الدرس الثالث

حل نظام مكون من متباينات خطية بمتغيرين

البحث داخل الصورة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (3) | الوحدة (1)

حل نظام مكون من متباينات خطية بمتغيرين بيانياً

أولاً : تمثيل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً

نعلم أن المتباينة هي جملة رياضية تحوي على $<$ ، $>$ ، $\leq$ ، $\geq$ مع وجود متغير أو متغيرين .

مثلاً : $x \geq 2$ ، $x+y \leq 4$ ، $2x-y \leq 0$ ، ...

الزوج المرتب (a, b) الذي يحقق المتباينة هو حل لها حيث نعوض a بدل x ، b بدل y ونتحقق من صحة المتباينة

مثال مثّل المتباينات الآتية بيانياً

① $2x+3y \geq 12$

خطوة (1) نحولها لمعادلة باستبدال $\geq$ بالمساواة

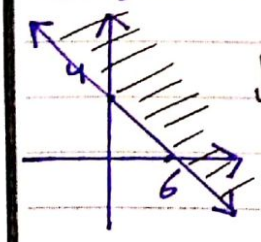
$2x+3y=12$

خطوة (2) نجد مقطع المستقيم مع محور x ومحور y كما يلي :-

عند $x=0$ ← $0+3y=12$ ، $y=4$

عند $y=0$ ← $2x+0=12$ ، $x=6$

x	0	6
y	4	0



نعين النقطتان في المستوى البياني ونصل بينهما بخط متصل لوجود مساواة .

لمعرفة منطقة الحل أعلى أم أسفل نختبر نقطة وليكن $(0,0)$

$2(0)+3(0) \geq 12$ ✗

عليه الحل يساوي اتجاهها

② $y < 3x$

الحل :

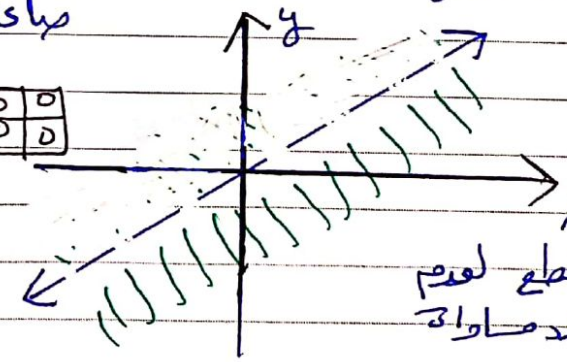
$y=3x$

عند $x=0$ ← $y=0$

عند $y=0$ ← $x=0$

هنا معامل x موجب صاعد

x	0	0
y	0	0



متصل لعدم وجود مساواة

اختبر $(0,1)$ ← $0 < 3(1)$

$0 < 3$ صحيحة

نظلل اتجاه النقطة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثل بيانياً :-

a) $y \geq -1$ b) $x < 3$

c) $y \geq 0.5x$ d) $2x - y < 8$

الحل :-

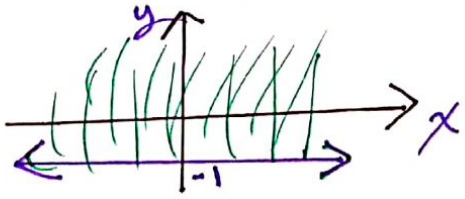
a) $y = -1$

اختبر $(0,0)$

صحيحة $0 \geq -1$

نظلل جهة $(0,0)$

وجود y بدون x هنا خط أفقي

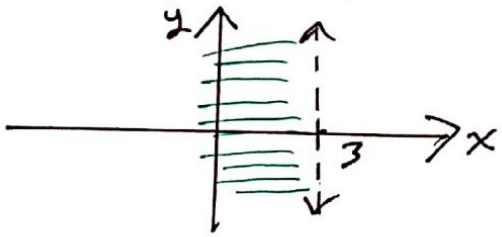


b) $x = 3$

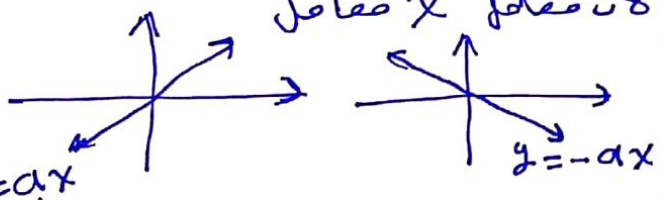
اختبر $(0,0)$

صحيحة $0 < 3$

وجود x بدون y هنا خط عمودي



هنا ما عدا خط صاعد من $(0,0)$ لأن معامل x موجب

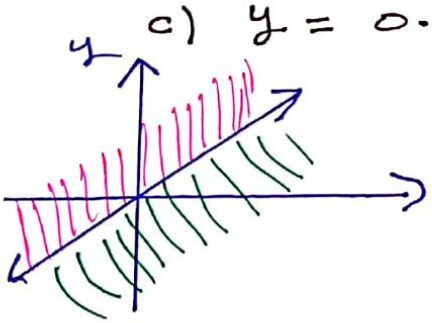


c) $y = 0.5x$

اختبر $(1,0)$

$0 \leq (0.5)(1)$

صحيحة



d) $2x - y = 8$

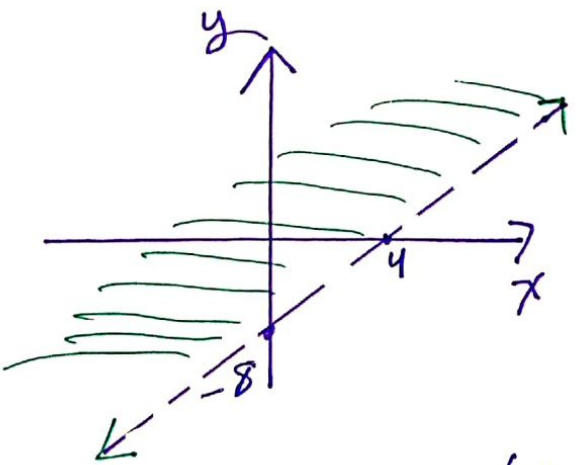
عند $x = 0$ ← $-y = 8$

$y = -8$

عند $y = 0$ ← $2x = 8$

$x = 4$

x	0	4
y	-8	0



اختبر $(0,0)$

$0 - 0 < 8$

صحيحة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

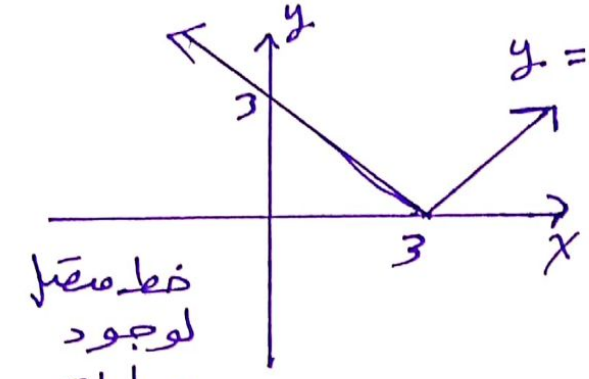
ثانياً: تمثيل متباينة القيمة المطلقة بمتغيرين

مثال مثل المتباينة $y \geq |x-3|$

خطوة (1): نحولها لمعادلة $y = |x-3|$

خطوة (2): نرسم كما تعلمنا سابقاً في الدرس (2) بكتابة بطريقة الرسم السريع

صيغة الراس $(3, 0)$ وقيمة a موجبة وقيلة $\cup$ على



خط متصل لوجود مساواة

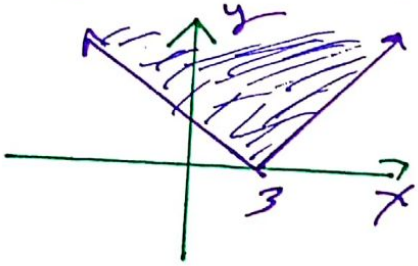
خطوة (2):-

اختر أي نقطة $\cup$ تقع على المستقيمين ولتكن $(0,0)$ وعوضها في المتباينة

$0 \geq |0-3|$

$0 \geq 3$ خطأ

نظلل المكان الذي $\cup$ تقع منه $(0,0)$

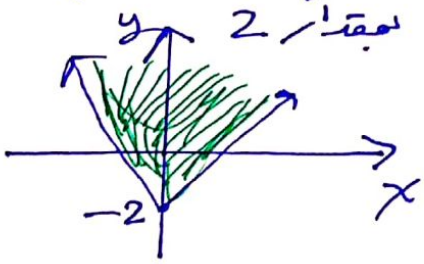


مثل بيانياً (التحقق من وجهين)

c) $y \geq |x| - 2$

$x = 0$

نصفل إزاحة $\cup$ لأسفل بمقدار 2



اختبر $(0,0)$

$0 \geq |0| - 2$

$0 \geq -2$

صحيحة

b) $y \leq |x-4| + 1$

$y = |x-4| + 1$

$x - 4 = 0$

$x = 4$

نصفل إزاحة على بمقدار (1)

