

- (A) $343^a = b$
- (B) $b^a = 343$
- (C) $a^b = 343$
- (D) $ab = 343$

3. اكتب المعادلة اللوغاريتمية $\log_9 81 = 2$ في الصيغة الأسية.

4. أوجد حل المعادلة $\log(2x + 6) = 2$. قرب الإجابة إلى أقرب جزء من ألف إذا لزم الأمر.

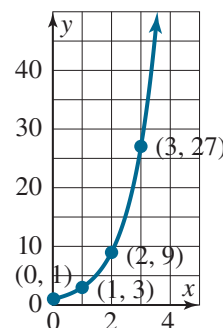
5. ترتبط الطاقة الزلزالية x للزلازل، ويُقاس بالـجول، بقوة m ، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5m + 12}$. أوجد قوة زلزال طاقته الزلزالية 3.5×10^{22} جول.

5-3 اختبار الدرس

الدوال اللوغاريتمية

1. التمثيل البياني أدناه هو للدالة $f(x) = 3^x$.
أوجد قيمة $f^{-1}(x)$ عند $x = 9$.

- (A) 2
(B) 9
(C) 9^3
(D) 3^9



5. تستعمل إحدى الشركات الدالة الواردة أدناه للربط بين إيراداتها (R بآلاف الريالات) وتكلفة الدعاية لمنتجاتها (a بآلاف الريالات)

$$R = 13 \log(2a + 1) + 32$$

أوجد الصيغة العكسية لهذه الدالة.

2. تم تحويل التمثيل البياني للدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log x$ إلى التمثيل البياني للدالة $g(x) = \log(x + 3) + 1$. أي الخيارات التالية صحيح؟

- (A) تمّت إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ بمقدار ثلاث وحدات إلى الأعلى.
(B) تمّت إزاحة التمثيل البياني للدالة $f(x)$ بمقدار وحدة واحدة إلى الأسفل.
(C) تمّت إزاحة خطّ التقارب الرأسّي بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار.
(D) تمّت إزاحة خطّ التقارب الرأسّي بمقدار وحدة واحدة إلى اليمين.

3. أوجد معادلة معكوس الدالة $f(x) = \log_3(8x)$.

4. تستعمل شركة لخدمة الإنترنت الدالة $R(a) = 3 \log(a + 1) + 15$ التي تربط بين العائد من استضافة صفحات الإنترنت، R ، وتكلفة الإعلانات، a .
أوجد قيمة a بدلالة R .

5-4 اختبار الدرس

خصائص اللوغاريتمات

4. أي من المقادير اللوغاريتمية التالية تم حساب قيمته، مقربًا إلى أقرب جزء من مئة، بشكل صحيح؟

- (A) $\log_3 8 = 0.43$
 (B) $\log_3 7 = 1.77$
 (C) $\log_2 5 = 1.16$
 (D) $\log_2 32 = 1.51$

5. استعمل قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة $5^x = 6$ بالنسبة للمتغير x . اكتب الحل الدقيق للمعادلة في صورة لوغاريتم، وأعط حلًا تقريبيًا مقربًا إلى أقرب جزء من مئة.

1. أي من المقادير التالية مكافئ للمقدار $\log_2 \left(\frac{a^7 b}{c^3} \right)$ ؟

- (A) $\frac{(\log_2 7a)(\log_2 b)}{\log_2 3c}$
 (B) $\frac{(7 \log_2 a)(\log_2 b)}{2 \log_2 c}$
 (C) $\log_2 7a + \log_2 b - \log_2 3c$
 (D) $7 \log_2 a + \log_2 b - 3 \log_2 c$

2. تمثل نسبة pH لمحلول، قياس كثافة أيونات الهيدروجين فيه. هذه الكثافة تُكتب في الصورة $[H^+]$ ويُقاس بوحدة mole/L، ويمكن إيجادها باستعمال الصيغة $pH = -\log [H^+]$. أوجد كثافة أيونات الهيدروجين في لتر من الخل نسبة pH فيه تساوي 2.4

- (A) $10^{2.4}$
 (B) $10^{-2.4}$
 (C) $\log(2.4)$
 (D) $\log(-2.4)$

3. استعمل خصائص اللوغاريتمات لكتابة المقدار $\frac{1}{2} \ln 9 + 2 \ln x$ في صورة لوغاريتم واحد.

5-5 اختبار الدرس

المعادلات الأسية واللوغاريتمية

4. أوجد كل حلول المعادلة $2 \log x = \log (3x - 2)$ 5. حل المعادلة $2^{2x-1} = 3$ وتحقق من الحل بيانيًا.1. أي الخيارات التالية يمثل حل المعادلة $7^x = 2$ ؟

(A) $x = \frac{\log 2}{\log 7}$

(B) $x = \frac{\log 7}{\log 2}$

(C) $x = \log \left(\frac{2}{7} \right)$

(D) $x = \log \left(\frac{7}{2} \right)$

2. أي الخيارات التالية يمثل حل المعادلة $3^{3x-1} = 9^x$ ؟

(A) $x = -2$

(B) $x = -1$

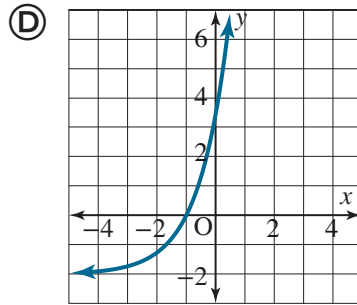
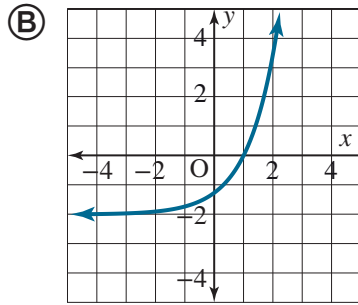
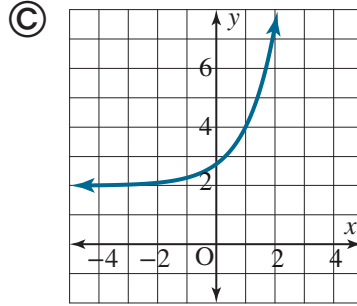
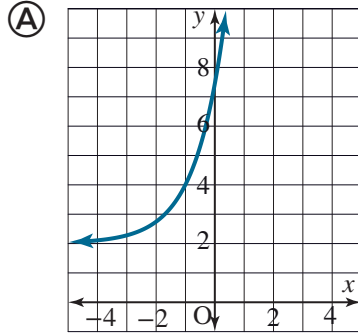
(C) $x = 1$

(D) $x = 2$

3. أوجد كل حلول المعادلة $\log x^2 = 8$.

5 تقويم الوحدة، النموذج A

1. أي من التمثيلات البيانية التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2e^{x-1} + 2$ ؟



2. أي من الدوال التالية تحقق ما يلي:

- الدالة متزايدة
- مجال الدالة هو $]-\infty, \infty[$ ومداها هو $]0, \infty[$
- خط التقارب الأفقي لمنحنى الدالة هو المحور x

(A) $f(x) = -(0.5)^x$

(B) $f(x) = 2(0.25)^x$

(C) $f(x) = -3e^x$

(D) $f(x) = 2 \times 3^x$

3. اشترى جمال دراجة نارية جديدة بسعر QR 20 000، ثم أخذت قيمتها تنخفض بنسبة 20% كل سنة. أي من الدوال التالية تمثل انخفاض قيمة الدراجة النارية؟

(A) $f(x) = (0.8)^x$

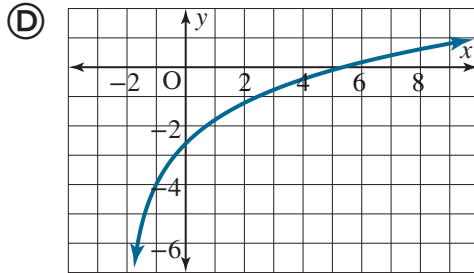
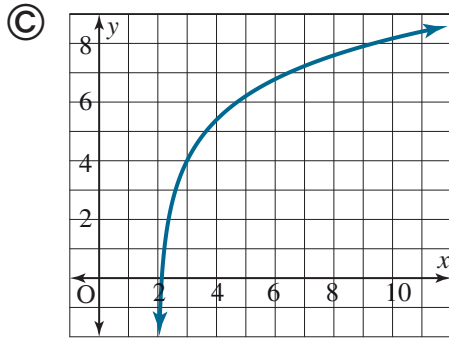
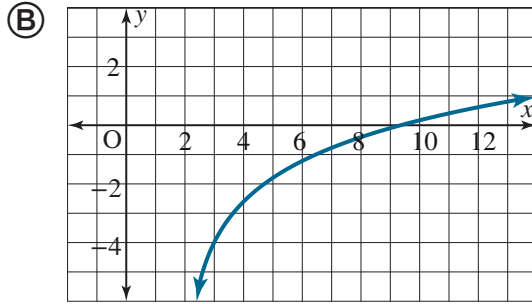
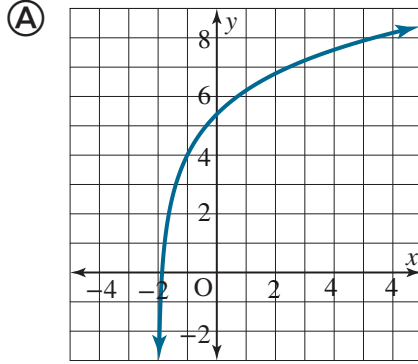
(B) $f(x) = 20\,000(0.8)^x$

(C) $f(x) = 20\,000(0.2)^x$

(D) $f(x) = 20\,000(1.2)^x$

4. استثمرت حنين مبلغ QR 50 000 في مشروع تجاري في العام 2020، وكانت نسبة الربح السنوي الذي يحققه المشروع 13%، إذا استمرت الأرباح بالنسبة نفسها، كم سيصبح رأس مال حنين في العام 2025؟

11. أي من التمثيلات البيانية التالية، هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2 \ln(x - 2) + 4$ ؟



12. حل المعادلة $2^x - 3^{x-2} = 0$ هو:

- (A) $x = \frac{2 \ln 3}{\ln 3 - 1}$ (B) $x = \frac{2 \ln 3}{\ln 3 - \ln 2}$ (C) $x = \frac{2 \ln 3}{\ln 2 - \ln 3}$ (D) $x = \frac{2}{\ln 2 - 1}$

5. استثمر جاسم مبلغ QR 10 000 في حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة متصلة نسبتها 4% أوجد جملة المبلغ في حساب جاسم المصرفي بعد مرور 4 سنوات من الإيداع.

6. أي من الدوال التالية هي معكوس الدالة $y = 3^x$ ؟

- (A) $y = x^{\frac{1}{3}}$ (B) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ (C) $y = \log_x 3$ (D) $y = \log_3 x$

7. أي من المعادلات التالية صحيحة؟

- (A) $\ln 1 = e$ (B) $\log_2(0.125) = -3$ (C) $\log_2 9 = 2$ (D) $\log_2(-2) = 0.25$

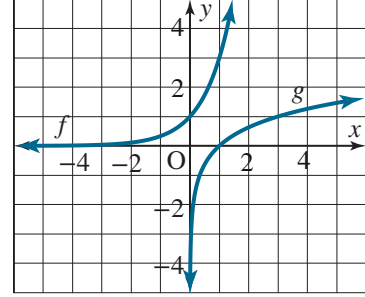
8. يبلغ عدد طيور الببغاء في محمية بيئية 75 طيرًا، وهذا العدد يتزايد كل سنة بنسبة 25% اكتب دالة النمو التي يمكن استعمالها لمعرفة عدد طيور الببغاء في هذه المحمية عند نهاية كل سنة.

9. أوجد صيغة معكوس الدالة $f(x) = \log_3(4x)$.

10. حل المعادلة $\log_2 x + \log_4 x - 1 = 0$ هو:

- (A) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ (B) $x = \sqrt[4]{8}$ (C) $x = \sqrt[3]{4}$ (D) $x = \frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

13. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة $f(x) = 3^x$ ومنحنى الدالة $g(x) = \log_3 x$. أي من الخيارات التالية يساعدك في التحقق من أن $g(x) = f^{-1}(x)$ ؟



(A) منحنى $f(x)$ يناظر منحنى $g(x)$ عبر المستقيم $y = x$

(B) مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس

(C) $f(g(3)) = 3$ و $g(f(3)) = 3$

(D) خط تقارب منحنى الدالة $f(x)$ هو المحور x ، وخط تقارب منحنى الدالة $g(x)$ هو المحور y

14. إذا كانت $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln(x-1)}$ و $g(x) = \frac{\ln \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}}{\ln(x-1)}$ ، أي من الخيارات التالية صحيحة؟

(A) $g(x) = \frac{1}{2} [f(x) - 1]$

(B) $g(x) = \frac{1}{2} f(x) - 1$

(C) $g(x) = \frac{1}{2} [f(x) + 1]$

(D) $g(x) = \frac{1}{2} f(x) + 1$

15. أوجد الصيغة المبسطة للمقدار $e^{\ln a + 2 \ln b - 3 \ln c}$.

16. مثل الدالة $f(x) = \ln(x-3) + 2$ بيانيًا باستعمال التحويلات الهندسية.

17. أوجد حل المعادلة $2 \log_3(3x) = \frac{x+3}{2}$ بيانيًا.

18. استعمل التمثيل البياني لتحديد العبارات الصحيحة مما يلي:

(A) المعادلة $\ln x = x^2$ لا حل لها.

(B) المعادلة $\ln x = x^2$ لها حل واحد.

(C) المعادلة $\ln x = x^2$ لها حلان.

(D) المعادلة $\ln x = x^2$ لها ثلاثة حلول.

19. تقاس الطاقة الزلزالية x بوحدة الجول، وهي ترتبط بقوة الزلزال، m ، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5m + 12}$. أي من الخيارات التالية يمثل قوة زلزال طاقته الزلزالية تساوي 5.6×10^{20} جول؟

(A) $m = -5.83$ (C) $m = 21.8$

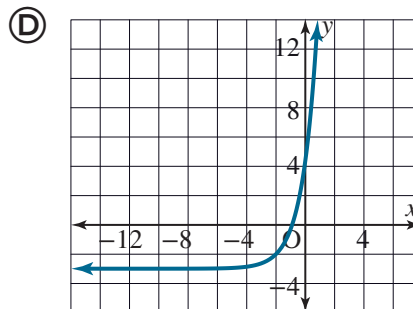
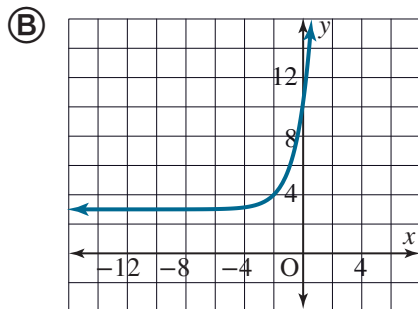
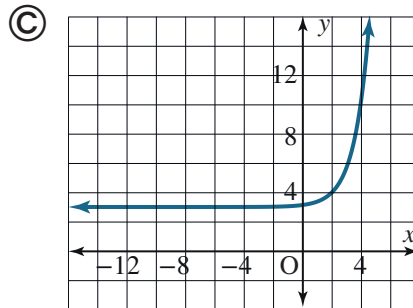
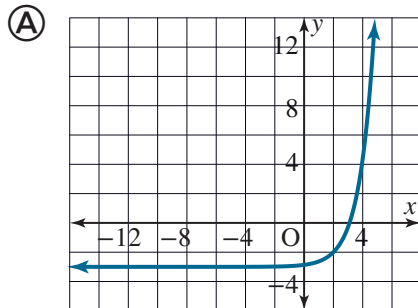
(B) $m = 5.83$ (D) $m = 32.75$

20. يُقاس التركيز المولي لأيونات الهيدروجين في المحاليل باستعمال صيغة pH، المعرّفة كما يلي: $\text{pH} = \log \frac{1}{[\text{H}^+]}$

حيث $[\text{H}^+]$ هي التركيز المولي لأيونات الهيدروجين. أوجد التركيز المولي لأيونات الهيدروجين، بوحدة مول/لتر، في مياه بحيرة إذا كان pH يساوي 6.1

5 تقويم الوحدة، النموذج B

1. أي من التمثيلات البيانية التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = e^{x+2} - 3$ ؟



3. اشترى جمال مركبًا سياحيًا جديدًا بسعر QR 100 000، ثم أخذت قيمته تنخفض بنسبة 10% كل سنة. أي من الدوال التالية تمثل انخفاض قيمة هذا المركب؟

- (A) $f(x) = 100\,000(0.9)^x$
 (B) $f(x) = (0.9)^x$
 (C) $f(x) = 100\,000(0.1)^x$
 (D) $f(x) = 100\,000(1.1)^x$

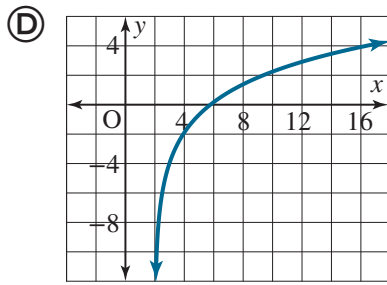
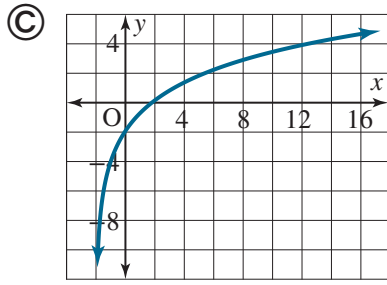
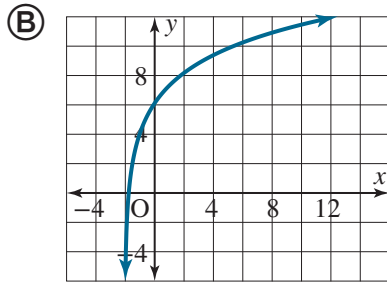
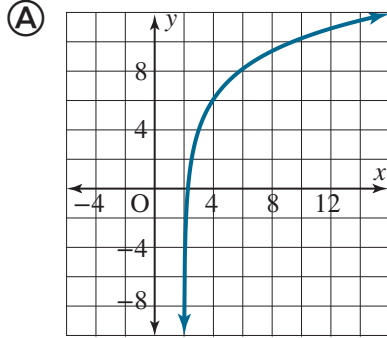
4. أجرى بعض العلماء تجربة لدراسة نوع معين من البكتيريا. عند بداية التجربة كان عدد البكتيريا 5 000 خلية بكتيرية، ثم أخذ هذا العدد يتزايد بمعدل 15% كل دقيقة طوال مدة التجربة. أوجد عدد الخلايا البكتيرية بعد مرور 10 دقائق.

2. أي من الدوال التالية تحقق ما يلي:

- الدالة متناقصة
- مجال الدالة هو $]-\infty, \infty[$ ومداها هو $]-\infty, 0[$
- خط التقارب الأفقي لمنحنى الدالة هو المحور x

- (A) $f(x) = (0.5)^x$
 (B) $f(x) = -2(0.8)^x$
 (C) $f(x) = -3(2^x)$
 (D) $f(x) = x + e^x$

11. أي من التمثيلات البيانية التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = 3 \ln(x + 2) + 4$ ؟



12. حل المعادلة $2^{x+1} - 3^x = 0$ هو:

- (A) $x = \frac{\ln 2}{\ln 3 - \ln 2}$ (C) $x = \frac{\ln 2}{\ln 2 - \ln 3}$
 (B) $x = \frac{\ln 2}{\ln 3 - 1}$ (D) $x = \frac{\ln 2}{1 - \ln 2}$

5. استثمر سالم مبلغ QR 12 000 في حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة متصلة نسبته 3% أوجد جملة المبلغ في حساب سالم المصرفي بعد مرور 5 سنوات من الإيداع.

6. أي من الدوال التالية هي معكوس الدالة $y = 2^x$ ؟

- (A) $y = x^{\frac{1}{2}}$ (C) $y = \log_2 x$
 (B) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ (D) $y = \log_x 2$

7. أي من المعادلات التالية صحيحة؟

- (A) $\ln e = 1$
 (B) $\log_2 (0.125) = 3$
 (C) $\log_2 3 = 8$
 (D) $\log_2 (-1) = 0.5$

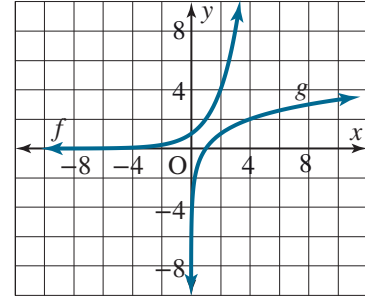
8. يبلغ عدد طيور مالك الحزين في محمية بيئية 25 طيرًا، وهذا العدد يتزايد كل سنة بنسبة 20%، اكتب دالة النمو التي يمكن استعمالها لمعرفة عدد طيور مالك الحزين في هذه المحمية عند نهاية كل سنة.

9. أوجد صيغة معكوس الدالة $f(x) = \log_3(2x)$.

10. حل المعادلة $2\ln(3x - 2) = \ln(5x + 6)$ هو:

- (A) $x = -4$
 (B) $x = \frac{2}{3}$
 (C) $x = 2$
 (D) $x = 10$

13. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة $f(x) = 2^x$ ، ومنحنى الدالة $g(x) = \log_2 x$. أي من الخيارات التالية يساعدك في التحقق من أن $g(x) = f^{-1}(x)$ ؟



(A) مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس

(B) $f(g(1)) = 1$ و $g(f(1)) = 1$

(C) خط تقارب منحنى الدالة $f(x)$ هو المحور x ، وخط تقارب منحنى الدالة $g(x)$ هو المحور y

(D) منحنى $f(x)$ يناظر منحنى $g(x)$ عبر المستقيم $y = x$

14. إذا كانت $f(x) = \frac{\ln(x-2)}{\ln(x+2)}$ و $g(x) = \ln \sqrt{\frac{(x+2)}{(x-2)}}$

أي من الخيارات التالية صحيحة؟

(A) $g(x) = \frac{1}{2} [f(x) - 1]$

(B) $g(x) = \frac{1}{2} [1 - f(x)]$

(C) $g(x) = f(x) - 1$

(D) $g(x) = f(x) + 1$

15. أوجد الصيغة المبسطة للمقدار $e^{2 \ln a + 3 \ln b - \ln c}$.

16. مثل الدالة $f(x) = \ln(x+2) - 3$ بيانيًا باستعمال التحويلات الهندسية.

17. أوجد حل المعادلة $\log_2 x = \frac{x+8}{2}$ 3 بيانيًا.

18. استعمل التمثيل البياني لتحديد العبارات الصحيحة مما يلي:

(A) المعادلة $\ln x = -x^2$ لا حل لها.

(B) المعادلة $\ln x = -x^2$ لها حل واحد.

(C) المعادلة $\ln x = -x^2$ لها حلان.

(D) المعادلة $\ln x = -x^2$ لها ثلاثة حلول.

19. تقاس الطاقة الزلزالية x بوحدة الجول، وهي ترتبط بقوة الزلزال، m ، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5m + 12}$. أي من الخيارات التالية يمثل قوة زلزال طاقته الزلزالية تساوي 6.1×10^{20} جول؟

(A) $m = -5.86$ (C) $m = 4.8$

(B) $m = 5.86$ (D) $m = 29.5$

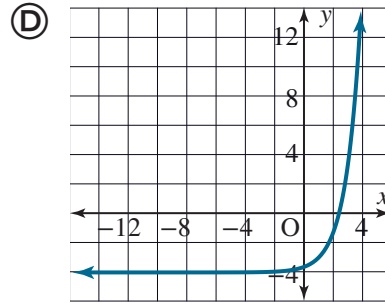
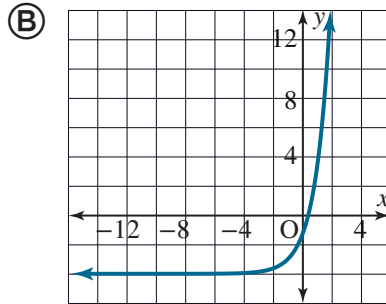
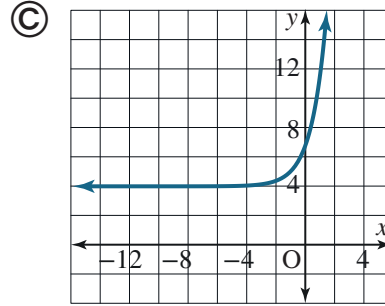
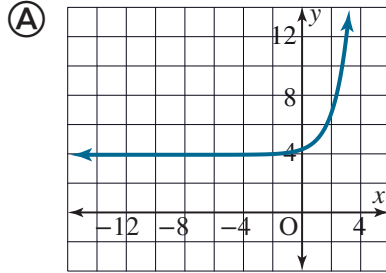
20. العلاقة بين شدة الضوء I بوحدة اللومن (lumen) والعمق x بالأمتار في بحيرة ما تعطى بالصيغة:

$$\log\left(\frac{I}{12}\right) = -0.00235x$$

أوجد شدة الضوء عند عمق 30 مترًا.

5 تقويم الوحدة، النموذج C

1. أي من التمثيلات البيانية التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = e^{x+1} + 4$ ؟



3. اشترى جمال سيارة جديدة بسعر QR 60 000،

ثم أخذت قيمتها تنخفض بنسبة 15% كل سنة.

أي من الدوال التالية تمثل انخفاض قيمة السيارة؟

(A) $f(x) = 60\,000(0.15)^x$

(B) $f(x) = (0.85)^x$

(C) $f(x) = 60\,000(0.85)^x$

(D) $f(x) = 60\,000(1.15)^x$

4. في العام 2000 كان عدد سكان إحدى القرى

200 5 نسمة، ثم أخذ عددهم يتناقص بنسبة

0.25% سنوياً. أوجد العدد التقريبي لسكان

هذه القرية في العام 2021

2. أي من الدوال التالية تحقق ما يلي:

• الدالة متناقصة

• مجال الدالة هو $]-\infty, \infty[$ ومداها هو $]0, \infty[$

• خط التقارب الأفقي لمنحنى الدالة هو المحور x

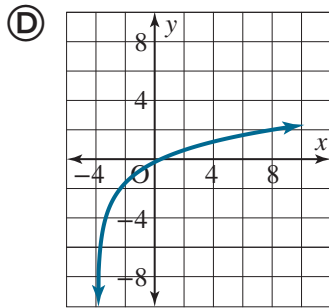
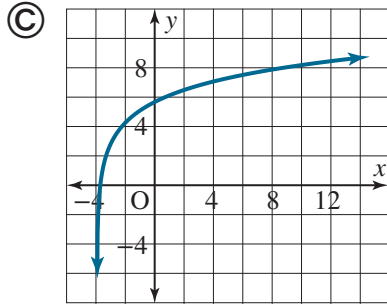
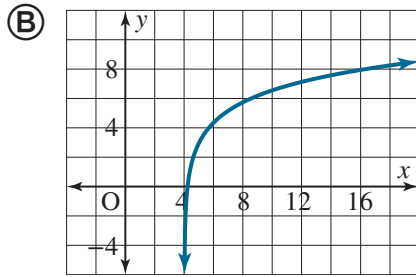
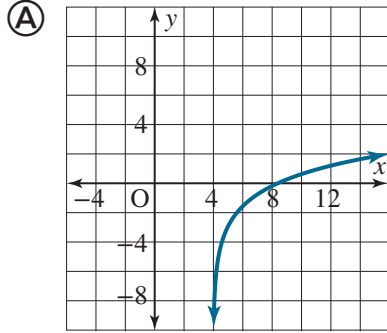
(A) $f(x) = -3(2)^x$

(B) $f(x) = 2(0.75)^x$

(C) $f(x) = 3(5)^x$

(D) $f(x) = -2(0.75)^x$

11. أي من التمثيلات البيانية التالية هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2 \ln(x + 4) - 3$ ؟



12. حلّ المعادلة $4^{(x-1)} - 3^{(x+1)} = 0$ هو:

- (A) $x = \frac{\ln 4 + \ln 3}{\ln 4 - 1}$ (B) $x = \frac{\ln 4 + \ln 3}{\ln 4 - \ln 3}$ (C) $x = \frac{\ln 4 - \ln 3}{\ln 4 + \ln 3}$ (D) $x = \frac{\ln 4 \ln 3}{1 - \ln 3}$

5. استثمر عبدالله مبلغ QR 9 000 في حساب مصرفي بفائدة سنوية مركبة متصلة نسبتها 5% أوجد جملة المبلغ في حساب عبدالله المصرفي بعد مرور 6 سنوات من الإيداع.

6. أي من الدوال التالية هي معكوس الدالة $y = 4^x$ ؟

- (A) $y = x^{\frac{1}{4}}$ (B) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ (C) $y = \log_4 x$ (D) $y = \log_x 4$

7. أي من المعادلات التالية صحيحة؟

- (A) $\ln 0 = 1$ (B) $\log_2 (0.125) = 3$ (C) $\log_2 16 = 4$ (D) $\log_2 (-1) = 0.5$

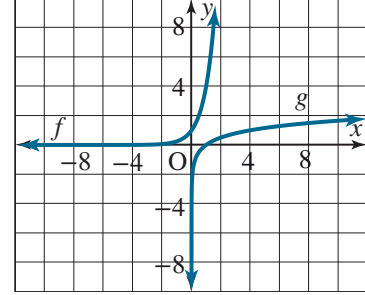
8. عدد الصقور في محمية بيئية هو 120 صقرا، وهذا العدد يتزايد كل سنة بنسبة 15%، اكتب دالة النمو التي يمكن استعمالها لمعرفة عدد الصقور في هذه المحمية عند نهاية كل سنة.

9. أوجد صيغة معكوس الدالة $f(x) = \log_3(5x)$.

10. حلّ المعادلة $\log_2(3x - 3) = 2 \log_2(x - 1)$ هو:

- (A) $x = -1$ (B) $x = 1$ (C) $x = 2$ (D) $x = 4$

13. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة $f(x) = 4^x$ ، ومنحنى الدالة $g(x) = \log_4 x$. أي من الخيارات التالية يساعدك في التحقق من أن $g(x) = f^{-1}(x)$ ؟



- (A) مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس
(B) منحنى $f(x)$ يناظر منحنى $g(x)$ عبر المستقيم $y = x$
(C) $f(g(1)) = 1$ و $g(f(1)) = 1$
(D) خط تقارب منحنى الدالة $f(x)$ هو المحور x ، وخط تقارب منحنى الدالة $g(x)$ هو المحور y

14. إذا كانت $f(x) = \frac{\ln(x+2)}{\ln(x-3)}$ و $g(x) = \ln \frac{\sqrt{x+2}}{\ln(x-3)}$ ، أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $g(x) = \frac{1}{2} [f(x) - 1]$
(B) $g(x) = 1 - f(x)$
(C) $g(x) = f(x) - 1$
(D) $g(x) = f(x) + 1$

15. أوجد الصيغة المبسطة للمقدار $e^{3 \ln a + \ln b - 2 \ln c}$.

