



المادة التعليمية المساندة

الرياضيات



الفصل الدراسي الأول

الصف التاسع الأساسي

الناشر

وزارة التربية والتعليم

إدارة المناهج والكتب المدرسية

يسرّ إدارة المناهج والكتب المدرسية استقبال ملحوظاتكم وآرائكم الخاصة بهذا الكتيب على العناوين الآتية:

هاتف: 4617304/5-9 فاكس: 4637569 ص.ب (1930) الرمز البريدي: 11118

أو على البريد الإلكتروني Scientific.Division@moe.gov.jo

الحقوق جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم
عمّان – الأردن/ ص.ب: 1930

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:

د. نواف العقيل العجارمة	الأمين العام للشؤون التعليمية
أ. صالح محمد أمين العمري	مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية
د. أسامة كامل جرادات	مدير المناهج
د. زايد حسن عكور	مدير الكتب المدرسية
نقّين أحمد جوهـر	عضو مناهج الرياضيات (مقرراً)

لجنة تأليف المادة التعليمية:

د. أريج حسن عبدالله السعيد	إبراهيم سليمان شلطف
حسن محمد لافي ربابعة	آلاء أحمد يوسف أبو ياس

التحرير العلمي: نقّين أحمد جوهـر	التحرير اللغوي: د. غالب شـريم
التحرير الفني: محمود بركات المطر	التصميم: عائد فؤاد سمور
الرسوم: إبراهيم محمد شاكر	الإنـتـاج: سليمان أحمد الخلايلة

دقق الطباعة: إبراهيم سليمان شلطف راجع الطباعة: نقّين أحمد جوهـر

قائمة المحتويات

الوَحْدَةُ	الموضوع	رقم الصفحة
الوَحْدَةُ (1) المتباينات الخطية	المجموعات والفترات	6
	حل المتباينات المركبة	11
	حل معادلات القيمة المطلقة ومتبايناتها	14
	تمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانيًا	18
الوَحْدَةُ (2) العلاقات والاقتران	الاقتران	23
	تفسير التمثيلات البيانية للعلاقات	29
	الاقتران التربيعي	33
	التحويلات الهندسية للاقتران التربيعية	37
الوَحْدَةُ (3) حل المعادلات	حل المعادلات التربيعية بيانيًا	42
	حل المعادلات التربيعية بالتحليل (1)	46
	حل المعادلات التربيعية بالتحليل (2)	49
	حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع	54
	حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام	59
	حل معادلات خاصة	61
الوَحْدَةُ (4) الهندسة الإحداثية	المسافة في المستوى الإحداثي	65
	البعد بين نقطة ومستقيم	70
	البرهان الإحداثي	73

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المُقَدِّمَةُ

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

وبعد؛ فانطلاقاً من رؤية وزارة التربية والتعليم في تحقيق التعليم النوعي المتميز على نحو يلائم حاجات الطلبة، ويمكنهم من امتلاك المعارف والمهارات الأساسية اللازمة للتكيف مع متطلبات الحياة وتحدياتها، مزودين بمعارف ومهارات وقيم تساعد على بناء شخصياتهم بصورة متوازنة، فقد أعدت المادة التعليمية المساندة لمبحث الرياضيات على شكل أنشطة بسيطة رشيقة مختزلة ومكتّفة وجاذبة تتيح للطلبة ممارسة التعلم الذاتي النشط وتنبتق من متطلبات التعلم السابق وتبني عليها وتدعم تعلمهم، وتعالج مواطن الضعف لديهم، وتراعي فروقاتهم الفردية ودرجات إتقانهم المتفاوتة للمفاهيم والمهارات اللازمة، وبشكل يسهل على المعلم متابعة تقدم سير التعلم لدى طلبته.

ونضع بين أيديكم كتاب المادة التعليمية المساندة في مبحث الرياضيات للصف التاسع، مُعِيناً ومُيسِّراً؛ على وجه الإفادة والاسترشاد وسعيًا إلى الانتقال بالطالب انتقالاتاً سلساً في تحقيق نتائج التعلم السابقة لتعويض ما يكون قد فات الطالب تعلمه، وتعزيز ما يمتلكه؛ ليتمكن من امتلاك المعارف والمهارات المطلوبة منه في صفه الحالي جنباً إلى جنب مع ما يحويه المقرر الدراسي.

وسنستمر في تطوير هذه النسخة وفق التغذية الراجعة، بما يسهم في الوصول إلى المستوى المنشود من جودة التعليم.

والله وليّ التوفيق

الوحدة (1) المتباينات الخطية

2

حل المتباينات المركبة

- أحل متباينات مركبة تحتوي على أداة الربط (و) / (أو).
- أمثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

1

المجموعات والفترات

- أكتب المجموعات باستعمال طريقتي سرد العناصر والصفة المميزة للمجموعة.
- أعبّر عن المتباينات باستعمال الفترات.

4

تمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً

- أمثل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً.

3

حل معادلات القيمة المطلقة ومتبايناتها

- أحل معادلات القيمة المطلقة ومتبايناتها.

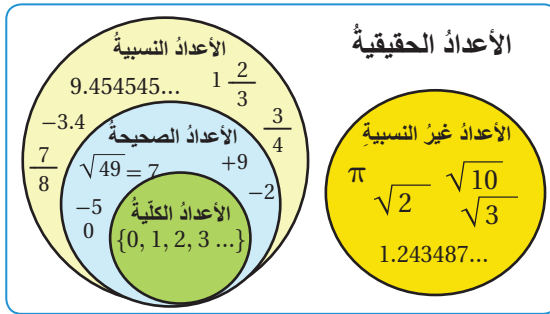
- النتائج: • أكتب المجموعات باستعمال طريقتي سرد العناصر والصفة المميزة.
- أعبّر عن المتباينات باستعمال الفترات.

المجموعات

نشاط 1



أولاً: مجموعة الأعداد الحقيقية



أتذكر

الأعداد الحقيقية تتكون من الأعداد النسبية وغير النسبية معاً. العدد غير النسبي (جذر أصم أو كسر عشري غير منتهٍ وغير دوري).

أصنف الأعداد الحقيقية الآتية، وأبرر إجابتي

العدد	غير نسبي	نسبي	المبرر
$\frac{3}{7}$		نسبي	3 ، 7 عددان صحيحان، فالعدد $\frac{3}{7}$ هو نسبي
$\sqrt{81}$		نسبي	$\sqrt{81} = 9$ 9 عدد كلي، إذن $\sqrt{81}$ عدد نسبي
0.5555.....		نسبي	العدد كسر عشري دوري، وغير منتهٍ
0.42310459...	غير نسبي		العدد كسر عشري دوري غير منتهٍ وغير دوري
$\sqrt{19}$	غير نسبي		$\sqrt{19} = 4.35889894...$ فالعدد كسر عشري غير منتهٍ وغير دوري
$\sqrt{12}$			$\sqrt{12} = 3.4641016...$
$\sqrt{64}$			
-3.4			

ثانيًا: المجموعات، وطرائق التعبير عنها

أتعلم

المجموعة: تجمع أشياء متميزة بحسب صفة مشتركة.
المجموعة الخالية لا تحتوي على عناصر، مثل مجموعة الأعداد الصحيحة التي تزيد على 1 وتقل عن 2 ونرمزُ إليها بالرمز $\{ \}$ أو $\emptyset$

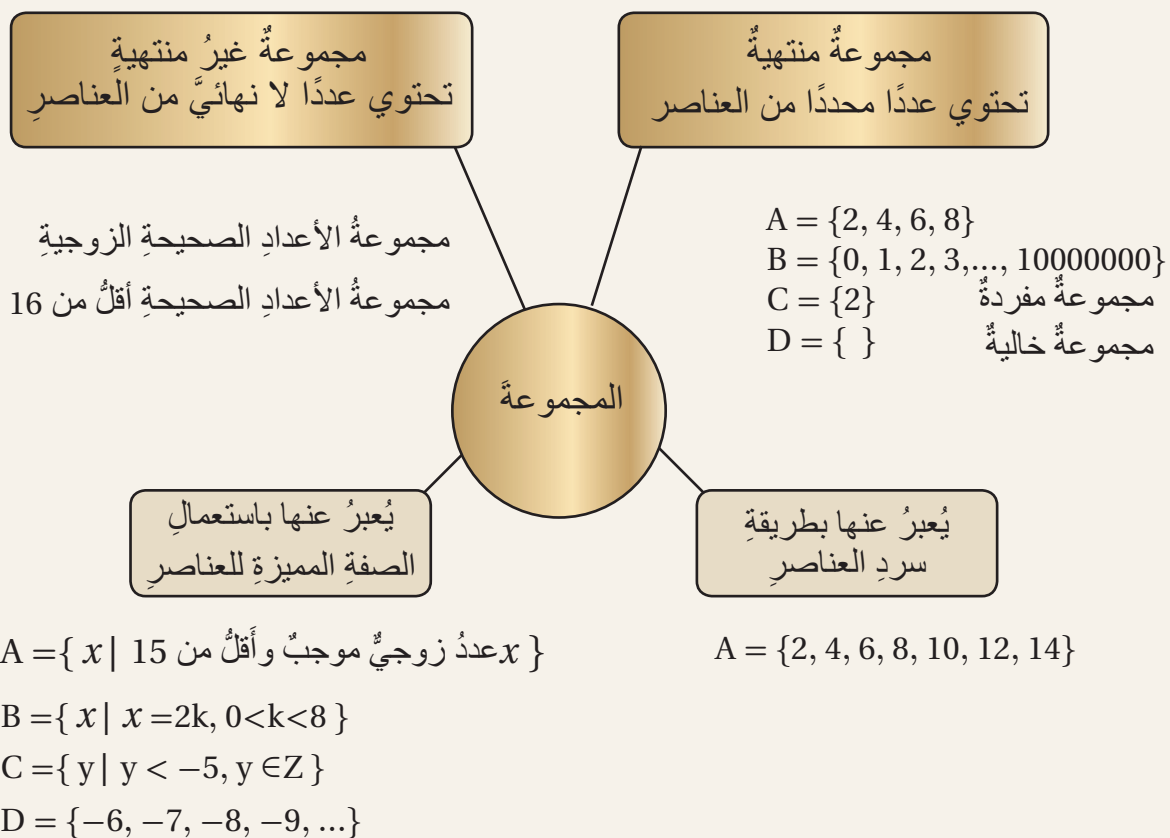
(1) أصنفُ الأشياء الآتية بحسب الصفة المشتركة إلى: مجموعة اللون C أو مجموعة الأعداد N
أحمر، 0، أصفر، 1، بنفسجي، -1

$$C = \{ \text{أحمر، 0، أصفر، 1، بنفسجي} \} \quad N = \{ \text{أحمر، 0، أصفر، 1، بنفسجي} \}$$

أتعلم

مجموعة الأعداد

مجموعة الأعداد الكلية، ويرمزُ إليها بالرمز W وتساوي $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$
مجموعة الأعداد الصحيحة، ويرمزُ إليها بالرمز Z وتساوي $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
مجموعة الأعداد الحقيقية، ويرمزُ إليها بالرمز R وتحتوي الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية.



أنواع المجموعات: (1) خالية (2) مفردة (3) منتهية (4) غير منتهية

(2) أعبّر عن المجموعة، وأصنفها مبرراً إجابتني:

المجموعة	الصفة المميزة	سرد العناصر	
مجموعة الأعداد الكلية من مضاعفات العدد 4 التي تقل عن 24	$C = \{x x = 4k, k \in W, x < 24\}$ وتقرأ: مجموعة الأعداد x ، حيث x عدد كلي من مضاعفات العدد 4 الأقل من 24.	$R = \{4, 8, \dots, 20\}$	مجموعة منتهية لأن عدد عناصرها 5
مجموعة حل المعادلة $5x - 15 = 0$	$S = \{x: 5x - 15 = 0\}$	$S = \{3\}$	مجموعة لأن
تمثل P مجموعة الأعداد الصحيحة التي تزيد على -4		$P = \{-3, -2, -1, 0, 1, \dots\}$	مجموعة لأن
تمثل C مجموعة أطوال طلاب الصف التاسع التي تزيد أطولهم على مترين.		$C = \emptyset$	مجموعة لأن
تمثل M مجموعة الأعداد الكلية التي تقل عن 5.			

(3) أحدد فيما إذا كانت العناصر الآتية تنتمي ($\in$) أم لا تنتمي ($\notin$) إلى المجموعة:

1 هل العنصر 2 ينتمي إلى مجموعة $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ؟

نعم، لأنه أحد عناصرها

2 هل العنصر -2 ينتمي إلى مجموعة $B = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ ؟



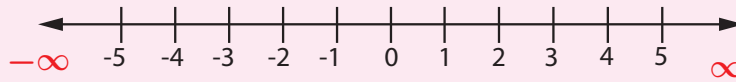
الفترة: مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية تحدّد وفقاً لشروط معينة.

$-\infty$

يُقرأ الرّمز: المالا نهاية السالبة، ويُستعمل للدلالة على أن الفترة غير محدودة في الاتجاه السالب.

∞

يُقرأ الرّمز: المالا نهاية الموجبة، ويُستعمل للدلالة على أن الفترة غير محدودة في الاتجاه الموجب.



المتباينة: جملة رياضية تقارن بين مقدارين، وتشمل أحد الرموز $>$ $<$ $\leq$ $\geq$

- يستعمل الرمز $[$ أو $]$ عندما يكون رمز المتباينة $\geq$ أو $\leq$ ليدلّ على انتماء طرف الفترة.

- يستعمل الرمز $($ أو $)$ عندما يكون رمز المتباينة $<$ أو $>$ ليدلّ على عدم انتماء طرف الفترة.

أطبّق العمليات الحسابية على المتباينة كما أطبقها على المعادلة مع فارقٍ وحيدٍ هو: عند ضرب الطرفين بعددٍ سالب فإن رمز التباين ينقلب.

$$A < B, -A > -B$$

$$x > 15, -x < -15$$

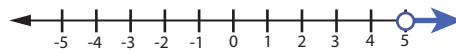
$$x - 2 > y - 1, -x + 2 < 1 - y$$

1) أحلّ المتباينة وأمثّلها على خطّ الأعداد

1 $x - 2 > 3$

$$x - 2 + 2 > 3 + 2$$

$$x > 5$$

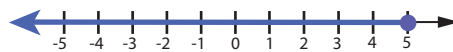


أضيف 2 إلى الطرفين
أبسط وأمثّل على خطّ الأعداد

2 $-3k \geq -15$

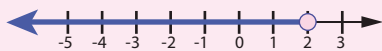
$$\frac{-3k}{-3} \leq \frac{-15}{-3}$$

$$k \leq 5$$

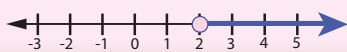


أقسم طرفي المتباينة على -3 وأغير إشارة المتباينة

أبسط وأمثّل على خطّ الأعداد



أتعلم
الأعداد الحقيقية التي تقلّ عن 2 يعبر عنها بـ: $(-\infty, 2)$



الأعداد الحقيقية التي تزيد على 2 يعبر عنها بـ: $(2, \infty)$

(2) أكتب مجموعة حل كل متباينة مما يأتي:

1 $4x - 3 \geq 7x + 12$

$$4x - 3 \geq 7x + 12$$

$$4x - 3 + 3 \geq 7x + 12 + 3$$

$$4x - 7x \geq 7x - 7x + 15$$

عند القسمة على عدد سالب

يُقلب رمز المتباينة

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{15}{-3}$$

$$x \leq -5$$

المتباينة الأصلية

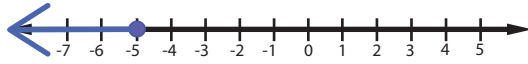
بجمع 3 إلى طرفي المتباينة

بطرح $7x$ من الطرفين

بقسمة طرفي المتباينة على -3

تبسيط

مجموعة الحل هي الفترة $(-\infty, -5]$



2 $4x + 1 \leq 13$

.....

$$4x + 1 - 1 \leq 13 - 1$$

.....

$$x \leq 3$$

المتباينة الأصلية

بطرح

بقسمة طرفي المتباينة على 4

تبسيط

مجموعة الحل هي الفترة

3 $3x + 6 < 2x - 5$

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

😊 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.	😐 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلًا أتقن المهارة.	😞 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أعيّر عن المتباينات باستعمال الفترات ().	• أميز المجموعات وأكتبها باستعمال طريقتي سرد العناصر والصفة المميزة ().	

حل المتباينات المركبة

2

- النتائج: • أحل متباينات مركبة تحتوي على أداة الربط (و) / (أو).
- أمثل مجموعة الحل على خط الأعداد.

نشاط 1 المتباينات المركبة



أولاً: كتابة المتباينات، وتمثيلها على خط الأعداد

أتعلم

متباينات مركبة	متباينات بسيطة
نتيجة من ربط متباينتين باستعمال أداة الربط (و) وباللغة الإنجليزية and ، أو باستعمال أداة الربط (أو) وباللغة الإنجليزية or	تحتوي على رمز متباينة واحدة
$2 \leq x \leq 6$ وتكتب $2 \leq x \text{ and } x \leq 6$ $x < 0 \text{ or } x \geq 5$	$x < 4$ $x \geq 5$

فترات تحتوي أداة الربط (و)

إذا كان a و b عددين حقيقيين؛ حيث $a < b$ ، فيمكن التعبير عن كل من المتباينات المركبة الآتية باستعمال فترة محدودة

المتباينة	رمز الفترة	التمثيل على خط الأعداد
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	
$a < x < b$	(a, b)	
$a \leq x < b$	$[a, b)$	
$a < x \leq b$	$(a, b]$	

فترات تحتوي أداة الربط (أو):

مثل: $x < 1 \text{ or } x \geq 4$



وتكتب باستعمال رمز الفترات على الصورة: $(-\infty, 1) \cup [4, \infty)$

أكتب المتباينات باستعمال رمز الفترة، وأمثلها على خط الأعداد:

1 عدد أكبر من أو يساوي -2 و أقل من 4

ليكن x ممثلاً للعدد

$$-2 \leq x < 4$$

اختر متغيراً

أكتب المتباينة



أمثل على خط الأعداد

ألاحظ أن العدد x محصور، لأنه منطقة تقاطع،

والأحرف «و» يعني التقاطع

رمز الفترة: $[-2, 4)$

أتذكر

الرموز $<$ ، $>$ تدل على أن الدائرة مفتوحة لعدم وجود المساواة.

الرموز $\leq$ ، $\geq$

تدل على أن الدائرة مغلقة لوجود المساواة.

