الوحدة 1 الجاذبية والحركة الدائرية

مقدِّمة الوحدة

تُوضح هذه الوحدة القوى التي تسبّب الحركة الدائرية

P1201 يوضّح الشروط التي يجب توافرها للحصول على حركة دائرية منتظمة.

P1202 يوضّح تأثير قوى الجاذبية ومجالات الجاذبية في الحركة النسبية للأجرام السماوية.

الدرس 1-1: الحركة الدائرية

- الحركة الدائرية
- تحويل وحدات الدرجات إلى راديان
- السرعة الزاوية
- السرعة الخطية في الحركة الدائرية
- التسارع المركزي
- التسارع المركزي بدلالة السرعة الزاوية
- قوة الجذب المركزية
- قوة الطرد المركزية

الدرس 1-2: قانون نيوتن للجاذبية

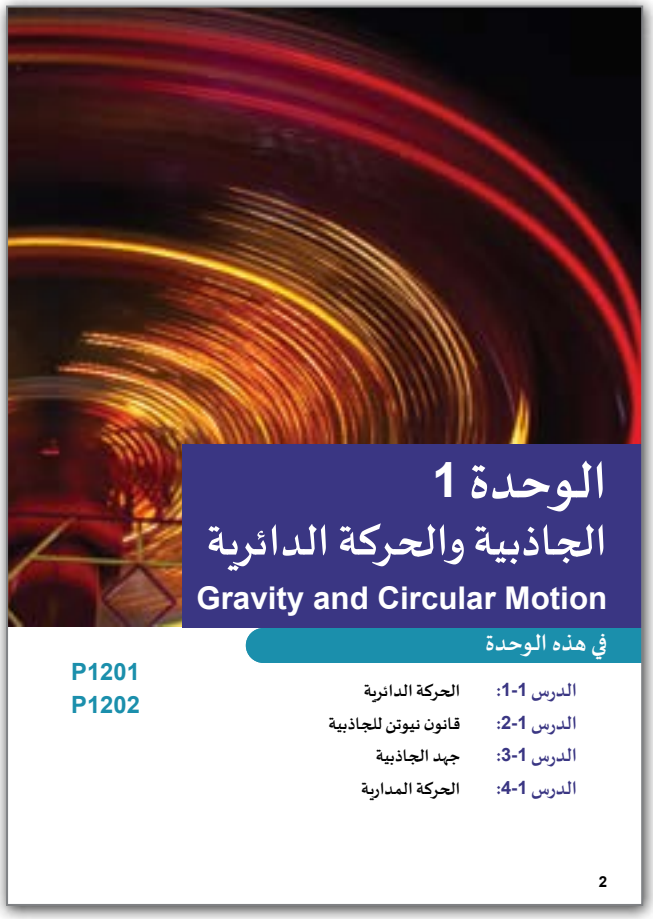
- الجاذبية
- قانون نيوتن للجاذبية
- مجال الجاذبية

الدرس 1-3: جهد الجاذبية

- طاقة الوضع التجاذبية
- لماذا تكون طاقة الوضع التجاذبية سالبة؟
- جهد الجاذبية
- طاقة الوضع التجاذبية لنظام
- سرعة الإفلات

الدرس 1-4: الحركة المدارية

- قوانين كبلر
- الحركة المدارية
- العلاقة بين قانون نيوتن للجاذبية وقوانين كبلر
- الطاقة والحركة المدارية
- تطبيقات قوانين كبلر



5E	العناصر
يدمج	الدرس 1-1: لمَ لا ينسكب الماء من دلو دوّارة؟
	الدرس 1-2: لمَ يحدث كلّ من المدّ والجزر مرّتين في اليوم، وليس مرّة واحدة؟
	النشاط 1-a3 ، النظر في المدارات بعناية أكبر
	الدرس 1-4: كيف تعمل المدارات؟
يستكشف	الدرس 1-1: هل يبقى الماء في داخل الدلو الدوّارة؟
	النشاط 1-1: الحركة الدائرية
	الدرس 1-2 ماذا نعني بقوة الجاذبية؟ كيف تتغيّر الجاذبية على الكواكب الأخرى؟
	النشاط 1-2: حساب قيمة التسارع g
	النشاط 1-3 a الجاذبية والمدارات: أنواع المدارات
	الدرس 1-3: ماذا يحدث لجسم يسقط نحو كوكب تحت تأثير قوة الجاذبية؟
	الدرس 1-3: هل هناك طرائق أخرى للنظر في طاقة الوضع التجاذبية؟
	الدرس 1-4: استكشاف المدارات مع كتلة وخيط
	النشاط 1-4: استكشاف المدارات
يشرح	الدرس 1-1: كيف يمكن استخدام تأثير دلو الماء في حياتنا اليومية؟
	الدرس 1-1: ما الفرق بين الإزاحة الزاوية والإزاحة الخطية؟ ما أوجه التشابه وأوجه الاختلاف؟
	الدرس 1-1: ما معادلة السرعة الزاوية، إذا كان التردّد معروفًا بدلاً من الزمن الدوري للدوران؟
	الدرس 1-1: لماذا تندفع إلى الخارج في اللعبة الدوّارة بمدينة الألعاب أو أثناء القيادة حول دوّار؟
	الدرس 1-2: من أين يأتي الرقم 9.8 N/kg؟
	الدرس 1-3: ما طاقة الوضع التجاذبية لنظام يتكوّن من جسمين تفصل بينهما مسافة لا نهائية؟
	الدرس 1-3: ما الفرق بين جهد الجاذبية وطاقة الوضع التجاذبية؟
	الدرس 1-3: لِمَ يُعتَبَر مفهوم جهد الجاذبية مفيدًا؟
	الدرس 1-4: كيف يفسّر قانون كبلر الثاني التغيّر في السرعة حول المدار؟
يتوسّع	الدرس 1-1: تطبيق تأثير الطرد المركزي
	الدرس 1-2: احسب قوة الجاذبية بينك وبين حقيبتك المدرسية
	الدرس 1-3: جهد الجاذبية للشمس
	الدرس 1-3: سرعة الإفلات
	الدرس 1-4: تطبيقات قوانين كبلر
يقيّم	تقويم الدرس 1-1 و 1-2 و 1-3 و 1-4 وتقويم الوحدة

الوحدة 1 الجاذبية والحركة الدائرية

ملخّص الوحدة

تقدّم هذه الوحدة الحركة الدائرية والقوى التي تؤدّي إلى هذه الحركة. سيتعلّم الطلاب الفرق بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية، وكذلك العلاقة بينهما. سيُدرك الطلاب أن الجسم، وإنْ كان مقدار سرعته ثابتًا، فإنه يتسارع عند تعرّضه لحركة دائرية. تُساعد التجربة الطلابَ، باستخدام مستشعر القوة، على حساب قوة الجذب المركزية.

في الدرس 1-2، يبدأ الطلاب الدرس باستكشاف سبب حدوث المدّ والجزر في يوم واحد. يتمّ تقديم الجاذبية وقانون نيوتن للجاذبية في هذا الدرس. سيتعلّم الطلاب كيفية حساب قوة الجاذبية بين جسمين.

يسلّط الدرس 1-3 الضوء على الفرق بين جهد الجاذبية وطاقة الوضع التجاذبية. يتعلّم الطلاب حساب سرعة الإفلات باستخدام قانون حفظ الطاقة.

يتمّ تقديم الحركة المدارية في الدرس 1-4. باستخدام قوانين نيوتن وكبلر، يحسب الطلاب الزمن الدوري وسرعات الأجسام التي تسير في مدار.

أخطاء شائعة

- **التسارع يعني زيادة السرعة.** التسارع هو أيّ تغيير في مقدار السرعة أو اتجاهها. الأجسام التي تتباطأ يكون تسارعها بعكس اتجاه الحركة. الأجسام التي تتحرّك في دائرة يكون اتجاه تسارعها نحو مركز الدائرة.

- **يتحرّك الجسم دائمًا في اتجاه محصّلة القوى.** عندما يتحرّك جسم ما في دائرة، يكون اتجاه قوة الجذب نحو المركز. وعلى الرغم من أنّ هذه القوّة تتسبّب في دوران الجسم، إلا أنها لا تسحبه باتجاه المركز.

- **إذا كان الجسم يتحرّك بسرعة ثابتة المقدار، فلا يوجد تسارع.** يعتمد التسارع على التغيير في مقدار السرعة أو اتجاهها. يمكن للأجسام أن تدور بسرعة ثابتة المقدار، ويكون لها تسارع.

مخطط الوحدة

الدرس	عدد الحصص	مخرجات التّعلم	الكفايات
1-1 الحركة الدائرية	6.5	P1114.1	
2-1 قانون نيوتن للجاذبية	4	P1115.1 P1115.2 P1115.3	
3-1 جهد الجاذبية	5	P1115.4	
4-1 الحركة المدارية	5	P1116.1 P1116.2 P1116.3	

كفايات الطالب القطري العلمية

- التفكير الإبداعي والناقد
- الكفاية اللغوية
- التعاون والمشاركة
- حل المشكلات
- الكفاية العددية
- التواصل
- البحث والاستقصاء

المهارات العلمية والكفايات

يُتوقَّع من الطلاب إكمال 5 خبرات تعلّمية.

- يطبق مهارات الرياضيات في 38 مسألة في مراجعة الدروس 1-1 و 1-2 و 1-3 و 1-4 وفي تقويم الوحدة.
- يطبق مهارات القراءة والكتابة في خبرة التعلّم 1-3 b.
- يدمج مهارات ICT في خبرات التعلّم 1-2 و 1-3 a و 1-4.
- يُنشئ الطلاب روابط مع العلم المعاصر في افتتاحيّات الدروس 1-1، 1-2، 1-3، 1-4 وفي فقرة «ضوء على العلماء».

الدرس 1-1
الحركة الدائرية

مصادر تعلّم الدرس

الموضوع / الوقت	المحتوى	موارد كتاب الطالب	موارد دليل المعلم
مقدمة الدرس $\frac{1}{2}$ حصة	نشاط عملي	الصفحتان 4، 5	الصفحتان 8، 9
الحركة الدائرية 1 حصة	تعريف، شرح، معادلة، مثال	الصفحتان 6، 7	الصفحة 10
السرعة الزاوية 1 حصة	تعريف، شرح، معادلة، مثال	الصفحتان 8، 9	الصفحة 11
السرعة الخطية $\frac{1}{2}$ حصة	شرح، معادلة، مثال	الصفحة 10	الصفحة 12
التسارع المركزي 1 حصة	شرح، معادلة، مثال	الصفحتان 11، 12	الصفحة 12
قوة الجذب 1 حصة	شرح، معادلة، مسائل	الصفحات 13-15	الصفحة 13
قوة الطرد المركزية $\frac{1}{2}$ حصة	شرح	الصفحة 16	الصفحة 15
الحركة الدائرية 1 حصة	نشاط عملي	الصفحة 17	الصفحة 16 ورقة عمل 1-1

الزمن المقترح للدرس

يحتاج هذا الدرس إلى 6.5 حصص دراسية، تتضمّن نشاطًا عمليًّا (1-1)، إضافةً الى أفكار حول أنشطة عملية موجزة، ونقاشات مع الطلّاب.

الأنشطة	مواد من أجل النشاط
1-1 الحركة الدائرية	نظام جمع البيانات؛ مستشعر قوة؛ سدّادة مطاطيّة؛ خيط؛ أنبوب بلاستيكي؛ مشابك؛ ميزان

مخرجات التعلّم

P1201.1 يعبر عن الإزاحة الزاوية بوحدة الراديان (rad)، ويصف ، نوعيا وكميا ، الحركة في مسار دائري بسبب قوة عمودية على اتجاه الحركة والتي تسبب تسارعا مركزيا.

P1201.2 يستخدم مفهوم السرعة الزاوية ويحل مسائل حسابية في حالات مختلفة باستخدام الصيغ الآتية:

$$v = r\omega \text{ ، } a = r\omega^2 \text{ ، } a = \frac{v^2}{r} .$$

المعرفة السابقة

يجب أن يكون الطلاب على علم بالآتي:

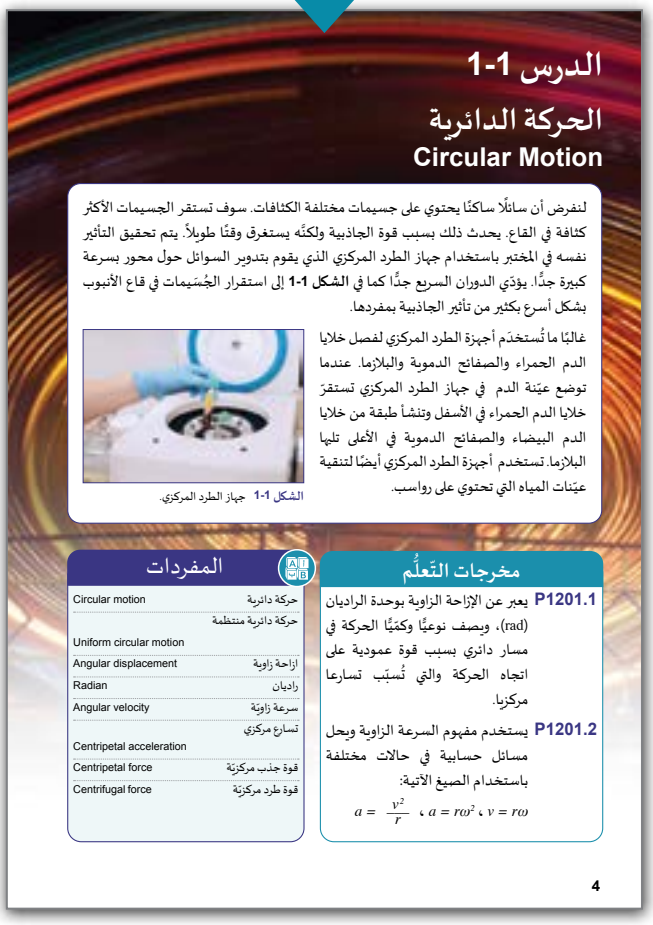
- اعداد مخططات الجسم الحر للقوى.
- قوانين نيوتن وتطبيقها.
- تعريف السرعة والتسارع ومعادلاتهما.

المفردات

Circular motion	حركة دائرية
Uniform circular motion	حركة دائرية منتظمة
Angular displacement	ازاحة زاوية
Radian	راديان
Angular velocity	سرعة زاويّة
Centripetal acceleration	تسارع مركزي
Centripetal force	قوة جذب مركزيّة
Centrifugal force	قوة طرد مركزيّة

افتتاحية الدرس

1. على المعلم القيام بهذا العرض التوضيحي كنشاط "يدمج". ليس بالضرورة أن يكون هناك الكثير من الماء في الدلو.
2. قبل العرض، اسأل الطلاب: من منكم قام بتدوير دلو مملوءة بالماء من دون سكب الماء من الدلو أثناء الدوران؟ معظم الطلاب لم يحاولوا القيام بهذا النشاط خوفًا من البلل.
3. رافق الطلاب إلى مكان مفتوح في الخارج.
4. قم بتدوير الدلو بسرعة ثابتة. يجب التمييز بين سرعة الدوران الثابتة وسرعة الدوران المتغيّرة.
5. وضّح للطلاب الفرق بين التوقّف فجأة والتوقّف تدريجيًا. سيؤدّي إيقاف الدوران بشكل مفاجئ إلى سكب الماء.
6. يمكنك أن تطلب من بعض الطلاب تدوير الدلو أيضًا.



الدرس 1-1

الحركة الدائرية
Circular Motion

لنفرض أن سائلًا ساكنًا يحتوي على جسيمات مختلفة الكثافات. سوف تستقر الجسيمات الأكثر كثافة في القاع. يحدث ذلك بسبب قوة الجاذبية ولكنّه يستغرق وقتًا طويلاً. يتم تحقيق التأثير نفسه في المختبر باستخدام جهاز الطرد المركزي الذي يقوم بتدوير السوائل حول محور بسرعة كبيرة جدًّا. يؤدّي الدوران السريع جدًّا كما في **الشكل 1-1** إلى استقرار الجُسَيمات في قاع الأنبوب بشكل أسرع بكثير من تأثير الجاذبية بمفردها.

غالبًا ما تُستخدَم أجهزة الطرد المركزي لفصل خلايا الدم الحمراء والصفائح الدموية والبلازما. عندما توضع عيّنة الدم في جهاز الطرد المركزي تستقرّ خلايا الدم الحمراء في الأسفل وتنشأ طبقة من خلايا الدم البيضاء والصفائح الدموية في الأعلى تليها البلازما. تستخدم أجهزة الطرد المركزي أيضًا لتنقية عيّنات المياه التي تحتوي على رواسب.

الشكل 1-1 جهاز الطرد المركزي.

مخرجات التعلُّم

P1201.1 يعبر عن الإزاحة الزاوية بوحدة الراديان (rad)، ويصف نوعيًا وكمّيًا الحركة في مسار دائري بسبب قوة عمودية على اتجاه الحركة والتي تُسبّب تسارعا مركزيا.

P1201.2 يستخدم مفهوم السرعة الزاوية ويحل مسائل حسابية في حالات مختلفة باستخدام الصيغ الآتية:

$$v = r\omega \text{ ، } a = r\omega^2 \text{ ، } a = \frac{v^2}{r}$$

المفردات

Circular motion	حركة دائرية
Uniform circular motion	حركة دائرية منتظمة
Angular displacement	إزاحة زاوية
Radian	راديان
Angular velocity	سرعة زاوية
Centripetal acceleration	تسارع مركزي
Centripetal force	قوة جذب مركزية
Centrifugal force	قوة طرد مركزية

لمَ لا ينسكب الماء من دلو دوّارة؟

من المفاهيم الخاطئة الشائعة أن دوران دلو فوق رأسك، سوف يؤدي إلى انسكاب الماء. لكنّ الواقع غير ذلك إذا تمّ الحفاظ على سرعة دوران مُناسِبة، فلن ينسكب الماء. من الممتع أن تجرّب ذلك بنفسك.

الشكل 2-1 اتّجاه دوران الدلو.

الخطوات

1. املأ نصف دلو بالماء.
2. أمسك بمقبض الدلو وقم بتدويرها إلى جانبك وذلك بأن ترفعها إلى أعلى ثم إلى أسفل كما في **الشكل 2-1**.
3. يجب تدوير الدلو بسرعة كبيرة وثابتة.
4. بعد بضع دورات , قلّل من سرعة الدوران أثناء تحريك الدلو للأسفل لايقافه عن الدوران.
5. جرّب ذلك مرة أخرى. دوّر الدلو بسرعة ثابتة. ولكن بعد بضع دورات زد سرعة الدوران.

يؤدّي القصور الذاتي للماء إلى بقائه في الدلو. لكنَّ الماء لا يبقى في الدلو مع خفض سرعة الدوران.

هل يبقى الماء داخل الدلو عند دورانه بسرعة ثابتة؟

ماذا يحدث عندما تتباطأ سرعة الدلو؟ ماذا يحدث مع زيادة سرعة الدوران؟ ولماذا؟

هل ستكون نتائج هذه التجربة مختلفة إذا تم استبدال الماء في الدلو بكُرة؟

كيف يمكن استخدام هذا التأثير في حياتنا اليومية؟

يتم استخدام التأثير نفسه لجعل ركوب الألعاب في مدينة الألعاب ممتعًا وآمنًا فالألعاب التي تشتمل على دوران سريع يتم فيها دفع الأشخاص إلى الجوانب وبالتالي تثبيتهم. كلما ازدادت سرعة الدوران زاد تأثير الالتصاق بالجوانب. لا يعني ذلك أننا لسنا بحاجة إلى أحزمة الأمان. نحتاج إلى التثبيت مع زيادة سرعة الركوب أو خفضها. وهذا مشابه لحالة الماء في الدلو. إذ يؤدي تغيير السرعة فجأة أو إيقاف الدوران فجأة إلى انسكاب المياه.

دلو من الماء – تابع

1. تساعد الأسئلةُ الآتيةُ الطلابَ على استكشاف تفسيرات مختلفة حول سبب عدم سكب الماء.

2. ابدأ بطرح السؤال الآتي: هل بقي الماء في داخل الدلو؟
بقي الماء في داخل الدلو إلى أنْ توقفت حركة الدلو فجأة، فَسُكِب الماء إلى الخارج.

3. ماذا حدث عندما تباطأت سرعة الدلو؟ ولماذا؟
سُكِبَ الماء مع تباطؤ سرعة الدلو. قد لا يتمكّن الطلاب من الإجابة عن السؤال. والحقيقة أنَّ ما حدث كان بسبب نقصان القوّة المركزية وتغيّر اتجاه حركة الماء. كان الماء في داخل الدلو الدوّارة يحاول متابعة الحركة في خطّ مستقيم. تباطأت حركة الدلو، فتباطأت سرعة الماء، ولم يتمكّن الماء من متابعة تغيير اتجاه حركته. قد يجيب بعض الطلاب بأن تأثير قوة الطرد المركزية قد انخفض.

4. كلّف الطلاب تطبيق الفكرة ذاتها على أشكال أخرى من المادة، وليس على الماء فقط. هل ستكون نتائج هذه التجربة مختلفة إذا وضعنا داخل الدلو كرةً بدلًا من الماء؟
ستلتصق الكرة بقاع الدلو عند دورانها.

5. كيف يمكن استخدام هذا التأثير في حياتنا اليومية؟
التأثير نفسه يستخدم في الغسّالات والمجفّفات. وهو المبدأ نفسه الذي تعمل وِفقَهُ ألعاب التسلية أيضًا.

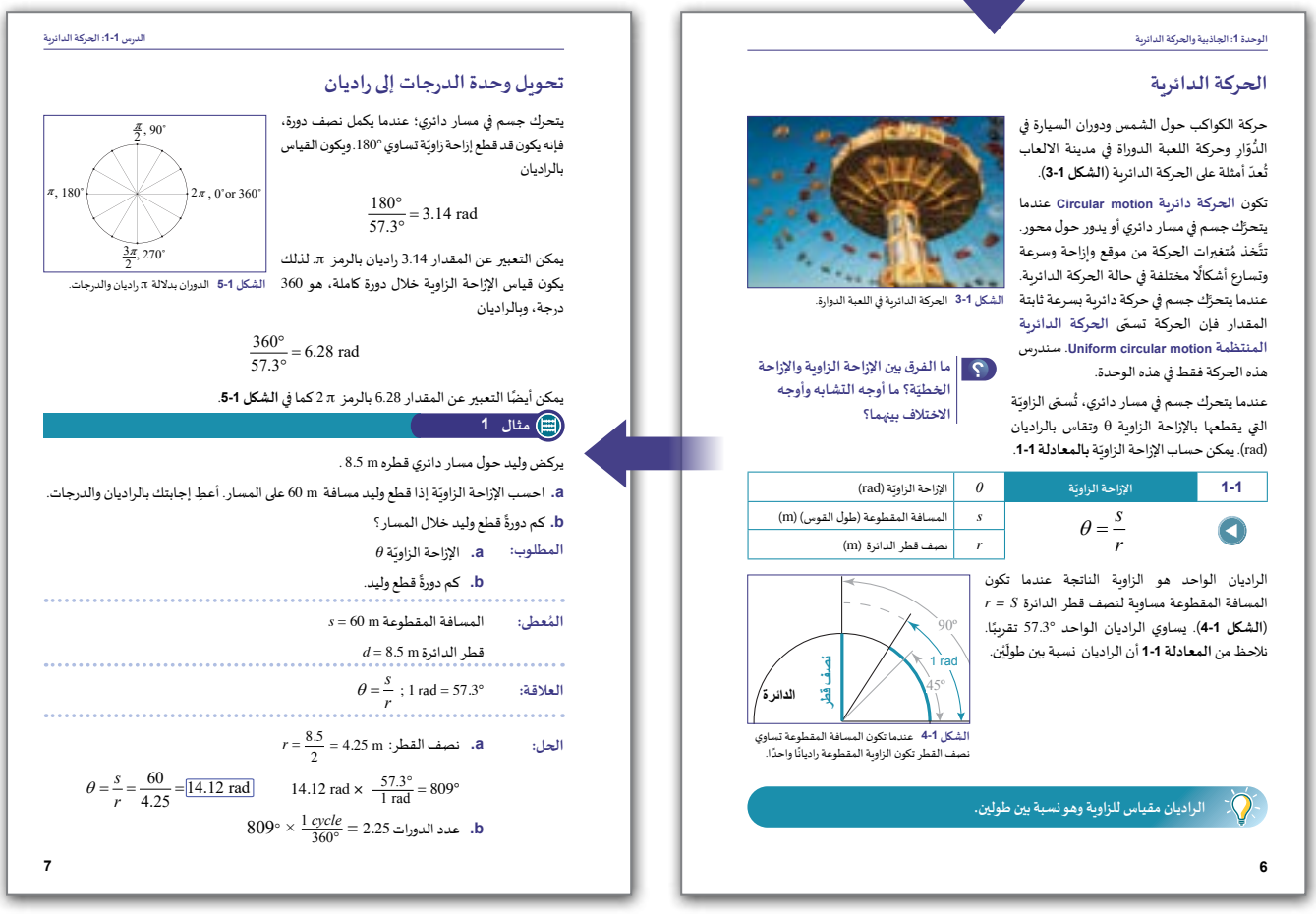
6. اذكر للطلاب أنَّ الكثير من الآلات الدوّارة «كضابط الطرد المركزي» استخدمت قديمًا (قبل الإلكترونيات) للتحكّم في السرعة. كلّف الطلاب القيام ببحث حول «ضابط الطرد المركزي».

الحركة الدائرية

1. اشرح للطلاب الفرق بين الحركة الدائرية والحركة الخطية. أوضح أنَّ الجسم، عندما يتحرّك بحركة دائرية، يكون ذلك حول محور وبنصف قطر محدّد.
2. بعد ذلك، ميّز بين الحركة الدائرية والحركة الدائرية المنتظمة. معظم الأشياء التي ندرس حركتها الدائرية تكون في الواقع دائرية منتظمة، لأنها تتحرّك بسرعة ذات مقدار ثابت. ومع ذلك، فإنَّ هذه الأجسام تكتسب تسارعًا، لأنّ اتجاه حركتها يتغيّر.
3. بعد ذلك، عرّف الإزاحة الزاوية بدلالة القوس وارسمها على السبّورة. ثم اطلب من الطلاب شرح الفرق بين الإزاحة الزاوية والإزاحة الخطية.

كلتا الإزاحتين تُحددان الموقع، ولكلّ منهما وحدات قياس متعدّدة، فالإزاحة الزاوية مثلًا تُقاس بالراديان، أوبالدرجات، أو بالدورات. وليس للإزاحة الزاوية بُعدٌ، كما للطول.

4. اشرح الراديان باستخدام **الشكل 1-4** وقم بتحويل الدرجات إلى راديان والراديان إلى درجات.



الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

الحركة الدائرية

حركة الكواكب حول الشمس ودوران السيارة في الدَّوّار وحركة اللعبة الدوارة في مدينة الالعاب تُعدّ أمثلة على الحركة الدائرية (**الشكل 1-3**).

الشكل 1-3 الحركة الدائرية في اللعبة الدوارة.

تكون **الحركة دائرية Circular motion** عندما يتحرّك جسم في مسار دائري أو يدور حول محور. تتّخذ مُتغيرات الحركة من موقع وإزاحة وسرعة وتسارع أشكالًا مختلفة في حالة الحركة الدائرية. عندما يتحرّك جسم في حركة دائرية بسرعة ثابتة المقدار فإن الحركة تسمّى **الحركة الدائرية المنتظمة Uniform circular motion**. سندرس هذه الحركة فقط في هذه الوحدة.

؟ ما الفرق بين الإزاحة الزاوية والإزاحة الخطيّة؟ ما أوجه التشابه وأوجه الاختلاف بينهما؟

عندما يتحرك جسم في مسار دائري، تُسمّى الزاويّة التي يقطعها بالإزاحة الزاوية θ وتقاس بالراديان (rad). يمكن حساب الإزاحة الزاويّة **بالمعادلة 1-1**.

1-1	الإزاحة الزاوية	θ	الإزاحة الزاويّة (rad)
$\theta = \frac{s}{r}$		s	المسافة المقطوعة (طول القوس) (m)
		r	نصف قطر الدائرة (m)

الراديان الواحد هو الزاوية الناتجة عندما تكون المسافة المقطوعة مساوية لنصف قطر الدائرة $r = S$ (**الشكل 1-4**). يساوي الراديان الواحد 57.3° تقريبًا. نلاحظ من **المعادلة 1-1** أن الراديان نسبة بين طولَيْن.

الشكل 1-4 عندما تكون المسافة المقطوعة تساوي نصف القطر تكون الزاوية المقطوعة راديانًا واحدًا.

الراديان مقياس للزاوية وهو نسبة بين طولين.

الدرس 1-1: الحركة الدائرية

تحويل وحدة الدرجات إلى راديان

يتحرك جسم في مسار دائري؛ عندما يكمل نصف دورة، فإنه يكون قد قطع إزاحة زاويّة تساوي 180°. ويكون القياس بالراديان

$$\frac{180^\circ}{57.3^\circ} = 3.14 \text{ rad}$$

يمكن التعبير عن المقدار 3.14 راديان بالرمز π. لذلك يكون قياس الإزاحة الزاوية خلال دورة كاملة، هو 360 درجة، وبالراديان

الشكل 1-5 الدوران بدلالة π راديان والدرجات.

$$\frac{360^\circ}{57.3^\circ} = 6.28 \text{ rad}$$

يمكن أيضًا التعبير عن المقدار 6.28 بالرمز 2π كما في **الشكل 1-5**.

مثال 1

يركض وليد حول مسار دائري قطره 8.5 m .

a. احسب الإزاحة الزاويّة إذا قطع وليد مسافة 60 m على المسار. أعطِ إجابتك بالراديان والدرجات.

b. كم دورةً قطع وليد خلال المسار؟

المطلوب: **a.** الإزاحة الزاويّة θ

b. كم دورةً قطع وليد.

المُعطى: المسافة المقطوعة $s = 60$ m

قطر الدائرة $d = 8.5$ m

العلاقة: $\theta = \frac{s}{r}$; $1 \text{ rad} = 57.3^\circ$

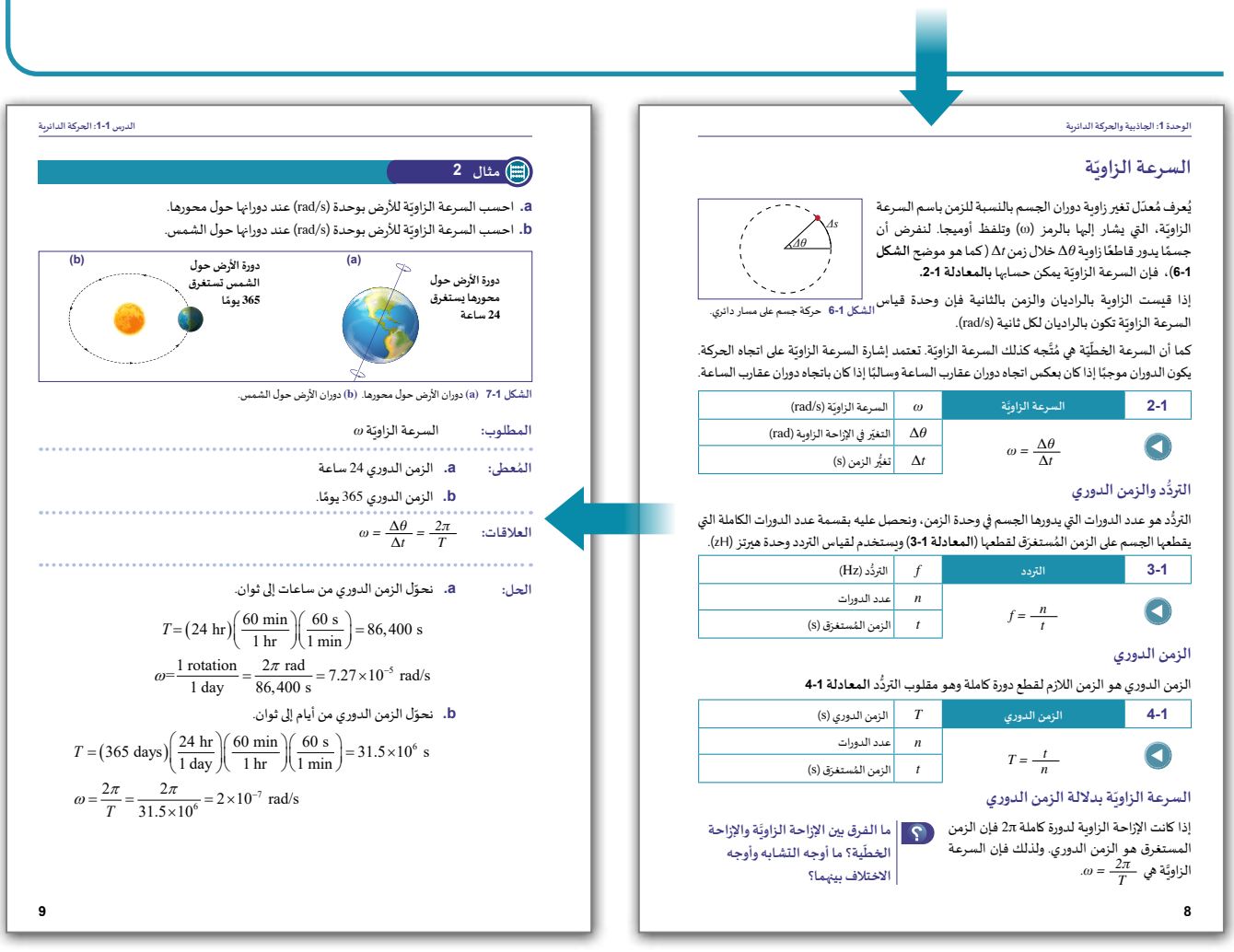
الحل: **a.** نصف القطر: $r = \frac{8.5}{2} = 4.25$ m

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{60}{4.25} = \boxed{14.12 \text{ rad}} \qquad 14.12 \text{ rad} \times \frac{57.3^\circ}{1 \text{ rad}} = 809^\circ$$

b. عدد الدورات $809^\circ \times \frac{1 \text{ cycle}}{360^\circ} = 2.25$

السرعة الزاوية

1. كما أن تغيّر الإزاحة الخطية بالنسبة إلى الزمن هو السرعة الخطية، فإنَّ تغيّر الإزاحة الزاوية بالنسبة إلى الزمن هو السرعة الزاوية.
2. تَعَرَّف الطلاب إلى التردّد والزمن الدوري في السنوات السابقة، ولكنَّ من المفيد مراجعة هذين المفهومين معهم. يعبّر تردّد الجسم عن عدد الدورات التي يقطعها أثناء دورانه خلال وحدة الزمن وهي ثانية واحدة.
3. لفهم فكرة التردّد، أعطِ مثال الأرض أثناء دورانها حول محورها: تكمل الأرض دورة واحدة في 24 ساعة. ما هو تردّدها؟
4. مقلوب التردّد هو الزمن الدوري. اذكر أن السرعة الزاوية يمكن قياسها بدلالة الزمن الدوري.
5. لربط الزمن الدوري بالتردّد في حالات مختلفة، اطلب من الطلاب كتابة معادلة السرعة الزاوية بدلالة التردّد. $\omega = 2\pi f$
6. حلّ المثال 2 على السبّورة بمساعدة الطلاب.



الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

السرعة الزاويّة

يُعرف مُعدّل تغير زاوية دوران الجسم بالنسبة للزمن باسم السرعة الزاويّة، التي يشار إليها بالرمز (ω) وتلفظ أوميجا. لنفرض أن جسمًا يدور قاطعًا زاوية $\Delta\theta$ خلال زمن Δt (كما هو موضح **الشكل 6-1**)، فإن السرعة الزاويّة يمكن حسابها **بالمعادلة 2-1**.

إذا قيست الزاوية بالراديان والزمن بالثانية فإن وحدة قياس السرعة الزاويّة تكون بالراديان لكل ثانية (rad/s).

الشكل 1-6 حركة جسم على مسار دائري.

كما أن السرعة الخطّيّة هي مُتّجه كذلك السرعة الزاويّة. تعتمد إشارة السرعة الزاويّة على اتجاه الحركة. يكون الدوران موجبًا إذا كان بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة وسالبًا إذا كان باتجاه دوران عقارب الساعة.

2-1 السرعة الزاويّة		
$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$	ω	السرعة الزاويّة (rad/s)
	$\Delta\theta$	التغيّر في الإزاحة الزاوية (rad)
	Δt	تغيُّر الزمن (s)

التردُّد والزمن الدوري

التردُّد هو عدد الدورات التي يدورها الجسم في وحدة الزمن، ونحصل عليه بقسمة عدد الدورات الكاملة التي يقطعها الجسم على الزمن المُستغرَق لقطعها (**المعادلة 3-1**) ويستخدم لقياس التردد وحدة هيرتز (Hz).

3-1 التردد		
$f = \frac{n}{t}$	f	التردُّد (Hz)
	n	عدد الدورات
	t	الزمن المُستغرَق (s)

الزمن الدوري

الزمن الدوري هو الزمن اللازم لقطع دورة كاملة وهو مقلوب التردُّد **المعادلة 4-1**

4-1 الزمن الدوري		
$T = \frac{t}{n}$	T	الزمن الدوري (s)
	n	عدد الدورات
	t	الزمن المُستغرَق (s)

السرعة الزاويّة بدلالة الزمن الدوري

إذا كانت الإزاحة الزاوية لدورة كاملة 2π فإن الزمن المستغرق هو الزمن الدوري. ولذلك فإن السرعة الزاويّة هي $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

ما الفرق بين الإزاحة الزاويّة والإزاحة الخطّية؟ ما أوجه التشابه وأوجه الاختلاف بينهما؟

مثال 2

a. احسب السرعة الزاويّة للأرض بوحدة (rad/s) عند دورانها حول محورها.

b. احسب السرعة الزاويّة للأرض بوحدة (rad/s) عند دورانها حول الشمس.

الشكل 1-7 (a) دوران الأرض حول محورها. (b) دوران الأرض حول الشمس.

المطلوب: السرعة الزاويّة ω

المُعطى:
a. الزمن الدوري 24 ساعة
b. الزمن الدوري 365 يومًا.

العلاقات: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$

الحل:

a. نحوّل الزمن الدوري من ساعات إلى ثوان.

$$T = (24\text{ hr})\left(\frac{60\text{ min}}{1\text{ hr}}\right)\left(\frac{60\text{ s}}{1\text{ min}}\right) = 86{,}400\text{ s}$$

$$\omega = \frac{1\text{ rotation}}{1\text{ day}} = \frac{2\pi\text{ rad}}{86{,}400\text{ s}} = 7.27\times10^{-5}\text{ rad/s}$$

b. نحوّل الزمن الدوري من أيام إلى ثوان.

$$T = (365\text{ days})\left(\frac{24\text{ hr}}{1\text{ day}}\right)\left(\frac{60\text{ min}}{1\text{ hr}}\right)\left(\frac{60\text{ s}}{1\text{ min}}\right) = 31.5\times10^{6}\text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{31.5\times10^{6}} = 2\times10^{-7}\text{ rad/s}$$

السرعة الخطية في الحركة الدائرية

1. ساعد الطلاب على اشتقاق معادلة السرعة الخطية باستخدام تعريف السرعة الخطية. تشير السرعة إلى نسبة المسافة على الزمن.
2. اسأل الطلاب: ما المسافة التي يقطعها الجسم عندما يُكمِل دورة كاملة على دائرة؟ **عندما تتحرّك الأجسام على دائرة وتكمل دورة واحدة، فإن المسافة التي تقطعها تساوي $2\pi r$، والزمن المستغرق يساوي الزمن الدوري T.**

$$v = \frac{d}{T}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

3. استبدل ω بـ $\frac{2\pi}{T}$ ، للحصول على المعادلة $v = \omega r$.

التسارع المركزي

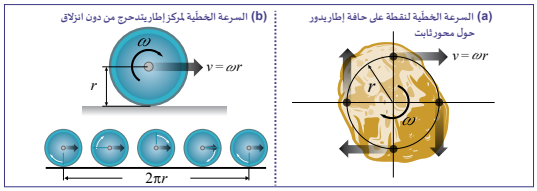
1. على الرغم من حركتها بسرعة ثابتة المقدار، فإن الأجسام التي تتحرّك في دائرة تتسارع، لأنّ اتجاه حركتها يتغير.
2. استخدم كتلة مربوطة بخيط. اجعلها تدور حول رأسك واسأل الطلاب عن الاتجاه الذي ستسلكه إذا أفلتّ الخيط: **ستتابع سيرها في خطّ مستقيم مماسٍّ للدائرة.**
3. يمكن إثبات معادلة التسارع من خلال رسم **الشكل 1-10** على السبّورة والتذكير بأن التسارع يساوي $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ والذي بدوره يساوي $\frac{v^2}{r}$.

السرعة الخطّية في الحركة الدائرية

عندما يتحرّك جسم في حركة دائرية، تكتسب كلّ نقطة من نقاطه سرعة خطية و تسمى أيضًا سرعة مماسية. ونميز هذه السرعة الخطّية في حالتين. ترتبط **المعادلة 5-1** بين هذه السرعة الخطّية v والسرعة الزاويّة ω في كلتا الحالتين.

a. لكل نقطة من نقاط الجسم الذي يدور حول محور ثابت، سرعة خطية (سرعة مماسية) لدائرة نصف قطرها r وهو بُعد النقطة عن المحور، كما في **الشكل a-8**.

b. يكون للإطار الذي يتدحرج دون انزلاق، سرعة خطّية لمركزه تعتمد على نصف قطره، وعلى سرعته الزاويّة، كما في **الشكل b-8**.



الشكل 8-1 معنيان للسرعة الخطّية في الحركة الدائرية.

5-1	السرعة الخطية		
$v = \omega r$	السرعة الخطّية (m/s)	v	
	السرعة الزاويّة (rad/s)	ω	
	نصف قطر الدائرة (m)	r	

مثال 3

يبلغ نصف قطر إطار سيارة 30 cm. احسب السرعة الزاويّة لإطار السيارة بوحدة(rad/s) و بوحدة(دورة لكل دقيقة) إذا كانت السرعة الخطّية للسيارة 30 m/s.

المطلوب: السرعة الزاويّة ω بوحدة rad/s و rpm

المُعطى: نصف القطر $r = 0.3\ m$ السرعة $v = 30$ m/s

العلاقات: السرعة الخطّية $v = \omega r$ الدورة الواحدة $= 2\pi = 6.28$ radians

الحل:

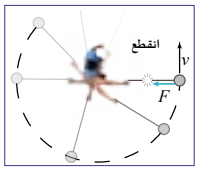
$$\omega = \frac{v}{r} = \left(\frac{30\ \text{m/s}}{0.3\ \text{m}}\right) = 100\ \text{rad/}s$$

للتحويل من $\frac{\text{rad}}{s}$ لوحدة rpm

$$\omega = \frac{v}{r} = \left(\frac{100\ \text{rad}}{s}\right) \times \left(\frac{60\ s}{1\ \text{min}}\right) \times \left(\frac{\text{rev}}{2\pi\ \text{rad}}\right) = \boxed{955\ \text{rpm}}$$

التسارع المركزي

حتى يواصل الجسم حركته في مسار دائري، فإنه حسب القانون الثاني لنيوتن يلزم أن تؤثر فيه قوة بشكل دائم. لفهم ذلك افترض أنّك ترتبط جسمًا صغيرًا بخيط وتُحرّكه بحركة دائرية فوق رأسك. مع أن الجسم يدور بسرعة ثابتة المقدار فإن اتّجاهها يتغيّر باستمرار. هذا التغيُّر في السرعة المُتَّجهة يعني وجود تسارع. يُسمّى التسارع الناتج عن الحركة الدائرية **بالتسارع المركزي Centripetal acceleration**.



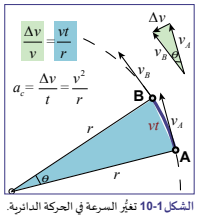
الشكل 9-1 في أي اتجاه سيتحرك الجسم؟

تخيَّل انقطاع الخيط المربوط بالجسم الدوّار. في أي اتجاه سيتحرك هذا الجسم؟ **(الشكل 9-1)**. يفيد القانون الأول لنيوتن، أنّ الجسم المُتحرِّك سيتابع حركته في خط مستقيم ما لم تكن هناك قوة تؤثر فيه. كان الجسم يدور في دائرة لأن قوة الشدّ في الخيط كانت تُغيّر اتاه سرعته. الآن بعد انقطاع الخيط وعدم وجود قوة شد سوف يتحرك الجسم في خط مستقيم مماس للدائرة.

يكون اتجاه التسارع دائمًا في اتّجاه التغيّر في السرعة. بما أن التغيّر في السرعة موجّه نحو مركز الدائرة. فإن التسارع يكون مركزيًّا أيضًا.

كيف يرتبط التسارع $a = \frac{\Delta v}{t}$ بالسرعة في الحركة الدائرية؟ يوضِّح **(الشكل 10-1)** أن المثلّثين الأزرق والأخضر متشابهان (كلاهما مثلث متساوي الساقين بالزاوية الرأسية نفسها). لمّا كانت الساقان متساويتان، يمكننا القول إن: $v_A = v_B = v$. نستخدم خصائص المثلثات المتشابهة:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{vt}{r} \Rightarrow \frac{\Delta v}{t} = \frac{v^2}{r}$$



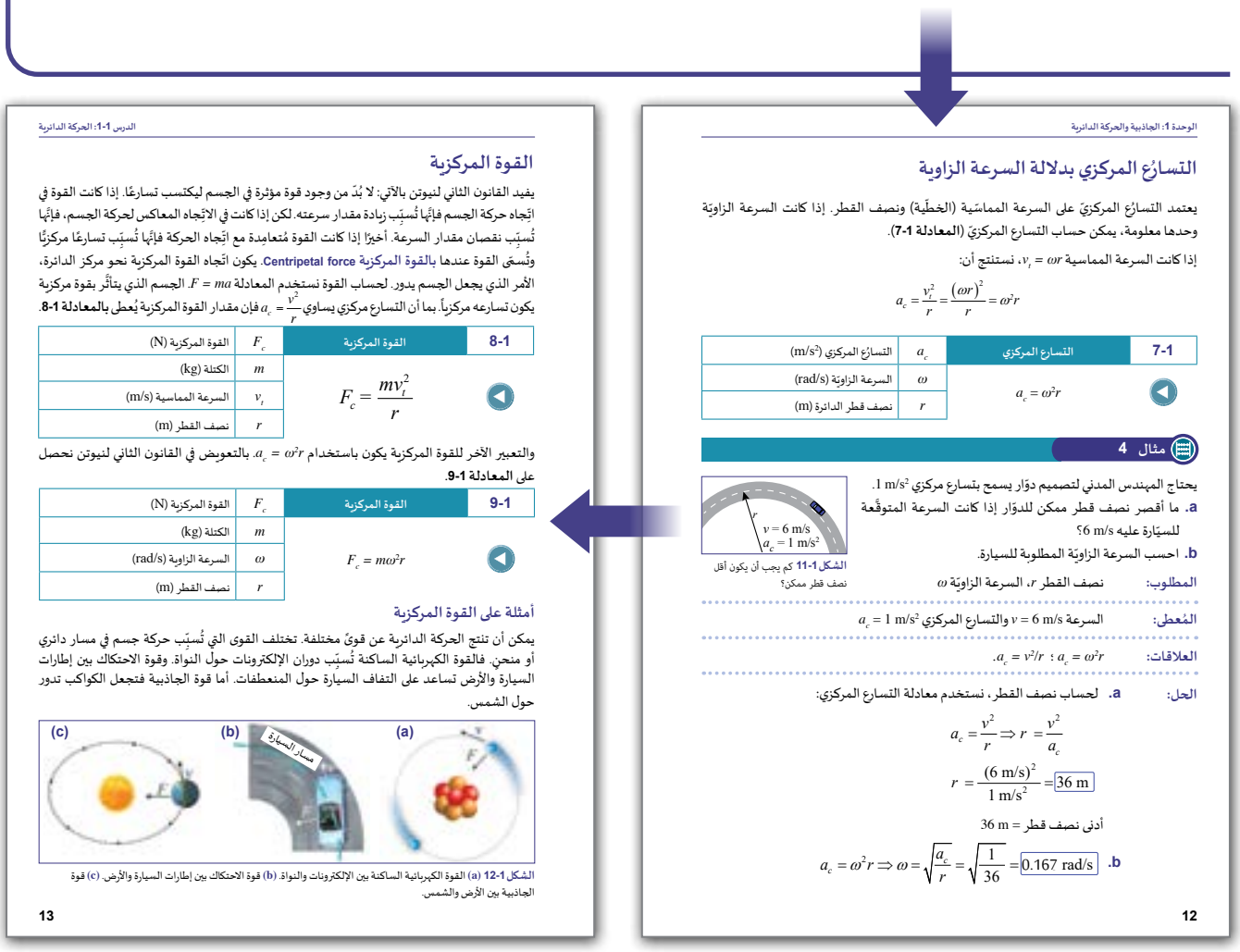
الشكل 10-1 تغيُّر السرعة في الحركة الدائرية.

المعادلة 6-1 تُستخدَم لحساب التسارع المركزي.

6-1	التسارع المركزي		
$a_c = \frac{v_t^2}{r}$	التسارع المركزي (m/s^2)	a_c	
	السرعة المماسية (m/s)	v_t	
	نصف قطر الدائرة (m)	r	

القوة المركزية

1. قَدِّم القوة المركزية على أنها قوّة مطلوبة لتحريك الأجسام في دائرة. لقد ذكرنا أن الأجسام التي تتحرّك في مسار دائري تتسارع. والتسارع يحصل فقط إذا كانت هناك قوة.
2. خذ كتلة مربوطة بخيط واجعلها تدور ببطء فوق رأسك. ستسقط الكرة أثناء دورانها. اسأل الطلاب: لماذا لا تدور الكرة؟ وما الذي يمكنك فعله لتدور؟
   الكرة لا تدور لأنّ سرعتها غير كافية. يجب أن يدور الخيط بشكل أسرع.
3. يسهم ذلك في إفهام الطلاب أنّ السرعة مرتبطة بقوة مركزية.
4. اشتقّ معادلة قوة الجذب المركزية مع الطلاب. ذكّرهم بأنَّ أية قوة F تساوي ma. عندما يتحرّك الجسم في دائرة، يكون التسارع $a = \frac{v^2}{r}$، أو $a = \omega^2 r$. يمكننا استخدام أي من المعادلتين بناء على البيانات المتوافرة.



الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

التسارُع المركزي بدلالة السرعة الزاوية

يعتمد التسارُع المركزيّ على السرعة المماسّية (الخطّية) ونصف القطر. إذا كانت السرعة الزاويّة وحدها معلومة، يمكن حساب التسارع المركزيّ (**المعادلة 7-1**).

إذا كانت السرعة المماسية $v_t = \omega r$، نستنتج أن:

$$a_c = \frac{v_t^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r$$

7-1 التسارع المركزي		
$a_c = \omega^2 r$	a_c	التسارع المركزي (m/s^2)
	ω	السرعة الزاويّة (rad/s)
	r	نصف قطر الدائرة (m)

مثال 4

يحتاج المهندس المدني لتصميم دوّار يسمح بتسارع مركزي $1\ m/s^2$.

a. ما أقصر نصف قطر ممكن للدوّار إذا كانت السرعة المتوقّعة للسيّارة عليه $6\ m/s$؟

b. احسب السرعة الزاويّة المطلوبة للسيارة.

الشكل 1-11 كم يجب أن يكون أقل نصف قطر ممكن؟

المطلوب: نصف القطر r، السرعة الزاويّة ω

المُعطى: السرعة $v = 6\ m/s$ والتسارع المركزي $a_c = 1\ m/s^2$

العلاقات: $a_c = \omega^2 r$ ؛ $a_c = v^2/r$.

الحل: a. لحساب نصف القطر، نستخدم معادلة التسارع المركزي:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{a_c}$$

$$r = \frac{(6\ m/s)^2}{1\ m/s^2} = \boxed{36\ m}$$

أدنى نصف قطر = 36 m

b. $a_c = \omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \boxed{0.167\ rad/s}$

القوة المركزية

يفيد القانون الثاني لنيوتن بالآتي: لا بُدّ من وجود قوة مؤثرة في الجسم ليكتسب تسارعًا. إذا كانت القوة في اتّجاه حركة الجسم فإنّها تُسبّب زيادة مقدار سرعته. لكن إذا كانت في الاتّجاه المعاكس لحركة الجسم، فإنّها تُسبّب نقصان مقدار السرعة. أخيرًا إذا كانت القوة مُتعامِدة مع اتّجاه الحركة فإنّها تُسبّب تسارعًا مركزيًّا وتُسمّى القوة عندها **بالقوة المركزية Centripetal force**. يكون اتّجاه القوة المركزية نحو مركز الدائرة، الأمر الذي يجعل الجسم يدور. لحساب القوة نستخدم المعادلة $F = ma$. الجسم الذي يتأثّر بقوة مركزية يكون تسارعه مركزياً. بما أن التسارع مركزي يساوي $a_c = \frac{v^2}{r}$ فإن مقدار القوة المركزية يُعطى **بالمعادلة 8-1**.

8-1 القوة المركزية		
$F_c = \frac{mv_t^2}{r}$	F_c	القوة المركزية (N)
	m	الكتلة (kg)
	v_t	السرعة المماسية (m/s)
	r	نصف القطر (m)

والتعبير الآخر للقوة المركزية يكون باستخدام $a_c = \omega^2 r$. بالتعويض في القانون الثاني لنيوتن نحصل على **المعادلة 9-1**.

9-1 القوة المركزية		
$F_c = m\omega^2 r$	F_c	القوة المركزية (N)
	m	الكتلة (kg)
	ω	السرعة الزاوية (rad/s)
	r	نصف القطر (m)

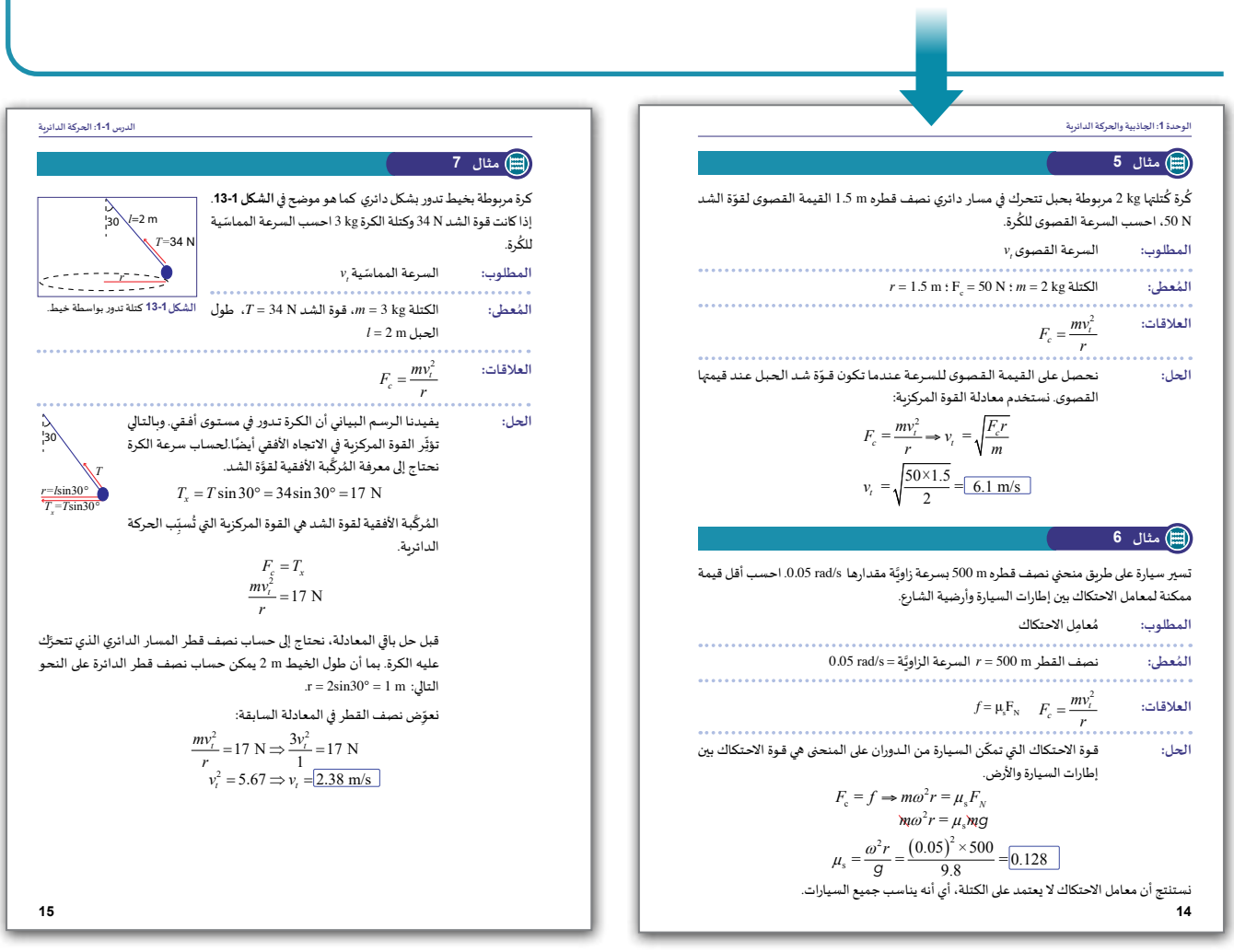
أمثلة على القوة المركزية

يمكن أن تنتج الحركة الدائرية عن قوىً مختلفة. تختلف القوى التي تُسبّب حركة جسم في مسار دائري أو منحنٍ. فالقوة الكهربائية الساكنة تُسبّب دوران الإلكترونات حول النواة. وقوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والأرض تساعد على التفاف السيارة حول المنعطفات. أما قوة الجاذبية فتجعل الكواكب تدور حول الشمس.

الشكل 1-12 (a) القوة الكهربائية الساكنة بين الإلكترونات والنواة. **(b)** قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والأرض. **(c)** قوة الجاذبية بين الأرض والشمس.

كيفية حلّ المسائل

1. قدّم حالات مختلفة، واسأل الطلاب عن القوة المركزية في كلٍّ منها. على سبيل المثال، القوة المركزية التي تؤثّر في دوران كتلة مربوطة بخيط تنتج عن قوة الشدّ في الخيط. السيارة التي تدور في دوّار تكون قوتها المركزية بسبب الاحتكاك، أما القوة المركزية في حركة الكواكب في مداراتها فهي قوة الجاذبية.
2. في المثال 6، القوة المركزية هي الاحتكاك. اطلب من الطلاب تذكر معادلة الاحتكاك ومساواتها بالقوة المركزية.
3. في المثال 7، القوة المركزية هي المركّبة الأفقية لقوة الشدّ في الخيط. ارسم القوى على السبّورة واسأل الطلاب: في أي اتجاه تؤثر القوة المركزية؟ قد يظنّ بعض الطلاب أن اتجاهها هو اتجاه قوة الشدّ T. وضّح أنه. إذا كانت القوة المركزية في اتجاه T، فإنّ المسار الدائري سيتغيّر. وبالتالي، فإنّ T_x تعبّر عن اتجاه القوة المركزية ومقدارها.



مثال 5

كُرة كُتلتها 2 kg مربوطة بحبل تتحرك في مسار دائري نصف قطره 1.5 m القيمة القصوى لقوّة الشد 50 N، احسب السرعة القصوى للكُرة.

المطلوب: السرعة القصوى v_t

المُعطى: الكتلة $m = 2\text{ kg}$ ؛ $r = 1.5\text{ m}$ ؛ $F_c = 50\text{ N}$

العلاقات: $F_c = \frac{mv_t^2}{r}$

الحل: نحصل على القيمة القصوى للسرعة عندما تكون قوّة شد الحبل عند قيمتها القصوى. نستخدم معادلة القوة المركزية:

$$F_c = \frac{mv_t^2}{r} \Rightarrow v_t = \sqrt{\frac{F_c r}{m}}$$

$$v_t = \sqrt{\frac{50 \times 1.5}{2}} = \boxed{6.1\text{ m/s}}$$

مثال 6

تسير سيارة على طريق منحني نصف قطره 500 m بسرعة زاويّة مقدارها 0.05 rad/s. احسب أقل قيمة ممكنة لمعامل الاحتكاك بين إطارات السيارة وأرضية الشارع.

المطلوب: مُعامل الاحتكاك

المُعطى: نصف القطر $r = 500\text{ m}$ السرعة الزاويّة $= 0.05\text{ rad/s}$

العلاقات: $F_c = \frac{mv_t^2}{r}$ $f = \mu_s F_N$

الحل: قوة الاحتكاك التي تمكّن السيارة من الدوران على المنحنى هي قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والأرض.

$$F_c = f \Rightarrow m\omega^2 r = \mu_s F_N$$

$$m\omega^2 r = \mu_s mg$$

$$\mu_s = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{(0.05)^2 \times 500}{9.8} = \boxed{0.128}$$

نستنتج أن معامل الاحتكاك لا يعتمد على الكتلة، أي أنه يناسب جميع السيارات.

مثال 7

كرة مربوطة بخيط تدور بشكل دائري كما هو موضح في **الشكل 1-13**. إذا كانت قوة الشد 34 N وكتلة الكرة 3 kg احسب السرعة المماسّية للكُرة.

الشكل 1-13 كتلة تدور بواسطة خيط.

المطلوب: السرعة المماسّية v_t

المُعطى: الكتلة $m = 3\text{ kg}$، قوة الشد $T = 34\text{ N}$، طول الحبل $l = 2\text{ m}$

العلاقات: $F_c = \frac{mv_t^2}{r}$

الحل: يفيدنا الرسم البياني أن الكرة تدور في مستوى أفقي. وبالتالي تؤثّر القوة المركزية في الاتجاه الأفقي أيضًا. لحساب سرعة الكرة نحتاج إلى معرفة المُركّبة الأفقية لقوّة الشد.

$$T_x = T\sin 30° = 34\sin 30° = 17\text{ N}$$

المُركّبة الأفقية لقوة الشد هي القوة المركزية التي تُسبّب الحركة الدائرية.

$$F_c = T_x$$

$$\frac{mv_t^2}{r} = 17\text{ N}$$

قبل حل باقي المعادلة، نحتاج إلى حساب نصف قطر المسار الدائري الذي تتحرّك عليه الكرة. بما أن طول الخيط 2 m يمكن حساب نصف قطر الدائرة على النحو التالي: $r = 2\sin 30° = 1\text{ m}$.

نعوّض نصف القطر في المعادلة السابقة:

$$\frac{mv_t^2}{r} = 17\text{ N} \Rightarrow \frac{3v_t^2}{1} = 17\text{ N}$$

$$v_t^2 = 5.67 \Rightarrow v_t = \boxed{2.38\text{ m/s}}$$

قوة الطرد المركزية

1. ابدأ بسؤال الطلاب: لماذا تندفع إلى الخارج في اللعبة الدوّارة بمدينة الألعاب أو أثناء قيادة السيارة في دوّار؟ تمّت مناقشة ذلك بإيجاز في الصف 11، ولكنّ الطلاب يحتاجون إلى التذكير.
يحاول جسمك متابعة الحركة في خطّ مستقيم (وفقًا للقانون الأول لنيوتن: كلّ جسم متحرّك يميل إلى متابعة حركته في خطّ مستقيم). تُجبِر جدران اللعبة الدوّارة أو السيارة جسمَك على التحرّك في مسار دائري ويحاول جسمك الاستمرار في الحركة في خط مستقيم، فيؤدّي ذلك إلى إحساسك بقوة الطرد المركزية.

2. اشرح للطلاب أنه لا توجد قوة فعلية تدفعهم إلى الخارج. يُسمّى هذا الإحساس «قوّة الطرد المركزية». هذا التأثير في حدّ ذاته مفيد جدًا، ويُستخدم في الكثير من الأجهزة والتطبيقات لفصل الجسيمات ذات الكتل المختلفة. مثال على ذلك، «فاصل الكريمة» (القشدة)، وفي أجهزة أخرى مثل «مكانس دايسون» الكهربائية، والمحرّكات البخارية، وأجهزة الطرد المركزي، وانحناءات حلبات السباق. تعمل الغسالات وفق المفهوم نفسه، وهذا ما يفسّر وجود ثقوب صغيرة على جُدُر أسطوانة الغسّالة.

فكرة البحث

كلّف الطلاب البحث عن الأجهزة التي تستخدم تأثير قوة الطرد المركزية. يجب أن يشرح الطلاب كيفية عمل الجهاز الذي تم اختياره في فصل الجزيئات المختلفة أو دفع الأجسام باتجاه الجوانب. ما أهمية هذا التطبيق؟
اطلب منهم رسم مخطّط لشرح النتائج التي توصّلوا إليها. تأكد من أن أبحاث الطلاب لا تشمل «فاصل كريمة» أو جهاز الطرد المركزي.

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

قوة الطرد المركزية

إذا كانت القوة المركزية تتّجه نحو مركز الدائرة التي يدور حولها جسم ما فلمَ لا يتمّ سحب الأجسام باتّجاه مركز الدائرة؟

لمَ تندفع إلى الخارج في اللعبة الدوّارة بمدينة الألعاب أو أثناء القيادة حول دوار؟

لنفرض أن لعبة دوّارة تدور كما في **الشكل 1-14**. أثناء دوران المغزل يتم دفع الأطفال باتجاه جدرانه الخلفية رغم وجود قوة في اتجاه المركز. إلا أن الأطفال لا يندفعون إلى الداخل نحو مركز الدائرة. يبدو الأمر كما لو أن هناك قوة تدفع الأطفال بعيدًا عن مركز المغزل الدائري. هذه القوة معاكسة للقوة المركزية التي تسبّب الحركة. لكن لا يمكن قياس أي قوة فعلية تدفع الأطفال نحو الخارج بعيدًا عن مركز المغزل الدائري مقابل القوة المركزية. إنها مجرد تأثير يُسمّى بقوّة **الطرد المركزية Centrifugal force**.

الشكل 1-14 لعبة دوّارة في مدينة الألعاب.

قوة الطرد المركزية ليست قوة حقيقية بل تأثير يشعر به الجسم عند الدوران في دائرة.

إذا لم تكن قوة الطرد المركزية قوة حقيقية، فلمَ نشعر بها؟ ينصّ قانون نيوتن للقصور الذاتي (القانون الأول) على أن كتلة الجسم تقاوم التغيير في الحركة. عندما يتحرّك جسم فإنه يستمر في التحرّك بخط مستقيم. عند الدوران بشكل دائري يحاول جسمك الاستمرار في خط مستقيم. يقاوم جسمك الاستمرار في الدوران بسبب قصوره الذاتي (كتلته). تدفعك جدران اللعبة الدوّارة لتمنعك من السير في خط مستقيم وتجبرك على الاستمرار في مسار دائري. لذلك يضغط جسمك على جدران اللعبة الدوارة.

تطبيق على تأثير قوة الطرد المركزية (تأثير القصور الذاتي للأجسام التي تتحرك في مسار دائري)

على الرغم من أن قوة الطرد المركزية ليست قوة حقيقية فإن تأثيرها فعّال للغاية ويستخدم في العديد من التطبيقات. يوضّح **الشكل 1-15** فاصل الكريمة (القشدة). يوضع الحليب في فاصل الكريمة. ويدور الفاصل بسرعة كبيرة. تمتلك جزيئات الحليب الثقيلة الخالية من الدسم مزيدًا من القصور الذاتي حيث يتم دفعها إلى جوانب الوعاء، فتخرج من الفتحة الجانبية السفلى. يترك ذلك الجسيمات الأخفّ من الحليب وهي الكريمة (القشدة) في المركز، فتخرج من الفتحة الجانبية العليا.

الشكل 1-15 فاصل الكريمة.

16

نشاط 1-1 الحركة الدورانية

الإجابات/ عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: نظام جمع البيانات؛ مستشعر قوة؛ سدّادة مطّاطية؛ خيط؛ أنبوب بلاستيكي؛ مشابك؛ ميزان.

يتعيّن أن يقوم بهذا النشاط مجموعات مؤلّفة من ثلاثة طلاب. يقوم أحد الطلاب بِعَدّ الدورات وقياس زمنها، ويقوم طالب آخر بتدوير السدّادة. ويحتاج طالب ثالث إلى التأكّد من أنّ مستشعر القوة يعطي قراءة ثابتة باستمرار. للحصول على نتيجة جيدة، كلّف الطلاب إجراء بعض المحاولات التجريبية. تأكّد من أن الطلاب يقيسون نصف القطر قبل أن يبدأوا في التدوير. من المفيد تحديد بداية نصف القطر على الخيط، والتأكد من أن طرف الأنبوب يكون عند النقطة المحدّدة. إذا تعذّر وجود مستشعر القوة، فإنّ بالإمكان إجراء هذه التجربة عن طريق تعليق وزن بأسفل الخيط. ناقش مع الطلاب المسألة الآتية: إنَّ وزن الكتلة المعلّقة يساوي القوة المركزية في الخيط. إذا اخترت استخدام الأوزان بدلاً من مستشعر القوّة، فكلّف الطلاب أن يدوّروا الخيط بطريقة لا يتغيّر فيها نصف قطره.

الاسئلة

a. احسب التسارع المركزي للسدّادة المطّاطية لكلتا السرعتين.

دوّن الحسابات في جدول البيانات.

الدرس 1-1: الحركة الدائرية

نشاط 1-1 الحركة الدورانية

سؤال الاستقصاء	كيف تؤثّر سرعة جسم يسير في دائرة في القوة المركزية المؤثّرة في الجسم؟
المواد المطلوبة	نظام جمع البيانات؛ مستشعر قوة؛ سدادة مطاطية؛ خيط؛ أنبوب بلاستيكي؛ مشابك؛ ميزان.

خطوات التجربة

1. ثبّت مُستشعِر القوة على الطاولة.
2. وصّل مُستشعِر القوة بنظام قارئ البيانات.
3. جد كتلة السدادة المطاطية.
4. اربط أحد طرفي الخيط بالسدادة المطاطية. مرّر الطرف الآخر للخيط عبر الأنبوب البلاستيكي واربط طرفه الحر بمستشعر القوة.
5. شغّل نظام قارىء البيانات.
6. أمسك بالأنبوب البلاستيكي. وحرّك السدادة فوق رأسك على مسار دائري. حاول الحفاظ على ثبات السرعة من خلال الحفاظ على ثبات قوة مُستشعِر القوة.
7. استخدم ساعة إيقاف لقياس الزمن اللازم لقطع 10 دورات ثم املأ جدول البيانات في ورقة العمل.
8. كرّر التجربة باستخدام سرعة أعلى قليلاً ثم سجّل النتائج والبيانات في ورقة العمل.

الشكل 1-16 جهاز حركة دورانية.

الأسئلة

a. احسب التسارُع المركزي للسدادة المطاطية لكلتا السرعتين.
b. ارسم مخطّطًا لدوران السدادة ثم ارسم عليه أسهمًا تمثل التسارع المركزي والقوة المركزية والسرعة.
c. باستخدام العلاقة $F = ma$ وقيمة التسارع في الفرع (a)، احسب القوة المركزية (لكلتا السرعتين). كيف تقارن القوة المحسوبة مع القوة المقيسة بواسطة مُستشعر القوة؟
d. ما العلاقة بين السرعة والقوة المركزية لجسم يتحرّك في حركة دائرية منتظمة؟

17

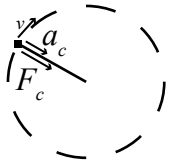
نشاط 1-1 الحركة الدورانية

الإجابات/
عيّنة بيانات

بيانات الجدول

	سرعة منخفضة	سرعة عالية
كتلة السدّادة (kg)	0.4	0.4
نصف قطر الدوران (m)	0.15	0.18
الزمن المستغرق لعشر دورات (s)	6.1	6.7
القوة المقاسة (N)	7.1	7.3
المسافة المقطوعة في دورة واحدة (m)	0.943	1.13
السرعة (m/s)	1.54	1.69
التسارع (m/s^2)	15.6	15.7
القوة المحسوبة (N)	6.24	6.26

b. ارسم مخطَّطًا لدوران السدادة ثم ارسم عليه أسهمًا تمثل التسارع المركزي والقوة المركزية والسرعة.



c. باستخدام العلاقة $F = ma$ وقيمة التسارع في الفرع (a)، احسب القوة المركزية (لكلتا السرعتين). كيف تقارن القوة المحسوبة مع القوة المقاسة بواسطة مُستشعر القوة؟

تظهر الحسابات في جدول البيانات. تكون القوة المقاسة أكبر لأن المستشعر يقيس القوة التي يطبقها الطالب أثناء إجراء التجربة. بينما نحن نركز في الحسابات على تسارع السدادة فقط، وهذا يجعل قيمنا أقل.

d. ما العلاقة بين السرعة والقوة المركزية لجسم يتحرَّك في حركة دائرية منتظمة؟

عندما تزداد السرعة تزداد معها القوة المركزية التي تُبقي الجسم في حركة دائرية.

تقويم الدّرس 1-1 — الإجابات

1. هل الراديان أصغر من الدرجة أم أكبر منها؟

الراديان أكبر من الدرجة.

2. أجرِ التحويلات التالية لهذه الزوايا في الدائرة:

a. 45 درجة إلى راديان.

$$\frac{45°}{57.3°} = 0.785 \text{ rad.}$$

b. 0.5236 راديان إلى درجات.

$$0.5236 \times 57.3° = 30°$$

c. 270 درجة إلى راديان.

$$\frac{270°}{57.3°} = 4.712 \text{ rad.}$$

d. 7.85 راديان إلى درجات.

$$7.85 \times 57.3° = 450°$$

e. 585 درجة إلى راديان

$$\frac{585°}{57.3°} = 10.2 \text{ rad.}$$

3. يدور إطار بمعدَّل 30 دورة في الدقيقة. ما الزاوية التي تقطعها نقطة على الإطار في ثانية واحدة؟ أعط إجابتك بالدرجات وبالراديان.

معدل الدوران = 30 rev/min ؛ الزاوية ؟ = θ

$$\frac{30\text{rev}}{\text{min}} \times \left(\frac{1\text{min}}{60\text{s}}\right) = 0.5\text{rev} / \text{s}$$

$$0.5\text{rev} \times \left(\frac{2\pi\text{rad}}{1\text{rev}}\right) = \pi\text{rad}$$

$$0.5\text{rev} \times \left(\frac{360°}{1\text{rev}}\right) = 180°$$

π radian = 180°

تقويم الدّرس 1-1

الإجابات

4. ما التسارع المركزي لجسم يتحرك في دائرة نصف قطرها 2.45 m ليكمل 3.5 دورة في الثانية؟

معدّل الدوران = 3.5 rev/s نصف القطر = 2.45m، التسارع المركزي *a* = ؟؟

أوّلًا نحوّل الدورات (في الثانية) إلى

$$f = \frac{n}{t} = \frac{3.5}{1} = 3.5\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 3.5 = 21.99\ \text{rad / s}$$

$$a_c = \omega^2 r = (21.99)^2 (2.45) = 1185\ \text{m / s}^2$$

5. تتحرّك سيارة سباق بسرعة 200 km/h على جزء دائري من مسار السباق الذي يبلغ نصف قطره 300 m. تبلغ كتلة السيارة والسائق 800 kg.

a. ما مقدار التسارع المركزي الذي يشعر به السائق؟

$$v = \frac{200\text{km}}{1\text{hr}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \times \frac{1\text{hr}}{3600\text{s}} = 55.56\ \text{m / s}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{55.56^2}{300} = 10.3\ \text{m / s}^2$$

b. ما مقدار القوة المركزية التي تؤثّر في السيارة؟

$$F_c = ma_c = 800 \times 10.3 = 8{,}240\ \text{N}.$$

6. تتحرّك دراجة بسرعة 30 km/h. إذا كان نصف قطر كل من إطاري الدراجة 35 cm ما هي السرعة الزاويّة للإطارين؟

السرعة: v_t = 30 km/hr، نصف القطر: *r* = 35 cm، السرعة الزاوية: ? = ω

نحوّل نصف القطر إلى وحدة m والسرعة إلى وحدة m/s فنحصل على: *r* = 0.35 m

$$v = \frac{30\text{km}}{1\text{hr}} \times \frac{1000\text{m}}{1\text{km}} \times \frac{1\text{hr}}{3600\text{s}} = 8.33\ \text{m / s}$$

$$v = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r} = \frac{8.33}{0.35} = 23.8\ \text{rad/s}$$

تقويم الدّرس 1-1 — الإجابات

7. ركب طالب كتلته 62 kg عجلة فيريس الدورانية التي يبلغ قطرها 50 m، بحيث يقوم بدورة واحدة كاملة كل 35 ثانية.

a. ما الزمن الدوري للعجلة؟

الزمن الدوري: $T = 35\ \text{s}$

b. ما تردد حركة العجلة؟

التردّد: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{35} = 0.029\ \text{Hz}$

c. ما السرعة الزاوية للعجلة بوحدة rad /s ؟

الكتلة: $m = 62\ \text{kg}$ ، **القطر:** $d = 50\ \text{m}$ **الزمن الدوري:** $T = 35\ \text{s}$

$\omega = ?$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{35} = 0.18\ \text{rad/s}$$

d. ما السرعة الخطية للطالب بوحدة m/s ؟

نصف القطر: $r = \frac{d}{2} = \frac{50}{2} = 25\ \text{m}$

$v = \omega r = 0.18 \times 25 = 4.5\ \text{m/s}$

e. ما القوة المركزية المؤثرة في الطالب؟

$$F_c = \frac{mv_t^2}{r} = \frac{62 \times (4.5)^2}{25} = 50\ \text{N}$$

8. يتم استخدام فكرة القوة المركزية والقصور الذاتي في الحركة الدائرية في تصنيع الغسّالات الكهربائية. اشرح كيف يتم فصل الماء عن الملابس.

عندما تدور الملابس والمياه في أسطوانة الغسالة، يحاول القصور الذاتي الحفاظ على الملابس والمياه في حركتها على خطّ مستقيم. تمنع الأسطوانة الملابسَ من الاستمرار في خطّ مستقيم، وتستمرّ في حرفها عن هذا الاتجاه. وبذلك يمكن للماء أن يتسرّب من خلال الثقوب الجانبية الصغيرة في الأسطوانة.

إعادة تدريس

1. حوّل الراديان إلى درجات والعكس بالعكس.
2. أعطِ الطلاب زاوية بوحدة الراديان واطلب منهم رسمها باستخدام منقلة.
3. درّب الطلاب على رسم مخطّطات القوة عند وجود قوة مركزية.
4. اطلب من الطلاب أن يحددوا القوة التي تساوي القوة المركزية. (أهي قوة الشد أم قوّة الاحتكاك أم قوّة الجاذبية).
5. حلّ المزيد من المسائل العملية المشابهة لأمثلة المسائل التي يواجهها الطلاب.

إثراء

1. وزن الشخص عند خط الاستواء يختلف عن وزن الشخص نفسه عندما يكون عند أحد القطبين.
   a. اطلب إلى الطلاب شرح سبب ذلك.
   b. اطلب إليهم أن يحسبوا الفرق في وزن شخص كتلته 75 kg بالمقارنة بين وجوده عند خط الإستواء أو عند أحد القطبين.
2. كان يُطلق على الدراجة الحديثة "دراجة الأمان" عند بداية اختراعها. تحتوي الدراجة الحديثة على سلسلة وتروس لتدوير العجلة الخلفية عدة مرات لكل دورة من دورات الدواسات.
   a. ابحث عن أصل هذه الدراجة واحصل على صورة الدراجة التي كانت موجودة قبل اختراع الدراجة الحديثة ذات السلسلة والتروس والتي نستخدمها اليوم.
   b. اشرح سبب تسمية الدراجة الحديثة بـ "دراجة الأمان".
   c. عند استخدام الترس الأكبر، كم مرة تدورالعجلة الخلفية للدراجة الحديثة عندما تدور الدواسات دورة واحدة؟
   d. احسب نصف قطر عجلة دراجة قديمة الطراز تسير بالسرعة الخطية نفسها إذا كانت الدواسات متصلة مباشرة بالعجلة ، بحيث تؤدي دورة واحدة من الدواسات إلى دورة واحدة في العجلة.

الدرس 1-2
قانون نيوتن للجاذبية

مصادر تعلّم الدرس

الموضوع / الوقت	المحتوى	موارد كتاب الطالب	موارد دليل المعلم
مقدّمة الدرس $\frac{1}{2}$ حصّة	شرح	الصفحتان 19، 20	الصفحة 24
الجاذبية $\frac{1}{2}$ حصّة	تعريف، شرح	الصفحة 21	الصفحة 25 ورقة عمل 1-2
قانون نيوتن للجاذبية 1 حصّة	تعريف، شرح، معادلة، وأمثلة	الصفحات 22-24	الصفحة 25
مجال الجاذبية 1 حصة	تعريف، شرح، اشتقاق، وأسئلة	الصفحتان 25، 26	الصفحة 27
حساب تسارع الجاذبية 1 حصة	نشاط عملي	الصفحة 27	الصفحة 28 نشاط 1-2

الزمن المقترح للدرس

يحتاج هذا الدرس إلى أربع حصص دراسية تتضمّن ورقة عمل (1-2)، ونشاط الطالب (1-2) إضافة إلى أفكار حول أنشطة عملية موجزة ونقاشات مع الطلاب.

الأنشطة	مواد من أجل النشاط
1-2 حساب تسارع الجاذبية g	كرة؛ ورقة ملصقات كبيرة؛ شريط قياس؛ كاميرا من هاتف جوّال؛ قلم اللوح الأبيض؛ بوّابة ذكية؛ نظام جمع البيانات؛ شريط بلاستيكي شفاف مقوى مرسوم عليه خطوط سوداء المسافات بينها متساوية.

مخرجات التعلّم

P1202.1 يتذكر ويطبق قانون نيوتن في الجذب العام بالصيغة: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

P1202.2 يعرف مفهوم شدة مجال الجاذبية الناتجة من كتلة بأنها قوة الجاذبية لكل وحدة كتل.

المعرفة السابقة

يجب أن يكون الطلاب على دراية بالفرق بين الوزن والكتلة. كما يجب أن يكونوا على معرفة بأن الوزن قوّة تعتمد على قوّة الجاذبية للكوكب.

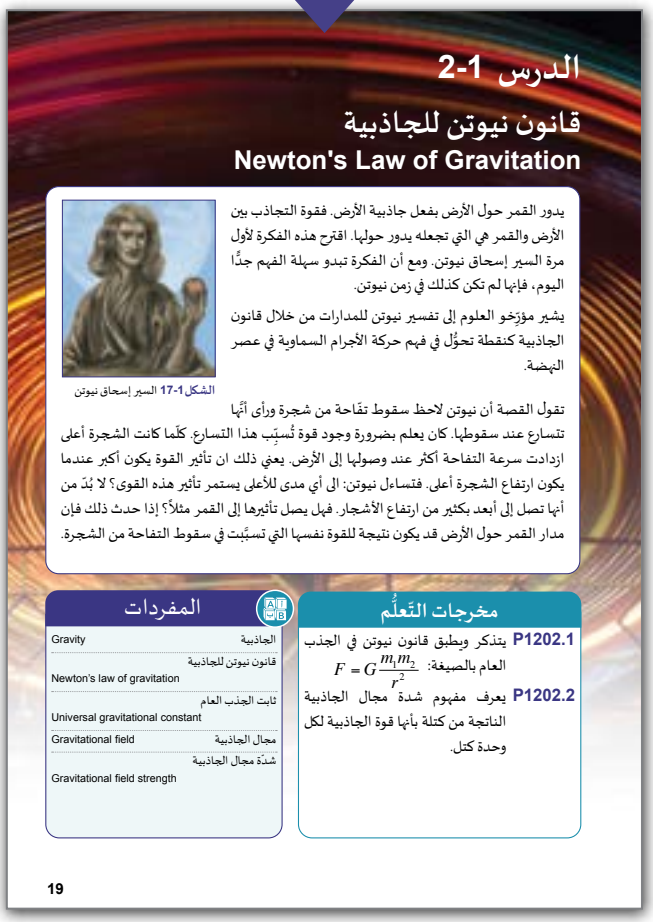
المفردات

الجاذبية	Gravity
قانون نيوتن للجاذبية	Newton's law of gravitation
ثابت الجذب العام	Universal gravitational constant
مجال الجاذبية	Gravitational field
شدّة مجال الجاذبية	Gravitational field strength

افتتاحية الدرس

1. اسأل الطلاب عن المدّ والجزر وأسبابه وعدد مرّات حدوثه. كلّ الطلاب تقريبًا يعرفون المدّ والجزر، فمن المألوف رؤيتهما في الدوحة كلّ يوم. ومعظم الطلاب يعرفون أيضًا سبب حصول المدّ والجزر، وهو جاذبية القمر التي تسحب مياه الخليج. كما ان العديد من الطلاب على دراية بأن هناك نوعين من المدّ في اليوم. لكن البعض من الطلاب لا يمكنه تفسير سبب حصول المدّ مرّتين كلّ يوم بدلًا من مرّة واحدة. التعليل البسيط لحصول المدّ مرّة واحدة فقط في اليوم هو مرور القمر فوق رؤوسنا مرّة واحدة يوميًا.

2. القمر لا يدور حول أرض ثابتة. بدلا من ذلك ، كل من القمر والأرض يدور حول مركز كتلة نظام الأرض والقمر. المد الثاني يحصل نتيجة لدوران الأرض حول مركز كتلة الأرض والقمر. هذا الدوران للأرض لمدة 28 يومًا يخلق تأثير طرد مركزي يميل إلى تحريك مياه المحيط إلى خارج نصف قطر الدوران على الجانب الآخر بعيدًا عن القمر. التأثير مشابه لما يحدث إذا قمت بتدوير دلو من الماء حول رأسك بحركة دائرية وبسرعة كافية تبقي الماء في الدلو.

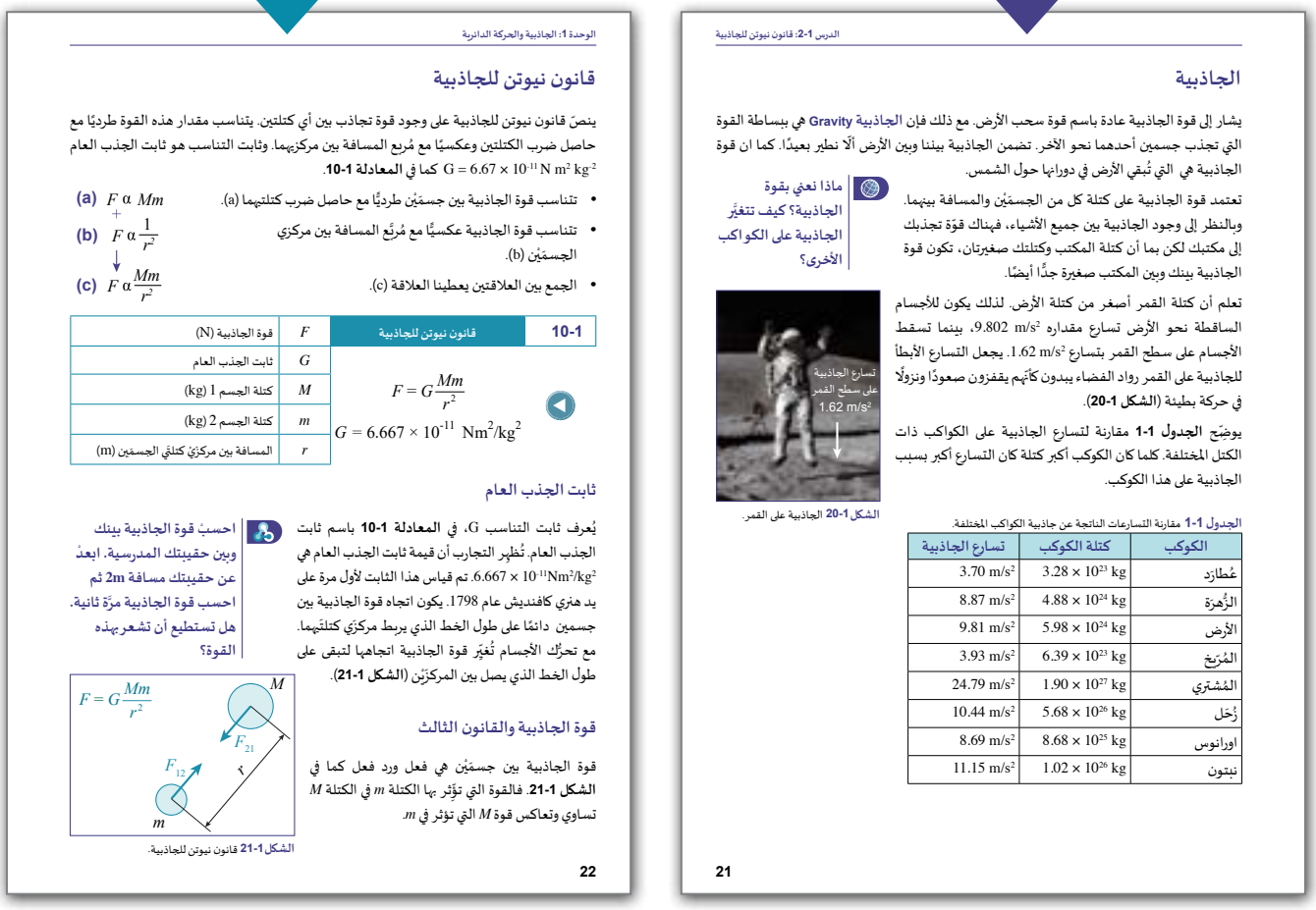


الجاذبية

1. اسأل الطلاب: ماذا تعني لكم قوة الجاذبية؟ **معظم الطلاب سيجيبون بأنها قوة جذب بين الأرض والأجسام التي عليها.**
2. اشرح الجاذبية على أنّها قوّة تجاذب بين أيّ جسمين، وأنّها توجد بين جميع الأجسام. نشعر بقوة جذب الأرض لنا لأنّ الأرض كبيرة جدًا.
3. معادلة حساب الوزن هي: $F_g = mg$. كلّف الطلاب استخدام ورقة العمل المقدّمة لهم لحساب وزنهم على الكواكب المختلفة.

قانون الجاذبية لنيوتن

1. اشرح قانون الجاذبية لنيوتن. يتم استخدام هذا القانون لحساب قوة الجذب بين أيّ جسمين.
2. باستخدام المعادلة ومعرفة كتلة الطالب وحقيبته المدرسية، اطلب من الطلاب حساب قوة الجاذبية بين كلّ طالب وحقيبته. بعد ذلك، اطلب إليهم زيادة المسافة بينهم وبين حقائبهم وحساب القوة مرّة أخرى. سوف يدرك الطلاب أنّ قوة الجذب هذه ضعيفة جدًا. ولكي تشعر الأجسام بقوة الجذب بشكل فعليّ، يجب أن يكون أحد الجسمين ضخمًا كما هو الحال بالنسبة للكرة الأرضية و الأجسام التي عليها.



الجاذبية

يشار إلى قوة الجاذبية عادة باسم قوة سحب الأرض. مع ذلك فإن **الجاذبية Gravity** هي ببساطة القوة التي تجذب جسمين أحدهما نحو الآخر. تضمن الجاذبية بيننا وبين الأرض ألّا نطير بعيدًا. كما ان قوة الجاذبية هي التي تُبقي الأرض في دورانها حول الشمس.

ماذا نعني بقوة الجاذبية؟ كيف تتغيَّر الجاذبية على الكواكب الأخرى؟

تعتمد قوة الجاذبية على كتلة كل من الجسمَيْن والمسافة بينهما. وبالنظر إلى وجود الجاذبية بين جميع الأشياء، فهناك قوّة تجذبك إلى مكتبك لكن بما أن كتلة المكتب وكتلتك صغيرتان، تكون قوة الجاذبية بينك وبين المكتب صغيرة جدًّا أيضًا.

تعلم أن كتلة القمر أصغر من كتلة الأرض. لذلك يكون للأجسام الساقطة نحو الأرض تسارع مقداره $9.802\ m/s^2$، بينما تسقط الأجسام على سطح القمر بتسارع $1.62\ m/s^2$. يجعل التسارع الأبطأ للجاذبية على القمر رواد الفضاء يبدون كأنّهم يقفزون صعودًا ونزولًا في حركة بطيئة (**الشكل 1-20**).

الشكل 1-20 الجاذبية على القمر.

يوضّح **الجدول 1-1** مقارنة لتسارع الجاذبية على الكواكب ذات الكتل المختلفة. كلما كان الكوكب أكبر كتلة كان التسارع أكبر بسبب الجاذبية على هذا الكوكب.

الجدول 1-1 مقارنة التسارعات الناتجة عن جاذبية الكواكب المختلفة.

الكوكب	كتلة الكوكب	تسارع الجاذبية
عُطارِد	3.28×10^{23} kg	$3.70\ m/s^2$
الزُّهرة	4.88×10^{24} kg	$8.87\ m/s^2$
الأرض	5.98×10^{24} kg	$9.81\ m/s^2$
المرّيخ	6.39×10^{23} kg	$3.93\ m/s^2$
المُشتري	1.90×10^{27} kg	$24.79\ m/s^2$
زُحَل	5.68×10^{26} kg	$10.44\ m/s^2$
اورانوس	8.68×10^{25} kg	$8.69\ m/s^2$
نبتون	1.02×10^{26} kg	$11.15\ m/s^2$

قانون نيوتن للجاذبية

ينصّ قانون نيوتن للجاذبية على وجود قوة تجاذب بين أي كتلتين. يتناسب مقدار هذه القوة طرديًا مع حاصل ضرب الكتلتين وعكسيًا مع مُربع المسافة بين مركزيهما. وثابت التناسب هو ثابت الجذب العام $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$ كما في **المعادلة 1-10**.

- تتناسب قوة الجاذبية بين جسمَيْن طرديًا مع حاصل ضرب كتلتيهما (a).
- تتناسب قوة الجاذبية عكسيًا مع مُربّع المسافة بين مركزي الجسمَيْن (b).
- الجمع بين العلاقتين يعطينا العلاقة (c).

(a) $F \propto Mm$

(b) $F \propto \frac{1}{r^2}$

(c) $F \propto \frac{Mm}{r^2}$

10-1 قانون نيوتن للجاذبية

$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

$$G = 6.667 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$$

F	قوة الجاذبية (N)
G	ثابت الجذب العام
M	كتلة الجسم 1 (kg)
m	كتلة الجسم 2 (kg)
r	المسافة بين مركزَيْ كتلتَي الجسمين (m)

ثابت الجذب العام

احسبْ قوة الجاذبية بينك وبين حقيبتك المدرسية. ابعدْ عن حقيبتك مسافة 2m ثم احسب قوة الجاذبية مرّة ثانية. هل تستطيع أن تشعر بهذه القوة؟

يُعرف ثابت التناسب G، في **المعادلة 10-1** باسم ثابت الجذب العام. تُظهِر التجارب أن قيمة ثابت الجذب العام هي $6.667 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$. تم قياس هذا الثابت لأول مرة على يد هنري كافنديش عام 1798. يكون اتجاه قوة الجاذبية بين جسمين دائمًا على طول الخط الذي يربط مركزَي كتلتَيهما. مع تحرُّك الأجسام تُغيِّر قوة الجاذبية اتجاهها لتبقى على طول الخط الذي يصل بين المركزَيْن (**الشكل 1-21**).

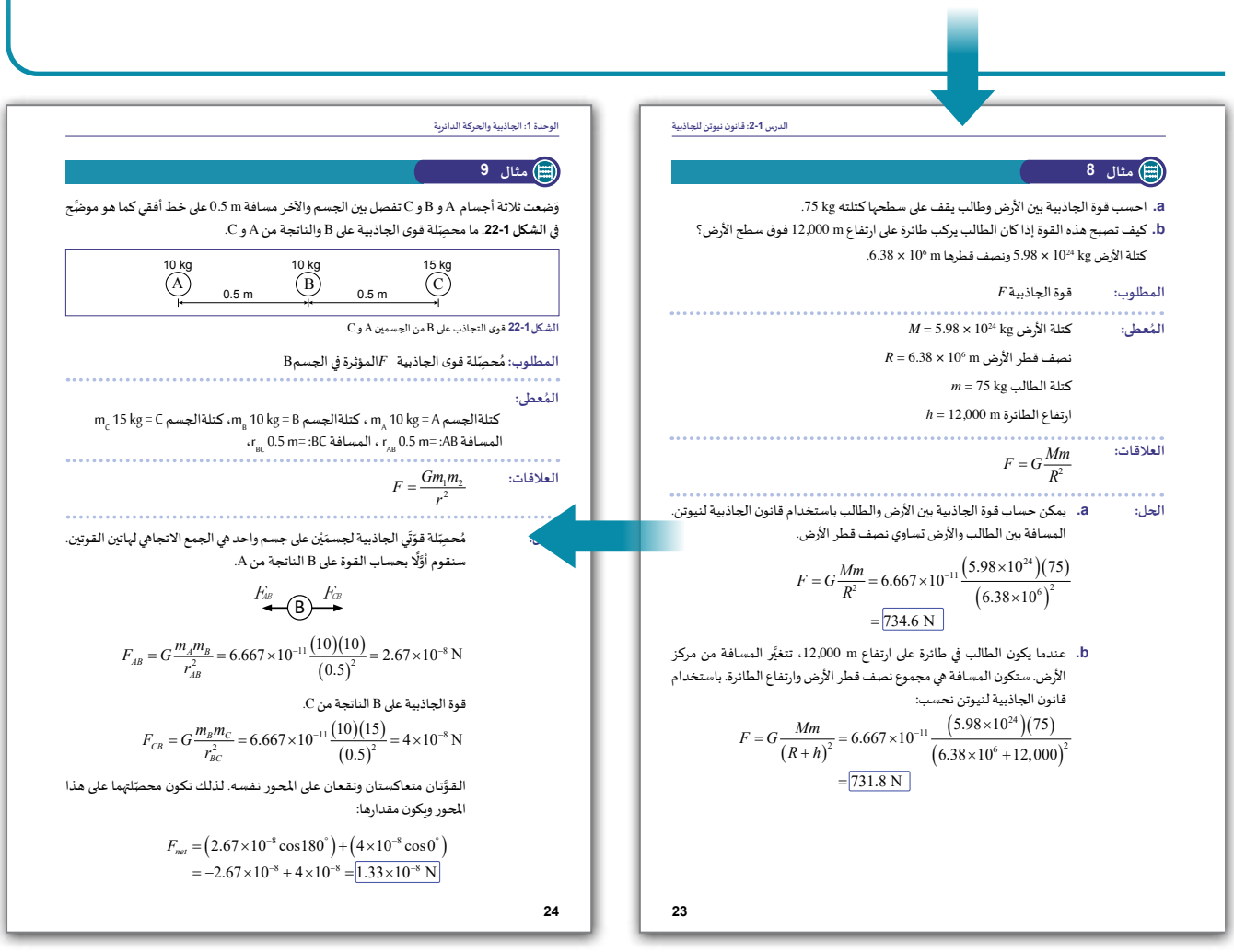
قوة الجاذبية والقانون الثالث

قوة الجاذبية بين جسمَيْن هي فعل ورد فعل كما في **الشكل 1-21**. فالقوة التي تؤثّر بها الكتلة m في الكتلة M تساوي وتعاكس قوة M التي تؤثر في m.

الشكل 1-21 قانون نيوتن للجاذبية.

حلّ المسائل

1. قبل حلّ المسائل باستخدام قانون نيوتن للجاذبية، ذكّر الطلاب بأنَّ مركز ثقل الكرة يقع عند مركزها. عند قياس المسافة بين جسمين، يتعيّن قياس المسافة من مركز الجسم الأوّل إلى مركز الجسم الثاني.
2. أوضح أنَّ أيّ جسم، يمكن أن يتأثّر، وفقًا لموقعه، بقوة الجاذبية من جسمين آخرين. على سبيل المثال، يتأثر القمر بقوة جاذبية من الأرض وبقوّة جاذبيّة أخرى من الشمس.
3. عندما يتعرّض الجسم لقوة جذب من جسمين آخرين، فإنّ محصّلة قوة الجذب المؤثّرة فيه هي الجمع الاتجاهي للقوتَيْنِ.
4. أوّلًا، يجب على الطلاب حساب قوة الجاذبية مع كلٍّ من الجسمين بشكل فردي ثم ايجاد محصلة المتجهَيْن معًا، مع مراعاة الاتجاهات.



الدرس 1-2: قانون نيوتن للجاذبية

مثال 8

a. احسب قوة الجاذبية بين الأرض وطالب يقف على سطحها كتلته 75 kg.

b. كيف تصبح هذه القوة إذا كان الطالب يركب طائرة على ارتفاع 12,000 m فوق سطح الأرض؟

كتلة الأرض 5.98×10^{24} kg ونصف قطرها 6.38×10^{6} m.

المطلوب: قوة الجاذبية F

المُعطى:

كتلة الأرض $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg

نصف قطر الأرض $R = 6.38 \times 10^{6}$ m

كتلة الطالب $m = 75$ kg

ارتفاع الطائرة $h = 12{,}000$ m

العلاقات:

$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

الحل:

a. يمكن حساب قوة الجاذبية بين الأرض والطالب باستخدام قانون الجاذبية لنيوتن. المسافة بين الطالب والأرض تساوي نصف قطر الأرض.

$$F = G\frac{Mm}{R^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{(5.98\times10^{24})(75)}{(6.38\times10^{6})^2}$$
$$= \boxed{734.6\ \text{N}}$$

b. عندما يكون الطالب في طائرة على ارتفاع 12,000 m، تتغيَّر المسافة من مركز الأرض. ستكون المسافة هي مجموع نصف قطر الأرض وارتفاع الطائرة. باستخدام قانون الجاذبية لنيوتن نحسب:

$$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{(5.98\times10^{24})(75)}{(6.38\times10^{6}+12{,}000)^2}$$
$$= \boxed{731.8\ \text{N}}$$

23

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

مثال 9

وُضعت ثلاثة أجسام A و B و C تفصل بين الجسم والآخر مسافة 0.5 m على خط أفقي كما هو موضّح في **الشكل 1-22**. ما محصّلة قوى الجاذبية على B والناتجة من A و C.

الشكل 1-22 قوى التجاذب على B من الجسمين A و C.

المطلوب: مُحصّلة قوى الجاذبية F المؤثرة في الجسم B

المُعطى:

كتلة الجسم A $m_A = 10$ kg ، كتلة الجسم B $m_B = 10$ kg ، كتلة الجسم C $m_C = 15$ kg

المسافة AB: $r_{AB} = 0.5$ m ، المسافة BC: $r_{BC} = 0.5$ m

العلاقات:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

الحل:

مُحصّلة قوّتَي الجاذبية لجسمَيْن على جسم واحد هي الجمع الاتجاهي لهاتين القوتين. سنقوم أوّلًا بحساب القوة على B الناتجة من A.

$$F_{AB} = G\frac{m_Am_B}{r_{AB}^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{(10)(10)}{(0.5)^2} = 2.67\times10^{-8}\ \text{N}$$

قوة الجاذبية على B الناتجة من C.

$$F_{CB} = G\frac{m_Bm_C}{r_{BC}^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{(10)(15)}{(0.5)^2} = 4\times10^{-8}\ \text{N}$$

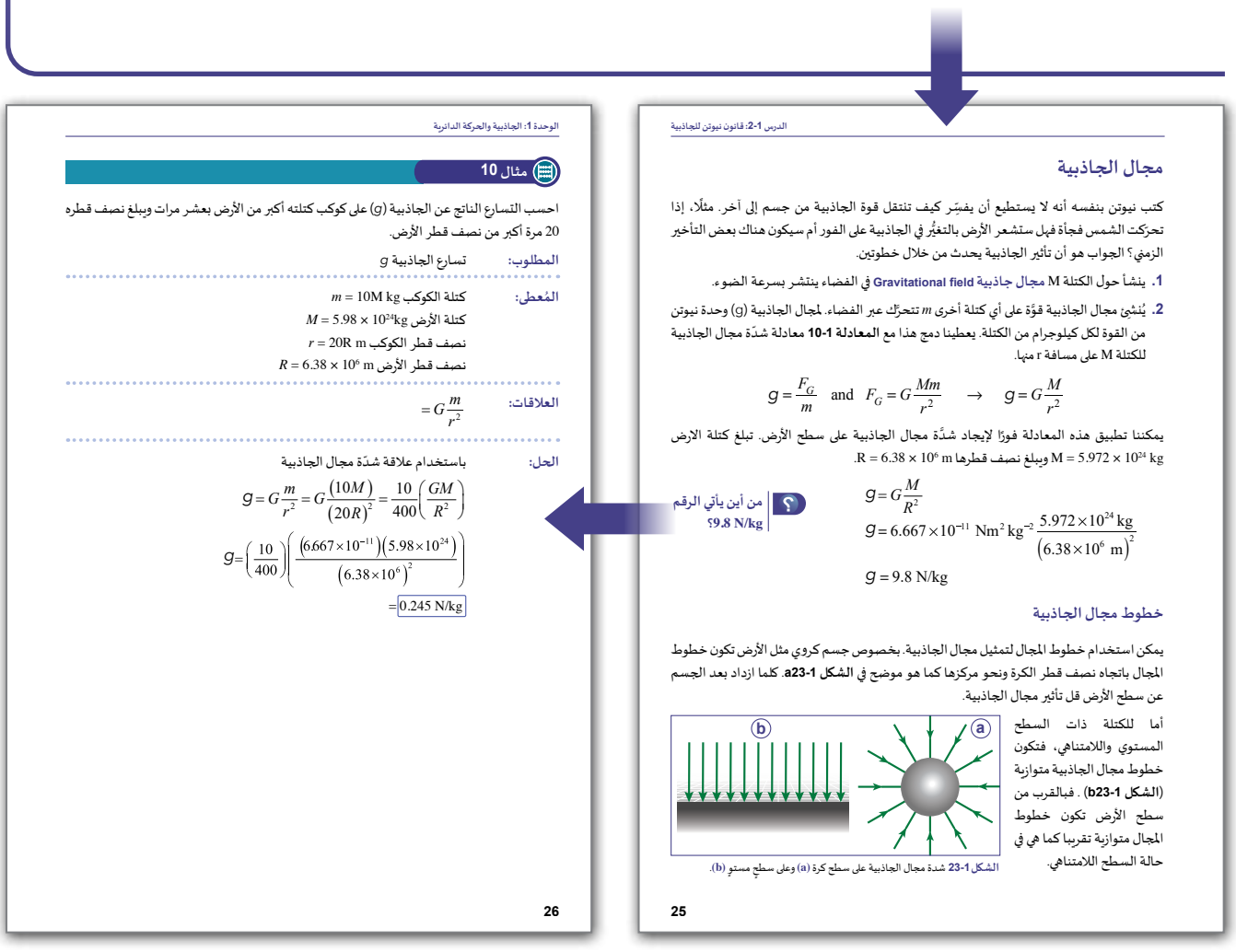
القوّتان متعاكستان وتقعان على المحور نفسه. لذلك تكون محصّلتهما على هذا المحور ويكون مقدارها:

$$F_{net} = \left(2.67\times10^{-8}\cos180^\circ\right) + \left(4\times10^{-8}\cos0^\circ\right)$$
$$= -2.67\times10^{-8} + 4\times10^{-8} = \boxed{1.33\times10^{-8}\ \text{N}}$$

24

مجال الجاذبية

1. قبل شرح مجال الجاذبية للطلاب، اسألهم عن مصدر الرقم 9.8. وحدة قياس هذه القيمة يمكن أن تكون m/s^2 أو N/kg وهذه معلومة مهمّة، ولكنّ تفسيرها يبدو صعبًا.
2. يتمّ توضيح مفهوم مجال الجاذبية بشكل أفضل بأن يحسب الطلاب قوّة الجاذبية على 1 kg من الكتلة على سطح الأرض. القيمة هي 9.8 N.
3. اشرح مصطلح «المجال»، وهو عبارة عن منطقة حول جسم معيّن يؤثر بها الجسم في الأجسام الأخرى حوله. لتوضيح الفكرة، ارسم كوكبًا على اللوح وضع عليه جسمًا معينًا. اسأل عما إذا كان الجسم يتأثر بقوة جذب. الجواب نعم. أبعد الجسم تدريجيًا عن سطح الكوكب، إلى أن يظنّ الطلاب أن الجسم ربما لم يعد يتأثر بأيَّة قوّة. يحصل ذلك لأنّ مجال جاذبية الكوكب يصبح ضعيفًا جدًا عند النقاط البعيدة.
4. بالقرب من سطح الكوكب، يكون المجال منتظمًا لأنّ خطوط المجال تكون متقاربة ومتوازية. وكلما ابتعدنا عن الكوكب، انخفضت شدّة المجال، وأصبح اتجاه خطوطه مركزيًا.



الدرس 1-2: قانون نيوتن للجاذبية

مجال الجاذبية

كتب نيوتن بنفسه أنه لا يستطيع أن يفسِّر كيف تنتقل قوة الجاذبية من جسم إلى آخر. مثلًا، إذا تحرّكت الشمس فجأة فهل ستشعر الأرض بالتغيُّر في الجاذبية على الفور أم سيكون هناك بعض التأخير الزمني؟ الجواب هو أن تأثير الجاذبية يحدث من خلال خطوتين.

1. ينشأ حول الكتلة M **مجال جاذبية Gravitational field** في الفضاء ينتشر بسرعة الضوء.
2. يُنشئ مجال الجاذبية قوّة على أي كتلة أخرى m تتحرّك عبر الفضاء. لمجال الجاذبية (g) وحدة نيوتن من القوة لكل كيلوجرام من الكتلة. يعطينا دمج هذا مع **المعادلة 1-10** معادلة شدّة مجال الجاذبية للكتلة M على مسافة r منها.

$$g = \frac{F_G}{m} \quad \text{and} \quad F_G = G\frac{Mm}{r^2} \quad \rightarrow \quad g = G\frac{M}{r^2}$$

يمكننا تطبيق هذه المعادلة فورًا لإيجاد شدّة مجال الجاذبية على سطح الأرض. تبلغ كتلة الارض $M = 5.972 \times 10^{24}$ kg وبلغ نصف قطرها $R = 6.38 \times 10^6$ m.

؟ من أين يأتي الرقم 9.8 N/kg؟

$$g = G\frac{M}{R^2}$$
$$g = 6.667 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}\ \frac{5.972 \times 10^{24}\ \text{kg}}{(6.38 \times 10^6\ \text{m})^2}$$
$$g = 9.8\ \text{N/kg}$$

خطوط مجال الجاذبية

يمكن استخدام خطوط المجال لتمثيل مجال الجاذبية. بخصوص جسم كروي مثل الأرض تكون خطوط المجال باتجاه نصف قطر الكرة ونحو مركزها كما هو موضح في **الشكل 1-a23**. كلما ازداد بعد الجسم عن سطح الأرض قل تأثير مجال الجاذبية.

أما للكتلة ذات السطح المستوي واللامتناهي، فتكون خطوط مجال الجاذبية متوازية (**الشكل 1-b23**). فبالقرب من سطح الأرض تكون خطوط المجال متوازية تقريبا كما هي في حالة السطح اللامتناهي.

الشكل 1-23 شدة مجال الجاذبية على سطح كرة (a) وعلى سطح مستوٍ (b).

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

مثال 10

احسب التسارع الناتج عن الجاذبية (g) على كوكب كتلته أكبر من الأرض بعشر مرات وبلغ نصف قطره 20 مرة أكبر من نصف قطر الأرض.

المطلوب: تسارع الجاذبية g

المُعطى:
كتلة الكوكب $m = 10M$ kg
كتلة الأرض $M = 5.98 \times 10^{24}$kg
نصف قطر الكوكب $r = 20R$ m
نصف قطر الأرض $R = 6.38 \times 10^6$ m

العلاقات: $= G\frac{m}{r^2}$

الحل: باستخدام علاقة شدّة مجال الجاذبية

$$g = G\frac{m}{r^2} = G\frac{(10M)}{(20R)^2} = \frac{10}{400}\left(\frac{GM}{R^2}\right)$$
$$g = \left(\frac{10}{400}\right)\left(\frac{(6.667\times10^{-11})(5.98\times10^{24})}{(6.38\times10^6)^2}\right)$$
$$= 0.245\ \text{N/kg}$$

نشاط 1-2 حساب تسارع الجاذبية (g)

الإجابات/
عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: كرة؛ ورقة ملصقات كبيرة؛ شريط قياس؛ كاميرا من هاتف جوال؛ قلم اللوح الابيض؛ بوابة ذكية؛ نظام جمع البيانات؛ شريط بلاستيكي شفاف مقوى مرسوم عليه خطوط سوداء المسافات بينها متساوية..

يكون هذا النشاط الجماعي أكثر فاعلية عند القيام به في أزواج. إذا تعذّر وجود بوّابة ذكية وشريط بلاستيكي خاص، يمكن للطلاب استخدام الطريقة الأولى فقط. يتعين على أحد الطلاب إفلات الكرة في الوقت الذي يقوم فيه طالب آخر بالتصوير بالفيديو. بعد القيام بثلاث محاولات، يحتاج كلا الطالبين إلى تحليل الفيديو معًا وإيجاد زمن السقوط.

الجدول

	الزمن المستغرق (s)	تسارع الجاذبية (m/s^2)
المحاولة 1	0.5	8
المحاولة 2	0.52	7.57
المحاولة 3	0.42	8.68

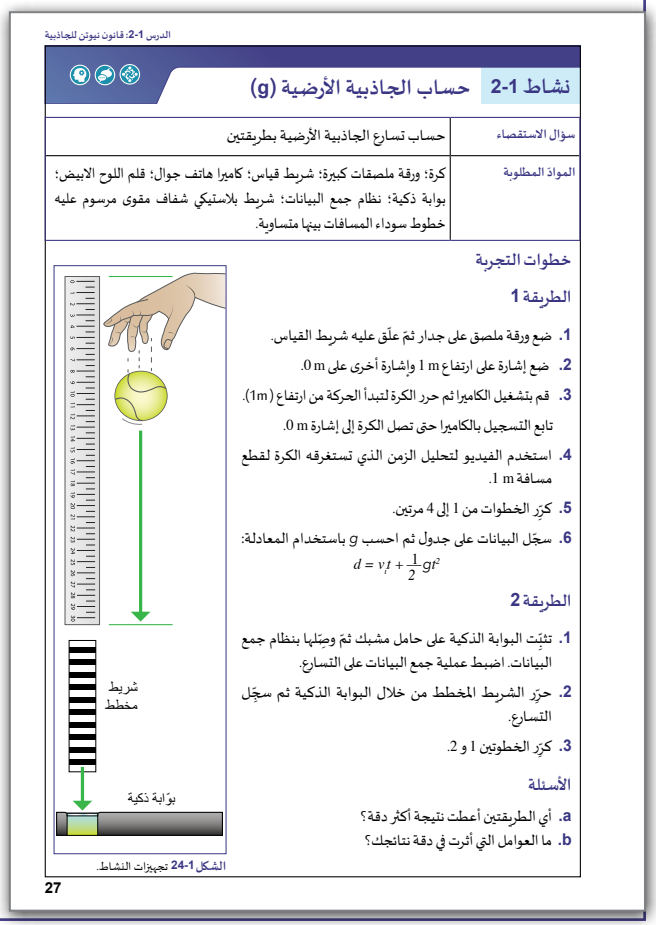
الأسئلة

a. أيّ الطريقتين أعطت نتيجة أكثر دقّة؟

البوابة الضوئية أعطت نتيجة أكثر دقّة

b. ما العوامل التي أثّرت في دقّة نتائجك؟

كان سطح الكرة أكبر، ما يعني أنه كان عرضة لمزيد من مقاومة الهواء. وتمّ أخذ أوقات ردّ الفعل بعين الاعتبار، ما جعل حساب زمن السقوط الحر غير دقيق.


الدرس 2-1: قانون نيوتن للجاذبية

نشاط 2-1 حساب الجاذبية الأرضية (g)

سؤال الاستقصاء	حساب تسارع الجاذبية الأرضية بطريقتين
المواد المطلوبة	كرة؛ ورقة ملصقات كبيرة؛ شريط قياس؛ كاميرا هاتف جوال؛ قلم اللوح الابيض؛ بوابة ذكية؛ نظام جمع البيانات؛ شريط بلاستيكي شفاف مقوى مرسوم عليه خطوط سوداء المسافات بينها متساوية.

خطوات التجربة

الطريقة 1

1. ضع ورقة ملصق على جدار ثمّ علّق عليه شريط القياس.
2. ضع إشارة على ارتفاع 1 m وإشارة أخرى على 0 m.
3. قم بتشغيل الكاميرا ثم حرر الكرة لتبدأ الحركة من ارتفاع (1m). تابع التسجيل بالكاميرا حتى تصل الكرة إلى إشارة 0 m.
4. استخدم الفيديو لتحليل الزمن الذي تستغرقه الكرة لقطع مسافة 1 m.
5. كرّر الخطوات من 1 إلى 4 مرتين.
6. سجّل البيانات على جدول ثم احسب g باستخدام المعادلة: $d = v_i t + \frac{1}{2} g t^2$

الطريقة 2

1. ثبّت البوابة الذكية على حامل مشبك ثمّ وصّلها بنظام جمع البيانات. اضبط عملية جمع البيانات على التسارع.
2. حرّر الشريط المخطط من خلال البوابة الذكية ثم سجّل التسارع.
3. كرّر الخطوتين 1 و 2.

الأسئلة

a. أي الطريقتين أعطت نتيجة أكثر دقة؟
b. ما العوامل التي أثرت في دقة نتائجك؟

شريط مخطط

بوّابة ذكية

الشكل 1-24 تجهيزات النشاط.

27

تقويم الدّرس 1-2

الإجابات

1. صف بأسلوبك تغيُّر مقدار قوة الجاذبية بين جسمَيْن إذا تحركا:
   a. أحدهما نحو الآخر.
   b. أحدهما بعيدًا عن الآخر.

كلما تقاربت الأجسام، قلَّت المسافة بينها وازدادت قوّة الجاذبية. وكلما تباعدت هذه الأجسام، ازدادت المسافة الفاصلة بينها ونقصت قوة الجاذبية.

2. لمَ نشعر بجاذبية الأرض ولا نشعر بجاذبية الشمس، رغم أن الشمس أكبر بكثير من الأرض؟

تتناسب قوة الجاذبية عكسيًا مع مربّع المسافة. ونظرًا إلى أننا بعيدون جدًا عن الشمس أكثر من بُعدنا عن الأرض، فإننا لا نشعر بقوة جاذبية الشمس على الرغم من كتلتها الكبيرة جدًا.

3. احسب قوة الجاذبية بين كرتين كتلة كل منهما 100 kg والمسافة بين مركزيهما 2 m.
قارن بين هذه القوة ووزن أيٍّ من الكُرتين.

الكتلة $m = 100\ kg$، المسافة $r = 2\ m$، قوة الجاذبية $F_G = ?$

$$F_G = G\frac{Mm}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\ \frac{100\ (100)}{2^2} = 1.67 \times 10^{-7}\ N$$

ويبلغ وزن كرة كتلتها 100 kg (على سطح الأرض) $Fw = mg$.

$(9.8)(100)N = 980\ N$

إنّ قوّة الجاذبية بين الأجسام من حولنا أضعف بكثير مما يشعر به الناس أو يستطيعون قياسه.

4. تبلغ كتلة القمر $7.35 \times 10^{22}\ kg$ ونصف قطره $1.74 \times 10^{6}\ m$. ما مقدار تسارع الجاذبية على سطح القمر؟ كم يبلغ وزنك على سطح القمر؟

الكتلة $M = 7.35 \times 10^{22}\ kg$، نصف القطر $r = 1.74 \times 10^{6}\ m$ تسارع الجاذبية $g = ?$

الوزن $W = ?$

نحسب تسارع الجاذبية

$$g = G\frac{M}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\ \frac{7.35 \times 10^{22}}{\left(1.74 \times 10^{6}\right)^2} = 1.62\ N/kg$$

ملاحظة: قد تختلف إجابات الطلاب.

الوزن $W = mg = 62\ (1.62) = 100.44\ N$

تقويم الدّرس 1-2 — الإجابات

5. تبلغ كتلة الشمس 2×10^{30} kg. يقف شخص كتلته 70 kg على سطح الأرض تفصله عن الشمس مسافة 1.52×10^{11} m. ما قوة جذب الشمس لهذا الشخص؟

كتلة الشمس $M = 2 \times 10^{30}$ kg، كتلة الشخص $m = 70$ kg، المسافة $r = 1.52 \times 10^{11}$ m
قوة الجاذبية FG = ?

$$F_G = G\frac{Mm}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\frac{2 \times 10^{30}(70)}{(1.52 \times 10^{11})^2} = 0.4 \text{ N}$$

6. يبلغ نصف قطر كوكب 1.5 مرة نصف قطر الأرض وكتلته تساوي كتلة الأرض. احسب شدَّة مجال الجاذبية على سطح ذلك الكوكب.

نصف قطر الكوكب أكبر بـ 1.5 مرّة من الأرض، كتلة الكوكب تساوي كتلة الأرض
شدّة مجال الجاذبية g = ?

$$g_{planet} = G\frac{M}{(1.5r)^2} = G\frac{M}{2.25r^2} = 0.44G\frac{M}{r^2}$$

$$G\frac{M}{r^2} = g_{earth} \Rightarrow g_{planet} = 0.44\, g_{earth} = 0.44 \times 9.8 = 4.3 \text{ N/kg}$$

7. ابحث عن نصف قطر نبتون وأثبت أن شدة مجال الجاذبية على سطحه تبلغ 14.07 N/kg.

الجدول 1-1 يعطينا كتلة نبتون $M = 1.024 \times 10^{26}$ kg. وبالبحث نجد أن نصف قطره $r = 2.2 \times 10^{7}$ m وشدّة مجال جاذبيته:

$$g = G\frac{M}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\frac{1.024 \times 10^{26}}{(2.2 \times 10^{7})^2} = 14.07 \text{ N/kg}$$

8. للنجم القزم كتلة تساوي كتلة شمسنا لكن نصف قطره يساوي نصف قطر قمرنا. احسب تسارع الجاذبية على سطح ذلك النجم.

كتلة النجم $M = 2 \times 10^{30}$ kg، نصف قطره $r = 1.74 \times 10^{6}$ m، تسارع الجاذبية g = ?

$$g = G\frac{M}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\frac{2 \times 10^{30}}{(1.74 \times 10^{6})^2} = 4.4 \times 10^{7} \text{ m/s}^2$$

تقويم الدّرس 1-2

الإجابات

9. احسب ارتفاع نقطة فوق سطح الأرض إذا كانت شدة مجال الجاذبية عندها تساوي $\frac{1}{10}$ من شدة مجال الجاذبية على سطح الأرض.

شدّة مجال الجاذبية $g = 9.8\ m/s^2$، كتلة الأرض $M = 5.972 \times 10^{24}\ kg$،

نصف قطر الأرض $r = 6.38 \times 10^6\ m$، ارتفاع النقطة $h = ?$

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

$$0.98 = 6.667 \times 10^{-11}\ \frac{5.972 \times 10^{24}}{(6.38 \times 10^6 + h)^2}$$

$$(6.38 \times 10^6 + h)^2 = \frac{6.667 \times 10^{-11} \times 5.972 \times 10^{24}}{0.98}$$

$$(6.38 \times 10^6 + h)^2 = 4.06 \times 10^{14}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين:

$$6.38 \times 10^6 + h = 2.0 \times 10^7$$

$$h = 2.0 \times 10^7 - 6.38 \times 10^6 = 1.36 \times 10^7\ m$$

إعادة تدريس

1. بعد أن تمكن الطلاب من كيفية حساب قوة الجاذبية وشدة مجال الجاذبية، اطلب إليهم حساب هاتين القيمتين لكلّ كوكب في نظامنا الشمسي.
2. سيحتاج الطلاب إلى البحث عن نصف قطر كلّ كوكب واستخدام الجدول 1.1 للكتل.
3. كلّف الطلاب أن يصفوا كيفية ارتباط قوة الجاذبية بحجم الكوكب.
4. كيف ترتبط قوة الجاذبية بكتلة الكوكب؟

إثراء

1. كلّف الطلاب تطبيق نموذج الجاذبية على الأجسام التي نراها يوميًا. على سبيل المثال، لماذا لا يمكن لجاذبيتك أن ترفع حقيبتك المدرسية المليئة بالكتب؟ **يُظهر الحساب أن قوة الجاذبية في هذه الحالة ضعيفة جدًا، ونحتاج إلى كتل بحجم كتلة كوكب الأرض للحصول على قوة تجاذب كبيرة يمكن الشعور بها.**
2. كلف الطلاب حساب تأثير جاذبية القمر عليهم.
3. اطلب إلى الطلاب حساب قوة الجاذبية بينهم وبين حافلة مدرسية في الخارج.
4. أطلب إليهم أن يقارنوا بين هذه القوى.

ملاحظات

الدرس 1-3
جهد الجاذبية

مصادر تعلّم الدرس

الموضوع / الوقت	المحتوى	موارد كتاب الطالب	موارد دليل المعلم
مقدّمة الدرس 1 حصّة	نشاط عملي	الصفحتان 29، 30	الصفحة 36 ورقة عمل 1-a3
طاقة الوضع التجاذبية 1 حصّة	شرح، معادلة، ومثال	الصفحات 31-33	الصفحتان 37، 38
جهد الجاذبية 1 حصّة	تعريف، شروح، معادلة، ومثال	الصفحات 34-36	الصفحتان 39، 40
سرعة الإفلات 1 حصّة	شروح، معادلة، ومثال	الصفحة 37	الصفحة 41
جهد الجاذبية 1 حصّة	نشاط عملي	الصفحة 38	الصفحتان 42، 43 ورقة عمل 1-b3

الزمن المقترح للدرس

يحتاج هذا الدرس إلى 5 حصص دراسيّة تتضمّن نشاطَيْنِ عمليَّيْن (1-a3 و 1-b3)، إضافةً إلى أفكار حول أنشطة عملية موجزة ونقاشات مع الطلاب.

الأنشطة	مواد من أجل النشاط
1-a3 الجاذبية والمدارات	حاسوب مع إمكانية استخدام برنامج المحاكاة في الكتاب التفاعلي.
1-b3 جهد الجاذبية	الوصول إلى الإنترنت أو المكتبة؛ ورق ملصق؛ آلة حاسبة؛ أقلام تخطيط

مخرجات التعلّم

P1202.3 يعرّف جهد الجاذبية عند نقطة في مجال جاذبية ناتج من كتلة كروية الشكل، باستخدام العلاقة $V = -\frac{GM}{r}$ ، ويحلّ مسائل حسابية باستخدام هذه الصيغة.

المعرفة السابقة

يجب أن يكون الطلاب قادرين على تذكّر معادلة طاقة الوضع التجاذبية والطاقة الحركية وتعريفهما.

المفردات

جهد الجاذبية	Gravitational potential

نشاط a3-1 الجاذبية والمدارات

الإجابات/ عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: حاسوب مع إمكانية استخدام برنامج المحاكاة في الكتاب التفاعلي.

هذه محاكاة يمكن استخدامها لدمج الطلاب في النشاط وتنمية اهتمامهم. وجّه الطلاب لتغيير كتلة الجسم الأول ثم تغيير كتلة الجسم الآخر. اطرح أسئلة حول شكل المدارات. ناقش المسألة الآتية: مع تغيّر كتلة الجسم تتغيّر قوة الجاذبية، وتتغيّر طاقة الوضع التجاذبية.

الأسئلة

a. كيف تؤدّي زيادة كتلة أحد الجسمين إلى تغيير قوة الجاذبية؟

زيادة كتلة أيٍّ من الجسمين تزيد من قوة الجاذبية.

b. لمَ تصطدم بعض الأجسام وتفلت أجسام أخرى في الوقت نفسه؟ هل يمكنك تحديد عتبة الاصطدام والإفلات؟

تتصادم الأجسام إذا كانت قوة الجاذبية قوية جدًا وتفلت إذا كانت قوة الجاذبية ضعيفة للغاية.

الدرس 3-1

جهد الجاذبية

Gravitational Potential

تلزمنا طاقة لتحريك كتلة ضدّ قوّة الجاذبية. قد تكون كمية الطاقة اللازمة لتحريك الكتلة كبيرة جدًّا بحيث يحتاج صاروخ أن يحرق kg (10-20) من الوقود لكل كيلوجرام من الكتلة التي يرفعها إلى مدار حول الأرض. ما يهمّ مهندسي الصواريخ هو كتلة «الحِمل» التي يجب أن تصل إلى الفضاء من أجل تنفيذ المهمّات، بما في ذلك روّاد الفضاء. يشكّل الوقود ما نسبته 95% من كتلة معظم الصواريخ ولا يتجاوز الحِمل 4%.

الشكل 1-25 يشكّل الوقود معظم كتلة الصواريخ في الغالب.

أول عمل يبدأ به مهندسوا الصواريخ هو حسابات الطاقة اللازمة لتنفيذ المهمة. يتطلّب رفع قمر اصطناعي كتلته 1 kg إلى مدار متزامن مع دوران الأرض على ارتفاع 36000 km عن سطحها 53,000,000 J من الطاقة. فالوقود الكيميائي للصاروخ كالهيدرازين مثلًا يمتلك أقصى كفاءة نظرية للطاقة تصل إلى 1,600,000 J/kg. لنفترض أن لديك صاروخًا مثاليًّا يحوّل 100% من الطاقة الكيميائية إلى طاقة وضع جاذبية، فالأمر يتطلّب 34 kg من وقود الهيدرازين لرفع كل 1 kg من القمر الاصطناعي إلى مدار متزامن مع دوران الأرض. هذه الحالة المثالية لا تأخذ في الحسبان كتلة الصاروخ الحقيقية! في الحقيقة يتطلّب الأمر مقدارًا أقرب إلى 90 kg من الوقود لكل 1 kg من الحِمل.

مخرجات التعلُّم

P1202.3 يعرّف جهد الجاذبية عند نقطة في مجال جاذبية ناتج من كتلة كروية الشكل، باستخدام العلاقة $V = \frac{-GM}{r}$، ويحل مسائل حسابية باستخدام هذه الصيغة.

المفردات

جهد الجاذبية	Gravitational potential

29

نشاط a3-1 الجاذبية والمدارات

سؤال الاستقصاء	كيف يؤثر تغيُّر كتلة الأجسام في شكل المدار؟
المواد المطلوبة	حاسوب مع إمكانية استخدام برنامج المحاكاة في الكتاب التفاعلي.

النظر إلى المدارات بعناية أكبر

الخطوات

1. اختر نجمًا وكوكبًا في المحاكاة.
2. غيّر كتلة النجم إلى أدنى كتلة أيْ: 0.5 × كتلة شمسنا (**الشكل 1-26**).
3. غيّر كتلة الكوكب إلى 0.5 × كتلة الأرض.
4. شغّل المحاكاة ثم راقب مسار الكوكب: زد كتلة الكوكب ثم راقب المسار مرة أخرى.
5. راقب مسار 4 كتل مختلفة للكوكب ثم زد كتلة النجم وكرّر الخطوات من 3 إلى 6.
6. كرّر التجربة كلّها مرة أخرى لكوكب وقمر اصطناعيّ.

الشكل 1-26 حدّد خيار الشمس والأرض.

أنواع المدارات

a. كيف تؤدّي زيادة كتلة جسم واحد إلى تغيير قوة الجاذبية؟

b. لمَ تصطدم بعض الأجسام في حين تفلت أجسام أخرى؟ هل يمكنك تحديد عتبة الاصطدام والإفلات.

الشكل 1-27 حدد خيار الأرض والقمر الإصطناعي.

30

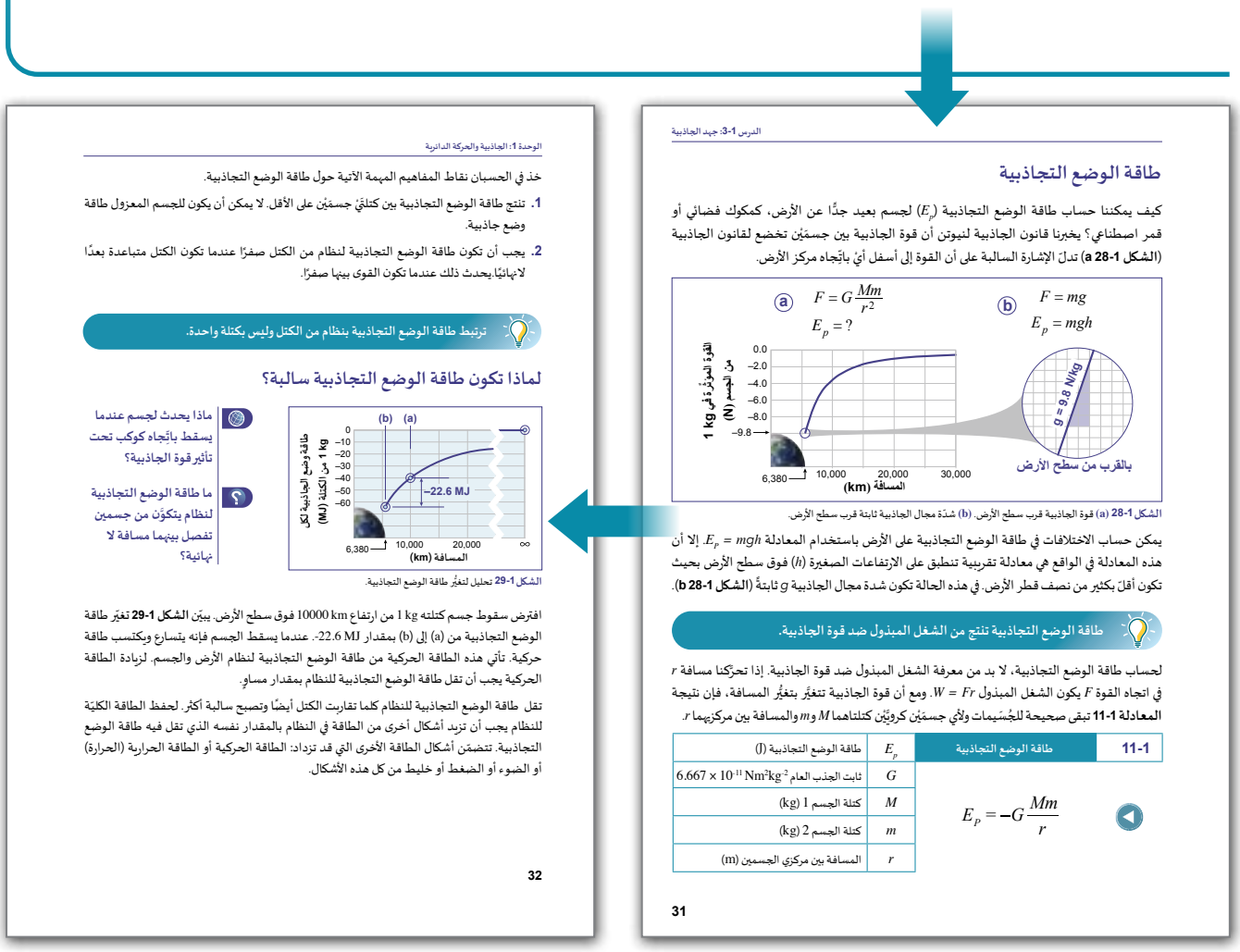
طاقة الوضع التجاذبية

1. اطلب إلى الطلاب أن يتذكّروا معادلة طاقة الوضع التجاذبية. ماذا تعني في الواقع؟
2. اشرح للطلاب أن طاقة الوضع لقوة معينة هي شغل مخزّن ضد هذه القوة. ونعلم أن الشغل يساوي القوة × المسافة. لنفترض جسمًا يُرفَع مسافة r فوق سطح الأرض. بما أن الشغل المبذول يساوي حاصل ضرب القوة في الإزاحة، يكون الشغل في هذه الحالة:

$$W = r \times F = r \times G\frac{Mm}{r^2} = G\frac{Mm}{r}$$

نرى أن طاقة الوضع التجاذبية (**المعادلة 1-11**) تساوي بالضبط الشغل المبذول ضد قوة الجاذبية. وعند تحرك الأجسام مسافات صغيرة بالقرب من سطح الأرض، فإننا نميل إلى استخدام الارتفاع h فوق سطح الأرض. عندها تُجمع العوامل التي تشتمل على كتلة الأرض ونصف قطرها وثابت الجذب العام في ثابت واحد هو مجال الجاذبية الأرضية $g = 9.8$ N/kg. وبذلك نحصل على المعادلة المألوفة لطاقة الوضع التجاذبية $E_p = mgh$.

3. ذكّر الطلاب أن **المعادلة 1-11** تُستخدم عمومًا للكتل البعيدة جدًا عن بعضها البعض بالمقارنة مع أحجامها. المعادلة تبقى صحيحة للأجسام الصغيرة، ولكن ليس من السهل تطبيقها عند النقاط القريبة أو التي تقع داخل الأجسام الكبيرة الحجم.



الدرس 1-3: جهد الجاذبية

طاقة الوضع التجاذبية

كيف يمكننا حساب طاقة الوضع التجاذبية (E_p) لجسم بعيد جدًا عن الأرض، كمكوك فضائي أو قمر اصطناعي؟ يخبرنا قانون الجاذبية لنيوتن أن قوة الجاذبية بين جسمَيْن تخضع لقانون الجاذبية (**الشكل 1-28 a**) تدلّ الإشارة السالبة على أن القوة إلى أسفل أيْ باتّجاه مركز الأرض.

الشكل 1-28 (a) قوة الجاذبية قرب سطح الأرض. (b) شدّة مجال الجاذبية ثابتة قرب سطح الأرض.

يمكن حساب الاختلافات في طاقة الوضع التجاذبية على الأرض باستخدام المعادلة $E_p = mgh$. إلا أن هذه المعادلة في الواقع هي معادلة تقريبية تنطبق على الارتفاعات الصغيرة (h) فوق سطح الأرض بحيث تكون أقلّ بكثير من نصف قطر الأرض. في هذه الحالة تكون شدة مجال الجاذبية g ثابتةً (**الشكل 1-28 b**).

طاقة الوضع التجاذبية تنتج من الشغل المبذول ضد قوة الجاذبية.

لحساب طاقة الوضع التجاذبية، لا بد من معرفة الشغل المبذول ضد قوة الجاذبية. إذا تحرّكنا مسافة r في اتجاه القوة F يكون الشغل المبذول $W = Fr$. ومع أن قوة الجاذبية تتغيّر بتغيُّر المسافة، فإن نتيجة **المعادلة 1-11** تبقى صحيحة للجُسَيمات ولأي جسمَيْن كرويَّيْن كتلتاهما M وm والمسافة بين مركزيهما r.

11-1	طاقة الوضع التجاذبية	
	طاقة الوضع التجاذبية (J)	E_p
$E_p = -G\frac{Mm}{r}$	ثابت الجذب العام 6.667×10^{-11} Nm²kg⁻²	G
	كتلة الجسم 1 (kg)	M
	كتلة الجسم 2 (kg)	m
	المسافة بين مركزي الجسمين (m)	r

31

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

خذ في الحسبان نقاط المفاهيم المهمة الآتية حول طاقة الوضع التجاذبية.

1. تنتج طاقة الوضع التجاذبية بين كتلتَيْ جسمَيْن على الأقل. لا يمكن أن يكون للجسم المعزول طاقة وضع جاذبية.
2. يجب أن تكون طاقة الوضع التجاذبية لنظام من الكتل صفرًا عندما تكون الكتل متباعدة بعدًا لانهائيًا.يحدث ذلك عندما تكون القوى بينها صفرًا.

ترتبط طاقة الوضع التجاذبية بنظام من الكتل وليس بكتلة واحدة.

لماذا تكون طاقة الوضع التجاذبية سالبة؟

الشكل 1-29 تحليل لتغيُّر طاقة الوضع التجاذبية.

ماذا يحدث لجسم عندما يسقط باتّجاه كوكب تحت تأثير قوة الجاذبية؟

ما طاقة الوضع التجاذبية لنظام يتكوّن من جسمين تفصل بينهما مسافة لا نهائية؟

افترض سقوط جسم كتلته 1 kg من ارتفاع 10000 km فوق سطح الأرض. يبيّن **الشكل 1-29** تغيّر طاقة الوضع التجاذبية من (a) إلى (b) بمقدار 22.6 MJ-. عندما يسقط الجسم فإنه يتسارع ويكتسب طاقة حركية. تأتي هذه الطاقة الحركية من طاقة الوضع التجاذبية لنظام الأرض والجسم. لزيادة الطاقة الحركية يجب أن تقل طاقة الوضع التجاذبية للنظام بمقدار مساوٍ.

تقل طاقة الوضع التجاذبية للنظام كلما تقاربت الكتل أيضًا وتصبح سالبة أكثر. لحفظ الطاقة الكليّة للنظام يجب أن تزيد أشكال أخرى من الطاقة في النظام بالمقدار نفسه الذي تقل فيه طاقة الوضع التجاذبية. تتضمّن أشكال الطاقة الأخرى التي قد تزداد: الطاقة الحركية أو الطاقة الحرارية (الحرارة) أو الضوء أو الضغط أو خليط من كل هذه الأشكال.

32

لماذا تكون طاقة الوضع التجاذبية سالبة؟

1. لا يفهم الطلاب دائمًا السبب في كون طاقة الوضع التجاذبية سالبة. ولشرح ذلك، اطرح عليهم أسئلة لاستكشاف فكرة طاقة الوضع التجاذبية.

2. ماذا يحدث لجسم يسقط باتجاه كوكب تحت تأثير قوة الجاذبية؟
تزداد الطاقة الحركية للجسم.

3. من أين تأتي هذه الطاقة؟
يجب أن تأتي من طاقة الوضع التجاذبية، حيث تتحول تدريجيا إلى الطاقة الحركية.

4. أفترض أن هناك نظامًا مكوّنًا من جسمين. متى تكون طاقة الوضع التجاذبية صفرًا؟ ولماذا يجب أن تكون صفرًا؟
تكون الطاقة صفرًا عندما تكون المسافة بين الجسمين لانهائية، لأن قوة الجاذبية بين الجسمين تكون صفرًا.

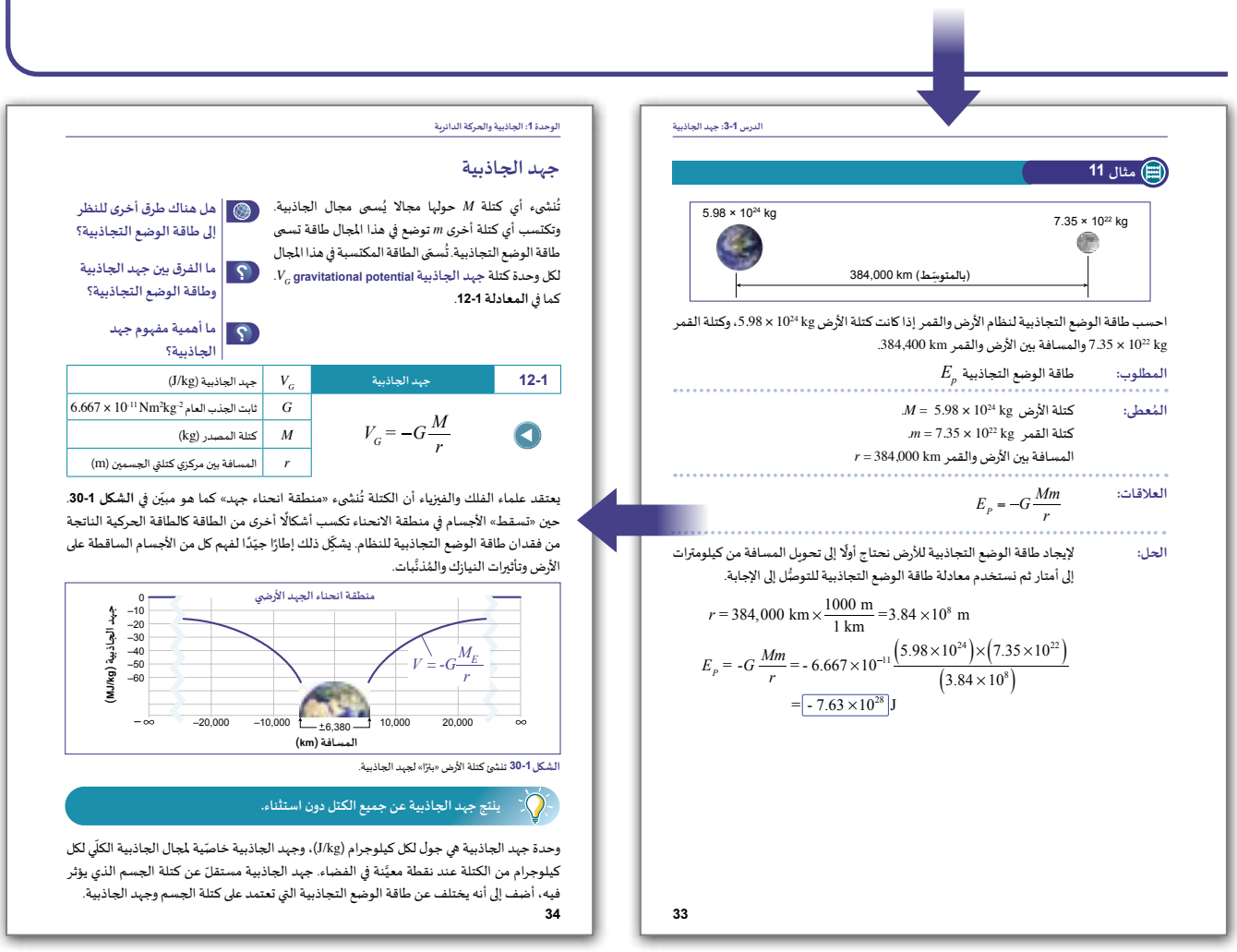
5. لماذا تكون طاقة الوضع التجاذبية سالبة؟
طاقة الوضع التجاذبية تساوي مقدار سالب، لأن الجسم المرتبط في النظام لا يمتلك هذا المقدار من الطاقة فعليًا، بل هو ينقصه هذا المقدار حتى يتحرر من النظام وتصبح طاقته الكلية صفرًا.

6. هل يمكن أن يكون لجسم معزول وبعيد في الفضاء عن أيّ كتل أخرى طاقة وضع تجاذبية؟
الجواب لا، ليس له طاقة وضع تجاذبية بالنسبة إلى أيَّة أجسام أخرى، لكن، قد يكون للجسم طاقة وضع تجاذبية داخلية.

7. هل يمكن أن يكون لجسم معيّن أو لنظام يكون الجسم جزءًا منه طاقة وضع تجاذبيَّة؟
تنتج طاقة الوضع التجاذبية عن ترتيب الكتل في نظام: عندما يفقد النظام طاقة الوضع التجاذبية من خلال تحولّها إلى شكل آخر من الطاقة، فإنَّ الكتل في النظام تعيد ترتيب نفسها. وعلى سبيل المثال، فإذا كان القمر أقرب إلى الأرض يومًا ما، وكانت الأرض تدور أسرع ممّا هي عليه اليوم، فإنَّ المدّ والجزر يبطئان دوران الأرض، وتتحوّل الطاقة الحركية الدورانية تلك إلى طاقة وضع تجاذبية لنظام الأرض والقمر، وتسبَّب الزيادة في طاقة الوضع التجاذبية زيادةً في البعد بين الأرض والقمر.

جهد الجاذبية

1. تعدّ فكرة جهد الجاذبية طريقة أخرى للطلاب لاستكشاف مفهوم طاقة الوضع التجاذبية بشكل أعمق. الفكرة المهمة هي أن المجال يُنشىء جهدًا و«كتلة المصدر» تُنشىء المجال.
2. الفرق هو أن وحدة طاقة الوضع التجاذبية هي «الجول» وترتبط بكتلة معروفة ومحدّدة، أمّا الجهد فينتج من المجال ووحدته وحدة طاقة لكلّ كيلوجرام (J/kg)، وهو مستقلّ عن كتلة الجسم الذي يؤثر فيه المجال.
3. الفكرة مفيدة لأنها تبيّن كيفية التعبير عن جهد الجاذبية عندما يكون هناك عدد من الأجسام، أو أجسام ذات أشكال غير منتظمة، فكلّ منها يكون مصدرًا مستقلًّا للمجال ويتأثر بمجالات الأجسام الأخرى. والجهد عند أيّة نقطة هو مجموع الجهود الناتجة عن جميع كتل النظام. أما جهد الجسم ذي الشكل غير المنتظم، فيمكننا تجزئة مكوّناته إلى مجموعة من الكتل وجمع جهود كتلها، كل على حدة.
4. يُعدُّ هذا الموضوع فكرة متقدّمة، وقد لا يسهل فهمها على جميع الطلاب.



الدرس 1-3: جهد الجاذبية

مثال 11

5.98 × 10²⁴ kg — 7.35 × 10²² kg — 384,000 km (بالمتوسّط)

احسب طاقة الوضع التجاذبية لنظام الأرض والقمر إذا كانت كتلة الأرض 5.98 × 10²⁴ kg، وكتلة القمر 7.35 × 10²² kg والمسافة بين الأرض والقمر 384,400 km.

المطلوب: طاقة الوضع التجاذبية E_p

المُعطى: كتلة الأرض $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg
كتلة القمر $m = 7.35 \times 10^{22}$ kg
المسافة بين الأرض والقمر $r = 384{,}000$ km

العلاقات: $E_p = -G\frac{Mm}{r}$

الحل: لإيجاد طاقة الوضع التجاذبية للأرض نحتاج أولًا إلى تحويل المسافة من كيلومترات إلى أمتار ثم نستخدم معادلة طاقة الوضع التجاذبية للتوصُّل إلى الإجابة.

$$r = 384{,}000 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 3.84 \times 10^{8} \text{ m}$$

$$E_p = -G\frac{Mm}{r} = -6.667 \times 10^{-11}\frac{(5.98 \times 10^{24}) \times (7.35 \times 10^{22})}{(3.84 \times 10^{8})}$$

$$= \boxed{-7.63 \times 10^{28}} \text{ J}$$

33

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

جهد الجاذبية

تُنشىء أي كتلة M حولها مجالا يُسمى مجال الجاذبية. وتكتسب أي كتلة أخرى m توضع في هذا المجال طاقة تسمى طاقة الوضع التجاذبية. تُسمّى الطاقة المكتسبة في هذا المجال لكل وحدة كتلة **جهد الجاذبية** gravitational potential V_G. كما في **المعادلة 12-1**.

هل هناك طرق أخرى للنظر إلى طاقة الوضع التجاذبية؟

ما الفرق بين جهد الجاذبية وطاقة الوضع التجاذبية؟

ما أهمية مفهوم جهد الجاذبية؟

12-1 جهد الجاذبية

$$V_G = -G\frac{M}{r}$$

V_G	جهد الجاذبية (J/kg)	
G	ثابت الجذب العام	$6.667 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$
M	كتلة المصدر (kg)	
r	المسافة بين مركزي كتلتي الجسمين (m)	

يعتقد علماء الفلك والفيزياء أن الكتلة تُنشىء «منطقة انحناء جهد» كما هو مبيّن في **الشكل 1-30**. حين «تسقط» الأجسام في منطقة الانحناء تكسب أشكالًا أخرى من الطاقة كالطاقة الحركية الناتجة من فقدان طاقة الوضع التجاذبية للنظام. يشكّل ذلك إطارًا جيّدًا لفهم كل من الأجسام الساقطة على الأرض وتأثيرات النيازك والمُذنَّبات.

الشكل 1-30 تنشئ كتلة الأرض «بئرًا» لجهد الجاذبية.

ينتج جهد الجاذبية عن جميع الكتل دون استثناء.

وحدة جهد الجاذبية هي جول لكل كيلوجرام (J/kg)، وجهد الجاذبية خاصّية لمجال الجاذبية الكلّي لكل كيلوجرام من الكتلة عند نقطة معيَّنة في الفضاء. جهد الجاذبية مستقلّ عن كتلة الجسم الذي يؤثر فيه، أضف إلى أنه يختلف عن طاقة الوضع التجاذبية التي تعتمد على كتلة الجسم وجهد الجاذبية.

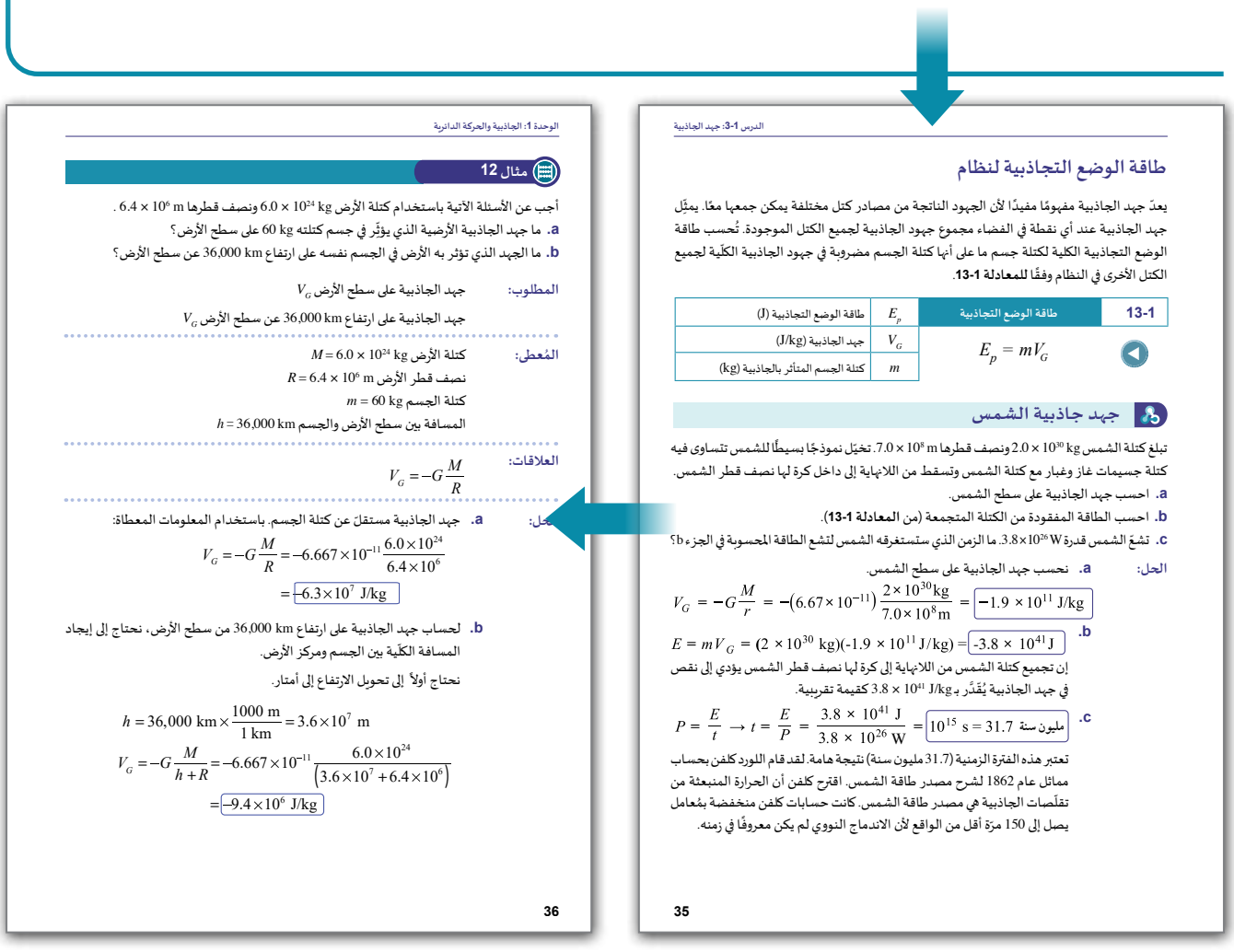
34

طاقة الوضع التجاذبية لنظام

1. كان معروفًا بحلول العام 1850 أن مجموع القدرة المنبعثة من الشمس كانت 10^{26} W تقريبًا، إلّا أنَّ أحدًا لم يتمكّن في ذلك الوقت من أن يفكّر في العملية التي يمكن أن تزوّد الشمس بالطاقة لمدّة 5,500 سنة. وهذه هي المدّة التي كان الناس يظنون أنها عُمرُ الشمس في ذلك الوقت. حتى وإنْ كانت الشمس مكوّنة بالكامل من البنزين، فإن ذلك يجعلها تستمرّ إلى أقلّ من 3,000 سنة فقط.

2. استنتج اللورد كلفن أن التقلّص الذاتي لجاذبية الغاز وانكماش الغاز إلى الداخل تحت جاذبيته، يمكن أن يحرّر طاقة كافية تُنتج القدرة الملحوظة للشمس لمدة تتراوح ما بين 10 ملايين و 50 مليون سنة. كان يُظنّ أن هذا هو أفضل تفسير لطاقة الشمس في ذلك الوقت.

3. لم يُكتشف الاندماج النووي على أنه المصدر الحقيقي لطاقة الشمس إلا بعد 100 عام تقريبًا من استنتاج كلفن. كانت الشمس تُشعّ منذ 4.6 مليار سنة مستخدمة نصف وقودها فقط من الهيدروجين. ويُتوقّع أن يستمرّ ضوء الشمس الذي يمكن الاعتماد عليه 5-4 مليارات سنة أخرى!



الدرس 1-3: جهد الجاذبية

طاقة الوضع التجاذبية لنظام

يعدّ جهد الجاذبية مفهومًا مفيدًا لأن الجهود الناتجة من مصادر كتل مختلفة يمكن جمعها معًا. يمثّل جهد الجاذبية عند أي نقطة في الفضاء مجموع جهود الجاذبية لجميع الكتل الموجودة. تُحسب طاقة الوضع التجاذبية الكلية لكتلة جسم ما على أنها كتلة الجسم مضروبة في جهود الجاذبية الكلّية لجميع الكتل الأخرى في النظام وفقًا للمعادلة 1-13.

1-13	طاقة الوضع التجاذبية		
$E_p = mV_G$		E_p	طاقة الوضع التجاذبية (J)
		V_G	جهد الجاذبية (J/kg)
		m	كتلة الجسم المتأثر بالجاذبية (kg)

جهد جاذبية الشمس

تبلغ كتلة الشمس 2.0×10^{30} kg ونصف قطرها 7.0×10^{8} m. تخيّل نموذجًا بسيطًا للشمس تتساوى فيه كتلة جسيمات غاز وغبار مع كتلة الشمس وتسقط من اللانهاية إلى داخل كرة لها نصف قطر الشمس.

a. احسب جهد الجاذبية على سطح الشمس.

b. احسب الطاقة المفقودة من الكتلة المتجمعة (من المعادلة 1-13).

c. تشعّ الشمس قدرة 3.8×10^{26} W. ما الزمن الذي ستستغرقه الشمس لتشع الطاقة المحسوبة في الجزء b؟

الحل:

a. نحسب جهد الجاذبية على سطح الشمس.

$$V_G = -G\frac{M}{r} = -(6.67 \times 10^{-11})\frac{2 \times 10^{30}\text{kg}}{7.0 \times 10^{8}\text{m}} = \boxed{-1.9 \times 10^{11}\ \text{J/kg}}$$

b. $E = mV_G = (2 \times 10^{30}\ \text{kg})(-1.9 \times 10^{11}\ \text{J/kg}) = \boxed{-3.8 \times 10^{41}\ \text{J}}$

إن تجميع كتلة الشمس من اللانهاية إلى كرة لها نصف قطر الشمس يؤدي إلى نقص في جهد الجاذبية يُقدَّر بـ 3.8×10^{41} J/kg كقيمة تقريبية.

c. $P = \frac{E}{t} \rightarrow t = \frac{E}{P} = \frac{3.8 \times 10^{41}\ \text{J}}{3.8 \times 10^{26}\ \text{W}} = \boxed{10^{15}\ \text{s} = 31.7\ \text{مليون سنة}}$

تعتبر هذه الفترة الزمنية (31.7 مليون سنة) نتيجة هامة. لقد قام اللورد كلفن بحساب مماثل عام 1862 لشرح مصدر طاقة الشمس. اقترح كلفن أن الحرارة المنبعثة من تقلّصات الجاذبية هي مصدر طاقة الشمس. كانت حسابات كلفن منخفضة بمُعامل يصل إلى 150 مرّة أقل من الواقع لأن الاندماج النووي لم يكن معروفًا في زمنه.

35

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

مثال 12

أجب عن الأسئلة الآتية باستخدام كتلة الأرض 6.0×10^{24} kg ونصف قطرها 6.4×10^{6} m.

a. ما جهد الجاذبية الأرضية الذي يؤثّر في جسم كتلته 60 kg على سطح الأرض؟

b. ما الجهد الذي تؤثر به الأرض في الجسم نفسه على ارتفاع 36,000 km عن سطح الأرض؟

المطلوب: جهد الجاذبية على سطح الأرض V_G

جهد الجاذبية على ارتفاع 36,000 km عن سطح الأرض V_G

المُعطى: كتلة الأرض $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg

نصف قطر الأرض $R = 6.4 \times 10^{6}$ m

كتلة الجسم $m = 60$ kg

المسافة بين سطح الأرض والجسم $h = 36{,}000$ km

العلاقات: $V_G = -G\frac{M}{R}$

الحل:

a. جهد الجاذبية مستقلّ عن كتلة الجسم. باستخدام المعلومات المعطاة:

$$V_G = -G\frac{M}{R} = -6.667 \times 10^{-11}\frac{6.0 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^{6}} = \boxed{-6.3 \times 10^{7}\ \text{J/kg}}$$

b. لحساب جهد الجاذبية على ارتفاع 36,000 km من سطح الأرض، نحتاج إلى إيجاد المسافة الكلّية بين الجسم ومركز الأرض.

نحتاج أولاً إلى تحويل الارتفاع إلى أمتار.

$$h = 36{,}000\ \text{km} \times \frac{1000\ \text{m}}{1\ \text{km}} = 3.6 \times 10^{7}\ \text{m}$$

$$V_G = -G\frac{M}{h+R} = -6.667 \times 10^{-11}\frac{6.0 \times 10^{24}}{\left(3.6 \times 10^{7} + 6.4 \times 10^{6}\right)}$$

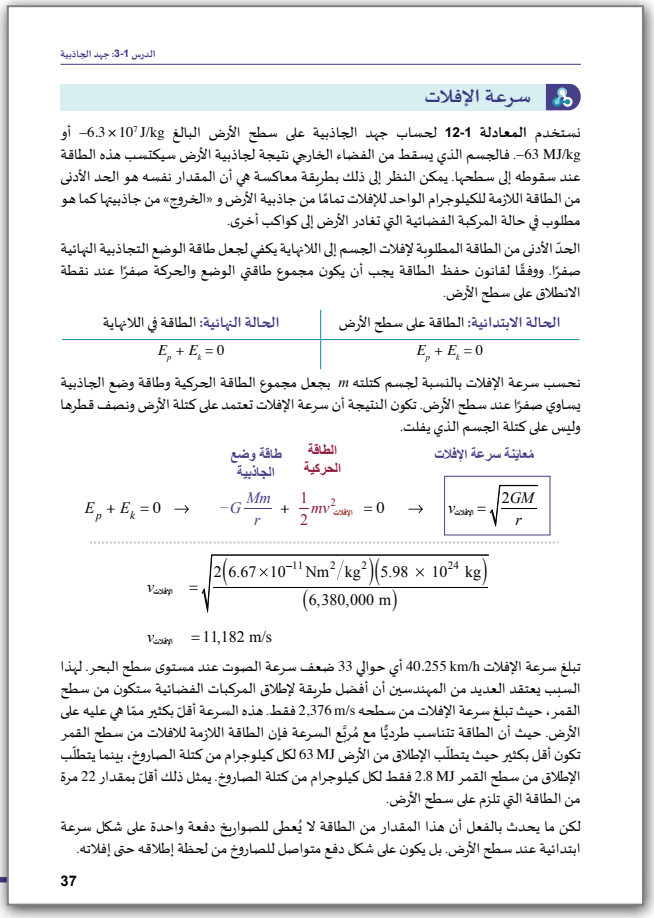
$$= \boxed{-9.4 \times 10^{6}\ \text{J/kg}}$$

36

سرعة الإفلات

1. يُعدّ العمل على حساب سرعة الإفلات تفصيلًا جيدًا. فهو يُوسّع فكرة جهد الجاذبية لتشمل حالة عملية للغاية، ويكون لدى الطلاب أدوات لحلّها.
2. ابدأ بفكرة حفظ الطاقة. ذكّر الطلاب بأنَّ الأجسام، عندما تفقد جزءًا من طاقة الوضع التجاذبية، فإنّ طاقتها الحركية تزداد، ما يسبّب زيادة في سرعتها.
3. باستخدام المفهوم نفسه، يمكننا حساب الحدّ الأدنى من السرعة المطلوبة للإفلات من مجال الجاذبية لكوكب.
4. يتم تحديد سرعة الإفلات بمعرفة أقل قيمة للطاقة الحركية اللازمة لموازنة طاقة الوضع التجاذبية السلبية. فالإفلات يعني الوصول إلى مسافة لا نهائية، والحد الأدنى للطاقة الحركية يعني الوصول إلى مسافة لا نهائية بسرعة صفر، أو طاقة حركية تساوي صفر. تذكّر أن طاقة الوضع التجاذبية تساوي صفرًا عند مسافة لانهائية. أما على سطح الأرض، فإن جهد الجاذبية هو 63- MJ/kg. وفقًا لقانون حفظ الطاقة، وللوصول إلى طاقة كلية صفرية عند مسافة لا نهائية ، يجب أن تكون الطاقة الحركية الإبتدائية لإفلات الجسم 63+ MJ/kg. يمكن حساب سرعة الإفلات بعملية حسابية بسيطة لتحديد السرعة التي تكون عندها الطاقة الحركية: 63 MJ/kg.
5. اسأل الطلاب: لماذا نحتاج إلى معرفة الحدّ الأدنى من الطاقة المطلوبة للإفلات؟

تحتاج المكّوكات الفضائية لكي تفلت من جاذبية الأرض إلى الكثير من الطاقة. ومن المفيد دائمًا معرفة الحدّ الأدنى من الطاقة المطلوبة لتجنّب استخدام موارد أكثر من اللازم.



الدرس 1-3: جهد الجاذبية

سرعة الإفلات

نستخدم **المعادلة 12-1** لحساب جهد الجاذبية على سطح الأرض البالغ -6.3×10^7 J/kg أو 63- MJ/kg. فالجسم الذي يسقط من الفضاء الخارجي نتيجة لجاذبية الأرض سيكتسب هذه الطاقة عند سقوطه إلى سطحها. يمكن النظر إلى ذلك بطريقة معاكسة هي أن المقدار نفسه هو الحد الأدنى من الطاقة اللازمة للكيلوجرام الواحد للإفلات تمامًا من جاذبية الأرض و «الخروج» من جاذبيتها كما هو مطلوب في حالة المركبة الفضائية التي تغادر الأرض إلى كواكب أخرى.

الحدّ الأدنى من الطاقة المطلوبة لإفلات الجسم إلى اللانهاية يكفي لجعل طاقة الوضع التجاذبية النهائية صفرًا. ووفقًا لقانون حفظ الطاقة يجب أن يكون مجموع طاقتي الوضع والحركة صفرًا عند نقطة الانطلاق على سطح الأرض.

الحالة الابتدائية: الطاقة على سطح الأرض	الحالة النهائية: الطاقة في اللانهاية
$E_p + E_k = 0$	$E_p + E_k = 0$

نحسب سرعة الإفلات بالنسبة لجسم كتلته m بجعل مجموع الطاقة الحركية وطاقة وضع الجاذبية يساوي صفرًا عند سطح الأرض. تكون النتيجة أن سرعة الإفلات تعتمد على كتلة الأرض ونصف قطرها وليس على كتلة الجسم الذي يفلت.

معاينة سرعة الإفلات

طاقة وضع الجاذبية — الطاقة الحركية

$$E_p + E_k = 0 \rightarrow -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv_{escape}^2 = 0 \rightarrow \boxed{v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}}$$

$$v_{escape} = \sqrt{\frac{2\left(6.67 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2\right)\left(5.98 \times 10^{24}\ \text{kg}\right)}{(6{,}380{,}000\ \text{m})}}$$

$$v_{escape} = 11{,}182\ \text{m/s}$$

تبلغ سرعة الإفلات 40.255 km/h أي حوالي 33 ضعف سرعة الصوت عند مستوى سطح البحر. لهذا السبب يعتقد العديد من المهندسين أن أفضل طريقة لإطلاق المركبات الفضائية ستكون من سطح القمر، حيث تبلغ سرعة الإفلات من سطحه 2,376 m/s فقط. هذه السرعة أقلّ بكثير ممّا هي عليه على الأرض. حيث أن الطاقة تتناسب طرديًا مع مُربّع السرعة فإن الطاقة اللازمة للافلات من سطح القمر تكون أقل بكثير حيث يتطلّب الإطلاق من الأرض 63 MJ لكل كيلوجرام من كتلة الصاروخ، بينما يتطلّب الإطلاق من سطح القمر 2.8 MJ فقط لكل كيلوجرام من كتلة الصاروخ. يمثل ذلك أقلّ بمقدار 22 مرة من الطاقة التي تلزم على سطح الأرض.

لكن ما يحدث بالفعل أن هذا المقدار من الطاقة لا يُعطى للصواريخ دفعة واحدة على شكل سرعة ابتدائية عند سطح الأرض. بل يكون على شكل دفع متواصل للصاروخ من لحظة إطلاقه حتى إفلاته.

37

نشاط b3-1 جهد الجاذبية

الإجابات/
عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: الوصول إلى الإنترنت أو مكتبة؛ ورق ملصق؛ آلة حاسبة؛ أقلام تخطيط.

يجب أن يُنفَّذ هذا النشاط الجماعي في مجموعات ثنائية، لتحقيق التعاون بين الطلاب. المجموعات الكبيرة ليست ضرورية لهذا البحث، فالمجموعات الصغيرة تحقّق مشاركة جميع الطلاب بالتساوي. أعطِ الطلاب مقدّمة عن الكواكب وأقمارها. اسألهم عن عدد الكواكب التي يظنون أنَّ لها أقمارًا. ثم شجّعهم على الإجابة عن سؤال البحث وجمع البيانات المطلوبة. اطلب إليهم تقديم هذه البيانات على شكل ملصق أو عرض تقديمي.

الأسئلة

a. ماذا نعني بمفردة «قمر»؟

القمر تابع يدور في مجال جاذبية أحد الكواكب وقد يكون قمرا طبيعيا أو اصطناعيا.

b. لمَ لا يمتلك عُطارد والزُّهَرة أقمارًا خاصَّة بهما؟

عطارد والزهرة قريبان جدًا من الشمس. الأجسام القريبة من هذه الكواكب تجذبها الشمس.

c. لمَ في رأيك تمتلك بعض الكواكب أقمارًا أكثر من سواها؟

تؤدّي طاقة الوضع التجاذبية للكوكب دورًا كبيرًا في عدد أقماره، فالكواكب الأكبر حجمًا لها أقمار كثيرة، أمّا الكواكب الأصغر فلها أقمار أقلّ. الكواكب الأقرب من الشمس ليس لها أقمار.

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

نشاط b3-1 جهد الجاذبية

سؤال الاستقصاء	تحليل جهد الجاذبية وطاقة وضع الجاذبية لكوكب.
المواد المطلوبة	الوصول إلى الإنترنت أو مكتبة؛ ورق ملصق؛ آلة حاسبة؛ أقلام تخطيط.

البحث

الخطوات

1. اختر كوكبًا من نظامنا الشمسي غير عطارد أو الزهرة أو الأرض (**الشكل 1-31**).
2. قم بالحسابات لإيجاد جهد الجاذبية على سطح الكوكب.
3. ابحث عن ثلاثة من الأقمار الأقرب إلى الكوكب الذي اخترته. ضمّن بياناتك كتل الأقمار والمسافة بين كل منها ومركز الكوكب.
4. احسب قوة الجاذبية بين كل قمر والكوكب.
5. إذا تحاذت الأقمار والكوكب على خط واحد كم ستكون قوّة الجاذبية ما بين الأقمار؟
6. احسب سرعات الإفلات لكل كوكب. يمكنك التحقّق من صحّة حساباتك. مع ذلك يجب عليك أن تبيّن طريقة حساباتك.
7. احسب طاقات وضع الجاذبية للأقمار بالنسبة إلى الكوكب.
8. احسب الطاقة الحركية لكل قمر بسبب سرعته المدارية حول الكوكب.
9. قارن طاقة الوضع التجاذبية لكل قمر مع الطاقة الحركية المدارية للقمر نفسه، أيُّهما أكبر؟ هل الفرق بينهما كبير جدًا؟ أكثر من 10 مرات مثلًا؟ أم هل هما متقاربان، والفرق بينهما أقلّ من 10 أضعاف؟

الشكل 1-31 نظامنا الشمسي.

الأسئلة

a. ماذا نعني بكلمة قمر؟
b. لمَ لا يمتلك عُطارد والزُّهَرة أقمارًا خاصَّة بهما؟
c. لمَ في رأيك تمتلك بعض الكواكب أقمارًا أكثر من سواها؟

38

تقييم نشاط جهد الجاذبية		العلامة
المحتوى		
يعرض مقدّمة عن الكواكب مع عدد الأقمار التابعة لها. ويذكر أسماء تلك الكواكب وأبعادها وكتلها وأقمارها. كلّ كمية محسوبة بوضوح مع عرض طريقة الحساب. جميع الحسابات صحيحة. وهناك استخدام صحيح للرموز العلمية.		5
المقدّمة مختصرة وليس واضحًا إلى أي من الأقمار يشير الطالب. يذكر أبعاد الكواكب وكتلها وأقمارها بوضوح. يحسب معظم الكميات بشكل صحيح. ومعظم العمل واضح.		3
يذكر أبعاد الكواكب وكتلها وأقمارها. ويحسب بعض الكميات بشكل صحيح، ولكنّ الطريقة غير واضحة.		1
تنظيم البحث		
يقدّم الوصف والحسابات بوضوح وبشكل مفصّل. جميع إشارات التساوي يقع بعضها تحت بعض. يسهل تتبّع العمل والمعادلات مُعَنْوَنة.		5
الحسابات سهلة المتابعة والمعادلات مُعَنْوَنة.		3
الحسابات مُربكة. ومن الصعب معرفة البيانات التي تمّ استخدامها في إجراء الحسابات.		1
العرض التقديمي للبحث		
مرتب ومطبوع ومقروء وغنيّ بالرسومات التوضيحية والجداول والأشكال والرسومات البيانية التي تدعم الأفكار أو الحقائق. لغته ذات قواعد نحوية وإملائية سليمة.		5
مرتّب ومقروء. يشتمل على نصوص مع رسومات توضيحية أو رسومات تخطيطية قليلة أو معدومة. لغته ذات قواعد نحوية وإملائية مقبولة.		3
مكتوب بخط يد سيّء، أو مطبوع بقواعد نحوية ضعيفة وأخطاء إملائية.		1
	المجموع	

تقويم الدّرس 1-3

الإجابات

1. اشرح الفرق بين جهد الجاذبية وطاقة الوضع التجاذبية.

طاقة الوضع التجاذبية هي الشغل المبذول عندما يُنقل جسمٌ ما من اللانهاية إلى نقطة معيّنة. جهد الجاذبية هو الشغل المبذول لكلّ وحدة كتلة عند الانتقال إلى تلك النقطة من اللانهاية.

2. ما مقدار طاقة الوضع التجاذبية لجسم كتلته 60 kg يرتفع 500 km عن سطح الأرض؟

كتلة الجسم، $m = 60\ kg$؛ المسافة من سطح الأرض، $h = 500\ km$؛

طاقة الوضع التجاذبية، $E_P = ?$

بعد الجسم عن سطح الأرض بالأمتار $500 \times 10^3\ m$.

نصف قطر الأرض $6.4 \times 10^6\ m$.

المسافة الكلية للجسم من مركز الأرض: $R + h = 6.4 \times 10^6 + 500 \times 10^3 = 6.9 \times 10^6\ m$

$$E_P = -G\frac{Mm}{r} = -6.667 \times 10^{-11}\frac{(5.98 \times 10^{24})(60)}{6.9 \times 10^6} = -3.5 \times 10^9\ J$$

3. a. احسب طاقة الوضع التجاذبية لجسم كتلته 90 kg على سطح الأرض.

كتلة الجسم ، $m = 90\ kg$؛ اذا افترضنا أن المقصود بالارتفاع في الفرع b هو المسافة من مركز الارض، ونصف قطر الأرض $R = 6.4 \times 10^6\ m$؛

طاقة الوضع التجاذبية، $E_P = ?$

$$E_P = -G\frac{Mm}{r} = -6.667 \times 10^{-11}\frac{(5.98 \times 10^{24})(90)}{6.4 \times 10^6} = -5.6 \times 10^9\ J$$

b. ما طاقة الوضع التجاذبية للجسم الذي كتلته 90 kg عندما يدور في الفضاء على ارتفاع يساوي مِثلَي نصف قطر الأرض؟

كتلة الجسم ، $m = 90\ kg$ ؛ إذا افترضنا أن الارتفاع هو المسافة من مركز الأرض، $2R = 2 \times 6.4 \times 10^6$؛

طاقة الوضع التجاذبية التي يكتسبها الجسم، $\Delta E_P = ?$

تُعطى طاقة الوضع التجاذبية الجديدة عندما تكون الكتلة على ارتفاع $2R$ بالمعادلة:

$$E_P = -G\frac{Mm}{r} = -6.667 \times 10^{-11}\frac{(5.98 \times 10^{24})(90)}{(2 \times 6.4 \times 10^6)} = -2.8 \times 10^9\ J$$

تقويم الدّرس 1-3

الإجابات

4. احسب سرعة الإفلات للمِرّيخ إذا كانت كتلته 6.39×10^{23} kg، ونصف قطره 3,389.5 km.

كتلة المريخ، $M = 6.39 \times 10^{23}$ kg؛ نصف قطر المريخ ، $r = 3.39 \times 10^{6}$ m سرعة الإفلات ، $V_{\text{الإفلات}} = ?$

$$v_{\text{الإفلات}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \times \left(6.667 \times 10^{-11}\right)\left(6.39 \times 10^{23}\right)}{3.39 \times 10^{6}}} = 5013 \text{ m/s}$$

5. ما سرعة الإفلات من الأرض لجسم كتلته 8 kg؟

لا تعتمد سرعة إفلات الجسم على كتلته، بل إنّها تعتمد على كتلة الكوكب ونصف قطره. يمكن حساب سرعة الإفلات من الأرض باستخدام كتلة الأرض، $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg؛ نصف قطر الأرض، $R = 6.38 \times 10^{6}$ m.

$$v_{\text{الإفلات}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times \left(6.667 \times 10^{-11}\right)\left(5.98 \times 10^{24}\right)}{6.38 \times 10^{6}}} = 11{,}182 \text{ m/s}$$

6. ماذا سيحدث لسرعة الإفلات إذا تضاعفت كتلة الجسم الذي يُطلَق؟

لأنَّ سرعة إفلات الجسم لا تعتمد على كتلته، فإنَّ سرعة إفلاته سبتقى كما هي.

7. كتلة الشمس 1.99×10^{30} kg، وكتلة الأرض 5.98×10^{24} kg. إذا كانت المسافة بين الشمس والأرض 150×10^{6} km احسب جهد الجاذبية للأرض بالنسبة إلى الشمس.

كتلة الشمس، $M = 1.99 \times 10^{30}$ kg؛ كتلة الأرض، $m = 5.98 \times 10^{24}$؛

المسافة بين الشمس والأرض، $r = 150 \times 10^{6}$ km

جهد الجاذبية، $V_G = ?$

المسافة بين الشمس والأرض بالأمتار: 150×10^{9} m.

$$V_G = -G\frac{M}{r} = -6.667 \times 10^{-11} \frac{\left(1.99 \times 10^{30}\right)}{\left(150 \times 10^{9}\right)}$$

$$= -8.8 \times 10^{8} \text{ J/kg}$$

تقويم الدّرس 1-3 — الإجابات

8. صاروخ كتلته 200 kg ساكن على سطح كوكب يبلغ جهد الجاذبية على سطحه -50 MJ/kg.

a. احسب طاقة الوضع التجاذبية للصاروخ على سطح الكوكب.

كتلة الصاروخ، $m = 200$ kg؛

جهد الجاذبية ، $V_G = -50$ MJ/kg؛

طاقة الوضع التجاذبية، Ep = ؟

يكون جهد الجاذبية بوحدة J/kg: -50×10^6 J/kg.

$$E_P = m\,V_G = 200\,(-50 \times 10^6) = -1 \times 10^{10}\ \text{J}$$

b. احسب سرعة إفلات الصاروخ.

سرعة الإفلات $v_{\text{الإفلات}}$ = ؟

نحن نعلم أنَّ:

$$v_{\text{الإفلات}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2(-V_G)}$$

والآن، نعوّض في المعادلة لإيجاد سرعة الإفلات

$$v_{\text{الإفلات}} = \sqrt{2(50 \times 10^6)} = 10{,}000\ \text{m/s}$$

9. ابحث في كتلة الشمس ونصف قطرها.

a. ما سرعة الإفلات من الشمس؟

كتلة الشمس 1.99×10^{30} kg.

نصف قطر الشمس 696.34×10^6 m.

حساب سرعة الإفلات:

$$v_{\text{الإفلات}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2\left(6.667 \times 10^{-11}\right)\left(1.99 \times 10^{30}\right)}{696.34 \times 10^6}} = 6.17 \times 10^5\ \text{m}$$

b. استخدم معادلة سرعة الإفلات، كي تحسب الكتلة المطلوبة للشمس حتى تصبح ثقبًا أسود شرط ألّا يتغيَّر نصف قطرها. سرعة الضوء 3×10^8 m/s.

لكي تكون الشمس ثقبًا أسود ، فإن سرعة الإفلات تساوي سرعة الضوء.

سرعة الإفلات، $v_{\text{الإفلات}} = 3 \times 10^8$ m/s؛ نصف قطر الشمس = 696.34×10^6 m؛

كتلة الشمس = ؟

$$M = \frac{v^2 R}{2G} = \frac{\left(3 \times 10^8\right)^2 \left(696.34 \times 10^6\right)}{2\left(6.667 \times 10^{-11}\right)} = 4.7 \times 10^{35}\ \text{kg}$$

إعادة تدريس

1. راجع الفرق بين جهد الجاذبية وطاقة الوضع التجاذبية.
2. اكتب معادلة جهد الجاذبية وفق الصيغة، $V_G = E_P / m$.
3. اكتب معادلة طاقة الوضع التجاذبية وفق الصيغة، $E_P = m V_G$.
4. كلّف الطلاب حساب طاقة الوضع التجاذبية لجسم كتلته 30 kg على سطح ثلاثة كواكب غير الأرض والمريخ.
5. يجب على الطلاب بعد ذلك حساب جهد الجاذبية على سطح كلّ كوكب وجهد الجاذبية على بعد 10,000 km من سطح كلّ كوكب.

إثراء

1. لإثراء تعلّم الطلاب اطلب إليهم حساب جهد الجاذبية على سطح الشمس.
2. ذكّر الطلاب بأن الكتلة × جهد الجاذبية يساوي طاقة الوضع التجاذبية، كلّف الطلاب حساب طاقة الوضع التجاذبية للشمس. سيحتاجون إلى استخدام كتلة الشمس.
3. ناقش مع الطلاب ما يلي: كيف تساعدنا هذه المعلومات في حساب المدّة التي يمكن للشمس أن تستمرّ في الإشعاع؟
4. حتى يدرك الطلاب مقدار الطاقة الهائلة التي تبعثها الشمس في كل ثانية وهي 10^{26} جول، ذكرهم بالفرضيات القديمة التي قدرت عمر الشمس بانه حوالي 5500 سنة، وبافتراض أنها تتكون من وقود عادي، ثم أخبرهم بأن كتلة الشمس لا تكفي لعمر 3000 سنة. وأن هذه النتيجة غير منطقية.
5. اطلب إلى الطلاب مناقشة استنتاج اللورد كلفن، أن مصدر طاقة الشمس، هو الطاقة الناتجة عن انكماش الغاز إلى داخلها تحت تأثير جاذبيتها، ثم اطلب منهم توقع عمر الشمس بناء على هذه الفرضية. ومقارنة ذلك بالفرضيات القديمة.
6. اطلب من الطلاب البحث في أنواع التفاعلات النووية التي تحدث في الشمس، وهي الاندماج النووي، ومعرفة مصدر الطاقة في هذه التفاعلات، وكلفهم بالبحث عن العمر المتوقع للشمس. ثم اطلب منهم تحديد موقفهم بالنسبة للفرضيات جميعها.

الدرس 4-1
الحركة المدارية

مصادر تعلّم الدرس

الموضوع / الوقت	المحتوى	موارد كتاب الطالب	موارد دليل المعلم
مقدّمة الدرس 1 حصّة	شرح ونشاط	الصفحتان 40، 41	الصفحة 50
قوانين كبلر $\frac{1}{2}$ حصّة	شرح، معادلات ومثال	الصفحتان 42، 43	الصفحة 51
الحركة المدارية 1 حصّة	تعريف، شرح، ومثال	الصفحتان 44، 45	الصفحة 52
الطاقة الحركية والحركة المدارية $\frac{1}{2}$ حصّة	شرح واشتقاق	الصفحة 46	الصفحة 53
تطبيقات قوانين كبلر $\frac{1}{2}$ حصّة	شرح	الصفحة 47	الصفحة 53
استكشاف المدارات 1 حصة	استقصاء الطالب	الصفحة 48	الصفحة 54 ورقة عمل 4-1

الزمن المقترح للدرس

يحتاج هذا الدرس إلى 5 حصص دراسية تتضمَّن نشاطًا عمليًا (4-1)، إضافةً إلى أفكار حول الأنشطة ونقاشات مع الطلاب.

الأنشطة	مواد من أجل النشاط
4-1 استكشاف المدارات	محاكاة تفاعلية كما في الكتاب التفاعلي

مخرجات التعلّم

P1202.4 يربط قوة الجاذبية بالتسارع المركزي الذي تسببه، مع إشارة خاصة إلى مدارات الأقمار الاصطناعية التابعة للأرض.

المعرفة السابقة

يجب أن يكون الطلاب على معرفة بقوة الجاذبية والقوة المركزية.

المفردات

قوانين كبلر لحركة الكواكب	Kepler's laws of planetary motion
الزمن الدوريّ المداري	Orbital period
متزامن مع الأرض	Geosynchronous
ثابت بالنسبة إلى الأرض	Geostationary
مدار قطبي	Polar orbit

افتتاحية الدرس

1. يطوّر تفسير مدفع نيوتن فهمًا جيدًا لسبب دوران الأجسام في مدارات. اسأل الطلاب: ماذا سيحدث إذا أُطلقت كرة المدفع من على قمة جبل شاهق؟
   ستسقط كرة المدفع نحو الأرض.
2. ماذا سيحدث إذا أُطلقت كرة المدفع بسرعة أكبر ؟
   ستسقط كرة المدفع على مسافة أبعد.
3. اشرح الحقيقة الآتية: إن الاستمرار في زيادة سرعة كرة المدفع قد يصل بالكرة إلى سرعة تجعلها تدور حول الأرض.
4. بعد تطوير فهم المدارات، كلّف الطلاب تدوير خيط مربوط بسدّادة فلين حول رؤوسهم وحساب سرعة دورانها بقياس زمن الدورات.
5. يجب على الطلاب بعد ذلك دراسة الاختلاف في السرعة إذا كان الخيط طويلًا أم قصيرًا. يمثّل الخيط هنا نصف قطر المدار. فهل نحتاج لسرعة أكبر عندما يكون نصف القطر أكبر؟

الدرس 4-1
الحركة المدارية
Orbital Motion

أُطلق إلى الفضاء حوالي 8,378 قمرًا اصطناعيًا. أمّا القمر الاصطناعي الذي يعرفه الجميع فهو محطّة الفضاء الدولية (ISS)، الهيكل الأكبر لمشروع أرسله البشر إلى الفضاء بتعاون 15 دولة في العالم.

تدور محطة الفضاء الدولية حول الأرض على ارتفاع 400 km من سطحها. وتكمل دورةً واحدةً كل 92 دقيقة أي تكمل 15.5 دورةً حول الأرض في يوم واحد. من المتوقّع أن تستمرّ هذه المحطة في عملها حتى العام 2030.

الشكل 1-32 محطّة الفضاء الدولية.

كان الغرض الأساسي من محطّة الفضاء الدولية أن تعمل كمُختبر وقاعدة للمُهمّات المختلفة إلى القمر والمرّيخ. رغم عدم تحقيق المحطة لجميع تلك الأغراض، لا تزال تُستخدم كمختبر للبحوث حيث يقوم روّاد الفضاء والعلماء باختبارات في مجالات متعدّدة تشمل علوم الأحياء والفيزياء وعلم الفلك والأرصاد الجوية وسواها من المجالات. استخدم روّاد الفضاء والعلماء في الآونة الأخيرة محطّة الفضاء الدولية لدراسة تكيُّف جسم الإنسان للعيش والعمل في الفضاء. تُعدّ هذه الدراسة مفيدة للغاية حيث تستعدّ ناسا لإرسال روّاد فضاء لفترات أطول في مُهمّات تستهدف القمر والمرّيخ.

مخرجات التّعلُّم

P1202.4 يربط قوة الجاذبية بالتسارع المركزي الذي تسببه، مع إشارة خاصة إلى مدارات الأقمار الاصطناعية التابعة للأرض.

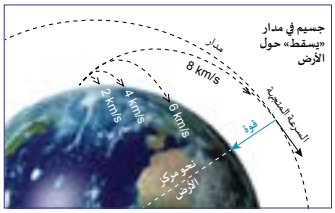
المفردات

قوانين كبلر لحركة الكواكب Kepler's laws of planetary motion	
Orbital period	الزمن الدوري المداري
Geosynchronous	متزامن مع الأرض
Geostationary	ثابت بالنسبة إلى الأرض
Polar orbit	مدار قطبي

40

كيف تعمل المدارات؟

ألّف العالِم إسحاق نيوتن أحد كتبه عن تجربة خيالية لكُرة مدفع. طلب نيوتن من القرّاء أن يتخيّلوا مدفعًا يُطلق كُرة من جبل مُرتفع جدًّا (**الشكل 1-33**). من الواضح أن كرة المدفع بعد أقصى ارتفاع تتسارع للأسفل وتسقط نحو الأرض. لكن ماذا سيحدث عندما تصبح كرة المدفع أسرع وأسرع؟ ستكون سرعة كرة المدفع في النهاية كبيرة بما يكفي لتكون متزامنة باستمرار مع سرعة سطح الأرض المنحني. إذا أُطلقت كرة المدفع بسرعة كافية فإنّها ستسقط في دائرة مُستمرّة حول الأرض إلى الأبد. وصف نيوتن هذا المسار بأنه «مدار».



الشكل 1-33 نموذج لسقوط كُرة مدفع تُطلق سرعات مختلفة وتسير بدون احتكاك.

استخدم نيوتن هذه التجربة ليشرح سبب دوران القمر حول الأرض. استنتج نيوتن الآتي: عندما يُطلق جسم ما بسرعة كبيرة فسوف يدور حول الأرض على ارتفاع عالٍ. افترض الأمر الآتي: إذا كانت السرعة كبيرة بما يكفي فإن الجسم سيغادر مجال جاذبية الأرض أيضًا. تُسمّى هذه السرعة بسرعة الإفلات.

لا تقتصر علاقة نيوتن الخاصة بالسرعة والمسارات على الأقمار الاصطناعية فحسب، بل تنطبق على أي جسم يتحرّك في مجال الجاذبية سواءً كان قمرًا أو مركبة فضائية أو حتّى دوران الأرض حول الشمس. أي جسم يُطلق بسرعة تقل عن 11182 m/s سيعود إلى الأرض. وبالمقارنة، تكون السرعة المدارية لمحطة الفضاء الدولية 7,660 m/s.

اكتشفْ

1. خذ جسمًا صغيرًا مربوطًا بخيط. وحاول تدويره حول رأسك ببطء شديد. قدّر سرعة دورانه من خلال قياس زمن 10 دورات.
2. زِدْ سرعته تدريجيًّا حتى يدور الجسم حول يدك.
3. كرّر الخطوتين 1 و 2 لكن باستخدم خيط أطول.
4. هل تحتاج إلى سرعة أكبر لجعل الجسم يدور في «مدار» بالخيط الأطول مقارنة بالخيط الأقصر؟
5. كرّر الخطوتين 1 و 2 باستخدام خيط أقصر.

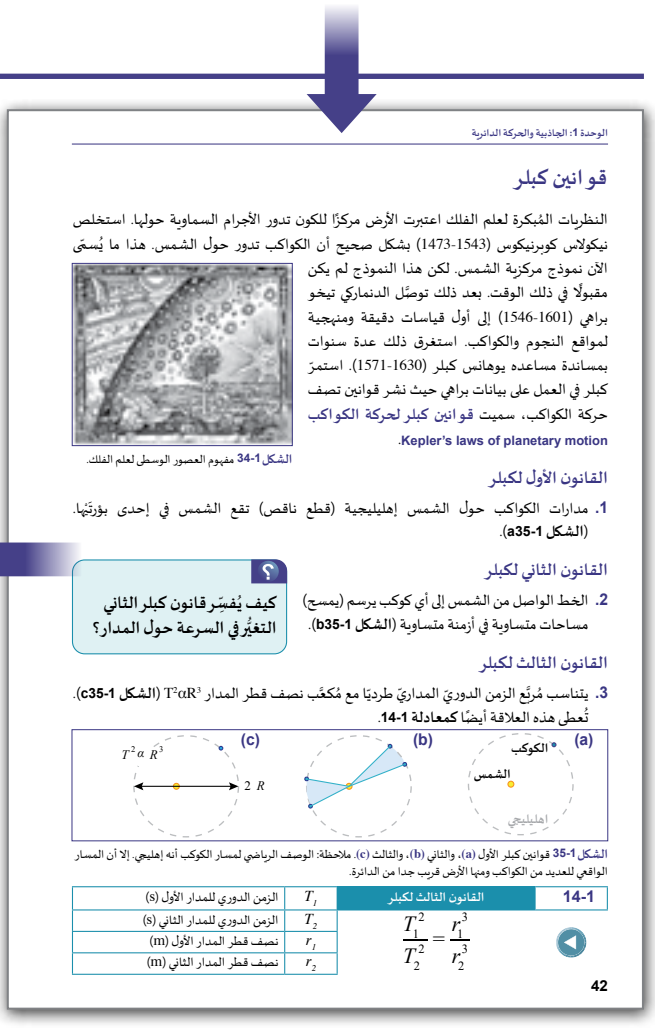
41

قوانين كبلر

1. قدّم للطلاب عرضًا موجزا عن النظريات المبكرة في علم الفلك. يساعد العرض التاريخي الطلاب على فهم تطوّر النظريات العلمية.
2. اذكر نصوص قوانين كبلر الثلاثة واشرحها باستخدام الرسومات البيانية. يدرك الطلاب أنّ الكواكب لا تدور حول الشمس في مسارات دائرية، ولكنْ في مسارات إهليليجية (قطع ناقص). تأكّد من فهم الطلاب بأن السبب الرئيس للمسار الإهليليجي هو أنَّ الشمس ليست في المركز.
3. اشرح القانون الثاني لكبلر برسم مثلّثات مختلفة في القطع الناقص. كلّف الطلاب أن يلاحظوا أنه، إذا كانت مساحات المثلّثات متساوية، فإنّ الزمن المستغرق في قطع كلّ منها يكون متساويًا. اسأل الطلاب: كيف يفسّر القانون الثاني لكبلر التغيّر في السرعة حول المدار؟

يفيد القانون الثاني لكبلر أن الكواكب لا تدور دائمًا بالسرعة نفسها، فالكواكب تكون أسرع عندما تكون أقرب إلى الشمس.

4. اذكر نصّ العلاقة بين الزمن الدوريّ ونصف القطر كما هو مبيّن في القانون الثالث لكبلر، واستخدم المعادلة لحلّ بعض الأمثلة.



الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

قوانين كبلر

النظريات المُبكرة لعلم الفلك اعتبرت الأرض مركزًا للكون تدور الأجرام السماوية حولها. استخلص نيكولاس كوبرنيكوس (1543-1473) بشكل صحيح أن الكواكب تدور حول الشمس. هذا ما يُسمّى الآن نموذج مركزية الشمس. لكن هذا النموذج لم يكن مقبولًا في ذلك الوقت. بعد ذلك توصّل الدنماركي تيخو براهي (1601-1546) إلى أول قياسات دقيقة ومنهجية لمواقع النجوم والكواكب. استغرق ذلك عدة سنوات بمساندة مساعده يوهانس كبلر (1630-1571). استمرّ كبلر في العمل على بيانات براهي حيث نشر قوانين تصف حركة الكواكب، سميت **قوانين كبلر لحركة الكواكب Kepler's laws of planetary motion**.

الشكل 1-34 مفهوم العصور الوسطى لعلم الفلك.

القانون الأول لكبلر

1. مدارات الكواكب حول الشمس إهليليجية (قطع ناقص) تقع الشمس في إحدى بؤرتَيْها. (الشكل 1-35a).

القانون الثاني لكبلر

2. الخط الواصل من الشمس إلى أي كوكب يرسم (يمسح) مساحات متساوية في أزمنة متساوية (الشكل 1-35b).

كيف يُفسِّر قانون كبلر الثاني التغيُّر في السرعة حول المدار؟

القانون الثالث لكبلر

3. يتناسب مُربَّع الزمن الدوريّ المداريّ طرديًا مع مُكعَّب نصف قطر المدار $T^2 \alpha R^3$ (الشكل 1-35c). تُعطى هذه العلاقة أيضًا كمعادلة 1-14.

الشكل 1-35 قوانين كبلر الأول (a)، والثاني (b)، والثالث (c). ملاحظة: الوصف الرياضي لمسار الكوكب أنه إهليجي. إلا أن المسار الواقعي للعديد من الكواكب ومنها الأرض قريب جدا من الدائرة.

14-1 القانون الثالث لكبلر		
$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$	T_1	الزمن الدوري للمدار الأول (s)
	T_2	الزمن الدوري للمدار الثاني (s)
	r_1	نصف قطر المدار الأول (m)
	r_2	نصف قطر المدار الثاني (m)

مثال 13

يدور قمر اصطناعي حول الأرض على ارتفاع 20,000 km فوق سطح الأرض. احسب الزمن الدوريّ المداريّ للقمر الاصطناعي إذا علمت أن القمر يدور حول الأرض دورة خلال 27.3 يومًا وبعد عن مركز الأرض مسافة 3.84×10^8 m.

المطلوب: الزمن الدوريّ المداريّ للقمر الإصطناعي T_2

المُعطى: الزمن الدوريّ المداريّ للقمر 27.3 يومًا $T_1 =$

نصف قطر مدار القمر $r_1 = 3.84 \times 10^8$ m

ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض $h = 20{,}000$ km؛

العلاقات: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3}$

الحل: نحتاج في حل المثال إلى تحويل الزمن الدوريّ المداريّ للقمر إلى ثوان:

$$T_1 = 27.3 \text{ days} \times \frac{24 \text{ hr}}{1 \text{ day}} \times \frac{3{,}600 \text{ s}}{1 \text{ hr}} = 2.4 \times 10^6 \text{ s}$$

يبلغ ارتفاع القمر الاصطناعي بالأمتار 20×10^6 m يُحسب نصف قطر مدار القمر الاصطناعي بإضافة ارتفاع القمر الاصطناعي إلى نصف قطر الأرض.

$$r_2 = (20 \times 10^6) + (6.4 \times 10^6) = 26.4 \times 10^6 \text{ m}$$

باستخدام قانون كبلر الثالث وحساب الزمن الدوريّ المداريّ نحصل على:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \Rightarrow T_2^2 = T_1^2 \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$$

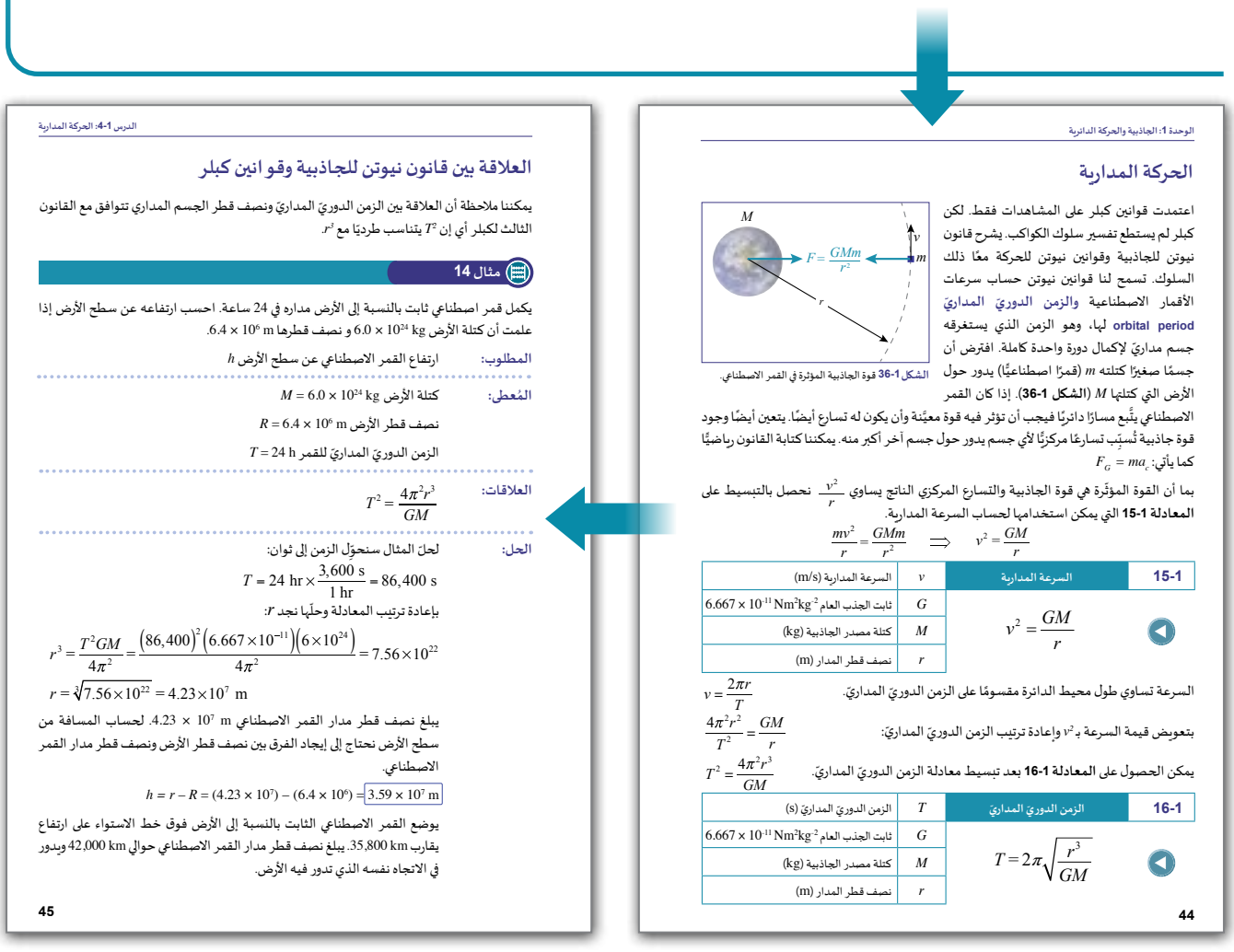
$$T_2 = T_1 \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{3/2} = 2.4 \times 10^6 \left(\frac{26.4 \times 10^6}{3.84 \times 10^8}\right)^{3/2} = \boxed{43{,}263 \text{ s}}$$

الزمن الدوريّ المداريّ للقمر الاصطناعي الذي يرتفع 20,000 km فوق سطح الأرض هو 43,263 s أو 12 h.

يبلغ ارتفاع القمر الاصطناعي GPS (نظام تحديد المواقع العالمي) 20,000 km ويُكمل حوالي دورتين حول الأرض يوميًا.

الحركة المدارية

1. اطرح على الطلاب سؤالين:
   a. عندما يتحرّك الجسم في مدار، فما القوة التي تمنعه من الإفلات؟
   قوة الجاذبية بينه وبين جسم آخر تمنعه من الإفلات.
   b. ما القوة التي تسمح للجسم بالتحرّك في مدار دائري؟
   وجود قوة مركزية يؤكّد حركة الجسم فعليًا في مدار دائري.
2. ذكّر الطلاب بأنَّ قوة الجاذبية يجب أن تكون هي القوة المركزية التي تمكّن الجسم من الحركة في مسار دائري.
3. ساوِ بين كتابة المعادلتين لحساب سرعة الجسم في المسار الدائري.
4. ذكّر الطلاب بأن السرعة تساوي المسافة مقسومة على الزمن. والمسافة في هذه الحالة هي $2\pi r$، والزمن المستغرق يساوي الزمن الدوريّ. وبالتالي، يمكن للطلاب أن يحلّوا المعادلة لحساب الزمن الدوريّ الذي يحتاج إليه الجسم لإكمال دورته.
5. كلّف الطلاب أن يبرهنوا أن المعادلة الجديدة، $T^2 \propto r^3$ ، هي العلاقة نفسها التي يصفها القانون الثالث لكبلر.



الحركة المدارية

اعتمدت قوانين كبلر على المشاهدات فقط. لكن كبلر لم يستطع تفسير سلوك الكواكب. يشرح قانون نيوتن للجاذبية وقوانين نيوتن للحركة معًا ذلك السلوك. تسمح لنا قوانين نيوتن حساب سرعات الأقمار الاصطناعية **والزمن الدوريّ المداريّ orbital period** لها، وهو الزمن الذي يستغرقه جسم مداريّ لإكمال دورة واحدة كاملة. افترض أن جسمًا صغيرًا كتلته m (قمرًا اصطناعيًا) يدور حول الأرض التي كتلتها M (**الشكل 1-36**). إذا كان القمر الاصطناعي يتّبع مسارًا دائريًا فيجب أن تؤثر فيه قوة معيّنة وأن يكون له تسارع أيضًا. يتعين أيضًا وجود قوة جاذبية تُسبّب تسارعًا مركزيًا لأي جسم يدور حول جسم آخر أكبر منه. يمكننا كتابة القانون رياضيًا كما يأتي: $F_G = ma_c$

الشكل 1-36 قوة الجاذبية المؤثرة في القمر الاصطناعي.

بما أن القوة المؤثّرة هي قوة الجاذبية والتسارع المركزي الناتج يساوي $\frac{v^2}{r}$ نحصل بالتبسيط على **المعادلة 1-15** التي يمكن استخدامها لحساب السرعة المدارية.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

15-1 السرعة المدارية

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

v	السرعة المدارية (m/s)
G	ثابت الجذب العام $6.667 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$
M	كتلة مصدر الجاذبية (kg)
r	نصف قطر المدار (m)

السرعة تساوي طول محيط الدائرة مقسومًا على الزمن الدوريّ المداريّ. $v = \frac{2\pi r}{T}$

بتعويض قيمة السرعة بـ v^2 وإعادة ترتيب الزمن الدوريّ المداريّ: $\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r}$

يمكن الحصول على **المعادلة 1-16** بعد تبسيط معادلة الزمن الدوريّ المداريّ. $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$

16-1 الزمن الدوريّ المداريّ

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

T	الزمن الدوريّ المداريّ (s)
G	ثابت الجذب العام $6.667 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2kg^{-2}}$
M	كتلة مصدر الجاذبية (kg)
r	نصف قطر المدار (m)

العلاقة بين قانون نيوتن للجاذبية وقوانين كبلر

يمكننا ملاحظة أن العلاقة بين الزمن الدوريّ المداريّ ونصف قطر الجسم المداري تتوافق مع القانون الثالث لكبلر أي إن T^2 يتناسب طرديًا مع r^3.

مثال 14

يكمل قمر اصطناعي ثابت بالنسبة إلى الأرض مداره في 24 ساعة. احسب ارتفاعه عن سطح الأرض إذا علمت أن كتلة الأرض 6.0×10^{24} kg و نصف قطرها 6.4×10^{6} m.

المطلوب: ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض h

المُعطى:
كتلة الأرض $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg
نصف قطر الأرض $R = 6.4 \times 10^{6}$ m
الزمن الدوريّ المداريّ للقمر $T = 24$ h

العلاقات: $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$

الحل: لحل المثال سنحوّل الزمن إلى ثوان:

$$T = 24\ \mathrm{hr} \times \frac{3{,}600\ \mathrm{s}}{1\ \mathrm{hr}} = 86{,}400\ \mathrm{s}$$

بإعادة ترتيب المعادلة وحلّها نجد r:

$$r^3 = \frac{T^2 GM}{4\pi^2} = \frac{(86{,}400)^2 (6.667 \times 10^{-11})(6 \times 10^{24})}{4\pi^2} = 7.56 \times 10^{22}$$

$$r = \sqrt[3]{7.56 \times 10^{22}} = 4.23 \times 10^{7}\ \mathrm{m}$$

يبلغ نصف قطر مدار القمر الاصطناعي 4.23×10^{7} m. لحساب المسافة من سطح الأرض نحتاج إلى إيجاد الفرق بين نصف قطر الأرض ونصف قطر مدار القمر الاصطناعي.

$$h = r - R = (4.23 \times 10^{7}) - (6.4 \times 10^{6}) = \boxed{3.59 \times 10^{7}\ \mathrm{m}}$$

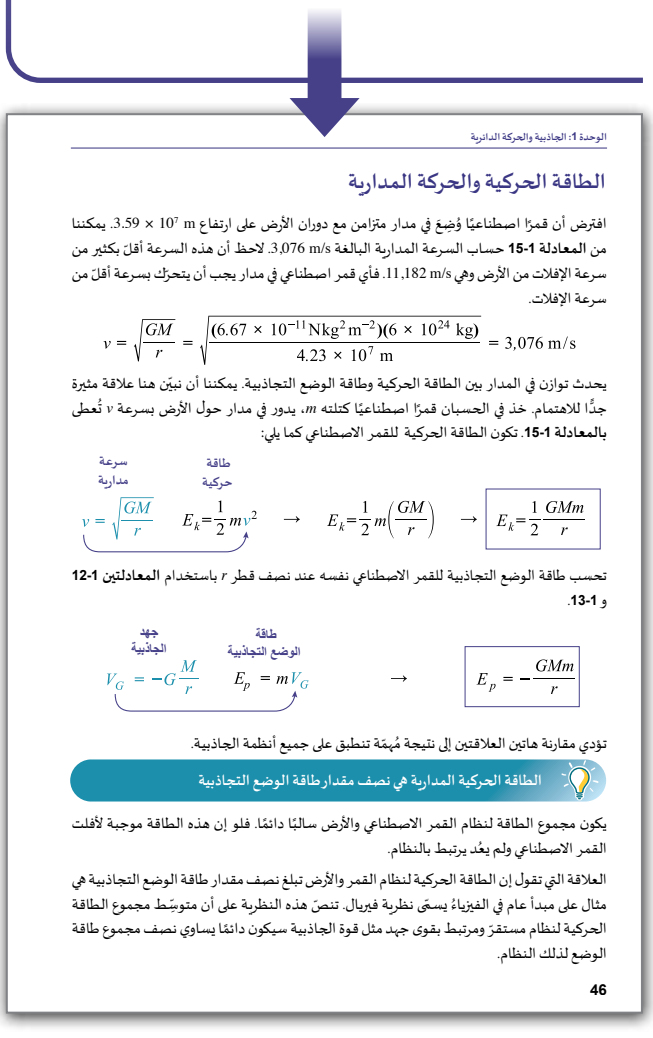
يوضع القمر الاصطناعي الثابت بالنسبة إلى الأرض فوق خط الاستواء على ارتفاع يقارب 35,800 km. يبلغ نصف قطر مدار القمر الاصطناعي حوالي 42,000 km ويدور في الاتجاه نفسه الذي تدور فيه الأرض.

الطاقة الحركية والحركة المدارية

1. استخدم معادلة السرعة وعوِّضها في معادلة الطاقة الحركية.
2. يفيد ذلك أن الطاقة الحركية لجسم يتحرّك في مدارٍ تساوي نصف طاقة وضعه التجاذبية.
3. يصحّ ذلك بالنسبة إلى أيّ نظام مستقرّ.
4. كلّف الطلاب، باستخدام أمثلة مختلفة عن تلك التي تمّت تغطيتها، حساب كلٍّ من سرعة جسم يتحرّك في مدار، ثم حساب طاقته الحركية، ثم طاقة وضعه التجاذبية. هل $E_P = 2E_K$ ؟

تطبيقات قوانين كبلر

1. نستخدم قوانين كبلر لحساب المسافة المطلوبة لقمر اصطناعي ليكمل دورة في زمن دوريّ معين.
2. الغرض من القمر الاصطناعي يُحدّد الزمن الدوريّ للمدار الذي يجب أن يدور فيه. وباستخدام الزمن الدوريّ، يتمّ حساب نصف القطر. وإذا كان نصف القطر معروفًا، فإن بالإمكان حساب السرعة المدارية أيضًا.
3. راجع الأنواع الثلاثة المختلفة للمدارات، وكلّف الطلّاب أن يشرحوا نوعًا واحدًا من المدارات لزملائهم في الصفّ. ويجب على زملائهم أن يشرحوا لهم نوعًا آخر مختلفًا من المدارات.



الطاقة الحركية والحركة المدارية

افترض أن قمرًا اصطناعيًا وُضِعَ في مدار متزامن مع دوران الأرض على ارتفاع 3.59×10^7 m. يمكننا من **المعادلة 1-15** حساب السرعة المدارية البالغة 3,076 m/s. لاحظ أن هذه السرعة أقلّ بكثير من سرعة الإفلات من الأرض وهي 11,182 m/s. فأي قمر اصطناعي في مدار يجب أن يتحرّك بسرعة أقلّ من سرعة الإفلات.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N kg^2 m^{-2}})(6 \times 10^{24}\,\mathrm{kg})}{4.23 \times 10^7\,\mathrm{m}}} = 3{,}076\ \mathrm{m/s}$$

يحدث توازن في المدار بين الطاقة الحركية وطاقة الوضع التجاذبية. يمكننا أن نبيّن هنا علاقة مثيرة جدًّا للاهتمام. خذ في الحسبان قمرًا اصطناعيًا كتلته m، يدور في مدار حول الأرض بسرعة v تُعطى بالمعادلة **1-15**. تكون الطاقة الحركية للقمر الاصطناعي كما يلي:

سرعة مدارية: $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ — طاقة حركية: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$$\rightarrow \quad E_k = \frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{r}\right) \quad \rightarrow \quad \boxed{E_k = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r}}$$

تحسب طاقة الوضع التجاذبية للقمر الاصطناعي نفسه عند نصف قطر r باستخدام **المعادلتين 1-12** و **1-13**.

طاقة الوضع التجاذبية: $E_p = mV_G$ — جهد الجاذبية: $V_G = -G\frac{M}{r}$

$$\rightarrow \quad \boxed{E_p = -\frac{GMm}{r}}$$

تؤدي مقارنة هاتين العلاقتين إلى نتيجة مُهِمّة تنطبق على جميع أنظمة الجاذبية.

الطاقة الحركية المدارية هي نصف مقدار طاقة الوضع التجاذبية

يكون مجموع الطاقة لنظام القمر الاصطناعي والأرض سالبًا دائمًا. فلو إن هذه الطاقة موجبة لأفلت القمر الاصطناعي ولم يعُد يرتبط بالنظام.

العلاقة التي تقول إن الطاقة الحركية لنظام القمر والأرض تبلغ نصف مقدار طاقة الوضع التجاذبية هي مثال على مبدأ عام في الفيزياء يسمّى نظرية فيريال. تنصّ هذه النظرية على أن متوسّط مجموع الطاقة الحركية لنظام مستقرّ ومرتبط بقوى جهد مثل قوة الجاذبية سيكون دائمًا يساوي نصف مجموع طاقة الوضع لذلك النظام.

تطبيقات قوانين كبلر

بفضل قوانين كبلر ونيوتن يوجد أكثر من 2,000 قمر اصطناعي تدور حاليًا حول الأرض. فقد جعلت قوانين كبلر ونيوتن حساب الزمن الدوريّ المداريّ وحساب نصف القطر المطلوب لدوران أقمار اصطناعية مُحدّدة أمرًا ممكنًا. كما أصبح بالإمكان تعريف الأقمار الاصطناعية باستخدام الزمن الدوريّ المداريّ لها أو مواقع مداراتها.

الأقمار الاصطناعية المُتزامِنة مع الأرض

تُسمّى الأقمار الاصطناعية التي تدور في مدار حول الأرض وتكمل دوراتها خلال 24 ساعة **بالأقمار الاصطناعية المُتزامِنة مع الأرض Geosynchronous satellites**. فالزمن الدوريّ المداريّ للقمر الاصطناعي الذي يستغرقه دورانه حول الأرض والزمن الدوريّ المداريّ لإكمال الأرض دورة واحدة حول نفسها متساويان. فإذا رُصد قمر اصطناعي متزامن مع الأرض عند ظهر اليوم فسوف يتم رصده مرة أخرى من المكان نفسه على الأرض ظهر يوم الغد. يمكن أن يكون لهذه الأقمار الإصطناعية مدارات مختلفة كما هو مبيّن في (**الشكل 1-37a**). للأقمار الإصطناعية المتزامنة مع الأرض العديد من الاستخدامات كالاتصالات ودراسة مسارات الأعاصير والعواصف.

الأقمار الإصطناعية الثابتة بالنسبة إلى الأرض

تبدو **الأقمار الاصطناعية الثابتة بالنسبة إلى الأرض Geosynchronous satellites** مثبتة عند نقطة واحدة فوق سطح الأرض لتحقيق ذلك يدور القمر الاصطناعي حول مركز الأرض فوق خط الاستواء (**الشكل 1-37b**). تعدّ الأقمار الاصطناعية الثابتة بالنسبة إلى الأرض مثالًا آخر على الأقمار الاصطناعية المتزامنة مع الأرض لأن الزمن الدوريّ المداريّ لإكمال دورة واحدة للقمر هو الزمن الدوريّ المداريّ لدوران الأرض نفسه.

المدار القطبي

يدور القمر الاصطناعي كذلك في **مدار قطبي Polar orbit** فوق القطبين. تُستخدم الأقمار الاصطناعية القطبية للحصول على تغطية على طول خط البصر لنصفَي الكرة الأرضية الشمالي والجنوبي . يبيّن (**الشكل 1-37c**) واحدًا من المدارات القطبية الممكنة. تُستخدم الأقمار الاصطناعية القطبية البحثية لقياس تركيز الأوزون في طبقة الستراتوسفير ودرجة الحرارة في الغلاف الجوي.

الشكل 1-37 (a) المدارات المتزامنة مع الأرض، (b) المدار الثابت بالنسبة للأرض، (c) المدار القطبي.

نشاط 4-1 استكشاف المدارات

الإجابات/
عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: محاكاة تفاعلية كما في الكتاب التفاعلي.

يستخدم الطلاب محاكاة تفاعلية لاستكشاف مدارات الكواكب في نظامنا الشمسي، بدءًا من الأرض، ويحدِّدون السرعة المدارية ونصف القطر المداريّ لجميع الكواكب. ويرسمون بياناتهم بيانيًّا لفهم العلاقة بين هذه المتغيّرات. يُحدِّد الطلاب في الجزء 2 من الاستقصاء السرعة اللازمة لإنشاء مدار للانتقال من الأرض إلى المريخ.

الكوكب	v_{max} (km/s)	v_{min} (km/s)	متوسط البعد عن الشمس (m)
عطارد	59.2	38.3	5.79×10^{10}
الزهرة	35.3	34.7	10.8×10^{10}
الأرض	30.35	29.1	15.0×10^{10}
المريخ	26.5	22.0	22.8×10^{10}
المشتري	13.7	12.5	77.9×10^{10}
زحل	10.2	9.03	143×10^{10}
أورانوس	7.10	6.5	288×10^{10}
نبتون	5.49	5.37	450×10^{10}

الجزء 2:

السرعة الابتدائية v_t : 33,750 m/s

الوحدة 1: الجاذبية والحركة الدائرية

نشاط 4-1 استكشاف المدارات

سؤال الاستقصاء	كيف ترتبط السرعة بنصف القطر المداري للكوكب؟ كيف تُرسِل قمرًا اصطناعيًّا من الأرض إلى مدار في كوكب آخر؟
المواد المطلوبة	محاكاة تفاعلية كما في الكتاب التفاعلي.

خطوات التجربة

الجزء الأول: السرعات المدارية للكواكب

1. استخدم حاسوبك وانقر على المحاكاة التفاعلية في الموارد الإلكترونية لإجراء الاستقصاء. اختر «الأرض».
2. غيّر السرعة المدارية v لإيجاد أفضل تطابق مع مدار الأرض الحقيقي. سجّل الحدَّين الأدنى والأقصى لسرعة الأرض ومتوسّط بُعدِها عن الشمس.
3. كرّر التجربة للكواكب السبعة الأخرى.

الشكل 1-38 استخدام المحاكاة التفاعلية.

الجزء الثاني: نقل المدارات

1. اختر من المحاكاة التفاعلية «الأرض».
2. حدّد السرعة الابتدائية اللازمة لدفع قمر اصطناعي انطلاقًا من مدار الأرض إلى أن يصل إلى مدار المرّيخ.

الشكل 1-39 نقل المدارات إلى المريخ.

48

نشاط 4-1 استكشاف المدارات

الإجابات/
عيّنة بيانات

الأسئلة

a. باستخدام نتائج المحاكاة، كيف تتغيّر السرعة المدارية بتغيّر البعد عن الشمس؟

تنخفض السرعة المدارية مع البعد عن الشمس. وعند المسافات البعيدة عن الشمس، حيث يكون مجال الجاذبية أضعف، يمكن للشمس فقط أن تُبقي الأجسام في مدارات ذات سرعة مماسيّة أقلّ. كلّ جسم ذي سرعة مماسيّة عالية سيفلت من جذب الشمس ويغادر النظام الشمسي.

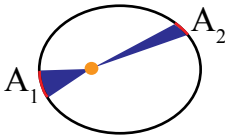
b. قارن بين متوسط السرعة المدارية للأرض (من الجزء 1) والسرعة اللازمة للوصول إلى مدار المريخ. إلى أيّ مدى يجب أن تتغيّر السرعة للوصول إلى مدار المريخ؟

السرعة المدارية الجديدة (33,750 m/s) وهي أكبر من السرعة المدارية الأصلية بمقدار 3,400 m/s.

تقويم الدّرس 1-4

الإجابات

1. استخدم قانون كبلر الثاني لوصف ورسم موقع كوكب في مداره، وحدد موقعي الكوكب عندما تكون سرعته أكبر ما يمكن، أو أقل ما يمكن.



عندما يدور كوكب حول الشمس، فإنَّ الزمن الذي تستغرقه حركته لقطع مسافة القوس A_1 يساوي الزمن الذي تستغرقه حركة الكوكب لقطع مسافة القوس A_2. ولأنّ المسافة المقطوعة عند A_1 أكبر، فإنَّ سرعة الكوكب عند هذا القوس أكبر.

2. عندما يتعرض القمر الاصطناعي لقوى احتكاك في مداره، فإنه يتخذ مدارًا حلزونيًا يقترب فيه من الأرض. كيف يؤثر ذلك في سرعته الخطية؟ وضح إجابتك.

ستزيد سرعة القمر الاصطناعي، لأنّ المسافة بين القمر الاصطناعي والأرض ستنخفض. والسرعة تتناسب عكسيًا مع الجذر التربيعي للمسافة. وبالتالي، فكلما نقصت المسافة ازدادت السرعة.

3. افترض أن قمرًا اصطناعيًا يدور على ارتفاع 5,900 km فوق سطح الأرض.

a. احسب سرعته.

الارتفاع فوق الأرض $h = 5900$ km؛

السرعة، $v = ?$

الارتفاع بالأمتار $= 5.9 \times 10^6$ m.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{\left(6.667 \times 10^{-11}\right)\left(5.98 \times 10^{24}\right)}{\left(6.38 \times 10^{6}\right)+\left(5.9 \times 10^{6}\right)}} = 5{,}698 \text{ m/s}$$

b. احسب الزمن الدوريّ لدورانه.

يمكن حلّ هذه السؤال باستخدام معادلة الزمن الدوريّ أو استخدام $v = 2\pi r/T$.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi(6.38 \times 10^{6} + 5.9 \times 10^{6})}{5{,}698} = 13{,}541 \text{ s}$$

تقويم الدّرس 4-1

الإجابات

4. إذا كان الزمن الدوريّ لدوران الأرض حول نفسها 86,164 ثانية، احسب نصف قطر مدار القمر الاصطناعي المُتزامِن مع الأرض.

القمر الاصطناعي المُتزامن مع الأرض له الزمن الدوريّ للأرض نفسه. لحلّ هذا السؤال، نستخدم معادلة الزمن الدوريّ.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow r=\sqrt[3]{\frac{T^2GM}{4\pi^2}}$$

$$r=\sqrt[3]{\frac{(86{,}164)^2\left(6.667\times10^{-11}\right)\left(5.98\times10^{24}\right)}{4\pi^2}}=\sqrt[3]{7.5\times\ 10^{22}}$$

$$r=42.2\times10^6\ \text{m}$$

5. احسب كتلة الشمس إذا علمت أن نصف قطر مدار الأرض حول الشمس 1.5×10^8 km وأن الأرض تُكمِل مدارها في 365 يومًا وأن كتلة الأرض تبلغ 6×10^{24} kg.

الزمن الدوريّ لدوران الأرض حول الشمس، $T = 365$ days؛

نصف قطر مدار الأرض، $r = 1.5 \times 10^8$ km؛

كتلة الشمس، $M = ?$

بالرغم من أن كتلة الأرض مُعطاة في هذا السؤال، إلا أنها غير ضرورية.

نحتاج أولاً إلى تحويل الزمن الدوريّ إلى ثوانٍ ونصف القطر إلى أمتار.

$$T=365\ \text{days}\times\frac{24\ \text{hr}}{1\ \text{day}}\times\frac{60\ \text{min}}{1\ \text{hr}}\times\frac{60\ \text{sec}}{1\ \text{min}}=31.54\times10^6\ \text{s}$$

نصف القطر يساوي: $r = 1.5 \times 10^{11}$ m.

نحتاج إلى إعادة ترتيب المعادلة للزمن الدوريّ وحلّها.

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow M=\frac{4\pi^2r^3}{T^2G}$$

$$M=\frac{4\pi^2\left(1.5\times10^{11}\right)^3}{\left(31.54\times10^6\right)^2\left(6.667\times10^{-11}\right)}=2.0\times10^{30}\ \text{kg}$$

تقويم الدّرس 1-4 — الإجابات

6. a. احسب المسافة بين كويكب والشمس إذا كان زمنه الدوري المداريّ 8 سنوات.

الزمن الدوريّ المداري للكويكب، $T = 8$ years.

كتلة الشمس، $M = 2 \times 10^{30}$ kg ؛

المسافة بين الكويكب والشمس ؟ = r

يجب تحويل الزمن الدوريّ إلى ثوانٍ:

$$T = 8 \text{ years} \times \frac{365 \text{ days}}{1 \text{ year}} \times \frac{24 \text{ hr}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ hr}} \times \frac{60 \text{ sec}}{1 \text{ min}} = 2.52 \times 10^{8} \text{ s}$$

باستخدام معادلة الزمن الدوريّ المداريّ وإعادة ترتيبها:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{\left(2.52 \times 10^{8}\right)^2 \left(6.667 \times 10^{-11}\right)\left(2 \times 10^{30}\right)}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{2.14 \times 10^{35}}$$

$$r = 5.9 \times 10^{11} \text{ m}$$

b. احسب المسافة بين أحد الكواكب والشمس إذا كان زمنه الدوريّ المداريّ 45.6 سنة.

الزمن الدوريّ المداري للكوكب، $T = 45.6$ years .

كتلة الشمس، $M = 2 \times 10^{30}$ kg

مسافة الكوكب من الشمس، r = ?

يجب تحويل الزمن الدوريّ المداري إلى ثوانٍ:

$$T = 45.6 \text{ years} \times \frac{365 \text{ days}}{1 \text{ year}} \times \frac{24 \text{ hr}}{1 \text{ day}} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ hr}} \times \frac{60 \text{ sec}}{1 \text{ min}} = 1.4 \times 10^{9} \text{ s}$$

باستخدام معادلة الزمن الدوريّ المداريّ وإعادة ترتيبها:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM}{4\pi^2}}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{\left(1.4 \times 10^{9}\right)^2 \left(6.667 \times 10^{-11}\right)\left(2 \times 10^{30}\right)}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{6.6 \times 10^{36}}$$

$$r = 1.88 \times 10^{12} \text{ m}$$

تقويم الدّرس 4-1 — الإجابات

7. تبعد الأرض 1.5×10^8 km عن الشمس. فإذا اكتُشف كوكب يبعد عن الشمس 14 مرة ضعفًا من بعد الأرض عنها، فكم سيكون الزمن الدوريّ المداريّ له؟ اعتبر الزمن الدوريّ المداريّ للأرض 365 يومًا.

كتلة الشمس، $M = 2 \times 10^{30}$ kg؛

بعد الكوكب، $r = 14 \times 1.5 \times 10^8$ km؛

الزمن الدوريّ المداريّ، $T = ?$

بعد الكوكب هو $r = 14 \times 1.5 \times 10^8 = 2.1 \times 10^9$ km.

البعد بالأمتار، يساوي: 2.1×10^{12} m.

باستخدام معادلة الزمن الدوريّ المداريّ:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{\left(2.1\times10^{12}\right)^3}{\left(6.667\times10^{-11}\right)\left(2\times10^{30}\right)}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{6.95\times10^{16}} = 1.66\times10^{9}\ \text{s}$$

السنة الواحدة تساوي 31.54×10^6 ثانية. والجواب بالسنوات يساوي:

$$\frac{1.66\times10^{9}}{31.54\times10^{6}} = 52.6\ \text{years}$$

8. تدور الأقمار الاصطناعية الثابتة بالنسبة إلى الأرض على ارتفاع 36,000 km عن سطح الأرض (أي على بعد 42,300 km من مركز الأرض).

a. افترض أن طول يوم الأرض كان 12 ساعة (وليس 24 ساعة) فهل سيكون ارتفاع القمر الاصطناعي الثابت بالنسبة إلى الأرض أعلى من 36,000 km أو أدنى منه أو يساويه؟

يتناسب نصف القطر طرديًا مع الجذر التكعيبي لمربع الزمن الدوريّ $r \propto \sqrt[3]{T^2}$

وهذا يعني أن نصف القطر سيكون أقلّ بكثير إذا كان الزمن الدوريّ أقلّ. لذا، سيكون الارتفاع أقلّ من 36,000 km.

b. لنفترض أن الأرض قد تكوّنت منذ ما يقرب من خمسة مليارات سنة بكتلة تبلغ مِثلَي كتلتها الحالية فهل سيكون ارتفاع القمر الاصطناعي الثابت بالنسبة إلى الأرض أعلى من 36,000 km أو أدنى منه أو يساويه؟

يتناسب نصف القطر طرديًا مع الجذر التكعيبي للكتلة.

$$r \propto \sqrt[3]{M}$$

فإذا ازدادت الكتلة، ازداد نصف القطر. وهكذا، سيكون الارتفاع أعلى من 36,000 km.

إعادة تدريس

1. في هذا الدرس عدد من المعادلات. كلّف الطلاب كتابة كلّ معادلة على بطاقة عرض سريع (Flash Cards) مع وصف الحالات التي تُستخدم فيها تلك المعادلة.
2. كلّف كل طالب وضع سؤال واحد تُستخدم لحلّه معادلتان على الأقلّ. ويجب على كلّ طالب حلّ السؤال الخاص الذي يقدّمه.
3. بعد حلّ السؤال، يمرّر الطلاب أسئلتهم إلى زملائهم ويطلبون إليهم حلّ أسئلتهم.
4. سيشجّع هذا التمرين الطلاب على البحث عن حقائق مختلفة لطرح الأسئلة.

إثراء

1. يمكن أن تفيدنا السرعة المدارية للقمر الاصطناعي عن مقدار الطاقة الحركية التي يمكن أن يكتسبها.
2. كلّف الطلاب أن يبحثوا عن بعض الأقمار الاصطناعية المختلفة ويجدوا كتلها، ويحسبوا، باستخدام ارتفاع القمر الاصطناعي.

(a) يحسبوا سرعة القمر الصناعي وطاقته الحركية، علمًا أن الطاقة الحركية تساوي نصف طاقة الوضع التجاذبية.

(b) يحسبوا طاقة الوضع التجاذبية بقسمة الطاقة الحركية على 2.

(c) يحسبوا طاقة الوضع التجاذبية باستخدام **المعادلة 1-11**. هل القيمتان متساويتان؟

ملاحظات

اختيار من مُتعدّد

1. كم rad/s تعادل سرعة زاويّة مقدارها 490°/min؟

   b. $\frac{490°}{1\ \text{min}} \times \frac{1\ \text{min}}{60\ \text{s}} \times \frac{2\pi\ \text{rad}}{360°} = 0.14\ \text{rad/s}$

2. كم تبلغ السرعة الزاويَّة بوحدة الراديان لكل ثانية لإطار دائري نصف قطره a يدور بسرعة خطية b؟

   b. $\omega = \frac{b}{a}$

3. علامَ تعتمد السرعة المدارية للكواكب حول الشمس؟

   d. بعد الكوكب عن الشمس

4. جهد الجاذبية على سطح كوكب نصف قطره R يبلغ -6.4×10^7 J/kg . ما جهد الجاذبية عند ارتفاع $R = h$ عن سطح الكوكب؟

   d.

$$V_{GR} = G\frac{M}{R} = -6.4 \times 10^7\ \text{J/kg}$$

$$V_h = G\frac{M}{R+h} = G\frac{M}{2R} = \frac{1}{2} \times G\frac{M}{R}$$

$$V_h = \frac{1}{2} \times -6.4 \times 10^7 = -3.2 \times 10^7\ \text{J/kg}$$

5. نجمان يدور أحدهما حول الآخر وفق قانون نيوتن للجاذبية. إذا تضاعفت كتلة أحد النجمين وتضاعفت المسافة بينهما أيضًا، فماذا يحدث لقوة الجاذبية بين النجمين؟

   c. تنخفض قوة الجاذبية إلى النصف.

$$F_1 = G\frac{M_1M_2}{r^2} = , F_2 = G\frac{2M_1M_2}{(2r)^2} = G\frac{2M_1M_2}{4r^2}$$

$$F_2 = \frac{2}{4} \times G\frac{M_1M_2}{2r^2} = \frac{1}{2}F_1$$

6. كم تبلغ السرعة الخطّية لمركز قرص متدحرج قطره 4 m، يدور بسرعة زاويّة 2π rad/s؟

   c. $v = \omega r = 2\pi \times 2 = 12.6$ m/s

7. يتحرَّك قمر اصطناعي في مدار دائري بسرعة ثابتة المقدار حول الأرض. كم تبلغ مُحصِّلة القوى المؤثِّرة في القمر الإصطناعي؟

   c. قوة الجاذبية على القمر الاصطناعي.

8. أي ممّا يلي يُعدّ التبرير الأفضل لكون المِرّيخ يستغرق زمنًا أطول من الأرض في دورانه حول الشمس؟

   c. كلا الإجابتين a و b صحيحة.

9. كم تبلغ قوة الجاذبية بين بروتون (كتلة البروتون 1.7×10^{-27} kg) والكترون في ذرة الهيدروجين (كتلة الإلكترون 9.1×10^{-31} kg) إذا كان البعد بينهما 2.5×10^{-11} m؟

a.

$$F = G\frac{m_p m_e}{r^2} \quad , F = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{1.7\times10^{-27} \times 9.1\times10^{-31}}{(2.5\times10^{-11})^2} = 1.6\times10^{-46}\ \text{N}$$

10. ما مقدار السرعة التي يدور بها قمر اصطناعي كتلته 1 kg إذا كان على ارتفاع 1,400 km عن سطح الأرض؟ (افترض أن كتلة الأرض 6.0×10^{24} kg ونصف قطرها 6,400 km).

a.

$$F = G\frac{Mm}{r^2} \quad , a_c = \frac{F}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow \frac{v^2}{r} = G\frac{M}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r^2}} = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11} \times 6.0\times10^{-24}}{6.4\times10^{6}+1.4\times10^{6}}} =$$

$$v = \sqrt{\frac{4\times10^{14}}{7.8\times10^{6}}} = 7161\ m/s$$

11. افترض أن كلًّا من كتلتك وكتلة صديقك تساوي 80 kg وأنكما تطفوان من دون حركة في الفضاء وأن البعد بينكما 1.5 m. ما مقدار قوة الجاذبية بينكما؟

b.

$$F_1 = G\frac{M_1 M_2}{r^2} = 6.67\times10^{-11} \times \frac{80\times80}{(1.5)^2} = 1.9\times10^{-7}\ \text{N}$$

أسئلة قصيرة الإجابة

الدرس 1-1: الحركة الدائرية

12. إذا تحرّك جسم في مسار دائري بسرعة ثابتة المقدار فهل ستكون هناك قوى مُؤثِّرة في الجسم؟ وضّح إجابتك.

نعم، بالرغم من أن الجسم يتحرّك بسرعة ثابتة المقدار، إلا أنه يتأثّر بقوى، لأنه يتحرّك في مسارٍ دائري. والقوة المحصّلة تتجه نحو مركز المسار الدائري.

13. يدور قرص فرن ميكروويف بسرعة زاوية 6 rev/min. احسب سرعته الزاويَّة بوحدة rad/s.

معدّل الدوران 6 rev/min ؛ السرعة الزاوية، $\omega = ?$؛

يدور الميكروويف بمعدّل 6 rev/min.

$1\ \text{min} = 60\ \text{s}$. وبالتالي، فإنّ التردّد يساوي $f = \frac{1}{T} = \frac{6}{60} = \frac{1}{10} = 0.1\ \text{Hz}$.

لحساب السرعة الزاويّة عندما يكون التردّد معروفًا، سنستخدم المعادلة:

$\omega = 2\pi f = 2\pi(0.1) = 0.63\ \text{rad/s}$.

14. يتدحرج إطار صغير وآخر كبير على الأرض بالسرعة الزاوية نفسها. أي من السرعتين الخطيتين لمركزي الإطارين أكبر؟

كلٌّ من نصف قطر الإطار الكبير ومحيطه أكبر، لذلك فهو يتدحرج بسرعة خطية أكبر.

15. في يوم هادئ تدور شفرة طاحونة هوائية طولها 4 m بزاوية 0.75 rad كل 3 s. كم تبلغ السرعة الخطّية لطرف الشفرة؟

الإزاحة الزاويّة، $\theta = 0.75\ \text{rad}$؛ الزمن المستغرق، $t = 3\ \text{s}$ ؛ نصف القطر، $r = 4\ \text{m}$،

السرعة الخطّية، $v_t = ?$

السرعة الزاويّة تساوي:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{0.75}{3} = 0.25\ \text{rad/s}$$

$$v_t = \omega r = 0.25 \times 4 = 1\ \text{m/s}$$

16. تبلغ سرعة سيّارة سباق على مسار 150 m/s. قطر كل من العجلتين الخلفيتين للسيارة 2 m، بينما قطر كل من العجلتين الأماميتين 40 cm. ما هي السرعة الزاوية للعجلات الأمامية والخلفية على التوالي؟

السرعة الخطّية، $v_t = 150$ m/s؛

قطر العجلات الخلفية، $d_r = 2$ m؛

قطر العجلات الأمامية، $d_f = 40$ cm؛ السرعات الزاويّة للعجلات = ؟

أولًا، سنحسب السرعة الزاويّة للعجلات الخلفية.

قطر العجلات 2 m، نصف القطر هو $\frac{2}{2} = 1$ m.

$$\omega_r = \frac{v_t}{r} = \frac{150}{1} = 150 \text{ rad/s}$$

لحساب السرعة الزاويّة للعجلات الأمامية، سنحوّل القطر إلى متر. $d_f = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$.

قطر العجلات الأمامية 0.4 m، فنصف القطر يساوي $\frac{4.0}{2} = 0.2$ m.

$$\omega_f = \frac{v_t}{r} = \frac{150}{0.2} = 750 \text{ rad/s}$$

17. سيّارة مُتحرِّكة كتلتها 1,400 kg تدخل بسرعة 35 m/s في طريق منحنٍ يبلغ نصف قطره 100 m.

a. كم تبلغ القوة المركزية التي تحتاج إليها السيارة لتبقى في حركتها على الطريق المنحني؟

كتلة السيارة، $m = 1400$ kg؛ سرعة السيارة ، $v_t = 35$ m/s؛

نصف قطر الطريق المنحني، $r = 100$ m، القوّة المركزية، F_c = ؟

$$F_c = \frac{mv_t^2}{r} = \frac{1{,}400 \times (35)^2}{100} = 17{,}150 \text{ N}$$

b. احسب نسبة القوة المركزية من الفرع a إلى وزن السيارة.

وزن السيارة، $1{,}400 \times 9.8 = 13{,}720$ N.

نسبة القوّة المركزية إلى وزن السيارة

$$\frac{17.150}{13.750} = 1.25$$

c. هل ستتمكّن السيّارة من مُتابعة السير في الطريق المنحني؟ وضّحْ إجابتك.

لا، لأنَّ القوّة المركزية المطلوبة أكبر من وزن السيارة. وبالتالي، فإنّ السيارة لن تتابع السير في الدوّار.

18. تبلغ سرعة صبي على أرجوحة دورانية 4.5 m/s والتسارع المركزي للجزء السفلي من الأرجوحة $8.1\ m/s^2$. ما طول كل حبل من حبال الأرجوحة.

السرعة الخطّية، $v_t = 4.5\ m/s$ ؛

التسارع المركزي، $a_c = 8.1\ m/s^2$؛

طول كلّ حبل، $r = ?$. طول الحبل يساوي نصف قطر الدائرة.

$$a_c = \frac{v_t^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v_t^2}{a_c} = \frac{(4.5)^2}{8.1} = 2.5\ m$$

الدرس 1-2: قانون نيوتن للجاذبية

19. تدور محطّة الفضاء الدولية على ارتفاع 42,000 km عن سطح الأرض. لمَ لا تسقط هذه المحطّة إلى الأرض بالرغم من وجود الجاذبية عند ذلك الارتفاع؟

لا تسقط محطّة الفضاء الدولية إلى الأرض، لأنّ الأرض ومحطّة الفضاء الدولية كلتيهما تتجاذبان بالقوّة نفسها. وتتحرّك محطة الفضاء الدولية بسرعة ثابتة المقدار أيضًا ما يجعلها تدور حول الأرض بدلًا من أن تجذبها الأرض إليها.

20. سفينتان فضائيَّتان متماثلتان تدور إحداهما حول الأرض والأخرى حول المِرّيخ. فإذا كان نصفا قطر مداريهما متماثلين أيضًا فأي منهما ستتحرَّك بسرعة خطية أكبر؟ وضّح إجابتك.

ستتحرّك مركبة الفضاء التي تدور حول الأرض أسرع، لأنّ الأرض تمتلك مجال جاذبية أقوى مقارنة بمجال جاذبية المريخ.

21. افترض أن نصف قطر كوكب مُعيَّن ضعفَيْ نصف قطر الأرض. إذا كانت شدَّة مجال الجاذبية على سطح ذلك الكوكب مساوية لشدة مجال جاذبية الأرض، فكم تبلغ كتلة هذا الكوكب؟

شدّة مجال الجاذبية للكوكب هي نفسها للأرض، أي $g = 9.8\ N/kg$؛ نصف قطر الكوكب أكبر مرّتين من الأرض،

$r = 2 \times 6.37 \times 10^6\ m$؛ كتلة الكوكب، $M = ?$

$$g = G\frac{M}{r^2} \Rightarrow 9.8 = 6.667 \times 10^{-11}\ \frac{M}{\left(2 \times 6.38 \times 10^6\right)^2}$$

$$M = 2.39 \times 10^{25}$$

22. كتلة القمر 7.3×10^{22} kg ونصف قطره 1.7×10^{6} m. ما شدة مجال الجاذبية على سطح القمر؟

كتلة القمر، $M = 7.3 \times 10^{22}$ kg؛ نصف قطر القمر، $r = 1.7 \times 10^{6}$؛
شدّة مجال الجاذبية، $g = ?$

$$g = G\frac{M}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\ \frac{7.3 \times 10^{22}}{\left(1.7 \times 10^{6}\right)^2} = 1.68\ \text{N/kg}$$

23. تبعد الأرض 1.5×10^{11} m عن الشمس، إذا كانت كتلة الشمس 2.0×10^{30} kg، فكم تبلغ شدة مجال الجاذبية على الأرض والناتجة عن كتلة الشمس؟

كتلة الشمس، $M = 2.0 \times 10^{30}$ kg؛ بُعد الأرض عن الشمس 1.5×10^{11} m؛
شدّة مجال الجاذبية على الأرض والناتجة عن كتلة الشمس، $g = ?$

$$g = G\frac{M}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\ \frac{2 \times 10^{30}}{\left(1.5 \times 10^{11}\right)^2} = 0.006\ \text{m/s}^2$$

24. نصف قطر المِرّيخ 3,400 km وتسارع الجاذبية على سطحه 0.38 ممّا هو على سطح الأرض. احسب كتلة المِرّيخ.

نصف قطر المريخ، $r = 3400$ km؛ تسارع الجاذبية = 0.38 × تسارع الجاذبية على الأرض؛ كتلة المريخ، $M = ?$
نصف قطر المريخ بالأمتار، 3.4×10^{6} m.
سيكون التسارع بسبب الجاذبية: $g = 0.38 \times 9.8 = 3.724\ \text{m/s}^2$.

$$g = G\frac{M}{r^2} \Rightarrow 3.724 = 6.667 \times 10^{-11}\ \frac{M}{\left(3.4 \times 10^{6}\right)^2}$$

$$M = 6.46 \times 10^{23}\ \text{kg}$$

25. تبلغ كتلة الشمس $2.0 \times 10^{30}\ \text{kg}$ وكتلة المُشتري $1.9 \times 10^{27}\ \text{kg}$ وهو يدور حول الشمس على بعد $7.5 \times 10^{8}\ \text{km}$. لنفترض أن مداره دائري.

a. كم تبلغ قوة الجاذبية بين المُشتري والشمس؟

كتلة الشمس $M = 2 \times 10^{30}\ \text{kg}$؛ كتلة المشتري $m = 1.9 \times 10^{27}\ \text{kg}$؛

البُعْد بين الشمس والمشتري $r = 7.5 \times 10^{8}\ \text{km}$،

البُعْد بالأمتار، $r = 7.5 \times 10^{11}\ \text{m}$،

$$F_G = G\frac{Mm}{r^2} = 6.667 \times 10^{-11}\frac{\left(2 \times 10^{30}\right)\left(1.9 \times 10^{27}\right)}{\left(7.5 \times 10^{11}\right)^2} = 4.5 \times 10^{23}\ \text{N}$$

b. كم تبلغ سرعة دوران المُشتري حول الشمس؟

لحساب سرعة دوران المشتري حول الشمس، يجب على الطلاب أن يساووا بين قوّة الجاذبية والقوّة المركزية.

$$F_G = F$$

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{\left(6.667 \times 10^{-11}\right)\left(2 \times 10^{30}\right)}{7.5 \times 10^{11}}} = 1.3 \times 10^{4}\ \text{m/s}$$

c. كم تبلغ السرعة الزاويّة للمُشتري؟

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{1.3 \times 10^{4}}{7.5 \times 10^{11}} = 1.7 \times 10^{-8}\ \text{rad/s}$$

d. كم راديانًا يتحرّك المُشتري في سنة أرضية واحدة؟ وكم يتحرّك بالدرجات.

الزمن الدوريّ لسنة أرضية واحدة بالثواني هو:

$$(365\ \text{days})\left(\frac{24\ \text{hours}}{1\ \text{day}}\right)\left(\frac{3{,}600\ \text{s}}{1\ \text{hour}}\right) = 31.5 \times 10^{6}\ \text{s}$$

يمكن أن تُحسب المسافة الزاويّة التي يقطعها المشتري في هذا الزمن بوساطة:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \theta = \omega t$$

$$\theta = \left(1.7 \times 10^{-8}\right)\left(31.5 \times 10^{6}\right) = 0.54\ \text{rad}$$

بتحويل الراديان إلى درجات: $0.54 \times 57.3° = 31°$

الدرس 1-3: جهد الجاذبية

26. يمتلك جسم 240 J من الطاقة عند نقطة في مجال يبلغ جهد جاذبيته 60 J/kg. فما مقدار كتلة الجسم؟

طاقة الوضع التجاذبية، $E_p = 240\ J$؛ جهد الجاذبية، $V_G = 60\ J/kg$؛ كتلة الجسم، $m = ?$

$$E_P = m V_G$$

$$m = \frac{E_P}{V_G} = \frac{240}{60} = 4\ kg$$

27. كم تبلغ المسافة h عن الأرض عندما يكون جهد الجاذبية:

a. 10,000,000 J/kg؟

جهد الجاذبية، $V_G = -10{,}000{,}000\ J/kg$

المسافة عن سطح الأرض، $h = ?$

$$V_G = -G\frac{M}{(R+h)}$$

$$-10\times10^{6} = -6.667\times10^{-11}\frac{(5.98\times10^{24})}{(6.38\times10^{6}+h)}$$

$$(6.38\times10^{6}+h) = 3.99\times10^{7}$$

$$h = 3.35\times10^{7}\ m$$

b. 20,000,000 J/kg؟

جهد الجاذبية، $V_G = -20{,}000{,}000\ J/kg$

المسافة عن سطح الأرض، $r = ?$

$$V_G = -G\frac{M}{(R+r)}$$

$$-20\times10^{6} = -6.667\times10^{-11}\frac{(5.98\times10^{24})}{(6.38\times10^{6}+r)}$$

$$(6.38\times10^{6}+r) = 1.99\times10^{7}$$

$$r = 1.36\times10^{7}\ m$$

c. 30,000,000 J/kg؟

جهد الجاذبية، $V_G = -30{,}000{,}000\ J/kg$

المسافة عن سطح الأرض، $h = ?$

$$V_G = -G\frac{M}{(R+h)}$$

$$-30\times10^{6} = -6.667\times10^{-11}\frac{(5.98\times10^{24})}{(6.38\times10^{6}+h)}$$

$$(6.38\times10^{6}+h) = 1.33\times10^{7}$$

$$h = 6.9\times10^{6}\ m$$

28.* احسب مقدار الطاقة اللازمة لإطلاق جسم كتلته 1 kg لوضعه في مدار يبعد 42,000 km عن سطح الأرض.

كتلة الجسم $m = 1$ kg؛ البُعد عن الأرض $r = 42{,}000$ km؛ الحد الأدنى من الطاقة المطلوبة هي الفرق في الطاقة الكلية (طاقة الوضع والطاقة الحركية) بين المدار ($r = 48.38 \times 10^6$ m) وسطح الأرض ($r = 6.38 \times 10^6$ m). يمكن للطالب النشيط أن يقوم بالحسابات الجبرية حيث r_e نصف قطر الأرض و r_o نصف قطر المدار و t_{day} الزمن بالثواني ليوم كامل.

$$\Delta E = GM\left(\frac{1}{r_e} - \frac{1}{2r_o}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi r_e}{t_{day}}\right)^2$$

الحل التفصيلي بالأرقام يكون كما يلي:

الطاقة عند سطح الأرض

السرعة عند خط الاستواء

$$v = \frac{2\pi r}{t} = \frac{2\pi(6.38 \times 10^6 \text{ m})}{(24 \text{ hrs})(3600 \text{ s/hr})} = 464 \text{ m/s}$$

الطاقة الحركية

$$E_k = \frac{1}{2}(1 \text{ kg})(464 \text{ m/s})^2 = 108{,}000 \text{ J}$$

طاقة الوضع

$$E_P = -G\frac{Mm}{r_e} = -6.667 \times 10^{-11}\frac{(1)(5.98 \times 10^{24})}{6.38 \times 10^6 \text{ m}} = -6.25 \times 10^7 \text{ J}$$

الطاقة الكلية

$$E_{t\,surface} = 108{,}000 \text{ J} - 6.25 \times 10^7 \text{ J} = -6.24 \times 10^7 \text{ J}$$

الطاقة عند المدار

السرعة المدارية

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r_o}}$$

الطاقة الحركية

$$E_k = \frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{r_o}\right) = \frac{(1)(6.667 \times 10^{-11})(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(2)(48.38 \times 10^6 \text{ m})} = 4.12 \times 10^6 \text{ J}$$

طاقة الوضع

$$E_P = -G\frac{Mm}{r_o} = \frac{(1)(6.667 \times 10^{-11})(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(48.38 \times 10^6 \text{ m})} = -8.24 \times 10^6 \text{ J}$$

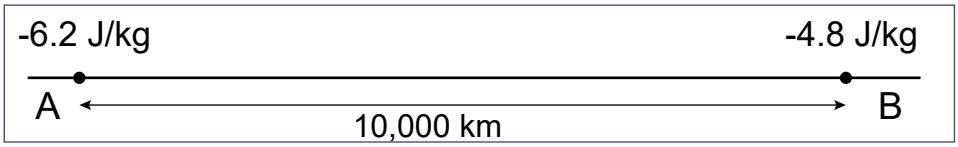
الطاقة الكلية

$$E_{t\,orbit} = 4.12 \times 10^6 \text{ J} - 8.24 \times 10^6 \text{ J} = -4.12 \times 10^6 \text{ J}$$

الفرق في الطاقة وهي الطاقة المطلوبة

$$E_{t\,orbit} - E_{t\,surface} = -4.12 \times 10^6 \text{ J} - (-6.24 \times 10^7 \text{ J}) \boxed{= 58.3 \times 10^6 \text{ J}}$$

29. تقع النقطتان A وB في مجال الجاذبية لكويكب كبير. يقيس مسبار فضائي جهد الجاذبية عند النقطتين A و B ويجدهما -6.2 J/kg و -4.8 J/kg . تفصل بين النقطتين A و B مسافة مقدارها 10,000 km (1×10^7 m). احسب كتلة الكويكب من البيانات السابقة.



جهد الجاذبية عند النقطة A، $V_{GA} = -6.2$ J/kg؛

جهد الجاذبية عند النقطةB ، $V_{GB} = -4{,}8$ J/kg؛

بُعد النقطة A عن الكويكب r، $r_A = r$؛

بُعد النقطة B عن الكويكب، $r_B = r + 10000$ km ؛

كتلة الكويكب ؟ = M،

بُعد النقطة B عن الكويكب بالأمتار: $r_B = r + 10 \times 10^6$ m.

باستخدام معادلة جهد الجاذبية نحصل على معادلتين:

$$V_G = -G\frac{M}{r}$$

معادلة 1 عند النقطة A $\quad -6.2 = \dfrac{-6.667 \times 10^{-11} M}{\mathrm{r}}$

معادلة 2 عند النقطة B $\quad -4.8 = \dfrac{-6.667 \times 10^{-11} M}{\mathrm{r} + \left(10 \times 10^6\right)}$

حلّ لإيجاد r باستخدام المعادلة *1*:

$r = 1.08 \times 10^{-11} M$

عوّض قيمة r في المعادلة 2:

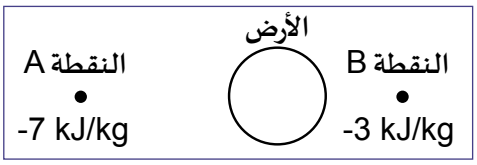
$$-4.8 = \frac{-6.667 \times 10^{-11} M}{1.08 \times 10^{-11} M + \left(10 \times 10^6\right)}$$

$$4.8\left[1.08 \times 10^{-11} M + \left(10 \times 10^6\right)\right] = 6.667 \times 10^{-11} M$$

$$5.18 \times 10^{-11} M + \left(48 \times 10^6\right) = 6.667 \times 10^{-11} M$$

$$48 \times 10^6 = 1.49 \times 10^{-11} M$$

$$M = 3.22 \times 10^{18} \text{ kg}$$



30. جهد الجاذبية الأرضية عند النقطة A يبلغ -7 kJ/kg وعند النقطة B يبلغ -3 kJ/kg. احسب التغيّر في طاقة الوضع التجاذبية لجسم كتلته 4 kg عندما يُنقَل من النقطة A إلى النقطة B.

جهد الجاذبية عند النقطة A $V_{GA} = -7\ kJ/kg$؛

جهد الجاذبية عند النقطة B $V_{GB} = -3\ kJ/kg$ ؛

الكتلة $m = 4\ kg$؛

التغيّر في طاقة الوضع التجاذبية $\Delta_{EP} = ?$

استخدم العلاقة بين جهد الجاذبية وطاقة الوضع التجاذبية $E_P = m\,V_G$.

عند النقطة A $E_P = 4\,(-7) = -28\ kJ$.

عند النقطة B $E_P = 4\,(-3) = -12\ kJ$.

التغيّر في طاقة الوضع التجاذبية هو:

$$\Delta_{EP} = -28 - (-12) = -16\ kJ$$

الدرس 1-4: الحركة المدارية

31. يبلغ نصف قطر مدار الأرض حول الشمس 1.5×10^{11} m ونصف قطر مدار نبتون 4.5×10^{12} m. كم يبلغ طول السنة الواحدة على نبتون؟

نصف القطر المداريّ للأرض $r_1 = 1.5 \times 10^{11}\ m$

نصف القطر المداريّ لنبتون $r_2 = 4.5 \times 10^{12}\ m$

الزمن الدوريّ المداريّ للأرض $T_1 = 1$ سنة ؛

الزمن الدوريّ المداريّ لنبتون $T_2 = ?$

لحلّ هذا، يمكننا استخدام القانون الثالث لكبلر:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \Rightarrow \frac{1^2}{T_2^2} = \frac{\left(1.5 \times 10^{11}\right)^3}{\left(4.5 \times 10^{12}\right)^3}$$

$$T_2^2 = 27{,}000 \Rightarrow T_2 = 164\ \text{years}$$

32. احسب الزمن الدوريّ المداريّ للمُشتري كي يكمل دورة كاملة حول الشمس. علمًا أن كتلة الشمس 2.0×10^{30} kg ونصف قطر مدار المشتري 7.8×10^{11} m.

كتلة الشمس $M = 2.0 \times 10^{30}\ kg$

نصف القطر المداريّ للمشتري $r = 7.8 \times 10^{11}\ m$

الزمن الدوريّ المداري $T = ?$

باستخدام معادلة الزمن الدوريّ المداريّ:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}=2\pi\sqrt{\frac{\left(7.8\times10^{11}\right)^3}{\left(6.667\times10^{-11}\right)\left(2\times10^{30}\right)}}$$

$$T=2\pi\sqrt{3.56\times10^{15}}=3.75\times10^{8}\ \text{s}$$

بتحويل الزمن الدوريّ المداريّ إلى سنوات:

1 سنة = 31.54×10^{6} s

$$\boxed{\frac{3.75\times10^{8}}{31.54\times10^{6}}=11.89\ \text{years}}$$

33. يُرسِل القمر الاصطناعي العالمي لتحديد المواقع (GPS) إشارّة لاسلكية يستقبلها جهاز استقبال على الأرض بعد 67 ms من إرسالها.

a. احسب ارتفاع القمر الإصطناعي عن سطح الأرض.

الزمن اللازم لاستقبال الإشارة $t = 67$ ms

نوع الموجة = موجات راديو.

نعلم أن الموجات الراديوية هي موجات كهرومغناطيسية وتنتقل بسرعة 3×10^{8} m/s.

الزمن المستغرق بالثواني هو $t = 67\times10^{-3}$ s.

باستخدام العلاقة: $d = vt = (3\times10^{8})(67\times10^{-3}) = 2.01\times10^{7}\ m$.

وبذلك، يكون القمر الاصطناعي على ارتفاع 2.01×10^{7} m فوق سطح الأرض.

b. احسب شدَّة مجال الجاذبية الأرضية عند ذلك الارتفاع علمًا بأن كتلة الأرض 6.0×10^{24} kg ونصف قطر الأرض 6.4×10^{6} m.

كتلة الأرض $M = 6.0\times10^{24}$ kg

ارتفاع القمر فوق سطح الأرض $h = 2.01\times10^{7}$ m $R = 6.4\times10^{6}$ m

شدّة مجال الجاذبية، $g = ?$

باستخدام معادلة شدّة مجال الجاذبية:

$$g=G\frac{M}{r^2}=\frac{\left(6.667\times10^{-11}\right)\left(6.0\times10^{24}\right)}{\left(2.65\times10^{7}\right)^2}=0.57\ N/kg$$

c. كم تبلغ السرعة المدارية للقمر الاصطناعي؟

حساب السرعة المدارية:

$$v^2=\frac{GM}{r}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v=\sqrt{\frac{\left(6.667\times10^{-11}\right)\left(6.0\times10^{24}\right)}{\left(2.65\times10^{7}\right)}}=3885\ \text{m/s}$$

34. يُجري روّاد الفضاء تجارب صُغرى على الجاذبية وهم على متن محطة الفضاء الدولية التي تدور على ارتفاع 416 km عن سطح الأرض.

a. كم تبلغ النسبة بين شدَّة الجاذبية الأرضية على هذا الارتفاع وشدَّتها على سطح الأرض؟

$$g_h = G\frac{M}{(r+h)^2} = 6.67\times10^{-11}\times\frac{6.0\times10^{24}}{(6.4\times10^{6}+4.16\times10^{5})^2}$$

$$g_h = 8.62\ \text{m/s}$$

$$\frac{g_h}{g} = \frac{8.62}{9.81} = \%88$$

على ارتفاع 416 km فوق سطح الأرض، تبلغ شدّة جاذبية الأرض 88% من شدّتها على سطح الأرض.

b. اشرح كيف يمكن أن يكون روّاد الفضاء «عديمي الوزن» فعليًا رغم تأثُرِهم بجاذبية مساوية تقريبًا لتلك الموجودة على سطح الأرض.

يشعر رواد الفضاء بأنهم عديمو الوزن تقريبًا لأنهم في حالة سقوط حرّ مستمرّ.

35. لكوكب زحل العديد من الحلقات التي تحيط به وهي تتكوَّن من جُسَيمات صغيرة تدور حوله. فإذا كانت كتلة زُحل تبلغ 5.69×10^{26} kg والقطر الخارجي لإحدى الحلقات 2.72×10^{8} m فكم يبلغ الزمن الدوريّ المداريّ لجُسَيم على الحافة الخارجية للحلقة كي يُكمِل مداره عليها؟

كتلة زحل $M = 5.69\times10^{26}$ kg

قطر الحلقة $d = 2.72\times10^{8}$ m

الزمن الدوريّ المداريّ، $T = ?$

نصف القطر المداريّ للحلقة هو:

$$r = \frac{d}{2} = \frac{2.72\times10^{8}}{2} = 1.36\times10^{8}\ \text{m}.$$

باستخدام معادلة الزمن الدوريّ المداريّ:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{\left(1.36\times10^{8}\right)^3}{\left(6.667\times10^{-11}\right)\left(5.69\times10^{26}\right)}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{6.63\times10^{7}} = 5.1\times10^{4}\ \text{s}$$

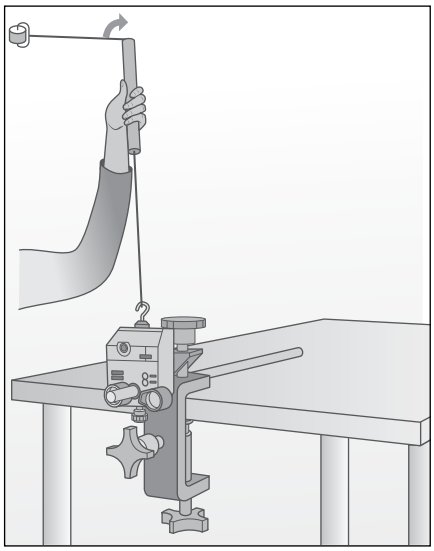
أوراق عمل

الاسم ..... التاريخ .....

نشاط 1-1 الحركة الدائرية

سؤال الاستقصاء	كيف تؤثّر سرعة جسم يسير في دائرة في القوّة المركزية المؤثّرة في الجسم؟
الموادّ المطلوبة	نظام جمع البيانات؛ مستشعر قوة؛ سدّادة مطاطية؛ خيط؛ أنبوب بلاستيكي؛ مشابك؛ ميزان.

مهارات سابقة



عندما يتحرّك جسم ما في مسار دائري، فإنّه يتعرّض لقوة مركزية. تؤثّر القوة المركزية في جسم ما باتجاه مركز المسار الدائري وتتسبَّب في تغيير اتجاه حركة الجسم. في الحركة الدائرية المنتظمة، يتحرّك الجسم بسرعة ثابتة المقدار، ولكنّ اتجاهها يتغيّر باستمرار. وبالتالي، فإن متّجه السرعة ليس ثابتًا والجسم يتسارع باستمرار. في هذه التجربة، يتمّ استخدام مستشعر القوة لحساب التسارع المركزي لجسم ما.

خطوات التجربة

1. ثبّت مستشعر القوة على الطاولة.
2. صِلْ مستشعر القوة بنظام قارئ المعلومات.
3. جِدْ كتلة السدّادة المطّاطية.
4. اربط أحد طرفي الخيط بالسدّادة المطّاطية. مرّر الطرف الآخر للخيط عبر الأنبوب البلاستيكي واربط طرفه الحرّ بمستشعر القوّة.
5. احسب طول الخيط الموجود خارج الأنبوب. يمثّل هذا الطول نصف قطر الدورة.
6. شغّل قارئ البيانات.
7. أمسك الأنبوب البلاستيكي، وحرّك السدّادة فوق رأسك على مسار دائري. حاول الحفاظ على ثبات السرعة من خلال الحفاظ على ثبات قوة مستشعر القوة.
8. استخدم ساعة إيقاف لقياس الزمن اللازم لقطع 10 دورات، ثم املأ جدول البيانات في ورقة العمل.
9. كرّر التجربة باستخدام سرعة أعلى قليلًا، ثم سجّل البيانات والنتائج في ورقة عمل.

الاسم ..... **التاريخ** .....

الجدول

	سرعة منخفضة	سرعة عالية
كتلة السدّادة (kg)		
نصف قطر الدورة (m)		
الزمن المستغرق لعشر دورات (s)		
القوة المقاسة (N)		
المسافة المقطوعة خلال دورة واحدة (m)		
السرعة (m/s)		
التسارع (m/s^2)		
القوة المحسوبة (N)		

أسئلة

a. احسب التسارع المركزي للسدّادة المطّاطية لكلتا السرعتين.

.....

.....

.....

b. ارسم مخطّطًا لدوران السدّادة ثم ارسم عليه أسهمًا تمثّل التسارع المركزي والقوة المركزية والسرعة.

.....

.....

.....

c. باستخدام العلاقة $F = ma$ وقيمة التسارع في الفرع (a)، احسب القوة المركزية (لكلتا السرعتين). كيف تقارن القوة المحسوبة مع القوة المقيسة بواسطة مُستشعر القوة؟

.....

.....

.....

d. ما العلاقة بين السرعة والقوة المركزية لجسم يتحرَّك حركة دائرية منتظمة؟

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

ورقة عمل 2-1 ما هو وزنك؟

سؤال الاستقصاء	احسب وزنك على أسطح كواكب أخرى.
الموادّ المطلوبة	قلم رصاص وآلة حاسبة

مهارات سابقة

يتمّ الخلط في الغالب بين مصطلحي «الوزن» و«الكتلة». لكننا نجد في الفيزياء اختلافًا كبيرًا بين المصطلحين. تشير «الكتلة» إلى كمية القصور الذاتي في الجسم ويمكن قياسها بسهولة باستخدام ميزان، وهي تقاس بالكيلوغرام. يشير «الوزن» إلى مقدار قوة الجاذبية التي تؤثّر في الجسم ويعتمد على قوة مجال الجاذبية في الموقع. يُقاس الوزن بالنيوتن. معادلة حساب الوزن هي $W = mg$ حيث m هي الكتلة و g هي شدّة مجال الجاذبية.

الأسئلة

استخدم كتلتك لحساب وزنك على أسطح الأجرام السماوية الآتية. إذا كنت لا تعرف كتلتك، فاستخدم 70 kg.

الكتلة $m =$ _____

الكوكب	تسارع الجاذبية m/s^2	الوزن
عطارد	$3.59\ m/s^2$	
الزهرة	$8.87\ m/s^2$	
الأرض	$9.81\ m/s^2$	
المريخ	$3.71\ m/s^2$	
المشتري	$24.79\ m/s^2$	
زحل	$10.44\ m/s^2$	
أورانوس	$8.69\ m/s^2$	
نبتون	$11.15\ m/s^2$	
الشمس	$293\ m/s^2$	
نجم نيوتروني	$19.6 \times 10^{11}\ m/s^2$	

الاسم ..... التاريخ .....

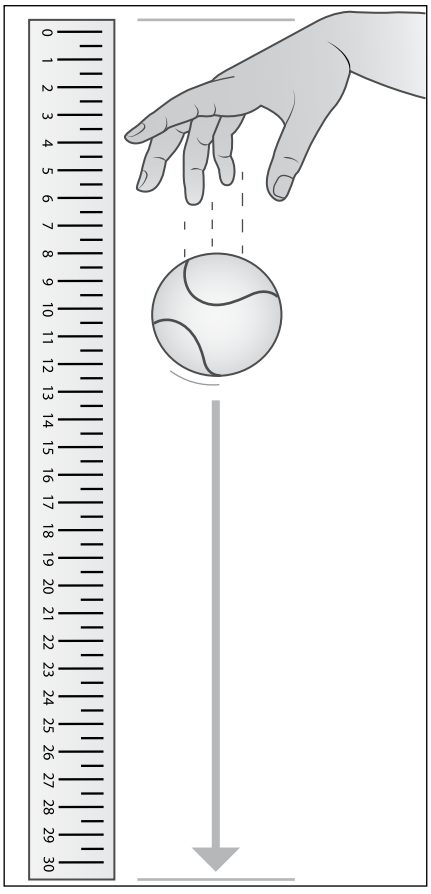
نشاط 2-1 حساب تسارع الجاذبية (g)

سؤال الاستقصاء	حساب تسارع الجاذبية الأرضية بطريقتين
الموادّ المطلوبة	كرة؛ ورقة ملصقات كبيرة؛ شريط قياس؛ كاميرا هاتف جوال؛ قلم اللوح الابيض؛ بوابة ذكية؛ ن ظام جمع البيانات؛ شريط بلاستيكي شفاف مقوى مرسوم عليه خطوط سوداء المسافات بينها متساوية..

مهارات سابقة

عندما يكون الجسم في حالة سقوط حرّ، يُعرَف تسارعه بتسارع الجاذبية الأرضية. إذا كانت مسافة سقوط الجسم معروفة، فيمكن حساب التسارع باستخدام المعادلة: $d = v_i t + \frac{1}{2} at^2$. في هذه الحالة يكون التسارع مساويًا لتسارع الجاذبية، g. بدلًا من ذلك، يمكن استخدام بوّابة ذكية تحسب بها قيمة التسارع لجسم يسقط بتأثير الجاذبية. في هذا البحث، ستستخدم كلتا الطريقتين للحصول على قيمة التسارع بسبب الجاذبية.

خطوات التجربة



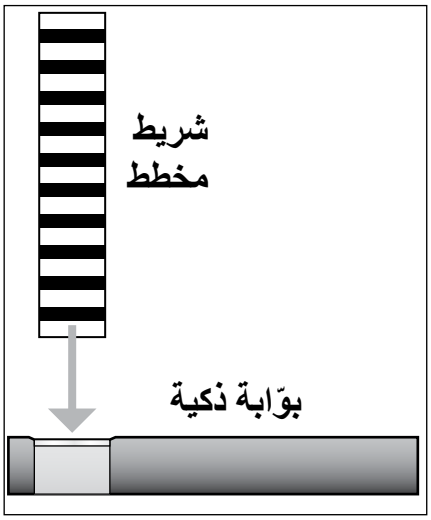
1. ضع ورقة ملصق على جدار ثم علّق عليه شريط القياس.
2. ضع إشارة على ارتفاع 1 m وإشارة أخرى على 0 m.
3. قم بتشغيل الكاميرا ثم حرر الكرة لتبدأ الحركة من ارتفاع (1m). تابع التسجيل بالكاميرا حتى تصل الكرة إلى إشارة 0 m.
4. استخدم الفيديو لتحليل الزمن الذي تستغرقه الكرة لقطع مسافة 1 m.
5. كرّر الخطوات من 1 إلى 4 مرتين.
6. سجّل البيانات على جدول ثم احسب g باستخدام المعادلة: $d = v_i t + \frac{1}{2} gt^2$

الاسم ..... **التاريخ** .....

الجدول

	الزمن المستغرق (s)	تسارع الجاذبية (m/s^2)
المحاولة 1		
المحاولة 2		
المحاولة 3		
المحاولة 4		
المحاولة 5		

خطوات التجربة



1. تثبّت البوابة الذكية على حامل مشبك ثمّ وصِّلها بنظام جمع البيانات. اضبط عملية جمع البيانات على التسارع.

2. حرِّر الشريط المخطط من خلال البوابة الذكية ثم سجِّل التسارع.

3. كرِّر الخطوتين 1 و 2.

الأسئلة

a. أيٌّ من الطريقتين أعطت نتيجة أكثر دقّة؟

.....

.....

.....

.....

b. ما العوامل التي أثّرت في دقّة نتائجك؟

.....

.....

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

نشاط a3-1 الجاذبية والمدارات

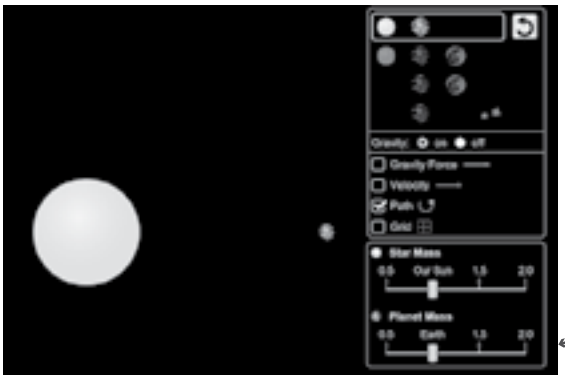
سؤال الاستقصاء	كيف يؤثر تغيُّر كتلة الأجسام في شكل المدار؟
الموادّ المطلوبة	حاسوب مع إمكانية استخدام برنامج المحاكاة في الكتاب التفاعلي.

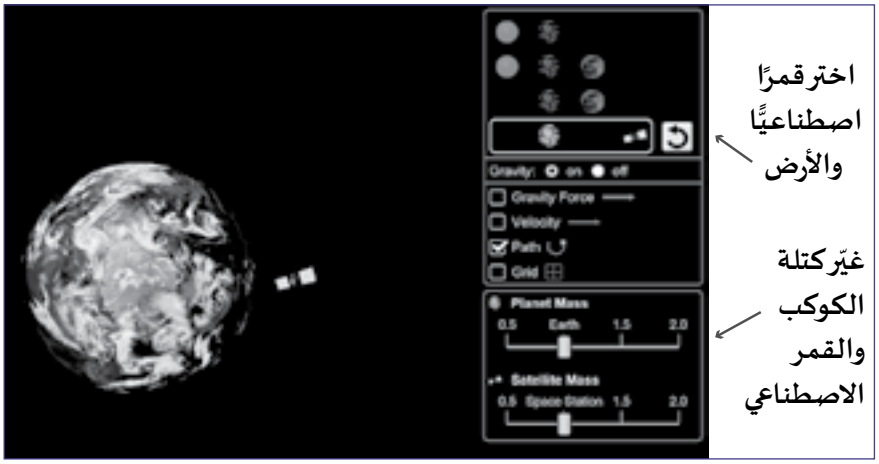
مهارات سابقة

تغيير كتلة الأجسام الفلكية يُغيّر مجال الجاذبية الذي أنشأته. وهذا بدوره له تأثير في حركة الجسم المداري. ستسمح هذه المحاكاة للطلاب باستكشاف مسار الأجسام المدارية.

خطوات التجربة

1. اختر نجمًا وكوكبًا في المحاكاة.
2. غيّر كتلة النجم إلى أدنى كتلة أيّ: × 0.5 كتلة شمسنا.
3. غيّر كتلة الكوكب إلى 0.5 × كتلة الأرض.
4. شغّل المحاكاة ثم راقب مسار الكوكب: زد كتلة الكوكب ثم راقب المسار مرة أخرى.
5. راقب مسار 4 كتل مختلفة للكوكب ثم زد كتلة النجم وكرّر الخطوات من 3 إلى 6.
6. كرّر التجربة كلّها مرة أخرى لكوكب وقمر اصطناعيّ.





الاسم ..... **التاريخ** .....

الأسئلة

a. كيف تؤدّي زيادة كتلة أحد الجسمين إلى تغيير قوة الجاذبية؟

.....

.....

.....

.....

b. لِمَ تصطدم بعض الأجسام وتفلت أجسام أخرى؟ هل يمكنك تحديد عتبة الاصطدام والإفلات.

.....

.....

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

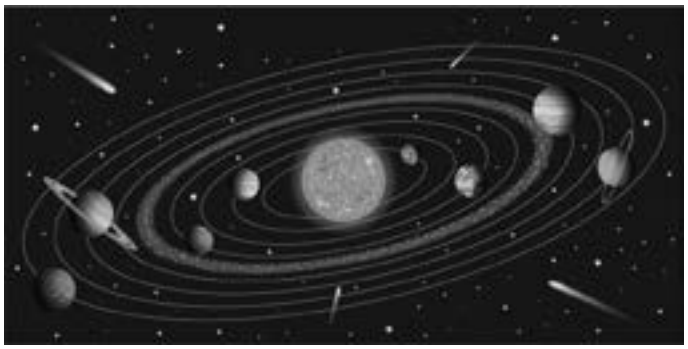
نشاط b3-1 جهد الجاذبية

سؤال الاستقصاء	تحليل جهد الجاذبية وطاقة وضع الجاذبية لكوكب.
الموادّ المطلوبة	الوصول إلى الإنترنت أو مكتبة؛ ورق ملصق؛ آلة حاسبة؛ أقلام تخطيط.

مهارات سابقة

باستثناء عطارد والزهرة، فإنّ جميع الكواكب الأخرى لها أقمارها الخاصة. هناك قوة جاذبية موجودة بين الأقمار والكواكب، ما يضمن استمرار القمر في الدوران حول الكوكب. من خلال البحث عن كتلة القمر وبُعده عن الكوكب، يمكن حساب الكثير من الكميات، مثل طاقة وضع الجاذبية وسرعات الإفلات.

البحث



1. اختر كوكبًا من نظامنا الشمسي غير عطارد أو الزهرة أو الأرض.
2. قم بالحسابات لإيجاد جهد الجاذبية على سطح الكوكب.
3. ابحث عن ثلاثة من الأقمار الأقرب إلى الكوكب الذي اخترته. ضمِّن بياناتك كتل الأقمار والمسافة بين كل منها ومركز الكوكب.
4. احسب قوة الجاذبية بين كل قمر والكوكب.
5. إذا تحاذت الأقمار والكوكب على خط واحد كم ستكون قوَّة الجاذبية ما بين الأقمار؟
6. احسب سرعات الإفلات لكل كوكب. يمكنك التحقّق من صحّة حساباتك. مع ذلك يجب عليك أن تبيّن طريقة حساباتك.
7. احسب طاقات وضع الجاذبية للأقمار بالنسبة إلى الكوكب.
8. احسب الطاقة الحركية لكل قمر بسبب سرعته المدارية حول الكوكب.
9. قارن طاقة الوضع التجاذبية لكل قمر مع الطاقة الحركية المدارية للقمر نفسه، أيُّهما أكبر؟ هل الفرق بينهما كبير جدًّا؟ أكثر من 10 مرات مثلًا؟ أم هل هما متقاربان، والفرق بينهما أقلّ من 10 أضعاف؟

الاسم ..... **التاريخ** .....

الأسئلة

a. ماذا نعني بالمصطلح «قمر»؟

.....

.....

.....

.....

b. لِمَ لا يمتلك عطارد والزهرة أقمارًا خاصّة بهما؟

.....

.....

.....

.....

c. لِمَ، في رأيك، تمتلك بعض الكواكب أقمارًا أكثر من غيرها؟

.....

.....

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

نشاط 4-1 استكشاف المدارات

سؤال الاستقصاء	كيف ترتبط السرعة بنصف القطر المداري للكوكب؟ كيف تُرسِل قمرًا اصطناعيًّا من الأرض إلى مدار في كوكب آخر؟
الموادّ المطلوبة	محاكاة تفاعلية كما في الكتاب التفاعلي.

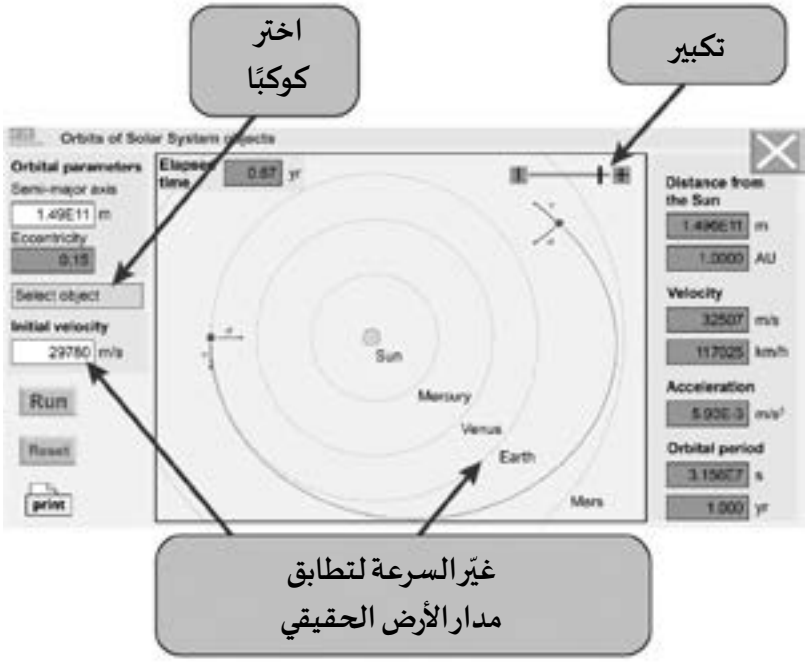
مهارات سابقة

تدور كواكب المجموعة الشمسية حول الشمس في شكل بيضاوي. كلما كان الكوكب بعيدًا عن الشمس، فإنَّ تسارعه يكون أقلّ بسبب جاذبية الشمس. وبالتالي، فإنَّ سرعة الكوكب ستتغير مع تغيّر المسافة من الشمس للحفاظ على مدار مستقرّ. في هذا التحقيق، سَتُحدِّد سرعات الكواكب المختلفة في النظام الشمسي وتَربُط ذلك ببعدها عن الشمس.

خطوات التجربة

الجزء الأول: السرعات المدارية للكواكب

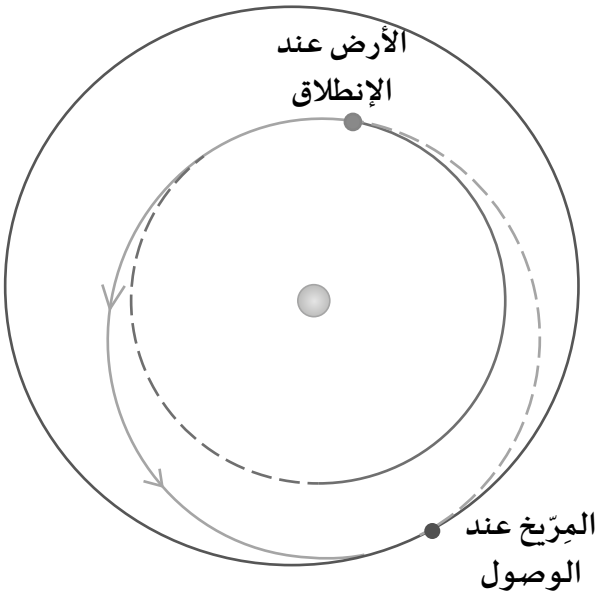
1. استخدم حاسوبك وانقر على المحاكاة التفاعلية في الموارد الإلكترونية لإجراء الاستقصاء. اختر «الأرض».
2. غيّر السرعة المدارية v لإيجاد أفضل تطابق مع مدار الأرض الحقيقي. سجّل الحدَّين الأدنى والأقصى لسرعة الأرض ومتوسِّط بُعدِها عن الشمس.
3. كرّر التجربة للكواكب السبعة الأخرى.



الاسم ..... **التاريخ** .....

الكوكب	v_{max} (km/s)	v_{min} (km/s)	متوسط المسافة من الشمس
عطارد			
الزهرة			
الأرض			
المريخ			
المشتري			
زحل			
اورانوس			
نبتون			

الجزء الثاني: نقل المدارات



1. اختر من المحاكاة التفاعلية «الأرض».

2. حدّد السرعة الابتدائية اللازمة لدفع قمر اصطناعي انطلاقًا من مدار الأرض حول الشمس إلى أن يصل إلى مدار المرّيخ حول الشمس.

السرعة الابتدائية v_i = _____

الاسم ..... **التاريخ** .....

الأسئلة

a. باستخدام نتائج المحاكاة، كيفَ تختلف السرعة المدارية مع المسافة من الشمس؟

.....

.....

.....

.....

b. قارن بين متوسط السرعة في مدار حول الأرض (من الجزء 1) والسرعة اللازمة للوصول إلى مدار المريخ. كم ضعفًا يجب أن تتضاعف السرعة في مدار حول الأرض حتى تصبح كافية للوصول إلى مدار المريخ؟

.....

.....

.....

.....

الوحدة 2 الاهتزازات والخصائص المتقدمة للموجات

مقدِّمة الوحدة

تركز هذه الوحدة الاهتمام على الحركة التوافقية البسيطة وارتباطها بالموجات

P1203 يوضح خصائص الحركة التوافقية البسيطة.

P1204 يُقيّم الأنظمة التي تتأثّر بالرنين وتخضع لاهتزازات قسرية.

الدرس 2-1 الحركة التو افقية البسيطة

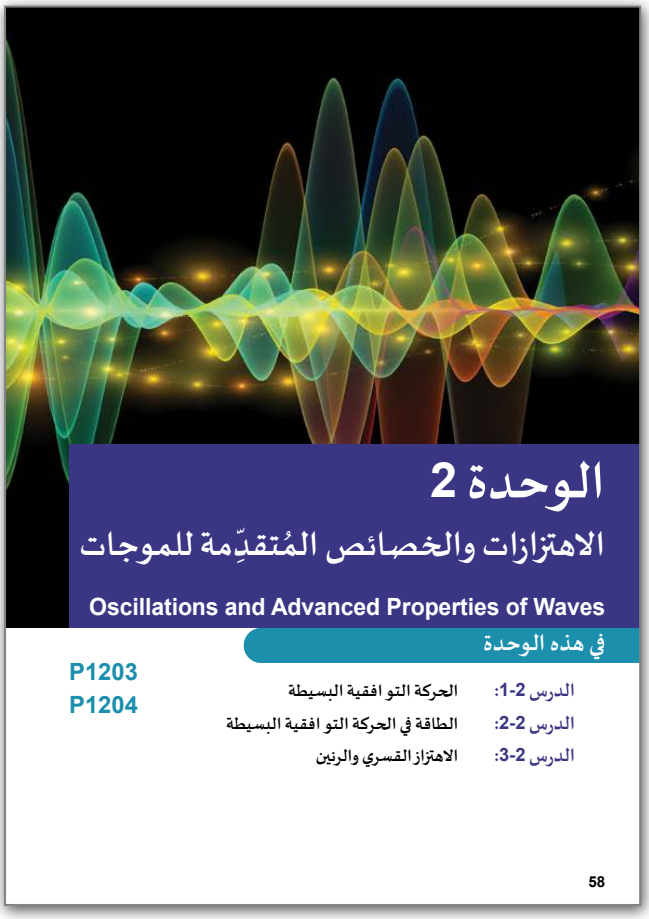
- الأنظمة المهتزّة والحركة التوافقية البسيطة
- قوى الإرجاع في النابض والبندول
- التردّد والزمن الدوري
- التردّد الزاوي
- الإزاحة والسعة
- الطور
- الحركة التوافقية البسيطة لبندول
- نظام اهتزاز كتلة-نابض
- الإزاحة في الحركة التوافقية البسيطة
- الاهتزازات مع اختلاف الطور
- السرعة في الحركة التوافقية البسيطة
- السرعة اللحظية بدلالة الإزاحة
- التسارع في الحركة التوافقية البسيطة
- الرسوم البيانية الموجزة للحركة التوافقية البسيطة

الدرس 2-2 الطاقة في الحركة التو افقية البسيطة

- تبادل الطاقة في نظام الكتلة- النابض المهتزّ
- الطاقة في نظام مهتزّ
- طاقة الوضع المرونية لنظام مهتزّ
- حفظ الطاقة والحركة التوافقية البسيطة
- الاحتكاك والتخامد
- أنظمة التخامد فوق الحدّ

الدرس 2-3 الاهتزازات القسرية والرنين

- التردّد الطبيعي
- الاهتزازات القسرية
- التخامد والرنين
- أمثلة مرغوبة للرنين



5E	العناصر
يندمج	الدرس 2-1: الاهتزازات
	خبرة التعلّم 2-a2 ، تصميم بندول رملي
	خبرة التعلّم 2-a3 ، بندول بارتون
يستكشف	الدرس 2-1: استكشاف أسئلة الاهتزازات
	الدرس 2-1: ما المتغيّرات التي تؤثّر في الزمن الدوري للبندول؟ ماذا سيحدث للزمن الدوري إذا نُقِل البندول إلى أعلى جبل إيفرست على ارتفاع 8,000 m؟ كيف سيتغيّر الزمن الدوري إذا نُقِلَ البندول إلى القمر؟
	الدرس 2-1: كيف يمكن تغيير الزمن الدوري لنظام كتلة- نابض مهتزّ؟ ما تأثير زيادة الكتلة في اهتزاز نظام كتلة-نابض؟ كيف يؤثّر استخدام نابض ذي ثابت نابض أقل في النظام المهتزّ؟
	خبرةالتعلم 2-2 a: تصميم بندول رملي. أسئلة «استكشاف»
	خبرة التعلم 2-3 a: بندول بارتون. أسئلة «استكشاف»
	خبرة التعلم 2-3 b: الحصول على الرنين عمليًا
يشرح	الدرس 2-1: ما الفرق بين السعة والإزاحة؟
	الدرس 2-1: الاهتزازات في الطبيعة.
	الدرس 2-2: استنتاج معادلة الطاقة الكلية لنظام مهتزّ.
	الدرس 2-3 : كيف يمكن تغيير التردد الطبيعي للجيتار؟ هل هناك أنظمة أخرى يمكن تعديل تردّدها الطبيعي؟
يتوسّع	خبرة التعلم 2-1: تحديد تسارع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط
	خبرة التعلم 2-2 a: بناء ساعة البندول
	تجربة التعلم 2-2 b: حفظ الطاقة في نظام كتلة - نابض مهتزّ.
	الدرس 2-2: تصميم أنظمة تخامد
	الدرس 2-3: انهيار جسر تاكوما
يقيّم	مراجعات الدرس 2-1 و 2-2 و 2-3 وتقييم الوحدة

الوحدة 2 الاهتزازات والخصائص المتقدمة للموجات

ملخّص الوحدة

تسلّط هذه الوحدة الضوء على خصائص الحركة التوافقية البسيطة. في الدرس 2-1 يتعلم الطلاب كيفية إعداد الرسوم البيانية التي تمثّل الحركة التوافقية البسيطة وقراءة هذه الرسوم. تُستخدم معادلات الموقع والسرعة والتسارع لوصف اهتزازات البندول ونظام كتلة-نابض. يقوم الطلاب بتطبيق معادلة الزمن الدوري للبندول وحساب تسارع الجاذبية الأرضية. يستكشف الدرس 2-2 مبدأ حفظ الطاقة في الاهتزازات. سيربط الطلاب السرعة القصوى وسعة الاهتزازات بالقيمة القصوى للطاقة الحركية والقيمة القصوى لطاقة وضع النظام. يتم في هذا الدرس أيضًا استكشاف تأثيرات التخامد. يقدّم الدرس 2-3 القوى الدافعة التي تُستَخدم في كثير من التطبيقات لضمان استمرار الحركة الاهتزازية. إذا كان تردّد القوة الدافعة مطابقًا للتردد الطبيعي للنظام، فإنَّ سعة الاهتزازات ستزداد. بالإضافة إلى دراسة الطلاب ذلك نظريًا فإنهم يستكشفونه عمليًا أيضًا.

أخطاء شائعة

- **يعتمد الزمن الدوري للاهتزاز على السعة والطاقة وثابت الطور.** **لا يعتمد الزمن الدوري للاهتزاز على السعة أو الطاقة أو ثابت الطور.** في البندول، يعتمد الزمن الدوري على طول البندول وتسارع الجاذبية. أمّا في نظام الكتلة-النابض، فإنَّ الزمن الدوري يعتمد على الكتلة وثابت النابض.

- **الزمن الدوري للبندول يعتمد على مقدار الكتلة.** **أن قيمة الكتلة لا تؤثر في الزمن الدوري للبندول، لكن الزمن الدوري للبندول يعتمد على طول البندول وعلى تسارع الجاذبية..**

مخطط الوحدة

الدرس	عدد الحصص	مخرجات التّعلم	الكفايات
1-2 الحركة التوافقية البسيطة	6.5	P1203.1 P1203.2	
2-2 الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة	4.5	P1203.3 P1204.2	
3-2 الاهتزازات القسرية والرنين	3.5	P1204.1 P1204.3	

كفايات الطالب القطري العلمية

- التفكير الإبداعي والناقد
- الكفاية اللغوية
- التعاون والمشاركة
- حل المشكلات
- الكفاية العددية
- التواصل
- البحث والاستقصاء

المهارات العلمية والكفايات

يُتوقّع من الطلاب إكمال 5 خبرات تعليمية.

- تطبيق مهارة الرياضيات في 38 مسألة من تقويم الدروس 2-1، 2-2، و 2-3 وتقييم الوحدة.
- تطبيق مهارات التواصل في مشروع "جسر توكوما»
- توظيف مهارات ICT مدمجة في خبرة التعلّم 2-b2.
- بناء روابط روابط مع العلم المعاصر في افتتاحيات الدروس 2-1، 2-2، و 2-3 وفي فقرة «ضوء على العلماء».

الدرس 2-1
الحركة التو افقية البسيطة

مصادر تعلّم الدرس

الموضوع / الوقت	المحتوى	موارد كتاب الطالب	موارد دليل المعلم
مقدمة الدرس $\frac{1}{2}$ حصة	تمهيد وشرح	الصفحتان 60 ،59	الصفحتان 83 ،82
الاهتزازات وقوة الإرجاع $\frac{1}{2}$ حصة	تعريف، شرح، معادلة	الصفحتان 63 ،61	الصفحة 84
التردّد، الزمن الدوري والتردّد الزاوي $\frac{1}{2}$ حصة	تعريف، شرح، معادلة، أمثلة، مسائل	الصفحتان 65 ،64	الصفحة 85
السعة، الإزاحة، والطور 1 حصة	شرح	الصفحتان 67 ،66	الصفحة 86
البندول ونظام الكتلة-النابض. 1 حصة	شرح، معادلة	الصفحات 70-68	الصفحتان 88 ،87
الإزاحة، السرعة، والتسارع 2 حصة	شرح، معادلة، أمثلة، مسائل	الصفحات 78-71	الصفحات 89-82
إيجاد تسارع الجاذبية g 1 حصة	نشاط للطلاب	الصفحة 79	الصفحة 93 ورقة عمل 2-1

الزمن المقترح للدرس

يحتاج هذا الدرس إلى 6.5 حصة دراسية، تتضمّن نشاطًا عمليًا (2-1) إضافة الى أفكار حول أنشطة عملية موجزة، ونقاشات مع الطلاب.

الأنشطة	مواد من أجل النشاط
2-1 تحديد تسارع الجاذبية "g" باستخدام بندول بسيط	حامل، خيط، ساعة إيقاف، كتلة معلقة

مخرجات التعلّم

P1203.1 يصف أمثلة للاهتزازات الحرّة، ويعرّف المقصود بالمصطلحات: السعة، والتردّد، والزمن الدوري، والتردّد الزاوي، وفرق الطور.

P1203.2 يستخدم معادلات تمثّل الإزاحة، والزمن الدوري، والسرعة، والتسارع في الحركة التوافقية البسيطة ويمثّلها بيانيًا.

المعرفة السابقة

يجب على الطلاب معرفة الفرق بين الرسم البياني لدالة الجيب والرسم البياني لدالة جيب التمام. ويحتاجون أيضًا إلى معرفة المصطلحات والمعادلات المستخدمة لوصف الحركة الخطّية. يجب أن يكون الطلاب على دراية بعلاقات الدوالّ المثلّثية.

المفردات

Cycle	دورة
Oscillator	جسم مُهتزّ
Simple harmonic motion	حركة توافقية بسيطة
Period	زمن دوري
Frequency	تردُّد
Amplitude	سعة
Phase	طور
Angular frequency	تردُّد زاوي

افتتاحية الدرس

1. يجب أن يبدأ الدرس ببعض الأمثلة على أجسام مهتزّة في غرفة الصف. قم بإعداد ثلاثة أنظمة: عربة مزوّدة بنابض، وعاء مع كرة تهتزّ بداخله، ومسطرة يمكن أن تهتزّ. يمكنك أيضًا استخدام بندول طويل جدًا، أو نظام كتلة - نابض مهتزّ، أو شريط مطّاطي متّصل بخيطين. إذا كان هناك معدّات كافية، قمْ بإعداد 3 أنظمة على الأقلّ باستخدام الأمثلة ذاتها.
2. قبل أن يبدأ الطلاب في استكشاف الاهتزازات، ذكّرهم بمصطلح «موضع الاتزان» وما يعنيه في دراسة الحركة الاهتزازية.
3. حدّد رمزًا لكلّ مجموعة واطلب منها الذهاب إلى النظام الذي يحمل الرقم نفسه. سيتاح لكلّ مجموعة ثلاث دقائق لاستخدام المعدّات والإجابة عن سؤال الاستكشاف.
4. بعد ثلاث دقائق، اطلب من الطلاب تبديل الأنظمة. ستذهب إحدى المجموعات من النظام a إلى النظام b، وستذهب مجموعة أخرى من النظام b إلى النظام c، وستذهب المجموعة الثالثة من النظام c إلى النظام a.
5. بعد انتهاء كلّ مجموعة من الاستكشاف، اطلب من المجموعات العودة إلى مقاعدها ومناقشة النتائج التي توصّلت إليها.

الدرس 2-1

الحركة التوافقية البسيطة

Simple Harmonic Motion

كيف تُقدّر ساعة التوقيت مرور ثانية واحدة بالضبط من الزمن؟ إذا دقّقت، ستلاحظ أن أي ساعة توقيت تشتمل على جهاز يهتز. فتحديد الوقت هو في الأساس حساب اهتزازات نظام ما. لكل نوع من أنواع ساعات اليد والحائط وساعات الكمبيوتر جزء يحسب الاهتزازات. تحتوي ساعات الحائط القديمة على بندول يمكنك رؤيته يتأرجح ذهابًا وإيابًا بزمن دوري مقداره ثانيتان. يتحرّك عقرب الدقائق دورة كاملة واحدة كل 30 دورة من دورات البندول.

تستخدم معظم الساعات الحديثة، بما في ذلك الساعات الموجودة في أجهزة الكمبيوتر، بلّورة كوارتز. تهتزّ بلّورة الكوارتز بدقّة وانتظام شديدين بتردُّد 32.0000 kHz عند تعريضها لمجال أو فرق جهد كهربائي. يتم حساب هذه الاهتزازات وتحويلها إلى نبضة واحدة في الثانية بواسطة رقاقة صغيرة. ترسل الرقاقة الصغيرة إشارة إلى مُحرِّك يدير التروس أو المسننات على مدار الساعة. ونتيجة دوران التروس، تتحرك عقارب الساعة. تعتبر ساعة الكوارتز أكثر دقة من الساعة الميكانيكية (ساعة البندول) حيث يصل مقدار الخطأ في ساعة الكوارتز إلى ثانية واحدة كل مئة عام تقريبًا. تستخدم خاصيّة التردُّد الثابت والزمن الدوري الثابت لبلّورة الكوارتز للحصول على ساعة توقيت جيدة ودقيقة. يبقى الزمن الدوري ثابتًا بمرور الوقت وعند درجات حرارة مختلفة، وحتّى عندما يتغيّر فرق الجهد قليلًا. على عكس ساعة البندول، لا تحتاج ساعات الكوارتز إلى الضبط يوميًّا.

الشكل 2-1 ساعة كوارتز.

مخرجات التّعلُّم

P1203.1 يصف أمثلة للاهتزازات الحرة، ويعرف المقصود بالمصطلحات: السعة، والتردد، والزمن الدوري، والتردد الزاوي، وفرق الطور.

P1203.2 يستخدم معادلات تمثل الإزاحة، والزمن الدوري، والسرعة، والتسارع في الحركة التوافقية البسيطة ويمثلها بيانيًّا.

المفردات

Cycle	دورة
Oscillator	جسم مُهتزّ
Simple harmonic motion	حركة توافقية بسيطة
Period	زمن دوري
Frequency	تردّد
Amplitude	سعة
Phase	طور
Angular frequency	تردُّد زاوي

الاهتزازات

ما أنواع الأنظمة التي تهتز؟

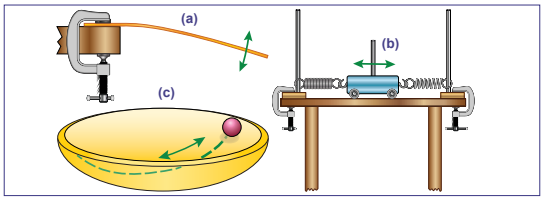
كيف يبدأ الاهتزاز؟

لديك مسطرة مُثبَّتة على طاولة (**الشكل 2-2 a**). تكون المسطرة في حالة سكون. ولكن إذا سحبتَ طرفها الحُرّ إلى أسفل وتركتَه، فسوف تهتز المسطرة إلى أعلى وأسفل. تُشبه المسطرة في حركتها جميع الأنظمة التي تهتز بحيث:

1. النظام له موضع اتّزان.
2. وجود قوّة تحرّك النظام وتدفعه بعيداً عن موضع الاتّزان.
3. وجود قوّة إرجاع تحاول دائمًا إعادة النظام إلى موضع اتزانه.

عربة فوق طاولة تتصل عند طرفَيها بنابضين (**الشكل 2-2 b**). إذا تم سحب العربة بأحد الاتّجاهين، فإن قوّة الإرجاع من النابضين تحاول إعادتها إلى الخلف. ونتيجة امتلاك العربة للزخم، فإنها تواصل الحركة إلى الجانب الآخر بعيدًا عن موضع الاتّزان. تعيد قوّة الإرجاع العربة إلى الخلف فتهتز.

مثال آخر على الاهتزاز، هو كُرة تهتز في وعاء نصف كروي. (**الشكل 2-2 c**). إذا حُرِّكت الكُرة من مركز الوعاء ثم تُركت، فسوف تهتزّ ذهابًا وإيابًا تحت تأثير قوّة الإرجاع من جوانب الوعاء.



الشكل 2-2 أمثلة على الاهتزازات.

استكشف

1. كيف تتغيَّر إزاحة الجسم المُهتز بالنسبة إلى موضع الاتّزان خلال حركته الاهتزازية؟
2. كيف نقيس بدقّة الزمن الدوري لجسم مُهتز؟
3. أي جسم مُهتز يسهل قياس زمنه الدوري بدقّة؟ لماذا؟
4. هل تتسارع الأجسام المُهتزة؟
5. ما هو اتّجاه تسارُع الجسم المُهتز؟
6. متى تكون سرعة الجسم المُهتز عند قيمتها القصوى؟ ومتى تكون عند قيمتها الدنيا؟

الاستكشاف

أثناء قيام الطلاب بتفحّص الأنظمة المهتزّة، اطلب منهم تركيز اهتمامهم في الأسئلة الواردة في الكتاب:

1. كيف تتغيّر إزاحة النظام المهتزّ من موضع الاتزان خلال الاهتزاز؟

تزداد الإزاحة عندما يتحرّك النظام بعيدًا عن موضع الاتّزان، ثم تقل عندما يتحرّك باتجاه موضع الاتزان.

2. كيف يمكننا قياس الزمن الدوري للجسم المهتزّ بدقة؟

لقياس الزمن الدوري لجسم مهتزّ، علينا قياس الفترة الزمنية لعشر اهتزازات أو أكثر، ومن ثم قسمة زمن هذه الاهتزازات على عددها. النسبة المئوية الأكبر من الخطأ تنتج من تأثير زمن ردّ الفعل عند الطالب عند بداية قراءة الزمن وعند نهايتها.

3. ما الزمن الدوري الذي يسهل قياسه لجسم مهتزّ؟ ولماذا؟

يسهل قياس الزمن الدوري لجسم مهتزّ عندما يكون هذا الزمن طويلًا، لأنَّ ذلك يجعل تحديد فترة اكتمال دورة كاملة من الاهتزاز أمرًا في غاية السهولة.

4. هل يتسارع الجسم المهتزّ؟

نعم، يتسارع الجسم المهتزّ دائمًا، بسبب التغيّر في اتجاه حركته ومقدار سرعته.

5. ما اتجاه تسارع الجسم المهتزّ؟

قد يكون صعبًا على الطلاب تحديد اتجاه التسارع في الوقت الحالي. يكون اتجاه التسارع دائمًا نحو موضع الاتّزان الذي هو اتجاه محصلة القوى المؤثرة في الجسم. لذلك يكون اتجاه التسارع عادة معاكسًا لاتجاه الإزاحة.

6. متى تكون سرعة الجسم المهتزّ عند أقصى قيمة لها؟ وعند أدنى قيمة؟

تكون السرعة عند قيمتها العظمى عند مرور الجسم في موضع الاتّزان، وتكون صفرًا (عند قيمتها الصغرى) عندما يكون الجسم بعيدًا إلى أقصى نقطة عن موضع الاتّزان (أي عندما تتساوى إزاحة الجسم مع سعة اهتزازه).

الأجسام المهتزّة والحركة التوافقية البسيطة

1. خلال هذه الوحدة، احتفظ بالبندول ونظام الكتلة-النابض المهتزّ في مقدّمة الغرفة. استخدمهما بشكل دائم خلال شرح الوحدة لعرض تطبيقات عملية لتوضيح المفاهيم..
2. اشرح الاهتزازات من خلال الإشارة إلى وجود قوة إرجاع تحاول دائمًا إعادة الجسم إلى موضع اتّزانه.
3. استخدم البندول ونظام الكتلة - النابض لتوضّح أنَّ لكل منهما قوة إرجاع وموضع اتزان. يؤدي القصور الذاتي إلى متابعة الجسم لحركته متجاوزًا موضع الاتّزان.

قوى الارجاع

تكون حركة كلّ من البندول البسيط ونظام الكتلة-النابض حركة توافقية بسيطة بسبب قوة الإرجاع. في حالة النابض، تخضع قوة الارجاع قانون هوك ($F=-kx$)

1. . أمّا في البندول، فإنَّ قوة الارجاع تكون: $F = -mg\sin\theta$.
2. تحاول قوة الإرجاع إعادة الجسم إلى موضع اتّزانه، ولكنْ، بسبب القصور الذاتي، تستمرّ الكتلة في تجاوز هذا الموضع.
3. تكون حركة البندول توافقية بسيطة فقط إذا كانت زاوية الاهتزاز صغيرة.

الأنظمة المهتزة والحركة التوافقية البسيطة

النظام الذي يهتز عند تحريكه من موضع اتّزانه يُسمّى جسمًا مُهتزًا Oscillator. يكون للنظام المُهتزّ الخصائص التالية:

1. للنظام موضع اتّزان يكون فيه مُستقرًا.
2. يمتلك النظام مصدرًا لقوّة إرجاع تميل إلى إعادة النظام دائمًا باتّجاه موضع الاتّزان.
3. يحتوي النظام على خاصيّة القصور الذاتي التي تُساهم في استمرار اهتزازه بعيدًا عن موضع اتّزانه قبل أن تُعيده قوّة الإرجاع باتّجاه موضع الاتّزان.

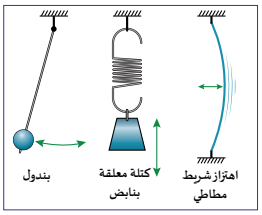
لفهم قوّة الإرجاع، فكّر في **الشكل 2-3a** الذي يبيّن كُرة في وعاء نصف كروي. إذا تم نقل هذه الكُرة إلى أحد الجوانب، فإن الوعاء يولد قوّة ارجاع تُعيد الكُرة مرّة أخرى باتّجاه موضع الاتّزان في قعر الوعاء. قارن هذه الحالة بالكُرة الموجودة على قمّة الوعاء المقلوب في **الشكل 2-3b**. تبدأ حركة الكُرة في كلتا الحالتين من موضع الاتّزان. يكون اتزان الكُرة في **الشكل 2-3a** اتّزانًا مُستقرًا لأنها تتمتع بقوّة إرجاع تهتز الكُرة في هذه الحالة حول موضع الاتّزان. أما اتّزان الكُرة في **الشكل 2-3b** فهو غير مستقر، وبالتالي لن تهتز، ولا يمكنها العودة إلى موضع اتزانها.

الشكل 2-3 (a) اتّزان مُستقرّ (b) اتّزان غير مُستقرّ

تهتز الأنظمة عند وجود قوة إرجاع.

الحركة التوافقية البسيطة

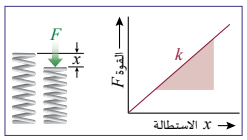
يكون النظام في **حركة توافقية بسيطة Simple harmonic motion** عندما يتناسب مقدار قوة الإرجاع طرديا مع الإزاحة من موضع الاتزان وتكون في الاتجاه المعاكس. هذا يعني أنّ مضاعفة إزاحة جسم ما، ستُضاعف قوة الإرجاع أيضًا. تتضمّن بعض الأمثلة الشائعة على الأنظمة الموجودة في مختبر الفيزياء البندول وكتلة مُعلّقة بنابض وحزام مطاطي مُهتزّ (**الشكل 2-4**). كل نظام يتحرك حركةً توافقية بسيطة يهتز بتردده الخاص به.



الشكل 2-4 أمثلة على الحركة التوافقية البسيطة.

قوى الإرجاع في النابض والبندول

ينصّ قانون هوك (**المُعادَلة 2-1**) على أن القوّة F التي يُطبّقها النابض تتناسب طرديًّا مع استطالته (أو انضغاطه) x. يوضّح الرسم البياني في **الشكل 2-5** استطالة النابض مع ازدياد قوّة الشد فيه. يُسمّى ميل الرسم البياني بثابت النابض، k، وهو يقيس مدى «صلابة» النابض. وحدة قياس ثابت النابض تساوي حاصل قسمة وحدة قياس القوة على وحدة قياس الطول، أي N/m.



الشكل 2-5 القوة والاستطالة لنابض.

1-2 قانون هوك وقوة الإرجاع

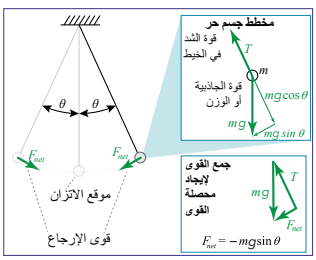
$$F = -kx$$

F	قوة الإرجاع (N)
k	ثابت النابض (N/m)
x	الاستطالة (m)

تفيدنا الإشارة السالبة في قانون هوك أن قوة الإرجاع تكون دائمًا في الاتّجاه المعاكس للإزاحة. وينطبق ذلك على جميع الأنظمة التي تهتز.

في جميع أنظمة الاهتزاز يكون اتّجاه قوى الإرجاع بعكس اتّجاه الإزاحة

يُشكّل الوزن، mg، قوّة الإرجاع في البندول؛ وهو يُؤثّر عموديًّا إلى الأسفل (**الشكل 6-2**). تؤثّر قوّة الشد، T، على امتداد طول الخيط. وعند أي زاوية θ باتّجاه اليمين، يكون اتّجاه مُحصّلة القوى F المؤثرة في الكُتلة، باتّجاه موضع الاتّزان. عندما يميل الخيط بزاوية إلى اليسار، يكون اتّجاه مُحصّلة القوى في الاتّجاه المعاكس، ونحو موضع الاتّزان أيضًا. تُعطي **المُعادَلة 2-2** قوّة الإرجاع في البندول.



الشكل 2-6 قوى الإرجاع في البندول.

2-2 قوة الارجاع في البندول

$$F = -mg\sin\theta$$

F	قوة الإرجاع (N)
m	الكتلة (kg)
g	تسارع الجاذبية (N/kg)
θ	زاوية الإزاحة (degree)

التردد والزمن الدوري

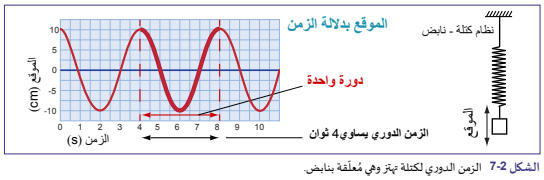
1. يكون الطلاب على دراية بمصطلحات الاهتزاز والتردّد والزمن الدوري.
2. استخدم الأجسام المهتزّة لإعادة تعريف المصطلحات الخاصة بحركة هذه الأجسام.
3. يمكنك استخدام جسم مهتزّ واطلب من الطلاب تحديد الزمن الدوري لاهتزازة واحدة، ثم تحويله إلى تردّد.
4. اذكر أنه نظرًا إلى أنَّ الاهتزازات سريعة جدًا، فإننا نحتاج إلى قياس زمن اهتزازات متعدّدة وقسمته على عدد تلك الاهتزازات.

التردّد الزاوي

1. يمكن حساب التردّد الزاوي باستخدام التردّد أو الزمن الدوري للجسم المهتز.
2. وحدات التردّد الزاوي هي راديان في الثانية (Rad/s). إذا كنا نستخدم التردّد، فنحن نحسب عدد المرات التي يُكمل فيها الجسم المهتز دورة واحدة تساوي 2 π
3. إذا كنا نستخدم الزمن الدوري، فإننا نحسب الزمن الذي يستغرقه إكمال دورة واحدة (2 π).
4. درب الطلاب على استخدام المعادلتين.

التردُّد والزمن الدوري

تشكّل **الدورة Cycle** اهتزازة كاملة. يُسمّى الزمن اللازم لقطع دورة واحدة **بالزمن الدوري Period** T. يوضّح الرسم البياني في **الشكل 2-7** الموقع بدلالة الزمن لكتلة تتدلّى من نابض وتهتز إلى أعلى وأسفل. لاحظ أن دورة كاملة تحدث في فترة زمنية تمتد من نهاية الثانية الرابعة إلى بداية الثانية الثامنة.



الشكل 2-7 الزمن الدوري لكتلة تهتز وهي مُعلّقة بنابض.

يُمثّل **التردُّد Frequency** f للنظام المهتز عدد الدورات في كل ثانية. يتم قياس التردُّد بوحدة هيرتز Hz. علمًا أن 1 Hz يساوي دورة واحدة في الثانية. يمكننا اختبار مجموعة كبيرة من التردُّدات في البيئة المحيطة بنا. يتراوح تردُّد نبض قلب الإنسان بين 1 Hz و1.67 Hz. وقد يكون تردُّد الشريط المطاطي المُهتزّ 50 Hz.

ومعلوم أن كلًّا من التردُّد والزمن الدوري يساوي مقلوب الآخر (**المُعادَلة 3-2**). فإذا كان الزمن الدوري لنظام الكُتلة والنابض في **الشكل 7-2** يبلغ 4 s، يكون تردُّده 0.25 Hz = $\frac{1}{4}$. فالاهتزازات ذات الزمن الدوري الكبير ترددها منخفضة. بينما تكون الاهتزازات السريعة مثل أوتار الجيتار، ذات تردُّدات أعلى.

3-2 التردد والزمن الدوري		
$f = \frac{1}{T}$	T	الزمن الدوري (s)
	f	التردُّد (Hz)

مثال 1

نابض يكمل اهتزازة واحدة كل 0.33 ثانية. ماهو تردد النابض؟

المطلوب: تردُّد النابض f

المُعطى: الزمن الدوري $T = 0.33$ s

العلاقات: $f = \frac{1}{T}$

الحل:

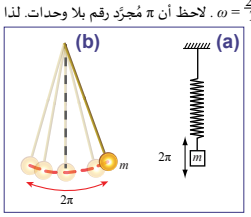
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.33\ \text{s}} = 3.0\ \text{Hz}$$

التردُّد الزاوي

التردُّد الزاوي Angular frequency ω هو التردُّد المعبر عنه بوحدات الطور 2π لكل دورة. تُعادِل الدورة الكاملة 2π راديان وبالتالي فإن التردُّد الزاوي هو حاصل ضرب 2π بالتردّد (**المُعادَلة 4-2**). فالتردُّد 1 Hz يقابله التردُّد الزاوي 2π rad/s.

4-2 التردد الزاوي		
$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\omega = 2\pi f$	ω	التردد الزّاوي (rad/s)
	f	التردُّد (Hz)
	T	الزمن الدوري (s)

يمكن أيضًا حساب التردُّد الزاوي من الزمن الدوري: $\omega = \frac{2\pi}{T}$. لاحظ أن π مُجرَّد رقم بلا وحدات. لذا تكون وحدة التردُّد الزاوي ω هي s^{-1}، كوحدة التردُّد العادي، f. غالبًا ما نكتب وحدة قياس التردُّد الزاوي على أنها rad/s فقط لتذكيرنا بالعامل 2π.



الشكل 2-8 مثالان على التردد الزاوي.

في **الشكل 2-8 (a)**، يكمل نظام الكُتلة والنابض دورة واحدة (2π rad) في زمن 0.65 s. وبالتالي يكون تردده 1.54 Hz وتردده الزاوي 9.67 rad/s.

بينما يُكمِل البندول في **الشكل 2-8 (b)**، دورة واحدة خلال 0.7 s فيكون تردُّده 1.43 Hz وتردده الزاوي 8.98 rad/s.

مثال 2

عندما تهتز أوتار الجيتار، تعود إلى موضع اتّزانها من أقصى إزاحة لها خلال 0.00227 s، احسب التردُّد والتردُّد الزاوي لتلك الاوتار.

المطلوب: تردُّد الأوتار f والتردُّد الزاوي ω.

المُعطى: $\frac{T}{4} = 0.00227$ s

العلاقات: $\omega = 2\pi f$ ، $f = \frac{1}{T}$

الحل: 0.00227 s هو الزمن الذي تستغرقه الأوتار للعودة إلى موضع اتّزانها من أقصى إزاحة لها. يعني ذلك أن: $T = 0.00227 \times 4 = 0.00908$ s.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.00908} = 110\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(110) = 691\ \text{rad/s}$$

الإزاحة والسعة

1. يعرف الطلاب الإزاحة على أنّها كميّة متّجهة تصف موقع جسم ما أثناء حركته. الآن استخدم تعريف الإزاحة لتحديد إزاحة جسم مهتزّ.
2. من المهمّ تقييم فهم الطلاب لتحديد كل من الإزاحة والسعة على الرسم البياني للموقع بدلالة الزمن. تحدّد الإزاحة موقع الكتلة بالنسبة إلى موضع الأتزان. السعة هي الإزاحة العظمى.

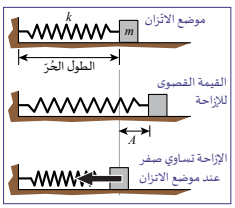
الطور

1. ذكّر الطلاب بمعنى مصطلح الطور.
2. يمكن استخدام مصطلح الدورة لوصف اهتزازة كاملة، إنّ دورة واحدة تساوي 360 درجة أو 2π راديان.
3. عندما يكون الجسم في موضع اتّزانه، فإننا نستطيع وصف موقعه بأنه 0^{o} أو 0 rad.
4. عندما يكون الجسم في منتصف دورته الاهتزازية، نُعَبّر عن الموقع بـ 180^{o} أو π rad.
5. عندما يعود الجسم المهتز إلى موضعه الأصلي، يمكننا وصف الموقع على أنه 0^{o} أو 360^{o} أو 2π rad .

الإزاحة والسعة

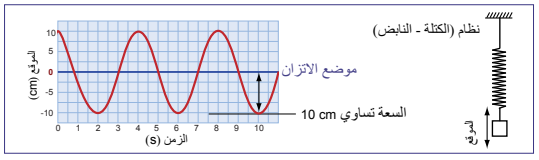
تُشكّل إزاحة النظام المهتز (الكتلة - النابض) المسافة التي تفصله عن موضع الاتّزان عند أي لحظة زمنية. الإزاحة كمية مُتّجهة.

يهتزّ الكُتلة في **الشكل 2-9**. وتكون إزاحتها x من موضع الاتّزان. في حين أن الإزاحة إلى يسار موضع الاتّزان هي $-x$. أما **السعة** *Amplitude* A فهي الإزاحة القصوى عن موضع اتّزان الجسم المُهتزّ. وفي النظام عديم الاحتكاك، تكون سعة الحركة التوافقية البسيطة ثابتة.



الشكل 2-9 إزاحة الكتلة عن موضع الاتّزان.

يتم قياس السعة بوحدة تتطابق مع شكل الاهتزاز. ففي حالة نظام الكُتلة والنابض تكون السعة هي المسافة المقطوعة. أما في حالة اهتزاز البندول فتكون السعة هي زاوية الانحراف. وقد تكون السعة جهدًا أو ضغطًا بالنسبة إلى أنظمة مهتزة أخرى.



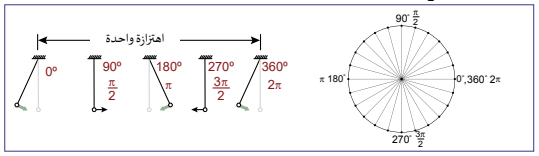
الشكل 2-10 سعة اهتزاز الكتلة المُعلّقة بنابض.

تكمن أهمية السعة في أنها خاصّية ثابتة للاهتزاز. فالكُتلة المُعلّقة بالنابض مثلًا تتحرّك صعودًا ونزولًا بسعة 10 cm. بينما تعتمد الإزاحة على الزمن وتتغيّر في كل ثانية. قد تكون الإزاحة 2+ cm في لحظة ما، و 1- cm بعد ثوانٍ. يوضّح الرسم البياني في **الشكل 2-10** الكُتلة التي تتحرك على النابض بين 10+ cm و 10- cm، وبالتالي فإنّ سعتها 10 cm.

؟ ما الفرق بين السعة والإزاحة؟

الطَّور

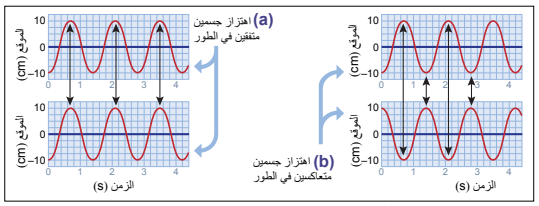
تصف كلمة **الطَّور** *Phase* موقع الجسم المُهتزّ في لحظة معيَّنة بالنسبة إلى دورته الكاملة. نجد أن تقسيم الدائرة إلى اجزاء متساوية يمثل فكرة جيدة لوصف موقع الجسم المهتز أثناء دورته بدلالة الطور. إذا فرضنا أن اهتزازة (دورة) واحدة تساوي 360 درجة، فإن ربع الاهتزازة يساوي 90 درجة. وباستخدام وحدة rad، فإن الاهتزازة الكاملة تساوي 2π rad، وربعها $\frac{\pi}{2}$ rad . ويكون طَور البندول بعد قطعه ربع اهتزازة 90^{o} أو $\frac{\pi}{2}$ rad (**الشكل 2-11**).



الشكل 2-11 أطوار البندول.

اهتزاز جسمين متفقين في الطور

قد يكون لجسمَين مُهتزّين الزمن الدوري نفسه ولكن يكون لهما طوران مختلفان. مثلًا إذا بدأنا بتحريك بندولين متماثلين معًا، فسوف تبدو الرسوم البيانية لموقعهما بدلالة الزمن كما في **الشكل 2-12a**. يكون البندولان في هذه الحالة متّفقين في الطور، لأن كلًّا منهما يكون في الموقع نفسه عند اللحظة الزمنية نفسها.



الشكل 2-12 (a) اهتزاز جسمين متّفقين في الطور. (b) اهتزاز جسمين متعاكسين في الطور.

اهتزاز جسمين متعاكسين في الطور

لاحظ الرسم البياني في **الشكل 2-12b** حيث يبدأ كلا البندولين الحركة باللحظة نفسها، لكن احدهما يبدأ من اليسار، والثاني يبدأ من اليمين . عندما يكون البندول الأول في أقصى اليسار، يكون البندول الثاني في أقصى اليمين. ويكون لمنحنيي الموقع بدلالة الزمن، الزمن الدوري نفسه والسعة نفسها ولكنّهما يكونان متعاكسين في الطور. يكون فرق الطور بين البندولين 180 درجة أي π rad دائمًا (**الشكل 2-12b**). نَصِفُ هذين البندولين بأنهما متعاكسان في الطور بمقدار 180 درجة أو نصف دورة.

البندول

1. باستخدام **الشكل 2-13**، اشرح للطلاب إسهام قوة الإرجاع في دفع البندول نحو موضع الاتّزان. مقدار قوة الإرجاع هذه يساوي $mg\sin\theta$.

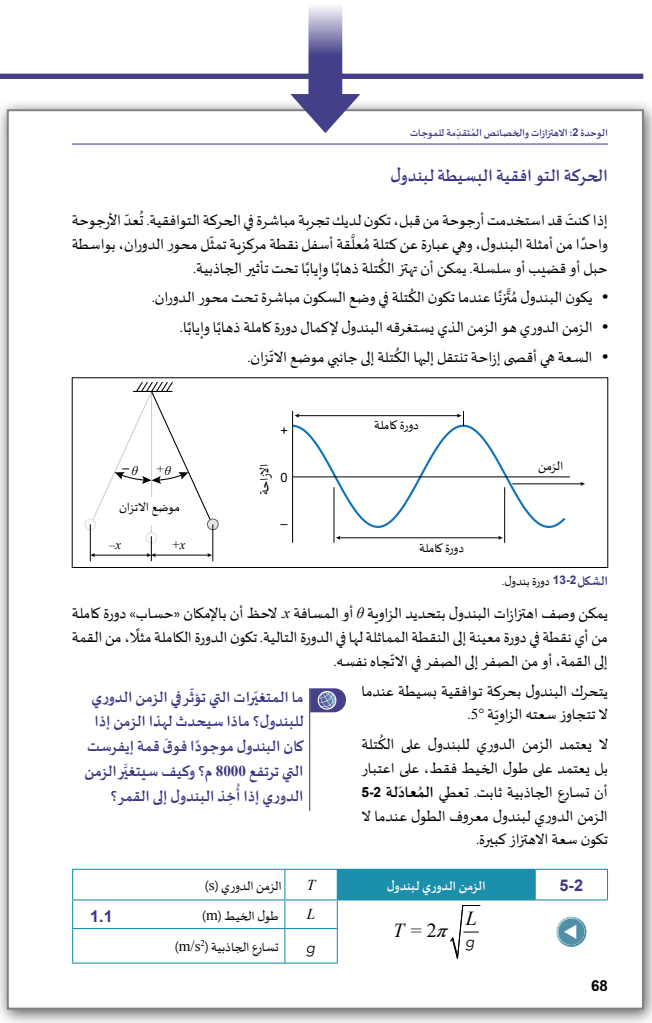
2. اذكر أن الزمن الدوري للبندول لا يعتمد على قيمة الكتلة المعلّقة. فهو يعتمد على طول الخيط و تسارع الجاذبية.

3. للتحقّق من فهم الطلاب، اسألهم: كيف يمكن تغيير الزمن الدوري للبندول؟
يعتمد الزمن الدوري للبندول على طول خيط البندول وتسارع الجاذبية . ولأنَّ تغيير الجاذبية في موقع معيّن غير ممكن، فإن الزمن الدوري للبندول يمكن تغييره بتغيير طول البندول فقط.

4. ماذا سيحدث للزمن الدوري إذا تمّ وضع البندول على جبل ايفرست؟
نظرًا إلى أنَّ جبل إيفرست أعلى من مستوى سطح البحر، فإنّ قوة الجاذبية عند قمّته أقلّ بقليل منها على سطح البحر، وسيكون الزمن الدوري أكبر قليلًا.

5. اطلب من الطلاب حساب هذا الفرق بدقة وذلك بمعرفة تسارع الجاذبية عند قمة جبل إيفرست.

6. ماذا سيحدث للزمن الدوري اذا وُضع البندول على سطح القمر؟
سيزيد الزمن الدوري بسبب انخفاض الجاذبية على سطح القمر



الوحدة 2: الاهتزازات والخصائص المُتقدِّمة للموجات

الحركة التو افقية البسيطة لبندول

إذا كنتَ قد استخدمت أرجوحة من قبل، تكون لديك تجربة مباشرة في الحركة التوافقية. تُعدّ الأرجوحة واحدًا من أمثلة البندول، وهي عبارة عن كتلة مُعلَّقة أسفل نقطة مركزية تمثّل محور الدوران، بواسطة حبل أو قضيب أو سلسلة. يمكن أن تهتز الكُتلة ذهابًا وإيابًا تحت تأثير الجاذبية.

- يكون البندول مُتَّزنًا عندما تكون الكُتلة في وضع السكون مباشرة تحت محور الدوران.
- الزمن الدوري هو الزمن الذي يستغرقه البندول لإكمال دورة كاملة ذهابًا وإيابًا.
- السعة هي أقصى إزاحة تنتقل إليها الكُتلة إلى جانبي موضع الاتّزان.

الشكل 2-13 دورة بندول.

يمكن وصف اهتزازات البندول بتحديد الزاوية θ أو المسافة x. لاحظ أن بالإمكان «حساب» دورة كاملة من أي نقطة في دورة معينة إلى النقطة المماثلة لها في الدورة التالية. تكون الدورة الكاملة مثلًا، من القمة إلى القمة، أو من الصفر إلى الصفر في الاتّجاه نفسه.

يتحرك البندول بحركة توافقية بسيطة عندما لا تتجاوز سعته الزاويّة $5°$.

لا يعتمد الزمن الدوري للبندول على الكُتلة بل يعتمد على طول الخيط فقط، على اعتبار أن تسارع الجاذبية ثابت. تعطي **المُعادَلة 5-2** الزمن الدوري لبندول معروف الطول عندما لا تكون سعة الاهتزاز كبيرة.

ما المتغيّرات التي تؤثّر في الزمن الدوري للبندول؟ ماذا سيحدث لهذا الزمن إذا كان البندول موجودًا فوق قمة إيفرست التي ترتفع 8000 م؟ وكيف سيتغيَّر الزمن الدوري إذا أُخِذ البندول إلى القمر؟

5-2 الزمن الدوري لبندول

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

T	الزمن الدوري (s)	
L	طول الخيط (m)	1.1
g	تسارع الجاذبية (m/s^2)	

68

نظام الكتلة-النابض المهتزّ

1. باستخدام **الشكل 2-14** اشرح للطلاب أنّ قوة الارجاع تعيد الكتلة دائما باتجاه موضع الاتّزان، وأنّ مقدار هذه القوة هو kx.
2. اذكر للطلاب أن الزمن الدوري لنظام الكتلة - النابض المهتزّ يعتمد على ثابت الزنبرك وكتلة الجسم المعلّق.
3. للتحقّق من فهم الطلاب اسألهم: كيف يمكن تغيير الزمن الدوري لنظام الكتلة – النابض؟
   يعتمد الزمن الدوري لنظام الكتلة- النابض على ثابت النابض وكتلة الجسم المعلّق. فتغيير أحدهما يؤدّي إلى تغيير الزمن الدوري للنظام.
4. ماذا سيحدث اذا زدنا كتلة الجسم المعلّق؟
   إذا ازدادت كتلة الجسم المعلق فإنَّ الزمن الدوري سيزداد أيضًا.
5. ماذا سيحدث اذا استخدمنا نابضًا له ثابت نابض أصغر قيمة؟
   سيزداد الزمن الدوري إذا كان لثابت النابض قيمة أقلّ.
6. اطلب من الطلاب حساب الزمن الدوري لاهتزاز نظام الكتلة-النابض بمعرفة قيمة الكتلة وثابت النابض.
   ثم اطلب منهم حساب التردّد بمعرفة الزمن الدوري.
7. بعد ذلك، أعطِ الطلاب قيمة الزمن الدوري وقيمة الكتلة، واطلب منهم حساب ثابت النابض.

الدرس 2-1: الحركة التوافقية البسيطة

نظام اهتزاز الكتلة -النابض

هو نظام توافُقيّ بسيط شائع، حيث تتّصل الكُتلة بنابض يهتزّ بحُرّية. في نظام الكُتلة - النابض الرأسي، يكون موضع الاتّزان حيث تكون قوّة شد النابض مساوية لوزن الكُتلة. تعمل قوتا الجاذبية والشد في النابض معًا للحصول على قوّة إرجاع تحاول إعادة الكُتلة أو سحبها باتّجاه موضع الاتّزان. كما توجد أنظمة مادّية حقيقية كثيرة مشابهة لنظام الكُتلة - النابض، بما في ذلك الآلات الموسيقية والتراكيب الجيولوجية في الزلازل، وحتى الذرّات في المواد الصلبة.

خصائص نظام اهتزاز الكتلة -النابض

بعد ملاحظة اهتزاز الكُتلة - النابض في المختبر، نجد ما يلي:

- يزداد التردُّد عندما يصبح النابض أكثر صلابة (أي عندما يكون ثابت النابض k أكبر).
- ينخفض التردُّد بازدياد الكُتلة.
- لا يعتمد التردُّد على السعة ما دامت السعة صغيرة.

يعتمد التردُّد والزمن الدوري لنظام اهتزاز الكُتلة - النابض على الكُتلة وثابت النابض. تُظهِر **المُعادَلة 6-2** أن الزمن الدوري يتناسب مع الجذر التربيعي لنسبة الكُتلة على ثابت النابض. لاحظ أن ذلك يختلف عن الزمن الدوري للبندول الذي يكون مستقلًا عن الكُتلة.

الشكل 2-14 قوة الإرجاع لنظام اهتزاز الكتلة والنابض.

كيف يمكن تغيير الزمن الدوري لنظام الكتلة - النابض؟ ما تأثير زيادة الكتلة على اهتزاز الكتلة - النابض؟ كيف يؤثر استخدام نابض ذي ثابت نابض أصغر على حركة النظام المهتز؟

6-2 الزمن الدوري لنظام اهتزاز الكتلة - النابض

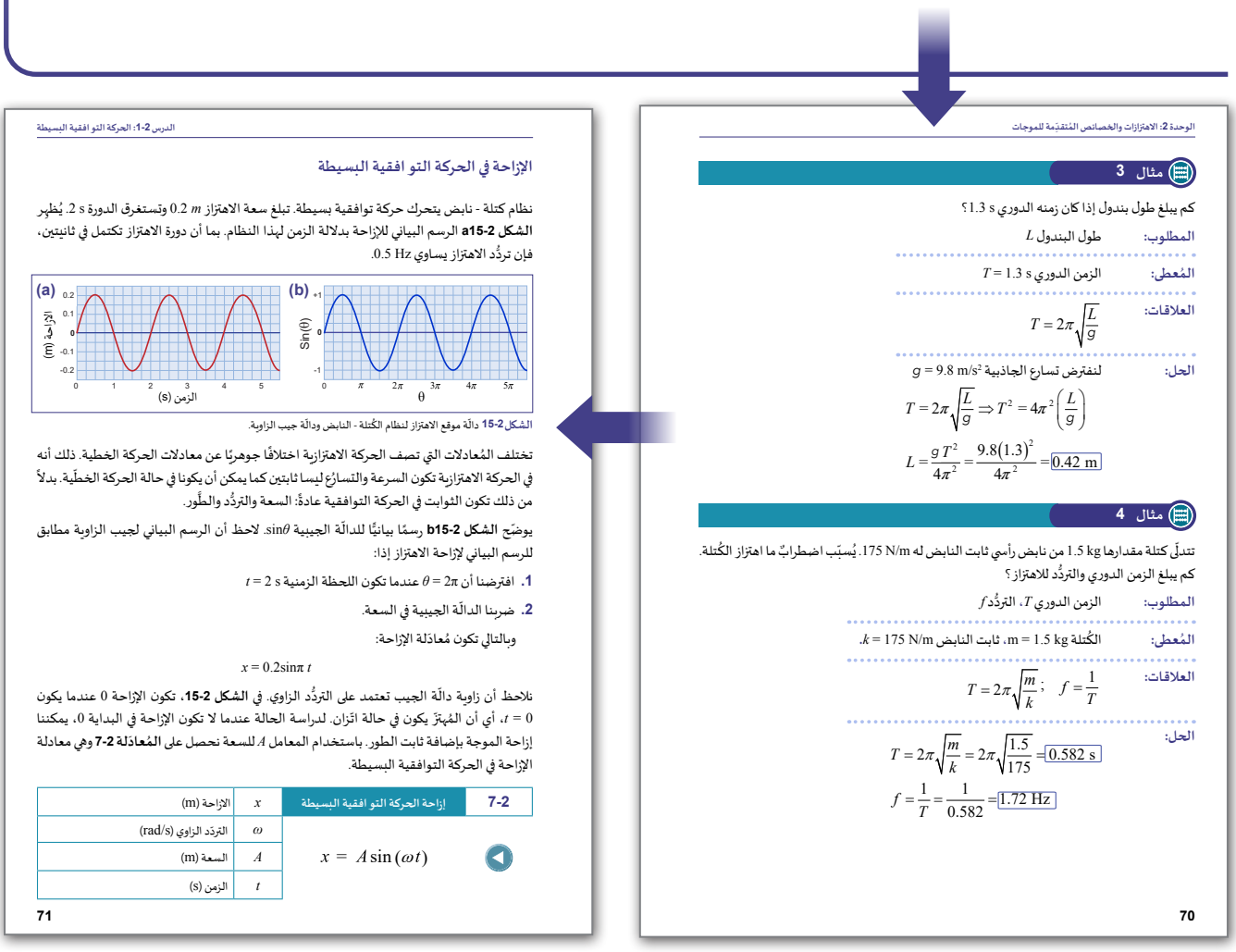
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

T	الزمن الدوري (s)	
m	الكتلة (kg)	
k	ثابت النابض (kg/s²) أو (N/m)	

69

الإزاحة في الحركة التو افقية البسيطة

1. نفذ بعض التطبيقات للطلاب لحساب الزمن الدوري لبندول ونظام كتلة-نابض بتغيير قيم المتغيّرات.
2. أسأل الطلاب عن الزمن الدوري عند نقل النظام المهتزّ نفسه إلى سطح القمر. ذكّر الطلاب بأنَّ البندول فقط هو الذي سيتأثر، وليس نظام الكتلة-النابض.
3. اسأل الطلاب: كيف نحسب ثابت نابض مجهول؟
   باستخدام قانون هوك.
4. ارسم الرسم البياني الذي يظهر الإزاحة على المحور y والزمن على المحور x. قم بتحريك نظام مهتزّ واسأل الطلاب: كيف يمكننا رسم منحنيات بيانية للإزاحة بدلالة الزمن لهذه الحركة؟
5. وجّه الطلاب إلى أن سعة الاهتزاز هي أقصى إزاحة يحدثها الجسم المهتز..
6. قارن بين الرسم البياني الذي أنجزه الطلاب والرسم البياني لدالّة الجيب.



الوحدة 2: الاهتزازات والخصائص المُتقدِّمة للموجات

مثال 3

كم يبلغ طول بندول إذا كان زمنه الدوري 1.3 s؟

المطلوب: طول البندول L

المُعطى: الزمن الدوري $T = 1.3\ \text{s}$

العلاقات: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

الحل: لنفترض تسارع الجاذبية $g = 9.8\ \text{m/s}^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\left(\frac{L}{g}\right)$$

$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8(1.3)^2}{4\pi^2} = \boxed{0.42\ \text{m}}$$

مثال 4

تتدلّى كتلة مقدارها 1.5 kg من نابض رأسي ثابت النابض له 175 N/m. يُسبّب اضطرابٌ ما اهتزاز الكُتلة. كم يبلغ الزمن الدوري والتردُّد للاهتزاز؟

المطلوب: الزمن الدوري T، التردُّد f

المُعطى: الكُتلة $m = 1.5\ \text{kg}$، ثابت النابض $k = 175\ \text{N/m}$.

العلاقات: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$; $f = \frac{1}{T}$

الحل:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.5}{175}} = \boxed{0.582\ \text{s}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.582} = \boxed{1.72\ \text{Hz}}$$

70

الدرس 1-2: الحركة التو افقية البسيطة

الإزاحة في الحركة التو افقية البسيطة

نظام كتلة - نابض يتحرك حركة توافقية بسيطة. تبلغ سعة الاهتزاز m 0.2 وتستغرق الدورة s 2. يُظهر **الشكل a15-2** الرسم البياني للإزاحة بدلالة الزمن لهذا النظام. بما أن دورة الاهتزاز تكتمل في ثانيتين، فإن تردُّد الاهتزاز يساوي 0.5 Hz.

الشكل 2-15 دالّة موقع الاهتزاز لنظام الكُتلة - النابض ودالّة جيب الزاوية.

تختلف المُعادلات التي تصف الحركة الاهتزازية اختلافًا جوهريًا عن معادلات الحركة الخطية. ذلك أنه في الحركة الاهتزازية تكون السرعة والتسارُع ليسا ثابتين كما يمكن أن يكونا في حالة الحركة الخطّية. بدلاً من ذلك تكون الثوابت في الحركة التوافقية عادةً: السعة والتردُّد والطَّور.

يوضّح **الشكل b15-2** رسمًا بيانيًّا للدالّة الجيبية $\sin\theta$. لاحظ أن الرسم البياني لجيب الزاوية مطابق للرسم البياني لإزاحة الاهتزاز إذا:

1. افترضنا أن $\theta = 2\pi$ عندما تكون اللحظة الزمنية $t = 2\ \text{s}$
2. ضربنا الدالّة الجيبية في السعة.

وبالتالي تكون مُعادَلة الإزاحة:

$$x = 0.2\sin\pi t$$

نلاحظ أن زاوية دالّة الجيب تعتمد على التردُّد الزاوي. في **الشكل 2-15**، تكون الإزاحة 0 عندما يكون $t = 0$، أي أن المُهتزّ يكون في حالة اتّزان. لدراسة الحالة عندما لا تكون الإزاحة في البداية 0، يمكننا إزاحة الموجة بإضافة ثابت الطور. باستخدام المعامل A للسعة نحصل على **المُعادَلة 2-7** وهي معادلة الإزاحة في الحركة التوافقية البسيطة.

7-2	إزاحة الحركة التو افقية البسيطة		
	الإزاحة (m)	x	$x = A\sin(\omega t)$
	التردّد الزاوي (rad/s)	ω	
	السعة (m)	A	
	الزمن (s)	t	

71

الاهتزازات مع اختلاف الطور

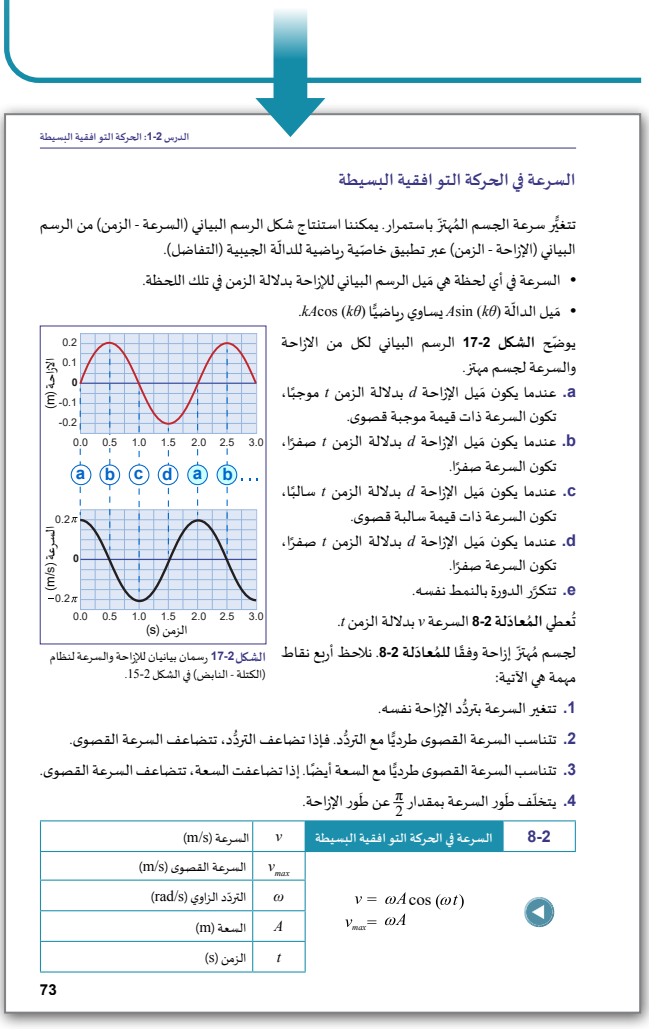
1. نحن ندرس المعادلات حيث يكون النظام المهتزّ عند موضع الاتّزان عند الزمن $t = 0$.
2. لكن ليس هذا هو الحال دائمًا، يمكننا البدء بتوقيت الاهتزاز لاحقًا، أي بعد تجاوز موضع الاتّزان. باستخدام نظام الكتلة-النابض المهتز والرسم البياني للدالّة الجيبية، وضّح للطلاب أننا إذا بدأنا في توقيت الاهتزاز بعد قطع ¼ الموجة، فسيكون لدينا فرق طور $\frac{\pi}{2}$.
3. بالمثل، اشرح فرق الطور عندما يبدأ الاهتزاز في مواقع مختلفة.

السرعة في الحركة التو افقية البسيطة

1. اعرض الرسم البياني للإزاحة بدلالة الزمن على السبّورة. اسأل الطلاب عن السرعة عند موقع الإزاحة القصوى.
2. استخدم نظامًا مهتزًا، بطريقة تمكن الطلاب من مراقبة السرعة مرة أخرى.
3. اسأل الطلاب: متى تكون السرعة عند أقلّ قيمة لها؟

سيتمكّن معظم الطلاب من الإشارة إلى أن السرعة تكون أقل ما يمكن عند موقع الإزاحة القصوى.

4. أنشئ الرسم البياني للسرعة بدلالة الزمن لنظام مهتزّ، ثم قارن بين هذا الرسم والرسم البياني للإزاحة بدلالة الزمن.



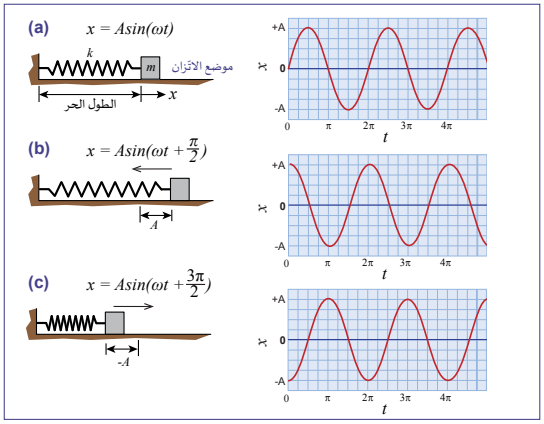
الاهتزازات مع اختلاف الطَّور

تبدأ دالّة الجيب دورتها من الصفر لأن $\sin(0) = 0$. ومع ذلك قد لا يبدأ الاهتزاز دورته عند الصفر. ولكي نطابق دورة دالّة الجيب مع حركة الاهتزاز نضيف ثابت طور ϕ. ليكن لدينا نظام الكُتلة - النابض المُهتزّ في **الشكل 2-16**.

a. يبدأ الاهتزاز عند اللحظة $t = 0$، ويكون طور البداية $\phi = 0$. وتكون مُعادَلة الإزاحة: $x = A \sin(\omega t)$ يظهر الرسم البياني الذي يمثّل هذه الحركة في **الشكل 2-a16**.

b. يبدأ الاهتزاز ربع دورة ($\frac{\pi}{2}$ rad) قبل الاهتزاز في البند (a). ولكي نطابق دالّة الجيب مع الحركة، نحتاج إلى إضافة ثابت طور $\frac{\pi}{2}$ لمُعادَلة الإزاحة، فتصبح $x = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ يَظهر الرسم البياني للحركة في **الشكل 16-b2**.

c. يبدأ المُهتزّ ثلاث أرباع دورة ($\frac{3\pi}{2}$ rad) قبل الاهتزاز في (a). ولكي نطابق دالّة الجيب، نضيف ثابت طُور أكبر، $\phi = \frac{3\pi}{2}$، فتصبح مُعادَلة الإزاحة: $x = A \sin(\omega t + \frac{3\pi}{2})$ يظهر الرسم البياني في **الشكل c16-2**.



الشكل 2-16 الرسوم البيانية لإزاحة حركة اهتزازية تبدأ بزوايا طُور مختلفة.

السرعة في الحركة التو افقية البسيطة

تتغيَّر سرعة الجسم المُهتزّ باستمرار. يمكننا استنتاج شكل الرسم البياني (السرعة - الزمن) من الرسم البياني (الإزاحة - الزمن) عبر تطبيق خاصّية رياضية للدالّة الجيبية (التفاضل).

- السرعة في أي لحظة هي مَيل الرسم البياني للإزاحة بدلالة الزمن في تلك اللحظة.
- مَيل الدالّة $A\sin(k\theta)$ يساوي رياضيًّا $kA\cos(k\theta)$.

الشكل 2-17 رسمان بيانيان للإزاحة والسرعة لنظام (الكتلة - النابض) في الشكل 2-15.

يوضّح **الشكل 2-17** الرسم البياني لكل من الازاحة والسرعة لجسم مهتز.

a. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t موجبًا، تكون السرعة ذات قيمة موجبة قصوى.

b. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t صفرًا، تكون السرعة صفرًا.

c. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t سالبًا، تكون السرعة ذات قيمة سالبة قصوى.

d. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t صفرًا، تكون السرعة صفرًا.

e. تتكرَّر الدورة بالنمط نفسه.

تُعطي **المُعادَلة 2-8** السرعة v بدلالة الزمن t.

لجسم مُهتزّ إزاحة وفقًا **للمُعادَلة 2-8**. نلاحظ أربع نقاط مهمة هي الآتية:

1. تتغير السرعة بتردُّد الإزاحة نفسه.
2. تتناسب السرعة القصوى طرديًّا مع التردُّد. فإذا تضاعف التردُّد، تتضاعف السرعة القصوى.
3. تتناسب السرعة القصوى طرديًّا مع السعة أيضًا. إذا تضاعفت السعة، تتضاعف السرعة القصوى.
4. يتخلّف طُور السرعة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ عن طُور الإزاحة.

8-2 السرعة في الحركة التو افقية البسيطة		
السرعة (m/s)	v	
السرعة القصوى (m/s)	v_{max}	
التردّد الزاوي (rad/s)	ω	
السعة (m)	A	
الزمن (s)	t	

$$v = \omega A \cos(\omega t)$$
$$v_{max} = \omega A$$

السرعة اللحظية بدلالة الإزاحة

1. من الممكن حساب سرعة الاهتزاز عندما لا يكون الجسم في حالة اتزان.
2. بمشاركة الطلاب استنتج **المعادلة 2-9**.
3. ذكّر الطلاب بالمعادلات المثلّثية. قد يكون من الجيد تزويدهم بقائمة بهذه المعادلات قبل الدرس.
4. حل مسائل متعدّدة مع الطلاب.
5. اطلب من الطلاب أن يستنتجوا الإزاحة باستخدام معادلة السرعة ثم اكتب معادلتي الإزاحة والسرعة للحركة التوافقية البسيطة.

التسارع في الحركة التو افقية البسيطة

1. الآن، اعرض الرسوم البيانية للإزاحة والسرعة على السبّورة. حرّك نظامًا مهتزّا، واطلب من الطلاب ملاحظة تغيّر الحركة والتسارع.
2. ذكّر الطلاب بأن التسارع يساوي $\frac{\Delta v}{\Delta t}$. هذا يعني أنه يمكن استخدام ميل الرسم البياني للسرعة بدلالة الزمن لحساب التسارع. عندما يكون ميل الرسم البياني للسرعة بدلالة الزمن عند قيمته القصوى، فذلك يعني أن تسارع الاهتزاز يكون أقصى ما يمكن.

السرعة اللحظية بدلالة الإزاحة

يمكن حساب سرعة الجسم المُهتزّ عند أي لحظة بدلالة التردد الزاوي والسعة والزمن. يمكن أيضًا استخدام **المُعادَلة 2-8** لاشتقاق مُعادَلة السرعة بدلالة الإزاحة.

معادَلة السرعة بدلالة الزمن: $v = \omega A\cos(\omega t + \phi)$

تربيع طرفَي المُعادَلة: $v^2 = \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$

وفقًا لعلم المثلثات: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

وكذلك: $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

يمكن لمُعادَلة السرعة أن تكتب: $v^2 = \omega^2 A^2\left(1 - \sin^2(\omega t + \phi)\right)$

بتوزيع الضرب على القوسين نحصل على: $v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$

باستخدام مُعادَلة الإزاحة 2-7 نحصل على: $v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2$

يؤدي أخذ الجذر التربيعي لطرفي المُعادَلة إلى **المُعادَلة 2-9**، والتي يمكن استخدامها لحساب سرعة الجسم المُهتزّ عندما لا يكون الزمن معروفًا ولكن إزاحته معروفة. لاحظ أن هناك إشارة موجبة أو سالبة في المُعادَلة، وذلك لأن الاهتزاز يمكن أن يكون في أي من الاتجاهين عند أي موقع معين.

9-2 السرعة بدلالة الإزاحة

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

v	السرعة (m/s)	
ω	التردّد الزاوي (rad/s)	
A	السعة (m)	
x	الإزاحة (m)	

مثال 5

الإزاحة لجُسَيم يتحرّك حركة توافقية بسيطة تُعطى بالمعادلة: $x = 0.005\cos(2t)$ (m)

احسب قيمة الإزاحة للجسيم عندما تكون سرعته 6 mm/s.

المطلوب: إزاحة الجُسَيم x

المُعطى: $x = 0.005\cos(2t)$

العلاقات: $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

الحل: باستخدام معادلة السرعة $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v^2 = \omega^2\left(A^2 - x^2\right)$

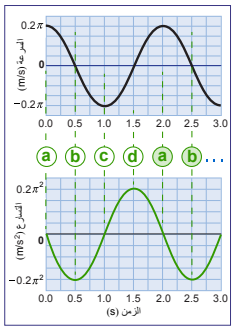
$\omega = 2$ rad / s ، $A = 0.005$ m

$$-x^2 = \frac{v^2}{\omega^2} - A^2 = \frac{0.006^2}{2^2} - 0.005^2 = -1.6\times10^{-5} \Rightarrow x = \boxed{0.004\text{ m}}$$

التسارع في الحركة التو افقية البسيطة

إذا كانت السرعة تتغيّر باستمرار، فيجب أن يتغيّر التسارع باستمرار. تمامًا كما فعلنا مع السرعة، يمكننا استنتاج شكل الرسم البياني للتسارع من الرسم البياني للسرعة.

- التسارع في أي لحظة هو مَيل الرسم البياني للسرعة بدلالة الزمن في تلك اللحظة.
- يساوي مَيل الدالّة $A\cos(k\theta)$ رياضيًّا $-kA\sin(k\theta)$.



الشكل 2-18 رسوم بيانية للسرعة والتسارع للجسم المُهتزّ في الشكل 2-15.

يوضّح **الشكل 2-18** الرسوم البيانية لكل من السرعة والتسارع لجسم مهتز.

a. عندما يكون مَيل السرعة بدلالة الزمن صفرًا، يكون التسارع صفرًا.

b. عندما يكون مَيل السرعة سالبًا، يكون التسارع سالبًا وعند قيمته القصوى.

c. عندما يكون المَيل صفرًا، يكون التسارع صفرًا.

d. عندما يكون المَيل موجبًا، يكون التسارع موجبًا وعند قيمته القصوى.

تُعطي **المُعادَلة 2-10** التسارع بدلالة الزمن t، لجسم مُهتزّ تكون إزاحته وفقًا للمُعادَلة 2-7. لاحظ أربع نقاط مُهمّة هي الآتية:

1. يتغيّر التسارع بتردُّد يساوي تردُّد كل من الإزاحة والسرعة.
2. القيمة القصوى للتسارع تتناسب طرديًّا مع مُربَّع التردُّد. إذا تضاعف التردُّد، تزداد القيمة القصوى للتسارع أربعة أضعاف.
3. تتناسب القيمة القصوى للتسارع طرديا مع السعة. إذا تضاعفت السعة، تتضاعف القيمة القصوى للتسارع.
4. طور الرسم البياني للتسارع يتخلف بمقدار $\frac{\pi}{2}$ بالنسبة للرسم البياني للسرعة وبمقدار π بالنسبة للرسم البياني للإزاحة.

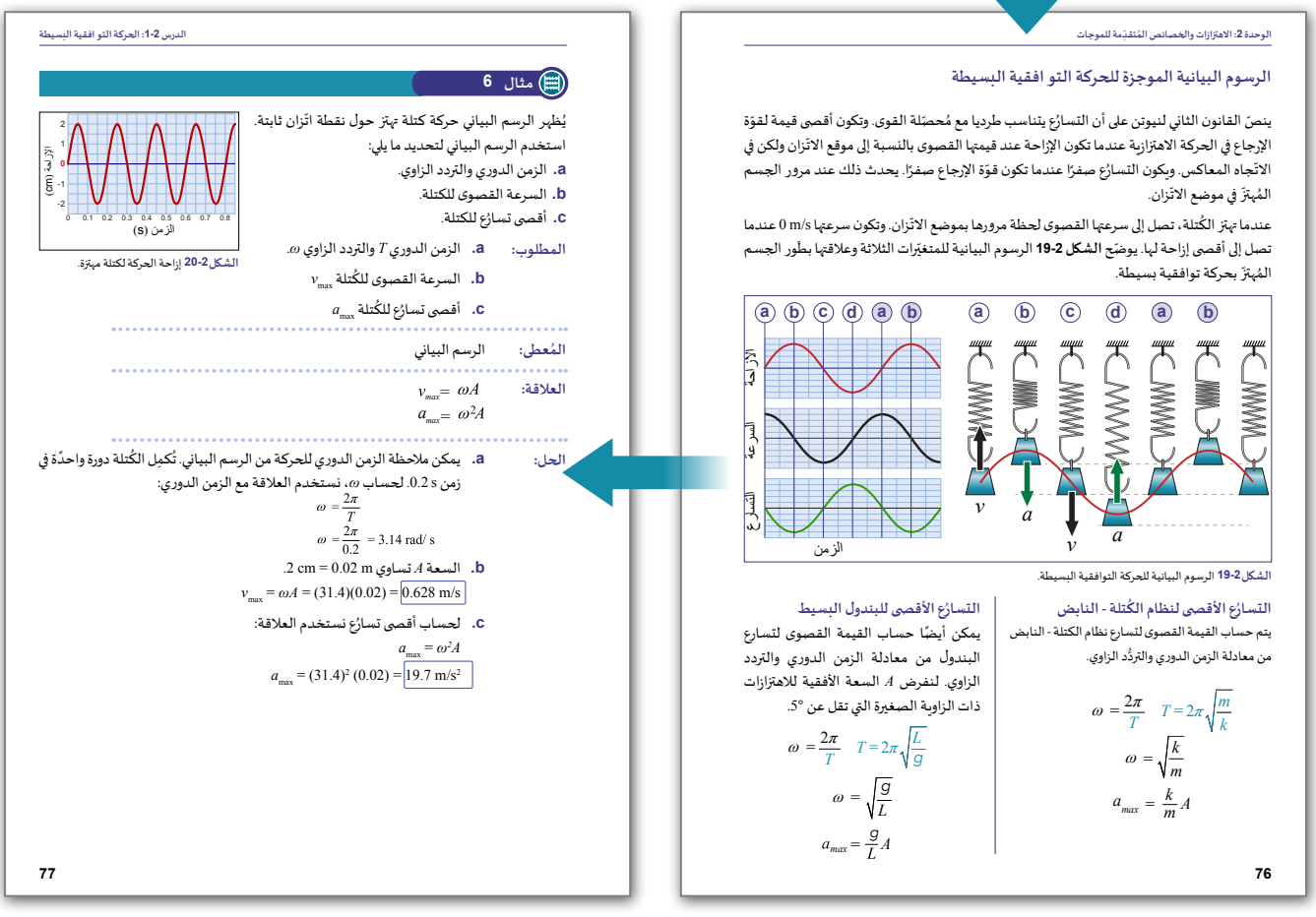
10-2 التسارع في الحركة التو افقية البسيطة

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t)$$
$$a_{max} = \omega^2 A$$

a	التسارع (m/s²)	
a_{max}	القيمة القصوى للتسارع (m/s²)	
ω	التردّد الزاوي (rad/s)	
A	السعة (m)	
t	الزمن (s)	

الرسوم البيانية الموجزة للحركة التوافقية البسيطة

1. للتحقّق من فهم الطلاب، اطرح عليهم الأسئلة الآتية: هل هناك علاقة بين السرعة والإزاحة في الحركة التوافقية البسيطة؟ هل هناك علاقة بين التسارع والإزاحة؟
2. اطلب من الطلاب استنتاج المعادلات للحصول على أقصى تسارع لاهتزاز نظام الكتلة -النابض والبندول بأنفسهم. لتوجيه الطلاب، اكتب معادلتي التردد الزاوي وأقصى تسارع على السبّورة.
3. اطلب من الطلاب كتابة معادلة الزمن الدوري والقيام بالتعويضات اللازمة لاستنتاج معادلتَي الحصول على أقصى تسارع.
4. حلّ المثالين (6 ,7) على السبّورة بمشاركة الطلاب.
5. إذا سمح الوقت، استخدم الرسوم البيانية المختلفة، واطلب من الطلاب حساب القيم نفسها.



الوحدة 2: الاهتزازات والخصائص المتقدمة للموجات

الرسوم البيانية الموجزة للحركة التوافقية البسيطة

ينصّ القانون الثاني لنيوتن على أن التسارُع يتناسب طرديا مع مُحصّلة القوى. وتكون أقصى قيمة لقوّة الإرجاع في الحركة الاهتزازية عندما تكون الإزاحة عند قيمتها القصوى بالنسبة إلى موقع الاتّزان ولكن في الاتّجاه المعاكس. ويكون التسارُع صفرًا عندما تكون قوّة الإرجاع صفرًا. يحدث ذلك عند مرور الجسم المُهتزّ في موضع الاتّزان.

عندما تهتز الكُتلة، تصل إلى سرعتها القصوى لحظة مرورها بموضع الاتّزان. وتكون سرعتها 0 m/s عندما تصل إلى أقصى إزاحة لها. يوضّح **الشكل 2-19** الرسوم البيانية للمتغيّرات الثلاثة وعلاقتها بطور الجسم المُهتزّ بحركة توافقية بسيطة.

الشكل 2-19 الرسوم البيانية للحركة التوافقية البسيطة.

التسارُع الأقصى لنظام الكُتلة - النابض

يتم حساب القيمة القصوى لتسارع نظام الكتلة - النابض من معادلة الزمن الدوري والتردُّد الزاوي.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$a_{max} = \frac{k}{m}A$$

التسارُع الأقصى للبندول البسيط

يمكن أيضًا حساب القيمة القصوى لتسارع البندول من معادلة الزمن الدوري والتردد الزاوي. لنفرض A السعة الأفقية للاهتزازات ذات الزاوية الصغيرة التي تقل عن 5°.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$a_{max} = \frac{g}{L}A$$

مثال 6

يُظهر الرسم البياني حركة كتلة تهتز حول نقطة اتّزان ثابتة. استخدم الرسم البياني لتحديد ما يلي:

a. الزمن الدوري والتردد الزاوي.

b. السرعة القصوى للكتلة.

c. أقصى تسارُع للكتلة.

الشكل 2-20 إزاحة الحركة لكتلة مهتزة.

المطلوب:
a. الزمن الدوري T والتردد الزاوي ω.
b. السرعة القصوى للكُتلة v_{max}
c. أقصى تسارُع للكُتلة a_{max}

المُعطى: الرسم البياني

العلاقة:
$$v_{max} = \omega A$$
$$a_{max} = \omega^2 A$$

الحل:

a. يمكن ملاحظة الزمن الدوري للحركة من الرسم البياني. تُكمِل الكُتلة دورة واحدًة في زمن 0.2 s. لحساب ω، نستخدم العلاقة مع الزمن الدوري:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{0.2} = 3.14 \text{ rad/ s}$$

b. السعة A تساوي 0.02 m = 2 cm.

$$v_{max} = \omega A = (31.4)(0.02) = \boxed{0.628 \text{ m/s}}$$

c. لحساب أقصى تسارُع نستخدم العلاقة:

$$a_{max} = \omega^2 A$$

$$a_{max} = (31.4)^2\,(0.02) = \boxed{19.7 \text{ m/s}^2}$$

نشاط 2-1 تحديد تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط

الإجابات/ عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: حامل، خيط، ساعة إيقاف، كتلة مُعلّقة.

يتعيّن القيام بهذا النشاط الجماعي مع الطلاب في مجموعات ثنائية أو ثلاثية. سيحتاج أحد الطلاب إلى حساب عدد الاهتزازات في الوقت الذي يقوم فيه طالب آخر بحساب زمن هذه الاهتزازات. ناقش السبب الذي يجعل قياس الزمن لعدة اهتزازات متتالية أهمَّ من قياس الزمن لاهتزازة واحدة فقط. ذكّر الطلاب بأن زمن ردّ فعلهم يجب أن يُؤخذ بالحسبان، فإذا كان طالبان يعملان معًا، فسيتمّ عندئذٍ أخذ زمن رد الفعل لكلّ منهما بعين الاعتبار. بمجرد إكمال الطلاب المهمّة بنجاح، اطلب منهم توسعة نشاطهم. بتغيير طول البندول الخاص بهم.

الاسئلة

a. هل يمكننا حساب الزمن الدوري بقياس زمن اهتزازة واحدة فقط بدلًا من قياس زمن 10 اهتزازات؟ لماذا لا نشجّع على استخدام هذه الطريقة؟

قياس زمن اهتزازة واحدة فقط يشتمل على نسبة خطأ أكبر بالمقارنة مع قياس 10 اهتزازات ثم القسمة على 10.

مثال 7

يتحرك جسم حركةً توافقية بسيطة، وتُعطى إزاحته بالمُعادَلة:

$x = 0.05\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ حيث تقاس x بالمتر.

a. كم تبلغ سعة الحركة وتردُّدها الزّاوي وزمنها الدوري وثابت طَوْرها؟

b. أوجد مُعادلتَي السرعة والتسارُع بدلالة الزمن.

c. استخدم نتائجك لتمثيل إزاحة الحركة على الرسم البياني.

المطلوب:

a. السعة A؛ والتردُّد الزاوي ω، والزمن الدوري T، وثابت الطور ϕ.

b. معادلتا السرعة والتسارُع.

c. الرسم البياني للإزاحة

المُعطى: $x = 0.05\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$

العلاقات:

$x = A\sin(\omega t + \phi)$ $\quad v_{max} = \omega A$

$v = \omega A\cos(\omega t + \phi)$ $\quad a_{max} = \omega^2 A$

$a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$

الحل:

a. يمكننا الحصول على قيم A و ω و ϕ من معادلة الإزاحة:

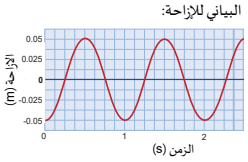
$A = 0.05\text{ m}$ $\quad \omega = 2\pi$ $\quad \phi = \frac{3\pi}{2}$ $\quad T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = \left(\frac{2\pi}{2\pi}\right) = 1\text{ s}$

b. بالتعويض عن جميع القيم نحصل على:

$v = 2\pi(0.05\text{ m})\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ $\quad v = 0.1\pi\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$

$a = -(2\pi)^2(0.05\text{ m})\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ $\quad a = -0.2\pi^2\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$

c. ثابت الطور $\frac{3\pi}{2}$ يعني أن الجسم قد أكمل ثلاثة أرباع الدورة عند $t = 0$. يكون الرسم البياني للإزاحة:

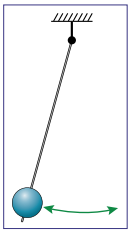


نشاط 2-1 تحديد تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط

سؤال الاستقصاء	احسب تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط
الموادّ المطلوبة	حامل، خيط، ساعة إيقاف، كتلة مُعلّقة.

خطوات التجربة

1. صمّم بندولاً بسيطًا بندول بسيط كما هو موضّح في **الشكل 2-21**. اجعل طول خيط البندول أقلّ من متر واحد.
2. اسحب كتلة البندول بزاوية 5° مع الاتّجاه الرأسي، ثم دعْها لكي تهتز. قس الزمن اللازم لحركة البندول لإنهاء عشر اهتزازات. اقسم هذا الزمن على عشرة لحساب الزمن الدوري لاهتزازة واحدة للبندول.
3. استخدم المُعادَلة: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ لحساب تسارُع الجاذبية
4. كرّر التجربة مرتين مع تغيير طول الخيط إلى قيم أخرى أقل من 1m.



الشكل 2-21 بندول بسيط.

الأسئلة

a. هل يمكننا حساب الزمن الدوري بقياس زمن اهتزازة واحدة مباشرة، بدلاً من قياس زمن 10 اهتزازات؟ لماذا لا نشجّع على استخدام هذه الطريقة؟

b. املأ جدول البيانات بالقيم المحسوبة لثلاثة أطوال مختلفة.

c. احسب التردُّد الزاوي لكل طول.

d. احسب تسارُع الكُتلة لكل طول.

بندول الساعة

1. قم ببناء بندول بسيط يكون زمنه الدوري ثانية واحدة بالضبط.
2. باستخدام النوابض والكتل المتاحة في المختبر المدرسي، صمّم نظام كتلة-نابض يكون زمنه الدوري ثانية واحدة فقط.
3. هل تتفق نتائجك مع التجربة العملية؟

نشاط 2-1 تحديد تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط

الإجابات/ عيّنة بيانات

b. جدول البيانات

	المحاولة 1	المحاولة 2	المحاولة 3
طول البندول (m)	0.31	0.41	0.51
الزمن المستغرق لـ 10 اهتزازات(s)	11.02	13.11	14.16
الزمن الدوري (s)	1.102	1.311	1.416
حساب g (m/s²)	10.08	9.42	10.04

c. احسب التردّد الزاوي لكل طول.

التردّد الزاوي للمحاولة 1

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}=\sqrt{\frac{10.08}{0.31}}=5.7\ \text{rad/s}$$

التردّد الزاوي للمحاولة 2

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}=\sqrt{\frac{9.42}{0.41}}=4.8\ \text{rad/s}$$

التردّد الزاوي للمحاولة 3

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{L}}=\sqrt{\frac{10.04}{0.51}}=4.4\ \text{rad/s}$$

d. احسب تسارُع الكُتلة لكل طول.

التسارع الأقصى في المحاولة الأولى:

$$a_{max}=\frac{g}{L}A=\frac{10.08}{0.31}(0.1)=3.3\ \text{m/s}^2$$

التسارع الأقصى في المحاولة الثانية:

$$a_{max}=\frac{g}{L}A=\frac{9.42}{0.41}(0.1)=2.3\ \text{m/s}^2$$

التسارع الأقصى في المحاولة الثالثة:

$$a_{max}=\frac{g}{L}A=\frac{10.04}{0.51}(0.1)=2\ \text{m/s}^2$$

تقويم الدّرس 2-1

الإجابات

1. يبلغ الزمن الدوري لبلّورة الكوارتز في ساعة يد 0.00350 s. كم يبلغ تردُّدها بوحدة Hz؟

الزمن الدوري $T = 0.00350\ s$ التردد $f = ?$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.00350} = 285.7\ Hz$$

2. إذا كان تردُّد جسم مُهتزّ 60 Hz، فكم يبلغ عدد الدورات الكاملة التي ينجزها في ثانيتين؟

التردّد، $f = 60Hz$؛ عدد الاهتزازات في ثانيتين = ؟ لحساب عدد مرات الاهتزازات، نحتاج إلى حساب الزمن الدوري $T = \frac{1}{f} = 0.0167\ s$. عدد الاهتزازات في 2 s هو: $n = \frac{t}{T}$

$$\frac{2}{0.0167} = 120 \text{ اهتزازة}$$

3. تهتزّ أرجوحة ذهابًا وإيابًا 21 مرة خلال 30 ثانية.

a. كم يبلغ الزمن الدوري للحركة؟

عدد الاهتزازات = 21 مرة؛ الزمن الكلي = 30 s.

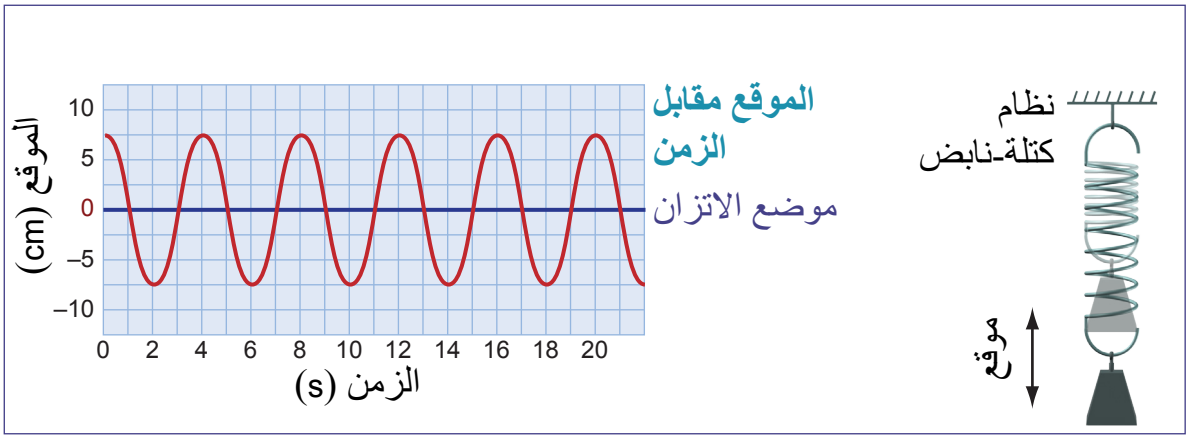
زمن اهتزازة واحدة: $\frac{30}{21} = 1.43\ s$ $\quad T = \frac{t}{n}$

b. كم يبلغ تردُّد الحركة؟

الزمن الدوري، $T = 1.43\ s$؛ التردد، $f = ?$. $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{1.43} = 0.7\ Hz$.

c. كم يبلغ التردُّد الزاويّ للحركة؟

التردّد، $f = 0.7\ Hz$؛ التردّد الزاوي، $\omega = ?$. باستخدام معادلة التردّد الزاوي، $\omega = 2\pi f$



تقويم الدّرس 2-1

الإجابات

6. تتأرجح كتلة 0.45 kg من الطرف السفلي لنابض رأسي، فتنجز اهتزازة واحدة كل 0.55 s. يتم ضغط النابض مسافة 10 cm ثم تحريره عند اللحظة $t = 0$ s.

a. اكتب المعادلة التي تصف إزاحة هذه الحركة.

سعة الاهتزاز $(A=0.1\ m)$ ، الزمن الدوري $(T=0.55\ s)$ ، الكتلة $(m=0.45\ kg)$.

معادلة الإزاحة $(x=?)$، تعطى كما يأتي:

$$x=A\sin(\omega t+\phi),\ (\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0.55}=11.4\ rad)$$

عند اللحظة الزمنية $(t=0)$ يتم ضغط النابض، وهذا يعني أن ثابت الطور $(\phi=\frac{3\pi}{T})$.

$$x=0.1\sin(11.4t+\frac{3\pi}{T})$$

$$x=-0.1\cos(11.4t)$$

b. ما الزمن اللازم للكتلة المهتزة كي تعود إلى موضع اتّزانها لأوّل مرة؟

سوف يستغرق وصول البندول إلى موضع الاتزان ربع دورة.

$$t=\frac{T}{4}=\frac{0.55}{4}=0.1375\ s$$

تقويم الدّرس 2-1 — الإجابات

4. استخدم العلاقة البيانية أعلاه لإيجاد الآتي:

a. كم عدد الاهتزازات التي تحدث خلال 10 s؟

يوضح الرسم البياني أعلاه أن 2.5 من الاهتزازات تحدث في 10 ثوانٍ.

b. كم تبلغ سعة الحركة؟

السعة = 7.5 cm

c. ما مقدار الزمن الدوري للحركة وما تردُّدها؟

الزمن الدوري يساوي 4 s. التردّد، $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} = 0.25$ Hz

d. ما مقدار التردُّد الزاويّ للحركة والقيمة القصوى لتسارعها؟

التردّد الزاوي؟ = ω؛

القيمة القصوى للتسارع ؟ = a_{max}

لحساب القيمة القصوى للتسارع:

$\omega = 2\pi f = 2\pi\ (0.25) = 1.57$ rad/s

عَوِّض القِيَم المعروفة: . $a_{max} = \omega^2 A$

$a_{max} = (1.57)^2\ (0.075)$ $a = 0.19$ m/s^2

5. تتعرّض كتلة لحركة توافقية بسيطة سعتها 4 mm وتردُّدها 0.32 Hz. تتساوى إزاحة الكتلة مع سعتها عند $t = 0$ s.

a. ما المعادلة التي تصف إزاحة هذه الحركة؟

السعة، $A = 4$ mm ؛ التردد، $f = 0.32$ Hz؛ السعة بالأمتار، $A = 0.004$ m. التردّد الزاوي: $\omega = 2\pi f = 2\pi\ (0.32) = 2$ rad/s . معادلة الإزاحة هي:

$x = A\sin(\omega t + \Phi)$ أو $x = 0.004 \sin(2t + \frac{\pi}{2})$

أو

$x = 0.004 \cos(2t)$

b. ما المعادلة التي تصف سرعة هذه الحركة؟

صيغة معادلة السرعة: $v = \omega A\cos(\omega t)$. عوّض القيم في المعادلات:

$v = 0.008 \cos(2t + \frac{\pi}{2})$

أو $v = 0.008 \sin(2t)$

إعادة تدريس

1. درّب الطلاب على حساب الزمن الدوري لبندول بسيط عندما يكون الطول معروفًا. أعطِ الطلاب طولًا معيّنًا للبندول وقيمة لكتلته، واطلب منهم حساب الزمن الدوري. ذكّرهم بأنَّ الكتلة ليس لها تأثير في حساب الزمن الدوري للبندول.
2. بعد ذلك، اطلب من الطلاب حساب الزمن الدوري لنظام الكتلة-النابض المهتزّ عندما يكون ثابت النابض والكتلة معروفَيْن. ذكر الطلاب بأنَّ الكتلة لها تأثير في حساب الزمن الدوري لنظام الكتلة - النابض.
3. يجب مراجعة المعادلات التي تستخدم دوالّ الجيب وجيب التمام بعناية مع الطلاب.
4. ذكّر الطلاب بأنَّ الرسم البياني للإزاحة هو رسم بياني جيبي لأنه يبدأ عند الصفر. إذا كان هناك فرق في الطور، فإنَّ الرسم البياني لا يبقى دالة جيبية.

إثراء

1. للتوسع فيما تعلمه الطلاب وتطبيقه، اطلب منهم تصميم بندول يكون زمنه الدوري ثانية واحدة بالضبط. يجب أن يتمكّن بعض الطلاب من تصميم البندول عن طريق حساب الطول أوّلًا.
2. يمكن للطلاب بعد ذلك إنشاء نظام مهتز خاص بهم، زمنه الدوري أقرب ما يكون إلى ثانية واحدة. يجب ألّا تزيد نسبة خطأهم عن 2%.
3. اطلب من الطلاب أن يكونوا مبدعين. على سبيل المثال ، يمكن أن يختاروا مسطرة بلاستيكية رأسية متصلة بكتلة.
4. إذا كان ذلك صعبًا، يمكنهم اختيار عربة مثبتة بنابض تتحرك أفقيًا ذهابًا وإيابًا على سطح أملس.
5. امنح نقاطًا للطلاب المبدعين.
6. ملاحظة: احتفظ بهذه الأنظمة المهتزة، حيث سيتم استخدامها لإعادة التدريس عند نهاية الدرس 2-3. إذا لم يتمكن الطلاب من الاحتفاظ بها ، اطلب إليهم أن يدوّنوا ما صنعوه على الأقل، بحيث يتمكنوا من إعادة بنائه بسرعة لاحقًا.

ملاحظات

الدرس 2-2
الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة

مصادر تعلّم الدرس

الموضوع / الوقت	المحتوى	موارد كتاب الطالب	موارد دليل المعلم
مقدّمة الدرس 1 حصّة	نشاط	الصفحتان 81، 82	الصفحتان 100، 101 ورقة عمل a2-2
تبادل الطاقة $\frac{1}{2}$ حصّة	شرح	الصفحة 83	الصفحة 102
الطاقة الكلية 1 حصّة	شرح، معادلة، أمثلة	الصفحتان 84، 85	الصفحتان 102، 103
حفظ الطاقة 1 حصة	تحقيق للطلاب	الصفحة 86	الصفحتان 104، 105 ورقة عمل b2-2
التخامد 1 حصة	تعريف، شرح، نشاط	الصفحتان 89، 90	الصفحة 106

الزمن المقترح للدرس

يحتاج هذا الدرس إلى 4.5 حصة دراسية، تتضمّن نشاطين عمليين (a2-2) و(b2-2) إضافة الى أفكار حول أنشطة عملية موجزة ونقاشات مع الطلاب.

الأنشطة	مواد من أجل النشاط
a2-2 تصميم بندول رملي	حامل قائم، قمع ذو فتحة ضيّقة، رمل ناعم أو طحين، 4 أوراق رسم بياني متلاصقة لتشكّل ورقة كبيرة.
b2-2 حفظ الطاقة في نظام كتلة-نابض مُهتزّ	حاسوب والوصول إلى المحاكاة.

مخرجات التعلّم

P1203.3 يصف تحولات الطاقة في نظام حركة توافقية بسيطة بيانيًا باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.

P1204.2 يصف ويوضح أمثلة عملية لأنواع مختلفة من الإهتزازات المتخامدة.

المعرفة السابقة

يجب أن يكون الطلاب قد تعرّفوا إلى أشكال الطاقة المختلفة ومعادلاتها، وفهموا قانون حفظ الطاقة.

المفردات

Damping	تخامُد
Underdamped	تخامُد تحت الحدّ
Overdamped	تخامُد فوق الحدّ
Critically damped	تخامُد حرج

نشاط a2-2 تصميم بندول رملي

الإجابات/ عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: حامل قائم، قمع ذو فتحة ضيّقة، رمل ناعم أو طحين، 4 أوراق رسم بياني متلاصقة لتشكّل ورقة كبيرة.

1. لتقديم درس حول تبادل الطاقة، صمّم بندول رملي. يمكن أن يتمّ ذلك من خلال عرض توضيحي بدلًا من مختبر للفصل بأكمله. اطلب من الطلاب المساعدة في بناء البندول الرملي.
2. قد تحتاج إلى قمع تُحدِثُ فيه ثقوبًا. إذا كانت حُبيبات الرمل غير منتظمة، فإنَّ بالإمكان تركيب كيس من الحبر مزوّد بأنابيب داخل القمع أيضًا.
3. قم بإجراء التجربة أولًا بدون رمل، وبطريقة تسمح للطلاب بسحب الورقة بسرعة ثابتة. اسكب الرمل الآن داخل القمع، واطلب من الطلاب سحب الورقة أثناء تأرجح القمع.

الدرس 2-2
الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة
Energy in simple harmonic motion

عندما تعبر سيّارة فوق مطب صغير تسمح النوابض للعجلات بالحركة إلى أعلى وأسفل فوق المطبّ، في حين تبقى السيّارة عند المستوى الأفقي نفسه تقريبًا. يتم امتصاص طاقة الاصطدام بواسطة النوابض. وهذا يجعل السيّارة أكثر راحة مقارنة بالاهتزاز الذي يشعر به الركاب لو أن السيّارة تأثرت بأكملها خلال الاصطدام بالمطبّ. تُقلّل النوابض من القوى المؤثّرة في السيّارة إلى حدّ بعيد؛ ذلك أن كتلة العجلات فقط هي التي تتسارع أو تتباطأ بدلاً من كتلة السيّارة بأكملها.

الشكل 2-22 مقطع عرضي لممتص صدمات فيه زيت.

تؤدّي الطاقة التي تمتصّها النوابض إلى حركة توافقية نحو الأعلى والأسفل للسيّارة بأكملها. إلا أن ذلك لا يحدث لأن ممتصّ الصدمات بين جسم السيّارة والعجلات يحول تلك الطاقة بسرعة إلى حرارة. يحتوي ممتص الصدمات على مكبس داخل أنبوب فيه زيت (**الشكل 2-22**). عندما تتحرّك العجلات إلى أعلى وإلى أسفل، يدفع المكبس الزيت ذهابا وإيابا من خلال مجموعة ثقوب صغيرة، ما يؤدّي إلى قوة احتكاك كبيرة. يحوّل هذا الاحتكاك معظم الطاقة المخزّنة في النوابض إلى طاقة حرارية داخل الزيت.

مخرجات التّعلُّم

P1203.3 يصف تحولات الطاقة في نظام حركة توافقية بسيطة بيانيًا باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.

P1204.2 يصف ويوضح أمثلة عملية لأنواع مختلفة من الإهتزازات المتخامدة.

المفردات

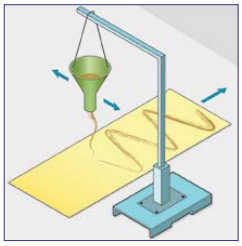
Damping	تخامُد
Underdamped	تخامُد تحت الحدّ
Overdamped	تخامُد فوق الحدّ
Critically damped	تخامُد حرج

نشاط a2-2 تصميم بندول رملي

سؤال الاستقصاء	كيف تتغيّر طاقة البندول؟
المواد المطلوبة	حامل قائم، قمع ذو فتحة ضيّقة، رمل ناعم أو طحين، 4 أوراق رسم بياني متلاصقة لتشكّل ورقة كبيرة.

الخطوات

1. علّق القمع على الحامل بواسطة الحلقة، كما هو مبيّن في **الشكل 2-23**.
2. ألصق 4 أوراق رسم بياني بعضها ببعض لتشكّل ورقة كبيرة، وثبّتها تحت القمع. حاول سحب الورق بسرعة ثابتة، قد تكون بحاجة إلى تكرار ذلك عدة مرات لتطبقّها بشكل صحيح.
3. املأ القمع بالرمل واسحبه بحيث يتأرجح. يؤدي ذلك إلى إنشاء رسم بياني على الورقة. يجب أن لا تزيد سعة الرسم البياني الناتج عن نصف عرض ورقة الرسم البياني. جرّبها مرة واحدة قبل وضع الرمل داخل القمع.
4. لاحظ أثناء تأرجح القمع النقاط التي يكون لها سرعة عظمى والنقاط التي يكون لها سرعة دنيا.


الشكل 2-23 بندول رملي.

الأسئلة

a. بالنظر إلى الرسم البياني الناتج، أين تكون الطاقة الحركية عند قيمتها العظمى؟ وأين تكون عند قيمتها الصغرى؟ وضّح إجابتك.
b. لا تنشأ الطاقة من العدم، فكيف يكتسب البندول طاقة حركية؟
c. ما شكل الطاقة الأخرى التي يمتلكها البندول؟ هل يمكن حساب هذه الطاقة أو قياسها؟
d. هل يمكن حساب الطاقة الكلّية للنظام؟
e. هل ستظل الطاقة الكلّية للنظام ثابتة؟
f. كيف يمكننا زيادة سرعة البندول أثناء مروره بموضع الاتّزان؟
g. ماذا يحدث لسعة الرسم البياني عند النهاية؟

نشاط 2-2a تصميم بندول رملي

الإجابات/
عيّنة بيانات

الاستكشاف

a. بمجرّد رسم الموجة، اسأل الطلاب عن تبادل الطاقة: أين كانت طاقة الوضع التجاذبية عند قيمتها القصوى، ولماذا؟

تكون القيمة القصوى عند السعة القصوى، لأنّ القمع عند ذلك يكون بعيدًا إلى الحدّ الأقصى عن موضع الاتزان.

b. أين تكون الطاقة الحركية عند قيمتها القصوى، ولماذا؟

تكون الطاقة الحركية عند قيمتها القصوى عند مرور القمع في موضع الاتّزان. عند ذلك تتحوّل طاقة الوضع التجاذبية بأكملها إلى طاقة حركية.

c. ما هو الشكل الآخر للطاقة التي يمكن أن يمتلكها البندول؟ هل يمكن حساب هذه الطاقة أو قياسها؟

تؤدّي مقاومة الهواء إلى توليد طاقة حرارية. إذا تمّ قياس سرعة البندول ومقارنتها بالقيم النظرية، فإن الفقد في الطاقة سيكون مساويًا للطاقة الحرارية الناتجة عن تأثير مقاومة الهواء والاحتكاك في حركة البندول.

d. هل يمكن حساب الطاقة الكلية للنظام؟

نعم، الطاقة الكلية للنظام تساوي طاقة الوضع + الطاقة الحركية.

e. هل ستظلّ الطاقة الكلية للنظام ثابتة؟

لا، لن تبقى الطاقة الكلية ثابتة. ستؤدّي مقاومة الهواء إلى إبطاء القمع تدريجيًا حتى يتوقف تمامًا.

f. كيف يمكننا زيادة سرعة البندول عندما يمرّ في موضع التوازن؟

تعتمد الطاقة الحركية على طاقة الوضع التجاذبية الأولية. وبالتالي، فإنّ بإمكاننا زيادة السرعة بزيادة سعة الاهتزاز.

g. ماذا يحدث لسعة الاهتزاز A على الرسم البياني في نهاية المطاف؟

تنخفض السعة تدريجيًا، ما يؤدي في النهاية إلى توقّف البندول.

تبادل الطاقة

1. باستخدام نظام الكتلة -النابض المهتزّ، اسأل الطلاب: أين تكون طاقة الوضع المرونية عند قيمتها العظمى؟ أين تكون الطاقة الحركية عند قيمتها العظمى؟ كلّف الطلاب أن يستنتجوا أن هناك تبادلًا للطاقة.
2. باستخدام البندول، وضّح للطلاب أن تبادل الطاقة الذي يحدث هنا هو تبادل الطاقة نفسه الذي يحدث في المثال السابق.
3. سيقوم الطلاب بربط تبادل الطاقة في نظامي الكتلة-النابض والبندول بأمثلة أخرى من الحياة العمليّة مثل اهتزاز فرع شجرة والأرجوحة ولوح القفز.

طاقة الجسم المهتزّ

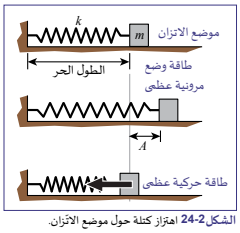
1. أنشئ الرسم البياني الذي يوضح تغير طاقة الوضع المرونية بدلالة الإزاحة على السبّورة. اشرح كيف تمّ تنفيذ هذا الرسم البياني.
2. اطلب الآن من الطلاب رسم الرسم البياني للطاقة الحركية بدلالة الإزاحة أيضًا. ذكِّرهم بأنَّ الطاقة الحركية تكون عند قيمتها القصوى عندما تكون طاقة الوضع صفرًا.
3. في الحالة المثالية، $E_k + E_E = E_T$.
4. يجب أن يعمل المعلم من خلال استنتاج تبادلات الطاقة في الصف ليُظهِر للطالب كيفية اشتقاق جميع المعادلات.

تبادُل الطاقة في نظام الكتلة-النابض المُهتزّ

تمثّل الحركة التوافقية البسيطة تبادُلًا للطاقة بأشكال مختلفة. لاحظ مثال نظام الكتلة-النابض كما هو مبيّن في **الشكل 2-24**.

- تتغيّر طاقة الوضع المرونية E_E للنظام أثناء اهتزاز الكتلة عندما ينضغط النابض أو يستطيل.
- تتغيّر الطاقة الحركية للنظام E_k لأن سرعة الكتلة تتغيّر أيضًا.

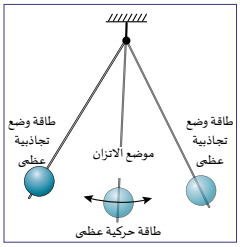
الطاقة الكلّية للنظام E عند أيّ لحظة هي مجموع طاقة الوضع المرونية والطاقة الحركية: $E_T = E_E + E_K$.



الشكل 2-24 اهتزاز كتلة حول موضع الاتّزان.

تبادُل الطاقة في بندول

يحدث تبادُل لطاقة البندول المُهتزّ بين الطاقة الحركية وطاقة الوضع التجاذبية. فعندما يكون البندول في موضع الإزاحة العظمى تكون طاقة الوضع التجاذبية عند قيمتها العظمى E_{Pmax}، والطاقة الحركية E_k صفرًا، كما هو مبيّن في **الشكل 2-25**. ويكون للبندول عند مروره في موقع الاتّزان أثناء تأرجحه طاقة حركية عظمى وطاقة وضع تجاذبية تساوي صفرًا. تكون الطاقة الكلّية للنظام حاصل جمع الطاقة الحركية وطاقة الوضع التجاذبية: $ET = EP + EK$.



الشكل 2-25 اهتزاز بندول.

الطاقة الكلية في نظام تو افقي بسيط مغلق تبقى ثابتة.

الاهتزازات في الطبيعة

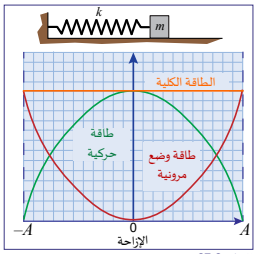
يبيّن **الشكل 2-26** غصن شجرة وأرجوحة ولوح غطس. سوف يتأرجح كل منها بمجرد إزاحته عن موضع اتّزانه. صف تغيّرات الطاقة في كل منها.

الشكل 2-26 أجسام مهتزة.

الطاقة في نظام مُهتزّ

افترض نظامًا مغلقًا مكوّنًا من كتلة ونابض عديم الاحتكاك. تكون الطاقة الكلّية للنظام محفوظة.

يبيّن **الشكل 2-27** تبادُل الطاقة الذي يحصل عندما تهتز الكتلة المُعلّقة في النابض بين $-A$ و $+A$. يكون للنظام عند الإزاحة $+A$ طاقة وضع مرونية فقط، حيث يكون النابض قد استطال والكتلة عندئذٍ لا تتحرك قبل أن تعكس اتّجاه حركتها. في تلك اللحظة وقبل أن ترتد الكتلة تكون طاقة الوضع المرونية تساوي الطاقة الكلّية للنظام: $E_T = (E_E)_{max}$.



الشكل 2-27 تبادُل الطاقة.

- تتحوّل طاقة الوضع المرونية عندما تتحرّر الكتلة إلى طاقة حركية أثناء تحرك الكتلة.
- تتحوّل كل طاقة الوضع المرونية إلى طاقة حركية عندما تصل الكتلة إلى موضع الاتّزان.
- تتناوب الطاقة ذهابًا وإيابًا بين طاقة وضع مرونية وطاقة حركية مع كل اهتزازة للكتلة.

11-2 الطاقة الحركية في الحركة التوافقية البسيطة

$$E_K = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t)$$

E_K	الطاقة الحركية (J)
t	الزمن (s)
m	الكتلة (kg)
ω	التردد الزاوي (rad/s)
A	السعة (m)

الطاقة الحركية لنظام مُهتزّ

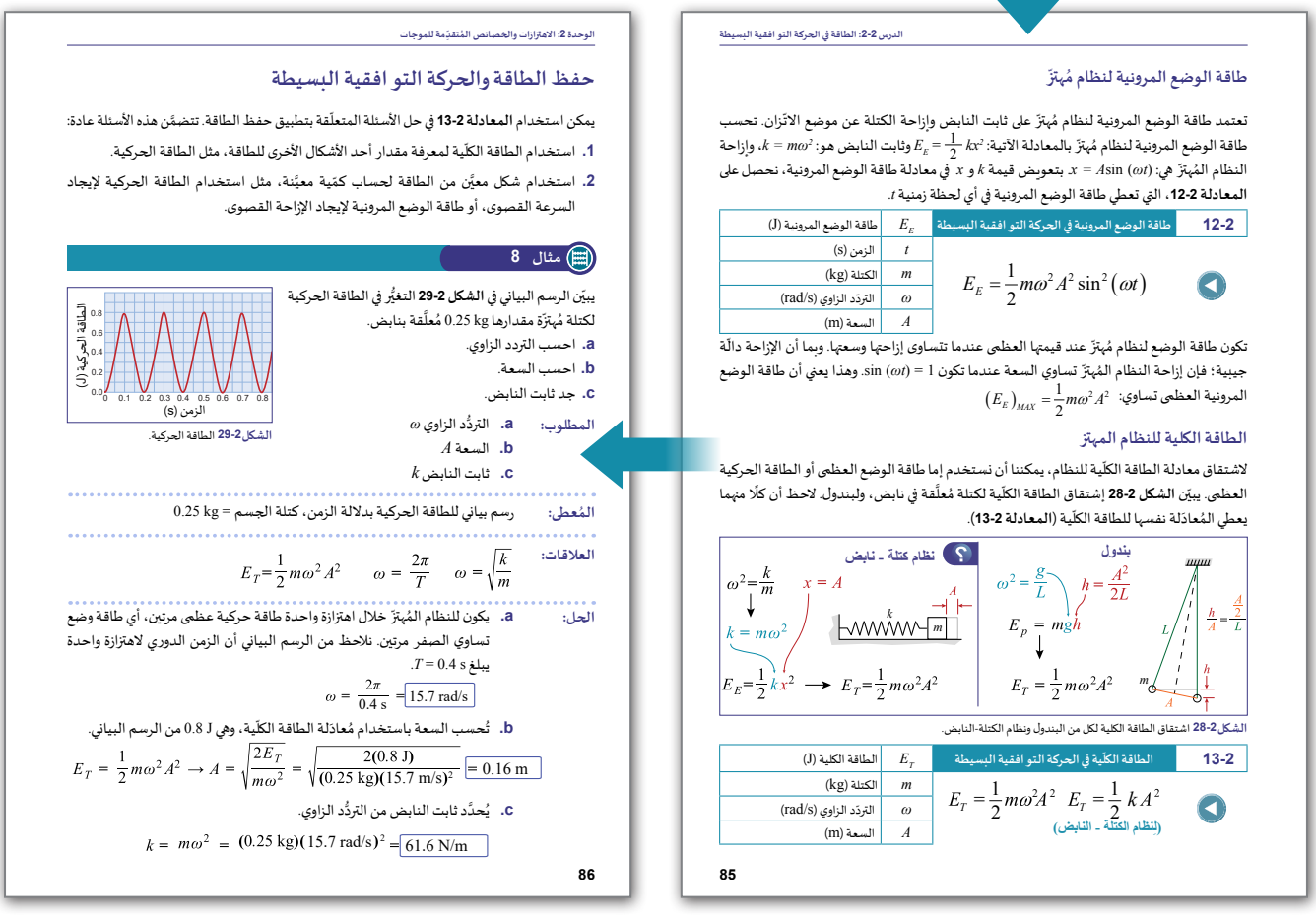
هل يمكن حساب الطاقة الحركية لنظام مُهتزّ ؟ تعتمد الطاقة الحركية على الكتلة والسرعة. تُعطى سرعة النظام المُهتزّ بالمعادلة: $v = \omega A\cos(\omega t)$، وتُعطى الطاقة الحركية للنظام بالمعادلة: $E_k = \frac{1}{2} mv^2$، وتُعطى الطاقة الحركية لنظام مُهتزّ في أي لحظة من الزمن t **بالمعادلة 2-11**.

تكون الطاقة الحركية للنظام المُهتزّ عند قيمتها العُظمى عندما تكون السرعة عند أقصى قيمة لها. وبما أن السرعة هي دالّة جيب تمام. فإن سرعة النظام المُهتزّ تكون عظمى عندما يكون جيب التمام: $\cos(\omega t) = 1$. يعني ذلك أن الطاقة الحركية العظمى تساوي:

$$(E_K)_{MAX} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

حفظ الطاقة والحركة التوافقية البسيطة

1. اطلب من الطلاب كتابة معادلات الطاقة الحركية وطاقة الوضع المرونية وطاقة الوضع التجاذبية.
2. عند حلّ المسائل، يمكن إيجاد الطاقة الكلية باستخدام **المعادلة 2-13**.
3. إذا تضمّن السؤال بندولًا، يتمّ التبادل بين طاقة الوضع التجاذبية والطاقة الحركية.
4. إذا تضمّن السؤال نظام كتلة- نابض، يكون التبادل بين طاقة الوضع المرونية والطاقة الحركية.
5. تذكّر: الطاقة الكلية للنظام المهتزّ تساوي القيمة العظمى لطاقة الوضع المرونية ، أو القيمة العظمى لطاقة الوضع التجاذبية، أو القيمة العظمى للطاقة الحركية عند إهمال الاحتكاك ومقاومة الهواء.
6. الآن، حُلّ المثالَيْن 8 و9 بمساعدة الطلاب على السبّورة.
7. بعد تغيير القيم على الرسوم البيانية، اطلب من أحد الطلاب أن يحسب المجهول مرة أخرى.



الدرس 2-2: الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة

طاقة الوضع المرونية لنظام مُهتزّ

تعتمد طاقة الوضع المرونية لنظام مُهتزّ على ثابت النابض وإزاحة الكتلة عن موضع الاتّزان. تحسب طاقة الوضع المرونية لنظام مُهتزّ بالمعادلة الآتية: $E_E = \frac{1}{2}kx^2$ وثابت النابض هو: $k = m\omega^2$، وإزاحة النظام المُهتزّ هي: $x = A\sin(\omega t)$ بتعويض قيمة k و x في معادلة طاقة الوضع المرونية، نحصل على **المعادلة 12-2**، التي تعطي طاقة الوضع المرونية في أي لحظة زمنية t.

12-2 طاقة الوضع المرونية في الحركة التوافقية البسيطة

$$E_E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t)$$

E_E	طاقة الوضع المرونية (J)	
t	الزمن (s)	
m	الكتلة (kg)	
ω	التردّد الزاوي (rad/s)	
A	السعة (m)	

تكون طاقة الوضع لنظام مُهتزّ عند قيمتها العظمى عندما تتساوى إزاحتها وسعتها. وبما أن الإزاحة دالّة جيبية؛ فإن إزاحة النظام المُهتزّ تساوي السعة عندما تكون $\sin(\omega t) = 1$. وهذا يعني أن طاقة الوضع المرونية العظمى تساوي: $(E_E)_{MAX} = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$

الطاقة الكلية للنظام المهتز

لاشتقاق معادلة الطاقة الكلّية للنظام، يمكننا أن نستخدم إما طاقة الوضع العظمى أو الطاقة الحركية العظمى. يبيّن **الشكل 28-2** إشتقاق الطاقة الكلّية لكتلة مُعلّقة في نابض، ولبندول. لاحظ أن كلًا منهما يعطي المُعادَلة نفسها للطاقة الكلّية (**المعادلة 13-2**).

الشكل 28-2 اشتقاق الطاقة الكلية لكل من البندول ونظام الكتلة-النابض.

13-2 الطاقة الكلّية في الحركة التوافقية البسيطة

$$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \quad E_T = \frac{1}{2}kA^2$$

(لنظام الكتلة ـ النابض)

E_T	الطاقة الكلية (J)	
m	الكتلة (kg)	
ω	التردّد الزاوي (rad/s)	
A	السعة (m)	

حفظ الطاقة والحركة التوافقية البسيطة

يمكن استخدام **المعادلة 13-2** في حل الأسئلة المتعلّقة بتطبيق حفظ الطاقة. تتضمّن هذه الأسئلة عادة:

1. استخدام الطاقة الكلّية لمعرفة مقدار أحد الأشكال الأخرى للطاقة، مثل الطاقة الحركية.
2. استخدام شكل معيَّن من الطاقة لحساب كمّية معيَّنة، مثل استخدام الطاقة الحركية لإيجاد السرعة القصوى، أو طاقة الوضع المرونية لإيجاد الإزاحة القصوى.

مثال 8

يبيّن الرسم البياني في **الشكل 29-2** التغيُّر في الطاقة الحركية لكتلة مُهتزّة مقدارها 0.25 kg مُعلّقة بنابض.

a. احسب التردد الزاوي.
b. احسب السعة.
c. جد ثابت النابض.

الشكل 29-2 الطاقة الحركية.

المطلوب:
a. التردُّد الزاوي ω
b. السعة A
c. ثابت النابض k

المُعطى: رسم بياني للطاقة الحركية بدلالة الزمن، كتلة الجسم = 0.25 kg

العلاقات: $E_T = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

الحل:

a. يكون للنظام المُهتزّ خلال اهتزازة واحدة طاقة حركية عظمى مرتين، أي طاقة وضع تساوي الصفر مرتين. نلاحظ من الرسم البياني أن الزمن الدوري لاهتزازة واحدة يبلغ $T = 0.4$ s.

$$\omega = \frac{2\pi}{0.4\text{ s}} = \boxed{15.7\text{ rad/s}}$$

b. تُحسب السعة باستخدام مُعادلة الطاقة الكلّية، وهي 0.8 J من الرسم البياني.

$$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \rightarrow A = \sqrt{\frac{2E_T}{m\omega^2}} = \sqrt{\frac{2(0.8\text{ J})}{(0.25\text{ kg})(15.7\text{ m/s})^2}} = \boxed{0.16\text{ m}}$$

c. يُحدَّد ثابت النابض من التردُّد الزاوي.

$$k = m\omega^2 = (0.25\text{ kg})(15.7\text{ rad/s})^2 = \boxed{61.6\text{ N/m}}$$

نشاط b2-2 حفظ الطاقة في نظام كتلة-نابض مُهتزّ

الإجابات/ عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: حاسوب والوصول إلى المحاكاة.

يتعيّن القيام بهذا النشاط الجماعي مع الطلاب في مجموعات ثنائية، ليتشاركوا في إنجاز النشاط ويحققوا التعاون بينهم. لضمان حصول جميع الطلاب على فرصة للعمل على المحاكاة، اطلب من الطلاب التناوب باستخدام كتلة للاستكشاف.

جدول البيانات

	المحاولة 1	المحاولة 2	المحاولة 3
الكتلة (kg)	0.05	0.1	0.15
الاستطالة (m)	0.08	0.16	0.24
ثابت النابض k (N/m)	6.125	6.125	6.125
التردّد الزاوي (rad/s)	11.07	7.83	6.39
السعة (m)	0.15	0.25	0.35
طاقة الوضع المرونية العظمى (J)	0.0689	0.192	0.355
السرعة القصوى (m/s)	1.66	1.96	2.18

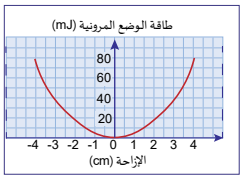
مثال 9

يبيّن الرسم البياني في **الشكل 2-30** التغيُّر في طاقة الوضع المرونية أثناء اهتزاز كتلة مقدارها 0.4 kg مُعلّقة في نهاية نابض.

a. إذا كانت حركة الكتلة توافقية بسيطة، فما الطاقة الكلّية للنظام؟

b. احسب ثابت النابض لنظام الكتلة- النابض المُهتزّ.

c. حدّد أقصى سرعة تُحقّقها الكتلة.



الشكل 2-30 طاقة الوضع المرونية في نظام مُهتزّ.

المطلوب:

a. الطاقة الكلّية E_T؛

b. ثابت النابض k؛

c. القيمة القصوى للسرعة v_{max}.

المُعطى:

السعة، $A = 4\ \text{cm}$؛

الكُتلة، $m = 0.4\ \text{kg}$؛

العلاقات:

$$E_T = E_E\ ;\ E_E = \frac{1}{2}kx^2\ ;\ E_K = \frac{1}{2}mv^2;$$

الحل:

a. الطاقة الكلّية للنظام تساوي طاقة الوضع المرونية العظمى للنظام. وهكذا نحصل من الرسم البياني على: $E_T = 80\ \text{mJ}$

b. نستخدم لحساب ثابت النابض، طاقة الوضع المرونية عند سعة $4\ \text{cm} = 0.04\ \text{m}$.

$$E_E = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 0.08 = \frac{1}{2}k(0.04)^2$$

$$\boxed{k = 100\ \text{N/m}}$$

c. الطاقة الكلّية تساوي الطاقة الحركية القصوى.

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 0.08 = \frac{1}{2}(0.4)v^2$$

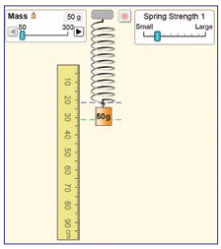
$$v^2 = 0.4 \Rightarrow \boxed{v_{max} = 0.63\ \text{m/s}}$$

87

نشاط b2-2 حفظ الطاقة في نظام كتلة-نابض مُهتزّ

سؤال الاستقصاء	احسب السرعة القصوى لنظام كتلة- نابض مُهتزّ باستخدام قانون حفظ الطاقة.
المواد المطلوبة	حاسوب والوصول إلى المحاكاة.

الخطوات



الشكل 2-31 تجهيز المحاكاة.

1. اختر وضع مختبر المحاكاة وهيّئه بجعل المسطرة تحاذي النابض.
2. تأكّد من وضوح الطول الابتدائي وموضع الاتّزان بالنسبة إليك.
3. اختر كتلة 50 g ولاحظ موضع اتّزان النابض عند النقطة السفلى لقراءة استطالة النابض. باستخدام الاستطالة وقوة وزن الكتلة، احسب ثابت النابض k.
4. دع النابض يهتز ولاحظ سعة الاهتزاز. احسب طاقة الوضع المرونية القصوى للنظام باستخدام السعة.
5. طاقة الوضع المرونية القصوى تساوي الطاقة الحركية القصوى للنظام. اجعل الطاقتين متساويتين لتحسب أقصى سرعة للنظام.
6. كرّر التجربة لكتلتين مختلفتين.

الأسئلة

a. متى يحقّق النظام أقصى سرعة: عندما تكون سعة الاهتزازة أقصى ما يمكن أم أقلّ ما يمكن؟ وضّح إجابتك باستخدام قانون حفظ الطاقة.

b. احسب الزمن الدوري لكل مجموعة من كتلة وثابت النابض. ثم استخدم المحاكاة وساعة إيقاف لقياس الزمن الدوري لكل كتلة وثابت نابض. هل الزمنان الدوريان متساويان؟

c. مثّل بالرسم البياني الطاقة بدلالة الزمن لمجموعة واحدة على الأقلّ من القراءات. أضف إلى الرسم البياني خطوطًا لطاقة الوضع المرونية والطاقة الحركية والطاقة الكلّية.

88

نشاط b2-2 حفظ الطاقة في نظام كتلة-نابض مُهتزّ

الإجابات/
عيّنة بيانات

الأسئلة

a. متى يحقّق النظام أقصى سرعة: عندما تكون سعة الاهتزازة أقصى ما يمكن أم أقلّ ما يمكن؟ وضّح إجابتك باستخدام قانون حفظ الطاقة.

وفقًا لقانون حفظ الطاقة ، فإن الطاقة الحركية العظمى تساوي طاقة الوضع العظمى للنظام. ينتج عن السعة الأكبر طاقة وضع عظمى. وبالتالي فإن النظام لديه طاقة حركية عظمى ، ما يؤدي إلى سرعة قصوى.

b. احسب الزمن الدوري لكل مجموعة من كتلة وثابت النابض. ثم استخدم المحاكاة وساعة إيقاف لقياس الزمن الدوري لكل كتلة وثابت نابض. هل الزمنان الدوريان متساويان؟

الزمن الدوري المحسوب للمحاولة 1: $T_1 = 0.57$ s.

الزمن الدوري المحسوب للمحاولة 2: $T_2 = 0.8$ s.

الزمن الدوري المحسوب للمحاولة 3: $T_3 = 0.98$ s.

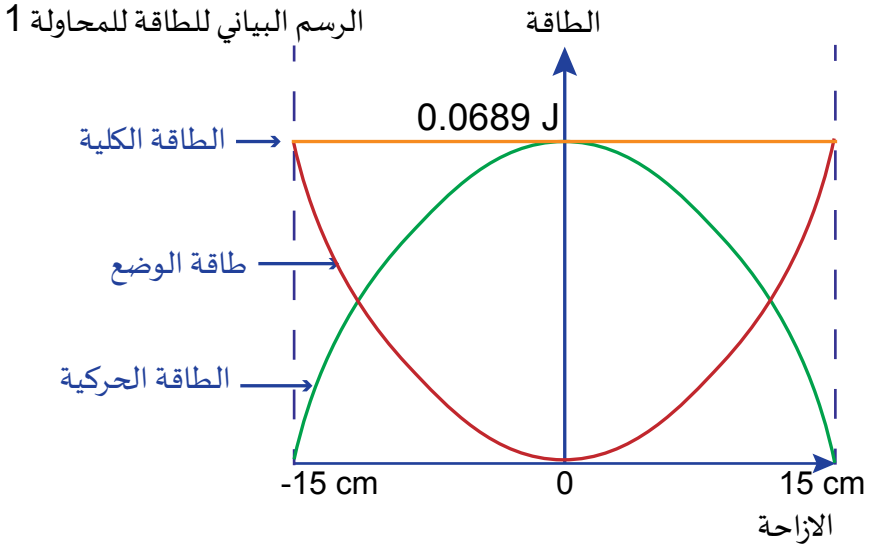
الزمن الدوري المقاس للمحاولة 1: $T_1 = 0.6$ s.

الزمن الدوري المقاس للمحاولة 2: $T_2 = 0.92$ s.

الزمن الدوري المقاس للمحاولة 3: $T_3 = 1.1$ s.

يستمر تزايد الزمن الدوري

الرسم البياني



التخامد

1. من الناحية العمليّة، ونتيجة للاحتكاك ومقاومة الهواء، لا يتم تحويل طاقة الوضع بالكامل إلى طاقة حركية. يسبّب ذلك تناقصًا في السعة، وهو ما يُعرف بالتخامد.
2. ناقش الأنواع الثلاثة لأنظمة التخامد وحدّد الحالة التي تكون فيها هذه الأنظمة مفيدة، والحالة التي يجب علينا فيها أن نتجنّبها.
3. اطلب من الطلاب إيجاد أنظمة أخرى يمكن أن يكون التخامد فيها مفيدًا. امنحهم خمس دقائق للبحث واقتراح طريقة لم تتمّ مناقشتها في الصف.
4. حفز الطلاب على تصميم أنظمة تخامد.
5. شجّعهم على إيجاد طريقة يتمّ فيها التخامد نتيجة للاحتكاك. سيعتمد انخفاض سعة البندول، نتيجة للاحتكاك، على ازدياد مقاومة الهواء.
6. صمّم البندول بمساحة سطح أكبر لجعل تخامده فوق الحد.
7. صمّم بندولًا آخر بمساحة سطح أصغر لتقليل تأثير التخامد.

الدرس 2-2: الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة

الاحتكاك والتخامُد

معظم الأنظمة الحقيقية ليست أنظمة مغلقة. يعني ذلك أن الاحتكاك يؤثّر في أي تحوُّل أو تبادُل للطاقة. يحوّل الاحتكاك الطاقة الحركية إلى حرارة وأشكال أخرى من الطاقة. ومع انخفاض طاقة النظام المُهتزّ بسبب الاحتكاك تنخفض السعة. يُطلق على الانخفاض في السعة بسبب الاحتكاك اسم **التخامُد Damping**. وبمرور الزمن، يقلّل التخامُد من سرعة النظام المهتز تدريجيًّا إلى أن يتوقف النظام عن الحركة.

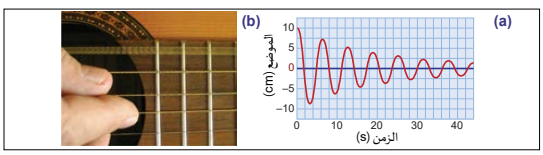
يقلل التخامد من سعة الاهتزازة.

أنظمة التخامد تحت الحد

يُظهر الرسم البياني للموقع بدلالة الزمن في **الشكل 2-32a** تناقص السعة على امتداد عدد من الدورات، بسبب التخامُد. فالنظام الذي تقلّ فيه السعة بمرور الزمن، مع بقاء التردُّد كما هو، يُعرَف بنظام **التخامُد تحت الحدّ Underdamped**.

برغم أن التخامُد يبدو أمرًا غير مرغوب فإن هناك مواقف كثيرة تتطلَّب التخامُد. فمثلًا:

- تُصدر خيوط الجيتار وأجراسه أصواتًا لطيفة لأن التخامُد منخفض (تحت الحد). ويمكن أن يكون هناك العديد من الاهتزازات بالتردُّدات نفسها كما في **الشكل 2-32b**.
- ألواح الغوص تكون في تخامد تحت الحدّ، وتعود إلى الاتّزان بعد العديد من الاهتزازات.



الشكل 2-32 (a) التخامُد يقلّل من السعة، (b) اهتزاز أوتار الجيتار.

الحصول على أنظمة مُتخامِدة

1. كيف نُنشئ نظامًا مُتخامِدًا؟ وكيف تبدو خصائصه؟
2. أنشِء بندولًا في حالة تخامُد تحت الحدّ.
3. أنشِء بندولًا آخر بحيث يمكن التقليل من تخامده.
4. ما الفرق الرئيسي بين البندولَين؟

89

أنظمة التخامُد فوق الحَدّ

لا يُسمح للنظام في بعض الحالات بالإهتزاز ويُرغَم النظام للعودة إلى الاتزان خلال فترة زمنية طويلة جدًا. يسمى هذا النظام في هذه الحالة بنظام **تخامُد فوق الحدّ Overdamped**. يُبيّن **الشكل a33-2** كيف يتغيَّر موقع النظام بمرور الزمن في نظام تخامُد فوق الحدّ. تُعدّ مُخمّدات حركة الأبواب مثالًا شائعًا على نظام تخامُد فوق الحدّ يُسبّب إغلاق الأبواب ببطء وهدوء **الشكل b33-2**. قد يتخطّى النظام في حالة التخامُد فوق الحدّ أحيانًا موضع الاتّزان.

الشكل 2-33 (a) رسم بياني لنظام تخامُد فوق الحدّ، (b) مُخمّد باب.

أنظمة التخامُد الحرج

في التخامد الحرج يعود النظام إلى حالة الاتزان في اقصر وقت ممكن. يُظهر الرسم البياني في **الشكل a34-2** نظام تخامُد حرج.

فيما يلي بعض الأمثلة على أنظمة التخامُد الحرج:

- يتكوَّن نظام التعليق في السيّارة من ممتصّات صدمات لضمان عودة السيّارة إلى الاتّزان بسرعة كبيرة بعد عبور حفرة أو مطبّ في الطريق (**الشكل 2-34**).
- تهتز الآلات الثقيلة في المصانع أثناء عملها، وقد يؤدّي هذا الاهتزاز إلى إتلاف الآلات. تُستخدم وسائد تخامُد أسفل الآلات لإيقاف الاهتزاز.

الشكل 2-34 (a) رسم بياني لنظام تخامد حرج، (b) ممتص صدمات.

90

تقويم الدّرس 2-2

الإجابات

1. تحتوي الأنظمة التي تخضع لحركة توافقية على طاقة تتناوب بين أشكال مختلفة. ما هي أشكال الطاقة التي تتغيّر في الأنظمة أدناه؟

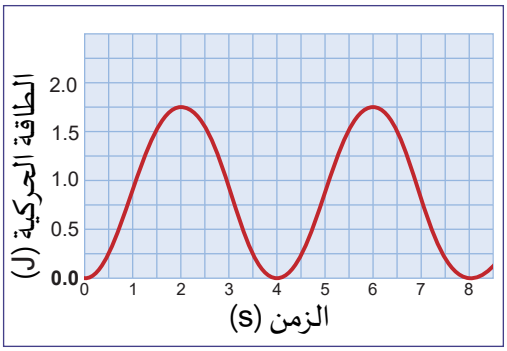
   a. بندول بسيط.

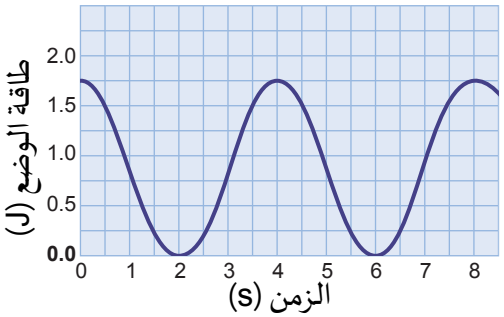
   في البندول البسيط، تتناوب الطاقة من طاقة وضع تجاذبية إلى طاقة حركية.

   b. كُتلة مُعلَّقة بنابض تنزلق على سطح أفقي عديم الاحتكاك.

   في نظام الكتلة-النابض المهتزّ، تتناوب الطاقة بين طاقة وضع مرونية وطاقة حركية.

2. يمثّل الرسم البياني التغيُّر في الطاقة الحركية بالنسبة إلى الزمن لكتلة في حركة توافقية بسيطة. أنشىء رسمًا بيانيًّا للتغيُّر في طاقة الوضع بدلالة الزمن للكتلة نفسها.





3. مُتسلّق جبال مُعلَّق بحبل من النايلون ثابت مرونته 1.4×10^4 N/m، وكتلة المتسلّق بالإضافة إلى مُعدَّاته تساوي 90 kg.

   a. احسب تردد اهتزاز المتسلق.

   ثابت المرونة $k = 1.4 \times 10^4$ N/m الكتلة $m = 90$ kg التردد $f = ?$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1.4\times10^4}{90}} = 1.99 \text{ Hz}$$

تقويم الدّرس 2-2

الإجابات

b. ما استطالة الحبل إذا سقط المتسلّق سقوطًا حرًّا من ارتفاع 2.00 m قبل أن يشدّ الحبل؟

في هذه الحالة تتحوّل طاقة الوضع المرونية الى طاقة وضع تجاذبية

$$E_E = E_P$$
$$\frac{1}{2}kx^2 = mgh$$
$$\frac{1}{2}\left(1.4\times10^4\right)x^2 = (90)(9.8)(2)$$
$$x^2 = 0.252$$
$$x = 0.5\ \text{m}$$

4. تهتزّ كتلة 5 kg بحركة توافقية بسيطة. سعة اهتزازها 3 cm، وزمنها الدوري 1.2 s.

a. احسب التردُّد الزاوي للكُتلة.

الكتلة $m = 5\ \text{kg}$ السعة $A = 3\ \text{cm}$ الزمن الدوري $T = 1.2\ \text{s}$ التردد الزاوي $\omega = ?$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1.2} = 5.24\ \text{rad/s}.$$

b. كم تبلغ الطاقة الكلّية للنظام؟

$$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}(5)(5.24)^2(0.03)^2 = 0.062\ \text{J}$$

c. حدِّد الطاقة الحركية للكُتلة عندما تكون الإزاحة 2 cm.

لحساب طاقة الوضع المرونية

$$E_P = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 = \frac{1}{2}(5)(5.24)^2(0.02)^2 = 0.027\ \text{J}$$

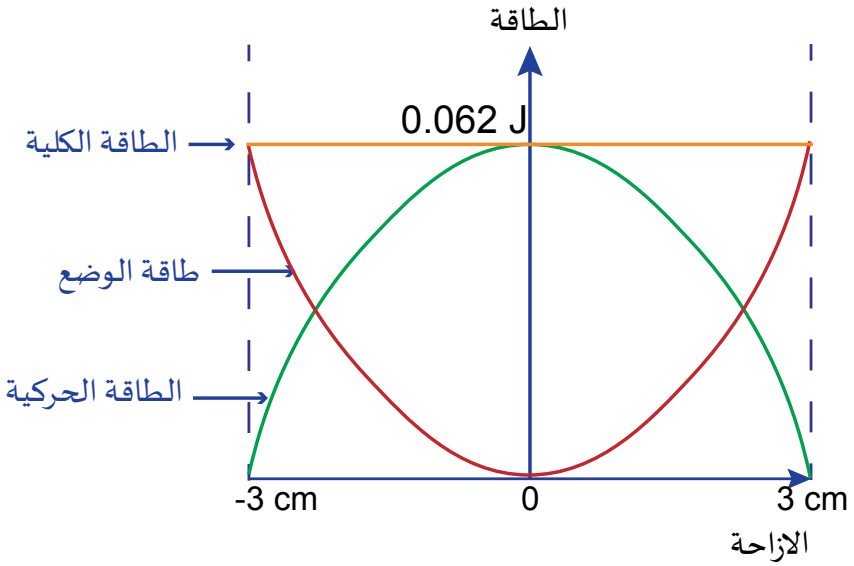
لحساب الطاقة الحركية

$$E_K = E_T - E_P = 0.062 - 0.027 = 0.034\ \text{J}$$

تقويم الدّرس 2-2

الإجابات

d. أنشىء رسمًا بيانيًّا لطاقة الوضع والطاقة الحركية والطاقة الكلّية، بدلالة الإزاحة.



5. يخضع نظام مُهتزّ لحركة توافقية بسيطة، حيث تكون طاقته الكلّية E.

a. كم تبلغ الطاقة الحركية وطاقة الوضع عندما تكون الإزاحة نصف السعة؟

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$$E_K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\left(\omega\sqrt{A^2 - x^2}\right)^2 = \frac{1}{2} m\left(\omega^2 (A^2 - \frac{A^2}{4})\right)$$

$$E_K = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{2} m\omega^2 A^2\right) \Rightarrow E_K = \frac{3}{4} E$$

$$E = E_K + E_E$$

$$E = \frac{3}{4} E + E_E \Rightarrow E_E = \frac{1}{4} E$$

تقويم الدّرس 2-2

الإجابات

b. تكون الطاقة الحركية مساوية لطاقة الوضع في موقعٍ معيَّن. ما هو ذلك الموقع؟

$$E_K = E_E$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right) = \frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{باستخدام } k=m\omega^2$$

$$\frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right) = \frac{1}{2}kx^2$$

$$A^2 - x^2 = x^2$$

$$x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$$

6. عندما تصطدم سيارة بحفرة في الطريق، تمتص الإطارات طاقة التصادم وتنضغط. استخدم مبدأ التخامد لمعرفة تحوّل هذه الطاقة.

عند مرور السيارة فوق حفرة أو مطب فإن النوابض تؤدي إلى حركة اهتزازية في جسم السيارة، لكن هذه الحركة لا تستمر بسبب وجود ممتص الصدمات الذي يجعل التخامد حرجًا، فيمنع الاهتزاز، ويمتص طاقته ويحولها إلى طاقة حرارية في الزيت الذي بداخله.

إعادة تدريس

1. راجع معادلات تبادل الطاقة مع الطلاب.
2. اطلب من الطلاب إعداد بطاقات عمل، تحتوي فيها كل بطاقة على شكل واحد من أشكال الطاقة. عليهم وصف الطاقة، وتحديد نوع الطاقة والنظام المهتزّ المرتبط به، وإيجاد المعادلة. مثلًا:

طاقة الوضع التجاذبية الخاصة ببندول أو نظام كتلة - نابض يهتزّ رأسيًا بشكل حرّ هي:

$$Ep = mgh$$

إثراء

1. أطلب من الطلاب إنشاء أنظمة متخامدة.
2. شجّعهم على الوصول إلى أن التناقص في السعة هو نتيجة للاحتكاك. يعتمد تناقص سعة البندول، نتيجة للاحتكاك، على زيادة مقاومة الهواء.
3. صمّم بندولًا بمساحة سطح أكبر لجعل تخامده حَرِجًا.
4. صمّم بندولًا آخر بمساحة سطح أصغر لتقليل تأثير التخامد.

الدرس 2-3
الاهتزازات القسرية والرنين

مصادر تعلّم الدرس

الموضوع / الوقت	المحتوى	موارد كتاب الطالب	موارد دليل المعلم
مقدّمة الدرس 1 حصّة	استقصاء الطالب	الصفحتان 92، 93	الصفحتان 114، 115 ورقة عمل 2-a3
التردّد الطبيعي $\frac{1}{2}$ حصّة	تعريفات وشروحات	الصفحة 94	الصفحة 116
الاهتزازات القسرية $\frac{1}{2}$ حصّة	تعريف وشرح	الصفحة 95	الصفحة 116
التخامُد والرنين 1 حصّة	أمثلة	الصفحتان 96، 97	الصفحة 117
الحصول على الرنين عمليًا 1 حصّة	استقصاء الطالب	الصفحة 98	الصفحة 118 ورقة عمل 2-b3

الزمن المقترح للدرس

يحتاج هذا الدرس إلى 4 حصص دراسية تتضمّن نشاطين استقصائيين (2-a3 و 2-b3)، إضافةً إلى أفكار حول الأنشطة، ونقاشات مع الطلاب.

الأنشطة	مواد من أجل النشاط
2-a3 بندول بارتون	حامل قائم، كتل متساوية المقادير، كتلة واحدة أكبر، خيوط
2-b3 الحصول على الرنين عمليًا	حامل قائم، نابض، كتلة بخطّاف، مسطرة، ساعة إيقاف عادية أو رقمية.

مخرجات التعلّم

P1204.1 يصف أمثلة عملية للاهتزازات القسرية والرنين، ويوضح كيف تتغير سعة الاهتزاز القسري عندما يصبح التردُّد قريبًا من التردُّد الطبيعي للنظام.

P1204.3 يصف الظروف التي يكون فيها الرنين مرغوبًا فيه، والظروف الأخرى التي لا يكون فيها الرنين مرغوبًا فيه.

المعرفة السابقة

يجب أن يكون الطلاب قادرين على:

- تذكّر العلاقة بين الزمن الدوري وتردّد الاهتزازات.
- تحديدالكميات التي يعتمد عليها الزمن الدوري للإهتزازات المختلفة.

المفردات

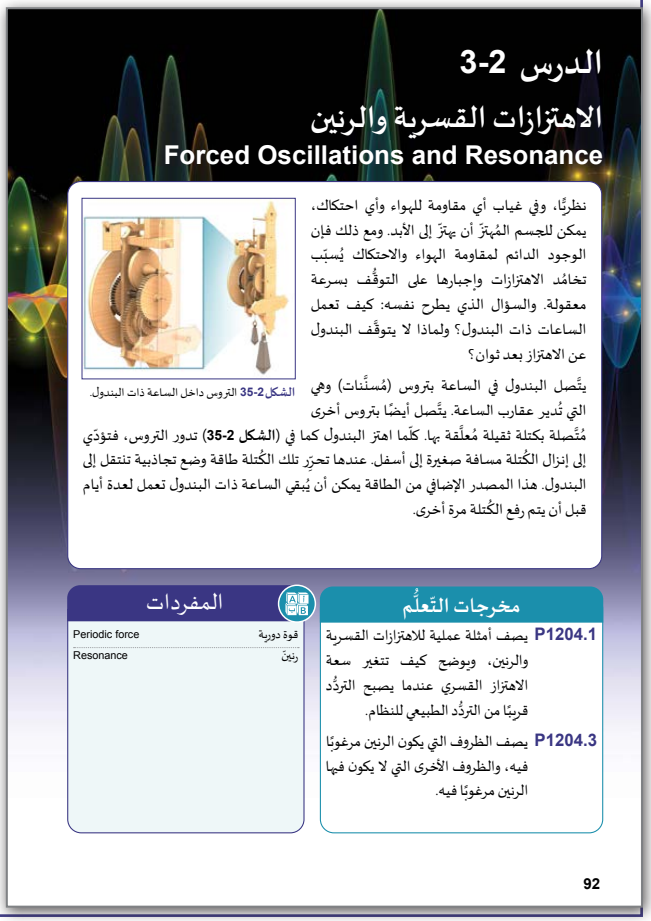
Periodic force	قوة دورية
Resonance	رنينّ

نشاط a3-2 بندول بارتون

الإجابات/
عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: حامل قائم، كتل متساوية المقادير، كتلة واحدة أكبر، خيوط.

1. شارك الطلاب في تركيب بندول بارتون. لتركيب البندول، اجعل خيط الكتلة الثانية، بدءًا من الخيط الأخير، مساويًا لطول بندول القيادة.
2. للتوضيح، كلّف الطلاب أن يجعلوا البندول الثاني يهتز (أي ليس بندول القيادة) والبندول الأخير. اطلب إليهم أن يلاحظوا أن البندولات ذات الخيوط الأقصر لها زمن دوريّ أقل، ما يعني تردّدا أكبر. والبندولات ذات الخيوط الأطول لها زمن دوريّ أطول وتردّد أقلّ.
3. كلّف الطلاب تغيير سعة اهتزازة البندول. يجب أن يلاحظوا أن التردّد لا يتغيّر.
4. وجه الطلاب إلى أن البندول الذي له طول بندول القيادة نفسه يهتزّ بشكل أسرع من البندولات الأخرى لأنّ له التردّد نفسه. والبندولات التي يكون تردّدها أكبر أو أصغر يتلاشى اهتزازها بسرعة، البندول يحتاج إلى تردّد مساوٍ لتردّد بندول القيادة لامتصاص الطاقة.



الدرس 3-2
الاهتزازات القسرية والرنين
Forced Oscillations and Resonance

نظريًّا، وفي غياب أي مقاومة للهواء وأي احتكاك، يمكن للجسم المُهتزّ أن يهتزّ إلى الأبد. ومع ذلك فإن الوجود الدائم لمقاومة الهواء والاحتكاك يُسبّب تخامُد الاهتزازات وإجبارها على التوقُّف بسرعة معقولة. والسؤال الذي يطرح نفسه: كيف تعمل الساعات ذات البندول؟ ولماذا لا يتوقّف البندول عن الاهتزاز بعد ثوان؟

يتّصل البندول في الساعة بتروس (مُسنَّنات) وهي التي تُدير عقارب الساعة. يتّصل أيضًا بتروس أخرى مُتّصلة بكتلة ثقيلة مُعلّقة بها. كلّما اهتز البندول كما في (**الشكل 2-35**) تدور التروس، فتؤدّي إلى إنزال الكُتلة مسافة صغيرة إلى أسفل. عندما تحرّر تلك الكُتلة طاقة وضع تجاذبية تنتقل إلى البندول. هذا المصدر الإضافي من الطاقة يمكن أن يُبقي الساعة ذات البندول تعمل لعدة أيام قبل أن يتم رفع الكُتلة مرة أخرى.

الشكل 2-35 التروس داخل الساعة ذات البندول.

مخرجات التّعلُّم

P1204.1 يصف أمثلة عملية للاهتزازات القسرية والرنين، ويوضح كيف تتغير سعة الاهتزاز القسري عندما يصبح التردُّد قريبًا من التردُّد الطبيعي للنظام.

P1204.3 يصف الظروف التي يكون الرنين مرغوبًا فيه، والظروف الأخرى التي لا يكون فيها الرنين مرغوبًا فيه.

المفردات

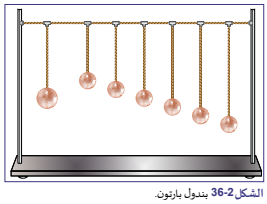
Periodic force	قوة دورية
Resonance	رنين

نشاط a3-2 بندول بارتون

سؤال الاستقصاء	كيف يعمل بندول بارتون؟
المواد المطلوبة	حامل قائم، كتل متساوية المقادير، كتلة واحدة أكبر، خيوط

خطوات بندول بارتون

1. ركّب بندول بارتون كما هو مبيّن في **الشكل 2-36**.
2. تأكّد من أن الخيط الأول رُبِطت به الكُتلة الأكبر، وأن بقية الخيوط رُبِطت بكل منها كُتلة من الكُتل المتساوية الأخرى.
3. يُعرَف البندول الأول ذو الكُتلة الأثقل باسم بندول القيادة. ويجب أن يكون هناك بندول واحد آخر في المجموعة له طول بندول القيادة.



الشكل 2-36 بندول بارتون.

4. أزح أحد البندولات ودوّن الزمن الدوريّ له. لا تزح بندول القيادة الآن. أزح البندول نفسه الآن أكثر من قبل، سوف تلاحظ أن الزمن الدوريّ يجب أن يبقى نفسه.
5. أزح بندولًا آخر ودوّن الزمن الدوريّ. لاحظ أن جميع البندولات لها أزمان دوريّة مختلفة، وبالتالي تردُّدات مختلفة.
6. أزح الآن بندول القيادة. لاحظ أنه وهو يتحرّك تهتزّ جميع البندولات الأخرى أيضًا، ولكن هناك بندولًا واحدًا يهتزّ أكثر.

اكتشف

1. ما وجه التشابه بين بندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا؟
2. هل لبندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا الطَّور نفسه؟ وإذا كانا خارج الطور، فهل يمكنك ملاحظة فرق الطور بينهما؟
3. لماذا لا تهتزّ بقية البندولات بالمقدار نفسه؟
4. كيف يمكن استخدام تبدُّد الطاقة هذا في تطبيقات الحياة اليومية؟

اكتشف

1. ما وجه التشابه بين بندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا؟

كلاهما له الطول نفسه

2. هل لبندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا الطَّور نفسه؟ وإذا لم يكن لهما الطور نفسه، فهل يمكنك ملاحظة فرق الطور بينهما؟

بندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا ليس لهما الطور نفسه، وفرق الطور بينهما $\frac{\pi}{2}$.

3. لماذا لا تهتزّ بقية البندولات بالمقدار نفسه؟

يجب أن تكون أطوال الخيوط متساوية والبندولات لها التردد نفسه ليتمّ امتصاص الطاقة القصوى.

4. كيف يمكن استخدام تبدُّد الطاقة هذا في تطبيقات الحياة اليومية؟

توضّح خاصية بندول بارتون هذه أن التحكّم في اهتزاز جسم واحد يمكِّننا من إجبار الأجسام الأخرى على الاهتزاز إذا كان لها التردّد نفسه.

وبالمثل، فإنَّ بالإمكان إجبار الأجسام على عدم الاهتزاز بوساطة التأكّد من أن تردّداتها لا تتطابق.

التردُّد الطبيعي

1. استخدم البندول المهتز وكتلة معلّقة بنابض مهتزّ، واطلب إلى الطلاب حساب تردّد كلّ منهما. قد يتذكّر الطلاب أن الزمن الدوري والتردّد سيبقيان نفسيهما من دون تغيير لجسم مهتزّ محدّد. باستخدام هذه النتيجة، عرّف التردّد الطبيعي.
2. اطلب إلى الطلاب شرح مايعرفونه عن التردد الطبيعي.
3. كيف يمكن تعديله؟ كيف يتغيّر عند ضبط الجيتار؟
4. يتمّ تعديل التردّد بواسطة تغيير قوة شدّ الوتر في الجيتار.

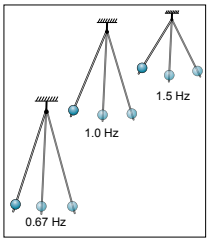
الاهتزازات القسرية

1. اسأل الطلاب عما يفهمونه من مفردة القوة الدورية (هي القوة التي تتكرر عند فترات زمنية متساوية). اذكر أنه، إذا تطابقت الفترات الزمنية للقوة مع الزمن الدوري للنظام المهتز، فإن سعة اهتزاز النظام تزداد. و يحدث الرنين.
2. بما أن الزمن الدوري يعتمد على التردّد، فإن الأفضل أن نقول أن تردّد القوة الدورية يتطابق مع التردّد الطبيعي للنظام.
3. اطلب إلى الطلاب أن يتذكروا دفع شخص لأرجوحة. يمكن استخدام الدفع كقوة دافعة دورية للأرجوحة. وإذا ضُبط زمن الدفع بشكل صحيح، فإنَّ بإمكانه أن يزيد سعة اهتزاز الأرجوحة بنجاح.

التردُّد الطبيعي

يهتز البندول دائما بنفس الزمن الدوري والتردد ما لم تؤثر فيه قوة خارجية. ويُسمّى تردُّد الاهتزاز لأي نظام **بالتردُّد الطبيعي Natural frequency** للنظام ٪ ذلك أن أي جسم قابل للاهتزاز يكون له تردُّد طبيعي، ومن الجدير بالذكر أن معظم الأنظمة لها أكثر من تردُّد طبيعي واحد.

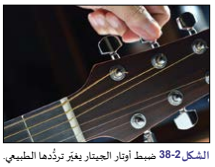
يعتمد التردُّد الطبيعي على التوازن بين شدّة قوى الإرجاع ومقدار القصور الذاتي في النظام. يبيّن **الشكل 2-37** أنه كلّما زاد طول خيط البندول يقلّ تردُّد البندول ويزداد زمنه الدوري.



الشكل 2-37 التردُّد الطبيعي للبندول.

أمثلة على استخدام التردُّد الطبيعي

للتردد الطبيعي فوائد عدة حيث أن العديد من الاختراعات صُمِّمت للعمل على تردُّد محدّد. من الأمثلة على ذلك:

- يُضبَط وتر الجيتار الذي يعزف النوتة الوسطى C ليكون تردُّده الطبيعي 262 Hz. فعملية الضبط تمثّل تعديلًا للتردُّد الطبيعي لاهتزاز الوتر.
- تعتمد الساعات وأجهزة الحواسيب وكثير من الأجهزة الأخرى على التردُّد الطبيعي الدقيق لبلّورة الكوارتز المُهتزّة. ويحتوي جهاز الحاسوب الذي يعمل بتردُّد 2.6 GHz على ساعة كوارتز داخلية تهتز عند تردُّد 2.6 مليار دورة كل ثانية.

الشكل 2-38 ضبط أوتار الجيتار يغيّر تردُّدها الطبيعي.

؟ كيف يمكن تغيير التردُّد الطبيعي للجيتار؟

هل هناك أنظمة أخرى يمكن تعديل التردُّد الطبيعي لها؟

يمكن ضبط التردُّد الطبيعي في بعض الأنظمة على قيم مختلفة.

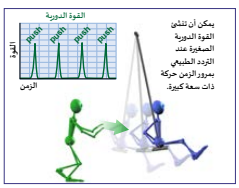
الاهتزازات القسرية

تكون العلاقة بين القوة والحركة في الحركة التوافقية البسيطة أكثر تعقيدًا ممّا هي في الحركة الخطّية. والفرق بينهما هو أن القوى يمكن أن تكون دورية. تُعرَّف **القوة الدورية Periodic force** بأنّها قوة خارجيّة تتكرّر كما في حالة الدفع المُتكرّر لأرجوحة: دفع- انتظار- دفع- انتظار. وعند استخدام قوّة دورية لجعل نظام يهتز تُعرف الاهتزازات الناتجة بالاهتزازات القسرية.

لا تزال قوانين نيوتن تُطبّق على القوى الدورية، ولكن تردُّد القوة الدورية هو متغيّر جديد يمكن أن يُحدث فرقًا كبيرًا. فعندما يتطابق تردُّد القوة الدورية مع التردُّد الطبيعي للنظام تتمكّن القوة ولو كانت صغيرة، من إنتاج اهتزاز كبير بشكل لافت. يُعرَف هذا التأثير باسم **الرنين Resonance**، وهو موجود في كثير من الظواهر الطبيعية والتطبيقات التكنولوجية.

أمثلة على القوة الدورية

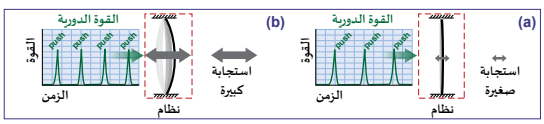
فكّر في شخص ما يدفع أرجوحة يمكن اعتبارها بندولًا له تردُّد طبيعي. فلكي تزيد سعة الاهتزاز، ادفع الأرجوحة قليلًا في كل مرة تصل فيها إلى نهاية دورتها، كما هو مبيّن في **الشكل 2-39**. تُعدّ الدفعات المُتكرّرة في لغة الفيزياء قوّة دورية لها التردُّد الطبيعي للأرجوحة. تحصل الأرجوحة من خلال الدفعات المُتكرّرة على سعة كبيرة للحركة، في حين أن أي دفعة بمفردها لن يكون لها تأثير في حد ذاتها.



الشكل 2-39 القوة الدورية المؤثرة في أرجوحة.

الرنين

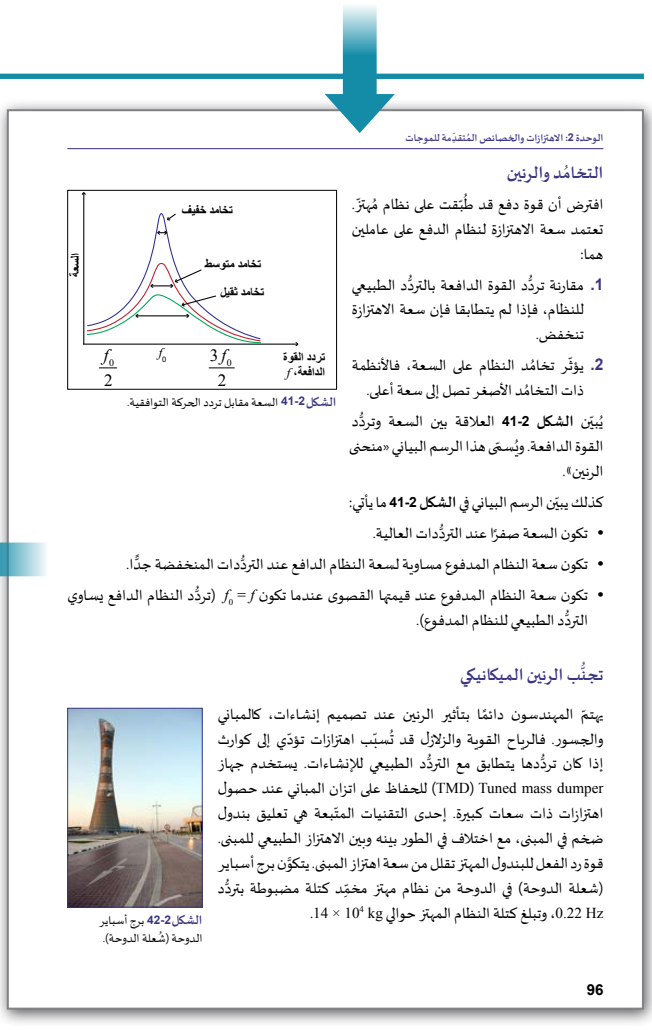
عندما يتطابق تردُّد القوة الدورية مع التردُّد الطبيعي للنظام، فإن كل دفعة تأتي في اللحظة المُناسِبة تزيد السعة بشكل كبير. يُعرَف هذا السلوك باسم الرنين. يحدث الرنين عندما يتطابق تردُّد القوة الدورية مع التردُّد الطبيعي للنظام. يبيّن **الشكل 2-40a** عدم وجود رنين بسبب عدم تطابق تردُّد القوة الدافعة مع التردُّد الطبيعي للنظام. ويبيّن **الشكل 2-40b** حدوث الرنين في حال تطابُق تردُّد القوة الدافعة مع التردُّد الطبيعي للنظام.



الشكل 2-40 (a) لا يوجد رنين، (b) تأثير الرنين.

التخامُد والرنين

1. اعرض **الشكل 2-41** على السبّورة. اشرح للطلاب أن الرسم البياني يبيّن أنه، إذا كان التردّد الطبيعي يساوي تردّد القوة الدافعة، فإن السعة تزداد. وكلما كان التخامد أقل كانت زيادة السعة أكبر بوجود القوة الدورية.
2. قد تنخفض السعة إلى الصفر عندما يكون تردد القوة الدافعة أكبر بكثير من التردد الطبيعي. يمكنك استخدام جسم مهتزّ لتوضيح ذلك.
3. أعطِ أمثلة على الرنين المرغوب. تكون الآلات الموسيقية مجوّفة، لأن الهواء الموجود بداخلها يحدث فيه رنين عند ترددات مختلفة حسب طول عمود الهواء. ناقش كيف أن مجرد النفخ العادي في الناي لن يُنتِج صوتًا مرغوبًا فيه. اسأل الطلاب عمّا إذا كان الصفير مثالًا على الرنين.
4. قدّم فكرة الصوت غير المرغوب فيه من حولنا. مثل مكبّرات الصوت، والصوت المزعج الذي يصدره محرّك السيارة. ترتبط هذه الأصوات بالرنين أيضًا.
5. شاهد مقطع فيديو عن انهيار جسر تاكوما ناروز.
6. اسأل الطلاب عمّا إذا كان هذا مثالًا على الرنين في حياتنا العملية.



الوحدة 2: الاهتزازات والخصائص المُتقدِّمة للموجات

التخامُد والرنين

افترض أن قوة دفع قد طُبِّقت على نظام مُهتزّ. تعتمد سعة الاهتزازة لنظام الدفع على عاملين هما:

1. مقارنة تردُّد القوة الدافعة بالتردُّد الطبيعي للنظام، فإذا لم يتطابقا فإن سعة الاهتزازة تنخفض.
2. يؤثّر تخامُد النظام على السعة، فالأنظمة ذات التخامُد الأصغر تصل إلى سعة أعلى.

الشكل 2-41 السعة مقابل تردد الحركة التوافقية.

يُبيّن **الشكل 2-41** العلاقة بين السعة وتردُّد القوة الدافعة. ويُسمّى هذا الرسم البياني «منحنى الرنين».

كذلك يبيّن الرسم البياني في **الشكل 2-41** ما يأتي:

- تكون السعة صفرًا عند الترُّدات العالية.
- تكون سعة النظام المدفوع مساوية لسعة النظام الدافع عند الترُّدات المنخفضة جدًّا.
- تكون سعة النظام المدفوع عند قيمتها القصوى عندما تكون $f_0 = f$ (تردُّد النظام الدافع يساوي التردُّد الطبيعي للنظام المدفوع).

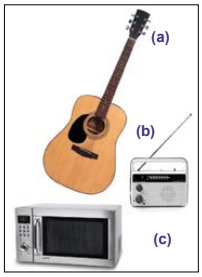
تجنُّب الرنين الميكانيكي

يهتمّ المهندسون دائمًا بتأثير الرنين عند تصميم إنشاءات، كالمباني والجسور. فالرياح القوية والزلازل قد تُسبّب اهتزازات تؤدّي إلى كوارث إذا كان تردُّدها يتطابق مع التردُّد الطبيعي للإنشاءات. يستخدم جهاز Tuned mass dumper (TMD) للحفاظ على اتزان المباني عند حصول اهتزازات ذات سعات كبيرة. إحدى التقنيات المتّبعة هي تعليق بندول ضخم في المبنى، مع اختلاف في الطور بينه وبين الاهتزاز الطبيعي للمبنى. قوة رد الفعل للبندول المهتز تقلل من سعة اهتزاز المبنى. يتكوّن برج أسباير (شعلة الدوحة) في الدوحة من نظام مهتز مخمّد كتلة مضبوطة بتردُّد 0.22 Hz، وتبلغ كتلة النظام المهتز حوالي 14×10^4 kg.

الشكل 2-42 برج أسباير الدوحة (شُعلة الدوحة).

أمثلة مرغوبة للرنين

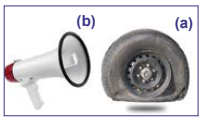
- يمكن أن يُسبّب الرنين آثارًا مرغوبة وآثارًا غير مرغوبة. لندرس كيف يمكن أن يكون الرنين مفيدًا (**الشكل 2-43**).
- عندما يُنقر وتر في الجيتار؛ يحدث رنينٌ للهواء في جوف الجيتار ويتضخَّم الصوت.
- يعمل المذياع على مبدأ الرنين أيضًا. فعندما تختار محطة إذاعية، يتغيّر التردُّد الطبيعي لجهاز الاستقبال ليتناسب مع تردُّد جهاز الإرسال.
- تنقل أفران الميكروويف الموجات الميكروية بترُدُّدات مختلفة لتتناسب مع تردُّد الجُزيئات داخل الطعام. لذلك يكون لدى أجهزة الميكروويف الحديثة خيارات لتسخين أنواع الطعام مثل القشار والبطاطس واللحوم. يضمن اختيار الطعام تطابُق تردُّد الفرن مع تردُّد الطعام للتسخين المناسب.



الشكل 2-43 الرنين المرغوب (a) الجيتار، (b) المذياع، (c) فرن الميكروويف.

أمثلة غير مرغوبة للرنين

نصادف كثيرًا من الحالات يكون فيها الرنين ضارًّا. لذلك يحاول العلماء والمهندسون أن يؤكدوا التقليل من آثار الرنين في مثل تلك المواقف (**الشكل 2-44**).



الشكل 2-44 الرنين غير المرغوب فيه (a) عجلة فارغة من الهواء، (b) مكبّر صوت.

- قد تبدأ السيّارة التي تكون إحدى عجلاتها فارغة من الهواء بالاهتزاز إذا كانت تُقاد بسرعة مُعيَّنة. يحدث ذلك خلال حركة السيارة لأن العجلة الفارغة من الهواء توفّر دفعة دورية تُنشِىء تأثيرًا رنينيًّا.
- قد يكون لمُكبّرات الصوت تردُّد رنين أيضًا، حيث تُصمّم مُكبّرات الصوت ليكون تردُّد الرنين الخاصّ بها أقل من الترُدُّدات الأخرى التي سترسلها. **الشكل 2-44** يُمثّل الرنين غير المرغوب فيه كما في عجلة فارغة من الهواء **(a)**، أو مُكبّر صوت **(b)**.

جسر تاكوما

اهتزّ جسر تاكوما ناروز في ولاية واشنطن سنة 1940. والتوى وسط رياح سرعتها 64.38 km/h؛ الأمر الذي أدى إلى انهياره المُثير الذي التقط بالفيديو. هل كان ذلك مثالًا حقيقيًا على الرنين القسري حيث التردُّد الاهتزازي للرياح تطابَق مع التردُّد الطبيعي للجسر؟

نشاط b3-2 الحصول على الرنين عمليًا

الإجابات/ عيّنة بيانات

المواد المطلوبة: حامل قائم، نابض، كتلة بخطّاف، مسطرة، ساعة إيقاف عادية أو رقمية.

يجب أن ينفّذ هذا النشاط الجماعي في مجموعات من ثلاثة طلاب حتى يتمكّنوا من التعاون. المجموعات الكبيرة ليست ضرورية لهذه المهمة. ستضمن المجموعات الأصغر مشاركة جميع الطلاب بالتساوي. قبل البدء بالاستقصاء، ذكّر الطلاب بأنَّ $f = \frac{1}{T}$. يحتاج الطلاب إلى حساب الزمن الدوريّ لمعرفة التردّد.

بيانات الجدول 1

	المحاولة 1	المحاولة 2	المحاولة 3	المحاولة 4	المحاولة 5	المعدل
التردّد (Hz)	1.43	1.5	1.54	1.5	1.47	1.5
الزمن الدوري (s)	0.7	0.66	0.65	0.65	0.68	0.667

بيانات الجدول 2

التردّد (Hz)	الزمن الدوري (s)	السعة (m)
0.1	10	0.02
0.2	5	0.02
0.5	2	0.032
0.7	1.4	0.04
1	1	0.045
1	1	0.05
1.2	0.83	0.05
1.5	0.67	0.06
2.0	0.5	0.04
2.5	0.4	0.01
3	0.3	0

الوحدة 2: الاهتزازات والخصائص المتقدمة للموجات

نشاط b3-2 الحصول على الرنين عمليًا

سؤال الاستقصاء	هل يمكننا جعل كتلة مُعلَّقة بنابض مُهتزّ تُحدث رنينًا إذا عرفنا تردُّدها الطبيعي؟
المواد المطلوبة	حامل قائم، نابض، كتلة بخطّاف، مسطرة، ساعة إيقاف عادية أو رقمية.

الخطوات

1. اربط الكُتلة ذات الخطاف بالنابض، ثم علّق النابض بالرافعة وثبّت كل ذلك بالحامل، كما هو مبيّن في **الشكل 2-45**.
2. ثبّت مسطرة على الحامل، بحيث يكون منتصفها عند الكُتلة المُعلَّقة. اسحب الكُتلة قليلاً إلى أسفل لتبدأ اهتزازها.
3. قس زمن 10 اهتزازات. ثم اقسم على 10 للحصول على الزمن الدوري.
4. حوّل الزمن الدوريّ إلى تردُّد.
5. اضبط المؤقت الآن ليصفر عند تردُّد بين 0.1 Hz و 3 Hz.
6. أثناء استخدام إحدى يديك لتثبيت الجُزء العلوي من الحامل في مكانه، استخدم يدك الأخرى للضغط على الرافعة عند كل صافرة، كما هو مبيّن في **الشكل 2-45 b**.
7. اطلب إلى زميلك تقدير سعة الحركة باستخدام المسطرة.
8. قس سعة الاهتزازة ودوّنها في جدول لعدد لا يقلّ عن 10 تردُّدات، يتراوح مداها بين 0.1 Hz وثلاثة أضعاف التردُّد الطبيعي. يجب أن يكون قياس أحدها عند التردُّد الطبيعي للنظام. مثّل بالرسم البياني سعة الاهتزازة بدلالة تردُّد القوة الدورية.

الشكل 2-45 اهتزاز كتلة معلقة في نابض.

الشكل 2-46 برمجية المؤقّت.

98

نشاط b3-2 الحصول على الرنين عمليًا

الإجابات/
عيّنة بيانات

الأسئلة

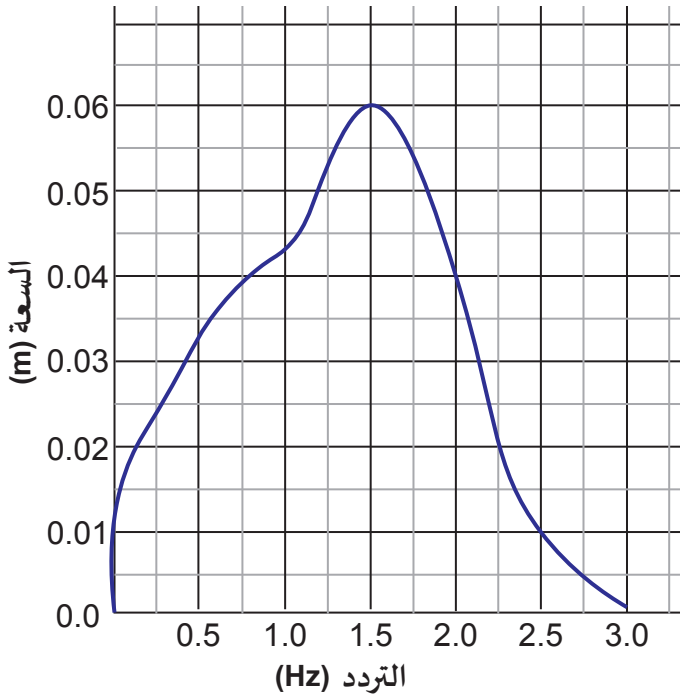
a. ما المقصود بـ «التردّد الطبيعي» لنظام مهتزّ؟

التردّد الطبيعي لنظام مهتزّ هو التردّد الذي يهتزّ فيه النظام عند إزاحته من موضع الاتزان وتحريره.

b. ما هي تردّدات النظام المهتزّ في حالة الرنين؟ ما التردّدات التي لا يكون فيها النظام في حالة الرنين؟

يُظهِر النظام رنينًا عند تردّده الطبيعي *f*. وخارج هذا التردّد لا يكون النظام في حالة رنين.

رسم بياني



تقويم الدّرس 2-3 — الإجابات

1. صف العلاقة بين الرنين والسعة والقوّة والتردُّد الطبيعي.

يحدث الرنين عندما يكون تردّد القوة الدورية التي تُؤثر في النظام يساوي التردد الطبيعي للنظام نفسه. عند ذلك يهتزّ النظام بسعة كبيرة، وإنْ لم تكن القوة المطبّقة كبيرة.

2. إذا كنت تدفع طفلًا في أرجوحة ويريد أن يرتفع أكثر فكيف تحقّق له ذلك؟

دفع الأرجوحة بتردّدها الطبيعي يسبّب تز ايد الطاقة في الأرجوحة، فتزداد سعة اهتزازها. والدفعات القوية تسرّع من هذه العملية. ولكنْ، حتى الدفعات الصغيرة سينتج عنها في النهاية سعة اهتزاز كبيرة.

3. قارن بين نظامين ماديّين يهتزّان، أحدهما بندول والآخر كتلة مُعلَّقة بنابض مُهتزّ. أي من هذين النظامين يغيّر تردُّده الطبيعي أكثر عندما تتغيّر كتلة جسمه؟

b. تغيير الكُتلة المُعلَّقة في النابض المُهتزّ يؤدي إلى تغير تردُّدها الطبيعي، أمّا البندول فلا يغيّر تردُّده الطبيعي بتغيّر الكتلة.

4. تحاول أن تزيد التردُّد الطبيعي لكتلة مُعلَّقة بنابض. أيجب عليك زيادة الكُتلة أم إنقاصها لتحقيق ذلك؟

يتناسب التردد الطبيعي عكسيًا مع الكتلة. لذلك، فإنّ إنقاص الكتلة يؤدي إلى زيادة التردّد الطبيعي.

5. كان لكريستيان هيجنز في العام 1665 ساعتان تستخدمان بندولين. وضعت الساعتان على أرضية غرفته. لاحظ أنهما، وبغض النظر عن كيفية بدء تشغيلهما، ستصلان دائمًا في النهاية إلى حالة يكون فيها بندولاهما يتأرجحان إما بطورين مختلفين، وإمّا أحدهما عكس الآخر. فما الذي يحدث؟

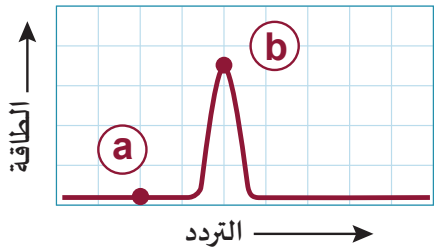
يتشابه البندولان عندما يكون لهما الطول نفسه والتردد ذاته. عندها سوف يدخل البندولان في حالة الرنين. عندما يكون فرق الطور بينهما ربع دورة ، تكون شروط تبادل الطاقة بينهما أفضل ما يمكن.

تقويم الدّرس 2-3 — الإجابات

6. تعلّم الجنود الذين يعبرون جسرًا منذ قرون ألا يسيروا بخطوات منتظمة فوق الجسر بشكل متزامن. وبدلاً من ذلك فإنهم جميعًا يسيرون بخطوات غير منتظمة. لماذا؟

يشكّل الجنود الذين يسيرون بشكل متزامن قوة دورية عندما تدوس أقدامهم بقوة فوق الجسر في وقت متزامن وفي فترات زمنية منتظمة. وستزداد القوة على الجسر مع مرور الوقت. وعليه، فإذا تطابق تردّد سير الجنود مع التردد الطبيعي للجسر، فستتضخّم الحركة الاهتزازية للجسر ويكون الجسر أكثر عرضة للانهيار. لذلك يُمنَعُ السير بخطوات منتظمة حتى لا تتزايد هذه القوة، وبالتالي لا يحدث انهيار الجسر.

7. يُظهر الشكل المجاور تغيّر طاقة نظام مهتز بدلالة تردد القوة الدافعة الدورية. اشرح الفرق بين قيمتي الطاقة عند النقطتين (a) و (b) باستخدام مبدأي التردد الطبيعي والرنين.



تردّد القوة الدافعة (a) لا يتطابق مع التردّد الطبيعي للنظام، والنظام لا يُطلق أية طاقة. تردّد القوة الدافعة عند (b) يساوي التردّد الطبيعي للنظام، ما يعني أن النظام في حالة رنين.

8. يهتز بندول عند تردُّده الطبيعي والبالغ 0.7 Hz. إذا غيّرت البندول ليصبحَ زمنه الدوريّ ثلاثة أضعاف قيمته الأصلية، فكيف يتغيَّر تردُّده الطبيعي؟

التردّد الطبيعي $f_1 = 0.7$ Hz؛ الزمن الدوري يكون أكبر بثلاث مرات من الزمن الدوري الأول.

التردّد الطبيعي $f_2 = ?$؛

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{3T_1} = \frac{1}{3\left(\frac{1}{f_1}\right)} = \frac{f_1}{3} = \frac{0.7\ \text{Hz}}{3} = 0.23\ \text{Hz}$$

إعادة تدريس

1. لقد قام الطلاب بإنشاء أنظمة اهتزاز خاصة بهم في نهاية الدرس الأول. اطلب إليهم استخدام هذه الأنظمة وحساب التردد الطبيعي. ذكّر الطلاب بأنهم سيحتاجون إلى حساب الزمن الدوري أولًا، ثم حساب مقلوب الزمن الدوري للحصول على التردد.
2. بعد ذلك ، اطلب إلى الطلاب قياس الزمن الدوري لأنظمتهم عمليًّا. هل تتطابق القيم العملية للزمن الدوري مع القيم المقاسة ؟
3. إذا لم يكن هناك تطابق، فما السبب؟
4. اطلب إلى الطلاب استخدام التردّد الطبيعي لتصوير فيديو ومحاولة زيادة سعة البندول باستخدام القوة الدافعة الدورية.
5. هل تمْ ذلك؟

إثراء

1. اعرض مقطع فيديو عن انهيار جسر تاكوما ناروز.
2. اسأل الطلاب: هل يُعدّ هذا مثالًا حقيقيًا على الرنين؟.
3. اذكر أن الكابلات الكهربائية العلوية، مثل الجسور تمامًا، يمكن أن تكون في حالة رنين بسبب الرياح. اطلب إلى الطلاب البحث والحصول على كيفية تجنّب آثار الرنين في الجسور والكابلات الكهربائية؟

ملاحظات

اختيار من مُتعدِّد

1. أي مما يأتي ليس مثالًا على الحركة التوافقية؟
   a. تدحرُج كُرة إلى أسفل منحدر.

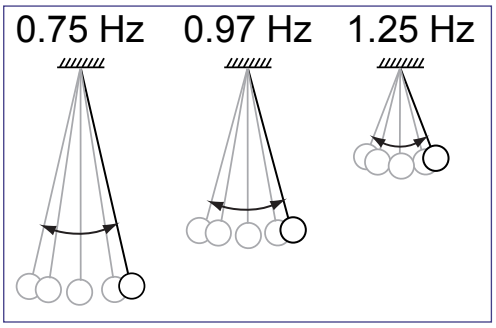
2. تبلغ المسافة بين النقطتين العليا والسفلى لحركة كتلة مُعلَّقة بنابض مُهتزّ 20 cm. كم تبلغ سعة حركتها؟
   a. 10 cm

3. أي مما يأتي مثال على الرنين؟
   d. عزف نوتة موسيقية بمفتاح «B flat» في بوق.

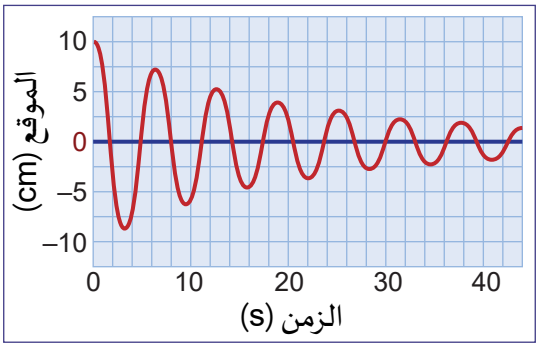
4. أي كمّية مما يلي تتناسب مع قوة الإرجاع طرديًّا في نظام يخضع لحركة توافقية بسيطة؟
   d. الإزاحة عن موضع الاتّزان

5. كم يبلغ الزمن الدوريّ لموجة تردُّدها 130 Hz؟
   c. $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{130} = 0.0077\ \text{s}$

6. تهتز كتلة مُعلَّقة بنابض بسعة صغيرة A. إذا تضاعفت سعة الاهتزاز، فماذا يحدث للزمن الدوريّ؟
   c. يبقى كما هو.



7. يبيّن الشكل المجاور تردُّد ثلاثة بندولات. ما أفضل وصف للعلاقة بين طول الخيط والزمن الدوري؟
   a. عندما يكون طول الخيط أطول، فإن الزمن الدوري يزداد.



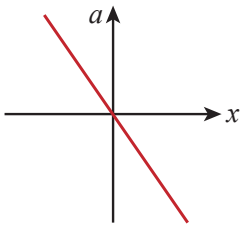
8. يبيّن الرسم البياني إزاحة كتلة مُهتزّة. ما هما الكمّيتان اللتان تبقيان ثابتتَيْن؟
   a. الزمن الدوري والتردد.

9. ما العبارة الصحيحة حول مقدار تسارع جسم يخضع لحركة توافقية بسيطة؟

c. يزداد بازدياد السعة.

10. أي من الرسوم البيانية أدناه يمثّل العلاقة الصحيحة بين التسارع (a) لجسم ما في حركة توافقية بسيطة وإزاحته (x)؟

a.



11. كتلة معلَّقة بنابض مقدارها 4 kg تهتز بتردُّد 3 Hz وبإزاحة عظمى مقدارها 19 cm. ما أقصى سرعة للكتلة؟

a. $\omega = 2\pi f = 2 \times 3.14 \times 3 = 18.84$ rad/s

a. $v_{max} = \omega A = 18.84 \times 0.19 = 3.6$ m/s

الدرس 2-1: الحركة التوافقية البسيطة

12. كم يبلغ تردُّد البندول الذي يكمل 20 اهتزازة في 45 s؟ وكم يبلغ زمنه الدوري؟

عدد الاهتزازات = 20 ؛ الزمن الكلي المستغرق، $t = 45$ s؛

التردّد، $f = ?$؛ الزمن الدوري، $T = ?$

يمكن حساب التردّد بقسمة عدد الاهتزازات على الزمن المستغرق

$$f = \frac{n}{t} = f = \frac{20}{45} = 0.44 \text{ Hz}$$

$$\text{الزمن الدوري، } T = \frac{1}{f} = T = \frac{1}{0.44} = 2.25 \text{ s}$$

13. كتلة معلَّقة رأسيًا بنابض تهتز بتردُّد 1.1 Hz. جد زمنها الدوري.

تردّد الاهتزازات، $f = 1.1$ Hz؛ الزمن الدوري، $T = ?$

$$T = \frac{1}{F} = T = \frac{1}{1.1} = 0.9 \text{ s}$$

14. ما ميزة البندول التي تسمح باستخدامه في ساعة توقيت؟

البندول هو جسم مهتزّ له زمن دوري منتظم ومتكرّر، يمكن استخدامه للتوقيت.

15. تبث محطة إذاعة AM بتردد 1,050 kHz. كم مرة تهتزّ إشارتها في الثانية؟

$f = 1.050$ kHz

$f = 1{,}050{,}000$ cycle/s

16. يتحرك بندول بسيط وكتلة معلَّقة بنابض بحركة توافقية بسيطة.

a. أي من هذين النظامين يعتمد فيه الزمن الدوري للحركة التوافقية على الكتلة؟

يعتمد الزمن الدوري للحركة التو افقية على الكتلة في نظام كتلة معلَّقة بنابض مهتزّ.

b. أي من هذين النظامين يعتمد فيه الزمن الدوري للحركة التوافقية على السعة؟

لا يعتمد الزمن الدوري في أيٍّ من النظامين على سعة الحركة.

17.* قام عبد الله وأحمد بصُنع بندول صغير ليكون بمثابة ساعة إيقاف بدائية في تجربة الكرة والمُنحدَر. حيث قاما بتعليق كتلة فلّزية ثقيلة بخيط على حامل في المختبر. واكتشفا أن الزمن الدوري للبندول T يبلغ 0.5 s.

a. كم يبلغ طول خيط البندول؟

الزمن الدوري، $T = 0.5$ s.

بإمكاننا استخدام معادلة الزمن الدوري للبندول واستخدام تسارع الجاذبية الأرضية $9.8\ m/s^2$.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{L}{g} \Rightarrow L = g\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

$$L = 9.8\left(\frac{0.5}{2\pi}\right)^2 = 0.062\ \text{m}$$

b. افترض أن الزميلين يريدان الآن أن يهتز البندول مرّة كل ثانية، وليس كل نصف ثانية. قال عبد الله إن الخيط يجب أن يكون أطول بنسبة 50% فقط، في حين قال أحمد بضرورة مضاعفة طول الخيط. أيهما كان قوله صحيحًا؟ أثبت صحة إجابتك باستخدام العلاقات الرياضية الخاصة بالبندول.

كلاهما غير صحيح. يتناسب طول الخيط طرديًا مع مربع الزمن الدوري، ($L \propto T^2$).

وهذا يعني أنه، إذا تضاعف الزمن، فإنّ الطول يحتاج إلى الضرب في 4.

$$T^2 = (2\pi)^2 \frac{L}{g} = 39.4\,\frac{0.093}{9.8} = 0.374 \Rightarrow T = 0.61\ \text{s}$$

$$T^2 = (2\pi)^2 \frac{L}{g} = 39.4\,\frac{0.124}{9.8} = 0.499 \Rightarrow T = 0.75\ \text{s}$$

18. يخضع جسم كتلته 2 kg لحركة توافقية بسيطة. تتغيّر فيها الإزاحة بالنسبة للزمن وفق العلاقة الآتية:

$x = 6\sin 2\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ حيث تقاس x بالمتر.

a. احسب السعة والزمن الدوري وثابت الطور للحركة.

تُعطى الإزاحة بالمعادلة: $x = A\sin(\omega t + \phi)$

فالسعة في هذه الحالة تساوي 6 m.

التردّد الزاوي $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

$T = 1\text{ s}$, $2\pi = \frac{2\pi}{T}$

يُعطى ثابت الطور من المعادلة: $\phi = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.

b. احسب أقصى تسارُع للحركة.

يُعطى أقصى تسارع بالمعادلة:

$a = \omega^2 A = (2\pi)^2(6) = 237\text{ m/s}^2$.

19. جد معادلة إزاحة جُسَيم يخضع لحركة توافقية بسيطة سعتها 8 cm وتردُّدها 14 Hz بافتراض أن إزاحته عند $t = 0$ كانت 8 cm وكان الجُسَيم في حالة سكون.

السعة، $A = 8\text{ cm}$ ؛ التردّد، $f = 14\text{ Hz}$.

السعة بالأمتار، $A = 0.08\text{ m}$؛

التردّد الزاوي: $\omega = 2\pi f = 2\pi\,(14) = 87.96\text{ rad/s}$.

تكون معادلة الإزاحة على الشكل: $x = A\sin(\omega t)$.

ومع ذلك، فإنَّ حركة الجُسيم المهتزّ تبدأ عند إزاحة تساوي سعته عندما يكون $t = 0$. وهذا يعني أن الرسم البياني للإزاحة سيكون رسمًا بيانيًا لدالة جيب التمام، أي $x = A\cos(\omega t)$.

عوّض القيم في المعادلة:

$x = 0.08\cos(87.96t)$

20. كتلة مُعلَّقة بطرف نابض رأسي، وتخضع لحركة توافقية بسيطة سعتها 2 cm. فإذا استغرقت ثلاث اهتزازات كاملة فترة 4.0 s احسب تسارع الكتلة.

a. عند موضع الاتّزان.

التسارع عند موضع الاتّزان هو 0 m/s^2، لأن $\sin(\omega t) = 0$ عند الاتّزان.

b. عندما تكون الإزاحة عظمى.

زمن ثلاث اهتزازات كاملة = 4 s؛ السعة، $A = 2\text{ cm} = 0.02\text{ m}$.

الزمن الدوريّ $T = \frac{t}{n} = \frac{4}{3} = 1.33\text{ s}$

التردّد الزاوي ، $\omega = \frac{2\pi}{T} = \omega = \frac{2\pi}{1.33} = 4.72\text{ rad / s}$

$a = \omega^2 A = (4.72)^2(0.02) = 0.45\text{ m/s}^2$.

الدرس 2-2: الطاقة في الحركة التوافقية البسيطة

21. إذا عَلّقتَ كتلة بنابض رأسيّ وجعلتها تبدأ بالاهتزاز إلى أعلى وأسفل، ستتوقَّف في النهاية عن الاهتزاز. فسِّر ذلك.

يفقد هذا النظام طاقة بسبب مقاومة الهواء، فتقلّ سعة اهتزاز الكتلة ثم تقل أكثر إلى أن تتوقّف في النهاية.

22. تخضع كتلة 5 kg لحركة توافُقية بسيطة سعتها 4.0 cm. فإذا كان الزمن الدوري للاهتزاز 1 s. احسب:

a. الطاقة الكلّية للنظام.

الكتلة، $m = 5\ \text{kg}$؛ نحوّل السعة إلى أمتار، $A = 0.04\ \text{m}$.

لحساب الطاقة الكلّية للنظام:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

$$E_T = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}(5)(2\pi)^2(0.04)^2 = 0.158\ \text{J}$$

b. طاقة الوضع عندما تكون الإزاحة 3 cm؟

باستخدام معادلة طاقة الوضع:

$$E_P = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}(5)(2\pi)^2(0.03)^2 = 0.089\ \text{J}$$

c. الطاقة الحركية عندما تكون الإزاحة 3 cm؟

الطاقة الحركية هي الفرق بين الطاقة الكلية وطاقة الوضع:

$$E_k = E_T - E_p = 0.158 - 0.089 = 0.069\ \text{J}$$

23. صف تأرجح سيّارة إذا كانت الاهتزازات في حالة:

a. تخامُد تحت الحدّ.

إذا كان تأرجح السيارة في حالة تخامُد تحت الحدّ، فهذا يعني أنها ستصل بسرعة إلى حالة الاتّزان، وقد تستمرّ في التأرجح ولكن بسعات متناقصة.

b. تخامُد فوق الحدّ.

إذا كان تأرجح السيارة في حالة تخامُد فوق الحدّ، فهذا يعني أن عودة السيارة إلى حالة الاتّزان ستستغرق زمنًا طويلًا.

c. تخامُد حرج.

إذا كان تأرجح السيارة في حالة تخامُد حرج، فستتأرجح السيارة قليلًا ثم تعود بسرعة إلى حالة الاتزان.

24. هل يمكن أن يكون هناك اهتزاز غير مُتخامِد كليًّا؟

ليس من الممكن أن يكون هناك اهتزاز غير مُتخامِد كليًّا بسبب الاحتكاك ومقاومة الهواء. فقوى المقاومة دائمًا ستؤدي إلى تقليل اتساع الاهتزازات.

25. اشرح كيف تُقلِّل مقاومة الهواء من سعة الحركة التوافقية البسيطة.

تؤثّر قوى المقاومة مثل الاحتكاك ومقاومة الهواء في الجسم المهتزّ، وبالرغم من أن الطاقة الكلية محفوظة فإن جزء من الطاقة يُفقد بسبب مقاومة الهواء في كل اهتزازة، وهذا يعني أن طاقة الوضع الكلية لا تتحوّل بالكامل إلى طاقة حركية، والطاقة الحركية الكلية لا تتحوّل بالكامل إلى طاقة وضع، وهذا يؤدّي إلى تقليل سعة الاهتزازات.

26.* كيس ملاكمة كتلته 0.65 kg مُعلَّق بسقف. عندما يُلكَم الكيس يتعرَّض لحركة توافقية بسيطة. فإذا كانت الطاقة الميكانيكية الكلّية للاهتزازة 55 J، فكم تبلغ أقصى سرعة لكيس الملاكمة؟

الكتلة، $m = 0.65\ \text{kg}$؛ الطاقة الكلية، $E_T = 55\ \text{J}$؛

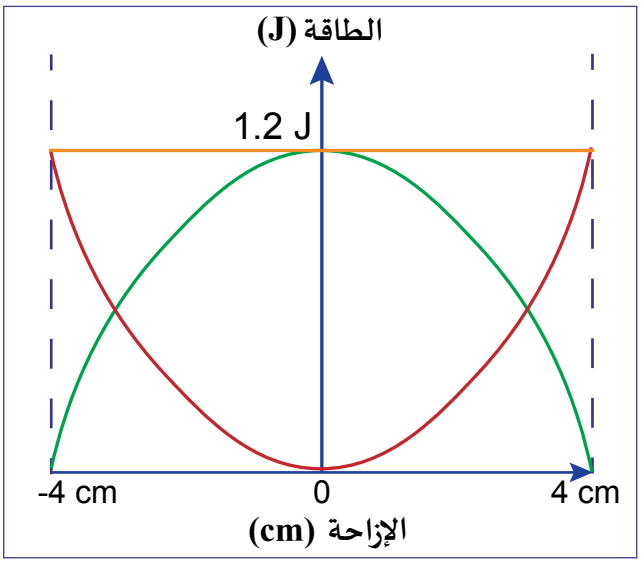
أقصى سرعة، $v_{max} = ?$

عندما يكون لكيس الملاكمة سرعة عظمى، فإنَّ الطاقة الكلية تساوي الطاقة الحركية.

$$E_T = E_K$$

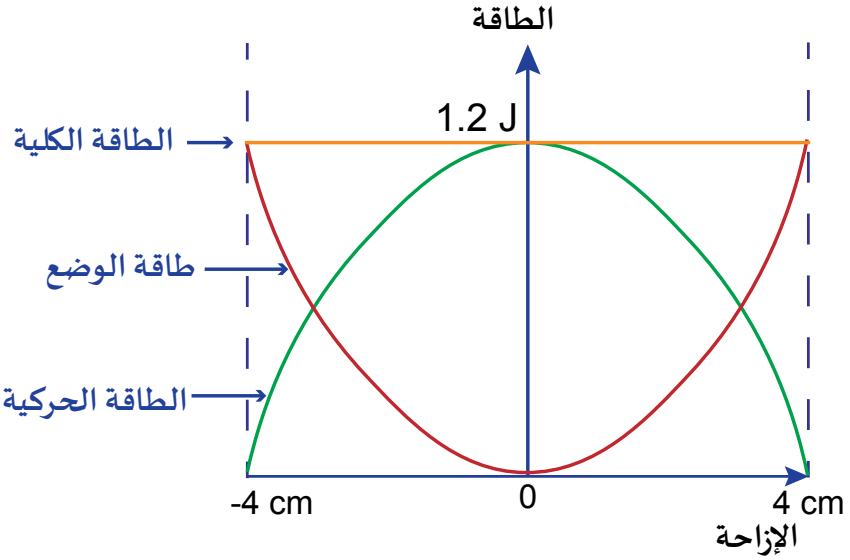
$$E_T = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_T}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(55)}{0.65}} = 13\ \text{m/s}$$



27. يبيّن الرسم البياني المقابل تبادُل الطاقة الحركية وطاقة الوضع لجسم كتلته 0.5 kg يخضع لحركة توافقية بسيطة.

a. ارسم نسخة من الرسم البياني، ودوّن عليها الطاقة الحركية وطاقة الوضع والطاقة الكلية على المنحنى الخاص بكل منها.



b. احسب أقصى سرعة للجسم.

الكتلة، $m = 0.5$ kg؛ الطاقة الحركية العظمى، $E_k = 1.2$ J؛

أقصى سرعة، $v_{max} = ?$

$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_K}{m}}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2(1.2)}{0.5}} = 2.19 \text{ m/s}$$

c. كم تبلغ سعة الحركة؟

يمكننا أن نرى من الرسم البياني أن السعة تساوي 4 cm.

d. احسب طاقة الوضع عندما تكون الإزاحة 1.00 cm.

لحساب طاقة الوضع، نحتاج إلى حساب التردّد الزاوي.

$$E_T = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2E_T}{mA^2}} = \sqrt{\frac{2(1.2)}{0.5(0.04)}} = 54.77 \text{ rad/s}$$

يمكن الآن حساب طاقة الوضع باستخدام التردّد الزاوي:

$$E_P = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}(0.5)(54.77)^2(0.01)^2 = 0.075 \text{ J}$$

e. احسب الطاقة الحركية عندما تكون الإزاحة 1.00 cm.

الطاقة الحركية هي الفرق بين الطاقة الكلية وطاقة الوضع:

$$E_k = E_T - E_p = 1.2 - (0.075) = 1.125 \text{ J}$$

28. جسم كتلته 2.5 kg يهتز بحركة توافقية بسيطة. يمكن حساب إزاحة الكتلة باستخدام المعادلة الآتية: $x = 0.25 \sin(1.57t)$ m.

a. احسب سعة الاهتزاز وتردُّده وزمنه الدوري.

تكون معادلة الإزاحة على الشكل: $x = A \sin\omega t$

وهذا يعني أن السعة $A = 0.25$ m.

لحساب التردّد، يمكننا أن نرى من المعادلة أن $\omega = 1.57$rad/s

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1.57}{2\pi} = 0.25 \text{ Hz}$$

الزمن الدوريّ هو مقلوب التردّد

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.25} = 4 \text{ s}$$

b. جد الطاقة الكلّية للكتلة.

الطاقة الكلية:

$$E_T = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}(2.5)(1.57)^2(0.25)^2 = 0.193 \text{ J}$$

c. احسب طاقة الوضع للكتلة عندما تكون الإزاحة 15 cm.

الإزاحة بالأمتار هي: $x = 0.15$ m.

يمكننا حساب طاقة الوضع في الموقع.

$$E_P = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}(2.5)(1.57)^2 (0.15)^2 = 0.069 \text{ J}$$

d. احسب الطاقة الحركية للكتلة عندما تكون الإزاحة 15 cm.

الطاقة الحركية هي الفرق بين الطاقة الكلية وطاقة الوضع:

$$E_k = E_T - E_p = 0.193 - 0.069 = 0.124 \text{ J}$$

29. جسم كُتلته 2 kg مُعلَّق بنابض مُهتزّ ثابته 100 N/m يخضع لحركة توافقية بسيطة. عند اللحظة $t = 1$ s تكون إزاحة الكتلة $x = 0.129$ m وسرعتها $v = 3.415$ m/s.

a. احسب سعة الاهتزاز باستخدام قانون حفظ الطاقة.

الإزاحة $x = 0.129$ m؛ السرعة، $v = 3.415$ m/s؛

الزمن، $t = 1$ s؛ الكتلة $m = 2$ kg؛ ثابت النابض $k = 100$ N/m،

باستخدام ثابت النابض والكتلة يمكننا حساب التردّد الزاوي:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{2}} = 7.07 \text{ rad/s}$$

$$E_T = E_K + E_E$$

$$\frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

$$\omega^2 A^2 = v^2 + \omega^2 x^2$$

$$(7.07)^2 A^2 = (3.415)^2 + (7.07)^2 (0.129)^2$$

$$A = 0.5 \text{ m}$$

b. احسب إزاحة الجسم وسرعته عند $t = 0$ s. الجسم لم يبدأ من موضع الاتزان.

لحساب الموقع والسرعة، نحتاج أولًا إلى حساب ثابت الطور.

$$x = A\sin(\omega t + \varphi)$$

$$v = -\omega A\cos(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{x}{v} = -\frac{1}{\omega}\tan(\omega t + \varphi) \Rightarrow -\frac{\omega x}{v} = \tan(\omega t + \varphi)$$

$$-\frac{(7.07)(0.129)}{(3.415)} = \tan(7.07 + \varphi)$$

$$-\tan^{-1}(0.267) = 7.07 + \varphi$$

$$-0.2609 - 7.07 = \varphi$$

$$\varphi = 7.33 \text{ rad}$$

$$x = A\sin(\omega t + \varphi) = 0.5\sin(7.07(0) + 7.33)$$

$$x = 0.5\sin(7.33) = 0.43 \text{ m}$$

$$v = -\omega A\cos(\omega t + \varphi) = -(7.07)(0.5)\cos(7.07(0) + 7.33)$$

$$v = 0.53 \text{ m/s}$$

الدرس 2-3: الاهتزازات القسرية والرنين

30. في خدعة سحرية مشهورة، يستطيع المُغني تحطيم كأس بتوجيه الغناء إليها. فسّر كيف أجرى الخدعة باستخدام التردُّد الطبيعي والرنين.

بتطابق التردّد الطبيعي للكأس مع تردّد الغناء الذي يؤدّيه المغنّي. وباقتراب الموجات الصوتية للمغنّي من الكأس، تخضع الكأس لحالة رنين فتهتزّ بالتردّد نفسه. فإذا كانت الطاقة التي كسبتها الكأس من الاهتزاز كافية، فإن الكأس تتحطّم.

31. جسمٌ معلَّق بنابض تردُّده الطبيعي 0.9 Hz. إذا غيّرتَ كتلة الجُسم المُهتزّ، ليصبح زمنه الدوري أكبر أربع مرّاتٍ، فكيف يتغيّر تردُّده الطبيعي؟

التردّد هو مقلوب الزمن الدوريّ. فإذا ازداد الزمن الدوريّ أربع مرات، فإنَّ التردّد الطبيعي سينخفض إلى الربع.

$$\frac{0.9}{4} = 0.225 \text{ Hz}$$

32. يهتز بندول لمدة دقيقة، ثم تبدأ بدفعه بتردُّد 1.7 Hz. إذا كان التردُّد الطبيعي للبندول 1 Hz، فهل ستزيد دفعتك للبندول طاقته أم تنقصها؟

ستقلّل الدفعات الطاقة في البندول لأنّ تردّد الدفع لا يتطابق مع التردّد الطبيعي للبندول.

33. يبلغ الزمن الدوري لشريط مطّاطي يهتزّ عند الرنين 2.5 s. إذا تغيَّر الزمن الدوري إلى 3.7 s واهتزّ الشريط المطاطي عند الرنين، فماذا يحدث للتردُّد الطبيعي؟

الزمن الدوريّ $T_1 = 2.5$ s؛ الزمن الدوري $T_2 = 3.7$ s.

$$f_1 = \frac{1}{2.5} = 0.4 \text{ Hz}$$

$$f_2 = \frac{1}{3.7} = 0.27 \text{ Hz}$$

أيّ إنَّ التردّد الطبيعي ينخفض بمقدار 0.13 Hz.

34. جسم كتلته 1.6 kg مُعلَّق رأسيًا بنابض ثابته $k = 175$ N/m، سُحِب بقوة دورية تردُّدها 1.4 Hz. هل يكون النظام في حالة رنين؟

الكتلة $m = 1.6$ kg ؛ ثابت النابض $k = 175$ N/m؛

التردّد الطبيعي $f = 1.4$ Hz

سيكون النظام في حالة رنين إذا كان التردّد الطبيعي للنظام يساوي 1.4 Hz.

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{175}{1.6}} = 1.66 \text{ Hz}$$

التردّد الطبيعي للنظام لا يساوي 1.4 Hz. فالنظام إذن ليس في حالة رنين.

35. يهتزّ بندول طول خيطه $L = 0.22$ m. يتعرّض البندول لقوة دورية خارجية زمنها الدوري $T = 1.3$ s. هل تؤدّي القوة المطبقة على البندول إلى رنين؟

طول البندول $L = 0.22$ m؛ الزمن الدوري للقوة الخارجية $T = 1.3$ s.

لكي تؤدّي القوة الخارجية الدورية المؤثرة في البندول إلى رنين، يجب أن يساوي الزمن الدوريّ للبندول 1.3 s.

لكنْ الزمن الدوري للبندول هو:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.22}{9.8}} = 0.94 \text{ s}$$

إذن، لا تؤدّي القوة المؤثّرة في البندول إلى رنين.

مسألة للبحث

استخدم المصادر الأوّلية كالأوراق البحثية ومقاطع الفيديو، كي ترسم مخطّطات للتمييز بين ثلاثة تفسيرات محتملة لانهيار جسر تاكوما نارو، هي: الرنين القسري، ودوامات ستروهال، والرفرفة الهوائية المرنة.

تقييم انهيار جسر تاكوما	العلامة
المحتوى	
يعرض مقدمة عن حادثة جسر تاكوما ناروز. يشرح الطالب الفرق بين الرنين القسري، ودوّامات ستروهال، والرفرفة الهوائية المرنة. هناك ثلاثة مخططات توضح شروحات الطالب. وهناك استنتاج مبني على بحث الطالب.	5
المقدمة مختصرة ولا تشرح حادثة جسر تاكوما ناروز. الفرق بين شروحات الاحتمالات الثلاثة غير واضح للقارئ. هناك مخططان بيانيان على الأقل إلى جانب شرح الطالب لما حصل.	3
ليس هناك أي مقدمة. الشروحات الثلاثة مذكورة مع مخطط بياني وحيد وواضح.	1
تنظيم البحث	
الأفكار المتعددة والمترابطة مرتبة بشكل منطقي ومدعومة بعدة أمثلة. نقاط المفاهيم الأساسية صحيحة. يسهل على القارئ تتبُّع خطًا منطقيًا واضحًا.	5
فكرة أساسية واحدة على الأقل معروضة بشكل منطقي ومدعومة بعدة أمثلة. يسهل على القارئ تتبُّع خطًا منطقيًا واضحًا.	3
الحقائق معروضة بدون دليل أو مثال. قد يكون هناك بعض الأخطاء في المفاهيم. يصعب على القارئ تتبُّع خطًا منطقيًا واضحًا.	1
العرض التقديمي للبحث	
مرتب ومطبوع ومقروء وغنيّ بالعديد من الرسومات التوضيحية والجداول والأشكال والمخططات البيانية التي تدعم الأفكار أو الحقائق. لغته ذات قواعد نحوية وإملائية سليمة.	5
مرتب ومقروء. يشتمل على نصوص مع رسومات توضيحية أو رسومات تخطيطية قليلة أو معدومة. لغته ذات قواعد نحوية وإملائية مقبولة.	3
مكتوب بخط يد سيء، أو مطبوع بقواعد نحوية ضعيفة وأخطاء إملائية.	1
المجموع	

أوراق عمل

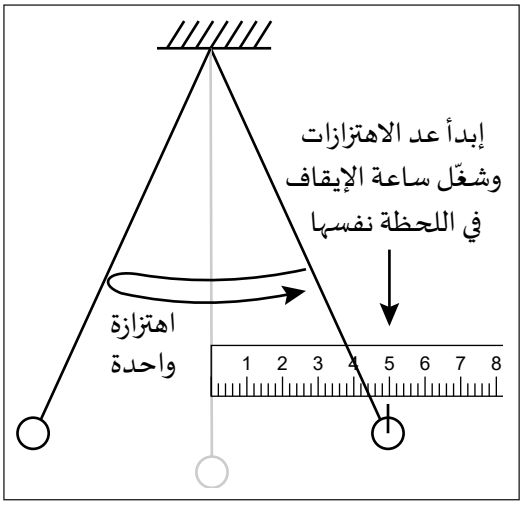
الاسم ..... التاريخ .....

نشاط 2-1 تحديد تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط

سؤال الاستقصاء	احسب تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط
الموادّ المطلوبة	حامل، خيط، ساعة إيقاف، كتلة مُعلَّقة.

مهارات سابقة

يتحرك البندول ذهابًا وإيابًا بطريقة دورية، مع الحفاظ على زمن دوري لاهتزازاته. اكتشف جاليليو أن الزمن الدوري للبندول لا يعتمد على السعة أو كتلة البندول بل على طول البندول وتسارع الجاذبية. هذا يعني أن بندولًا معيّنًا سيكون له الزمن الدوري نفسه في المواقع التي لها شدّة مجال الجاذبية نفسها. إذا كان الزمن الدوري وطول البندول معروفين، فإنَّ قياس تسارع الجاذبية "g" يصبح سهلًا.



خطوات التجربة

1. صمّم بندول بسيط كما هو موضَّح في الشكل. اجعل طول البندول أقلّ من متر واحد.
2. اسحب كتلة البندول مسافة 5 cm كما هو موضح. ثم دعْها لكي تهتز. قس الزمن اللازم لحركة البندول لإنهاء عشرة اهتزازات. اقسم هذا الزمن على عشرة لحساب الزمن الدوري لاهتزازة واحدة للبندول.
3. استخدم المُعادَلة: $$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$ لحساب تسارُع الجاذبية
4. احسب مربع الزمن الدوري للبندول.
5. كرّر التجربة ثلاث مرات مع تغيير طول البندول إلى قيم أخرى أقل من 1 m.

الاسم ..... **التاريخ** .....

الجدول

	المحاولة 1	المحاولة 2	المحاولة 3	المحاولة 4
طول البندول (m)				
الزمن المستغرق لـ 10 اهتزازات(s)				
الزمن الدوري (s)				
حساب g (m/s^2)				

أسئلة

a. هل يمكننا حساب الزمن الدوري بقياس زمن اهتزازة واحدة مباشرة، بدلاً من قياس زمن 10 اهتزازات؟ لماذا لا نشجّع على استخدام هذه الطريقة؟

.....

.....

.....

b. املأ جدول البيانات بالقيم المحسوبة لأربعة أطوال مختلفة.

c. احسب التردُّد الزاوي لكل طول.

.....

.....

.....

d. أحسب تسارع الكتلة لكل طول.

.....

.....

.....

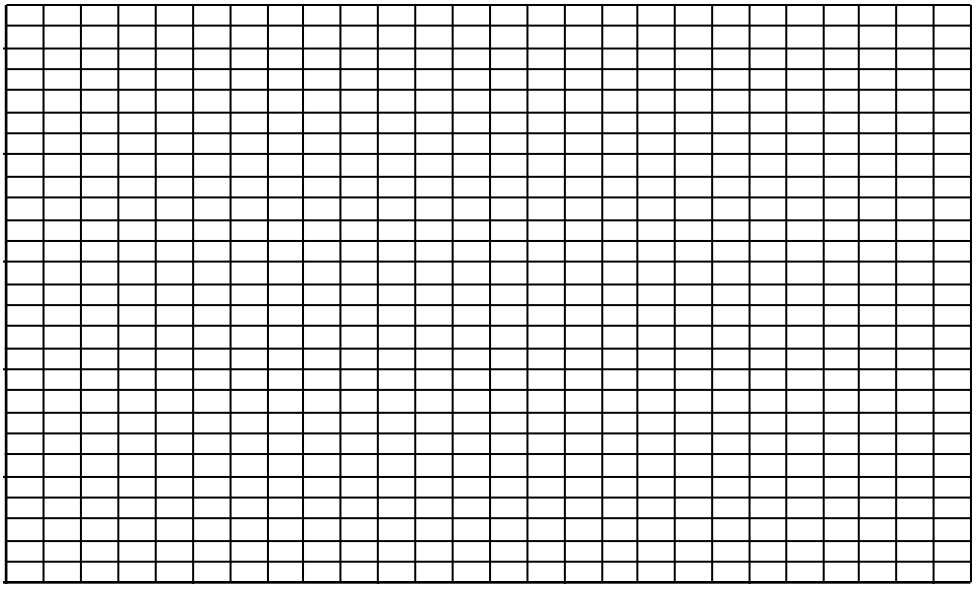
e. إحصل على العلاقة: $L = kT^2$ حيث L طول الخيط و T الزمن الدوري و k ثابت.

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

الرسم البياني لـ L بدلالة T^2



f. ارسم قِيم L ومقلوب مربّع الزمن الدوري $\frac{1}{T^2}$ على الرسم البياني واحسب مَيل الخط المستقيم، ثم استنتج تسارع الجاذبية الأرضية من الميل. هذه طريقة أدق لحساب تسارع الجاذبية الأرضية من البيانات.

.....

.....

.....

اثراء (بندول الساعة)

1. قم ببناء بندول بسيط يكون زمنه الدوري ثانية واحدة بالضبط.

2. باستخدام النوابض والكتل المتاحة في المختبر المدرسي، صمّم نظام كتلة-نابض يكون زمنه الدوري ثانية واحدة فقط.

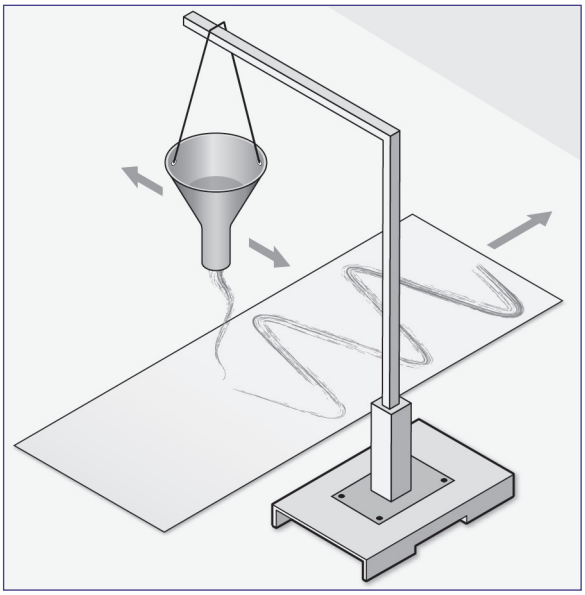
3. هل تتفق نتائجك مع التجربة العملية؟

الاسم ..... التاريخ .....

نشاط a2-2 تصميم بندول رملي

سؤال الاستقصاء	كيف تتغيّر طاقة البندول؟
الموادّ المطلوبة	حامل قائم، قمع ذو فتحة ضيّقة، رمل ناعم أو طحين، 4 أوراق رسم بياني متلاصقة لتشكّل ورقة كبيرة.

مهارات سابقة



عندما يتأرجح البندول، يكون هناك تبادل دائم للطاقة. ينتج عن البندول الرملي موجة من الرمل المتساقط تسمح لنا بمشاهدة تغيّر الموقع. هذا النشاط سيساعد الطلاب على تحليل تغيّر الموقع وربطه بتغيّر شكل الطاقة.

الخطوات

1. علّق القمع على الحامل بواسطة الحلقة، كما هو مبيّن في الشكل.
2. ألصق 4 أوراق رسم بياني بعضها ببعض لتشكّل ورقة كبيرة، وثبّتها تحت القمع. حاول سحب الورق بسرعة ثابتة، قد تكون بحاجة إلى تكرار ذلك عدة مرات لتطبقّها بشكل صحيح.
3. املأ القمع بالرمل واسحبه بحيث يتأرجح. يؤدي ذلك إلى إنشاء رسم بياني على الورقة. يجب أن تساوي سعة الرسم البياني الناتج نصف عرض ورقة الرسم البياني. جرّبها مرة واحدة قبل وضع الرمل داخل القمع.
4. لاحظ أثناء تأرجح القمع النقاط التي يكون لها سرعة عظمى والنقاط التي يكون لها سرعة صغرى.

الاسم ..... **التاريخ** .....

الأسئلة

a. بالنظر إلى الرسم البياني الناتج، أين تكون الطاقة الحركية عند قيمتها العظمى؟ وأين تكون عند قيمتها الصغرى؟ وضّح إجابتك.

.....

.....

b. لا تنشأ الطاقة من العدم، فكيف يكتسب البندول طاقة حركية؟

.....

.....

c. ما شكل الطاقة الأخرى التي يمتلكها البندول؟ هل يمكن حساب هذه الطاقة أو قياسها؟

.....

.....

d. هل يمكن حساب الطاقة الكلّية للنظام؟

.....

.....

e. هل ستظل الطاقة الكلّية للنظام ثابتة؟

.....

.....

f. كيف يمكننا زيادة سرعة البندول أثناء مروره بموضع الاتّزان؟

.....

.....

g. ماذا يحدث لسعة الرسم البياني عند نهاية المدة الزمنية؟

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

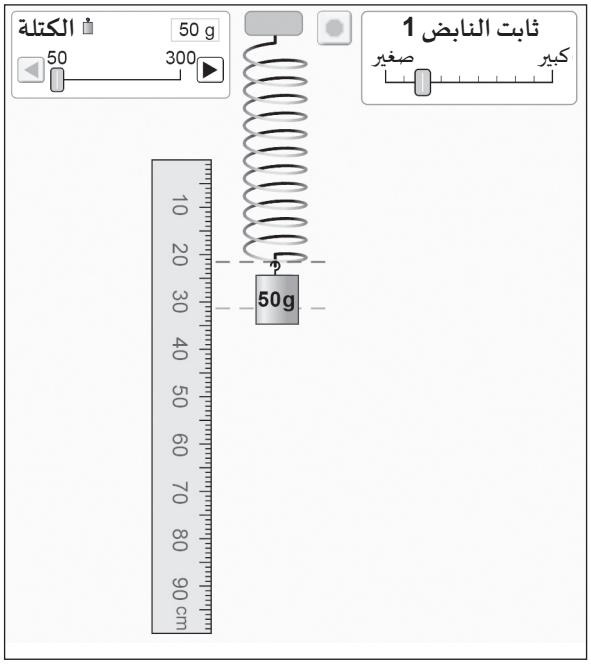
نشاط b2-2 حفظ الطاقة في نظام كتلة-نابض مُهتزّ

سؤال الاستقصاء	احسب السرعة القصوى لنظام كتلة- نابض مُهتزّ باستخدام قانون حفظ الطاقة.
الموادّ المطلوبة	حاسوب والوصول إلى المحاكاة.

مهارات سابقة

يستمرّ التبادل بين الطاقة الحركية وطاقة الوضع في الحركة التوافقية البسيطة. عندما تكون الكتلة عند أقصى إزاحة، تكون الطاقة الحركية صفرًا، أمّا طاقة الوضع فتكون عند قيمتها العظمى.

خطوات التجربة



1. اختر وضع مختبر المحاكاة وهيِّئَه بجعل المسطرة تحاذي النابض.
2. تأكّد من وضوح الطول الابتدائي وموضع الاتّزان بالنسبة إليك.
3. اختر كتلة 50 g ولاحظ موضع اتّزان النابض عند النقطة السفلى لقراءة استطالة النابض. باستخدام الاستطالة وقوة وزن الكتلة، احسب ثابت النابض k. تذكّر: $(F = kx)$
4. دع النابض يهتز ولاحظ سعة الاهتزازة. احسب طاقة الوضع المرونية القصوى للنظام باستخدام السعة $E_{MAX} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2$.

5. طاقة الوضع المرونية القصوى تساوي الطاقة الحركية القصوى للنظام. اجعل الطاقتين متساويتين لتحسب أقصى سرعة للنظام.

$$E_T = E_E + E_K$$

$$E_K = \frac{1}{2} mv^2.$$

6. كرّر التجربة لكتلتين مختلفتين.

الجدول

	المحاولة 1	المحاولة 2	المحاولة 3
الكتلة (kg)			
الاستطالة (m)			
ثابت النابض (k) (N/m)			
التردّد الزاوي (rad/s)			
السعة (m)			
طاقة الوضع المرونية العظمى (J)			
السرعة القصوى (m/s)			

الأسئلة

a. متى يحقّق النظام أقصى سرعة: عندما تكون سعة الاهتزازة أقصى ما يمكن أم أقلّ ما يمكن؟ وضّح إجابتك باستخدام قانون حفظ الطاقة.

.....

.....

b. احسب الزمن الدوري لكل مجموعة من كتلة وثابت النابض. ثم استخدم المحاكاة وساعة إيقاف لقياس الزمن الدوري لكل كتلة وثابت نابض. هل الزمنان الدوريان متساويان؟

.....

.....

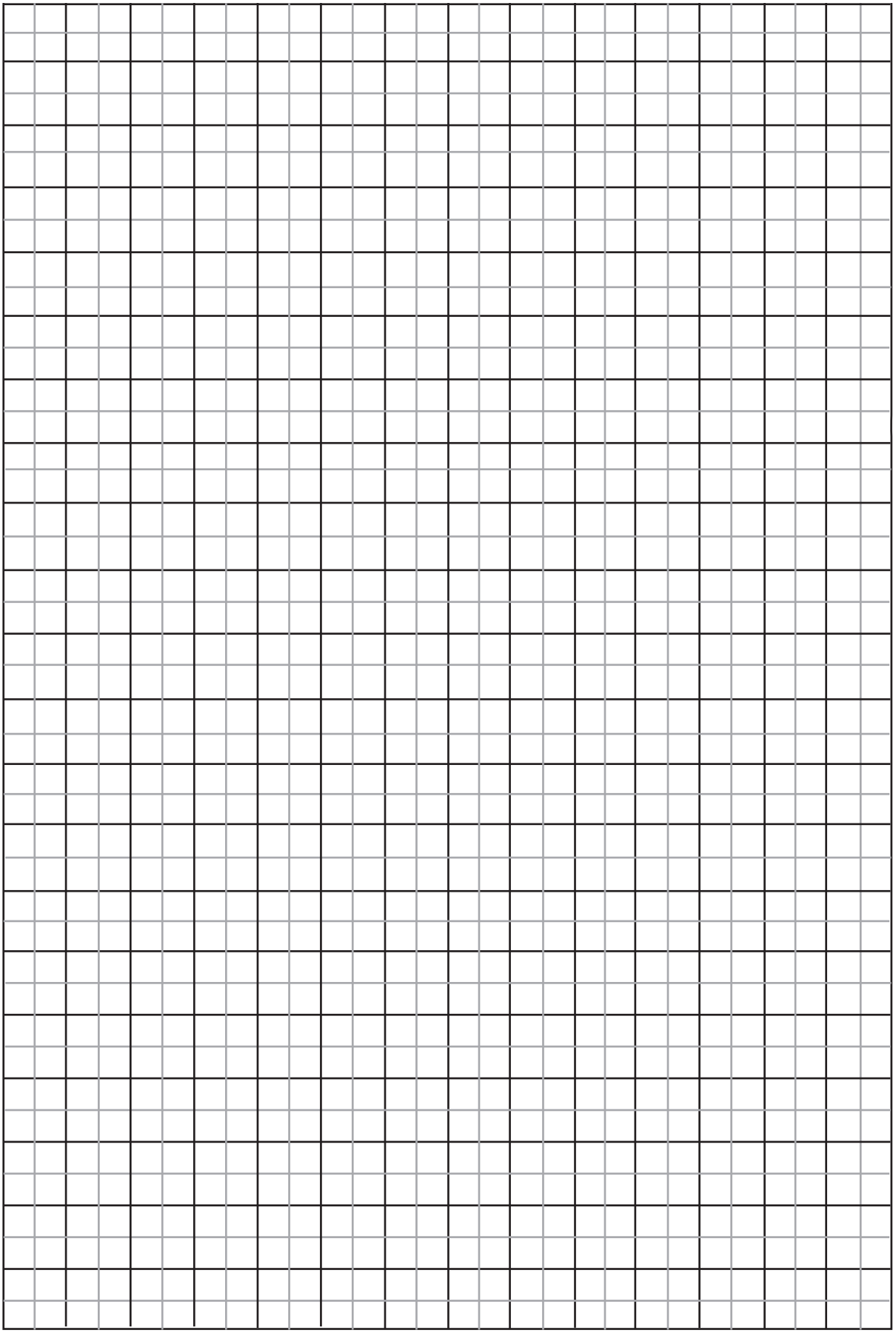
c. مثِّل بالرسم البياني الطاقة بدلالة الزمن لمجموعة واحدة على الأقلّ من القراءات. أضف إلى الرسم البياني منحنيات تمثل كل من طاقة الوضع المرونية والطاقة الحركية والطاقة الكلّية.

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

الرسم البياني



الاسم ..... التاريخ .....

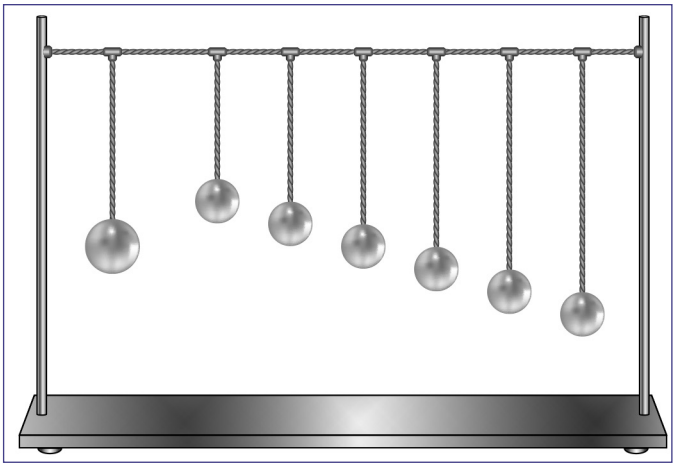
نشاط a3-2 بندول بارتون

سؤال الاستقصاء	كيف يعمل بندول بارتون؟
الموادّ المطلوبة	حامل قائم، كتل متساوية المقادير، كتلة واحدة أكبر، خيوط

مهارات سابقة

يتكوّن بندول بارتون من عدة بندولات تتدلّى من سلسلة واحدة. يُسمّى البندول الأثقل في بداية المجموعة «بندول القيادة». عندما يتطابق تردّد بندول القيادة مع تردّد بندول آخر، تحدث زيادة في سعة ذلك البندول. إذا لم يتطابق تردّد بندول القيادة مع تردّد البندولات الأخرى، فإن السعة تنخفض بشكل كبير.

خطوات بندول بارتون



1. ركّب بندول بارتون كما هو مبيّن في الشكل.
2. تأكّد من أن الخيط الأول رُبِطت به الكُتلة الأكبر، وأن بقية الخيوط رُبِطت بكل منها كُتلة من الكُتل المتساوية الأخرى.
3. يُعرَف البندول الأول ذو الكُتلة الأثقل باسم بندول القيادة. ويجب أن يكون هناك بندول واحد آخر في المجموعة له طول بندول القيادة.
4. أزح أحد البندولات ودوّن الزمن الدوريّ له. لا تزح بندول القيادة الآن. أزح البندول نفسه الآن أكثر من قبل، سوف تلاحظ أن الزمن الدوريّ يجب أن يبقى نفسه.
5. أزح بندولًا آخر ودوّن الزمن الدوريّ. لاحظ أن جميع البندولات لها أزمان دوريّة مختلفة، وبالتالي تردُّدات مختلفة.
6. أزح الآن بندول القيادة. لاحظ أنه وهو يتحرّك تهتزّ جميع البندولات الأخرى أيضًا، ولكن هناك بندولًا واحدًا يهتزّ أكثر.

الاسم ..... التاريخ .....

الأسئلة

1. ما وجه التشابه بين بندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا؟

.....

.....

.....

.....

2. هل لبندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا الطَّور نفسه؟ وإذا كانا خارج الطور، فهل يمكنك ملاحظة فرق الطور بينهما؟

.....

.....

.....

.....

3. لماذا لا تهتزّ بقية البندولات بالمقدار نفسه؟

.....

.....

.....

.....

4. كيف يمكن استخدام تبدُّد الطاقة هذا في تطبيقات الحياة اليومية؟

.....

.....

.....

.....

الاسم ..... التاريخ .....

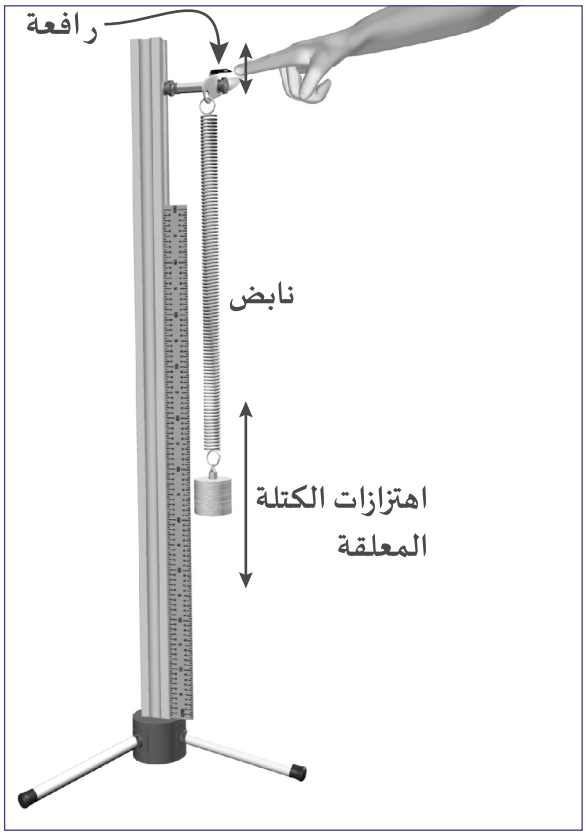
نشاط b3-2 الحصول على الرنين عمليًا

سؤال الاستقصاء	هل يمكننا جعل كتلة مُعلَّقة بنابض مُهتزّ تُحدث رنينًا إذا عرفنا تردُّدها الطبيعي؟
الموادّ المطلوبة	حامل قائم، نابض، كتلة بخطّاف، مسطرة، ساعة إيقاف عادية أو رقمية.

مهارات سابقة

عندما يتمّ تطبيق القوى الدورية على نظام فإنه يمكن أن يهتز، فقد تختلف الحركة الناتجة بشكل كبير. إذا كان تردّد القوة يتطابق مع التردّد الطبيعي للنظام، فقد تزداد السعة بشكل كبير جدًا. الازدياد الكبير في السعة هو ما نسميه « الرنين».

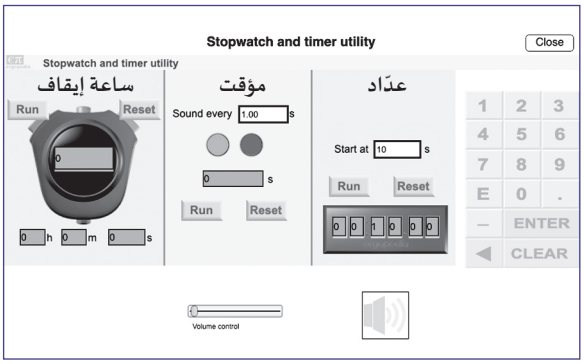
الخطوات



1. اربط الكُتلة ذات الخطّاف بالنابض، ثم علّق النابض بالرافعة وثبِّت كل ذلك بالحامل، كما هو مبيّن في الشكل.
2. ثبِّت مسطرة على الحامل، بحيث يكون منتصفها عند الكُتلة المُعلَّقة. اسحب الكُتلة قليلًا إلى أسفل لتبدأ اهتزازها.
3. قِسْ زمن 10 اهتزازات. ثم اقسم على 10 للحصول على الزمن الدوري.
4. حوّل الزمن الدوريّ إلى تردُّد.
5. اضبط المؤقت الآن ليُعطي إشارة التنبيه (صافرة) عند تردُّد بين 0.1 Hz و 3 Hz.
6. أثناء استخدام إحدى يديك لتثبيت الجُزء العلوي من الحامل في مكانه، استخدم يدك الأخرى للضغط على الرافعة عند كل صافرة، كما هو مبيّن في الشكل.
7. اطلب إلى زميلك تقدير سعة الحركة باستخدام المسطرة.

الاسم ..... التاريخ .....

8. قس سعة الاهتزازة ودوّنها في جدول لعدد لا يقلّ عن 10 تردُّدات، يتراوح مداها بين 0.1 Hz وثلاثة أضعاف التردُّد الطبيعي. يجب أن يكون قياس أحدها عند التردُّد الطبيعي للنظام. مثِّل بالرسم البياني سعة الاهتزازة بدلالة تردُّد القوة الدورية.



الجدول 1

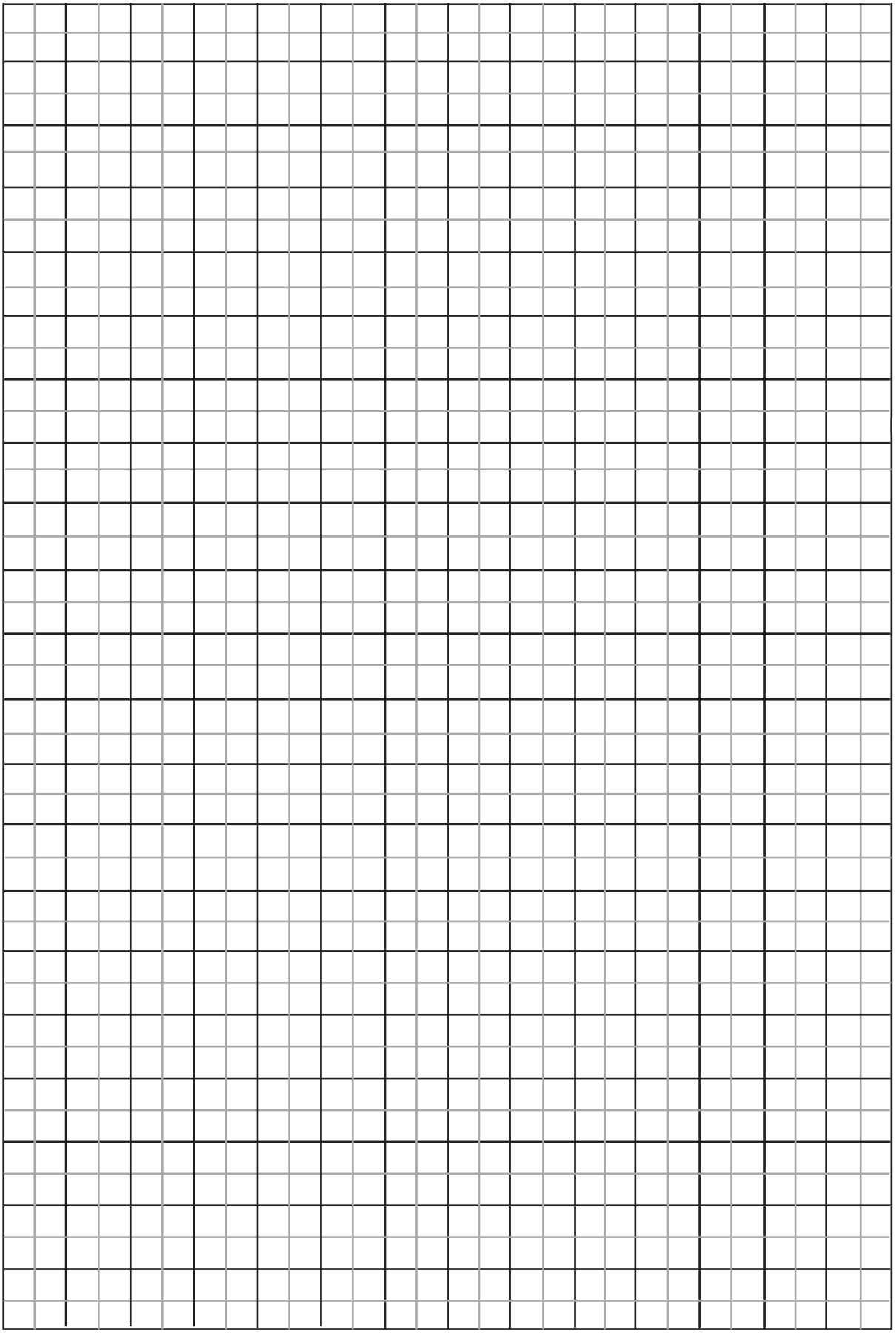
	المحاولة 1	المحاولة 2	المحاولة 3	المحاولة 4	المحاولة 5	المتوسط
التردّد (Hz)						
الزمن الدوري (s)						

الجدول 2

التردّد (Hz)	الزمن الدوري (s)	السعة (m)

الاسم ..... التاريخ .....

الرسم البياني



الاسم ..... **التاريخ** .....

الأسئلة

a. ما المقصود بـ«التردّد الطبيعي» للنظام المهتزّ؟

.....

.....

.....

.....

b. عند أية ترددات يدخل النظام المهتزّ ظاهرة الرنين؟ وعند أيّ تردّد يكون خارج الرنين؟

.....

.....

.....

.....

السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

اهلا وسهلا بكم متابعنا الكرام

نتشرف نحن إدارة منتديات صقر الجنوب التعليمية – المنهاج القطري

ان تتابعونا في موقعنا وعلى جميع مواقع السوشيال ميديا

.....

صفحتنا على الفاسبوك: اضغط هنا للدخول

مجموعتنا على الفيس بوك : اضغط هنا للدخول

قنوات اليوتيوب :. اضغط هنا للدخول

قناتنا على التلقرام :. اضغط هنا للدخول

www.jnob-jo.com