16. مثل الدالة $f(x) = \ln(x-2) - 4$ بيانيًا باستعمال التحويلات الهندسية.

17. أوجد حل المعادلة $\log_2(2x) = \frac{x+4}{3}$ بيانيًا.

18. استعمل التمثيل البياني لتحديد العبارات الصحيحة مما يلي:

- (A) المعادلة $\ln x = x^2 - 3$ لها حلان.
(B) المعادلة $\ln x = x^2 - 3$ لها حل واحد.
(C) المعادلة $\ln x = x^2 - 3$ لا حل لها.
(D) المعادلة $\ln x = x^2 - 3$ لها ثلاثة حلول.

19. تقاس الطاقة الزلزالية x بوحدة الجول، وهي ترتبط بقوة الزلزال، m ، من خلال المعادلة $x = 10^{1.5m + 12}$. أي من الخيارات التالية يمثل قوة زلزال طاقته الزلزالية تساوي 6.4×10^{20} جول؟

- (A) $m = -5.87$ (C) $m = 8.8$
(B) $m = 17.6$ (D) $m = 5.87$

20. تحسب الدالة $c(t) = 45e^{(-0.06t)} + 20$ درجة حرارة (بالمقياس المئوي) كوب من القهوة قُدم إلى زبون في مقهى منذ t دقيقة. أوجد عدد الدقائق اللازمة لتصل درجة حرارة كوب القهوة إلى 35 درجة مئوية.

5 تقويم الأداء، النموذج A

وفق معطيات المؤسسة التي تعنى بسلامة الغذاء والدواء، يمكن إعادة تجميد الطعام الذائب جزئيًا أو كليًا في المجمدة، إذا كانت لا تزال تحتوي على قليل من الثلج أو كانت درجة الحرارة في داخلها 40°F أو أقل.

3. أوجد عدد الساعات التي تحافظ فيها المجمدة في ثلاجة سلوى على ما يكفي من البرودة وفق الشرط أعلاه. قرب إجابتك إلى أقرب ساعة. بين خطوات عملك.

انقطعت الكهرباء في منزل سلوى عند منتصف الليل. تعلم سلوى أن ترك بابي مبردة ومجمدة الثلاجة مغلقين أثناء انقطاع الكهرباء يساعد على حفظ الطعام داخلهما في درجة حرارة آمنة، أطول مدة ممكنة. يمكن نمذجة درجة الحرارة داخل المجمدة في ثلاجة سلوى بعد t ساعة من منتصف الليل بالمعادلة $T = 70 - 70e^{-0.04t}$ ، حيث T درجة الحرارة بالفهرنهايت ($^{\circ}\text{F}$).

1. أوجد درجة الحرارة الابتدائية داخل المجمدة عندما انقطعت الكهرباء عند منتصف الليل. وضح كيف عرفت ذلك.

2. أوجد درجة الحرارة داخل المجمدة عند الساعة الثانية صباحًا.

4. تريد سلوى أن تعرف أيضًا المدة التي يبقى خلالها الطعام الموجود في مبردة ثلاجتها صالحًا للأكل. هي تعرف أن بالإمكان نمذجة درجة الحرارة داخل المبردة بالمعادلة $T = 70 - Ce^{-rt}$ ، حيث C قيمة ثابتة مجهولة، و r معدل النمو.

a. كانت درجة الحرارة داخل المبردة عند انقطاع الكهرباء 38°F ، استعمل هذه المعلومة لإيجاد قيمة C . وضح خطوات الحل.

b. بعد مرور ساعة على منتصف الليل أصبحت درجة الحرارة في المبردة 32°F ، استعمل هذه المعلومة وقيمة C التي وجدتها في الجزء A لإيجاد قيمة معدل النمو r . وضح إجابتك.

c. أوجد عدد الساعات التي تحافظ فيها المبردة في ثلاجة سلوى على درجة حرارة داخلية أدنى من 38°F ، قَرِّب إجابتك إلى أقرب ساعة. وضح خطوات الحل.

5 تقويم الأداء، النموذج B



في الشوارع القريبة من مؤسسات معيّنة، مثل المستشفيات والمدارس ودور الرعاية الاجتماعية، لا تسمح القوانين للسائقين بإطلاق منبهات سياراتهم، وذلك لتجنب الإزعاج. لتحديد معدّل الضوضاء أو الضجيج الناتج عن الأصوات، يُستعمل مقياس يسمى ديسيبل (decibels) وهو مقياس يعتمد على مقارنة شدة الأصوات وفق المعادلة التالية:

$$d = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

حيث d معدّل الضوضاء بالديسيبل، و I شدة الصوت ويقاس بوحدة الواط في المتر المربع watts/m^2 ، I_0 هي عتبة السمع أو أصغر قيمة لشدة صوت يمكن للأذن البشرية سماعه وتمييزه، وتقدر بحوالي $10^{-12} \text{ watts/m}^2$ ، وهذه القيمة تعطي فكرة عن مدى حساسية الأذن البشرية للأصوات.

وفق هذا المقياس، يمكن القول إنّ كلّ صوت شدته تساوي 10 أضعاف شدة I_0 يقابل 10 db، وكلّ صوت شدته تساوي 100 ضعف شدة I_0 يقابل 20 db، أي إنّ 30 db تعني أنّ شدة الصوت تساوي 1 000 ضعف شدة الصوت I_0 .

1. معدّل الضوضاء الناتج عن صوت نوع معيّن من مضخّات المياه هو 55 db، ومعدّل الضوضاء الناتج عن صوت غسالة الأطباق يساوي 64 db كم ضعفاً من شدة صوت مضخة المياه يساوي شدة صوت غسالة الأطباق؟ وضح إجابتك.

2. ارسم التمثيل البياني لدالة معدل الضوضاء d بدلالة شدة الصوت I .

3. أوجد معكوس دالة معدل الضوضاء، ومثله بيانيًا في نفس المستوى الإحداثي. ثم حدّد أيّ دالة من هاتين الدالتين يمكن استعمالها لحلّ مسألة الجزء 1

4. تفرض إحدى المنشآت الصناعيّة على العاملين فيها ارتداء واقيات للسمع في الأماكن التي يزيد معدّل الضجيج فيها عن 85 dB يتضمّن الجدول أدناه، عددًا من أماكن العمل وشدة الأصوات في كلّ منها. حدّد الأماكن التي يجب ارتداء واقيات السمع فيها.



المكان	مكاتب الإدارة	قرب آلات التصنيع	قرب آلات التوضيب	مستودعات التخزين
شدة الصوت watt/m^2	8×10^{-6}	9×10^{-3}	8×10^{-3}	4×10^{-5}
معدّل الضوضاء (dB)				

مصادر التقويم

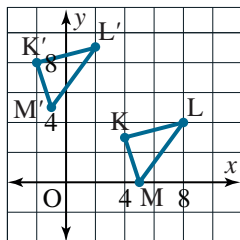
6 اختبار بداية الوحدة

3. إذا كان انعكاس المربع EFGH حول المستقيم m هو المربع $E'F'G'H'$. أوجد العلاقة بين مساحتي هذين المربعين.

4. ما التحويل الهندسي الذي يحول التمثيل البياني للدالة $f(x) = 5x$ إلى التمثيل البياني للدالة $g(x) = 5x + 3$

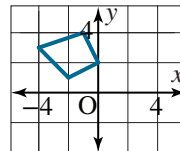
- (A) إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى
(B) إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى الأسفل
(C) إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليسار
(D) إزاحة بمقدار 3 وحدات إلى اليمين

5. أي من العبارات التالية تمثل قاعدة الإزاحة التي تحوّل $\triangle KLM$ إلى $\triangle K'L'M'$ في الرسم أدناه؟



- (A) $T_{(-6, 5)}$ (C) $T_{(5, -6)}$
(B) $T_{(6, -5)}$ (D) $T_{(-6, -5)}$

1. أي من الأشكال التالية يمثل الصورة الناتجة عن انعكاس الرباعي المعطى حول المحور x ؟

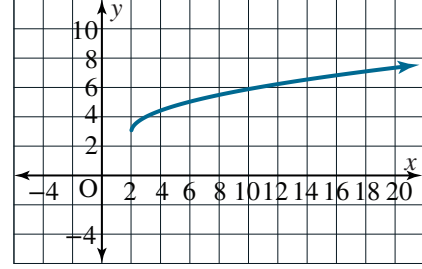


- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

2. كيف نحصل على التمثيل البياني للدالة $f(x) = (x + 3)^2 + 2$ من التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2$ ؟

- (A) إزاحة التمثيل البياني للدالة g بمقدار وحدتين إلى اليسار وثلاث وحدات إلى الأعلى
(B) إزاحة التمثيل البياني للدالة g بمقدار وحدتين إلى اليمين وثلاث وحدات إلى الأعلى
(C) إزاحة التمثيل البياني للدالة g بمقدار ثلاث وحدات إلى اليسار ووحدين إلى الأعلى
(D) إزاحة التمثيل البياني للدالة g بمقدار ثلاث وحدات إلى اليمين ووحدين إلى الأعلى

6. التمثيل البياني أدناه هو للدالة $y = f(x)$ بعد تطبيق تحويل معين على التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x}$. إذن، معادلة الدالة f هي:



- (A) $f(x) = \sqrt{x-3} + 2$
 (B) $f(x) = \sqrt{x+2} + 3$
 (C) $f(x) = \sqrt{x+2} - 3$
 (D) $f(x) = \sqrt{x-2} + 3$

7. تمّت إزاحة التمثيل البياني للدالة $g(x) = x^2$ وحدتين إلى اليسار و 5 وحدات إلى الأسفل. أيّ من الدوالّ التالية تمثّل دالة التمثيل البياني الجديد؟

- (A) $f(x) = (x-2)^2 - 5$
 (B) $f(x) = (x+2)^2 - 5$
 (C) $f(x) = 2x^2 - 5$
 (D) $f(x) = -2x^2 - 5$

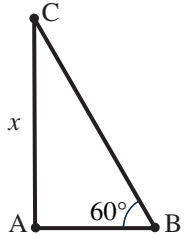
8. صفّ التحويلات الهندسيّة التي تحوّل التمثيل البياني للدالة $y = x^3$ إلى التمثيل البياني للمعادلة $y = (0.2x)^3 - 1$.

9. عند تدوير النقطة P بزاوية دوران قياسها 270° حول نقطة الأصل حصلنا على النقطة $P'(6, -4)$ التي هي صورة النقطة P. أيّ زوج من الإحداثيات التالية يمثّل إحداثيي النقطة P؟

- (A) $P(-4, 6)$
 (B) $P(6, 4)$
 (C) $P(4, 6)$
 (D) $P(-6, 4)$

10. حدّد أنواع التناظر في رسم الحروف HHHH

11. المقدار الذي يعبر عن طول الوتر بدلالة x في الرسم أدناه هي:



- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}x$
 (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}x$
 (C) $2x$
 (D) $\sqrt{3}x$

15. إذا كان $\tan \theta = \frac{12}{5}$ في مثلث قائم الزاوية،
فإن قيمة $\cos \theta$ تساوي:

- (A) $\frac{12}{13}$ (C) $\frac{5}{169}$
(B) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{5}{13}$

16. طول الوتر في مثلث قياسات زواياه
 $90^\circ - 45^\circ - 45^\circ$ يساوي $7\sqrt{2}$
أوجد قيمتي جيب التمام وقاطع التمام للزاوية
 $\theta = 45^\circ$.

17. قيمة الزاوية $\theta = \frac{23\pi}{4}$ بالدرجات هي:

- (A) 28.8° (C) 1035°
(B) 517.5° (D) 2070°

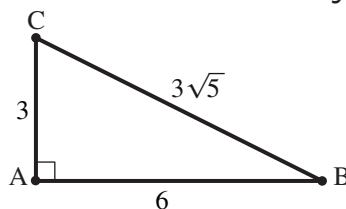
18. معادلة خط التقارب الرأسى لمنحنى الدالة
 $f(x) = \frac{1}{x-5}$ هي:

- (A) $x = 5$ (C) $x = 0$
(B) $x = 1$ (D) $x = -5$

19. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{x-2}$ تساوي:

- (A) 0 (C) ∞
(B) 2 (D) $-\infty$

12. استعمل المثلث المعطى ABC لإيجاد قيمة كل
من $\sin B$ و $\cos B$ و $\tan B$.



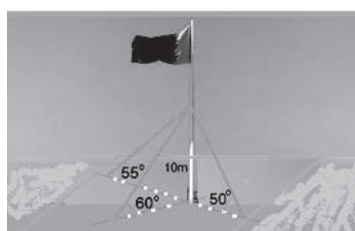
- (A) $\sin B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan B = \frac{1}{2}$
(B) $\sin B = \frac{1}{2}$, $\cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B = \frac{\sqrt{5}}{4}$
(C) $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B = \frac{1}{2}$
(D) $\sin B = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos B = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B = 2$

13. مثلث قائم الزاوية عند A.

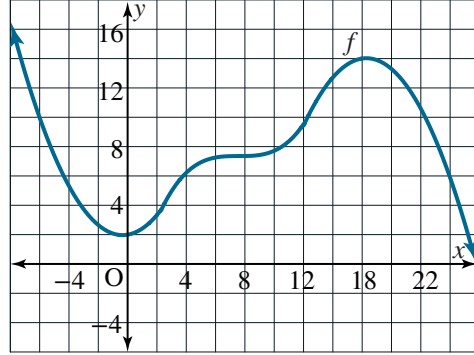
إذا كان $\cos B = \frac{3}{5}$ ، فإن قياس الزاوية B
(مقرَّبًا إلى أقرب درجة) هو:

- (A) 37° (C) 3°
(B) 53° (D) لا يمكن تحديده

14. يتم تثبيت سارية العلم الموضحة في الرسم أدناه
باستعمال 3 حبال. أوجد مجموع أطوال الحبال
الثلاثة.



20. يوضح الرسم البياني أدناه منحنى الدالة f .
حدّد القيمة الصغرى المحليّة والقيمة العظمى
المحليّة للدالة f .



- (A) القيمة الصغرى المحليّة: 0
القيمة العظمى المحليّة: 16
- (B) القيمة الصغرى المحليّة: 2
القيمة العظمى المحليّة: 14
- (C) القيمة الصغرى المحليّة: -1
القيمة العظمى المحليّة: 18
- (D) القيمة الصغرى المحليّة: -8
القيمة العظمى المحليّة: 24

6-1 اختبار الدرس

النسب المثلثية للزوايا

4. إذا كان قياس الزاوية المرجعية لزاوية معينة 30° ، وكان ضلع الانتهاء لهذه الزاوية يقع في الربع الثالث (QIII)، أي من الخيارات التالية يمثل القيمتين السالبة والموجبة لقياس هذه الزاوية؟

- (A) 150° و -210° (C) 330° و -30°
(B) 150° و -240° (D) 210° و -150°

5. أوجد النسب المثلثية الست للزاوية التي قياسها 330° من دون استعمال الحاسبة. اشرح طريقة إيجاد هذه النسب.

1. أوجد قياس زاويتين متطارفتين مع الزاوية 45° قيمة إحداهما موجبة وقيمة الأخرى سالبة. ثم أوجد الجيب وجيب التمام لكل من هاتين الزاويتين.

2. افترض أن θ زاوية حادة في الوضع القياسي، وأن النقطة (4, 3) تقع على ضلع الانتهاء لهذه الزاوية. أوجد النسب المثلثية الست للزاوية θ .

3. أي من الخيارات التالية يمثل الزاوية المرجعية للزاوية 135° وقياس جيبها؟

- (A) $\sin -135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ -135°
(B) $\sin -45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ -45°
(C) $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ 45°
(D) $\sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ 135°

6-2 اختبار الدرس

دائرة الوحدة

1. أوجد قيمة كل من $\sin \frac{5\pi}{3}$ و $\cos \frac{5\pi}{3}$ من دون استعمال الحاسبة.

2. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كل من $\sin(-225^\circ)$ و $\cos(-225^\circ)$. وضح الطريقة.

3. أي من الخيارات التالية يمثل قيمة $\cos \theta$ إذا كانت $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ وكانت الزاوية θ في الربع الثالث؟

- (A) $\cos \theta = -\frac{4}{5}$
 (B) $\cos \theta = -\frac{3}{5}$
 (C) $\cos \theta = \frac{3}{5}$
 (D) $\cos \theta = \frac{4}{5}$

4. أي من الخيارات التالية يمثل قيمة $\tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ ؟

- (A) $-\sqrt{3}$
 (B) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (D) $\sqrt{3}$

5. أوجد قيمة $\sin\left(\frac{70\,001\pi}{4}\right)$ من دون استعمال الحاسبة. وضح الطريقة.

6-3 اختبار الدرس

التمثيل البياني للدوال الدائرية

1. مثل الدالة $f(x) = \frac{1}{2} \sin x$ بيانيًا، ثم حدّد المجال والمدى والقيم القصوى، والدورة وخطّ الوسط، والسعة للتمثيل البياني.

3. أي من الخيارات التالية يمثّل تردّد التمثيل البياني للدالة $f(x) = 4 \sin(-2x)$ ؟

- (A) $-\frac{2}{\pi}$ (C) $\frac{1}{\pi}$
(B) $-\frac{1}{\pi}$ (D) $\frac{2}{\pi}$

4. أي من الخيارات التالية يمثّل التحويلات الهندسيّة التي يجب تنفيذها على التمثيل البياني للدالة الرئيسة، للحصول على التمثيل البياني للدالة $f(x) = 5 \sin\left(\frac{x}{3}\right)$ ؟

- (A) تمّدّد أفقيّ بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$ ثمّ تضيق رأسيّ بمعامل مقداره 5
(B) تمّدّد أفقيّ بمعامل مقداره 3 ثمّ تمّدّد رأسيّ بمعامل مقداره 5
(C) تمّدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3 ثمّ تمّدّد أفقيّ بمعامل مقداره 5
(D) تمّدّد أفقيّ بمعامل مقداره 5 ثمّ تمّدّد رأسيّ بمعامل مقداره 3

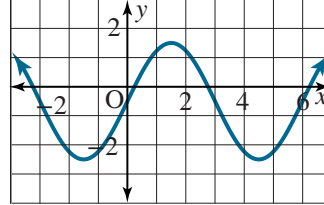
5. استعمل التحويلات الهندسيّة لرسم التمثيل البياني للدالة $f(x) = \tan 2x$. وضح الطريقة.

2. أوجد السعة والدورة للدالة $f(x) = -2 \cos x$. وضح الطريقة.

6-4 اختبار الدرس

إزاحة الدوال الدائرية

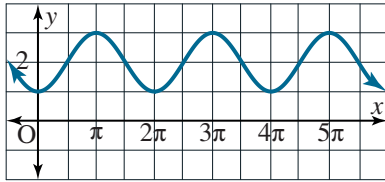
1. أوجد قيمة كلٍّ من a, b, h, k في الدالة
 $y = a \sin[b(x + h)] + k$ الممثلة بيانيًا أدناه.



3. أي من الخيارات التالية يمثل إزاحة الطور للدالة
 $f(x) = \sin x$ الرئيسية؟

- (A) $g(x) = 5 \sin x$ (C) $p(x) = \sin(2x)$
 (B) $h(x) = \sin(x - 2)$ (D) $q(x) = \sin x - 3$

4. أي من الدوال التالية ممثلة في التمثيل البياني أدناه؟



- (A) $f(x) = \cos x - 2$
 (B) $f(x) = \cos(x - \pi)$
 (C) $f(x) = \cos(x - \pi) - 2$
 (D) $f(x) = \cos(x - \pi) + 2$

5. حدّد السعة والدورة والتردد وإزاحة الطور والإزاحة
 الرأسية والقيمتين الصغرى والعظمى للدالة

$$f(x) = \frac{1}{3} \sin 2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 4$$

2. صف التحويلات اللازمة للحصول على التمثيل

البياني للدالة $f(x) = -2 \cos 3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2$ من التمثيل البياني لدالة دائرية أساسية.

6 تقويم الوحدة، النموذج A

6. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\tan(780^\circ) = -\sqrt{3}$
 (B) $\tan(780^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 (C) $\tan(780^\circ) = \sqrt{3}$
 (D) $\tan(780^\circ) = \tan(80^\circ) \approx 5.6$

7. أي نسبة من النسب المثلثية التالية للزوايا الربعية غير معروفة؟

- (A) $\sec \frac{15\pi}{2}$ (C) $\cot \frac{7\pi}{2}$
 (B) $\csc \frac{11\pi}{2}$ (D) $\tan 5\pi$

8. أي من النقاط التالية تقع على دائرة الوحدة وتعتبر عن زاوية في الربع الثالث؟

- (A) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 (B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 (C) $(-1, -\sqrt{3})$
 (D) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

9. لتكن الدالة $f(x) = 3 \sin x$. أي من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) القيمتان العظمى والصغرى للدالة هما 3 و -3، وتقعان عند $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ و $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ على التوالي.
 (B) المجال هو $[-\infty, \infty]$ والمدى هو $[-3, 3]$
 (C) الدورة تساوي 2π والسعة تساوي 3
 (D) منحنى الدالة f هو تمديد أفقي لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$

1. أي من الخيارات التالية يمثل الزاوية غير المتطرفة مع الزوايا 140° ؟

- (A) -220°
 (B) 500°
 (C) 320°
 (D) 860°

2. أي من الخيارات التالية يمثل قياس الزاوية المرجعية للزاوية 166° في الوضع القياسي؟

- (A) -194° (C) 14°
 (B) -14° (D) 76°

3. أي من الخيارات التالية لا ينطبق على الزاوية $\theta = 600^\circ$ ؟

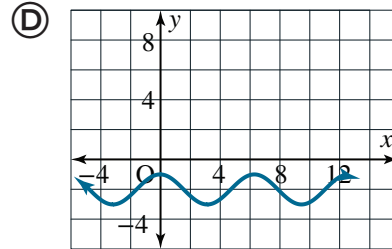
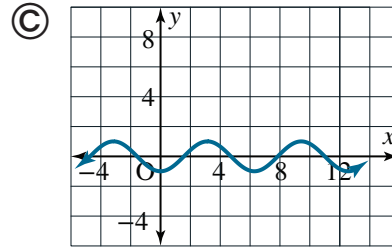
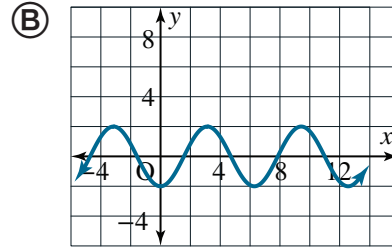
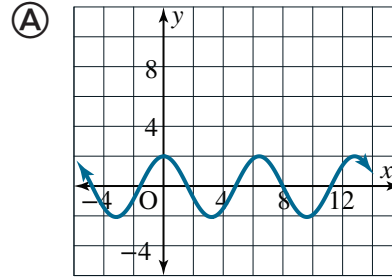
- (A) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos \theta = -\frac{1}{2}$
 (B) $\tan \theta = -\sqrt{3}$ و $\cos \theta = \frac{1}{2}$
 (C) $\csc \theta = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ و $\tan \theta = \sqrt{3}$
 (D) $\sec \theta = -2$ و $\cot \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

4. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كل من $\sin \theta$ و $\cos \theta$ إذا كانت $\theta = \frac{5\pi}{6}$

5. إذا كانت $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ وكانت الزاوية θ تقع في الربع الثاني، فإن:

- (A) $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ (C) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{5}$
 (B) $\sin \theta = \frac{3}{5}$ (D) $\sin \theta = \frac{\sqrt{41}}{5}$

10. أي من التمثيلات البيانية التالية يمثل منحنى الدالة $f(x) = -2 \cos x$ ؟

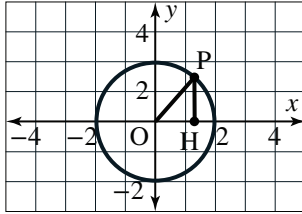


11. لتكن الدالة $f(x) = -2 \sin\left(\frac{1}{5}x\right)$. أي من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالة؟

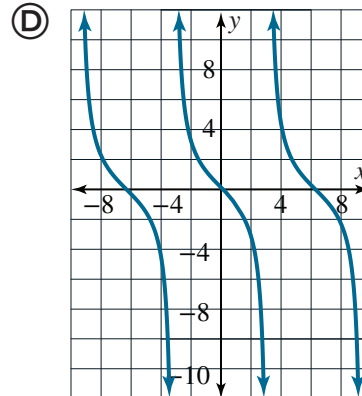
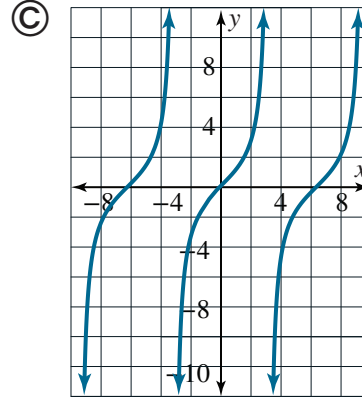
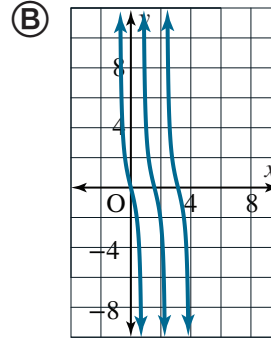
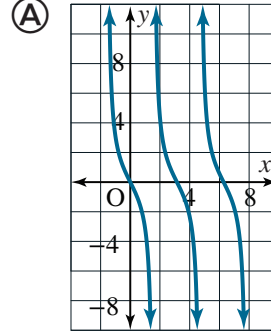
- (A) دورة الدالة تساوي $\frac{2\pi}{5}$
 (B) سعة الدالة تساوي -2
 (C) سعة الدالة تساوي 2
 (D) تردد الدالة تساوي $\frac{5}{2\pi}$

12. حدّد التحويلات الهندسية اللازمة لتحويل منحنى الدالة الرئيسية $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالة $g(x) = 4 \tan(2x)$

13. يتحرك الجسم P على محيط دائرة طول نصف قطرها 2 ومركزها نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، بينما يتحرك ظلّه H إلى اليمين واليسار، ذهابًا وإيابًا، على المحور x كما هو مبين في الشكل أدناه. ليكن $\overline{OH} = x$ ، أوجد قيمة x بدلالة الزاوية θ .



14. أي من التمثيلات البيانية التالية يمثل ثلاث دورات
من منحنى للدالة $f(x) = -2 \tan \frac{x}{2}$ ؟



15. أي من العبارات التالية هي الصحيحة؟

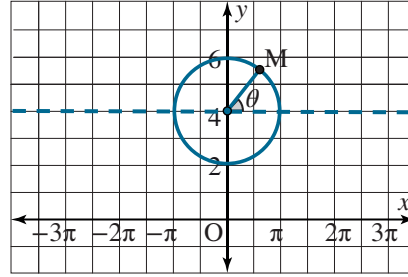
- (A) منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة رأسية إلى الأعلى بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$
- (B) منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة رأسية إلى الأسفل بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$
- (C) منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$
- (D) منحنى الدالة $f(x) = \cos x$ هو إزاحة أفقية إلى اليسار بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin x$

16. مثل الدالة $y = 3 \sin 2x + 1$ بيانيًا باستعمال التحويلات الهندسية.

17. لتكن الدالة $f(x) = -3 \cos 4x + 2$. أي من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) سعة الدالة تساوي 3 ودورتها $\frac{\pi}{2}$
- (B) إزاحة الطور تساوي 4
- (C) القيمة العظمى للدالة 5 وقيمته الصغرى -1
- (D) منحنى الدالة f هو انعكاس لمنحنى الدالة $g(x) = 3 \cos 4x - 2$ حول المحور x

18. نثبت مركز عملة معدنية طول نصف قطرها 2 عند النقطة $(0, 4)$. تدور القطعة بسرعة ثابتة بحيث يمكننا إيجاد قياس الزاوية θ التي يمكن استعمالها لتحديد مكان النقطة M بدلالة الزمن t وفق المعادلة $\theta = 3t + \frac{\pi}{6}$. أوجد y_M بدلالة الزمن.



19. أي من العبارات التالية لا تنطبق على الدالة $f(x) = a \sin(x - \pi) + 2$ إذا كانت السعة لا تساوي a ؟

- (A) سعة الدالة f تساوي $-a$
 (B) القيمة الصغرى تساوي $a + 2$
 (C) $a \leq 0$
 (D) $a < 0$

20. إذا كانت دورة الدالة $f(x) = a \cos[b(x - h)] + k$ تساوي السعة $a > 0$ و $b > 0$ ، أثبت أن $ab = 2\pi$ ، وحدد كيف تؤثر إشارة k على منحنى الدالة الناتجة.