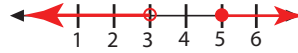
2 عدد أقل من 3 أو لا يقل عن 5

وليكن y ممثلاً للعدد

$$y < 3 \text{ or } y \geq 5$$

اختر متغيراً

أكتب المتباينة



أمثل على خط الأعداد

ألاحظ أن رمز «أو» يشمل جميع مناطق الحلول

رمز الفترة: $(-\infty, 3) \cup [5, \infty)$

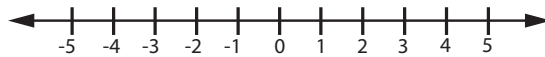
3 عدد أكبر من -3 وأقل من 4

وليكن u ممثلاً للعدد

.....

اختر متغيراً

أكتب المتباينة



أمثل على خط الأعداد

رمز الفترة: $(-3, 4)$

4 عدد أقل من 2 أو أكبر من 4

.....

.....

.....

.....

ثانيًا: حلّ المتباينات المركبة

أتعلم

مجموعة حلّ المتباينة المركبة التي تحتوي على أداة الربط (و)، هي مجموعة الأعداد التي تحقق المتباينتين المكونتين للمتباينة المركبة معاً $1 < x \leq 4$ التي تحقق المتباينتين $x > 1$ و $x \leq 4$ معاً.

أتعلم

المتباينة المركبة التي تحتوي أداة الربط (أو) تكون صحيحة، إذا كانت إحدى المتباينتين المكونتين على الأقل صحيحة.

المتباينات المركبة

أداة الربط و	أداة الربط أو
$-3 < x - 4 \leq -1$	$2x + 4 < 8$ or $x + 7 > 11$
$-3 < x - 4 \leq -1$ المتباينة المعطاة $-3 + 4 < x - 4 + 4 \leq -1 + 4$ إضافة 4 $1 < x \leq 3$ بالتبسيط مجموعة الحلّ $\{x 1 < x \leq 3\}$ أو $(1, 3]$	$2x + 4 < 8$ or $x + 7 > 11$ المتباينة الأصلية $2x + 4 - 4 < 8 - 4$ or $x + 7 - 7 > 11 - 7$ بالطرح $2x < 4$ or $x > 4$ بالتبسيط $\frac{2x}{2} < \frac{4}{2}$ بالقسمة $x < 2$ or $x > 4$ بالتبسيط مجموعة الحلّ: $\{x x < 2 \text{ or } x > 4\}$ أو $(-\infty, 2) \cup (4, \infty)$

أجد مجموعة حلّ كل متباينة مما يأتي، ثم أمثلها على خطّ الأعداد:

1 $-4 < -2x + 2 < 10$

$-4 < -2x + 2 < 10$

المتباينة المعطاة

2 $x - 2 > 1$ or $x + 2 > 7$

$x - 2 + 2 > 1 + 2$ or $x + 2 - 2 > 7 - 2$

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

لم أتمكن من حلّ الأنشطة. استعيتُ بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.	أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلًا أتقن المهارة.	أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.
• أمثل حلّ متباينة مركبة على خطّ الأعداد (). • أمثل متباينات مركبة تحتوي على أداة الربط (و) / (أو) ().		

حلّ معادلات القيمة المطلقة ومتبايناتها

3

النتائج: • أحلّ معادلات القيمة المطلقة ومتبايناتها.

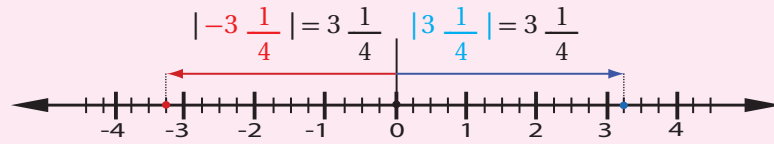
معادلات القيمة المطلقة

نشاط 1



أتذكرُ

القيمة المطلقة للعدد هي المسافة بين العدد والصفر على خطّ الأعداد.



أتعلمُ

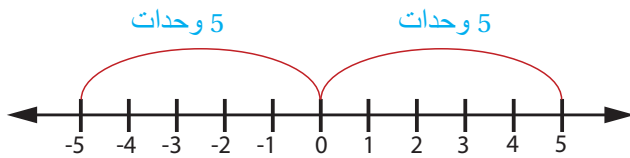
معادلة القيمة المطلقة: هي معادلة تحتوي على قيمة مطلقة

لحلّ المعادلة $|ax + b| = c$ حيث $c \geq 0$ ، أحلّ المعادلتين المرتبطتين بها، وهما:
 $ax + b = c$ or $ax + b = -c$

أحلّ كلّاً من المعادلات الآتية، وأمثّل مجموعة الحلّ على خطّ الأعداد، وأتحقّق من صحة الحلّ.

1 $|x| = 5$

$x = 5$ or $x = -5$



ألاحظُ أن المسافة بين x والعدد 0 هي 5 وحداتٍ

أتحقّق: أعوضُ الحلول في المعادلة الأصلية، فأجدُ

$|5| = 5$ و $|-5| = 5$
 ✓ ✓

2 $2|x-3| + 2 = 4$

$$2|x-3| + 2 = 4$$

$$2|x-3| + 2 - 2 = 4 - 2$$

$$2|x-3| = 2$$

$$\frac{2}{2}|x-3| = \frac{2}{2}$$

$$|x-3| = 1$$

المعادلة المعطاة

ب طرح 2 من طرفي المعادلة

تبسيط

بقسمة طرفي المعادلة على 2

تبسيط

أكتب معادلتين مرتبطتين بالمعادلة $|x-3| = 1$ ، ثم أحل كلًا منهما

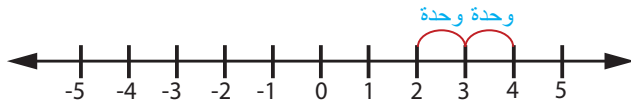
$$x-3 = 1 \quad \text{or} \quad x-3 = -1$$

$$x-3+3 = 1+3 \quad \text{or} \quad x-3+3 = -1+3$$

$$x = 4 \quad \text{or} \quad x = 2$$

بكتابة المعادلتين المرتبطتين

بجمع 3 إلى كل الأطراف



مجموعة الحل $\{2, 4\}$

أتحقق: أعوض الحلول في المعادلة المعطاة (الأصلية) $2|x-3| + 2 = 4$

$$x = 4 \rightarrow 2|4-3| + 2 = 4 \quad \checkmark$$

$$x = 2 \rightarrow 2|2-3| + 2 = 4 \quad \checkmark$$

3 $3|x-6| - 5 = 4$

$$3|x-6| - 5 = 4$$

$$3|x-6| - 5 + 5 = 4 + 5$$

المعادلة المعطاة

بجمع 5 إلى طرفي المعادلة

بقسمة طرفي المعادلة على 3

مجموعة الحل $\{ \quad , \quad \}$

أتحقق:

4 $7|x-10| + 4 = 25$

متباينات القيمة المطلقة

نشاط 2



أتعلم

متباينة القيمة المطلقة: هي متباينة تحتوي على قيمة مطلقة.

متباينة القيمة المطلقة الأكبر	يدل عليها متباينة القيمة المطلقة الأقل
$ ax + b > c$	$ ax + b < c \quad (c > 0)$
يدل عليها رمز التباين $\geq$ أو $>$	يدل عليها رمز التباين $\leq$ أو $<$
لحل المتباينة $ax + b > c$ $ax + b < -c$ or $ax + b > c$	لحل المتباينة $ax + b < c$ $-c < ax + b < c$

1) أحل كلاً من المتباينات الآتية، وأمثل مجموعة الحل على خط الأعداد إن أمكن:

1 $A > 3$ $A < -3$ or $A > 3$	2 $B < 3$ $-3 < B < 3$
3 $2x+1 \geq 3$ $2x+1 \leq -3$ or $2x+1 \geq 3$ المتباينة المركبة بطرح 1 $2x+1-1 \leq -3-1$ or $2x+1-1 \geq 3-1$ بالقسمة على 2 $2x \leq -4$ or $2x \geq 2$ $x \leq -2$ or $x \geq 1$ مجموعة الحل: $(-\infty, -2] \cup [1, \infty)$	4 $-2 x+3 - 2 \geq 4$ بجمع 2 $-2 x+3 - 2 + 2 \geq 4 + 2$ $-2 x+3 \geq 6$ بالقسمة على -2 $\frac{-2}{-2} x+3 \leq \frac{6}{-2}$ لا يمكن أن تكون $x+3$ سالبة، $x+3 \leq -3$ مجموعة الحل $\emptyset$

(2) أحلّ كلّاً من المتباينات الآتية، وأمثلة مجموعة الحلّ على خطّ الأعداد (إنّ أمكن) :

1 $x-3 > 1$ $x-3 < -1$ or $x-3 > 1$ $x-3+3 < -1+3$ or $x-3+3 > 1+3$ جمع 3 تبسيط مجموعة الحلّ:	2 $x-3 < 1$ $-1 < x-3 < 1$ بجمع 3 إلى كافة الأطراف تبسيط مجموعة الحلّ: (2,4)
3 $x-10 \geq 5$	4 $x-2 \leq 4$

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

😊 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.	😐 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	😞 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.
• أحلّ معادلة القيمة المطلقة ().	• أحلّ متباينةً على القيمة المطلقة ().	

تمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً

4

النتائج: • أمثل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانياً.

نشاط 1 تمثيل متباينة خطية بمتغيرين بيانياً

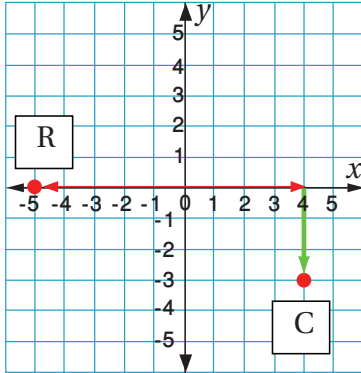
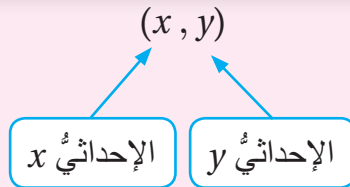


أولاً: تمثيل النقاط على المستوى الإحداثي

أتذكر

كل نقطة في المستوى الإحداثي يتم تحديدها بزوج مرتب.

لتعيين النقطة $(-2, 4)$ أتجه إلى اليسار وحدتين بدءاً من نقطة الأصل ثم إلى الأعلى بمقدار 4 وحدات.



1) أمثل الأزواج المرتبة على المستوى الإحداثي المجاور

- A (4, 3) • F (-1, -2)
- D (3, -1) • E (-1, 3)

2) النقطة التي تمثل إحداثياتها $(4, -3)$ هي

النقطة التي تمثل إحداثياتها $(-5, 0)$ هي

ثانياً: تمثيل المتباينة الخطية بمتغيرين بيانياً

أتعلم

المتباينة الخطية بمتغيرين هي متباينة يمكن كتابتها على إحدى الصور الآتية:

$$ax + by < c \text{ و } ax + by \leq c$$

$$ax + by > c \text{ و } ax + by \geq c$$

a, b, c هي أعداد حقيقية.

وحل المتباينة الخطية بمتغيرين يُكتب على شكل زوج مرتب (x, y) .

لكل متباينة خطية معادلة خطية مرتبطة بها.
مثلاً:

$x + 2y > 1$ هي متباينة خطية، و $x + 2y = 1$ هي المعادلة الخطية المرتبطة بها.

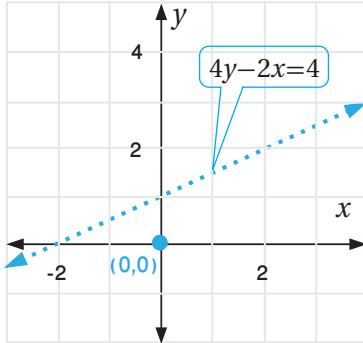
لتمثيل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانيًا، أتبع الخطوات الآتية:

- الخطوة (1)** أرسم منحني المعادلة المرافقة للمتباينة بأن أستبدل الرمز ($>$ ، $<$ ، $\geq$ ، $\leq$) برمز المساواة (=)؛ حيث تمثل المعادلة الناتجة المستقيم الحدودي.
- الخطوة (2)** اختار نقطة لا تقع على المستقيم الحدودي، ثم أعوضها في المتباينة الخطية لتحديد ما إذا كانت تمثل حلًا للمتباينة أم لا.
- الخطوة (3)** إذا كانت النقطة تحقق المتباينة؛ أي تعطي نتيجة صحيحة، فأظلل الجزء من المستوى الإحداثي الذي تقع فيه تلك النقطة، وإلا فأظلل الجزء الآخر الذي لا تقع فيه تلك النقطة.

1) أمثل المتباينة الخطية $4y - 2x < 4$ على المستوى الإحداثي

الخطوة (1) أمثل المستقيم الحدودي

أمثل المستقيم الحدودي $4y - 2x = 4$ ، وأنشئ جدول قيم يبين نقاط تقاطع المستقيم مع المحورين على المستوى الإحداثي $(0,1)$ ، $(-2,0)$ أعين النقطتين ثم أرسم مستقيماً يمر بهما. وبما أن رمز المتباينة ($<$) لا يحتوي مساواة فإنه يرسم متقطعاً كما في الشكل الآتي.



	$4y - 2x = 4$
$x = 0$	$4y - 2(0) = 4$ $4y = 4 \rightarrow y = 1 \rightarrow (0, 1)$
$y = 0$	$4(0) - 2x = 4$ $-2x = 4 \rightarrow x = -2 \rightarrow (-2, 0)$

الخطوة (2) أحدد منطقة الحلول الممكنة

أختار نقطة لا تقع على المستقيم الحدودي مثل $(0,0)$ ، ثم أتحقق ما إذا كان الناتج صحيحاً أم لا عند تعويضها في المتباينة:

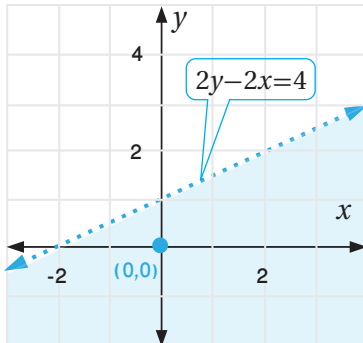
$$4y - 2x < 4$$

$$4(0) - 2(0) < 4$$

$$0 < 4$$

المتباينة الخطية

بتعويض النقطة $(0, 0)$



إذن، $(0, 0)$ ، تقع في منطقة حل المتباينة.

الخطوة (3) أظلل منطقة الحلول الممكنة

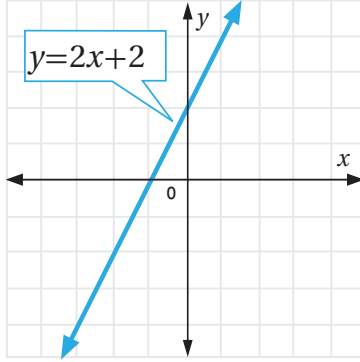
بما أن النقطة أعطتنا ناتجاً صحيحاً، فأظلل الجزء من المستوى الذي تقع فيه النقطة.

(2) أمثل المتباينة الخطية $2y \geq 4x + 4$ على المستوى الإحداثي

الخطوة (1) أمثل المستقيم الحدودي

أبسط المعادلة فينتج $y = 2x + 2$

أمثل المستقيم الحدودي $y = 2x + 2$ ، وأنشئ جدول قيم يبين نقاط تقاطع المستقيم مع المحورين على المستوى الإحداثي $(0, 2), (-1, 0)$. أعيّن النقطتين ثم أرسم مستقيماً يمرّ بهما. وبما أن رمز المتباينة $(\geq)$ يحتوي مساواةً، فإنه يرسم متصلاً كما في الشكل الآتي.



	$y = 2x + 2$
$x = 0$	$y = 2 \rightarrow (... , ...)$
$y = 0$	$0 = 2x + 2 \rightarrow x = \dots$ $2x = \dots \rightarrow x = \dots$ $(..., ...)$

الخطوة (2) أحدد منطقة الحلول الممكنة

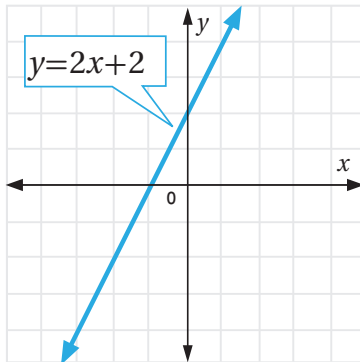
أختار نقطة لا تقع على المستقيم الحدودي مثل $(0, 0)$ ، ثم أتحقق ما إذا كان الناتج صحيحاً أم لا عند تعويضها في المتباينة:

المتباينة الخطية

بتعويض النقطة $(0, 0)$

الناتج صحيح أم لا؟

إذن النقطة $(0, 0)$ في منطقة حل المتباينة.



الخطوة (3) أظلل منطقة الحلول الممكنة

بما أن النقطة أعطتنا ناتجاً خاطئاً، فأظلل الجزء من المستوى الذي لا تقع فيه النقطة.

(3) أمثل المتباينة الخطية $3y - 6x < -6$ على المستوى الإحداثي

ثالثاً: تمثيل المتباينات الخطية بمتغير واحد

(1) ما معنى المعادلة $y = 3$ ؟

(قيمة y لجميع قيم x تساوي 3) $(..., 3), (..., 3), (2, 3)$

(2) ما معنى المعادلة $x = 3$ ؟

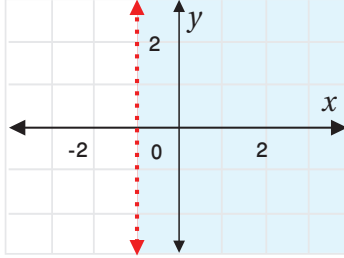
(قيمة x لجميع قيم y تساوي 3) $(3, ...), (3, ...), (3, 2)$

أتعلم

عند تمثيل المتباينة الخطية بمتغير واحد على المستوى الإحداثي، يكون المستقيم الحدودي، إما أفقيًا أو عموديًا.

