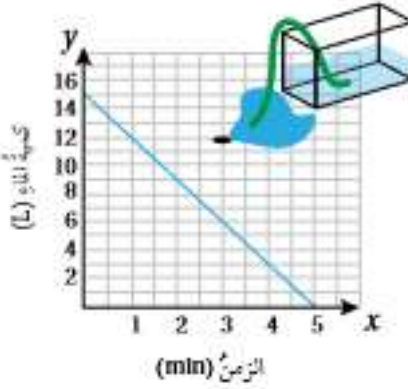


المعادلة الخطية بالصورة القياسية

1

الدرس

أستكشف



تبيّن التمثيل البياني المجاور العلاقة بين كمية الماء المتبقية في حوض بالتراب والزمّن المنقضي بالدقائق منذ بدء تصريف الماء من الحوض.

1 ما كمية الماء التي كانت في الحوض عند بدء التصريف؟

2 كم دقيقة يحتاج إليها تصريف الحوض من الماء تصريفًا كاملاً؟

فكرة الدرس

- تعرّف الصيغة القياسية للمعادلة الخطية.
- أمثل المعادلة الخطية بيانيًا.

المصطلحات

الصورة القياسية، الحُدّ الثابت، المقطع x ، المقطع y

المعادلة الخطية هي المعادلة التي يمكن كتابتها على الصورة $Ax + By = C$ ، وتسمى **الصورة القياسية** (standard form) للمعادلة الخطية.

الصورة القياسية للمعادلة الخطية

مفهوم أساسي

- **بالكلمات** الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي:

$$Ax + By = C$$

حيث $A \geq 0$ ، ولا تكون قيمتا A و B معًا صفرًا، حيث A, B, C أعداد صحيحة، العامل المشترك الأكبر لها 1.

مثال 1

أحدّد ما إذا كانت كل معادلة متما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت كذلك أكتبها على الصورة القياسية.

1 $y = 6 - 5x$

أعيد كتابة المعادلة بحيث يكون كلا المتغيرين في الطرف نفسه من المعادلة.

$$y = 6 - 5x$$

$$y + 5x = 6 - 5x + 5x$$

$$5x + y = 6$$

المعادلة الأصلية

أضيف $5x$ إلى طرفي المعادلة

أبسط

المعادلة $5x + y = 6$ معادلة خطية بالصورة القياسية، حيث $A = 5, B = 1, C = 6$.

أحدد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا، وإذا كانت خطية فأكتبها على الصورة القياسية:

1 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 8$

2 $\frac{x}{3} = 2 + \frac{y}{5}$

3 $\frac{5}{x} = y - 1$

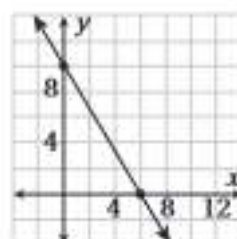
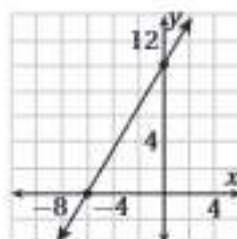
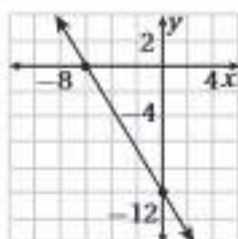
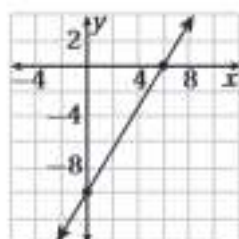
4 أصل بين المعادلة والتمثيل البياني المناسب لها:

$5x + 3y = 30$

$5x + 3y = -30$

$5x - 3y = 30$

$5x - 3y = -30$



أمثل كل معادلة مما يأتي بيانياً باستعمال المقطع x والمقطع y :

5 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = \frac{3}{2}$

6 $y = -x + 7$

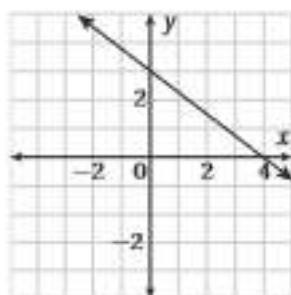
7 $y = 3x + 9$

8 $1 = 10 - 3y$

9 $4x - 7y = 14$

10 $y = 5 - x$

11 يمثل كل من التمثيل البياني والجدول الآتيين معادلتين مختلفتين، بـ تشابه المعادلتان؟ وفيم تختلفان؟



x	-4	-2	0	2	4
y	5	4	3	2	1

12 أكتب معادلة بالصورة القياسية يكون المقطع x لتمثيلها البياني 3 والمقطع y هو 5

13 أجد المقطعين x و y للتمثيل البياني للمعادلة $Ax + By = C$

المعادلة الخطية بالصورة القياسية

المعادلة الخطية :- هي معادلة تحتوي متغيرين x و y ومعاملاتهما (1) وليست في حالة ضرب أو قسمة المتغيرين

