الوحدةُ 8

الإحصاءُ والاحتمالاتُ
Statistics and Probabilities

ما أهميةُ هذهِ الوحدةِ؟

يساعدُنا علمُ الإحصاءِ والاحتمالاتِ على تفسيرِ الظواهرِ، وتحليلِ البياناتِ الكثيرةِ في حياتِنا اليوميةِ. فمثلًا، إذا أردْتُ استنتاجَ العلاقةِ بينَ زمنِ الاستيقاظِ صباحًا وتحصيلِ الطلبةِ الدراسيِّ، فإنَّني أحتاجُ إلى أداةٍ إحصائيةٍ تُسمّى شكلَ الانتشارِ، ومفهومَ الارتباطِ، وهوَ ممّا سأتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ.

تعلَّمْتُ سابقًا:

- ✓ تنظيمَ البياناتِ في جداولَ تكراريةٍ ذاتِ فئاتٍ.
- ✓ إيجادَ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ للبياناتِ (مفرداتٌ، جداولُ تكراريةٌ)، وتحديدَ أثرِ إجراءِ تحويلٍ خطِّيٍّ للقيمِ في مقاييسِ نزعتِها المركزيةِ.
- ✓ إيجادَ مقاييسِ التشتُّتِ للبياناتِ المفردةِ أوِ المُنظَّمةِ في جداولَ تكراريةٍ.
- ✓ حسابَ الاحتمالِ لحوادثَ بسيطةٍ.

سأَتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

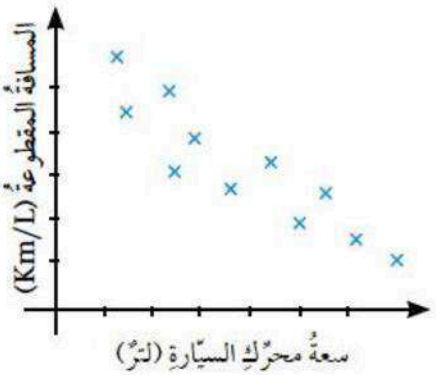
- ◄ وصفَ العلاقةِ بينَ مُتغيِّرَيْنِ باستعمالِ شكلِ الانتشارِ، والمستقيمِ الأفضلِ مطابقةً.
- ◄ إيجادَ قيمِ الربيعياتِ والمئيناتِ باستعمالِ المنحنى التكراريِّ التراكميِّ.
- ◄ إيجادَ مقاييسِ التشتُّتِ للبياناتِ المُنظَّمةِ في جداولَ تكراريةٍ ذاتِ فئاتٍ.
- ◄ حسابَ احتمالِ حوادثَ مُركَّبةٍ، والاحتمالِ المشروطِ.

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 108

أتحقق من فهمي

هلْ يوجدُ ارتباطٌ بينَ بياناتِ المُتغيِّرَيْنِ المُمثَّلَيْنِ في كلِّ شــكلٍ منْ أشكالِ الانتشارِ الآتيةِ؟ في حالةِ وجودِ ارتباطٍ بينَها، هلْ هوَ موجبٌ أمْ سالبٌ؟ هلْ هوَ قويٌّ أمْ ضعيفٌ؟

a)



الحل:

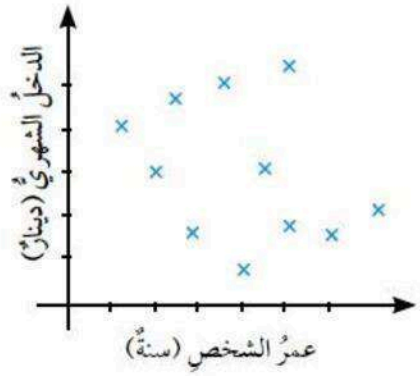
نعم يوجد ارتباط ، ارتباط سالب ، ارتباط قوي

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 108

أتحقق من فهمي

هلْ يوجدُ ارتباطٌ بينَ بياناتِ المُتغيِّرَيْنِ المُمثَّلَيْنِ في كلِّ شــكلٍ منْ أشكالِ الانتشارِ الآتيةِ؟ في حالةِ وجودِ ارتباطٍ بينَها، هلْ هوَ موجبٌ أمْ سالبٌ؟ هلْ هوَ قويٌّ أمْ ضعيفٌ؟

b)



الحل:

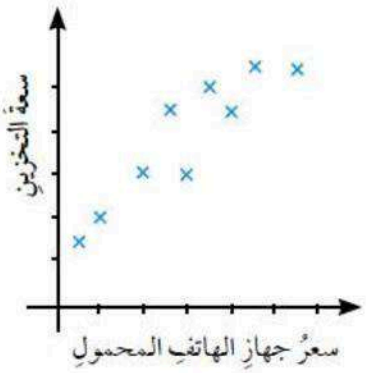
لا يوجد ارتباط

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 108

أتحقق من فهمي

هلْ يوجدُ ارتباطٌ بينَ بياناتِ المُتغيِّرَيْنِ المُمثَّلَيْنِ في كلِّ شــكلٍ منْ أشكالِ الانتشارِ الآتيةِ؟ في حالةِ وجودِ ارتباطٍ بينَها، هلْ هوَ موجبٌ أمْ سالبٌ؟ هلْ هوَ قويٌّ أمْ ضعيفٌ؟

c)



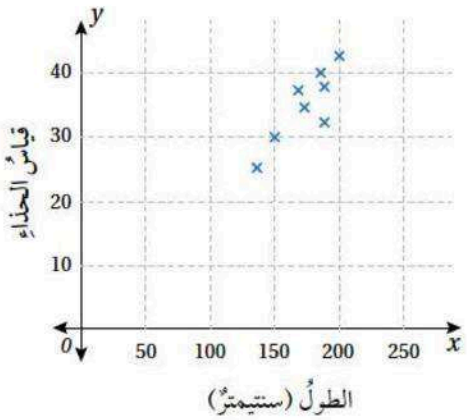
الحل:

نعم يوجد ارتباط ، ارتباط موجب ، ارتباط قوي

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 110

أتحقق من فهمي

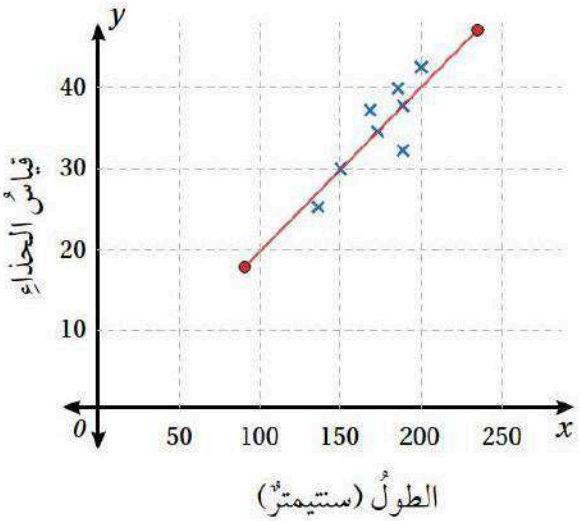
اعتمادًا على شكلِ الانتشارِ المجاورِ الذي يُمثِّلُ الطولَ (x) بالسنتيمترِ، وقياسَ الحذاءِ (y) لمجموعةٍ منَ الأشخاصِ، أُجيبُ عمّا يأتي:

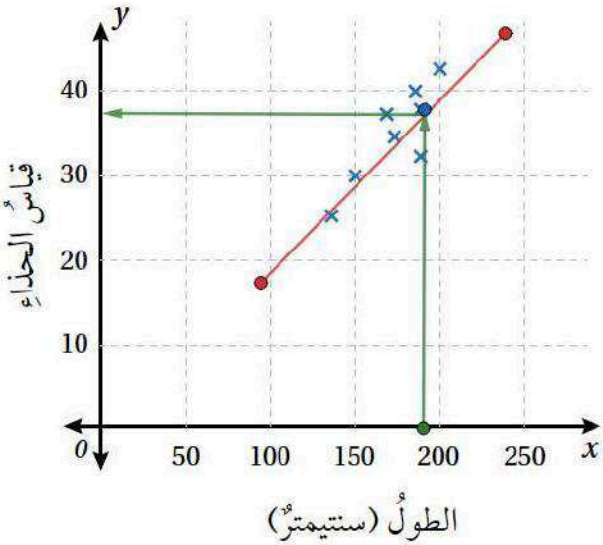


a) أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً، ثمَّ أَجِدُ معادلتَهُ.

b) أُقدِّرُ قياسَ الحذاءِ لشخصٍ طولُهُ 190 cm

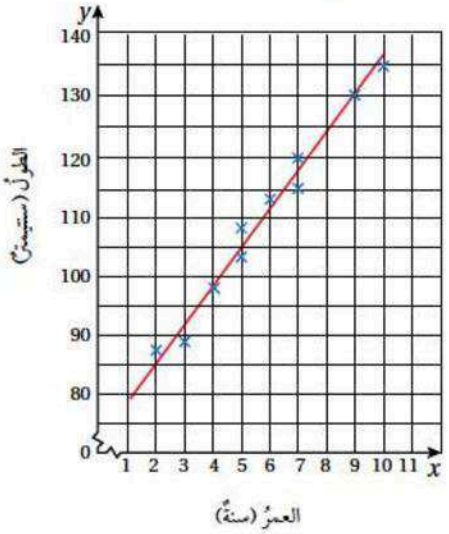
الحل:





قياس الحذاء 38 تقريبا

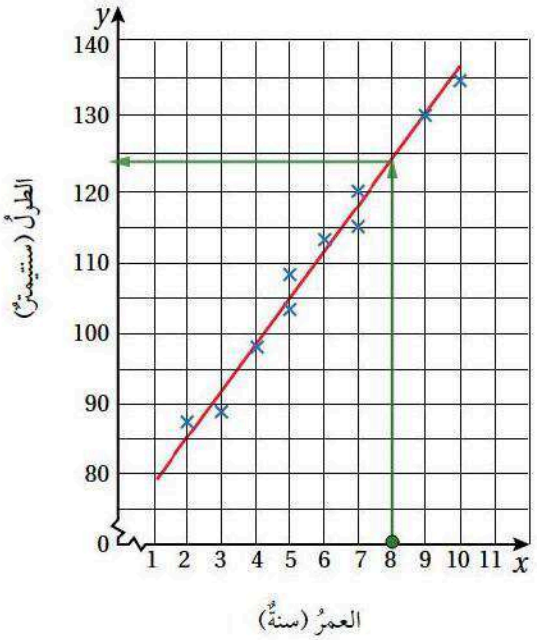
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 111



أتحقق من فهمي

أستعملُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً في الشكلِ المجاورِ لتقديرِ طولِ طفلٍ عمرُهُ 8 سنواتٍ. هلْ يُمكِنُ استعمالُ هذا الشكلِ لتقديرِ طولِ شخصٍ عمرُهُ 30 سنةً؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:



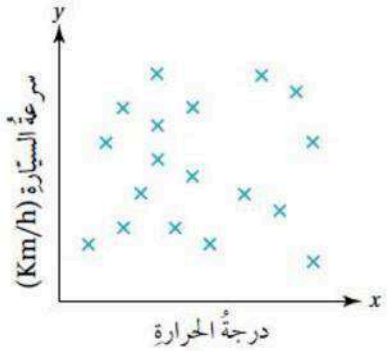
طول الشخص الذي عمره 8 سنوات هو $124\ cm$ تقريبا

لا يمكن استعمال شكل الانتشار لتقدير طول شخص عمره 30 سنة؛ لأن هذا العمر يقع خارج مجال قيم العمر الممثلة فيه

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 112

أَصِفُ الارتباطَ في شكلَيِ الانتشارِ الآتيَيْنِ:

1



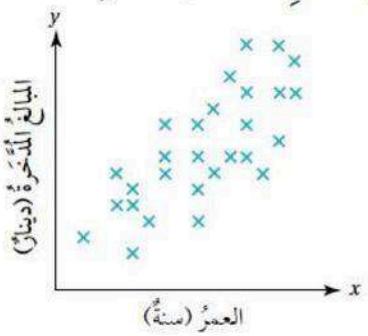
الحل:

يوجد ارتباط قوي موجب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 112

أَصِفُ الارتباطَ في شكلَيِ الانتشارِ الآتيَيْنِ:

2



الحل:

لا يوجد ارتباط

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 112

3 ماذا أستنتجُ منْ شكلَيِ الانتشارِ السابقيْنِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

في شكل الانتشار الذي يظهر في السؤال 1، يمكن القول إنه لا يوجد ارتباط واضح بين سرعة السيارة ودرجة حرارة الجو؛ لأن نقاط شكل الانتشار متناثرة أو متباعدة

في شكل الانتشار الذي يظهر في السؤال 2، يمكن القول إنه كلما زاد عمر الشخص زادت قيمة مدخراته؛ لأن نقاط شكل الانتشار تتجمَّع حول مستقيم ميله موجب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 112

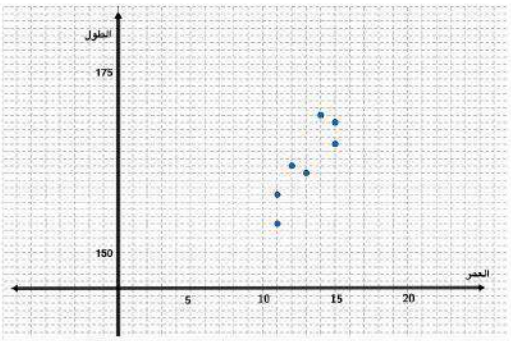
يُمثِّلُ الجدولُ الآتي العمرَ والطولَ والكتلةَ لسبعِ لاعباتٍ منْ فريقِ كرةِ الطائرةِ في إحدى المدارسِ:

اسمُ اللاعبةِ	وفاءُ	هندُ	عائشةُ	هدى	تغريدُ	ابتسامُ	سميرةُ
العمرُ (سنةٌ)	14	15	11	11	12	15	13
الطولُ (سنتيمترٌ)	169	168	154	158	162	165	161
الكتلةُ (كيلوغرامٌ)	40	42	35	32	37	42	41

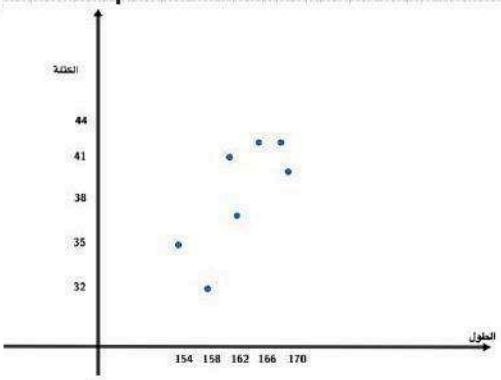
أرسمُ أشكالَ الانتشارِ، ثمَّ أَصِفُ الارتباطَ لكلٍّ منْها:

4 العمرُ مقابلَ الطولِ. 5 الطولُ مقابلَ الكتلةِ. 6 العمرُ مقابلَ الكتلةِ.

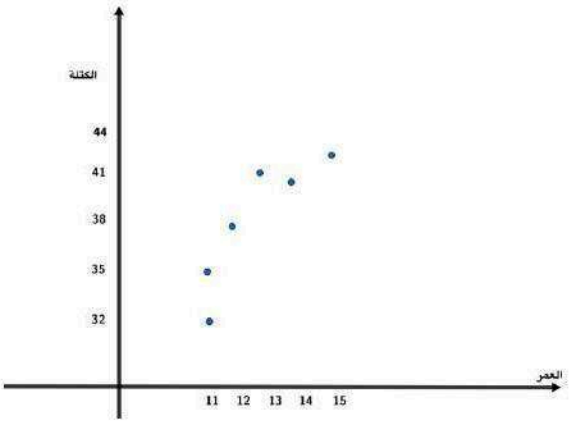
الحل:



يوجد ارتباط قوي موجب بين عمر اللاعبة وطولها



يوجد ارتباط ضعيف موجب بين طول اللاعبة وكتلة جسمها



يوجد ارتباط قوي موجب بين عمر اللاعبة وكتلة جسمها

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 112

تجربةٌ علميةٌ: يُبيِّنُ الجدولُ الآتي المسـافةَ بالسنتيمترِ، والسرعةَ بالسنتيمترِ لكلِّ ثانيةٍ، عندَ دحرجةِ كرةٍ على سطحِ طاولةٍ، بدءًا بنقطةٍ مُحدَّدةٍ:

المسافةُ (cm)	10	20	30	40	50	60	70	80
السرعةُ (cm/s)	18	16	13	10	7	5	3	0

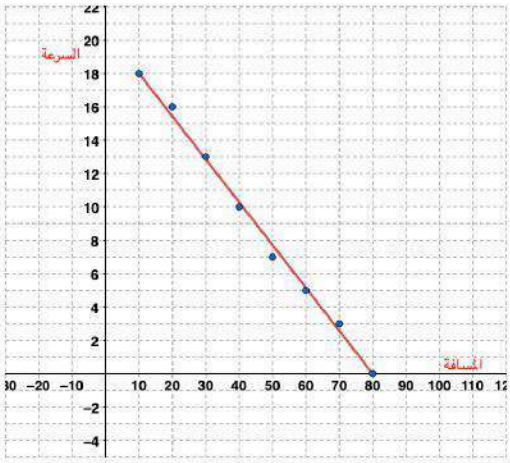
7 أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ.

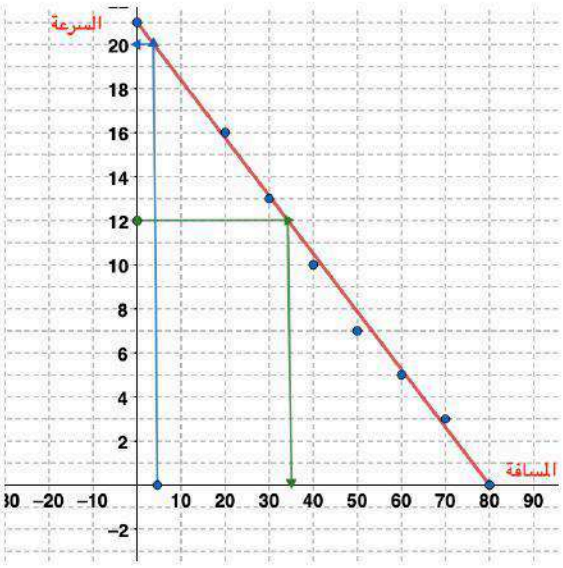
8 أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً للبياناتِ.

9 أُقدِّرُ سرعةَ الكرةِ لحظةَ قطعِها مسافةَ 5 cm منْ نقطةِ انطلاقِها.

10 أُقدِّرُ المسافةَ التي قطعَتْها الكرةُ منْ نقطةِ انطلاقِها عندما كانَتْ سرعتُها 12 cm/s

الحل:





9) 20 cm/s

10) 35 cm

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 113

لحلِّ المسـألةِ الواردةِ في بدايةِ الدرسِ، أجمعُ بياناتٍ منْ 10 طلبةٍ عشـوائيًّا، ثمَّ أُدوِّنُها في الجدولِ الآتي، ثُمَّ أُجيبُ عنِ الأسئلةِ التي تلي:

رقمُ الطالبِ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
طولُ الطالبِ										
المسافةُ بينَ طرفَيْ ذراعيْهِ (cm)										

11 أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ.

12 أَصِفُ الارتباطَ بينَ المُتغيِّرَيْنِ.

13 هلِ ادِّعاءُ راكانٍ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 113

أطوالٌ: يُبيِّنُ الجدولُ الآتي أطوالَ **20** أبًا وأبنائِهِمُ الذينَ تبلغُ أعمارُهُمْ **20** سنةً بالسنتيمترِ:

طولُ الأبِ	178	186	164	152	169	174	183	147	162	153
طولُ الابنِ	168	163	152	145	151	167	167	142	155	145
طولُ الأبِ	156	180	162	166	173	181	168	158	173	175
طولُ الابنِ	152	160	150	156	164	170	154	160	167	172

14 أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ.

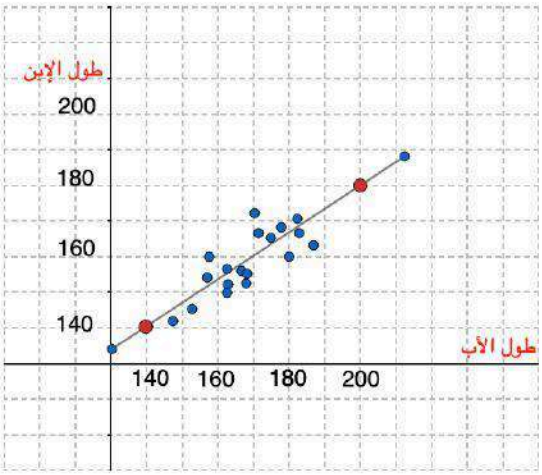
15 هلْ صحيحٌ أنَّ الأبَ الطويلَ ابنُهُ طويلٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

16 أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً، ثمَّ أَجِدُ معادلتَهُ.

إرشادٌ

يُمكِنُ تمثيلُ طولِ الأبِ على المحورِ الأفقيِّ بتدريجٍ يتراوحُ بينَ 140 cm وَ 200 cm، وتمثيلُ طولِ الابنِ على المحورِ الرأسيِّ بتدريجٍ يتراوحُ بينَ 140 cm وَ 200 cm أيضًا.

الحل:



$$(140,140),(200,180)$$

$$m=\frac{180-140}{200-140}=\frac{40}{60}=\frac{2}{3}$$

$$y-180=\frac{2}{3}(x-200)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 113

في دراسةٍ مسحيةٍ لمُعلِّمٍ عنْ عددِ ساعاتِ ممارسةِ الرياضةِ ومشاهدةِ التلفازِ أسبوعيًّا شملَتْ 20 طالبًا في أحدِ الصفوفِ التي يُدرِّسُها، كانَتْ نتيجةُ المسحِ كما في الجدولِ الآتي:

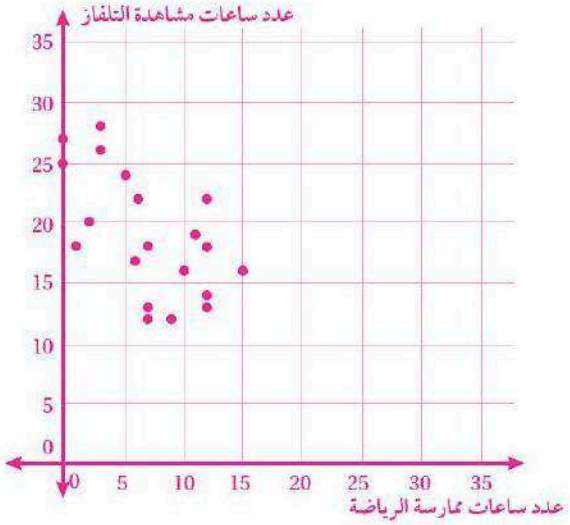
عددُ ساعاتِ ممارسةِ الرياضةِ	12	3	5	24	15	11	0	9	7	6	12
عددُ ساعاتِ مشاهدةِ التلفازِ	18	26	24	16	19	27	12	13	17	14	
عددُ ساعاتِ ممارسةِ الرياضةِ	12	10	7	6	7	3	1	2	0	12	
عددُ ساعاتِ مشاهدةِ التلفازِ	22	16	18	22	12	28	18	20	25	13	

17 أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ.

18 إذا كانَ أحدُ الطلبةِ منَ الصفِّ نفسِهِ يُشاهِدُ التلفازَ مدَّةَ 8 ساعاتٍ أسبوعيًّا، فهلْ يُمكِنُ تقديرُ عددِ الساعاتِ التي يمارسُ فيها الرياضةَ أسبوعيًّا؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

17)



18)

15 تقريبا *hours*

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 114

سيارةُ أجرةٍ: يُبيِّنُ الجدولُ الآتي المسافاتِ المقطوعةَ بالكيلومترِ والمُدَدَ الزمنيةَ المُستغرَقَةَ بالدقائقِ لـ 10 رحلاتٍ قامَ بها سائقُ سيارةِ أجرةٍ في أحدِ الأيامِ:

المسافةُ (km)	1.6	3.8	5.2	6.6	4.8	2.9	3.9	5.8	8.8	5.4
الزمنُ (min)	3	17	11	13	9	15	8	11	16	10

19 أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ، بوضعِ الزمنِ على المحورِ الأفقيِّ.

20 أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً، ثمَّ أَجِدُ معادلتَهُ.

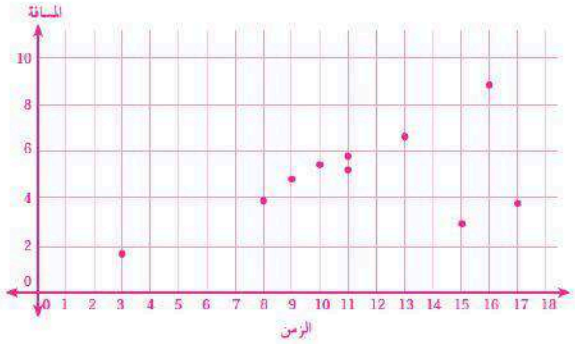
21 إذا استغرقَتْ إحدى الرحلاتِ 5 دقائقَ، فما المسافةُ المقطوعةُ التي يُمكِنُ تقديرُها لهذهِ الرحلةِ؟

22 ما الزمنُ الذي يُمكِنُ تقديرُهُ لرحلةٍ قطعَ فيها السائقُ مسافةَ 4 km؟

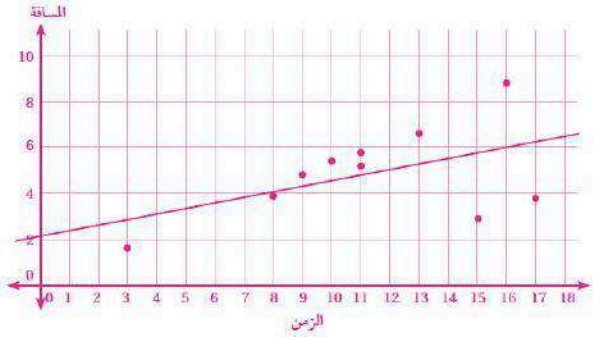
23 إذا استغرقَتْ إحدى الرحلاتِ ساعةً كاملةً، فما المسافةُ المقطوعةُ التي يُمكِنُ تقديرُها لهذهِ الرحلةِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

19)



20)



معادلة المستقيم الأفضل مطابقة هي:

$$y = 0.24\,x + 2.2$$

21)

3.4 km تقريبًا

22)

7.5 min تقريبا

23)

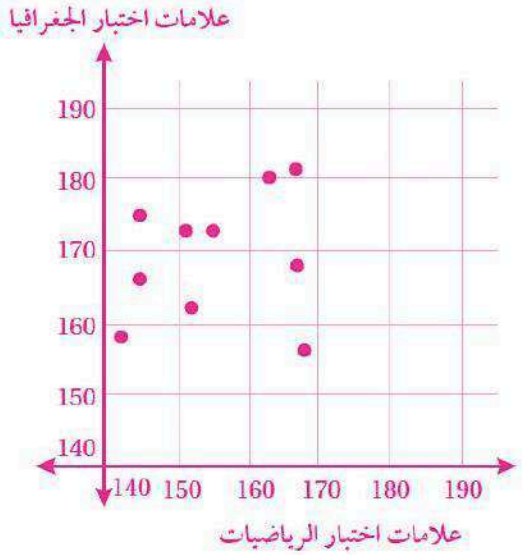
لا يمكن تقدير المسافة المقطوعة؛ لأن مدَّة ساعة 60 دقيقة تقع خارج مجال القيم التي يظهرها شكل الانتشار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 114

24 تبريرٌ: يُبيِّنُ الجدولُ الآتي علاماتِ 10 طالباتٍ في اختبارَيِ الرياضياتِ والجغرافيا. إذا كانَتْ إحدى الطالباتِ مريضةً عندَ تقديمِها اختبارَ الجغرافيا، فمَنْ هيَ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الاسمُ	إيمانُ	باسمةُ	تهاني	دعاءُ	رقيةُ	سارةُ	سعادُ	علياءُ	فداءُ	منى
علاماتُ اختبارِ الرياضياتِ	145	155	142	167	167	151	145	152	163	168
علاماتُ اختبارِ الجغرافيا	175	173	158	168	181	173	166	162	180	156

الحل:



منى؛ فبناءً على شكل الانتشار، تبدو النقطة التي تُمثِّل درجاتها في الاختبارين بعيدة عن بقية النقاط، وهي الوحيدة التي كانت علامتها في اختبار الجغرافيا أقل من علامة اختبار الرياضيات؛ إذ يُلاحَظ أن علامة اختبار الجغرافيا كانت أكبر من علامة اختبار الرياضيات لبقية الطالبات ولأن علامتها في الرياضيات هي العليا، وعلامتها في الجغرافيا هي الدنيا

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 114

25 أكتشــفُ الخطأَ: بالعودةِ إلى الجدولِ في السؤالِ السابقِ، لمْ تتقدَّمْ سميرةُ لاختبارِ الجغرافيا، وقدْ أحرزَتْ علامةَ 75 في اختبارِ الرياضياتِ. قدَّرَتْ سميرةُ أنَّها ستحصلُ على علامةِ 80 في اختبارِ الجغرافيا لوْ أنَّها قدَّمَتْهُ. هلْ تقديرُ سميرةَ منطقيٌّ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

تقدير سميرة غير منطقي؛ لأن علامتها في اختبار الرياضيات تقع خارج مدى القيم التي يظِهرها شكل الانتشار الذي يبدو فيه الارتباط موجبا وضعيفا

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 114

26 مسألةٌ مفتوحةٌ: أختارُ مُتغيِّرَيْنِ، ثمَّ أُنشِئُ جدولًا أُنظِّمُ فيهِ بعضَ قيمِهما، ثمَّ أستعملُهُ للتنبُّؤِ بالقيمةِ الحقيقيةِ لأحدِ المُتغيِّرَيْنِ باستعمالِ المستقيمِ الأفضلِ مطابقةً إذا عُلِمَتْ قيمةُ المُتغيِّرِ الآخرِ.

الحل:

تعتمد الإجابة على اختيار الطلبة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكالُ الانتشارِ الصفحة: 114

27 أكتبُ: لماذا يوصفُ الارتباطُ بأنَّهُ موجبٌ في شـــكلِ الانتشـــارِ الذي يُمثِّلُ مبيعاتِ أحدِ المحالِّ منَ المثلجاتِ على مدارِ أشهرِ السنةِ؟ هلْ يعني ذلكَ أنَّ أحدَ المُتغيِّرَيْنِ (مبيعاتُ المثلجاتِ، أوْ أشهرُ السنةِ) سببٌ للآخرِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

إجابة محتملة: بما أن درجات الحرارة عامة تزداد مع التقدُّم في أشهر السنة من شهر 1 إلى شهر 9، فإنه يتوقَّع ازدياد مبيعات المثلَّجات تبعا لذلك ولكن، لا يمكن القول إن ارتفاع درجات الحرارة سيؤدي إلى ارتفاع مبيعات المثلَّجات، أو العكس؛ إذ يؤثِّر في ارتفاع مبيعات المثلَّجات عوامل أخر، مثل: السعر، والجودة، وقوانين العرض والطلب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 118

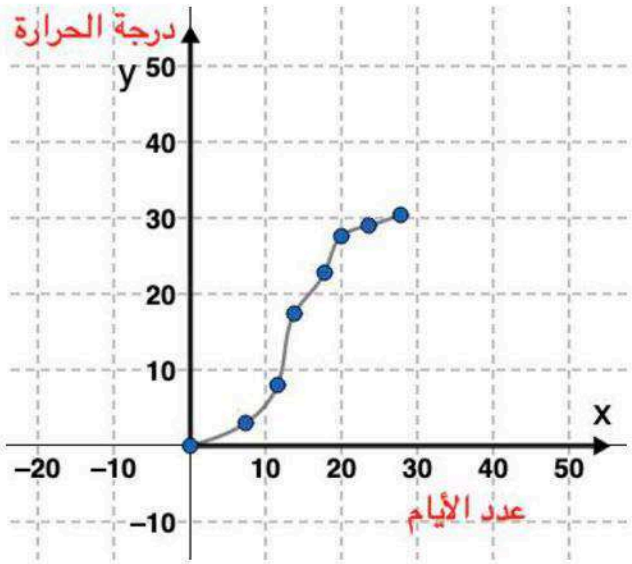
أتحقق من فهمي

طقسٌ: يُبيِّنُ الجدولُ التكراريُّ المجاورُ درجاتِ الحرارةِ في محافظةِ المفرقِ في أحدِ أشهرِ فصلِ الربيعِ. أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ للبياناتِ.

الفئاتُ (درجةُ الحرارةِ)	التكرارُ (عددُ الأيامِ)
$5 < x \leq 8$	1
$8 < x \leq 11$	7
$11 < x \leq 14$	9
$14 < x \leq 17$	6
$17 < x \leq 20$	5
$20 < x \leq 23$	1
$23 < x \leq 26$	1

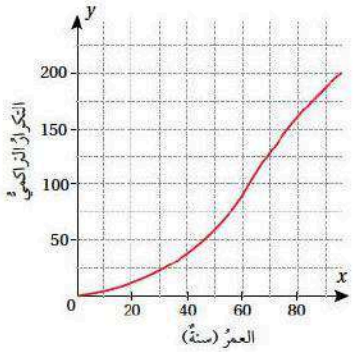
الحل:

الحدودُ العليا للفئاتِ	التكرارُ التراكميُّ
0	0
8	1
11	8
14	17
17	23
20	28
23	29
26	30



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 121

أتحقق من فهمي



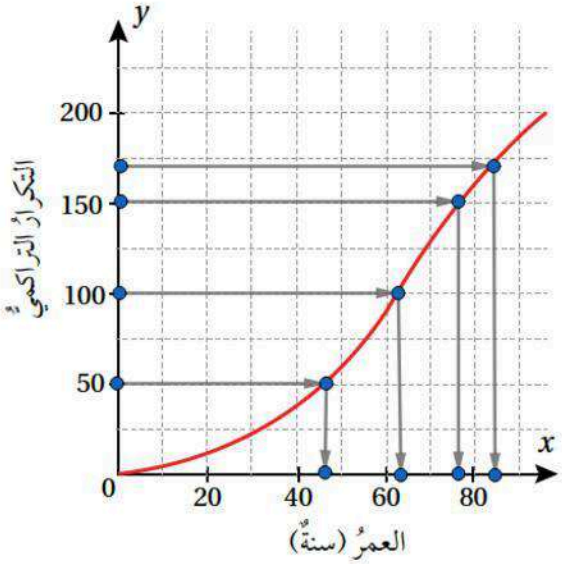
يُبيِّنُ المنحنى التكراريُّ التراكميُّ المجاورُ أعمارَ **200** عضوٍ في جمعيةٍ ثقافيةٍ:

a) أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ.

b) أَجِدُ المدى الربيعيَّ.

c) أَجِدُ المئينَ 85، ثمَّ أُفسِّرُ معناهُ.

الحل:



$0.5 \times n = 0.5 \times 200 = 100$

62

$0.25 \times n = 0.25 \times 200 = 50$

$0.75 \times n = 0.75 \times 200 = 150$

$Q_1 = 45, Q_3 = 78$

$0.85 \times n = 0.85 \times 200 = 170$

83

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 121

كرةُ قــدمٍ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الأهدافِ التي ســجَّلَها طلبةُ المرحلةِ الثانويةِ في دوري كرةِ القدمِ المدرسيِّ:

عددُ الطلبةِ	عددُ الأهدافِ
3	$0 \le x \le 5$
17	$5 < x \le 10$
12	$10 < x \le 15$
9	$15 < x \le 20$
5	$20 < x \le 25$
4	$25 < x \le 30$

1. أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ.
2. أُقدِّرُ المئينَ 85، ثمَّ أُفسِّرُ معناهُ.
3. أُقدِّرُ عددَ الطلبةِ الذينَ سجَّلوا 18 هدفًا على الأقلِّ.

الحل:

1)

2)

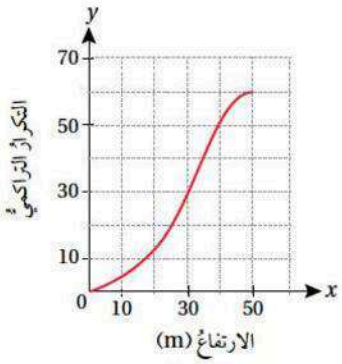
تقريبا 23

3)

تقريبا 12

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 121

يُبيِّنُ المنحنى التكراريُّ التراكميُّ المجاورُ ارتفاعَ عددٍ منَ المباني في مدينةِ عمّانَ:



4 أُقدِّرُ وسيطَ البياناتِ.

5 أَجِدُ المدى الربيعيَّ.

6 أُمثِّلُ البياناتِ باستعمالِ الصندوقِ ذي العارضتيْنِ.

7 أَجِدُ المئينَ 80، ثمَّ أُفسِّرُ معناهُ.

الحل:

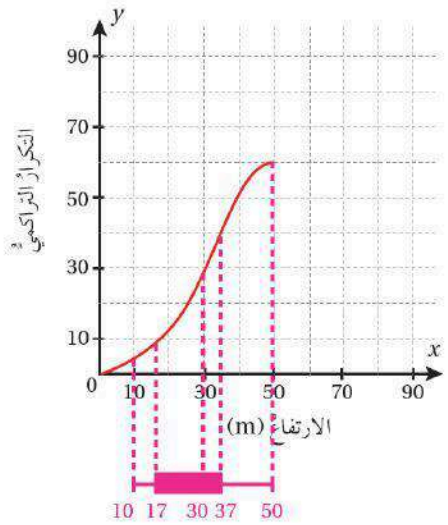
4)

$$Q_2 = 30$$

5)

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 37 - 17 = 20$$

6)



7)

تقريبا 37

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 122

ألعابٌ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ نتائجَ 80 متسابقًا في لعبةِ رميِ السهامِ:

عددُ المتسابقينَ	مجموعُ النقاطِ (x)
9	$1 \le x \le 20$
13	$21 \le x \le 40$
23	$41 \le x \le 60$
15	$61 \le x \le 80$
11	$81 \le x \le 100$
7	$101 \le x \le 120$
2	$121 \le x \le 140$

8 أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ.

9 أَجِدُ قيمةَ كلٍّ منَ الوسيطِ، والمدى الربيعيِّ.

10 إذا حصلَ المتسابقُ الذي مجموعُ نقاطِهِ أكثرُ منْ 90 على جائزةٍ، فما نسبةُ المتسابقينَ الذينَ سيحصلونَ على جائزةٍ؟

الحل:

8)

9)

الوسيط:

$$Q_2 \approx 56$$

$$IQR = Q3 - Q1 = 80 - 37 = 43$$

10)

$$\approx 18\%$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 122

طُلِبَ إلى **30** طالبًا، وَ **50** مُعلِّمًا رفعُ أيديهِمْ لحظةَ تقديرِ انقضاءِ دقيقةٍ واحدةٍ بعدَ إعطاءِ إشـارةِ البدءِ، وقدْ نُظِّمَتِ النتائجُ في الجدولَيْنِ الآتيَيْنِ:

عددُ الطلبةِ	فئاتُ الزمنِ (x) ثانيةً
1	$20 < x \leq 30$
3	$30 < x \leq 40$
6	$40 < x \leq 50$
12	$50 < x \leq 60$
3	$60 < x \leq 70$
3	$70 < x \leq 80$
2	$80 < x \leq 90$

عددُ المُعلِّمينَ	فئاتُ الزمنِ (x) ثانيةً
1	$10 < x \leq 20$
2	$20 < x \leq 30$
2	$30 < x \leq 40$
9	$40 < x \leq 50$
17	$50 < x \leq 60$
13	$60 < x \leq 70$
3	$70 < x \leq 80$
2	$80 < x \leq 90$
1	$90 < x \leq 100$

11 أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لكلِّ جدولٍ.

12 أَجِدُ الوسيطَ والمدى الربيعيَّ لكلِّ جدولٍ.

13 أيُّ الفريقَيْنِ كانَ أفضلَ في تقديرِ مدَّةِ الدقيقةِ: الطلبةُ أمِ المُعلِّمونَ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

11)

12)

للطلبة الوسيط:

$$Q_2 \approx 54$$
$$IQR = Q_3 - Q_1 = 60 - 44 = 16$$

للمعلّمين الوسيط:

$$Q_2 \approx 56$$
$$IQR = Q_3 - Q_1 = 65 - 48 = 17$$

13)

المعلّمون أفضل في تقدير مدَّة الدقيقة؛ لأن قيمة الوسيط لزمن المعلّمين $56\ sec$ أقرب إلى الدقيقة الواحدة $60\ sec$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 123

جامعاتٌ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ مُعدَّلاتِ عيِّنةٍ منْ طلبةِ كليةِ الهندسةِ في الجامعةِ الأردنيةِ:

عددُ الطلبةِ	المُعدَّلُ التراكميُّ (x)
3	$1 < x \leq 1.5$
7	$1.5 < x \leq 2$
25	$2 < x \leq 2.5$
38	$2.5 < x \leq 3$
24	$3 < x \leq 3.5$
11	$3.5 < x \leq 4$

14 أرسمُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ للبياناتِ.

15 أَجِدُ الوسيطَ والمدى الربيعيَّ للبياناتِ.

16 إذا كانَ الطلبةُ الذينَ تزيدُ مُعدَّلاتُهُمُ التراكميةُ على 3.4 قدْ حصلوا على منحةٍ، فكمْ طالبًا في هذهِ العيِّنةِ لمْ يحصلْ على منحةٍ؟

الحل:

14)

15)

الوسيط

$$Q_2 \approx 2.8$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 3.2 - 2.4 = 0.8$$

16)

$$\approx 95$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 121

17 أحلُّ السؤالَ الواردَ في فقرةِ مسألةِ اليومِ.

مسألةُ اليوم يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ رواتبَ الموظفينَ في إحدى الشركاتِ. ما عددُ الموظفينَ الذينَ تزيدُ رواتبُهُمْ على 520 دينارًا؟

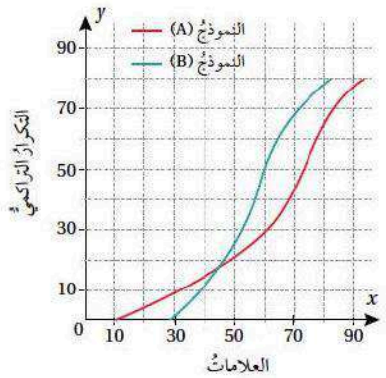
عددُ الموظفينَ	فئاتُ الرواتبِ
8	$349 < x \leq 399$
12	$399 < x \leq 449$
15	$449 < x \leq 499$
9	$499 < x \leq 549$
6	$549 < x \leq 599$

الحل:

على الأقل 6 وربما أكثر ولا يمكن تحديد الإجابة من الجدول

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 121

18 تبريرٌ: طلبَ مُعلِّمُ الرياضياتِ إلى طلبةِ الصفِّ العاشرِ الإجابةَ عنْ أسئلةِ اختبارٍ منْ نموذجيْنِ A، وَB ، ثمَّ رسمَ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لنتائجِ الطلبةِ كما في الشكلِ المجاورِ. أيُّ النموذجيْنِ كانَ أصعبَ: A أمْ B؟ أُبرِّرُ إجابتي.



الحل:

النموذج A

الوسيط: $Q_2 \approx 68$

$IQR \approx 28$

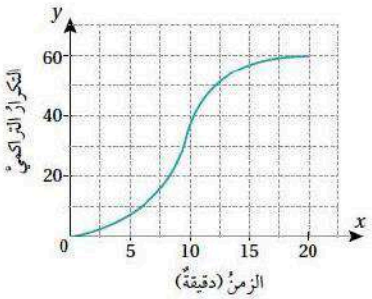
النموذج B

الوسيط: $Q_2 \approx 57$

$IQR \approx 18$

بما أن قيمتي الوسيط والمدى الربيعي للنموذج B أقل من قيمتي الوسيط والمدى الربيعي على الترتيب للنموذج A، فإن النموذج B هو الأصعب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 121



19 **تحدٍّ**: يُبيِّنُ الشكلُ المجاورُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ للمدَّةِ الزمنيةِ التي استغرقَتْها 60 مكالمةً هاتفيةً أُجرِيَتْ في أحدِ الأيامِ معَ مُقدِّمِ برنامجٍ حواريٍّ في إحدى المحطاتِ الإذاعيةِ. أستعملُ هذا التمثيلَ لتقديرِ النسبةِ المئويةِ للمكالماتِ التي استغرقَتْ 10 دقائقَ على الأقلِّ.

الحل:

$\approx 33\%$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراريُّ التراكميُّ الصفحة: 121

20 مسألةٌ مفتوحةٌ: أجمعُ بياناتي الخاصةَ بِـ 30 مشاهدةً، ثمَّ أُنظِّمُها في جدولٍ تكراريٍّ، ثمَّ أَجِدُ كلًّا منَ الوسيطِ، والمدى الربيعيِّ لها.

الحل:

تعتمد الإجابة على البيانات التي يجمعها الطلبة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 125

أتحقق من فهمي

أَجِدُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لمجموعةِ البياناتِ الآتيةِ:

3, 5, 12, 10, 15, 14, 11

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$

$$= \frac{3+5+12+10+15+14+11}{7} = 10$$

x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})^2$
3	-7	49
5	-5	25
12	2	4
10	0	0
15	5	25
14	4	16
11	1	1
المجموع		120

$$\text{التباين} = \sigma^2 = \frac{\Sigma(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{120}{7} = 17.14$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sigma = \sqrt{17.1} = 4.14$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 126

أتحقق من فهمي

يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعًا لِـ 200 سائقٍ وفقَ أعمارِهم، ممن تسبَّبوا في حوادثَ مروريةٍ خطيرةٍ في إحدى المدنِ على مدارِ أسبوعٍ. أُقدِّرُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لهذهِ البياناتِ.

فئاتُ العمرِ (سنةٌ)	عددُ الأشخاصِ
$18 \le x < 28$	100
$28 \le x < 38$	52
$38 \le x < 48$	26
$48 \le x < 58$	18
$58 \le x \le 68$	4

الحل:

فئات العمر	f	x	$x \times f$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \times f$
$18 - 27$	100	22.5	2250	-8.7	75.69	7569
$28 - 37$	52	32.5	1690	1.3	1.69	87.88
$38 - 47$	26	42.5	1105	11.3	127.69	3319.94
$48 - 57$	18	52.5	945	21.3	453.69	8166.42
$58 - 67$	4	62.5	250	31.3	979.69	3918.76
	200		6240			23062

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(x \times f)}{\sum f} = \frac{6240}{200} = 31.2$$

$$\text{التباين} = \sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 \times f}{\sum f} = \frac{23062}{200} = 115.31$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sigma = \sqrt{115.31} = 10.74$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 127

أتحقق من فهمي

أَحُلُّ مسألةَ (حفظُ القرآنِ الكريمِ) التي وردَتْ في المثالِ 2 باستعمالِ الصيغةِ الثانيةِ لتقديرِ الانحرافِ المعياريِّ، ثمَّ أُقارِنُ قيمةَ الانحرافِ المعياريِّ التي أتوصَّلُ إليْها بالقيمةِ التي سبقَ حسابُها.

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma\, x \times f}{\Sigma\, f} = \frac{530}{50} = 10.6$$

مثال 2

حفظُ القرآنِ الكريمِ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعَ لخمسينَ طالبًا يحفظونَ 5 أجزاءٍ منَ القرآنِ الكريمِ بحسبِ أعمارِهِمْ لأقربِ سنةٍ. أُقدِّرُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لهذهِ البياناتِ.

فئاتُ العمرِ	عددُ الحفّاظِ
6 – 8	15
9 – 11	10
12 – 14	25

لتقديرِ التباينِ، أُنشِئُ جدولًا جديدًا يحوي الأعمدةَ المُظلَّلةَ عناوينُها على النحوِ الآتي:

فئاتُ العمرِ	f	x	$x \times f$	$x - \bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})^2 \times f$
6 – 8	15	7	105	−3.6	12.96	194.4
9 – 11	10	10	100	−0.6	0.36	3.6
12 – 14	25	13	325	2.4	5.76	144
المجموعُ	50		530			342

بالتعويضِ في صيغةِ المُتوسِّطِ الحسابيِّ $\bar{x} = \frac{\sum (x \times f)}{\sum f} = \frac{530}{50} = 10.6$

صيغةُ التباينِ $\sigma^2 = \frac{\sum ((x-\bar{x})^2 \times f)}{\sum f}$

بالتعويضِ $= \frac{342}{50}$

بالتبسيطِ $= 6.84$

لتقديرِ الانحرافِ المعياريِّ، أَجِدُ الجذرَ التربيعيَّ للتباينِ:

$\sigma \approx 2.62$

فئات العمر	f	x	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
$6-8$	15	7	49	105	735
$9-11$	10	10	100	100	1000
$12-14$	25	13	169	325	4225
المجموع	50			530	5960

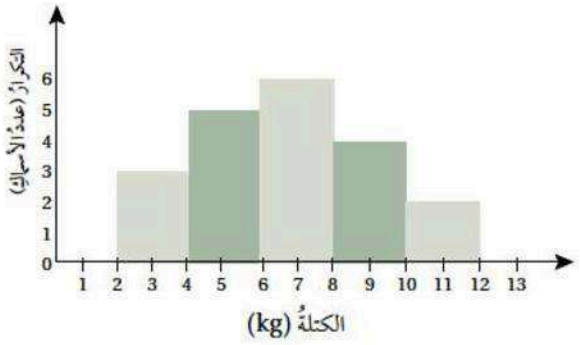
$$\text{التباين} = \sigma^2 = \frac{\Sigma(x^2 \times f) - (\Sigma f)(\bar{x})^2}{\Sigma f} = \frac{5960 - 50 \times (10.6)^2}{50} = \frac{5960 - 5618}{50} = \frac{342}{50} = 6.84$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sigma = \sqrt{6.84} = 2.62$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 128

أتحقق من فهمي

صيدٌ بحريٌّ: يُبيِّنُ التمثيلُ بالمُدرَّجِ التكراريِّ المجاورِ توزيعًا لكتلِ مجموعةٍ منَ الأسماكِ التي اصطادَها أحدُ الصيّادينَ في مدينةِ العقبةِ. أُقدِّرُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لهذهِ البياناتِ.



الحل:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
3	3	9	9	27
5	5	25	25	125
7	6	49	42	294
9	4	81	36	324
11	2	121	22	242
	20		134	1012

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x \times f}{\Sigma f} = \frac{134}{20} = 6.7$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x^2 \times f) - (\Sigma f)(\bar{x})^2}{\Sigma f} = \frac{1012 - 20 \times (6.7)^2}{20} = 5.71$$

$$\sigma = \sqrt{5.71} = 2.39$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 129

طباعةٌ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعًا لأربعينَ طالبًا في الصفِّ العاشرِ بحسبِ عددِ الكلماتِ التي يستطيعونَ طباعتَها في جهازِ الحاسوبِ في دقيقةٍ واحدةٍ:

الفئاتُ (عددُ الكلماتِ في الدقيقةِ)	عددُ الطلبةِ
26 – 30	8
31 – 35	12
36 – 40	10
41 – 45	7
46 – 50	3

1. أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ لهذهِ البياناتِ.
2. أُقدِّرُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لهذهِ البياناتِ.

الحل:

1)

$$\bar{x} = 36.125$$

2)

$$\sigma^2 = 35.86$$

$$\sigma = 5.99$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 129

شــققٌ ســكنيةٌ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعًا لِـ 23 شــقةً سكنيةً – بحسبِ مِساحاتِها – بنَتْها إحدى شركاتِ الإسكانِ عامَ 2020م:

عددُ الشقق	الفئاتُ (المِساحةُ m^2)
2	$80 \le x < 100$
5	$100 \le x < 120$
7	$120 \le x < 140$
6	$140 \le x < 160$
3	$160 \le x \le 180$

3 أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ لهذهِ البياناتِ.

4 أُقدِّرُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لهذهِ البياناتِ بطريقتيْنِ مختلفتيْنِ.

الحل:

3) $\bar{x} = 132.61$

4)

الطريقة الأولى:

x	f	$x \times f$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \times f$
90	2	180	-42.61	1815.6121	2631.2242
110	5	550	-22.61	511.2121	2556.0605
130	7	910	-2.61	6.8121	47.6847
150	6	900	17.39	302.4121	1814.4726
170	3	510	37.39	1398.0121	4194.0363
المجموعُ	23	3050			12243.4783

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x \times f}{\Sigma f} = \frac{3050}{23} \approx 132.61$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2 \times f}{\Sigma f} = \frac{12243.4783}{23} \approx 532$$

$$\sigma = \sqrt{532} \approx 23.07$$

الطريقة الثانية:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
90	2	8100	180	16200
110	5	12100	550	60500
130	7	16900	910	118300
150	6	22500	900	135000
170	3	28900	510	86700
المجموعُ	23		3050	416700

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x \times f}{\Sigma f} = \frac{3050}{23} \approx 132.61$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x^2 \times f) - (\Sigma f)(\bar{x})^2}{\Sigma f} = \frac{416700 - (23)(132.61)^2}{23} \approx 532$$

$$\sigma = \sqrt{532} \approx 23.07$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 129

كرةُ سلَّةٍ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعَ اللاعبينَ في فريقيْنِ لكرةِ السلَّةِ وفقَ أطوالِهِمْ بالسنتيمترِ:

الطولُ (x)	فريقُ النسورِ	فريقُ الأُسودِ
$170 \le x < 178$	3	2
$179 \le x < 187$	1	3
$188 \le x < 196$	4	3
$197 \le x \le 205$	2	2

5 أُقدِّرُ التباينَ لأطوالِ اللاعبينَ في كلِّ فريقٍ.

6 أيُّ الفريقيْنِ أكثرُ تجانسًا منْ حيثُ أطوالُ اللاعبينَ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

5)

فريق النسور $\bar{x} = 187.5$

$\sigma^2 = 10125$

فريق الأسود $\bar{x} = 187.5$

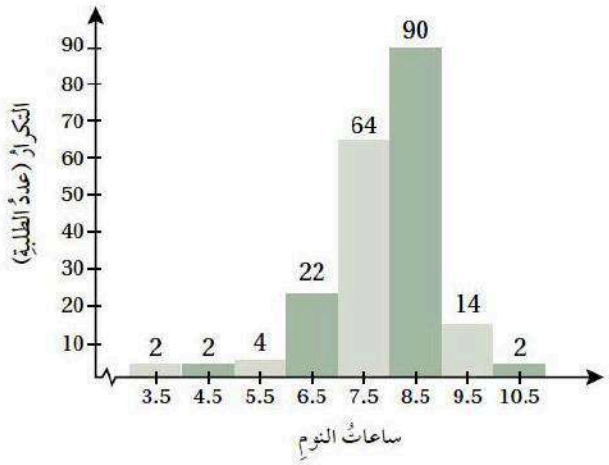
$\sigma^2 = 85.05$

6)

أطوال لاعبي فريق الأسود أكثر تجانسا؛ لأن تباينها أقل من تباين أطوال فريق النسور

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 129

ســاعاتُ النومِ: يُبيِّنُ التمثيلُ بالمُدرَّجِ التكراريِّ المجاورِ توزيعًا لـِ 200 طالبٍ بحسبِ ساعاتِ نومِهِمْ:



7. أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ لهذهِ البياناتِ.

8. أُقدِّرُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لهذهِ البياناتِ.

9. أَصِفُ توزيعَ هذهِ البياناتِ.

الحل:

7)

$$\bar{x} = 7.9$$

8)

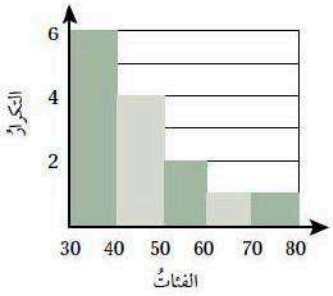
$$\sigma^2 = 1.1$$
$$\sigma = 1.05$$

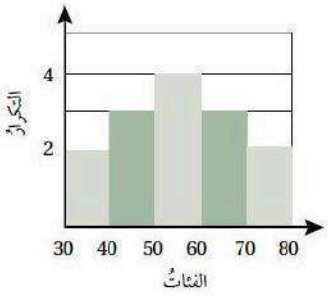
9)

التوزيع ملتو نحو اليسار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 130

10 أُقارِنُ بينَ قيمتَـــيِ التباينِ للبياناتِ المُمثَّلةِ في الشـــكليْنِ المجاوريْنِ، مُفسِّـــرًا سببَ الاختلافِ بينَهُما.





الحل:

الشكل الأيمن: $\sigma^2 = 157.14$ ، والشكل الأيسر $\sigma^2 = 149.88$ والاختلاف بينهما مردُّه إلى اختلاف شكل توزيع البيانات؛ ففي الشكل الأيمن تبدو البيانات مُوزَّعة طبيعيًّا، أمّا في الشكل الأيسر فتوزيع البيانات ملتوٍ نحو اليمين

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 130

11 أحل السؤال الوارد في فقرة مسألة اليوم.

مسألةُ اليوم يعملُ في مصنعٍ للأثاثِ المنزليِّ 20 عاملًا، يتوزَّعونَ وَفقَ الأجرِ الأسبوعيِّ لأقربِ دينارٍ كما في الجدولِ المجاورِ. في أثناءِ زيارةِ مندوبِ وزارةِ العملِ الذي يُتابعُ أحوالَ العمّالِ في المصانعِ، أفادَ المديرُ الماليُّ للمصنعِ بأنَّ الانحرافَ المعياريَّ لأجورِ العاملينَ هوَ 4.72 تقريبًا. كيفَ يُمكِنُ التحقُّقُ منْ صحَّةِ ما أفادَ بِهِ المديرُ الماليُّ؟

فئاتُ الأجورِ	عددُ العمّالِ
$70 \le x < 75$	6
$75 \le x < 80$	8
$80 \le x < 85$	4
$85 \le x \le 90$	2

الحل:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
72.5	6	5256.25	435	31537.5
77.5	8	5625	620	48050
82.5	4	6806.25	330	27225
87.5	2	7656.25	175	15312.5
المجموعُ	20		1560	122125

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x \times f}{\Sigma f} = \frac{1560}{20} = 78$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x^2 \times f) - (\Sigma f)(\bar{x})^2}{\Sigma f} = \frac{122125 - (20)(78)^2}{20} = 22.25$$

$$\sigma = \sqrt{22.25} \approx 4.72$$

إذن، قول المدير المالي صحيح

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 130

12 **مسألةٌ مفتوحةٌ**: أُنظِّمُ البياناتِ الآتيةَ في جدولٍ تكراريٍّ (أختارُ طولًا مناسبًا للفتراتِ)، ثمَّ أُقدِّرُ قيمتَيِ الوسطِ الحسابيِّ والتباينِ، مُستعمِلًا آلةً حاسبةً لإيجادِ القيمةِ الدقيقةِ لكلٍّ منْهُما، ثمَّ أُقارِنُ قيمَهُما الدقيقةَ بالقيمِ التقديريةِ.

15	14	14	14	13	12	11	11	11	11
10	11	13	16	10	9	15	12	9	10
7	14	13	14	8	9	8	11	13	13
15	12	9	10	9	9	16	16	12	10
11	11	12	15	6	10	10	10	11	9

13 **تبريـرٌ**: في السـؤالِ (12)، ما تأثيرُ أطـوالِ فتراتِ الجـدولِ التكراريِّ الذي أنشـأْتُهُ في القيمةِ التقديريـةِ للتباينِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

12)

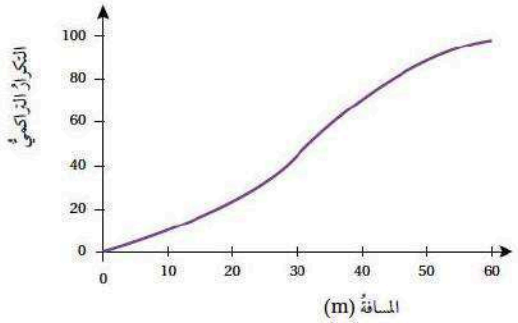
القيم الدقيقة هي:

$$\bar{x} = 11.48$$

13)

ستختلف قيمة التباين عن القيمة الدقيقة عند تقديرها بعد تنظيم البيانات في جداول ذات فئات وتكرارات بحسب طول الفئة المُحدَّدة. وكلَّما زاد طول الفئة قلَّ عدد الفئات في الجدول، وقلَّت الدقة في تقدير التباين

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 130



14 **تبريرٌ**: هلْ يُمكِنُ تقديرُ التباينِ للبياناتِ المُمثَّلةِ في المنحنى التكراريِّ التراكميِّ المجاورِ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

نعم، يمكن تقدير التباين؛ لأن حدود الفئات معطاة، ويمكن تحديد التكرار المقابل لكل فئة بطرح التكرار التراكمي السابق من التكرار التراكمي اللاحق والمقابل للحدود العليا للفئات، ثم إنشاء الجدول على النحو الآتي:

التكرار	الفئات
$10 - 0 = 10$	$0 < x \leq 10$
$22 - 10 = 12$	$10 < x \leq 20$
$44 - 22 = 22$	$20 < x \leq 30$
$70 - 44 = 26$	$30 < x \leq 40$
$88 - 70 = 18$	$40 < x \leq 50$
$100 - 88 = 12$	$50 < x \leq 60$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 130

15 **تبريرٌ**: أكتبُ تبريرًا لكلٍّ منَ الخطواتِ الجبريةِ الآتيةِ:

$$\sum(x-\bar{x})^2 = \sum x^2 - 2\bar{x}\sum x + n\bar{x}^2$$

$$= \sum x^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2$$

$$= \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

الحل:

$$\Sigma(x-\bar{x})^2 = \Sigma x^2 - 2\bar{x}\,\Sigma x + n\bar{x}^2$$

مفكوك تربيع القوس، وتوزيع المجموع، وأن

$$\Sigma\,\bar{x}^2 = n\bar{x}^2$$

$$= \Sigma x^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2$$

لأن

$$\Sigma x = n \times \bar{x}$$

$$= \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)2}{n}$$

بإخراج $\bar{x}^2$ عاملً مشتركًا، فإن:

$$n \times \bar{x}^2 = n\left(\frac{\Sigma x}{n}\right)\left(\frac{\Sigma x}{n}\right)$$

$$= \frac{(\Sigma x)^2}{n}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييسُ التشتُّتِ للجداولِ التكراريةِ ذاتِ الفئاتِ الصفحة: 130

16 أكتبُ: أيُّ صيغتَيِ التباينِ أُفضِّلُ استعمالَها؟ لماذا؟

الحل:

مجرد رأي حسب اختيار الطلاب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 132

أتحقق من فهمي

أُحدِّدُ إذا كانَ الحادثانِ متنافييْنِ أَمْ لا في ما يأتي، مُبرِّرًا إجابتي:

a) التجربةُ هيَ سحبُ بطاقةٍ واحدةٍ عشوائيًّا منْ سلَّةٍ فيها 5 بطاقاتٍ حمراءَ، وَ3 بطاقاتٍ خضراءَ. الحادثُ الأولُ سحبُ بطاقةٍ حمراءَ، والحادثُ الثاني سحبُ بطاقةٍ خضراءَ.

b) التجربةُ هيَ إلقاءُ حجرِ نردٍ منتظمٍ. الحادثُ الأوّلُ هوَ الحصولُ على عددٍ فرديٍّ والثاني هوَ الحصولُ على عددٍ زوجيٍّ.

الحل:

a)

الحادثان متنافيان؛ لأنه لا يمكن سحب بطاقة لونها أحمر وأخضر في المرّة الواحدة

b)

الحادثان متنافيان؛ لأن الأعداد الفردية على حجر النرد هي: 1، 3، 5، والأعداد الزوجية عليه هي: 2، 4، 6، ولا توجد عناصر مشتركة بين الحادثين

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 133

أتحقق من فهمي

في تجربةِ اختيارِ عددٍ عشوائيًّا منْ بينِ الأعدادِ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8، أَجِدُ:

a) احتمالَ اختيارِ عددٍ أوليٍّ، ويقبلُ القسمةَ على 4

b) احتمالَ اختيارِ عددٍ أوليٍّ، أوْ عددٍ يقبلُ القسمةَ على 4

الحل:

ليكن الحادث A :اختيار عدد أولي، والحادث B :اختيار عدد يقبل القسمة على 4

إذن، $A = \{2, 3, 5, 7\}$ $B = \{4, 8\}$

$$A \cap B = \emptyset$$

أيْ إن الحادثين A, B متنافيان

$$a)\ P(A \cap B) = 0$$

$$b)\ P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 135

أتحقق من فهمي

في تجربةِ اختيارِ عددٍ عشوائيًّا منَ المجموعةِ: { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 }، أَجِدُ:

a) احتمالَ اختيارِ عددٍ أوليٍّ، ومنْ عواملِ العددِ 10

b) احتمالَ اختيارِ عددٍ أوليٍّ، أوْ عددٍ منْ عواملِ العددِ 10

الحل:

ليكن الحادث A اختيار عدد أولي، والحادث B اختيار عدد من عوامل 10

إذن،

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$
$$B = \{1, 2, 5, 10\}$$
$$A \cap B = \{2,5\}$$

أيْ إن الحادثين A, B غير متنافيين

$$a)\ P(A \cap B) = 210 = 15$$

$$b)\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{4}{10} - \frac{2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 136

أتحقق من فهمي

سحبَ هيثمٌ كرةً عشوائيًّا منْ كيسٍ يحتوي على كراتٍ مُتماثِلةٍ؛ واحدةٍ منْها صفراءَ، وَ 3 كراتٍ حمراءَ، وَ 12 كرةً خضراءَ. ما احتمالُ عدمِ سحبِ هيثمٍ كرةً خضراءَ؟

الحل:

ليكن الحادث A سحب كرة خضراء

إذن، المطلوب هو $P(\bar{A})$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{12}{16}$$

$$= \frac{16}{16} - \frac{12}{16}$$

$$= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 136

أُحدِّدُ إذا كانَ الحادثانِ متنافيَيْنِ أمْ لا لكلِّ تجربةٍ عشوائيةٍ في ما يأتي، مُبرِّرًا إجابتي:

1. ظهورُ العددِ 3، أوْ ظهورُ عددٍ زوجيٍّ عندَ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً.
2. ظهورُ أحدِ عواملِ العددِ 12، أوْ ظهورُ عددٍ أوليٍّ عندَ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً.
3. ظهورُ عددَيْنِ مجموعُهُما 8 أوْ 12 عندَ إلقاءِ حجرَيْ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً.

الحل:

1)

الحادثان متنافيان؛ لأنه لا توجد عناصر مشتركة بينهما

2)

الحادثان غير متنافيين؛ لأن 2 و3 عناصر مشتركة بينهما

3)

الحادثان متنافيان؛ لأنه لا توجد عناصر مشتركة بينهما

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 136

في تجربةِ اختيارِ بطاقةٍ واحدةٍ عشوائيًّا منْ 20 بطاقةً مُتماثِلةً، كُتِبَ على كلٍّ منْها عددٌ منْ 1 إلى 20، أَجِدُ:

4 احتمالَ اختيارِ عددٍ منْ مضاعفاتِ العددِ 7، ومنْ مضاعفاتِ العددِ 5

5 احتمالَ اختيارِ عددٍ منْ مضاعفاتِ العددِ 7، أوْ منْ مضاعفاتِ العددِ 5

6 احتمالَ اختيارِ عددٍ فرديٍّ، ويقبلُ القسمةَ على 4

7 احتمالَ اختيارِ عددٍ فرديٍّ، أوْ يقبلُ القسمةَ على 4

الحل:

4)

A: عدد من مضاعفات 7

B: عدد من مضاعفات 5

إذن،

$$A = \{7, 14\}$$
$$B = \{5, 10, 15, 20\}$$
$$P(A \cap B) = \emptyset$$

5)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$\frac{2}{20} + \frac{4}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

6)

C: عدد فردي

D: عدد يقبل القسمة على 4

إذن،

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$$
$$D = \{4, 8, 12, 16, 20\}$$
$$C \cap D = \emptyset$$
$$P(C \cap D) = 0$$

7)

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D)$$
$$= \frac{10}{20} + \frac{5}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 137

مجموعةٌ منَ الكراتِ المُتماثِلةِ، مُرقَّمةٌ منْ 1 إلى 21، وموضوعةٌ داخلَ صندوقٍ.

إذا اختيرَتْ كرةٌ منَ الصندوقِ عشوائيًّا، فأَجِدُ مُستعمِلًا أشكالَ فُنْ:

8 احتمالَ أنْ تحملَ الكرةُ عددًا زوجيًّا.

9 احتمالَ أنْ تحملَ الكرةُ عددًا منْ مضاعفاتِ العددِ 3

10 احتمالَ أنْ تحملَ الكرةُ عددًا زوجيًّا، ومنْ مضاعفاتِ العددِ 3

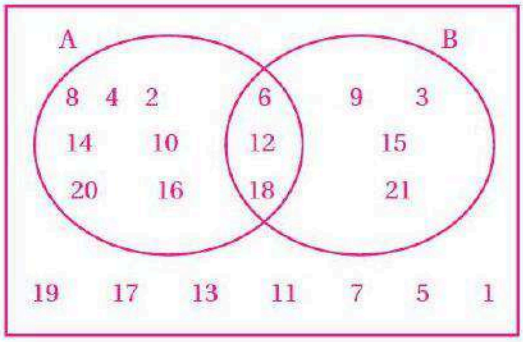
11 احتمالَ أنْ تحملَ الكرةُ عددًا زوجيًّا، أوْ منْ مضاعفاتِ العددِ 3

الحل:

A :عدد زوجي

B :عدد من مضاعفات 3

إذن،



8)

$$P(A) = \frac{10}{21}$$

9)

$$P(B) = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

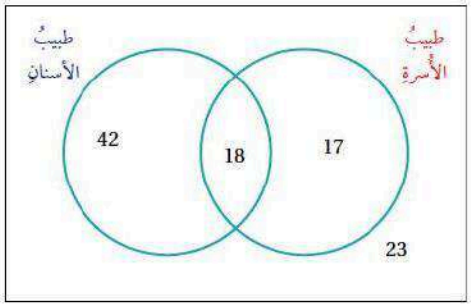
10)

$$P(A \cap B) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

11)

$$P(A \cup B) = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 137



طبٌّ: في دراسةٍ طبيةٍ شملَتْ 100 شخصٍ، زارَ بعضُهُمْ طبيبَ الأُسرةِ أوْ طبيبَ الأسنانِ في أحدِ الأسابيعِ كما هوَ مُبيَّنٌ في شكلِ فَنْ المجاورِ. إذا اختيرَ أحدُهُمْ عشوائيًّا، فأَجِدُ احتمالَ كلِّ حادثٍ ممّا يأتي:

12 أنْ يكونَ الشخصُ قدْ زارَ طبيبَ الأسنانِ.

13 أنْ يكونَ الشخصُ قدْ زارَ طبيبَ الأُسرةِ.

14 أنْ يكونَ الشخصُ قدْ زارَ طبيبَ الأسنانِ، وطبيبَ الأُسرةِ.

15 أنْ يكونَ الشخصُ قدْ زارَ طبيبَ الأسنانِ، أوْ طبيبَ الأُسرةِ.

16 عدمُ زيارةِ الشخصِ طبيبَ الأسنانِ.

17 عدمُ زيارةِ الشخصِ طبيبَ الأُسرةِ.

الحل:

A :شخص زار طبيب الأسنان

B :شخص زار طبيب الأُسرة

إذن،

12) $$P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{50}$$

13) $$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

14) $$P(A \cap B) = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

15)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{60}{100} + \frac{35}{100} - \frac{18}{100} = \frac{77}{100}$$

16)

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{60}{100}$$

$$= \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$$

17)

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B)$$

$$= 1 - \frac{35}{100} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 137

رياضةٌ: سُئِلَ 60 رياضيًّا إذا كانوا يمارسونَ لعبةَ كرةِ القدمِ أوْ كرةِ السلَّةِ، وقدْ توزَّعوا وَفقَ إجاباتِهِمْ كما في الجدولِ الآتي:

	كرةُ القدمِ، وكرةُ السلَّةِ	كرةُ القدمِ فقطْ	كرةُ السلَّةِ فقطْ	عدمُ ممارسةِ أيٍّ منَ اللعبتيْنِ
عددُ الرياضيينَ:	12	30	8	10

إذا اختيرَ رياضيٌّ منْهُمْ عشوائيًّا، فأستعملُ أشكالَ ڤنْ لإيجادِ:

18 احتمالِ أنْ يكونَ ممَّنْ يمارسونَ لعبتَيْ كرةِ القدمِ وكرةِ السلَّةِ.

19 احتمالِ أنْ يكونَ ممَّنْ يمارسونَ لعبةَ كرةِ القدمِ، ولا يمارسونَ لعبةَ كرةِ السلَّةِ.

20 احتمالِ أنْ يكونَ ممَّنْ يمارسونَ لعبةَ كرةِ السلَّةِ، ولا يمارسونَ لعبةَ كرةِ القدمِ.

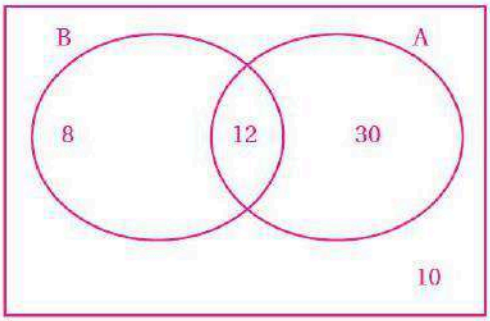
21 احتمالِ أنْ يكونَ ممَّنْ لا يمارسونَ لعبةَ كرةِ القدمِ، ولا يمارسونَ لعبةَ كرةِ السلَّةِ.

الحل:

A :لاعب يمارس كرة القدم

B :لاعب يمارس كرة السلَّة

إذن،



18)

$$P(A \cap B) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

19)

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

20)

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

21)

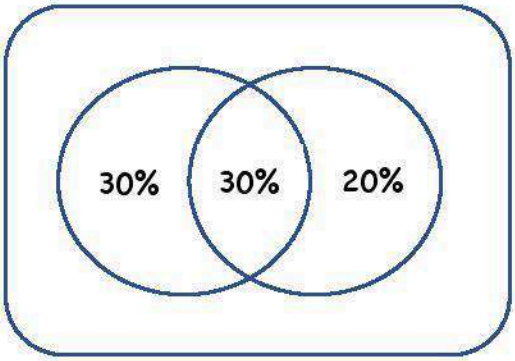
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 138

22 **تجارةٌ**: أَحُلُّ المسألةَ الواردةَ في بدايةِ الدرسِ.

مسألةُ اليومِ استوردَ تاجرٌ شِـحْنةً منَ السكَّرِ في باخرتيْنِ. إذا كانَ احتمالُ وصولِ الباخرةِ الأولـى في موعدِها 60%، واحتمالُ وصولِ الباخـرةِ الثانيةِ في موعدِها 50%، واحتمالُ وصولِهما معًـا 30%، فما احتمالُ وصولِ إحدى الباخرتيْنِ على الأقلِّ في موعدِها؟

الحل:



$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

$$= 60\% + 50\% - 30\%$$
$$= 80\%$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 138

23 تحـدٍّ: يوجدُ في أحـدِ المصانـعِ 40 عاملًا، منْهُـمْ 24 عاملًا يُفضِّلونَ شـربَ الشايِ وقتَ الاسـتراحةِ، وَ12 عاملًا يُفضِّلونَ شـربَ القهوةِ ولا يُفضِّلونَ شـربَ الشـايِ فيهـا، وَ14 عاملًا يُفضِّلونَ شربَ الشايِ ولا يُفضِّلونَ شربَ القهوةِ فيها.

إذا اختيرَ أحدُ عمّالِ المصنعِ عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ يكونَ ممَّنْ يُفضِّلونَ شربَ الشايِ وشربَ القهوةِ؟

الحل:

A :يُفضِّلون شرب الشاي

B :يُفضِّلون شرب القهوة

إذن،

$$P(A \cap B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 138

24 أيُّهـا لا ينتمي: في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً عشـوائيًّا، كُتِبَتِ الحوادثُ الآتيةُ على بطاقاتٍ. أَجِدُ البطاقةَ المختلفةَ، مُبرِّرًا إجابتي.

ظهورُ عددٍ زوجيٍّ	ظهورُ عددٍ يقبلُ القسمةَ على 3
ظهورُ عددٍ زوجيٍّ، وهوَ أكبرُ منْ 2	ظهورُ عددٍ أقلَّ منْ 5

الحل:

ظهور عدد زوجي، وهو أكبر من 2؛ لأنه حادث مركَّب، أما بقية البطاقات فيظهر على كلٍّ منها حادث بسيط

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 138

25 تبريرٌ: قالَ هاني: إنَّ احتمالَ فوزِ فريقِهِ المُفضَّلِ هوَ 0.3، فردَّ عليْهِ يزيدُ قائلًا: إذنْ، احتمالُ خسارةِ الفريقِ هوَ 0.7، هلْ قولُ يزيدَ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

غير صحيح؛ نظرا إلى وجود احتمال لتعادل الفريقين

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المتنافيةِ الصفحة: 138

26 مسـألةٌ مفتوحةٌ: أَصِفُ موقفَيْنِ منْ حياتـي اليوميةِ، أحدُهُما يتضمَّنُ حادثَيْنِ متنافييْـنِ، والآخرُ يتضمَّنُ حادثَيْنِ غيرَ متنافييْنِ، مُبيِّنًا كيفَ حدَّدْتُ ذلكَ.

الحل:

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 140

أتحقق من فهمي

في تجربةِ إلقاءِ حجرَيْ نردٍ منتظميْنِ عشــوائيًّا معًا مــرَّةً واحدةً، أَجِدُ احتمالَ ظهورِ عددٍ فرديٍّ على حجرِ النردِ الأولِ وعددٍ أكبرَ منْ 4 على حجرِ النردِ الثاني.

الحل:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 140

أتحقق من فهمي

أُحدِّدُ إذا كانَ الحادثانِ مستقليْنِ أمْ لا في الحالاتِ الآتيةِ:

a) اختيارُ قطعةِ حلوى حمراءَ عشوائيًّا وأكلُها، ثمَّ اختيارُ قطعةِ حلوى حمراءَ أُخرى عشوائيًّا منْ كيسٍ يحوي 10 قطعِ حلوى حمراءَ وَ25 قطعةَ حلوى زرقاءَ، جميعُها مُتماثِلةٌ.

b) ظهورُ العددِ 5 على حجرَيْ نردٍ أُلقِيا معًا مرَّةً واحدةً عشوائيًّا.

c) سحبُ كرةٍ حمراءَ عشوائيًّا منْ كيسٍ فيهِ كراتٌ مُتماثِلةٌ، 4 منْها حمراءَ وَ 3 صفراءَ، ثمَّ إعادتُها إلى الكيسِ، ثمَّ سحبُ كرةٍ حمراءَ أُخرى عشوائيًّا.

الحل:

a)

غير مستقلين

b)

مستقلان

c)

مستقلان

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 142

أتحقق من فهمي

يحتوي كيسٌ على 6 قطعِ حلوى حمراءَ (R)، وَ8 قطعِ حلوى خضراءَ (G)، جميعُها مُتماثِلةٌ.
اختارَ طفلٌ منَ الكيسِ قطعةَ حلوى عشــوائيًّا وأكلَها، ثمَّ اختارَ قطعةً أُخرى عشــوئيًّا ليأكلَها.
أَجِدُ احتمالَ كلٍّ منَ الحادثيْنِ الآتييْنِ باستعمالِ الشجرةِ الاحتماليةِ:

a) اختيارُ الطفلِ قطعتَيْ حلوى مُتماثِلتَيِ اللونِ.

b) اختيارُ الطفلِ قطعتَيْ حلوى مختلفتَيِ اللونِ.

الحل:

a)

$$P(R \cap R) + P(G \cap G)$$

$$= \frac{6}{14} \times \frac{5}{13} + \frac{8}{14} \times \frac{7}{13} = \frac{43}{91}$$

b)

$$P(R \cap G) + P(G \cap R)$$

$$= \frac{6}{14} \times \frac{8}{13} + \frac{8}{14} \times \frac{6}{13} = \frac{48}{91}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 143

أتحقق من فهمي

أُلقِيَ حجرُ نردٍ منتظمٌ عشوائيًّا مرَّةً واحدةً. ما احتمالُ ظهورِ عددٍ أكبرَ منْ 3 إذا كانَ العددُ الظاهرُ زوجيًّا؟

الحل:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$A = \{4, 5, 6\}$$
$$B = \{2, 4, 6\}$$
$$A \cap B = \{4, 6\}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{3} = \frac{2}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 144

أتحقق من فهمي

إذا سُحِبَتْ عيِّنَةٌ عشوائيةٌ، فما احتمالُ أنْ تكونَ غيرَ ورقيةٍ، علمًا بأنَّها جُمِعَتْ يومَ السبتِ؟

الحل:

$$P(D|E) = \frac{P(D \cap E)}{P(E)}$$
$$= \frac{94}{101}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 145

كراتٌ زجاجيةٌ: يحتوي كيسٌ على 5 كراتٍ حمراءَ (R)، وَ3 كراتٍ خضراءَ (G)، وكرتيْنِ صفراويْنِ (Y)، جميعُها مُتماثِلةٌ. سُحِبَتْ كرةٌ منَ الكيسِ عشوائيًّا، ثمَّ كُتِبَ لونُها، ثمَّ أُعيدَتْ إلى الكيسِ، ثمَّ سُحِبَتْ كرةٌ أُخرى عشوائيًّا، ثمَّ كُتِبَ لونُها:

1. ما احتمالُ أنْ تكونَ الكرةُ الأولى حمراءَ والثانيةُ صفراءَ؟
2. ما احتمالُ أنْ تكونَ الكرتانِ خضراويْنِ؟

الحل:

1)

$$P(R \cap Y) = P(R) \times P(Y)$$
$$= \frac{5}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

2)

$$P(G \cap G) = P(G) \times P(G)$$
$$= \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 145

أُحدِّدُ إذا كانَ الحادثانِ مستقليْنِ أوْ غيرَ مستقليْنِ في كلٍّ منَ التجاربِ العشوائيةِ الآتيةِ:

3. سحبُ كرةٍ زرقاءَ عشوائيًّا منْ صندوقٍ، والحصولُ على العددِ 5 عندَ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً.
4. اختيارُ طالبٍ منْ مواليدِ شهرِ 10 عشوائيًّا ليخرجَ منْ غرفةِ الصفِّ، ثمَّ اختيارُ طالبٍ آخرَ عشوائيًّا منْ مواليدِ شهرِ 5 ليلحقَ بهِ.
5. الحصولُ على عددٍ زوجيٍّ عندَ إلقاءِ حجرِ نردٍ منتظمٍ مرَّةً واحدةً، وعددٍ يقبلُ القسمةَ على 2 عندَ إلقاءِ حجرِ نردٍ آخرَ منتظمٍ.
6. إصابةُ صيّاديْنِ الهدفَ الثابتَ الذي أَطلقَ كلٌّ منْهُما طلقةً واحدةً نحوَهُ عشوائيًّا.
7. سحبُ بطاقةٍ عشوائيًّا تحملُ العددَ 6 منْ مجموعةِ بطاقاتٍ مُتماثِلةٍ تحملُ الأرقامَ منْ 1 إلى 10، ثمَّ إعادتُها، ثمَّ سحبُ بطاقةٍ أُخرى عشوائيًّا تحملُ عددًا زوجيًّا.

الحل:

3)

مستقلان

4)

غير مستقلين

5)

مستقلان

6)

مستقلان

7)

مستقلان

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 145

أقلامُ حبرٍ: في علبةٍ قلما حبرٍ أحمرَ، وثلاثةُ أقلامِ حبرٍ أزرقَ، جميعُها مُتماثِلةٌ. اختارَ سالمٌ منْها قلميْنِ عشوائيًّا على التوالي منْ دونِ إرجاعٍ. أَجِدُ احتمالَ كلٍّ منَ الحوادثِ الآتيةِ باستعمالِ الشجرةِ الاحتماليةِ:

8 اختيارُ قلمَيْ حبرٍ أحمرَ.

9 اختيارُ قلمَيْ حبرٍ أزرقَ.

10 اختيارُ قلمِ حبرٍ منْ كلِّ لونٍ.

الحل:

8)

$$P(R \cap R) = P(R) \times P(R|R)$$
$$= \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

9)

$$P(B \cap B) = P(B) \times P(B|B)$$
$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

10)

$$P(R \cap B) + P(B|R)$$
$$P(R) \times P(B|R) + P(B) \times P(R|B)$$
$$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 145

اختباراتٌ: تقدّمَ سامي لاختبارينِ في الرياضياتِ، وكانَ احتمالُ نجاحِهِ في الأوّلِ 75%، واحتمالُ نجاحِهِ في الثاني إذا نجحَ فيْ الأوّلِ 80%، واحتمالُ رسوبِهِ في الثاني إذا رسبَ في الأوّلِ 60%، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

11 احتمالُ نجاحِ سامي في كلا الاختبارينِ.

12 احتمالُ نجاحِ سامي في أحدِ الاختبارينِ، ورسوبِهِ في الآخرِ.

الحل:

A: ناجح في الجزء النظري

B: ناجح في الجزء العملي

إذن،

11)

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

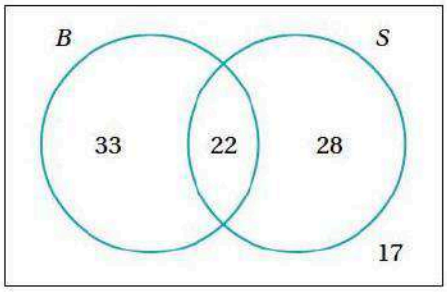
$$= \frac{90}{100} \times \frac{80}{100} = \frac{72}{100}$$

12)

$$P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A})$$
$$= P(A) \times P(\bar{B}) + P(B) \times P(\bar{A})$$
$$= \frac{90}{100} \times \frac{20}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{24}{100}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 146

سُئِلَ 100 شخصٍ عنْ وجودِ أخٍ لهُمْ أوْ أختٍ، وقدْ توزَّعوا وَفقَ إجاباتِهِمْ كما في شكلِ فنْ المجاورِ، حيثُ:



B: الأشخاصُ الذينَ لكلٍّ منْهُمْ أخٌ.

S: الأشخاصُ الذينَ لكلٍّ منْهُمْ أختٌ.

إذا اختيرَ أحدُ هؤلاءِ الأشخاصِ عشوائيًّا، فما احتمالُ:

13 أنْ يكونَ لهُ أخٌ؟

14 أنْ يكونَ لهُ أخٌ، علمًا بأنَّ لهُ أختًا؟

15 أنْ يكونَ لهُ أختٌ، علمًا بأنَّ لهُ أخًا؟

الحل:

13)

$$P(B) = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$$

14)

$$P(S) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$P(B \cap S) = \frac{22}{100} = \frac{11}{50}$$

15)

$$P(B|S) = \frac{P(B \cap S)}{P(S)}$$

$$= \frac{\frac{22}{100}}{50} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25}$$

$$P(S|B) = \frac{P(B \cap S)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{22}{100}}{55} = \frac{22}{55} = \frac{2}{5}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 146

وظائفُ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ أعدادَ المُتقدِّمينَ لوظيفةٍ في إحدى الشركاتِ، ومُؤهِّلاتِهِمُ العلميةَ، وخبراتِهِمُ السابقةَ. إذا اختيرَ أحدُ المُتقدِّمينَ للوظيفةِ عشوائيًّا، فما احتمالُ:

		لديْهِ خبرةٌ سابقةٌ	
		نعمْ	لا
لديْهِ شهادةٌ جامعيةٌ	نعمْ	54	27
	لا	5	4

16 أنْ يكونَ لديْهِ خبرةٌ سابقةٌ، علمًا بأنَّ لديْهِ شهادةً جامعيةً؟

17 ألّا يكونَ لديْهِ شهادةٌ جامعيةٌ، علمًا بأنَّ لديْهِ خبرةً سابقةً؟

الحل:

A: لديه خبرة سابقة

B: لديه شهادة جامعية

إذن،

16)

$$P(A) = \frac{59}{90}$$

$$P(B) = \frac{81}{90}$$

$$P(A \cap B) = \frac{54}{90}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap S)}{P(B)} = \frac{\frac{54}{90}}{81} = \frac{54}{81} = \frac{2}{3}$$

17)

$$P(\bar{B}|A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{\frac{5}{90}}{\frac{59}{90}} = \frac{5}{59}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 146

إشاراتُ مرورٍ: تمرُّ غادةُ في رحلةِ عودتِها منَ العملِ بشارعٍ رئيسٍ عليْهِ إشارتانِ ضوئيتانِ. إذا كانَ احتمالُ أنْ تصلَ الإشارةَ الأولى، وتجتازَها وهيَ مضاءةٌ باللونِ الأخضرِ G هوَ **0.3**، وإذا كانَتْ مضاءةً بالأحمرِ R، فإنَّ احتمالَ وصولِها الإشارةَ الثانيةَ وهيَ مضاءةٌ بالأحمرِ هوَ **0.8**، أمّا إذا كانَتِ الإشارةُ الأولى مضاءةً بالأخضرِ، فإنَّ احتمالَ وصولِها الإشارةَ الثانيةَ وهيَ مضاءةٌ بالأحمرِ هوَ **0.4**

أستعملُ التمثيلَ بالشجرةِ الاحتماليةِ لإيجادِ كلٍّ منَ الاحتمالاتِ الآتيةِ:

18 احتمالُ وصولِها كلًّا منَ الإشارتيْنِ وهما مضاءتانِ بالأحمرِ.

19 احتمالُ وصولِها كلًّا منَ الإشارتيْنِ وهما مضاءتانِ بالأخضرِ.

20 احتمالُ وصولِها إحدى الإشارتيْنِ وهيَ مضاءةٌ بالأخضرِ، ووصولِها الإشارةَ الأُخرى وهيَ مضاءةٌ بالأحمرِ.

الحل:

18)

$$P(R1 \cap R2) = P(R1) \times P(R2|\,R1) = 0.7 \times 0.8 = 0.56$$

19)

$$P(G1 \cap G2) = P(G1) \times P(G2|\,G1) = 0.3 \times 0.6 = 0.18$$

20)

$$P(R \cup G) = P(R) \times P(G|\,R) + P(G) \times P(R|\,G) = 0.7 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.25$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 147

أرصادٌ جويةٌ: أفادَتْ مذيعةُ النشرةِ الجويةِ أنَّ احتمالَ تساقطِ الثلوجِ يومَ الإثنينِ هيَ 25%، وأنَّها ترتفعُ إلى 90% يومَ الثلاثاءِ. أستعملُ التمثيلَ بالشجرةِ الاحتماليةِ لإيجادِ احتمالِ:

21 تساقطِ الثلوجِ يومَ الثلاثاءِ، وعدمِ تساقطِها يومَ الإثنينِ.

22 عدمِ تساقطِ الثلوجِ في كلا اليومَيْنِ.

23 تساقطِ الثلوجِ في أحدِ اليومَيْنِ على الأقلِّ.

الحل:

$$P(T) = 90\% \ , \ P(M) = 25\%$$

21)

$$P(T \cap \bar{M}) = P(T) \times P(\bar{M})$$
$$= 0.90 \times 0.75 = 0.675$$

22)

$$P(\bar{M} \cap \bar{T}) = P(\bar{M}) \times P(\bar{T})$$
$$= 0.75 \times 0.1 = 0.0.75$$

23)

$$P(M \cup T) = P(M) + P(T) - P(M \cap T)$$
$$= 0.25 + 0.9 - 0.25 \times 0.9 = 0.925$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 147

صيدٌ: أطلقَ صيّادٌ طلقةً واحدةً على هدفٍ ثابتٍ، وأطلقَ آخرُ طلقةً واحدةً على الهدفِ نفسِـهِ. إذا كان احتمالُ إصابةِ الأولِ للهدفِ 70%، واحتمالُ إصابةِ الثاني للهدفِ 60%، فأَجِدُ احتمالَ:

24 إصابةِ كلا الصيّادَيْنِ الهدفَ.

25 عدمِ إصابتِهما الهدفَ.

26 إصابةِ الصيّادِ الثاني الهدفَ، علمًا بأنَّ الصيّادَ الأولَ أصابَ الهدفَ.

27 عدمِ إصابةِ الصيّادِ الثاني الهدفَ، علمًا بأنَّ الصيّادَ الأولَ لمْ يُصِبِ الهدفَ.

الحل:

24)

0.42

25)

0.12

26)

0.60

27)

0.40

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 147

28 أحلُّ السؤالَ الواردَ في فقرةِ مسألةِ اليومِ.

مسألةُ اليوم تحتوي السنةُ على 365 يومًا؛ لذا، فإنَّ احتمالَ أنْ يكونَ الأولُ منْ شهرِ أيلولَ يومَ ميلادِ شخصٍ هوَ $\frac{1}{365}$ تقريبًا. إذا اختيرَ شخصانِ عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ يكونَ يومُ ميلادِ كليهما الأولِ منْ شهرِ أيلولَ؟

الحل:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{1}{365} \times \frac{1}{365}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 147

29 تبريرٌ: إذا كانَ (A) وَ (B) حادثيْنِ متنافييْنِ في تجربةٍ عشوائيةٍ، فما قيمةُ $P(A \mid B)$؟ أُبَرِّرُ إجابتي.

الحل:

$$P(A|B) = 0$$

لأن

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} =$$

و

$$P(A \cap B) = 0$$

شرط أن

$$P(B) \neq 0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 147

30 تبريرٌ: قالَتْ تماضرُ: إنَّهُ لأيِّ حادثَيْنِ (A) وَ (B) في فضاءِ العيِّنةِ Ω لتجربةٍ عشوائيةٍ ما، فإنَّ:

$$P(A \mid B) = P(B \mid A)$$

هلْ قولُ تماضرَ صحيحٌ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الحل:

غير صحيح؛ لأن

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

و

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

لا يكونان متساويين إلا إذا كان

$$P(A) = P(B)$$

وكلاهما لا يساوي صفرًا

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 147

31 **تحدٍّ**: يحتوي كيسٌ على n منَ الكراتِ المُتماثِلةِ مختلفةِ الألوانِ. إذا كانَ احتمالُ سحبِ كرةٍ حمراءَ ثمَّ سحبِ كرةٍ خضراءَ منْ دونِ إرجاعٍ 2.4% تقريبًا، فما قيمةُ n؟

الحل:

$$n = 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالاتُ الحوادثِ المستقلةِ والحوادثِ غيرِ المستقلةِ الصفحة: 147

32 مسألةٌ مفتوحةٌ: أذكرُ مثالًا على حادثيْنِ مستقليْنِ، ومثالًا آخرَ على حادثيْنِ غيرِ مستقليْنِ، مُبيِّنًا كيفَ أَجِدُ احتمالَ وقوعِ الحادثيْنِ معًا في كلِّ مثالٍ.

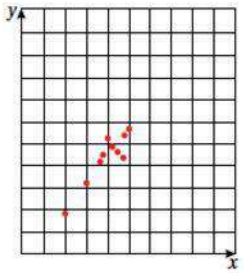
الحل:

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 148

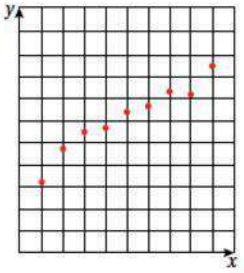
أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

1 شكلُ الانتشـــارِ الذي يُظهِرُ الارتباطَ الموجبَ الأقوى بينَ (x) وَ (y) هوَ:

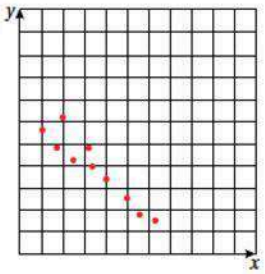
a)



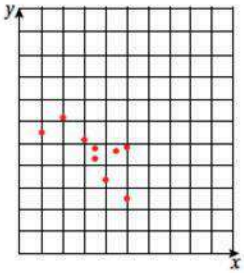
b)



c)



d)



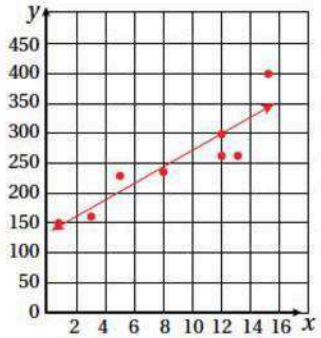
الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 148

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

2 باستعمالِ المستقيمِ الأفضلِ مطابقةً في الشكلِ الآتي، تقديرُ قيمةِ y عندما $x = 7$ هوَ:



a) 150 b) 175

c) 200 d) 225

الحل:

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 148

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

3 قيمــةُ المدى الربيعيِّ للقيمِ: 11، 5، 10، 8، 7، 10، 15، 12، 13، 9، 6، 7، 4 هيَ:

a) 5 b) 6

c) 9 d) 11

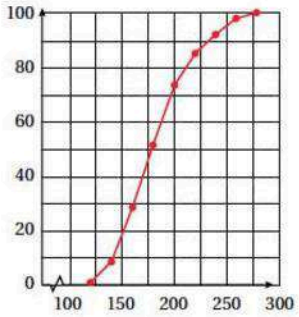
الحل:

الجواب: a

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 148

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

4 **رسائلُ بريديةٌ:** يُبيِّنُ الشكلُ الآتي المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لكتلةِ 100 رسالةٍ (بالغرامِ) مُسجَّلةٍ لدى أحدِ مكاتبِ البريدِ. قيمةُ الربيعِ الأعلى لكتلِ الرسائلِ هيَ:



a) 160 b) 200

c) 210 d) 230

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 148

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

5 في الجدولِ الآتي، إذا كانَ مجموعُ مُربَّعاتِ انحرافاتِ مراكزِ الفئاتِ عنِ الوسطِ الحسابيِّ في التكرارِ المقابلِ لها هوَ 324، فإنَّ قيمةَ التباينِ هيَ:

الفئاتُ	التكرارُ
$5 \le x < 10$	7
$10 \le x < 15$	12
$15 \le x < 20$	6

a) 13.50 b) 12.96

c) 3.67 d) 3.60

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 148

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

6 **حجرا نردٍ:** أُلقِيَ حجرا نــردٍ منتظمانِ، أحدُهُما أحمرُ، والآخرُ أزرقُ عشوائيًّا مرَّةً واحدةً. احتمالُ ظهورِ عددٍ أوليٍّ على حجرِ النردِ الأحمــرِ، وعددٍ أقلَّ منْ 3 على حجرِ النردِ الأزرقِ هوَ:

a) $\frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{36}$

c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{6}$

الحل:

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 149

أَضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

7 كراتٌ: في صندوقٍ 7 كراتٍ حمراءَ، وَ3 كراتٍ خضراءَ، جميعُها مُتماثِلةٌ. إذا سُحِبَتْ منْهُ كرتانِ عشوائيًّا على التوالي منْ دونِ إرجاعٍ، فإنَّ احتمالَ أنْ تكونَ الكرتانِ المسحوبتانِ منَ اللونِ نفسِهِ هوَ:

a) $\frac{29}{50}$ b) $\frac{24}{45}$

c) $\frac{21}{45}$ d) $\frac{1}{15}$

الحل:

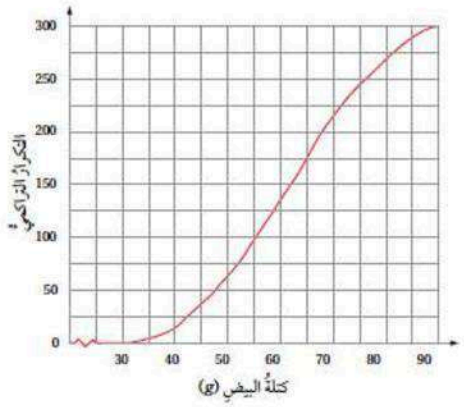
الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 149

زراعــةٌ: دوَّنَ مهندسٌ زراعيٌّ كتلةَ 300 بيضةٍ بالغرامِ كما في الجدولِ الآتي:

التكرارُ	كتلةُ البيضةِ (x)
15	$30 < x \leq 40$
48	$40 < x \leq 50$
72	$50 < x \leq 60$
81	$60 < x \leq 70$
54	$70 < x \leq 80$
30	$80 < x \leq 90$

يُبيِّنُ التمثيلُ الآتي المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لهذا الجدولِ:



أستعملُ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لإيجادِ:

8 قيمةِ الوسيطِ لكتلِ البيضِ، مُفسِّرًا دلالتَهُ.

9 قيمةِ المدى الربيعيِّ لكتلِ البيضِ، مُفسِّرًا دلالتَهُ.

10 قيمةِ المئينِ 80 لكتلِ البيضِ، مُفسِّرًا دلالتَهُ.

11 عددِ البيضِ الذي تزيدُ كتلتُهُ على 65g

الحل:

8)

$$Q2 = 62\ g$$

وهذا يعني أن 50 % من البيض أي 150 بيضة كتلة كلٍّ منها أكثر من 62 g

9)

$$IQR = Q3 - Q1 = 72 - 52 = 20$$

وهذا يعني أن 50 % من البيض أي 150 بيضة كتلة كلٍّ منها تقع بين 52 g و72g

10)

المئين 80 يساوي 79g، وهذا يعني أن 80 % من البيض أي 240 بيضة كتلة كلٍّ منها أقل من 79 g، أو أن 20 % من البيض أي 60 بيضة كتلة كلٍّ منها تزيد على 79g

11) 125 بيضة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 149

12 يُمثِّلُ الجدولُ الآتي كميةَ الأمطارِ في إحدى مناطقِ المملكةِ على مدارِ 20 عامًا لأقربِ ملّيمترٍ:

عددُ السنواتِ	كميةُ الأمطارِ
2	$199 \le x < 249$
3	$249 \le x < 299$
6	$299 \le x < 349$
3	$349 \le x < 399$
4	$399 \le x < 449$
2	$449 \le x \le 499$

أَجِدُ التباينَ والانحرافَ المعياريَّ لكميةِ الأمطارِ.

الحل:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
224	2	50176	448	100352
274	3	75076	822	225228
324	6	104976	1944	629856
374	3	139876	1122	419628
424	4	179776	1696	719104
474	2	224676	948	449352
المجموعُ	**20**		**6980**	**2543520**

$$x = \frac{\Sigma x \times f}{\Sigma f} = \frac{6980}{20} = 349$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x^2 \times f) - (\Sigma f)(\bar{x})^2}{\Sigma f}$$

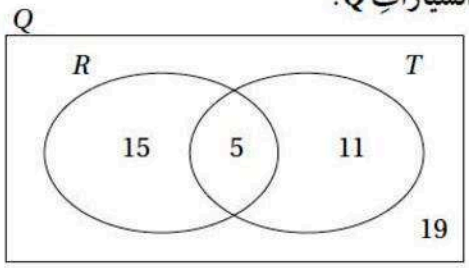
$$= \frac{2543520 - (20)(349)^2}{20}$$

$$= 5375$$

$$\sigma = \sqrt{5375} \approx 73.31$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 149

سـيّاراتٌ: يُبيِّنُ شكلُ فَنْ الآتي عددَ السـيّاراتِ الحمراءِ R، وعددَ السيّاراتِ ذاتِ البابيْنِ T، وعددَ سيّاراتٍ أُخرى في أحدِ مواقفِ السيّاراتِ Q:



إذا اختيرَتْ سيّارةٌ عشوائيًّا، فما احتمالُ:

13 أنْ تكونَ حمراءَ، وذاتَ بابيْنِ؟

14 ألّا تكونَ حمراءَ، ولها بابانِ؟

15 إذا اختيرَتْ سـيّارةٌ، وكانَتْ ذاتَ بابيْنِ، فما احتمالُ ألّا تكونَ حمراءَ؟

16 إذا اختيرَتْ سـيّارتانِ، الواحدةُ تلوَ الأُخرى عشوائيًّا، فما احتمالُ أنْ يكونَ لونُهُما أحمرَ؟

الحل:

13) $P(R \cap T) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$

14) $P(\bar{R} \cap T) = \frac{11}{50}$

15) $P(\bar{R} \mid T) = \frac{11}{16}$

16)

$$P(R1 \cap R2) = \frac{38}{245}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 150

كراتٌ ملونةٌ: يحتوي كيسٌ على كرتيْنِ سوداويْنِ، وكرةٍ بيضاءَ. إذا كانَتْ جميعُ الكراتِ مُتماثِلةً، وسحبَ مصعبٌ كرةً عشوائيًّا، ثمَّ كتبَ لونَها، ثمَّ أعادَها إلى الكيسِ، ثمَّ سحبَ أُخرى عشوائيًّا، ثمَّ كتبَ لونَها، فأستعملُ التمثيلَ بالشجرةِ الاحتماليةِ لإيجادِ الاحتمالاتِ الآتيةِ:

17 الكرتانِ المسحوبتانِ بيضاوانِ.

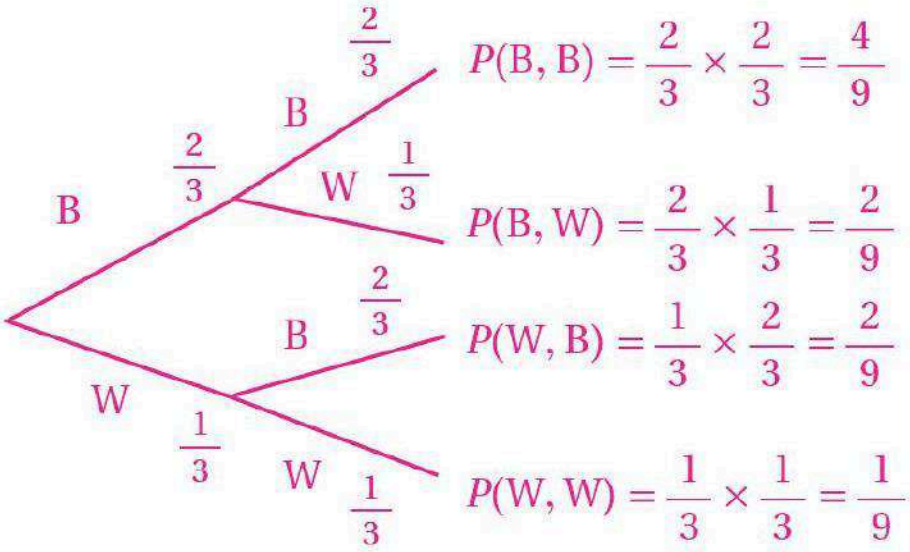
18 الكرتانِ المسحوبتانِ مختلفتا اللونِ.

19 إحدى الكرتيْنِ المسحوبتيْنِ على الأقلِّ لونُها أسودُ.

الحل:

17) $P(W_1 \cap W_2) = \frac{1}{9}$

18) $P(B \cap W) + P(W \cap B) = \frac{4}{9}$

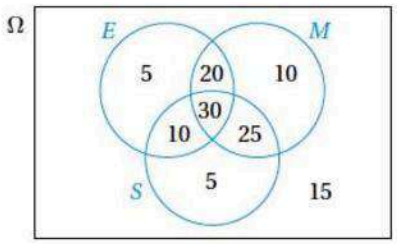


19)

$$P(B \cap W) + P(W \cap B) + P(B \cap B)$$
$$= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{6} = \frac{8}{9}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 150

تقــدَّمَ 120 طالبًــا لاختباراتِ فــي اللغــةِ الإنجليزيةِ (E)، والرياضياتِ (M)، والعلومِ (S)، وقدْ توزَّعوا وَفقَ نجاحِهِمْ في هذهِ الاختباراتِ كما في شكلِ فنْ الآتي:



إذا اختيرَ أحدُ هؤلاءِ الطلبةِ عشوائيًا، فما احتمالُ:

20 أنْ يكــونَ ناجحًا فــي العلــومِ، علمًا بأنَّــهُ ناجحٌ في الرياضياتِ؟

21 أنْ يكونَ ناجحًا في اللغــةِ الإنجليزيةِ، علمًا بأنَّهُ ناجحٌ في الرياضياتِ؟

22 ألّا يكونَ ناجحًا في العلــومِ، علمًا بأنَّهُ ليسَ ناجحًا في الرياضياتِ؟

الحل:

20)

$$P(S|M) = \frac{11}{17}$$

21)

$$P(E|M) = \frac{10}{17}$$

22)

$$P(\bar{S} \mid \bar{M}) = \frac{4}{7}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 150

لونُ العينيْنِ: يُبيِّنُ الجدولُ الآتي احتمالَ أنْ يكونَ الشـــخصُ في مجتمعٍ ما ذا عينيْنِ زرقاويْنِ، أوْ بُنِّيتيْنِ، أوْ خضراويْنِ:

لونُ العينيْنِ	زرقاوانِ	بُنِّيتانِ	خضراوانِ
الاحتمالُ	0.4	0.5	0.1

إذا اختيرَ شخصانِ عشوائيًّا، فما احتمالُ:

23 أنْ تكونَ عينا كلٍّ منْهُما زرقاويْنِ؟

24 أنْ تكونَ عينا كلٍّ منْهُما مختلفتَيِ اللونِ؟

الحل:

23)

0.16

24)

0.58

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 150

أقلامٌ ملونةٌ: يحتوي صندوقٌ على 3 أقلامٍ حمراءَ R، وقلميْنِ زرقاويْنِ B، وَ4 أقلامٍ خضراءَ G. اختارَتْ شيماءُ قلميْنِ عشوائيًّا منَ الصندوقِ على التوالي، ومنْ دونِ إرجاعٍ. ما احتمالُ:

25 أنْ يكونَ لونُ القلميْنِ أحمرَ؟

26 أنْ يكونَ للقلميْنِ اللونُ نفسُهُ؟

27 أنْ يكونَ لونُ أحدِ القلميْنِ فقطْ أخضرَ؟

الحل:

25)

$$\frac{1}{12}$$

26)

$$\frac{5}{18}$$

27)

$$\frac{5}{9}$$

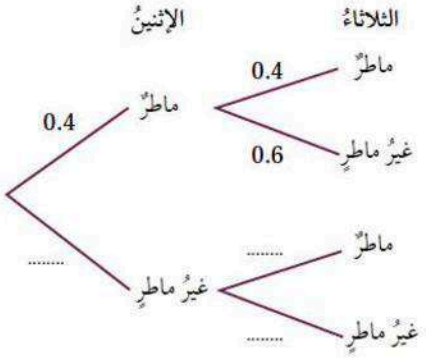
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 150

أمطارٌ: إذا نزلَ المطــرُ اليومَ، فإنَّ احتمالَ نزولِهِ غدًا هوَ **0.4**،

وإذا لمْ ينزلِ اليومَ، فإنَّ احتمالَ نزولِهِ غدًا هوَ **0.2**.

نزلَ المطرُ يومَ الأحدِ:

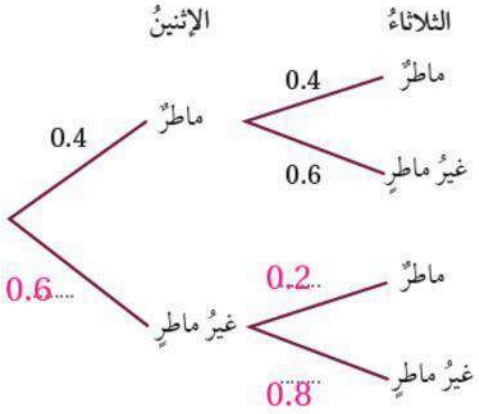
28 أُكمِلُ الفراغَ في الشكلِ الآتي:



29 أَجِــدُ احتمالَ نزولِ المطرِ في يومٍ واحدٍ على الأقلِّ منَ اليومَيْنِ الواردَيْنِ في الشكلِ.

الحل:

28)



29)

0.52

صقر الجنوب
ملتقيات