(3) أمثل المتباينة $x > -1$ على المستوى الإحداثي

الخطوة (1) أمثل المستقيم الحدودي $x = -1$ وبما أن رمز المتباينة ($>$) لا يحتوي مساواة، فإنه يرسم متقطعًا كما في الشكل الآتي.



x	-1	-1	-1
y	-2	1	3

الخطوة (2) اختيار نقطة لا تقع على الخط مثل $(0,0)$
إذن، منطقة الحل من جهتها $0 > -1$

(4) أمثل المتباينة $y \leq 6$ على المستوى الإحداثي

الخطوة (1) أمثل المستقيم الحدودي $y = \dots\dots\dots$
وبما أن رمز المتباينة يحتوي مساواة، فإنه يرسم $\dots\dots\dots$

x			
y	6	6	

الخطوة (2) اختيار نقطة لا تقع على الخط مثل $(\dots, \dots)$
إذن منطقة الحل $\dots\dots\dots$

أمثل كلاً مما يأتي على المستوى الإحداثي:

1 $x \geq 6$

2 $y < -3$

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعينُ بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكنُ أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.	أستطيعُ حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسألُ زميلًا أتقن المهارة.	أستطيعُ حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.
• أمثل المتباينات الخطية بمتغيرين بيانيًا. ()		

الوحدة (2) العلاقات والاقتوانات

2

تفسير التمثيلات البيانية للعلاقات

- أفسر الرسوم البيانية للمواقف الحياتية.

1

الاقتوانات

- أميز العلاقة من الاقتران.
- أحدد مجال الاقتران ومداه.

4

التحويلات الهندسية للاقتوانات التربيعية

- أمثل منحنيات الاقتوانات التربيعية الناتجة عن تطبيق تحويل هندسي أو أكثر على منحنى الاقتران الرئيس.

3

الاقتران التربيعي

- أذكر خصائص الاقتران التربيعي.
- أمثل الاقتران التربيعي بيانياً في المستوى الإحداثي.

النتائج: • أُمِيزُ العلاقة من الاقتران.
• أحددُ مجالَ الاقتران ومداهُ.

نشاط 1 تمييزُ العلاقة والاقتران

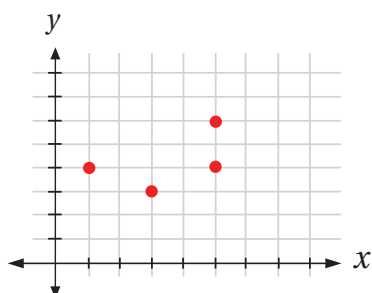


أولاً: العلاقات

(1) أتاُمَلُ التمثيلات الآتية:

أتعلّم

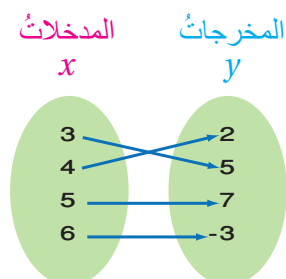
العلاقة: هي مجموعة الأزواج المرتبة المكونة من المدخلات (المجال) والمخرجات (المدى).



الشكل (3)

x	2	2	3
y	3	1	4

الشكل (2)



الشكل (1)

1 في الشكل (1)

مجموعة قيم x التي تمثل المدخلات: $\{3, 4, 5, 6\}$ وتسمى قيم المجال.
مجموعة قيم y التي تمثل المخرجات: $\{2, 5, 7, -3\}$ وتسمى قيم المدى
مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) الناتجة من الشكل (1): $\{(3, 5), (4, 2), (5, 7), (6, -3)\}$
وتسمى العلاقة الممثلة اقتراناً، لأن كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط في المدى

2 في الشكل (2)

مجموعة قيم x التي تمثل المجال: $\{2, 3\}$
مجموعة قيم y التي تمثل المدى: $\{3, 1, 4\}$
مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) الناتجة من الشكل (2): $\{(2, 3), (2, 1), (3, 4)\}$

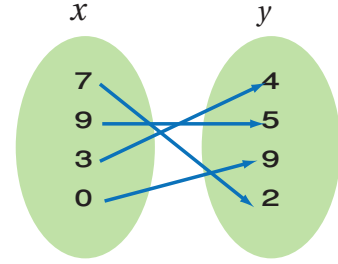
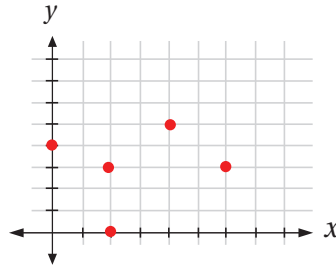
3 في الشكل (3)

ألاحظُ أنه في الشكل (2) و(3) هناك عنصر في المجال يرتبط بعنصرين من عناصر المدى، لذلك فإن كلا منهما لا يُمثَلُ اقتراناً.

مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) الناتجة من الشكل (3): $\{(1, 4), (3, 3), (5, 4), (5, 6)\}$

(2) أجد مجال العلاقات الآتية ومداها، ثم أحدد ما إذا كانت تمثل اقتراناً أم لا:

x	-1	-1	7	8
y	3	5	6	4



المجال

المدى

الجدول يمثل

المجال

المدى

التمثيل البياني يمثل

المجال

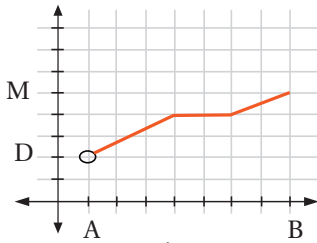
المدى

المخطط السهمي يمثل

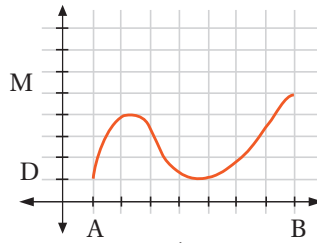
ثانياً: الاقتران المتصل والاقتران المنفصل

الاقتران: هو العلاقة التي تربط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط من المدى، فدلالة الزوج المرتب (x, y) تعني: أن x أحد عناصر المجال، وأن y أحد عناصر المدى. يسمى الاقتران الذي يمثل بخط أو منحنى من دون انقطاع في المستوى الإحداثي **اقتراناً متصلاً**، والاقتران الممثل بنقاط غير متصلة **اقتراناً منفصلاً**.

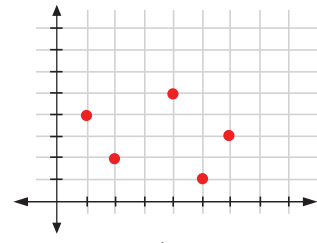
(1) أحدد أيًا مما يأتي يعتبر اقتراناً متصلاً وأيها منفصلاً، ثم أجد المجال والمدى له:



الشكل (3)



الشكل (2)



الشكل (1)

ألاحظ أن الشكل (1) ممثل بنقاط غير متصلة، لذلك يعتبر **اقتراناً منفصلاً**، مجاله $\{1, 2, 4, 5, 6\}$ ومداها $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

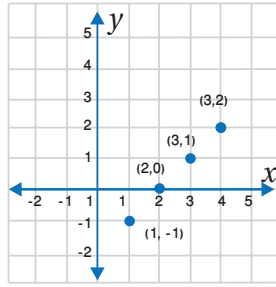
بينما الشكل (2) ممثل بخط منحنٍ فيعتبر **اقتراناً متصلاً** مجاله يبدأ من النقطة A وينتهي بالنقطة B، ونعبر عنه بالفترة $[1, 8]$ أو $\{x \mid 1 \leq x \leq 8\}$ ومداها يبدأ من النقطة D وينتهي بالنقطة M، ونعبر عنه بالفترة $[1, 5]$ أو $\{y \mid 1 \leq y \leq 5\}$.

أتذكر

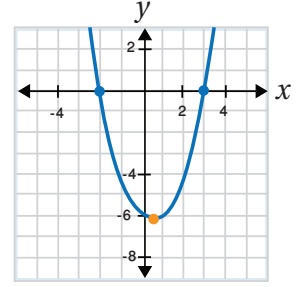
الحلقات المفتوحة نعبر عنها بفترات مفتوحة.

والشكل (3) ممثل بخطوط مستقيمة متصلة ببعضها، فيعتبر اقتراناً متصلاً أيضاً، لذلك نعبر عنه بالفترة $(1, 8]$ أو $\{x \mid 1 < x \leq 8\}$ ومداها $(2, 5]$.

(2) معتمدًا على التمثيل البياني للاقتران، أكمل العبارات الآتية لتصبح صحيحة:



الشكل (2)

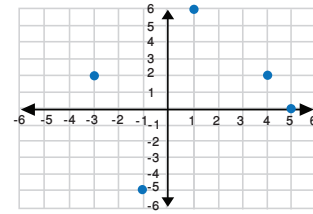


الشكل (1)

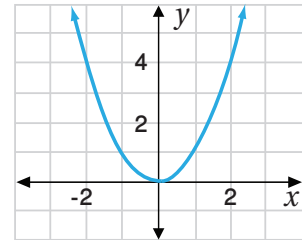
- 1 يعتبر الشكل (1) تمثيلًا بيانيًا لاقتران متصل
- 2 يعتبر الشكل (2) تمثيلًا بيانيًا لاقتران
- 3 مجال الاقتران الممثل في الشكل (1) هو
- 4 مجال الاقتران الممثل في الشكل (2) هو
- 5 مدى الاقتران الممثل في الشكل (1) هو
- 6 مدى الاقتران الممثل في الشكل (2) هو

(3) أصل بين الشكل والعبارة المناسبة:

الاقتران متصل مجاله $[-5, 4]$

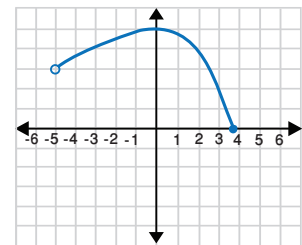


الاقتران متصل مداه $[0, \infty)$



الاقتران منفصل مجاله $\{-5, -1, 1, 4, 5\}$

الاقتران متصل مجاله $(-\infty, \infty)$

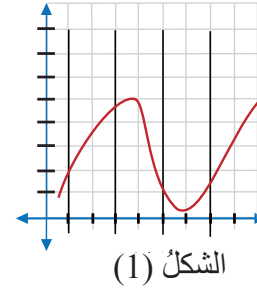
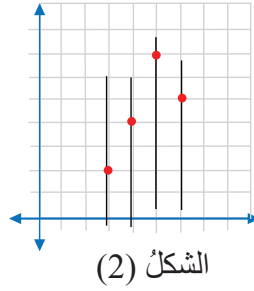
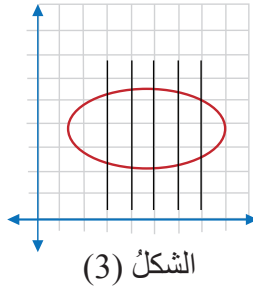


الاقتران منفصل مداه $\{-5, 0, 2, 6\}$

ثالثاً: اختبار الخط الرأسي

يُستعمل اختبار الخط الرأسي لتحديد ما إذا كان التمثيل البياني هو تمثيلاً لاقترانٍ أم علاقة. فإذا تقاطع الخط الرأسي مع التمثيل البياني أكثر من مرة، فإن التمثيل البياني لا يمثل اقتراناً، أما إذا تقاطع كل خط رأسي مع التمثيل البياني مرة واحدة فقط، فيعتبر تمثيلاً لاقترانٍ.

(1) أتاُمّل التمثيلات الآتية ثم أجيب عن الأسئلة التي تليها:

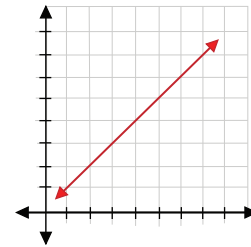
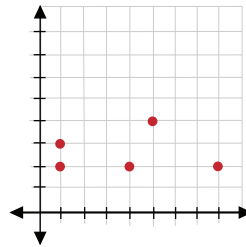
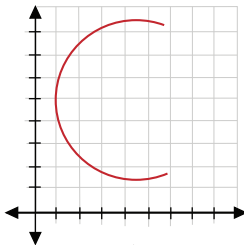


في الشكلين (1) و(2)، ما عدد مرات تقاطع كل خط من الخطوط الرأسية مع منحنى التمثيل البياني للعلاقة؟ مرة واحدة فقط.

في الشكل (3) ما عدد مرات تقاطع كل خط من الخطوط الرأسية مع منحنى التمثيل البياني للعلاقة؟ كل خط تقاطع مرتين مع منحنى التمثيل البياني للعلاقة.

لذلك يعتبر كل من التمثيلين (1) و (2) اقترانين، أما التمثيل البياني للشكل (3)، فلا يمثل اقتراناً.

(2) أرسم خطوطاً رأسيّة، ثم أحدد أيّاً مما يأتي يعتبر اقتراناً، وأيّاً منها لا يعتبر اقتراناً:

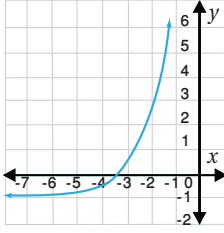


الشكل (1) يمثل اقتراناً لأن كل خط رأسي يتقاطع مع التمثيل البياني مرة واحدة فقط

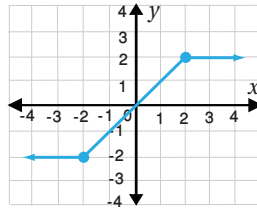
الشكل (2) لأن مع التمثيل البياني

الشكل (3) لأن مع التمثيل البياني

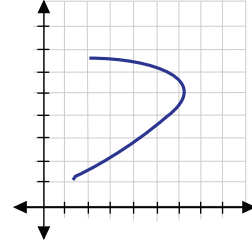
(3) أستمعل اختبار الخطّ الرأسّي لتحديد، إذا كانت العلاقة الممثلة تعتبر تمثيلاً لاقتران أم لا.



(3)



(2)



(1)

رابعاً: الاقتران الخطّي والاقتران غير الخطّي

أتذكر

يسمى الاقتران $y = mx + b$ بالاقتران الخطّي مقطّعه من المحور y هو العدد b ، ويكتب على صورة الزوج $(0, b)$ والتمثيل البياني للاقتران الخطّي هو خطّ مستقيم.

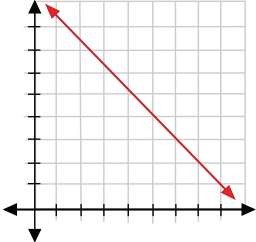
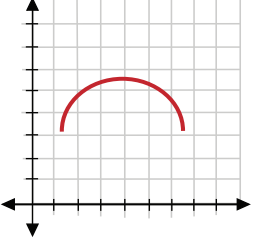
أتعلم

يمكن أن نرمر إلى الاقتران كما يأتي:
 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, y

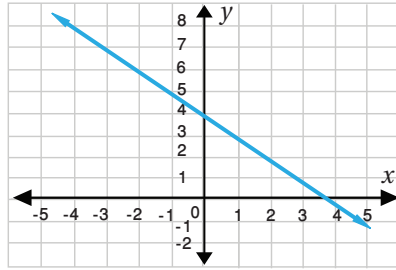
أتعلم

الاقتران غير الخطّي هو اقتران لا يمكن كتابته بالصيغة $y = mx + b$ وتمثيله البياني ليس خطاً مستقيماً.

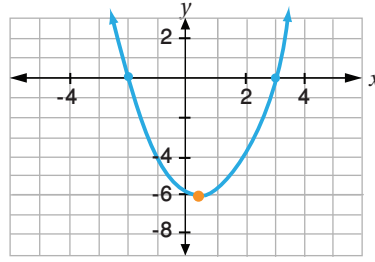
(1) أحدد الاقتران الخطّي في كلّ مما يأتي وأبرر إجابتي:

الاقتران	خطّي	غير خطّي	التبرير
$f(x) = 3x + 2$	✓		لأنّ أسّ المتغير فيه يساوي 1
$g(x) = 2x^3 + 5$		✓	لأنّ أسّ المتغير فيه يساوي 3
$y = 1 - x$	✓		
$f(x) = x^2 + x$		✓	
	✓		لأنّ التمثيل البياني خطّ مستقيم
		✓	

(2) اعتمادًا على الشكلين الآتيين، أملأ الفراغات الآتية:



الشكل (2)



الشكل (1)

يعتبر الشكل تمثيلًا بيانيًا لاقتراح خطي، لأنه
يعتبر الشكل تمثيلًا بيانيًا لاقتراح غير خطي، لأنه

خامسًا: إيجاد صورة أي قيمة من قيم المجال من قاعدة اقتران معطى

إذا كان $f(x) = x^2 + x - 3$ ، فما قيمة كل مما يأتي:

$f(2)$, $f(0)$, $f(3) + f(1)$

المقدار	خطوات الحل جبريًا	خطوات الحل بالكلمات
1 $f(2)$	$= (2)^2 + 2 - 3$	أعوض العدد 2 بدلاً من المتغير x في الاقتران $f(x)$
	$= 4 + 2 - 3$	أجد نواتج المقادير الناتجة مراعيًا أولويات العمليات الحسابية
	$= 6 - 3 = 3$	أبسط المقادير الناتجة وأجد الناتج النهائي للمقدار
2 $f(0)$	$=$	أعوض العدد 0 بدلاً من المتغير x في الاقتران $f(x)$
	$=$	أجد نواتج المقادير الناتجة مراعيًا أولويات العمليات الحسابية
	$=$	أبسط المقادير الناتجة وأجد الناتج النهائي للمقدار
3 $f(3) + f(1) =$	$=$	أجد $f(3)$ أولاً
	$=$	أجد $f(1)$
	$=$	أجمع ناتجي المقدارين $f(3) + f(1)$

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أدرب" وأحلّ المسائل.	أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلًا أتقن المهارة.	لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
---	---	---

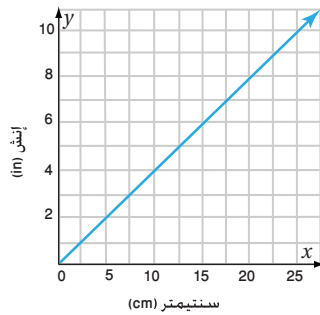
• أعدد ما إذا كانت العلاقة اقترانًا أم لا ().	• أميز الاقتران الخطي من غير الخطي ().
--	---

نشاط 1 تفسير التمثيلات البيانية



أولاً: التحويل بين وحدات قياس الطول

1) اعتماداً على الشكل الآتي الذي يمثل العلاقة التقريبية (لأقرب عدد صحيح) بين السنتيمتر (cm) والإنش (in)، أجب عن الأسئلة الآتية:



السؤال	الحل	التبرير
1) أحوّل (5 cm) إلى إنش	2 إنش	ألاحظ أنّ الخطّ الأفقيّ والخطّ الرأسّي يلتقيان عند النقطة (5,2)
2) أحوّل (15 cm) إلى إنش		ما القيمة التي يقابلها نهاية الخطّ الأخضر على محور الإنش؟
3) أحوّل (8 in) إلى سنتيمتر	20 سنتيمتر	ما القيمة التي يقابلها نهاية الخطّ الأحمر على المحور x (السنتيمتر)؟
4) أحوّل (10 in) إلى سنتيمتر		أجدُ إحداثيات نقطة تقاطع الخطّين الأفقيّ والرأسيّ عند 10 in، وما يقابلها على المحور x (السنتيمتر).