اختبر $(0,0)$

$0 \leq |0-4| + 1$

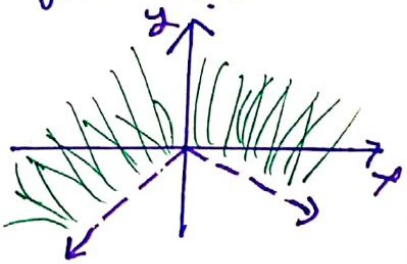
$0 \leq 5$ صحيحة

نظلل جهتها

a) $y > -\frac{1}{2}|x|$

$y = -\frac{1}{2}x$

هنا الراس $(0,0)$ و a سالب نصفل



اختبر $(2,2)$

$2 > -\frac{1}{2}|2|$

$2 > -1$ صحيحة

نظلل خارج الخطين

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

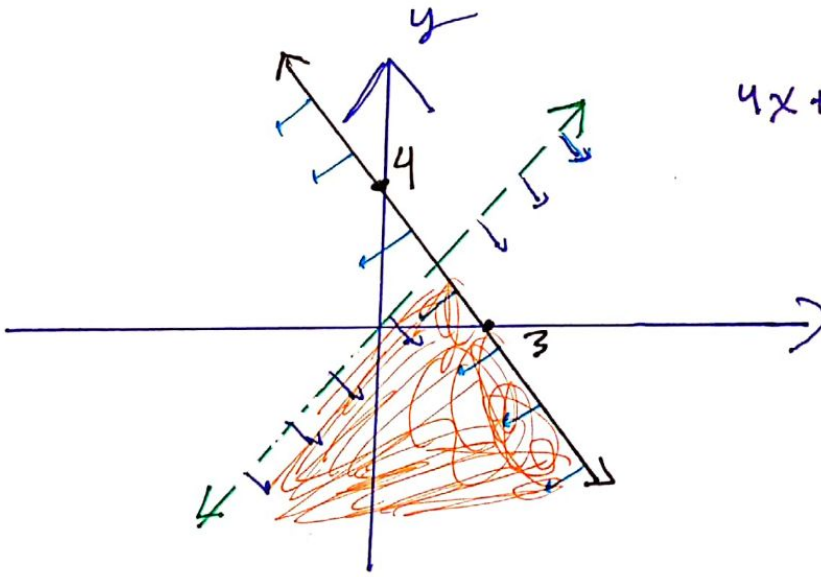
ثالثاً حل نظام مكون من متباينات خطية

يتكون نظام المتباينات الخطية من متباينتين خطيتين أو أكثر ويطلق على مجموعة الأزواج المرتبة التي تحقق المتباينات جميعها اسم مجموعة الحل ولحل النظام نقوم بتمثيل كل متباينة بيانياً وأخذ المنطقة المشتركة

مثال مثّل منطقة حل نظام المتباينات الآتية

$4x+3y \le 12$

$y-2x < 0$



الحل:-

المتباينة الأولى $4x+3y \le 12$

$4x+3y=12$

عندما $x=0 \leftarrow 3y=12$

$y=4$

عندما $y=0 \leftarrow 4x=12$

$x=3$

x	0	3
y	4	0

المتباينة الثانية $y-2x<0$

$y-2x=0$

خط حدود $y=2x$

الاختبار

المتباينة الأولى (0,0)

$0+0 \le 12$

صحيحة

المتباينة الثانية (0,1)

$0-2<0$

$-2<0$

صحيحة

نظلل وتختار المشترك حيث تظلل بلونين وتختار المنطقة التي تحتوي اللونين أو وضع أسهم صغيرة

للتحقق

اختر نقطة داخل منطقة الحل ولتكن (0,1)

المتباينة الأولى

✓ $4+0 \le 12$

✓ $0-2<0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثل بيانياً منطقة حل نظام المتباينات الآتي (40 الحقه منوعه ص)

a) $y < x + 5$

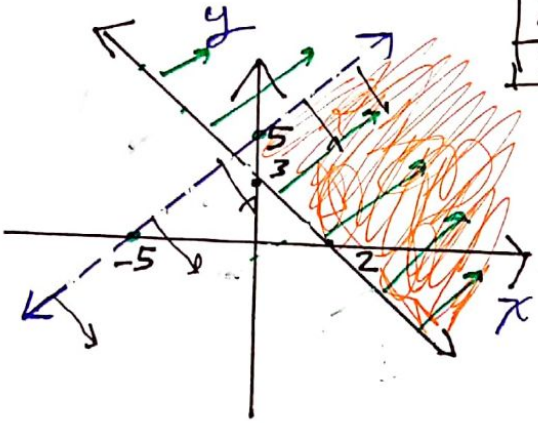
$3x + 2y \geq 6$

b) $x + y \leq 2$

$x + y \geq 0$

الحل :-

a)



$y = x + 5$

x	0	-5
y	5	0

عند $x = 0 \leftarrow y = 5$

عند $y = 0 \leftarrow 0 = x + 5$

$x = -5$

$3x + 2y = 6$

x	0	2
y	3	0

عند $x = 0 \leftarrow 2y = 6$

$y = 3$

عند $y = 0 \leftarrow 3x = 6$

$x = 2$

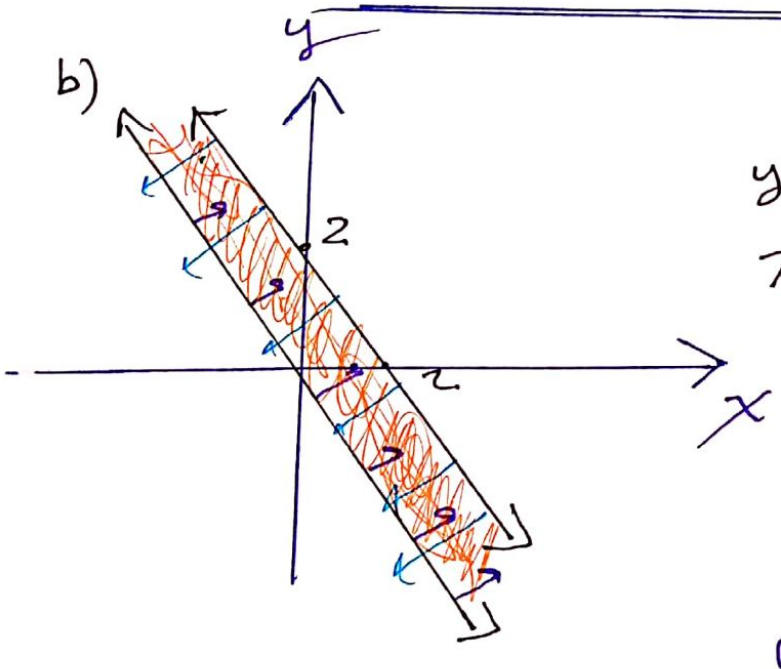
لنختبر $(3,0)$ في المتباينات للتحقق

المتباينة الأولى $0 < 3 + 5$ ✓

المتباينة الثانية $9 + 0 \geq 6$ ✓ نعم

---

b)



$x + y = 2$

عند $x = 0$ فإن $y = 2$

عند $y = 0$ فإن $x = 2$

x	0	2
y	2	0

$x + y = 0$

$y = -x$

خط حدود!