كيف نحصل المعادلة الخطية :- قو x و y يأتي (1) وليسا على شكل ضرب أو قسمة معاً

مثال أي ومعادلتين لخطية :-

① $y = 7 - 2x$ خطية

② $x^2 + 2y = 0$ غير خطية لوجود x^2

③ $2xy - 2 = x$ غير خطية لوجود (xy)

الصورة القياسية للمعادلة الخطية :- $ax + by = c$

- * وجود المتغيرين في طرف معاً واحد ثابت في طرف لوجود
- * ع.م.أ لجميع المصطلحات a, b, c هي (1) وهي صحيحة

مثال حدد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا وإذا كانت خطية اكتبها على الصورة القياسية

① $y = 6 - 5x$
 $+5x \quad +5x$
 $y + 5x = 6$

خطية
ضرب العامل (المتغير) للأعداد هو (1)
وكلها أعداد صحيحة

$$(2) 4x - 8y = 12$$

خطية

ضربنا في كل المعادلة
على (4)

$$\frac{4x}{4} - \frac{8y}{4} = \frac{12}{4}$$

$$x - 2y = 3$$

$$(3) \frac{7}{5}x = -4$$

خطية، لكن كجمل

$\frac{7}{5}$ عدد صحيح اضرب

بـ 5 وبما ان y غير
موجودة معاملها 0

$$5 \times \frac{7}{5}x = -4 \times 5$$

$$7x = -20 \rightarrow 7x + 0y = -20$$

$$(5) 2x = 1 - 3y$$

خطية

التحقق من فرجه

109
44

$$2x = 1 - 3y$$

$$+3y \quad +3y$$

$$2x + 3y = 1$$

$$(6) x^2 - 8y = 3$$

ليست خطية لوجود x^2

$$(7) \frac{1}{5}y = 2$$

خطية، اضرب بـ 5

$$5 \times \frac{1}{5}y = 2 \times 5$$

هنا x غير موجودة
معادلة معاملها صفراً

$$y = 10 \rightarrow 0x + y = 10$$

* التمثيل البياني للمعادلة الخطية

هو مستقيم يمر في الإحداثيات (المختصات) جميعها تمثل حلولاً للمعادلة وأي زوج مرتب يقع على هذا المستقيم يمثل حلاً للمعادلة.

كيف نمثل معادلة بيانياً؟ (استخدام الجبرول)

① اجعل y موضوع قانون، بمعنى جعلها بجانب لوحدها ومعاملها (1)

② نختار قيم عشوائية للمتغير x ثم نعوضها في المعادلة لنجد قيم y المقابلة لها

③ نمثل الإحداثيات (المختصات) في المستوى الإحداثي ونصل بينها بخط مستقيم

مثال: مثل بيانياً:

① $3y - 6x = 9$

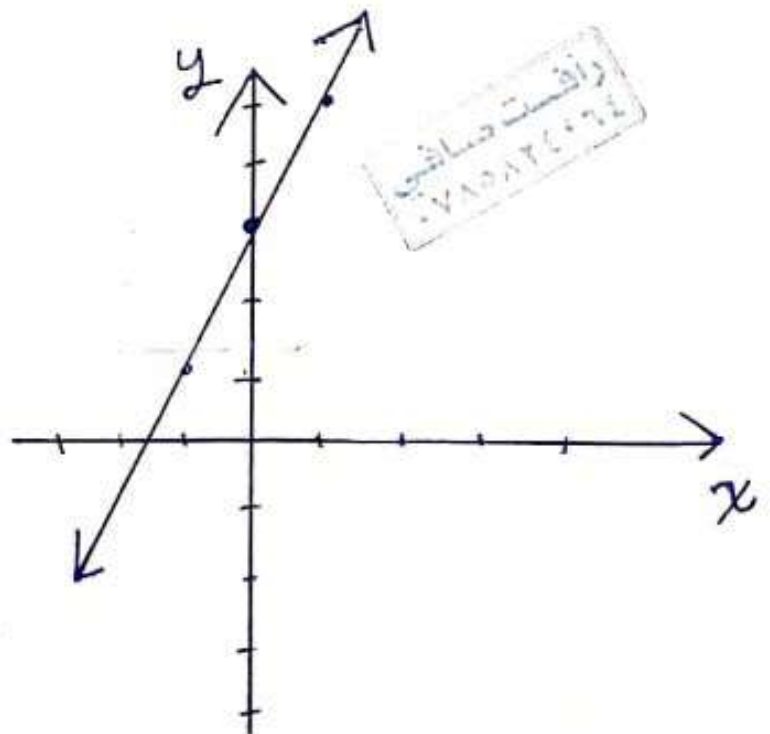
$$3y - 6x = 9$$

$$+ 6x + 6x$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{6x}{3} + \frac{9}{3}$$

