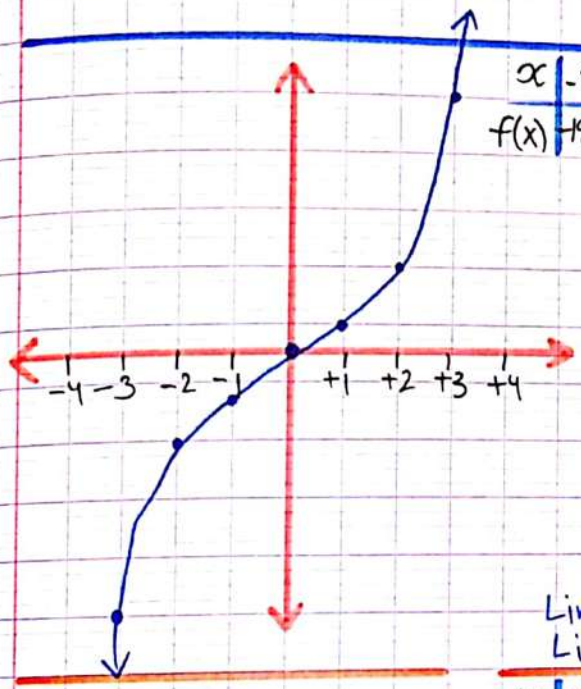
1-1 دوال القوى والدوال الجذرية

دوال احادية الحد ← $f(x) = ax^n$ ← n: زوجي / فردي ; a: موجب / سالب

الدوال الجذرية ←
- صيغة جذرية: $\sqrt[n]{x^p}$
- صيغة اسية: $= x^{\frac{p}{n}}$



س 2 ص 10

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-1944	-256	-8	0	8	256	1944

$g(x) = 8x^5$

(x) مجال :- $(-\infty, \infty)$

(y) مدى :- $(-\infty, \infty)$

تقاطع :- $(0,0)$

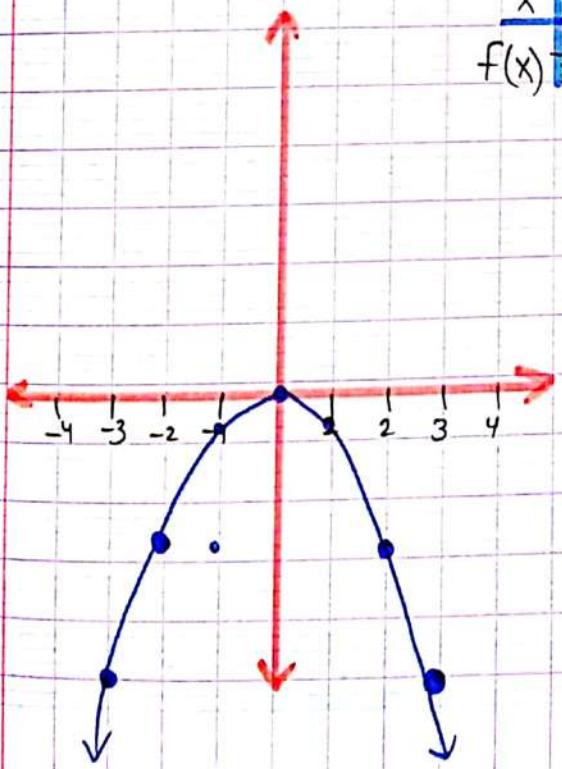
اتصال :- متصلة على المجال

قيم قصوى :- لا يوجد

تزايد :- $(-\infty, \infty)$

تناقص :- لا يوجد

سلوك طرفي :- $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$; $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$



س 4 ص 10

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-324	-64	-4	0	-4	-64	-324

(x) مجال :- $(-\infty, \infty)$

(y) مدى :- $(-\infty, 0)$

تناقص :- $(-\infty, 0)$

تزايد :- لا يوجد

قيم قصوى :- $(0,0)$ ← كبرى

تقاطع :- $(0,0)$ ← نقطة الأصل

اتصال :- على المجال

سلوك طرفي :- $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Scanned by CamScanner

الدّوال كثيرة الحدود 1.2

معامل الحد الرئيسي:- العامل الذي يقع بالقرب من أكبر أس

$$f(x) = a(x-b)^n + K$$

- $(x-b)^n$ ← إزاحة أفقية: يمين (−)، يسار (+)
- $+K$ ← إزاحة رأسية: لأعلى (+)، لأسفل (−)

اختبار السلوك الطرفي :-

[n = الدرجة
a_n = معامل الحد الرئيسي]