6 تقويم الوحدة، النموذج B

6. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\tan(840^\circ) = -\sqrt{3}$
 (B) $\tan(840^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
 (C) $\tan(840^\circ) = \sqrt{3}$
 (D) $\tan(840^\circ) = \tan(70^\circ) \approx 2.7$

7. أي نسبة من النسب المثلثية التالية للزوايا الربعية غير معروفة؟

- (A) $\csc \frac{11\pi}{2}$ (C) $\tan \frac{13\pi}{2}$
 (B) $\cos \frac{17\pi}{2}$ (D) $\tan 7\pi$

8. أي من النقاط التالية تقع على دائرة الوحدة وتعتبر عن زاوية في الربع الثاني؟

- (A) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 (B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 (C) $(-1, \sqrt{3})$
 (D) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

9. لتكن الدالة $f(x) = 3 \cos x$. أي من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) القيمتان العظمى والصغرى للدالة هما 3 و -3، وتقعان عند $2k\pi$ و $\pi + 2k\pi$ على التوالي
 (B) المجال هو $[-\infty, \infty]$ والمدى هو $[-3, 3]$
 (C) الدورة تساوي 2π والسعة تساوي 3
 (D) منحنى الدالة f هو تمديد أفقي لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$

1. أي من الخيارات التالية يمثل الزاوية غير المتطابقة مع الزاوية 150° ؟

- (A) -210°
 (B) 510°
 (C) 870°
 (D) 860°

2. أي من الخيارات التالية يمثل قياس الزاوية المرجعية للزاوية 157° في الوضع القياسي؟

- (A) -203° (C) 67°
 (B) 23° (D) 337°

3. أي من الخيارات التالية لا ينطبق على الزاوية $\theta = 480^\circ$ ؟

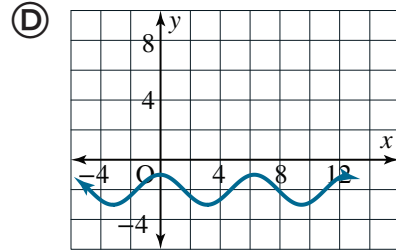
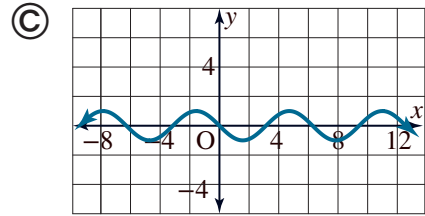
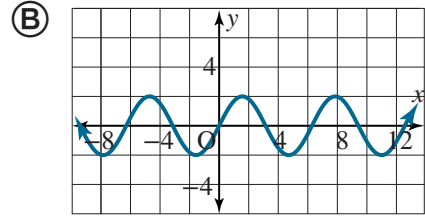
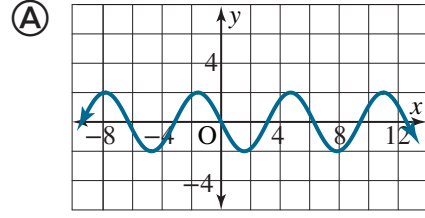
- (A) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\cos \theta = -\frac{1}{2}$
 (B) $\tan \theta = -\sqrt{3}$ و $\cos \theta = \frac{1}{2}$
 (C) $\csc \theta = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ و $\tan \theta = -\sqrt{3}$
 (D) $\sec \theta = -2$ و $\cot \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كل من $\sin \theta$ و $\cos \theta$ إذا كانت $\theta = \frac{3\pi}{4}$

5. إذا كانت $\cos \theta = -\frac{4}{5}$ وكانت الزاوية θ تقع في الربع الثالث، فإن:

- (A) $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ (C) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{5}$
 (B) $\sin \theta = \frac{3}{5}$ (D) $\sin \theta = \frac{\sqrt{41}}{5}$

10. أي من التمثيلات البيانية التالية يمثل منحنى الدالة $f(x) = -2 \sin x$ ؟

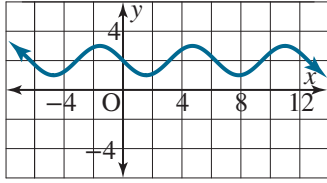


11. لتكن الدالة $f(x) = 3 \sin(2x)$. أي من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالة؟

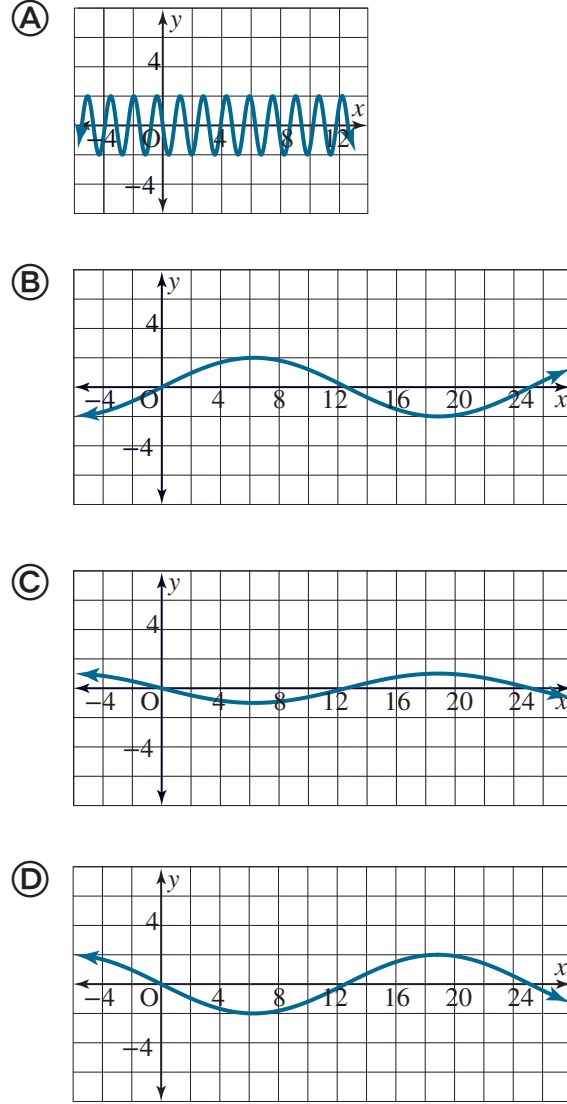
- (A) دورة الدالة تساوي $\frac{1}{\pi}$
 (B) سعة الدالة تساوي -3
 (C) سعة الدالة تساوي 3
 (D) تردد الدالة تساوي π

12. حدّد التحويلات الهندسية اللازمة لتحويل منحنى الدالة الرئيسية $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالة $g(x) = 3 \tan(4x)$.

13. اكتب معادلة نموذج الدالة التي يمثلها التمثيل البياني في الرسم أدناه.



14. أي من التمثيلات البيانية التالية يمثل منحنى الدالة $f(x) = -2 \sin \frac{x}{4}$ ؟



15. أي من العبارات التالية هي الصحيحة؟

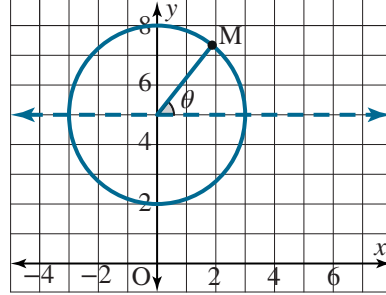
- (A) منحنى الدالة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة رأسية إلى الأعلى بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$
- (B) منحنى الدالة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة رأسية إلى الأسفل بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$
- (C) منحنى الدالة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$
- (D) منحنى الدالة $f(x) = \sin x$ هو إزاحة أفقية إلى اليسار بمقدار $\frac{\pi}{2}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$

16. مثل الدالة $y = 2 \sin 3x - 1$ بيانياً باستعمال التحويلات الهندسية.

17. لتكن الدالة $f(x) = \frac{1}{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4$. أي من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) سعة الدالة تساوي $\frac{1}{2}$ ودورتها 2π
- (B) إزاحة الطور تساوي $\frac{\pi}{3}$
- (C) القيمة العظمى للدالة $\frac{1}{2}$ وقيمتها الصغرى $-\frac{1}{2}$
- (D) منحنى الدالة f هو انعكاس لمنحنى الدالة $g(x) = -\frac{1}{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 4$ حول المحور x

18. تُثبت مركز عملة معدنية طول نصف قطرها 3 عند النقطة (0, 5). تدور القطعة بسرعة ثابتة، بحيث يمكنك إيجاد قياس الزاوية θ التي يمكن استعمالها لتحديد مكان النقطة M بدلالة الزمن t وفق المعادلة $\theta = 4t + \frac{\pi}{4}$. أوجد y_M بدلالة الزمن.



19. لتكن الدالة $f(x) = a \sin(x - h) + k$. إذا كانت $a > 0$ و $k > 0$ حيث $a = k$ ، فإن القيمة الصغرى للدالة تساوي:

- (A) $-2a$
- (B) 0
- (C) $2a$
- (D) لا يمكن تحديدها

20. إذا كانت دورة الدالة $f(x) = a \cos[b(x - h)] + k$ تساوي ضعف السعة $a > 0$ و $b > 0$ ، أثبت أن $ab = \pi$ ، وحدد كيف تؤثر إشارة k على منحنى الدالة الناتجة.

6 تقويم الوحدة، النموذج C

6. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\tan(675^\circ) = -\sqrt{3}$
 (B) $\tan(675^\circ) = -1$
 (C) $\tan(675^\circ) = 1$
 (D) $\tan(675^\circ) = \tan(75^\circ) \approx 3.7$

7. أي نسبة من النسب المثلثية التالية للزوايا الربعية غير معروفة؟

- (A) $\csc \frac{13\pi}{2}$ (C) $\tan 9\pi$
 (B) $\cot 8\pi$ (D) $\cot \frac{15\pi}{2}$

8. أي من النقاط التالية تقع على دائرة الوحدة وتعتبر عن زاوية في الربع الرابع؟

- (A) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 (B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 (C) $(1, -\sqrt{3})$
 (D) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

9. لتكن الدالة $f(x) = 2 \sin x$. أي من العبارات

التالية لا تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) القيمتان العظمى والصغرى للدالة هما 2 و -2، وتقعان عند $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ و $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ على التوالي
 (B) المجال هو $[-\infty, \infty]$ والمدى هو $[-2, 2]$
 (C) الدورة تساوي π والسعة تساوي 4
 (D) منحنى الدالة f هو إزاحة أفقية لمنحنى الدالة $g(x) = 2 \cos x$

1. أي من الخيارات التالية يمثل الزاوية غير المتطابقة مع الزاوية 105° ؟

- (A) -255°
 (B) 465°
 (C) 195°
 (D) 825°

2. أي من الخيارات التالية يمثل قياس الزاوية المرجعية للزاوية 152° في الوضع القياسي؟

- (A) -208° (C) 62°
 (B) 28° (D) 332°

3. أي من الخيارات التالية لا ينطبق على الزاوية $\theta = 330^\circ$ ؟

- (A) $\sin \theta = -\frac{1}{2}$ و $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 (B) $\tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 (C) $\csc \theta = -2$ و $\tan \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (D) $\sec \theta = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ و $\cot \theta = \sqrt{3}$

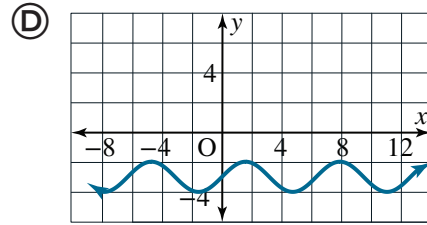
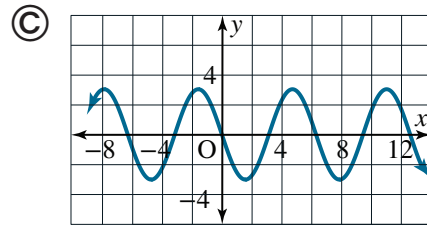
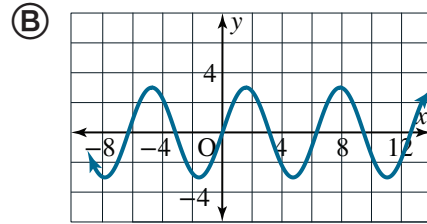
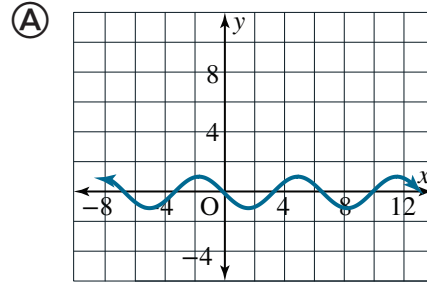
4. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كل من $\sin \theta$

و $\cos \theta$ إذا كانت $\theta = \frac{2\pi}{3}$

5. إذا كانت $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ وكانت الزاوية θ تقع في الربع الثالث، فإن:

- (A) $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ (C) $\sin \theta = \frac{\sqrt{34}}{5}$
 (B) $\sin \theta = \frac{4}{5}$ (D) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{34}}{5}$

10. أي من التمثيلات البيانية التالية يمثل منحنى الدالة $f(x) = -3 \sin x$ ؟

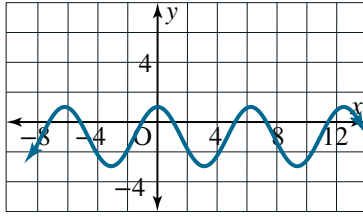


11. لتكن الدالة $f(x) = -\frac{2}{3} \sin(4x)$. أي من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) دورة الدالة تساوي 8π
 (B) دورة الدالة تساوي $\frac{\pi}{4}$
 (C) سعة الدالة تساوي $\frac{3}{2}$
 (D) تردد الدالة يساوي $\frac{2}{\pi}$

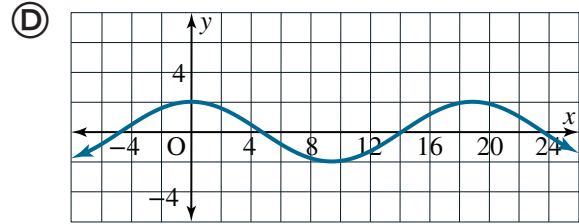
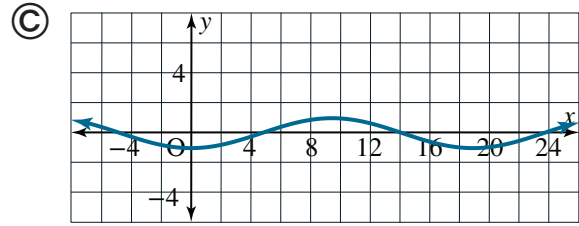
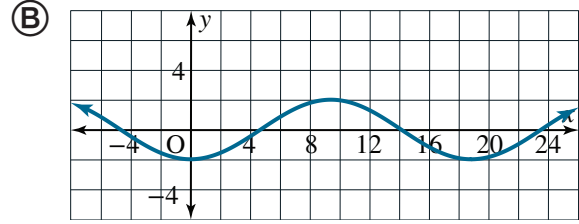
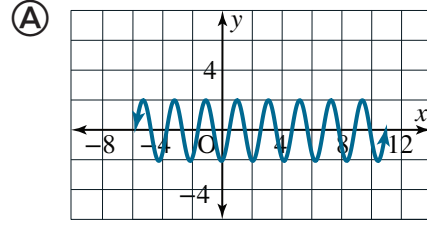
12. حدّد التحويلات الهندسية اللازمة لتحويل منحنى الدالة الرئيسية $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالة $g(x) = 2 \tan(3x)$

13. اكتب معادلة نموذج الدالة الممثلة بيانيًا أدناه.



14. أي من التمثيلات البيانية التالية يمثل منحنى الدالة

$$f(x) = -2 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$$



15. أي من العبارات التالية هي الصحيحة؟

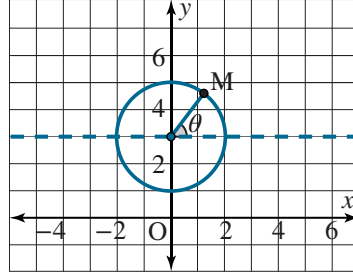
- (A) منحنى الدالة $f(x) = -\sin x$ يتطابق مع منحنى الدالة $g(x) = \sin(x - \pi)$
- (B) منحنى الدالة $f(x) = -\sin x$ هو إزاحة رأسية إلى الأسفل بمقدار π لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x - \pi)$
- (C) منحنى الدالة $f(x) = -\sin x$ هو إزاحة أفقية إلى اليمين بمقدار π لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x - \pi)$
- (D) منحنى الدالة $f(x) = -\sin x$ هو إزاحة أفقية إلى اليسار بمقدار π لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x - \pi)$

16. مثل الدالة $y = 4 \sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$ بيانيًا باستعمال التحويلات الهندسية.

17. لتكن الدالة $f(x) = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 3$. أي من العبارات التالية لا تنطبق على هذه الدالة؟

- (A) سعة الدالة تساوي 2π ودورتها تساوي 2
- (B) إزاحة الطور تساوي $\frac{\pi}{4}$
- (C) القيمة العظمى للدالة -1 وقيمته الصغرى -5
- (D) منحنى الدالة f هو انعكاس لمنحنى الدالة $g(x) = -2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 3$ حول المحور x

18. تثبت مركز عملة معدنية طول نصف قطرها 2 عند النقطة $(0, 3)$. تدور القطعة بسرعة ثابتة بحيث يمكنك إيجاد قياس الزاوية θ التي يمكن استعمالها لتحديد مكان النقطة M بدلالة الزمن t وفق المعادلة $\theta = 2t + \frac{\pi}{3}$. أوجد y_M بدلالة الزمن.



19. لتكن الدالة $f(x) = a \sin(x - h) + k$. إذا كانت $a > 0$ و $k > 0$ حيث $a = k$ ، فإن القيمة العظمى للدالة تساوي:

- (A) $3a$
 (B) $2a$
 (C) 0
 (D) لا يمكن تحديدها

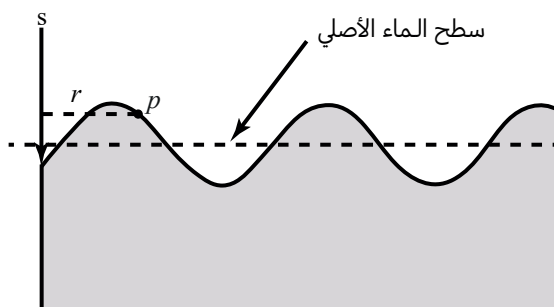
20. إذا كانت دورة الدالة $f(x) = a \cos[b(x - h)] + k$ تساوي نصف السعة $a > 0$ و $b > 0$ ، أثبت أن $ab = 4\pi$ ، وحدد كيف تؤثر إشارة k في منحنى الدالة الناتجة.

6 تقويم الأداء، النموذج A



إذا نظرنا سطح الماء بإبرة تتشكل حولها موجات دائرية تأخذ بالتوسع بشكل دائري. تهتز كل نقطة P على سطح الماء، على بعد r عن الإبرة، وفق الصيغة $y_p = \frac{A}{r} \sin k(r - vt)$ ، حيث t الزمن بالثواني، و y مقدار الارتفاع أو الانخفاض عن سطح الماء الأصلي، أما قيمتا الثابتين k و v (سرعة انتشار الموجة) فتحددهما سرعة اهتزاز الإبرة صعودًا ونزولًا.

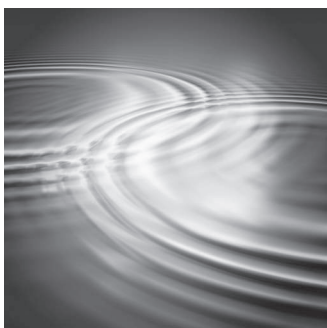
1. أجب عن الأسئلة التالية.



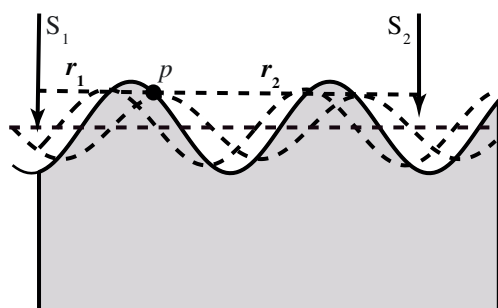
a. إذا كانت النقطة P تبعد مسافة r من موقع الإبرة S ، حدد الزمن اللازم لعودة النقطة P إلى مستوى سطح الماء أول مرة.

b. أوجد دورة وسعة الدالة y_p .

c. إذا كان الزمن t ثابتًا والمسافة r متغيرة، هل تكون الدالة y بدلالة r دالة دورية؟



2. وضعت إبرتان، S_1 و S_2 ، بحيث تنقران بتناغم تامّ على سطح الماء في مكانين مختلفين. نلاحظ الموجات الدائرية وقد بدأت بالتداخل لينشأ عن ذلك أشكال أقرب ما يكون إلى القطع الناقص (الإهليجي).

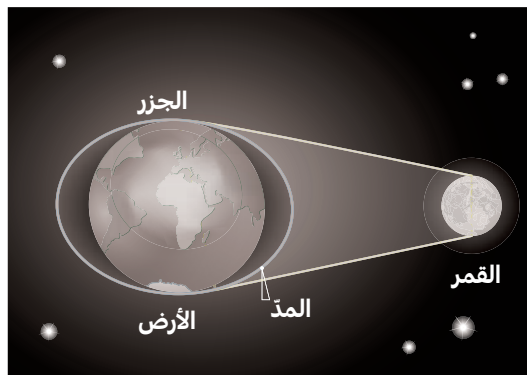


تهتز النقطة P على مسافة r_1 من S_1 وعلى مسافة r_2 من S_2
 وفقًا للصيغة $y_p = \frac{B}{r} \sin k(r - vt)$ ، حيث $r = \frac{r_1 + r_2}{2}$
 و $B = \frac{A}{r} \cos \frac{k}{2} (r_1 - r_2)$

a. أوجد النقاط التي لن تتعرض لأي اهتزاز. برّر إجابتك.

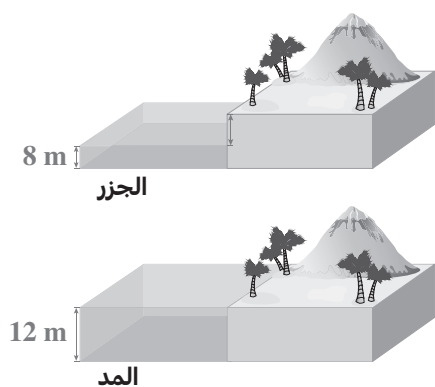
b. أوجد النقاط التي يبلغ فيها الاهتزاز أقصى قوّته.

6 تقويم الأداء، النموذج B



المدّ والجزر ظاهرة طبيعية تحدث بتأثير جاذبية القمر، وتتكوّن من حالتين متناوبتين، حيث ترتفع مياه البحار والمحيطات في حالة المدّ وتنخفض في حالة الجزر. عندما يكون المسطح المائي في الجهة المقابلة للقمر تسحب قوة الجاذبية بشكل تدريجي المياه بعيداً عن سطح الأرض وعندما تصل إلى أقصى ارتفاع لها يكون قد حدث "المدّ"، ثم تبدأ بالانخفاض عندما يبدأ المسطح المائي بالابتعاد عن الجهة المقابلة للقمر، حتى تصل المياه إلى أقلّ عمق لها عند حدوث "الجزر".

تسمح هذه الظاهرة لربابنة السفن والمراكب بمعرفة الوقت المناسب للرسوّ في الموانئ ذات المياه الضحلة، وتسمح كذلك للصيادين بتحديد الوقت المناسب للإبحار إلى أعالي البحار.



تحدث ظاهرة المدّ والجزر عند شاطئ أحد البحار بشكل دوريّ كلّ 12 ساعة، وقد حدث المدّ في أحد الأيام عند الساعة 6:00 AM فبلغ عمق المياه 12 متراً، ثمّ تلاه الجزر ليصل عمق المياه إلى 8 أمتار.

1. يمكن نمذجة عمق المياه بدلالة الزمن في حالة المدّ والجزر، باستعمال دالة جيب التمام $y = a \cos(b(t - h)) + k$ حيث y عمق المياه بالأمتار عند الزمن t ساعة بعد منتصف الليل. حدّد القيمتين العظمى والصغرى لهذه الدالة، ثمّ استنتج أنّ $k = 10$ و $|a| = 2$.

b. حدّد دورة الدالة، ثمّ استنتج أنّ $b = \frac{\pi}{6}$

c. حدّد الزمن t الذي تبلغ عنده الدالة قيمتها العظمى أوّل مرّة، ثمّ استنتج قيمة h .

d. برهن أنّ بالإمكان كتابة الدالة y بصيغتين.
اكتب كلتا الصيغتين للدالة، ثم اذكر الصيغة المفضّلة لديك مع توضيح السبب.

2. كلّما ازداد عمق المياه يصبح أسهل على المراكب والسفن، خاصّة الضخمة منها، أن ترسو في الميناء.
املأ الجدول أدناه باقتراح توقيتين مناسبين لرسوّ كلّ سفينة بحسب العمق المناسب لها.

اسم السفينة	A	B	C	D
العمق المناسب	10 m	9 m	11 m	14 m
توقيت الرسوّ المناسب				

3. مثل الدالة y بيانيًا.

4. هل يمكن نمذجة عمق المياه بدالة الجيب بدلًا من دالة جيب التمام؟ إذا كانت الإجابة نعم، اكتب هذه الدالة.

الاختبار التراكمي للوحدات 6-1

1. الصيغة الارتدادية الممكنة للمتتالية

... 4, 7, 10, 13 هي:

- (A) $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = 2a_{n-1} \end{cases} \quad n \geq 1$
- (B) $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases} \quad n \geq 1$
- (C) $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = 3a_n + 3 \end{cases} \quad n \geq 1$
- (D) $\begin{cases} a_1 = 4 \\ a_{n+1} = a_n - 3 \end{cases} \quad n \geq 1$

2. الحد العام للمتتالية الحسابية المعطاة a_n حيث

هو: $n > 0$

6, 11, 16, 21, ...

- (A) $a_n = 6n - 1$
- (B) $a_n = 5n + 6$
- (C) $a_n = 5n + 1$
- (D) $a_n = 5n - 6$

3. أوجد الحد الأول a_1 للمتتالية الهندسية a_n والنسبة

الثابتة فيها r ، حيث $a_2 = -4$ و $a_5 = -\frac{1}{16}$.

4. أوجد مجموع أول n حد من حدود المتتالية

الهندسية التالية:

8, 4, 2, 1, $\frac{1}{2}$, ...

(A) $S_n = \frac{1}{14}(8^n - 1)$

(B) $S_n = \frac{16}{3}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$

(C) $S_n = 16\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$

(D) $a_n = 8(2^n - 1)$

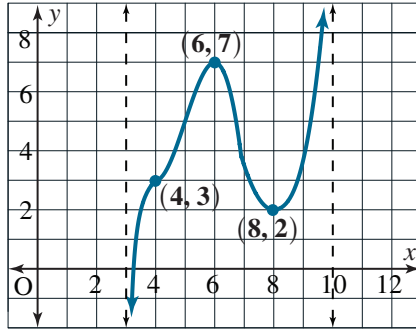
5. حدّد من التمثيل البياني المعطى ما إذا كانت كل

نقطة محدّدة تمثّل قيمة قصوى محلّية أم لا.

ثم حدّد الفترات التي تكون فيها الدالة متزايدة أو

متناقصة. حدّد خطوط التقارب لمنحنى الدالة،

إن وُجدت



8. لتكن الدالة f . أي من الدوال التالية تنتج عن تحويل الدالة f عبر إجراء تضيق أفقي لمنحنائها بمعامل مقداره $\frac{1}{3}$ ثم انعكاس حول المحور x .

- (A) $y = -3f(x)$
 (B) $y = -\frac{1}{3}f(x)$
 (C) $y = f(-3x)$
 (D) $y = -f(3x)$

9. اقسم $f(x)$ على $g(x)$ باستعمال القسمة المطولة، واكتب ناتج القسمة في الصورة الكسرية إذا كان:
 $g(x) = x^2 + 4$ و $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 13$

10. أي مما يلي يمثل باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x) = x^5 + 2x^4 + 3x + 3$ على المقدار $x + 1$ ؟

- (A) 0
 (B) 1
 (C) 3
 (D) 9

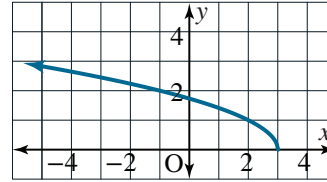
11. إذا كانت $f(x) = x^3 + mx^2 - 4x - 4m$ فإن $(x + 2)$

- (A) أحد عوامل الدالة f فقط إذا كان $m = 0$
 (B) أحد عوامل الدالة f فقط إذا كان $m = 2$
 (C) أحد عوامل الدالة f فقط إذا كان $m = -2$
 (D) أحد عوامل الدالة f أيًا تكن قيمة m

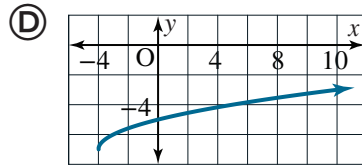
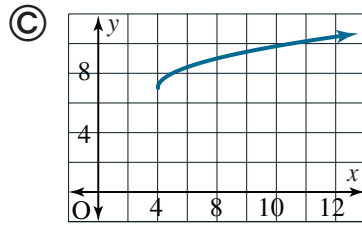
6. إذا كانت $f(x) = \sqrt{2x + 4}$ و $g(x) = x^2 + 5x - 2$ فإن قيمة الدالة $f(g(x))$ تساوي:

- (A) $\sqrt{2x^2 + 10x}$
 (B) $7x + 2$
 (C) $\sqrt{2x^2 + 10x - 4}$
 (D) $2x + 2 + 5\sqrt{2x + 4}$

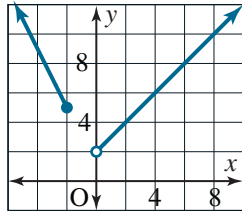
7. التمثيل البياني لمعكوس الدالة الممثلة بيانيًا أدناه هو:



- (A)
- (B)
- (C)
- (D)



14. أي من الدوال التالية تمثل الدالة المتعددة التعريف الممثلة بيانيًا أدناه؟



Ⓐ $y = \begin{cases} -2x - 1, & x \leq -2 \\ x + 2, & x > -2 \end{cases}$

Ⓑ $y = \begin{cases} -2x + 1, & x \leq -2 \\ x + 2, & x > 0 \end{cases}$

Ⓒ $y = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq -2 \\ -x + 2, & x > 0 \end{cases}$

Ⓓ $y = \begin{cases} -2x + 1, & x \leq -2 \\ 2x - 2, & x > 0 \end{cases}$

15. أي من الخيارات التالية يمثل خطوط التقارب الأفقية

والرأسية لمنحنى الدالة $y = \frac{x+5}{x^2+3x-10}$ ؟

Ⓐ $x = -5$ و $x = 2$ و $y = 0$

Ⓑ $x = 2$ و $y = 0$

Ⓒ $x = 2$ و $y = 5$

Ⓓ $x = -2$ و $y = 0$

12. مستوعب لتخزين المعذات الزراعية طوله

$(3x + 1)$ m وعرضه $(x + 1)$ m وارتفاعه x m.