(2) اعتمادًا على الشكل الآتي الذي يمثل العلاقة بين الديسيمتر (dm) والسنتيمتر (cm)، أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال	الحل	التبرير
1 أحول (3 dm) إلى سنتيمتر	30 cm	
2 أحول (1 dm) إلى سنتيمتر		
3 أحول (20 cm) إلى ديسيمتر	2 dm	
4 أحول (50 cm) إلى ديسيمتر		

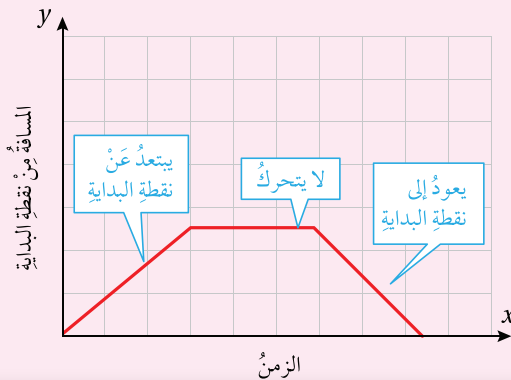
ثانيًا: منحنى المسافة - الزمن

لتمثيل المسافة التي يقطعها جسم متحرك في فترة زمنية بين نقطتين زمنيتين، فإننا نستعمل منحنى (المسافة الزمن) كما هو مُمثل في الشكل المعطى جانبًا.

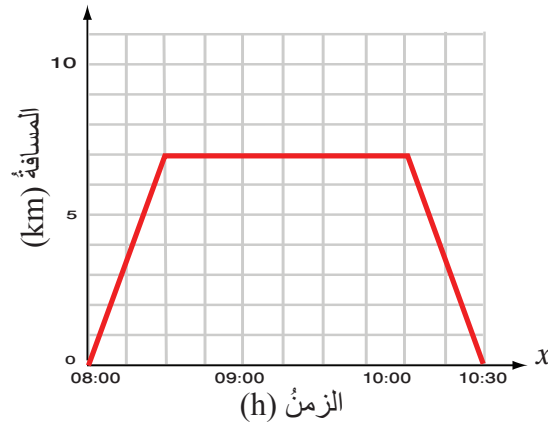
حيثُ تحسبُ السرعةُ بحسب القانون الآتي:

$$v = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \text{السرعة}$$

$$v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ وبالرمز:}$$



1) يمثل الشكل الآتي المسافة التي يقطعها سامر على دراجته الهوائية من منزله إلى المكتبة. أجب عن الاسئلة الآتية:

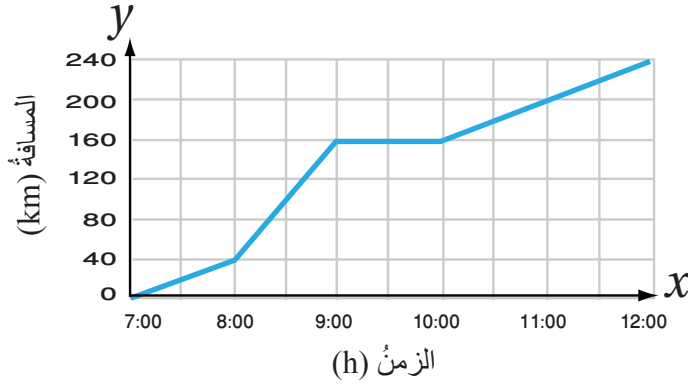


السؤال	الحل	التبرير
1 في أي ساعة انطلق سامر من منزله؟	الساعة 8:00	ألاحظ أن بداية خط التمثيل البياني هو عند الساعة 8:00.
2 متى وصل سامر إلى المكتبة؟	الساعة 8:30 وتساوي 8.5	بداية الخط الأفقي يشير إلى الساعة 8:30.
3 ما سرعة سامر في المدة الزمنية 8:00 - 8:30؟	$v = m = \frac{7 - 0}{8.5 - 8}$ $= \frac{7}{0.5}$ $= 14 \text{ km/h}$	لإيجاد السرعة، نجد الزوج المرتب الممثل عند الساعة 8:00 وهو (8,0)، وعند الساعة 8:30 وهو (8.5, 7) ثم نستخدم قانون ميل الخط المستقيم الذي يمثل السرعة: $v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
4 كم المسافة بين بيت سامر والمكتبة؟		بداية الخط الأفقي يشير إلى العدد على محور المسافة.
5 ما المدة الزمنية التي أمضاها سامر في المكتبة؟		بداية الخط الأفقي كانت عند الساعة وانتهت عند الساعة
6 ما سرعة سامر في المدة الزمنية 10:00 - 10:30؟		الزوج المرتب الممثل عند الساعة 10:00 هو الزوج المرتب الممثل عند الساعة 10:15 هو نطبق قانون السرعة: $v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أتعلم

القيمة السالبة للسرعة تعني أن الحركة تكون باتجاه تناقص في المسافة.

(2) انطلقت رحلة مدرسية من عمان إلى البتراء. ويمثل الشكل الآتي المسافة التي قطعها الطلبة في الباص انطلاقاً من عمان، وصولاً إلى البتراء. أتاُم الشكُل ثم أجيبُ عن الأسئلة التي تليه :



السؤال	الحل	التبرير
1 في أي ساعة انطلقت الرحلة؟		بداية خط التمثيل البياني
2 في أي ساعة كانت المسافة المقطوعة 40km؟		نلاحظ أن الخط الأفقي والخط الرأسّي يلتقيان عند النقطة (8,40).
3 ما سرعة الباص في الفترة الزمنية 8:00-9:00؟		الزوج المرتب عند الساعة 8:00 هو والزوج المرتب عند الساعة 9:00 هو نطبق قانون السرعة: $v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
4 متى كانت استراحة الطلبة في أثناء الرحلة؟		بداية الخط الأفقي عند الساعة ونهاية الخط الأفقي عند الساعة
5 ما سرعة الباص في الفترة الزمنية 10:00-12:00		
6 متى وصل الطلبة إلى البتراء؟		نهاية خط التمثيل البياني

أقيم ذاتي: أرسُم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

😊 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.	😐 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلًا أتقن المهارة.	😞 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.
• أجد سرعة جسم متحرك في فترة زمنية محددة ().	• أفسر التمثيلات البيانية للعلاقات ().	

- **النتائج:** أذكر خصائص الاقتران التربيعي.
- أمثل الاقتران التربيعي بيانياً في المستوى الإحداثي.

نشاط 1 خصائص الاقتران التربيعي



أتعلم

الاقتران التربيعي: هو كل اقتران يكتب على الصيغة $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية $a \neq 0$ ويسمى الاقتران $f(x) = ax^2$ بالاقتران الرئيس، لأنه أبسط صورة للاقتران التربيعي.

أتعلم

القطع المكافئ: هو الشكل الناتج عن تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً $f(x) = ax^2 + bx + c$ ويكون على شكل $\cap$ إذا كان $a < 0$ ، أو على شكل $\cup$ إذا كانت $a > 0$.

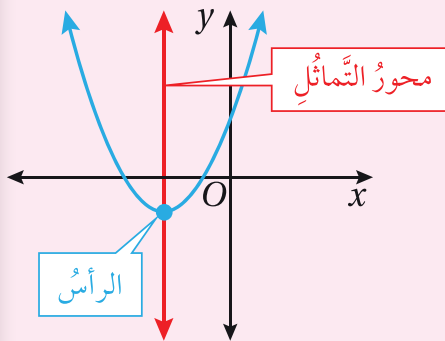
محور التماثل: الخط الرأسي الذي يقسم الشكل إلى قسمين متماثلين ومعادلته $x = -\frac{b}{2a}$

رأس القطع: نقطة تقاطع محور التماثل مع منحنى القطع، وإحداثياته $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

وتكون: $\left. \begin{array}{l} \text{قيمة عظمى إذا كانت } a < 0 \\ \text{قيمة صغرى إذا كانت } a > 0 \end{array} \right\}$

المجال: مجال الاقتران التربيعي دائماً هو $(-\infty, \infty)$

المدى: $\left. \begin{array}{l} \{y \mid y \geq f\left(-\frac{b}{2a}\right)\} \text{ إذا كانت } a > 0 \\ \{y \mid y \leq f\left(-\frac{b}{2a}\right)\} \text{ إذا كانت } a < 0 \end{array} \right\}$



(1) أُمِيزُ الاقترانَ التربيعيَّ في كلِّ مما يأتي وأبررُ إجابتي:

الاقتران	تربيعي ومعاملاته	غير تربيعي	التبرير
$f(x) = x^2 + 3x - 2$	$a = 1 \quad b = 3 \quad c = -2$ ✓		لأنه على الصيغة $f(x) = ax^2 + bx + c$
$f(x) = x^3 + 3x$		✓	لأنَّ أكبرُ قوةٍ للمتغيرِ فيه تساوي 3
$g(x) = 4x^2 + 6$	$a = 4 \quad b = 0 \quad c = 6$ ✓		لأنه على الصيغة $f(x) = ax^2 + bx + c$ أُتَذَكَّرُ أيُّ حدٍّ من حدودِ الاقترانِ التربيعيِّ غيرُ موجودٍ يكونُ معاملُهُ 0
$g(x) = 4x - 6$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 1
$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$		✓	
$f(x) = x^2$	$a = \quad , \quad b = \quad , \quad c = \quad$ ✓		
$f(x) = 8x^3 - 1$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 3

(2) أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ وإحداثياتِ رأسِ القطعِ والقيمةَ العظمى أو الصغرى ومدى الاقترانات الآتية:

الاقتران	قيمُ المعاملاتِ a, b, c	معادلةُ محورِ $x = \frac{-b}{2a}$	إحداثياتُ رأسِ القطعِ $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$	القيمةُ العظمى $a < 0$ القيمةُ الصغرى $a > 0$	المدى
$f(x) = x^2 + 2x + 1$	$a = 1 \quad b = 2 \quad c = 1$	$x = \frac{-2}{2(1)} = -1$	$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(-1, 0)$	بما أنَّ $a = 1$ للاقتران قيمةً صغرى مقدارُها 0	$[0, \infty)$ $\{y y \geq 0\}$
$f(x) = x^2 - 6x - 5$	$a = 1 \quad b = -6 \quad c = -5$	$x = \frac{-(-6)}{2(1)} = 3$	$f(3) = \dots = -14$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(3, \dots)$	بما أنَّ $a = 1$ للاقتران قيمةً صغرى مقدارُها $\dots$	$[\dots, \infty)$ $\{y y \geq \dots\}$
$f(x) = -2x^2 + 4x$	$a = \quad b = \quad c = 0$	$x = \dots = 1$	$f(\quad) = \dots = 2$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(\quad, \quad)$	بما أنَّ $a = \dots$ للاقتران قيمةً عظمى مقدارُها $\dots$	$(-\infty, \dots]$ $\{y y \leq \dots\}$
$f(x) = 4x^2 - 7$	$a = \quad b = \quad c = \quad$	$x = \dots$	$f(\quad) = \dots$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(\quad, \quad)$	بما أنَّ $a = \dots$ للاقتران قيمةً صغرى مقدارُها $\dots$	$[\dots, \infty)$ $\{y y \geq \dots\}$
$f(x) = -3x^2 - 6x - 5$					
$f(x) = x^2 - 2x + 4$					



نشاط 2 تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً

خطوات تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً

أحد اتجاه القطع $a > 0$ مفتوح للأعلى $\cup$

$a < 0$ مفتوح للأسفل $\cap$

أجد معادلة محور التماثل ثم إحداثيات رأس القطع

أجد نقاطاً أخرى

أجد إحداثيات المقطع y أختار قيمة للمتغير x تقع في جهة المقطع y نفسها.

(1) أمثل الاقتران $f(x) = x^2 + 2x - 1$ بيانياً

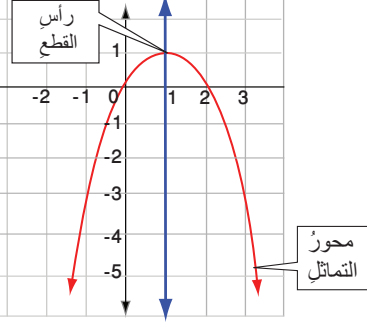
الخطوة	الحل	التمثيل البياني
1 أجد قيم المعاملات a, b, c	$a = \quad b = \quad c =$	
2 أحد اتجاه القطع	بما أن $a = 1$ فإن المنحنى مفتوح للأعلى.	
3 أجد معادلة محور التماثل	$x =$ $x = -1$	
4 أجد إحداثيات رأس القطع	$f(-1) =$ إحداثيات الرأس (,)	
5 أجد المقطع y	المقطع y هو قيمة الثابت c فالمقطع يساوي -1 إذن إحداثيات المقطع y هو $(0, -1)$	
6 أختار قيمة للمتغير x والقيمة المناظرة لها في الاقتران $f(x)$	أختار قيمة $f(1) = 1^2 + 2(1) - 1 = 2$ أحصل على الزوج المرتب $(1, 2)$	
7 أعين النقاط على المنحنى وأصل بينها بخط منحن ثم أرسم الخط المنحني نفسه على الطرف الثاني من محور التماثل، فيظهر الشكل في التمثيل البياني.	إحداثيات الرأس (,) إحداثيات المقطع y (,) إحداثيات نقطة على المنحنى (,)	

المجال $(-\infty, \infty)$

المدى $\{y \mid y \geq -2\}$ أو $[-2, \infty)$

وتكون القيمة الصغرى هي -2

(2) أمثلُ الاقتران $f(x) = -x^2 + 2x$ بيانيًا

الخطوة	الحل	التمثيل البياني
1 أجد قيم المعاملات a, b, c	$a = \quad b = \quad c =$	 المجال المدى القيمة العظمى
2 أحدد اتجاه القطع	بما أن $a = -1$ فإن المنحنى مفتوح.....	
3 أجد معادلة محور التماثل		
4 أجد إحداثيات رأس القطع	إحداثيات الرأس (,)	
5 أجد المقطع y	المقطع y يساوي..... إذن إحداثيات المقطع y (,)	
6 أختار قيمة للمتغير x والقيمة المناظرة لها في الاقتران $f(x)$	أختار قيمة $x =$ $f() = (.....)$ أحصل على الزوج المرتب (,)	
7 أعيّن النقاط على المنحنى وأصل بينها بخطّ منحنٍ، ثم أرسم الخطّ المنحنى نفسه على الطرف الثاني من محور التماثل، فيظهر الشكل في التمثيل البياني.	إحداثيات الرأس (,) إحداثيات المقطع y (,) إحداثيات نقطة على المنحنى (,)	

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضاي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

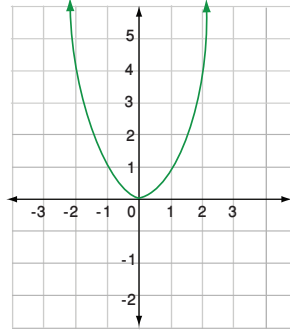
 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أدرب" وأحلّ المسائل.	 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلًا أتقن المهارة.	 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أعددُ خواصَّ الاقتران التربيعي ().	• أمثلُ الاقتران التربيعي بيانيًا ().	

النتائج: • أمثل منحنيات الاقترانات التربيعية الناتجة عن تطبيق تحويل هندسي أو أكثر على منحنى الاقتران الرئيس.

نشاط 1 تمثيل منحنى الاقتران الرئيس بيانياً والتحويلات الهندسية عليه

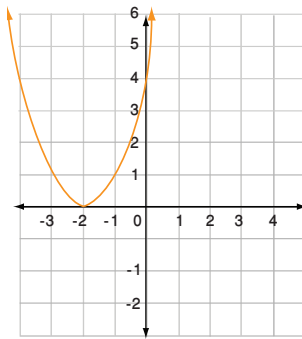


(1) أقرن التمثيل البياني للاقتران الرئيس $f(x) = x^2$ بالتمثيل البياني للاقترانات الممثلة، وأجب عن الأسئلة التي تليه:



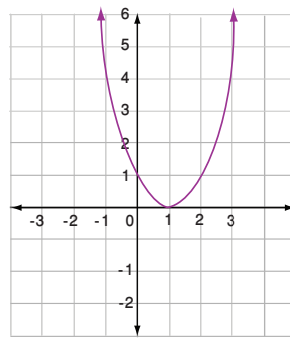
الشكل (1)

$$f(x) = x^2$$



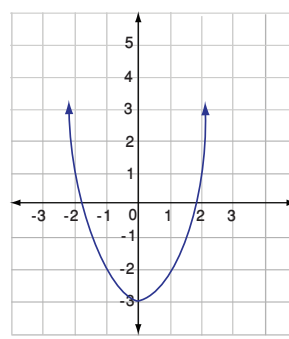
الشكل (5)

$$f(x) = (x + 2)^2$$



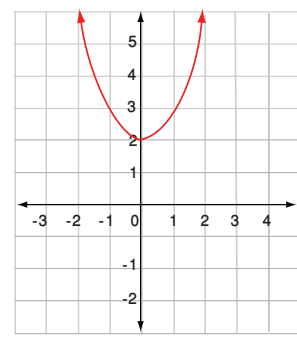
الشكل (4)

$$f(x) = (x - 1)^2$$



الشكل (3)

$$f(x) = x^2 - 3$$



الشكل (2)

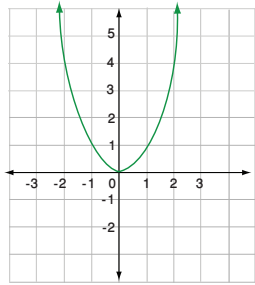
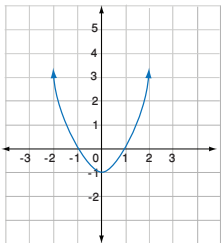
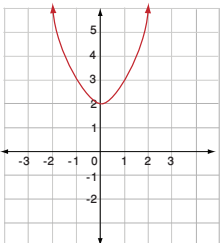
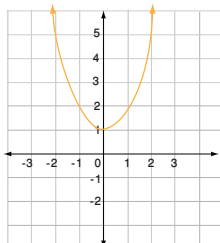
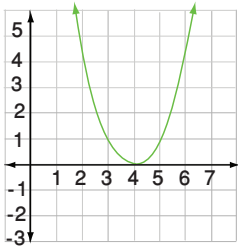
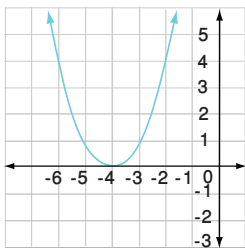
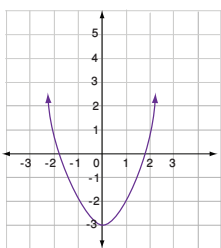
$$f(x) = x^2 + 2$$

الشكل (2) هو الشكل (1) أجري عليه انسحاب بمقدار خطوتين إلى الأعلى، ويسمى انسحاباً رأسياً (للاعلى).
الشكل (3) هو الشكل (1)، أجري عليه انسحاب بمقدار 4 خطوات إلى ويسمى انسحاباً رأسياً (للاسفل).
الشكل هو الشكل (1)، أجري عليه انسحاب خطوة واحدة إلى ويسمى انسحاباً أفقياً (لليمين).
الشكل هو الشكل (1)، أجري عليه انسحاب بمقدار خطوتين إلى ويسمى انسحاباً (لليسار).
استنتج أن الانسحاب يحافظ على ويغير من فقط.