الحقه نختبر $(0,1)$

$1 + 0 \leq 2$ ✓

$1 + 0 \geq 0$ ✓

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ملاحظة: يمكن ألا تتقاطع منطقتا حل المتباينتين وعليه يكون حل النظام ϕ أو مجموعة خالية

مثل بيانياً حل النظام الآتي

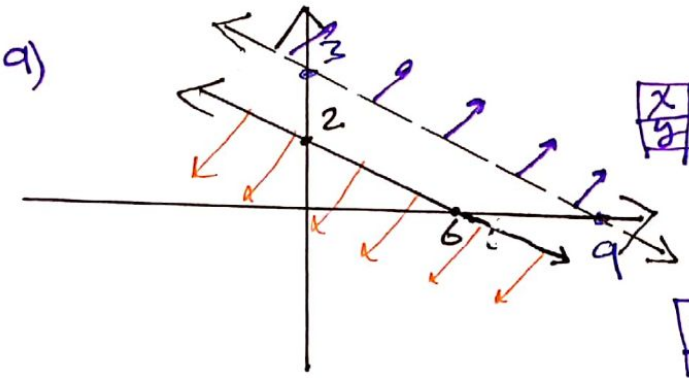
تحقق من فهمك

a) $x+3y \leq 6$
$x+3y > 9$

b) $2x-y \geq 4$
$2x-y \leq 0$

---

a)



الحل:

$x+3y=6$

x	0	6
y	2	0

$3y=6 \leftarrow x=0$ عند
$y=2$
$x=6 \leftarrow y=0$

$x+3y=9$

x	0	9
y	3	0

$3y=9 \leftarrow x=0$
$y=3$
$x=9 \leftarrow y=0$

إذاً توجد منطقة مشتركة وعليه الحل ϕ

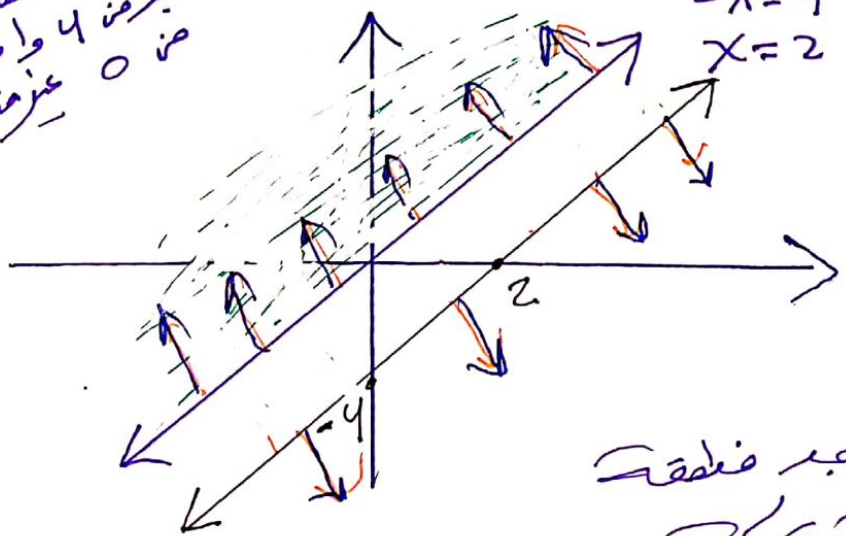
---

b)

نستطيع دون رسم أن نحدد أن المنطقة الحل هي فوق 4 وأما عن 0 غير منطقي

x	0	2
y	-4	0

$-y=4 \leftarrow x=0$ عند
$y=-4$
$2x=4 \leftarrow y=0$ عند
$x=2$



$2x-y=0$
$y=2x$
خط طرحه

إذاً توجد منطقة مشتركة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

قد تحتوي النظام الحل من متباينتين ، عندئذ تكون منطقة الحل هي المنطقة المشتركة بين مناطق حل المتباينات جميعاً

مثال: بيانياً منطقة حل نظام المتباينات الآتي

$-3x+4y \geq 9$

$x-5y > 6$

$2x-5y < -3$

الحقه من رأسها

ص 41

الحل :-

المتباينة الأولى

$-3x+4y=9$

عند $x=0$ فان $y=\frac{9}{4}$

عند $y=0$ فان $x=-3$

x	0	-3
y	$\frac{9}{4}$	0

المتباينة الثانية

$x-5y=6$

عند $x=0$ فان $y=\frac{-6}{5}$

عند $y=0 \leftarrow x=6$

x	0	6
y	$\frac{-6}{5}$	0

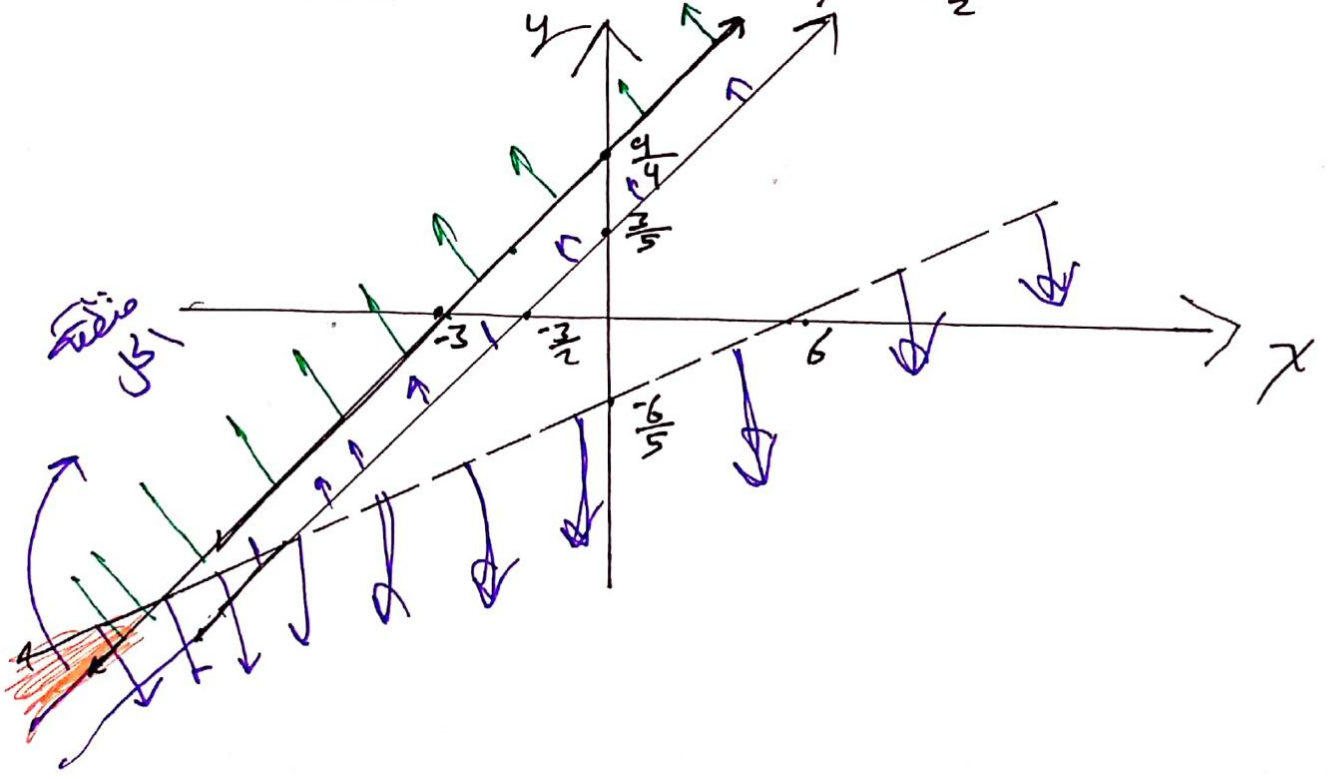
المتباينة الثالثة

$2x-5y=-3$

عند $x=0$ فان $y=\frac{3}{5}$

عند $y=0$ فان $x=\frac{-3}{2}$

x	0	$\frac{-3}{2}$
y	$\frac{3}{5}$	0



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسائل حياتية

اراد صياط شراء نوعين من الاقمشة ووجد ان ثمن المتر المربع الواحد من الكتان JD 5 ومن الصوف JD 8 اذا اراد شراء ما يزيد على $30\ m^2$ من النوعين بحيث لا يقل الثمن الكلي عن JD 200 مجدا كمية من كل نوع من القماش الكتان يمكنه شراؤها

الحل :-

النوع	الكمية	ثمن المتر المربع الواحد
الصوف	y	8
الكتان	x	5

$$x + y \leq 30$$
$$5x + 8y \geq 200$$
$$x, y \geq 0$$ (لا توجد كمية سالبة)