حجم المستوعب معطى بالدالة

$$V(x) = 3x^3 + 4x^2 + x$$

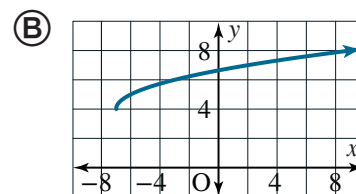
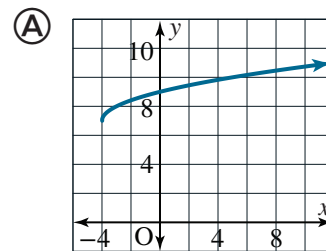
أوجد أبعاد هذا المستوعب إذا كان حجمه يساوي 8 m^3

13. إذا أزحت التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x}$ بمقدار

4 وحدات إلى اليسار و 7 وحدات إلى الأعلى،

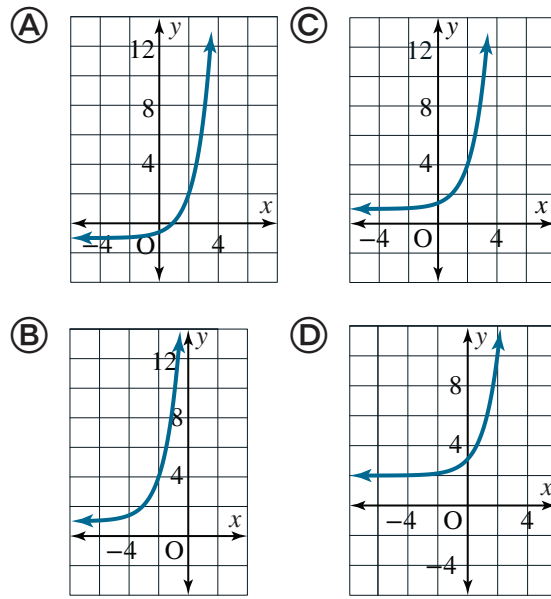
أي من التمثيلات البيانية التالية هو التمثيل البياني

الناتج عن هذه الإزاحة؟



16. أوجد مجال الدالة $f(x) = \frac{5}{x-3}$ واستعمل النهايات لوصف سلوك f عند قيمة (قيم) x الواقعة خارج المجال.

17. أي من التمثيلات البيانية التالية هو التمثيل البياني للدالة $y = 3e^{x-2} + 1$ ؟



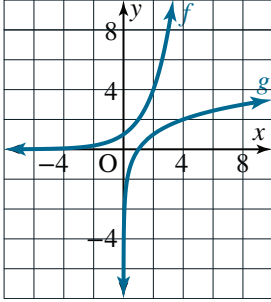
18. أي من الخيارات التالية يمثل الصورة اللوغاريتمية للمعادلة $5^a = b$ ، حيث $a > 0$ و $b > 0$ ؟

- (A) $\log_5 b = a$ (C) $\log_a 5 = b$
 (B) $\log_5 a = b$ (D) $\log_b a = 5$

19. أي من القيم التالية تمثل قيمة المقدار اللوغاريتمي $\log_3(243)$ ؟

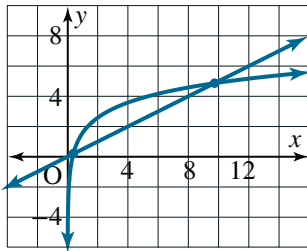
- (A) 81 (C) 5
 (B) 4 (D) 125

20. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة $f(x) = 4^x$ ومنحنى الدالة $g(x) = \log_4 x$. أي من الخيارات التالية يساعدك في التحقق من أن $g(x) = f^{-1}(x)$ ؟



- (A) مجال $f(x)$ هو مدى $g(x)$ وبالعكس.
 (B) $g(f(2)) = 2$ و $f(g(2)) = 2$
 (C) خط تقارب منحنى الدالة f هو المحور x وخط تقارب منحنى الدالة g هو المحور y
 (D) منحنى الدالة f يناظر منحنى الدالة g حول المستقيم $y = x$

21. يوضح التمثيل البياني أدناه منحنى الدالة $y = \log_2(3x)$ ومنحنى الدالة $y = 0.5x$. أوجد عدد حلول المعادلة $\log_2(3x) = 0.5x$.



- (A) 0 (C) 2
 (B) 1 (D) 3

22. أي من الخيارات التالية يمثل حل المعادلة $\log(2x + 6) = 3$ ؟

- (A) $x = 503$ (C) $x = 7.04$
(B) $x = 12$ (D) $x = 497$

23. يُستعمل مقياس "ريختر" لقياس الطاقة الزلزالية للزلازل وقوتها باستعمال النموذج $R(E) = 0.67 \log(0.37E) + 1.46$ ، حيث E هي الطاقة (بالكيلوواط ساعة) التي يطلقها الزلزال. حدث زلزال قوته 7.5 على مقياس ريختر تحت سطح البحر، وتسبب في حدوث موجات تسونامي. أوجد الطاقة الزلزالية لهذا الزلزال.

24. إذا كانت النقطة $P(-6, 8)$ تقع على ضلع الانتهاء للزاوية θ ، فإن قيم $\sin \theta$ و $\cos \theta$ و $\tan \theta$ تساوي:

- (A) $\sin \theta = \frac{4}{5}$, $\cos \theta = -\frac{3}{5}$, $\tan \theta = -\frac{4}{3}$
(B) $\sin \theta = \frac{4}{5}$, $\cos \theta = \frac{3}{5}$, $\tan \theta = \frac{4}{3}$
(C) $\sin \theta = \frac{3}{5}$, $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta = -\frac{3}{4}$
(D) $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $\cos \theta = \frac{3}{5}$, $\tan \theta = -\frac{4}{3}$

25. أي من الخيارات التالية يمثل قياس θ' ، التي هي الزاوية المرجعية للزاوية $\theta = 855^\circ$ ، ومقدار ظلها؟

- (A) $\tan \theta = 1$ و $\theta' = 45^\circ$
(B) $\tan \theta = -1$ و $\theta' = -45^\circ$
(C) $\tan \theta = -1$ و $\theta' = 135^\circ$
(D) $\tan \theta = -1$ و $\theta' = 45^\circ$

26. أوجد قيمة $\sin \theta$ إذا كانت $\cos \theta = -\frac{18}{23}$ وكانت الزاوية θ في الربع الثالث.

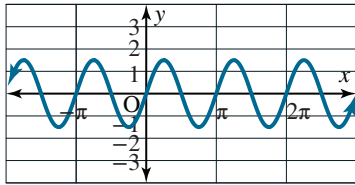
- (A) $\sin \theta = -\frac{205}{529}$
(B) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{205}}{23}$
(C) $\sin \theta = \frac{\sqrt{205}}{23}$
(D) $\sin \theta = -\frac{\sqrt{853}}{23}$

27. تحلق طائرة على ارتفاع 750 قدماً وتمر مباشرةً فوق برج المراقبة في أحد المطارات، حيث يعمل خالد مراقباً للملاحة الجوية. إذا كانت θ هي زاوية ارتفاع نظر خالد إلى الطائرة، أوجد المسافة d بين برج المراقبة والطائرة حيث $\theta = 60^\circ$.

28. أوجد دورة الدالة $y = -6 \sin \frac{1}{4}x$ وسعتها.

- (A) الدورة: 8π ، السعة: 6
(B) الدورة: 6، السعة: 8π
(C) الدورة: 8π ، السعة: -6
(D) الدورة: $\frac{\pi}{2}$ ، السعة: 6

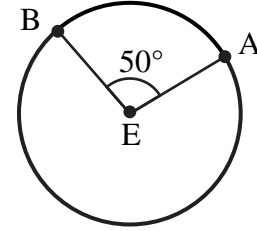
29. أي من المعادلات التالية تمثل التمثيل البياني المعطى؟



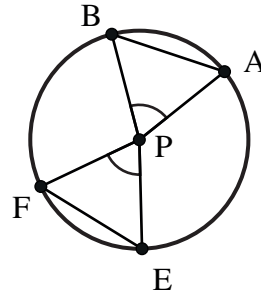
- (A) $y = \frac{3}{2} \cos(2x)$
(B) $y = \frac{3}{4} \cos(2x)$
(C) $y = \frac{3}{2} \sin(2x)$
(D) $y = \frac{3}{2} \sin(x)$

30. يتحرك جسم في المحيط مع موجة. يمكن نمذجة حركة هذا الجسم بدالة الجيب. إذا كانت الموجة ترتفع بمقدار 12 in كل 8 ثوانٍ، اكتب الدالة التي تنمذج ارتفاع الجسم y ، بالإنش، مع حركة الموجة خلال x ثانية.

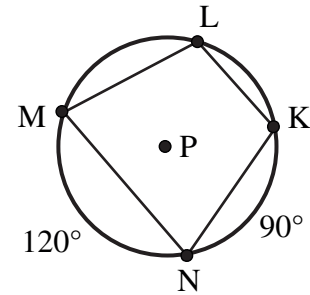
7 اختبار بداية الوحدة

1. قياس $\widehat{AB}$ في الرسم أدناه يساوي:

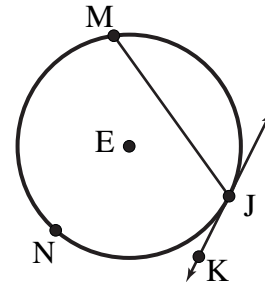
- (A) 25°
 (B) 50°
 (C) 100°
 (D) 310°

2. في الرسم أدناه، $AB = 2 \text{ cm}$ و $\angle APB \cong \angle EPF$. إذن، قياس EF يساوي:

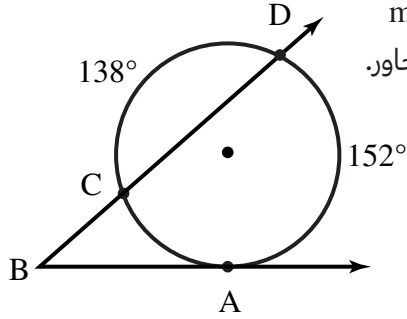
- (A) 1 cm
 (B) 4 cm
 (C) 2 cm
 (D) لا يمكن تحديد قياسه

3. قياس $\angle KLM$ في الرسم أدناه يساوي:

- (A) 15°
 (B) 60°
 (C) 75°
 (D) 105°

4. في الرسم أدناه، $\vec{JK}$ مماسٌ للدائرة E عند النقطة J. إذا كان $\angle KJM = 118^\circ$ ، فإن $m\widehat{JNM}$ يساوي:

- (A) 69°
 (B) 90°
 (C) 124°
 (D) 236°

5. أوجد $m\angle ABD$ في الرسم المجاور.6. أي من الزوايا التالية ليست متطابقة مع الزاوية 150° ؟

- (A) -210°
 (B) 450°
 (C) 510°
 (D) 870°

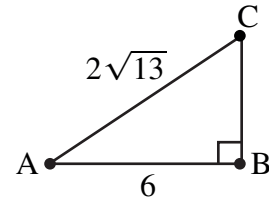
7. أوجد قيمة $\sin \theta$ إذا كان $\cos \theta = \frac{4}{5}$ وكانت الزاوية θ في الربع الرابع.

8. أي من القيم التالية يمثل قيمة $\sin\left(\frac{\pi}{3} + 51\,000\pi\right)$ ؟

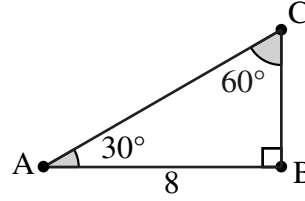
- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (B) 0
 (C) $\frac{1}{2}$
 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

9. طول الضلع المجهول في المثلث أدناه يساوي:

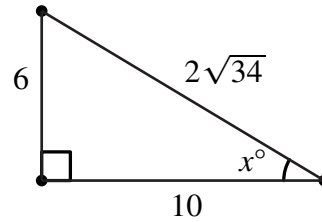
- (A) 16
 (B) $2\sqrt{22}$
 (C) 4
 (D) $2\sqrt{5}$



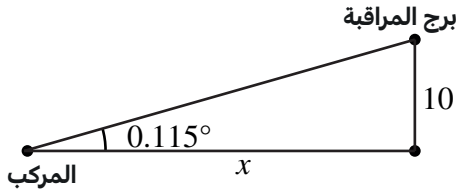
10. أوجد مساحة المثلث في الرسم المجاور.



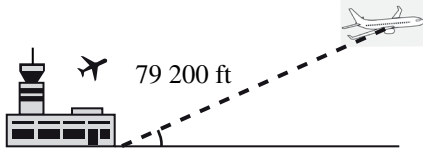
11. أوجد قيم النسب المثلثية التالية: $\sin x^\circ$ ، $\cos x^\circ$ ، $\tan x^\circ$ في المثلث أدناه.



12. يجلس عامل إنقاذ بحري في أعلى برج مراقبة على شاطئ البحر، ويمكنه أن يرى من موقعه بالعين المجردة المراكب على بعد 5 كيلومترات من الشاطئ. قياس زاوية الرؤية بين أحد المراكب وبرج المراقبة هو 0.115° تقريبًا. هل يمكن لعامل الإنقاذ رؤية هذا المركب إذا كان ارتفاع البرج 10 أمتار؟ برّر إجابتك.



13. أفلعت طائرة من أحد المطارات بزاوية قياسها 4° وحلقت صعودًا مسافة 15 mi، أي 79 200 قدم. إذن، بعد أن قطعت الطائرة تلك المسافة يكون ارتفاعها عن الأرض (مقربًا إلى أقرب قدم):



- (A) 79 007 أقدام
 (B) 5 525 قدمًا
 (C) 5 538 قدمًا
 (D) 4 973 قدمًا

14. أي مما يلي صحيح؟

- (A) $\sec \theta = \cos (90^\circ - \theta)$
 (B) $\tan \theta = \cos (90^\circ - \theta)$
 (C) $\sec \theta = \sin (90^\circ - \theta)$
 (D) $\tan \theta = \cot (90^\circ - \theta)$

19. حلّ ثلاثيّة الحدود $3x^2 + xy - 2y^2$ إلى عواملها تحليلًا كاملاً.

- Ⓐ $\frac{1}{x+y}$
- Ⓑ $\frac{x-y-2}{(x+y)(x-y)}$
- Ⓒ $\frac{x^2+y^2}{(x+y)(x-y)}$
- Ⓓ $\frac{x^2+2xy+y^2}{(x+y)(x-y)}$

20. أيّ ممّا يلي يمثّل الصورة الأبسط للمقدار $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}$ ؟

15. المثلث DEF قائم الزاوية في F وفيه $m\angle E = \beta$ و $m\angle D = \alpha$.

أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin \alpha$ ؟

- Ⓐ $\csc \alpha$
- Ⓑ $\csc \alpha$
- Ⓒ $\tan \beta$
- Ⓓ $\cos \beta$

16. لتكن الدالة $f(x) = -5 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$.

أيّ من العبارات التالية تنطبق على هذه الدالة ؟

- Ⓐ دورة الدالة تساوي $\frac{2\pi}{3}$
- Ⓑ سعة الدالة تساوي -5
- Ⓒ سعة الدالة تساوي 5
- Ⓓ تردّد الدالة يساوي $\frac{3}{2\pi}$

17. حدّد التحويلات الهندسيّة اللازمة لتحويل منحنى

الدالة $f(x) = \tan x$ إلى منحنى الدالة

$g(x) = 4 \tan(3x)$.

18. بعد تحليل المقدار $4x^2 + 4x + 1$ إلى العوامل

يصبح على الشكل التالي:

- Ⓐ $(2x+1)(2x-1)$
- Ⓑ $(2x+1)(2x+1)$
- Ⓒ $(4x+1)(x-1)$
- Ⓓ $(4x+1)(x+1)$

7-1 اختبار الدرس

المتطابقات المثلثية

1. أوجد قيمة كلٍّ من $\sin \theta$ و $\cos \theta$ إذا كان $\cot \theta = -3$ و $\sin \theta < 0$.

4. أي من الخيارات أدناه يمثل الصورة المبسطة للمقدار $\frac{\sin^3 x + \sin x \cos^2 x}{\sin^2 x}$ ؟

- (A) $\frac{1}{\sin^2 x}$
 (B) $\cot^2 x$
 (C) $\sin x$
 (D) $\frac{1}{\sin x}$

5. أثبت صحة المتطابقة التالية:

$$\frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = 2\csc^2 x$$

2. ببسط المقدار $\cos x \tan^2 x + \cos x$ باستعمال المتطابقات المثلثية.

3. أي من القيم أدناه تساوي قيمة $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ إذا كان $\sin \theta = -0.55$ ؟

- (A) -0.55
 (B) -0.45
 (C) 0.45
 (D) 0.55

7-2 اختبار الدرس

المتطابقات المثلثية لمجموع زاويتين والفرق بينهما

1. أوجد القيمة الدقيقة للمقدار $\sin 105^\circ$ من دون استعمال الحاسبة.

3. أي من الخيارات أدناه، يمثل الجيب أو جيب التمام لزاوية واحدة للعبارة

$$\sin 19^\circ \cos 11^\circ + \cos 19^\circ \sin 11^\circ$$

- (A) $\sin 30^\circ$
 (B) $\sin 8^\circ$
 (C) $\cos 30^\circ$
 (D) $\cos 8^\circ$

4. أي من الخيارات أدناه، يساوي $\tan 15^\circ$

- (A) $\frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$
 (B) $\frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$
 (C) $\frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$
 (D) $\frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$

2. أوجد القيمة الدقيقة للنسبة المثلثية $\cos 15^\circ$ من دون استعمال الحاسبة.

5. أثبت صحة المتطابقة $\cot\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right) = -\tan \theta$ باستعمال متطابقات الفرق والمجموع.

7-3 اختبار الدرس

المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية ونصفها

1. أثبت المتطابقة التالية:

$$\sin^3 x = \frac{1}{2} (\sin x - \sin x \cos 2x)$$

2. أثبت صحة متطابقة نصف الزاوية

$$\sin \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos u}{2}}$$

3. أي من الخيارات التالية يمثل قيمة $\cos \frac{7\pi}{12}$ ؟

$$\textcircled{A} -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{B} \frac{-\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{C} \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\textcircled{D} \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

4. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد الخيار الذي قيمته تساوي قيمة $\tan 15^\circ$.

$$\textcircled{A} -\sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}}$$

$$\textcircled{B} \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}}$$

$$\textcircled{C} \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

$$\textcircled{D} \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

5. أثبت صحة المتطابقة

$$\cos 4\theta = \cos^4 \theta \sin^4 \theta - 6 \cos^2 \theta \sin^2 \theta$$

7-4 اختبار الدرس

المعادلات المثلثية

1. أوجد الحل العام للمعادلة التالية، حيث قياس x بالدرجات:

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

3. أي من الخيارات التالية يمثل حل (حلول) المعادلة المثلثية $\sin \theta = 1 - \frac{\sin \theta}{2}$ ، حيث $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ؟

(A) $\theta = 0.73 \text{ rad}$ فقط

(B) $\theta = -0.73 \text{ rad}$ أو $\theta = 2.41 \text{ rad}$

(C) $\theta = 0.73 \text{ rad}$ أو $\theta = -2.41 \text{ rad}$

(D) $\theta = 0.73 \text{ rad}$ أو $\theta = 2.41 \text{ rad}$

4. عدد حلول المعادلة $\sin 2x = \sin x$ في الفترة $[0, 2\pi]$ هو:

(A) صفر

(B) واحد

(C) اثنان

(D) ثلاثة

5. أوجد كل حلول المعادلة المثلثية

$$\cos^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta = 0$$

من دون استعمال الحاسبة. (تلميح: استعمل أولاً متطابقة تربيع الفرق)

2. حل المعادلة $\tan x = 0.64$ ، حيث قياس x بالراديان.

7 تقويم الوحدة، النموذج A

5. أي من المقادير التالية قيمته تساوي قيمة $\cos 45^\circ$ ، علماً أن $\cos 45^\circ = \cos(30^\circ + 15^\circ)$ ؟
- (A) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos 15^\circ + \sin 15^\circ)$
 (B) $\frac{1}{2}(\cos 15^\circ + \sqrt{3} \sin 15^\circ)$
 (C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos 15^\circ - \sin 15^\circ)$
 (D) $\frac{1}{2}(\cos 15^\circ - \sqrt{3} \sin 15^\circ)$

6. أي من الخيارات التالية يساوي $\sin 12^\circ \cos 18^\circ + \cos 12^\circ \sin 18^\circ$ ؟

- (A) $\frac{1}{2}$
 (B) $-\frac{1}{2}$
 (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (D) لا يمكن معرفة قيمتها إلا باستعمال الحاسبة.

7. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$
 (B) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$
 (C) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{-1 - \tan x}{1 - \tan x}$
 (D) $\tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \frac{2 + \sqrt{2} \tan x}{2 - \sqrt{2} \tan x}$

8. أثبت صحة المعادلة

$$\cos 2x \cos 3x + \sin 2x \sin 3x = \cos 3x \cos 4x + \sin 3x \sin 4x$$

1. إذا كان $\cot x = 2$ و $\sin x > 0$ ، فإن:

- (A) $\cos x = -\sqrt{5}$ (C) $\cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
 (B) $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $\cos x = \sqrt{5}$

2. الصيغة المبسطة للمقدار $\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x$ هي:

- (A) $\sin^2 x (2 \sin^2 x - 1)$
 (B) $\sin^4 x$
 (C) $\sin^2 x$
 (D) $\cos^2 x - 1$

3. أي من المقادير التالية قيمته تساوي 1؟

- (A) $\frac{\tan x + \cot x}{\cos x \sin x}$
 (B) $\cos x \sin x (\cot x - \tan x)$
 (C) $\cos x \sin x (\tan x - \cot x)$
 (D) $\cos x \sin x (\tan x + \cot x)$

4. أثبت صحة المتطابقة

$$\frac{2 \cos x - \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2 \sin x} = \frac{\sqrt{2} - 2 \sin x}{2 \cos x + \sqrt{2}}$$

9. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin x - \cos x$ ؟

- (A) $\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$
(B) $\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$
(C) $\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$
(D) $\frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{\sqrt{2}}$

10. أوجد قيمة $\tan 135^\circ$ من دون استعمال الحاسبة.

11. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(B) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ = \frac{1}{2}$
(C) $\sin^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(D) $\sin^2 15^\circ - \cos^2 15^\circ = \frac{1}{2}$

12. أثبت صحة المتطابقة

$$\sin^4 x + \cos^4 x + \frac{\sin^2 2x}{2} = 1$$

13. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\cos 2x$ ؟

- (A) $8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x - 1$
(B) $8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1$
(C) $2 \cos^2 x - 1$
(D) $8 \cos^4 x - 1$

14. أعد كتابة المقدار $\sin^4 x + \cos^4 x$ بحيث لا يتضمّن قوى أكبر من 1

- (A) $5 - \cos 4x$ (C) $3 + \cos 4x$
(B) $3 - \cos 4x$ (D) $\frac{3 + \cos 4x}{4}$

15. أثبت أنّ $\tan x = \frac{2 \tan \frac{x}{2}}{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}$

16. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد المقدار الذي قيمته تساوي قيمة $\cos \frac{\pi}{16}$ ممّا يلي:

- (A) $-\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{8}}{2}}$ (C) $\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2}}$
(B) $-\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{8}}{2}}$

17. أوجد الحلّ العامّ للمعادلة المثلثيّة التالية:

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

20. إذا كان $\sin 2\theta = \frac{1}{2}$ ، أثبت أن $\sin^2 \theta$ و $\cos^2 \theta$ هما حلًا للمعادلة

$$X^2 - X + \frac{1}{16} = 0$$

18. أوجد حلّ المعادلة المثلثية التالية:

$$1 + \cos \theta + \cos 2\theta = 0 \text{ حيث } \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$$

19. هل يمكن أن تكون هناك زاوية x تحقق المعادلة

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x + 3 \text{ ؟}$$

بّرر إجابتك.

7 تقويم الوحدة، النموذج B

5. أي من المقادير التالية قيمته تساوي قيمة $\sin 45^\circ$ ،
علماً أنّ $\sin 45^\circ = \sin(30^\circ + 15^\circ)$ ؟

- (A) $\frac{1}{2}(\cos 15^\circ + \sqrt{3} \sin 15^\circ)$
 (B) $\frac{1}{2}(\sin 15^\circ + \sqrt{3} \cos 15^\circ)$
 (C) $\frac{1}{2}(\cos 15^\circ - \sqrt{3} \sin 15^\circ)$
 (D) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos 15^\circ - \sin 15^\circ)$

6. أي من الخيارات التالية يساوي
 $\cos 13^\circ \cos 17^\circ - \sin 13^\circ \sin 17^\circ$ ؟

- (A) $\frac{1}{2}$
 (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (D) لا يمكن معرفة قيمتها إلا باستعمال الحاسبة.

7. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} - \tan x}{1 + \sqrt{3} \tan x}$
 (B) $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + 3 \tan x}{3 - \sqrt{3} \tan x}$
 (C) $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 - \sqrt{3} \tan x}$
 (D) $\tan\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = \frac{\sqrt{3} - \tan x}{1 - \sqrt{3} \tan x}$

8. أثبت صحة المعادلة

$$\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x \\ = \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x$$

1. إذا كان $\cot x = 3$ و $\sin x > 0$ ، فإنّ:

- (A) $\cos x = -\sqrt{10}$ (C) $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$
 (B) $\cos x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ (D) $\cos x = \sqrt{10}$

2. الصيغة المبسطة للمقدار

$$\cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x$$
 هي:

- (A) $\cos^2 x(2 \cos^2 x - 1)$
 (B) $\cos^4 x$
 (C) $\sin^2 x - 1$
 (D) $\cos^2 x$

3. أي مما يلي هو الصيغة الأبسط للمقدار

$$\left(\frac{\csc x}{\cos x}\right) - \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)$$

- (A) $\cot x$
 (B) $\tan x$
 (C) $\csc^2 x$
 (D) $\sin^2 x$

4. أثبت صحة المتطابقة

$$\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x} = 2 \csc^2 x$$

9. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\frac{1}{2}(\sin x - \cos x)$ ؟

- (A) $\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
(B) $\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - x\right)$
(C) $\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
(D) $\frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}}$

10. أوجد قيمة $\tan 150^\circ$ من دون استعمال الحاسبة.

11. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}$
(B) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 4\sqrt{3}$
(C) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 4$
(D) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ = \frac{1}{4}$

12. أثبت صحة المتطابقة

$$\frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos^2 x} = 1 - \tan^2 x$$

13. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\cos 3x$ ؟

- (A) $4 \cos^3 x + 3 \cos x$
(B) $4 \cos^3 x - 3 \cos x$
(C) $2 \cos^2 x - \cos x$
(D) $4 \cos^3 x - 3 \cos x + 1$

14. أعد كتابة المقدار $\cos^3 2x$ بحيث لا يتضمّن قوى أكبر من 1

- (A) $\frac{1}{2}(\cos 2x)(1 + \cos 4x)$
(B) $\frac{1}{2}(\sin 2x)(1 + \cos 4x)$
(C) $(\sin 2x)(1 + \cos 4x)$
(D) $\frac{1}{2}(\sin 2x)(2 + \cos 4x)$

15. أثبت أن $\cot \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$

16. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد المقدار

الذي قيمته تساوي قيمة $\sin \frac{\pi}{16}$ ممّا يلي:

- (A) $-\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{8}}{2}}$ (C) $\sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{32}}{2}}$
(B) $-\sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{32}}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{1 - \cos \frac{\pi}{8}}{2}}$

17. أوجد الحلّ العامّ للمعادلة المثلثيّة التالية:

$$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

20. إذا كان $\sin 2\theta = \frac{1}{3}$ ، أثبت أنّ $\sin^2 \theta$ و $\cos^2 \theta$ هما حلّا المعادلة

$$X^2 - X + \frac{1}{36} = 0$$

18. أوجد حلّ المعادلة المثلثيّة التالية:

$$1 + \sqrt{3} \cos \theta + \cos 2\theta = 0$$

$$\text{حيث } \pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$$

19. هل يمكن أن تكون هناك زاوية x تحقّق المعادلة

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x + 1$$

بّرر إجابتك.

7 تقويم الوحدة، النموذج C

5. أي من المقادير التالية قيمته تساوي قيمة $\cos 75^\circ$ ، علماً أن $\cos 75^\circ = \cos(60^\circ + 15^\circ)$ ؟
- (A) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos 15^\circ + \sin 15^\circ)$
 (B) $\frac{1}{2}(\cos 15^\circ + \sqrt{3} \sin 15^\circ)$
 (C) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} \cos 15^\circ - \sin 15^\circ)$
 (D) $\frac{1}{2}(\cos 15^\circ - \sqrt{3} \sin 15^\circ)$

6. أي من الخيارات التالية يساوي $\sin 14^\circ \cos 16^\circ + \cos 14^\circ \sin 16^\circ$ ؟

- (A) $\frac{1}{2}$
 (B) $-\frac{1}{2}$
 (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

- (D) لا يمكن معرفة قيمتها إلا باستعمال الحاسبة.

7. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + 3\tan x}{3 + \sqrt{3}\tan x}$
 (B) $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + 3\tan x}{3 - \sqrt{3}\tan x}$
 (C) $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 - \sqrt{3}\tan x}$
 (D) $\tan\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \frac{\sqrt{3} - 3\tan x}{3 - \sqrt{3}\tan x}$

8. أثبت صحة المعادلة

$$\cos 4x \cos 3x + \sin 4x \sin 3x = \cos 3x \cos 2x + \sin 3x \sin 2x$$

1. إذا كان $\cot x = \frac{3}{2}$ و $\sin x > 0$ ، فإن:

- (A) $\cos x = \frac{3\sqrt{13}}{13}$ (C) $\cos x = -\frac{\sqrt{13}}{2}$
 (B) $\cos x = -\frac{\sqrt{13}}{13}$ (D) $\cos x = \frac{\sqrt{13}}{2}$

2. الصيغة المبسطة للمقدار $\sin^3 x + \sin x \cos^2 x$ هي:

- (A) $\sin x(2 \sin^2 x + 1)$
 (B) $\sin^4 x$
 (C) $\sin x$
 (D) $\cos^2 x - 1$

3. أي من المقادير التالية قيمته تساوي 1؟

- (A) $\frac{\tan x + \cot x}{\cos x \sin x}$
 (B) $\cos x \sin x(\cot x - \tan x)$
 (C) $(1 - \sin^2 x)(1 + \tan^2 x)$
 (D) $\cos x \sin x(\tan x - \cot x)$

4. أثبت صحة المتطابقة التالية:

$$\frac{1 + \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = 2 \csc x$$

9. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin x + \cos x$ ؟

- (A) $\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$
(B) $\sqrt{2} \sin \left(\frac{\pi}{4} - x \right)$
(C) $\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$
(D) $\frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)}{\sqrt{2}}$

10. أوجد قيمة $\tan 210^\circ$ باستعمال متطابقة الظل للمجموع

11. أيّ من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

- (A) $\frac{2\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} = \sqrt{3}$
(B) $\frac{2\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} = \frac{1}{2}$
(C) $\frac{2\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
(D) $\frac{2\tan 15^\circ}{1 - \tan^2 15^\circ} = -\frac{1}{2}$

12. أثبت صحة المتطابقة

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} - \frac{1 - \sin x}{\cos x} = 0$$

13. أيّ ممّا يلي قيمته تساوي قيمة $\sin 4x$ ؟

- (A) $4 \cos^3 x \sin x + 4 \sin^3 x \cos x$
(B) $2 \cos^3 x \sin x - 2 \sin^3 x \cos x$
(C) $4 \cos^3 x \sin x - 4 \sin^3 x \cos x$
(D) $4 \cos^3 x \sin x + 2 \sin^3 x \cos x$

14. أعد كتابة المقدار $\cos^3 x$ بحيث لا يتضمّن قوى أكبر من 1

- (A) $\frac{1}{2} \cos 2x(1 + \cos x)$
(B) $\frac{1}{2} \cos x(1 + \cos 2x)$
(C) $\cos x(1 + \cos 2x)$
(D) $\frac{1}{2} \cos x(1 - \cos 2x)$

15. أثبت أن $\cot x = \frac{1 - \tan^2 \frac{x}{2}}{2 \tan \frac{x}{2}}$.