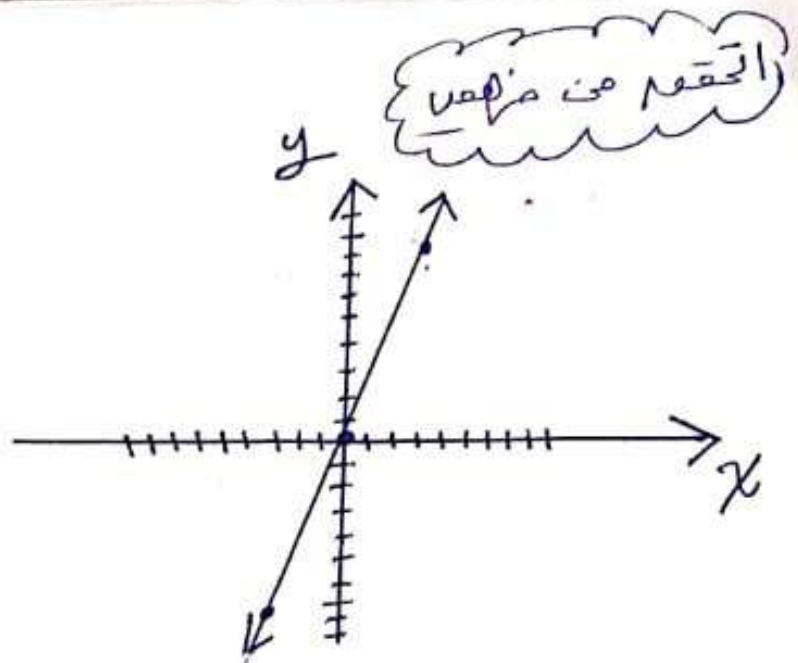
$$y = 2x + 3$$

x	$2x + 3$	y	(x, y)
1	$2(1) + 3$	5	(1, 5)
0	$2(0) + 3$	3	(0, 3)
-1	$2(-1) + 3$	1	(-1, 1)



② $y = 3x$

x	$3x$	y	(x, y)
3	$3(3)$	9	$(3, 9)$
0	$3(0)$	0	$(0, 0)$
-3	$3(-3)$	-9	$(-3, -9)$



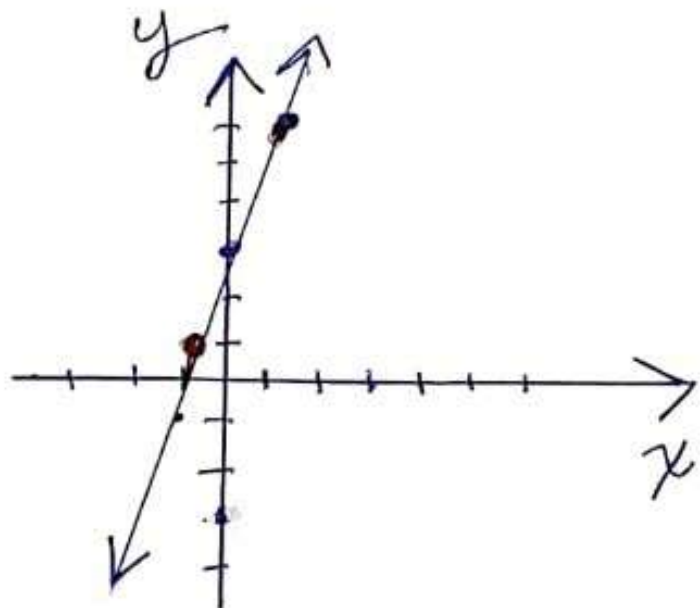
③ $2y - 4x = 6$

$$\begin{array}{r} 2y - 4x = 6 \\ +4x \quad +4x \\ \hline \end{array}$$

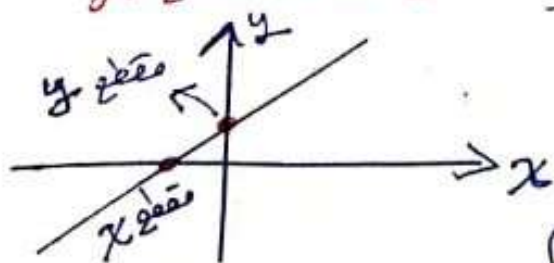
$$\frac{2y}{2} = \frac{4x}{2} + \frac{6}{2}$$

$$y = 2x + 3$$

x	$2x+3$	y	(x, y)
-1	$2(-1)+3$	1	$(-1, 1)$
0	$2(0)+3$	3	$(0, 3)$
1	$2(1)+3$	5	$(1, 5)$



يمكن تمثيل المتغيرين بنقطتين من خلال إيجاد نقطتي تقاطع المتغير مع المحورين من خلال المقطع x والمقطع y .