أستنتج:

الوصف بالكلمات	مثال	قاعدة الانسحاب	الانسحاب
انسحاب إلى الأعلى بمقدار $k=4$ وحدة	$f(x) = x^2 + 4$	$f(x) = x^2 + k$	إلى الأعلى
انسحاب إلى الأسفل بمقدار $k=4$ وحدة	$f(x) = x^2 - 4$	$f(x) = x^2 - k$	إلى الأسفل
انسحاب إلى اليمين بمقدار $k=1$ وحدة	$f(x) = (x-1)^2$	$f(x) = (x-k)^2$	إلى اليمين
انسحاب إلى اليسار بمقدار $k=1$ وحدة	$f(x) = (x+1)^2$	$f(x) = (x+k)^2$	إلى اليسار

(2) أصف الانسحاب المطبق على الاقتران الرئيس بالكلمات ثم أجد قاعدة الاقتران في كل مما يأتي:

 $f(x) = x^2$			
			الشكل
الشكل يمثل انسحاباً بمقدار	الشكل يمثل انسحاباً بمقدار	الشكل يمثل انسحاباً بمقدار	الوصف
$f(x) = x^2 - \dots\dots\dots$	$f(x) = x^2 + \dots\dots\dots$	$f(x) = x^2 + \dots\dots\dots$	قاعدة الاقتران
			الشكل
الشكل يمثل انسحاباً بمقدار	الشكل يمثل انسحاباً بمقدار	الشكل يمثل انسحاباً بمقدار	الوصف
$f(x) = (x -)^2$	$f(x) = (x +)^2$	$f(x) = x^2 - \dots\dots\dots$	قاعدة الاقتران

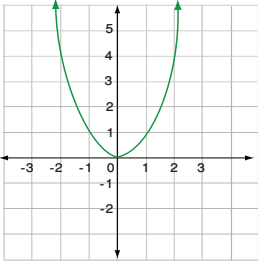
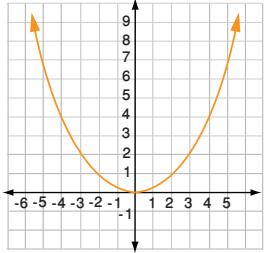
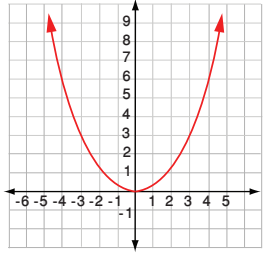
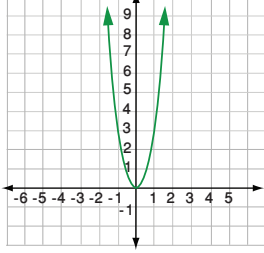
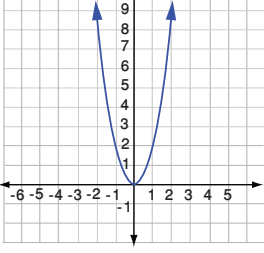
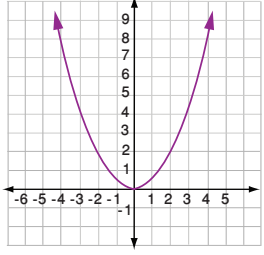
أتذكر

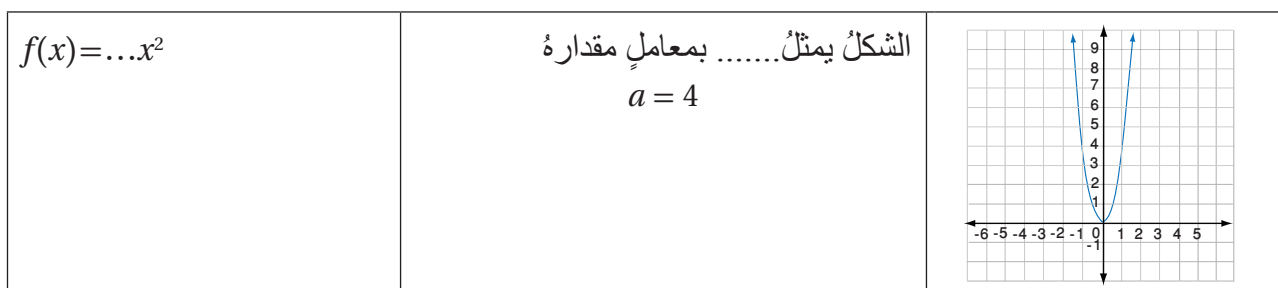
التمدد هو تحويل يؤدي إلى توسيع الشكل أو تضيقه، وقاعدته $f(x) = ax^2$

التوسيع: عندما تكون قيمة $a > 1$

التضيق: عندما تكون قيمة $0 < a < 1$

(3) أقرن التمثيل البياني للاقتران الرئيس بالتمثيل البياني للاقتارات الممثلة وأجيب عن الأسئلة التي تليه:

	 $f(x) = x^2$	
قاعدة الاقتران	الوصف	الشكل
$f(x) = \frac{1}{4} x^2$ $a = \frac{1}{4}$	الشكل يمثل تضيقاً رأسياً بمعامل مقداره $a = \frac{1}{4}$ لأن $0 < a < 1$	
$f(x) = \frac{1}{3} x^2$ $a = \frac{1}{3}$	الشكل يمثل بمعامل مقداره	
$f(x) = \dots x^2$	الشكل يمثل توسيعاً رأسياً بمعامل مقداره $a = 3$	
$f(x) = 2x^2$	الشكل يمثل بمعامل مقداره	
$f(x) = \dots x^2$	الشكل يمثل بمعامل مقداره $a = \frac{1}{2}$	



أتعلم

$f(x) = a(x-h)^2 + k$

h : يحدد الانسحاب الأفقي
 k : يحدد الانسحاب الرأسي

أتعلم

a : يحدد التمدد والانعكاس

الانعكاس: إشارة a سالبة
التمدد: إشارة a موجبة

التوسيع الرأسي: $|a| > 1$
التضييق الرأسي: $0 < |a| < 1$

انعكاس حول محور x لليسار، إشارة h سالبة
إلى الأعلى، إشارة k موجبة
إلى الأسفل، إشارة k سالبة

إحداثيات الرأس (h, k)

أتعلم

الانعكاس هو تحويل هندسي يعكس منحنى الاقتران حول مستقيم معلوم الانعكاس حول محور x

$f(x) = x^2 \rightarrow f(x) = -x^2$

الانعكاس حول محور y لا يؤثر في الشكل

$f(x) = x^2 \rightarrow f(-x) = (-x)^2 = x^2$

4) أصف التحويل الهندسي بالكلمات وأبرر إجابتي ثم أجد إحداثيات الرأس

الإقتران	الوصف بالكلمات	التبرير	إحداثيات الرأس
1 $f(x) = -2x^2$	يوجد انعكاس حول محور x	$a < 0$ (سالب)	(0,0)
	توسيع رأسي معاملته 2 وحدة	$ a > 1$	
2 $f(x) = 3(x+2)^2$	لا يوجد انعكاس		(-2,0)
	يوجد توسيع معاملته		
	يوجد انسحاب أفقي إلى اليسار بمقدار	$h=2$	
3 $f(x) = -(x-1)^2 + 1$	يوجد حول محور	$a < 0$	(,)
	لا يوجد	$ a = 1$	
	يوجد انسحاب بمقدار	$h=1$	
	يوجد انسحاب رأسي إلى الأعلى بمقدار وحدة واحدة	$k=1$	
4 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 5$	لا يوجد	a	(0 ,)
	يوجد تضيق رأسي معاملته	a	
	يوجد بمقدار	k	
5 $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$	يوجد	$a =$	(,)
	يوجد معاملته	$a =$	
	يوجد بمقدار	$h =$	
	يوجد بمقدار	$k =$	

أقيم ذاتي: أرسُم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.	أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
---	--	--

• أصف تأثير تحويل هندسي أو أكثر على منحنى الاقتران الرئيس ().

الوحدة (3) حلُّ المعادلات

3

حلُّ المعادلات التربيعية
بالتحليل (2)

• أحلُّ المعادلة التربيعية على
الصورة

$$ax^2 + bx + c = 0$$

2

حلُّ المعادلات التربيعية
بالتحليل (1)

• أحلُّ المعادلة التربيعية
بالتحليل.

1

حلُّ المعادلات التربيعية بيانيًا

• أحلُّ المعادلة التربيعية
بيانيًا.

6

حلُّ معادلات خاصة

• أحلُّ معادلات أس المتغير
فيها عدد صحيح موجب
أكبر من 2.

5

حلُّ المعادلات التربيعية
باستعمال القانون العام

• أحلُّ المعادلة التربيعية
باستعمال القانون العام.

4

حلُّ المعادلات التربيعية
بإكمال المربع

• أحلُّ المعادلة التربيعية
بإكمال المربع.

حلّ المعادلات التربيعية بيانيًا

1

النتائج: • أحلّ المعادلة التربيعية بيانيًا.



نشاط 1 حلّ المعادلات التربيعية بيانيًا

أولاً: حلّ المعادلات التربيعية بيانيًا

أتذكر

المعادلة: هي جملة تتضمن رمز مساواة تدلّ على تساوي المقدارين في طرفيها، وقد تتضمن أعدادًا ومتغيرات مثل: x, y

حلّ المعادلة: هو قيمة عددية للمتغير تجعل المساواة صحيحة.

مثال: (المعادلة) $2x + 1 = 5$ فإن (حلّ المعادلة) $x = 2$.

أتعلم

المعادلة التربيعية: هي معادلة يمكن كتابتها على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث $a \neq 0$.

حلّ المعادلة التربيعية بيانيًا: هو تحديد القيم التي يقطع عندها منحنى الاقتران المرتبط المحور x ، وتسمى تلك القيم جذور المعادلة أو أصفار الاقتران.

مثال: (المعادلة التربيعية) $x^2 - 2x - 8 = 0$ فإن (حلّ المعادلة التربيعية) $x = -2, 4$

حلّ المعادلات التربيعية جبريًا:

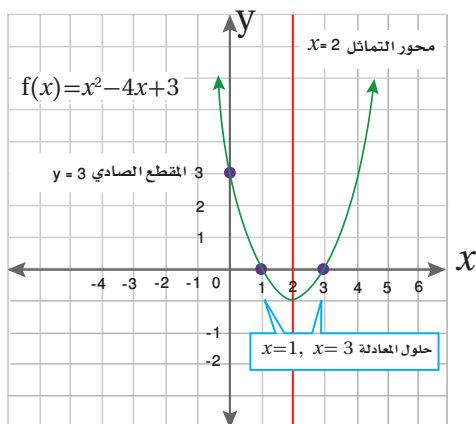
- 1- حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل.
- 2- حلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع.
- 3- حلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام.

لحلّ معادلة تربيعية

يمكن استعمال إحدى الطريقتين:

حلّ المعادلات التربيعية بيانيًا:

- 1- أكتب المعادلة بالصورة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$
- 2- أمثل بيانيًا الاقتران المرتبط $f(x) = ax^2 + bx + c$
- 3- أجد القيم التي يقطع عندها المنحنى المحور x



(1) أحلّ المعادلة التربيعية $x^2 - 4x = -3$ بيانيًا:

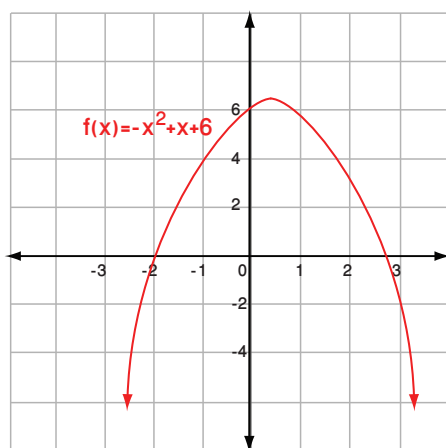
الصورة القياسية للمعادلة: $x^2 - 4x + 3 = 0$

أمثلّ الاقتران المرتبط بيانيًا: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

ألاحظ أن القيم التي يقطع عندها المنحنى المحور x :

$$x=1, x=3$$

إنّ: حلّ المعادلة التربيعية هو $x=1, x=3$



(2) أحلّ المعادلة التربيعية $x - x^2 = -6$ بيانيًا:

الصورة القياسية للمعادلة:

أمثلّ الاقتران المرتبط بيانيًا: $f(x) = \dots$

ألاحظ أن القيم التي يقطع عندها المنحنى المحور x :

$$x = \dots, x = \dots$$

إنّ: حلّ المعادلة التربيعية

هو $x = \dots, x = \dots$

(3) أكتب حلول المعادلات التربيعية الآتية بيانيًا:

حلّ المعادلة	تمثيل الاقتران المرتبط بالمعادلة بيانيًا
$x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$	
$x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$	

ثانيًا: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ

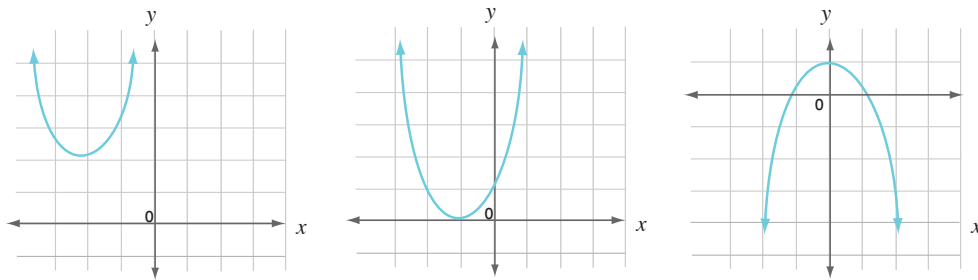
(1) أحددُ عددَ قيم x التي تمثلُ حلولاً للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ (أصفارِ الاقترانِ، جذورُ المعادلةِ)، ثم أبررُ إجابتي:

حلونُ المعادلةِ	منحنى الاقترانِ المرتبطُ بالمعادلةِ التربيعيةِ
عددُ الحلولِ (عددُ قيم x): التبريرُ:	
عددُ الحلولِ (عددُ قيم x): التبريرُ:	
عددُ الحلولِ (عددُ قيم x): التبريرُ:	

أتعلمُ

يمكنُ أن يكونَ للمعادلةِ التربيعيةِ حلانِ حقيقيانِ مختلفانِ، أو حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ، أو ألا يكونَ لها حلولٌ حقيقيةٌ.

(2) أحدد التمثيل البياني للاقتران المرتبط بالمعادلة التربيعية التي لا يوجد لها حل حقيقي.



(3) أصل العمود الأول بما يناسبه في العمود الثاني:

التمثيل البياني للاقتران المرتبط بالمعادلة التربيعية	عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية
	0
	1
	2

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

أستطيع حل الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حل "أندرب" وأحل المسائل.	أستطيع حل الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلًا أتقن المهارة.	لم أتمكن من حل الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أجد حل معادلة تربيعية بيانيًا ().		

حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل (1)

2

النتائج: • أحلّ المعادلة التربيعية بالتحليل.

نشاط 1 حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل



أولاً: تحليل المقادير الجبرية

بعض طرائق تحليل المقادير الجبرية

طريقة التحليل	عدد الحدود الجبرية
إخراج العامل المشترك الأكبر	2 أو أكثر
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	2
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$	3
$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ $m + n = b$ and $mn = c$	
$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$	4 أو أكثر

أتذكر

حين لا تساوي قيمة العامل المشترك الأكبر حدود المقدار الجبري 1، فإن من الأسهل البدء بإخراج العامل المشترك الأكبر، ثم اختيار طريقة التحليل المناسبة.

(1) أحلّ المقدار الجبري $6x^2 + 8x$:

الخطوة (1) أجد العامل المشترك الأكبر لحدود المقدار الجبري: $2x$ ؛

لأن $6x^2 = 2 \times 3 \times x \times x$, $8x = 2 \times 2 \times 2 \times x$

الخطوة (2) أخرج المقدار $(2x)$ عاملاً مشتركاً: $2x(3x+4)$

الخطوة (3) هل المقدار الجبري $6x^2 + 8x = 2x(3x + 4)$ تمّ

تحليله تحليلًا كاملاً؟ أبرر إجابتي.

نعم؛ لأنه تمّ كتابة كل حد من الحدود الجبرية للمقدار بالصورة التحليلية.

إذن، تمّ تحليل المقدار الجبري تحليلًا كاملاً.

أتذكر

إذا كانت c موجبة، و b سالبة في ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$ ، فإن لكل من n, m إشارة سالبة.

(2) أحلّ المقدار الجبري $x^2 - 6x + 8$:

الخطوة (1) أجد العامل المشترك الأكبر لحدود المقدار الجبري: 1

الخطوة (2) أختار طريقة التحليل المناسبة: تحليل ثلاثية الحدود

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

$$m + n = b \text{ and } mn = c$$

بما أن $c = 8$ ، و $b = -6$ ، فيجب إيجاد عددين سالبين مجموعهما وحاصل ضربهما

الخطوة (3) أنشئ جدولاً، وأنظّم فيه عوامل العدد 8 السالبة، وأحدّد العاملين اللذين مجموعهما -6:

العاملان الصحيحان	-2, -4	-1, -8	أزواج عوامل العدد 8 السالبة
	-6	-9	مجموع العاملين

$$x^2 - 6x + 8 = (x + m)(x + n)$$

الخطوة (4) أكتب القاعدة:

$$= (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) \quad m = -2, n = -4 \quad \text{الخطوة (5) أعوض}$$

(3) أحلّ المقادير الجبرية الآتية:

1 $x^2 + 3x + 2$

2 $2x^2 + 14x + 24$

ثانياً: حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل

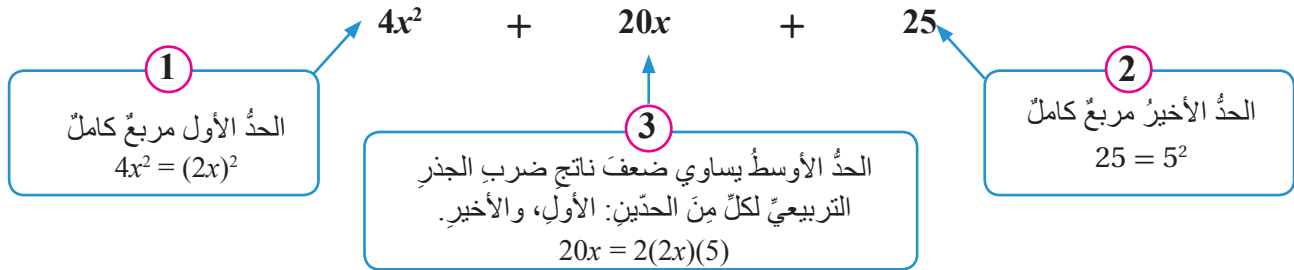
(1) أحلّ المعادلة $4x^2 + 20x + 25 = 0$ بالتحليل

أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

ألاحظ

المقدار الجبري $4x^2 + 20x + 25$ يتكوّن من 3 حدود؛ أختار تحليله بإحدى الطرائق الثلاث: (إخراج العامل المشترك الأكبر، أو مربع كامل ثلاثي، أو تحليل ثلاثي الحدود $x^2 + bx + c$)؛ وبما أنّ العامل المشترك الأكبر للحدود الجبرية الثلاثة هو 1؛ فلا يمكن استعمال الطريقة الأولى، فأتحقّق من شروط طريقة تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود.



إنّ، أحلّ المقدار الجبري باستعمال مربع كامل ثلاثي الحدود:

مربع كامل ثلاثي الحدود
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

$$4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2 = (2x + 5)(2x + 5) \quad \text{تحليل المقدار الجبري هو:}$$

أساوي كلّ عامل بالصفر (خاصية الضرب الصفري)، وبما أنّ العاملين متساويان فأحلّ المعادلة الخطية (بين القوسين):

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

$$(2x + 5)^2 = 0$$

$$2x + 5 = 0$$

$$x = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

إنّ، للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (حل واحد) هو: $-2\frac{1}{2}$

لحلّ المعادلات التربيعية بالتحليل، أتبّع الخطوات الآتية:

- الخطوة (1) أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر، وأترك الصفر في الطرف الأيمن.
الخطوة (2) أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين.
الخطوة (3) أسوي كلّ عامل بالصفر (خاصية الضرب الصفرى)، وأحلّ كلّ معادلة خطية.
حلّول المعادلة التربيعية هي حلّول المعادلتين الخطيتين.

(2) أحلّ المعادلة التربيعية $x^2 = 12x - 36$

الخطوة (1) أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن:

الخطوة (2) أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

- أجد العامل المشترك الأكبر لحدود المقدار الجبري:
- هل الحدّ الأول مربع كامل؟
- هل الحدّ الأوسط يساوي $(x)(6)$ ؟
- هل الحدّ الأخير مربع كامل؟
- هل يمكن تحليل المقدار الجبري باستعمال طريقة المربع الكامل ثلاثي الحدود؟

- أحلّ المقدار الجبري: $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2 = (x - 6)(x - 6)$
(وبما أن العاملين متساويان أسوي كلّ عامل بالصفر (خاصية الضرب الصفرى)، فأحلّ المعادلة الخطية (بين القوسين):

.....
.....
.....

إنّ، للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (حلّ واحد) هو:

(3) أحلّ المعادلتين التربيعيتين الآتيتين:

1 $x^2 + 6x + 9 = 0$

2 $9x^2 - 42x + 49 = 0$

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجّه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.	 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلًا أتقن المهارة.	 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.
• أحلّ المقادير الجبرية ().	• أحلّ المعادلة التربيعية جبريًا ().	

حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل (2)

3

النتائج: • أحلّ المعادلة التربيعية على صورة $ax^2 + bx + c = 0$.



نشاط 1 حلّ المعادلات التربيعية على صورة $ax^2 + bx + c = 0$

أولاً: تحليل المقادير الجبرية بتجميع الحدود

أتذكرُ

بعض طرائق تحليل المقادير الجبرية

عدد الحدود الجبرية	طريقة التحليل
4 أو أكثر	التحليل بتجميع الحدود $ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$

(1) أحلّ المقدار الجبري $x - 2x^2 - 18x + 9$

$$\begin{aligned} x - 2x^2 - 18x + 9 &= (x - 2x^2) + (-18x + 9) \\ &= x(1 - 2x) + 9(-2x + 1) \\ &= (1 - 2x)(x + 9) \end{aligned}$$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

أحلّ كلّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(1-2x)$ عاملاً مشتركاً

أتذكرُ

$$-2x + 1 = 1 - 2x$$

(2) أحلّ المقدار الجبري $2x^2 - 12x + 42 - 7x$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 12x + 42 - 7x &= (\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots) \\ &= 2x(\dots\dots\dots) - 7(\dots\dots\dots) \\ &= (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) \end{aligned}$$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

أحلّ كلّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(2x-7)$ عاملاً مشتركاً

(3) أحلّ المقادير الجبرية الآتية:

1 $x^2 + 5x - x - 5$

2 $3x^2 + 15x - 4x - 20$

ثانيًا: تحليل ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$

أتذكرُ

طرائق تحليل المقادير الجبرية

طريقة التحليل	عدد الحدود الجبرية
$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$ $m+n = b$ and $mn = c$	3

أتذكرُ

طرائق تحليل المقادير الجبرية

لتحليل ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$ ، أجد عددين صحيحين m و n حاصل ضربهما يساوي (ac) ، ومجموعهما يساوي b ، ثم أكتب $ax^2 + bx + c$ على الصورة $ax^2 + mx + nx + c$ ، ثم أحلل بتجميع الحدود.

1) أحلل المقدار الجبري $2x^2 + 5x + 3$

بما أن $c = 3$ و $b = 5$ و $a = 2$ ، فيجب إيجاد عددين موجبين مجموعهما 5، وحاصل ضربهما $ac = (2)(3) = 6$ ، أنشئ جدولاً، وأنظم فيه عوامل العدد 6 الموجبة، وأحدد العاملين اللذين مجموعهما 5:

أزواج عوامل العدد 6 الموجبة	1, 6	2, 3
مجموع العاملين	7	5

العاملان الصحيحان

$$2x^2 + 5x + 3 = 2x^2 + mx + nx + 3$$

$$= 2x^2 + 2x + 3x + 3$$

$$= (2x^2 + 2x) + (3x + 3)$$

$$= 2x(x + 1) + 3(x + 1)$$

$$= (x + 1)(2x + 3)$$

أكتب القاعدة

$$m = 2, n = 3$$

أجمع الحدود ذوات العوامل المشتركة

أحل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(x+1)$ عاملاً مشتركاً

ألاحظ

إذا كانت إشارة $a.c$ موجبةً في ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$ ، فإن لكل من m و n الإشارة نفسها، ويعتمد تحديد إشارتي m و n على إشارة b ، فإذا كانت b موجبةً فإن إشارة كل منهما موجبة، وإذا كانت إشارة b سالبةً فإن إشارة كل منهما سالبة.

(2) أحلل المقدار الجبري $6x^2 - x - 12$

بما أن $c = \dots\dots\dots$ و $b = \dots\dots\dots$ و $a = \dots\dots\dots$ فيجب إيجاد عددين مجموعهما $\dots\dots\dots$ وحاصل ضربهما $\dots\dots\dots$

ألاحظ

إذا كانت $a.c$ سالبةً في ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$ ، فإن لـ m و n إشارتين مختلفتين.

أنشئ جدولاً، وأنظّم فيه عوامل العدد 72 مختلفة الإشارة (إشارة الأكبر سالبة)، وأحدد العاملين اللذين مجموعهما -1

أزواج عوامل العدد 72 مختلفة الإشارة	مجموع العاملين
1, -72	-71
2, -36	-34
3, -24	-21
4, -18	-14
6, -12	-6
العاملان الصحيحان 8, -9	-1

$$\begin{aligned}
 6x^2 - x - 12 &= \dots\dots\dots \\
 &= \dots\dots\dots \\
 &= (\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots) \\
 &= \dots\dots\dots - 3 (\dots\dots\dots) \\
 &= (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots)
 \end{aligned}$$

أكتب القاعدة

أعوض $n = -9$, $m = 8$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

أحلل كل تجمع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(3x+4)$ عاملاً مشتركاً

(3) أحلل المقادير الجبرية الآتية:

1 $6x^2 + 22x - 8$

2 $12x^2 - x - 20$

ثالثاً: حلّ المعادلة التربيعية على صورة $ax^2 + bx + c$

(1) أحلّ المعادلة التربيعية $2x^2 = 13x + 7$

أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن:

$$2x^2 - 13x - 7 = 0$$

أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

ملاحظاً أن الطرف الأيسر من المعادلة على صورة $ax^2 + bx + c$

بما أن $c = -7$ ، و $b = -13$ ، و $a = 2$ ، فإن $ac = -14$ (إشارة ac سالبة، وإشارة b سالبة)؛ فيجب إيجاد عددين مختلفي الإشارة مجموعهما -13 وحاصل ضربهما -14 .

أنشئ جدولاً، وأنظم فيه عوامل العدد -14 مختلفة الإشارة (إشارة الأكبر سالبة)، وأحد العاملين اللذين مجموعهما -13 .

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد 14 مختلفة الإشارة
-13	العاملان الصحيحان 1, -14
-5	2, -7

أكتب القاعدة $2x^2 - 13x - 7 = 2x^2 + mx + nx - 7$

أعوض $m = -14$, $n = 1$ $= 2x^2 - 14x + 1x - 7$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة $= (2x^2 - 14x) + (x - 7)$

أحلّ كلّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر $= 2x(x - 7) + (x - 7)$

أخرج $(x - 7)$ عاملاً مشتركاً $= (x - 7)(2x + 1)$

أساوي كلّ عامل بالصفر (خاصية الضرب الصفري)، وأحلّ كل معادلة خطية:

$$x - 7 = 0, \quad 2x + 1 = 0$$

$$x = 7, \quad x = -\frac{1}{2}$$

إن، للمعادلة جذران هما: $x = 7$, $x = -\frac{1}{2}$

(2) أحلّ المعادلة التربيعية $3x^2 + 13x + 12 = 0$

- ألاحظ أن جميع الحدود في الطرف الأيسر من المعادلة، والصفر في الطرف الأيمن: $3x^2 + 13x + 12 = 0$

- أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

- ألاحظ أن الطرف الأيسر من المعادلة على صورة $ax^2 + bx + c$

بما أن $c = \dots$ ، و $b = \dots$ ، و $a = \dots$ ، فإن $ac = \dots$ (إشارة ac ، وإشارة b

.....)؛ فيجب إيجاد عددين موجبين مجموعهما وحاصل ضربهما

أنشئ جدولاً، وأنظم فيه عوامل العدد 36 موجبة الإشارة، وأحدّد العاملين اللذين مجموعهما 13

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد 36 موجبة الإشارة
37	1, 36
20	2, 18
15	3, 12
13	4, 9
12	6, 6

$$3x^2 + 13x + 12 = \dots\dots\dots$$

أكتب القاعدة

$$= \dots\dots\dots$$

أعوض $m = 9$, $n = 4$

$$= (\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots)$$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= 3x (\dots\dots\dots) + 4 (\dots\dots\dots)$$

أحلّ كلّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

$$= (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots)$$

أخرج $(x+3)$ عاملاً مشتركاً

$$\dots\dots\dots = 0, \dots\dots\dots = 0$$

- أساوي كلّ عامل بالصفر (خاصية الضرب الصفرية)،
وأحلّ كلّ معادلة خطية:

$$x = \dots\dots\dots, x = \dots\dots\dots$$

إنّ للمعادلة جذران هما: $x = \dots\dots\dots$, $x = \dots\dots\dots$

(3) أحلّ المعادلات التربيعية الآتية:

1 $2x^2 = x + 6$

2 $14x^2 + 5 = 17x$

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.	 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أحلّ المقادير الجبرية بتجميع الحدود () .	• أحلّ ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$ () .	• أحلّ المعادلة التربيعية على صورة $ax^2 + bx + c = 0$ () .

حلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

4

النتائج: • أحلّ المعادلة التربيعية بإكمال المربع.

نشاط 1 حلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع



أولاً: أحلّ المعادلات التربيعية بتحليل المربع الكامل ثلاثي الحدود

$$(1) \text{ أحلّ المعادلة التربيعية } 9x^2 + 12x = -4$$

أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن: $9x^2 + 12x + 4 = 0$.

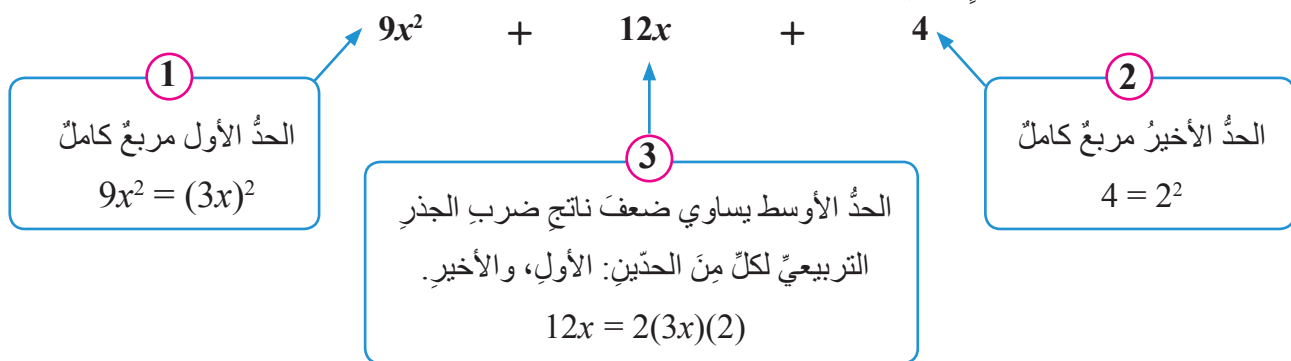
أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

وألاحظ أنّ الطرف الأيسر من المعادلة على صورة $ax^2 + bx + c$

ألاحظ

المقدار الجبري $9x^2 + 12x + 4$ يتكوّن من 3 حدود؛ وثلاثي الحدود يمكن تحليله بثلاث طرائق: (إخراج العامل المشترك الأكبر، أو تحليل ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$ ، أو بتحليل مربع كامل ثلاثي)؛ وبما أنّ العامل المشترك الأكبر للحدود الجبرية الثلاثة هو 1؛ فلا يمكن استعمال الطريقة الأولى؛ لذلك عليّ أن أتأكد من شروط الطريقتين المتبقيتين: تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود، وتحليل ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$.

الطريقة الأولى: تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود:



$$9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$$

$$= (3x+2)(3x+2)$$

أحلّ المقدار الجبري باستعمال مربع كامل ثلاثي الحدود

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$9x^2 + 12x + 4 = 0$$

أساوي كلّ عاملٍ بالصفر (خاصية الضرب الصفرى)، وأحلّ كلّ معادلة خطية:

$$(3x+2)(3x+2) = 0$$

العاملان متساويان، فأحلّ أحدهما

$$3x+2 = 0$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

إذن، للمعادلة جذر واحد (حل واحد) هو: $-\frac{2}{3}$

الطريقة الثانية: تحليل ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$:

بما أنّ $c = 4$ ، $b = 12$ ، و $a = 9$ ، فإن $ac = 36$ (إشارة ac موجبة، وإشارة b موجبة)؛ فيجب إيجاد عددين موجبين مجموعهما 12، وحاصل ضربهما 36.

أنشئ جدولاً، وأنظّم فيه عوامل العدد 36 موجبة الإشارة، وأحد العاملين اللذين مجموعهما 12

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد 36 موجبة الإشارة
37	1, 36
20	2, 18
15	3, 12
13	4, 9
12	6, 6

العاملان الصحيحان

$$9x^2 + 12x + 4 = x^2 + mx + nx + 4$$

$$= 9x^2 + 6x + 6x + 4$$

$$= (9x^2 + 6x) + (6x + 4)$$

$$= 3x(3x + 2) + 2(3x + 2)$$

$$= (3x + 2)(3x + 2)$$

$$3x + 2 = 0,$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

أكتب القاعدة

$$m = 6, n = 6$$

أجمع الحدود ذوات العوامل المشتركة

أحلّ كلّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(3x+2)$ عاملاً مشتركاً

العاملان متساويان، فأساوي أحدهما بالصفر (خاصية

الضرب الصفرى)، وأحلّ المعادلة الخطية:

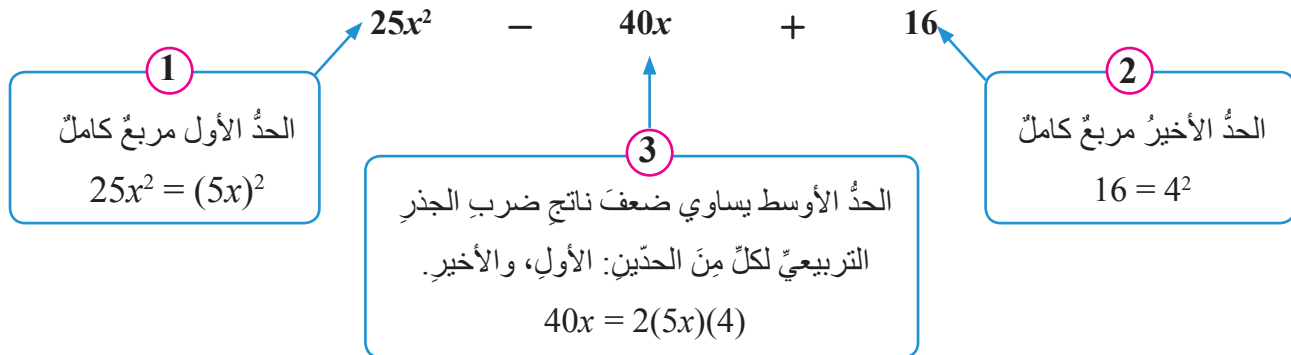
إذن، للمعادلة جذر واحد (حل واحد) هو: $-\frac{2}{3}$

ألاحظ

يمكن حلّ المعادلة بأكثر من طريقة؛ لذلك عليّ اختيار الطريقة الأسهل والأنسب للحلّ.

(2) أحلّ المعادلة التربيعية $25x^2 = 40x - 16$ بتحليل المربع الكامل ثلاثي الحدود:

أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن: $\dots\dots\dots = 0$
أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:



$25x^2 - 40x + 16 =$ أحلّ المقدار الجبري باستعمال مربع كامل ثلاثي الحدود:

$$(\dots\dots\dots)^2 = (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$$

أساوي كلّ عامل بالصفر (خاصية الضرب الصفرّي)، وأحلّ كلّ معادلة خطية: $(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) = 0$

$$\dots\dots\dots = 0$$

$$x = \frac{-4}{5}$$

إذن للمعادلة جذر واحد (حل واحد) هو: $\frac{-4}{5}$

(3) أحلّ المعادلات التربيعية الآتية:

1 $16x^2 = 56x - 49$

2 $4x^2 + 81 = -36x$

ثانياً: حلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

(1) أحلّ المعادلة التربيعية $4x^2 = 12x + 9$

أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن: $4x^2 - 12x - 9 = 0$

أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

ما طرق التحليل الممكن استعمالها للمقدار الجبري على صورة $ax^2 + bx + c$ ؟

الطريقة الأولى: تحليل ثلاثي الحدود

الطريقة الثانية: مربع كامل ثلاثي الحدود

لاختيار طريقة التحليل الأنسب، أجب عن الأسئلة الآتية:

- هل يمكن إيجاد عددين مختلفي الإشارة (إشارة b السالبة للأكبر) حاصل ضربهما $ac = 36$ ومجموعهما $b = -12$ ؟ لا يمكن؛ لأن أزواج عوامل العدد 36 هي: $(1, -36)$, $(2, -18)$, $(3, -12)$, $(4, -9)$, $(6, -6)$ إذن، لا يمكن استعمال طريقة تحليل ثلاثي الحدود

- هل الحد الأول $(4x^2)$ مربع كامل؟ نعم

- هل الحد الأخير مربع كامل؟ لا؛ لأن إشارته سالبة

- هل الحد الأوسط يساوي $2 \times 2x \times 3$ ؟ نعم

إذن، لا يمكن استعمال طريقة تحليل المربع الكامل ثلاثي الحدود.

أتعلم

لحل المعادلة التربيعية على الصورة $ax^2 + bx + c = 0$ ؛ حيث $a \neq 1$ ، أقسم كل حد في المعادلة على a ، ثم أفصل الحدين اللذين يحتويان على x^2 و x في الطرف الأيسر أولاً، ثم أكمل المربع لإكمال مربع أي مقدار تربيعي على صورة $x^2 + bx$ ، أتبع الخطوات الآتية:

الخطوة (1) أجد نصف b

الخطوة (2) أربّع الناتج من الخطوة 1

الخطوة (3) أضيف الناتج من الخطوة 2 إلى طرفي المعادلة.

الخطوة (4) حلّ المعادلة التربيعية هي حلول المعادلتين الخطيتين $x^2 + bx$

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

يمكن استعمال إكمال المربع لحل المعادلة باتباع الخطوات الآتية:

$$4x^2 - 12x - 9 = 0$$

المعادلة الأصلية

$$x^2 - 3x - \frac{9}{4} = 0$$

أقسم كل حد في المعادلة على 4

$$x^2 - 3x = \frac{9}{4}$$

أفصل الحدين اللذين يحتويان على x^2 و x في الطرف الأيسر

$$\frac{3}{2}$$

أجد نصف $(b=3)$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

أربّع الناتج

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + \frac{9}{4}$$

أضيف الناتج $\frac{9}{4}$ إلى طرفي المعادلة

أحلّ المربع الكامل

$$(x - \frac{3}{2})^2 = \frac{18}{4}$$

أخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x - \frac{3}{2} = \sqrt{\frac{18}{4}} = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

أضيف إلى الطرفين

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

أفصل الحلين

$$x = \frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ or } x = \frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

بالتبسيط

$$x = \frac{3+3\sqrt{2}}{2} \text{ or } x = \frac{3-3\sqrt{2}}{2}$$

إن، جذرا المعادلة (حلان) هما: $\frac{3-3\sqrt{2}}{2}$, $\frac{3+3\sqrt{2}}{2}$

(2) أخلّ المعادلة التربيعية $x^2 + 4x = 6$ بإكمال المربع

أفصل الحدين اللذين يحتويان على x^2 و x في الطرف الأيسر

.....

أجد نصف ($b = 4$)

.....

أربّع الناتج

.....

أضيف الناتج إلى طرفي المعادلة

.....

أحلّ المربع الكامل

$$(\dots\dots\dots)^2 = \dots\dots\dots$$

أخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$x+2 = \pm \sqrt{\dots\dots\dots}$$

أطرح 2 من الطرفين

$$x = -2 \pm \sqrt{\dots\dots\dots}$$

أفصل الحلين

$$x = \dots\dots\dots \text{ or } x = \dots\dots\dots$$

إن، جذرا المعادلة (حلان) هما: ،

(3) أخلّ المعادلات التربيعية الآتية:

1 $x^2 = -10x - 23$

2 $3x^2 + 6x + 2 = 0$

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضاي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.	 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.
• أخلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع ().		

حلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

5

النتائج: • أخلّ المعادلة التربيعية باستعمال القانون العام.

نشاط 1 حلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام



أولاً: حلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

أتعلم

يمكن حلّ المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ بالقانون العام على النحو الآتي:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{حيث } a \neq 0 \text{ و } b^2 - 4ac \geq 0$$

(1) أخلّ المعادلة التربيعية $5x^2 - 2x - 4 = 0$ باستعمال القانون العام

$$5x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(5)(-4)}}{10}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{84}}{10}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{21}}{10}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{21}}{5}$$

أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن

أكتب القانون العام

أعوض $a = 5$, $b = -2$, $c = -4$ في القانون العام

بالتبسيط

إذن، جذرا المعادلة (حلان) هما: $\frac{1 - \sqrt{21}}{5}$, $\frac{1 + \sqrt{21}}{5}$

(2) أخلّ المعادلة التربيعية $3x^2 + 3 = 7x$ باستعمال القانون العام:

$$\dots\dots\dots = 0$$

$$x =$$

$$x =$$

$$x =$$

أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن:

أكتب القانون العام

أعوض $a = \dots\dots\dots$, $b = \dots\dots\dots$, $c = \dots\dots\dots$ في القانون العام:

بالتبسيط

إذن، جذرا المعادلة (حلان) هما: $\dots\dots\dots$, $\dots\dots\dots$

(3) أخلّ المعادلات التربيعية الآتية:

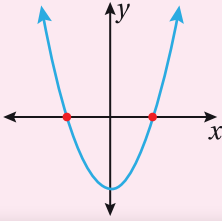
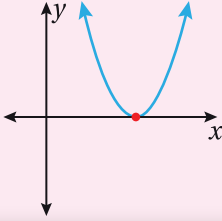
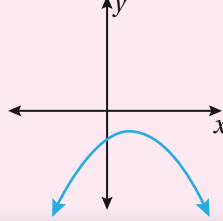
1 $2x^2 = 3x - 2$

2 $x^2 + 6x + 2 = 0$

ثانيًا: عدد حلول المعادلة التربيعية باستعمال المميز

أتعلم

مُمَيِّزُ المُعَادِلَةِ التَّربِيعِيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ هو $\Delta = b^2 - 4ac$ ، ويمكن استعماله لتحديد عدد حلول المعادلة التربيعية كما يأتي:

إشارة المُمَيِّز Δ	$\Delta > 0$ موجب	$\Delta = 0$ صفر	$\Delta < 0$ سالب
عدد الحلول	حلان حقيقيان مختلفان	حل حقيقي واحد	لا توجد حلول حقيقية
مثال بياني			

(1) أعدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية $5x^2 - 2x - 3 = 0$ باستعمال المميز

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(5)(-3)$$

$$\Delta = 4 + 60 = 64$$

أكتب صيغة المميز

أعوض $c = -3$, $b = -2$, $a = 5$ في صيغة المميز

بالتبسيط

بما أن Δ موجب، إذن للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان

(2) أعدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية $x^2 - 2x + 3 = 0$ باستعمال المميز:

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

أكتب صيغة المميز

أعوض $c = \dots\dots\dots$, $b = \dots\dots\dots$, $a = \dots\dots\dots$ في صيغة المميز:

بالتبسيط

بما أن Δ ، إذن

(3) أعدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلات التربيعية الآتية:

1 $x^2 = 7x - 1$

2 $9x^2 + 6x + 1 = 0$

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

 أستطيع حل الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حل "أندرب" وأحل المسائل.	 أستطيع حل الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	 لم أتمكن من حل الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أخلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام ().	• أعدد عدد حلول المعادلة التربيعية باستعمال المميز ().	

النتائج: • أحلّ معادلاتٍ أسّ المتغيرٍ فيها عددٌ صحيحٌ موجبٌ أكبر من 2 .



نشاط 1 حلّ معادلاتٍ أسّ المتغيرٍ فيها عددٌ صحيحٌ موجبٌ أكبر من 2

أولاً : تحليل مجموع مكعبين أو الفرق بينهما

أملأ الجدول الآتي:

مجموع مكعبين	التحليل
$a^3 + b^3$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$x^3 + 8$	$(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$
$8x^3 + 1$	$(2x + \dots)(4x^2 - \dots + 1)$
$27x^3 + 8$	
فرق مكعبين	التحليل
$a^3 - b^3$	$(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
$x^3 - 27$	$(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
$27x^3 - 8$	$(3x - \dots)(x^2 + \dots + 4)$
$8x^3 - 125$	

ثانياً : حلّ معادلاتٍ مجموع مكعبين أو الفرق بينهما

أحلّ كلّاً من المعادلات الآتية:

1 $27x^3 + 1 = 0$

$$(3x)^3 + (1)^3 = 0$$

$$(3x + 1)(9x^2 - 3x + 1) = 0$$

$$3x + 1 = 0 \quad \text{أو} \quad 9x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$3x + 1 = 0$$

$$\rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$9x^2 - 3x + 1 = 0$$

المعادلة المعطاة

أكتب كلّ حدٍّ على صورة مجموع مكعبين

أحلّ مجموع مكعبين

خاصية الضرب الصفريّ

أحلّ المعادلة

مميزها سالب، فليس لها حلول حقيقية

إنّ، حلّ المعادلة: $x = -\frac{1}{3}$

طريقةٌ بديلةٌ:

$$27x^3 + 1 = 0$$

$$27x^3 = -1$$

$$x^3 = -\frac{1}{27}$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

المعادلة المعطاة

أطرح 1 من طرفي المعادلة

أقسم طرفي المعادلة على 27

أخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$2 \quad 8x^3 - 125 = 0$$

$$(2x)^3 - (5)^3 = 0$$

$$(2x - \dots)(4x^2 + 10x + \dots) = 0$$

$$2x - \dots = 0 \quad \text{أو} \quad 4x^2 + 10x + \dots = 0$$

$$\rightarrow 2x - \dots = 0$$

المعادلة المعطاة

أكتب كل حد على صورة فرق مكعبين

أحلل فرق المكعبين

خاصية الضرب الصفري

أحل المعادلة الخطية، والمعادلة التربيعية، ليس لها حلول حقيقية

إذن، حل المعادلة هو:

$$3 \quad \frac{x^3}{8} + 1 = 0$$

ثالثاً: حل معادلات على الصورة التربيعية

أحل كلًا من المعادلات الآتية:

$$1 \quad x^6 - 9x^3 + 8 = 0$$

$$(x^3)^2 - 9x^3 + 8 = 0$$

$$(x^3 - 1)(x^3 - 8) = 0$$

$$(x^3 - 1) = 0 \quad \text{و} \quad (x^3 - 8) = 0$$

المعادلة المعطاة

أكتب المعادلة على الصورة التربيعية

أحلل على الصورة التربيعية

أحل المعادلتين مستعملًا خاصية الضرب الصفري

فأجد أن حل المعادلة: $x = 1$, $x = 2$

طريقة بديلة: (التعويض)

$$x^6 - 9x^3 + 8 = 0$$

المعادلة المعطاة

$$u^2 - 9u + 8 = 0$$

أفرض أن $u = x^3$

$$(u - 1)(u - 8) = 0$$

أحلّ المعادلة التربيعية

$$(u - 1) = 0 \text{ و } (u - 8) = 0$$

خاصية الضرب الصفري

$$u = 1 \text{ , } u = 8$$

أحلّ المعادلتين

$$x^3 = 1 \text{ , } x^3 = 8$$

أعوض $u = x^3$

$$\rightarrow x = 1 \text{ , } x = 2$$

أخذ الجذر التكعيبي لكل معادلة

2 $x^4 - 81 = 0$

المعادلة المعطاة

$$(x^2)^2 - (9)^2 = 0$$

أكتب المعادلة على صورة فرق مربعين

$$(x^2 - \dots)(\dots + 9) = 0$$

أحلّ على الصورة التربيعية

$$(x^2 - 9) = 0 \text{ , } (x^2 + 9) = 0$$

خاصية الضرب الصفري

$$x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$$

أحلّ المعادلة التربيعية

$$x^2 + 9 = 0$$

ليس لها حلول حقيقية

إذن، حلّ المعادلة التربيعية هو: $x = -3$, $x = 3$

3 $x^4 - x^2 - 12 = 0$

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضاي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

😊 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أترّب" وأحلّ المسائل.	😐 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	😞 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أحلّ مجموع مكعبين أو الفرق بينهما ().	• أحلّ معادلات مجموع مكعبين أو الفرق بينهما ().	• أحلّ معادلات على الصورة التربيعية ().

الوحدة (4) الهندسة الإحداثية



البرهان الإحداثي

- أوظف الهندسة الإحداثية لبرهنة نظريات هندسية.



البعد بين نقطة ومستقيم

- أجد البعد بين نقطة ومستقيم.
- أجد البعد بين مستقيمين متوازيين.



المسافة في المستوى الإحداثي

- أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.
- أجد نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي.

المسافة في المستوى الإحداثي

1

- النتائج: • أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.
- أجد نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي.

نشاط 1 المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي



أولاً: تمثيل النقاط على المستوى الإحداثي

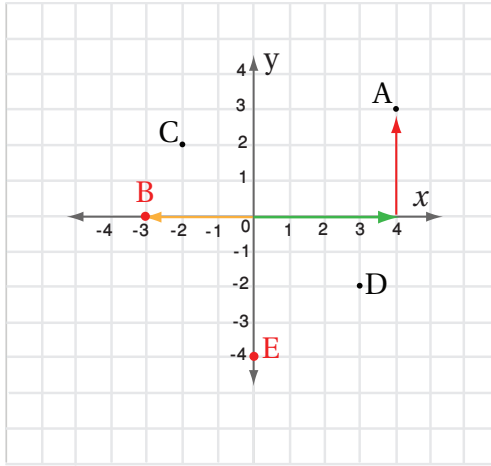
أتذكر

كل نقطة في المستوى الإحداثي يتم تحديدها
بزوج مرتب.

الإحداثي x

الإحداثي y

(x, y)



1) أمثل الأزواج المرتبة على المستوى الإحداثي المجاور

• A (4,3)

أبدأ من نقطة الأصل، وأتجه إلى العدد 4 على محور x الموجب، ثم
أتجه ثلاث وحدات 3 إلى الأعلى لأصل إلى النقطة A

• B (-3, 0)

أبدأ من نقطة الأصل، وأتجه إلى العدد 3 على محور x السالب، ولا
أصعد إلى الأعلى أو أنزل إلى الأسفل، لأن الإحداثي y يساوي 0

• F (-1, -2):

2) أجد إحداثيات كل من النقاط الآتية الممثلة على المستوى الإحداثي المجاور :

1) النقطة C : تقابل العدد -2 على المحور x وتقابل العدد 2 على المحور y ، إذن

الزوج المرتب الذي يحدد موقع النقطة هو (-2, 2)

2) النقطة D: هي (3,.....)

3) النقطة E: هي (.....,.....)

ثانيًا: المسافة بين نقطتين على خط الأعداد

- يستعمل الرمز $\overline{AB}$ ليدلّ على القطعة المستقيمة التي نقطة بدايتها A ونهايتها B، ويرمز إلى طولها بالرمز AB
- القيمة المطلقة للعدد هي المسافة بين العدد والصفر على خط الأعداد، ويرمز إليها بالرمز $| |$

1 $DE = |2| = 2$

تمثل المسافة بين 2 و 0 القيمة المطلقة للعدد 2

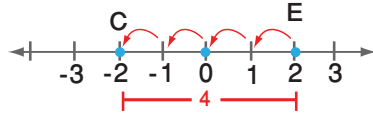
2 $BD = |-5| = 5$

تمثل المسافة بين -5 و 0 القيمة المطلقة للعدد -5

3 $AD = |.....| =$

تمثل المسافة بين -8 و 0 القيمة المطلقة للعدد -8

4 CE



تمثل المسافة بين -2 و 2 عدد القفزات من C إلى E

$= |2 - (-2)| = 4$

وأيضاً تمثل القيمة المطلقة للفرق بين 2 و -2

5 $CB = |-2 - (-5)| = 3$

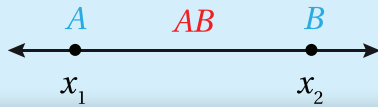
تمثل المسافة بين -2 و -5 على خط الأعداد

6 $EA:$

تمثل المسافة بين 2 و -8 على خط الأعداد

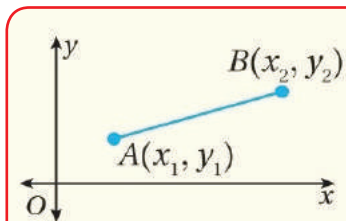
ألاحظُ

لإيجاد المسافة بين نقطتين على خط الأعداد، أجد القيمة المطلقة للفرق بين موقع كلٍّ منهما.