16. استعمل متطابقات نصف الزاوية لتحديد المقدار الذي قيمته تساوي قيمة $\cos \frac{\pi}{12}$ ممّا يلي:

- (A) $-\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{6}}{2}}$ (C) $\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{6}}{2}}$
(B) $-\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{24}}{2}}$ (D) $\sqrt{\frac{1 + \cos \frac{\pi}{24}}{2}}$

20. إذا كان $\sin 2\theta = \frac{1}{4}$ ، أثبت أن $\sin^2 \theta$ و $\cos^2 \theta$ هما حلًا للمعادلة

$$X^2 - X + \frac{1}{64} = 0$$

17. أوجد الحل العام للمعادلة المثلثية التالية:

$$2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

18. أوجد حل المعادلة المثلثية التالية:

$$1 + \sin \theta - \cos 2\theta = 0 \text{ حيث } \frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$$

19. هل يمكن أن تكون هناك زاوية x تحقق المعادلة

$$\cos(6x) = 2 \cos^2(3x) + 5$$

بتر إجابتك.

7 تقويم الأداء، النموذج A

2. هل يمكن أن يصل مجموع أرباح الشركة من المشروعات في شهر معين إلى 12 مليون ريال؟ وضح إجابتك.

3. a. أوجد أرباح الشركة من كل من المشروعين في الشهر الثاني.

يشكّل تمرکز المشاريع الاستثمارية في المدن عائقًا أمام تحقيق التوازن في النمو بين مراكز المدن، من جهة، وضواحيها والمناطق الريفية من جهة أخرى. لمعالجة هذا الأمر أصدرت إدارة التنظيم المدني قرارًا تربط فيه إعطاء التراخيص اللازمة للمشاريع الاستثمارية الكبرى داخل المدن بإنشاء مشاريع مماثلة لها في الأرياف أو ضواحي المدن.

أجرت إحدى الشركات دراسة لإنشاء مشروع استثماري في إحدى المدن، ولكي تحصل على التراخيص اللازمة أجرت دراسة مشروع استثماري مماثل في إحدى ضواحي المدينة. تبين للشركة أنّ بإمكانها نمذجة أرباح كل من المشروعين في المدينة وفي الضواحي بالمعادلتين التاليتين:

$$y_1 = 6 \cos \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} t + \frac{\pi}{3} \right) + 3$$

ومشروع ضواحي المدينة بالمعادلة

$$y_2 = 6 \sin \left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} t + \frac{\pi}{3} \right) + 2$$

حيث y_1 و y_2 أرباح الشركة (بملايين الريالات) في الشهر t ، $(1 \leq t \leq 12)$ ، لكل من المشروعين داخل المدينة وخارجها على التوالي.

1. أثبت أنّ بالإمكان نمذجة مجموع أرباح الشركة

من هذين المشروعين بالمعادلة

$$y = 6 \cos \left(\frac{\pi}{6} t - \frac{\pi}{12} \right) + 5$$

b. بعد إيجاد ربح كل من المشروعين في الشهر الثاني، قال أحد أصحاب الشركات العقارية: "إن الاستثمار العقاري في المدن أكثر ربحاً من الاستثمار العقاري في الأرياف". هل هو على صواب؟

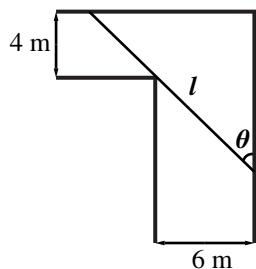
4. أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ من y_1 و y_2 في الشهر الثالث. أيّ المشروعين يحقق ربحاً أكبر في الشهر الثالث؟

5. أوجد حلّ المعادلة
 $6 \cos\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + 5 = 6.552914$

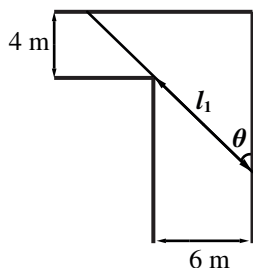
6. في أيّ شهر يكون مجموع أرباح الشركة من المشروعين 6 552 914 QR؟

7 تقويم الأداء، النموذج B

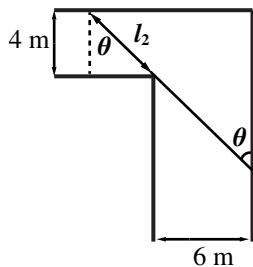
يستعمل العمال في أحد المصانع نفقًا محفورًا تحت الأرض لنقل أعمدة معدنية من قسم الإنتاج إلى قسم التخزين. عرض القسم الأول من النفق 6 أمتار وينتهي عند زاوية قائمة، حيث يبدأ القسم الثاني من النفق وعرضه 4 أمتار.



1. يوضح الرسم المجاور عملية نقل عمود معدني طوله l ، عبر النفق في لحظة استدارة العمال الذين يحملونه عند الزاوية القائمة، حيث يشكل العمود المعدني زاوية θ مع الجانب الأيمن للنفق. تسمى هذه الزاوية زاوية الاستدارة وتشكل بين العمود في لحظة تماسه مع الزاوية القائمة ومع جانبي النفق في نفس الوقت.



a. ليكن l_1 طول القسم الأول من العمود (الموضح في الرسم المجاور) أوجد قيمة l_1 بدلالة $\sin \theta$.



b. أوجد قيمة l_2 ، الذي يمثل طول القسم الثاني من العمود، بدلالة $\cos \theta$.

c. تحقق من أن $l = 6 \csc \theta + 4 \sec \theta$

2. برهن أن بالإمكان كتابة المقدار l في الصورة:

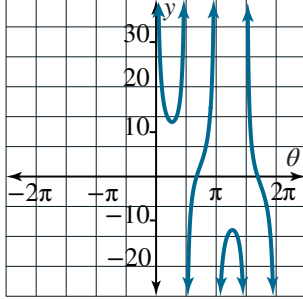
$$l = \frac{8 \sin \theta + 12 \cos \theta}{\sin 2\theta}$$

3. a. أوجد قيمة l إذا كانت زاوية الاستدارة $\theta = 46^\circ$. ماذا تمثل هذه القيمة؟

b. ينوي المصنع إنتاج نوع جديد من الأعمدة طول كل منها 16 مترًا. لنقل هذا النوع الجديد من الأعمدة عبر النفق، هل يجب أن يكون قياس زاوية الاستدارة أصغر أم أكبر من 46° ؟ وهل يمكن استعمال النفق لنقله؟

4. يوضح الرسم أدناه التمثيل البياني لمنحنى الدالة

$$y = \frac{4 \sin \theta + 6 \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$



ووضح كيف يمكن استعمال هذا المنحنى لمساعدة العمال في تحديد قياس زاوية الاستدارة.

8 اختبار بداية الوحدة

1. أي من الخيارات التالية يمثل ناتج ضرب العددين 3^2 و 9^2 ؟

- (A) 3^4 (C) 3^6
(B) 6^3 (D) 9^4

2. أي من الخيارات التالية يمثل ناتج ضرب كثيرتي الحدود $(x^2 + 3x - 1)$ و $(3x + 1)$ ؟

- (A) $3x^3 + 8x^2 - 1$
(B) $3x^3 + 10x^2 - 1$
(C) $3x^3 + 10x^2 + 6x - 1$
(D) $3x^3 + 8x^2 + 6x - 1$

3. أي من الخيارات التالية يمثل ناتج $(3x - 2)^2$ ؟

- (A) $3x^2 - 12x + 4$
(B) $9x^2 - 12x + 4$
(C) $9x^2 - 6x + 4$
(D) $9x^2 - 6x + 2$

4. أي من الخيارات التالية يمثل قيمتي m و n اللتين تجعلان المعادلة المعطاة صحيحة؟

$$(mx + ny)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2$$

- (A) $n = -1$ و $m = 2$
(B) $n = 1$ و $m = -2$
(C) $n = 2$ و $m = -1$
(D) $n = -2$ و $m = 1$

5. أي من الخيارات التالية يمثل حل المعادلة

$$\left(2^{\frac{x}{3}}\right)\left(2^{\frac{x}{3}}\right) = 2 \times 4^2$$

- (A) $x = -\frac{24}{5}$ (C) $x = 5$
(B) $x = \frac{24}{5}$ (D) $x = 6$

6. أوجد مفكوك المقدار $(x + 2)^3$ باستعمال مثلث باسكال.

7. أوجد مفكوك المقدار $(2x + 3)^5$ باستعمال نظرية ذات الحدين.

8. أي من الخيارات التالية يمثل الصيغة المبسطة

$$\frac{1 - x^2}{x^2 + 3x + 2}$$

- (A) $-\frac{x-1}{x+2}$ (C) $-\frac{x+1}{x-2}$
(B) $\frac{x-1}{x+2}$ (D) $\frac{x+1}{x-2}$

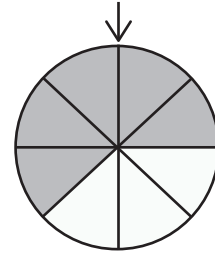
9. أي من الخيارات التالية يمثل الصيغة المبسطة للمقدار النسبي $\frac{3xyz}{x^3z^3} \times \frac{2x^2z^2}{6xyz}$ ؟

- (A) $\frac{6x^3yz^3}{6x^4yz^4}$ (C) $\frac{x^3z^3}{x^4z^4}$
(B) $\frac{x^3yz^3}{x^4yz^4}$ (D) $\frac{1}{xz}$

10. أي من الخيارات التالية يمثل ناتج الطرح $\frac{1}{x^2 + 3x + 2} - \frac{1}{x^2 - 1}$ ؟

- (A) $\frac{-3}{(x+2)(x-1)}$
(B) $\frac{3}{(x+2)(x+1)(x-1)}$
(C) $\frac{-3}{(x+2)(x+1)(x-1)}$
(D) $\frac{2x+1}{(x+2)(x+1)(x-1)}$

11. انظر إلى القرص الدوّار أدناه. إذا قمت بتدوير القرص بسرعة وانتظرته حتى يتوقف، هل يتساوى احتمال توقف جزء ملّون بالرمادي عند السهم، واحتمال توقف جزء ملّون بالأبيض عند السهم؟ إذا كان الاحتمالان غير متساويين، كيف يمكنك جعلهما متساويين؟



12. إذا أعدت تصميم القرص الدوّار المذكور في التمرين السابق، بحيث تترك ألوان الأجزاء كما هي، ولكن تكتب على مثلثين صغيرين، أحدهما رمادي والآخر أبيض، كلمة "رابح"، أي من الخيارات التالية يمثل احتمال وقوع الحدث: "أن يتوقف مثلث عليه كلمة رابح" عند السهم؟

- (A) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$

13. صمّم فارس اللعبة التالية ليلعبها رفاقه: يرمي اللاعب مكعبين منتظمين مرقّمين من 1 إلى 6 في نفس الوقت، وإذا حصل على عددين زوجيّين يفوز. كم لاعبًا تقريبًا يجب أن يتوقّع فارس فوزهم إذا شارك في اللعبة 12 لاعبًا؟

14. رمت كل من هند وصباح عملة معدنية في الهواء 20 مرة، وسجلنا نتيجة كل رمية. يوضح الجدول أدناه النتائج.

الصورة	الكتابة	
13	7	هند
11	9	صباح

اشرح المقارنة الصحيحة بين النتائج الفعلية والنتائج المتوقعة لعملية رمي العملتين المعدنيتين. أي من الفئات حققت نتيجة أقرب إلى النتيجة المتوقعة؟

16. وضعت الأم على طاولة الطعام وعاء يحتوي على 7 قطع من الحلوى 4 بطعم الكرز (C)، و 1 بطعم الليمون (L)، و 2 بطعم الفراولة (S)، و طلبت من ابنها سالم أن يغمض عينيه ويأخذ قطعة حلوى من الوعاء. تمتنى سالم أن يحصل على قطعة بطعم الفراولة. أوجد فضاء العينة لهذه التجربة، ثم أوجد احتمال أن يحصل سالم على ما تمناه.

17. رمى مهتد كرتين إلى الأعلى، واحدة حمراء (R) وواحدة زرقاء (B)، ثلاث مرات، وفي كل مرة يلتقط إحدى الكرتين ويعيد المحاولة من جديد. ارسم مخطط الشجرة الاحتمالية لتمثيل فضاء العينة.

15. إذا وضعت في وعاء مجموعة من الكرات الصغيرة الملونة باللونين الأخضر أو الأصفر، ثم سحبت كرة بشكل عشوائي 20 مرة مع ارجاع. يوضح الجدول أدناه النتيجة التجريبية لألوان الكرات المسحوبة في العشرين محاولة. أي من الخيارات التالية يمثل الاحتمال التجريبي لسحب كرة صفراء في المرة 21؟

اللون	صفراء	خضراء
عدد الكرات المسحوبة	5	15

25% (A)

50% (B)

75% (C)

(D) لا يمكن استنتاج ذلك

18. يحتوي صندوق ثلاث كرات مرقمة من 1 إلى 3، يسحب حاتم كرتين على التوالي مع إرجاع ويسجل الرقم الظاهر على الكرة المسحوبة. أي من الخيارات التالية يمثل قائمة منظّمة لفضاء العينة؟

- (A) $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$
- (B) $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 3)\}$
- (C) $\{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2)\}$
- (D) $\{(1, 2, 3), (1, 2, 3)\}$

19. في التجربة المذكورة في التمرين السابق، إذا أُعطى العدد الظاهر على الكرة الأولى الرمز a وأُعطى العدد الظاهر على الكرة الثانية الرمز b ، أي من الخيارات التالية يمثل احتمال الحصول على رقمين مجموعهما أصغر من أو يساوي 3؟

- (A) $P((a + b) \leq 3) = \frac{1}{9}$
- (B) $P((a + b) \leq 3) = \frac{2}{9}$
- (C) $P((a + b) \leq 3) = \frac{1}{3}$
- (D) $P((a + b) \leq 3) = \frac{5}{9}$

20. احتمال أن يفوز فريق لكرة السلة في أي من مبارياته الثلاث المتبقية لهذا العام هو 50%، أستمع قرصًا دوارًا مقسمًا إلى جزأين متساويين مكتوب على الأول (S) للفوز، وعلى الثاني (F) للخسارة، لمحاكاة احتمال فوز الفريق في مباراتين بالضبط من مبارياته الثلاث المتبقية.

نتائج المحاكاة موضحة أدناه.

SSF SFF FFS SSS FSS FSF SFS FFF

أوجد احتمال أن يفوز الفريق في مباراتين بالضبط من مبارياته الثلاث المتبقية.

8-1 اختبار الدرس

مبدأ العدّ الأساسي

1. ما عدد الأعداد الفردية التي تتكوّن من 3 أرقام؟

4. أي من الخيارات التالية يمثّل تبسيطاً للمقدار $\frac{50!}{47!}$ ؟

- (A) $50! - 47!$
 (B) $50! \times (47!)^{-1}$
 (C) $50 \times 49 \times 48 \times 47$
 (D) $50 \times 49 \times 48$

5. أوجد العدد الصحيح n الذي يجعل

$$\frac{(n+1)!}{n!} = 57 \text{ معادلة صحيحة.}$$

2. أي من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب أربعة عناصر مختلفة؟

- (A) $1! \times 1! \times 1! \times 1$
 (B) 4
 (C) $4!$
 (D) $4! \times 3! \times 2! \times 1!$

3. أوجد عدد الكلمات التي تتألف من أحرف كلمة "ربيع". (ليس ضروريًا أن نجدها في أي معجم).

8-2 اختبار الدرس

التباديل

1. احسب عدد الكلمات المؤلفة من 6 أحرف (بغض النظر عن ترتيبها في القاموس) التي يمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة Hawaii.

2. أي من القيم التالية يمثل قيمة ${}_5P_3$ ؟

- (A) 20
- (B) 60
- (C) 114
- (D) 120

3. تحتفظ أسماء بعشرة أعداد من مجلة National Geographic، هي المفضلة لديها وتتصفحها باستمرار. إذا أرادت أسماء اختيار أربعة أعداد من هذه الأعداد العشرة لتضعها بجانب سريرها، بكم طريقة يمكنها فعل ذلك؟

4. يتنافس 12 طالبًا في بطولة السباحة السنوية. أي من الخيارات التالية يمثل عدد الطرائق الممكنة لترتيب المتسابقين في المراكز الثلاثة الأولى؟

- (A) $12 \times 11 \times 10 \times 9$
- (B) $12 \times 11 \times 10$
- (C) $12!$
- (D) $12! \times 3!$

5. بكم طريقة يمكن أن يجلس 5 طلاب في قاعة تحتوي على 25 مقعدًا؟

8-3 اختبار الدرس

التوافق

1. أوجد قيمة ${}_{10}C_6 + {}_{10}C_7$ من دون استعمال الحاسبة.

2. اختار معلّم الكيمياء 4 طلاب من صفّ يضمّ 25 طالباً، من دون أيّ معيار محدّد للاختيار، لمساعدته في إجراء تجربة كيميائية. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافق أم لا، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار الطلاب الأربعة.

3. تريد جدّة منصور أن تختار 3 من أحفادها الكبار البالغ عددهم 9 لمساعدتها في قطاف شجرة الزيتون التي في حديقته. أيّ من القيم التالية تمثّل عدد الخيارات المتوافرة للجدّة؟

- (A) 84
(B) 10 080
(C) 362 880
(D) 362 874

4. تقدّم متجر إلى زبائنه هدايا عينية مقابل النقاط التي يجمعونها. يستطيع الزبون الرابح اختيار هديتين من أصل سبع هدايا معروضة. أوجد عدد الخيارات التي يمكن للزبون من خلالها اختيار الهديتين.

5. لجميع الأعداد الصحيحة $n \geq 2$ ، فإن المقدار

$$\binom{n+1}{2} - \binom{n}{2}$$

- (A) n
(B) $2n$
(C) n^2
(D) $n(n+1)$

8-4 اختبار الدرس

نظرية ذات الحدين

1. أوجد مفكوك المقدار $(x^2 + y)^5$.2. أوجد مفكوك المقدار $(2x + 6)^3$ مستعملًا مثلث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدين.3. استعمل نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك ذات الحدين في الدالة $f(x) = (x - 3)^6$.5. أي من الخيارات التالية يمثل جمع معاملات مفكوك ذات الحدين $(x - 2y)^4$ ؟

- (A) -16
(B) 0
(C) 1
(D) 81

4. أي من الخيارات التالية يمثل معامل x^8 في توزيع $(x + 3)^{10}$ ؟

- (A) 3^2
(B) ${}_{10}C_2$
(C) ${}_{10}C_2 \times 3^2$
(D) ${}_{10}C_8 \times 3^2$

8-5 اختبار الدرس

احتمالات الحوادث

1. عند رمي مكعب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، حدّد عناصر الحدث A: "الحصول على أحد مضاعفات العدد 3"

2. ما احتمال الحدث "الحصول مرّة واحدة على الصورة بعد رمي قطعة نقدية ثلاث مرّات"؟

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل دالّة احتمال لفوز أربعة متسابقين بالمرتبة الأولى في سباق المدرسة السنويّ للدراجات الهوائية؟

(A)

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	0	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{4}$	1

(B)

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$

(C)

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$

(D)

رقم المتسابق	1	2	3	4
احتمال فوزه	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

4. عدد طلاب أحد الصفوف هو 18 طالبًا. إذا أعطى المعلم كلّ طالب رقمًا بين 1 و 18، ثمّ اختار ثمانية طلاب عشوائيًا، ما احتمال أن تكون الأرقام التي مع الطلاب الثمانية كلّها زوجيّة؟

5. لدى هند 3 سترات سوداء وسترتان بيّتان، وتريد ارتدائها للذهاب إلى المدرسة في ترتيب عشوائي. أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال أن تكون أولّ سترتين ترتديهما هند بيّتين؟

- (A) $\frac{1}{30}$ (C) $\frac{1}{10}$
(B) $\frac{1}{20}$ (D) $\frac{1}{5}$

8-6 اختبار الدرس

الحوادث المتنافية

1. يبين الجدول أدناه احتمال الحصول على درجة أعلى من $\frac{80}{100}$ في اختبار الدخول إلى المعهد الوطني للفنون، بحسب الفئة العمرية للمتقدم للاختبار. أوجد احتمال الحصول على درجة أعلى من $\frac{80}{100}$ إذا كان عمر المتقدم للاختبار بين 13 و 16 سنة.

الفئة العمرية بالسنوات	6 - 8	9 - 12	13 - 14	15 - 16
احتمال الحصول على درجة أعلى من $\frac{80}{100}$	0.4	0.3	0.2	0.1

2. عند رمي مكعب منتظم مرقم من 1 إلى 6، إذا كان O يمثل حدث "الحصول على عدد فردي"، و Z يمثل حدث "الحصول على أحد الأعداد الثلاثة 2 أو 4 أو 6". أوجد احتمال الحدث "O و Z".

3. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة، أي من الخيارات التالية يمثل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = P(E_2) = 2P(E_3)$ ؟

- (A) 0.1
(B) 0.2
(C) 0.3
(D) 0.4

4. A و B حدثان في فضاء العينة S حيث $P(A \cup B) = 0.7$ و $P(A \cap B) = 0.4$ و $P(B) = 0.6$. أوجد $P(A)$ ، ثم $P(B' \cap A)$

5. 71% من سكان إحدى القرى متعلمون، و 26% من سكانها موظفون في وظائف حكومية، و 20% من السكان متعلمون وموظفون في وظائف حكومية معًا. أي من الخيارات التالية يمثل احتمال أن يكون أحد سكان القرية متعلمًا أو أن يكون موظفًا في وظيفة حكومية؟

- (A) 0.185
(B) 0.77
(C) 0.97
(D) 1.17

8-7 اختبار الدرس

الحوادث المستقلة

4. لديك غلبتان A و B من الحلوى. تحتوي العلبة الأولى على سبع قطع من الحلوى بنكهة الفراولة وقطعتين بنكهة الكرز، أما العلبة الثانية فتحتوي على خمس قطع بنكهة الكرز. إذا سحبت قطعة حلوى عشوائيًا، أوجد احتمال أن تكون قطعة الحلوى هذه بنكهة الكرز باستعمال مخطط الشجرة.

1. يحتوي صندوق على 8 كرات خضراء و 6 كرات حمراء و 6 كرات صفراء. إذا سحبت كرة عشوائيًا من الصندوق ثم أعدتها إليه، وكُزرت المحاولة عشر مرّات، هل يؤثّر لون الكرة في أيّ محاولة في لون الكرة التي تسحبها في المحاولات الأخرى؟ ماذا تسمي حوادث سحب الكرات في هذه الحالة؟ برّر إجابتك.

2. إذا كان احتمال الحدث A هو $P(A) = \frac{1}{2}$ ، واحتمال الحدث B هو $P(B) = \frac{1}{2}$ ، أوجد الاحتمال $P(A \cap B)$ إذا كان الحدثان A و B مستقلّين.

3. عند رمي مكعب منتظم مرّقم من 1 إلى 6 مرّتين، أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال الحصول على الرقم 6 مرّتين؟

(A) $\frac{1}{36}$

(C) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{12}$

(D) $\frac{1}{3}$

5. إذا تميّز فارس في اختبار الرياضيات اليوم فإنّ احتمال أن يشتري له والده دراجة هوائية هو 0.9، وإن لم يتميّز في الاختبار يصبح احتمال حصوله على الدراجة الهوائية 0.3 فقط. إذا كان احتمال تميّز فارس في الاختبار هو 0.7، ما احتمال حصوله على الدراجة الهوائية؟

8-8 اختبار الدرس

الاحتمال المشروط

1. إذا كان احتمال الحدث A هو $P(A) = \frac{1}{4}$ ، واحتمال الحدث B هو $P(B) = \frac{1}{3}$ ، وكان $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ ، أوجد قيمة الاحتمال المشروط $P(A|B)$.

2. هناك شعبتان للصف الأول في إحدى المدارس، A و B . الشعبة A تضم 5 تلاميذ يمارسون رياضة الجمباز و 11 تلميذًا لا يمارسونها، بينما تضم الشعبة B تلميذين يمارسان رياضة الجمباز و 14 تلميذًا لا يمارسونها. إذا اخترت تلميذًا عشوائيًا من إحدى الشعبتين، وكان يمارس رياضة الجمباز، ما احتمال أن يكون هذا التلميذ من الشعبة A ؟

3. أي من الخيارات التالية يمثل حدثين مستقلين؟

(A) الحدثان A و B ، حيث $P(B|A) = \frac{1}{3}$ ، و $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{9}$.

(B) الحدثان A و B ، حيث $P(A) = 0.3$ ، و $P(B) = 0.4$ و $P(A \cap B) = 0.016$.

(C) الحدثان A و B ، حيث $P(A) = 0.2$ ، و $P(B) = 0.3$ و $P(A \cap B) = 0.06$.

(D) الحدثان A و B ، حيث $P(A) = 0.1$ ، و $P(B) = 0.9$ و $P(A|B) = 0.9$.

4. إذا كان A و B حدثين مستقلين، أي من الخيارات التالية يمثل $P(B|A)$ ؟

- (A) $P(A)$ (B) $P(B)$ (C) $P(A|B)$ (D) $P(B) \times P(A)$

5. قام مدير شؤون الطلاب في إحدى الجامعات بمقارنة نسب حضور الطلاب في الفصل بنسب الطلاب الناجحين في المواد. ليكن S الحدث "النجاح" و P الحدث "الحضور في الفصل".

النجاح في الاختبار وحضور الطلاب في الفصل		
المادة	الحضور في الفصل (P)	الحضور في الفصل مع النجاح (P و S)
X	40%	30%
Y	39%	13%
Z	25%	20%

لكل مادة من المواد الثلاث، أوجد احتمال أن ينجح الطالب فيها على شرط حضوره في الفصل أثناء مدة الدراسة.

8 تقويم الوحدة، النموذج A

6. اختار معلّم الرياضيات 3 طلاب من فريق يضم 12 طالبًا لمساعدة زملائهم في التحضير لأولمبياد الرياضيات، وذلك من دون أيّ معيار محدد للاختيار. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافق أم تبادل، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار هؤلاء الطلاب الثلاثة.

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مفكوك $(x^4 - y)^5$.

- (A) $x^{10} - 5x^8y + 10x^6y^2 - 10x^4y^3 + 5xy^4 - y^5$
- (B) $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5xy^4 + y^5$
- (C) $x^{20} + 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 + 10x^8y^3 + 5x^4y^4 + y^5$
- (D) $x^{20} - 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 - 10x^8y^3 + 5x^4y^4 - y^5$

8. أوجد مفكوك ذات الحدين $(2x + 1)^4$ مستعملًا مثلث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدين.

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب ثلاثة عناصر مختلفة؟

- (A) 3×3 (C) $3!$
- (B) $1! \times 1! \times 1!$ (D) $3! \times 2! \times 1!$

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة "خريف"؟ (ليس ضروريًا أن تجدها في أيّ معجم).

- (A) 4 (C) 16
- (B) 9 (D) 24

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلفة من 4 أحرف ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "محمد"؟ (بغض النظر عن ترتيبها في القاموس).

- (A) 4 (C) $4!$
- (B) 4×4 (D) $\frac{4!}{2!}$

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_4P_3$ ؟

- (A) 4 (C) 24
- (B) 12 (D) 144

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_9C_6 - {}_9C_3$ ؟

- (A) 0 (C) 168
- (B) 3 (D) 336

13. عدد بطاقات المساعدة في لعبة Jumanji اللوحية هو 12 بطاقة، نصفها يشير إلى هجوم من قبل حيوانات خطيرة (وحيد القرن، العنكبوت السام، ...) ونصفها الآخر يشير إلى هجوم يشنه الخصم (الطيران المروحي، الدراجات النارية، ...). إذا اختار اللاعب أربع بطاقات عشوائيًا، ما احتمال أن تكون جميعها من البطاقات التي تشير إلى هجوم من قبل حيوانات خطيرة؟

9. أي من الخيارات التالية يمثل معامل x^8 في توزيع المقدار $(x - 2)^9$ ؟

- (A) ${}_9C_1$ (C) ${}_9C_1 \times 2$
(B) ${}_9C_1 \times (-2)$ (D) -2

10. عند رمي مكعب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، أي من الخيارات التالية يمثل عناصر الحدث "الحصول على عوامل العدد 6"؟

- (A) $\{1, 2, 3, 6\}$ (C) $\{2, 3, 6\}$
(B) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (D) $\{6\}$

11. ما احتمال الحدث "الحصول على الكتابة مرتين عند رمي قطعة نقدية ثلاث مرّات"؟

14. A و B حدثان في فضاء العينة S حيث $P(A \cap B) = 0.2$ و $P(A \cup B) = 0.6$ و $P(A) = 0.5$. أي من الخيارات التالية يمثل قيمة كل من $P(A \cap B)$ و $P(B)$ ؟

(A) $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(B) = 0.2$
(B) $P(A \cap B) = 0.2$ و $P(B) = 0.1$
(C) $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(B) = 0.3$
(D) $P(A \cap B) = 0.3$ و $P(B) = 0.1$

12. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة،

أي من الخيارات التالية يمثل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{2} P(E_2) = \frac{1}{5} P(E_3)$ ؟

- (A) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{4}$
(B) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{5}{8}$

15. تنتج إحدى الشركات ثلاثة أنواع من بطاريات السيارات A و B و C. تعمل البطاريات من النوع A مدة سنتين، وتعمل البطاريات من النوع B مدة 3 سنوات، وتعمل البطاريات من النوع C مدة تزيد عن 3 سنوات. قدرت الشركة أن نسبة البطاريات المباعة من النوع A تساوي 27%، وأن نسبة البطاريات المباعة من النوع B تساوي 58%، وأن نسبة البطاريات المباعة من النوع C تساوي 10%، اشترى أحد السائقين بطاريتين من إنتاج هذه الشركة. أوجد احتمال أن تكون كلتا البطاريتين غير صالحتين (أي تعملان أقل من سنتين).