④

كيفية مثل المعادلة الخطية باستخدام المقطوع x والمقطع y

- ① عوض $x=0$ في المعادلة لجد y // المقطوع y
 ② عوض $y=0$ في المعادلة لجد x // المقطوع x

مثال :- مثل كل معادلة مما يأتي باستخدام المقطوع x والمقطع y

① $3x - 2y = 6$

$$\begin{aligned} 3(0) - 2y &= 6 \\ 0 - 2y &= 6 \\ \frac{-2y}{-2} &= \frac{6}{-2} \end{aligned}$$

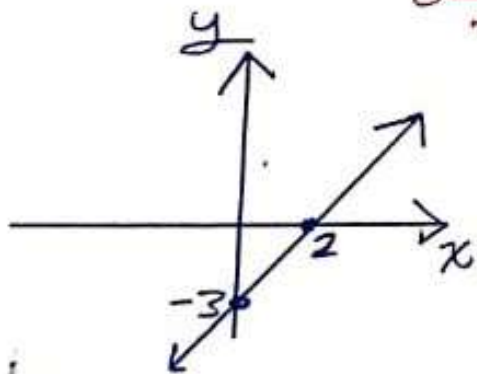
المقطع y : $y = -3$

عوض $x=0$:-

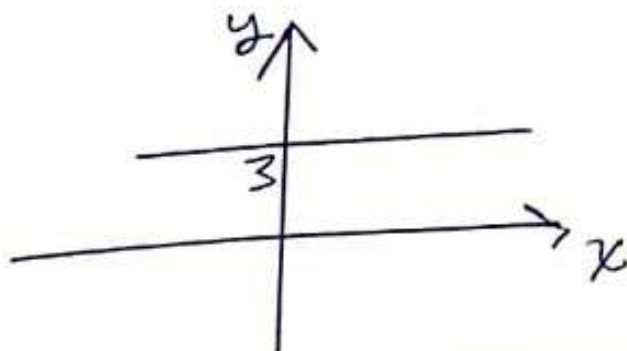
عوض $y=0$:- $3x - 2(0) = 6$

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

المقطع x : $x = 2$

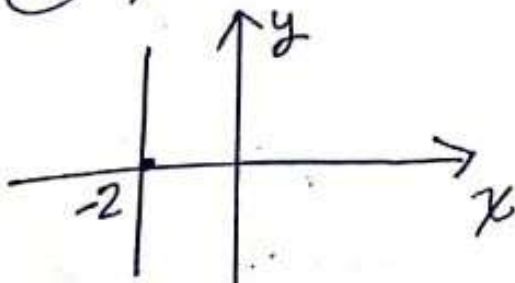


② $y = 3$



المعادلة الخطية على هذا الشكل
 لها مقطع y واحد فقط
 وعليه دقيقتان 3 على محور
 الصادات ونرسم خطاً مستقيماً
 يوازي محور السينات

③ $x = -2$



المعادلة الخطية على هذا الشكل
 لها مقطع x واحد فقط وعليه
 دقيقتان -2 على محور
 الصادات ونرسم خطاً مستقيماً
 يوازي محور السينات

④ $4x - y = 1$

لا تحقق من فهمي

$4(0) - y = 1$

$0 - y = 1$

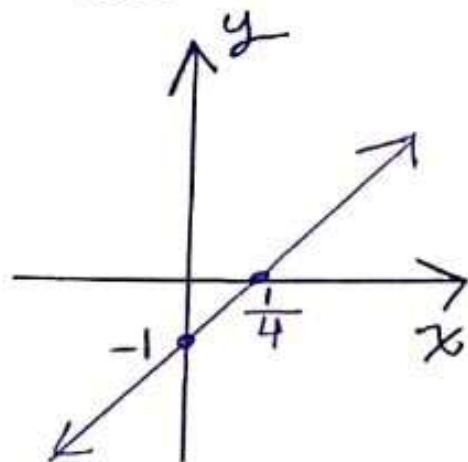
$\frac{-y}{-1} = \frac{1}{-1} \rightarrow y = -1$ مقطع y

$\therefore x = 0$ نصيب x

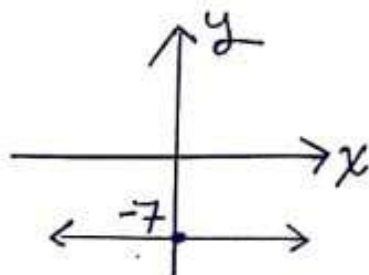
$4x - 0 = 1$

$\frac{4x}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow x = \frac{1}{4}$ مقطع x