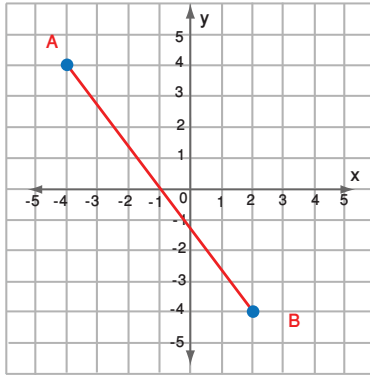
$$AB = |x_2 - x_1| \quad \text{or} \quad AB = |x_1 - x_2|$$

ثالثًا: المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي



المسافة بين النقطتين $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ هي:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



(1) أجد AB في الشكل المجاور

أجد إحداثيات كل من A و B

$A=(-4, 4)$, $B=(2, -4)$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(2 - (-4))^2 + (-4 - 4)^2} \\ &= \sqrt{(6)^2 + (-8)^2} \\ &= \sqrt{100} = 10 \end{aligned}$$

أكتب صيغة المسافة بين نقطتين

عرض إحداثيات النقاط

$A:(x_1, y_1)=(-4, 4)$

$B:(x_2, y_2)=(2, -4)$

أجد مربع كل عدد، ثم أجمع

أبسط

(2) أجد CD ، حيث $C(0, -2)$ و $D(-1, -1)$

أكتب صيغة المسافة بين نقطتين

أعرض إحداثيات النقاط حيث

$D:(x_2, y_2)=(..., ...)$ $C:(x_1, y_1)=(..., ...)$

أجد مربع كل عدد، ثم أجمع

أبسط

$$\begin{aligned} CD &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2} \\ &= \sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2} \\ &= \sqrt{\dots} \end{aligned}$$

(3) أجد EF ، حيث $E(-1, -2)$ و $F(2, 2)$



نشاط 2 نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي

أولاً: إيجاد منتصف نقطتين على خط الأعداد



أستعمل خط الأعداد المجاور لأجد كلاً مما يأتي:

1 الوسط الحسابي للنقطتين C, B

صيغة الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{-4 + 10}{2}$$

أعوض $B: x_2 = 10, C: x_1 = -4$

$$= 3$$

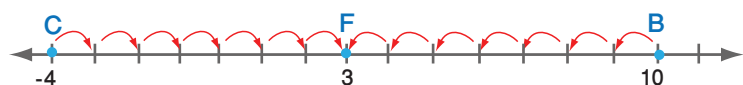
أبسط

ألاحظ أن F هي منتصف CB

أتذكر

الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$



وتساوي الوسط الحسابي للنقطتين C, B

2 إحداثي منتصف D, B

منتصف المسافة، وليكن النقطة E

$$E = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$= \frac{\dots + \dots}{2}$$

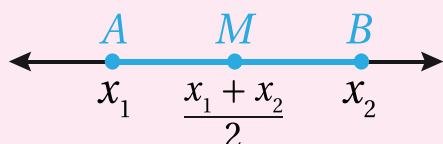
أعوض $D: x_1 = \dots, B: x_2 = \dots$

$$= \dots$$

أبسط

ألاحظ أن E هي منتصف DB وتساوي

3 إحداثي منتصف A, B =



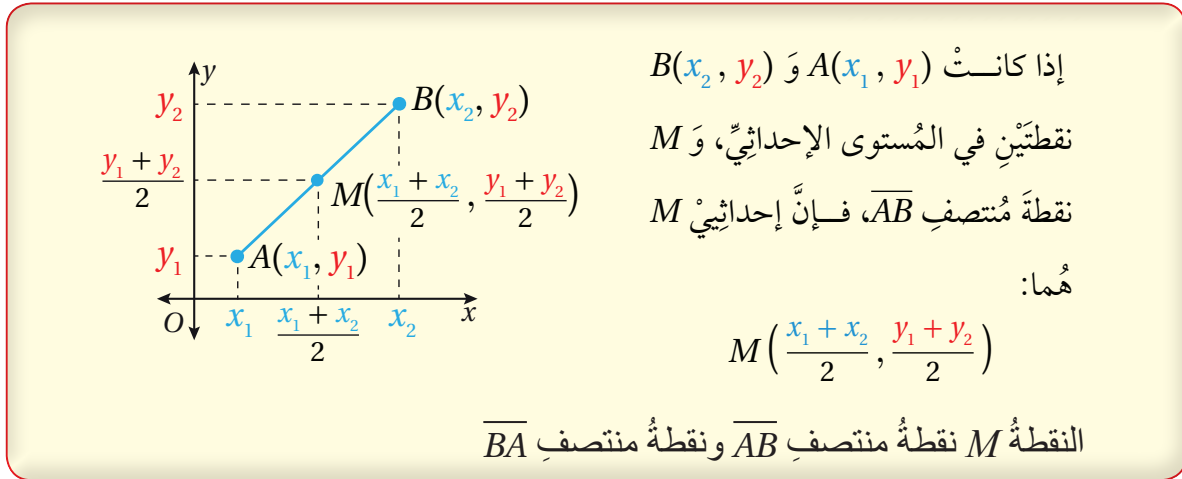
إذا كان موقع النقطة A على خط الأعداد هو x_1 وموقع النقطة B هو x_2 ، وكانت M نقطة منتصف AB ، فإن

$$\frac{x_1 + x_2}{2}$$

موقع M هو:

أتعلم

ثانياً: إيجاد نقطة منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي



(1) أجد إحداثي النقطة M ، التي تمثل منتصف $\overline{AB}$ ، حيث $A(-4, 4)$ ، $B(2, -4)$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

صيغة نقطة المنتصف في المستوى الإحداثي

$$M\left(\frac{-4 + 2}{2}, \frac{4 + (-4)}{2}\right)$$

$$M(-1, 0)$$

أعوّض $B(2, -4)$ ، $A(-4, 4)$

(2) أجد إحداثي النقطة F ، التي تمثل منتصف $\overline{DE}$ ، حيث $D(2, 6)$ ، $E(-2, 3)$

$$F\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

صيغة نقطة المنتصف في المستوى الإحداثي

$$F\left(\frac{\dots + (-2)}{2}, \frac{6 + \dots}{2}\right)$$

أعوّض $E(\dots, 3)$ ، $D(2, \dots)$

(3) إذا كانت النقطة N منتصف $\overline{DL}$ ، وكانت $N(0, -2)$ ، $L(-4, 6)$ ، فأجد إحداثي النقطة D .

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.	أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي ().	• أجد منتصف قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي ().	

- النتائج: • أجد البعد بين نقطة ومستقيم .
- أجد البعد بين مستقيمين متوازيين.



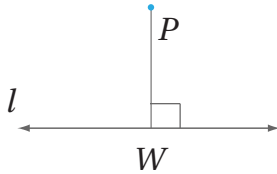
نشاط 1 البعد بين نقطة ومستقيم والبعد بين مستقيمين متوازيين

أولاً : البعد بين نقطة ومستقيم

البعد بين المستقيم l ، الذي معادلته: $Ax + By + C = 0$ ، والنقطة $P(x_1, y_1)$ تُعطى بالصيغة:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

بشرط ألا تكون قيمتا A و B معاً صفرًا.



(1) أجد البعد بين النقطة $P(2, -4)$ و المستقيم L الذي معادلته $3y = 4x + 2$

$$Ax + By + c = 0$$

$$3y = 4x + 2$$

$$4x - 3y + 2 = 0$$

$$A = 4, B = -3, C = 2$$

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$d = \frac{|4(2) + (-3)(-4) + 2|}{\sqrt{(4)^2 + (-3)^2}}$$

$$\frac{22}{5} = 4.4$$

الخطوة (1) أكتب المعادلة على الصورة

معادلة المستقيم المعطى

كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By + c = 0$

إيجاد قيم A, B, C

الخطوة (2) أجد البعد بين النقطة والمستقيم

صيغة البعد بين نقطة ومستقيم

أعوض $A = 4, B = -3, C = 2$

$$(x_1, y_1) = (2, -4)$$

إنّ، البعد يساوي 4.4 وحدة طول.

(2) أجد البعد بين النقطة $L(1, -4)$ والمستقيم L الذي معادلته $y = 2$

الخطوة (1) أكتب المعادلة على الصورة $Ax + By + c = 0$

معادلة المستقيم المعطى

$$y = 2$$

.....

$$A = \dots, B = \dots, C = \dots$$

كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By + c = 0$

أجد قيم A, B, C

الخطوة (2) أجد البعد بين النقطة والمستقيم

صيغة البعد بين نقطة ومستقيم

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$d = \frac{|\dots + \dots + \dots|}{\sqrt{(\dots)^2 + (\dots)^2}}$$

$$= \frac{|\dots|}{\sqrt{\dots}} = \dots$$

أعوض $A = \dots, B = \dots, C = \dots$

$$(x_1, y_1) = (1, -4)$$

إذن، البعد يساوي وحدة طول

(3) أجد البعد بين النقطة $P(0, 2)$ والمستقيم L الذي معادلته $8y = 6x - 3$

ثانياً: البعد بين مستقيمين متوازيين

(1) أجد البعد بين المستقيمين المتوازيين L و W ، حيث:

$$W: 4x + 3y + 8 = 0, L: 4x + 3y + 3 = 0$$

الخطوة (1) أجد إحداثي نقطة تقع على أحد المستقيمين

ولتكن النقطة P تقع على المستقيم L

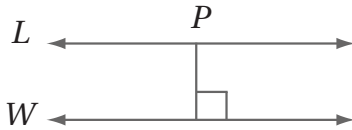
أفرض أي قيمة للمتغير x

أعوض $x = 0$ بمعادلة L

أطرح 3 من طرفي المعادلة

أقسم 3 على طرفي المعادلة

إذن، تقع النقطة $P(0, -1)$ على المستقيم L



$$4x + 3y + 3 = 0$$

$$x = 0$$

$$0 + 3y + 3 = 0$$

$$3y = -3$$

$$y = -1$$

الخطوة (2) أجد البعد بين النقطة p والمستقيم W الذي يمثل البعد بين L و W

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

أستخدم صيغة البعد بين نقطة ومستقيم

$$d = \frac{|4(0) + 3(-1) + 8|}{\sqrt{(4)^2 + (3)^2}}$$

$$A = 4, B = 3, C = 8 \quad \text{أعوض}$$

$$(x_2, y_2) = (0, -1)$$

$$d = 1$$

أبسط

إذن، البعد بين المستقيمين المتوازيين يساوي وحدة طول واحدة.

(2) أجد البعد بين المستقيمين المتوازيين N و M , حيث:

$$M: 3x + 4y - 8 = 0, N: 6x + 8y + 8 = 0$$

الخطوة (1) أجد إحداثيي نقطة تقع على أحد المستقيمين

ولتكن النقطة F تقع على المستقيم M

أفرض أي قيمة للمتغير x

إذن تقع النقطة $F(0, \dots)$ على المستقيم M

الخطوة (2) أجد البعد بين النقطة F والمستقيم N التي تمثل المسافة بين M و N

أستخدم صيغة البعد بين نقطة ومستقيم

$$A = \dots, B = \dots, C = \dots \quad \text{أعوض}$$

$$(x_2, y_2) = (0, 1) \quad \text{أبسط}$$

(3) أجد البعد بين المستقيمين المتوازيين J و H , حيث:

$$H: 9x + 12y = 12, J: 3x + 4y = -11$$

أجد نقطة على أحد المستقيمين وأكتب الآخر بالصيغة العامة

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أدرب" وأحلّ المسائل.	 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أجد البعد بين نقطة ومستقيم في المستوى الإحداثي ().	• أجد البعد بين مستقيمين متوازيين ().	

النتائج: • أوظف الهندسة الإحداثية لبرهنة نظريات هندسية.



نشاط 1 الهندسة الإحداثية لبرهنة نظريات هندسية

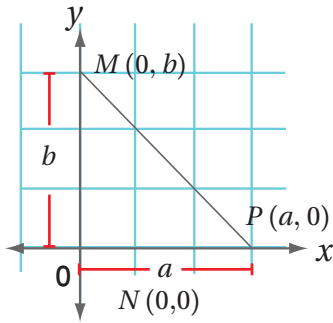
أولاً: تمثيل المضلع في المستوى الإحداثي

أتعلم

لتمثيل مضلع في المستوى الإحداثي، أستعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن.

الخطوة (1) أجعل نقطة الأصل رأساً للمضلع.

الخطوة (2) أرسم ضلعاً واحداً على الأقل من أضلاع المضلع على أحد المحورين، ثم أرسم المضلع في الربع الأول إن أمكن.



(1) أرسم المثلث MNP القائم الزاوية في N ، حيث:

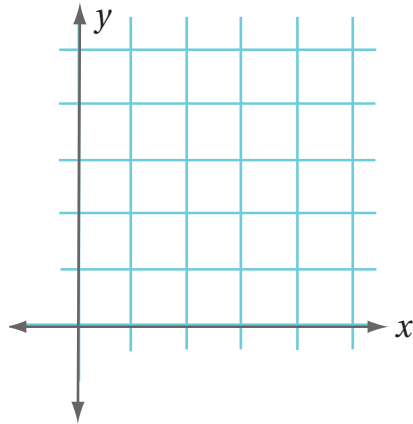
$$MN=b \text{ و } PN=a$$

الخطوة (1) أجعل نقطة الأصل رأساً للمثلث ولتكن النقطة N

الخطوة (2) أرسم المثلث في الربع الأول، حيث

P : على محور x ، وبما أن $PN=a$ فإن $P(a,0)$

M : على محور y ، بما أن $MN=b$ فإن $M(0,b)$



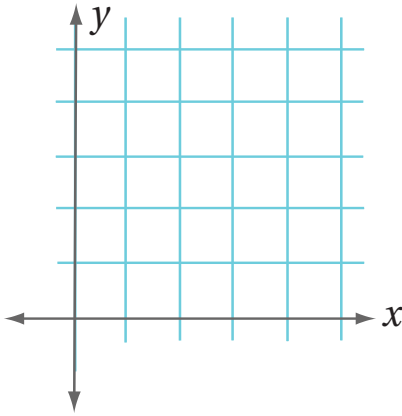
(2) أرسم متوازي الأضلاع $ABCD$

الخطوة (1) أجعل نقطة الأصل أحد رؤوس متوازي الأضلاع، ولتكن

النقطة A .

الخطوة (2) أرسم متوازي الأضلاع في الربع الأول، حيث أرسم $\overline{AB}$ على

محور x الموجب.



- B:** على محور x ، وبما أن $AB=a$ فإن $B(a,0)$
- D:** افرض أي قيمة للإحداثي x والإحداثي y $D(e,b)$
- C:** تقاطع $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ ، الإحداثي x هو مجموع الإحداثي x للنقطتين B و D ، والإحداثي y هو نفسه الإحداثي y للنقطة D ، وعليه، فإن $C(a+e,b)$

متوازي الأضلاع

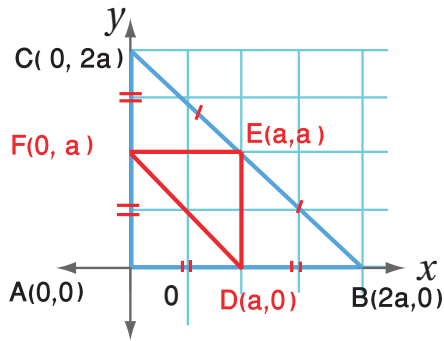
شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متساويان ومتوازيان.

المستطيل

فيه كل ضلعين متقابلين متساويان وأربع زوايا قائمة.

(3) أرسم المربع $KLMN$ ، الذي طول ضلعه a

ثانياً: البرهان الإحداثي



(1) أكتب برهاناً إحداثياً لأثبت أن القطع المستقيمة الثلاث الواصلة بين نقاط منتصفات أضلاع مثلث متطابق الضلعين تشكل مثلثاً متطابق الضلعين أيضاً.

الخطوة (1) أرسم المثلث ABC في المستوى الإحداثي، وأحدد إحداثيات كل رؤوسه باستعمال مضاعفات العدد، وذلك لتسهيل الحسابات عند تطبيق صيغة نقطة المنتصف التي تتضمن قسمة مجموع الإحداثيين على 2.

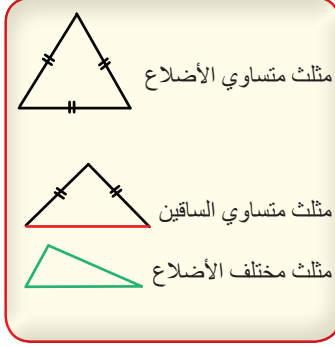
الخطوة (2) أحدد المعطيات والمطلوب

المعطيات $AB = AC$ ، D منتصف $\overline{AB}$ ، F منتصف $\overline{AC}$ ، E منتصف $\overline{BC}$

المطلوب: أثبت أن المثلث FDE متطابق الضلعين (أي إن $FE = ED$)

الخطوة (3) البرهان

باستعمال صيغة نقطة المنتصف، فإن إحداثي كل من D, E, F :



$$F\left(\frac{0+0}{2}, \frac{0+2a}{2}\right) = (0, a)$$

إحداثي النقطة F

$$D\left(\frac{0+2a}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = (a, 0)$$

إحداثي النقطة D

$$E\left(\frac{0+2a}{2}, \frac{2a+0}{2}\right) = (a, a)$$

إحداثي النقطة E

أستعمل صيغة المسافة بين نقطتين فأجد ED, FD, FE

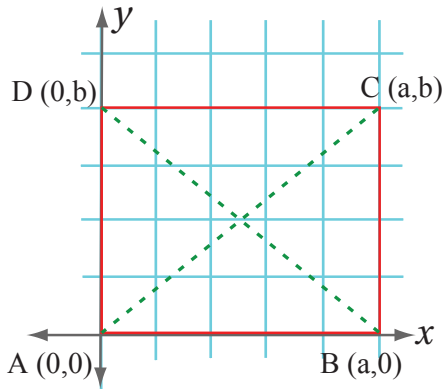
$$FE = \sqrt{(0 - a)^2 + (a - a)^2} = \sqrt{a^2} = |a| = a$$

طول FE

$$ED = \sqrt{(a - a)^2 + (a - 0)^2} = \sqrt{a^2} = |a| = a$$

طول ED

ألاحظ في المثلث أن $FE = ED$ ، متطابق الضلعين.



(2) أكتب برهاناً إحداثياً لأثبت أنه: إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً فإن قطريه متطابقان.

(الخطوة 1) أرسم المستطيل $ABCD$ في المستوى الإحداثي

وأحدد إحداثيات كل رؤوسه، (انظر الشكل).

(الخطوة 2) أحدد المعطيات والمطلوب

المعطيات: $AB = CD, AD = CB$

المطلوب: $AC = BD$

(الخطوة 3) البرهان

$$AC = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2} =$$

$$DB = \sqrt{(\dots - \dots)^2 + (\dots - \dots)^2} =$$

ألاحظ:

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

😊 أستطيع حل الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حل "أندرب" وأحل المسائل.	😐 أستطيع حل الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	😞 لم أتمكن من حل الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.
• أكتب برهاناً إحداثياً لبرهنة نظريات هندسية ().	• أرسم مضلعاً في المستوى الإحداثي ().	

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