نرسم

$x + y = 30$

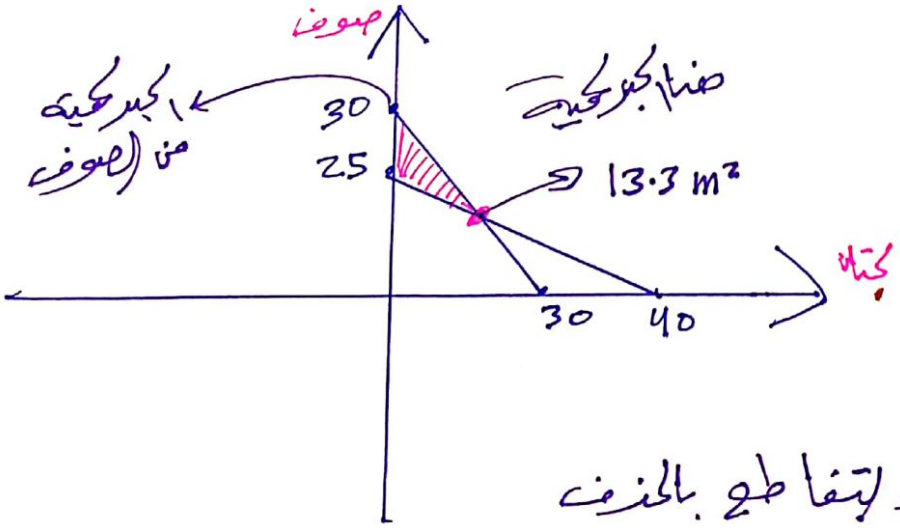
عند $x = 0 \rightarrow y = 30$

$y = 0 \rightarrow x = 30$

$5x + 8y = 200$

عند $x = 0 \rightarrow y = 25$

$y = 0 \rightarrow x = 40$



نحل المعادلتان بحذف لتقاطع بالحذف

والحل دائماً عند رؤوس المنطقة الحل

اكتب
واحل المسائل

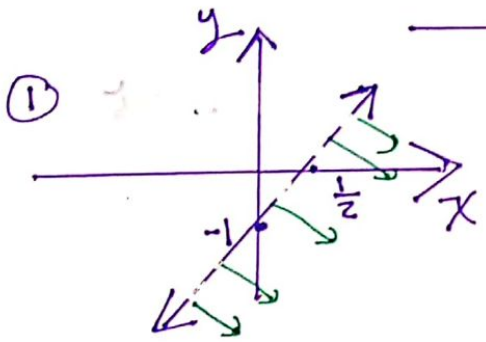
مثل كلاً من المتباينات الآتية بيانياً

① $y < 2x - 1$ ② $3x - 4y \leq 12$ ③ $y \geq 0.5x + 3$

④ $-2x + 3y \geq 12$ ⑤ $y < |x+3|$ ⑥ $y > |x-1| - 2$

---

①



الحل: $y = 2x - 1$

x	0	$\frac{1}{2}$
y	-1	0

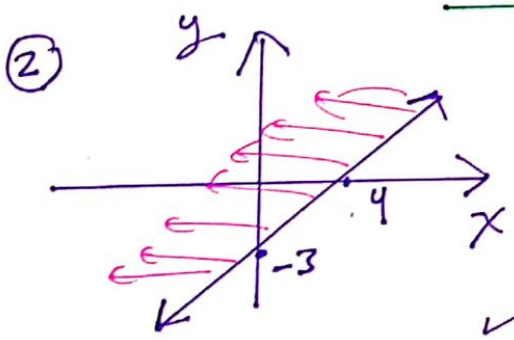
عند $x = 0 \leftarrow y = -1$

$y = 0 \leftarrow x = \frac{1}{2}$

نختبر $(0,0) \leftarrow 0 < -1$ خطأ

---

②



$3x - 4y = 12$

x	0	4
y	-3	0

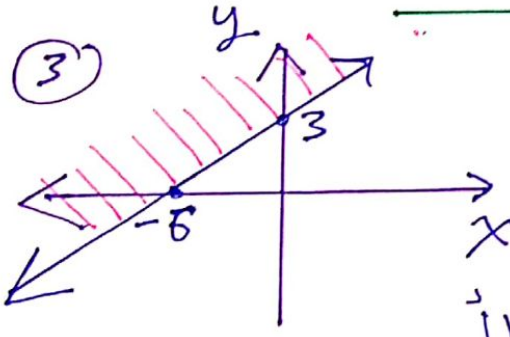
عند $x = 0 \leftarrow y = -3$

$y = 0 \leftarrow x = 4$

اختبر $(0,0) \leftarrow 0 - 0 \leq 12$ ✓

---

③



$y = \frac{1}{2}x + 3$

x	0	-6
y	3	0

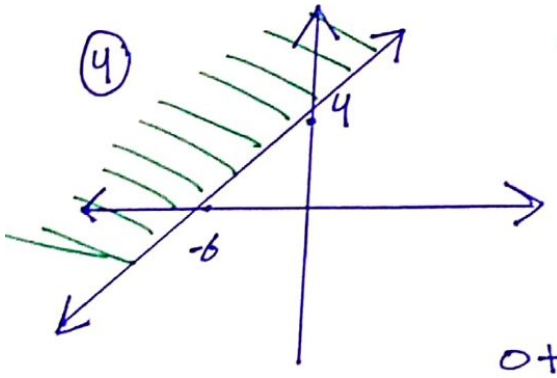
عند $x = 0 \leftarrow y = 3$

$y = 0 \leftarrow x = -6$

اختبر $(0,0) \leftarrow 0 \geq 3$ خطأ

---

④



$-2x + 3y = 12$

x	0	-6
y	4	0

عند $x = 0 \leftarrow y = 4$

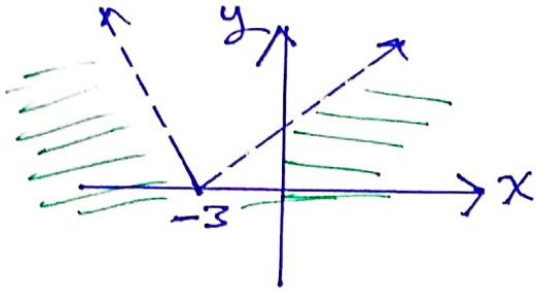
$y = 0 \leftarrow x = -6$

اختبر $(0,0) \leftarrow 0 + 0 \geq 12$

خطأ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤



$y = |x+3|$

$x+3=0$

$x=-3$

الراس $(-3,0)$

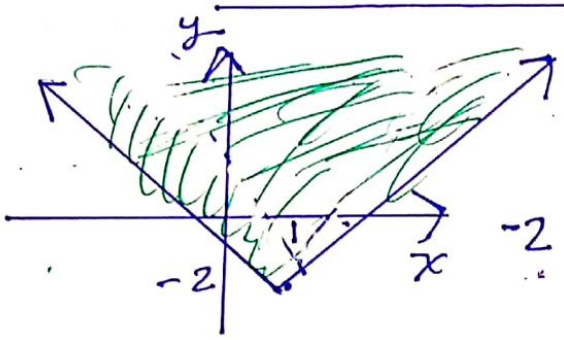
d موجبة على

اختبر $(0,0)$ ← $0<|0+3|$ نقلل خارج القيمتين

$0<3$ ✓

---

⑥



$y = |x-1|-2$

$x-1=0$

$x=1$ نقل ازاحة لليمين 1 ونقل 2 لتحت

الراس $(1,-2)$

اختبر $(0,0)$ ← $0>|0-1|-2$

موجبة $0>-1$

امثل منطقة حل كل من المتباينات الآتية

⑦ $y<-3x+4$

$x+3y>-6$

⑧ $2x+5y\leq 5$

$3x-y<6$

⑨ $2x+3y\geq 6$

$2x+3y\leq 0$

⑩ $y\leq|x+4|+4$

$y<x$

⑪ $y\leq|x+4|-4$

$2x-3y>-6$

⑫ $y\leq 3$

$y\geq|x-1|$

⑬ $y\geq x$

$2x+y<6$

$2x+5y>10$

⑭ $y>x-3$

$4x+3y<24$

$x\geq 2$

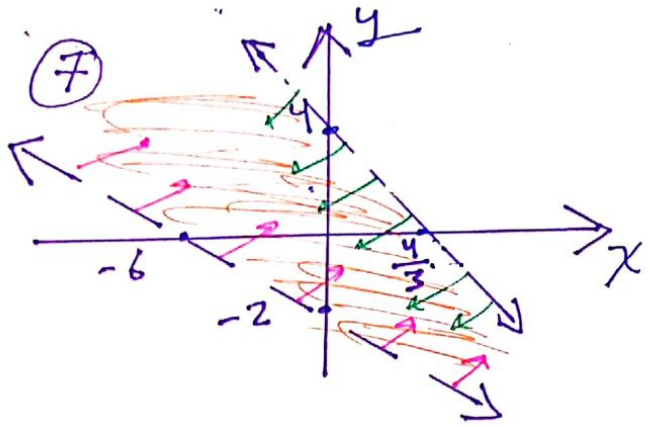
⑮ $y\geq x-4$

$y\leq 0.5x$

$y\geq -x$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(7)