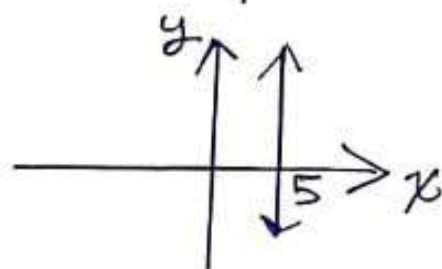
$\therefore y = 0$ نصيب y



⑤ $y = -7$

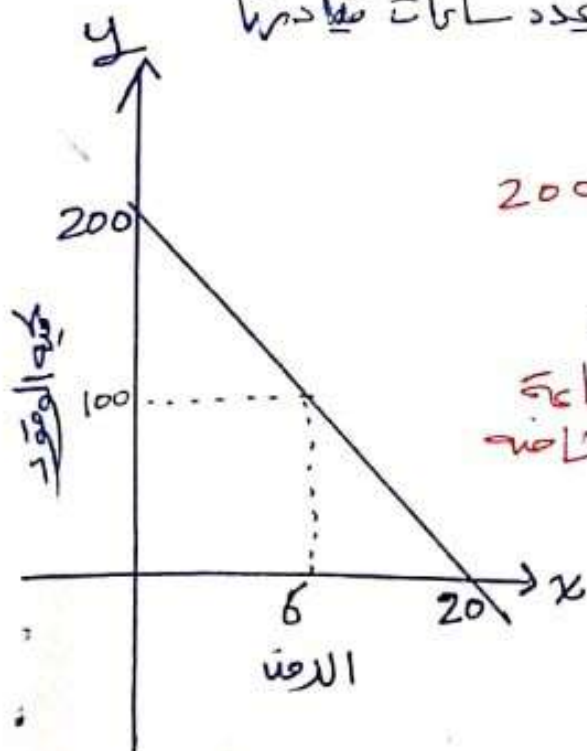


⑥ $x = 5$



بين التمثيل البياني (لجاء العلاقة بين عدد لترات الوقود المحترقة في خزان السيارة وعدد ساعات قيادتها)

لا تحقق من فهمي



① جد (مقطع x و (مقطع y للعلاقة

المقطع x هو 20 أما (مقطع y هو 200

② صف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة

نصف الوقود عندما تقدر الساعة 20 ساعة
يوجد 200 لتر من الوقود قبل ان تقدر الساعة

③ بعد كم ساعة قيادة يبقى في خزان

السيارة 100L من الوقود

10 ساعات

(تدرب واحد مسائل)

* حدد ما اذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية
أم لا، واذا كانت كذلك اكتبها على الصورة القياسية:

① $2x = 7y$ خطية

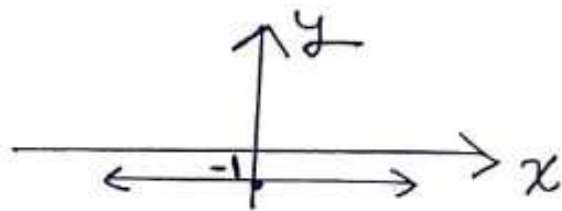
$2x - 7y = 0$

② $y = 1 - x^2$ غير خطية لوجود x^2

③ $9xy + 11x = 6$ غير خطية لوجود xy

* مثل كل معادلة مما يأتي بيانياً بانشاء جدول قيم:

④ $y = -1$



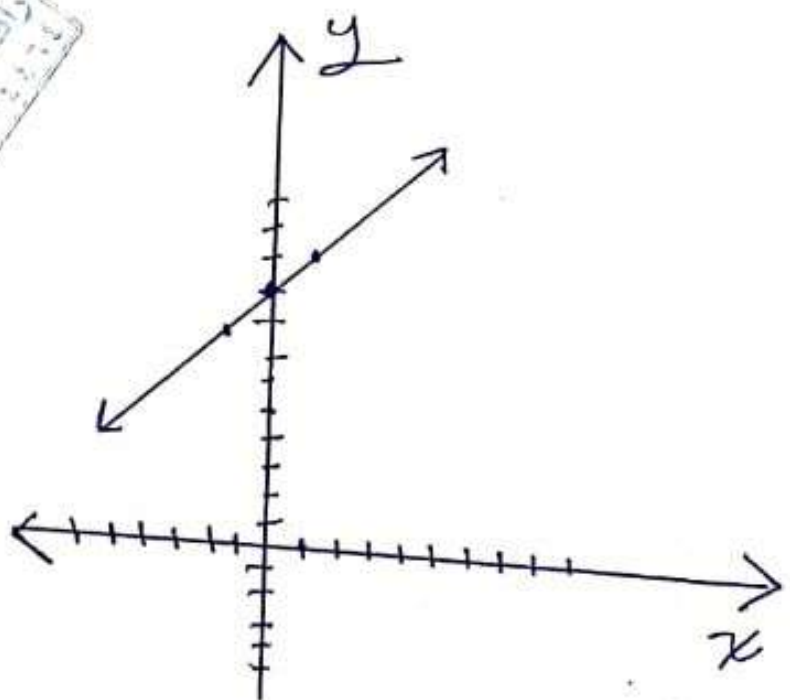
⑤ $y - x = 8$

$y - x = 8$

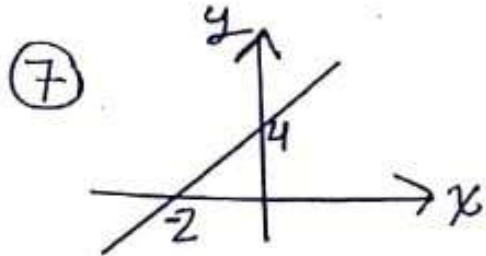
$+ x + x$

$y = x + 8$

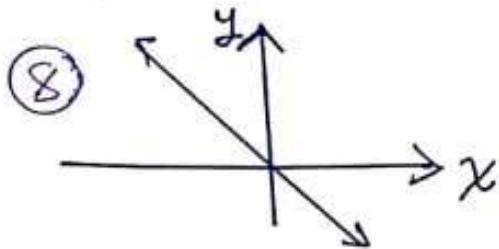
x	$x+8$	y	(x, y)
-1	-1+8	7	(-1, 7)
0	0+8	8	(0, 8)
1	1+8	9	(1, 9)



* حد المقطوع x والمقطع y كل معادلة مما يلي :-



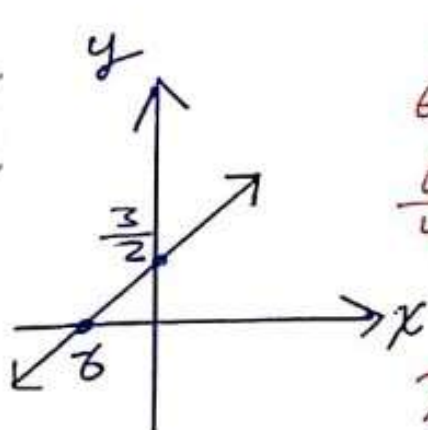
المقطع x هو -2
المقطع y هو 4



المقطع x هو 0
المقطع y هو 0

* مثل كل معادلة مما يلي بيانياً باستعمال المقطوع x والمقطع y .

⑨ $x = 4y - 6$



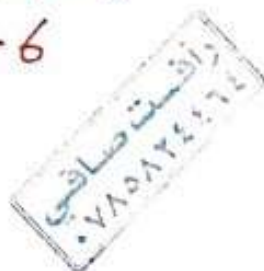
عند $x=0$:
 $0 = 4y - 6$
 $6 = 4y$

$\frac{6}{4} = \frac{4y}{4} \rightarrow y = \frac{3}{2}$

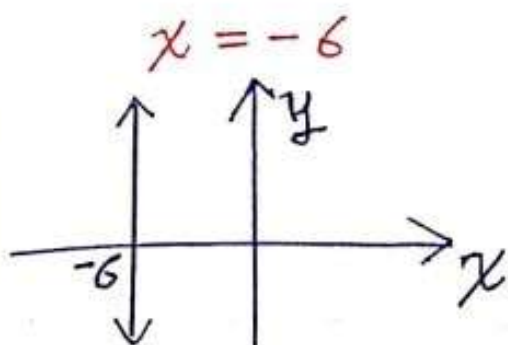
عند $y=0$:

$x = 4(0) - 6$

$x = -6$



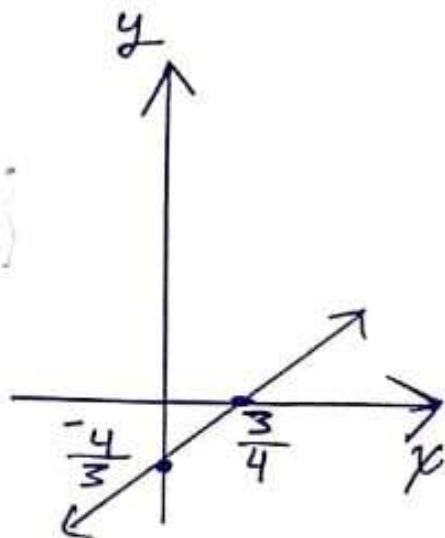
⑩ $x + 6 = 0$



هنا المقطوع x هو -6
ولا يوجد قطع y صادي

$$(11) \frac{4x}{3} = \frac{3y}{4} + 1$$

*



عند $x=0$ فإن $0 = \frac{3y}{4} + 1$
 $\frac{3y}{4} = -1$

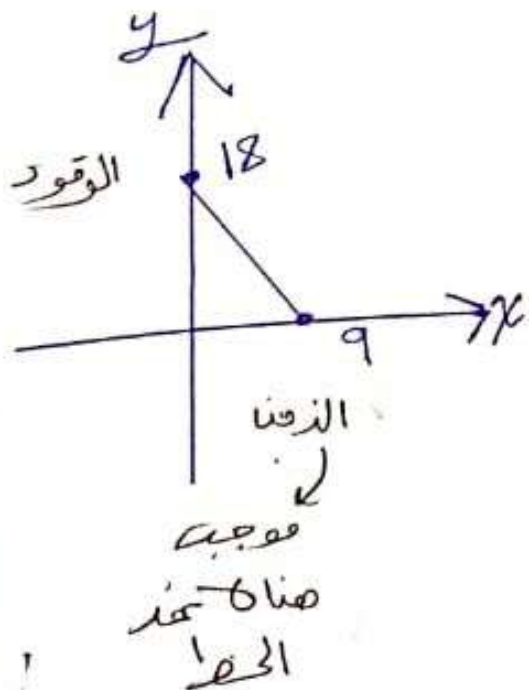
اضرب بـ $\frac{4}{3}$
 $y = -\frac{4}{3}$

عند $y=0$ فإن $\frac{4x}{3} = 1$

اضرب بـ $\frac{3}{4}$
 $x = \frac{3}{4}$

* ملئ اُمي خزان سيارته بالوقود استعداداً لرحلة الى مدينة العقبة و المعادلة $y = 18 - 2x$ تقدر كمية الوقود باللترات المتبقية في خزان السيارة بعد قيادتها x ساعة.

(12) جد المقطع x و المقطع y ثم استعمل المقطعين لتقريب المعادلة بيانياً



عند $x=0$ فإن $y = 18 - 2(0)$
 $y = 18$

عند $y=0$ فإن $0 = 18 - 2x$
 $-18 = -2x$

$\frac{-18}{-2} = \frac{-2x}{-2}$
 $x = 9$

راشت دسافي
 ٧٨٥٨٢٤٩٦٤

(13) اصنف عدولا كل هذا (قطعتين في هذه الحالة

المقطع لا يارعى (18) كيه اللترات عند بداية لرحله
المقطع لا يارعى (9) كيه (لوقود) (الترات) تنفر بعد 9 ساعات

(14) بعد كم ساعة من قيادة السيارة يبقا $\frac{1}{4}$ لوقود في الخزان.

$$18 - 2x = \frac{1}{4} \times 18 = \frac{9}{2}$$

$$\cancel{18} - 2x = \frac{9}{2}$$

$$\phantom{\cancel{18}} - 18$$

$$2x = \frac{27}{2} \rightarrow x = \frac{27}{4} \text{ h}$$

* يسكن لعتيل لبياني (لجوار لوارقة بيت رقم الطابقه ولزمنه

الذي يقصده الراكب بالشواني في (وصعد حتى يصل الى

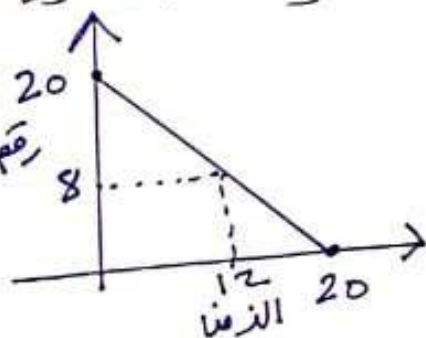
هذا الطابقه 6 اذا كلمته ان رقم الطابقه لارضه 0 اجبت عماليله

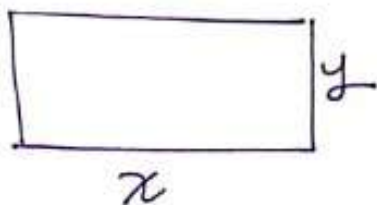
(15) من أي طابقه صعد لراكب الى (وصعد
الحل: من طابقه 20

(16) بعد كم ثانيه وصل الراكب الى طابقه لارضه
الحل: 20 ثانيه

(17) بعد كم ثانيه وصل الراكب الى طابقه لثامنه

الحل: من عند 8 من محور لصادات بعد خط أفصيا
وعليه بعد 12 ثانيه





* محيط مستطيل 12 cm

(18) اكتب معادلة بالصورة (مباشرة)
تقل محيط المستطيل .