17. يحتوي وعاء على خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء. دعا أحمد صديقه فارسًا لاختيار إحدى اللعبتين التاليتين:
A. يرمي قطعة نقدية ويفوز إذا حصل على الصورة.
B. يسحب كرة ويعيدها إلى الوعاء ثم يسحب كرة أخرى، ويفوز إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضويتين.
أي اللعبتين على فارس أن يختار؟

18. اختبرت شركة لصناعة الأدوية دواءً جديدًا على مجموعة من المرضى، يساوي عدد الرجال فيها عدد النساء، فكانت النتيجة كما هي مبينة في الجدول أدناه.

الرجال		النساء	
الذين انتفعوا من الدواء	الذين لم ينتفعوا من الدواء	الذين انتفعوا من الدواء	الذين لم ينتفعوا من الدواء
65%	35%	62%	38%

إذا اختبرت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًا، ما احتمال أن يكون هذا الشخص امرأة، علمًا أنها ممن لم ينتفع من الدواء؟

16. إذا كان A و B حدثين وكان ناتج ضرب احتماليهما $P(A) \times P(B)$ مساويًا لناتج جمعهما $P(A) + P(B)$ ، فإن:

(A) A و B حدثان مستقلان

(B) A و B حدثان غير مستقلين

(C) A و B يمكن أن يكونا مستقلين كما يمكن أن يكونا غير ذلك

(D) لا يمكن معرفة شيء من المعلومات المعطاة

19. إذا كان $P(A|B) = P(A)$ ، فهذا يعني أن:

- (A) A و B حدثان مستقلان
- (B) A و B حدثان غير مستقلين
- (C) A و B حدثان متنافيان
- (D) A و B حدثان غير متنافيين

20. إذا كان $P(A|B) = \frac{1}{3}$ و $P(B|A) = \frac{1}{4}$ ، أثبت أن A و B حدثان مستقلان. (تلميح: أوجد $P(A \cap B)$ بدلالة $P(A)$ و $P(B)$ ثم بدلالة $P(A)$ للحصول على نظام معادلات).

8 تقويم الوحدة، النموذج B

6. اختار معلّم العلوم 4 طلاب من فريق يضم 12 طالباً لمساعدة زملائهم في التحضير لمباراة العلوم، وذلك من دون أيّ معيار محدّد للاختيار. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافق أم تبادل، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار هؤلاء الطلاب الأربعة.

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مفكوك $(x^4 + y)^5$.

- (A) $x^{10} - 5x^8y + 10x^6y^2 - 10x^4y^3 + 5xy^4 - y^5$
 (B) $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5xy^4 + y^5$
 (C) $x^{20} + 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 + 10x^8y^3 + 5x^4y^4 + y^5$
 (D) $x^{20} - 5x^{16}y + 10x^{12}y^2 - 10x^8y^3 + 5x^4y^4 - y^5$

8. أوجد مفكوك ذات الحدين $(3x - 1)^4$ مستعملًا مثلث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدين.

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب أربعة عناصر مختلفة؟

- (A) $4!$ (C) 4×4
 (B) $1! \times 1! \times 1! \times 1!$ (D) $4! \times 3! \times 2! \times 1!$

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة "ربيع"؟
 (ليس ضروريًا أن تجدها في أيّ معجم).

- (A) 4 (C) 16
 (B) 9 (D) 24

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلفة من 4 أحرف ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "عفيف"؟ (بغض النظر عن ترتيبها في القاموس)

- (A) 4 (C) $4!$
 (B) 4×4 (D) $\frac{4!}{2!}$

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_4P_2$ ؟

- (A) 6 (C) 24
 (B) 12 (D) 48

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_{10}C_6 - {}_{10}C_4$ ؟

- (A) 0 (C) 168
 (B) 2 (D) 420

9. أي من الخيارات التالية يمثل معامل x^7 في توزيع المقدار $(x - 3)^8$ ؟

- (A) ${}_8C_1$ (C) ${}_8C_1 \times 3$
(B) ${}_8C_1 \times (-3)$ (D) -3

10. عند رمي مكعب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، أي من الخيارات التالية يمثل عناصر الحدث "الحصول على عدد فردي"؟

- (A) $\{2, 4, 6\}$ (C) $\{1, 3, 5\}$
(B) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (D) $\{3\}$

11. ما احتمال الحدث "الحصول على الكتابة مَرَّتَيْن" متتاليتين فقط عند رمي قطعة نقدية ثلاث مرّات؟

12. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة،

أي من الخيارات التالية يمثل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{3} P(E_2) = \frac{1}{5} P(E_3)$ ؟

- (A) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{8}{9}$

13. يوصّب أحد مصانع البسكويت منتجاته في علب تحتوي كلّ منها على 24 قطعة جميعها مغلفة بنفس الطريقة، نصفها بطعم الشوفان والنصف الآخر بطعم التمر. إذا اختار منصور بشكل عشوائي أربع قطع من أحد الصناديق، أوجد احتمال أن تكون جميعها بطعم التمر.

14. A و B حدثان في فضاء العينة S حيث $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(A \cup B) = 0.9$ و $P(A) = 0.7$. أي من الخيارات التالية يمثل قيمة كلّ من $P(A' \cap B)$ و $P(B)$ ؟

- (A) $P(A' \cap B) = 0.1$ و $P(B) = 0.9$
(B) $P(A' \cap B) = 0.2$ و $P(B) = 0.1$
(C) $P(A' \cap B) = 0.8$ و $P(B) = 0.2$
(D) $P(A' \cap B) = 0.2$ و $P(B) = 0.3$

15. تنتج إحدى الشركات ثلاثة أنواع من المصابيح الكهربائية A و B و C. تعمل المصابيح من النوع A مدة 20 000 ساعة تقريبًا، وتعمل المصابيح من النوع B مدة 25 000 ساعة تقريبًا، وتعمل المصابيح من النوع C مدة تزيد عن 25 000 ساعة تقريبًا. تعتبر الشركة أن أي مصباح من إنتاجها ويعمل أقل من 20 000 ساعة هو مصباح غير صالح. قدرت الشركة أن نسبة المصابيح من النوع A تساوي 31%، وأن نسبة المصابيح من النوع B تساوي 58%، وأن نسبة المصابيح من النوع C تساوي 10%، اشترى أحدهم مصباحين من إنتاج هذه الشركة. أوجد احتمال أن يكون كلا المصباحين غير صالحين (أي يعملان أقل من 20 000 ألف ساعة).

17. يحتوي وعاء على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء. دعا أحمد صديقه فارسًا لاختيار إحدى اللعبتين التاليتين:
A. يرمي قطعة نقدية ويفوز إذا حصل على الكتابة.
B. يسحب كرة من دون أن يعيدها إلى الوعاء ثم يسحب كرة أخرى، ويفوز إذا كانت الكرتان المسحوبتان بيضاوين.
أي اللعبتين على فارس أن يختار؟

18. اختبرت شركة لصناعة الأدوية دواءً جديدًا على مجموعة من المرضى، يساوي عدد الرجال فيها عدد النساء، فكانت النتيجة كما هي مبينة في الجدول أدناه.

الرجال		النساء	
الذين انتفعوا من الدواء	الذين لم ينتفعوا من الدواء	اللاتي انتفعن من الدواء	اللاتي لم ينتفعن من الدواء
59%	41%	65%	35%

إذا اخترت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًا، ما احتمال أن يكون هذا الشخص رجلًا، علمًا أنه ممن انتفع من الدواء؟

16. إذا كان A و B حدثين، حيث $P(A \cap B) = \frac{3}{20}$ و $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{3}{8}$ ، فإن:

- (A) A و B حدثان مستقلان
(B) A و B حدثان غير مستقلين
(C) A و B يمكن أن يكونا مستقلين ويمكن أن يكونا غير مستقلين
(D) لا يمكن معرفة شيء من المعلومات المعطاة

19. إذا كان $P(B|A) = P(B)$ ، فهذا يعني أن:

- (A) A و B حدثان مستقلان
- (B) A و B حدثان غير مستقلين
- (C) A و B حدثان متنافيان
- (D) A و B حدثان غير متنافيين

20. إذا كان $P(A|B) = \frac{1}{5}$ و $P(B|A) = \frac{1}{4}$ ، أثبت أن A و B حدثان مستقلان. (تلميح: أوجد $P(A \cap B)$ بدلالة $P(B)$ ثم بدلالة $P(A)$ للحصول على نظام معادلات).

8 تقويم الوحدة، النموذج C

6. اختار معلّم الكيمياء 3 طلاب من فريق يضم 15 طالبًا لمساعدة زملائهم في التحضير للأعمال المخبرية، وذلك من دون أيّ معيار محدّد للاختيار. حدّد ما إذا كانت هذه الحالة تمثّل توافق أم تبادل، واحسب عدد الطرائق التي يمكن للمعلّم من خلالها اختيار هؤلاء الطلاب الثلاثة.

7. أيّ من الخيارات التالية يمثّل مفكوك $(x^3 - y)^5$ ؟

- (A) $x^{15} + 5x^{12}y + 10x^9y^2 + 10x^6y^3 + 5x^3y^4 + y^5$
- (B) $x^{10} - 5x^8y + 10x^6y^2 - 10x^4y^3 + 5x^2y^4 - y^5$
- (C) $x^{15} - 5x^{12}y + 10x^9y^2 - 10x^6y^3 + 5x^3y^4 - y^5$
- (D) $x^{10} + 5x^8y + 10x^6y^2 + 10x^4y^3 + 5x^2y^4 + y^5$

8. أوجد مفكوك ذات الحدين $(2x - 1)^4$ مستعملًا مثلث باسكال لإيجاد معاملات ذات الحدين.

1. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الطرائق الممكنة لترتيب خمسة عناصر مختلفة؟

- (A) 5×5
- (B) $1! \times 1! \times 1! \times 1! \times 1!$
- (C) $5!$
- (D) $5! \times 4! \times 3! \times 2! \times 1!$

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات التي يمكن تكوينها من أحرف كلمة "سمير"؟ (ليس ضروريًا أن تجدها في أيّ معجم).

- (A) 4
- (B) 9
- (C) 16
- (D) 24

3. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلفة من 4 أحرف ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "بلال"؟ (بغض النظر عن ترتيبها في القاموس).

- (A) $\frac{4!}{2!}$
- (B) $4!$
- (C) 4×4
- (D) 4

4. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_5P_2$ ؟

- (A) 15
- (B) 20
- (C) 40
- (D) 240

5. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة ${}_8C_3 - {}_8C_5$ ؟

- (A) 0
- (B) 2
- (C) 112
- (D) 420

9. أي من الخيارات التالية يمثل معامل x^5 في توزيع المقدار $(x - 4)^7$ ؟

- (A) ${}_7C_2$ (C) ${}_7C_2 \times (-4)^2$
(B) ${}_7C_2 \times 4$ (D) $(-4)^2$

10. عند رمي مكعب منتظم مرقّم من 1 إلى 6، أي من الخيارات التالية يمثل عناصر الحدث "الحصول على عدد زوجي"؟

- (A) $\{1, 3, 5\}$ (C) $\{2\}$
(B) $\{1, 2, 4, 6\}$ (D) $\{2, 4, 6\}$

11. ما احتمال الحدث "الحصول على الصورة مزّتين فقط" عند رمي قطعة نقدية ثلاث مّزات؟

12. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة،

أي من الخيارات التالية يمثل قيمة $P(E_2)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{4} P(E_2) = \frac{1}{3} P(E_3)$ ؟

- (A) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{2}$
(B) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$

13. يضم الصف الحادي عشر في إحدى المدارس الثانوية

40 طالبًا، ثمانية منهم يستخدمون اليد اليسرى

في الكتابة.

إذا اختارت إدارة المدرسة أربعة طلاب من هذا الصف

بشكل عشوائي لتمثيل المدرسة في أحد الاحتفالات،

أوجد احتمال أن يكونوا جميعهم مّمن يستخدمون

اليد اليسرى في الكتابة.

14. A و B حدثان في فضاء العينة S حيث

$$P(A \cap B) = 0.1 \text{ و } P(A \cup B) = 0.8$$

و $P(A) = 0.4$. أي من الخيارات التالية يمثل قيمة

كل من $P(A \cap B)$ و $P(B)$ ؟

(A) $P(A \cap B) = 0.2$ و $P(B) = 0.4$

(B) $P(A \cap B) = 0.2$ و $P(B) = 0.5$

(C) $P(A \cap B) = 0.4$ و $P(B) = 0.5$

(D) $P(A \cap B) = 0.4$ و $P(B) = 0.1$

15. تنتج إحدى الشركات ثلاثة أنواع من اللقاحات A و B و C. مدة صلاحية اللقاح من النوع A هي ثمانية أشهر، ومدة صلاحية اللقاح من النوع B هي خمسة أشهر، أما مدة صلاحية اللقاح من النوع C فلا تزيد عن أربعة أشهر. وتعتبر الشركة أن أي لقاح انتجته منذ أكثر من ثمانية أشهر هو لقاح غير صالح. قُدِّرَت الشركة أنَّ نسبة اللقاحات من النوع A تساوي 29%، وأنَّ نسبة اللقاحات من النوع B تساوي 53%، وأنَّ نسبة اللقاحات من النوع C تساوي 12%، اشترى أحد الصيادلة لقاحين من إنتاج هذه الشركة. أوجد احتمال أن يكون كلا اللقاحين غير صالحين (أي تمَّ إنتاجهما منذ أكثر من ثمانية أشهر).

17. يحتوي وعاء على ست كرات بيضاء وأربع كرات حمراء. دعا أحمد صديقه فارسًا لاختيار إحدى اللعبتين التاليتين:

A. يرمي قطعة نقدية ويفوز إذا حصل على الصورة.

B. يسحب كرة ويعيدها إلى الوعاء ثم يسحب كرة أخرى، ويفوز إذا كانت الكرتان المسحوبتان حمراوين. أي اللعبتين على فارس أن يختار؟

18. اختبرت شركة لصناعة الأدوية دواءً جديدًا على مجموعة من المرضى، عدد الرجال فيها يساوي عدد النساء، فكانت النتيجة كما هي مبينة في الجدول أدناه.

الرجال		النساء	
الذين انتفعوا من الدواء	الذين لم ينتفعوا من الدواء	اللاتي انتفعن من الدواء	اللاتي لم ينتفعن من الدواء
63%	37%	68%	32%

إذا اخترت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًا، ما احتمال أن يكون هذا الشخص امرأة، علمًا أنَّها ممَّن انتفعن من الدواء؟

16. إذا كان A و B حدثين، و $P(A|B) = P(B|A)$ فإن:

- Ⓐ A و B حدثان مستقلان
- Ⓑ احتمال الحدتين A و B متساويان
- Ⓒ A و B يمكن أن يكونا مستقلين ويمكن أن يكونا غير مستقلين
- Ⓓ لا يمكن معرفة شيء من المعلومات المعطاة

19. إذا كان $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ ،

فهذا يعني أن:

(A) A و B حدثان مستقلان

(B) A و B حدثان غير مستقلين

(C) A و B حدثان متنافيان

(D) A و B حدثان غير متنافيين

20. إذا كان $P(A|B) = \frac{1}{4}$ و $P(B|A) = \frac{1}{5}$

و $P(A \cup B) = \frac{2}{5}$ ، أثبت أن A و B حدثان

مستقلان. (تلميح: أوجد $P(A \cap B)$ بدلالة $P(B)$

ثم بدلالة $P(A)$ للحصول على نظام معادلات).

8 تقويم الأداء، النموذج A

تقسّم المصارف عملاءها عادةً إلى عدّة فئات بحسب قيم إيداعاتهم، ولكلّ فئة سلوكها المالي الخاص الذي يتجلى في مجموعة من المعطيات العلمية.

قام أحد المصارف بتقسيم عملائه بشكل تقريبيّ إلى ثلاث فئات رئيسة:

- فئة العملاء الصغار، وتشمل المودعين الذين لا تزيد قيمة ودائعهم عن QR 10 000، ونسبتهم 60% من المودعين.
 - فئة العملاء المتوسطين، وتشمل المودعين الذين تتراوح قيمة ودائعهم بين QR 10 000 و QR 100 000، ونسبتهم 30% من المودعين.
 - فئة العملاء الكبار، وتشمل المودعين الذين تزيد قيمة ودائعهم عن QR 100 000، ونسبتهم 10% من المودعين.
- لكلّ فئة من هذه الفئات الثلاث سلوكها الخاص بها في ما يتعلّق بالتعامل مع رؤوس الأموال المودعة.
- 70% من فئة العملاء الصغار يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال العام، و 30% منهم لا يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم.
 - 50% من الفئة المتوسطة يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال العام، و 50% منهم لا يفعلون ذلك.
 - 20% فقط من العملاء الكبار يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال العام، والبقية لا يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم.

1. أجب عن الأسئلة التالية:

a. ارسم مخطّط الشجرة الذي يلخّص المعطيات.

b. أوجد قيمة احتمال أن يكون عميل اختير عشوائيًا من الذين قيمة إيداعهم من الفئة المتوسطة وما دون.

c. أوجد، باستعمال مخطط الشجرة، احتمال أن يكون عميل اختير عشوائيًا من العملاء الكبار الذين يسحبون أكثر من نصف قيمة ودائعهم خلال السنة.

2. من الأمور التي تهتم المصارف معرفة قيمة احتمال أن تكون سحبات العملاء السنوية كبيرة، وذلك لتحديد الاستثمار المناسب للأموال المودعة.

a. أوجد قيمة احتمال أن يكون عميل اختير عشوائيًا من الذين يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم.

b. استعمل مفهوم الأحداث المتنافية لإيجاد قيمة احتمال أن يكون هذا العميل مقيم لا يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم، ثم تحقق من إجابتك باستعمال مخطط الشجرة.

c. أوجد قيمة احتمال أن يكون هذا العميل من الفئة المتوسطة وما دون، ومقيم يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم.

3. في النهاية، ما يهم المصرف هو قيمة المبالغ المسحوبة من الودائع خلال السنة، لذلك الضروري أن تعرف إدارة المصرف قيم الاحتمالات التالية:

a. أوجد احتمال أن يكون أحد العملاء ممّن يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم، علمًا أنّه من العملاء الكبار.

b. أوجد احتمال أن يكون أحد العملاء ممّن لا يسحبون أكثر من نصف قيمة إيداعاتهم، علمًا أنّه ليس من العملاء الكبار.

c. استنتج أنّ الحدثين السابقين غير متنافيين.

d. أوجد احتمال أن يكون هذا العميل من العملاء الكبار، علمًا أنّه يسحب أكثر من نصف قيمة إيداعه.

8 تقويم الأداء، النموذج B



الزهايمر هو مرض دماغي يؤدي إلى مشكلات في الذاكرة والتفكير والسلوك، وإذا تُرك المريض بالزهايمر من دون علاج فقد يؤدي ذلك إلى قصر عمره وإلى نوعية حياة سيئة للغاية. يقوم فريق من الأطباء في مراكز للأبحاث العلمية بتطوير علاج جديد لمرض الزهايمر، وقد تطوّر 150 شخصاً من المرضى بالزهايمر لاختبار العلاج الجديد لفترة زمنية مدتها خمس سنوات. يمثل الجدول أدناه توزيعاً للمرضى المتطوعين لاختبار العلاج الجديد وفق الجنس والفئة العمرية.

الفئة العمرية (بالسنوات) الجنس	[60-65[	[65-70[	[70-75[	[75-80[
ذكر	20	31	19	5
أنثى	16	30	21	8

1. يريد فريق الأطباء تشكيل لجنة مكونة من أربعة أشخاص من المرضى المتطوعين، يتم اختيارهم بشكل عشوائي، لمساعدتهم في تسجيل البيانات الصحية.

a. أوجد عدد الطرائق الممكنة لتشكيل اللجنة، إذا كانت يجب أن تضم مريضين من الذكور ومريضتين من الإناث، بغض النظر عن فئاتهم العمرية.

b. أوجد عدد الطرائق الممكنة لتشكيل اللجنة، إذا كانت يجب أن تضم مريضاً واحداً من كل فئة عمرية، بغض النظر عن جنسه.

2. تابع فريق الأطباء علاج المرضى المتطوعين ومراقبة أوضاعهم الصحية مدة خمس سنوات متتالية، حيث سجلوا عدة مجموعات من البيانات من بينها عدد الوفيات في نهاية كل سنة، وذلك وفق الجدول أدناه:

عدد المتوفين عند نهاية السنة t	عدد المتطوعين عند بداية السنة t	الزمن t منذ بدء المتابعة (بالسنوات)
10	150	1
15		2
12		3
8		4
5		5

ستقوم الآن بإيجاد احتمال بقاء المريض على قيد الحياة عند انتهاء مدة اختبار العلاج (أي عند نهاية السنة الخامسة).
a. أكمل الجدول أدناه بالقيم المتبقية.

b. الآن، لنعرّف الحدثين التاليين:

D_t : "الوفاة خلال السنة t "

S_t : "البقاء على قيد الحياة عند انتهاء السنة t "

أوجد العلاقة بين احتمال الحدث D_t واحتمال

الحدث S_t . ثم اكتب في الجدول أدناه قيم

احتمالات كل من الحدثين للسنوات الخمس.

عدد المتوفين عند نهاية السنة t	عدد المتطوعين عند بداية السنة t	الزمن t منذ بدء المتابعة (بالسنوات)
10	150	1
15		2
12		3
8		4
5		5

3. لنعرّف الآن الدالة $C(t)$ التي تعطي احتمال بقاء متطوع على قيد الحياة منذ بدء المتابعة وصولاً إلى بداية السنة t كما يلي:

$$C(1) = 1$$

$$C(t+1) = P(S_t) \times C(t), \quad t \geq 1$$

a. أوجد قيمة $C(2)$ وفّر معنى هذه القيمة.

b. أكمل الجدول التالي بقيم $C(t)$.

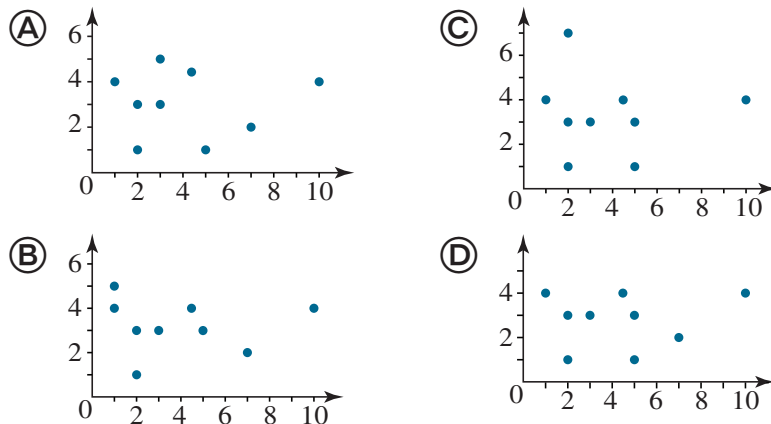
الزمن t منذ بدء المتابعة (بالسنوات)	$P(S_t)$	$C(t)$
1	0.933	
2	0.893	
3	0.904	
4	0.93	
5	0.952	

c. استنتج احتمال بقاء مريض تطوع لتلقي العلاج على قيد الحياة عند انتهاء السنة الخامسة.

9 اختبار بداية الوحدة

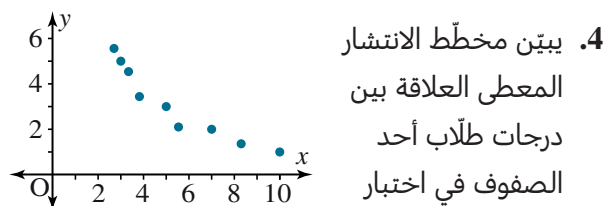
1. أي من الخيارات التالية يمثل مخطط الانتشار لجدول البيانات المعطى؟

x	2	2	3	4.5	5	1	5	7	10
y	1	3	3	4	3	4	1	2	4



3. أي من الخيارات التالية ينطبق على مخطط الانتشار A الوارد في التمرين 1؟

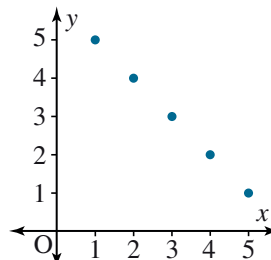
- (A) هناك ارتباط موجب بين المتغيرين x و y
 (B) هناك ارتباط سالب بين المتغيرين x و y
 (C) هناك ارتباط موجب بين المتغيرين x و y بقيمة متطرفة واحدة
 (D) لا يوجد ارتباط بين المتغيرين x و y



4. بيّن مخطط الانتشار المعطى العلاقة بين درجات طلاب أحد الصفوف في اختبار الرياضيات، وعدد الساعات التي يستعملون فيها الهاتف الجوّال. أي من الخيارات التالية يمثل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين مجموعتي البيانات هاتين؟

- (A) هناك ارتباط موجب بين مجموعتي البيانات
 (B) هناك ارتباط سالب بين مجموعتي البيانات
 (C) هناك ارتباط سالب بين مجموعتي البيانات وثلاث قيم متطرفة
 (D) لا يوجد ارتباط بين المتغيرين x و y

2. أي من الخيارات التالية يمثل مجموعة البيانات لمخطط الانتشار المعطى؟



- (A)

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

 (B)

x	1	2	3	4	5
y	1	2	3	4	5

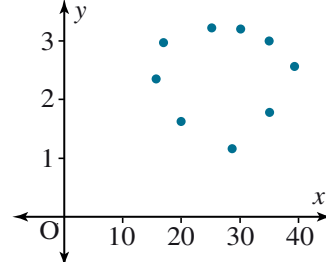
 (C)

x	1	2	3	4	5	6
y	5	4	3	2	1	0

 (D)

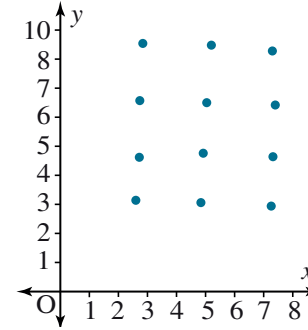
x	1	2	3	4	5	6
y	1	2	3	4	5	6

5. بيّن مخطط الانتشار أدناه العلاقة بين أعمار 9 أشخاص، تتراوح أعمارهم بين 15 و 40 سنة، وعدد الساعات التي يقضونها في التسوق الإلكتروني أسبوعيًا. أي من الخيارات التالية يمثّل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين مجموعتي البيانات هاتين؟



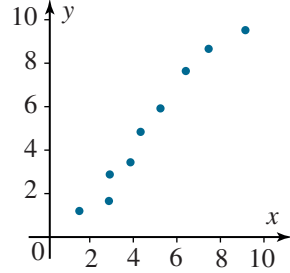
- (A) يوجد ارتباط خطّي بين مجموعتي البيانات
(B) لا يوجد ارتباط بين مجموعتي البيانات
(C) يوجد ارتباط غير خطّي بين مجموعتي البيانات
(D) يوجد ارتباط سالب بين مجموعتي البيانات

6. أي من الخيارات التالية يمثّل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين مجموعتي البيانات الممثلة في مخطط الانتشار أدناه؟



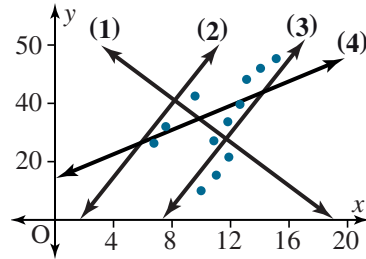
- (A) يوجد ارتباط خطّي بين مجموعتي البيانات
(B) لا يوجد ارتباط بين مجموعتي البيانات
(C) يوجد ارتباط غير خطّي بين مجموعتي البيانات
(D) يوجد ارتباط موجب بين مجموعتي البيانات

7. بيّن مخطط الانتشار أدناه، العلاقة بين نتائج عدد من طّالّاب الصف الحادي عشر في اختبازي الرياضيات والفيزياء. أي من الخيارات التالية يمثّل وصفًا صحيحًا للعلاقة بين نتائج الطّالّاب في الاختبارين؟



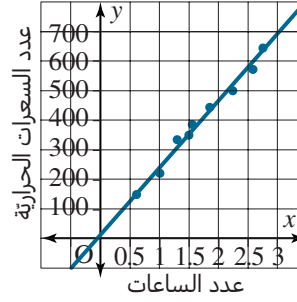
- (A) يوجد ارتباط خطّي موجب وقويّ بين نتائج الطّالّاب في الاختبارين
(B) يوجد ارتباط خطّي سالب وقويّ بين نتائج الطّالّاب في الاختبارين
(C) يوجد ارتباط خطّي موجب وضعيف بين نتائج الطّالّاب في الاختبارين
(D) يوجد ارتباط خطّي سالب وضعيف بين نتائج الطّالّاب في الاختبارين

8. بيّن مخطط الانتشار أدناه متوسط أوزان أولاد، تتراوح أعمارهم بين 6 سنوات و 16 سنة في بلد معيّن. أي من المستقيمات أدناه يمثّل النمذجة الأفضل للعلاقة بين مجموعتي البيانات هاتين؟

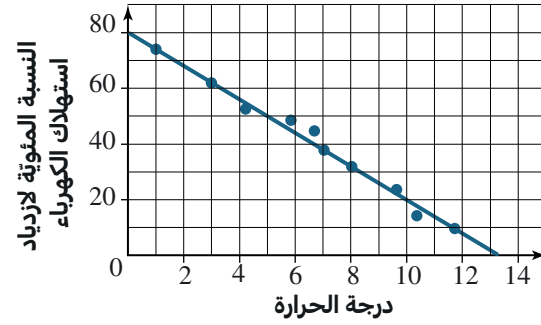


- (A) المستقيم (1)
(B) المستقيم (2)
(C) المستقيم (3)
(D) المستقيم (4)

9. يبين مخطط الانتشار أدناه العلاقة بين عدد الساعات التي يقضيها الشخص في ممارسة الرياضة، وعدد السرعات الحرارية التي يمكن أن يحرقها جسمه نتيجة لذلك. أوجد عدد السرعات الحرارية التي يحرقها الجسم عند ممارسة الرياضة مدة 90 دقيقة.