* درجة الدالة (زوجي / فردي)
* معامل الحد الرئيسي (+) (−)

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$	*1 : (+) a_n / فردي n
$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$	*2 : (−) a_n / فردي n
$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$	*3 : (+) a_n / زوجي n
$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$	*4 : (−) a_n / زوجي n

Scanned by CamScanner

وَضْحُ السُّلُوكُ الطَّرَفِي :-

12) $f(x) = -5x^7 + 6x^4 + 8$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

$n \rightarrow$ فردي

$a_n \rightarrow$ سالب

14) $g(x) = 5x^4 + 7x^5 - 9$

$n \rightarrow$ موجب (زوجي)

$a_n \rightarrow$ فردي (موجب)

18) $f(x) = x(x+1)(x-3)$

$(x^2+x)(x^2-3x)$

$x^4 - 3x^3 + x^3 - 3x^2$

$= [x^4 - 2x^3 - 3x^2]$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

$a_n \rightarrow$ موجب

$n \rightarrow$ زوجي

19) $g(x) = x^2(x+4)(-2x+1)$

$(x^3+4x^2)(-2x^3+x^2)$

$= -2x^6 + x^5 + (-8x^5) + 4x^4$

$= [-2x^6 - 7x^5 + 4x^4]$

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$

20) $f(x) = -x(x-4)(x+5)$

$(-x^2+4x)(-x^2-5x)$

$x^4 + 5x^3 + (-4x^3) - 20x^2$

$= [x^4 + x^3 - 20x^2]$

$n \rightarrow$ ~~فردي~~ زوجي

$a_n \rightarrow$ موجب

$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$ $\lim_{x \to -\infty} f(x) \infty$

Scanned by CamScanner

1-3 نظريتا الباقي والعامل

ناتج القسمة
المقسوم عليه | المقسوم

المقسوم: الناتج + الباقي × المقسوم عليه

$$(x-c)=0$$

باقي القسمة $= f(c)$

★ إذا كان r هو الباقي بعد عملية القسمة التركيبية لـ $f(x)$ من $(x-c)$، فإن العبارات التالية تكون صحيحة.

- r هي قيمة $f(c)$
- إذا كان $r=0$، فإن $(x-c)$ هو عامل $f(x)$
- إذا كان $r=0$، فإن c هو تقاطع المحور الأفقي x للتمثيل البياني
- إذا كان $r=0$، فإن $x=c$ هو حل $f(x)=0$

Scanned by CamScanner

6-1 أصفار الدوال كثيرة الحدود

العدد النسبي :-

* هو عدد يكتب بالشكل $(\frac{a}{b})$ حيث "a و b" أعداد صحيحة و "$b \neq 0$"

مثال ← $(\pi = \frac{22}{7})$

(كيف يمكننا استخراج الأصفار النسبية المحتملة ؟ (!؟))

عوامل معامل الحد الثابت ← لا يحمل أي متغير
عوامل معامل الحد الرئيس ← يحمل أكبر أس

نظرية الجبر الأساسية :-

* تحتوي أي دالة كثيرة حدود من الدرجة (n) على عدد (n) معين من الأصفار، بما في ذلك الأصفار المكررة

بمعنى !!

* (مجموع الأصفار هو نفسه درجة الدالة)

$i = \sqrt{-1}$

$i^2 = -1$

قاعدة ديكارت للإشارات :-

1. عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة (f) يساوي عدد تغيرات الاشارة للدالة $f(x)$ أو أصغر من هذا العدد بمقدار عدد زوجي.
2. عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة (f) هو نفسه عدد تغيرات الاشارة للدالة $f(-x)$ أو أصغر من هذا العدد بمقدار عدد زوجي محدد.

نظرية الجذر المرافق :-

معادلة كثيرة حدود تحتوي على (عدد حقيقي) [+] (عدد تخيلي)

مثال ← $(a + bi)$

عدد الأصفار الحقيقية (+)	عدد الأصفار الحقيقية (-)	عدد الأصفار التخيلية	عدد الأصفار
عدد ما أو أصغر برقم زوجي	على حسب تكمله الجدول	✓	X ← على حسب الأس الأكبر

Scanned by CamScanner

1-5 الدوال النسبية

ناتج قسمة دالتين حيث دالة المقام لا تساوي صفر.

$$f(x)=\frac{a(x)}{b(x)} \quad b(x)\neq 0$$

مجالات الدوال:-

1. كثيرة الحدود $(D=R)$
2. الجذرية
   - زوجية $\sqrt{g(x)}$ ← مجالها $g(x)\geq 0$ بالإضافة إلى
   - فردية $\sqrt{g(x)}$ ← مجالها هو مجال $g(x)$
3. النسبية ← $(D=R)$ ماعدا أصفار المقام
4. اللوغاريتمية ← $\log f(x)$ ← $f(x)>0$
5. الأسية ← $f(x)=b^x$ ← $(D=R)$