الحل: محيط مستطيل = (طول + عرض) $\times 2$ ← رمز المحيط

$$P = 2(x + y) = 2x + 2y$$

نقم لك (2)

$$2x + 2y = 12$$

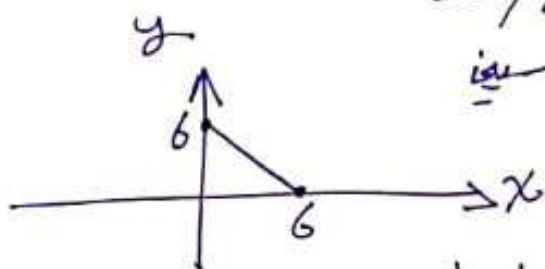
$$x + y = 6$$



(19) جد (مقطع x و (مقطع y

عند $x=0 \leftarrow y=6$ مقطع y

$y=0 \leftarrow x=6$ مقطع x



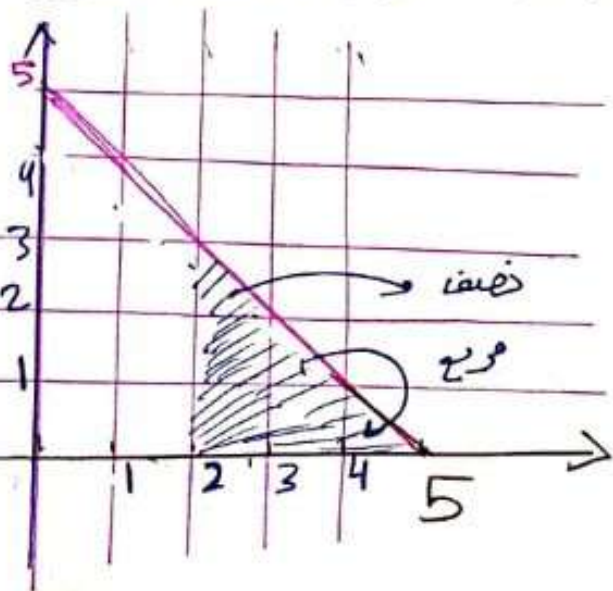
(20) مثل معادلة بيانياً

(21) جد ثلاثة أزواج مرتبة تقل أبعاد مستطيل

الحل: من $x + y = 6$ هنا فنأخذ أعداد جملتها 6

(3, 3) و (4, 2) و (5, 1)

* نرسم مستقيماً $x + y = 5$ ارسم مستقيماً
على الصورة $x=4$ ومستقيماً على الصورة $y=6$ على أن تكون
المساحة بين المستقيمتين ثلاثة 4.5 وحدة مربعة



الحل: المقصود هو أن
المستقيمتين تحصران
مربعاً وثلثاً

$$y = 0$$

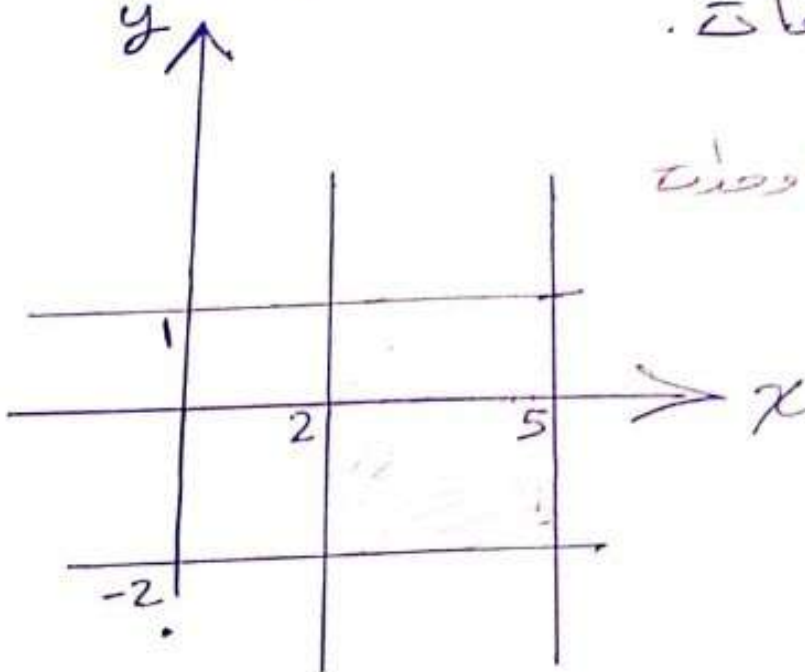
$$x = 2$$

بالإضافة إلى المستقيم
الموجود في الرسم

$$\begin{array}{ll} x=2 & y=1 \\ x=5 & y=-2 \end{array}$$

في المستوى الديكارتي نكتب معادلتنا في الصورة
النقطية 2. من المعطيات.

مربع طول ضلعه 3 وحدات





صقرا الجنوب
منتديات