$y = -3x + 4$

x	0	$\frac{4}{3}$
y	4	0

$y = 4 \leftarrow x = 0$

$x = \frac{4}{3} \leftarrow y = 0$

$x + 3y = -6$

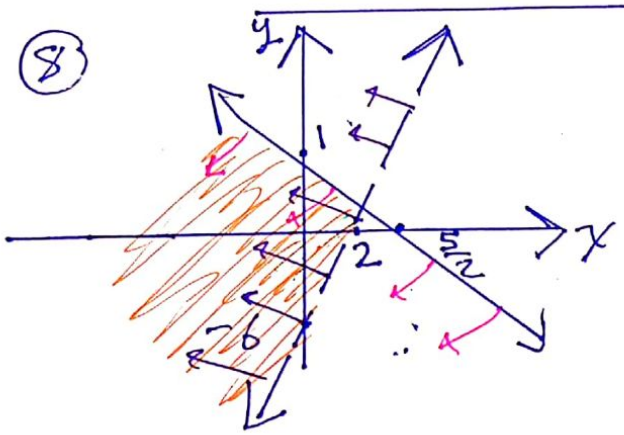
x	0	-6
y	-2	0

$y = -2 \leftarrow x = 0$

$x = -6 \leftarrow y = 0$

---

(8)



$2x + 5y = 5$

x	0	$\frac{5}{2}$
y	1	0

$y = 1 \leftarrow x = 0$

$x = \frac{5}{2} \leftarrow y = 0$

$3x - y = 6$

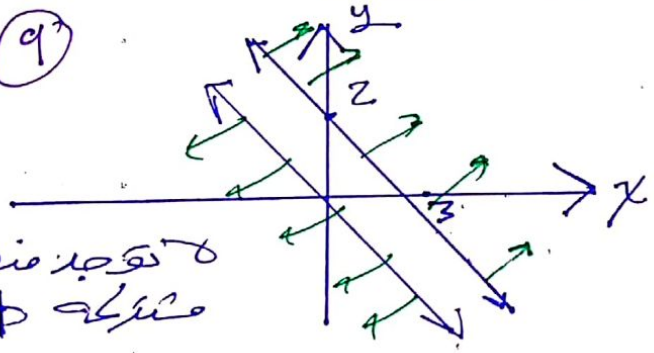
x	0	2
y	-6	0

$y = -6 \leftarrow x = 0$

$x = 2 \leftarrow y = 0$

---

(9)



توجد نقطة مشتركة ∴

$2x + 3y = 6$

x	0	3
y	2	0

$y = 2 \leftarrow x = 0$

$x = 3 \leftarrow y = 0$

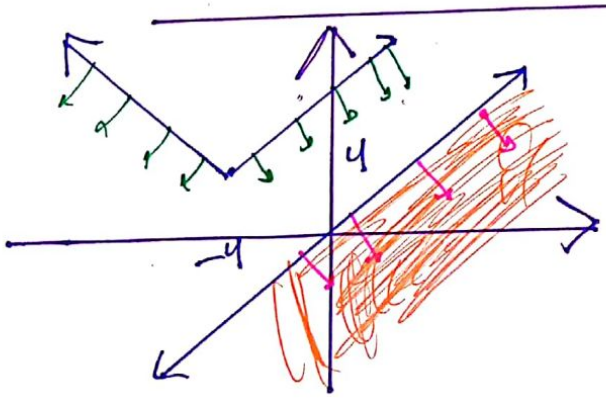
$2x + 3y = 0$

$3y = -2x$

بالقسمة $y = \frac{-2}{3}x$

---

(10)



$y = |x + 4| + 4$

$x + 4 = 0$

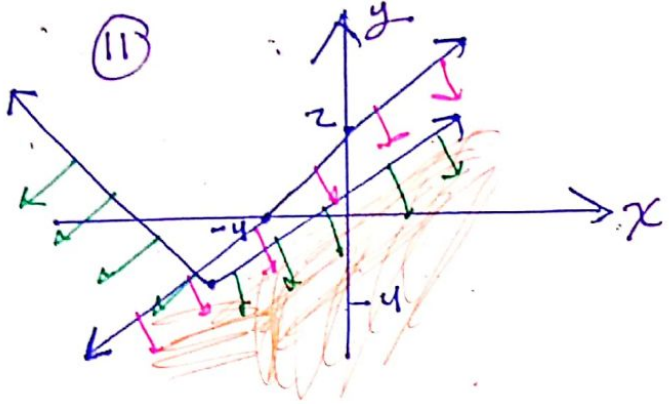
$x = -4$

∨ (-4, 4) رأس الشكل

يمين $y = x$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(11)



$y = |x+4| - 4$

$x+4=0$

$x=-4$ ازاحة للاسفل

$(-4,-4)$ الرأس

$2x-3y>-6$

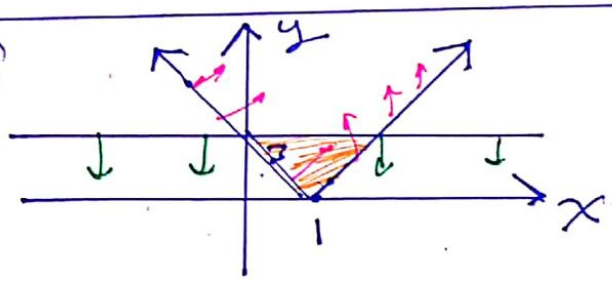
x	0	-3
y	2	0

$y=2 \leftarrow x=0$

$x=-3 \leftarrow y=0$

---

(12)



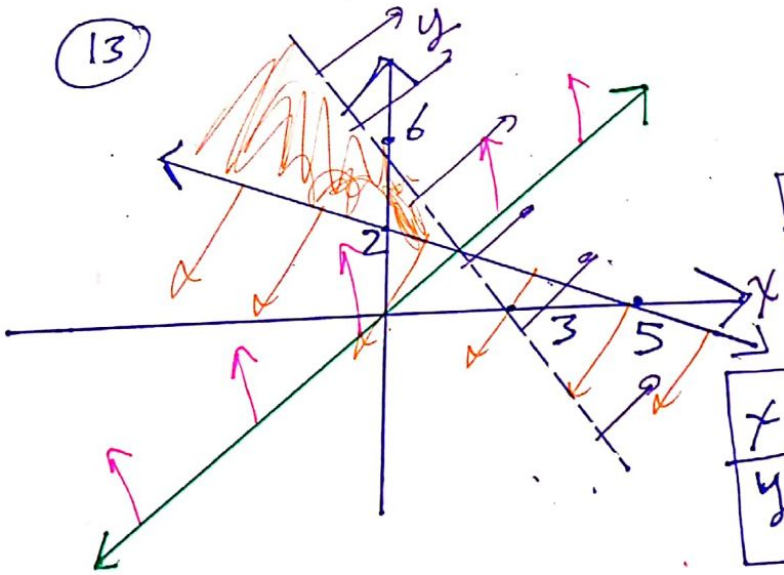
خط متقطع $y=3$

$y=|x-1|$

الرأس $(1,0)$

---

(13)