خطوط التقارب:-

* **الرأسية:**

نوجد أصفار المقام حيث $(B(x)=0)$

* **الأفقية:** (واحد على الأكثر)

1) درجة البسط < درجة المقام (أكبر) ← خط مقارب افقي $y=0$

2) درجة البسط = درجة المقام ← خط مقارب افقي $\left(y=\frac{a(x)\text{ معامل رئيسي}}{b(x)\text{ معامل رئيسي}}\right)$

3) درجة البسط > درجة المقام ← لا يوجد مقارب افقي

أكبر بدرجة واحدة ← ★ يوجد مقارب مائل

Scanned by CamScanner

1-6 المتباينات غير الخطية

$\leq$ أصغر أو يساوي

$\geq$ أكبر أو يساوي

$<$ أصغر

$>$ أكبر

$\{\ \}^*$ ← قوس المجموعة

$(\ )^*$ ← فترة مفتوحة

$[\ ]^*$ ← فترة مغلقة

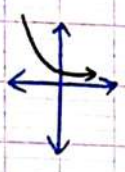
* إذا كانت أصغر أو أكبر من ← "مفتوح"

* إذا كانت أصغر من أو = أو أكبر أو = ← "مغلقة"

[نقرأ المتباينة من جهة (x)]

Scanned by CamScanner

2-1 الدوال الأسية

النمو الأسي	التضاؤل الأسي
$f(x)=b^x$ $b>1$	$f(x)=b^x$  $0<b<1$

$$f(x)=a(b)^{(x-h)}+K$$

- a ← تمدد أو انضغاط رأسي
- $-a$ ← انعكاس حول محور (x)
- x ← تمدد أو انضغاط أفقي
- $-x$ ← انعكاس حول محور (y)
- h ← إزاحة للبسار
- $-h$ ← إزاحة لليمين
- K ← إزاحة لأعلى
- $-K$ ← إزاحة لأسفل

الأساس الطبيعي :-

$e=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$

$e=2.71828\ldots$ ← "العدد النيبيري" ←

الدالة الأسية طبيعية الأساس ← $f(x)=e^x$

مرابحة مركبة

$A=P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$

- A ← المبلغ الناتج أو المرابحة
- P ← المبلغ الأولي
- r ← %
- n ← عدد المرات بالسنة
- t ← عدد السنوات

مرابحة مركبة مستمرة

$A=Pe^{rt}$

- A ← المبلغ الناتج
- P ← المبلغ الأولي
- e ← 2.718...
- r ← %
- t ← عدد السنوات

نمو أو تضاؤل أسي

$N=N_0(1+r)^t$

- $r>0$ ← نمو
- $r<0$ ← تضاؤل

نمو أو تضاؤل أسي مستمر

$N=N_0e^{kt}$

- $k>0$ ← نمو مستمر
- $k<0$ ← تضاؤل مستمر

Scanned by CamScanner

2-2 دوال لوغاريتمية

الشكل اللوغاريتمي $\log_b x = y$ ⟺ الشكل الأسي $b^y = x$

الدالة اللوغاريتمية ← انعكاس للدالة الاسية بالنسبة للخط $(y=x)$ ← الذي ينصف الربع (1) و (3)

★ الخصائص الأساسية للوغاريتمات :-

- $\log_b 1 = 0$
- $\log_b b = 1$
- $\log_b b^x = x$
- $b^{\log_b x} = x, x>0$

اللوغاريتم العادي :-

$y = 10^x$ ⟶ $y = \log x$

خصائصه :-

- $\log 1 = 0$
- $\log 10 = 1$
- $\log 10^x = x$
- $10^{\log x} = x, x>0$

اللوغاريتم الطبيعي :-

$y = \ln x$ معكوسا $y = e^x$

خصائص :-

- $\ln 1 = 0$
- $\ln e = 1$
- $\ln e^x = x$
- $e^{\ln x} = x, x>0$

Scanned by CamScanner

2-3 خصائص اللوغاريتمات

* خاصية ناتج الضرب ← $\log_b xy = \log_b x + \log_b y$
* خاصية ناتج القسمة ← $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
* خاصية الأس الثابت ← $\log_b x^p = p \log_b x$

تغيير صيغة الأساس :-

- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_b x = \frac{\log x}{\log b}$
- $\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$

Scanned by CamScanner