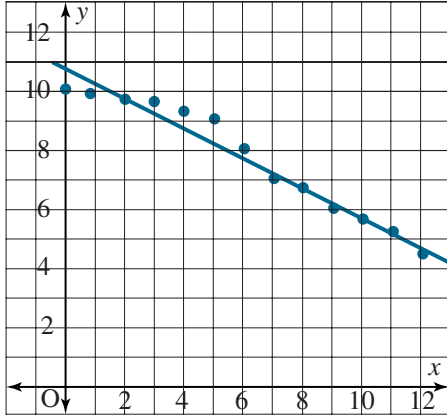
10. يبين مخطط الانتشار أدناه العلاقة بين درجة الحرارة في الشتاء في بلد معين، والنسبة المئوية لزيادة استهلاك الكهرباء خلال نفس الفترة. أوجد معادلة خط الاتجاه الذي يربط بين مجموعتي البيانات هاتين علماً أنه يمر بالنقطتين (1, 74) و (3, 62).



11. استعمل خط الاتجاه الوارد في التمرين السابق لتحديد الخيار الذي يمثل النسبة المئوية لزيادة استهلاك الكهرباء إذا كانت درجة الحرارة 7°

- (A) -38% (C) 38%
(B) 10.5% (D) 40%

12. يبين مخطط الانتشار أدناه ارتفاع مستوى الماء (بالأمتار المكعبة) في خزان موضوع فوق سطح مبنى سكني بمرور الزمن (بالساعات)، ويوضح استهلاك المياه في هذا المبنى من ساعات الصباح الأولى حتى الظهر. يمر خط الاتجاه بالنقطتين (10, 5.6) و (2, 9.6). أي من الخيارات التالية يمثل معادلة خط الاتجاه الذي يمثل العلاقة بين مجموعتي البيانات هاتين؟

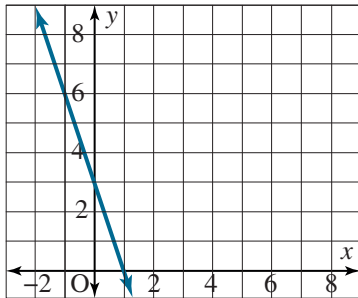


- (A) $y = -0.5x + 10.6$ (C) $y = 1.7x + 0.5$
(B) $y = 0.5x - 10.6$ (D) لا يمكن إيجاده

13. أي من الخيارات التالية يمثل المستوى التقريبي المتوقع للمياه في الخزان المذكور في التمرين السابق عند الساعة 01:00 PM؟

- (A) 3.6 متر مكعب (C) 12 مترًا مكعبًا
(B) 4 أمتار مكعبة (D) لا يمكن توقع ذلك

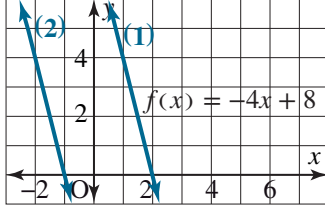
14. أي من الخيارات التالية يمثل صيغة الميل والمقطع لمعادلة المستقيم الممثل بيانيًا أدناه؟



- (A) $y = 3x - 3$ (C) $y = -3x + 3$
(B) $y = 3x + 3$ (D) $y = -3x - 3$

15. يقدّم أحد المتاجر إلى زبائنه بطاقات هدايا، بحيث يجمع الزبون النقاط في البطاقة للاستفادة من الهدايا المقدّمة. المعادلة التي تربط بين عدد النقاط (x) وثمان الهدايا (y) (بعشرات الريالات القطريّة) هي $y = \frac{1}{2}x + 1$. فسّر معنى كلّ من الميل والمقطع لهذه المعادلة.

18. يمثّل المستقيم (1) في التمثيل البياني أدناه الدالة الخطيّة $f(x) = -4x + 8$. أوجد صيغة الدالة الخطيّة $g(x)$ الممثلة بالمستقيم (2) الذي هو إزاحة للمستقيم (1).



19. بيّن الجدول أدناه درجات عشرة طّلاب في مادّة التاريخ (الدرجة القصوى هي 10 درجات).
أنشئ الجدول التكراريّ البسيط لهذه البيانات،
ثمّ أوجد الوسط الحسابي لدرجات الطّلاب.

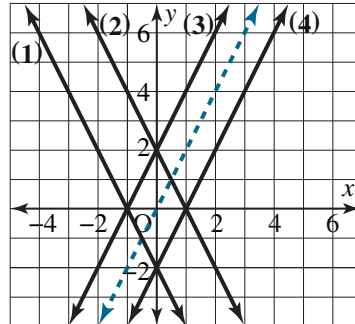
رقم الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
درجة الطالب	8	3	3	4	3	4	9	8	8	7

16. أوجد معادلة المستقيم الذي ميله 2 ويمرّ بالنقطة $(-2, 0)$ ، ثمّ أوجد معادلة المستقيم الذي يمرّ بالنقطتين $(-1, 2)$ و $(0, 4)$. ماذا تلاحظ؟

20. يمثّل الجدول أدناه عدد الأميال التي قطعها فؤاد مشبّا في كلّ يوم من أيّام الأسبوع الماضي.
أوجد قيمة الانحراف المعياريّ لهذه البيانات.

اليوم	الجمعة	الخميس	الأربعاء	الثلاثاء	الاثنين	الأحد	السبت
عدد الأميال	5	4	3	4	3	2	2

17. إذا كانت معادلة المستقيم المتقطع هي $y = 2x$ ، أيّ من المستقيمات التالية يمثّل إزاحة رأسيّة للمستقيم بمقدار وحدتين؟

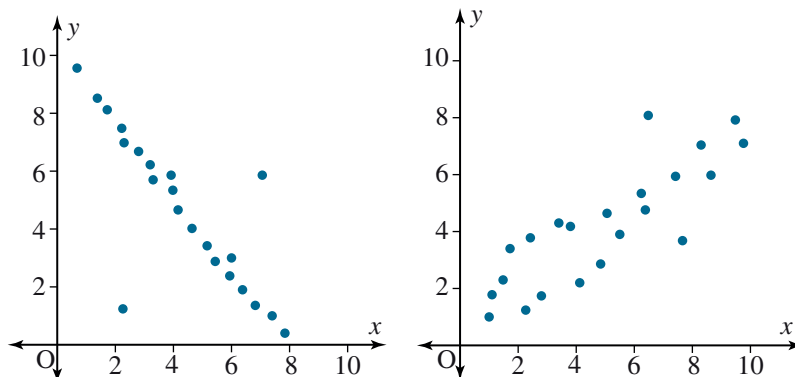


- (A) المستقيم (2) وصيغته $y = -2x + 2$
 (B) المستقيم (4) وصيغته $y = 2x - 2$
 (C) المستقيم (1) وصيغته $y = -2x - 2$
 (D) المستقيم (3) وصيغته $y = 2x + 2$

9-1 اختبار الدرس

معامل الارتباط

1. انظر إلى مخططي الانتشار أدناه، ثم اذكر نوع الارتباط في كلٍّ منهما، وحدّد أيّهما يشتمل على الارتباط الأقوى.



3. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيّرين

$$x \text{ و } y \text{ تساوي } 0.3، \text{ وكان } x' = 2x - 1$$

$$\text{و } y' = y + 1$$

أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط

الخطّي بين المتغيّرين x' و y' ؟

(A) -0.4 (C) 0.3

(B) -0.3 (D) لا يمكن تحديدها

4. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه، لإيجاد

قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيّرين x و y'

باستعمال الحاسبة والإزاحة $y' = -y - 10$.

x	1	2	3	4	5
y	11	11	10	13	12

2. أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة التقريبية

لمعامل الارتباط بين المتغيّرين x و y حسب

المعطيات الموضّحة أدناه؟

$$\sum x = 60 \quad \sum y = 44 \quad \sum xy = 388.6$$

$$\sum x^2 = 601.5 \quad \sum y^2 = 374 \quad n = 8$$

(A) -0.4

(B) -0.35

(C) 0.35

(D) 0.4

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيّرين x و y ، وحدّد نوعه وقوّته.

x	30	40	44	60	70
y	10.2	10.1	10.3	10.3	10.4

9-2 اختبار الدرس

خط الانحدار

1. يبين الجدول أدناه علاقة افتراضية بين عمر الشخص بالسنوات (x)، وعدد ساعات النوم التي يحتاجها يوميًا (y). أوجد معادلة خط الانحدار، وارسمه على مخطط انتشار قيم البيانات المعطاة.

x	10	20	40	60	80
y	10	9	8	7	6

2. يبين الجدول أدناه العلاقة بين المتغيرين x و y . أنشئ مخطط الانتشار، وارسم خط الانحدار الذي معادلته $y = 0.5x + 2$ ، ثم أوجد مربع الفرق بين كل نقطة في مخطط الانتشار والنقطة التي تقابلها على خط الانحدار.

x	1	1	2	3	3	4	5
y	2	3	2	3	5	5	4

5. تعمل سلوى في زخرفة قطع الشوكولاته يدويًا. يرتبط عدد ساعات دوامها اليومي (x) بعدد درزونات قطع الشوكولاته التي تزخرفها في ذلك اليوم (y) ارتباطًا خطيًا. استعمل الحاسبة لإيجاد عدد قطع الشوكولاته التي يتوقع أن تزخرفها سلوى خلال 4 ساعات ونصف الساعة.

x	2	3	5	6	7
y	5	7	8	9	9

3. أي من الخيارات التالية يمثل القيمة الأدنى لمجموع مربعات الفروق التي وجدتها في التمرين السابق؟

- (A) 0.25 (C) 2.29
(B) 0.5 (D) 5.25

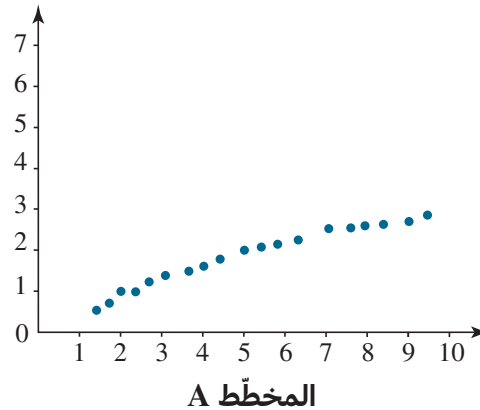
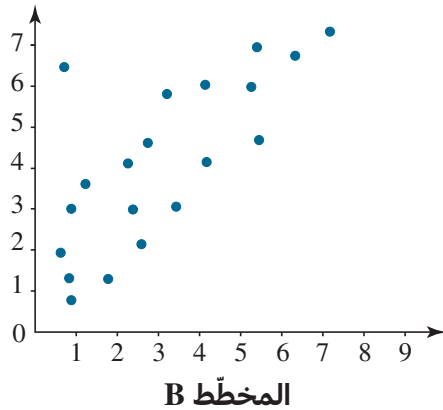
4. يبين الجدول أدناه العلاقة بين طول وعرض كل نوع من أنواع الدفاتر المعروضة للبيع في مكتبة. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثل معادلة خط الانحدار لهذه المعطيات.

الطول (cm)	10	15	20	20	25	25
العرض (cm)	10	10	15	20	10	15

- (A) $y = 8.65x + 0.2$
(B) $y = 0.349$
(C) $y = 0.24x + 8.66$
(D) $y = 0.46x + 5.5$

9 تقويم الوحدة، النموذج A

استعمل مخططي الانتشار أدناه لتحل المسائل 1-3



3. اختر العبارة الصحيحة مما يلي.

- (A) الارتباط في المخطط B هو الأقوى.
 (B) الارتباط في المخطط A هو الأقوى.
 (C) لا يمكن المقارنة بين ارتباط المخططين.
 (D) للمخططين نفس قوة الارتباط.

4. أي من الخيارات التالية يمثل القيمة التقريبية لمعامل الارتباط بين المتغيرين x و y حسب المعطيات الموضحة أدناه؟

$$\begin{array}{lll} \sum x = 50 & \sum y = 40 & \sum xy = 400 \\ \sum x^2 = 601 & \sum y^2 = 404 & n = 6 \end{array}$$

- (A) -0.42
 (B) -0.0026
 (C) 0.0026
 (D) 0.42

1. أي من الخيارات التالية يمثل نوعي الارتباط في مخططي الانتشار؟

- (A) الارتباط في المخطط A خطي سالب وفي المخطط B أيضًا خطي سالب.
 (B) الارتباط في المخطط A خطي سالب وفي المخطط B خطي موجب.
 (C) الارتباط في المخطط A خطي موجب وفي المخطط B خطي سالب.
 (D) الارتباط في المخطط A خطي موجب وفي المخطط B أيضًا خطي موجب.

2. أي من الخيارات التالية يمثل قوة الارتباط في كل من المخططين؟

- (A) الارتباط في المخطط A قوي، وفي المخطط B متوسط.
 (B) الارتباط في المخطط A متوسط، وفي المخطط B ضعيف.
 (C) الارتباط في المخطط A قوي، وفي المخطط B قوي أيضًا.
 (D) الارتباط في المخطط A متوسط، وفي المخطط B متوسط أيضًا.

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y .

x	1	2	3	4	5
y	13.1	13.2	13.3	12.2	11.4

6. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين متغيرين تساوي $r = -0.85$ ، أي من الخيارات التالية يمثل قوة هذا الارتباط؟

- (A) ضعيف
(B) متوسط
(C) قوي
(D) تام

7. يبيّن الجدول أدناه العلاقة التقريبية بين كمية السكر التي يستهلكها الأولاد من الفئة العمرية 12-16 سنة يوميًا، من خلال تناول المشروبات المصنّعة، وتصنيف الوزن (BMI). أنشئ مخطط الانتشار لهذه البيانات، ثم استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين، وحدّد نوعه وقوّته.

نسبة السكر المستهلكة يوميًا مقارنة بالنسبة الموصى بها.	0.7	0.9	1.2	1.8	2.4	3	3.2
BMI	17	18.5	25	28	30	35	40

8. إذا كانت العلاقة المذكورة في التمرين السابق بين نسبة السكر التي يستهلكها الولد، ووزنه بالكيلوجرام علاقة خطيّة لا تتغير فيها إشارة المتغير، هل يمكن استنتاج قيمة معامل الارتباط بين وزن الولد بالكيلوجرام وقيمة BMI الخاصة به؟

9. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y تساوي 0.35، وكان $x' = 2x$ و $y' = y$ ، أي من الخيارات التالية يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين x' و y' ؟

- (A) -0.7
(B) -0.35
(C) 0.35
(D) لا يمكن تحديدها

10. استعمل المعطيات الواردة في الجدول أدناه لتحديد الخيار الذي يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y' باستعمال الإزاحة $y' = -y$.

x	1	2	3	4	5	6
y	10	20	25	27	30	31

- (A) -0.93
(B) -0.88
(C) 0.93
(D) لا يمكن تحديدها

11. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y تساوي 1، وكان $x' = -x$ و $y' = -y + 1$ ، أي من الخيارات التالية يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين x' و y' ؟

- (A) -1
(B) 0
(C) 1
(D) لا يمكن تحديدها

12. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين عدد الطّلاب في الصفّ (x) في إحدى المدارس الثانوية، ومعدّل درجات الطّلاب (الدرجة القصوى هي 10 درجات) في اختبار الرياضيات (y). أوجد معادلة خطّ الانحدار وارسمه على مخطّط الانتشار.

x	10	15	20	25	30
y	9	8.7	8.5	8	7

13. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين طول وعرض عدّة أنواع من بطاقات الدعوة إلى حفل تكريم الطّلاب المتفوّقين. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثّل معادلة خطّ الانحدار لهذه المعطيات.

الطول (cm)	10	12	12	14	16	18
العرض (cm)	8	8	10	12	12	15

- (A) $y = -x + 0.87$
 (B) $y = 0.87x$
 (C) $y = 0.87x - 1$
 (D) $y = -x$

14. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين متغيّرين x و y . إذا كانت معادلة خطّ الانحدار لقيم هذين المتغيّرين هي $y = -1.07x + 11.5$ ، أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة الدنيا لمجموع مربّعات الفروق بين كلّ نقطة في مخطّط الانتشار، والنقطة المناظرة لها على خطّ الانحدار؟

x	10	9	8	7	6	5	4
y	1	3	2	3	5	6	8

- (A) 0.08 (C) 0.0064
 (B) 0.07 (D) 3.84

15. استعمل خطّ الانحدار والمعطيات الواردة في التمرين السابق لتبيّن العلاقة بين خطّ الانحدار وقيمتي المتغيّرين $\bar{x}$ و $\bar{y}$.

16. يبين الجدول أدناه الزيادة في إنتاج 6 بيوت بلاستيكية متساوية المساحة من الطماطم (بالصناديق)، حيث تمت معالجة المساحات المزروعة بكميات مختلفة من نفس النوع من مبيد الحشرات (بالسنتمترات المكعبة).

كمية مبيد الحشرات المستعملة	25	30	40	55	58	62
كمية الإنتاج	2	3	5	6	5	4

أي من الخيارات التالية يمثل معادلة خط الانحدار للبيانات الواردة في الجدول؟

- (A) $y = 0.068x + 1.07$
 (B) $y = 1.07x$
 (C) $y = 1.07x + 0.068$
 (D) $y = 0.068x$

17. ما تفسير الميل والمقطع في معادلة خط الانحدار $y = 0.4x + 2$ حيث y كمية الإنتاج من الطماطم (بالصناديق) في بيوت بلاستيكية، و x الكمية المستعملة من مبيد حشرات بالسنتمترات المكعبة؟

18. أوجد عدد صناديق الطماطم المنتجة في بيت بلاستيكي عولجت تربته بكمية، مقدارها 35 سنتمترًا مكعبًا من مبيد الحشرات، ثم في بيت بلاستيكي عولجت تربته بكمية، مقدارها 90 سنتمترًا مكعبًا من مبيد الحشرات. إذا كانت معادلة خط الانحدار هي $y = 0.1x + 2$ حيث y كمية الإنتاج من الطماطم (بالصناديق) في بيوت بلاستيكية، و x الكمية المستعملة من مبيد حشرات بالسنتمترات المكعبة. هل تعتقد أن القيم التي أوجدتها دقيقة؟ فسر معنى ذلك.

19. ماذا تسمى عملية تقدير قيمة y إذا كانت قيمة x تقع ضمن مجال القيم المعلومة؟ وماذا تسمى نفس العملية إذا كانت قيمة x لا تقع ضمن مجال القيم المعلومة؟ أي من الحالتين تعطي نتيجة أكثر دقة؟ برّر إجابتك وأعط مثالاً.

20. يمثّل الجدول الأول أدناه، العلاقة بين درجات 5 طلاب من الصف الحادي عشر في اختبار الرياضيات ودرجاتهم في اختبار الفيزياء. أمّا الجدول الثاني فيمثّل العلاقة بين درجات نفس الطلاب في اختبار الرياضيات ودرجاتهم في اختبار التاريخ. (الدرجات كلّها من مئة). أيّ من الخيارات التالية غير صحيح؟

اختبار الرياضيات	25	50	60	75	100
اختبار الفيزياء	40	70	65	80	75

اختبار الرياضيات	25	50	60	75	100
اختبار التاريخ	80	70	75	80	98

(A) معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الأول

$$y = 0.46x + 37.47$$

(B) معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الثاني

$$y = 0.26x + 64.47$$

(C) يمكن تخمين درجة الطالب التقريبية

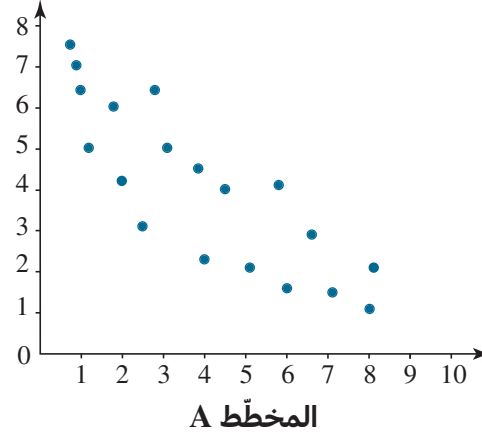
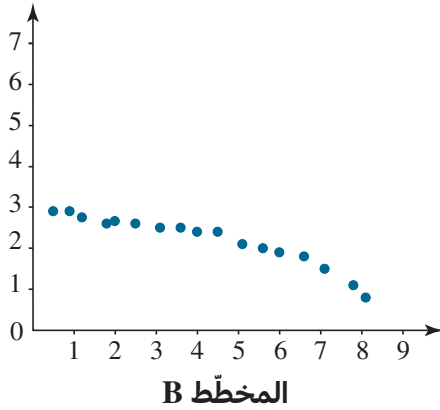
في اختبار التاريخ من خلال معرفة درجته في اختبار الرياضيات.

(D) يمكن تخمين درجة الطالب التقريبية

في اختبار التاريخ من خلال درجته في اختبار الفيزياء.

9 تقويم الوحدة، النموذج B

استعمل مخططي الانتشار أدناه لتحل المسائل 1-3



3. اختر العبارة الصحيحة مما يلي.

- (A) الارتباط في المخطط B هو الأقوى.
 (B) الارتباط في المخطط A هو الأقوى.
 (C) لا يمكن المقارنة بين ارتباط المخططين.
 (D) للمخططين نفس قوة الارتباط.

4. أي من الخيارات التالية يمثل القيمة التقريبية لمعامل الارتباط بين المتغيرين x و y حسب المعطيات الموضحة أدناه؟

$$\begin{array}{lll} \sum x = 306 & \sum y = 269 & \sum xy = 16\,840 \\ \sum x^2 = 19\,526 & \sum y^2 = 15\,165 & n = 5 \end{array}$$

- (A) -0.507
 (B) -0.0015
 (C) 0.507
 (D) 0.0015

1. أي من الخيارات التالية يمثل نوعي الارتباط في مخططي الانتشار؟

- (A) الارتباط في المخطط A خطي سالب وفي المخطط B أيضًا خطي سالب.
 (B) الارتباط في المخطط A خطي سالب وفي المخطط B خطي موجب.
 (C) الارتباط في المخطط A خطي موجب وفي المخطط B خطي سالب.
 (D) الارتباط في المخطط A خطي موجب وفي المخطط B أيضًا خطي موجب.

2. أي من الخيارات التالية يمثل قوة الارتباط في كل من المخططين؟

- (A) الارتباط في المخطط A قوي، وفي المخطط B متوسط.
 (B) الارتباط في المخطط A متوسط، وفي المخطط B ضعيف.
 (C) الارتباط في المخطط A قوي، وفي المخطط B قوي أيضًا.
 (D) الارتباط في المخطط A متوسط، وفي المخطط B قوي.

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y .

x	1	2	3	4	5
y	10.2	10.6	10.8	11.4	11.7

6. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين متغيرين تساوي $r = -0.48$ ، أي من الخيارات التالية يمثل قوة هذا الارتباط؟

- (A) ضعيف
(B) متوسط
(C) قوي
(D) تام

7. يبيّن الجدول أدناه العلاقة التقريبية بين نفقات إحدى شركات بيع السيارات على الدعاية والإعلانات، وعدد السيارات المباعة خلال سبع سنوات متتالية. أنشئ مخطط الانتشار لهذه البيانات، ثم استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين، وحدّد نوعه وقوّته.

النفقات على الدعاية والإعلانات (بملايين الريالات)	1	1.5	2.3	2.4	3.1	4	4.5
عدد السيارات المباعة (بالمئات)	2.1	2.3	2.5	2.7	2.9	3.2	3.1

8. إذا كانت العلاقة المذكورة في التمرين السابق بين قيمة الإنفاق على الإعلانات وإيرادات الشركة، علاقة خطيّة لا تتغير فيها إشارة المتغير، هل يمكن استنتاج قيمة معامل الارتباط بين إيرادات الشركة وعدد السيارات المباعة؟

9. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y تساوي 0.48، وكان $x' = 3x$ و $y' = y$ ، أي من الخيارات التالية يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين x' و y' ؟

- (A) -0.48
(B) 0.24
(C) 0.48
(D) لا يمكن تحديدها

10. استعمل المعطيات الواردة في الجدول أدناه لتحديد الخيار الذي يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y' باستعمال الإزاحة $y' = -y$.

x	1	2	3	4	5	6
y	12	15	18	22	27	29

- (A) -0.99
(B) -0.87
(C) 0.99
(D) لا يمكن تحديدها

11. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y تساوي 0.95، وكان $x' = -2x$ و $y' = -3y + 2$ ، أي من الخيارات التالية يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين x' و y' ؟

- (A) -0.95
(B) -0.85
(C) 0.95
(D) لا يمكن تحديدها

12. يبين الجدول أدناه العلاقة بين عدد الساعات التي قضاها خمسة طلاب في التحضير لاختبار في الرياضيات (x)، ودرجات هؤلاء الطلاب في هذا الاختبار (y) (الدرجة القصوى هي 100 درجة). أوجد معادلة خط الانحدار وارسمه على مخطط الانتشار.

x	10	15	20	25	30
y	90	87	89	91	93

13. يبين الجدول أدناه العلاقة بين أعمار ستة أطفال ومعدل عدد ساعات نومهم اليومي. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثل معادلة خط الانحدار لهذه المعطيات.

العمر (بالسنوات)	4	6	8	9	10	12
معدل عدد ساعات النوم اليومي	9.7	9.4	8.8	8.6	8.1	7.8

- (A) $y = 10.8x - 0.253$
 (B) $y = -0.25x$
 (C) $y = 10.8x$
 (D) $y = -0.25x + 10.8$

14. يبين الجدول أدناه العلاقة بين متغيرين x و y . إذا كانت معادلة خط الانحدار لقيم هذين المتغيرين هي $y = 0.86x - 1.09$ ، أي من الخيارات التالية يمثل القيمة الدنيا لمجموع مربعات الفروق بين كل نقطة في مخطط الانتشار، والنقطة المناظرة لها على خط الانحدار؟

x	4	5	6	8	9	11	12
y	2	3	4.5	6	7.2	8	9.1

- (A) 0.0169 (C) 0.8519
 (B) 0.1849 (D) 0.55

15. استعمل خط الانحدار والمعطيات الواردة في التمرين السابق لتبين العلاقة بين خط الانحدار وقيمتي المتغيرين $\bar{x}$ و $\bar{y}$.

16. يبين الجدول أدناه التزايد في طول سلك معدني بعد تعرضه للحرارة تدريجيًا.

درجة الحرارة (°C)	25	30	40	55	60	70
طول السلك (بالسنتيمتر)	50	50.1	51.6	52.4	53.3	53.9

أي من الخيارات التالية يمثل معادلة خط الانحدار للبيانات الواردة في الجدول؟

- (A) $y = 0.0901x$
 (B) $y = 0.0901x + 47.68$
 (C) $y = 47.68x + 0.0901$
 (D) $y = 47.68x$

17. ما تفسير كل من الميل والمقطع في معادلة خط الانحدار $y = 0.5x + 3$ حيث y كمية الإنتاج من الكوسى (بالصناديق) في بيوت بلاستيكية، و x الكمية المستعملة من مبيد حشرات بالسنتيمترات المكعبة؟

18. قدر الراتب الشهري لموظف في إحدى الشركات، لديه 15 سنة من الخبرة في مجال عمله. ثم أوجد الراتب المفترض لموظف آخر في نفس القسم من الشركة، لديه 21 سنة من الخبرة، وذلك إذا كانت معادلة خط الانحدار هي $y = 0.2x + 5$ ، حيث y هو قيمة الراتب الشهري (بالآلاف الريالات القطرية)، و x عدد سنوات الخبرة. هل تعتقد أن القيم التي أوجدتها دقيقة؟ فسر معنى ذلك.

19. هل يمكنك من خلال معادلة خط الانحدار تحديد ما إذا كان الارتباط قويًا أم لا؟ برّر إجابتك.

20. يمثّل الجدول الأول أدناه العلاقة بين درجات 5 طّلاب من الصفّ الحادي عشر في اختبار الرياضيات، ودرجاتهم في اختبار الفيزياء. أمّا الجدول الآخر فيمثّل العلاقة بين درجات نفس الطّلاب في اختبار الرياضيات، ودرجاتهم في اختبار اللغة العربيّة. (الدرجات كلّها من مئة). أيّ من الخيارات التالية غير صحيح؟

اختبار الرياضيات	30	50	60	75	100
اختبار الفيزياء	45	69	66	81	80

اختبار الرياضيات	30	50	60	75	100
اختبار اللغة العربيّة	80	72	75	81	97

(A) معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الأول

$$y = 0.49x + 37.56$$

هي

(B) معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الآخر

$$y = 0.27x + 63.78$$

هي

(C) يمكن تخمين درجة الطالب التقريبية

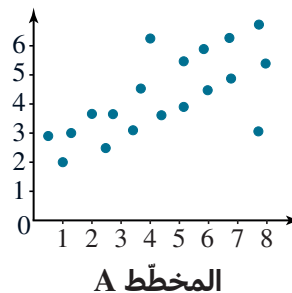
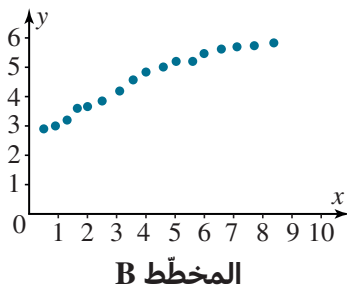
في اختبار اللغة العربيّة من خلال معرفة درجته في اختبار الرياضيات.

(D) يمكن تخمين درجة الطالب التقريبية

في اختبار اللغة العربيّة من خلال معرفة درجته في اختبار الفيزياء.

9 تقويم الوحدة، النموذج C

استعمل مخططي الانتشار أدناه لتحل المسائل 1-3



3. اختر العبارة الصحيحة مما يلي.

- (A) الارتباط في المخطط B هو الأقوى.
 (B) الارتباط في المخطط A هو الأقوى.
 (C) لا يمكن المقارنة بين ارتباط المخططين.
 (D) للمخططين نفس قوة الارتباط.

4. أي من الخيارات التالية يمثل القيمة التقريبية لمعامل الارتباط بين المتغيرين x و y حسب المعطيات الموضحة أدناه؟

$$\begin{array}{lll} \sum x = 171 & \sum y = 21 & \sum xy = 701 \\ \sum x^2 = 5551 & \sum y^2 = 91 & n = 6 \end{array}$$

- (A) -0.941
 (B) -0.0045
 (C) 0.941
 (D) 0.043

1. أي من الخيارات التالية يمثل نوعي الارتباط في مخططي الانتشار؟

- (A) الارتباط في المخطط A خطي سالب وفي المخطط B أيضًا خطي سالب.
 (B) الارتباط في المخطط A خطي سالب وفي المخطط B خطي موجب.
 (C) الارتباط في المخطط A خطي موجب وفي المخطط B خطي سالب.
 (D) الارتباط في المخطط A خطي موجب وفي المخطط B أيضًا خطي موجب.

2. أي من الخيارات التالية يمثل قوة الارتباط في كل من المخططين؟

- (A) الارتباط في المخطط A قوي، وفي المخطط B متوسط.
 (B) الارتباط في المخطط A متوسط، وفي المخطط B ضعيف.
 (C) الارتباط في المخطط A قوي، وفي المخطط B قوي أيضًا.
 (D) الارتباط في المخطط A متوسط، وفي المخطط B قوي.

5. استعمل البيانات الواردة في الجدول أدناه لإيجاد قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y .

x	1	2	3	4	5
y	21	19	17.8	16.5	15.3

6. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين متغيرين تساوي $r = -0.18$ ، أيّ من الخيارات التالية يمثل قوّة هذا الارتباط؟

- (A) ضعيف
(B) متوسط
(C) قويّ
(D) نامّ

7. يبيّن الجدول أدناه العلاقة التقريبية بين وزن مجموعة مكوّنة من سبعة أشخاص، ومعدّل ضغط الدم الانقباضي (العالي) عند كلّ منهم. أنشئ مخطّط الانتشار لهذه البيانات، ثمّ استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين، وحدّد نوعه وقوّته.

الوزن (kg)	55	56	60	64	65	70	75
ضغط الدم العالي (بالمليتر زئبق)	132	135	138	146	152	158	160

8. إذا كانت العلاقة المذكورة في التمرين السابق بين وزن الشخص ومخزون السكر في جسمه علاقة خطيّة لا تتغيّر فيها إشارة المتغيّر، هل يمكن استنتاج قيمة معامل الارتباط بين مخزون السكر لدى الشخص، ومعدّل ضغط الدم العالي لديه؟

9. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y تساوي 0.25، وكان $x' = 4x$ و $y' = y$ ، أيّ من الخيارات التالية يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين x' و y' ؟

- (A) -0.25
(B) 0.5
(C) 0.25
(D) لا يمكن تحديدها

10. استعمل المعطيات الواردة في الجدول أدناه لتحديد الخيار الذي يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y' باستعمال الإزاحة $y' = -2y$.

x	1	2	3	4	5	6
y	13	16	21	25	27	32

- (A) -0.99
(B) -0.87
(C) 0.99
(D) لا يمكن تحديدها

11. إذا كانت قيمة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيرين x و y تساوي -0.95، وكان $x' = -2x$ و $y' = y + 2$ ، أيّ من الخيارات التالية يمثل قيمة معامل الارتباط الخطّي بين x' و y' ؟

- (A) -0.95
(B) -0.85
(C) 0.95
(D) لا يمكن تحديدها

12. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين عدد سنوات الخبرة (x) لخمسة موظفين في إحدى الشركات، والراتب الشهريّ لكلّ منهم (y) بالآلاف الريالات القطريّة. أوجد معادلة خطّ الانحدار وارسمه على مخطّط الانتشار.

x	10	12	16	20	23
y	9	9.2	10	10.8	12

13. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين عمر مجموعة من الأشخاص، وقيمة القسط السنويّ لبوليصة التأمين على الحياة لكلّ منهم. استعمل الحاسبة لتحديد الخيار الذي يمثّل معادلة خطّ الانحدار لهذه المعطيات.

العمر (بالسنوات)	40	46	48	59	60	63
القسط السنوي (بمئات الريالات)	6	7	7.2	8.6	9	10

- (A) $y = 0.36x + 0.16$
 (B) $y = 0.16x - 0.36$
 (C) $y = 0.16x$
 (D) $y = -0.36x$

14. يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين متغيّرين x و y . إذا كانت معادلة خطّ الانحدار لقيم هذين المتغيّرين هي $y = -0.69x + 11.15$ أيّ من الخيارات التالية يمثّل القيمة الدنيا لمجموع مربّعات الفروق بين كلّ نقطة في مخطّط الانتشار، والنقطة المناظرة لها على خطّ الانحدار؟

x	14	12	10	8	7	6	5
y	2	4	2	5	6	7	9

- (A) 0.0256 (C) 0.9604
 (B) 8.7889 (D) 0.9025

15. استعمل خطّ الانحدار والمعطيات الواردة في التمرين السابق لتبيّن العلاقة بين خطّ الانحدار وقيمتي المتغيّرين $\bar{x}$ و $\bar{y}$.

16. يبين الجدول أدناه أسعار ستة أنواع من الحواسيب اللوحية والكمية المباعة من كل نوع.

سعر الحاسوب اللوحي الواحد (بالآلاف الريالات)	2.5	3.5	4	4.6	5	5.2
عدد الحواسيب اللوحية المبيعة (بالمئات)	4	3.9	3.5	2.9	1.8	1.7

أي من الخيارات التالية يمثل معادلة خط الانحدار للبيانات الواردة في الجدول؟

- (A) $y = 6.74x$
 (B) $y = -0.91x$
 (C) $y = -6.74x + 0.91$
 (D) $y = -0.91x + 6.74$

17. ما تفسير كل من الميل والمقطع y في معادلة خط الانحدار $y = 0.6x + 1$ حيث y كمية الإنتاج من البطاطس (بالصناديق) في بيوت بلاستيكية، و x الكمية المستعملة من مبيد الحشرات بالسنتيمترات المكعبة؟

18. قدر عدد المشتركين في نادٍ رياضي بعد أربع سنوات من افتتاحه. ثم قدر عدد المشتركين في نفس النادي بعد ثماني سنوات من افتتاحه. إذا كانت معادلة خط الانحدار هي $y = 2.2x + 25$ ، حيث y هو عدد المشتركين (بالعشرات) و x عدد السنوات منذ افتتاح النادي، هل تعتقد أن القيم التي أوجدتها دقيقة؟ فسر معنى ذلك.

19. عند كتابة معادلة خط الانحدار في صورة y بدلالة x ، أي من المتغيرين هو متغير استجابة، وأيها هو المتغير التفسيري؟ وماذا تعني قيمة الميل بالنسبة للعلاقة بين المتغيرين؟

20. يمثّل الجدول الأول أدناه العلاقة بين درجات 5 طّلاب من الصفّ الحادي عشر في اختبار الرياضيات، ودرجاتهم في اختبار الفيزياء. أمّا الجدول الآخر فيمثّل العلاقة بين درجات نفس الطّلاب في اختبار الرياضيات، ودرجاتهم في اختبار اللغة الإنجليزية. (الدرجات كلّها من مئة).
أيّ من الخيارات التالية غير صحيح؟

اختبار الرياضيات	30	55	65	80	100
اختبار الفيزياء	45	65	68	79	85

اختبار الرياضيات	30	55	65	80	100
اختبار اللغة الإنجليزية	77	72	75	81	97

(A) معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الأول

$$y = 0.58x + 30.44$$

هي

(B) معادلة خطّ الانحدار لبيانات الجدول الآخر

$$y = 0.29x + 61.51$$

هي

(C) يمكن تخمين درجة الطالب التقريبية

في اختبار اللغة الإنجليزية من خلال معرفة درجته في اختبار الرياضيات.

(D) يمكن تخمين درجة الطالب التقريبية

في اختبار اللغة الإنجليزية من خلال معرفة درجته في اختبار الفيزياء.

9 تقويم الأداء، النموذج A

تشير بعض الدراسات الإحصائية إلى وجود ترابط بين دخل الفرد الشهري وبعض العادات الاجتماعية. فيما يلي جداول تمثل عينات من ثلاثة بلدان مختلفة، تتضمن بيانات عن متوسط دخل الفرد الشهري، ونسبة ممارسته لعادة اجتماعية معينة. سوف تؤدي دور الخبير الإحصائي لتحديد ما إذا كان هناك ترابط بين دخل الفرد الشهري وممارسته لعادة اجتماعية معينة.

الجدول 1

رقم البلد	1	2	3	4	5	6
متوسط دخل الفرد الشهري	800 \$	850 \$	900 \$	950 \$	1 000 \$	1 050 \$
متوسط نسبة استخدام الفرد لوسائل النقل العام	40%	32%	36%	32%	32%	30%

الجدول 2

رقم البلد	1	2	3	4	5	6
متوسط دخل الفرد الشهري	800 \$	850 \$	900 \$	950 \$	1 000 \$	1 050 \$
متوسط نسبة الزيارات العائلية للفرد	30%	45%	10%	50%	20%	5%

الجدول 3

رقم البلد	1	2	3	4	5	6
متوسط دخل الفرد الشهري	800 \$	850 \$	900 \$	950 \$	1 000 \$	1 050 \$
متوسط نسبة العطل الصيفية خارج البلاد	31%	32%	33%	37%	35%	38%

1. أجب عن الأسئلة التالية.

a. ارسم مخططات الانتشار للجدول الثلاثة.

b. صف نوع الارتباط بين البيانات في كلّ جدول.

c. ارسم خطّ التطابق الأفضل لبيانات الجدولين 1 و 3 بشكل تقريبي.

2. a. أوجد قيمة معامل الارتباط لبيانات الجدولين 1 و 3، وقارن نوع الارتباط وقوّته بما استنتجته من مخطّطي انتشار بيانات هذين الجدولين.

b. أوجد معادلة خط الانحدار للجدولين 1 و 3

c. إذا افترضت أنّ متوسط دخل الفرد الشهري في الجدول الأول يمثله المتغير X ، وأنّ متوسط نسبة استخدام الفرد لوسائل النقل العام يمثله المتغير Y ، وليكن $X' = X - 400$ ، أوجد قيمة معامل الارتباط r' بين المتغيرين X' و Y .

3. استعمل المعطيات والمعلومات التي استنتجتها عن بيانات الجدول الأول للإجابة عن الأسئلة التالية.
a. أكمل الجدول التالي.

مربع الفرق	الفرق	القيمة المتوقعة على خط الانحدار	y	x

b. أوجد مجموع قيم مربعات الفوارق الواردة في الجدول الذي أكملته في الجزء a. ماذا يمثل هذا المجموع؟

c. قارن بين خط انحدار بيانات الجدول الأول وخط انحدار بيانات الجدول الثالث. أين كان التأثير الأكبر لدخل الفرد؟ ماذا يعني هذا التأثير؟

9 تقويم الأداء، النموذج B



يعمل ناصر مديرًا لشركة متخصصة في توزيع وبيع مشتقات النفط، وقد لاحظ أن سعر لتر البنزين تزايد خلال الأشهر الستة الماضية، وأن ذلك ترافق مع تغير في الطلب على هذه السلعة، الأمر الذي أوقعه في عجز عن تلبية الطلب أحيانًا أو أدى إلى فائض في السلعة في بعض الأحيان.

سنقوم في ما يلي بتحديد سعر اللتر الواحد من البنزين الذي يحقق التوازن بين العرض والطلب.

1. يوضح الجدول التالي الكميات أدناه، الكميات التي طلبها الزبائن من مادة البنزين (بملايين اللترات) خلال الأشهر الستة الماضية، ومعدل سعر اللتر الواحد من البنزين خلال تلك الأشهر.

الشهر	1	2	3	4	5	6
معدل سعر 1 لتر من البنزين (QR)	1.65	1.68	1.73	1.75	1.8	1.85
الطلب (بملايين اللترات)	12.4	11	10.5	9.9	9.8	8.85

a. أنشئ مخطط انتشار هذه البيانات.

c. أوجد معادلة خط الانتشار ومثله بيانيًا.

b. أوجد قيمة معامل الارتباط بين سعر اللتر الواحد من البنزين والطلب عليه، واستنتج قوة الارتباط.

2. يبين الجدول أدناه، الكميات التي كانت الشركة على استعداد لطرحها في الأسواق من مادة البنزين (بملايين اللترات) خلال الأشهر الستة الماضية، وكذلك معدل سعر اللتر الواحد خلال تلك الأشهر.

الشهر	1	2	3	4	5	6
معدل سعر 1 لتر من البنزين (QR)	1.65	1.68	1.73	1.75	1.8	1.85
العرض (بملايين اللترات)	7.5	8.1	8.9	10.2	11.5	12.7

3. أوجد السعر التقريبي الذي يحقق التوازن بين العرض والطلب.

a. أنشئ مخطط انتشار هذه البيانات في نفس المستوى الإحداثي السابق.

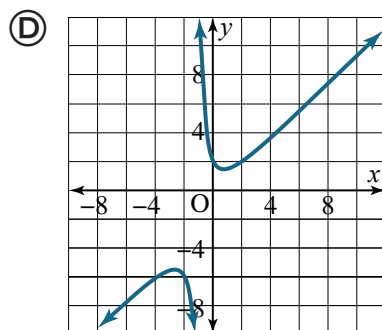
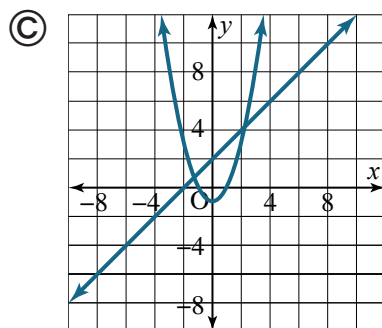
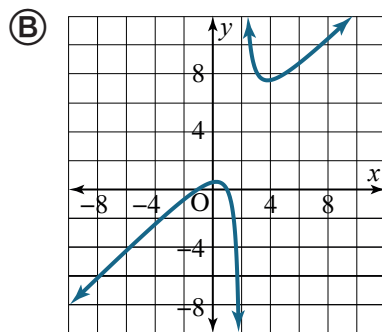
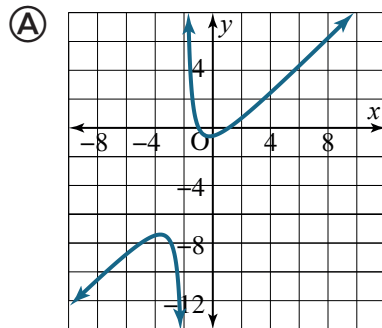
b. أوجد قيمة معامل الارتباط، واستنتج قوة الارتباط بين معدل سعر اللتر الواحد من البنزين والكميات المعروضة للبيع.

4. حدّد قيم معدلات أسعار اللتر الواحد من البنزين عند توافر فائض من البنزين عند الشركة، وكذلك عند عجز الشركة عن تلبية الطلب، علماً أنّ معدل الأسعار يجب ألا يقلّ عن QR 1.4 ولا يزيد عن QR 2.2.

c. أوجد معادلة خط الانتشار ومثله بيانيًا في نفس المستوى الإحداثي السابق.

اختبار نهاية السنة الدراسية

5. حدّد التمثيل البياني للدالة $h(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ من خلال ملاحظة سلوك الدالة حول القيمة التي لا تنتمي إلى مجالها.



1. الصيغة الارتدادية الممكنة للمتتالية

2, 5, 11, 23, ...، حيث $n \geq 1$ ، هي

- (A) $a_{n+1} = a_n + 3$
- (B) $a_{n+1} = a_n - 12$
- (C) $a_{n+1} = 2a_n + 1$
- (D) $a_{n+1} = 2a_n + 2$

2. إذا كان الحدّ الأول لمتتالية حسابية 5 والفرق الثابت

فيها 3، فإنّ صيغة الحدّ العام لهذه المتتالية،

حيث $n \geq 1$ ، هي

- (A) $a_n = 3 + 4n$
- (B) $a_n = 5 + 3n$
- (C) $a_n = 3 + 5(n - 1)$
- (D) $a_n = 5 + 3(n - 1)$

3. أيّ من المتتاليات التالية متتالية هندسية،

حيث $n \geq 1$ ؟

- (A) $a_n = a_1 + n^2$
- (B) $a_n = 3 \times 3^{n-1}$
- (C) $a_n = 3^n + 1$
- (D) $a_n = 3a_{n-1} + 3$

4. إذا كان $\sum_{i=1}^n 3^i = 156(n + 1)$ ، حيث $n \geq 1$ ، فإنّ

- (A) $n = 5$
- (B) $n = 6$
- (C) $n = 7$
- (D) $n = 8$

6. الدالة $f(x) = \frac{4x}{x^2 - 4}$ هي جمع الدالتين $g(x)$ و $h(x)$ حيث

(A) $g(x) = \frac{2x}{x+2}$ و $h(x) = \frac{2x}{x-2}$

(B) $g(x) = \frac{1}{x+2}$ و $h(x) = \frac{1}{x-2}$

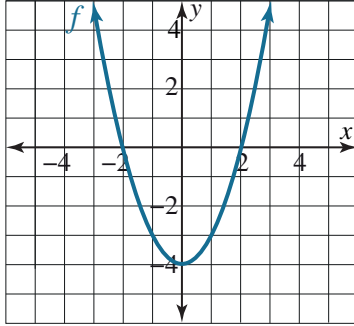
(C) $g(x) = \frac{-x}{x+2}$ و $h(x) = \frac{x}{x-2}$

(D) $g(x) = \frac{x}{x+2}$ و $h(x) = \frac{-x}{x-2}$

7. اكتب معادلة معكوس الدالة $f(x) = -\sqrt{1-x}$.

ثم مثل الدالة f والمستقيم $y = x$ والدالة g ، التي هي معكوس الدالة f ، بيانيًا في نفس المستوى الإحداثي في الفترة $[-\infty, 1]$ مبينًا العلاقة بين منحنى الدالة f ومنحنى معكوسها.

8. اذكر التحويلات الهندسية التي يجب تنفيذها بالترتيب على منحنى الدالة f للحصول على منحنى الدالة $g(x) = -[3f(x-3) - 1]$. ثم ارسم منحنى الدالة g إذا كان منحنى الدالة f هو المعطى.



9. مثل الدالة $g(x) = -x^2 + 2x - 2$ بيانيًا، وحدد النقطة التي تمثل رأس المنحنى.

10. استعمل نظرية العامل لتحديد ما إذا كان $(x + 1)$ أحد عوامل $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

11. إذا أوضحت التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x}$ بمقدار 7 وحدات إلى اليسار، و 3 وحدات إلى الأعلى،
أي من الخيارات التالية يمثل دالة التمثيل البياني الناتج عن هذه الإزاحة؟

- (A) $y = 7 + \sqrt{x + 3}$
(B) $y = 3 + \sqrt{x + 7}$
(C) $y = 3 + \sqrt{x - 7}$
(D) $y = -3 + \sqrt{x + 7}$

12. أي من الدوال التالية لها نفس التمثيل البياني الذي للدالة $y = |x - 2| + |x - 1|$

- (A) $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \leq 1 \\ 1 & 1 < x < 2 \\ -2x + 3 & 2 \leq x \end{cases}$
(B) $f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 1 \\ 1 & 1 < x < 2 \\ 2x & 2 \leq x \end{cases}$
(C) $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & x \leq 1 \\ -3 & 1 < x < 2 \\ 2x - 3 & 2 \leq x \end{cases}$
(D) $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & x \leq 1 \\ 1 & 1 < x < 2 \\ 2x - 3 & 2 \leq x \end{cases}$

13. أي من الخيارات التالية يمثل خطوط التقارب الأفقية والرأسية لمنحنى الدالة $y = \frac{x-1}{x^3-x^2}$ ؟

- (A) $x = 0$ و $y = 0$
(B) $x = 1$ و $x = 0$ و $y = 0$
(C) $x = 1$ و $x = 0$
(D) $x = 1$ و $y = 0$

14. أي من الخيارات التالية يمثل السلوك الطرفي للدالة $f(x) = \frac{-3x-1}{x+2}$ عندما $x \rightarrow \pm\infty$ ؟

- (A) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$
(B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{3}$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\frac{1}{3}$
(C) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -3$
(D) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -2$

15. لتكن الدالة الأسية $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)4^x$. حدّد مجال ومدى هذه الدالة، والمقطع y وخطوط التقارب لمنحنائها. ثم أوجد قيمة $f(2)$.

16. أي من الدوال التالية هي معكوس الدالة الأسية $f(x) = 5^x$ ؟

- (A) $y = 5^x$
(B) $y = x^5$
(C) $y = \log_x 5$
(D) $y = \log_5 x$

17. مثل الدالة $f(x) = \log_2(3x)$ ، بيانيًا، ثم أوجد معكوسها ومثله بيانيًا في نفس المستوى الإحداثي.

20. يستعمل في مقياس "ريختر" للزلازل النموذج $R(E) = 0.67 \log(0.37E) + 1.46$ ، حيث E الطاقة (بالكيلوواط ساعة) التي يطلقها الزلزال و $R(E)$ هي شدة الزلزال. أي من الخيارات التالية يمثل كمية الطاقة التي يجب أن يطلقها زلزال شدته 7 على مقياس ريختر؟

- (A) $E = -5 \times 10^8$
- (B) $E = -2.7 \times 10^8$
- (C) $E = 2.7 \times 10^8$
- (D) $E = 5 \times 10^8$

21. أي من الخيارات التالية ينطبق على الزاوية $\theta = 765^\circ$ ؟

- (A) $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B) $\tan \theta = 1$ و $\cos \theta = \frac{1}{2}$
- (C) $\csc \theta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ و $\tan \theta = \sqrt{3}$
- (D) $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$

22. أي من الخيارات التالية يمثل قياس الزاوية المرجعية للزاوية 140° في الوضع القياسي؟

- (A) -140°
- (B) -40°
- (C) 40°
- (D) 140°

23. استعمل دائرة الوحدة لإيجاد قيمة كل من $\sin \theta$ و $\cos \theta$ إذا كانت $\theta = \frac{5\pi}{6}$

19. أي من الخيارات التالية يمثل حل المعادلة $5^{5x-2} = 125^x$ ؟

- (A) $x = -1$
- (B) $x = -\frac{1}{2}$
- (C) $x = \frac{1}{2}$
- (D) $x = 1$

24. مثل الدالة $f(x) = \sin 2x$ بيانًا بدون استعمال الحاسبة البيانية.

27. أي من الخيارات التالية يمثل الصورة المبسطة للمقدار

$$(\cot^2 x + 1)(\tan^2 x + 1)(\sin^2 x \cos^2 x)$$

- (A) 1
(B) $\sin^2 x \cos^2 x$
(C) $\sin^2 x$
(D) $\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$

28. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

$$\frac{\tan 30^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 30^\circ \tan 15^\circ} = \tan 15^\circ \quad (A)$$

$$\frac{\tan 30^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 30^\circ \tan 15^\circ} = 1 \quad (B)$$

$$\frac{\tan 30^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 30^\circ \tan 15^\circ} = \sqrt{3} \quad (C)$$

$$\frac{\tan 30^\circ + \tan 15^\circ}{1 - \tan 30^\circ \tan 15^\circ} \quad (D) \text{ لا يمكن معرفة قيمة إلا باستعمال الحاسبة.}$$

29. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

$$\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \quad (A)$$

$$\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ = 1 \quad (B)$$

$$\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (C)$$

$$\sin 75^\circ \cos 15^\circ - \cos 75^\circ \sin 15^\circ \quad (D) \text{ لا يمكن معرفة قيمة إلا باستعمال الحاسبة.}$$

30. أي من الخيارات التالية هو الخيار الصحيح؟

$$1 - 2 \sin^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (A)$$

$$1 - 2 \sin^2 15^\circ = \frac{1}{2} \quad (B)$$

$$1 - 2 \sin^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (C)$$

$$1 - 2 \sin^2 15^\circ = 1 \quad (D)$$

25. أي من الخيارات التالية يمثل التحويلات الهندسية اللازمة لتحويل التمثيل البياني للدالة الرئيسية $f(x) = \cos x$ إلى التمثيل البياني للدالة $g(x) = -3\cos(4x)$ ؟

- (A) تضيق أفقي بمعامل مقداره 4 ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره 3، ثم انعكاس عبر المحور x
(B) تضيق أفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$ ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره 3، ثم انعكاس عبر المحور x
(C) تضيق أفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$ ثم تضيق رأسي بمعامل مقداره 3، ثم انعكاس عبر المحور x
(D) تضيق أفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{4}$ ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره 3، ثم انعكاس عبر المحور y

26. أي من الخيارات التالية يمثل التحويلات الهندسية اللازمة لتحويل التمثيل البياني للدالة الرئيسية $f(x) = \sin x$ إلى التمثيل البياني للدالة $y = 2 \sin\left(\frac{x}{5}\right) + \frac{\pi}{2}$ ؟

- (A) تمدد أفقي بمعامل مقداره 5، ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره $\frac{1}{2}$ ، ثم إزاحة رأسيّة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ إلى الأعلى
(B) تمدد أفقي بمعامل مقداره $\frac{1}{5}$ ، ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره 2، ثم إزاحة رأسيّة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ إلى الأعلى
(C) تمدد أفقي بمعامل مقداره 5، ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره $\frac{\pi}{5}$ ، ثم إزاحة رأسيّة بمقدار وحدتين إلى الأعلى
(D) تمدد أفقي بمعامل مقداره 5، ثم تمدد رأسي بمعامل مقداره 2، ثم إزاحة رأسيّة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ إلى الأعلى

31. أيّ مما يلي يساوي $\sin 4x$ ؟

- (A) $4 \sin x - 4 \cos x$
 (B) $2 \sin 2x$
 (C) $4 \sin x \cos^2 x - 4 \sin^2 x \cos x$
 (D) $4 \sin x \cos^3 x - 4 \sin^3 x \cos x$

32. أيّ من الخيارات التالية يمثّل حلّ المعادلة المثلثيّة $4 \cos^2 x - 4 \cos x + 1 = 0$ في الفترة $[\pi, -\pi]$ ؟

- (A) $x = -\frac{\pi}{3}$
 (B) $x = \pm \frac{\pi}{3}$
 (C) $x = \frac{\pi}{3}$
 (D) $x = \pm \frac{\pi}{3}$ أو $x = 0$

33. أيّ من الخيارات التالية يمثّل عدد الكلمات المؤلّفة من 5 أحرف (بغض النظر عن ترتيبها في القاموس) ويمكن تكوينها باستعمال أحرف كلمة "نرمين"؟

- (A) 5 (C) 5!
 (B) 5×5 (D) $\frac{5!}{2!}$

34. يريد أ ب أن يختار اثنين من أبنائه الستّة لتمثيله في القيام بواجب تهنئة، وذلك من دون أن يعبر أهميّة لأيّ معيار محدّد للاختيار. أوجد عدد الطرائق التي يمكنه من خلالها اختيار هذين الابنين.

35. إذا كانت E_1 و E_2 و E_3 حوادث متنافية وشاملة، أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة $P(E_1)$ إذا كان $P(E_1) = \frac{1}{4}P(E_2) = \frac{1}{3}P(E_3)$ ؟

- (A) $\frac{1}{8}$
 (B) $\frac{1}{7}$
 (C) $\frac{3}{8}$
 (D) $\frac{1}{2}$

36. تم توزيع استمارة لإحصاء عدد المدخّنين في مجموعة معيّنة، عدد الجامعيّين فيها مساوٍ لعدد الذين لم يدخلوا الجامعة، فكانت النتائج كما هي مبينة في الجدول أدناه.

جامعيّون		لم يدخلوا الجامعة	
مدخّنون	غير مدخّنين	مدخّنون	غير مدخّنين
75%	25%	60%	40%

إذا اخترت شخصًا من هذه المجموعة عشوائيًا، أيّ من الخيارات التالية يمثّل احتمال أن يكون هذا الشخص جامعياً، علماً أنّه من غير المدخّنين؟ (ارسم مخطّط الشجرة ليساعدك في الوصول إلى الحلّ بسرعة).

- (A) $\frac{1}{8}$
 (B) $\frac{1}{13}$
 (C) $\frac{5}{13}$
 (D) $\frac{5}{17}$

37. أيّ من الخيارات التالية يمثّل قيمة، ونوع، وقوّة معامل الارتباط الخطّي بين المتغيّرين x و y في الجدول أدناه.

x	1	2	3	4	5	6
y	0.1	0.2	0.3	0.2	0.4	0.1

- (A) $r \approx 0.01$ ، نوع الارتباط وقوّته: موجب ضعيف
 (B) $r \approx 0.23$ ، نوع الارتباط وقوّته: موجب ضعيف
 (C) $r \approx 0.23$ ، نوع الارتباط وقوّته: موجب قويّ
 (D) $r \approx 0.01$ ، نوع الارتباط وقوّته: موجب قويّ

38. إذا كان معامل الارتباط الخطّي بين المتغيّرين x و y

يساوي -0.5 ، وكان $x' = 1 + x$ و $y' = 1 - y$ ،

أي من الخيارات التالية يمثّل قيمة معامل الارتباط

الخطّي بين المتغيّرين x' و y' ؟

(A) -0.5

(B) 0.5

(C) 1

(D) لا يمكن معرفته

39. بيّن الجدول أدناه العلاقة بين درجات ستّة طلاب

في اختبار الكيمياء (x) ودرجاتهم في اختبار

الرياضيات (y). أي من الخيارات التالية يمثّل

معادلة خطّ الانحدار بين المتغيّرين x و $y + 2$ ؟

x	9	4	4	5	8	7
y	8	8	6	7	7	8

(A) $y = 0.16x + 6.34$

(B) $y = 6.34x + 0.16$

(C) $y = 0.16x + 8.34$

(D) $y = 8.34x + 0.16$

40. إذا كانت معادلة خطّ الانحدار الذي يمثّل

العلاقة بين درجات مجموعة الطلاب في اختبار

التاريخ (x) ودرجاتهم في اختبار الجغرافيا (y)

هي $y = 0.22x + 6$ ، أي من الخيارات التالية يمثّل

الدرجة التقريبية في اختبار الجغرافيا لطالب درجته

في اختبار التاريخ هي 5؟

(A) لا يمكن استنتاجها

(B) 4.6

(C) 6.22

(D) 7.1

Photographs

Topic 1:

Top Left unsplash/Shutterstock;

Topic 5:

Top Left 5W Studio/Shutterstock; **Bottom Left** Technicsorn Stocker/Shutterstock;

Topic 6:

Top Left Valentina Proskurina/Shutterstock; **Bottom Left** AKaiser/Shutterstock; **Top Left** Designua/Shutterstock;

Topic 8:

Top Left arrowsmith2/Shutterstock;

Topic 9:

Top Left Andrey_Popov/Shutterstock