خط صلب $y=x$

$2x+y=6$

x	0	3
y	6	0

$y=6 \leftarrow x=0$

$x=3 \leftarrow y=0$

$2x+5y=10$

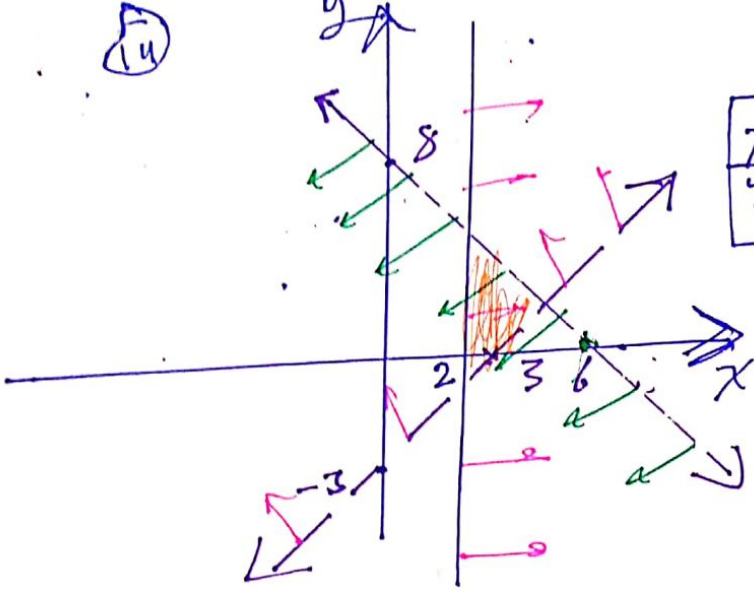
x	0	5
y	2	0

$y=2 \leftarrow x=0$

$x=5 \leftarrow y=0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(14)



$y = x - 3$

x	0	3
y	-3	0

$y = -3 \leftarrow x = 0$

$x = 3 \leftarrow y = 0$

$4x + 3y = 24$

x	0	6
y	8	0

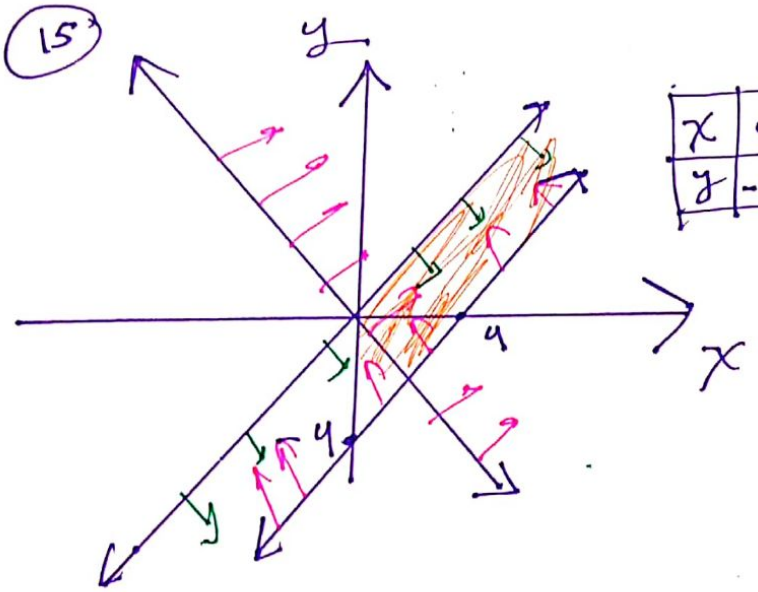
$y = 8 \leftarrow x = 0$

$x = 6 \leftarrow y = 0$

نقطة تقاطع $x = 2$

---

(15)



$y = x - 4$

x	0	4
y	-4	0

$y = -4 \leftarrow x = 0$

$x = 4 \leftarrow y = 0$

$y = 0.5x$ يمر بـ

$y = -x$ يمر بـ

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(16) تريد تغريد شراء ورق زينة لتزيين غرفتها احتفالاً بتخرجها. وقد كان سعر اللفة من ورق الزينة الذهبي JD 3 ومن ورق الزينة الأحمر JD 2 وتريد تغريد شراء ورق زينة من النوعين بما لا يزيد على JD 15 بحيث لا يقل عدد لفات ورق الزينة التي تشتريها عن 6 لفات. اكتب نظام متباينات يمثل هذا الموقف وامثله بيانياً ثم استعمل التمثيل البياني لإيجاد 4 حلول ممكنة لعدد لفات الزينة التي يمكنها شراؤها من كل نوع.

الحل :-

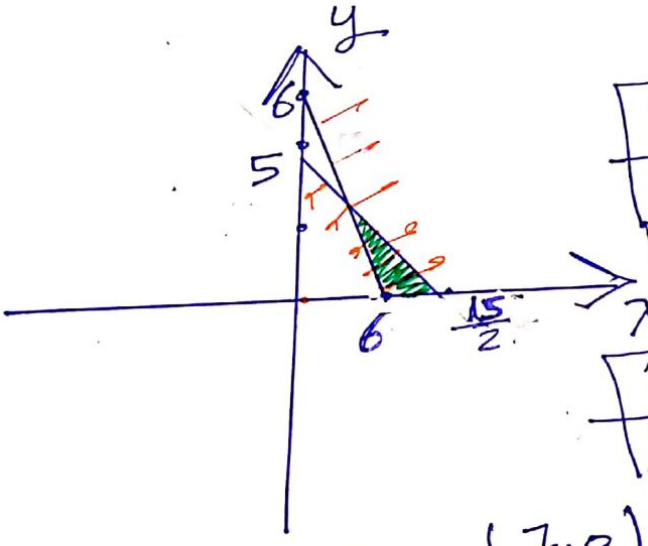
الأحمر	x
الذهبي	y

$3y+2x \leq 15$

$x+y \geq 6$

$y \geq 0 \quad , \quad x \geq 0$

نرسم :-



$3y+2x=15$

x	0	$\frac{15}{2}$
y	5	0

$y=5 \leftarrow x=0$

$x=\frac{15}{2} \leftarrow y=0$

$x+y=6$

x	0	6
y	6	0

$y=6 \leftarrow x=0$

$x=6 \leftarrow y=0$

الحلول

(7,0)

(4,2)

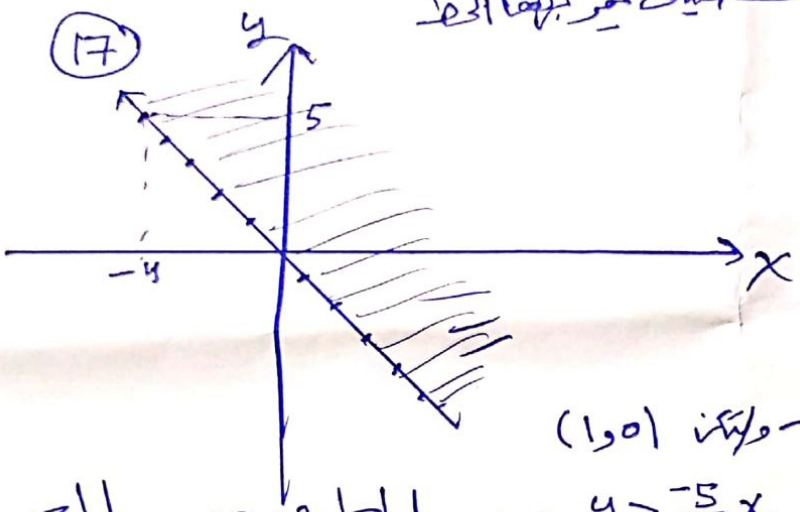
(5,1)

(3,3)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اكتب المتباينة الخطية بمتغيرين الممثلة البياني في كل حالة من الحالات:

(17)



نجد معادلة المستقيم وناخذ نقطتين تمر بهما الخط
(x_1, y_1) (x_2, y_2)
$(-4, 5), (0, 0)$

$$m = \frac{0-5}{0+4} = \frac{-5}{4}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y - 5 = \frac{-5}{4}(x+4)$$
$$y - 5 = \frac{-5}{4}x - 5$$
$$y = \frac{-5}{4}x$$

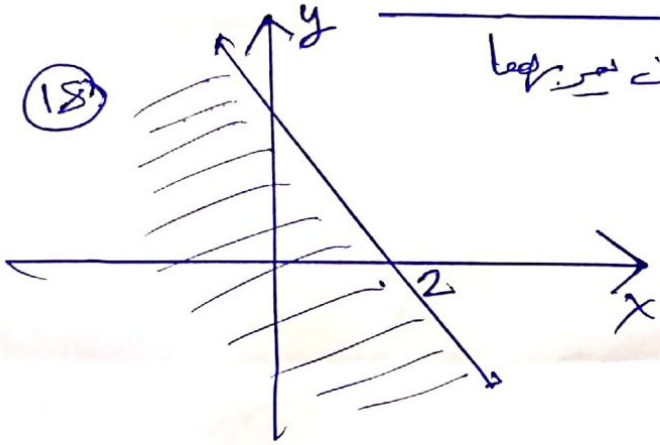
لمعرفة الاشارة ناخذ نقطة داخل المنطقة ولتكن $(1,0)$

$$0 > \frac{-5}{4}(1)$$ وعليه

$y > \frac{-5}{4}x$ دون مساواة لعدم وجود مساواة

---

(18)



نجد معادلة المستقيم وناخذ نقطتين تمر بهما الخط
(x_1, y_1) (x_2, y_3)
$(3, -3), (0, 3)$

$$m = \frac{3+3}{0-3} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$
$$y + 3 = -2(x-3)$$
$$y + 3 = -2x + 6$$
$$y = -2x + 3$$

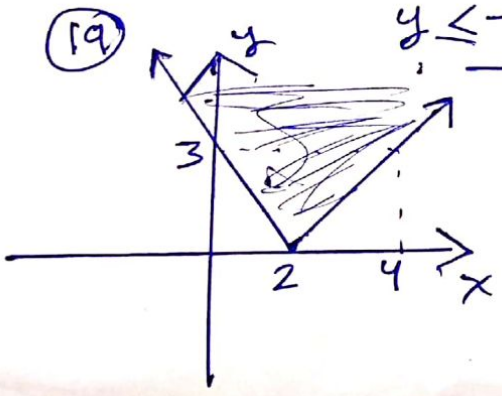
لمعرفة الاشارة ناخذ نقطة داخل المنطقة ولتكن $(0,0)$

$$0 < -2(0) + 3 \leftarrow$$

$y \leq -2x + 3$

---

(19)



اقتران مطلقة $y = a|mx+b|+c$

ناخذ نقطتين $(2,0), (4,3)$

$$m = \frac{3-0}{4-2} = \frac{3}{2}$$

$c = 0$

الى $\leftarrow (2,0)$

$$\frac{-b}{m} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{-b}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{1} \rightarrow \frac{-2b}{3} = \frac{2}{1} \rightarrow -2b = 6 \rightarrow b = -3$$

$(0,3)$ نعوض $y = a|\frac{3}{2}x - 3|$

$3 = a|-3| \rightarrow a = 1$

$(2,1)$ نجد $y = |\frac{3}{2}x - 3|$

$1 \geq |\frac{3}{2}(2) - 3|$

وعليه المتباينة $y \geq |\frac{3}{2}x - 3|$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(20) يعمل امي وخليل سائقي حافلة وقد اتفقا على ان يتناوبا قيادة الحافلة. بحيث لا تقل مدة قيادة امي للحافلة على نحو متواصل في اليوم عن 3 ساعات ولا تزيد على 6 ساعات ولا تقل مدة قيادة خليل للسيارة على نحو متواصل عن ساعتين ولا تزيد على 5 ساعات وألا يزيد زمن قيادة كليهما للحافلة يومياً على 10 ساعات اكتب نظام متباينات يصف هذا الموقف واشكله بيانياً.

الحل:-

امي ← عدد x

خليل ← عدد y

تفصل ← $3 \le x \le 6$

تفصل ← $2 \le y \le 5$

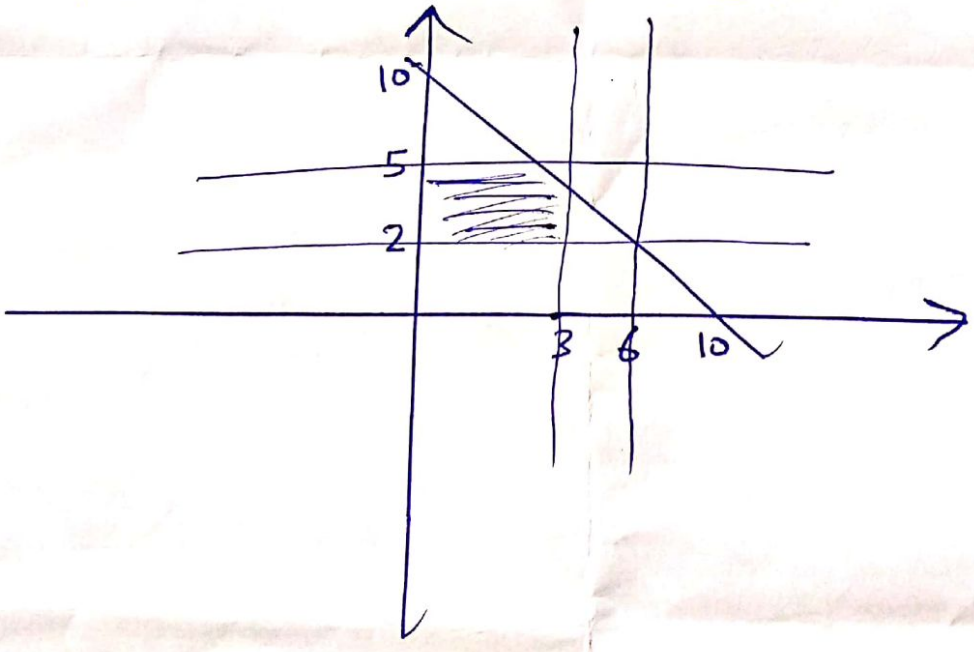
$x + y \le 10$

$x \le 6$

$x \ge 3$

$y \ge 2$

$y \le 5$



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثل بيانياً منطقة حل نظام المتباينات الآتي ثم اجب عن الاسئلة التي تليه

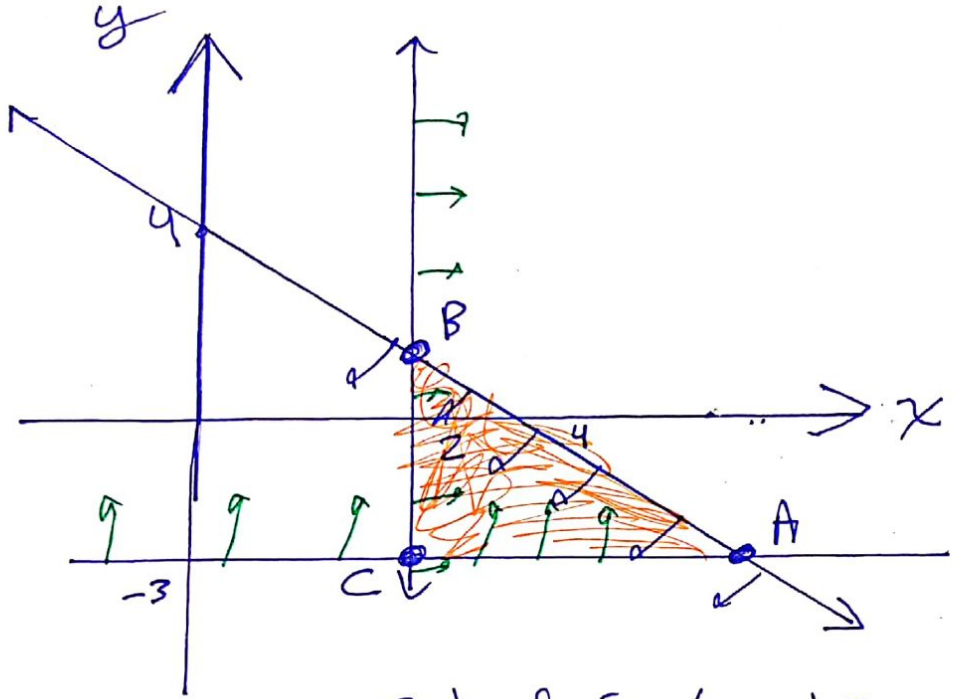
$x \geq 2 \text{ و } y \geq -3 \text{ و } x+y \leq 4$

(22) صف وسم الشكل الهندسي الذي يمثل منطقة الحل.

(23) ما مساحة المنطقة المغلقة التي تمثل حل النظام

الحل :-

(22) مثلث



(23) لايجاد رؤوس المثلث لمعرفة المساحة من خلال حل معادلتين التقاطع

الرأس B ← $x+y=4$ ، $x=2$ ← $y=2$

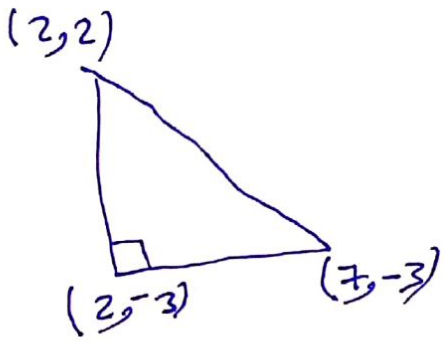
(2 ، 2)

الرأس A ← $y=-3$ ، $x+y=4$ ← $x=7$

(7 ، -3)

الرأس C ← $x=2$ ، $y=-3$

(2 ، -3)



$A = \frac{1}{2}$ (القاعدة)(الارتفاع)

$= \frac{1}{2}(5)(5) = 12.5$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

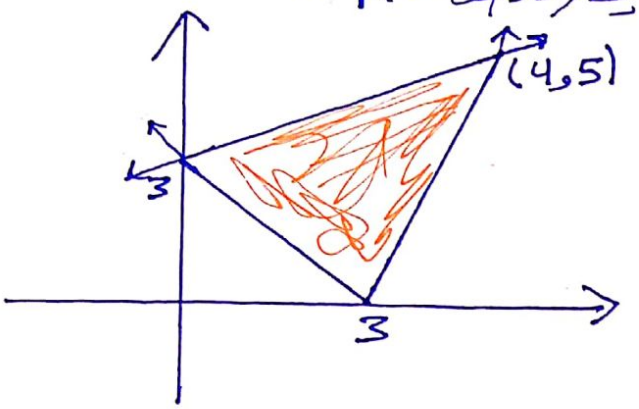
المنطقة R في الرسم المجاور محدودة بالمستقيمات

$x+y=3$ ، $y=\frac{1}{2}x+3$ ، $y=5x-15$

(24) ما احداثيات النقاط التي تمثل رؤوس المنطقة R

(25) ما اكبر قيمة للمقدار $x+y$ في المنطقة R

(26) ما اكبر قيمة للمقدار $x-y$ في المنطقة R



الحل :-

(24) نختار نقطة داخل المنطقة المظللة ولتكن (2,2) ونعوضها :-

$2+2 \boxed{>} 3 \leftarrow x+y=3$

$2 \boxed{<} 1+3 \leftarrow y=\frac{1}{2}x+3$

$2 \boxed{>} 10-15 \leftarrow y=5x-15$

احداثيات النقاط $y \geq 5x-15$ / $y \leq \frac{1}{2}x+3$ / $x+y \geq 3$

---

(25)

$5+4=9$

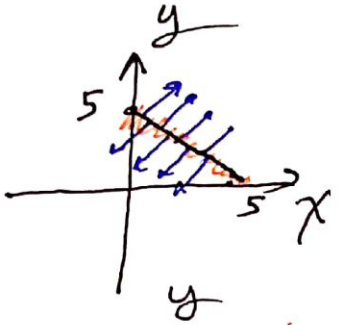
$3-0=3$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اكتب نظاماً من متباينتين خطيتين بحيث يكون حله :-

(27) خطاً مستقيماً

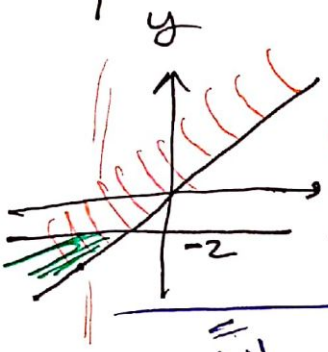
(28) واقعاً في الربع الثالث



(27)

الحل :-

$$x + y \geq 5$$
$$x + y \leq 5$$



(28)

$$y \geq 3x$$
$$y \leq -2$$

---

(29) هل الجملة الآتية : صحيحة دائماً أم صحيحة أحياناً أم غير صحيحة أطلاقاً

نظام المتباينتين الذي مستقيما الحدود له متوازيان ليس له حل . ابرر اجابتي بتقديم مثال أو مثال مضاد

الحل :- صحيحة أحياناً

$$4x + 3y \leq 10$$
$$4x + 3y \geq 12$$

ليس له حل

$$4x + 3y \geq 10$$
$$4x + 3y \geq 12$$

له حل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اذا كانت النقطة $(3,2)$ تمثل حلاً للمتباينة $y>mx+b$ حيث $b\neq 0$ في حين ان النقطة $(1,2)$ لا تمثل حلاً لها، فصل ميل المستقيم الحدودي سالب أم موجب أم صفر ام غير معرف

الحل: بما أن النقطة $(3,2)$ تحقق المتباينة فان

$$2>3m+b$$

النقطة $(1,2)$ لا تحقق المتباينة $2\leq m+b$

باضافة $2m$ لطرفي هذه المتباينة ينتج ان

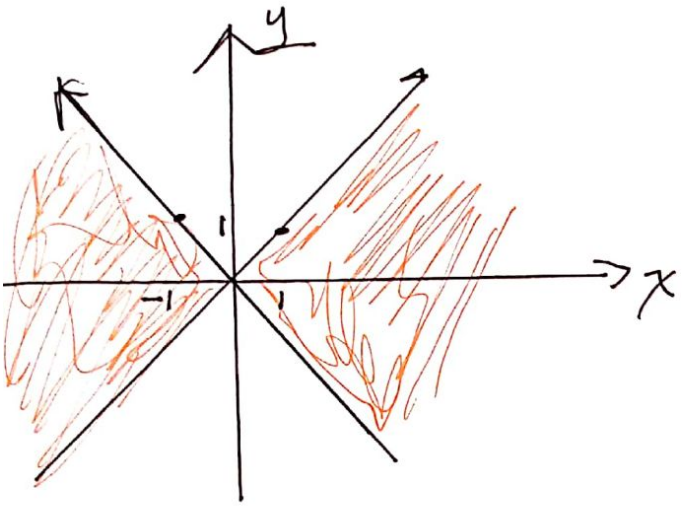
$$2+2m \leq 3m+b$$

ولكن $3m+b<2$ فنستنتج ان $2+2m<2$

اذن ميل المستقيم الحدودي سالب $\quad 2m<0 \quad m<0$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

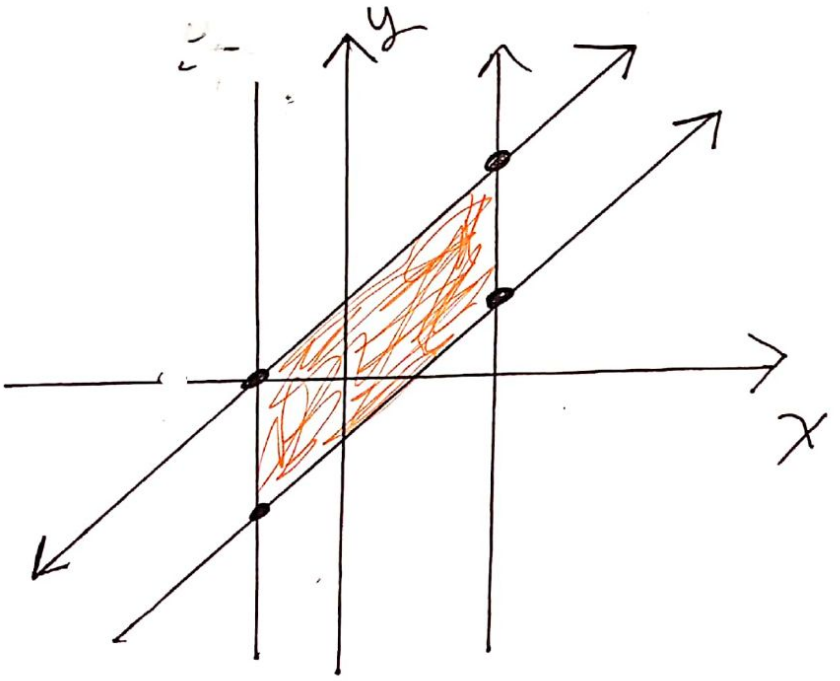
أكتب نظام المتباينات الذي منطقة حله هي المنطقة المظللة في كل من التمثيلات البيانية الآتية.



الحل :-

الواضح انه رسمة مطلعه

$$y \leq |x|$$
$$y \geq -|x|$$



$$y \geq x-2$$
$$y \leq x+2$$

$$x \geq -2$$
$$x \leq 5$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner