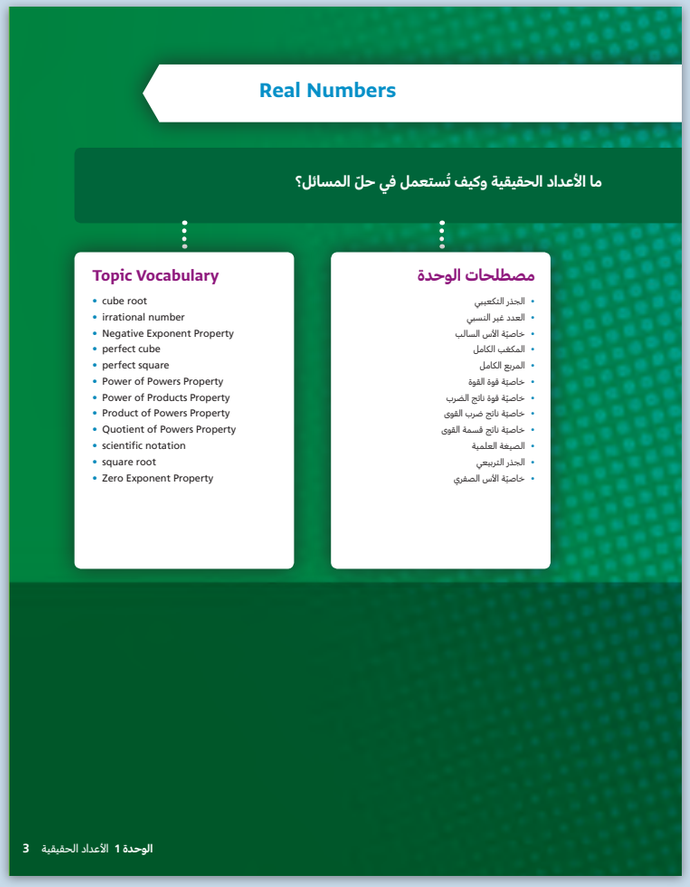
مقدمة الوحدة

الأعداد الحقيقية





السؤال الأساس للوحدة

ما الأعداد الحقيقية وكيف تُستعمل في حلّ المسائل؟

ارجع إلى السؤال الأساس للوحدة أثناء دراسة الوحدة، واقرأ الملاحظات المتعلقة بالإجابة عن السؤال في صفحة مراجعة الوحدة من دليل المعلم.

www.jnob-jo.com

مشروع STEM

هل سيتناقص إلى أن ينفد؟

نظرة عامّة على المشروع

في هذا المشروع، يمثل الطلاب نسبة استنزاف الموارد الطبيعة في جدول ومخطط بياني. كما يستكشفون موارد طبيعية أخرى ويصفون مجالات استعمالاتها، ونسب استنزافها، وتأثيرها على البيئة. ثم يكتب الطلاب قصة تتمحور حول استدامة أحد الموارد الطبيعية.



الرياضيات في المشروع

يستعمل الطلاب الأعداد الحقيقية لتمثيل الكميات المتوافرة من الموارد الطبيعية التي استكشفوها ونسب استنزافها، ويستعملون الأعداد النسبية والأعداد النسبية التقريبية والعمليات على الأعداد النسبية لتحديد الكمية المتبقية من أحد الموارد الطبيعية بعد فترة معينة من الزمن.

العلوم في المشروع

يجمع الطلاب بيانات تتعلق باستنزاف الموارد الطبيعية، بما في ذلك استعمالات هذه الموارد في تصنيع مواد صناعية، ويستكشفون تأثير هذه الاستعمالات، الإيجابية والسلبية، على الأنظمة البيئية في كوكب الأرض وعلى المجتمع.

الهندسة والتكنولوجيا في المشروع

يتعرف الطلاب إلى الطرائق التي يتّبعها المهندسون في استعمال الموارد الطبيعية لتصنيع مواد جديدة، وبالتالي تكنولوجيات جديدة. يبني الطلاب حججًا رياضية، ويكتبونها على شكل قصة توضّح مدى تأثير ذلك على استدامة أحد الموارد الطبيعية.

تقديم المشروع

يمكنك الطلب من الطلاب تنفيذ المشروع في أي وقت أثناء دراسة الوحدة 1

قدّم المشروع بجعل الطلاب يناقشون ما يعرفونه عن الموارد الطبيعية.
يمكن استعمال الأسئلة أدناه لإدارة النقاش.

س: اذكر بعض الأمثلة على الموارد الطبيعية. [نموذج إجابة: الهواء، الماء، النفط، التراب، المعادن، الضوء، الوقود الأحفوري.]

س: اذكر بعضًا من طرائق استعمال الموارد الطبيعية في حياتنا اليومية. [نموذج إجابة: ماء الشرب، استعمال الأجهزة الخلوية والحواسيب، تناول الفيتامينات والأدوية.]

س: ما الفرق بين الموارد المتجددة والموارد غير المتجددة؟ [نموذج إجابة: الموارد المتجددة هي الموارد التي يتجدّد إنتاجها ذاتيًا فتعوّض الكميات الجديدة ما استُهلك منها. أما الموارد غير المتجدّدة فهي الموارد التي لا تعيد إنتاج ذاتها فلا يمكن تعويض ما استُهلك منها.]

س: لماذا من المهم أن نعرف نسب استهلاك مواردنا الطبيعية بمرور الزمن؟ [نموذج إجابة: لأن معرفة سرعة استهلاكنا لهذه الموارد تمكّننا من وضع خطط لإبطاء عملية استنزافها.]

www.jnob-jo.com

استعدّ

راجع ما تعرفه!

كلّف الطلاب بحلّ نشاط راجع ما تعرفه لتنشيط المعرفة السابقة لديهم وإفساح المجال لهم للتدرّب على المهارات السابقة المطلوبة للنجاح في هذه الوحدة.

شجّع الطلاب على العمل كلّ بمفرده أو مع زميل له.
استعمل طرائق طرح الأسئلة هذه لمساعدتهم على البدء.

الكسور العشرية المنتهية والكسور العشرية الدورية

س: ما الكسر العشري الدوري؟ [نموذج إجابة: الكسر العشري الدوري هو كسر عشري يحتوي على رقم واحد أو عدة أرقام تتكرر إلى ما لا نهاية.]

ضرب الأعداد الصحيحة

س: ما إشارة ناتج ضرب عددين صحيحين سالبين؟ [موجبة]

س: ما إشارة ناتج ضرب عدد موجب في عدد سالب؟ [سالبة]

تبسيط المقادير

س: كيف تعرف الترتيب الذي يجب أن تنفذ به العمليات؟ [نموذج إجابة: طبّق ترتيب العمليات لتبسيط المقادير.]

مراجعة المصطلحات

يمكنك تعزيز بناء المصطلحات باستعمال النشاط التالي.

اطلب من الطلاب إنشاء بطاقات خاصة بالمصطلحات، بحيث يكتبون المصطلح على الوجه الأمامي للبطاقة ومثالًا عليه على وجهها الخلفي. قد ترغب في جعل الطلاب يشرحون بطاقات المصطلحات التي أنشؤوها لزملائهم ضمن مجموعات ثنائية.



الوحدة 1 استعدّ

راجع ما تعرفه!

المصطلحات

اختر المصطلح المناسب من الصندوق، واكتبه في المساحة الفارغة.

الكسر الاعتيادي
العدد الصحيح
الكسر العشري الدوري
الكسر العشري المنتهي

1. الكسر العشري المنتهي هو كسر عشري ينتهي بالعدد صفر.
2. الكسر العشري الدوري هو كسر عشري يحتوي على رقم أو أرقام تتكرّر إلى ما لا نهاية.
3. العدد الصحيح هو إما عدد من أعداد العدّ أو النظير الجمعي لعدد من أعداد العدّ أو صفر.
4. الكسر الاعتيادي هو عدد يمكن استخدامه لوصف جزء من كل أو جزء من مجموعة أو موقع على خط الأعداد أو قسمة أعداد كلية.

الكسور العشرية المنتهية والكسور العشرية الدورية

حدّد ما إذا كان كل كسر عشري أدناه كسرًا عشريًا منتهيًا أم كسرًا عشريًا دوريًا.

5. 5.692 منتهٍ
6. 0.222222... دوري
7. 7.0001 منتهٍ
8. $7.2\overline{8}$ دوري
9. $1.1\overline{78}$ دوري
10. −4.03479 منتهٍ

ضرب الأعداد الصحيحة

أوجد كل ناتج الضرب.

11. 2×2 4
12. $-5 \times (-5)$ 25
13. 7×7 49
14. $-6 \times (-6) \times (-6)$ −216
15. $10 \times 10 \times 10$ 1 000
16. $-9 \times (-9) \times (-9)$ −729

تبسيط المقادير

بسّط كل مقدار.

17. $(4 \times 10) + (5 \times 100)$ 540
18. $(2 \times 100) + (7 \times 10)$ 270
19. $(6 \times 100) - (1 \times 10)$ 590
20. $(9 \times 1\,000) + (4 \times 10)$ 9 040
21. $(3 \times 1\,000) - (2 \times 100)$ 2 800
22. $(2 \times 10) + (7 \times 100)$ 720

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية 5

www.jnob-jo.com

بناء المصطلحات

طريقة للتمهيد لدراسة الوحدة: المخطط التنظيمي

استعمل المخطط التنظيمي ليساعدك على فهم المصطلحات الجديدة.

س: ما الفائدة من إيراد مثال على كل مصطلح إلى جانب تعريفه؟ [نموذج إجابة: يساعد المثال على فهم معنى التعريف، كما أن التفكير في المثال يساعدك على تذكر تعريف المصطلح.]

حثّ الطلاب على الانتباه جيدًا إلى خصائص النص والمعينات البصرية الواردة فيه، لأنها غالبًا ما تعطينا الفكرة الرئيسة عن المصطلحات.

س: ما خصائص النص التي تساعدك على تحديد المصطلحات الجديدة في كل درس؟ [نموذج إجابة: تظليل المصطلحات المكتوبة بخط بارز، والأمثلة، والمربعات التي تتضمن المفاهيم الأساسية.]

مع تقدم الطلاب في دراسة هذه الوحدة، حثّهم على تحديد المصطلحات الجديدة وكتابة تفاصيل إضافية وأمثلة في مخططاتهم التنظيمية لتوضيح مدى فهمهم للمصطلحات الجديدة.

نشاط توسع للقراء من كل المستويات

اطرح أمام الطلاب تحديًا لكتابة ملخصات عن المصطلحات الجديدة التي تعلموها في هذه الوحدة باستعمال المعلومات الواردة في مخططاتهم التنظيمية المكتملة. ساعدهم على تطوير مهارات التعبير في الرياضيات بتشجيعهم على تضمين ملخصاتهم مثالًا أو أكثر باستعمال صيغ رياضية دقيقة.



بناء المصطلحات

استعمل المخطط التنظيمي ليساعدك على فهم المصطلحات الجديدة.

المصطلح	التعريف	مثال
جذر تكعيبي cube root	نموذج إجابة: الجذر التكعيبي لعدد، n، هو عدد مكعبه يساوي n.	نموذج إجابة: العدد 5 هو الجذر التكعيبي للعدد 125 لأن $5 \times 5 \times 5 = 125$
عدد غير نسبي irrational number	نموذج إجابة: عدد لا يمكن كتابته في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a و b عددان صحيحان و $b \neq 0$	نموذج إجابة: $\sqrt{7}$
مكعب كامل perfect cube	نموذج إجابة: المكعب الكامل هو مكعب أي عدد صحيح.	نموذج إجابة: العدد 64 مكعب كامل لأن $64 = 4^3$
مربع كامل perfect square	نموذج إجابة: المربع الكامل هو مربع أي عدد صحيح.	نموذج إجابة: العدد 49 مربع كامل لأن $49 = 7^2$
الصيغة العلمية scientific notation	نموذج إجابة: كتابة عدد في الصيغة العلمية يعني كتابته في صورة ناتج ضرب عاملين أحدهما أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10 والآخر هو إحدى قوى العدد 10	نموذج إجابة: $7\,120\,000\,000 = 7.12 \times 10^9$
جذر تربيعي square root	نموذج إجابة: الجذر التربيعي لعدد هو عدد ناتج ضربه في نفسه يساوي العدد الأصلي.	نموذج إجابة: العدد 9 هو الجذر التربيعي للعدد 81 لأن $9 \times 9 = 81$

6 **الوحدة 1** الأعداد الحقيقية

www.jnob-jo.com

الدرس
1-1

الأعداد النسبية في صورة كسور عشرية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ كتابة كسور عشرية دورية في صورة كسور اعتيادية.

الفهم الأساس

يمكن تمثيل الكسور العشرية الدورية كعدد نسبي مكافئ في صورة كسر اعتيادي.

ترابط

في الصف 7، تمكن الطلاب من:

- تعلّم طرائق كتابة الأعداد النسبية في صورة كسور عشرية.
- فهم أن الكسور العشرية تكون إما منتهية وإما دورية.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- فهم أن بالإمكان كتابة أي عدد في صورة كسر عشري.
- تحويل الكسور العشرية الدورية إلى كسور اعتيادية.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- مقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**المهارة الإجرائية** و**الطلاقة.**

- يوسّع الطلاب فهمهم لتحويل الكسور الاعتيادية إلى كسور عشرية ليشمل تحويل الكسور العشرية الدورية إلى كسور اعتيادية.
- يحلّل الطلاب أنماط الكسور العشرية الدورية ويربطونها بالضرب في قوى العدد 10 لنقل الأرقام المتكررة إلى يسار الفاصلة العشرية.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.1.1** يحوّل كسورًا عشرية دورية إلى كسور اعتيادية.

معايير ممارسات الرياضيات

برّر منطقيًّا بطريقة تجريدية وكمية

يوسّع الطلاب معرفتهم عن الأعداد النسبية وعن العلاقة بين الكسور العشرية والكسور الاعتيادية. كما يحدّدون الطريقة التي ينبغي استعمالها لإيجاد الصور الكسرية الاعتيادية للكسور العشرية.

ابحث عن العلاقات

ستتوفر للطلاب إمكانية البحث عن العلاقات في المعادلات. كما يحدّدون الأجزاء المتكررة في الكسور العشرية ويطرحونها لإيجاد قيم المتغيرات المجهولة. كذلك سيضرب الطلاب المعادلات في قوى العدد 10 لتبسيط المسائل، ويطرحون المعادلات لحذف الجزء العشري المتكرر.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

برّر منطقيًا أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق المتنوعة التي يستعملونها لمقارنة الكسور العشرية والكسور الاعتيادية لإيجاد المقاس الصحيح للبرغي.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ما العلاقة بين مقاس مفتاح الربط ومقاسات البراغي؟ [مقاس مفتاح الربط معطى في صورة كسر عشري، بينما مقاسات البراغي معطاة في صورة كسور اعتيادية.]

2. بناء الفهم

س: كيف يمكن المقارنة بين الكسور العشرية والكسور الاعتيادية؟ [نموذج إجابة: يمكن المقارنة بين الكسور العشرية والكسور الاعتيادية عند كتابتها في نفس الصورة.]

س: كيف تصف القياسات المذكورة مقاس مفتاح الربط ومقاسات البراغي؟ [نموذج إجابة: القياس المكتوب على ذراع مفتاح الربط هو المسافة بين الجانبين المتوازيين المحيطين بالفراغ في رأس المفتاح. أما القياس المكتوب على كل برغي فهو طول قطر رأسه.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف يمكنك المقارنة بين مقاس مفتاح الربط ومقاسات البراغي المختلفة؟ [نموذج إجابة: يمكنك كتابة مقاسات البراغي المختلفة في صورة كسور عشرية، ثم مقارنة هذه المقاسات بمقاس مفتاح الربط.]

س: ما الطريقة الأخرى التي يمكنك استعمالها لحل المسألة؟ [نموذج إجابة: يمكنك كتابة مقاس مفتاح الربط في صورة كسر اعتيادي، ثم مقارنته بمقاسات البراغي المختلفة.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي فهد ويوسف إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: كيف حل فهد المسألة؟ ما الفرق بين حلّه وحل يوسف؟ [نموذج إجابة: استعمل فهد القسمة لتحويل الكسور الاعتيادية إلى كسور عشرية. بينما استعمل يوسف القيمة المنزلية لكتابة الكسر العشري في صورة كسر اعتيادي.]

س: ما الخطوات التي استعملها يوسف لكتابة مقاس مفتاح الربط في صورة كسر اعتيادي؟ [نموذج إجابة: كتب يوسف الكسر العشري في صورة كسر اعتيادي أولًا باستعمال القيمة المنزلية، ثم استمرّ في تبسيط الكسر إلى أن أوجد كسرًا مكافئًا له يطابق مقاس أحد البراغي.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف يمكنك استعمال خط الأعداد لتقدير الإجابة؟ [نموذج إجابة: ارسم خط أعداد من 0 إلى 1، وقسمه إلى أجزاء قيمة كل منها بقيمة $\frac{1}{10}$، ثم عيّن عليه مقاس مفتاح الربط ومقاسات البراغي. البرغي الذي يتناسب مع مفتاح الربط هو البرغي الذي مقاسه $\frac{3}{16}$ in.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: إذا كان مقاس مفتاح الربط 0.125 in، مقاس أي برغي سيكون الأنسب؟ [$\frac{1}{8}$ in]

حلّل عمل الطلاب

عمل فهد

سأستعمل القسمة لكتابة كل كسر اعتيادي في صورة كسر عشري.

$3 \div 16 = 0.1875$ $\quad$ $1 \div 8 = 0.125$

يجب على ماجد استعمال البرغي الذي مقاسه $\frac{3}{16}$ in

استعمل **فهد** القسمة لكتابة كل كسر اعتيادي في صورة كسر عشري.



الدرس 1-1
الأعداد النسبية في صورة كسور عشرية
Rational Numbers as Decimals

أستطيع...
كتابة الكسور العشرية الدورية في صورة كسور اعتيادية.

معيار الدرس
8.1.1

حُلّ وناقش!
لدى ماجد مفتاح ربط مكتوب عليه 0.1875 in (1 in = 2.54 cm).
لديه أيضًا براغٍ مكتوب على كلّ منها مقاسه بالإنش في صورة كسر اعتيادي.
أي برغي هو الأنسب إلى مقاس مفتاح الربط؟ وضّح إجابتك.

عمل يوسف
استعملت القيمة المنزلية لكتابة الكسر العشري في صورة كسر اعتيادي.
ثم بسّطتُ الكسور لإيجاد الكسر الاعتيادي المتناسب مع الكسر العشري.
$0.1875 = \frac{1875}{10\,000} = \frac{375}{2\,000} = \frac{75}{400} = \frac{15}{80} = \frac{3}{16}$
أوجدت أن 0.1875 يساوي $\frac{3}{16}$، وهو مقاس البرغي الأنسب.

التركيز على ممارسات الرياضيّات
برّر منطقيًا ما الفائدة من كتابة العدد النسبي في صورة كسر اعتيادي أو كسر عشري؟
نموذج إجابة: تصبح المقارنة بين الأعداد النسبية أسهل عند كتابتها في نفس الصورة.

7

استعمل **يوسف** القيمة المنزلية لكتابة الكسر العشري في صورة كسر اعتيادي.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يفهمون أن بالإمكان كتابة الكسور العشرية في صورة كسور اعتيادية.

مثال 1
كتابة الكسور العشرية الدورية في صورة كسور اعتياديّة

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: كيف يساعد خط الأعداد على حل المسألة؟ [نموذج إجابة: يستعمل خط الأعداد لتقدير الكسر الاعتيادي الذي يمثل نسبة المباريات التي فاز فيها الفريق A.]

س: ما أهمية ضرب $0.\overline{5}$ في 10؟ [نموذج إجابة: ضرب $0.\overline{5}$ في 10 ينقل الرقم المتكرر في الكسر العشري إلى يسار الفاصلة العشرية، مما يسمح بحذف الأجزاء المتكررة في الكسر العشري عند إجراء عملية الطرح.]

س: كيف يمكنك تحديد ما إذا كان بالإمكان كتابة كسر عشري دوري في صورة كسر اعتيادي؟ [نموذج إجابة: الكسور العشرية الدورية هي أعداد نسبية. ويمكن كتابة كل الأعداد النسبية في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a و b عددان صحيحان و $b \neq 0$]

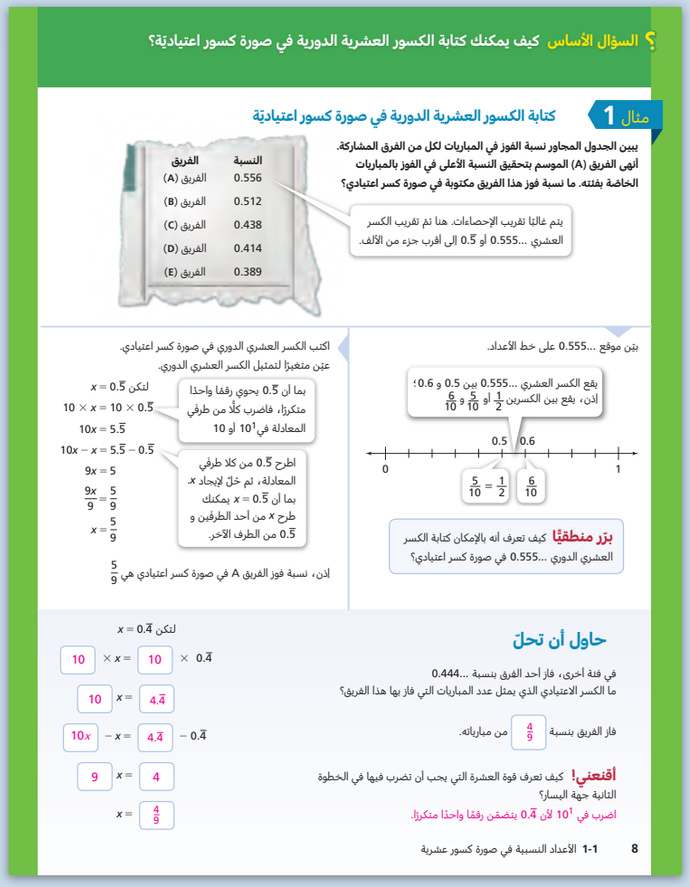
حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف تعرف أن $0.444\ldots$ يعني أن الرقم 4 هو الرقم الذي يتكرر؟ [نموذج إجابة: في الرياضيات، النقاط الثلاث تعني أن العدد يستمر بالطريقة نفسها، أي إن الرقم 4 يتكرر إلى ما لانهاية.]

أقنعني!

س: إذا كانت قيمة x في الخطوة الأولى تساوي $0.\overline{44}$، في أي قوة من قوى العدد عشرة ستضرب في الخطوة الثانية؟ هل يغيّر ذلك الكسر الاعتيادي الذي يمثّل نسبة المباريات التي فاز فيها الفريق؟ [نموذج إجابة: اضرب طرفي المعادلة في 10^2 أو 100، تبقى قيمة الكسر هي نفسها، أي $\frac{44}{99} = \frac{4}{9}$]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 3 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة القيم المنزلية لمساعدتهم على تحديد قوة العدد 10 التي يجب ضرب الكسر العشري فيها لحذف الأجزاء العشرية المتكررة.

- اطلب من الطلاب تحديد القيمة المنزلية لأول رقم متكرر.

س: ما القيمة المنزلية لأول رقم متكرر؟
$1.\overline{3}$ [3 في منزلة الجزء من عشرة.]
$6.345555\ldots$ [5 في منزلة الجزء من ألف.]

- ذكر الطلاب بكيفية انتقال الفاصلة العشرية عند ضرب الكسر العشري في أحد مضاعفات العدد 10

س: ما ناتج 100×2.5628؟ وضّح كيف تنتقل الفاصلة العشرية.
[256.28؛ الضرب في العدد 100 ينقل الفاصلة العشرية منزلتين إلى اليمين.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 2 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب المتقدمين تطلب فيه العمل على أنواع مختلفة من الكسور العشرية الدورية التي تتضمن أرقامًا غير متكررة.

- اطلب من الطلاب تحديد الأرقام المتكررة.

س: ما الأرقام المتكررة في العدد $2.4203203\ldots$؟ [203]

س: كيف توجد المعادلات لتطرح عندما يتضمن الكسر العشري الدوري أرقامًا غير متكررة؟
[نموذج إجابة: اضرب الكسر العشري الدوري في إحدى قوى العدد 10 لتنقل الأرقام غير المتكررة إلى يسار الفاصلة العشرية. هذا يشكّل معادلة أولى. ثم اضرب المعادلة الأولى في قوة أخرى من قوى العدد 10 لتنقل الأرقام المتكررة إلى يسار الفاصلة العشرية. هذا يشكل معادلة ثانية. أخيرًا، اطرح المعادلة الأولى من المعادلة الثانية.]

www.jnob-jo.com

مثال 2

كتابة كسور عشرية دورية تتضمن أرقامًا غير متكررة في صورة كسور اعتياديّة

طرح أسئلة هادفة

س: عند حل هذه المسألة، ضربنا 10^1 في الكسر العشري الدوري. هل يمكن حل المسألة باستعمال قوى أخرى للعدد 10؟ وضّح إجابتك.
[نعم؛ نموذج إجابة: اضرب في 1 000؛ $1\,000x - 10x = 266.\overline{6} - 2.\overline{6},\ 990x = 264,\ x = \frac{264}{990} = \frac{24}{90}$]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما الخطوة الأولى التي قد تتخذها عندما تخطط لحل هذه المسألة؟
[نموذج إجابة: تحديد الرقم المتكرر (أو الأرقام المتكررة) في الكسر العشري الدوري.]

مثال 3

كتابة كسور عشرية دورية تتضمن أكثر من رقم واحد متكرر في صورة كسور اعتياديّة

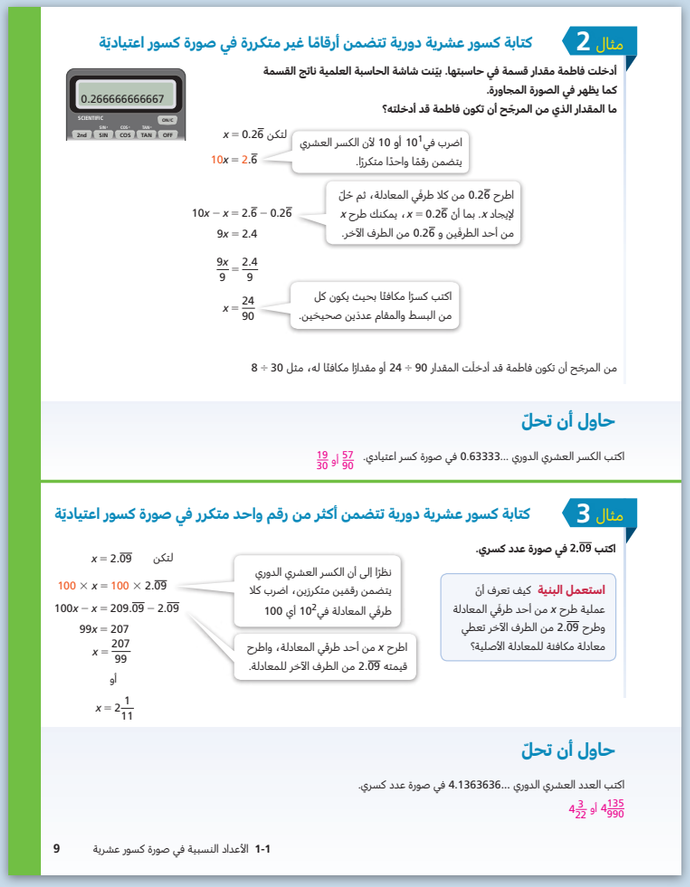
طرح أسئلة هادفة

س: لماذا ضربنا طرفي المعادلة في هذا المثال في 100 بدلًا من 10؟
[نموذج إجابة: لأن العدد الكسري يتضمن رقمين متكررين، لذا يجب ضرب المعادلة في 100 بدلًا من ضربها في 10]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: أعطِ مثالًا على كسر عشري دوري تحتاج إلى ضربه في 000 10 لتحويله إلى كسر اعتيادي. وضّح اجابتك. [نموذج إجابة: ...0.348934893489 يجب ضرب هذا الكسر العشري في 000 10 لأنه يتضمن أربعة أرقام متكررة.]



مثال 2

كتابة كسور عشرية دورية تتضمن أرقامًا غير متكررة في صورة كسور اعتياديّة

أدخلت فاطمة مقدار قسمة في حاسبتها. بيّنت شاشة الحاسبة العلمية ناتج القسمة كما يظهر في الصورة المجاورة.
ما المقدار الذي من المرجّح أن تكون فاطمة قد أدخلته؟

0.266666666667

لتكن $x = 0.2\overline{6}$
$10x = 2.\overline{6}$
اضرب في 10^1 أو 10 لأن الكسر العشري يتضمن رقمًا واحدًا متكررًا.

$10x - x = 2.\overline{6} - 0.\overline{2}6$
$9x = 2.4$
اطرح $0.2\overline{6}$ من كلا طرفي المعادلة، ثم حلّ لإيجاد x. بما أن $x = 0.2\overline{6}$، يمكنك طرح x من أحد الطرفين و $0.2\overline{6}$ من الطرف الآخر.

$\frac{9x}{9} = \frac{2.4}{9}$
$x = \frac{24}{90}$
اكتب كسرًا مكافئًا بحيث يكون كل من البسط والمقام عددين صحيحين.

من المرجّح أن تكون فاطمة قد أدخلت المقدار 90 ÷ 24 أو مقدارًا مكافئًا له، مثل 30 ÷ 8

حاول أن تحلّ

اكتب الكسر العشري الدوري ...0.63333 في صورة كسر اعتيادي. $\frac{57}{90}$ أو $\frac{19}{30}$

مثال 3

كتابة كسور عشرية دورية تتضمن أكثر من رقم واحد متكرر في صورة كسور اعتياديّة

اكتب $2.\overline{09}$ في صورة عدد كسري.

استعمل البنية كيف تعرف أن عملية طرح x من أحد طرفي المعادلة وطرح $2.\overline{09}$ من الطرف الآخر تعطي معادلة مكافئة للمعادلة الأصلية؟

لتكن $x = 2.\overline{09}$
$100 \times x = 100 \times 2.\overline{09}$
نظرًا إلى أن الكسر العشري الدوري يتضمن رقمين متكررين، اضرب كلا طرفي المعادلة في 10^2 أي 100

$100x - x = 209.\overline{09} - 2.\overline{09}$
$99x = 207$
$x = \frac{207}{99}$
اطرح x من أحد طرفي المعادلة، واطرح قيمته $2.\overline{09}$ من الطرف الآخر للمعادلة.

أو

$x = 2\frac{1}{11}$

حاول أن تحلّ

اكتب العدد العشري الدوري ...4.1363636 في صورة عدد كسري.

$4\frac{135}{990}$ أو $4\frac{3}{22}$

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 قبل إكمال مثال 3، عرّف الطلاب ببعض المصطلحات التي يحتاجون إليها.

س: ما معنى "مزج الأشياء"؟ كيف يوضّح ذلك معنى "عدد كسري"؟ [نموذج إجابة: مزج الأشياء تعني ضمّها معًا؛ العدد الكسري عبارة عن مزيج من "عدد كلي" و"كسر".]

س: الأشياء "المتساوية" لها نفس القيمة. ما الكلمة التي معناها يشبه معنى كلمة "متكافئة"؟ كيف تستعمل ذلك لمعرفة معنى "متكافئة"؟ [نموذج إجابة: متساوية؛ متكافئة تعني متساوية في القيمة.]

مستوى 2 بعد إكمال مثال 3، اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية. اطلب منهم قراءة المسألة وتلخيص المعلومات المعطاة.

س: ما الأرقام المتكررة في هذا المثال؟ كيف عرفت ذلك؟ [0 و 9؛ التكرار يعني حدوث الشيء مرة تلو الأخرى.]

س: ما الفرق بين كلمتي "مضاعف" و"ضرب"؟ [نموذج إجابة: مضاعف تعني أكثر من مرة. الضرب هو عملية حسابية يُستعمل فيها الجمع المتكرر.]

مستوى 3 بعد إكمال مثال 3، اطلب من الطلاب قراءة المسألة وتجميع المعطيات المهمة الواردة في السؤال. أجرِ نقاشًا صفيًّا عن المعلومات المعطاة.

س: علّم زميلك الجالس إلى جوارك كيفية حل المسألة. ثم سجّل الخطوات التي ستستعملها لكتابة كسر عشري دوري في صورة كسر اعتيادي. [راجع عمل الطلاب.]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: اذكر طريقتين يمكنك استعمالهما لكتابة كسر عشري دوري في صورة كسر اعتيادي. [نموذج إجابة: التقدير باستعمال خط الأعداد، أو إيجاد الإجابة الدقيقة باستعمال المعادلات.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يجب على الطلاب أن يفهموا أن التكرار في الكسور العشرية الدورية مرتبط بالقيمة المنزلية للأرقام المتكررة، وأن معرفة القيمة المنزلية تساعد على تحديد قوة العدد 10 التي يجب ضرب المعادلة فيها لتحويل امتداد الكسر العشري إلى كسر اعتيادي.

التمرين 2

س: ما أهمية إجراء عملية الطرح لحذف الأرقام المتكررة؟ [نموذج إجابة: تنتج عن حذف الأرقام المتكررة معادلة تسمح بإيجاد قيمة المتغير وكتابة الكسر العشري الدوري في صورة كسر اعتيادي.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 4 تأكد من أن الطلاب يفهمون أن النسبة المئوية يجب أن تُكتب في صورة كسر عشري قبل تحويلها إلى كسر اعتيادي.

س: كيف تكتب نسبة مئوية في صورة كسر عشري؟ [نموذج إجابة: اقسم النسبة المئوية على 100 واحذف رمز النسبة المئوية.]

س: اكتب النسبة المئوية في صورة كسر عشري دوري. [...0.636363]



ملخص المفهوم

بما أن الكسور العشرية الدورية هي أعداد نسبية، إذن يمكن كتابتها في صورة كسور اعتيادية.

خطوة 1 عيّن متغيرًا لتمثيل الكسر العشري الدوري.

خطوة 2 اكتب المعادلة: المتغير = الكسر العشري.

خطوة 3 اضرب طرفي المعادلة في 10^d، حيث d هو عدد الأرقام المتكررة في الكسر العشري الدوري.

خطوة 4 اطرح المتغير من أحد طرفي المعادلة واطرح الكسر العشري الدوري، وهو قيمة المتغير، من الطرف الآخر.

خطوة 5 حُلّ لإيجاد قيمة المتغير في صورة كسر اعتيادي. اكتب كسرًا مكافئًا للقيمة بسطه ومقامه عددان صحيحان، إذا لزم الأمر.

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف يمكنك كتابة الكسور العشرية الدورية في صورة كسور اعتيادية؟

نموذج إجابة: عيّن متغيرًا لتمثيل الكسر العشري الدوري. ثم استعمل إحدى قوى العدد 10 لكتابة معادلة مكافئة. اطرح مقدارين مكافئين للمتغير وللكسر العشري الدوري من طرفي المعادلة المكافئة للتخلص من الجزء المتكرر في الكسر العشري. أخيرًا، حُلّ المعادلة لإيجاد قيمة المتغير.

2. **استعمل البنية** لماذا تضرب في إحدى قوى العدد 10 عند كتابة الكسر العشري الدوري في صورة عدد نسبي؟

نموذج إجابة: ينتج عن ضرب طرفي المعادلة في نفس قوة العدد 10 معادلة مكافئة لها لكن أحد طرفيها يكون عبارة عن كسر عشري دوري مكوّن من عدد كلي وجزء عشري متكرر. بطرح مقدارين مكافئين للمتغير وللكسر العشري الدوري، تتمكّن من التخلص من الجزء المتكرر في الكسر العشري. يمكنك عندئذ حل المعادلة لإيجاد قيمة x، مما يعطي العدد النسبي في صورة كسر اعتيادي.

3. **كن دقيقًا** كيف تحدد قوة العدد 10 التي يلزم ضرب المعادلة فيها عند كتابة كسر عشري يتضمن أرقامًا متكررة في صورة كسر اعتيادي؟

نموذج إجابة: اضرب في قوة العدد 10 التي تطابق عدد الأرقام المتكررة. على سبيل المثال، لكتابة الكسر العشري $0.1\overline{26}$ في صورة كسر اعتيادي، اضربه في 10^2، لأنه يتضمّن رقمين متكررين.

طبّق فهمك

4. أشار استطلاع إلى أن $63.\overline{63}\%$ من روّاد السينما يفضلون أفلام الحركة. تمثل هذه النسبة المئوية كسرًا عشريًا دوريًا. اكتبها في صورة كسر اعتيادي.

$\frac{7}{11}$

5. يقدّر أحد الطلاب وزن روّاد الفضاء على سطح القمر بضرب أوزانهم على الأرض في الكسر العشري ...0.16666. ما الكسر الاعتيادي الذي يمكن استعماله في عملية التقدير نفسها؟

$\frac{1}{6}$

6. اكتب ...2.3181818 في صورة عدد كسري.

$2\frac{7}{22}$

10 1-1 الأعداد النسبية في صورة كسور عشرية

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 7 و8، اكتب الكسر العشري الدوري في صورة كسر اعتيادي أو عدد كسري.

7. اكتب العدد 0.21212121... في صورة كسر اعتيادي.

لتكن $x =$ 0.2121...

$100x =$ 21.2121...

$100x - x =$ 21.2121... − 0.2121...

$99x =$ 21

$x =$ $\frac{21}{99}$

إذن 0.2121... يساوي $\frac{7}{33}$ أو $\frac{21}{99}$

8. اكتب $3.\overline{7}$ في صورة عدد كسري.

لتكن $x =$ 3.777...

$10x =$ 37.777...

$9x =$ 34

$x =$ $\frac{34}{9}$

إذن $3.\overline{7}$ يساوي $3\frac{7}{9}$

9. اكتب العدد المبيّن على شاشة الميزان أدناه في صورة كسر اعتيادي.



$\frac{7}{30}$ أو $\frac{21}{90}$

10. سأل صالح 15 طالبًا عن رأيهم في أن تكون عطلة الصيف أطول مما هي عليه. استعمل حاسبته لقسمة عدد الطلاب الذين أجابوا بنعم على إجمالي عدد الطلاب. نتج عن هذه القسمة العدد 0.9333....

a. اكتب هذا العدد في صورة كسر اعتيادي.

$\frac{84}{90}$ أو $\frac{14}{15}$

b. ما عدد الطلاب الذين أجابوا أن عطلة الصيف يجب أن تكون أطول؟

14

11. اكتب $0.\overline{87}$ في صورة كسر اعتيادي.

$\frac{87}{99}$ أو $\frac{29}{33}$

12. اكتب $0.\overline{8}$ في صورة كسر اعتيادي.

$\frac{8}{9}$

13. اكتب $1.\overline{48}$ في صورة عدد كسري.

$1\frac{16}{33}$

14. اكتب $0.\overline{6}$ في صورة كسر اعتيادي.

$\frac{6}{9}$ أو $\frac{2}{3}$

15. يحدّد أحد المصنعين تكلفة صناعة أحد مكونات الحاسوب بقيمة QR 8.252525.

اكتب التكلفة في صورة كسر اعتيادي وفي صورة عدد كسري.

$\frac{817}{99}$ ، $8\frac{25}{99}$

16. بزر منطقيًا عند كتابة الكسر العشري الدوري في صورة كسر اعتيادي، هل من تأثير على النتيجة إذا استعملت دورة من الأرقام المتكررة أو أكثر من دورة؟ وضّح إجابتك.

لا؛ نموذج إجابة: يمكنك كتابة قدر ما تريد من الأرقام المتكررة، فنتائج طرحها سيكون صفرًا دائمًا.

17. مهارات التفكير العليا عند كتابة كسر عشري دوري في صورة كسر اعتيادي، ما سبب وجود تسعات فقط أو تسعات وأصفار دائمًا كأرقام في مقام الكسر الاعتيادي؟

نموذج إجابة: إنك تطرح دائمًا x من مقدار مكافئ معامله إحدى قوى العدد 10، وتحصل على معامل x الذي يساوي 9 أو 99 أو 999 وهكذا. ثم تقسم على هذا المعامل لإيجاد قيمة x. لهذا السبب يكون الرقم 9 موجودًا دائمًا في المقام. وجود تسعات وأصفار في مقام الكسر الاعتيادي يعني أن بالإمكان كتابته في صور كسر اعتيادي مكافئ له بحيث يكون بسطه ومقامه عددين صحيحين.

تدرَّب على اختبار

18. ما الكسر العشري المكافئ للكسر $\frac{188}{11}$؟

Ⓐ $17.\overline{09}$

Ⓑ $17.0\overline{09}$

Ⓒ $17.\overline{1709}$

Ⓓ $17.\overline{17090}$

19. ارسم خطًا لتصل كلّ كسر عشري دوري بالتناسب المكافئ له.

$0.\overline{17}$	$\frac{348}{990} = \frac{58}{165}$
$0.3\overline{51}$	$\frac{316}{900} = \frac{79}{225}$
$0.1\overline{7}$	$\frac{351}{999} = \frac{13}{37}$
$0.35\overline{1}$	$\frac{16}{90} = \frac{8}{45}$
$0.35\overline{1}$	$\frac{17}{99}$

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 10 قد لا يعرف الطلاب كيفية كتابة كسر اعتيادي مكافئ للكسر العشري لاستعماله في الإجابة عن السؤال في الجزء *b*.

س: ماذا يمثل بسط الكسر الاعتيادي؟ [يمثل مجموع عدد الطلاب الذين أجابوا بنعم.]

س: ما قيمة المقام التي تمثّل عدد الأشخاص الذين استطلع صالح آراءهم؟ [15]

تحدّ

التمرين 14 وسع فهم الطلاب للكسور العشرية الدورية بالطلب منهم أن يكتب كل منهم مسألة من تأليفه ويحلها.

س: اكتب كسرًا عشريًا دوريًا يتكوّن الجزء المتكرر فيه من 3 أرقام. اكتب هذا الكسر العشري في صورة كسر اعتيادي.

[نموذج إجابة: $0.532532...$؛ $1000x - x = 532.\overline{532} - 0.\overline{532}$

$999x = 532$, $x = \frac{532}{999}$]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	8, 12, 14	2
	17	3
2	9, 10, 15, 18	2
3	7, 11, 13	2
	16	3

www.jnob-jo.com

الدرس
1-2

الأعداد غير النسبية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تحديد الأعداد غير النسبية.

الفهم الأساس

العدد الذي لا يكون نسبيًا يسمى عددًا غير نسبي. تكون الأعداد غير النسبية كسورًا عشرية غير منتهية وغير دورية.

ترابط

في الصف 7، تمكن الطلاب من:

- تحديد الأعداد النسبية على أنها أعداد يمكن كتابتها في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a و b عددان صحيحان و $b \neq 0$.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- فهم أن العدد غير النسبي هو كسر عشري غير منتهٍ وغير دوري، وبالتالي لا يمكن كتابته في الصورة $\frac{a}{b}$.
- تحديد أيّ الجذور التربيعية أعداد غير نسبية.
- التمييز بين الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- مقارنة وترتيب الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية.
- تطوير آليات لتقدير قيم الجذور التربيعية غير النسبية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**المهارة الإجرائية** و**الطلاقة.**

- يوسع الطلاب فهمهم للأعداد النسبية لتحديد الأعداد غير النسبية.
يفهم الطلاب أن هذين النوعين من الأعداد يشكّلان نظام الأعداد الحقيقية.
- يوضّح الطلاب كيفية تصنيف الأعداد إلى نسبية وغير نسبية.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.1.2** يتعرف ويميز الأعداد غير النسبية.

معايير ممارسات الرياضيات

انقد وبرّر

يوسّع الطلاب معرفتهم بالأعداد النسبية وغير النسبية لتبرير سبب تصنيفهم لعدد ما، وينقدون التبريرات المنطقية لزملائهم، ويحدّدون ما إذا كانت تفسيراتهم منطقية أم لا عند تصنيفهم الأعداد.

ابحث عن البنية واستعملها

يتعرّف الطلاب خواص الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية ويستعملون هذه البنية لتحليل الأعداد، ووصفها، وتصنيفها.

www.jnob-jo.com

اشرح!

انقد وبرّر أثناء عمل الطلاب على فقرة **اشرح**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق المتعددة التي يحللون فيها عمل بلال. ادمج النقد الذي يقدمونه في المناقشة الصفية.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: هل يجب أن تتكرر كل الأرقام في الكسر العشري الدوري؟ وضّح إجابتك.
[لا؛ ... 0.12222؛ نموذج إجابة: ليس بالضرورة أن تتكرر كل الأرقام في الكسر العشري الدوري. تتكرر الأرقام الواقعة إلى أقصى يمين الكسر العشري فقط.]

س: لماذا 0.1212 ليس كسرًا عشريًا دوريًا؟ [نموذج إجابة: صحيح أن هناك نمطًا في هذا العدد، وهو 12، لكنه لا يتكرّر إلى ما لا نهاية.]

2. بناء الفهم

س: هل يمكن كتابة الكسر العشري المعطى في المسألة في صورة كسر عشري دوري؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: ثمة نمط في الكسر العشري، ... 12, 112, 1112, لكنه لا يتضمّن أي أرقام متكررة بانتظام وبنفس الترتيب.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف تُكتب إجابة بلال، $\frac{12}{99}$، في صورة كسر عشري مختلف عن الكسر العشري المعطى؟ [نموذج إجابة: يمكن كتابة الكسر الاعتيادي الذي حصل عليه بلال في الصورة 0.121212...، التي تبيّن أن العدد 12 يتكرر بنفس الترتيب. لا تظهر في الكسر العشري المعطى أية أرقام متكررة.]

س: اكتب قاعدة لتعريف الكسر العشري الدوري. [نموذج إجابة: الكسر العشري الدوري هو كسر عشري يتكرر فيه رقم واحد أو أكثر بنفس الترتيب وإلى ما لا نهاية.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي مريم ودلال إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: إذا كان كسر عشري ما غير منتهٍ وغير دوري، هل تعتقد أن بإمكانك كتابته في صورة كسر اعتيادي؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: يمكن كتابة الكسر العشري المنتهي والدوري فقط في صورة كسر اعتيادي.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: الكسر العشري الذي يمكن كتابته في صورة كسر اعتيادي يسمّى عددًا نسبيًا. هل تعتقد أن العدد الذي لا يمكن كتابته في صورة كسر اعتيادي له اسم؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: الأعداد التي لا يمكن كتابتها في صورة كسور اعتيادية تسمى الأعداد غير النسبية.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: هل $\frac{0.24}{1.7}$ عدد نسبي؟ وضّح تبريرك المنطقي. [نموذج إجابة: نعم، إنه عدد نسبي. إذا ضربت البسط والمقام في 100 تكون النتيجة نسبة من عددين صحيحين: $\frac{24}{170}$]

حلّل عمل الطلاب

عمل مريم

0.0200200020002000002 ...

استعملت نفس الأرقام لكن بنمط تكراري مختلف.

يتضمن الكسر العشري الذي كتبته **مريم** نفس الأرقام، لكنها لا تتكرر بنفس النمط.



درست **دلال** النمط في الكسر العشري الذي كتبه بلال لتوجد أنه صحيح، وكتبت الكسر العشري من دون تكرار النمط، وإن كانت بعض الأرقام لا تتكرر.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم قادرين على تحديد الأعداد النسبية، ويفهمون أن العدد يكون من الأعداد غير النسبية إذا لم يكن من الأعداد النسبية.

مثال 1 تحديد الأعداد غير النسبية

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: هل الكسر العشري المعطى منتهٍ؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: النقاط الثلاث في نهاية العدد تعني أن الأرقام تستمر بلا نهاية، لكنها قد تكون دورية أو قد لا تكون كذلك.]

س: إذا كتبنا الكسر العشري المعطى في الصورة 0.24758326، فهل هذا الكسر العشري عدد نسبي؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: هذا الكسر العشري هو عدد نسبي لأنه منتهٍ.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف تصنف الكسر العشري $0.\overline{76}$؟ كيف عرفت ذلك؟ [إنه كسر عشري دوري. أعرف لأن الشرطة فوق الرقمين 6 و 7 تعني أنهما يتكرران بلا نهاية.]

أقنعني!

س: هل يمكن لعدد صحيح سالب أن يكون عددًا نسبيًا؟ وضّح إجابتك.
[نعم؛ نموذج إجابة: العدد الصحيح السالب هو عدد نسبي لأن بالإمكان كتابته في صورة نسبة من عددين صحيحين.]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة الأعداد النسبية. يمكن كتابة الأعداد النسبية في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a و b عددان صحيحان و $b \neq 0$.

- ذكر الطلاب بأنّ الأعداد النسبية يمكن أن تكون كسورًا عشريةً منتهية أو دورية وأنها تتضمن الأعداد الصحيحة والكلية.

س: هل العدد 3.45 نسبي؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: إنه عدد نسبي لأنه كسر عشري منتهٍ.]

س: هل العدد $3.\overline{45}$ نسبي؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: إنه عدد نسبي لأنه كسر عشري دوري.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 2 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب المتقدمين تطلب فيه إيجاد الأعداد الخمسة عشر الأولى التي تشكّل مربعات كاملة.
[1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225]

س: انظر إلى الفرق بين كل مربعين كاملين متتاليين. حدد نمطًا قد يساعدك على إيجاد المربع الكامل السادس عشر. [نموذج إجابة: الفرق بين كل مربعين كاملين متتاليين يتبع النمط ... 3, 5, 7, 9, 11,]

www.jnob-jo.com

مثال 2
التعرّف إلى الجذور التربيعية كأعداد غير نسبية

طرح أسئلة هادفة

اكتب $\sqrt{7}$ على السبورة واطرح الأسئلة التالية على الطلاب:

س: كيف تقرأ هذا العدد؟ [الجذر التربيعي غير السالب للعدد 7]

س: ما معنى هذا العدد؟ [نموذج إجابة: هو العدد الذي ناتج ضربه في نفسه يساوي 7]

س: هل تعتقد أن العدد $\sqrt{7}$ نسبي أم غير نسبي؟ وضّح إجابتك. [غير نسبي؛ نموذج إجابة: إنه عدد غير نسبي لأنه لا يوجد عدد صحيح ناتج ضربه في نفسه يساوي 7]

مثال 3
تصنيف الأعداد إلى نسبية أو غير نسبية

طرح أسئلة هادفة

س: ما قيمة $\sqrt{16}$؟ وضّح إجابتك. [4؛ نموذج إجابة: $4 \times 4 = 16$]

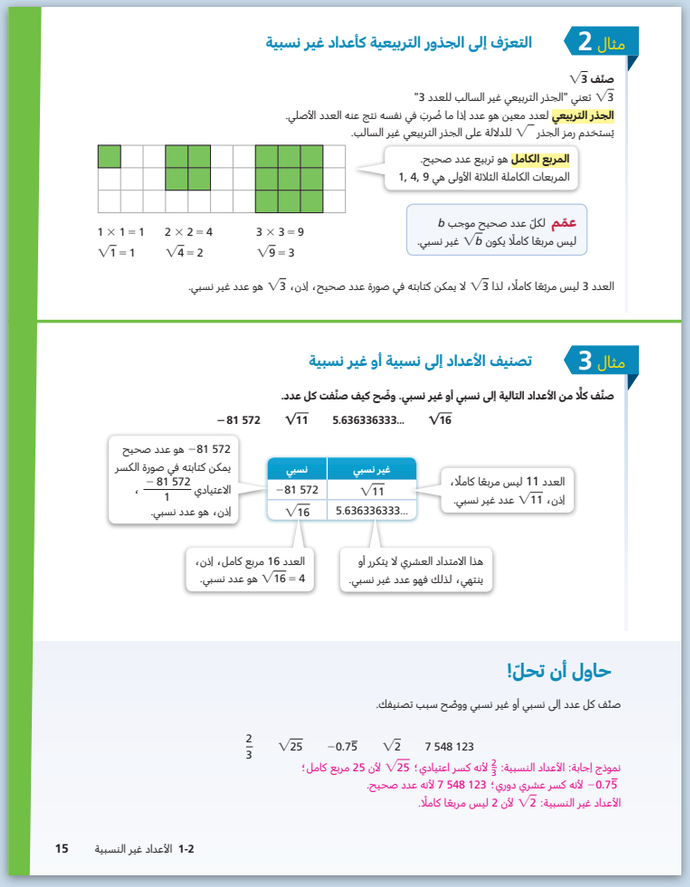
س: كيف يمكنك استعمال ما تعرفه عن العدد $-81\ 572$ لاستنتاج قاعدة عامة عن كل الأعداد الصحيحة؟ وضّح كيف تساعدك هذه القاعدة في تحديد ما إذا كانت كل الأعداد الصحيحة نسبية أم غير نسبية. [نموذج إجابة: بما أن كل الأعداد الصحيحة يمكن كتابتها في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث $b = 1$، يمكن القول إنّ كل الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف تعرف ما إذا كان الجذر التربيعي لعدد ما نسبيًا أم غير نسبي؟ [نموذج إجابة: إذا كان العدد تحت الجذر التربيعي مربعًا كاملًا، يكون الجذر التربيعي للعدد نسبيًا، وإلا فهو غير نسبي.]

س: هل يجب أن تعرف كيف تكتب العدد $-0.7\overline{5}$ في صورة نسبة بين عددين صحيحين لتصنّفه على أنه نسبي أم غير نسبي؟ [لا؛ نموذج إجابة: بما أن الكسر العشري $-0.7\overline{5}$ دوري، فهو إذن عدد نسبي.]



مثال 2 التعرّف إلى الجذور التربيعية كأعداد غير نسبية

صنّف $\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$ تعني "الجذر التربيعي غير السالب للعدد 3"

الجذر التربيعي لعدد معين هو عدد إذا ما ضُرب في نفسه نتج عنه العدد الأصلي.

يُستخدم رمز الجذر $\sqrt{\ }$ للدلالة على الجذر التربيعي غير السالب.

المربع الكامل هو تربيع عدد صحيح.

المربعات الكاملة الثلاثة الأولى هي 1, 4, 9

$1 \times 1 = 1$ $2 \times 2 = 4$ $3 \times 3 = 9$

$\sqrt{1} = 1$ $\sqrt{4} = 2$ $\sqrt{9} = 3$

عمّم لكلّ عدد صحيح موجب b ليس مربعًا كاملًا يكون $\sqrt{b}$ غير نسبي.

العدد 3 ليس مربعًا كاملًا، لذا $\sqrt{3}$ لا يمكن كتابته في صورة عدد صحيح، إذن، $\sqrt{3}$ هو عدد غير نسبي.

مثال 3 تصنيف الأعداد إلى نسبية أو غير نسبية

صنّف كلًا من الأعداد التالية إلى نسبي أو غير نسبي. وضّح كيف صنّفت كل عدد.

$-81\ 572$ $\sqrt{11}$ 5.636336333... $\sqrt{16}$

$-81\ 572$ هو عدد صحيح يمكن كتابته في صورة الكسر الاعتيادي $\frac{-81\ 572}{1}$، إذن، هو عدد نسبي.

نسبي	غير نسبي
$-81\ 572$	$\sqrt{11}$
$\sqrt{16}$	5.636336333...

العدد 11 ليس مربعًا كاملًا، إذن، $\sqrt{11}$ عدد غير نسبي.

العدد 16 مربع كامل، إذن، $\sqrt{16} = 4$ هو عدد نسبي.

هذا الامتداد العشري لا يتكرر أو ينتهي، لذلك فهو عدد غير نسبي.

حاول أن تحلّ!

صنّف كل عدد إلى نسبي أو غير نسبي ووضّح سبب تصنيفك.

$\frac{2}{3}$ $\sqrt{25}$ $-0.7\overline{5}$ $\sqrt{2}$ 7 548 123

نموذج إجابة: الأعداد النسبية: $\frac{2}{3}$ لأنه كسر اعتيادي؛ $\sqrt{25}$ لأن 25 مربع كامل؛ $-0.7\overline{5}$ لأنه كسر عشري دوري؛ 7 548 123 لأنه عدد صحيح.
الأعداد غير النسبية: $\sqrt{2}$ لأن 2 ليس مربعًا كاملًا.

1-2 الأعداد غير النسبية 15

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 قبل البدء بمثال 1، علّم الطلاب بعض المصطلحات باستعمال أشكال قُن. زودهم بمصطلحات وأمثلة تساعدهم على التعبير عن أفكارهم بلغة عربية سليمة.

س: أي مجموعة تتضمن العدد 0.5؟ [الأعداد النسبية]

س: ما الفرق بين الأعداد الطبيعية والأعداد الكلية؟ [نموذج إجابة: الأعداد الكلية تتضمّن العدد 0]

س: لماذا يُصنَّف العدد $\frac{16}{4}$ بأنه عدد صحيح بينما يصنَّف العدد $-\frac{4}{5}$ بأنه ليس عددًا صحيحًا؟ [لأن العدد $\frac{16}{4}$ يمكن تبسيطه ليصبح 4]

مستوى 2 اطلب من الطلاب مراجعة مثال 2، اطلب من بعض الطلاب قراءة الجمل الآتية وإكمالها:

العدد الذي ناتج ضربه في نفسه يساوي عددًا معطى هو _____ لذاك العدد. [الجذر التربيعي]

الجذر التربيعي لمربع كامل هو عدد _____. [نسبي]

الجذر التربيعي لعدد ليس مربعًا كاملًا هو عدد _____. [غير نسبي]

مستوى 3 بعد إكمال مثال 2، اطلب من الطلاب أن يتشاركوا المعلومات مع أحد زملائهم في الصف أو ضمن مجموعة صغيرة.

س: اشرح لأحد زملائك معنى المربع الكامل بأسلوبك الخاص. [نموذج إجابة: هو عدد يساوي ناتج ضرب عدد صحيح في نفسه.]

س: في رأيك، لماذا تُستعمل كلمة "مربع" لوصف هذا العدد؟ [نموذج إجابة: يمكنك أن تشكل بهذا العدد من المربعات مربعًا كبيرًا عدد صفوفه مساوٍ لعدد أعمدته.]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: هل كل عدد غير نسبي هو عدد حقيقي؟ استعمل أشكال فُن لتوضيح إجابتك.
[نعم؛ نموذج إجابة: في أشكال فُن، القسم الخاص بمجموعة الأعداد غير النسبية يقع ضمن القسم الأكبر الخاص بمجموعة الأعداد الحقيقية.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يجب على الطلاب أن يفهموا أن أي عدد في مجموعة الأعداد الحقيقية يكون إمّا نسبيًا وإما غير نسبي.

التمرين 4

س: هل يمكنك وصف هذا الكسر العشري بأنه منتهٍ أو دوري؟ وضّح إجابتك.
[نموذج إجابة: هذا الكسر العشري ليس منتهيًا وليس دوريًا. إنه غير منتهٍ لأنه يستمر إلى ما لا نهاية، وهو غير دوري لأن أرقامه لا تتكرر بنفس الترتيب.]

س: هل تساعدك هذه المعلومة في تصنيف العدد؟ [نعم؛ نموذج إجابة: أي كسر غير منتهٍ وغير دوري هو عدد غير نسبي.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 يمكن للطلاب أن يواجهوا صعوبة في تحديد ما إذا كان العدد 2 500 مربعًا كاملًا.

س: انظر إلى أول رقمين في العدد 2 500، هل العدد 25 مربع كامل؟ ما جذره التربيعي؟ [نعم؛ 5]

س: العدد 2 500 يساوي 25 ضرب 100، هل العدد 100 مربع كامل؟ ما الجذر التربيعي للعدد 100؟ [نعم، 10]



ملخص المفهوم

الأعداد التي ليست نسبية تُسمى **أعدادًا غير نسبية**.

مجموعة الأعداد التي تضمّ الأعداد النسبية والأعداد غير النسبية تُسمّى الأعداد الحقيقية.

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما وجه الاختلاف بين العدد النسبي والعدد غير النسبي؟
نموذج إجابة: يمكن كتابة الأعداد النسبية في صورة كسور اعتيادية، بينما لا يمكن كتابة الأعداد غير النسبية في صورة كسور اعتيادية. الامتداد العشري للأعداد النسبية إما ينتهي وإما يتكرر، بينما الامتداد العشري للأعداد غير النسبية لا يتكرر ولا ينتهي.
2. **برّر منطقيًا** كيف يمكنك معرفة ما إذا كان الجذر التربيعي لعدد كلي عددًا نسبيًا أم غير نسبي؟
نموذج إجابة: إذا كان العدد تحت رمز الجذر مربعًا كاملًا، يكون الجذر التربيعي لهذا العدد نسبيًا. وإذا كان هذا العدد ليس مربعًا كاملًا، يكون الجذر التربيعي عددًا غير نسبي.
3. **ابن الحجج الرياضية** هل يمكن لعدد أن يكون نسبيًا وغير نسبي معًا؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: الأعداد غير النسبية هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها في صورة كسر اعتيادي مقامه ليس 0، أما الأعداد النسبية فيمكن كتابتها في هذه الصورة.

طبّق فهمك

4. هل العدد 65.4349224... نسبي أم غير نسبي؟ وضّح إجابتك.
غير نسبي؛ نموذج إجابة: الامتداد العشري لا يتكرر ولا ينتهي.
5. هل العدد $\sqrt{2\,500}$ نسبي أم غير نسبي؟ وضّح إجابتك.
نسبي، نموذج إجابة: $\sqrt{2\,500} = 50$ لأن $50 \times 50 = 50^2 = 2\,500$
6. صنّف كل عدد إلى نسبي أو غير نسبي.

$4.2\overline{7}$ 0.375 0.232342345... $\sqrt{62}$ $-\frac{13}{1}$

نسبي	غير نسبي
0.375	0.232342345...
$-\frac{13}{1}$	$\sqrt{62}$
$4.2\overline{7}$	

16 1-2 الأعداد غير النسبية

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

7. هل العدد 5.787787778... عدد نسبي أم غير نسبي؟ وضّح إجابتك.

غير نسبي؛ نموذج إجابة: الامتداد العشري لا يتكرر ولا ينتهي.

8. هل العدد $\sqrt{42}$ عدد نسبي أم غير نسبي؟ وضّح إجابتك.

نسبي؛ نموذج إجابة: العدد 42 ليس مربعًا كاملًا.

9. وضع المعلّم على الطاولة سبع بطاقات معنونة بالحروف من A إلى G. أي البطاقات كُتبت عليها أعداد غير نسبية؟

C, E

10. حوّط العدد غير النسبي في القائمة أدناه.

$\sqrt{196}$ $\sqrt{15}$ $\frac{5}{9}$ $7.2\overline{7}$

11. كتبت لينى قائمة الأعداد الآتية.

$5.737737773..., 26, \sqrt{45}, -\frac{3}{2}, 0, 9$

a. أي الأعداد نسبي؟

$26, -\frac{3}{2}, 0, 9$

b. أي الأعداد غير نسبي؟

$5.737737773..., \sqrt{45}$

12. ابن الحجج الرياضية تقول حصة إن العدد 9.565565556... نسبي لأن له نمطًا متكررًا. هل توافقها الرأي؟ وضّح إجابتك.

لا، نموذج إجابة: ربما اعتقدت حصة أن العدد 9.565565556... يظهر نمطًا. لكن النمط غير متكرر، فالجزء العشري يبدو 5556, 556, 56 وهو نمط غير متكرر.

13. هل العدد $\sqrt{1\,815}$ عدد نسبي؟ وضّح إجابتك.

لا؛ نموذج إجابة: بما أن العدد 1 815 ليس مربعًا كاملًا، فإن جذره التربيعي غير نسبي.

14. هل الصورة العشرية للكسر الاعتيادي $\frac{13}{3}$ عدد نسبي؟ وضّح إجابتك.

نعم؛ نموذج إجابة: الصورة العشرية للكسر الاعتيادي $\frac{13}{3}$ هي $4.\overline{3}$ وهو كسر عشري دوري. إذن، هو عدد نسبي.

15. اكتب طول ضلع السجادة المربعة المبينة في الشكل في صورة جذر تربيعي. هل طول الضلع عدد نسبي أم غير نسبي؟ وضّح إجابتك.

$\sqrt{100}$ cm؛ $\sqrt{100} = 10$ وهو عدد نسبي.

16. بزر منطقيًا العددان 2.888... و 2.999... نسبيان. أعطِ عددًا غير نسبي يقع بين هذين العددين النسبيين.

نموذج إجابة: 2.898898889...

17. مهارات التفكير العليا لديك المقداران $\sqrt{76 + n}$ و $\sqrt{2n + 26}$. ما أقل قيمة للمتغير n تجعل قيمة كلّ من المقدارين عددًا نسبيًا؟

5

تدرَّب على اختبار

18. أيّ الأعداد التالية نسبية؟

a. 1.1111111...

b. 1.567

c. 1.101101110...

Ⓐ c و b

Ⓑ c فقط

Ⓒ b فقط

Ⓓ a و b

Ⓔ a فقط

Ⓕ كلها أعداد غير نسبية

19. صنّف الأعداد الآتية إلى نسبي أو غير نسبي.

$\frac{8}{5}$ π 0 $\sqrt{1}$ 4.46466... -6 $\sqrt{2}$

نسبي	غير نسبي
$\frac{8}{5}$	$\sqrt{2}$
0	π
$\sqrt{1}$	4.46466...
-6	

تعزيز المهارات اللغوية

التمرين 8 قد يجيب الطلاب عن السؤال بشكل صحيح لكنهم يوجدون صعوبة في شرح كيف توصلوا إليها. أعطهم اللائحة التالية المؤلفة من مصطلحات يمكنهم استعمالها في شروحهم، وذلك من خلال مراجعة تعريفاتها إذا لزم الأمر.

مربع كامل	مربع غير كامل
جذر تربيعي	رمز الجذر التربيعي

تحدّ

التمرين 9 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب لتوسيع فهمهم للأعداد غير النسبية.

س: افترض أن بطاقة أخرى تحمل العدد π 3، هل هذا العدد نسبي أم غير نسبي؟ برّر إجابتك. [غير نسبي؛ نموذج إجابة: إن ضرب كسر عشري غير دوري وغير منتهٍ في العدد 3 لا يجعله كسرًا عشريًا دوريًا أو منتهيًا. سيبقى ناتج الضرب عددًا غير نسبي.]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	9, 18	1
	7, 12, 14, 16	2
2	10	1
	8, 13	2
3	11, 15, 19	2
	17	3

www.jnob-jo.com

الدرس
1-3
مقارنة وترتيب الأعداد الحقيقية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ مقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية.

الفهم الأساس

إن معظم الجذور التربيعية هي أعداد غير نسبية. تُستعمل الطرائق التي تعتمد على المربعات الكاملة والامتداد العشري لمقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية.

ترابط

في الصف 7، تمكن الطلاب من:

- إجراء عمليات حسابية تتضمّن أعدادًا نسبية.
- مقارنة وترتيب الأعداد النسبية.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- استعمال المربعات الكاملة لتقدير قيمة جذر تربيعي غير نسبي.
- مقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- إيجاد قيمة جذور تربيعية وجذور تكعيبية.
- حل مسائل باستعمال الجذور التربيعية والجذور التكعيبية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق.**

- يعزّز الطلاب ويوسّعون فهمهم للأعداد النسبية وغير النسبية لمقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية.
- يطبق الطلاب معرفتهم بالمربعات الكاملة والكسور العشرية لتقدير قيمة جذر تربيعي غير نسبي.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.1.3** يمثل ويقارن ويرتب أعدادًا نسبية وغير نسبية.

معايير ممارسات الرياضيات

نمذج

تتوفّر للطلاب إمكانية استعمال خط الأعداد لإيجاد القيمة التقريبية لعدد نسبي، ويكونون قادرين أيضًا على مقارنة وترتيب الأعداد الحقيقية، بما في ذلك ترتيب ومقارنة الأعداد النسبية وغير النسبية، وذلك باستعمال الرسم.

ابحث عن البنية واستعملها

يوسّع الطلاب معرفتهم بالأعداد النسبية وغير النسبية من خلال مقارنة هذه الأعداد، ويوجدون قيمًا تقريبية للجذور التي ليست مربعات كاملة باستعمال طرائق مختلفة مثل المربعات الكاملة والامتداد العشري.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

نمذج أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يستعملون مهاراتهم في التبرير المنطقي لتحديد السجادة التي يجب أن تشتريها فاتن.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: كيف يمكنك تحديد السجادة التي يجب أن تشتريها فاتن؟ [نموذج إجابة: بما أن السجادات الثلاث بنفس السعر، أوجد مساحة كل سجادة وحدّد السجادة أو السجادات التي تناسب مساحة أرضية الغرفة، أي $50\ ft^2$]

2. بناء الفهم

س: كيف تحدّد السجادة التي تناسب مساحة أرضية الغرفة؟ [نموذج إجابة: بعد إيجاد مساحة كل سجادة، قارن كل مساحة مع $50\ ft^2$، يجب أن تكون مساحة السجادة التي ستشتريها فاتن $50\ ft^2$ أو أقل.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما الصيغ التي ستستعملها لإيجاد مساحة كل سجادة؟ [نموذج إجابة: صيغة مساحة الدائرة $A = \pi r^2$، حيث A تمثل المساحة و r طول نصف قطر الدائرة. صيغة مساحة المستطيل: $A = l \times w$. وصيغة مساحة المربع: $A = s^2$.]

س: لماذا تستعمل القيمة 3.14 بدلًا من π؟ [نموذج إجابة: بما أنك بحاجة إلى مقارنة مساحة السجادة الدائرية بمساحة كل من السجادتين الأخريين، فإنك تحتاج إلى استعمال قيمة تقريبية نسبية للعدد π.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي ناديا وليلى إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: كيف يمكنك استعمال النمذجة لمقارنة مساحات السجادات الثلاث؟

[نموذج إجابة: يمكنك إنشاء نموذج مصغر لكل سجادة باستعمال المقياس 1 in يساوي 1 ft، ويمكنك بعد ذلك قص النماذج ومقارنتها.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: في رأيك، هل π عدد نسبي أم غير نسبي؟ وضح إجابتك. [نموذج إجابة: π عدد غير نسبي لأنك عندما تكتبه في صورة كسر عشري تحصل على كسر عشري غير منتهٍ وغير دوري.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: أعطِ أبعادًا لأرضية غرفة تناسب إحدى السجادات التي لم تناسب فاتن بسبب كبر مساحتها. كيف تعرف أنها مناسبة؟ [نموذج إجابة: السجادة الدائرية تناسب أرضية غرفة مربعة الشكل طول ضلعها 8 ft، فهي تغطي مساحة مقدارها $50.24\ ft^2$ تقريبًا. طول قطر السجادة الدائرية 8 ft وبالتالي فهي مناسبة تمامًا لأرضية هذه الغرفة.]

حلّل عمل الطلاب

عمل ناديا

يمكنني ترتيب مساحات السجادات من الأصغر إلى الأكبر.
يجب أن تشتري فاتن السجادة المربعة لأن مساحتها هي الأصغر.

رتبت **ناديا** مساحات السجادات من الأصغر إلى الأكبر وحددت أن على فاتن شراء السجادة الأصغر مساحة.



قارنت **ليلى** مساحة كل سجادة من السجادات بمساحة أرضية الغرفة البالغة $50\ ft^2$

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم قادرين على التمييز بين الأعداد النسبية وغير النسبية، وأنهم يفهمون معنى المربعات الكاملة.

مثال 1 إيجاد قيمة تقريبية لعدد غير نسبي

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: لماذا يجب إيجاد قيمة تقريبة للعدد $\sqrt{74}$ ؟ [نموذج إجابة: بما أن العدد $\sqrt{74}$ ليس مربعًا كاملًا، فهو عدد غير نسبي. يجب تقريب الأعداد غير النسبية إلى أعداد نسبية لمقارنتها.]

س: هل يكفي معرفة أن العدد $\sqrt{74}$ يقع بين 8 ft و 9 ft ليعرف خالد ما إذا كان طول الشريط كاف أم لا؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: بما أن طول الشريط الذي لدى خالد هو 8.5 ft ، لا يمكنه معرفته ما إذا كان طول الشريط كافيًا لقطر العلم أم لا.]

س: **برّر منطقيًّا** في رأيك، لماذا أول عدد استعملناه لإعطاء قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{74}$ هو العدد 8.5؟ [نموذج إجابة: يقع العدد $\sqrt{74}$ بين العددين $\sqrt{64}$ و $\sqrt{81}$ ، أي بين 8 و 9، وطول الشريط الذي لدى خالد يساوي 8.5 ft ، لذا فإنّه من الجيّد الانطلاق من العدد 8.5 كقيمة تقريبية أولية.]

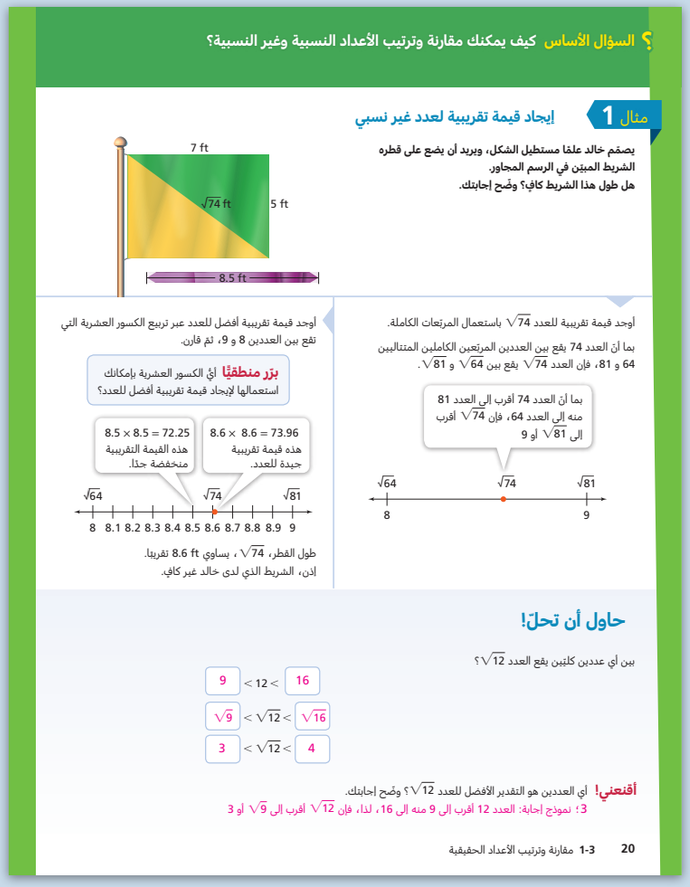
حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: افترض أن أحدهم اختار العددين 4 و 16 باعتبارهما مربعين كاملين ويقعان على جهتين مختلفتين من العدد 12 على خط الأعداد. وضّح لماذا يعدّ هذا التبرير خاطئًا؟ [نموذج إجابة: صحيح أن العددين 4 و 16 مربعان كاملان وجذراهما التربيعيان هما 2 و 4، لكن العدد 9 مربع كامل أيضًا، واستعمال $\sqrt{9}$ يعطي مدى أدق لتقريب الجذر التربيعي.]

أقنعني!

س: كيف يمكن تحديد أفضل قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{12}$ ؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: لتحديد القيمة التقريبية الأفضل، يمكن تربيع عددين مثل 3.4 و 3.5]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 2 قد يجد بعض الطلاب صعوبات في ضرب الكسور العشرية.

- اطرح على الطلاب أسئلة تساعدهم على ضرب الكسور العشرية.

س: ما عدد المنازل العشرية في ناتج ضرب 20.6×0.7؟ وضح إجابتك. [نموذج إجابة: توجد منزلتان عشريتان في ناتج الضرب. توجد منزلة عشرية واحدة في كل عامل، لذا يجب أن تكون في ناتج الضرب منزلتان عشريتان.]

س: كيف تحدد موقع الفاصلة العشرية في ناتج ضرب كسرين عشريين؟ [نموذج إجابة: أوجد عدد المنازل العشرية في كل عامل، ثم حدد العدد الكلي للمنازل العشرية في العاملين. ضع هذا العدد من المنازل إلى يمين الفاصلة العشرية. أضف أصفارًا إلى يمين الفاصلة العشرية عند الحاجة.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 1 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب المتقدمين تطلب فيه استعمال هذه الخطوات لإيجاد قيمة تقريبية للجذر التربيعي للعدد 10.8 مقرّبةً إلى أقرب جزء من مائة.

س: أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{10.8}$ مقرّبةً إلى أقرب جزء من مائة. وضّح إجابتك. [3.29؛ نموذج إجابة: يقع العدد $\sqrt{10.8}$ بين العددين 3.2 و 3.3، حدد قيمة تقريبية أفضل من خلال تجربة أعداد تقع بين 3.2 و 3.3 وتربيعها قريب من 10.8، $3.29 \times 3.29 = 10.8241$]

www.jnob-jo.com

مثال 2 مقارنة الأعداد غير النسبية

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكنك إيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{32}$ لتقارنها بالعدد ...5.51326؟
[نموذج إجابة: أوجد قيمة تقريبية باستعمال المربعات الكاملة والكسور العشرية الأصغر أو الأكبر من ...5.51326]

س: لماذا تكفي معرفة أن العدد $\sqrt{32}$ يقع بين العددين 5.6 و 5.7؟ وضّح إجابتك.
[نموذج إجابة: ما نريد معرفته هو ما إذا كان العدد $\sqrt{32}$ أكبر من ....5.51326، إن وقوع العدد $\sqrt{32}$ بين العددين 5.6 و 5.7 يعني أنه أكبر من ....5.51326]

مثال 3 مقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية

طرح أسئلة هادفة

س: لماذا كُتبت الأعداد غير النسبية في صورة أعداد نسبية باستعمال القيمة التقريبية؟
[نموذج إجابة: لتعيينها على خط الأعداد ومقارنتها بالأعداد النسبية.]

س: اشرح كيف تحدد القيمة التقريبية النسبية للعدد $\sqrt{94}$. [نموذج إجابة: أولًا، أوجد المربعين الكاملين الأصغر والأكبر من 94، أي 81 و 100، بما أن 94 أقرب إلى العدد 100 منه إلى العدد 81، ابدأ بضرب 9.5×9.5 حتى إيجاد الكسر العشري الأقرب إلى العدد 94]

س: : لماذا العدد $9.\overline{5}$ أكبر من العدد 9.5؟ [نموذج إجابة: الشرطة الموضوعة فوق الرقم 5 تعني أنه يتكرر بلا نهاية، لذا فإن العدد ...9.555 أكبر من العدد 9.5، وذلك لأن العدد 9.5 يتضمن 0 في منزلة الجزء من مائة.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ماذا يجب أن تفعل ليساعدك على مقارنة الأعداد وترتيبها؟ [نموذج إجابة: يجب كتابة كل عدد غير نسبي في صورة عدد نسبي باستعمال القيمة التقريبية. يجب كتابة كل الأعداد في صورة كسور عشرية.]



مثال 2 مقارنة الأعداد غير النسبية

قارن بين العددين $\sqrt{32}$ و ...5.51326، ثم عيّن كل عدد على موقعه التقريبي على خط الأعداد.

خطوة 1 أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{32}$ باستعمال المربعات الكاملة.

$25 < 32 < 36$

$\sqrt{25} < \sqrt{32} < \sqrt{36}$

$5 < \sqrt{32} < 6$

ابحث عن العلاقات لمقارنة أعداد غير نسبية وتحديد مواقعها على خط الأعداد، يمكنك استعمال قيمة تقريبية نسبية لها.

ثم أوجد قيمة تقريبية أفضل للعدد باستعمال الكسور العشرية.

$5.5 \times 5.5 = 30.25$ $5.6 \times 5.6 = 31.36$ $5.7 \times 5.7 = 32.49$

$5.6 < \sqrt{32} < 5.7$

خطوة 2 أوجد قيمة تقريبية للعدد ...5.51326 في صورة عدد نسبي بتقريبه إلى أقرب جزء من عشرة.

$5.51326... \approx 5.5$

خطوة 3 عيّن كل قيمة تقريبية على خط الأعداد للمقارنة.

إذن، $5.51326... < \sqrt{32}$

مثال 3 مقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية

قارن ورتّب الأعداد التالية.

$\pi^2, 9\frac{1}{2}, 9.8, 9.\overline{5}, \sqrt{94}$

خطوة 1 استعمل تقريب الأعداد النسبية لتقدير قيم الأعداد غير النسبية.

$\pi^2 \approx 3.14 \times 3.14 \approx 9.8596$

$9\frac{1}{2} = 9.5$

9.8

$9.\overline{5} = 9.5555...$

$\sqrt{94} \approx 9.7$

خطوة 2 عيّن جميع القيم من الخطوة 1 على خط الأعداد.

إذن، $9\frac{1}{2} < 9.\overline{5} < \sqrt{94} < 9.8 < \pi^2$

حاول أن تحلّ!

قارن ورتّب الأعداد التالية:

$-3.97621..., -2.5, 2\frac{1}{4}, \sqrt{11}, 3.\overline{6}$

$\sqrt{11}, 2\frac{1}{4}, -2.5, 3.\overline{6}, -3.97621...$

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 بعد قراءة مثال 1 للطلاب، راجع المصطلحات والعبارات "شريط"، "قطر"، "مستطيل"، "قيمة تقريبية"، "تحت". استعمل المخطط لدعم التعليمات. اسأل:

س: ما شكل العلم؟ أين سيضع خالد الشريط على العلم؟
[مستطيل؛ نموذج إجابة: يريد وضع الشريط على قطر العلم.]

س: ما معنى عبارة "قيمة تقريبية"؟ ما العدد الذي يحتاج خالد إلى تقريبه؟ [نموذج إجابة: "قيمة تقريبية" تعني قيمة مقدّرة. يحتاج خالد إلى إيجاد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{74}$]

مستوى 2 استعمل مع مثال 2

قسّم الطلاب إلى مجموعات ثنائية، واطلب منهم قراءة المسألة قراءة جهرية. ثم اسأل:

س: اشرح معنى عبارة "قيمة تقريبية" بأسلوبك الخاص.
[نموذج إجابة: "قيمة تقريبية" تعني قيمة مقدّرة.]

س: ما معنى "قيمة تقريبية أفضل" في المسألة؟
[نموذج إجابة: قيمة تقريبية أفضل أي قيمة مقدّرة أقرب.]

مستوى 3 استعمل مع مثال 2

قسّم الطلاب إلى مجموعات ثنائية، وأقرأ المسألة قراءة جهرية، ثم اطلب من الطلاب كتابة خطوات مقارنة الأعداد غير النسبية بأسلوبهم الخاص. اطلب منهم قراءة هذه الخطوات بعضهم لبعض. ثم اسأل:

س: ما أوجه الشبه بين الخطوات التي كتبتموها؟
[على الطلاب إعطاء خطوة أولى تتضمن استعمال مربعات كاملة، ثم خطوة ثانية يستعملون فيها الامتداد العشري لإيجاد قيمة تقريبية نسبية.]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: اشرح كيف يمثل خطّا الأعداد خطوات إيجاد قيمة تقريبية نسبية للعدد $\sqrt{2}$.

[نموذج إجابة: يبين خط الأعداد الأول أن العدد $\sqrt{2}$ يقع بين العددين 1 و 2، في خط الأعداد الثاني تم تحديد قيمة تقريبية نسبية من خلال تربيع أعداد تقع بين 1 و 2
الكسر العشري ذو التربيع الأقرب إلى العدد 2 هو الذي يمثل قيمة تقريبية نسبية.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس على الطلاب أن يفهموا أنه من الممكن مقارنة الأعداد النسبية وغير النسبية، وأن يدركوا أهمية كتابة الأعداد النسبية وغير النسبية في صورة كسور عشرية قبل مقارنتها وترتيبها.

التمرين 6

س: ما الخطوة الأولى التي يجب القيام بها قبل مقارنة العددين 5.7145 و $\sqrt{29}$ ؟

[نموذج إجابة: يجب أولًا إيجاد القيمة التقريبية للعدد $\sqrt{29}$ في صورة عدد نسبي.]

س: كيف تحدد القيمة التقريبية للعدد $\sqrt{29}$ في صورة عدد نسبي؟ [نموذج إجابة: استعمل أولًا المربعين الكاملين 25 و 36 لتحدد أن العدد $\sqrt{29}$ يقع بين العددين 5 و 6، ثم استعمل الامتداد العشري لإيجاد قيمة تقريبية نسبية.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 7 قد يواجه الطلاب صعوبة في المقارنة بين الأعداد السالبة والأعداد الموجبة. ذكّر الطلاب بضرورة التحقق من إشارة الأعداد قبل مقارنتها وترتيبها.

س: كيف يمكنك تحديد العدد الأصغر قبل ترتيب الأعداد وكتابتها في صورة كسور عشرية؟

[نموذج إجابة: أعرف أن العدد 5.6− هو الأصغر لأنه العدد السالب الوحيد.]



ملخص المفهوم

لمقارنة الأعداد النسبية وغير النسبية عليك أولًا أن توجد قيم تقريبية للأعداد غير النسبية باستعمال قيم تقريبية نسبية لها.
يمكنك إيجاد قيم تقريبية للأعداد غير النسبية باستعمال المرتبات الكاملة أو بالتقريب.

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس كيف يمكنك مقارنة وترتيب الأعداد النسبية وغير النسبية؟
نموذج إجابة: يمكنك استعمال المربعات الكاملة أو التقريب لإيجاد قيم تقريبية للأعداد غير النسبية باستعمال قيم تقريبية نسبية لها، ثم إجراء المقارنة.

2. برّر منطقيًا "العلقة" هو مصطلح تقني يستعمل للإشارة إلى الحافة المائلة للشراع. هل طول العلقة المبيّنة في الصورة المجاورة أقرب إلى 5 m أم إلى 6 m؟ وضّح إجابتك.
5 أمتار؛ نموذج إجابة: يقع العدد 30 بين المربعين الكاملين 25 و 36، وبما أن 30 أقرب إلى 25 منه إلى 36، إذن $\sqrt{30}$ أقرب إلى $\sqrt{25}$ أو إلى 5

3. ابن الحجج الرياضية أيُّ العددين النسبيين يعدّ قيمة تقريبية أفضل للعدد $\sqrt{20}$ ، 4.5 أم 4.47؟ وضّح إجابتك.
4.47؛ نموذج إجابة: كلما كان عدد المنازل العشرية أكبر، كان التقريب أكثر دقة.

طبّق فهمك

4. أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{39}$ مقرّبة إلى أقرب عدد كلي.
6

5. أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{18}$ مقرّبة إلى أقرب جزء من عشرة ثم عيّن العدد على خط الأعداد.
4.2؛ راجع خطوط الأعداد التي رسمها الطلاب.

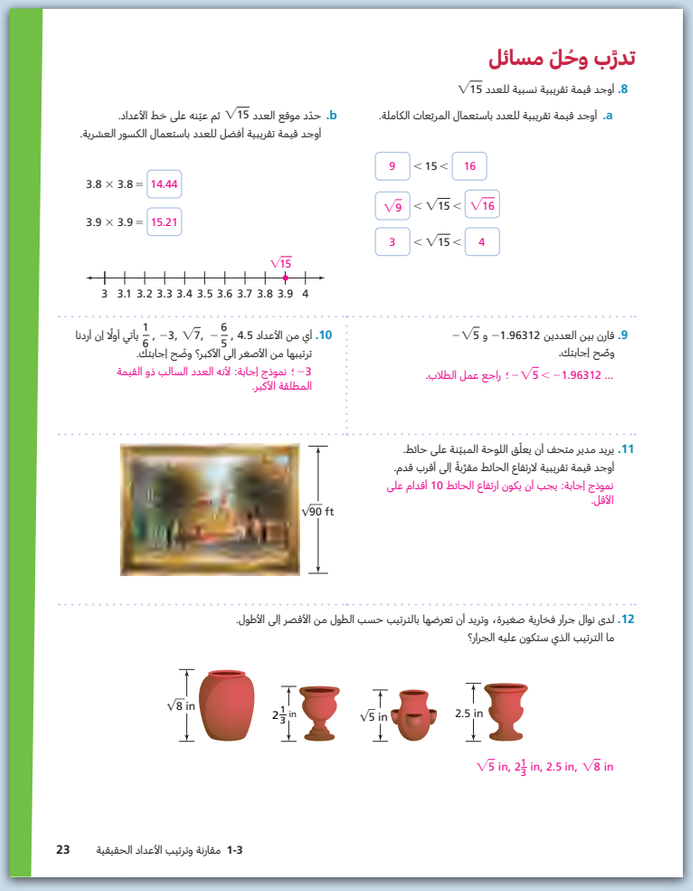
6. فأيّ بين العددين ...5.7145 و $\sqrt{29}$ ، وضّح إجابتك.
... $5.7145 < \sqrt{29}$ ؛ راجع عمل الطلاب.

7. فأيّ ورتّب الأعداد التالية:
$5.2, -5.\overline{6}, 3\frac{9}{10}, \sqrt{21}$
$-5.\overline{6} < 3\frac{9}{10} < \sqrt{21} < 5.2$

22 1-3 مقارنة وترتيب الأعداد الحقيقية

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

8. أوجد قيمة تقريبية نسبية للعدد $\sqrt{15}$

a. أوجد قيمة تقريبية للعدد باستعمال المربعات الكاملة.

$9 < 15 < 16$

$\sqrt{9} < \sqrt{15} < \sqrt{16}$

$3 < \sqrt{15} < 4$

b. حدّد موقع العدد $\sqrt{15}$ ثم عيّنه على خط الأعداد.
أوجد قيمة تقريبية أفضل للعدد باستعمال الكسور العشرية.

$3.8 \times 3.8 = 14.44$

$3.9 \times 3.9 = 15.21$

9. فارن بين العددين $-\sqrt{5}$ و -1.96312
وضّح إجابتك.

$-1.96312 > -\sqrt{5}$ ؛ راجع عمل الطلاب.

10. أي من الأعداد $4.5, -\frac{6}{5}, \sqrt{7}, -3, \frac{1}{6}$ يأتي أولًا إن أردنا ترتيبها من الأصغر إلى الأكبر؟ وضّح إجابتك.

-3 ؛ نموذج إجابة: لأنه العدد السالب ذو القيمة المطلقة الأكبر.

11. يريد مدير متحف أن يعلّق اللوحة المبيّنة على حائط.
أوجد قيمة تقريبية لارتفاع الحائط مقرّبةً إلى أقرب قدم.
نموذج إجابة: يجب أن يكون ارتفاع الحائط 10 أقدام على الأقل.

12. لدى نوال جرار فخارية صغيرة، وتريد أن تعرضها بالترتيب حسب الطول من الأقصر إلى الأطول.
ما الترتيب الذي ستكون عليه الجرار؟

$\sqrt{5}$ in, $2\frac{1}{3}$ in, 2.5 in, $\sqrt{8}$ in

13. فارن ناصر بين العددين $\sqrt{7}$ و 3.44444... وقال إن $\sqrt{7} = 3.5$ لأن $\sqrt{7} > 3.44444...$

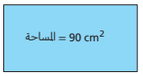
a. ما هي المقارنة الصحيحة؟
$\sqrt{7} < 3.44444...$

b. **انقد وبرّر** ما الخطأ الذي ربما وقع فيه ناصر؟
نموذج إجابة: أوجد ناصر $2 \div 7$ بدلًا من $\sqrt{7}$

14. **نمذج** أوجد قيمة تقريبية للعدد $-\sqrt{23}$ مقرّبةً إلى أقرب كسر عشري. عيّن النقطة على خط الأعداد.
-4.8 ؛ راجع خطوط الأعداد التي رسمها الطلاب.



15. **مهارات التفكير العليا** مستطيل طوله ضعف عرضه، ومساحته $90\ cm^2$
لاحظ أن بالإمكان قسمة المستطيل إلى مربعين متطابقين.



a. ما العدد غير النسبي الذي يمثّل طول كل ضلع من أضلاع المربعين؟
$\sqrt{45}$

b. قدّر طول المستطيل وعرضه.
الطول: 13.4 cm، العرض: 6.7 cm

تدرَّب على اختبار

16. أي مجموعة من الأعداد التالية مرتّبة من الأصغر إلى الأكبر؟

Ⓐ $-4, -\frac{9}{4}, \frac{1}{2}, 3.7, \sqrt{5}$

Ⓑ $-4, -\frac{9}{4}, \frac{1}{2}, \sqrt{5}, 3.7$

Ⓒ $-\frac{9}{4}, \frac{1}{2}, 3.7, \sqrt{5}, -4$

Ⓓ $-\frac{9}{4}, -4, \frac{1}{2}, 3.7, \sqrt{5}$

17. لوحة إعلانية مرتّعة الشكل مساحتها $31\ cm^2$، أوجد طول ضلع اللوحة. وضّح إجابتك.

الجزء A
مقرّبًا إلى أقرب سنتمتر.
6 cm ؛ نموذج إجابة: $25 < 31 < 36$،
$5 < \sqrt{31} < 6$،
بما أن 31 أقرب إلى 36، إذن $\sqrt{31}$ أقرب إلى 6

الجزء B
مقرّبًا إلى أقرب جزء من عشرة من السنتمتر.
5.6 cm ؛ نموذج إجابة: $5.5 \times 5.5 = 30.25$
$5.6 \times 5.6 = 31.36$
بما أن 31 أقرب إلى 31.36، إذن 5.6 تقريب أفضل.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 9 ذكر الطلاب أنه عند مقارنة عددين سالبين، العدد الأقرب إلى العدد 0 هو الأكبر.

س: لماذا العدد $-\sqrt{5}$ أصغر من العدد $-1.96312...$؟ [نموذج إجابة: القيمة التقريبية للعدد $-\sqrt{5}$ هي -2.3، وهي أصغر من $-1.96312...$]

س: كيف تستعمل نموذجًا لتوضيح تبريرك المنطقي؟ [نموذج إجابة: يمكن رسم خط الأعداد وتعيين النقطتين عليه باستعمال قيمتيهما التقريبيتين النسبيتين. العدد $-1.96312...$ أقرب إلى 0 من العدد -2.3 على خط الأعداد.]

تحدّ

التمرين 8 يمكنك استعمال هذا التمرين لتوسيع فهم الطلاب للتقريب.

س: هل يمكن تحديد قيمة تقريبية نسبية أفضل للعدد $\sqrt{15}$؟ وضّح إجابتك.
[نعم؛ نموذج إجابة: أوجد القيمة التقريبية النسبية للعدد مقرّبةً إلى أقرب جزء من مائة.]

س: كيف توجد القيمة التقريبية الأفضل؟ [نموذج إجابة: أوجد تربيع 3.85 وقم بالتعديلات اللازمة.]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	11	1
	8, 14, 17	2
	15	3
2	9	2
	13	3
3	10, 12, 16	2

www.jnob-jo.com

الدرس
1-4

إيجاد قيم الجذور التربيعية والتكعيبية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ إيجاد الجذور التربيعية والجذور التكعيبية للأعداد النسبية.

الفهم الأساس

إن إيجاد الجذر التربيعي لعدد هو العملية العكسية لتربيع ذلك العدد، وإيجاد الجذر التكعيبي لعدد هو العملية العكسية لتكعيب ذلك العدد، أي رفعه إلى القوة الثالثة.

ترابط

في الصف 6، تمكن الطلاب من:

- اكتساب الطلاقة في استعمال الأسس الكلية، وذلك بكتابة مقادير تتضمّن هذه الأسس.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- إيجاد الجذور التربيعية والجذور التكعيبية لأعداد كلية.
- اكتساب الطلاقة في الجذور التربيعية والتكعيبية عبر تصنيف عدد كلي على أنه مربع كامل أو مكعب كامل أو كلاهما أو ليس أيًّا منهما.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- حل معادلات باستعمال الجذور التربيعية والتكعيبية.
- استكشاف وتطوير الطلاقة في الأسس التي هي عبارة عن أعداد صحيحة.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق**.

- يعزز الطلاب معرفتهم بالمربعات الكاملة والجذور التربيعية، ويوسّعون هذه المعرفة لتشمل فهم المكعبات الكاملة والجذور التكعيبية.
- يحل الطلاب مسائل من واقع الحياة تتضمن جذوًرا تربيعية وجذوًرا تكعيبية، ويكتشفون العلاقة بين حرف المكعب وحجمه.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعايير:

- **8.2.1** يوجد الجذور التربيعية لمربّعات كاملة؛ ويستعمل رمز الجذر التربيعي $\sqrt{\ }$.
- **8.2.2** يوجد جذوًرا تكعيبية لمكعّبات كاملة؛ ويستعمل رمز الجذر التكعيبي $\sqrt[3]{\ }$.

معايير ممارسات الرياضيات

برّر منطقيًّا بطريقة تجريدية وكمية

يستعمل الطلاب معرفتهم بالمربعات والجذور التربيعية، وبالمكعبات والجذور التكعيبية، لحل مسائل من واقع الحياة، ويحدّدون متى يجب استعمال المربعات والجذور التربيعية أو المكعبات والجذور التكعيبية في حساباتهم.

ابنِ الحجج الرياضية

يستعمل الطلاب ما يعرفونه عن المربعات والجذور التربيعية والمكعبات والجذور التكعيبية لتبرير إجاباتهم وتقديم شرح كامل وواضح لعملهم.

ابحث عن العلاقات

يستعمل الطلاب فهمهم للعلاقات العكسية للبحث عن العلاقات بين المربعات والجذور التربيعية، وبين المكعبات والجذور التكعيبية.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

ابحث عن العلاقات أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطرق المتنوعة التي يستعملها الطلاب لتحليل ووصف المطلوب في المسألة.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: كيف تجد مساحة مستطيل؟ [اضرب طول المستطيل في عرضه.]

س: ما الذي يحتاج فيصل ووالده إلى إيجاده؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: عليهما إيجاد الأبعاد الممكنة لأرضية البيت الذي يبنيانه على الشجرة بحيث تساوي مساحة أرضيته $36\ ft^2$]

2. بناء الفهم

س: هل هناك أكثر من مجموعة لأبعاد أرضية مستطيلة مساحتها $36\ ft^2$؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: العدد 36 عدد غير أولي، لذا له عدة عوامل. كل مجموعة من عاملين تعطي مجموعة مختلفة من الأبعاد.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف يمكنك إيجاد أبعاد كل مستطيل مساحته $36\ ft^2$؟ [نموذج إجابة: أوجد عوامل العدد 36]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي جاسم وطلال إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: هل تعتقد أن طريقة جاسم في حل المسألة فعّالة؟ وضّح إجابتك.
[نعم؛ نموذج إجابة: إن معرفة عوامل العدد 36 مهمة لإيجاد الأبعاد الممكنة للأرضية.]

س: ما الفرق بين عمل جاسم وعمل طلال؟ [نموذج إجابة: تسمح طريقة طلال في حل المسألة بملاحظة كيف ستبدو الأبعاد المختلفة بصريًا.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: إذا بنى فيصل ووالده أرضية بعداها 6 ft في 6 ft، كيف يمكنهما بناء البيت على شكل مكعب؟ كيف يمكنهما إيجاد حجمه؟ [نموذج إجابة: يمكنهما بناء جدران ارتفاع كل منها 6 ft، وفي هذه الحالة سيكون حجم البيت $216\ ft^3$، وهو ناتج ضرب مساحة الأرضية، 36، في الارتفاع 6]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: أيّ من الأبعاد الممكنة للأرضية تعطي المحيط الأكبر، وأيها تعطي المحيط الأصغر؟
[الأكبر: 36 ft × 1 ft؛ الأصغر 6 ft × 6 ft]

حلّل عمل الطلاب

عمل جاسم

استعملت حقائق الضرب للعدد 36، فالعوامل في حقائق الضرب هذه هي أبعاد ممكنة للأرضية لأن $A = l \times w$

$1 \times 36 = 36$ $2 \times 18 = 36$
$3 \times 12 = 36$ $4 \times 9 = 36$ $6 \times 6 = 36$

استعمل **جاسم** عوامل العدد 36 لإيجاد الأبعاد الممكنة للأرضية.



رسم **طلال** مخططات لفهم المسألة وحلّها.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم قد فهموا مفهوم المربعات والجذور التربيعية، وكذلك مفهوم المكعبات والجذور التكعيبية.

مثال 1 إيجاد قيم الجذور التكعيبية لحل المسائل

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

اعرض على الطلاب نموذج مكعب مكوّن من 3 مكعبات في الطول و 3 مكعبات في العرض و 3 مكعبات في الارتفاع. يمكنك استعمال مكعبات شكّر عند الحاجة.

س: ما معنى حجم؟ ماذا يمثل بالنسبة إلى بيت الطيور؟ وضح إجابتك.
[نموذج إجابة: الحجم هو مقدار الحيز داخل مجسم. بالنسبة إلى بيت الطيور، هو مقدار الحيز في داخله.]

س: كيف تساعدك معرفة أن شكل بيت الطيور مكعب في إيجاد أبعاده؟
[نموذج إجابة: بما أن بيت الطيور مكعب الشكل، فإن أحرفه جميعها بنفس الطول.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ماذا تعرف عن الأعداد الثلاثة التي تضعها تحت رمز الجذر التكعيبي؟ وضّح إجابتك.
[الأعداد الثلاثة متساوية وكل منها يساوي 4، نموذج إجابة: بما أن الشكل مكعب، إذن يجب أن يكون طول كل حرف من أحرفه 4 ft]

أقنعني!

س: كيف يمكنك إيجاد $\sqrt[3]{125}$؟ [نموذج إجابة: جرّب العدد 5^3 أولًا لأنك تعرف أن 4^3 يساوي 64؛ $5^3 = 125$]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يواجه بعض الطلاب مشكلة في ربط كل من مفهوم الجذر التربيعي والتكعيبي بالنموذج الهندسي الذي يمثّل كلًّا منهما. اطلب من الطلاب إكمال الجمل الآتية:

تُقاس المساحة بالوحدات _____ [المربعة]. يُقاس الحجم بالوحدات _____ [المكعبة].

طول ضلع مربع مساحته معطاة يساوي _____ [الجذر التربيعي] لتلك المساحة.

طول حرف مكعب حجمه معطى يساوي _____ [الجذر التكعيبي] لذلك الحجم.

إثراء

للاستعمال مع المثال 1 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب المتقدمين تطلب فيه إيجاد الجذور التربيعية والتكعيبية لأعداد كبيرة.

س: مربع مساحته 441 cm^2، ما طول كل ضلع من أضلاعه؟ [21 cm]

س: مكعب حجمه 3 375 cm^3، ما طول كل حرف من أحرفه؟ استعمل الحقيقة أن رقم الآحاد في العدد هو 5 لتساعدك في إيجاد الجذر التكعيبي. [15 cm]

www.jnob-jo.com

مثال 2
إيجاد قيم جذور المربعات الكاملة وقيم جذور المكعبات الكاملة

طرح أسئلة هادفة

س: كيف تعرف أن عددًا ما مربع كامل؟ [نموذج إجابة: يجب أن يكون مربع عدد صحيح.]

س: كيف تعرف أن عددًا ما مكعب كامل؟ [نموذج إجابة: يجب أن يكون مكعب عدد صحيح.]

س: لماذا يعدّ العدد 64 مربعًا كاملًا؟ ومكعبًا كاملًا؟
[نموذج إجابة: لأن $64 = 8^2$ و $64 = 4^3$]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: لماذا يتساوى الجذر التربيعي والجذر التكعيبي للعدد 1؟ [نموذج إجابة: لأن ناتج ضرب العدد 1 في نفسه يساوي 1 دائمًا]

مثال 3
إيجاد قيم الجذور التربيعية لحل مسائل

طرح أسئلة هادفة

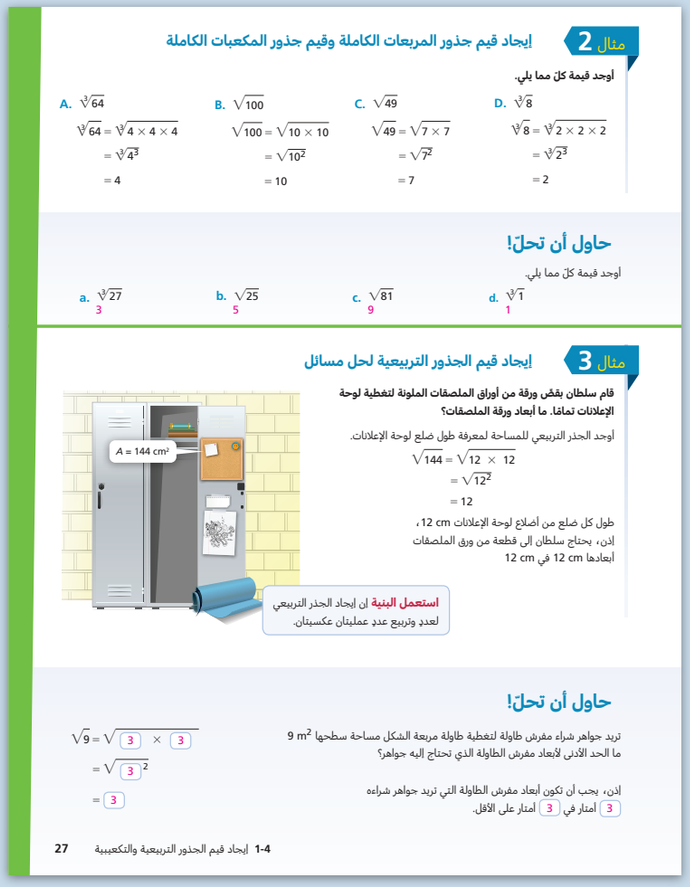
س: لماذا استعمل سلطان الجذر التربيعي $\sqrt{144}$ بدلًا من الجذر التكعيبي؟
[نموذج إجابة: لأنه يحسب طول ضلع ورقة الملصقات المربعة باستعمال مساحتها، وليس باستعمال حجم مكعب.]

س: ما المربع الكامل المرجعي الذي يمكنك استعماله لإيجاد قيمة $\sqrt{144}$ ؟
[100 ؛ نموذج إجابة: ابدأ مع المقدار 10×10 لأنه يساوي 100، ثم أوجد تربيع كل عدد صحيح بعد 10 لتصل إلى العدد 12]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: لماذا تضمنت الإجابة عبارة "على الأقل"؟ [نموذج إجابة: قد تكون أبعاد مفرش الطاولة أكبر من مساحة سطح الطاولة أيضًا، لذا يجب أن يكون مفرش الطاولة كبيرًا بما يكفي لتغطية سطحها.]



مثال 2 إيجاد قيم جذور المربعات الكاملة وقيم جذور المكعبات الكاملة

أوجد قيمة كلّ مما يلي.

A. $\sqrt[3]{64}$
$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4 \times 4 \times 4}$
$= \sqrt[3]{4^3}$
$= 4$

B. $\sqrt{100}$
$\sqrt{100} = \sqrt{10 \times 10}$
$= \sqrt{10^2}$
$= 10$

C. $\sqrt{49}$
$\sqrt{49} = \sqrt{7 \times 7}$
$= \sqrt{7^2}$
$= 7$

D. $\sqrt[3]{8}$
$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2}$
$= \sqrt[3]{2^3}$
$= 2$

حاول أن تحلّ!

أوجد قيمة كلّ مما يلي.

a. $\sqrt[3]{27}$ 3
b. $\sqrt{25}$ 5
c. $\sqrt{81}$ 9
d. $\sqrt[3]{1}$ 1

مثال 3 إيجاد قيم الجذور التربيعية لحل مسائل

قام سلطان بقص ورقة من أوراق الملصقات الملونة لتغطية لوحة الإعلانات تمامًا. ما أبعاد ورقة الملصقات؟

أوجد الجذر التربيعي للمساحة لمعرفة طول ضلع لوحة الإعلانات.

$\sqrt{144} = \sqrt{12 \times 12}$
$= \sqrt{12^2}$
$= 12$

طول كل ضلع من أضلاع لوحة الإعلانات 12 cm، إذن، يحتاج سلطان إلى قطعة من ورق الملصقات أبعادها 12 cm في 12 cm

استعمل البنية إن إيجاد الجذر التربيعي لعددٍ وتربيع عددٍ عمليتان عكسيتان.

حاول أن تحلّ!

تريد جواهر شراء مفرش طاولة لتغطية طاولة مربعة الشكل مساحة سطحها 9 m^2 ما الحد الأدنى لأبعاد مفرش الطاولة الذي تحتاج إليه جواهر؟

إذن، يجب أن تكون أبعاد مفرش الطاولة التي تريد جواهر شراءه 3 أمتار في 3 أمتار على الأقل.

$\sqrt{9} = \sqrt{3 \times 3}$
$= \sqrt{3^2}$
$= 3$

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 قبل قراءة مثال 1، ارسم مربعًا ومكعبًا بحيث يكون طول ضلع المربع مساويًا لطول حرف المكعب، واعرضهما على الطلاب.

س: ما أوجه الشبه والاختلاف بين الشكلين؟ [نموذج إجابة: طول ضلع المربع وطول حرف المكعب متساويان. للمكعب ارتفاع في حين ليس للمربع ارتفاع.]

س: ما معنى كلمة "جذر"؟ [نموذج إجابة: الجذر هو الجزء الذي ينمو تحت الأرض من النبات.]
اشرح للطلاب أن الجذر في الرياضيات هو العامل الذي يتم تربيعه أو تكعيبه.

مستوى 2 أكمل مثال 2

وزّع الطلاب إلى مجموعات صغيرة، واطلب منهم التدرّب على مصطلحات الدرس ليستعملوها في شروحهم.

س: ما المربع الكامل؟ [نموذج إجابة: المربع الكامل هو العدد الناتج عن تربيع عدد صحيح.]

س: ما المكعب الكامل؟ [نموذج إجابة: المكعب الكامل هو العدد الناتج عن تكعيب عدد صحيح.]

مستوى 3 أكمل مثال 3

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية للإجابة عن الأسئلة التالية.

س: كيف يمكنك استعمال الرسم التوضيحي ليساعدك في المسألة؟ [نموذج إجابة: يبين الرسم التوضيحي شكل لوحة الإعلانات ومساحتها.]

س: اشرح لزميلك في المجموعة لماذا 12 يساوي $\sqrt{144}$
[نموذج إجابة: يمكنك ضرب 12 في 12 للحصول على 144]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: ما أوجه الشبه والاختلاف بين المربعات الكاملة والمكعبات الكاملة؟
[نموذج إجابة: كلاهما ناتج ضرب عامل (عدد صحيح) في نفسه عدة مرات. المربع الكامل هو ناتج ضرب عاملين متساويين، في حين أن المكعب الكامل هو ناتج ضرب 3 عوامل متساوية.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس على الطلاب أن يدركوا أن تربيع عدد ما وإيجاد الجذر التربيعي للناتج عمليتان عكسيتان، وأن رفع عدد ما إلى القوة الثالثة وإيجاد الجذر التكعيبي للناتج عمليتان عكسيتان أيضًا.

التمرين 2 ساعد الطلاب في وضع قاعدة عامة للجذور التربيعية والتكعيبية من خلال أمثلة عن أعداد هي مربعات كاملة ومكعبات كاملة.

س: الأعداد 1 و 64 و 729 و 4 096 جميعها مربعات كاملة. ما الجذر التربيعي وما الجذر التكعيبي لكل منها؟ [العدد 1: جذره التربيعي 1، وجذره التكعيبي 1؛ العدد 64: جذره التربيعي 8، وجذره التكعيبي 4؛ العدد 729: جذره التربيعي 27، وجذره التكعيبي 9؛ العدد 4 096: جذره التربيعي 64، وجذره التكعيبي 16]

س: هل هناك علاقة (أو علاقات) بين الجذر التربيعي والجذر التكعيبي لمربع كامل؟
[نموذج إجابة: الجذر التكعيبي هو أحد عوامل الجذر التربيعي دائمًا.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 تأكد من أن الطلاب يعرفون أن أخذ الجذر التربيعي لعدد لا يعني قسمته على 2

س: صح أم خطأ: الجذر التربيعي للعدد 16 هو 8، وضّح إجابتك. [خطأ؛ نموذج إجابة: $8 \times 8 = 64$، وليس 16]



ملخص المفهوم

الجذر التكعيبي لعدد ما هو العدد الذي مكعبه يساوي العدد الأصلي.

$\sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5}$
$= \sqrt[3]{5^3}$
$= 5$

إن تكعيب عدد ما وأخذ الجذر التكعيبي للناتج عمليتان عكسيتان.

الجذر التربيعي لعدد ما هو العدد الذي مربعه يساوي العدد الأصلي.

$\sqrt{4} = \sqrt{2 \times 2}$
$= \sqrt{2^2}$
$= 2$

إن تربيع عدد ما وأخذ الجذر التربيعي للناتج عمليتان عكسيتان.

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس كيف توحد قيم الجذور التكعيبية والجذور التربيعية؟
نموذج إجابة: لإيجاد الجذر التربيعي لعدد، أوجد العامل الذي ناتج ضربه في نفسه يساوي العدد الأصلي. لإيجاد الجذر التكعيبي لعدد، أوجد العامل الذي ناتج ضربه في نفسه مرتين يساوي العدد الأصلي.

2. عبّر عن القاعدة العامة هل الجذران التربيعي والتكعيبي للعدد الذي هو مربع كامل ومكعب كامل في نفس الوقت عددان مختلفان دائمًا؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: إذا كان العدد 0 فإن كلًا من جذريه التربيعي والتكعيبي يساوي 0، كذلك إذا كان العدد 1 فإن كلًا من جذريه التربيعي والتكعيبي يساوي 1؛ أما بالنسبة إلى بقية الأعداد فالجذر التربيعي يختلف عن الجذر التكعيبي.

3. انقد وبرّر صندوق مكعب الشكل حجمه 27 وحدة مكعبة. يقول أحمد إن طول كل حرف من أحرف المكعب يساوي 9 وحدات لأن $27 = 3 \times 3 \times 9$
هل أحمد على صواب؟ اشرح تبريرك المنطقي.
لا؛ نموذج إجابة: قسم أحمد $27 \div 3 = 9$ فيما كان عليه إيجاد الجذر التكعيبي للعدد 27
$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

طبّق فهمك

4. مكعب حجمه 8 سنتمترًا مكعبًا. ما طول كل حرف من أحرف هذا المكعب؟ 2 cm

5. يبيّن الشكل أدناه نموذجًا لتصميم حديقة. ما طول كل ضلع من أضلاع المربّع الداخلي؟ 9 in

6. كعّب خالد عددًا ثم أخذ الجذر التكعيبي للنتيجة، فحصل على العدد 20، ما العدد الذي بدأ به خالد؟ 20

28 1-4 إيجاد قيم الجذور التربيعية والتكعيبية

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 7 و 8، أوجد قيمة الجذر التكعيبي أو الجذر التربيعي.

7. استعمل العلاقة بين حجم المكعب وطول ضلعه.

$V = 8\ cm^3$

طول الضلع × طول الضلع × طول الضلع

2 cm × 2 cm × 2 cm

$\sqrt[3]{8} = 2$

8. استعمل العلاقة بين مساحة المربع وطول ضلعه.

$A = 16\ cm^2$

طول الضلع × طول الضلع

4 cm × 4 cm

$\sqrt{16} = 4$

9. هل العدد 169 مربّع كامل أم مكعّب كامل أم كلاهما أم ليس أيًّا منهما؟ وضّح إجابتك.

مربع كامل؛ نموذج إجابة: $169 = 13 \times 13$

10. مكعّب حجمه $512\ cm^3$، ما طول كل ضلع من أضلاع المكعّب؟

8 cm

11. شريحة إلكترونية مربّعة الشكل مساحتها $25\ cm^2$، ما طول ضلع الشريحة؟

5 cm

12. هل العدد 200 مربّع كامل أم مكعّب كامل أم كلاهما أم ليس أيًّا منهما؟ وضّح إجابتك.

ليس أيًّا منهما؛ نموذج إجابة: لا يوجد عدد مربعه أو مكعبه يساوي 200

13. تصنع إحدى الشركات قوالب خرسانية للبناء. ما طول ضلع القالب؟

1 ft

$V = 1\ ft^3$

14. تريد مها إنشاء صندوق رملي قاعدته مربع مساحته $121\ ft^2$، ما الطول الإجمالي لألواح الخشب الذي تحتاج إليه مها لإنشاء حواف الصندوق الرملي؟

44 ft

15. **ابن الحجج الرياضية** يقول علي إنه إذا كعّب العدد 4 ثم أخذ الجذر التكعيبي للنتيجة، فسيحصل على العدد 8، هل علي على صواب؟ وضّح إجابتك.

لا؛ نموذج إجابة: $\sqrt[3]{64} = 4$ و $4^3 = 64$

16. **مهارات التفكير العليا** تريد موزة أن تضع أغراضًا في صندوق مكعّب الشكل من الكرتون.

لديها ملصق ذو إطار مربع مساحته $9\ ft^2$

إذا كان حجم الصندوق $30\ ft^3$ فهل يمكنها وضع الملصق في قاع الصندوق؟ وضّح إجابتك.

نعم؛ نموذج إجابة: إن المساحة $9\ ft^2$ تعني أن بُعدَي الملصق $3\ ft \times 3\ ft$؛ إن كان مكعبًا يجب أن يكون له حجم يساوي $27\ ft^3$؛ بما أن حجم الصندوق أكبر من ذلك، إذن أضلاعه أطول من الملصق. لذلك يمكن وضع الملصق في قاع الصندوق.

تدرَّب على اختبار

17. أي من العبارات التالية صحيحة؟ اختر كل ما ينطبق.

- [x] العدد 49 مربّع كامل.
- [ ] العدد 9 مكعّب كامل.
- [x] العدد 27 مكعّب كامل.
- [x] العدد 14 ليس مربعًا كاملًا ولا مكعبًا كاملًا.
- [ ] العدد 1 000 مربّع كامل ومكعّب كامل في الوقت نفسه.

18. لعبة مكوّنة من أجسام مختلفة الأشكال يمكن للطفل دفعها عبر فتحات مطابقة لها. إحدى الفتحات مربعة الشكل مساحتها $8\ cm^2$ ولدى قطعة مكعّبة الشكل حجمها $64\ cm^3$

الجزء A

أيّ حرف من أحرف القطعة المكعبة يمكنك إيجاد طوله؟ وضّح إجابتك.

نموذج إجابة: يمكنني إيجاد طول كل حرف من أحرف القطعة المكعبة. بما أن 64 مكعب كامل، يمكنني إيجاد الجذر التكعيبي.
إذن، طول كل حرف للمكعب يساوي 4 cm

الجزء B

هل ستستقر القطعة المكعّبة في الفتحة المربعة؟ وضّح إجابتك.

لا؛ نموذج إجابة: إذا أوجدت مربع طول حرف القطعة المكعبة، أحصل على مساحة وجه واحد للقطعة المكعبة. $4\ cm \times 4\ cm = 16\ cm^2$
أما مساحة الفتحة المربعة فهي $8\ cm^2$؛ أي إن القطعة لا يمكن أن تستقر في الفتحة.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 14 قد يحسب الطلاب الجذر التربيعي للمساحة لإيجاد طول الضلع، ثم يتوقفون عن متابعة حل المسألة، فلا يجيبون عن السؤال المطروح.

س: ما المطلوب إيجاده؟ [الطول الإجمالي لألواح الخشب التي تحتاج إليها مها.]

س: املأ الفراغ: المطلوب إيجاده هو _____ المربع. [محيط]

تحدّ

التمرين 12 عزّز فهم الطلاب للجذور التربيعية والجذور التكعيبية بطرح الأسئلة الآتية.

$(0.5)^3 = 0.125$ $\quad 1.2^2 = 1.44$

س: ما قيمة $\sqrt{1.44}$؟ وضّح إجابتك. [1.2؛ نموذج إجابة: أعرف أن 12 هو الجذر التربيعي للعدد 144، لذا جرّبت 1.2 لأرى ما إذا كان الجذر التربيعي للعدد 1.44]

س: ما الجذر التكعيبي للعدد 0.125؟ [0.5]

س: لماذا الجذر التكعيبي 0.5 أكبر من التكعيب 0.125؟ [لأن الجذر التكعيبي أكبر من 0 وأصغر من 1]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	7, 10, 13	1
	15	3
2	8, 11, 14, 17	1
	12	2
	16	3
3	9, 18	2

www.jnob-jo.com

الدرس
1-5

حلّ المعادلات باستعمال الجذور التربيعية والتكعيبية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ حل معادلات ومسائل من واقع الحياة تتضمن جذورًا تربيعية وتكعيبية.

الفهم الأساس

الجذر التربيعي لعدد موجب تمّ تربيعه هو نفسه ذلك العدد. والجذر التكعيبي لعدد تمّ تكعيبه هو نفسه ذلك العدد.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- إيجاد قيم الجذور التربيعية والتكعيبية لأعداد نسبية.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- توسيع معرفتهم بالجذور التربيعية والتكعيبية لحل مسائل باستعمال الجذور التربيعية والتكعيبية.
- حل مسائل من واقع الحياة تتضمن جذورًا تربيعية وتكعيبية.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- استكشاف وتطوير الطلاقة المرتبطة في قوى الأعداد الصحيحة.
- التعامل مع الأعداد في الصورة العلمية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**المهارة الإجرائية** و**الطلاقة.**

- يفهم الطلاب العلاقة الرياضية بين الجذر التربيعي لعدد وتربيعه، وبين الجذر التكعيبي لعدد وتكعيبه.
- يستعمل الطلاب مهاراتهم الإجرائية في الجذور التربيعية والتكعيبية لحل المعادلات، بما في ذلك المعادلات التي تمثّل مسائل من واقع الحياة.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.2.3** يحل معادلات بسيطة باستعمال الجذر التربيعي والجذر التكعيبي.

معايير ممارسات الرياضيات

ابن الحجج الرياضية وانقد وبرّر

يبني الطلاب حججًا رياضية لحلول المعادلات التي يحلّونها باستعمال الجذور التربيعية والتكعيبية، ويبرّرون هذه الحلول منطقيًا.

عمّم

يضع الطلاب قاعدة عامة لحلول المعادلات ذات الصورة $x^2 = p$، حيث p عدد نسبي موجب، والمعادلات ذات الصورة $x^3 = p$.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

ابحث عن العلاقات أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يربطون بين أبعاد المكعب وحجمه.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ما المعلومات المعطاة عن كل نموذج يمكن لسعاد أن تبنيه؟ [نموذج إجابة: يجب أن تكون كل النماذج مكعبة الشكل ومبنية من قوالب مكعبة طول ضلع كل منها 1 in، يمكن للنماذج أن تحتوي على 150 مكعبًا كحد أقصى.]

2. بناء الفهم

س: هل ستستعمل عملية تربيع أم تكعيب لحل المسألة؟ وضّح إجابتك.
[عملية تكعيب. تنص المسألة على أن سعاد تبني مجسمًا مكعب الشكل.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما عدد النماذج الممكنة التي يمكن لسعاد أن تبنيها من دون تخطي استعمال 150 قالبًا مكعبًا طول ضلع كل منها 1 in؟ [5؛ نموذج إجابة: ابدأ بنموذج طول ضلعه 1 in وأوجد تكعيب هذا العدد، أي 1 مكعب (1 × 1 × 1). ثم زد النموذج الذي طول ضلعه 1 in إلى نموذج طول ضلعه 2 in وأوجد تكعيب هذا العدد، أي 8 مكعبات (2 × 2 × 2). كرر الخطوات أعلاه إلى أن يتخطى تكعيب طول ضلع النموذج العدد 150 لأول مرة.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي كمال وجمال إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما الفرق بين طريقتي كمال وجمال لحل المسألة؟ [نموذج إجابة: استعمل كمال معادلة، بينما استعمل جمال طريقة طويلة تتضمن كلمات وعمليات رياضية.]

س: لماذا يجب أن تكون الأعداد في كل نموذج هي نفسها في المقاربتين؟ [نموذج إجابة: تبني سعاد نموذجًا لمجسم مكعب الشكل. إذا كانت هناك 5 صفوف من 5 مكعبات، يجب وضع 5 طبقات فوقها ليكون المجسم مكعبًا. ناتج ضرب 5 × 5 × 5 هو 125]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: إذا كنت تعرف عدد قوالب المكعبات في النموذج، كيف يمكنك إيجاد طول حرف المكعب؟ [نموذج إجابة: استعمل طريقة "خمّن وتحقق" عبر اختيار عدد ما، n، يمكن أن يكون طولًا للحرف. اضرب $n \times n \times n$ وتحقق مما إذا كان ناتج الضرب يساوي عدد المكعبات في النموذج. استعمل قيمة أخرى للعدد n إذا لزم الأمر.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: كم مكعبًا طول ضلع كل منها $\frac{1}{2}$ in تحتاج سعاد لبناء نموذج أبعاده 5 in × 5 in × 5 in؟ وضّح إجابتك. [1 000؛ نموذج إجابة: تحتاج سعاد إلى 10 قوالب مكعبة طول كل منها $\frac{1}{2}$ in لتغطي كل أبعاد المكعب أي طوله وعرضه وارتفاعه. إذن تحتاج سعاد إلى 10 × 10 × 10 = 1 000 أي 1 000 مكعب.]

حلّل عمل الطلاب

عمل كمال

يمكن لسعاد استعمال أي عدد من المكعبات التي تكوّن مجسمًا لمكعب حجمه 150 in^3 أو أصغر.

(1 $in)^3$ أو مكعب واحد
(2 $in)^3$ أو 8 مكعبات
(3 $in)^3$ أو 27 مكعبًا
(4 $in)^3$ أو 64 مكعبًا
(5 $in)^3$ أو 125 مكعبًا

استعمل **كمال** مقاربة رياضية لحل المسألة، حيث استعمل صيغة حجم المكعب: $V = s^3$.



استعمل **جمال** مقاربة طويلة تتضمن كلمات وعمليات رياضية.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يفهمون ماذا يعني تربيع عدد أو تكعيبه.

مثال 1 حلّ المعادلات التي تتضمّن مربّعات كاملة

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: وضّح لماذا أوجد منصور الجذر التربيعي بدلًا من الجذر التكعيبي لتحديد طول ضلع المربع. [نموذج إجابة: يحتاج منصور إلى إيجاد طول ضلع سطح طاولة مربع الشكل بدلالة مساحتها. مساحة المربع تساوي تربيع طول الضلع وليس تكعيبه.]

س: ما عدد حلول هذه المعادلة؟ وضّح إجابتك. أي حل سيختار منصور، ولماذا؟ [نموذج إجابة: لهذه المعادلة حلّان : 5 و −5 ، لأن $5 \times 5 = 25$ و $(-5) \times (-5) = 25$ سيختار منصور الحل 5 لأن الطول لا يمكن أن يكون سالبًا.]

س: لماذا يحتاج منصور إلى إطار مزخرف طوله 20 ft؟ [نموذج إجابة: سطح الطاولة مربع الشكل، أي له أربعة أضلاع متساوية الطول. إذا كان طول كل ضلع 5 ft فإن طول 4 أضلاع يساوي $5 \text{ (ft)} \times \text{(أضلاع) } 4 = 20 \text{ ft}$]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: افترض أن المطلوب تزيين إطار الشكل المربع بشريط مزخرف. ما طول الشريط المزخرف الذي تحتاج إليه؟ [40 m]

أقنعني!

س: لماذا طول طاولة مساحتها 100 m^2 هو الجذر التربيعي الموجب للعدد 100 وليس الجذر التربيعي السالب للعدد 100؟ [نموذج إجابة: العددان 10 و −10 هما الجذران التربيعيان للعدد 100، لكن الطول يتمثل بعدد موجب، وليس بعدد سالب.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 قبل قراءة مثال 1 للطلاب، وضّح لهم أن الإطار المزخرف قد يكون مصنوعًا من الخشب أو البلاستيك أو الحجر المُعدّ من حيث الشكل للزينة أو الزخرفة المعمارية.

س: ما معنى "خارجية"؟ [نموذج إجابة: ظاهرة، ليست داخلية.]

استعمل المخطط (الصورة الموجودة في مثال 1) أو أشياء من غرفة الصف لشرح مثال 1

مستوى 2 اطلب من الطلاب مراجعة مثال 2

استعمل المخطط (الصورة الموجودة في مثال 2) والأسئلة الآتية لتتأكد من فهم الطلاب للكلمات والعبارات المستعملة في المسألة.

س: ما هو "القفص الزجاجي"؟ [نموذج إجابة: صندوق من الزجاج يستعمل كبيت للحيوانات أو مكان لعرض النباتات.]

س: ما معنى "أصغر بعدين ممكنين" في سياق هذه المسألة؟ [نموذج إجابة: أقل طول وعرض ممكنين لشبكة القفص الزجاجي.]

مستوى 3 اطلب من الطلاب مراجعة مثال 2

اطلب من الطلاب توضيح عدد حلول المعادلة الواردة في المسألة، وتفسير سبب وجود هذا العدد من الحلول.

س: ما عدد حلول المعادلة الواردة في المسألة؟ [1]

س: كيف تعرف أن الإجابة يجب أن تكون موجبة؟ [نموذج إجابة: المعادلة هي "تكعيب عدد ما يساوي عددًا موجبًا". الحل هو إيجاد الجذر التكعيبي لعدد موجب، ما يعني أن الإجابة موجبة.]

www.jnob-jo.com

مثال 2 حلّ المعادلات التي تتضمّن مكعّبات كاملة

طرح أسئلة هادفة

س: : لماذا استعمل فيصل معادلة جذر تكعيبي لحل المسألة، في حين أن المطلوب هو طول وعرض القفص الزجاجي فقط؟ [نموذج إجابة: بما أن المعطى هو حجم القفص الزجاجي، يجب استعمال معادلة جذر تكعيبي لإيجاد طول كل حرف. ويمكن إيجاد أبعاد الشبكة بحل معادلة الجذر التكعيبي.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك إيجاد قيمة x؟ [نموذج إجابة: أوجد الجذر التكعيبي لكلا طرفي المعادلة.]

مثال 3 حلّ المعادلات التي تتضمّن مربّعات ومكعّبات غير كاملة

طرح أسئلة هادفة

س: هل تتغير خطوات الحل عند حل معادلات تتضمن مربعات ومكعبات غير كاملة؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: يتم الحل بنفس الطريقة، أي بإيجاد الجذر التربيعي (أو الجذر التكعيبي) لطرفي المعادلة لإيجاد المتغير.]

س: هل للمربعات غير الكاملة جذران تربيعيان أيضًا؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: جذر تربيعي موجب وجذر تربيعي سالب.]

س: ما عدد الجذور التكعيبية للمكعب غير الكامل؟ وضّح إجابتك. [1؛ نموذج إجابة: للمكعب غير الكامل جذر تكعيبي واحد، وهو عدد غير صحيح إذا ضربته في نفسه ثلاث مرات تحصل على المكعب غير الكامل.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما قيمة c إذا كانت المعادلة الثانية $c^2 = 11$؟ وضّح إجابتك.
[$\pm\sqrt{11}$، خذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة. بما أن $\sqrt{11} \times \sqrt{11} = 11$، إذن $c = \sqrt{11}$. كما أن $(-\sqrt{11}) \times (-\sqrt{11}) = 11$، إذن $c = -\sqrt{11}$.]



مثال 2 حلّ المعادلات التي تتضمّن مكعّبات كاملة

لدى فيصل قفص زجاجي مكعّب الشكل لتربية حيوانه الأليف.
ويريد تغطية فتحته بشبكة مرتعة الشكل.
أوجد أبعاد الشبكة، s.

$V = s^3$
$343 = s^3$
$\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{s^3}$
$7 = s$

قيمة s ليست $\pm\sqrt[3]{343}$ لأن $(-7)^3 = (-7) \times (-7) \times (-7) = -343$

$V = 343\ \text{ft}^3$

طول كل حرف من أحرف القفص 7 ft،
إذن، أبعاد الشبكة هي 7 ft في 7 ft

حاول أن تحلّ!

خلّ $x^3 = 64$ $x = 4$

مثال 3 حلّ المعادلات التي تتضمّن مربّعات ومكعّبات غير كاملة

أوجد قيمة x.

A. $x^2 = 50$
$\sqrt{x^2} = \sqrt{50}$
$x = \pm\sqrt{50}$
بما أن العدد 50 ليس مربعًا كاملًا، اكتب الحلّ باستعمال رمز الجذر التربيعي.
هناك حلّان ممكنان هما: $x = +\sqrt{50}$ و $x = -\sqrt{50}$

B. $x^3 = 37$
$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{37}$
$x = \sqrt[3]{37}$
يعتبر $x = \sqrt[3]{37}$ حلًّا دقيقًا للمعادلة.
هناك حلّ ممكن وحيد للمعادلة هو: $x = \sqrt[3]{37}$

حاول أن تحلّ!

خلّ المعادلتين التاليتين:

a. $a^3 = 11$
$a = \sqrt[3]{11}$

b. $c^2 = 27$
$c = \pm\sqrt{27}$

الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 2 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة جداول الضرب للعمل مع المربعات والمكعبات.

- اطلب من الطلاب إنشاء لائحة بالمربعات والمكعبات مستعملين عوامل من 1 إلى 9؛ لمساعدتهم على البدء بذلك اسأل:

س: ما قيمة 5×5، أو 5^2؟ [25]

س: ما قيمة 7×7، أو 7^2؟ [49]

س: ما قيمة $5 \times 5 \times 5$، أو 5^3؟ [125]

إثراء

للاستعمال مع المثال 2 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه إدراك أن حجم العدد في المعادلة لا يغيّر الخطوات المستعملة في حلها.

- اطلب من الطلاب حل المسألتين الآتيتين وكتابة الحل.

س: ما قيمة x في المعادلة $x^3 = -1\,728$؟
[$x = -12$ لأن $(-12) \times (-12) \times (-12) = -1\,728$]

س: خزان مكعب الشكل حجمه $15\,625\ \text{in}^3$، ما كمية الطلاء اللازمة لطلاء الواجهة الأمامية للخزان؟ [$625\ \text{in}^2$]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: ما وجه الشبه بين خطوات حل معادلة جذر تربيعي وخطوات حل معادلة جذر تكعيبي؟ [نموذج إجابة: في كلتا المعادلتين، يجب إيجاد الجذر التربيعي (أو الجذر التكعيبي) لطرفي المعادلة.]

س: ما الفرق بين حلول المعادلات التي تتضمن مربعات وحلول المعادلات التي تتضمن مكعبات؟ [نموذج إجابة: عادة يكون للمعادلات التي تتضمن مربعات "حلّان"، أحدهما موجب والآخر سالب، في حين أن المعادلات التي تتضمن مكعبات لها دائمًا حل واحد فقط.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس على الطلاب أن يفهموا أنه عند تربيع أو تكعيب عدد ما، يمكن تحديد العدد الأصلي بأخذ الجذر التربيعي أو التكعيبي للعدد الجديد.

التمرين 4

س: ما هو العدد غير النسبي؟ [العدد غير النسبي هو كسر عشري غير دوري وغير منتهٍ ولا يمكن كتابته في صورة كسر اعتيادي.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 7 تأكد من أن الطلاب يعرفون أن للمعادلة حلًّا واحدًا سالبًا.

س: ما إشارة الجذر التكعيبي؟ كيف عرفت ذلك؟ [سالبة؛ نموذج إجابة: ناتج ضرب ثلاثة أعداد سالبة هو عدد سالب.]



ملخص المفهوم

يمكنك استعمال الجذور التربيعية لحل المعادلات التي تتضمن مربّعات.

$x^2 = a$

$\sqrt{x^2} = \sqrt{a}$

$x = +\sqrt{a}, -\sqrt{a}$

يمكنك استعمال الجذور التكعيبية لحل المعادلات التي تتضمن مكعّبات.

$x^3 = b$

$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{b}$

$x = \sqrt[3]{b}$

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس كيف يمكنك حلّ المعادلات التي تتضمن مربعات ومكعّبات؟
نموذج إجابة: لحل المعادلات التي تتضمن مربعات، أوجد الجذر التربيعي لكلا طرفي المعادلة. ولحل المعادلات التي تتضمن مكعبات، أوجد الجذر التكعيبي لكلا طرفي المعادلة.

2. **كن دقيقًا** حلّت نورة المعادلة $x^2 = 49$ ووجدت أن $x = 7$. بيّن الخطأ الذي وقعت فيه نورة.
نموذج إجابة: نسيت نورة أن للمعادلة حلًّا سالبًا أيضًا، لأن $7 \times 7 = 49$ و $(-7) \times -7 = 49$

3. **ابن الحجج الرياضية** ثمة خطأ في خطوات الحلّ الموضّحة أدناه. وضّح الخطأ وقدّم الحلّ الصحيح.

$x^3 = 125$

$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{125}$

$x = 5, x = -5$

نموذج إجابة: هناك حل وحيد للمعادلة لأن $-125 = (-5) \times (-5) \times (-5)$ وليس 125 الإجابة الصحيحة هي $x = 5$.

4. لماذا حلّ المعادلة $x^2 = 17$ عددان غير نسبيين؟
نموذج إجابة: حلّا المعادلة عددان غير نسبيين لأن 17 ليس مربعًا كاملًا.

طبّق فهمك

5. إذا كان حجم مكعّب $27\ cm^3$، فما طول كل حرف من أحرفه؟ استعمل قانون الحجم، $V = s^3$، وضّح خطوات الحلّ.
$s = 3$ cm؛ راجع عمل الطلاب.

6. يبني جاسم قاعدة إطلاق مرتبعة لمشروع صاروخ. إذا كانت مساحة القاعدة $121\ cm^2$، فما طول ضلعها؟ استعمل قانون المساحة، $A = s^2$، وضّح خطوات الحلّ.

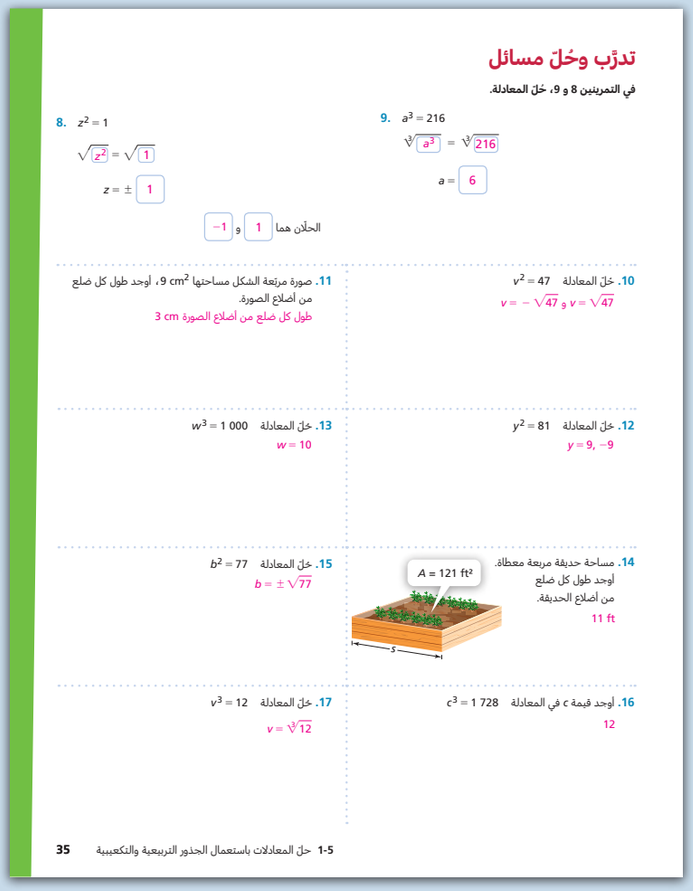
$s = 11$ cm؛ راجع عمل الطلاب.

7. حلّ المعادلة $x^3 = -215$
$x = \sqrt[3]{-215}$

34 1-5 حلّ المعادلات باستعمال الجذور التربيعية والتكعيبية

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 8 و 9، حلّ المعادلة.

8. $z^2 = 1$

$\sqrt{z^2} = \sqrt{1}$

$z = \pm 1$

الحلّان هما 1 و -1

9. $a^3 = 216$

$\sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{216}$

$a = 6$

10. حلّ المعادلة $v^2 = 47$

$v = \sqrt{47}$ و $v = -\sqrt{47}$

11. صورة مربّعة الشكل مساحتها $9\ cm^2$، أوجد طول كل ضلع من أضلاع الصورة.

طول كل ضلع من أضلاع الصورة $3\ cm$

12. حلّ المعادلة $y^2 = 81$

$y = 9, -9$

13. حلّ المعادلة $w^3 = 1\,000$

$w = 10$

14. مساحة حديقة مربعة معطاة. أوجد طول كل ضلع من أضلاع الحديقة.

$A = 121\ ft^2$

s

$11\ ft$

15. حلّ المعادلة $b^2 = 77$

$b = \pm\sqrt{77}$

16. أوجد قيمة c في المعادلة $c^3 = 1\,728$

12

17. حلّ المعادلة $v^3 = 12$

$v = \sqrt[3]{12}$

18. مهارات التفكير العليا وضّح لماذا

$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3}$

نموذج إجابة: $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}$ هو $-\frac{2}{3}$ لأن $\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$

19. انقد وبرّر يقول عبدالرحمن إن حلّ المعادلة $g^2 = 36$ هو $g = 6$ لأن $6 \times 6 = 36$، هل تبرير عبدالرحمن المنطقي مكتمل؟ وضّح إجابتك.

لا؛ نموذج إجابة: يجب أن يُضمّن عبد الرحمن كلا الإجابتين السالبة والموجبة للمعادلة.

20. أوجد قيمة $\sqrt[3]{-512}$

a. اكتب إجابتك في صورة عدد صحيح.

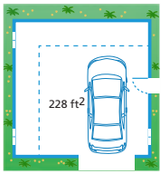
-8

b. وضّح كيف يمكنك التحقّق من أن النتيجة التي توصّلت إليها صحيحة.

نموذج إجابة: يمكنني تكعيب الإجابة. $-8^3 = -512$

21. لدى حاسم مرآب مربّع الشكل مساحته $228\ ft^2$، ويريد زيادة مساحته بنسبة 50% أوجد طول ضلع المرآب الجديد. قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

$18.5\ ft$



تدرّب على اختبار

22. يريد حمد بناء غرفة جديدة لتوسعة منزله. ستكون الغرفة الجديدة على شكل مكعّب حجمه $6\,859\ ft^3$ وينوي تغطية أرضية الغرفة بألواح خشبية سعر القدم المربعة منها 40 QR. أوجد تكلفة الأرضية الخشبية.

QR 14 440

23. سينتقل حاسم إلى منزله الجديد، ويريد استعمال صندوق مكعّب الشكل ليضع أغراضه فيه.

الجزء A

إذا كان حجم الصندوق $64\ ft^3$، فما طول ضلعه؟

$4\ ft$

الجزء B

يريد حاسم وضع لوحة فنية كبيرة محاطة بإطار في الصندوق. إذا كانت اللوحة على شكل مربّع مساحته $12\ ft^2$، فهل ستستقرّ بشكل مستوٍ على أحد جوانب الصندوق؟ وضّح إجابتك.

نعم؛ نموذج إجابة: مساحة اللوحة 12 قدمًا مربعًا، وهذه المساحة أصغر من $4^2 = 16$ قدمًا مربعًا.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 14 قد ينسى الطلاب أن عليهم استعمال الصيغة $A = s^2$ في المسائل التي تتضمن المصطلح "مساحة مربع"، واستعمال الصيغة $V = s^3$ في المسائل التي تتضمن المصطلح "حجم مكعب".

س: لإيجاد طول الضلع، هل عليك استعمال الجذر التربيعي أم الجذر التكعيبي؟

[الجذر التربيعي. نموذج إجابة: للمساحة بُعدان: الطول والعرض. إذن أوجد الجذر التربيعي.]

تحدّ

التمرين 14 يمكنك استعمال هذا السؤال لتوسيع فهم للطلاب للقوى والجذور.

س: كيف يمكنك إيجاد $\sqrt[4]{625}$؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: لإيجاد $\sqrt[3]{x}$، نجد العدد الذي ناتج ضربه في نفسه ثلاث مرات يعطي x. إذن، لإيجاد $\sqrt[4]{625}$، نجد العدد الذي ناتج ضربه في نفسه أربع مرات يعطي 625، بما أن $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$، إذن $\sqrt[4]{626} = 5$]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	8, 11, 12, 14	1
	19	3
2	9, 13	1
	16, 18, 20, 22	2
	23	3
3	10, 15, 17	1
	21	3

www.jnob-jo.com

الوحدة 1

اختبار منتصف الوحدة

كلّف طلابك باختبار منتصف الوحدة لتتابع مدى استيعابهم للمفاهيم وتمكّنهم من المهارات التي تعلّموها في الدروس الأولى من هذه الوحدة.

شجّع الطلاب على استعمال نموذج التقويم الذاتي في أسفل الصفحة ليحدّدوا من خلاله مستوى استيعابهم.

استعمل نتائج الطلاب لتعديل تعليمك إذا لزم الأمر.

تحليل التمارين للتشخيص والتدخل

التمرين	العمق المعرفي	الدرس	المعايير
1	2	1-2	8.1.2
2	1	1-1	8.1.1
3	2	1-3	8.1.3
4	1	1-5	8.2.3
5	3	1-4	8.2.1, 8.2.2
6	1	1-1	8.1.1



الوحدة 1

اختبار منتصف الوحدة

1. **المصطلحات** كيف يمكنك أن تبيّن أن عددًا ما هو نسبي؟ *الدرس 2-1*

نموذج إجابة: يكون العدد نسبيًا إذا كان بالإمكان كتابته في الصورة $\frac{a}{b}$ حيث a و b عددان صحيحان و $b \neq 0$ ؛ ويكون عددًا غير نسبي إن لم يكن بالإمكان كتابته في هذه الصورة.

2. أي الكسور يكافئ $0.2\overline{3}$؟ *الدرس 1-1*

Ⓐ $\frac{2}{33}$

Ⓑ $\frac{7}{33}$

Ⓒ $\frac{23}{99}$

Ⓓ $\frac{7}{30}$

3. هل $\sqrt{8}$ أكبر من، أم أصغر من، أم يساوي 4؟ وضّح إجابتك. *الدرس 3-1*

أصغر من 4، نموذج إجابة: الجذر التربيعي للعدد 4 هو 2 ؛ والجذر التربيعي للعدد 9 هو 3 ؛ يقع العدد 8 بين العددين 4 و 9 ، لذا فإن جذره التربيعي يقع بين العددين 2 و 3 ؛ وهذا يعني أن الجذر التربيعي للعدد 8 أصغر من 4

4. حل المعادلة $m^2 = 14$ *الدرس 5-1*

$m = \pm\sqrt{14}$

5. حوضٌ للأسماك، له شكل مكعب، حجمه $125\ ft^3$ ، أوجد مساحة أحد أوجه الحوض. *الدرس 4-1*

$25\ ft^2$

6. اكتب $1.\overline{12}$ في صورة عدد كسري. وضّح خطوات الحل. *الدرس 1-1*

$1\frac{4}{33}$ ؛ نموذج إجابة: ليكن $x = 1.\overline{12}$ ، اضرب الطرفين في 100:
$100x = 112.\overline{12}$ ؛ اطرح المعادلة الأولى من المعادلة الثانية: $100x - x = 112.\overline{12} - 1.\overline{12}$ ،
بسّط: $99x = 111$ ، ثم اقسم الطرفين على 99: $x = \frac{111}{99} = \frac{37}{33} = 1\frac{4}{33}$

كيف كان أداؤك في اختبار منتصف الوحدة؟ لوّن النجوم.

☆☆☆

الوحدة 1 الأعداد الحقيقية 37

www.jnob-jo.com

الوحدة 1

مهمة أدائية في منتصف الوحدة

قيّم قدرة الطلاب على تطبيق المفاهيم والمهارات في الجزء الأول من الوحدة باستعمال المهمة الأدائية الواردة في منتصف الوحدة في كتاب الطالب.

تحليل التمارين للتشخيص والتدخل

الجزء	العمق المعرفي	الدرس	المعايير
A	1	1-1, 1-2	8.1.1, 8.1.2
B	2	1-3	8.1.3
C	2	1-3	8.1.3

دليل وضع الدرجات

الجزء	النقاط	مهمة أدائية في منتصف الوحدة
A	1	إجابة صحيحة وشرح صحيح
B	2	إجابة صحيحة وخطوات حلّ موضّحة
	1	إجابة صحيحة من دون توضيح خطوات الحلّ أو مع خطوات حلّ صحيحة جزئيًّا
C	2	إجابة صحيحة وخطوات حلّ موضّحة
	1	إجابة صحيحة من دون توضيح خطوات الحلّ أو مع خطوات حلّ صحيحة جزئيًّا



الوحدة 1

مهمة أدائية في منتصف الوحدة

سيتم اختيار ستة أعضاء من نادي الرياضيات لتشكيل فريقين يهدف المشاركة في مسابقة. سيتم تحديد أعضاء الفريقين بالقرعة، حيث يسحب كل طالب عددًا من الصندوق.

الطالب	العدد المسحوب
ناصر	$\sqrt{38}$
راشد	$6.3\overline{4}$
سلطان	$\sqrt{36}$
حسان	6.343443444...
غانم	$6.\overline{34}$
خالد	$\sqrt{34}$

الجزء A

يبين الجدول المجاور نتائج السحب. سيشكل الطلاب الذين سحبوا أوراقًا تحمل أعدادًا نسبية نادي النمور، بينما سيشكل الطلاب الذي سحبوا أوراقًا تحمل أعدادًا غير نسبية نادي الأسود.

اذكر أسماء أعضاء كل فريق.

نادي النمور: راشد، سلطان، غانم؛ نادي الأسود: ناصر، حسان، خالد.

الجزء B

سيتمّ اختيار الطالب الحائز على العدد الأكبر في كل فريق قائدًا لفريقه.

من سيكون قائد فريق النمور؟ وضّح خطوات الحلّ.

راشد سيكون قائد فريق النمور؛ نموذج إجابة: اكتب جميع الأعداد بحيث يكون عدد المنازل العشرية فيها متساويًا ثم قارنها لتحديد العدد الأكبر. العدد الذي سحبه راشد: $6.3444 \approx 6.3\overline{4}$ والعدد الذي سحبه سلطان: $6.0000 \approx \sqrt{36}$ ، والعدد الذي سحبه غانم: $6.3434 \approx 6.\overline{34}$، العدد الأكبر هو 6.3444، إذن، راشد سيكون قائد الفريق.

الجزء C

من سيكون قائد فريق الأسود؟ وضّح خطوات الحل.

حسان سيكون قائد فريق الأسود؛ نموذج إجابة: الأعداد الثلاثة هي: $\sqrt{38}$ و 6.343443444... و $\sqrt{34}$ بما أن 34 أصغر من 38، فإن $\sqrt{34}$ أصغر من $\sqrt{38}$ ، وبما أن $6.1^2 = 37.21$ و $6.2^2 = 38.44$، فإن $\sqrt{38}$ يقع بين 6.1 و 6.2، لذا فإن $\sqrt{38}$ أصغر من 6.343443444...، العدد الأكبر هو 6.343443444... وهو العدد الذي سحبه حسان. إذن حسان سيكون قائد الفريق.

38 الوحدة 1 الأعداد الحقيقية

www.jnob-jo.com

الدرس
1-6

استعمال خواص الأسس الصحيحة

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ فهم خواص الأسس.

✔ استنتاج مقادير متكافئة تتضمن أسسًا.

الفهم الأساس

يمكن تبسيط المقادير التي تتضمن أسسًا صحيحة باستعمال خواص الأسس.
يجب أن يكون المقدار المبسّط مكافئًا للمقدار الأصلي.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- إيجاد قيم مقادير ومعادلات تتضمن جذورًا تربيعية وتكعيبية.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- اكتشاف خواص الأسس واستعمالها لإيجاد مقادير متكافئة.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- اكتشاف وتطبيق خاصية الأس الصفري وخاصية الأس السالب.
- إيجاد قيم مقادير تتضمن أعدادًا أسسها سالبة أو صفر.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**المهارة الإجرائية** و**الطلاقة.**

- يطوّر الطلاب فهمًا لخواص الأسس الصحيحة وكيفية استعمالها لإيجاد قيم المقادير التي تتضمن أسسًا.
- يطبق الطلاب خواص الأسس الصحيحة لتبسيط أسس المقادير بهدف إيجاد مقادير مكافئة لها.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.2.4** يستعمل الصيغة الأُسيّة وقوانين الأسس ليبسط ويوجد مقادير عددية تتضمّن أسسًا صحيحة.

معايير ممارسات الرياضيات

ابن الحجج الرياضية

يحلّل الطلاب البيانات المعطاة في الدرس ويستعملون هذه المعلومات لشرح الخواص الرياضية للأسس. كما تتوفّر لهم الإمكانية لتحليل عمل زملائهم وتحديد الطالب الذي استعمل خواص الأسس الصحيحة التي تعلّمها في هذا الدرس.

ابحث عن البنية واستعملها

يدرس الطلاب الأنماط والبنية أثناء فهمهم لخواص الأسس الصحيحة وعلاقاتها، ويستعملون هذه البنية لحل المسائل التي تتضمّن مقادير متكافئة.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

استعمل البنية أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق المتنوعة التي يستعملونها لتحديد إجمالي عدد المشاهدات وادمج هذه الطرائق في النقاش داخل غرفة الصف.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: كيف يُكتب العدد 2 187 في صورة إحدى قوى للعدد 3؟ [3^7]

2. بناء الفهم

س: ماذا يحدث لعدد المشاهدات كل يوم؟ [يتضاعف بمقدار 3 أمثال اليوم السابق.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما إجمالي عدد المشاهدات في اليوم الثالث باستعمال الأسس؟

[$3^7 \times 3 \times 3 = 3^9$]

س: ما إجمالي عدد المشاهدات في اليوم السابع باستعمال الأسس؟

[$3^9 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^{13}$]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي جميلة ودانا إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما أوجه الشبه والاختلاف بين طريقتي جميلة ودانا في حل المسألة؟

[نموذج إجابة: أوجدت كل طالبة عدد المشاهدات في كل يوم، ثم أوجدت مجموع المشاهدات. استعملت جميلة الضرب المتكرر بينما استعملت دانا الأنماط.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: العدد 2 187 يساوي $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$، كيف تكتب هذا العدد في الصيغة الأسيّة؟ [نموذج إجابة: اكتب العامل المضروب في نفسه، أي 3، كأساس، وعدد مرات ضربه في نفسه كأُس، أي 7؛ $3^7 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: كيف تكتب عدد المشاهدات في كل يوم باستعمال الأسس؟ [اليوم 2: 3^8؛ اليوم 3: 3^9؛ اليوم 4: 3^{10}؛ اليوم 5: 3^{11}؛ اليوم 6: 3^{12}؛ اليوم 7: 3^{13}]

حلّل عمل الطلاب

عمل جميلة

أنشأت جدولًا وكتبت فيه الأيام السبعة وعدد المشاهدات كل يوم، ثم جمعت نواتج الضرب لأحصل على مبلغ إجمالي مقداره 391 2 390$ في سبعة أيام.

اليوم	1	2	3	4	5	6	7
عدد المشاهدات	2 187	3(2 187) = 6 561	3(3 × 2 187) = 19 683	3(19 683) = 59 049	3(59 049) = 177 147	3(177 147) = 531 441	3(531 441) = 1 594 323

استعملت **جميلة** الضرب المتكرر لتوجد عدد المشاهدات في كل يوم، ثم أوجدت المجموع.



استعملت **دانا** نمط العدد المضروب فيه لإيجاد عدد المشاهدات كل يوم، ثم أوجدت المجموع.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يدركون أن عدد مرات ضرب العامل في نفسه هو نفسه الأس.

مثال 1 ضرب المقادير الأسية: أساسات متساوية

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ماذا يمثّل المقدار 2^6؟ [نموذج إجابة: إنه يعني ضرب العامل 2 في نفسه 6 مرات.]

س: ما الفرق بين الخطوات المتبعة في الطريقة الأولى (طريقة للحل) والخطوات المتبعة في الطريقة الثانية (طريقة أخرى)؟ [نموذج إجابة: في الطريقة الأولى (طريقة للحل)، الحدود موسعة لرؤية عدد المرات التي يتكرر فيها العامل 2 بصريًا. في الطريقة الثانية (طريقة أخرى)، استُعملت خاصية ناتج ضرب القوى لجمع الأسّين.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: وضّح لماذا لا تساوي الإجابة 3^{16}؟ [نموذج إجابة: إن ضرب 4 عوامل كل منها 3 في 4 عوامل كل منها 3 يعطي 8 عوامل كل منها 3 وليس 16 عاملًا كل منها 3]

أقنعني!

س: وضّح خاصية ناتج ضرب القوى بأسلوبك الخاص، مع إعطاء مثال عليها.
[نموذج إجابة: عند ضرب مقدارين أسّين لهما الأساس نفسه، مجموع عدد العوامل يساوي ناتج جمع الأسس وليس ناتج ضربها. مثال: $6^2 \times 6^3 = 6^5$]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة معنى المقادير التي تتضمّن أسسًا.

- استعمل المقدار 2^5

س: ما هو الأساس؟ [2]

س: ما هو الأس؟ [5]

س: بيّن كيف توجد قيمة هذا المقدار. [$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$]

إثراء

للاستعمال مع المثال 1 اطرح تحديًا أمام الطلاب لتبسيط مقادير جبرية تتضمن أسسًا.

- بسّط المقادير التاليين.

$n^3 \times n^4$ [n^7]
$a^4 \times b^5 \times a^6 \times b^7$ [$a^{10} \times b^{12}$]

www.jnob-jo.com

مثال 2 ضرب المقادير الأسية: أساسات مختلفة

طرح أسئلة هادفة

س: ما الشرط الذي يجب أن يتحقق قبل تطبيق هذه الخاصية؟ [يجب أن يكون للعوامل نفس الأس.]

مثال 3 إيجاد قوة القوة

طرح أسئلة هادفة

س: ما الأساس في المقدار؟ $[5^2]$

س: كم مرة استُعمل هذا الأساس كعامل؟ [4 مرات]

مثال 4 قسمة المقادير الأسية: أساسات متساوية

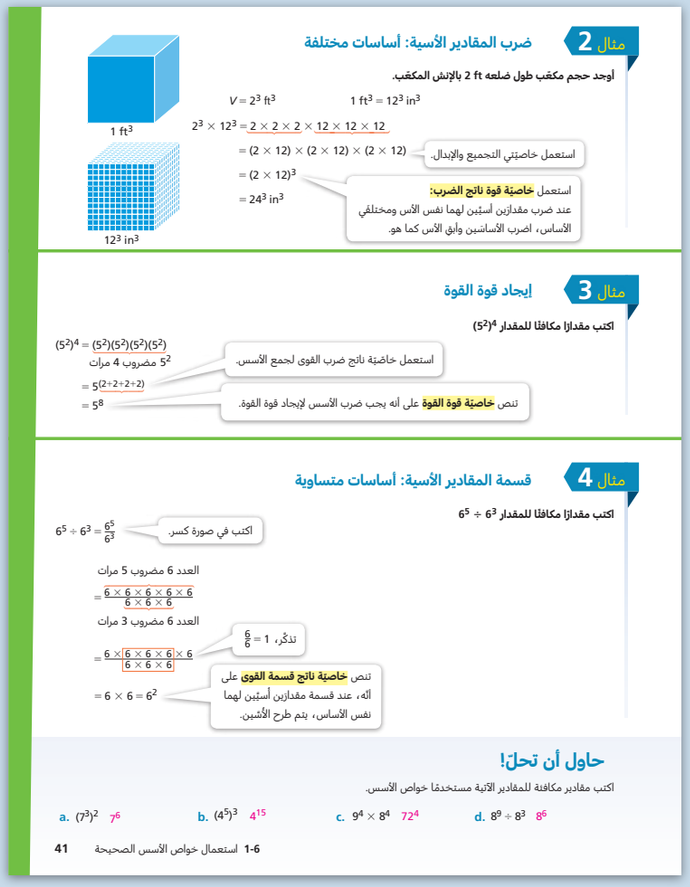
طرح أسئلة هادفة

س: لماذا يجب أن يكون الأساسان متساويين؟ [نموذج إجابة: لتتمكّن من حذف العوامل المشتركة.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: في الجزء *d*، لماذا لا تقسم الأسس لتحصل على 8^3؟ [نموذج إجابة: تنص خاصيّة ناتج قسمة القوى على وجوب طرح الأسّين وليس قسمتهما.]



مثال 2 ضرب المقادير الأسية: أساسات مختلفة

أوجد حجم مكعب طول ضلعه 2 ft بالإنش المكعب.

$V = 2^3\ ft^3$ $1\ ft^3 = 12^3\ in^3$

$2^3 \times 12^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 12 \times 12 \times 12$

$= (2 \times 12) \times (2 \times 12) \times (2 \times 12)$ استعمل خاصيتي التجميع والإبدال.

$= (2 \times 12)^3$

$= 24^3\ in^3$ استعمل **خاصيّة قوة ناتج الضرب:** عند ضرب مقدارين أسيّين لهما نفس الأس ومختلفي الأساس، اضرب الأساسين وأبقِ الأس كما هو.

1 ft³

12³ in³

مثال 3 إيجاد قوة القوة

اكتب مقدارًا مكافئًا للمقدار $(5^2)^4$

$(5^2)^4 = (5^2)(5^2)(5^2)(5^2)$

5^2 مضروب 4 مرات

$= 5^{(2+2+2+2)}$ استعمل خاصيّة ناتج ضرب القوى لجمع الأسس.

$= 5^8$ تنص **خاصيّة قوة القوة** على أنه يجب ضرب الأسس لإيجاد قوة القوة.

مثال 4 قسمة المقادير الأسية: أساسات متساوية

اكتب مقدارًا مكافئًا للمقدار $6^5 \div 6^3$

$6^5 \div 6^3 = \frac{6^5}{6^3}$ اكتب في صورة كسر.

العدد 6 مضروب 5 مرات

$= \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6}$

العدد 6 مضروب 3 مرات

$= \frac{6 \times \overbrace{6 \times 6 \times 6}^{\frac{6}{6}=1} \times 6}{6 \times 6 \times 6}$ تذكّر، $\frac{6}{6} = 1$

$= 6 \times 6 = 6^2$ تنص **خاصيّة ناتج قسمة القوى** على أنه، عند قسمة مقدارين أسيّين لهما نفس الأساس، يتم طرح الأسّين.

حاول أن تحلّ!

اكتب مقادير مكافئة للمقادير الآتية مستخدمًا خواص الأسس.

a. $(7^3)^2$ 7^6 b. $(4^5)^3$ 4^{15} c. $9^4 \times 8^4$ 72^4 d. $8^9 \div 8^3$ 8^6

41 1-6 استعمال خواص الأسس الصحيحة

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 لاحظ مثال 2

راجع المصطلحين "مكعب" و"تكعيب". وضّح للطلاب أن هناك 12 إنشًا في 1 قدم. اطرح أسئلة على الطلاب تتيح لهم التدرب على استعمال هذين المصطلحين.

س: ما طول حرف المكعب بالأقدام؟ وبالإنشات؟
[2 ft؛ $2 \times 12 = 24$ in]

راجع المصطلحين "أساس" و"أس".

س: ما الأساس وما الأس في المقدار 2^3؟ ماذا يعني كل منهما؟
[الأساس هو 2 والأس هو 3؛ يعني أن العدد 2 مضروب في نفسه 3 مرات.]

مستوى 2 لاحظ مثال 2

اطلب من الطلاب ملء الفراغات في الجمل التالية بالكلمات أو العبارات المناسبة ليتدربوا على استعمال المصطلحات الجديدة في سياق الجمل.

س: تسمح _____ في الضرب بتبديل ترتيب العددين المضروبين. [خاصية الإبدال]

س: تسمح _____ في الضرب بإعادة تجميع عدة أعداد مضروبة بعضها في بعض. [خاصية التجميع]

س: يُقاس حجم المكعب بالوحدات _____. [المكعبة]

مستوى 3 لاحظ مثال 2

ساعد الطلاب على دمج اللغة الأكاديمية باستعمال المصطلحات والخواص بطريقة صحيحة في إجاباتهم.

س: أعط مثالًا على مقدار تبرهن من خلاله خاصية قوة ناتج الضرب. [نموذج إجابة:

$6^3 \times 2^3 = (6 \times 6 \times 6) \times (2 \times 2 \times 2)$

$= (6 \times 2) \times (6 \times 2) \times (6 \times 2)$

$= (6 \times 2)^3$

$= 12^3$]

شارك المثال الذي أعطيته مع زميلك في المجموعة، مع تبرير كل خطوة في حل مثالك، وذكر اسم المصطلح المناسب للمقدار الذي توصّلت إليه، أو الإجراء، أو الخاصية التي استعملتها.

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: متى تجمع الأسس عند تبسيط مقادير أسيّة؟ [نموذج إجابة: عند ضرب قوى لها نفس الأساس]

س: متى تطرح الأسس عند تبسيط مقادير أسيّة؟ [نموذج إجابة: عند قسمة قوى لها نفس الأساس]

س: متى تضرب الأسس عند تبسيط مقادير أسيّة؟ [نموذج إجابة: عند إيجاد قوة القوة]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس على الطلاب أن يفهموا المفهوم الأساسي لكل خاصية وكيفية استعمالها. يمكن لهذا الفهم أن يساعدهم على إدراك أن بالإمكان استعمال خواص مختلفة مع مقدار ما لإيجاد مقدار مكافئ له.

التمرين 4

س: كيف يمكن لخالد التحقق من صحة إجابته؟ وضّح إجابتك.
[نموذج إجابة: يمكنه زيادة العامل 2 ثلاث مرات والعامل 5 ثلاث مرات؛ $1\,000 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$، $1\,000 \neq 10^9$]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 3 قد لا يعرف الطلاب كيفية تحديد الإجابة الصحيحة.

س: ما الخاصية التي يجب تطبيقها لتبسيط المقدار؟ وضّح إجابتك. [خاصية قوة القوة؛ $(5^2)^4 = 5^{2\times4} = 5^8$]



ملخص المفهوم

استعمل هذه الخواص عند تبسيط مقادير تتضمن أسسًا (حيث $a \neq 0$, $m \neq 0$, $n \neq 0$).

خاصّية ناتج ضرب القوى
$a^m \times a^n = a^{m+n}$
اجمع الأسس.
عندما تكون الأساسات متساوية،

خاصّية ناتج الضرب
$a^n \times b^n = (a \times b)^n$
اضرب الأساسات وأبقِ الأس كما هو.
عندما تكون الأساسات مختلفة،

خاصّية قوة القوة
$(a^m)^n = a^{m \times n}$
اضرب الأسس.
لإيجاد قوة القوة،

خاصّية ناتج قسمة القوى
$a^m \div a^n = a^{m-n}$
اطرح الأسس.
عندما تكون الأساسات متساوية،

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف تساعدك خواص الأسس الصحيحة في كتابة مقادير متكافئة؟
نموذج إجابة: الخواص هي اختصارات لتبسيط المقدار بجمع أو طرح أو ضرب أو قسمة أما الأساسات وإما الأسس. ويكون المقدار المبسّط مكافئًا للمقدار الأصلي.

2. **ابحث عن العلاقات** إذا كنت تكتب مقدارًا مكافئًا للمقدار $2^4 \times 2^3$، فكم مرة ستكتب العدد 2 كعامل؟
7

3. **ابن الحجج الرياضية** كتبت سلوى المقدار 5^8 كمقدار مكافئ للمقدار $(5^2)^4$، فيما كتبت زميلتها منى المقدار 5^6، من منهما على صواب؟
نموذج إجابة: تنص خاصية قوة القوة على وجوب ضرب الأسس عند رفع قوة إلى قوة أخرى.
$2 \times 4 = 8$، إذن يجب أن يكون الأس 8

4. **انقد وبرّر** يقول خالد إن $2^3 \times 5^3$ هو مقدار مكافئ للمقدار 10^9، هل هو على صواب؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: في المقدار $2^3 \times 5^3$، الأسس هي نفسها والأساسات مختلفة. كان على خالد استعمال خاصية قوة ناتج الضرب وضرب الأساسات وإبقاء الأس كما هو، 10^3

طبّق فهمك

5. اكتب مقدارًا مكافئًا للمقدار $7^{12} \times 7^4$
7^{16}

6. اكتب مقدارًا مكافئًا للمقدار $(8^2)^4$
8^8

7. للوحة إعلانات الأبعاد المعطاة.

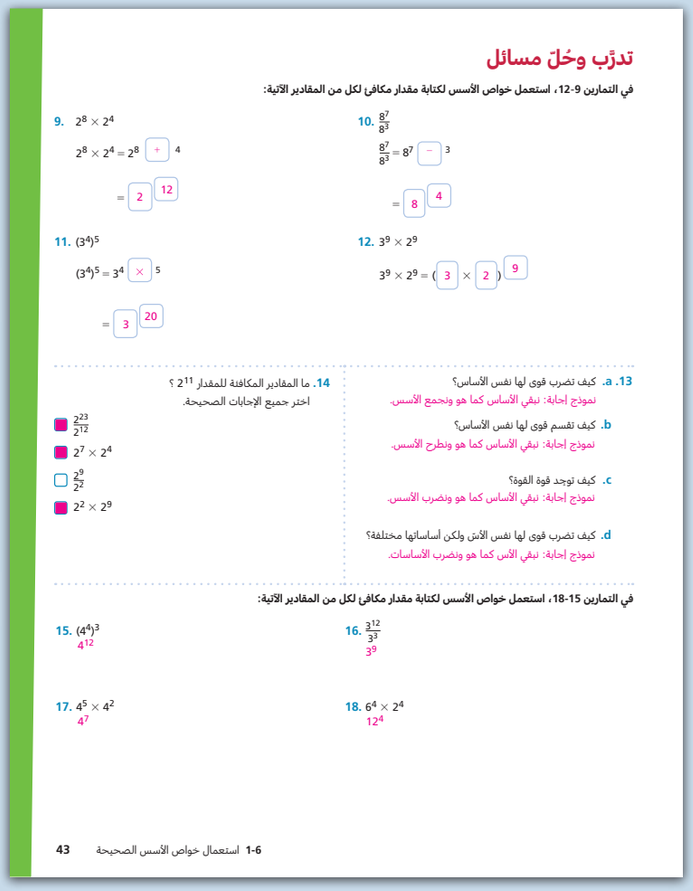
استعمل الأسس لكتابة مقدارين مكافئين لمساحة لوحة الإعلانات.
$(28)^2$ ft^2 و $4^2 \times 7^2$ ft^2

8. اكتب مقدارًا مكافئًا للمقدار $18^4 \div 18^9$
18^5

42 1-6 استعمال خواص الأسس الصحيحة

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمارين 9-12، استعمل خواص الأسس لكتابة مقدار مكافئ لكل من المقادير الآتية:

9. $2^8 \times 2^4$

$2^8 \times 2^4 = 2^{\square 8} \square 4$

$= 2^{\square 12}$

10. $\frac{8^7}{8^3}$

$\frac{8^7}{8^3} = 8^{\square 7} \square 3$

$= 8^{\square 4}$

11. $(3^4)^5$

$(3^4)^5 = 3^{\square 4} \square 5$

$= 3^{\square 20}$

12. $3^9 \times 2^9$

$3^9 \times 2^9 = (\square 3 \times 2 \square)^9$

13. a. كيف تضرب قوى لها نفس الأساس؟
نموذج إجابة: نبقي الأساس كما هو ونجمع الأسس.

b. كيف تقسم قوى لها نفس الأساس؟
نموذج إجابة: نبقي الأساس كما هو ونطرح الأسس.

c. كيف توجد قوة القوة؟
نموذج إجابة: نبقي الأساس كما هو ونضرب الأسس.

d. كيف تضرب قوى لها نفس الأس ولكن أساساتها مختلفة؟
نموذج إجابة: نبقي الأس كما هو ونضرب الأساسات.

14. ما المقادير المكافئة للمقدار 2^{11} ؟
اختر جميع الإجابات الصحيحة.

- ☑ $\frac{2^{23}}{2^{12}}$
- ☑ $2^7 \times 2^4$
- ☐ $\frac{2^9}{2^2}$
- ☑ $2^2 \times 2^9$

في التمارين 15-18، استعمل خواص الأسس لكتابة مقدار مكافئ لكل من المقادير الآتية:

15. $(4^4)^3$
4^{12}

16. $\frac{3^{12}}{3^3}$
3^9

17. $4^5 \times 4^2$
4^7

18. $6^4 \times 2^4$
12^4

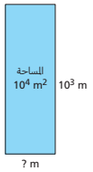
19. انقد وبرّر ذكر خليفة، مخطئًا، أن $1^3 = \frac{5^7}{5^4}$ ، ما خطأ خليفة؟ اشرح تبريرك المنطقي وأوجد الإجابة الصحيحة.
نموذج إجابة: أخطأ خليفة بأنه قسم الأساسات. كان عليه إبقاء الأساس 5 كما هو وطرح الأسس ليحصل على 5^3

20. هل المقدار $8^5 \times 8$ مكافئ للمقدار $(8 \times 8)^5$؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: قيمة المقدار الأول هي 8^6 أما قيمة المقدار الثاني فهي 8^{10} $8^{1+5} = 8^6$ $(8^2)^5 = 8^{10}$

21. هل المقدار $(3^2)^{-3}$ مكافئ للمقدار $(3^3)^{-2}$؟ وضّح إجابتك.
نعم؛ نموذج إجابة: $(3^2)^{-3} = (3^3)^{-2} = \frac{1}{3^6} = \frac{1}{729}$

22. هل المقدار $3^{-3} \times 3^2$ مكافئ للمقدار $3^{-2} \times 3^3$؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: قيمة المقدار الأول هي $3^{2+(-3)} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ ، قيمة المقدار الثاني هي $3^{3+(-2)} = 3^1 = 3$

23. نمذج ما عرض المستطيل المجاور مكتوبًا بالصيغة الأسية؟
10^1 m



24. بسّط المقدار $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^3$
$\left(\frac{1}{2}\right)^9$

25. مهارات التفكير العليا استعمل إحدى خواص الأسس لكتابة $(3b)^5$ في صورة ناتج ضرب قوى.
$3^5 \times b^5$

تدرَّب على اختبار

26. بسّط المقدار $4^{10} \times 4^5$، اكتب الإجابة بالصيغة الأسية.
4^{15}

27. يطلب معلمك من تلاميذ الصف إيجاد قيمة المقدار $(2^3)^1$، فقدم زميلك الإجابة غير الصحيحة 16

a. أوجد قيمة هذا المقدار.
$2^3 = 8$

b. ما خطأ زميلك؟

Ⓐ قسمة الأسس.

Ⓑ ضرب الأسس.

Ⓒ جمع الأسس.

Ⓓ طرح الأسس.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 20 قد يعتقد الطلاب أن المقدارين متكافئان، وهذا غير صحيح.

س: ما الخواص التي تساعدك على كتابة مقدار مكافئ للمقدار $8^5 \times 8$؟ $(8 \times 8)^5$؟
[$8^5 \times 8$: خاصية ناتج ضرب القوى؛ $(8 \times 8)^5$: خاصية ناتج ضرب القوى وخاصية قوة القوة.]

تحدّ

التمرين 23 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه إيجاد عدد المستطيلات التي يمكن إنشاؤها، بحيث تكون مساحة كل منها 10^8 m²

س: أعط أبعادًا لبعض المستطيلات بحيث تكون مساحة كل منها 10^8 m²
[نموذج إجابة: $10^7 \times 10^1$، $10^6 \times 10^2$، $10^5 \times 10^3$، $10^4 \times 10^4$ ، إلخ.]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	9, 17, 26	1
	13, 14	2
2	12, 18	1
3	11, 15	1
	20, 21, 22, 24	2
	25, 27	3
4	10, 16	1
	23	2
	19	3

www.jnob-jo.com

الدرس
1-7

خواص أخرى للأسس الصحيحة

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تبسيط مقادير أسسها سالبة أو صفر.

✔ إيجاد قيمة لمقادير أسسها سالبة أو صفر.

الفهم الأساس

يمكن كتابة عدد مرفوع إلى أس سالب في صورة مقلوب العدد مرفوعًا إلى موجب نفس الأس.
أي عدد أسّه صفر يساوي 1

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- تعلّم كيفية استعمال خواص الأسس لتبسيط مقادير أسيّة.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- اكتشاف وتطبيق خاصية الأس الصفري وخاصية الأس السالب.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- جمع وطرح وضرب وقسمة أعداد كبيرة جدًا وأعداد صغيرة جدًا مكتوبة بالصيغة العلمية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**المهارة الإجرائية** و**الطلاقة.**

- يعزز الطلاب فهمهم لخاصية الأس الصفري وخاصية الأس السالب عبر تحليل الأنماط لفهم الخواص.
- يتعلم الطلاب خاصية الأس الصفري وخاصية الأس السالب ويطبّقون هاتين الخاصيتين لكتابة مقادير أسيّة متكافئة.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.2.4** يستعمل الصيغة الأسيّة وقوانين الأسس ليبسط ويوجد قيمة مقادير عددية تتضمّن أسسًا صحيحة.

معايير ممارسات الرياضيات

بزّر منطقيًّا بطريقة تجريدية وكمية

يستعمل الطلاب مهارات التبرير المنطقي لاكتشاف معنى خاصية الأس الصفري وخاصية الأس السالب، ويطبّقون هاتين الخاصيتين لكتابة مقادير أسيّة متكافئة.

ابن الحجج الرياضية

يستعمل الطلاب خاصية الأس الصفري وخاصية الأس السالب لتفسير لماذا يمكن تبسيط مقدار يتضمّن أسًا صفريًّا أو أسًا سالبًا إلى مقدار بدون أسس أو بأسس موجبة فقط.

www.jnob-jo.com

استكشف!

ابحث عن العلاقات أثناء عمل الطلاب على فقرة **استكشف**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب القادرين على إيجاد العلاقة بين كل مجموعة والمجموعة التالية وعلى تبسيط النسبة بين عدد التمارين في المجموعتين.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ما المعلومة التي يجب أن تكتبها في العمود الأخير من الجدول؟ [نموذج إجابة: نسبة عدد تمارين البطن في كل مجموعة إلى عدد تمارين البطن في المجموعة السابقة.]

2. بناء الفهم

س: ماذا تلاحظ بشأن عدد تمارين البطن عندما يزداد عدد المجموعات؟ [يتناقص عدد تمارين البطن.]

س: ما النمط الذي تلاحظه بشأن عدد تمارين البطن في كل مجموعة؟ [عدد تمارين البطن في كل مجموعة يساوي نصف عددها في المجموعة السابقة.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما عدد تمارين البطن التي سينفذها خالد ومنصور في المجموعة الثانية؟ [32]

س: كيف يمكنك تخمين عدد التمارين في المجموعة 5؟ [اقسم عدد تمارين البطن في المجموعة 4 على 2]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي إبراهيم وعلي إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: كيف حل إبراهيم المسألة؟ ما الفرق بين حلّه وحل علي؟ [نموذج إجابة: أنشأ إبراهيم جدولًا وقسم عدد تمارين البطن في كل مجموعة على 2 ليوجد عددها في المجموعة التالية. أما علي، فقد ضرب عدد تمارين البطن في كل مجموعة في $\frac{1}{2}$ ليوجد عددها في المجموعة التالية.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف تستعمل الأسس لتمثيل إجمالي عدد تمارين البطن في كل مجموعة؟ [بدءًا من المجموعة 1: 2^6، 2^5، 2^4، وهكذا.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: توقع عدد تمارين البطن في المجموعات 6 و 7 و 8 و 9، هل هذه الأعداد منطقية؟ [نموذج إجابة: عدد تمارين البطن في المجموعة 6 هو 2، المجموعة 7 هو 1، المجموعة 8 هو $\frac{1}{2}$، المجموعة 9 هو $\frac{1}{4}$، في المجموعتين 6 و 7، القيمتان غير منطقيتين لأنهما صغيرتان جدًا. أما في المجموعتين 8 و 9، فلا معنى للقيمتين.]

حلّل عمل الطلاب

عمل إبراهيم

أنشأتُ جدولًا لتوضيح عدد تمارين البطن في كل مجموعة. عدد التمارين في كل مجموعة هو نصف عدد التمارين في المجموعة السابقة. العلاقة هي 2 إلى 1، والنمط هو "اقسم على 2".

أوجد **إبراهيم** أن عدد تمارين البطن في كل مجموعة يساوي نصف عدد التمارين في المجموعة السابقة. إذن، النمط هو "اقسم على 2"



كتب **علي** مقدارًا لنمذجة العلاقة بين كل مجموعة والمجموعة التي تسبقها مباشرةً.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يعرفون الخطوات المطلوبة لتبسيط الأعداد التي تتضمن أسسًا.

مثال 1 خاصيّة الأس الصفري

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ما النمط الذي تلاحظه عند إيجاد قيمة الصيغة المبسطة في الجدول كلما تناقص الأس بمقدار 1 في الصيغة الأسيّة؟ [يقسّم العدد السابق على 3]

س: كيف تحدد قيمة 3^0 باستعمال هذا النمط؟ [نموذج إجابة: اقسم العدد السابق، أي 3، على 3]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ماذا تلاحظ بشأن العلاقة بين الأساس والإجابات في المسائل الأربع؟ [نموذج إجابة: عندما يكون الأس 0، لا تؤثر قيمة الأساس في الإجابة طالما أنها لا تساوي 0، الإجابة هي 1 دائمًا.]

س: هل ستختلف الإجابة إذا كان الأساس متغيرًا؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: تبقى الإجابة 1 طالما أن قيمة المتغير لا تساوي الصفر.]

أقنعني!

س: كيف يؤثر ترتيب العمليات في حل المسألة؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: يدل ترتيب العمليات على تبسيط المقادير داخل الأقواس أولًا. إذن، إيجاد 7^0 يسبق ضربه في 2]



السؤال الأساس ما معنى خاصيّة الأس الصفري وخاصيّة الأس السالب؟

مثال 1 خاصيّة الأس الصفري

تلعب سلوى لعبة مطابقة البطاقات مع زملائها في الصف. بعد أن تم إنجاز أربع مطابقات، حان دور سلوى فاختارت 3^0
ما البطاقة التي تكمل المطابقة؟

نظّم المعلومات في جدول وابحث عن نمط.

الصيغة الأسيّة	القيمة
3^4	81
3^3	27
3^2	9
3^1	3
3^0	?

(÷ 3 بين كل صفين)

عندما يتناقص الأس بمقدار العدد واحد، ينقسم ناتج الضرب على 3
$3 \div 3 = 1$
إذن، $3^0 = 1$

طريقة أخرى استعمل خاصيّة ناتج قسمة القوى.

$3^3 \div 3^3 = 3^{3-3} = 3^0$

عند قسمة مقدارين أسيين لهما نفس الأساس، اطرح أسيهما.

وبصورة أخرى

$\frac{3^3}{3^3} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = 1$

لذا فإن $3^0 = 1$

تنص **خاصيّة الأس الصفري** على أن $a^0 = 1$ (حيث أن $a \neq 0$).

حاول أن تحلّ!

أوجد قيمة ما يلي:

a. $(-7)^0$ 1 b. $(43)^0$ 1 c. 1^0 1 d. $(0.5)^0$ 1

أقنعني! لماذا $2(7^0) = 2$؟

نموذج إجابة: يتطلب ترتيب العمليات إيجاد قيمة المقادير داخل رمز التجميع أولًا، ثم إجراء عملية الضرب.
باستعمال خاصية الأس الصفري، $7^0 = 1$ و $2(1) = 2$

46 1-7 خواص أخرى للأسس الصحيحة

الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 2 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مزيد من الوقت لفهم الأسس السالبة.

- اطرح الأسئلة الآتية.

س: هل يتغير العدد الموجب إلى عدد سالب عندما يكون الأس سالبًا؟ [لا]

س: ما معنى أس سالب؟ [مقلوب]

س: كيف يؤثر الأس السالب في الأساس؟ [نموذج إجابة: ينقل الأس السالب العامل من البسط إلى المقام مع أس موجب؛ أو ينقل العامل من المقام إلى البسط مع أس موجب.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 3 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه اكتشاف معنى إضافي للأسس السالبة.

س: كيف تستعمل حقيقة أن ناتج ضرب عدد في مقلوبه يساوي 1 وخاصية ناتج ضرب القوى لشرح الأسس السالبة؟ [نموذج إجابة: بما أن $9 \times \frac{1}{9} = 1$، فإن $3^2 \times 3^n = 3^0$
باستعمال خاصية ناتج ضرب القوى، $2 + n = 0$، أي $n = -2$. إذن، $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$]

www.jnob-jo.com

مثال 2 خاصيّة الأس السالب

طرح أسئلة هادفة

س: كيف تعرف أن $4^{-2} = \frac{1}{16}$ باستعمال خاصية الأس السالب؟ [نموذج إجابة: $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{16}$]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما الخاصية التي يمكنك استعمالها لتبسيط 8^{-2}؟ وضّح إجابتك.
[نموذج إجابة: يمكن استعمال خاصية الأس السالب لكتابة مقادير بأسس سالبة في صورة مقادير بأسس موجبة.]

مثال 3 مقادير ذات أسس سالبة

طرح أسئلة هادفة

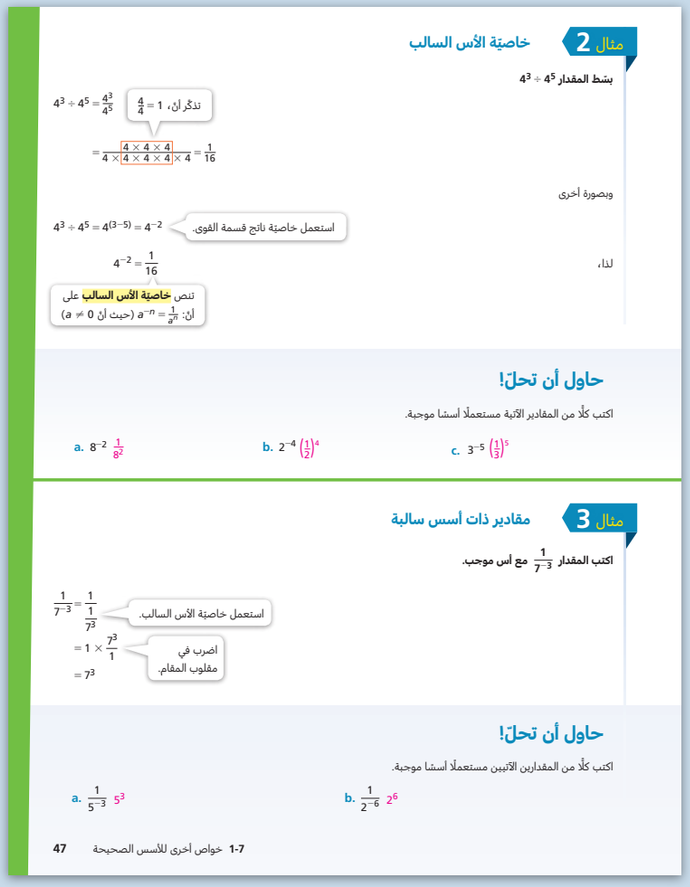
س: : لماذا الأس موجب في الإجابة؟ [نموذج إجابة: الأس موجب في الإجابة لأن المقدار 7^{-3} في المقام تم تبسيطه إلى $\frac{1}{7^3}$ ، وقسمة 1 على $\frac{1}{7^3}$ هي نفس عملية ضرب 1 في 7^3]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما مقلوب مقلوب العدد؟ [نفس العدد]

س: كيف تساعدك معرفة ذلك في حل هاتين المسألتين؟ [نموذج إجابة: "واحد على عدد" هو مقلوب ذلك العدد، والأس السالب يعني أخذ مقلوب الأساس مع أس موجب. إذن المقدار هو مقلوب المقلوب.]



مثال 2 خاصيّة الأس السالب

بسّط المقدار $4^3 \div 4^5$

$4^3 \div 4^5 = \frac{4^3}{4^5}$ تذكّر أن، $\frac{4}{4} = 1$

$= \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{16}$

وبصورة أخرى

$4^3 \div 4^5 = 4^{(3-5)} = 4^{-2}$ استعمل خاصيّة ناتج قسمة القوى.

لذا، $4^{-2} = \frac{1}{16}$

تنص **خاصيّة الأس السالب** على أن: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (حيث أن $a \neq 0$)

حاول أن تحلّ!

اكتب كلًّا من المقادير الآتية مستعملًا أسسًا موجبة.

a. 8^{-2} $\frac{1}{8^2}$ b. 2^{-4} $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ c. 3^{-5} $\left(\frac{1}{3}\right)^5$

مثال 3 مقادير ذات أسس سالبة

اكتب المقدار $\frac{1}{7^{-3}}$ مع أس موجب.

$\frac{1}{7^{-3}} = \frac{1}{\frac{1}{7^3}}$ استعمل خاصيّة الأس السالب.

$= 1 \times \frac{7^3}{1}$ اضرب في مقلوب المقام.

$= 7^3$

حاول أن تحلّ!

اكتب كلًّا من المقدارين الآتيين مستعملًا أسسًا موجبة.

a. $\frac{1}{5^{-3}}$ 5^3 b. $\frac{1}{2^{-6}}$ 2^6

47 1-7 خواص أخرى للأسس الصحيحة

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 قبل قراءة مثال 1، اطلب من الطلاب وصف ما يرونه في الرسم التوضيحي بكلماتهم الخاصة أو باللغة الفصحى. أشر إلى الكلمتين "مطابقة البطاقات" واسأل:

س: ما معنى بطاقة؟ ما معنى مطابقة البطاقات؟ [نموذج إجابة: البطاقة هي قطعة صغيرة من الورق. مطابقة البطاقات تعني مطابقة كل بطاقتين تحملان نفس القيمة.]

استعمل الجدول وراجع مصطلح "نمط".

س: ما معنى نمط؟ [النمط هو تكرر الشيء. تتناقص الأسس في الجدول بمقدار 1، وهذا نمط.]

مستوى 2 اقرأ مثال 1 للطلاب، ثم اطلب تحديد الأجزاء التي تبيّن "4 مطابقات" في الرسم التوضيحي. اسأل الطلاب:

س: ما المعاني الأخرى التي تعرفها لكلمة "مطابقة"؟ [انسجام، وئام، مُمَاثلة؛ يمكن مطابقة شيئين متماثلين.]

س: كيف يساعدك الرسم التوضيحي على اختيار المعنى المناسب؟ [نموذج إجابة: يبين الرسم التوضيحي مجموعة من البطاقات، كل بطاقتين تحملان نفس القيمة. وهذا يساعد على القول إن معنى مُطابَقة في هذه المسألة هو مُمَاثَلة، أي إيجاد الأشياء المتماثلة.]

مستوى 3 اقرأ مثال 1 ثم اطلب من الطلاب شرح كيفية تمثيل الرسم التوضيحي للمسألة. اطرح أسئلة مساعدة مثل:

س: ما المطابقات التي يعرضها الرسم التوضيحي؟ [$3^1 = 3$؛ $3^2 = 9$؛ $3^3 = 27$؛ $3^4 = 81$]

س: ما معنى آخر جملة في المسألة؟ [نموذج إجابة: الجملة الأخيرة في المسألة تعني "أي بطاقة قيمتها تساوي 3^0؟"]

اطلب من الطلاب شرح النمط الذي يتكرر في الجدول بأسلوبهم الخاص.

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يُكتب المقدار $\frac{1}{2^{-3}}$ باستعمال أسس موجبة؟ وضّح إجابتك.
[نموذج إجابة: $\frac{1}{2^{-3}} = \frac{2^3}{1} = 2^3$؛ 1×2^3]

س: ما قيمة أي حد غير صفري مرفوع إلى القوة صفر؟ [1]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس على الطلاب أن يفهموا أن قيمة أي عدد غير صفري مرفوعًا إلى القوة صفر تساوي 1، وأن الأس السالب يعني مقلوب العدد.

التمرين 5

س: ما القاعدة العامة التي يمكنك استعمالها دائمًا لتبسيط مقدار بأس سالب؟
[نموذج إجابة: حوّل الأس السالب إلى أس موجب وانقل الأساس مع الأس الموجب من المقام إلى البسط أو من البسط إلى المقام.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 6 تأكد من أن الطلاب يتذكرون كيفية تطبيق قواعد ترتيب العمليات.

س: هل يمكن نقل العدد 27 إلى المقام؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: للأساس 27 أس موجب هو 1، لذا يبقى في البسط.]

س: ما العامل أو العوامل التي يمكن نقلها إلى المقام؟ [العامل y ينتقل إلى المقام مع أس موجب هو 2]



ملخص المفهوم

استعمل هذه الخواص الإضافية عند تبسيط مقادير تتضمن أسسًا أو إنشاء مقادير متكافئة تتضمن أسسًا (حيث: $a \neq 0$ و $n \neq 0$).

خاصية الأس الصفري	خاصية الأس السالب
$a^0 = 1$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس ما معنى خاصية الأس الصفري وخاصية الأس السالب؟
نموذج إجابة: تنص خاصية الأس الصفري على أن أي عدد غير صفري أسه صفر يساوي 1، وتنص خاصية الأس السالب على أن أي قيمة مرفوعة إلى قوة سالبة تساوي النظير الضربي للقيمة مرفوعة إلى معكوس القوة السالبة.

2. **برّر منطقيًا** ما معنى الأس السالب في المقدار 9^{-12}؟
نموذج إجابة: يعني عدد مرات قسمة العدد 1 على عدد الأساس. وفي هذه الحالة، اقسم العدد 1 على عدد الأساس، 9، اثني عشرة مرة.

3. **برّر منطقيًا** ما ترتيب العمليات في المقدار $3(2^0)$؟ وضح الطريقة التي ستستعملها لإيجاد قيمة هذا المقدار.
نموذج إجابة: أولًا، بسّط العدد الذي داخل رمز التجميع، $2^0 = 1$ ثم بسّط $3(1) = 3$

طبّق فهمك

4. بسّط $1\,999\,999^0$
1

5. a. أعد كتابة 7^{-6} باستعمال أس موجب.
$\frac{1}{7^6}$

b. أعد كتابة $\frac{1}{10^{-3}}$ باستعمال أس موجب.
10^3

6. أوجد قيمة $27x^0y^{-2}$ عندما $x = 4$ و $y = 3$
3

48 1-7 خواص أخرى للأسس الصحيحة

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل

تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 7 و 8، أكمل كل جدول لإيجاد قيمة العدد غير الصفري المرفوع إلى قوة الصفر.

7.

القيمة	الصيغة الأسية
256	4^4
64	4^3
16	4^2
4	4^1
1	4^0

8.

القيمة	الصيغة الأسية
16	$(-2)^4$
−8	$(-2)^3$
4	$(-2)^2$
−2	$(-2)^1$
1	$(-2)^0$

9. استعمل المقدار: $(-3.2)^0$

a. بسّط المقدار المعطى.
1

b. اكتب مقدارين مكافئين للمقدار المعطى. اشرح سبب تكافؤ المقادير الثلاثة.
نموذج إجابة: 5^0 و $(-4)^0$ مكافئان لـ $(-3.2)^0$ لأن أي عدد غير الصفر مرفوع إلى القوة صفر يساوي 1

10. بسّط كل مقدار عندما $x = 6$

a. $12x^0(x^{-4})$
$\frac{1}{108}$

b. $14(x^{-2})$
$\frac{7}{18}$

في التمرينين 11 و 12، قارن بين القيم باستعمال < أو > أو =

11. 3^{-2} < 1

12. $\left(\frac{1}{4}\right)^0$ = 1

في التمرينين 13 و 14، أعِد كتابة كل مقدار باستعمال أس موجب.

13. 9^{-4} $\frac{1}{9^4}$

14. $\frac{1}{2^{-6}}$ 2^6

15. استعمل المقدار: $9y^0$

a. بسّط المقدار عندما $y = 3$. 9

b. **ابن الحجج الرياضية** هل تختلف قيمة المقدار المعطى تبعًا لقيمة y؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: بالنسبة لأي عدد غير صفري y، $y^0 = 1$، قيمة أي عدد غير صفري مرفوع إلى الأس صفر تساوي 1؛ بما أن $9 = 9(1)$، فإن قيمة المقدار تساوي 9 دائمًا.

16. بسّط كل مقدار عندما $x = 4$.

a. $-5x^{-4}$ $-\frac{5}{256}$

b. $7x^{-3}$ $\frac{7}{64}$

17. أوجد قيمة كل زوج من المقادير التالية.

a. $(-3)^{-8}$ و -3^{-8} $\frac{1}{6\,561}$ ؛ $-\frac{1}{6\,561}$

b. $(-3)^{-9}$ و -3^{-9} $-\frac{1}{19\,683}$ ؛ $-\frac{1}{19\,683}$

18. كن دقيقًا للفوز بلعبة رياضيات، يجب على عبير اختيار بطاقة مكتوب عليها مقدار قيمته أكبر من 1 البطاقة التي اختارتها عبير مكتوب عليها $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$. هل فازت عبير باللعبة؟ وضّح إجابتك.



نعم؛ نموذج إجابة: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$ يساوي $\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4}$ أو 2^4 وهو أكبر من 1

19. بسّط المقدار أدناه. افترض أن x لا يساوي صفرًا. يجب أن تتضمن إجابتك أسسًا موجبة فقط.

$x^{-10} \times x^6$ $\frac{1}{x^4}$

20. مهارات التفكير العليا

a. هل قيمة المقدار $\left(\frac{1}{4^{-3}}\right)^{-2}$ أكبر من 1 أم تساوي 1 أم أصغر من 1؟
أصغر من 1

b. إذا كانت قيمة المقدار أكبر من 1، بيّن كيف يمكنك تغيير إشارة واحدة لجعل القيمة أصغر من 1
وإذا كانت قيمة المقدار أصغر من 1، بيّن كيف يمكنك تغيير إشارة واحدة لجعل القيمة أكبر من 1
وإذا كانت قيمة المقدار تساوي 1، بيّن كيف يمكنك إجراء تغيير واحد لجعل القيمة لا تساوي 1
نموذج إجابة: غيّر 3− إلى 3 لتحصل على $(4^3)^2$

تدرَّب على اختبار

21. أعِد كتابة 5^{-3} باستعمال أس موجب.

$\frac{1}{5^3}$

22. أي المقادير التالية قيمتها أصغر من 1 عندما $x = 4$؟
اختر كل ما ينطبق.

- ☐ $\left(\frac{3}{x^2}\right)^0$
- ☑ $\frac{x^0}{3^2}$
- ☐ $\frac{1}{6^{-x}}$
- ☐ $\frac{1}{x^{-3}}$
- ☑ $3x^{-4}$

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 16 قد يفكر الطلاب في نقل المُعامل إلى المقام.

س: هل يجب أن يكون المعامل جزءًا من المقام؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: تطبق خاصية الأس السالب على الأساس x فقط، وليس على المعامل.]

س: كيف يمكنك كتابة المسألة، بحيث يكون المعامل جزءًا من المقام؟ [نموذج إجابة: استعمل الأقواس، مثل $(-5x)^{-4}$]

تعزيز المهارات اللغوية

التمرين 20 مهارات التفكير العليا قد لا يفهم الطلاب الأسئلة المطروحة في المسألة. اطلب منهم إعادة كتابة المسألة بأسلوبهم الخاص.

س: اشرح بأسلوبك الخاص المطلوب في الجزء A من المسألة. [نموذج إجابة: قارن قيمة المقدار $\left(\frac{1}{4^{-3}}\right)^{-2}$ بالعدد 1]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	7, 8, 9	1
	12	2
	15	3
2	13, 14, 21	1
	11, 19	2
3	10, 17	1
	16, 22	2
	18, 20	3

www.jnob-jo.com

الدرس
1-8

استعمال قوى العدد 10 لتقدير الكميات

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تقدير كميات كبيرة جدًا وصغيرة جدًا باستعمال التقريب وكتابة قيم تلك الكميات في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10

الفهم الأساس

يمكن تقدير الأعداد الكبيرة جدًا والأعداد الصغيرة جدًا لجعل الحسابات أسهل، وكذلك لفهم حجم كمية ما.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- استعمال خواص الأسس لكتابة مقادير أسيّة متكافئة.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- تقدير الكميات الكبيرة جدًا والصغيرة جدًا باستعمال قوى العدد 10

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- إجراء عمليات حسابية باستعمال أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق.**

- يوسّع الطلاب معرفتهم بالأسس الصحيحة لتقدير كميات كبيرة جدًا وكميات صغيرة جدًا باستعمال قوى العدد 10
- يطبق الطلاب التقدير باستعمال إحدى قوى العدد 10 في المواقف التي تتطلّب مقارنة كميات لإيجاد عدد المرات التي تكون فيها كمية ما أكبر أو أصغر من كمية أخرى.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعايير:

- **8.2.4** يستعمل الصيغة الأُسيّة وقوانين الأسس ليبسط ويوجد قيمة مقادير عددية تتضمّن أسسًا صحيحة.
- **8.2.5** يقرأ ويكتب الأعداد في الصيغة العلمية $A \times 10^n$ حيث n عدد صحيح و $1 \leq A < 10$ ويستعملها لإجراء حسابات أو تقدير نواتج الحسابات، أو إجراء مقارنات.

معايير ممارسات الرياضيات

ابن الحجج الرياضية

ينقد الطلاب التبريرات المنطقية لزملائهم لتحديد ما إذا كانوا قدّروا كمية كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا تقديرًا صحيحًا باستعمال قوى العدد 10

ابحث عن البنية واستعملها

يستعمل الطلاب بنية نظام القيم المنزلية لوضع تقديرات دقيقة لكميات كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا باستعمال قوى العدد 10، ويحدّدون أن بالإمكان كتابة الأعداد الكبيرة جدًا في صورة إحدى قوى العدد 10 مع أساس موجب، وكتابة الأعداد الأصغر من 1 في صورة إحدى قوى العدد 10 مع أساس سالب.

www.jnob-jo.com

اشرح!

برّر منطقيًا أثناء عمل الطلاب على فقرة **اشرح**، استمع إليهم وابحث عن الخطوات التي يستعملونها لتقريب الأعداد قبل ضربها في إحدى قوى العدد 10

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: كيف تبسط المقدار 10^2؟ والمقدار 10^3؟ وضّح العلاقة بين الأس وعدد الأصفار في الصيغة المبسطة. [10^2 = 100 و 10^3 = 1 000؛ نموذج إجابة: عدد الأصفار بعد الرقم 1 هو نفس عدد الأس.]

2. بناء الفهم

س: كيف يُكتب العدد 10^{15} بالصيغة القياسية؟ [1 000 000 000 000 000]

س: لماذا يمكن كتابة العدد 1 000 000 000 000 000 باستعمال إحدى قوى العدد 10؟ [نموذج إجابة: من الأسهل فهم هذا العدد الكبير جدًا بالنظر إلى أس العدد 10 بدلًا من محاولة قراءة وفهم كل الأصفار.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: لماذا تم تقريب الرقم الرئيسي إلى 7 بدلًا من 8؟ [نموذج إجابة: لأن الرقم الموجود في المنزلة التي تقع على يمين 7 هو 4، و 4 أصغر من 5، لذا يبقى الرقم الرئيسي كما هو.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي سارة وأمال إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما الفرق بين تبرير سارة وتبرير أمال؟ [نموذج إجابة: تقول سارة إن علي عدّ الأصفار بينما عدّ محمد المنازل العشرية إلى يمين العدد 7، تقول أمال إن كلًّا من علي ومحمد كتب قوى العدد 10 بالصيغة القياسية، ثم ضربا في 7]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف يمكنك تقدير الأعداد الكبيرة جدًا باستعمال قوى العدد 10؟ [نموذج إجابة: قدّر العدد بتقريبه إلى أكبر قيمة منزلية، ثم عُدّ المنازل بعد الرقم الأول. عدد المنازل يساوي الأس.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: أوجد تقديرًا لنصف عدد حبات الرمل. [نموذج إجابة: 3.5×10^{18}]

حلّل عمل الطلاب

عمل سارة

عدّ علي 15 صفرًا في العدد التقديري واستعمل هذا العدد من الأصفار أسًا للعدد 10، في حين عدّ محمد 18 منزلة بعد أن حرّك الفاصلة العشرية لتصل إلى يمين العدد 7، واستعمل العدد 18 أسًا للعدد 10

لاحظت **سارة** أن علي عدّ الأصفار وأن محمد عدّ المنازل العشرية، وعددها 18، التي تحركتها الفاصلة العشرية.



برّرت **أمال** أن الطالبين كتبا قوى العدد 10 بالصيغة القياسية وضربا في 7

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يعرفون كيف يتعاملون مع قوى العدد 10 وكيف يضربون الأعداد في قوى العدد 10

مثال 1 تقدير الكميّات الكبيرة جدًا

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: كيف تقرب عددًا إلى أكبر قيمة منزلية له؟ [نموذج إجابة: انظر إلى الرقم إلى يمينه. إذا كان 5 أو أكبر، قرّب الرقم إلى الرقم الأكبر منه مباشرةً؛ إذا كان أصغر من 5، اترك الرقم كما هو.]

س: لماذا تحتاج إلى تقدير عدد سكان دولة ما؟ [نموذج إجابة: أعداد السكان تتغير باستمرار، لذا من المنطقي استعمال أعداد مقدّرة، الأمر الذي يجعل مقارنة أعداد السكان أسهل.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف تحدد قوة العدد 10 لكل عدد مقدّر؟ [نموذج إجابة: عُدّ الأصفار في العدد الكلي بعد التقريب.]

أقنعني!

س: ما القاعدة التي يمكن أن تكتبها لمقارنة عددين لهما نفس قوى العدد 10 وتقريبهما يعطي نفس العدد الكلي؟ [نموذج إجابة: إذا أعطى التقريب إلى أكبر قيمة منزلية نفس العدد الكلي، عليك التقريب إلى القيمة المنزلية التي تلي أكبر قيمة منزلية مباشرة، أي التي إلى يمين أكبر قيمة منزلية.]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 2 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة كيفية تفسير الأسس السالبة لقوى العدد 10

- ذكّر الطلاب أنه إذا كان الأس السالب للعدد 10 يساوي n−، يجب تحريك الفاصلة العشرية n منزلة إلى اليسار.

س: كيف يؤثر الضرب في العدد 10^{-3} في موقع الفاصلة العشرية؟ [نموذج إجابة: يحرك الفاصلة العشرية ثلاث منازل إلى اليسار.]

س: اكتب العدد 7×10^{-3} بالصيغة القياسية. ما عدد الأصفار بعد الفاصلة العشرية؟ وضّح إجابتك. [0.007؛ نموذج إجابة: يوجد صفران لأننا استعملنا إحدى المنازل العشرية لتحريك الفاصلة العشرية من يمين العدد 7 إلى يساره. بعدها، تُستعمل الأصفار كلما تحركت الفاصلة العشرية منزلة إلى اليسار.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 3 اطلب من الطلاب استعمال كميات مقدّرة وقوى العدد 10 لإجراء الحسابات.

س: كم مرة العدد 5×10^5 أكبر من العدد 9×10^3؟ وضّح إجابتك.
[3×10^2 أو 300 مرة؛ نموذج إجابة: اقسم 27 على 9 لتحصل على 3، ثم اقسم 10^5 على 10^3، لقسمة عددين لهما نفس الأسس اطرح الأسّين: $10^{5-3} = 10^2$]

س: كم مرة العدد 6×10^2 أكبر من العدد 3×10^3؟ وضّح إجابتك.
[2×10^{-1} أو 0.2 مرة؛ نموذج إجابة: اقسم 6 على 3 لتحصل على 2، ثم اقسم 10^2 على 10^3، لقسمة عددين لهما نفس الأسس اطرح الأسّين: $10^{-1} = 10^{2-3}$، إذن، 6×10^2 أكبر من 3×10^3 بمقدار 0.2 مرة.]

www.jnob-jo.com

مثال 2 تقدير الكميات الصغيرة جدًا

طرح أسئلة هادفة

س: ما وجه الشبه بين خطوات حل مثال 2 ومثال 1؟ [نموذج إجابة: تُستعمل القيمة المنزلية للرقم الرئيسي لتحديد قوة العدد 10]

س: لماذا الأسّان في هذين العددين سالبان؟ [نموذج إجابة: لأن القياسين يقعان بين العددين 0 و 1]

مثال 3 إيجاد عدد الأضعاف

طرح أسئلة هادفة

س: بعد كتابة كل عدد في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10، كيف تحدد أن الناتج المحلي الإجمالي للدولة B يبلغ 10 أضعاف الناتج المحلي للدولة A تقريبًا؟ [نموذج إجابة: 10^{16} يساوي 10 أضعاف 10^{15}]

س: كيف يمكن استعمال القسمة لمقارنة الكميتين؟ [نموذج إجابة: عند قسمة 2×10^{16} على 2×10^{15}، اقسم $2 \div 2 = 1$ أولًا، ثم اقسم قوى العدد 10 باستعمال خاصية ناتج قسمة القوى: $\frac{10^{16}}{10^{15}} = 10^{16-15} = 10^1$ أو 10]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: وضّح الخطوات التي تستعملها لمقارنة هاتين الكميتين. [نموذج إجابة: قدّر كل عدد بكتابته في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10، ثم قارن التقديرين.]



مثال 2 تقدير الكميات الصغيرة جدًا

استعمل أحمد شعاع ليزر لقياس متوسط سُمك شعر الإنسان. يبلغ سُمك ورق الكتابة 0.0013 متر تقريبًا. ما وجه المقارنة بين السُمكين؟

اكتب السُمك المقدّر لشعر الإنسان باستعمال رقم مفرد وإحدى قوى العدد 10

قرّب 0.00017763 إلى 0.0002

اكتب 0.0002 في صورة 2×10^{-4}

اكتب السُمك المقدّر للورقة باستعمال رقم مفرد وإحدى قوى العدد 10

قرّب 0.0013 إلى 0.001

اكتب 0.001 في صورة 1×10^{-3}

قارن بين التقديرين.

$1 \times 10^{-3} > 2 \times 10^{-4}$

إذن، سُمك شعر الإنسان أصغر من سُمك الورقة.

مثال 3 إيجاد عدد الأضعاف

كيف تقارن بين الناتج المحلي الإجمالي للدولة A والناتج المحلي الإجمالي للدولة B؟

	الناتج المحلي الإجمالي
الدولة A	$ 1 785 387 000 000 000
الدولة B	$ 17 348 075 000 000 000

الخطوة 1 اكتب الناتج المحلي الإجمالي لكل دولة في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10

الدولة A: $1\,785\,387\,000\,000\,000 \approx 2\,000\,000\,000\,000\,000$

$= 2 \times 10^{15}$

غدْ الأصفار لتحديد قوة العدد 10

الدولة B: $17\,348\,075\,000\,000\,000 \approx 20\,000\,000\,000\,000\,000$

$= 2 \times 10^{16}$

الخطوة 2 قارن بين التقديرين.

$(2 \times 10^{16}) > (2 \times 10^{15})$

إذن، الناتج المحلي الإجمالي الدولة B يبلغ 10 أضعاف الناتج المحلي الإجمالي للدولة A تقريبًا.

حاول أن تحلّ!

هناك 1 020 000 000 سيارة تقريبًا في العالم. ويبلغ عدد السيارات في إحدى الدول 239 800 000 سيارة تقريبًا. قارن بين عدد السيارات في العالم وعدد السيارات في هذه الدولة.

نموذج إجابة: يبلغ عدد السيارات في العالم 1×10^9 تقريبًا، ويبلغ عدد السيارات في هذه الدولة 2×10^8 تقريبًا، عدد السيارات في العالم يساوي 5 أمثال عدد السيارات في هذه الدولة.

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 لاحظ المثال 3

أشر إلى "الناتج المحلي الإجمالي" في السطر الأول. أخبر الطلاب أن الناتج المحلي الإجمالي لدولة ما هو القيمة الإجمالية للسلع والخدمات المنتجة في الدولة خلال فترة محددة. اطلب من الطلاب المشاركة في إعطاء أمثلة على سلع وخدمات يعرفونها.

مستوى 2 لاحظ المثال 3

اطلب من أحد الطلاب قراءة السؤال أمام الصف. ثم اسأل:

س: ما معنى مقارنة الناتج المحلي الإجمالي لدولتين؟ [نموذج إجابة: تعني إيجاد كم مرة الناتج المحلي لإحدى الدولتين أكبر من الناتج المحلي للدولة الأخرى.]

س: ما الأشياء الأخرى التي يمكن مقارنتها بين دولتين؟ [نموذج إجابة: عدد السكان، العدد السنوي للولادات، متوسط الدخل.]

مستوى 3 لاحظ المثال 3

اطلب من أحد الطلاب قراءة السؤال أمام الصف. ثم شجّع الطلاب على تلخيص الخطوات المطلوبة لحل المسألة وقراءة هذه الخطوات قراءة جهرية. بعد ذلك، اطلب من الطلاب مشاركة بعض المواقف التي قد يقولون فيها "يساوي 10 أمثال".

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: لماذا القيمة المطلقة لقوة العدد 10 في الأعداد الصغيرة جدًا أكبر بواحد من عدد الأصفار التي تسبق أول عدد غير صفري؟ [نموذج إجابة: يجب تحريك الفاصلة العشرية من يمين الرقم الرئيسي إلى يساره قبل كتابة الأصفار.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس على الطلاب أن يفهموا كيف تُكتب الكميات الصغيرة جدًا والكبيرة جدًا باستعمال قوى العدد 10 واستعمال تلك الأعداد في التقديرات.

التمرين 3

س: لماذا استعملت سارة الرقم 3 لتقدير العدد؟ [نموذج إجابة: الرقم 3 هو الرقم الرئيسي، والرقم الذي على يمينه هو 0، بما أن 0 أصغر من 5، يبقى الرقم 3 من دون تغيير.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 2 قد يجد بعض الطلاب صعوبة في تحديد ما إذا كان الأس يجب أن يكون سالبًا أم موجبًا.

س: ما القاعدة المستعملة لتحديد ما إذا كانت قوة العدد 10 موجبة أم سالبة؟ [نموذج إجابة: إذا كان العدد يقع بين العددين 0 و 1 يكون الأس سالبًا، وإذا كان أكبر من 1 يكون الأس موجبًا.]

س: كيف تُكتب إجابة ليلى بالصيغة القياسية؟ [4 000]



ملخص المفهوم

يمكنك تقدير عدد كبير جدًا أو عدد صغير جدًا بتقريبه إلى أكبر قيمة منزلية له، ثم كتابته في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10

الأعداد الصغيرة جدًا
$0.000000235 \approx 0.0000002$
$\approx 2 \times 10^{-7}$
العدد أصغر من 1، إذن الأس سالب.

عُدّ الأصفار لتحديد قوة العدد 10

الأعداد الكبيرة جدًا
$3\,564\,879\,000 \approx 4\,000\,000\,000$
$\approx 4 \times 10^{9}$
العدد أكبر من 1، إذن الأس موجب.

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** متى تستخدم قوى العدد 10 لتقدير كمية؟
نموذج إجابة: استعمل قوى العدد 10 عندما تكون الكميات كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا.

2. **ابن الحجج الرياضيّة** كتبت ليلى تقديرًا للعدد 0.00436 في الصورة 4×10^{3}، وضّح لماذا لا يمكن أن يكون هذا صحيحًا.
نموذج إجابة: العدد 0.00436 أصغر من 1، إذن يجب أن تكون إشارة الأس سالبة.

3. **كن دقيقًا** كتبت سارة تقديرًا للعدد 304 900 000 000 في الصورة 3×10^{8}، بيّن خطأ سارة.
نموذج إجابة: أخطأت سارة في عدّ الأصفار. أس العدد 10 يجب أن يكون 11

طبّق فهمك

4. استعمل رقمًا مفردًا مضروبًا في إحدى قوى العدد 10 لتقدير ارتفاع قمة جبل إيفرست مقرّبًا إلى أقرب عشرة آلاف قدم.
3×10^{4} ft تقريبًا

ارتفاع قمة إيفرست 29 035 ft

5. سجّل أحد العلماء كتلة البروتون بأنها تساوي 0.00000000000000000000000016726231 g
استعمل رقمًا مفردًا مضروبًا في إحدى قوى العدد 10 لتقدير الكتلة.
2×10^{-24} g تقريبًا

6. تبلغ سعة الخزانات في الحوض المائي A، 8.4×10^{6} جالون من الماء تقريبًا. وتبلغ سعة الخزانات في الحوض المائي B 400 000 جالون من الماء تقريبًا. استعمل رقمًا مفردًا مضروبًا في إحدى قوى العدد 10 لتقدير كم من أمثال كمية الماء في الحوض المائي B تساوي كمية الماء في الحوض المائي A؟
2×10^{1} تقريبًا

54 1-8 استعمال قوى العدد 10 لتقدير الكميات

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمارين 7-9، استخدم قوى العدد 10 لتقدير الكميات.

7. يبلغ عدد سكان إحدى المدن 2 549 786 نسمة. قدّر عدد السكان مقرّبًا إلى أقرب مليون. اكتب إجابتك في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10

عند التقريب إلى أقرب مليون، يكون عدد السكان حوالي 3 000 000

عند الكتابة في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10، يكون هذا العدد 6 × 10 3

8. استخدم رقمًا مفردًا مضروبًا في إحدى قوى العدد 10 لتقدير العدد 0.00002468

عند التقريب إلى أقرب جزء من مئة ألف، يكون العدد حوالي 0.00002

عند الكتابة في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العشرة، يكون التقدير 2 × 10 −5

9. المحيط التقريبي لكلّ من كوكبي الأرض وزحل مبيّن في الشكل المجاور. كم من أمثال محيط الأرض يساوي محيط زحل؟

C = 365 882 km

C = 4.01 × 10^4 km

يبلغ محيط زحل 4 × 10 5 km

إذن، محيط زحل يساوي 10 من أمثال محيط الأرض.

10. قدّر العدد 0.037854921 إلى أقرب جزء من مئة. اكتب إجابتك في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10

4×10^{-2} تقريبًا

11. قارن بين العددين 6×10^{-6} و 2×10^{-8}

a. أي عدد قيمته أكبر؟

6×10^{-6}

b. أي عدد قيمته أصغر؟

2×10^{-8}

c. كم من أمثال العدد الأصغر يساوي العدد الأكبر؟

300

12. اذكر عبداللّه QR 43 785 العام الماضي. اكتب هذا المبلغ في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10 بعد تقريبه إلى أقرب عشرة آلاف.

$QR\ 4 \times 10^4$

13. يبلغ طول خلية نباتية 8×10^{-5} m ويبلغ طول خلية نباتية ثانية 0.000004 m كم من أمثال طول الخلية النباتية الثانية يساوي طول الخلية النباتية الأولى؟

20

14. انقد وبرّر طول قطر أحد أنواع البكتيريا مبيّن أدناه. كتبت حصّة تقدير هذا القياس في الصورة 3×10^{-11} m هل هي على صواب؟ وضّح إجابتك.

لا؛ نموذج إجابة: حسبت حصّة عدد المنازل العشرية بدلًا من عدد المنازل التي تتحركها الفاصلة العشرية.
التقدير الصحيح هو 3×10^{-7} m

15. يبلغ عدد سكان المدينتان A و B على الترتيب 2.6×10^5 و 1 560 000، ويبلغ عدد سكان المدينة C ضعف عدد سكان المدينة B.
كم من أمثال عدد سكان المدينة A يساوي عدد سكان المدينة C؟
12

تدرَّب على اختبار

16. عمر كوكب الأرض 5×10^9 سنة تقريبًا. قد يكون هذا العدد تقريبًا لأي من الأعداد التالية؟ حدّد كل ما ينطبق.

- [x] 4 762 100 000 سنة
- [x] 4 849 000 000 سنة
- [ ] 48 000 000 000 سنة
- [ ] 4.45×10^9 سنة
- [x] 4.849999999×10^9 سنة

الجزء A

اكتب العدد 0.000000298 في صورة رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10 بعد تقريبه إلى أقرب جزء من عشرة ملايين.

3×10^{-7} تقريبًا

الجزء B

وضّح كيف تسمح قوى العدد 10 السالبة بكتابة الأعداد الصغيرة والمقارنة بينها.

نموذج إجابة: يمكنك المقارنة بين الأسس بدلًا من عدّ الأصفار والمنازل العشرية.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 14 انقد وبرّر قد لا يجد الطلاب عدد المنازل العشرية بطريقة صحيحة لتحديد قوة العدد 10 المطلوبة.

س: كيف توجد عدد المنازل العشرية الصحيح؟ [نموذج إجابة: عُدّ المنازل العشرية من موقع الفاصلة العشرية الأصلي إلى يمين أول رقم غير صفري. سيعطيك ذلك رقمًا مفردًا هو أحد الأرقام من 1 إلى 9]

تحدّ

التمرين 11 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه ضرب أعداد مقدّرة باستعمال قوى العدد 10

س: كيف تقدر ناتج ضرب 000 000 950 2 و 000 000 000 215؟
[نموذج إجابة: $(3 \times 10^9) \times (2 \times 10^{11}) = 6 \times 10^{20}$]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	7, 12, 16	2
2	8, 10	2
	14, 17	3
3	9, 11, 13, 15	2

www.jnob-jo.com

الدرس
1-9

الصيغة العلمية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ استعمال الصيغة العلمية لكتابة الكميات الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا.

✔ تحويل الأعداد من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية.

الفهم الأساس

يمكن تقدير الأعداد الكبيرة جدًا والصغيرة جدًا باستعمال الصيغة العلمية، وذلك لجعل الأعداد ملائمة أكثر للاستعمال. تساعد الصيغة العلمية أيضًا في فهم قيمة العدد بطريقة أسهل ومقارنته بأعداد أخرى.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- تقدير الكميات الكبيرة جدًا والصغيرة جدًا باستعمال قوى العدد 10

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- تطوير الطلاقة في استعمال الصيغة العلمية لكتابة أعداد كبيرة وصغيرة.
- تحويل الأعداد من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- تنفيذ عمليات حسابية تتضمن كميات مكتوبة بالصيغة العلمية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **المهارة الإجرائية** و**الطلاقة** و**التطبيق**.

- يستعمل الطلاب قوى العدد 10 لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا والصغيرة جدًا بالصيغة العلمية.
- يستعمل الطلاب الصيغة العلمية لكتابة كميات كبيرة وكميات صغيرة في مواقف من واقع الحياة.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.2.5** يقرأ ويكتب الأعداد في الصيغة العلمية $A \times 10^n$ حيث n عدد صحيح و $1 \leq A < 10$ ويستعملها لإجراء حسابات أو تقدير نواتج الحسابات، أو إجراء مقارنات.

معايير ممارسات الرياضيات

ابن الحجج الرياضية

لن يُطلب من الطلاب كتابة أعداد كبيرة وصغيرة بالصيغة العلمية فقط، بل سيكون عليهم أيضًا تفسير تبريراتهم المنطقية وتقديم شروح واضحة لعملهم.

ابحث عن البنية واستعملها

يستعمل الطلاب بنية نظام الأساس العشري والأنماط التي تنتج عن الضرب المتكرر للعدد 10 في نفسه لكتابة الأعداد بالصيغة العلمية.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

استعمل البنية أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يستعملون فهمهم لقوى العدد 10 ليكتبوا العدد في صيغة أخرى.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: كيف تميز العدد الذي يمكن كتابته في صورة إحدى قوى العدد 10؟ [نموذج إجابة: إنه الرقم 1 يليه صفر أو عدد من الأصفار. هو ناتج ضرب العدد 10 في نفسه عدة مرات.]

2. بناء الفهم

س: لماذا قد تحتاج أحيانًا إلى تقدير عدد مثل العدد المكتوب على السبورة؟ [نموذج إجابة: يساعد التقدير على إعطاء عدد أبسط في الاستعمال يجعل الحسابات أسهل.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما الطرائق التي يمكنك استعمالها لتقدير العدد المكتوب على السبورة؟ [نموذج إجابة: يمكنك اختيار منزلة وتقريب العدد إليها، أو يمكنك تقريب العدد باستعمال رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي مطر وأحمد إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: كيف اختار كل طالب قوة العدد 10 ليستعملها في تقدير العدد المكتوب على السبورة؟ [نموذج إجابة: قرّب مطر إلى أقرب رقم غير صفري إلى يمين الفاصلة العشرية. قرّب أحمد إلى أقرب ثالث رقم غير صفري إلى يمين الفاصلة العشرية. كلاهما كتب تقديره باستعمال إحدى قوى العدد 10]

س: تقدير أي طالب كان مفيدًا أكثر؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: يتوقف الأمر على الموقف المطروح في المسألة. إذا أردت أخذ فكرة سريعة عن ضخامة العدد، فإن تقدير مطر أفضل. أما أحمد فقد حافظ في إجابته على عدد أكبر من الأرقام الأصلية الموجودة في العدد.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: ما المشاكل المحتملة التي قد تواجهها عند استعمال طرائق مختلفة لتقدير أعداد كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا؟ [نموذج إجابة: عند عدم استعمال قاعدة واحدة، يكون من الصعب مقارنة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا. أوجد كل من أحمد ومطر تقديرًا للعدد نفسه، لكن كلًّا منهما استعمل قوة مختلفة للعدد 10، مع أنهما يوجدان القيمة التقديرية لنفس العدد، إلا أن الظاهر أنهما يوجدان قيمة مقدّرة لعددين مختلفين.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: كيف يمكنك استعمال قوى العدد 10 لتقدير أعداد كبيرة جدًا مثل العدد 3 719 278 549 351؟ [نموذج إجابة: قرّب العدد إلى أكبر قيمة منزلية، ثم استعمل إحدى قوى العدد 10 لتمثيل الأصفار إلى يمين القيمة المنزلية الأكبر. يمكن للقيمة التقديرية لهذا العدد أن تكون 4×10^{12}]

حلّل عمل الطلاب

عمل مطر

سأقرّب العدد إلى أقرب جزء من مائة ألف، أو 0.00003،
يمكنني كتابة هذا التقدير في الصورة 3×10^{-5}

قرّب **مطر** العدد إلى أقرب جزء من مائة ألف وكتب التقدير في صورة إحدى قوى العدد 10



قرّبَ **أحمد** العدد إلى أقرب جزء من عشرة ملايين، ثم كتب التقدير في صورة إحدى قوى العدد 10

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يعرفون كيف يقرّبون الأعداد وكيف يضربونها في قوى العدد 10

مثال 1 كتابة الأعداد الكبيرة بالصيغة العلمية

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: لماذا قد ترغب في كتابة العدد 92 960 000 بالصيغة العلمية؟
[نموذج إجابة: ليصبح من الأسهل فهمه ومقارنته.]

س: ما أهمية الإبقاء على بعض أرقام العدد الأصلي بدلًا من استعمال رقم مفرد مضروب في إحدى قوى العدد 10؟ [نموذج إجابة: لإعطاء تقدير أكثر دقة للعدد الأصلي.]

س: : لماذا يجب أن يكون العامل الأول دائمًا عددًا أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10؟ [نموذج إجابة: للحصول على قاعدة عامة لكتابة أي عدد بالصيغة العلمية.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما القيمة المنزلية للرقم الأول في مساحة دولة قطر؟ [عشرات الآلاف]

أقنعني!

س: كيف تستعمل قوى العدد 10 لكتابة أعداد كبيرة بالصيغة العلمية؟
[نموذج إجابة: قوى العدد 10 المستعملة في الصيغة العلمية يساوي عدد الأرقام بعد الفاصلة العشرية.]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة كيفية استعمال قوى العدد 10 لتحديد القيمة المنزلية.

- ما القيمة المنزلية للرقم الأول في كل عدد؟ (اكتب الإجابة في صورة إحدى قوى العدد 10).

س: 4 678 861 034؟ [10^{10}]

س: 24 999 999؟ [10^8]

- قرّب كل عدد إلى أقرب قيمة منزلية معطاة، ثم اكتب التقدير بالصيغة العلمية.

س: 4 678 861 034 إلى أقرب مليون. [4 679 000 000؛ 4.679×10^9]

س: 24 999 999 إلى أقرب عشرة ملايين. [20 000 000؛ 2×10^7]

إثراء

للاستعمال مع المثال 3 اطلب من الطلاب اكتشاف كيفية عرض الحاسبة للأعداد الكبيرة جدًا التي لا تتسع لها شاشتها.

- صيغة الحاسبة.

س: توقع كيف تعرض الحاسبة العدد 945 673 000 000 000 000
[9.45673 E14 أو 9.45673×10^{14}]

س: كيف تعرض الحاسبة العدد 0.0000000000000945؟ [9.45 E-13 أو 9.45×10^{-13}]

www.jnob-jo.com

مثال 2 كتابة الأعداد الصغيرة بالصيغة العلمية

طرح أسئلة هادفة

س: ما القيمة المنزلية للرقم 7 في الكسر العشري 0.00000703؟
[الرقم 7 في منزلة الأجزاء من مليون]

س: كيف يمكنك كتابة هذه القيمة المنزلية في صورة كسر اعتيادي وفي صورة إحدى قوى العدد 10؟ $[10^{-6}, \frac{1}{1\,000\,000}]$

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: هل يمكنك كتابة العدد 0.005 في صورة كسر اعتيادي، ثم استعمال خواص الأسس لكتابته بالصيغة العلمية؟ [نعم؛ نموذج إجابة: يمكن كتابة $[0.005 = \frac{5}{1\,000} = \frac{5}{10^3} = 5 \times 10^{-3}$

مثال 3 التحويل من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية

طرح أسئلة هادفة

س: عندما تحول من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية، كيف تعرف ما إذا كان عليك تحريك الفاصلة العشرية إلى اليسار أم إلى اليمين؟ [نموذج إجابة: تتحرك الفاصلة العشرية إلى اليمين إذا كان قوة العدد 10 موجبة، وتتحرك إلى اليسار إذا كانت قوة العدد 10 سالبة.]

س: كيف تتحقق من صحة إجابتك؟ [نموذج إجابة: بتحويل الإجابة إلى الصيغة العلمية من جديد.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف تساعد إشارة الأس في تحديد ما إذا كان العدد المعطى أكبر أم أصغر من العدد 1؟ [نموذج إجابة: يكون العدد أكبر من 1 إذا كان الأس موجبًا، ويكون أصغر من 1 إذا كان الأس سالبًا.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 بعد قراءة مثال 1 أمام الطلاب، اسمح لهم بالتدرب باستعمال تعليمات تزودهم بها.

س: ضع أصبعك على الرقم 3 في العدد 3 500 000، أين سيصبح إصبعك إذا حرّكته 6 منازل إلى اليمين؟
[إلى يمين الصفر الأخير، أي عند الفاصلة العشرية]

س: ضع أصبعك على الرقم 8 في العدد 0.000000008، أين سيصبح إصبعك إذا حرّكته 9 منازل إلى اليسار؟
[عند الفاصلة العشرية]

أتح للطلاب فرصة التدرب على العدّ بصوت عالٍ أثناء تحريكهم أصابعهم إلى اليمين أو اليسار باستعمال أعداد مختلفة.

مستوى 2 لاحظ مثال 3

اطلب من الطلاب مشاركة الأسئلة التي يحتاجون إلى إجاباتها أثناء حل المسألة.

س: ما الأسئلة التي يجب أن تسألها قبل حل المسألة؟
[نموذج إجابة: هل العدد 3.5 E15 أكبر أم أصغر من 1؟ هل يجب تحريك الفاصلة العشرية إلى اليمين أم إلى اليسار؟]

ثم اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية للإجابة عن أسئلتهم والتدرب على اتباع التعليمات الشفهية.

مستوى 3 لاحظ مثال 3

اطلب من الطلاب شرح كيفية حل كل خطوة في المسألة. اطلب من طلاب آخرين اتباع تعليماتهم لترى ما إذا كانوا سيتوصّلون إلى الإجابة الصحيحة. شجعهم على استعمال مصطلحات رياضية مثل: "عامل"، "أس"، "موجب"، "سالب"، "أكبر من"، "أصغر من"، "اضرب"، "اقسم"، "صيغة علمية".

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: كيف تعرف متى يكون الأس موجبًا ومتى يكون سالبًا؟ [يكون الأس موجبًا إذا كان العدد أكبر من 1، ويكون سالبًا إذا كان العدد أصغر من 1]

س: كيف توجد الأس؟ [نموذج إجابة: الأس هو عدد القفزات التي تتحركها الفاصلة العشرية. كما أنه عدد المرات التي تضرب فيها بالعدد 10 للوصول إلى القيمة المنزلية للرقم الأول في العدد المكتوب بالصيغة القياسية.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يمكن استعمال الصيغة العلمية كطريقة فعالة للحسابات أو للمقارنة. على الطلاب أن يفهموا كيف يدل الأس على حجم العدد.

التمرين 3

س: كيف يجب أن يحرّك سالم الفاصلة العشرية؟ [إلى يمين الرقم 3]

س: كم منزلة يجب أن يحرّكها وفي أي اتجاه؟ [5 منازل إلى اليمين]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 7 قد لا يفهم الطلاب كيف تمثل الحاسبة الأعداد بالصيغة العلمية أو أن الحرف E يرمز إلى قوة العدد 10

س: ما معنى E أو EE على شاشة الحاسبة؟ [E أو EE يعني أن العدد مكتوب بالصيغة العلمية. العدد الذي يلي E أو EE هو قوة العدد 10]



ملخص المفهوم

الصيغة العلمية هي طريقة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا.
يستعمل العلماء الصيغة العلمية لكتابة مثل هذه الأعداد لكونها طريقة عملية ومريحة أكثر.
يُكتب العدد بالصيغة العلمية في صورة ناتج ضرب عاملين، أحدهما أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10، والآخر إحدى قوى العدد 10

$6.5\,000\,000 \rightarrow 6.5 \times 10^{7}$ (7 أرقام)
عُدّ الأرقام الواقعة **بعد** الفاصلة العشرية. الأس موجب.
ضع الفاصلة العشرية بعد أول رقم غير صفري.

$0.00009.87 \rightarrow 9.87 \times 10^{-5}$ (5 أرقام)
عُدّ الأرقام الواقعة **قبل** الفاصلة العشرية. الأس سالب.
ضع الفاصلة العشرية بعد أول رقم غير صفري.

لكتابة عدد مكتوب بالصيغة العلمية بالصيغة القياسية، اضرب الجزء العشري في إحدى قوى العدد 10

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما المقصود بالصيغة العلمية ولماذا تُستعمل؟
نموذج إجابة: الصيغة العلمية طريقة فعالة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الصغيرة جدًا، وتتكون من ناتج ضرب عاملين. العامل الأول أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10، والعامل الثاني إحدى قوى العدد 10

2. **انقد وبرّر** يقول حاسم إن العدد 2 800 000 يُكتب بالصيغة العلمية 2.8×10^{-6} لأن للعدد ست منازل إلى يمين الرقم 2
هل استنتاج حاسم صحيح؟
نموذج إجابة: لا، تبريره المنطقي غير صحيح. يجب أن يكون أس العدد المكتوب بالصيغة العلمية موجبًا لأنه أكبر من 1، يشير الأس السالب إلى أن العدد أصغر من 1

3. **ابن الحجج الرياضية** سيكتب سالم العدد 0.000032 بالصيغة العلمية. يعتقد سالم أن أس العدد 10 يجب أن يكون موجبًا. هل تتفق معه؟ ابن حجة رياضية تدعم إجابتك.
نموذج إجابة: أختلف معه. العدد الذي يكتبه بالصيغة العلمية أصغر من 1، إذن يجب أن يكون الأس سالبًا.

طبّق فهمك

4. عبّر عن العدد 586 400 000 بالصيغة العلمية.
5.864×10^{8}

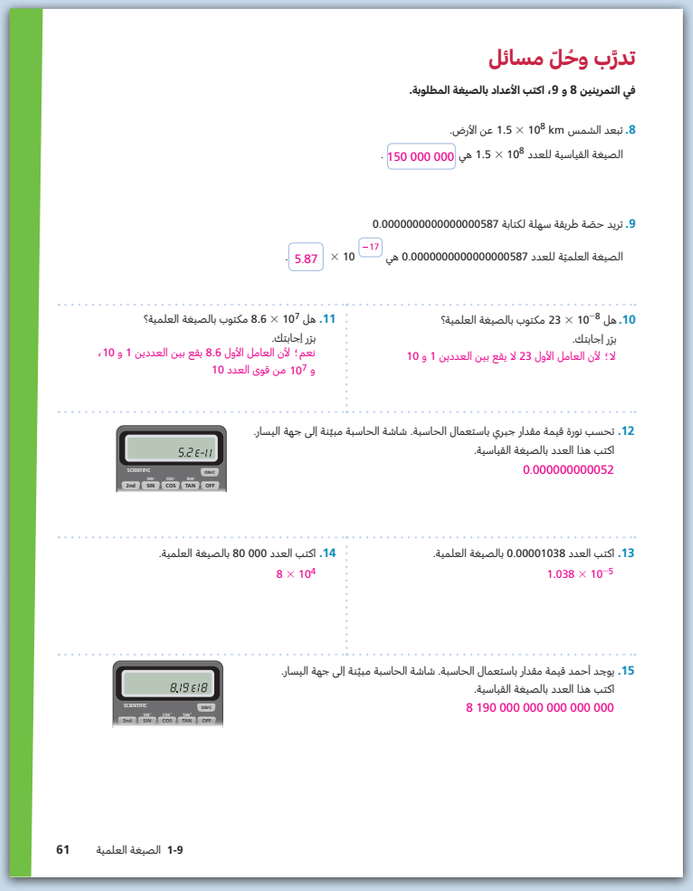
5. المعلومات الوراثية لجميع الكائنات الحية تقريبًا مخزّنة في شريط صغير جدًا يُسمى DNA. طول DNA البشري 3 نانومتر أو 3×10^{-9} m، اكتب هذا الطول بالصيغة القياسية.
0.000000003 m

6. أكبر فيروس عرفه الإنسان هو ميجا فيروس، ويبلغ عرضه 0.00000044 m
عبّر عن العدد بالصيغة العلمية.
4.4×10^{-7} m

7. كيف تكتب العدد المبين على شاشة الحاسبة بالصيغة القياسية؟
7 600 000 000 000

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 8 و 9، اكتب الأعداد بالصيغة المطلوبة.

8. تبعد الشمس 1.5×10^8 km عن الأرض.

الصيغة القياسية للعدد 1.5×10^8 هي 150 000 000.

9. تريد حضة طريقة سهلة لكتابة 0.000000000000000587.

الصيغة العلمية للعدد 0.000000000000000587 هي 5.87×10^{-17}.

10. هل 23×10^{-8} مكتوب بالصيغة العلمية؟
برّر إجابتك.
لا؛ لأن العامل الأول 23 لا يقع بين العددين 1 و 10

11. هل 8.6×10^7 مكتوب بالصيغة العلمية؟
برّر إجابتك.
نعم؛ لأن العامل الأول 8.6 يقع بين العددين 1 و 10، و 10^7 من قوى العدد 10

12. تحسب نورة قيمة مقدار جبري باستعمال الحاسبة. شاشة الحاسبة مبيّنة إلى جهة اليسار.
اكتب هذا العدد بالصيغة القياسية.
0.000000000052

13. اكتب العدد 0.00001038 بالصيغة العلمية.
1.038×10^{-5}

14. اكتب العدد 80 000 بالصيغة العلمية.
8×10^4

15. يوجد أحمد قيمة مقدار باستعمال الحاسبة. شاشة الحاسبة مبيّنة إلى جهة اليسار.
اكتب هذا العدد بالصيغة القياسية.
8 190 000 000 000 000 000

61 1-9 الصيغة العلمية

16. a. ما أول خطوة تقوم بها لكتابة العدد 5.871×10^{-7} بالصيغة القياسية؟
تحريك الفاصلة العشرية 7 منازل إلى اليسار.

b. اكتب العدد بالصيغة القياسية.
0.0000005871

17. اكتب العدد 2.58×10^{-2} بالصيغة القياسية.
0.0258

18. المسافة بين جبلين في موقع معيّن تساوي 1 600 000 cm تقريبًا.
اكتب العدد بالصيغة العلمية.
1.6×10^6 cm

19. يبلغ طول خلية بكتيرية 5.2×10^{-6} m
اكتب طول الخلية بالصيغة القياسية.
0.0000052 m

20. مهارات التفكير العليا اكتب المسافة 4 300 000 m بالمتر ثم بالمليمتر مستعملًا الصيغة العلمية.
4.3×10^6 m؛ 4.3×10^9 mm

تدرَّب على اختبار

21. أي من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

Ⓐ 12×10^6
Ⓑ 12
Ⓒ 6.89×10^6
Ⓓ 6.89

22. تعرض شاشة حاسبة خولة العدد المبيّن إلى جهة اليسار.

الجزء A
اكتب هذا العدد بالصيغة العلمية.
5.49×10^{-14}

الجزء B
اكتب هذا العدد بالصيغة القياسية.
0.0000000000000549

62 1-9 الصيغة العلمية

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 20 مهارات التفكير العليا قد لا يتذكر الطلاب الفرق بين المتر والمليمتر.

س: كم مليمترًا في المتر الواحد؟ [1 m = 1 000 mm]

س: كيف يساعدك الاختصار "مل" (milli) في تحديد عدد المليمترات في المتر الواحد؟
[نموذج إجابة: الاختصار "مل" (milli) يعني 1 000، أي أن 1 000 مليمتر يساوي 1 متر.]

تحدّ

التمرين 19 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه إجراء عمليات حسابية تتضمن أعدادًا مكتوبة بالصيغة العلمية.

س: كم خلية بكتيرية يمكن أن تُصف جنبًا إلى جنب على طول ملعب كرة قدم؟
اكتب الإجابة بالصيغة العلمية. (طول ملعب كرة القدم ≈ 105 m)
[2×10^7 خلية تقريبًا]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	14, 18, 21	1
	11	2
	20	3
2	9, 13	1
	10	2
3	8, 12, 15, 19	1
	16, 17, 22	2

www.jnob-jo.com

الدرس
1-10
العمليات على الأعداد في الصيغة العلمية

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تطبيق خواص الأعداد في الحسابات التي تتضمن أعدادًا مكتوبة بالصيغة العلمية.

الفهم الأساس

يمكن تطبيق خواص الأعداد لفهم كيفية جمع وطرح وضرب وقسمة الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- تحويل الأعداد من الصيغة العلمية إلى الصيغة القياسية وبالعكس.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- تطبيق خواص الأسس لإيجاد قيمة مقادير تتضمن عمليات في الصيغة العلمية.
- تنفيذ عمليات حسابية تتضمن كميات مكتوبة بالصيغة العلمية لحل مسائل من واقع الحياة.

في صفوف لاحقة، سيتمكن الطلاب من:

- تطبيق خواص الأسس واستعمال الصيغة العلمية لتبسيط معادلات تتضمن أسسًا نسبية.

دقة

يركز هذا الدرس على الدمج بين **المهارة الإجرائية** و**الطلاقة** و**التطبيق**.

- يجري الطلاب عمليات حسابية على الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية.
- يستعمل الطلاب الصيغة العلمية لإجراء الحسابات وحل المسائل في مواقف تتضمن أعدادًا كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.2.5** يقرأ ويكتب الأعداد في الصيغة العلمية $A \times 10^n$ حيث n عدد صحيح و $1 \leq A < 10$ ويستعملها لإجراء حسابات أو تقدير نواتج الحسابات، أو إجراء مقارنات.

معايير ممارسات الرياضيات

كن دقيقًا

ينفّذ الطلاب عمليات حسابية على أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية لحل مسائل من واقع الحياة.

ابحث عن البنية واستعملها

يستعمل الطلاب خواص الأعداد وخواص الأسس لإجراء عمليات حسابية على أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية، ويكتبون الإجابات النهائية للمسائل باستعمال الصيغة العلمية الصحيحة.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

كن دقيقًا أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يعطون للمسألة معنى ويطبقون ما يعرفونه عن مساحة المستطيل.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ماذا يمثل العددان المذكوران في المسألة؟ [طول الراية وعرضها]

2. بناء الفهم

س: كيف توجد مساحة الراية؟ [نموذج إجابة: اضرب طولها في عرضها.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف يمكنك استعمال العوامل المشتركة لإيجاد المساحة؟ [نموذج إجابة: يمكن استعمال تحليل البُعدين بإخراج العدد 10 كعامل مشترك للطول والعرض.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي سعاد وخولة إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما الفرق بين طريقة سعاد وطريقة خولة في حل المسألة؟
[نموذج إجابة: استعملت سعاد الضرب، ثم حوّلت الإجابة إلى الصيغة العلمية. استعملت خولة التحليل وخاصية الإبدال لإعادة ترتيب العوامل قبل ضربها.]

س: متى تكون طريقة خولة مفيدة أكثر؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: طريقة خولة مفيدة أكثر عندما تكون الأعداد كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف يمكنك استعمال الصيغة العلمية لضرب أعداد أكبر من هذين العددين؟
[نموذج إجابة: عندما تكون العوامل من مضاعفات العدد 10، يمكن استعمال التحليل بإخراج قوى العدد 10 كعامل مشترك، ثم ضرب العوامل المتبقية.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: ما الأبعاد الأخرى التي يمكن استعمالها للتعبير عن طول الراية وعرضها؟
[نموذج إجابة: يمكن تحويل القياسات إلى أقدام، أو أمتار، أو سنتمترات.]

حلّل عمل الطلاب

عمل سعاد

لقد ضربت $1\,280 \times 780 = 998\,400$

ثم كتبت ناتج الضرب $998\,400$ بالصيغة العلمية. 9.984×10^5

ضربت **سعاد** البُعدين وكتبت المساحة بالصيغة العلمية.



استعملت **خولة** التحليل بإخراج العامل المشترك 10 من كل عدد واستعملت خاصية الإبدال لإعادة ترتيب الأعداد قبل ضربها.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يعرفون كيفية كتابة الأعداد بالصيغة العلمية. أخبر الطلاب أن بإمكانهم استعمال خواص العمليات لإعادة ترتيب ودمج الحدود المكتوبة بالصيغة العلمية لتسهيل الحسابات.

مثال 1 جمع الأعداد في الصيغة العلميّة وطرحها

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: لماذا استُعمل الطرح بدلًا من القسمة في حل المسألة؟ [نموذج إجابة: لأن السؤال هو "بكم تزيد" وليس "كم من أمثال".]

س: في الجمع والطرح، ما أهمية إعادة كتابة الأعداد باستعمال نفس قوة العدد 10؟ [نموذج إجابة: يساعد ذلك في استعمال خاصية التوزيع لتحليل قوى العدد 10 عبر إخراج نفس العامل المشترك من كل عدد.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: في رأيك، أي طريقة عملية أكثر؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: استعمال الصيغة العلمية عملية أكثر لأن عدد القيم المنزلية التي سيتم تتبعها أقل.]

أقنعني!

س: لكتابة عدد بالصيغة العلمية بطريقة صحيحة، بين أي عددين يجب أن يكون العامل الأول؟ [1 و 10]


السؤال الأساس كيف يساعد استعمال الصيغة العلميّة عند إجراء عمليات على أعداد كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا؟

مثال 1 جمع الأعداد في الصيغة العلميّة وطرحها

تبيّن الصورة المجاورة كلًّا من كتلة الأرض وكتلة القمر.
بكم تزيد كتلة الأرض عن كتلة القمر؟
اكتب الناتج بالصيغة العلمية.

كتلة الأرض ≈ 5.97×10^{24} kg
كتلة القمر ≈ 7.35×10^{22} kg

استعمل البنية على ماذا يدلّ الأس في ما يخص ضخامة العدد.

طريقة للحل اكتب الكتلتين بالصيغة القياسية ثم اطرحهما.

$5.97 \times 10^{24} = 5\,970\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$

$7.35 \times 10^{22} = 73\,500\,000\,000\,000\,000\,000\,000$

$5\,970\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000$

$- \quad 73\,500\,000\,000\,000\,000\,000\,000$

$5\,896\,500\,000\,000\,000\,000\,000\,000$

الفرق يساوي 5.8965×10^{24} kg تقريبًا.

طريقة أخرى اكتب الكتلتين باستخدام نفس الأس للعدد 10، ثم اطرحهما.

5.97×10^{24}
$= (5.97 \times 10^{2}) \times 10^{22}$ — استعمل خاصية من خصائص الأسس لكتابة 10^{24} في صورة $10^{2} \times 10^{22}$
$= 597 \times 10^{22}$
$(597 \times 10^{22}) - (7.35 \times 10^{22})$
$= (597 - 7.35) \times 10^{22}$
$= 589.65 \times 10^{22}$
$= 5.8965 \times 10^{24}$ — تذكّر أن العامل الأول يجب يكون أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10

يبلغ الفرق 5.8965×10^{24} kg تقريبًا.

حاول أن تحلّ!

متوسط المسافة بين كوكب الزهرة وكوكب الأرض حوالي 2.5×10^{7} km، ومتوسط المسافة بين كوكب المريخ وكوكب الأرض حوالي 2.25×10^{8} km عند اصطفاف الزهرة والأرض والمريخ على خط مستقيم بهذا الترتيب، ما متوسط المسافة بين الزهرة والمريخ؟

$2.25 \times 10^{8} = (2.25 \times \boxed{10^{1}} \times \boxed{10^{7}})$
$= \boxed{22.5} \times 10^{7}$
$2.5 \times 10^{7} + \boxed{22.5} \times 10^{7} = (2.5 + \boxed{22.5}) \times 10^{7}$
$= \boxed{25} \times 10^{7}$
$= \boxed{2.5} \times \boxed{10^{8}}$

أقنعني! في المثال 1 والفقرة "حاول أن تحلّ"، لماذا حرّكت الفاصلة العشرية لتحصل على الإجابة النهائية؟
نموذج إجابة: لم تكن الإجابة الأولية مكتوبة بالصيغة العلمية لأن العامل الأول فيها أكبر من 10

64 1-10 العمليات على الأعداد في الصيغة العلمية

الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة كيفية تحويل الأعداد من الصيغة القياسية إلى الصيغة العلمية.

- اكتب الأعداد الآتية بالصيغة العلمية.

س: 32 500 000 000 000 [3.25×10^{13}]

س: 20 000 000 [2×10^{7}]

س: 54.5×10^{3} [5.45×10^{4}]

س: اكتب قاعدة تساعدك على تحديد الأس عند كتابة عدد بالصيغة العلمية.
[نموذج إجابة: أولًا حدّد الرقم الرئيسي في العدد، أي أول رقم غير صفري من جهة اليسار. ثم أوجد عدد القيم المنزلية التي يجب أن تتحركها الفاصلة العشرية ليصبح هذا الرقم في منزلة الآحاد. عدد القيم المنزلية هو العدد المستعمل للأس.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 2 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه توسيع المسألة بإيجاد المساحة التقريبية لسطح الجسر.

س: ما مساحة سطح الجسر إذا كان عرضه 3.6×10^{1} ft؟
[المساحة تساوي 1.296×10^{6} ft^2 تقريبًا.]

س: كيف تُكتب هذه المساحة بالصيغة القياسية؟ [1 296 000 ft^2]

www.jnob-jo.com

مثال 2 ضرب الأعداد في الصيغة العلميّة

طرح أسئلة هادفة

س: ما المطلوب إيجاده؟ [الطول التقريبي للجزء الرئيسي للجسر]

س: ماذا يمثل المقدار 8.2×10^2؟ [المسافة بين دعامتين]

مثال 3 قسمة الأعداد في الصيغة العلميّة

طرح أسئلة هادفة

س: ما الخواص التي تسمح لك بكتابة المقدار $(3.0 \times 10^1) \div (1.83 \times 10^6)$ في صورة $(10^1 \div 10^6) \times (3.0 \div 1.83)$؟ [خاصية الإبدال وخاصية التجميع]

س: كيف تعرف أن العدد 0.61×10^5 ليس مكتوبًا بالصيغة العلمية؟
[يجب أن يكون العامل الأول بين العددين 1 و 10، و 0.61 أصغر من 1]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: لماذا قسمة الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية أسهل من قسمتها وهي مكتوبة بالصيغة القياسية؟ [نموذج إجابة: عندما تكون الأعداد مكتوبة بالصيغة العلمية، يمكن استعمال خواص الأسس لقسمة قوى العدد 10 وقسمة عوامل قوى العدد 10]



مثال 2 ضرب الأعداد في الصيغة العلميّة

يربط أحد الجسور بين مدينتين. يرتكز الجزء الرئيسي للجسر على دعامات تشكّل 43 قطعة. ما الطول التقريبي للجزء الرئيسي للجسر؟ اكتب إجابتك بالصيغة العلميّة.

خطوة 1 اكتب مقدارًا لتمثيل الموقف.

$(8.2 \times 10^2) \times 43$
$= (8.2 \times 10^2) \times (4.3 \times 10^1)$

اكتب العددين بالصيغة العلميّة.

خطوة 2 اضرب.

$(8.2 \times 10^2) \times (4.3 \times 10^1)$
$= (8.2 \times 4.3) \times (10^2 \times 10^1)$
$= 35.26 \times (10)^{2+1}$
$= 35.26 \times 10^3$
$= 3.526 \times 10^4$

تذكّر: تنص خاصيّة ناتج ضرب القوى على أنه عند ضرب مقدارين أسّيين لهما نفس الأساس يتم جمع الأسّين.

يجب أن يكون العامل الأول أصغر من 10 وأكبر من أو يساوي 1

طول الجزء الرئيس للجسر حوالي 3.5×10^4 ft

مثال 3 قسمة الأعداد في الصيغة العلميّة

تضع ملكة النمل 1.83×10^6 بيضة خلال 30 يومًا. على فرض أنها تضع العدد نفسه من البيض كل يوم، كم بيضة تضع في اليوم الواحد تقريبًا؟ اكتب إجابتك بالصيغة العلميّة.

أولاً، اكتب 30 بالصيغة العلمية: 3.0×10^1
ثمّ، اقسم.

$(1.83 \times 10^6) \div (3.0 \times 10^1)$
$\frac{1.83 \times 10^6}{3.0 \times 10^1}$
$\frac{1.83}{3.0} \times \frac{10^6}{10^1}$
$(1.83 \div 3.0) \times (10^6 \div 10^1)$
0.61×10^5
6.1×10^4

تنص خاصيّة ناتج قسمة القوى على أنه عند قسمة مقدارين أسّيين لهما نفس الأساس يتم طرح الأسّين.

تضع ملكة النمل حوالي 6.1×10^4 بيضة يوميًا.

حاول أن تحلّ!

يوجد في جسم الإنسان 1×10^{14} بكتيريا نافعة، كما يوجد في أجسام المشاهدين على مدرّج ملعب لكرة القدم 2.6×10^{18} بكتيريا نافعة. ما عدد المشاهدين على المدرّج؟ اكتب إجابتك بالصيغة العلميّة.
2.6×10^4 مشاهد

1-10 العمليات على الأعداد في الصيغة العلميّة 65

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 اقرأ مثال 1 قراءة جهرية.

اطلب من الطلاب استعمال الرسم التوضيحي ليساعدهم في الإجابة عن الأسئلة الآتية.

س: ما معنى العبارة "بكم تزيد"؟ [بكم تفوق كمية ما عن كمية أصغر منها؟]

س: ما العملية الحسابية التي تستعملها لمقارنة الكتلتين؟ [الطرح]

مستوى 2 اقرأ مثال 1 قراءة جهرية.

اطلب من الطلاب ملء الفراغات بالكلمة أو العبارة المناسبة لوصف طريقتي الحل.

س: في الطريقة الأولى (طريقة للحل)، قم بالمحاذاة بين الأرقام التي لها نفس _____ ثم _____.
[القيمة المنزلية، اطرح]

س: في الطريقة الثانية (طريقة أخرى)، اكتب العددين باستعمال _____ قوة العدد 10، ثم أخرج 10^{22} كعامل مشترك و _____ أول عاملين. أخيرًا، اكتب العدد في _____ الصحيحة.
[نفس، اطرح، الصيغة العلمية]

مستوى 3 اقرأ مثال 1 قراءة جهرية.

قسّم الطلاب إلى مجموعات ثنائية، واطلب أن يلخص كل منهم الخطوات المستعملة في الطريقة الثانية (طريقة أخرى) ثم يقرأها لزميله في المجموعة. اقترح أن يقوم كل طالب بتعديل ملخص زميله، ثم دمج الملخصين في ملخص واحد.

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: ما وجه الشبه بين خطوات جمع وخطوات طرح أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية؟
[نموذج إجابة: في الحالتين تُعاد كتابة الكميتين إلى أن يصبح لهما نفس قوة العدد 10]

س: ما وجه الشبه بين خطوات ضرب وخطوات قسمة أعداد مكتوبة بالصيغة العلمية ؟
[نموذج إجابة: في الحالتين تُعاد كتابة الكميتين بحيث يمكن تبسيط العامل الأول وقوة العدد 10 في العددين.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يجب أن يدرك الطلاب أن الصيغة العلمية تسهل الحسابات في الأعداد الكبيرة جدًا والأعداد الصغيرة جدًا.

التمرين 2

س: في مسألة ضرب تتضمن عددين مكتوبين بالصيغة العلمية، هل يمكن لأول ناتج ضرب أن يكون أكبر من 100؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: لأن أول عاملين كلاهما أصغر من 10، وبالتالي سيكون ناتج ضربهما أصغر من 100]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 4 قد يجد الطلاب صعوبة في إعادة كتابة إجاباتهم بالصيغة العلمية بطريقة صحيحة.

س: كيف تعرف ما إذا كان عليك أن تزيد الأس أم تنقصه عند تحريك الفاصلة العشرية في العامل الأول لكتابته بالصيغة العلمية بطريقة صحيحة؟
[نموذج إجابة: إذا كان العامل الأول أكبر من 10، يقسم على 10 وتُحرّك الفاصلة العشرية إلى اليسار، لذا يجب زيادة الأس للحفاظ على نفس القيمة النهائية.]



ملخص المفهوم

يمكن إجراء العمليات على أعداد كبيرة جدًا أو صغيرة جدًا بشكل أكثر فعالية باستعمال الصيغة العلمية.
يتم تطبيق خواص الأسس عند إجراء العمليات الحسابية.

القسمة	الضرب	الجمع أو الطرح
$(2.3 \times 10^6) \div (1.6 \times 10^9)$	$(2.3 \times 10^6) \times (1.6 \times 10^9)$	$(2.3 \times 10^6) + (1.6 \times 10^9)$
$(2.3 \div 1.6) \times (10^6 \div 10^9)$	$(2.3 \times 1.6) \times (10^6 \times 10^9)$	$(2.3 \times 10^6) + (1.6 \times 10^3) \times 10^6$
$1.4375 \times 10^{6-9}$	$3.68 \times 10^{6+9}$	$(2.3 \times 10^6) + (1\,600 \times 10^6)$
1.4375×10^{-3}	3.68×10^{15}	$(2.3 + 1\,600) \times 10^6$
استعمل خاصيّة ناتج قسمة القوى.	استعمل خاصيّة ناتج ضرب القوى.	$1\,602.3 \times 10^6$
		1.6023×10^9
		استعمل خاصيّة ناتج ضرب القوى.

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف يساعد استعمال الصيغة العلمية عند إجراء عمليات على أعداد صغيرة جدًا أو كبيرة جدًا؟
نموذج إجابة: إن استعمال الصيغة العلمية يساعد على إجراء العمليات الحسابية باستعمال أرقام أقل.

2. **استعمل البنية** عند ضرب أو قسمة عددين مكتوبين بالصيغة العلمية، لماذا يجب عليك أحيانًا إعادة كتابة أحد عوامل الناتج؟
نموذج إجابة: عند ضرب أو قسمة الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية، يجب أن يكون العامل الأول في الإجابة النهائية أصغر من 10، لذا قد تحتاج إلى إعادة كتابة الإجابة المحسوبة. مثلًا، أعد كتابة 12.15×10^4 في صورة 1.215×10^5

3. **استعمل البنية** عند كتابة ناتج جمع (5.2×10^4) و(6.95×10^4) بالصيغة العلمية، لماذا تكون قوى العدد 10 هي 10^5؟
نموذج إجابة: الأس في ناتج الجمع يساوي 5 لأن مجموع 5.2 و 6.95 يساوي 12.15، وهو أكبر من 1، لذا يجب تحريك الفاصلة العشرية منزلة واحدة إلى اليسار وزيادة الأس بمقدار 1

طبّق فهمك

4. يقدّر عالم بكتيريا أن 5.2×10^4 بكتيريا تنمو في كل طبق من الأطباق في مختبره وعددها 20، ما إجمالي عدد البكتيريا التي تنمو في الأطباق تقريبًا؟ عبّر عن إجابتك بالصيغة العلمية.
تقريبًا 1.04×10^6 بكتيريا

5. تبلغ المسافة من الأرض إلى القمر 1.2×10^9 ft تقريبًا. ويبلغ طول المركبة الفضائية أبولو 11 حوالي 360 ft تقريبًا.
كم مركبة فضائية تقريبًا بهذا الطول يجب وصل نهاياتها ببعضها ليساوي طولها المسافة من الأرض إلى القمر؟
اكتب إجابتك بالصيغة العلمية.

3.3×10^6 مركبة فضائية

6. كتلة كوكب المريخ 6.42×10^{23} kg، وكتلة كوكب عطارد 3.3×10^{23} kg

a. اكتب مجموع كتلتي المريخ وعطارد باستعمال الصيغة العلمية.
9.72×10^{23} kg

b. اكتب الفرق بين كتلتي الكوكبين باستعمال الصيغة العلمية.
3.12×10^{23} kg

66 1-10 العمليات على الأعداد في الصيغة العلمية

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل

تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 7 و8، قم بإجراء العملية الحسابية واكتب إجابتك بالصيغة العلمية.

7. $(7 \times 10^{-6})(7 \times 10^{-6})$

$(7 \times 7) \times (10^{-6} \times 10^{-6})$

49×10^{-12}

4.9×10^{-11}

8. $(3.76 \times 10^5) + (7.44 \times 10^5)$

$(3.76 + 7.44) \times (10^5)$

11.20×10^5

1.12×10^6

9. ما قيمة n في المعادلة التالية:
$(1.9 \times 10^n)(1 \times 10^5) = 1.9 \times 10^7$؟
2

10. أوجد ناتج $(8 \times 10^2) - (5.3 \times 10^3)$.
اكتب إجابتك بالصيغة العلمية.
4.5×10^3

11. ما كتلة 30 000 جزيء من الأكسجين؟
اكتب إجابتك بالصيغة العلمية.
1.59×10^{-18} g



كتلة جزيء واحد من الأكسجين
5.3×10^{-23} g

12. انقد وبرّر يقول صديقك إنّ ناتج ضرب 4.8×10^8 و 2×10^{-3} هو 9.6×10^{-5}
هل هذه الإجابة صحيحة؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: ناتج الضرب يعني إجراء عملية الضرب، وعند ضرب الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية يجب جمع الأسس. يجب أن يكون الأس 5 بدلًا من -5

13. أوجد ناتج $\frac{7.2 \times 10^{-8}}{3 \times 10^{-2}}$
اكتب إجابتك بالصيغة العلمية.
2.4×10^{-6}

14. يبعد أحد النجوم عن كوكب الأرض 4.3×10^2 سنة ضوئية.
والسنة الضوئية تساوي حوالي 9.5×10^{12} km
كم يبعد النجم عن كوكب الأرض (بالكيلومتر)؟
اكتب إجابتك بالصيغة العلمية.
4.085×10^{15} km

15. بلغ إجمالي استهلاك عصير الفاكهة في إحدى الدول عام 2006 حوالي 8.664×10^9 L، وعدد سكان هذه الدولة في ذلك العام 3×10^8 نسمة. ما متوسط استهلاك الفرد في هذه الدولة عام 2006 باللتر؟
28.88 L تقريبًا

16. أبعد مسافة بين الشمس والمشتري 8.166×10^8 km تقريبًا، وأبعد مسافة بين الشمس وزحل 1.515×10^9 km تقريبًا، ما الفرق بين هاتين المسافتين؟ اكتب إجابتك بالصيغة العلمية.
6.984×10^8 km تقريبًا

17. ما متوسط وزن النفايات التي يُخلفها الفرد في إحدى الدول بالكيلوجرام خلال عام واحد؟ اكتب إجابتك بالصيغة العلمية.
6.906×10^3 kg تقريبًا



18. مهارات التفكير العليا

a. حدّد قيمة n في المعادلة التالية
$(3 \times 10^n)(5 \times 10^5) = 1.5 \times 10^{12}$
6

b. لماذا لا يساوي الأس الموجود في الطرف الأيسر للمعادلة مجموع الأسس الموجودة في طرفها الأيمن؟ وضّح إجابتك.
نموذج إجابة: عند ضرب 3×5، يجب كتابة ناتج الضرب 15 بالصيغة العلمية أي 1.5×10^1
$1 + 5 + 6 = 12$

تدرَّب على اختبار

19. أوجد ناتج $(4.4 \times 10^{-3}) \div (2.2 \times 10^5)$
عندما تعيد تجميع العوامل، ماذا تلاحظ بخصوص ناتج قسمة العوامل العشرية؟ ما تأثير ذلك في أس ناتج القسمة؟

2.0×10^7؛ نموذج إجابة: ناتج قسمة العوامل العشرية أصغر من 1، لكي يكون ناتج القسمة مكتوبًا بالصيغة العلمية، يجب تحريك الفاصلة العشرية، مما يغير أس الأساس 10

20. أيّ المعادلات الآتية صحيحة؟ اختر كل ما ينطبق.

- [x] $(4.7 \times 10^4) + (8 \times 10^4) = 1.27 \times 10^5$
- [ ] $(7.08 \times 10^3) + (2.21 \times 10^3) = 9.29 \times 10^6$
- [ ] $(5.43 \times 10^8) - (2.33 \times 10^8) = 3.1 \times 10^4$
- [x] $(9.35 \times 10^6) - (6.7 \times 10^6) = 2.65 \times 10^6$

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 16 قد يجد الطلاب صعوبة في تحديد العدد الأكبر. اطرح الأسئلة الآتية:

س: أي عدد هو الأكبر؟ كيف عرفت ذلك؟ [نموذج إجابة: العدد الأكبر هو 1.515×10^9 لأن أس العدد 10 أكبر.]

س: لماذا تحتاج إلى تحديد العدد الأكبر؟ [نموذج إجابة: لإجراء عملية الطرح، يجب أن تكون قوة العدد 10، هي نفسها في العددين، لذا يجب إعادة كتابة أحدهما.]

تعزيز المهارات اللغوية

التمرين 15 قد يحتاج الطلاب إلى بعض المساعدة لفهم المصطلحات المستعملة في المسألة.

س: ما معنى "استهلاك"؟ ما علاقتها بكلمة "استهلك"؟ [نموذج إجابة: استهلاك تعني أكل أو شرب شيء ما. "استهلك" فعل بينما "استهلاك" اسم.]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	8, 20	1
	10, 16	2
2	7	1
	9, 11, 14	2
	12, 18	3
3	13, 15, 17, 19	2

www.jnob-jo.com

الوحدة 1

مراجعة

الأعداد الحقيقية



الوحدة 1 مراجعة الوحدة

السؤال الأساس للوحدة

ما الأعداد الحقيقية؟ وكيف تُستعمل في حلّ المسائل؟

نموذج إجابة: الأعداد الحقيقية تشمل الأعداد النسبية التي يمكن كتابتها في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a و b عددان صحيحان و $b \neq 0$، والأعداد غير النسبية التي لا يمكن كتابتها في هذه الصورة. يمكن استعمال الأعداد الحقيقية لحل المسائل التي يتطلّب حلها استعمال عمليات مثل تربيع وتكعيب الأعداد وأخذ الجذور التربيعية والتكعيبية للأعداد.

مراجعة المصطلحات

صِل كلّ مصطلح بتعريفه.

المصطلح	التعريف
1. الجذر التكعيبي	عدد لا يمكن كتابته في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a, b عددان صحيحان و $b \neq 0$
2. عدد غير نسبي	طريقة لكتابة عدد في صورة ناتج ضرب عاملين، أحدهما أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10، والآخر إحدى قوى العدد 10
3. خاصيّة ناتج ضرب القوى	عدد ناتج ضربه في نفسه يساوي العدد الأصلي
4. مكعّب كامل	مكعّب عدد صحيح
5. مربّع كامل	عدد تكعيبه يساوي العدد الأصلي
6. خاصيّة قوة القوى	لضرب مقدارين أسّيين لهما نفس الأساس، اجمع الأسّين واترك الأساس كما هو.
7. خاصيّة قوة ناتج الضرب	لضرب مقدارين أسّيين لهما نفس الأس وأساساهما مختلفان، اضرب الأساسين واترك الأس كما هو.
8. الصيغة العلمية	عدد هو عبارة عن مربع عدد صحيح
9. الجذر التربيعي	لإيجاد قوة القوة، اترك الأساس كما هو واضرب الأسس.

استعمال المصطلحات في الكتابة

استعمل المصطلحات لتوضيح كيفية إيجاد طول كل ضلع من أضلاع حديقة مربعة الشكل مساحتها 196 m^2

نموذج إجابة: مساحة الحديقة، التي تساوي 196 مترًا مربعًا، مربع كامل. احسب الجذر التربيعي للعدد 196 لإيجاد طول كل ضلع من أضلاع الحديقة لتجد أنه يساوي 14 مترًا.

الوحدة 1 مراجعة الوحدة 69



مراجعة المفاهيم والمهارات

الدرس 1-1 الأعداد النسبية في صورة كسور عشرية

مراجعة سريعة

يمكنك كتابة الكسور العشرية الدورية في صورة كسر اعتيادي عن طريق كتابة معادلتين، ثم ضرب طرفي إحدى المعادلتين في إحدى قوى العدد 10، ثم طرح المعادلتين لحذف الكسر العشري المتكرر.

مثال

اكتب العدد ...1.0505 في صورة عدد كسري.

$x = 1.0\overline{5}$

$100 \times x = 100 \times 1.0\overline{5}$

$100x = 105.\overline{05}$

$100x - x = 105.\overline{05} - 1.0\overline{5}$

$99x = 104$

$x = \frac{104}{99}$ أو $1\frac{5}{99}$

تدرّب

اكتب كل عدد مما يلي في صورة كسر اعتيادي أو عدد كسري.

1. $0.\overline{7}$ $\frac{7}{9}$

2. $0.0\overline{4}$ $\frac{2}{45}$

3. $4.\overline{45}$ $4\frac{5}{11}$

4. 2.191919... $2\frac{19}{99}$

الدرس 1-2 الأعداد غير النسبية

مراجعة سريعة

العدد غير النسبي هو عدد لا يمكن كتابته في الصورة $\frac{a}{b}$، حيث a, b عددان صحيحان و $b \neq 0$

تكوّن الأعداد النسبية وغير النسبية معًا نظام الأعداد الحقيقية.

مثال

هل العدد $-\sqrt{50}$ عدد نسبي أم غير نسبي؟

العدد $-\sqrt{50}$ عدد غير نسبي لأن 50 ليس مربّع أيّ عدد صحيح.

تدرّب

1. حدّد أي الأعداد التالية أعداد غير نسبية.

- ☐ $\sqrt{36}$
- ☑ $\sqrt{23}$
- ☐ $-4.232323...$
- ☑ $0.151551555...$
- ☐ $0.3\overline{5}$
- ☑ π

2. هل العدد $-0.\overline{25}$ عدد نسبي أم غير نسبي؟ وضّح إجابتك.

عدد نسبي. نموذج إجابة: العدد $-0.\overline{25}$ عدد نسبي لأن بالإمكان كتابته في صورة كسر اعتيادي بسطه ومقامه عددان صحيحان، $-\frac{25}{99}$.

70 الوحدة 1 مراجعة الوحدة

السؤال الأساس للوحدة

ما الأعداد الحقيقية؟ وكيف تُستعمل في حلّ المسائل؟

أثناء إجابة الطلاب عن السؤال الأساس كتابةً شجّعهم على تضمينها تعريفات، وأمثلة، وأمثلة غير دالة، ونماذج، وتمثيلات أخرى تدعم إجاباتهم.

تأكد من توضيح ما يلي أثناء مناقشة إجابات الطلاب.

- الأعداد الحقيقية هي الأعداد التي يمكن إيجادها على خط الأعداد.
- تُستعمل الأعداد الحقيقية لحلّ مسائل تتضمن مربعات وجذورًا تربيعية ومكعبات وجذورًا تكعيبية، وكل المسائل التي تتضمّن مواقف من واقع الحياة.
- يمكن جمع، أو طرح، أو ضرب، أو قسمة الأعداد الحقيقية فيما بينها، ويكون الناتج عددًا حقيقيًا آخر.
- تُكتب الأعداد الصغيرة جدًا والأعداد الكبيرة جدًا في الصيغة العلمية غالبًا.

مراجعة المصطلحات

التعبير الشفوي قبل إكمال الطلاب الأنشطة الواردة في الصفحة، عزّز لديهم التعبير الشفوي باستعمال واحد أو أكثر من الأنشطة التالية.

- اطلب من الطلاب العمل ضمن مجموعات لإنشاء جمل رياضية (بدون استعمال ورقة وقلم) يتضمّن كل منها أحد المصطلحات.
- اكتب ثلاثة أعداد حقيقية على السبورة، ثم اطلب من الطلاب وصف كل عدد من هذه الأعداد باستعمال قدر ما يمكنهم من المصطلحات الرياضية.
[مثال: 64 (حقيقي، نسبي، صحيح، مربع كامل، مكعب كامل)]

الكتابة في الرياضيات بعد إنهاء الطلاب الأنشطة الواردة في الصفحة، يمكنك توفير المزيد من تعزيز قدرتهم على الكتابة في الرياضيات باستعمال النشاط التالي.

- اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لكتابة رسالة موجّهة إلى مدير المدرسة لإطلاعه على معلومتين مهمّتين واردتين في الوحدة 1 مستعملين في ذلك مصطلحين على الأقل.

www.jnob-jo.com

مراجعة المفاهيم والمهارات

الدرس 1-3 مقارنة وترتيب الأعداد الحقيقية

مراجعة سريعة

لمقارنة الأعداد الحقيقية وترتيبها، من المفيد كتابة كل عدد في صورة كسر عشري أولًا.

مثال

قارن بين الأعداد التالية ورتّبها. حدّد موقع كل عدد على خط الأعداد.

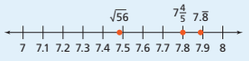
$7.\overline{8}$, $7\frac{4}{5}$, $\sqrt{56}$

اكتب كل عدد في صورة كسر عشري.

$7.\overline{8} = 7.8888...$

$7\frac{4}{5} = 7.8$

$\sqrt{56} \approx 7.5$



إذن، $\sqrt{56} < 7\frac{4}{5} < 7.\overline{8}$.

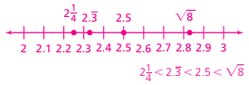
تدرّب

1. بين أيّ عددين كليّين يقع العدد $\sqrt{89}$؟

يقع العدد $\sqrt{89}$ بين 9 و 10.

2. قارن بين الأعداد التالية ورتّبها. حدّد موقع كل عدد على خط الأعداد.

$2.\overline{3}$, $\sqrt{8}$, 2.5, $2\frac{1}{4}$



$2\frac{1}{4} < 2.\overline{3} < 2.5 < \sqrt{8}$

الدرس 1-4 إيجاد قيم الجذور التربيعية والتكعيبية

مراجعة سريعة

تذكّر أن المربع الكامل هو مربع عدد صحيح. الجذر التربيعي لعدد هو العدد الذي ناتج ضربه في نفسه يساوي العدد الأصلي. وبالمثل، المكعب الكامل هو مكعّب عدد صحيح. الجذر التكعيبي للعدد هو العدد الذي تكعيبه يساوي العدد الأصلي.

مثال

نصب تذكاري مكعّب الشكل حجمه $729\ m^3$، ما طول كل حرف من أحرف النصب التذكاري؟

$\sqrt[3]{729} = \sqrt[3]{9 \times 9 \times 9}$

$= \sqrt[3]{9^3}$

$= 9$

إذن، طول كل حرف هو 9 m

تدرّب

صنّف كل عدد مما يلي ما إذا كان مربّعًا كاملًا أم مكعّبًا كاملًا أم كلاهما أم ليس أيًّا منهما.

1. 27 مكعب كامل
2. 100 مربع كامل
3. 64 كلاهما
4. 24 ليس أيًّا منهما
5. علبة مكعّبة الشكل حجمها $512\ in^3$، ما طول كل حرف من أحرف العلبة؟ 8 in

الدرس 1-5 حلّ المعادلات باستعمال الجذور التربيعية والتكعيبية

مراجعة سريعة

يمكنك استعمال الجذور التربيعية لحلّ المعادلات التي تتضمّن مربّعات، واستعمال الجذور التكعيبية لحلّ المعادلات التي تتضمّن مكعّبات. غالبًا ما يكون للمعادلات التي تتضمّن جذورًا تربيعية حلّان. راجع السياق لمعرفة إن كان الحلّان صحيحين أم لا.

مثال

يريد يوسف بناء منصة مربّعة الشكل لإنشاء ساحة للعب الأطفال مساحتها $25\ m^2$، كم سيكون طول كل ضلع من أضلاع المنصة؟

استعمل الصيغة $A = s^2$ لإيجاد طول كل ضلع.

$25 = s^2$

$\sqrt{25} = \sqrt{s^2}$

$\pm 5 = s$

لا يمكن للطول أن يكون سالبًا، إذن، سيكون طول كل ضلع من أضلاع المنصة 5 m

تدرّب

حَلّ لإيجاد قيمة x.

1. $x^3 = 64$ $x = 4$
2. $x^2 = 49$ $x = \pm 7$
3. $x^3 = 25$ $x = \sqrt[3]{25}$
4. $x^2 = 125$ $x = \pm\sqrt{125}$
5. وعاء مكعّب الشكل حجمه $125\ cm^3$ ما أبعاد أحد وجوه الوعاء؟ 5 cm في 5 cm

الدرس 1-6 استعمال خواص الأسس الصحيحة

مراجعة سريعة

يمكن لهذه الخواص أن تساعدك على كتابة مقادير متكافئة تحتوي على أسس.

خاصية ناتج ضرب القوى

$a^m \times a^n = a^{m+n}$

خاصية قوة القوى

$(a^m)^n = a^{mn}$

خاصية قوة ناتج الضرب

$a^n \times b^n = (a \times b)^n$

خاصية ناتج قسمة القوى

$a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$

مثال

اكتب مقدارًا مكافئًا للمقدار $(4^3)^2$.

$(4^3)^2 = (4^3)(4^3)$

$= (4 \times 4 \times 4)(4 \times 4 \times 4)$

$= 4^6$

تدرّب

استعمل خواص الأسس لكتابة مقدار مكافئ لكل مقدار أدناه.

1. $6^4 \times 6^3$ 6^7
2. $(3^6)^{-2}$ 3^{-12}
3. $7^3 \times 2^3$ 14^3
4. $4^{10} \div 4^4$ 4^6

www.jnob-jo.com

الدرس 1-7 خواص أخرى للأسس الصحيحة

مراجعة سريعة

تنصّ خاصية الأس الصفري على أن أي عدد غير صفري يُرفع إلى قوة العدد 0 يساوي 1

تنصّ خاصية الأس السالب على أنه لأي عدد نسبي غير صفري a وعدد صحيح n، $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

مثال

أوجد قيمة كل مقدار مما يلي إذا كان $x = 2$ و $y = 4$.

$$\frac{2}{y^{-2}} + 5x^0 = \frac{2}{(4)^{-2}} + 5(2)^0$$
$$= \frac{2(4^2)}{1} + 5(1)$$
$$= 2(16) + 5(1)$$
$$= 32 + 5$$
$$= 37$$

تدرّب

اكتب كل مقدار مما يلي باستعمال أسس موجبة.

1. 9^{-4} $\frac{1}{9^4}$

2. $\frac{1}{3^{-5}}$ 3^5

أوجد قيمة كل مقدار مما يلي إذا كان $x = 2$ و $y = 5$.

3. $-4x^{-2} + 3y^0$ 2

4. $2x^0y^{-2}$ $\frac{2}{25}$

الدرس 1-8 استعمال قوى العدد 10 لتقدير الكميات

مراجعة سريعة

يمكنك تقدير الكميات الكبيرة جدًا والكميات الصغيرة جدًا بكتابة العدد في صورة رقم مفرد مضروبًا في إحدى قوى العدد 10

مثال

يبلغ عمر خولة 1 823 933 دقيقة تقريبًا. اكتب هذا العمر في صورة رقم مفرد مضروبًا في إحدى قوى العدد 10

أولًا، قرّب إلى أكبر قيمة منزلية.
1 823 933 هو 2 000 000 تقريبًا.
اكتب العدد المقرّب في صورة رقم مفرد مضروبًا في إحدى قوى العدد 10

$$2\,000\,000 = 2 \times 10^6$$
(6 5 4 3 2 1)

إذن، يبلغ عمر خولة 2×10^6 دقيقة تقريبًا.

تدرّب

1. في عام 2013، كان عدد سكان إحدى الدول 38 332 521 نسمة. اكتب عدد السكان المقدّر في صورة رقم مفرد مضروبًا في إحدى قوى العدد 10
4×10^7

2. يبلغ الطول الموجي للضوء الأخضر 0.00000051 m تقريبًا. اكتب الطول الموجي المقدّر في صورة رقم مفرد مضروبًا في إحدى قوى العدد 10
5×10^{-7}

3. تبلغ مساحة دولة الكويت 17 818 000 000 m^2 تقريبًا. وتبلغ مساحة سلطنة بروناي 5 765 000 000 m^2 تقريبًا. كم من أمثال مساحة سلطنة بروناي تساوي مساحة دولة الكويت؟
3 أمثال تقريبًا

الدرس 1-9 الصيغة العلمية

مراجعة سريعة

يُكتَب العدد بالصيغة العلمية في صورة ناتج ضرب عاملَين، أحدهما أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10، والآخر إحدى قوى العدد 10

مثال

اكتب العدد 65 700 000 بالصيغة العلمية.

أولًا، ضع الفاصلة العشرية إلى يمين أول رقم غير صفري.

ثم عُدّ الأرقام التي إلى يمين الفاصلة العشرية لتحديد قوة العدد 10

إذن، الصيغة العلمية للعدد 65 700 000 هي 6.57×10^7

تدرّب

1. اكتب العدد 803 000 000 بالصيغة العلمية.
8.03×10^8

2. اكتب العدد 0.0000000068 بالصيغة العلمية.
6.8×10^{-9}

3. اكتب المقدار 1.359×10^5 بالصيغة القياسية.
135 900

4. يبلغ طول نصف قطر ذرة الهيدروجين 0.000000000025 m، اكتب طول نصف القطر هذا بالصيغة العلمية.
2.5×10^{-11} متر

الدرس 1-10 العمليات على الأعداد في الصيغة العلمية

مراجعة سريعة

عند ضرب أو قسمة الأعداد في الصيغة العلمية، اضرب العوامل الأولى أو اقسمها. ثم اضرب قوى العدد 10 أو اقسمها. عند جمع أو طرح الأعداد في الصيغة العلمية، اكتب أولًا الأعداد المتماثلة في قوى العدد 10، ثم اجمع العوامل الأولى أو اطرحها، واترك قوى العدد 10 كما هي.

إن لم يكن الجزء الكسري من الناتج أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10، حرّك الفاصلة العشرية وعدّل الأس.

مثال

اضرب $(4.2 \times 10^5) \times (2.5 \times 10^3)$

$(4.2 \times 10^5) \times (2.5 \times 10^3)$
$= (4.2 \times 2.5) \times (10^5 \times 10^3)$
$= 10.5 \times 10^8$
$= 1.05 \times 10^9$

تدرّب

قم بإجراء العمليات التالية. اكتب إجاباتك في الصيغة العلمية.

1. $(2.8 \times 10^4) \times (4 \times 10^5)$
1.12×10^{10}

2. $(6 \times 10^9) \div (2.4 \times 10^3)$
2.5×10^6

3. $(4.1 \times 10^4) + (5.6 \times 10^6)$
5.641×10^6

4. يبلغ عدد سكان المدينة A 1.26×10^5 نسمة. ويبلغ عدد سكان المدينة B 2.8×10^4 نسمة. بكم مرة يزيد عدد سكان المدينة A عن عدد سكان المدينة B؟
4.5 مرات

www.jnob-jo.com

تدريبات الطلاقة

أعداد متقاطعة

يحافظ الطلاب على الطلاقة في حلّ المعادلات الخطيّة باستعمال الجمع والطرح عندما ينفذون نشاطًا مثل نشاط الأعداد المتقاطعة، مما يعزز ممارسات الرياضيات لديهم.

قبل البدء يمكن للطلاب العمل كلٍّ بمفرده أو مع زميل له. راجع معهم التعليمات. أشر إلى أن عليهم وضع كل رقم وإشارة سالبة وكسر عشري في المربع الخاص به في الأحجية.

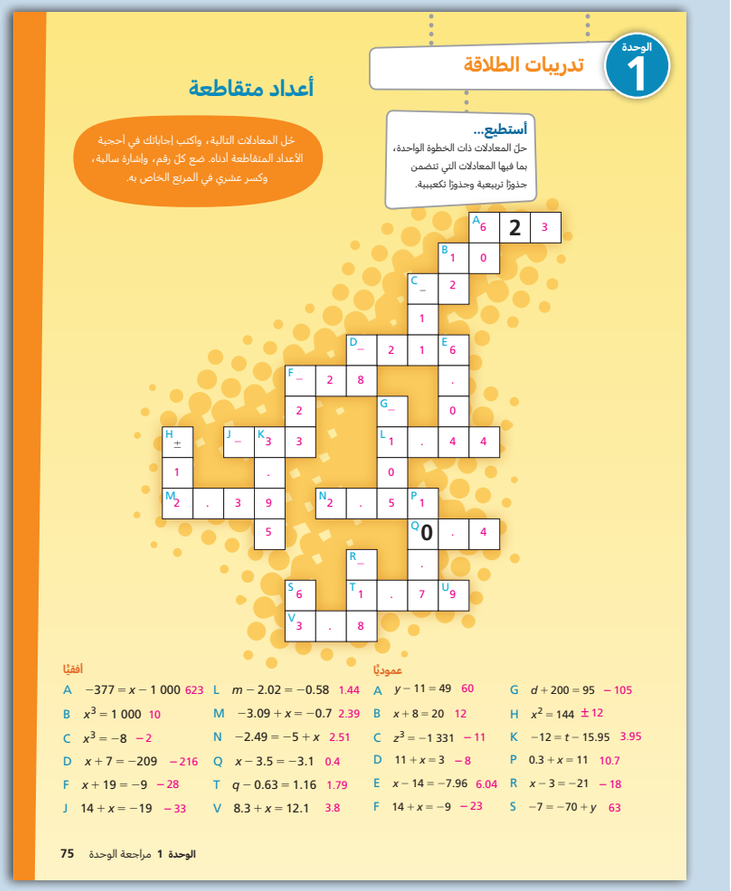
يجب على كل طالب حل كل المسائل وإيجاد حل الأحجية بمفرده. حثّ الطلاب على أن يكتب كل منهم حلّه على ورقة منفصلة.

أثناء النشاط ذكّر الطلاب بأن أحجية الأعداد المتقاطعة تشبه أحجية الكلمات المتقاطعة، لذا فإن الإجابات التي تتقاطع تتشارك رقمًا أو إشارة سالبة أو كسرًا عشريًا.

قد يعمد الطلاب إلى إيجاد كل الإجابات أولًا ومن ثمّ إكمال الشبكة. اسمح لهم بهذا الإجراء لأن الاستفادة من تدريبات الطلاقة هي نفسها في الحالتين. يجب على الطلاب التحقق من حلولهم ومقارنة ومناقشة إجاباتهم مع زملائهم.

نشاط آخر اطلب من الطلاب العمل معًا لكتابة مجموعة من التلميحات تعطي نفس نتائج أحجية العبارات المتقاطعة هذه. اطلب منهم كتابة التلميحات الجديدة على ورقة منفصلة.

نشاط إضافي للتحدّي ابتكر أحجية أعداد متقاطعة. اكتب مسألة جديدة لكل تلميح، ثم استعمل ورقة مربعات لإنشاء الشبكة. تبادل أنت وأحد زملائك أحجيتيكما، ليعمل كل منكما على حل أحجية الآخر. لا تنس تضمين التلميحات أعدادًا صحيحة سالبة وكسورًا عشرية.

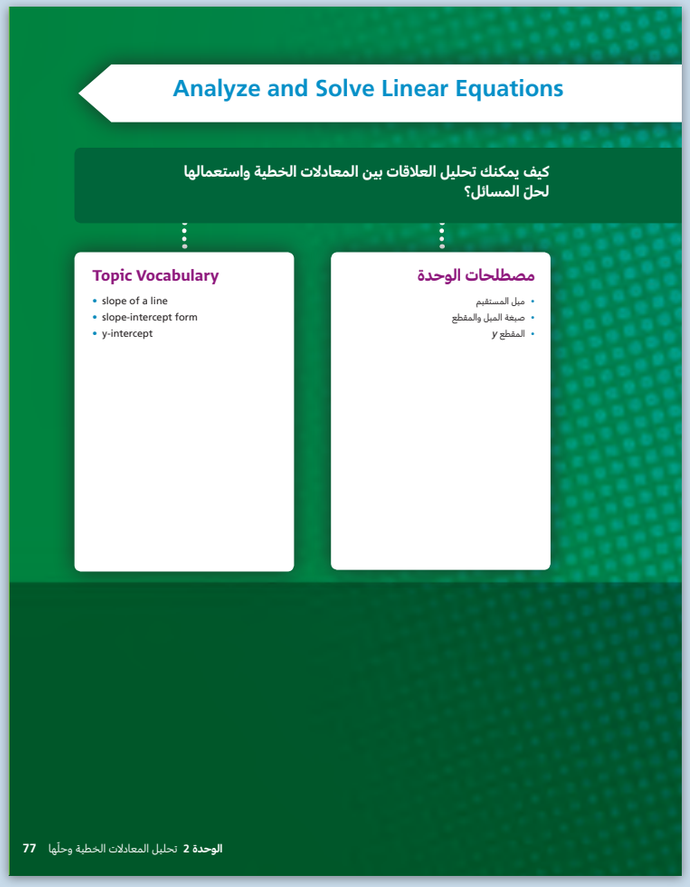


www.jnob-jo.com

مقدمة الوحدة

تحليل المعادلات الخطيّة وحلّها





السؤال الأساس للوحدة

كيف يمكنك تحليل العلاقات بين المعادلات الخطية واستعمالها لحلّ المسائل؟

ارجع إلى السؤال الأساس للوحدة أثناء دراسة الوحدة، واقرأ الملاحظات المتعلقة بالإجابة عن السؤال في صفحة مراجعة الوحدة من دليل المعلم.

www.jnob-jo.com

نمذجة نمو السكان

نظرة عامّة على المشروع

في هذا المشروع، يستكشف الطلاب علم الديموغرافيا وتأثير معدل المواليد والوفيات والنازحين والمهاجرين في النمو السكاني. كما يحلل الطلاب تأثير التغيرات في هذه المؤشرات على استدامة الموارد الطبيعية وتأثير توافر الموارد على النمو السكاني.

الرياضيات في المشروع

يكتب الطلاب معادلات خطية بالصيغة $y = mx + b$ لتمثيل النمو السكاني، ويستعملون هذه المعادلة لتوقع عدد السكان خلال عدة سنوات في المستقبل. يحلل الطلاب كيفية تغيّر المعادلة الخطية مع تغيّر البيانات.

العلوم في المشروع

يستعمل الطلاب تمثيلات رياضية لتمثيل النمو السكاني ودعم الحجج المتعلقة بتأثير توافر الموارد واستدامتها في تغيّر عدد السكان، ويحللون كيفية اختلاف تأثير ذلك من مجتمع إلى آخر.

الهندسة والتكنولوجيا في المشروع

يفكر الطلاب بطريقة المهندسين عندما يجمعون البيانات ويحللونها ويولفونها ويقدّمونها بطرائق واضحة ومفهومة. يدرك الطلاب كيف تتغير التكنولوجيا من منطقة إلى أخرى وتأثير ذلك على توافر الموارد والنمو السكاني.



تقديم المشروع

قدّم المشروع بجعل الطلاب يناقشون ما يعرفونه عن النمو السكاني. يمكن استعمال الأسئلة أدناه لإدارة النقاش.

س: ما العوامل التي تؤثر في النمو السكاني؟ [نموذج إجابة: معدل المواليد، معدل الوفيات، الهجرة]

س: لماذا يعدّ علم الديموغرافيا علمًا مهمًا؟ [نموذج إجابة: لأن فهم التغيّرات التي تطرأ على عدد السكان تسمح بالتخطيط لتوفير الموارد اللازمة]

س: اذكر بعضًا من أسباب الهجرة. [نموذج إجابة: يهاجر الناس بسبب نقص الموارد، أو بسبب الكوارث الطبيعية، أو بحثًا عن فرصة عمل أو عن مسكن بسعر مقبول، أو سعيًا وراء فرص تعليمية أفضل.]

س: كيف يمكنك تمثيل معدل النمو السكاني رياضيًا؟ [نموذج إجابة: يمكن استعمال نسبة تغيّر عدد السكان إلى عدد السكان الأصلي لتمثيل معدل النمو السكاني.]

يمكنك الطلب من الطلاب تنفيذ المشروع في أي وقت أثناء دراسة الوحدة 2

www.jnob-jo.com

راجع ما تعرفه!

كلّف الطلاب بحلّ نشاط راجع ما تعرفه لتنشيط المعرفة السابقة لديهم وإفساح المجال لهم للتدرّب على المفاهيم والمهارات السابقة المطلوبة للنجاح في هذه الوحدة.

شجّع الطلاب على العمل كلّ بمفرده أو مع زميل له.
استعمل طرائق طرح الأسئلة هذه لمساعدتهم على البدء.

تحديد الحدود المتشابهة

س: ما الطريقة التي يمكنك استعمالها لتحديد الحدود المتشابهة؟ [نموذج إجابة: مطابقة كل الحدود التي تتضمّن نفس المتغيّر]

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

س: كيف تعرف العملية العكسية التي يجب استعمالها في كلّ من الأسئلة؟ [نموذج إجابة: تنظر إلى المتغيّر وتحدد العملية الحسابية التي تربطه بالأعداد الثابتة في المعادلة. إذا كان المتغير مضروبًا في عدد ثابت، فإن العملية العكسية هي قسمة طرفي المعادلة على هذا العدد الثابت.]

س: ما الذي يجب أن تتذكره دائمًا عن تطبيق عملية حسابية على معادلة لحلها.
[نموذج إجابة: يجب تنفيذ نفس العملية الحسابية في طرفي المعادلة.]

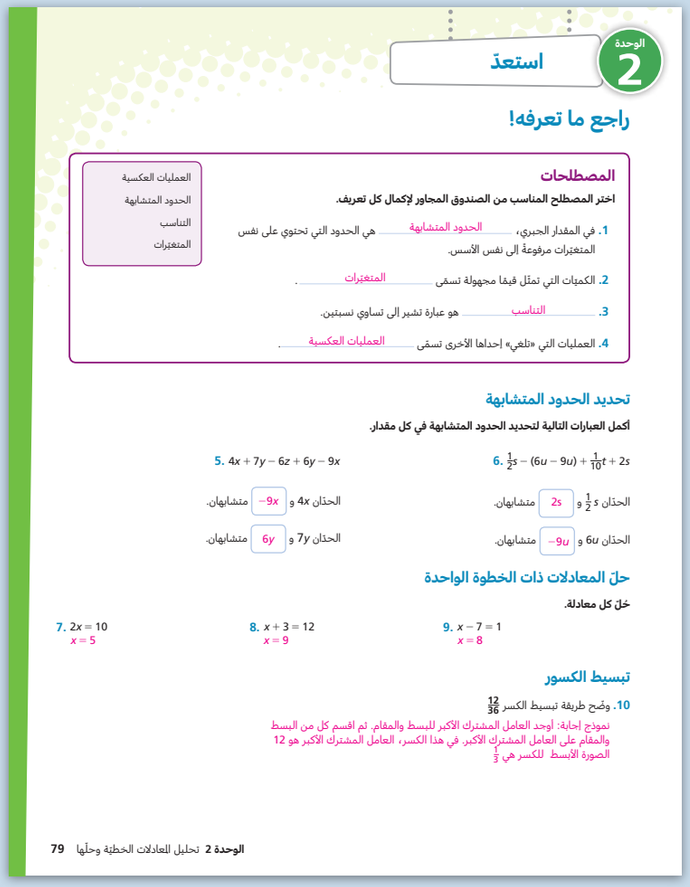
تبسيط الكسور

س: متى يكون تبسيط الكسور مفيدًا؟ [نموذج إجابة: عند إيجاد معدلات الوحدة أو معدل ثابت التناسب]

مراجعة المصطلحات

يمكنك تعزيز بناء المصطلحات باستعمال النشاط التالي.

- قسّم الطلاب إلى مجموعات ثنائية ليتشارك كل طالب وزميله معلومتين يعرفانها مسبقًا عن كل مصطلح. اطلب من المجموعات الثنائية تباعًا كتابة إحدى أفكارها على السبورة، كل فكرة تحت المصطلح الخاص بها، إلى أن يستنفد الطلاب أفكارهم.



الوحدة 2 استعدّ

راجع ما تعرفه!

المصطلحات

اختر المصطلح المناسب من الصندوق المجاور لإكمال كل تعريف.

العمليات العكسية
الحدود المتشابهة
التناسب
المتغيّرات

1. في المقدار الجبري، الحدود المتشابهة هي الحدود التي تحتوي على نفس المتغيّرات مرفوعة إلى نفس الأسس.
2. الكميات التي تمثّل قيمًا مجهولة تسمّى المتغيّرات.
3. التناسب هو عبارة تشير إلى تساوي نسبتين.
4. العمليات التي «تلغي» إحداها الأخرى تسمّى العمليات العكسية.

تحديد الحدود المتشابهة

أكمل العبارات التالية لتحديد الحدود المتشابهة في كل مقدار.

6. $\frac{1}{2}s - (6u - 9u) + \frac{1}{10}t + 2s$

الحدّان $\frac{1}{2}s$ و $2s$ متشابهان.

الحدّان $6u$ و $-9u$ متشابهان.

5. $4x + 7y - 6z + 6y - 9x$

الحدّان $4x$ و $-9x$ متشابهان.

الحدّان $7y$ و $6y$ متشابهان.

حلّ المعادلات ذات الخطوة الواحدة

حلّ كل معادلة.

7. $2x = 10$
$x = 5$

8. $x + 3 = 12$
$x = 9$

9. $x - 7 = 1$
$x = 8$

تبسيط الكسور

10. وضّح طريقة تبسيط الكسر $\frac{12}{36}$.

نموذج إجابة: أوجد العامل المشترك الأكبر للبسط والمقام. ثم اقسم كل من البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر. في هذا الكسر، العامل المشترك الأكبر هو 12
الصورة الأبسط للكسر هي $\frac{1}{3}$

الوحدة 2 تحليل المعادلات الخطية وحلّها 79

www.jnob-jo.com

استعد للنجاح

طريقة التمهيد لدراسة الوحدة: الملخص

اطلب من الطلاب مراجعة محتوى الدرس وإكمال الجدول لبناء استيعاب للمفاهيم التي تتضمنها هذه الوحدة.

س: كيف يساعدك الجدول على التحضير للدرس الجديد؟ [نموذج إجابة: حين تكتب الأسئلة المتعلقة بالمفاهيم التي لم تستوعبها جيدًا، فإنك بذلك تكون جاهزًا لطرح هذه الأسئلة عندما يحين وقتها في الصف.]

س: في أي عمود يجب أن تكتب ما تعرفه مسبقًا عن المحتوى؟ [نموذج إجابة: في عمود "ما أعرفه"]

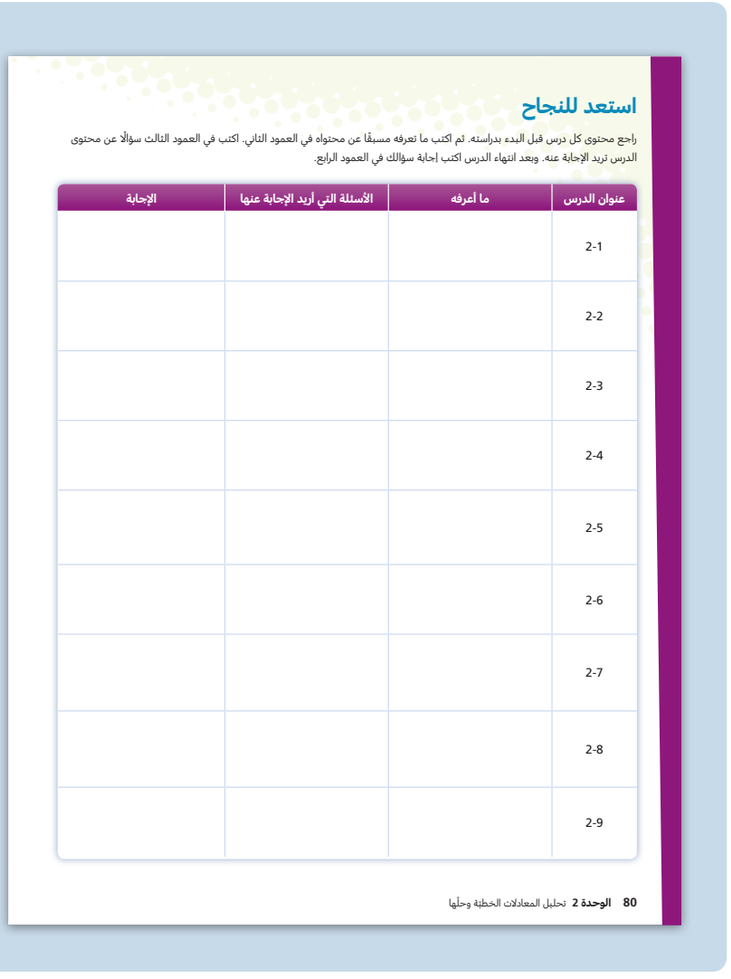
حثّ الطلاب على إدراك الفوائد الجمّة لاستعمال المعلومات المكتوبة في الجدول لتطوير فهمهم لمحتوى الوحدة 2

س: ما الطرائق الأخرى التي يفيدك بها هذا الجدول للنجاح في هذه الوحدة؟ [نموذج إجابة: يمكن استعمال الجدول أيضًا لمراجعة دروس الوحدة، ويمكنك أن تكتب في الجدول إجابات الأسئلة التي طرحتها.]

حثّ الطلاب على إعداد قائمة بالأسئلة الإضافية والإجابات التي يحصلون عليها أثناء التقدم في الدروس.

نشاط توسع للقراء من كل المستويات

حثّ الطلاب على استعمال الجدول الذي أكملوه لتحديد أوجه الارتباط بين الدروس. ساعدهم على تطوير استيعاب مفاهيمي قوي بتشجيعهم على تصنيف أوجه الشبه التي يلاحظونها وفقًا لمفاهيم هذه الوحدة.



استعد للنجاح

راجع محتوى كل درس قبل البدء بدراسته. ثم اكتب ما تعرفه مسبقًا عن محتواه في العمود الثاني. اكتب في العمود الثالث سؤالًا عن محتوى الدرس تريد الإجابة عنه. وبعد انتهاء الدرس اكتب إجابة سؤالك في العمود الرابع.

عنوان الدرس	ما أعرفه	الأسئلة التي أريد الإجابة عنها	الإجابة
2-1			
2-2			
2-3			
2-4			
2-5			
2-6			
2-7			
2-8			
2-9			

80 الوحدة 2 تحليل المعادلات الخطية وحلّها

www.jnob-jo.com

الدرس
2-1

تجميع الحدود المتشابهة لحلّ المعادلات

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

- ✔ تجميع الحدود المتشابهة.
- ✔ حلّ معادلات تتضمن حدودًا متشابهة في أحد طرفيها.
- ✔ فهم المواقف وتمثيلها بمعادلات.

الفهم الأساس

يؤدي تجميع الحدود المتشابهة الموجودة في أحد طرفي المعادلة إلى تسهيل عملية إيجاد قيمة المتغير باستعمال العمليات العكسية.

ترابط

في الصف 7، تمكن الطلاب من:

- استعمال متغيرات لتمثيل الكميات.
- كتابة معادلات بسيطة لحلّ المسائل.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- تجميع الحدود المتشابهة.
- حلّ معادلات من خطوة واحدة أو من خطوتين.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- حلّ معادلات يكون المتغيّر فيها موجودًا في الحدود على طرفيها.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **المهارة الإجرائية** و**الطلاقة** و**التطبيق**.

- يستعمل الطلاب التبرير المنطقي والتخطيط لحلّ المعادلات التي تتضمن حدودًا متشابهة، وذلك بتجميع الحدود المتشابهة واستعمال العمليات العكسية لعزل المتغير.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.4.1** يحلّ معادلات خطيّة في متغيّر واحد معاملاتها أعداد نسبية بحيث يكون المتغيّر في طرفيها ويحلّ مسائل عليها.

معايير ممارسات الرياضيات

فكّر وثابر في الحل

في هذا الدرس، يدرس الطلاب المسائل لتحديد معناها ونمذجتها بمعادلات، وتمييز الحدود المتشابهة في المعادلة وتجميعها. كما يفسرون التوافق بين المعادلات والمخططات التوضيحية لفهم العلاقة بين الحدود المتشابهة.

ابحث عن البنية واستعملها

يستعمل الطلاب بنية المعادلات لحلّ المسائل، ويستعملون العمليات العكسية لإيجاد الحلّ بعد تجميع الحدود المتشابهة.

www.jnob-jo.com

استكشف!

نمذج أثناء عمل الطلاب على فقرة **استكشف**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يجمعون الصناديق معًا في صورة حدود متشابهة ويطبقون طرائق حلّ المعادلات لتحديد سعر جهاز الكمبيوتر المحمول الواحد.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: كيف يمكنك وصف المسألة بتعابيرك الخاصة؟ [نموذج إجابة: اشترت إدارة إحدى المدارس عددًا من أجهزة الكمبيوتر المحمول بمبلغ إجمالي مقداره 22 500 QR؛ ما تكلفة جهاز كمبيوتر محمول واحد؟]

2. بناء الفهم

س: هل يكلّف كل جهاز كمبيوتر محمول نفس المبلغ؟ ما أهمية ذلك؟ [نموذج إجابة: تبدو أجهزة الكمبيوتر المحمول متشابهة، وبالتالي يرجّح أن تكلّف جميعها نفس المبلغ. إذا كانت جميع الأجهزة تكلّف نفس المبلغ فمن الأسهل إيجاد تكلفة جهاز كمبيوتر واحد.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف يمكنك استعمال مقدار متغيّر لتبيّن تكلفة أجهزة الكمبيوتر المحمول في المجموعة الثانية؟ [نموذج إجابة: تحتوي المجموعة الثانية على 4 أجهزة كمبيوتر محمول، لذا يمكنني كتابة $4L$ لتمثيل تكلفتها.]

س: كيف يمكنك استعمال التمثيل الذي رسمته لكتابة معادلة؟ [نموذج إجابة: يبيّن التمثيل الذي رسمته أن تكلفة 10 أجهزة كمبيوتر محمول هي 22 500 QR لذا يمكنني كتابة المعادلة $10L = 22\,500$ QR لتمثيل ذلك.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي أحمد وفارس إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما وجه الشبه بين عمل أحمد وعمل فارس؟ [نموذج إجابة: كلاهما استعمل نموذجًا يبيّن التكلفة الإجمالية لعشرة أجهزة كمبيوتر محمول.]

س: ما وجه الاختلاف بين عمل أحمد وعمل فارس؟ [نموذج إجابة: بيّن أحمد كل جهاز كمبيوتر محمول بشكل منفرد، بينما استعمل فارس المتغيّر L مضروبًا في عدد الأجهزة في كل مجموعة.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

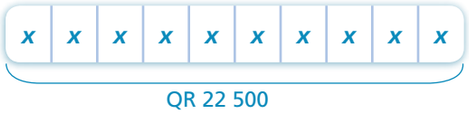
س: كيف يمكنك استعمال المخطط الذي رسمته أو المعادلة التي كتبتها لإيجاد تكلفة جهاز كمبيوتر محمول واحد؟ [نموذج إجابة: كلاهما يبيّنان أن عدد أجهزة الكمبيوتر المحمول 10 وأن تكلفتها الإجمالية 22 500 QR، لذا يمكنني قسمة 22 500 QR على 10 لإيجاد تكلفة جهاز كمبيوتر محمول واحد.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: افترض أن إدارة مدرسة أخرى طلبت نوعًا مختلفًا من أجهزة الكمبيوتر المحمول لطلاب المرحلة الإعدادية. عدد صفوف المرحلة الإعدادية 5 صفوف، حصل كل منها على 7 أجهزة كمبيوتر محمول. إذا بلغت قيمة الفاتورة الإجمالية 44 625 QR، فما تكلفة جهاز كمبيوتر محمول واحد؟ [1 275 QR]

حلّل عمل الطلاب

عمل أحمد



استعمل **أحمد** المتغير x لتمثيل سعر كل جهاز كمبيوتر محمول من الأجهزة الـ 10 التي طلبتها إدارة المدرسة.



استعمل **فارس** المتغير L لتمثيل تكلفة كل جهاز كمبيوتر محمول، واستعمل عملية الضرب ليبيّن تكلفة أجهزة الكمبيوتر في كل مجموعة.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يتذكرون كيفية تحديد الحدود المتشابهة.

مثال 1 تجميع الحدود المتشابهة لحلّ معادلات تتضمّن الجمع

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ماذا يعني المتغيّر x؟ [نموذج إجابة: يمثل المتغيّر x عدد المجموعات المتناسقة التي يتكوّن كل منها من مفرش ومنديل مائدة.]

س: كيف يساعدك المخطط على كتابة معادلة؟ [نموذج إجابة: يساعد المخطط على تصور العلاقة بين الكميات.]

س: كيف تعرف أن $x(\frac{8}{6})$ و $x(\frac{1}{6})$ حدان متشابهان؟ [نموذج إجابة: كل حد يتضمّن نفس المتغيّر، x، مضروبًا في عدد ثابت.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

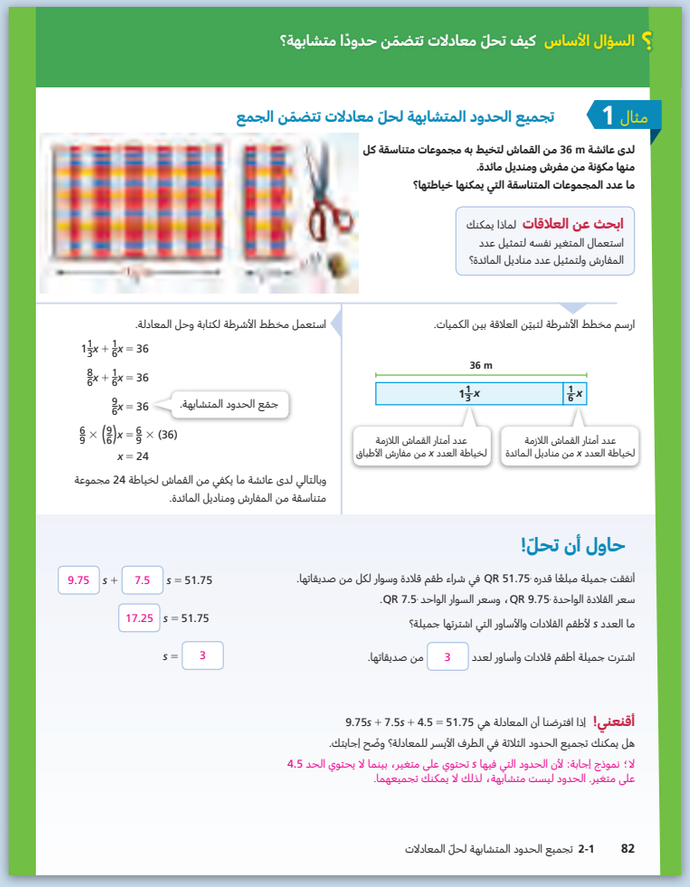
س: ماذا يمثّل المتغيّر s؟ [نموذج إجابة: يمثّل المتغيّر s عدد أطقم القلادات والأساور.]

س: صِف كيف تم تجميع الحدود المتشابهة. [نموذج إجابة: تقوم بتجميع الحدود المتشابهة بجمع الحدّين $9.75s$ و $7.5s$ للحصول على مجموعهما $17.25s$]

س: ما العملية الحسابية التي يجب تنفيذها لعزل المتغير؟ [نموذج إجابة: اقسم طرفي المعادلة على 17.25 لعزل المتغير.]

أقنعني!

س: اشرح كيف ستحل هذه المعادلة. [نموذج إجابة: أولًا، قم بتجميع الحدود المتشابهة من خلال جمع الحدّين $9.75s$ و $7.5s$ للحصول على $17.25s$ ثم اطرح 4.5 من طرفي المعادلة. أخيرًا، اقسم طرفي المعادلة على 17.25 لعزل المتغير s، الذي يمثّل الحلّ.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 لاحظ المثال 1

ساعد الطلاب على تلخيص المعلومات الضرورية الواردة في نص المسألة باستعمال الجمل التالية:

أولًا يجب أن تستعمل خاصية _____ لكتابة $1\frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x$ في الصورة $x(\frac{1}{3} + \frac{1}{6})$، ثم عليك _____ $1\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{6}$ ثم إيجاد قيمة x بضرب طرفي المعادلة في _____ العدد _____.

اطلب من الطلاب أن يبيّنوا عملهم كتابةً. [نماذج إجابة: التوزيع، جمع، مقلوب، $\frac{3}{2}$]

مستوى 2 لاحظ المثال 1

اطلب من الطلاب إعادة قراءة المسألة قراءةً جهريةً، وتلخيص المعلومات المعطاة والسؤال المطروح، ومشاركة ملخصاتهم مع زملائهم في الصف. يجب أن يوضح الطلاب معنى المتغير، وكيف يعرفون أن بإمكانهم تجميع كميتي القماش، وكيف يمكنهم إيجاد قيمة المتغير.

مستوى 3 لاحظ المثال 1

اطلب من الطلاب إعادة قراءة المسألة وإعادة كتابتها بطريقة مقتضبة بحيث تتضمّن المعلومات الضرورية فقط. ثم اطلب منهم أن ينقحوا أعمال بعضهم بعضًا لاختصارها أكثر.

س: اقرأوا نصوصكم المختصرة للمسألة قراءة جهرية. أي منها دقيق وواضح؟

س: اكتب معادلة لنمذجة المسألة. كيف تحل المعادلة؟ [$\frac{9x}{6} = 36$؛ نموذج إجابة: اضرب طرفي المعادلة في $\frac{6}{9}$ للحصول على $x = 24$]

www.jnob-jo.com

مثال 2
تجميع الحدود المتشابهة لحلّ معادلات تتضمّن الطرح

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يساعدك المخطط على كتابة معادلة لتمثيل هذه المسألة؟ [يساعد المخطط على تصوّر العلاقة بين الحسم والسعر الأصلي وسعر البيع.]

س: بعد تجميع الحدود المتشابهة، هل يصبح المقدار $p - 0.35p$ مساويًا للمقدار $0.65p$؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: p هو في الحقيقة $1p$، لذا عندما تطرح $0.35p$ من $1p$، فإن ناتج الطرح يساوي $0.65p$]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: لماذا من المنطقي أن تكون الإجابة أكبر من QR 150؟ [نموذج إجابة: حصلت سلمى على حسم مقداره 5%، وهذا يعني أنها دفعت مبلغًا أقل من قيمة الفاتورة قبل الحسم.]

مثال 3
تجميع حدود متشابهة ذات معاملات سالبة لحل المعادلات

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكنك تجميع الحدود المتشابهة في هذه المعادلة؟ [نموذج إجابة: تذكر طريقة طرح الأعداد الصحيحة الموجبة من الأعداد الصحيحة السالبة: اجمع القيم المطلقة للأعداد مع الإبقاء على الإشارة السالبة.]

س: لماذا من المنطقي أن تكون الإجابة موجبة؟ [نموذج إجابة: عندما تقسم عددًا سالبًا على عدد سالب، يكون ناتج القسمة عددًا موجبًا.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك التحقق من أن إجابتك منطقية؟ [نموذج إجابة: عوِّض قيمة المتغير في المعادلة الأصلية للتحقق من صحة الإجابة.]



مثال 2 تجميع الحدود المتشابهة لحلّ معادلات تتضمّن الطرح

اشترت هند شاشة كمبيوتر بحسم نسبته 35% من سعرها الأصلي. ما السعر الأصلي لشاشة الكمبيوتر؟

ارسم مخطط الأشرطة لتمثيل الموقف.

ليكن p سعر الشاشة قبل الحسم.

p	
QR 325	$0.35p$

استعمل مخطط الأشرطة لكتابة معادلة، ثم حلّها.

ابحث عن العلاقات ما العلاقة بين السعر الأصلي وسعر البيع الحالي؟

$p - 0.35p = 325$
$0.65p = 325$ جمّع الحدود المتشابهة.
$\frac{0.65p}{0.65} = \frac{325}{0.65}$
$p = 500$

إذن، كان سعر شاشة الكمبيوتر قبل الحسم QR 500.

حاول أن تحلّ!

كانت قيمة فاتورة البقالة الخاصة بسلمى QR 150، وتضمنت حسمًا مقداره 5%، أوجد قيمة فاتورة سلمى قبل هذا الحسم. اكتب معادلة وحلّها.

نموذج إجابة: افترض أن c هي قيمة فاتورة سلمى قبل الحسم: $150 = c - 0.05c$؛ $c = 157.89$
إذن، قيمة فاتورة سلمى قبل الحسم هي QR 157.89.

مثال 3 تجميع حدود متشابهة ذات معاملات سالبة لحل المعادلات

حلّ المعادلة $-3.5y - 6.2y = -87.3$

لتجميع الحدود المتشابهة ذات المعاملات السالبة، استعمل القواعد التي تعلمتها لجمع الأعداد النسبية وطرحها.

$-3.5y - 6.2y = -87.3$
$-9.7y = -87.3$
$\frac{-9.7y}{-9.7} = \frac{-87.3}{-9.7}$
$y = 9$

حاول أن تحلّ!

حلّ لإيجاد قيمة d.

a. $-\frac{1}{4}d - \frac{2}{5}d = 39$; $d = -60$

b. $-9.76d - (-12.81d) = 8.54$; $d = 2.8$

الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 3 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة قواعد جمع وطرح الأعداد الصحيحة.

س: وضّح طريقة جمع عددين صحيحين إشارتاهما مختلفتان. [نموذج إجابة: اطرح قيمتيهما المطلقتين واستعمل إشارة العدد ذي القيمة المطلقة الأكبر.]

س: وضّح طريقة طرح عددين صحيحين. [نموذج إجابة: غيّر عملية الطرح إلى عملية جمع، وذلك بجمع أحد العددين مع معكوس العدد الآخر، ثم استعمل قواعد جمع الأعداد الصحيحة. على سبيل المثال، عملية طرح سالب 3 من عدد هي نفس عملية جمع موجب 3 مع ذلك العدد.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 1 يمكن للطلاب الذين يحتاجون إلى تحدٍّ محاولة حل معادلات تتضمّن متغيرات في كلا طرفيها.

- حلّ المعادلتين التاليتين واشرح كيف توصّلت إلى الإجابة.

س: $3x + 4 = 2x - 8$ [نموذج إجابة: $x = -12$. طرحت $2x$ من طرفي المعادلة ثم طرحت 4 من الطرفين.]

س: $1.5x - 0.75x = 7 - x$ [نموذج إجابة: $x = 4$. أضفت x إلى طرفي المعادلات، ثم قمت بتجميع الحدود المتشابهة، وبعد ذلك قسمت الطرفين على 1.75 لإيجاد قيمة x.]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: هل توجد أي حدود متشابهة في المعادلة الأصلية؟ كيف عرفت ذلك؟
[نموذج إجابة: يتضمن الحدان، $0.8n$ و $0.6n$، المتغير n، وبالتالي هما حدان متشابهان. 42 عدد ثابت ولا يمكن تجميعه مع الحدود الأخرى.]

س: لماذا قسمنا طرفي المعادلة على 1.4؟ [نموذج إجابة: لعزل المتغير n، استُعملت العملية العكسية لعملية الضرب، وهي القسمة، وذلك بقسمة كلا طرفي المعادلة على العدد 1.4]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس تأكّد من أن الطلاب يفهمون أنّ لحل المسائل التي تتضمّن حدودًا متشابهة، يجب تجميع الحدود المتشابهة أولًا، ثم استعمال العمليات العكسية لإيجاد الحل.

التمرين 3

س: كيف تحوّل الكسر العشري 0.75 إلى كسر اعتيادي؟ [نموذج إجابة: يمكن قراءة الكسر العشري 0.75 كما يلي: خمسة وسبعين جزءًا من مائة، وهذا يعني أن $0.75 = \frac{75}{100}$، ويمكن تبسيط $\frac{75}{100}$ إلى $\frac{3}{4}$]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 قد لا يقوم بعض الطلاب بإعداد المسألة بشكل صحيح بحيث تظهر تناقضًا في عدد السكان.

س: كيف يمكنك التحقق من صحة إجابتك؟ [نموذج إجابة: بما أن عدد السكان تناقص إلى 350 000 نسمة، فيجب أن تكون الإجابة أكبر من 350 000 نسمة.]



ملخص المفهوم

في معادلة تتضمّن حدودًا متشابهة في أحد طرفيها، يمكنك تجميع الحدود المتشابهة قبل استعمال العمليات العكسية وخواص المساواة لحل المعادلة.

$0.8n + 0.6n = 42$
$1.4n = 42$ ← جمّع الحدود المتشابهة
$\frac{1.4n}{1.4} = \frac{42}{1.4}$
$n = 30$

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس كيف تحلّ معادلات تتضمّن حدودًا متشابهة؟
نموذج إجابة: لحل معادلة، يجب عزل الحد الذي يتضمّن متغيرًا في أحد طرفيها. لذا عندما تحتوي المعادلة على أكثر من حدّ يتضمّن ذلك المتغيّر، يجب تجميع هذه الحدود، ثم استعمال العمليات العكسية لإيجاد قيمة المتغير.

2. **ابحث عن العلاقات** كيف يمكنك تحديد ما إذا كانت معادلة تتضمّن حدودًا متشابهة؟
نموذج إجابة: سيحتوي حدان أو أكثر على نفس المتغيرات مرفوعة الى نفس القوى.

3. **فكّر وناقش في الحل** في المعادلة $0.75s = \frac{5}{8}s - 44$، كيف تجمّع الحدود المتشابهة؟
نموذج إجابة: الحدّان $0.75s$ و $\frac{5}{8}s$، متشابهان، لذا يجب كتابة الحد $\frac{5}{8}s$ في الصورة $0.625s$ وطرحه من $0.75s$، كما يمكنك كتابة الحد $0.75s$ في الصورة $\frac{3}{4}s$ وطرح $\frac{5}{8}s$ منه.

طبّق فهمك

4. تتبع هيفاء وصفةً لإعداد قالب حلوى. لديها 95 كوبًا من الدقيق. ما عدد قوالب الحلوى التي يمكن لهيفاء إعدادها؟
30 قالب حلوى

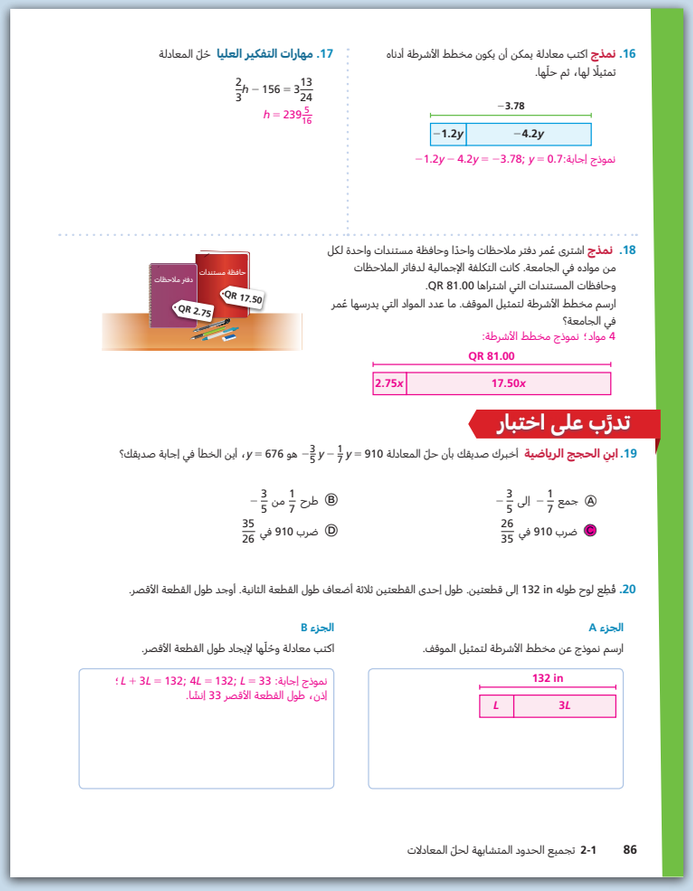
5. عدد سكان إحدى المدن 350 000 نسمة. تناقص عدد سكانها بنسبة 30% في السنوات العشر الماضية. ما عدد سكان هذه المدينة قبل عشر سنوات؟
500 000 نسمة

6. حلّ المعادلة $-12.2z - 13.4z = -179.2$
$z = 7$

84 2-1 تجميع الحدود المتشابهة لحلّ المعادلات

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 7 و 8، أكمل الخطوات لإيجاد قيمة x.

7. $\frac{4}{5}x - \frac{1}{4}x = 11$

$\frac{11}{20}x = 11$

$\frac{20}{11}\left(\frac{11}{20}x\right) = \frac{20}{11} \times 11$

$x = 20$

8. $-0.65x + 0.45x = 5.4$

$-0.2x = 5.4$

$x = \frac{5.4}{-0.2}$

$x = -27$

في التمارين 9-12، حلّ كل معادلة مما يلي.

9. $\frac{4}{9}x + \frac{1}{5}x = 87$
$x = 135$

10. $-3.8x - 5.9x = 223.1$
$x = -23$

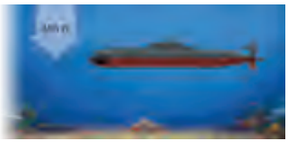
11. $x + 0.15x = 3.45$
$x = 3$

12. $-\frac{3}{5}x - \frac{7}{10}x + \frac{1}{2}x = -56$
$x = 70$

13. اشترى مقاول 8.2 m^2 من الصفائح المعدنية. استعمل منها حتى الآن 2.1 m^2 وبقي لديه صفائح معدنية بقيمة 183 QR. اكتب معادلة وحلّها لإيجاد سعر المتر المربع الواحد من هذه الصفائح المعدنية.
نموذج إجابة:
$8.2x - 2.1x = 183$, $6.1x = 183$, $x = 30$؛
30 QR لكل متر مربع

14. **فكّر وثابر في الحل** يُعدّ فواز خليطًا من المكسرات في متجره ويبيعه. هذا الأسبوع، استعمل $\frac{3}{8}$ مخزونه من الزبيب لإعداد خليط مكسرات عادي واستعمل $\frac{1}{4}$ هذا المخزون من الزبيب لإعداد خليط مكسرات مميّز. إذا كان مقدار ما استعمله فواز من الزبيب هذا الأسبوع يساوي 20 kg، فكم كيلوجرامًا من الزبيب كان لديه في بداية الأسبوع؟
32 كيلوجرامًا

15. **فكّر وثابر في الحل** نزلت غواصة إلى $\frac{1}{6}$ العمق الأقصى الذي تستطيع بلوغه، ثم نزلت مسافة أخرى مقدارها $\frac{2}{3}$ العمق الأقصى الذي تستطيع بلوغه. إذا كانت الغواصة الآن على عمق 650 ft تحت سطح البحر، فما عمقها الأقصى؟
780 قدمًا تحت مستوى سطح البحر



16. **نمذج** اكتب معادلة يمكن أن يكون مخطط الأشرطة أدناه تمثيلًا لها، ثم حلّها.

نموذج إجابة: $-1.2y - 4.2y = -3.78$; $y = 0.7$

17. **مهارات التفكير العليا** حلّ المعادلة

$\frac{2}{3}h - 156 = 3\frac{13}{24}$

$h = 239\frac{5}{16}$

18. **نمذج** اشترى عمر دفتر ملاحظات واحدًا وحافظة مستندات واحدة لكل من مواده في الجامعة. كانت التكلفة الإجمالية لدفاتر الملاحظات وحافظات المستندات التي اشتراها 81.00 QR.
ارسم مخطط الأشرطة لتمثيل الموقف. ما عدد المواد التي يدرسها عمر في الجامعة؟
4 مواد؛ نموذج مخطط الأشرطة:

تدرَّب على اختبار

19. **ابن الحجج الرياضية** أخبرك صديقك بأن حلّ المعادلة $\frac{3}{5}y - \frac{1}{7}y = 910$ هو $y = 676$، أين الخطأ في إجابة صديقك؟

Ⓐ جمع $-\frac{1}{7}$ إلى $-\frac{3}{5}$

Ⓑ طرح $\frac{1}{7}$ من $-\frac{3}{5}$

Ⓒ ضرب 910 في $\frac{26}{35}$

Ⓓ ضرب 910 في $\frac{35}{26}$

20. قُطع لوح طوله 132 in إلى قطعتين. طول إحدى القطعتين ثلاثة أضعاف طول القطعة الثانية. أوجد طول القطعة الأقصر.

الجزء A

ارسم نموذج عن مخطط الأشرطة لتمثيل الموقف.

الجزء B

اكتب معادلة وحلّها لإيجاد طول القطعة الأقصر.

نموذج إجابة: $L = 33$; $4L = 132$; $3L = 132$؛
إذن، طول القطعة الأقصر 33 إنشًا.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 12 قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في جمع كسور مقاماتها مختلفة.

س: ما الخطوة التي يجب تنفيذها أولًا قبل تجميع الحدود المتشابهة في هذه المسألة؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: بما أن مقامات الكسور الثلاثة مختلفة، يجب إعادة كتابتها بمقام مشترك، ثم يمكنك تجميع الحدود المتشابهة.]

تحدّ

التمرين 14 قد يحتاج بعض الطلاب إلى تحدٍّ ويمكنهم البدء بحلّ معادلات تتضمّن حدودًا متشابهة وعددًا ثابتًا في أحد طرفي المعادلة.

س: كان لدى فواز كمية من اللوز في بداية الأسبوع، استعمل $\frac{1}{5}$ كمية اللوز التي لديه لصنع خليط من المكسرات، واستعمل $\frac{1}{4}$ كمية اللوز لصنع خليط آخر من المكسرات، واضطر إلى رمي 2.5 كيلوجرام منها بسبب وقوعها على الأرض. بقي لدى فواز في نهاية الأسبوع 14 كيلوجرامًا من اللوز؟ كم كيلوجرامًا من اللوز كان لدى فواز في بداية الأسبوع. [30 كيلوجرامًا]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	9, 11	1
	14, 18, 20	2
2	7	1
	13, 17	2
3	8, 10, 12	1
	15, 16	2
	19	3

www.jnob-jo.com

الدرس
2-2

حلّ معادلاتٍ تتضمن متغيرات في طرفيها

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ حلّ معادلات تتضمّن حدوذا متشابهة في طرفيها.

✔ فهم المواقف وتمثيلها بمعادلات.

الفهم الأساس

لحل معادلة خطية يكون المتغيّر فيها موجوذا في حدود طرفيها، استعمل أولًا العمليات العكسية لنقل كل الحدود التي تتضمّن المتغير إلى أحد طرفي المعادلة والحدود الثابتة إلى الطرف الآخر. ثم قم بتجميع الحدود المتشابهة واستعمل العمليات العكسية لعزل المتغير.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- تجميع الحدود المتشابهة في المعادلات التي تتضمّن المتغيّر في حدود أحد طرفيها.
- حلّ معادلات من خطوة واحدة أو من خطوتين.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- تجميع الحدود المتشابهة من طرفي المعادلة في أحد الطرفين باستعمال العمليات العكسية.
- حلّ المعادلات لإيجاد قيمة المتغير.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- حلّ معادلات متعددة الخطوات تتضمّن حدوذا متشابهة في طرفيها.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **المهارة الإجرائية** و**الطلاقة** و**التطبيق.**

- سيكتسب الطلاب الطلاقة في حل المعادلات التي تتضمن متغيرات في طرفيها بتجميع الحدود المتشابهة واستعمال العمليات العكسية لإيجاد قيمة المتغيّر.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.4.1** يحلّ معادلات خطيّة في متغيّر واحد معاملاتها أعداد نسبية بحيث يكون المتغيّر في طرفيها ويحلّ مسائل عليها.

معايير ممارسات الرياضيات

نمذج

يستعمل الطلاب المخططات والمعادلات لبناء نموذج لمسألة وإيجاد الحل. كما يستعملون أوجه الشبه بين المعادلات والمخططات لفهم العلاقة بين الحدود المتشابهة.

ابحث عن البنية واستعملها

يستعمل الطلاب بنية المعادلات لحلّ المسائل. كما يستعملون العمليات العكسية بعد تجميع الحدود المتشابهة لإيجاد الحل.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

برّر منطقيًا بطريقة تجريدية وكمية أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يفهمون الموقف المذكور في المسألة ويكتبون المقادير باستعمال المعلومات المعطاة.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: كيف يمكنك وصف المبلغ الذي جمعه كل فتى؟ [نموذج إجابة: لدى أحمد 14 شيكًا و 15 QR نقدًا. لدى سلطان 7 شيكات و 50 QR نقدًا.]

س: ما الكمية التي ستمثلها باستعمال متغير؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: سأستعمل x لتمثيل قيمة كل شيك. يمكنني استعمال ذلك لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي جمعه أحمد وسلطان.]

2. بناء الفهم

س: ما العلاقة بين المبلغ الذي جمعه أحمد والمبلغ الذي جمعه سلطان؟ [نموذج إجابة: كلاهما جمع نفس المبلغ.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: هل يساعدك إنشاء مخطط أو جدول على حل المسألة؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: يمكنك إنشاء جدول تضمّنه المبالغ النقدية المكتسبة وعدد الشيكات المحررة.]

س: ما المقدار الذي يمثل المبلغ الذي جمعه أحمد؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: جمع أحمد $14x + 15$، يمثل $14x$ قيمة الشيكات، بينما يمثل العدد 15 المبلغ النقدي الذي حصل عليه.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي راشد وفواز إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما الذي قام به راشد ولم يقم به فواز؟ [نموذج إجابة: كتب راشد مقدارين جبريين لتمثيل المبلغ الذي جمعه كل فتى.]

س: متى قد يكون استعمال طريقة فواز أكثر صعوبة؟ [نموذج إجابة: في حال لم تتضمن المسألة صورةً أو إذا كان الموقف الوارد في المسألة يصعب تمثيله باستعمال صورة.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف قام راشد بتجميع الحدود المتشابهة؟ [نموذج إجابة: طرح 15 QR من طرفي المعادلة لتجميع المبالغ النقدية في أحد الطرفين، ثم طرح $7x$ من طرفي المعادلة لتجميع الشيكات في طرفها الآخر.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: ما التشكيلات الأخرى من الشيكات والنقد التي ستكون مساوية للمبلغ الذي جمعه كل من أحمد وسلطان؟ [نموذج إجابة: ممكن أن يكون هناك 85 QR نقدًا، أو شيك واحد و 80 QR]

حلّل عمل الطلاب

عمل راشد

$14x + \text{QR } 15 = 7x + \text{QR } 50$

$7x = \text{QR } 35$

$x = \text{QR } 5$

إذن، إجمالي المبلغ الذي جمعه أحمد وسلطان هو 170 QR.

كوّن **راشد** معادلة بكتابة مقدار يمثّل المبلغ الذي جمعه كل فتى، وساوى بين المقدارين. ثم قام بتجميع الحدود المتشابهة وحل المعادلة لإيجاد قيمة المتغير.



حذف **فواز** الحدود المتشابهة في مبلغي المال المبيّنين في الصورة، واستعمل ما تبقّى من المال لكتابة معادلة وحلّها لإيجاد قيمة المتغيّر.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من فهمهم لكيفية تجميع الحدود المتشابهة في أحد طرفي المعادلة.

مثال 1 حلُّ معادلاتٍ تتضمن مُعاملات كسرية

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: كيف يساعدك مخطط الأشرطة على تكوين المعادلة؟ [نموذج إجابة: يساعد مخطط الأشرطة على توضيح العلاقة بين الكميات.]

س: لماذا طرحنا $2\frac{1}{2}x$ من طرفي المعادلة في الخطوة الأولى؟ [نموذج إجابة: بما أن المقدار يعبّر عن عملية جمع $2\frac{1}{2}x$ مع 12، فإن استعمال العملية العكسية، أي طرح $2\frac{1}{2}x$، يسمح بتجميع كل الحدود التي تتضمّن المتغيّر x في أحد طرفي المعادلة.]

س: هل كان بالإمكان طرح $4x$ من طرفي المعادلة بدلًا من $2\frac{1}{2}x$ في الخطوة الأولى؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: سيضع ذلك المتغير في الطرف الأيمن من المعادلة بدلًا من الطرف الأيسر، وسيكون معامله عددًا سالبًا.]

س: كيف يمكنك إيجاد عدد الديسيلترات في كل مخفوق؟ [نموذج إجابة: يمكنك تعويض 4 عن x في أحد طرفي المعادلة الأصلية وتبسيطها.]

حاول أن تحلّ!

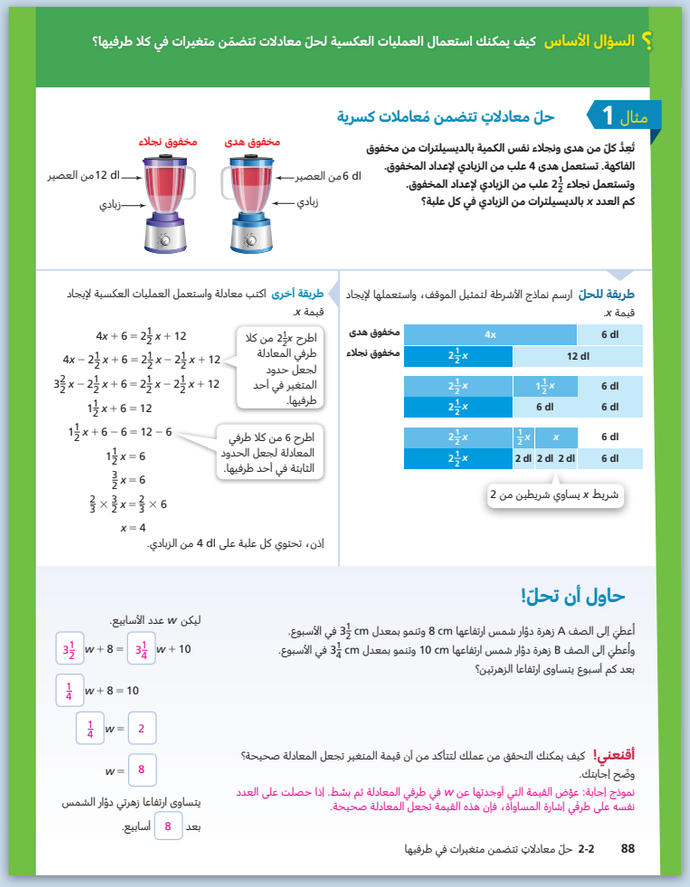
استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك إنشاء نموذج يساعد على كتابة هذه المعادلة؟ [نموذج إجابة: يمكن استعمال مخطط الأشرطة لتوضيح العلاقة بين الكميات.]

س: ما العمليات الحسابية التي أجريتها لعزل المتغير في أحد طرفي المعادلة؟ [نموذج إجابة: طرحت $3\frac{1}{4}w$ ثم 8 من طرفي المعادلة.]

أقنعني!

س: كيف تعرف أن حلّك صحيح؟ [نموذج إجابة: عوضت 8 عن w في المعادلة الأصلية وبسطتها للحصول على $36 = 36$، وهي مساواة صحيحة.]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مساعدة في جمع وطرح الكسور.

س: كيف تكتب العدد الكسري $2\frac{1}{2}$ في صورة كسر اعتيادي؟ [نموذج إجابة: اضرب العدد الكلي 2 في المقام 2 للحصول على العدد 4، ثم اجمع 4 مع البسط 1 للحصول على الكسر $\frac{5}{2}$.]

س: كيف تبسّط المقدار $\frac{5}{2} - 4$؟ [نموذج إجابة: اكتب العدد 4 في صورة كسر اعتيادي مقامه 2 لتحصل على $\frac{5}{2} - \frac{8}{2}$، ثم اطرح البسطين للحصول على $\frac{3}{2}$.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 2 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه فهم العلاقة بين المبلغ الذي يكسبه سعيد والمبلغ الذي يكسبه خالد.

- أجب عن السؤال التالي:

س: من سيتقاضى مبلغًا أكبر إذا حقق كل من سعيد وخالد مبيعات بقيمة 60 000 QR؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: يتقاضى سعيد مبلغًا أكبر إذا حقق كلاهما مبيعات بقيمة 60 000 QR، فرغم أنّ راتبه الأسبوعي أقل من راتب خالد، إلا أنه يحصل على عمولة أكبر على المبيعات.]

www.jnob-jo.com

مثال 2 حلّ معادلاتٍ تتضمّن مُعاملات كسور عشريّة

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكنك كتابة النسب المئوية في صورة كسور عشرية لاستعمالها في المعادلة التي كتبتها؟ [نموذج إجابة: اقسم النسبة المئوية على 100 لتحويلها إلى كسر عشري.]

س: هل يمكنك حل هذه المعادلة بطرح $0.05x$ من طرفيها؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: ثم اطرح QR 3 750 من طرفي المعادلة للحصول على $-0.02x = -\text{QR } 975$، ثم اقسم الطرفين على -0.02 للحصول على الإجابة QR 48 750]

مثال 3 حلّ معادلاتٍ تتضمّن مُعاملات سالبة

طرح أسئلة هادفة

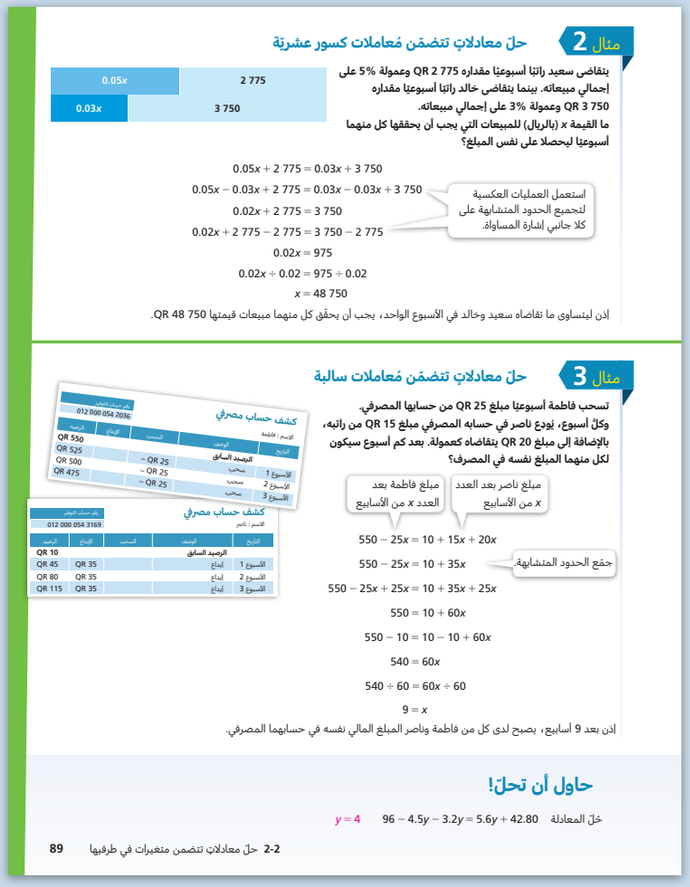
س: ماذا يمثّل المتغيّر x؟ [نموذج إجابة: يمثّل المتغيّر x عدد الأسابيع اللازمة ليصبح لدى كل من فاطمة وناصر نفس المبلغ في حسابهما المصرفي.]

س: لماذا يتضمّن حدان في الطرف الأيمن للمعادلة الأولى المتغيّر x؟ [نموذج إجابة: يودع ناصر في حسابه المصرفي كل أسبوع مبلغًا من راتبه بالإضافة إلى مبلغ يتقاضاه كعمولة، لذا يجب ضرب كلا المبلغين في عدد الأسابيع.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما أهمية تعويض إجابتك في المعادلة الأصلية؟ [نموذج إجابة: لن تدرك على الأرجح ما إذا كنت قد ارتكبت خطأ عند حل المسألة. تعويض الإجابة في المعادلة الأصلية يبيّن ما إذا كانت الإجابة صحيحة أم لا.]



مثال 2 حلّ معادلاتٍ تتضمّن مُعاملات كسور عشريّة

$0.05x$	2 775
$0.03x$	3 750

يتقاضى سعيد راتبًا أسبوعيًا مقداره QR 2 775 وعمولة 5% على إجمالي مبيعاته. بينما يتقاضى خالد راتبًا أسبوعيًا مقداره QR 3 750 وعمولة 3% على إجمالي مبيعاته.
ما القيمة x (بالريال) للمبيعات التي يجب أن يحققها كل منهما أسبوعيًا ليحصلا على نفس المبلغ؟

$$0.05x + 2\,775 = 0.03x + 3\,750$$
$$0.05x - 0.03x + 2\,775 = 0.03x - 0.03x + 3\,750$$
$$0.02x + 2\,775 = 3\,750$$
$$0.02x + 2\,775 - 2\,775 = 3\,750 - 2\,775$$
$$0.02x = 975$$
$$0.02x \div 0.02 = 975 \div 0.02$$
$$x = 48\,750$$

استعمل العمليات العكسية لتجميع الحدود المتشابهة على كلا جانبي إشارة المساواة.

إذن ليتساوى ما تقاضاه سعيد وخالد في الأسبوع الواحد، يجب أن يحقّق كل منهما مبيعات قيمتها QR 48 750.

مثال 3 حلّ معادلاتٍ تتضمّن مُعاملات سالبة

تسحب فاطمة أسبوعيًا مبلغ QR 25 من حسابها المصرفي. وكلّ أسبوع، يُودع ناصر في حسابه المصرفي مبلغ QR 15 من راتبه، بالإضافة إلى مبلغ QR 20 يتقاضاه كعمولة. بعد كم أسبوع سيكون لكل منهما المبلغ نفسه في المصرف؟

مبلغ ناصر بعد العدد x من الأسابيع

مبلغ فاطمة بعد العدد x من الأسابيع

$$550 - 25x = 10 + 15x + 20x$$
$$550 - 25x = 10 + 35x$$
$$550 - 25x + 25x = 10 + 35x + 25x$$
$$550 = 10 + 60x$$
$$550 - 10 = 10 - 10 + 60x$$
$$540 = 60x$$
$$540 \div 60 = 60x \div 60$$
$$9 = x$$

جمّع الحدود المتشابهة.

إذن بعد 9 أسابيع، يصبح لدى كل من فاطمة وناصر المبلغ المالي نفسه في حسابهما المصرفي.

حاول أن تحلّ!

حلّ المعادلة $96 - 4.5y - 3.2y = 5.6y + 42.80$ $y = 4$

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 لاحظ المثال 3

قد لا يكون الطلاب على دراية بالمصطلحات الواردة في هذا المثال. اطلب من الطلاب ربط عملية السحب والإيداع بالعمليات المناسبة في الحسابات المصرفية.

س: انظر إلى المسألة. كيف مُثّلت عملية السحب في المعادلة؟ كيف مُثّلت عملية الإيداع؟ [نموذج إجابة: تظهر عملية السحب في صورة معامل سالب للمتغيّر x. تظهر عملية الإيداع في صورة معامل موجب للمتغيّر x.]

مستوى 2 لاحظ المثال 3

اطلب من الطلاب إعادة قراءة المسألة وتلخيص المعلومات المعطاة وقراءة السؤال بصوت عالٍ، ثم اطلب منهم مشاركة ملخصاتهم مع زملائهم في الصف. يجب أن يوضّح الطلاب لماذا وُضع رمز المساواة بين المقدارين اللذين يمثّلان الحساب المصرفي لكل من ناصر وفاطمة، وكيف أوجدوا قيمة المتغير.

مستوى 3 لاحظ المثال 3

اطلب من الطلاب إعادة قراءة المسألة وتوضيح الخطوات التي نفّذوها لإيجاد قيمة المتغير. حدّد المصطلحات التي لا يعرفها الطلاب واطلب منهم شرح معانيها بالاستناد إلى سياق المسألة ونموذج المعادلة. اطلب من الطلاب تنقيح أعمال بعضهم بعضًا.

س: ما المصطلحات التي كنت تجهلها، وكيف تعرّفها بناءً على سياق المسألة ونموذج المعادلة؟

س: كيف أوجدت قيمة المتغير؟

اطلب من الطلاب مشاركة اقتراحاتهم.

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: لماذا من المهم معرفة العلاقة بين مقدارين قبل كتابة معادلة تربط بينهما؟
[نموذج إجابة: يجب أن تكون قادرًا على معرفة أن المقدارين متساويان من خلال المعلومات الواردة في المسألة. يمكنك بعد ذلك استعمال هذه المعلومات لكتابة معادلة.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس تأكد من أن يُظهر الطلاب فهمهم لكيفية تجميع الحدود المتشابهة التي تتضمّن متغيرًا في أحد طرفي المعادلة، وكيفية استعمال العمليات العكسية لعزل المتغير.

التمرين 6

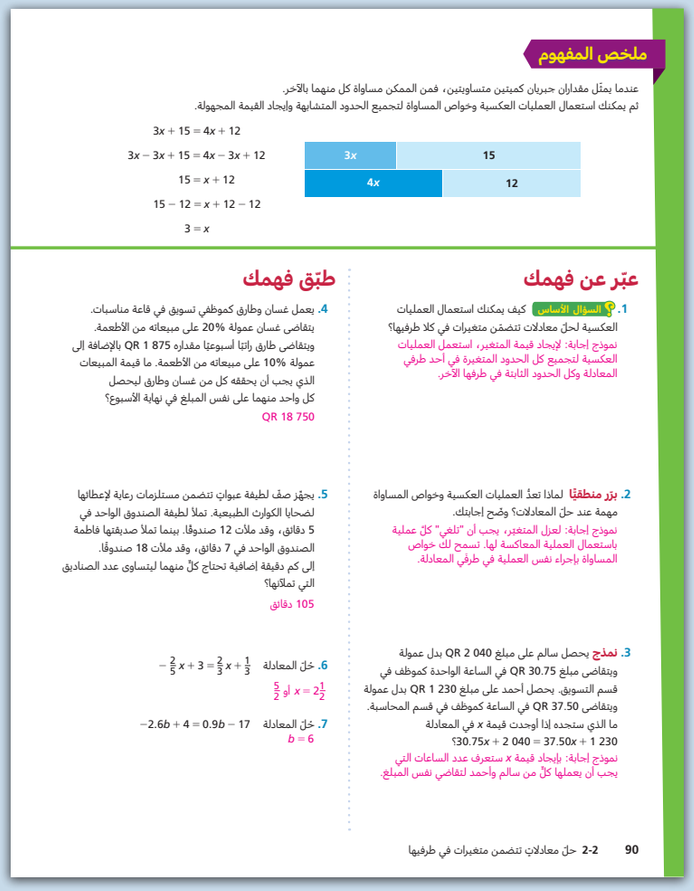
س: ما الطريقة التي استعملتها لحل المسألة؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: أضفتُ $\frac{2}{5}x$ إلى طرفي المعادلة، ثم طرحتُ $\frac{1}{3}$ من طرفيها.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في كتابة المقادير والمعادلات.

س: إذا عملت كل من لطيفة وفاطمة مدة 35 دقيقة، كم صندوقًا ستملأ لطيفة؟ وكم صندوقًا ستملأ صديقتها فاطمة؟ [$\frac{35}{5} = 7$ ، إذن ستملأ لطيفة 7 صناديق. $\frac{35}{7} = 5$، إذن ستملأ فاطمة 5 صناديق.]

س: إذا عملت كلتا الفتاتين مدة m دقيقة، كم صندوقًا ستملأ لطيفة؟ وكم صندوقًا ستملأ فاطمة؟ [$\frac{m}{5}$ صناديق، $\frac{m}{7}$ صناديق]



ملخص المفهوم

عندما يمثّل مقداران جبريان كميتين متساويتين، فمن الممكن مساواة كل منهما بالآخر.
ثم يمكنك استعمال العمليات العكسية وخواص المساواة لتجميع الحدود المتشابهة وإيجاد القيمة المجهولة.

$3x + 15 = 4x + 12$

$3x - 3x + 15 = 4x - 3x + 12$

$15 = x + 12$

$15 - 12 = x + 12 - 12$

$3 = x$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف يمكنك استعمال العمليات العكسية لحلّ معادلات تتضمّن متغيرات في كلا طرفيها؟
نموذج إجابة: لإيجاد قيمة المتغير، استعمل العمليات العكسية لتجميع كل الحدود المتغيرة في أحد طرفي المعادلة وكل الحدود الثابتة في طرفها الآخر.

2. **برّر منطقيًا** لماذا تعدُّ العمليات العكسية وخواص المساواة مهمة عند حلّ المعادلات؟ وضّح إجابتك.
نموذج إجابة: لعزل المتغير، يجب أن "تلغي" كلّ عملية باستعمال العملية المعاكسة لها. تسمح لك خواص المساواة بإجراء نفس العملية في طرفي المعادلة.

3. **نمذج** يحصل سالم على مبلغ QR 2 040 بدل عمولة ويتقاضى مبلغ QR 30.75 في الساعة الواحدة كموظف في قسم التسويق. يحصل أحمد على مبلغ QR 1 230 بدل عمولة ويتقاضى QR 37.50 في الساعة كموظف في قسم المحاسبة. ما الذي ستجده إذا أوجدت قيمة x في المعادلة $1\,230 + 37.50x = 2\,040 + 30.75x$؟
نموذج إجابة: بإيجاد قيمة x ستعرف عدد الساعات التي يجب أن يعملها كلٌّ من سالم وأحمد لتقاضي نفس المبلغ.

طبّق فهمك

4. يعمل غسان وطارق كموظفي تسويق في قاعة مناسبات. يتقاضى غسان عمولة 20% على مبيعاته من الأطعمة. ويتقاضى طارق راتبًا أسبوعيًا مقداره QR 1 875 بالإضافة إلى عمولة 10% على مبيعاته من الأطعمة. ما قيمة المبيعات الذي يجب أن يحققه كل من غسان وطارق ليحصل كل واحد منهما على نفس المبلغ في نهاية الأسبوع؟
QR 18 750

5. يجهّز صف لطيفة عبوات تتضمن مستلزمات رعاية لإعطائها لضحايا الكوارث الطبيعية. تملأ لطيفة الصندوق الواحد في 5 دقائق، وقد ملأت 12 صندوقًا. بينما تملأ صديقتها فاطمة الصندوق الواحد في 7 دقائق، وقد ملأت 18 صندوقًا. إلى كم دقيقة إضافية تحتاج كلٌّ منهما ليتساوى عدد الصناديق التي تملآنها؟
105 دقائق

6. حلّ المعادلة $-\frac{2}{5}x + 3 = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$
$x = 2\frac{1}{2}$ أو $\frac{5}{2}$

7. حلّ المعادلة $-2.6b + 4 = 0.9b - 17$
$b = 6$

2-2 حلّ معادلاتٍ تتضمن متغيرات في طرفيها 90

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 8 و 9، حلّ كل معادلة.

8. $6 - 4x = 6x - 8x + 2$

$6 - 4x = \boxed{-2x} + 2$

$6 = \boxed{2x} + 2$

$\boxed{4} = 2x$

$\boxed{2} = x$

9. $\frac{5}{3}x + \frac{1}{3}x = 13\frac{1}{3} + \frac{8}{3}x$

$\boxed{2}\ x = 13\frac{1}{3} + \frac{8}{3}x$

$\boxed{-13\frac{1}{3}} = \frac{8}{3}x - \boxed{2}\ x$

$-\frac{40}{3} = \boxed{\frac{2}{3}}\ x$

$\boxed{\frac{3}{2}} \times \left(-\frac{40}{3}\right) = \boxed{\frac{3}{2}} \times \frac{2}{3}x$

$\boxed{-20} = x$

10. جمعت مدينتان كميات مختلفة من الأمطار، كما هو موضّح في الصور المجاورة.
في المدينة 1، يتزايد هطول الأمطار بمعدل $3\frac{1}{2}$ mm كل ساعة.
في المدينة 2، يتزايد هطول الأمطار بمعدل $2\frac{1}{4}$ mm كل ساعة.
بعد كم ساعة تتساوى كمية الأمطار في المدينتين؟
$\frac{4}{5}$ ساعة



11. لتكن المعادلة $5.3g + 9 = 2.3g + 15$

a. أوجد قيمة g.
$g = 2$

b. وضّح كيف يمكنك التحقق من صحة قيمة g.
إذا كانت نتيجة التحقق غير صحيحة، هل يعني هذا أن القيمة التي أوجدتها خطأ؟ وضّح إجابتك.
نموذج إجابة: عوّض تلك القيمة عن g في المعادلة الأصلية. إذا كانت نتيجة التحقق غير صحيحة، فهذا يعني أن هناك خطأ ما. يجب أن تتحقق ثانية من عملك.

12. حلّ المعادلة $6 - 6x = 5x - 9x - 2$
$x = 4$

13. نمذج عدد السكان في إحدى المدن 43 425 نسمة. يغادر 125 شخصًا تقريبًا هذه المدينة كل شهر، ويدخلها 200 شخص في المتوسط كل شهر. عدد السكان في مدينة أخرى قريبة منها 45 000 نسمة. لا أحد يدخل هذه المدينة ولكن يغادرها 150 شخصًا في المتوسط كل شهر. بعد كم شهر تقريبًا يتساوى عدد السكان في كلا المدينتين؟
اكتب معادلة وحلّها لتمثيل هذا الموقف.
7 أشهر؛ $200m - 125m + 43\,425 = 45\,000 - 150m$

14. يختار محمد بين ناديَين رياضيين.
بعد كم شهر ستتساوى التكلفة الإجمالية لكلا الناديين؟
4 أشهر

15. مهارات التفكير العليا كان سعر السهم A في تمام الساعة 9 صباحًا QR 38.25.
ومنذ ذلك الوقت، يرتفع سعره بمعدل QR 0.25 في الساعة.
كان سعر السهم B في الساعة 12 ظهرًا QR 40.50، ثم أخذ في الانخفاض بمعدل QR 0.50 في الساعة. إذا استمر السهمان الأول في الارتفاع والثاني في الانخفاض كلّ بنفس معدله، فبعد كم ساعة من الساعة 12 ظهرًا يصبح سعرا السهمين متساويين؟
بعد ساعتين

تدرَّب على اختبار

16. في مسابقة أكاديمية، يكسب كل مشترك 12 نقطة مقابل كل إجابة صحيحة ويخسر 5 نقاط مقابل كل إجابة غير صحيحة. في بداية الجولة الأخيرة، كان مجموع المدرسة A 165 نقطة ثم تساوى عدد الإجابات الصحيحة وغير الصحيحة التي قدّمتها. بينما بدأت المدرسة B هذه الجولة بنقاط عددها 65 نقطة ولم تقدّم إجاباتٍ غير صحيحة فيما تساوى عدد إجاباتها الصحيحة مع عدد الإجابات الصحيحة للمدرسة A. أخيرًا، انتهت المسابقة بتعادل المدرستين.

الجزء A

ما المعادلة التي تمثل النقاط في الجولة الأخيرة ونتيجة المسابقة؟

Ⓐ $12x + 5x - 165 = -12x + 65$

Ⓑ $12x - 5x + 165 = 12x + 65$

Ⓒ $5x - 12x + 165 = 12x + 65$

Ⓓ $12x - 5x - 165 = 12x + 65$

الجزء B

كم عدد الإجابات الصحيحة التي قدّمتها كل مدرسة في الجولة الأخيرة؟

20

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 10 قد يرتبك بعض الطلاب بشكل خاص بسبب المُعاملات التي تكون أعدادًا كسرية في المقادير التي تتضمّن متغيرات، وقد يخطئون في تبسيط المعادلة بسبب ذلك.

س: لماذا المقداران $h\ 3\frac{1}{2} + 6$ و $9\frac{1}{2}h$ ليسا متساويين؟ [نموذج إجابة: العدد 6 في المقدار الأول غير مضروب في h، لذا لا يمكن تجميع هذين الحدين.]

س: هل يمكنك كتابة المقدار $h\ 3\frac{1}{2} + 6$ من دون عدد كسري؟ وضّح إجابتك.
[نموذج إجابة: $h\frac{7}{2} + 6$؛ يمكنك تحويل العدد الكسري إلى كسر اعتيادي.]

تحدّ

التمرين 15 مهارات التفكير العليا يمكن تحدي بعض الطلاب لفهم العلاقة بين سعرَي السهمين.

س: كم كان سعر السهم A ظهرًا؟ [QR 39]

س: متى يصبح سعرا السهمين متساويين؟ [في الساعة 2:00 p.m.]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	9	1
	10	2
2	11, 14	2
	15	3
3	8, 12	1
	13, 16	2

www.jnob-jo.com

الدرس
2-3
حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ التخطيط لعدد من طرائق الحل واختيار واحدة منها لحل معادلات متعددة الخطوات.

الفهم الأساس

خاصية التوزيع هي أداة مهمة لتبسيط المقادير وتجميع الحدود المتشابهة.
لتجميع الحدود المتشابهة، قد يكون من الضروري توسيع المقادير التي تتضمن أقواسا.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- تجميع الحدود المتشابهة وحل المعادلات التي تتضمن متغيرات في أحد طرفي المعادلة أو في كلا طرفيها.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- استعمال خاصية التوزيع لتجميع الحدود المتشابهة.
- حل معادلات متعددة الخطوات.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- تحديد ما إذا كانت المعادلة التي بمتغير واحد لها حل واحد أم عدد من الحلول أم ليس لها أي حل.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق.**

- يطبق الطلاب ما يعرفونه عن طرائق حل المعادلات بالإضافة إلى توسيع معرفتهم لتشمل استعمال خاصية التوزيع لإيجاد الحل.
- يخطط الطلاب لطرائق متعددة لحلّ معادلة متعددة الخطوات وفق إحدى هذه الطرائق.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.4.1** يحلّ معادلات خطيّة في متغيّر واحد معاملاتها أعداد نسبية بحيث يكون المتغيّر في طرفيها ويحلّ مسائل عليها.

معايير ممارسات الرياضيات

برّر منطقيًّا بطريقة تجريدية وكمية

في هذا الدرس، يدرس الطلاب المسائل ويفهمون معانيها بحيث يتمكّنون من تمثيل الكميات المعطاة والكميات المجهولة رمزيًّا في معادلات، ويفهمون متى تكون الطرائق المختلفة لحل المعادلات هي الأكثر إفادةً لإيجاد الطريقة الأبسط لحل المسائل.

ابحث عن البنية واستعملها

يستعمل الطلاب معرفتهم بالمعادلات لحل المسائل، كما يستعملون العمليات العكسية، ويجمّعون الحدود المتشابهة، ويستعملون خاصية التوزيع لحل معادلات متعددة الخطوات.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

برّر منطقيًا بطريقة تجريدية وكمية أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يفهمون كيف تؤثر المعدلات المختلفة لتدفق الماء في كمية الماء في الخزان.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ما هو خزان الماء وما كمية الماء التي يتّسع لها هذا الخزان؟ [نموذج إجابة: يُحفظ الماء في خزّانات قبل أن يُضخّ إلى البيوت والشركات في المدينة من خلال شبكة أنابيب. سعة كل خزان 1 000 000 L كل خزان ممتلئ حتى منتصفه في الوقت الحالي.]

2. بناء الفهم

س: ما كمية الماء التي تتدفق إلى كل خزان في ساعة واحدة؟ وضّح إجابتك.
[70 000 لتر في الساعة، نموذج إجابة: يمتلئ الخزان بالماء عبر أنبوبين. تتدفق المياه عبر أحدهما بمعدل 25 000 لتر في الساعة وعبر الأنبوب الآخر بمعدل 45 000 لتر في الساعة.]

س: ما كمية الماء التي تخرج من كل خزان؟ [60 000 لتر في الساعة.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما المقدار الذي يمكنك استعماله لوصف كيف تتغير كمية الماء في خزان واحد؟ ماذا يمثل المتغير؟ [نموذج إجابة: $25\,000x + 45\,000x - 60\,000x$؛ يمثل المتغير الزمن بالساعات.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي هاشم وخالد إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما وجه الاختلاف بين طريقة هاشم وطريقة خالد في حل المسألة؟ [نموذج إجابة: حلّ هاشم المسألة باستعمال خزان واحد وبرّر منطقيًا أن الخزانين الآخرين يمثلان بنفس المعدل، أي أن امتلاءهما يستغرق نفس الزمن. بينما فكّر خالد في الخزانات الثلاثة كخزان واحد.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف ساعدت خاصية التوزيع خالد على إيجاد الحلّ؟ [نموذج إجابة: ساعدته خاصية التوزيع على تبسيط المقدار الذي كتبه، وذلك بضرب معدلات خزان واحد في عدد الخزانات.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: افترض أن الماء يتدفق من كل خزان بمعدل 50 000 لتر في الساعة. كم يستغرق امتلاء خزان واحد؟ وضّح إجابتك. [يستغرق امتلاء خزان واحد 25 ساعة.
نموذج إجابة: يمتلئ كل خزان بمقدار 20 000 لتر من الماء في الساعة، لذا يستغرق امتلاء خزان واحد 25 ساعة.]

حلّل عمل الطلاب

عمل هاشم

$25\,000x + 45\,000x - 60\,000x = 10\,000x$

بما أن الخزانات الثلاثة تمتلئ بنفس المعدّل و $\frac{500\,000}{10\,000} = 50$

إذن، تلزم 50 ساعة لتمتلئ الخزانات الثلاثة.

قام **هاشم** بتجميع الحدود المتشابهة، وأوجد معدّل امتلاء أحد الخزانات في الساعة. بما أن الخزانات الثلاثة بنفس الحجم، فقد برّر منطقيًا أن امتلاء كل خزان من الخزانات الثلاثة يستغرق نفس المقدار من الزمن.



استعمل **خالد** خاصية التوزيع لتبسيط المقدار الذي كتبه لتمثيل معدل امتلاء الخزانات الثلاثة معًا في الساعة. ثم استعمل هذا المعدل لإيجاد الزمن اللازم لامتلاء الحجم الإجمالي للخزانات الثلاثة.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أن الطلاب يعرفون كيفية استعمال خاصية التوزيع.

مثال 1
استعمال خاصيّة التوزيع لحلّ معادلة متعددة الخطوات

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ماذا يمثّل المتغيّر x في هذه المسألة؟ [نموذج إجابة: يمثّل المتغيّر x عدد الكيلومترات التي قطعها الطالب بالدراجة يوم الخميس.]

س: ماذا يمثل المقدار $4x + 3$ ؟ [نموذج إجابة: يمثل المقدار $4x + 3$ إجمالي عدد الكيلومترات التي قطعها الطالب من الإثنين إلى الأربعاء.]

س: لماذا قد تستعمل المقدار $2(x + 7)$ بدلًا من المقدار $x + 7 + x + 7$ في المعادلة لتمثيل المسافة التي قطعها الطالب يومي الجمعة والسبت؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: من الأسهل قراءة الطرف الأيمن للمعادلة في الصورة $2(x + 7) + x$]

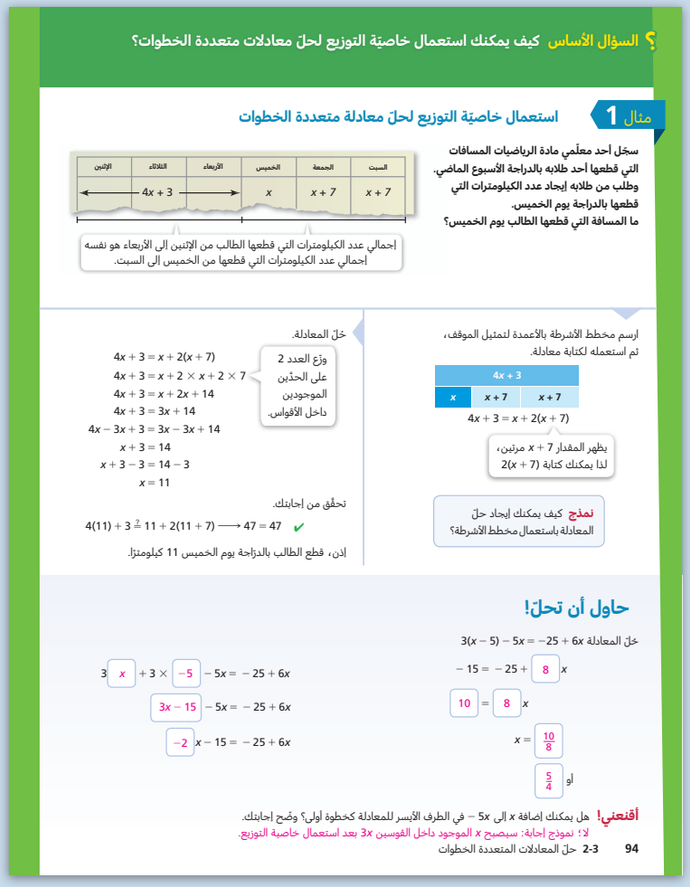
حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك تبسيط المقدار $3(x - 5)$؟ [نموذج إجابة: لتبسيط هذا المقدار اضرب 3 في الكميتين x و -5، وهذا يساوي $3x - 15$]

أقنعني!

س: في المعادلة المعطاة، هل يمكنك تنفيذ أي خطوة أخرى أولًا بدلًا من استعمال خاصية التوزيع؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: نعم، يمكنك طرح $6x$ من طرفي المعادلة، لكن استعمال خاصية التوزيع أولًا قد يكون أسهل. ثم يمكنك تجميع كل الحدود التي تتضمّن المتغير x في الطرف الأيسر للمعادلة قبل طرح $6x$ من كلا الطرفين.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 لاحظ المثال 1

علّم الطلاب أن عليهم، عند وصف مقدار ما، استعمال المصطلح "مقدار" للتعبير عن أجزاء مقدار عددي أو جبري عندما يعبّرون عنه في الصيغة اللفظية. اكتب المقدارين التاليين على السبورة واطلب من الطلاب قراءتهما قراءة جهرية.

س: اقرأ المقدار التالي قراءة جهرية: $(x + 9)(x - 3)$
[المقدار x ناقص 3 ضرب المقدار x زائد 9]

س: اقرأ المقدار التالي قراءة جهرية: $3(x - 5) + 4$
[3 أمثال المقدار x ناقص 5، زائد 4]

مستوى 2 لاحظ المثال 1

اطلب من الطلاب إعادة قراءة المسألة وتلخيص المعلومات المعطاة وقراءة السؤال المطروح قراءة جهرية، ثم مشاركة ملخصاتهم مع زملائهم.

س: ماذا تمثل المقادير في كل طرف من طرفي المعادلة؟

س: لماذا يمكن اعتبار أن المقدار الذي يمثّل المسافة المقطوعة من الإثنين إلى الأربعاء يساوي مجموع المقادير التي تمثّل المسافات المقطوعة أيام الخميس والجمعة والسبت؟

مستوى 3 لاحظ المثال 1

اطلب من الطلاب إعادة قراءة المسألة وشرح الخطوات المطبّقة لإيجاد قيمة المتغير. حدد المصطلحات المجهولة للطلاب واطلب منهم تحديد معانيها بالاستناد إلى سياق المسألة ونموذج المعادلة.

س: ما المصطلحات الأساسية الواردة في المسألة وفي الخطوات التي استعملتها لحل المسألة؟

اطلب من الطلاب مشاركة اقتراحاتهم.

www.jnob-jo.com

مثال 2 توزيع معامل سالب لحلّ المعادلات

طرح أسئلة هادفة

س: لماذا قد ترغب في استعمال خاصية التوزيع أولًا في هاتين المسألتين؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: في المسألة A، لا يمكنك التعامل مع الحدود إلا بعد استعمال خاصية التوزيع. في المسألة B، يمكنك تجميع العددين 3 و 25 فقط قبل استعمال خاصية التوزيع.]

س: ما إشارة ناتج ضرب عدد موجب في عدد سالب؟ [سالبة]

س: في المسألة B، لماذا تقسم طرفي المعادلة على -1 في الخطوة ما قبل الأخيرة من خطوات الحل؟ [نموذج إجابة: تقسم على -1 لأنك لا ترغب في أن تكون إشارة المتغير سالبة؛ بقسمة طرفي المعادلة على -1 تصبح إشارة المتغير موجبة وتصبح القيمة عددًا سالبًا.]

مثال 3 استعمال خاصيّة التوزيع في طرفي المعادلة

طرح أسئلة هادفة

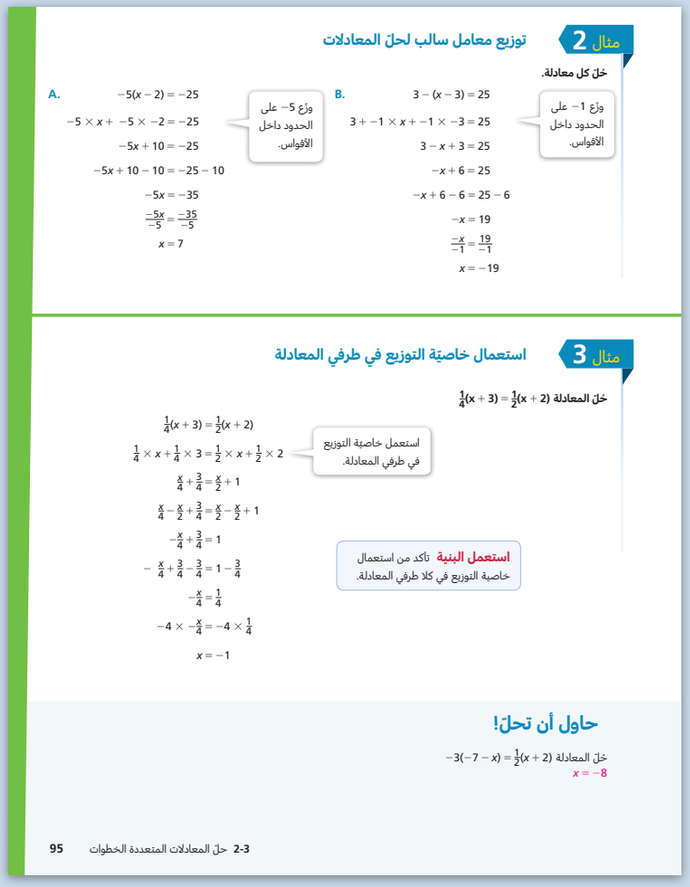
س: لماذا استُعملت خاصية التوزيع في الخطوة الأولى لحل المعادلة؟ [نموذج إجابة: لا يمكن تبسيط المقادير داخل الأقواس. لذا يجب استعمال خاصية التوزيع.]

س: لماذا ضربنا طرفي المعادلة في -4 في الخطوة الأخيرة؟ [نموذج إجابة: في الخطوة التي قبل الخطوة الأخيرة، $\frac{-x}{4} = \frac{-1}{4}x$، مقلوب المعامل $-\frac{1}{4}$ هو -4]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما الذي يجب القيام به أولًا لحلّ هذه المسألة؟ [نموذج إجابة: في كلا طرفي المعادلة يوجد عدد مضروب في مقدار لا يمكن تبسيطه. تسمح لي خاصية التوزيع بكتابة المقدارين في طرفي المعادلة من دون أقواس، بحيث يمكنني تجميع الحدود المتشابهة.]



مثال 2 توزيع معامل سالب لحلّ المعادلات

حلّ كل معادلة.

A. $-5(x-2) = -25$

وزّع -5 على الحدود داخل الأقواس.

$-5 \times x + -5 \times -2 = -25$

$-5x + 10 = -25$

$-5x + 10 - 10 = -25 - 10$

$-5x = -35$

$\frac{-5x}{-5} = \frac{-35}{-5}$

$x = 7$

B. $3 - (x - 3) = 25$

وزّع -1 على الحدود داخل الأقواس.

$3 + -1 \times x + -1 \times -3 = 25$

$3 - x + 3 = 25$

$-x + 6 = 25$

$-x + 6 - 6 = 25 - 6$

$-x = 19$

$\frac{-x}{-1} = \frac{19}{-1}$

$x = -19$

مثال 3 استعمال خاصيّة التوزيع في طرفي المعادلة

حلّ المعادلة $\frac{1}{4}(x+3) = \frac{1}{2}(x+2)$

$\frac{1}{4}(x+3) = \frac{1}{2}(x+2)$

استعمل خاصية التوزيع في طرفي المعادلة.

$\frac{1}{4} \times x + \frac{1}{4} \times 3 = \frac{1}{2} \times x + \frac{1}{2} \times 2$

$\frac{x}{4} + \frac{3}{4} = \frac{x}{2} + 1$

$\frac{x}{4} - \frac{x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{x}{2} - \frac{x}{2} + 1$

$-\frac{x}{4} + \frac{3}{4} = 1$

استعمل البنية تأكد من استعمال خاصية التوزيع في كلا طرفي المعادلة.

$-\frac{x}{4} + \frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 1 - \frac{3}{4}$

$-\frac{x}{4} = \frac{1}{4}$

$-4 \times -\frac{x}{4} = -4 \times \frac{1}{4}$

$x = -1$

حاول أن تحلّ!

حلّ المعادلة $-3(-7 - x) = \frac{1}{2}(x + 2)$

$x = -8$

الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 3 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة كيفية استعمال خاصية التوزيع. حثّ الطلاب الذين يواجهون صعوبة على رسم أسهم من العدد الذي يُضرب في المقدار الذي داخل القوسين إلى كل حدّ من حدود المقدار.

- استعمل خاصية التوزيع

بسّط.

- $7(x - 5)$ [$7x - 35$]
- $-\frac{2}{3}(6y + 18)$ [$-4y - 12$]
- $-(3 - x)$ [$-3 + x$]

إثراء

للاستعمال مع المثال 3 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه إيجاد طريقة مختلفة لحلّ المسألة.

- أجب عن السؤال التالي:

س: حاول ضرب طرفي المعادلة الأصلية في العدد 4 كخطوة أولى. كيف يغيّر ذلك في خطوات حلّ المعادلة؟ [نموذج إجابة: أحصل على المعادلة $2(x + 3) = x + 3$، ثم يجب أن أستعمل خاصية التوزيع في الطرف الأيمن فقط للحصول على $4 + 2x + 3 = x + 3$، ثم أطرح x من طرفي المعادلة للحصول على $4 + 3 = x + 3$، ثم أطرح 4 من طرفي المعادلة للحصول على $x = -1$. لم أضطر إلى التعامل مع كسور بعد الخطوة الأولى.]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: كيف تعرف ما إذا كان عليك تجميع الحدود المتشابهة أم استعمال خاصية التوزيع أولًا؟
[نموذج إجابة: إذا كان بالإمكان تبسيط المقادير داخل الأقواس من خلال تجميع الحدود المتشابهة، افعل ذلك قبل توزيع الحدود. إن لم يكن ذلك ممكنًا، استعمل خاصية التوزيع أولًا.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس تأكد من أن الطلاب يفهمون أن عليهم استعمال خاصية التوزيع أولًا عندما لا تكون هناك إمكانية لتبسيط المقادير التي داخل الأقواس أكثر.

التمرين 6

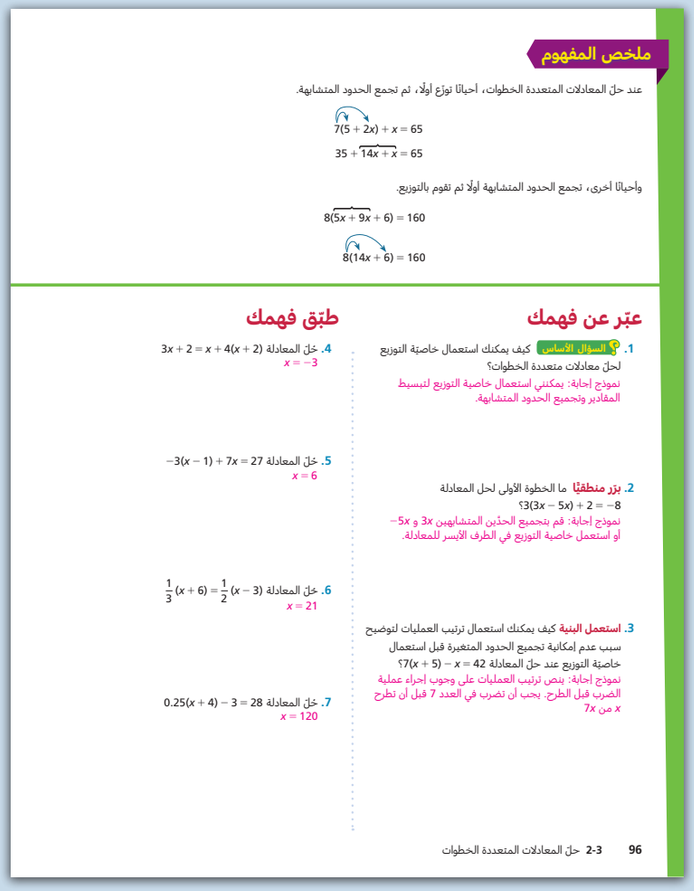
س: ما الذي يجب القيام به أولًا لحلّ هذه المسألة؟ [نموذج إجابة: استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة طرفي المعادلة من دون أقواس.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 لا يتذكر بعض الطلاب دائمًا توزيع الإشارة السالبة على الكميتين اللتين داخل القوسين عند توزيع عدد سالب.

س: ما المقدار الذي تحصل عليه عند تبسيط $-3(x-1)$ باستعمال خاصية التوزيع؟
$[-3x+3]$

س: لماذا الحد الثاني في الصيغة المبسّطة موجب؟ [نموذج إجابة: إنه موجب لأنني ضربت سالب 3 في سالب 1، وناتج عدد سالب في عدد سالب موجب دائمًا.]



ملخص المفهوم

عند حلّ المعادلات المتعددة الخطوات، أحيانًا نوزّع أولًا، ثم نجمع الحدود المتشابهة.

$7(5+2x)+x=65$

$35+14x+x=65$

وأحيانًا أخرى، نجمع الحدود المتشابهة أولًا ثم نقوم بالتوزيع.

$8(5x+9x+6)=160$

$8(14x+6)=160$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف يمكنك استعمال خاصية التوزيع لحلّ معادلات متعددة الخطوات؟
نموذج إجابة: يمكنني استعمال خاصية التوزيع لتبسيط المقادير وتجميع الحدود المتشابهة.

2. **برّر منطقيًا** ما الخطوة الأولى لحل المعادلة $3(3x-5x)+2=-8$؟
نموذج إجابة: قم بتجميع الحدّين المتشابهين $3x$ و $-5x$ أو استعمل خاصية التوزيع في الطرف الأيسر للمعادلة.

3. **استعمل البنية** كيف يمكنك استعمال ترتيب العمليات لتوضيح سبب عدم إمكانية تجميع الحدود المتغيرة قبل استعمال خاصية التوزيع عند حلّ المعادلة $7(x+5)-x=42$؟
نموذج إجابة: ينص ترتيب العمليات على وجوب إجراء عملية الضرب قبل الطرح. يجب أن تضرب في العدد 7 قبل أن تطرح x من $7x$.

طبّق فهمك

4. خلّ المعادلة $3x+2=x+4(x+2)$
$x=-3$

5. خلّ المعادلة $-3(x-1)+7x=27$
$x=6$

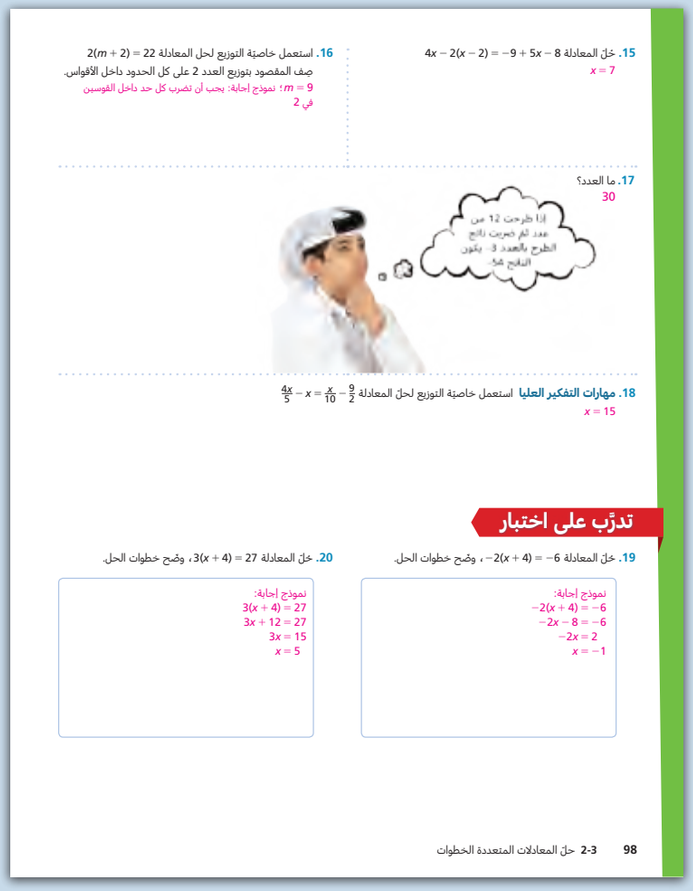
6. خلّ المعادلة $\frac{1}{3}(x+6)=\frac{1}{2}(x-3)$
$x=21$

7. خلّ المعادلة $0.25(x+4)-3=28$
$x=120$

96 2-3 حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمارين 8-10، أوجد قيمة x.

8. اشترت خولة قميصًا وقبعة بنصف الثمن أثناء التخفيضات.
إذا دفعت خولة QR 21 مقابل القطعتين، فما ثمن القبعة الأصلي؟

$\frac{1}{2}($ x $+ 24) = 21$

$\frac{1}{2}x +$ 12 $= 21$

$\frac{1}{2}x =$ 9

$x =$ 18

إذن، ثمن القبعة الأصلي QR 18.

9. استعمل خاصيّة التوزيع لحلّ المعادلة $28 - (3x + 4) = 2(x + 6) + x$

$28 -$ 3 $x -$ 4 $= 2x +$ 12 $+ x$

$24 -$ 3 $x =$ 3 $x +$ 12

$24 -$ 6 $x =$ 12

$-$6 $x =$ $-$12

$x =$ 2

10. استعمل خاصيّة التوزيع لحلّ المعادلة $3(x - 6) + 6 = 5x - 6$

3 $x -$ 18 $+ 6 = 5x -$ 6

3 $x -$ 12 $= 5x -$ 6

$-$2 $x -$ 12 $=$ $-$6

$-$2 $x =$ 6

$x =$ $-$3

11. ما حلّ المعادلة $-2.5(4x - 4) = -6$؟
$x = 1.6$

12. ما حلّ المعادلة $3(x + 2) = 2(x + 5)$؟
$x = 4$

13. حلّ المعادلة $\frac{1}{6}(x - 5) = \frac{1}{2}(x + 6)$
$x = -\frac{23}{2}$ أو $-11\frac{1}{2}$

14. حلّ المعادلة $0.6(x + 2) = 0.55(2x + 3)$
$x = -0.9$

15. حلّ المعادلة $4x - 2(x - 2) = -9 + 5x - 8$
$x = 7$

16. استعمل خاصيّة التوزيع لحل المعادلة $2(m + 2) = 22$
صِف المقصود بتوزيع العدد 2 على كل الحدود داخل الأقواس.
$m = 9$؛ نموذج إجابة: يجب أن تضرب كل حد داخل القوسين في 2

17. ما العدد؟
30

18. مهارات التفكير العليا استعمل خاصيّة التوزيع لحلّ المعادلة $\frac{4x}{5} - x = \frac{x}{10} - \frac{9}{2}$
$x = 15$

تدرَّب على اختبار

19. حلّ المعادلة $-2(x + 4) = -6$، وضّح خطوات الحل.

نموذج إجابة:
$-2(x + 4) = -6$
$-2x - 8 = -6$
$-2x = 2$
$x = -1$

20. حلّ المعادلة $3(x + 4) = 27$، وضّح خطوات الحل.

نموذج إجابة:
$3(x + 4) = 27$
$3x + 12 = 27$
$3x = 15$
$x = 5$

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 9 لا يفهم بعض الطلاب ما المقصود بطرح كمية داخل قوسين. ذكّرهم أن ذلك يعني ضرب كل حد داخل القوسين في 1−.

س: كيف يمكنك تبسيط المقدار $(4 + 3x) - 28$؟ [نموذج إجابة: اضرب $3x$ و 4+ في 1− للحصول على $-4 - 3x$، ثم بسّط $-4 - 3x - 28$ في الصورة $-24 - 3x$]

تعزيز المهارات اللغوية

التمرين 17 قد يحتاج الطلاب الذين يواجهون صعوبة في تعزيز مهاراتهم اللغوية إلى مراجعة بعض المصطلحات الواردة في السؤال بما فيها "ناتج الطرح" و"الناتج" و"طرح ____ من ____". قد يكون من المفيد لهم أيضًا كتابة مقادير لتمثيل كل جملة في نص المسألة.

س: ما المقدار الذي يمثّل العبارة "طرحت 12 من عدد"؟ [$x - 12$]

س: ما المقدار الذي يمثّل العبارة "ضربت ناتج طرح 12 من القيمة المجهولة في العدد 3−"؟ [$-3(x - 12)$]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	8, 10, 20	1
	16	2
	18	3
2	11, 15, 19	1
	17	2
3	9, 12, 13, 14	1

www.jnob-jo.com

الدرس
2-4
معادلات ليس لها حلّ أو عدد حلولها لانهائي

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تحديد عدد حلول المعادلات.

الفهم الأساس

قد لا يكون للمعادلات في متغير واحد أي حل، أو قد يكون لها حل واحد أو عدد لانهائي من الحلول. المعادلة التي لها حل واحد لا تكون صحيحة إلا لقيمة واحدة للمتغير، والمعادلة التي لها عدد حلول لانهائي تكون صحيحة لأي قيمة للمتغير. أما المعادلة التي ليس لها حل فتكون غير صحيحة لأي قيمة للمتغير.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- حلّ معادلات متعددة الخطوات لها حل واحد.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- حلّ معادلات متعددة الخطوات ليس لها حل.
- حلّ معادلات متعددة الخطوات عدد حلولها لانهائي.
- تحديد ما إذا كان لمعادلة في متغير واحد حل واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حلّ.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- تمثيل معادلات خطيّة بمتغيرين بيانيًا.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق**.

- يفسّر الطلاب حل معادلة عندما تعطي طريقة الحل جملة صحيحة أو غير صحيحة تبيّن تساوي عددين، ويفهمون معنى عدم وجود حلول لمعادلة وماذا يعني أن يكون لمعادلة عدد لانهائي من الحلول.
- يستعمل الطلاب طرائق حل المعادلات التي تعلموها سابقًا لحل مسائل من واقع الحياة ليس لها حلّ أو لها حل واحد أو عدد لانهائي من الحلول.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.4.2** يدرك عدد الحلول لمعادلة خطيّة في متغيّر واحد.

معايير ممارسات الرياضيات

برّر منطقيًّا بطريقة تجريدية وكمية

يحلّ الطلاب معادلة ويستعملون النتيجة لتحديد عدد حلولها.

ابحث عن البنية واستعملها

يبحث الطلاب عن البنية ويحددون الأنماط في مواقف ومعادلات متماثلة لتحديد ما إذا كان لمعادلة ما حل واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حل.

www.jnob-jo.com

استكشف!

بزر بطريقة تجريدية وكمية أثناء عمل الطلاب على فقرة **استكشف**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق التي يستعملونها لتبرير سبب حصولهم على نفس الأعداد دائمًا بغضّ النظر عن عمر الأخوين التوأم.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ماذا طلب لاعب الخفة من الأخوين التوأم؟ [نموذج إجابة: طلب منهما إجراء عمليات حسابية على أعداد صحيحة مختلفة، ثم توقّع أن يحصلا على نفس العدد في النتيجة.]

2. بناء الفهم

س: ما القيمة المجهولة التي يجب تمثيلها بمتغيّر؟ [عمر الأخوين التوأم مجهول.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: تشير تعليمات عامر إلى ضرب عُمره في 3 ثم إضافة 6 إلى ناتج الضرب، ثم ضرب المجموع في 2، ما المقدار الذي ينمذج ذلك؟ [$2(3x + 6)$]

س: كيف يمكنك مقارنة المقدارين اللذين توصل إليهما عامر وماهر بعد اتباع التعليمات؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: ساوِ بين المقدارين لأن لاعب الخفة توقّع أن يحصلا على نفس العدد.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي علي وأحمد إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ماذا تلاحظ بشأن المقدارين المبسّطين اللذين كتبهما أحمد؟ [نموذج إجابة: المقداران متساويان.]

س: لماذا يمكن استعمال نفس المتغير لتمثيل عُمر كل من عامر وماهر؟ [نموذج إجابة: لأن عامر وماهر توأم، وبالتالي لهما نفس العمر.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: ماذا يعني أن يكون مقداران لهما نفس المتغير متساويين؟ [نموذج إجابة: أي قيمة للمتغير تجعل المعادلة صحيحة.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: لدى عامر وماهر صديق من عمرهما. هل يمكنك التفكير في مجموعة ثالثة من التعليمات لإعطائها للصديق بحيث ينتج عنها مقدار مكافئ للمقدارين الآخرين؟ اكتب المقدار. [نموذج إجابة: أضف 2 إلى عمر الصديق، ثم اضرب ناتج الجمع في 6، $6(x + 2)$]

حلّل عمل الطلاب

عمل علي

x	$2(3x + 6)$	$3(2x + 4)$
3	$2(3 \times 3 + 6) = 30$	$3(2 \times 3 + 4) = 30$
10	$2(3 \times 10 + 6) = 72$	$3(2 \times 10 + 4) = 72$
16	$2(3 \times 16 + 6) = 108$	$3(2 \times 16 + 4) = 108$
21	$2(3 \times 21 + 6) = 138$	$3(2 \times 21 + 4) = 138$

عوّض **علي** نفس القيمة عن المتغيّر في المقدار الذي يمثّل عُمر عامر والمقدار الذي يمثّل عُمر ماهر، ثم قارن النتيجتين.



x	5	13	20	45
$2(3x + 6) = 6x + 12$	$6(5) + 12 = 42$	$6(13) + 12 = 90$	$6(20) + 12 = 132$	$6(45) + 12 = 282$
$3(2x + 4) = 6x + 12$	42	90	132	282

بسّط **أحمد** المقدارين وأوجد أنهما متساويان.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أن الطلاب يفهمون أن عبارة "معادلة بمتغير واحد" تعني أن المعادلة تتضمّن متغيرًا واحدًا، لكنه قد يظهر أكثر من مرة في المعادلة.

مثال 1 حلّ معادلة عدد حلولها لانهائي

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: كيف يمثل القسم العلوي من مخطط الأشرطة الأول محيط المستطيل؟ [نموذج إجابة: إنه يبيّن جمع الطول مرتين والعرض مرتين.]

س: كيف يمثل القسم السفلي من مخطط الأشرطة الأول محيط المثلث؟ [نموذج إجابة: إنه يبيّن جمع أطوال أضلاع المثلث الثلاثة.]

س: كيف تعرف أن مخططي الأشرطة الثاني والثالث، المعاد ترتيبهما، مكافئان لمخطط الأشرطة الأول؟ [نموذج إجابة: إنهما يعرضان نفس العدد للمتغيّر x ونفس الأعداد الثابتة.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف تحدد معامل x في السطر الثاني من حل المعادلة؟ [نموذج إجابة: قم بتجميع الحدود التي تتضمّن المتغير x.]

س: ماذا يحدث للحدود التي تتضمّن المتغير x في السطر الثالث من حل المعادلة؟ [نموذج إجابة: تُحذف الحدود التي تتضمّن x باستعمال خاصية الطرح للمساواة.]

أقنعني!

س: إلى ماذا يبسّط كل طرف من المعادلة إذا كان $x = -1$؟ [12]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يحتاج بعض الطلاب إلى المساعدة في تجميع الحدود المتشابهة.

س: كيف يمكنك تحديد الحدود المتشابهة في مقدار ما؟ [نموذج إجابة: الحدود المتشابهة هي الحدود التي تتضمّن نفس المتغير.]

س: هل تُعدّ الأعداد الثابتة حدودًا متشابهة؟ [نعم]

س: ما هي الحدود المتشابهة في الطرف الأيسر للمعادلة؟ [$2x$ و $2x$ و x و x حدود متشابهة. العددان 3 و 3 أيضًا حدان متشابهان.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 1 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه إنشاء أشكال هندسية أخرى، بما في ذلك مربع، باستعمال نفس محيط المستطيل والمثلث.

س: ماذا يجب أن تفعل بمحيط المربع لإيجاد طول ضلعه؟ [قسمته على 4]

س: ما المقدار الذي يمثل طول كل ضلع من أضلاع المربع؟ [$1.5x + 1.5$]

س: ارسم شكلًا هندسيًّا آخر باستعمال نفس المحيط. [نموذج إجابة: سداسي منتظم طول ضلعه يساوي $x+1$]

www.jnob-jo.com

مثال 2 حلّ معادلة لها حلّ واحد

طرح أسئلة هادفة

س: ماذا يمثل المقدار $x + 1.2$ ؟ [عدد الساعات التي أمضاها حمد في لعب كرة القدم كل صباح ومساء.]

س: هل يمكنك وضع قاعدة عامة للمعادلات التي لها حلّ واحد؟ [نموذج إجابة: إذا كان حذف المتغيرات من المعادلة غير ممكن، يكون لها حل واحد.]

مثال 3 حلّ معادلة ليس لها حلّ

طرح أسئلة هادفة

س: ماذا يمثل المتغير x؟ [نموذج إجابة: يمثل المتغير x عدد الأشرطة الملونة المستعملة في كل سوار.]

س: هل يمكنك وضع قاعدة عامة للمعادلات التي ليس لها حلّ؟ [نموذج إجابة: إذا كانت الجملة العددية المتبقية بعد حذف المتغير من المعادلة غير صحيحة، لا يكون للمعادلة حل.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: إلى ماذا يُبسّط المقدار الذي في الطرف الأيمن للمعادلة؟ [$4x + 3$]

س: قارن هذا المقدار المبسّط مع المقدار الذي في الطرف الأيسر للمعادلة. ماذا تلاحظ؟ [للحدّين x نفس المعامل، وبالتالي يمكن حذفهما باستعمال خاصية الطرح للمساواة.]



مثال 2 حلّ معادلة لها حلّ واحد

أمضى حمد وجاسم نفس العدد من الساعات في لعب كرة القدم في أحد الأسابيع. ما عدد الساعات التي لعبها جاسم يوم الأحد؟

جدول كرة القدم

	الأحد	الإثنين	الثلاثاء	الجمعة
حمد	A.M. x h	A.M. x h	A.M. x h	A.M. x h
	P.M. 1.2 h	P.M. 1.2 h	P.M. 1.2 h	P.M. 1.2 h
جاسم	x h	2.5 h	$2x$ h	4.5 h

طريقة للحل استعمل مخططات الأشرطة لحل المسألة.

جدول حمد

$x + 1.2$	$x + 1.2$	$x + 1.2$	$x + 1.2$

جدول جاسم

x	2.5	$2x$	4.5

x	x	x	x	4.8
x	x	x	2.2	4.8

$x = 2.2$

طريقة أخرى اكتب معادلة وحلّها.

$4(x + 1.2) = x + 2.5 + 2x + 4.5$

$4x + 4.8 = x + 2.5 + 2x + 4.5$

$4x + 4.8 = 3x + 7.0$

$4x - 3x + 4.8 = 3x - 3x + 7.0$

$x + 4.8 - 4.8 = 7.0 - 4.8$

$x = 2.2$

لهذه المعادلة حلّ واحد هو: $x = 2.2$

إذن، لعب جاسم يوم الأحد 2.2 من الساعات.

مثال 3 حلّ معادلة ليس لها حلّ

صنعت دانة 3 أساور وصنعت سارة 2 من الأساور. كلتاهما استعملت العدد نفسه من الشرائط الملونة. كم عدد الشرائط الملونة التي يجب أن تستعملاه لتكسبا المبلغ نفسه من المال من بيع الأساور؟

اكتب معادلة لتمثيل الموقف، ثم حلها.

ليكن x = عدد الشرائط الملونة

$3(2x + 5) = 2(3x + 3)$

$6x + 15 = 6x + 6$

$6x - 6x + 15 = 6x - 6x + 6$

بما أن 15 لا يمكن أبدًا أن يساوي 6، فالمعادلة ليس لها حلّ.

$15 \neq 6$

بما أن $6 \neq 15$، فليس هناك أي عدد من الشرائط الملونة تكون نتيجته أن تكسب دانة وسارة نفس المبلغ من المال من بيع الأساور.

حاول أن تحلّ!

ما عدد حلول المعادلة $4x + 8 = 0.1x + 3 + 3.9x$؟ وضّح إجابتك.

ليس للمعادلة حلّ؛ نموذج إجابة: المعادلة تكافئ الجملة العددية $8 = 3$ وهي جملة غير صحيحة.

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 أكمل المثال 2

ساعد الطلاب الذين يواجهون صعوبة في تعزيز المهارات اللغوية على فهم المصطلحات الواردة في المسألة مثل "مخطط الأشرطة" و"الحل". يستعمل الطلاب معينات بصرية وسياقية لفهم المطلوب في المسألة وكيف تعكس النماذج البصرية والجبرية الموقف.

س: ما المعلومات التي يعرضها الجدول؟ [نموذج إجابة: عدد الساعات التي أمضاها حمد وجاسم في لعب كرة القدم في كل يوم من الأيام الأربعة.]

س: لماذا قيمة x هي حل المسألة؟ [نموذج إجابة: تمثل قيمة x عدد الساعات التي أمضاها جاسم في لعب كرة القدم يوم الأحد.]

مستوى 2 أكمل المثال 3

اطلب من الطلاب إعادة قراءة المسألة وتلخيص المعلومات المعطاة ثم قراءة السؤال قراءة جهرية، ثم مشاركة ملخصاتهم مع زملائهم. اطلب منهم تعديل ملخصات بعضهم بعضًا لتوضيحها، وساعدهم على استعمال السياق لفهم معاني المصطلحات المجهولة لهم.

مستوى 3 أكمل المثال 3

اطلب من الطلاب توضيح الخطوات التي نفذوها لتكوين النماذج البصرية والجبرية لتمثيل المسألة. اطلب منهم التركيز على المصطلحات التي تصف السوار وسعر السوار الواحد.

س: لماذا ينمذج المقدار $6x + 15$ الكمية التي صنعتها دانة؟ [نموذج إجابة: لأن سعر السوار الواحد هو 5 QR بالإضافة إلى 2 QR لكل شريط ملون، ومجموعهما يساوي $2x + 5$، ناتج ضرب ذلك في 3 يساوي $6x + 15$]

س: لماذا كانت نتيجة الحسابات $15 = 6$؟ [نموذج إجابة: بعد طرح $6x$ من طرفي المعادلة، تكون $15 = 6$ هي النتيجة.]

www.jnob-jo.com

مثال 4 تحديد عدد حلول معادلة

طرح أسئلة هادفة

س: ما الذي تلاحظه بشأن المعادلة في الجزء *a* يمكن أن يساعدك على توقع عدد الحلول؟
[نموذج إجابة: عند تجميع الحدود المتغيرة في الطرف الأيمن للمعادلة تصبح المعاملات هي نفسها على طرفي رمز المساواة. وبما أن الحدود الثابتة ليست متساوية، إذن المعادلة ليس لها حلّ.]

س: ما الذي تلاحظه بشأن المعادلة في الجزء *b* يمكن أن يساعدك على توقع عدد الحلول؟
[نموذج إجابة: عند تبسيط المقدار في الطرف الأيسر للمعادلة نجد أن المقدارين في طرفي المعادلة متساويان، وينتج عن ذلك جملة صحيحة ومعادلة صحيحة لكل قيم *x*.]

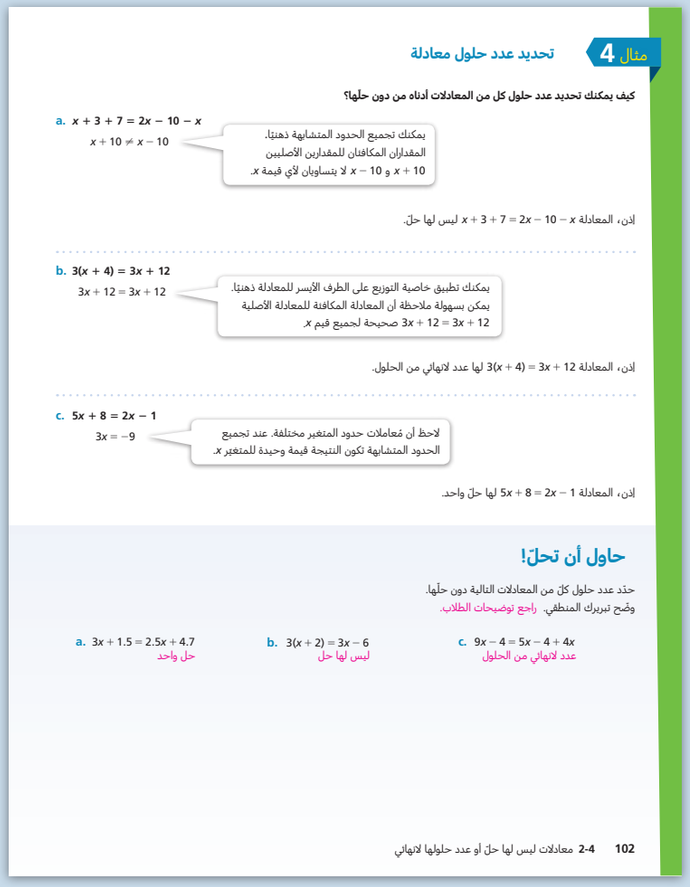
س: ما الذي تلاحظه بشأن المعادلة في الجزء *c* يمكن أن يساعدك على توقع عدد الحلول؟
[نموذج إجابة: الحدان المتغيران على طرفي رمز المساواة مختلفان، وبالتالي للمعادلة حلّ واحد.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما نوع الجملة أو المعادلة الرياضية التي يجب أن تبدأ بها للحصول على معادلة ليس لها حل؟ [نموذج إجابة: جملة أو معادلة خاطئة.]

س: لماذا ليس للمعادلة في الجزء *b* حل؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: لا توجد قيمة يمكن تعويضها عن المتغير *x* بحيث تجعل المعادلة صحيحة.]



مثال 4 تحديد عدد حلول معادلة

كيف يمكنك تحديد عدد حلول كل من المعادلات أدناه من دون حلّها؟

a. $x + 3 + 7 = 2x - 10 - x$
$x + 10 \neq x - 10$
يمكنك تجميع الحدود المتشابهة ذهنيًا. المقداران المكافئان للمقدارين الأصليين $x + 10$ و $x - 10$ لا يتساويان لأي قيمة x.

إذن، المعادلة $x + 3 + 7 = 2x - 10 - x$ ليس لها حلّ.

b. $3(x + 4) = 3x + 12$
$3x + 12 = 3x + 12$
يمكنك تطبيق خاصية التوزيع على الطرف الأيسر للمعادلة ذهنيًا. يمكن بسهولة ملاحظة أن المعادلة المكافئة للمعادلة الأصلية $3x + 12 = 3x + 12$ صحيحة لجميع قيم x.

إذن، المعادلة $3(x + 4) = 3x + 12$ لها عدد لانهائي من الحلول.

c. $5x + 8 = 2x - 1$
$3x = -9$
لاحظ أن مُعاملات حدود المتغير مختلفة. عند تجميع الحدود المتشابهة تكون النتيجة قيمة وحيدة للمتغير x.

إذن، المعادلة $5x + 8 = 2x - 1$ لها حلّ واحد.

حاول أن تحلّ!

حدّد عدد حلول كلّ من المعادلات التالية دون حلّها.
وضّح تبريرك المنطقي. راجع توضيحات الطلاب.

a. $3x + 1.5 = 2.5x + 4.7$ — حل واحد
b. $3(x + 2) = 3x - 6$ — ليس لها حل
c. $9x - 4 = 5x - 4 + 4x$ — عدد لانهائي من الحلول

2-4 معادلات ليس لها حلّ أو عدد حلولها لانهائي 102

الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 4 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مساعدة في تبسيط المعادلة في الجزء *a* من حاول أن تحلّ!

س: لماذا يُبسّط المقدار $3x - 2.5x$ إلى $0.5x$؟ استعمل خاصية التوزيع لتجزئة الخطوات.
$[3x - 2.5x = (3 - 2.5)x = 0.5x]$

س: املأ الفراغ: قسمة عدد على 0.5 هي نفس عملية ضرب ذلك العدد في ___ [2]

إثراء

للاستعمال مع المثال 4 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه كتابة معادلة وفق التعليمات التالية:

- اكتب نصف هذه المعادلة على السبورة:
$$\frac{1}{2}x + 3 =$$

س: أكمل المعادلة بحيث لا يكون لها حل. [نموذج إجابة: $\frac{1}{2}x + 1$]

س: أكمل المعادلة بحيث يكون لها حل واحد. اكتب مسألة من واقع الحياة يمكن استعمال المعادلة التي كتبتها لنمذجتها. [$\frac{1}{2}x + 3 = x$؛ نموذج إجابة: ينفق بدر QR x يوم السبت، وينفق أكثر من $\frac{1}{2}$ هذا المبلغ بمقدار 3 ريالات يوم الأحد. إذا أنفق بدر نفس المبلغ في اليومين، فكم أنفق في كل يوم؟]

س: أكمل المعادلة بحيث يكون لها عدد لانهائي من الحلول. استعمل الأقواس في المقدار الذي كتبته. [نموذج إجابة: $\frac{1}{4}(2x + 12)$]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكن أن يساعدك تجميع الحدود المتشابهة في طرفي رمز المساواة على تحديد عدد حلول معادلة؟ [نموذج إجابة: عند تجميع كل الحدود المتشابهة، يمكنك مقارنة الحدود المتغيرة والحدود الثابتة في طرفي المعادلة لمعرفة ما إذا كان بالإمكان حذف المتغيرات والجملة العددية التي ستنتج عن ذلك.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس تأكد من أن الطلاب يفهمون معنى أن لا يكون للمعادلة حل أو أن يكون لها عدد لانهائي من الحلول.

التمرين 4

س: هل يجب أن تحلّ المعادلة بشكل كامل لتحديد عدد حلولها؟ [لا؛ نموذج إجابة: عند تبسيط طرفي المعادلة، يمكنك مقارنة المعاملات والأعداد الثابتة لتحديد عدد حلولها.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 6 قد لا يدرك بعض الطلاب أن بالإمكان استعمال نفس المتغير لتمثيل عدد التفاح وعدد الخوخ.

س: ماذا يمثل المتغير؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: يمثل المتغير عدد حبات الفاكهة التي اشترتها كل من سلمى وليلى. لقد اشترتا نفس العدد من حبات الفاكهة.]

س: ما الذي يجب أن تفعله لتمثيل الموقف جبريًا؟ [نموذج إجابة: اكتب مقدارين باستعمال نفس المتغير وساوِ بينهما.]



ملخص المفهوم

يكون لمعادلة بمتغير واحد **عدد لانهائي من الحلول** عندما تكون نتيجة الحلّ جملة صحيحة، مثل: $2 = 2$

يكون لمعادلة بمتغير واحد حلّ واحد عندما يكون للمتغير قيمة واحدة فقط، مثل: $x = 2$

لا يكون لمعادلة بمتغير واحد حلّ عندما تكون نتيجة الحلّ جملة غير صحيحة، مثل: $3 = 2$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** هل المعادلات في متغير واحد لها حلّ واحد فقط دائمًا؟
لا؛ نموذج إجابة: يمكن أن يكون لمعادلة بمتغير واحد حلّ واحد أو عدد لانهائي من الحلول أو أن لا يكون لها حلّ.

2. **استعمل البنية** كتب خليل المعادلة التالية: $2(3x + 6) = 12 + 6x$، هل يمكنك تحديد عدد حلول هذه المعادلة من دون إيجاد قيمة x؟ وضّح إجابتك.
نعم؛ نموذج إجابة: بمجرد تبسيط المقدار في الطرف الأيمن للمعادلة ليصبح $12 + 6x$ تلاحظ أن طرفي المعادلة متساويان، وهذا يعني أن الجملة صحيحة دائمًا وأن للمعادلة عددًا لانهائيًا من الحلول.

3. **ابن الحجج الرياضية** يمكن تمثيل ارتفاع نبتة بعد x من الأيام بالمقدار $3(4x + 2)$، ويمكن تمثيل ارتفاع نبتة أخرى بالمقدار $6(2x + 2)$، هل من الممكن أن يتساوى ارتفاعا النبتتين يومًا؟ وضّح إجابتك.
لا؛ نموذج إجابة: يمكن تبسيط المعادلة إلى $12x + 6 = 12x + 6$؛ بما أن $12 \neq 6$، فإن المعادلة تعطي جملة غير صحيحة وبالتالي ليس لها حلّ.

طبّق فهمك

4. ما عدد حلول المعادلة $3(2.4x + 4) = 4.1x + 7 + 3.1x$؟ وضّح إجابتك.
ليس لها حل؛ نموذج إجابة: بما أن $12 \neq 7$ إذن ليس للمعادلة حل.

5. ما عدد حلول المعادلة $2(5x - 4) - 8 = 3x + 7x$؟ وضّح إجابتك.
لها عدد لانهائي من الحلول؛ نموذج إجابة: بما أن $-8 = -8$ جملة صحيحة دائمًا، إذن للمعادلة عدد لانهائي من الحلول.

6. تعدّ كل من سلمى وليلى نوعًا من التحلية. اشترت سلمى بعض الخوخ وعبوة زبادي بطعم الفانيليا. واشترت ليلى بعض التفاح ووعاء من العسل. اشترت كلتاهما العدد نفسه من حبات الفاكهة. هل هناك حالة يمكن فيها أن تدفعا نفس المبلغ من المال مقابل مشترياتهما؟ وضّح إجابتك.

نعم، عندما تشتري كلتاهما 8 حبات فاكهة؛ نموذج إجابة: تدفع سلمى $3.75x + 12$ وتدفع ليلى $3x + 18$ ؛ إذن $3.75x + 12 = 3x + 18$ هي المعادلة التي تمثل نفس المبلغ الذي دفعته كل منهما. اطرح $3x$ من طرفي المعادلة، $0.75x + 12 = 18$؛ ثم اطرح 12 من طرفي المعادلة، $0.75x = 6$؛ اقسم طرفي المعادلة على 0.75؛ إذن $x = 8$. بما أن x يمثل عددًا واحدًا، هو 8، إذن للمعادلة حل واحد.

2-4 معادلات ليس لها حلّ أو عدد حلولها لانهائي 103

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل

تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 7 و 8، أكمل حلّ كل معادلة لإيجاد عدد حلولها.

7. حدّد ما إذا كان للمعادلة $99 - 33x = 33x + 99$ حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم أنها ليس لها حلّ.

$33x + 99 = 33x - 99$

$33x - \boxed{33x} + 99 = 33x - \boxed{33x} - 99$

$99 \boxed{\neq} -99$

بما أن العدد 99 **لا يمكن** أن يساوي العدد -99، إذن المعادلة **ليس لها حلّ**.

8. حلّ المعادلة $4(4x + 3) = 19x + 9 - 3x + 3$

هل لهذه المعادلة حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم أنها ليس لها حلّ؟

$4(4x + 3) = 19x + 9 - 3x + 3$

$4 \times \boxed{4x} + 4 \times \boxed{3} = 19x + 9 - 3x + 3$

$16x + 12 = \boxed{16x} + \boxed{12}$

$16x - \boxed{16x} + 12 = 16x - \boxed{16x} + 12$

$12 \boxed{=} 12$

بما أن 12 **دائمًا** يساوي 12، إذن المعادلة **لها عدد لانهائي من الحلول**.

9. عمم ما معنى أن تكون معادلة ما مكافئة للمعادلة $0 = 0$؟ وضّح إجابتك.

نموذج إجابة: للمعادلة عدد لانهائي من الحلول لأن 0 يساوي 0 دائمًا.

10. حلّ المعادلة $4x + x + 4 = 8x - 3x + 4$

هل لهذه المعادلة حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حلّ؟ إن كان لها حلّ واحد، اكتب الحلّ. وضّح إجابتك.

لها عدد لانهائي من الحلول؛ نموذج إجابة: يوضح تجميع الحدود المتشابهة أن المعادلة المكافئة صحيحة لكل قيم x.

11. برّر منطقيًا أعلن متجران متنافسان لبيع الأليسة عن أسعارهما. لنفترض أن x يساوي عدد قطع الملابس المباعة. يمثّل المقدار $15x - 2$ أسعار المتجر A، ويمثّل المقدار $3(5x + 7)$ أسعار المتجر B، متى يتساوى المبلغان اللذان يجنيهما المتجران؟ وضّح إجابتك.

لا يتساويان أبدًا؛ نموذج إجابة: إذا وضعت رمز المساواة بين المقدارين، يمكنك استعمال خاصية التوزيع للحصول على $21 + 15x = 15x - 2$؛ وبما أن $21 \neq -2$، إذن ليس للمعادلة حلّ.

12. برّر منطقيًا ما وجه الشبه بين حلّ معادلة ليس لها حلّ وحلّ معادلة لها عدد لانهائي من الحلول؟

نموذج إجابة: عندما تحاول إيجاد قيمة المتغيّر، يمكنك حذف المتغير من كلا طرفي المعادلة.

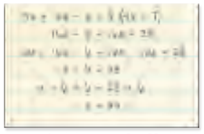
13. حلّ المعادلة $0.9x + 5.1x - 7 = 2(2.5x - 3)$

ما عدد حلول هذه المعادلة؟

لها حل واحد؛ $x = 1$

14. انقد وبرّر حلّ صديقك المعادلة $4(4x + 7) - 6 = 12x + 4x$ وحصل على $x = 34$.

بيّن خطأ صديقك، ثم أوجد الحلّ الصحيح للمعادلة.



ليس لها حلّ لأن $28 \neq -6$؛ نموذج إجابة: كتب صديقي أن $16x - 16x$ يساوي x بدلًا من 0

15. حلّ المعادلة $49x + 9 = 49x + 83$

a. هل لهذه المعادلة حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حلّ؟

ليس لها حلّ

b. اكتب معادلتين بمتغير واحد لهما نفس عدد حلول هذه المعادلة.

نموذج إجابة:

$3x + 2 = 3x + 5$; $x + 7 = x - 7$

16. حدّد ما إذا كان للمعادلة $6(x + 2) = 5(x + 7)$ حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حلّ.

لها حل واحد

17. حلّ المعادلة $6x + 14x + 5 = 5(4x + 1)$

اكتب مسألة لفظية تمثّلها هذه المعادلة أو أي معادلة أخرى مكافئة لها.

راجع إجابات الطلاب.

18. حدّد ما إذا كان للمعادلة $170x - 1\,000 = 30(5x - 30)$ حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حلّ.

لها حل واحد

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 9 قد يجد بعض الطلاب صعوبة في فهم أن الجملة العددية $0 = 0$ صحيحة.

س: ماذا يحدث إذا أضفت 1 إلى طرفي المعادلة $0 = 0$؟ [$0 = 0$ تصبح $1 = 1$، وهي جملة صحيحة.]

س: قارن بين الجملتين التاليتين: $6 = 0$ و $0 = 0$ [الجملة الأولى خاطئة، بينما الجملة الثانية صحيحة.]

تعزيز المهارات اللغوية

التمرين 14 قد يجد بعض الطلاب صعوبة في توضيح خطواتهم أثناء محاولتهم إيجاد الخطأ.

س: حلّ المسألة خطوةً تلو الخطوة. وضّح كل خطوة. أين أوجدت الخطأ؟

[نموذج إجابة: ضرب صديقي في البداية الكمية التي داخل قوسين في 4، ثم جمّع الحدود المتشابهة، وبعد ذلك طرح $16x$ من كل طرف. هذا هو الخطأ، إذ يجب أن يكون الباقي $0x$، وليس $1x$]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	8, 20	1
	9, 10, 12, 17	3
2	13	2
	19	3
3	7, 21, 25	1
	11, 15	2
	14	3
4	24	1
	16, 18, 22, 23	2

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل

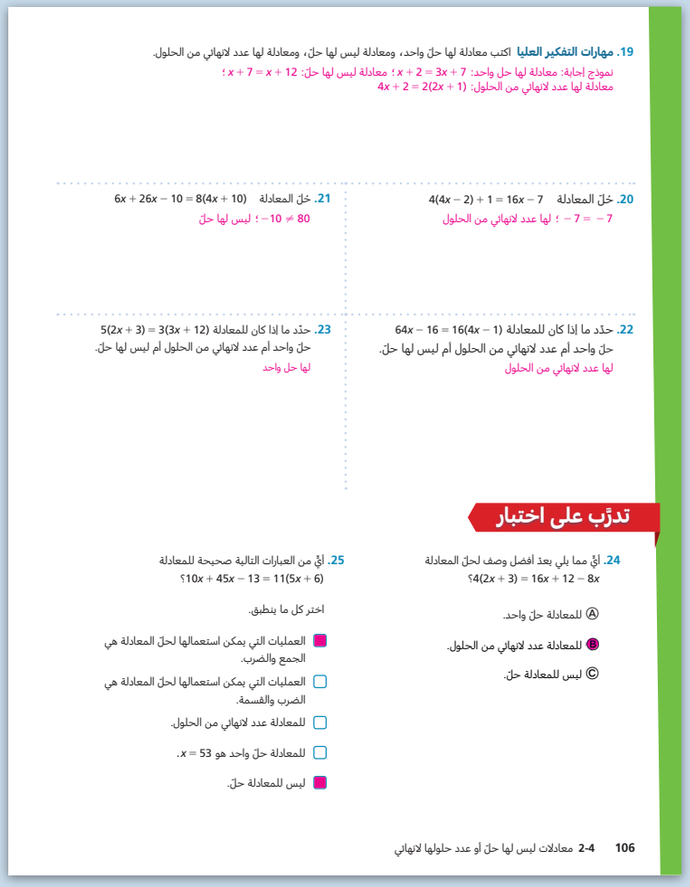
تحدّ

التمرين 19 مهارات التفكير العليا استعمل هذا السؤال لتوسيع المسألة وساعد الطلاب على ربط معادلة لا حل لها بموقف من واقع الحياة.

س: يفرض النادي الرياضي الذي تذهب إليه دانة QR 135 رسم عضوية بالإضافة إلى QR 50 رسم اشتراك شهري. ويفرض النادي الرياضي الذي تذهب إليه سارة QR 100 رسم عضوية بالإضافة إلى QR 50 رسم اشتراك شهري. اكتب معادلة وحُلها لإيجاد بعد كم شهر سيتساوى المبلغ الذي تدفعه دانة والمبلغ الذي تدفعه سارة. [$135 + 50x = 100 + 50x$]

س: ما حل هذه المعادلة؟ وما معنى ذلك في سياق المسألة؟ وضّح إجابتك.
[ليس لهذه المعادلة حل، وهذا يعني أن دانة وسارة لن تدفعا أبدًا نفس المبلغ مقابل عضويتهما في النادي الرياضي، وذلك لأن التكلفتين الابتدائيتين مختلفتان، لكنهما تدفعان نفس المبلغ كل شهر.]

التمرين 20 كيف يمكنك تحديد عدد حلول المعادلة من دون إكمال حلّها؟
[نموذج إجابة: استعمل خاصية التوزيع في الطرف الأيسر للمعادلة، ثم قارن المعاملات والأعداد الثابتة في طرفي المعادلة لتحديد عدد حلولها.]



19. مهارات التفكير العليا اكتب معادلة لها حلّ واحد، ومعادلة ليس لها حلّ، ومعادلة لها عدد لانهائي من الحلول.
نموذج إجابة: معادلة لها حل واحد: $7 + 3x = 2 + x$؛ معادلة ليس لها حلّ: $12 + x = 7 + x$؛ معادلة لها عدد لانهائي من الحلول: $4x + 2 = 2(2x + 1)$

20. حلّ المعادلة $4(4x - 2) + 1 = 16x - 7$
$-7 = -7$؛ لها عدد لانهائي من الحلول

21. حلّ المعادلة $6x + 26x - 10 = 8(4x + 10)$
$80 \neq -10$؛ ليس لها حلّ

22. حدّد ما إذا كان للمعادلة $64x - 16 = 16(4x - 1)$ حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حلّ.
لها عدد لانهائي من الحلول

23. حدّد ما إذا كان للمعادلة $5(2x + 3) = 3(3x + 12)$ حلّ واحد أم عدد لانهائي من الحلول أم ليس لها حلّ.
لها حل واحد

تدرَّب على اختبار

24. أيٌّ مما يلي يعدّ أفضل وصف لحلّ المعادلة $4(2x + 3) = 16x + 12 - 8x$؟

Ⓐ للمعادلة حلّ واحد.

Ⓑ للمعادلة عدد لانهائي من الحلول.

Ⓒ ليس للمعادلة حلّ.

25. أيٌّ من العبارات التالية صحيحة للمعادلة $10x + 45x - 13 = 11(5x + 6)$؟

اختر كل ما ينطبق.

- [x] العمليات التي يمكن استعمالها لحلّ المعادلة هي الجمع والضرب.
- [ ] العمليات التي يمكن استعمالها لحلّ المعادلة هي الضرب والقسمة.
- [ ] للمعادلة عدد لانهائي من الحلول.
- [ ] للمعادلة حلّ واحد هو $x = 53$.
- [x] ليس للمعادلة حلّ.

106 2-4 معادلات ليس لها حلّ أو عدد حلولها لانهائي

www.jnob-jo.com

الوحدة 2

اختبار منتصف الوحدة

كلّف طلابك باختبار منتصف الوحدة لتتابع مدى استيعابهم للمفاهيم وتمكّنهم من المهارات التي تعلّموها في الدروس الأولى من هذه الوحدة.

شجّع الطلاب على استعمال نموذج التقويم الذاتي في أسفل الصفحة ليحدّدوا من خلاله مستوى استيعابهم.

استعمل نتائج الطلاب لتعديل تعليمك إذا لزم الأمر.

تحليل التمارين للتشخيص والتدخل

التمرين	العمق المعرفي	الدرس	المعايير
1	3	2-4	8.4.2
2	1	2-1	8.4.1
3	2	2-2	8.4.1
4	1	2-4	8.4.2
5	1	2-3	8.4.1
6	2	2-3	8.4.1



الوحدة 2

اختبار منتصف الوحدة

1. **المصطلحات** كيف يمكنك تحديد عدد حلول معادلة ما؟ *الدرس 2-4*

نموذج إجابة: يكون لمعادلة بمتغير واحد عدد لانهائي من الحلول عندما تكون نتيجة الحلّ عبارة صحيحة.
يكون لمعادلة بمتغير واحد حلّ واحد عندما تكون نتيجة الحلّ قيمة واحدة للمتغير.
لا يكون لمعادلة بمتغير واحد حلّ عندما تكون نتيجة الحلّ عبارة غير صحيحة.

2. حلّ المعادلة $-\frac{2}{3}d - \frac{1}{4}d = -22$ لإيجاد قيمة d *الدرس 1-2*

$d = 24$

3. لدى مشاعل QR 1 800 في حساب توفير، وتودع فيه كل شهر مبلغ QR 160، بينما لدى سلوى QR 3 900 في حساب جار، لكنها تسدّد من رصيد هذا الحساب فاتورة الهاتف الخلوي وقيمتها QR 180 بالإضافة إلى فاتورة المياه وقيمتها QR 80. بعد كم شهر يتساوى رصيدا مشاعل وسلوى؟ *الدرس 2-2*

5 أشهر

4. أي معادلة لها عدد لانهائي من الحلول؟ *الدرس 2-4*

Ⓐ $\frac{3}{4}x + x - 5 = 10 + 2x$

Ⓑ $3x - 2.7 = 2x + 2.7 + x$

Ⓒ $9x + 4.5 - 2x = 2.3 + 7x + 2.2$

Ⓓ $\frac{1}{5}x - 7 = \frac{3}{4} + 2x - 25\frac{3}{4}$

5. حلّ المعادلة $-4(x - 1) + 6x = 34$ لإيجاد قيمة x *الدرس 3-2*

$x = 15$

6. طرح نواف 8 من عدد ما، ثم ضرب ناتج الطرح في العدد 5، فحصل على الناتج 20، اكتب معادلة وحلها لإيجاد x. *الدرس 3-2*

$20 = 5 \times (x - 8)$؛ إذن، $x = 12$

كيف كان أداؤك في اختبار منتصف الوحدة؟ لوّن النجوم.

www.jnob-jo.com

الوحدة 2

مهمة أدائية في منتصف الوحدة

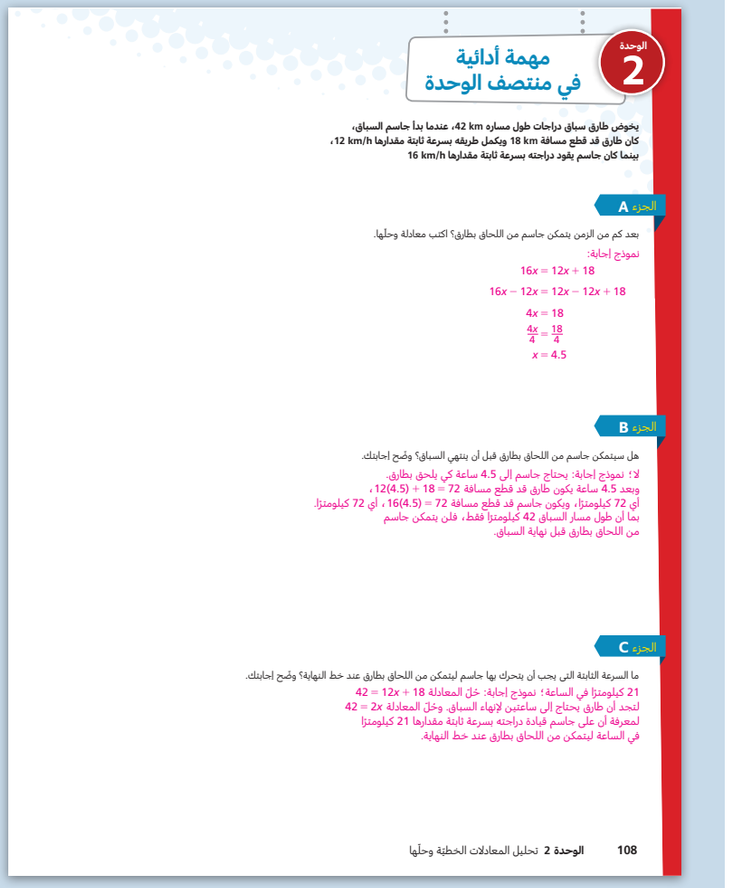
قيّم قدرة الطلاب على تطبيق المفاهيم والمهارات في الجزء الأول من الوحدة باستعمال المهمة الأدائية الواردة في منتصف الوحدة في كتاب الطالب.

تحليل التمارين للتشخيص والتدخل

الجزء	العمق المعرفي	الدرس	المعايير
A	2	2-2, 2-3	8.4.1
B	2	2-2	8.4.1
C	2	2-2	8.4.1

دليل وضع الدرجات

الجزء	النقاط	مهمة أدائية في منتصف الوحدة
A	1	إجابة صحيحة
B	2	إجابة صحيحة وشرح صحيح
	1	إجابة صحيحة مع شرح غير مكتمل أو شرح صحيح جزئيًّا
C	2	إجابة صحيحة وشرح صحيح
	1	إجابة صحيحة مع شرح غير مكتمل أو شرح صحيح جزئيًّا



الوحدة 2

مهمة أدائية في منتصف الوحدة

يخوض طارق سباق دراجات طول مساره 42 km، عندما بدأ جاسم السباق، كان طارق قد قطع مسافة 18 km ويكمل طريقه بسرعة ثابتة مقدارها 12 km/h، بينما كان جاسم يقود دراجته بسرعة ثابتة مقدارها 16 km/h

الجزء A

بعد كم من الزمن يتمكن جاسم من اللحاق بطارق؟ اكتب معادلة وحلّها.

نموذج إجابة:

$16x = 12x + 18$

$16x - 12x = 12x - 12x + 18$

$4x = 18$

$\frac{4x}{4} = \frac{18}{4}$

$x = 4.5$

الجزء B

هل سيتمكن جاسم من اللحاق بطارق قبل أن ينتهي السباق؟ وضّح إجابتك.

لا؛ نموذج إجابة: يحتاج جاسم إلى 4.5 ساعة كي يلحق بطارق.
وبعد 4.5 ساعة يكون طارق قد قطع مسافة $12(4.5) + 18 = 72$،
أي 72 كيلومترًا، ويكون جاسم قد قطع مسافة $16(4.5) = 72$، أي 72 كيلومترًا.
بما أن طول مسار السباق 42 كيلومترًا فقط، فلن يتمكن جاسم من اللحاق بطارق قبل نهاية السباق.

الجزء C

ما السرعة الثابتة التي يجب أن يتحرك بها جاسم ليتمكن من اللحاق بطارق عند خط النهاية؟ وضّح إجابتك.

21 كيلومترًا في الساعة؛ نموذج إجابة: حَلّ المعادلة $42 = 12x + 18$
لتجد أن طارق يحتاج إلى ساعتين لإنهاء السباق. وحَلّ المعادلة $42 = 2x$
لمعرفة أن على جاسم قيادة دراجته بسرعة ثابتة مقدارها 21 كيلومترًا
في الساعة ليتمكن من اللحاق بطارق عند خط النهاية.

108 الوحدة 2 تحليل المعادلات الخطية وحلّها

www.jnob-jo.com

الدرس
2-5
مقارنة علاقات التناسب

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تحليل المعادلات والتمثيلات البيانية الخطية والجداول لإيجاد معدلات الوحدة ومقارنة علاقات التناسب.

الفهم الأساس

يمكن تمثيل علاقات التناسب باستعمال نماذج مختلفة بما فيها التمثيلات البيانية والجداول والمعادلات، ويمكن استعمال هذه النماذج لمقارنة معدل التغير بين علاقات مختلفة.

ترابط

في الصف 7، تمكن الطلاب من:

- حساب معدلات الوحدة وتحديد ما إذا كانت العلاقة بين كميتين علاقة تناسب أم لا.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- تحديد وحساب معدلات الوحدة واستعمالها لمقارنة علاقات التناسب.
- مقارنة علاقات التناسب الممثَّلة بتمثيلات بيانية خطية أو بمعادلات أو بنسب أو بجداول.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- الربط بين علاقات التناسب والميل.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق**.

- يتوسّع الطلاب في فهم علاقات التناسب ومعدلات الوحدة من خلال إيجاد معدلات التغير بين الكميات من تمثيلات مختلفة ومقارنتها.
- يطبّق الطلاب ما تعلموه عن النسب لمقارنة علاقات التناسب بأشكال مختلفة.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.3.1** يقارن العلاقات التناسبية الممثَّلة بطرائق مختلفة.

معايير ممارسات الرياضيات

فكّر وثابر في الحل

يفسّر الطلاب الكميات المقدمة في مواقف من واقع الحياة، ويفهمونها، ويحدّدون العلاقة التي تربط بينها، كما يوجدون ويحسبون معدلات الوحدة بالاستناد إلى أنواع مختلفة من التمثيلات.

ابنِ الحجج الرياضية

يقارن الطلاب علاقات التناسب، ويبرّرون استنتاجاتهم، ويشرحونها شرحًا كاملًا وواضحًا.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

ابن الحجج الرياضية أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق التي استعملوها لتفسير تبريراتهم المنطقية، وادمجها في المناقشة الصفية.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ما الأسباب التي قد تجعل هدى تفضّل بستانًا على آخر؟ [نموذج إجابة: يمكنها اختيار السلة التي سعرها أقل، أو يمكنها اختيار السلة التي يكون سعر باوند (lb) من التفاح فيها أقل.]

2. بناء الفهم

س: كيف يمكنك وصف سعر كل سلة من التفاح؟ [نموذج إجابة: يمكنك استعمال النسب لتبيّن سعر التفاح في كل بستان. بستان حمد: 20 باوند بسعر 29.25 QR، بستان جاسم: 12 باوند بسعر 20 QR]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: بما أن حجمَي السلتين مختلفان، كيف يمكنك مقارنتهما لإيجاد العرض الأفضل؟ [نموذج إجابة: قارن معدلات الوحدة أو أسعار الوحدة.]

س: كيف قد توجد معدل الوحدة أو سعر الوحدة؟ [نموذج إجابة: يمكنك قسمة سعر السلة، بالريال القطري، على وزنها، بالباوند.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي إبراهيم وناصر إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما وجه الشبه بين عمل إبراهيم وعمل ناصر؟ [نموذج إجابة: كلاهما أوجد سعر باوند واحد من التفاح.]

س: كيف حدّد إبراهيم البستان الذي سعر باوند واحد من التفاح فيه أرخص؟ [نموذج إجابة: قسم سعر سلة التفاح في كل بستان على عدد الباوندات، ثم قارن بين النتيجتين.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: يأخذ جاسم من الزبائن الذين يقطفون التفاح بأنفسهم QR1.25 مقابل كل باوند من التفاح. إذا أردت تمثيل هذه العلاقة بيانيًا، من خلال تمثيل الباوندات على المحور x والريالات على المحور y، اذكر بعض النقاط التي ستعيّنها على التمثيل البياني. [نموذج إجابة: (1.25 , 1)، (2.5 , 2)، إلخ.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: ما المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 20؟ [60]

س: لماذا قد يكون استعمال 60 باوندًا من التفاح معيارًا جيدًا للمقارنة بين سعر التفاح في البستانين؟ [نموذج إجابة: العددان 20 و 12 كلاهما من عوامل العدد 60، لذا يمكنك مقارنة تكلفة 60 تفاحة في البستانين، وذلك بضرب سعر كل سلة في عدد كليّ.]

حلّل عمل الطلاب

عمل إبراهيم

بستان حمد: $29.25 \div 20 \approx$ QR 1.46/lb

بستان جاسم: $20 \div 12 \approx$ QR 1.67/lb

إذن، على هدى شراء التفاح من بستان حمد لأن سعر الباوند من التفاح في بستانه أرخص.

أوجد **إبراهيم** سعر الباوند الواحد من التفاح في البستانين، وقارن بين السعرين لإيجاد السعر الأرخص.



أوجد **ناصر** أيضًا سعر الباوند الواحد من التفاح، لكنه برّر منطقيًا أن على هدى شراء التفاح من بستان جاسم إذا أرادت أن تدفع مبلغًا إجماليًا أقل.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يفهمون أن الكميات، في العلاقات التناسبية، ترتبط فيما بينها من خلال معدل الوحدة.

مثال 1
مقارنة علاقات التناسب الممثَّلة بالجداول والتمثيلات البيانية

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: كيف تجد معدل الوحدة لسرعة طائرة السيسنا؟ [نموذج إجابة: اقسم المسافة على الزمن: 40 km ÷ 5 min = 8 km/min، أي 8 كيلومترات في الدقيقة.]

س: كيف تجد معدل الوحدة لسرعة طائرة البوينغ؟ [نموذج إجابة: استعمل نقطتين على التمثيل البياني، ثم اقسم الفرق بين المسافتين على الفرق بين الزمنين.]

س: افترض أن التمثيل البياني لطائرة أخرى يشبه التمثيل البياني لطائرة البوينغ 747، ما الذي يمكنك استخلاصه عن هذه الطائرة؟ [نموذج إجابة: إذا كان التمثيل البياني لهذه الطائرة يشبه التمثيل البياني لطائرة البوينغ 747، يمكنك استنتاج أن سرعة هذه الطائرة تساوي سرعة طائرة البوينغ.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: هل يجب إيجاد معدل الوحدة لحلّ هذه المسألة؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: يمكنك مقارنة عدد الطيور الورقية التي يصنعها كل من عيسى وغالب في 10 دقائق، بمعلومية هذه البيانات.]

أقنعني!

س: أوجد النقطة التي سيمر بها التمثيل البياني الذي وضعه غالب إذا كانت قيمة x تساوي 10 [(10 , 25)]

س: ما وجه المقارنة بين هذه النقطة والتمثيل البياني الذي يمثّل معدّل عيسى؟ [نموذج إجابة: يمر التمثيل البياني الذي يمثّل معدّل عيسى في النقطة (2 , 10)، لذا فإن التمثيل البياني الذي يمثّل معدّل غالب أكثر انحدارًا. بالتالي، يصنع غالب الطيور الورقية بمعدل أسرع.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 استعمل مع المثال 1

ساعد الطلاب الذين يواجهون صعوبات في تعزيز مهاراتهم اللغوية على تلخيص المسألة من خلال إكمال الجمل التالية.
تقطع طائرة السيسنا مسافة 120 كيلومترًا في _____ دقيقة.
تقطع طائرة البوينغ مسافة 15 كيلومترًا في _____ دقيقة.
[15، 1]

س: أي من هذه المعدلات هو معدل وحدة؟ [معدل سرعة طائرة البوينغ]

س: إذا مثلت سرعة طائرة السيسنا، ثم قارنت بين التمثيلين البيانين، أي التمثيلين البيانيين سيكون منحدرًا أكثر؟ [التمثيل البياني لطائرة البوينغ منحدر أكثر.]

مستوى 2 استعمل مع المثال 1

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لمساعدتهم على استعمال المصطلحات العلمية من خلال إعادة عرض المعلومات الأساسية الممثلة في المخطط.

س: وضّح المطلوب في المسألة بأسلوبك الخاص. [نموذج إجابة: أي الطائرتين سرعة طيرانها أكبر؟]

س: مثّل سرعة طائرة السيسنا بيانيًا. وضّح، بأسلوبك الخاص، كيف يمكنك الإجابة عن السؤال من مجرد النظر إلى التمثيلين البيانيين من دون إجراء أي عمليات حسابية. [نموذج إجابة: التمثيل البياني لطائرة البوينغ أكثر انحدارًا، وبالتالي سرعتها أكبر.]

مستوى 3 استعمل مع المثال 1

س: وضّح ماذا يعني "معدّل ثابت" في هذه المسألة. [نموذج إجابة: تحافظ كل طائرة على سرعتها أثناء طيرانها.]

س: ما معنى "معدلات الوحدة" في هذه المسألة؟ [نموذج إجابة: تمثل معدلات الوحدة سرعة كل طائرة في الدقيقة.]

س: كيف يمكنك استعمال معدلات الوحدة لحل المسألة؟ [نموذج إجابة: الطائرة التي لها معدل وحدة أكبر تطير بسرعة أكبر.]

www.jnob-jo.com

مثال 2
مقارنة علاقات التناسب الممثَّلة بالتمثيلات البيانية وبالمعادلات

طرح أسئلة هادفة

أشر إلى العلاقة بين عدد النقاط التي يحققها اللاعب في لعبة فيديو والزمن الذي يقضيه في اللعب.

س: لإيجاد معدل الوحدة الخاص بسالم، عوضت 1 عن x وأوجدت قيمة y. لإيجاد معدل الوحدة الخاص بخالد، أوجدت قيمة y عندما كانت قيمة x تساوي 1، وضّح لماذا يتيح لك استعمال معدلات الوحدة تحديد اللاعب الذي سيحقق نقاطًا أكثر بشكل أسرع. [نموذج إجابة: بما أن معدلات الوحدة تستعمل نفس الفترات الزمنية المضافة، دقيقة واحدة، يمكنك مقارنة عدد النقاط المحققة في الدقيقة.]

س: إذا مثّلت نتيجة سالم بمستقيم، هل سيكون أكثر أم أقل انحدارًا من المستقيم الذي يمثّل نتيجة خالد؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: بما أن معدلات الوحدة الخاصة بسالم أقل، فإن المستقيم الذي يمثّل نتيجته يكون أقل انحدارًا.]

مثال 3
مقارنة علاقات التناسب الممثَّلة بالتمثيلات البيانية وبالوصف اللفظي

طرح أسئلة هادفة

س: لإيجاد معدل وحدة الأرز، كيف يمكنك تحديد الكمية التي تمثّل المقام والكمية التي تمثّل البسط؟ [نموذج إجابة: المطلوب في السؤال هو "سعر الأونصة"، لذا فإن السعر هو البسط والوزن بالأونصات هو المقام.]

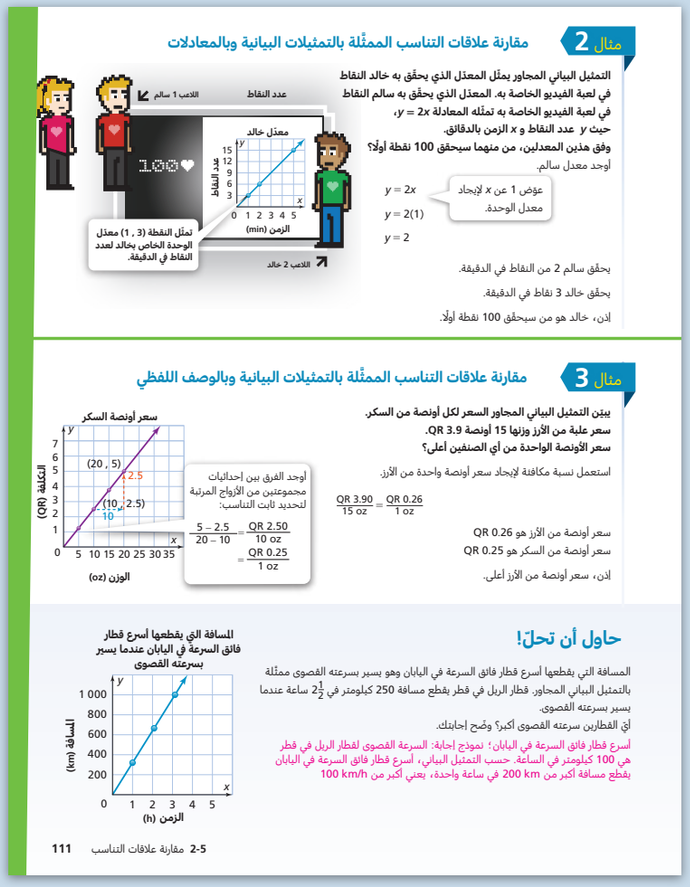
س: كيف يمكن تحديد معدل وحدة السكر للأونصة من النقطة (0.25 , 1)؟ [نموذج إجابة: تبيّن هذه النقطة أن سعر أونصة واحدة من السكر هو QR 0.25]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك إيجاد معدل الوحدة للمسافة التي يقطعها قطار الريل في قطر؟ [نموذج إجابة: اقسم المسافة بالكيلومترات، على الزمن بالساعات، للحصول على معدل الوحدة بالكيلومتر في الساعة.]

س: كيف يمكنك إيجاد معدل الوحدة للقطار في اليابان؟ [نموذج إجابة: استعمل النقطة (1 000 , 3) لتتحقق من أن معدل الوحدة يساوي 333 كيلومترًا في الساعة تقريبًا.]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 3 تأكد من أن الطلاب يفهمون كيفية كتابة النسب لكل معدل.

س: كيف تجد سعر الوحدة للأرز؟ [نموذج إجابة: اقسم السعر على الوزن بالأونصة.]

س: كيف يمكنك إيجاد سعر وحدة السكر من التمثيل البياني؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: النقطة (1 , 4) تعني أن سعر 4 أونصات هو QR 1، لذا يمكنك قسمة 1 على 4 للحصول على سعر الوحدة لكل أونصة.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 2 اطرح تحدّيًا على الطلاب لكتابة معادلة باستعمال معدل الوحدة.

- أجب عن السؤالين التاليين:

س: ما المعادلة التي يمكنك كتابتها لإيجاد الزمن الذي يستغرقه سالم لتحقيق 60 نقطة؟ [$60 = 2x$]

س: ما المعادلة التي يمكنك كتابتها لإيجاد الزمن الذي يستغرقه خالد لتحقيق 60 نقطة؟ [$60 = 3x$]

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: صف العلاقة بين معدلات الوحدة وانحدار التمثيل البياني. [نموذج إجابة: كلما ازداد انحدار المستقيم، كان معدل الوحدة أكبر.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يجب أن يفهم الطلاب كيفية إيجاد معدل الوحدة من وصف لفظي أو جدول أو تمثيل بياني خطي أو معادلة.

التمرين 4

س: كيف تجد معدل الوحدة الخاص بماجدة؟ ومعدل الوحدة الخاص بفارس؟ [نموذج إجابة: النقطة (240 , 4) تعني أن ماجدة تجني 240 QR في 4 ساعات، لذا اقسم 240 على 4، يجني فارس 60 QR في 3 ساعات، لذا اقسم 60 على 3]

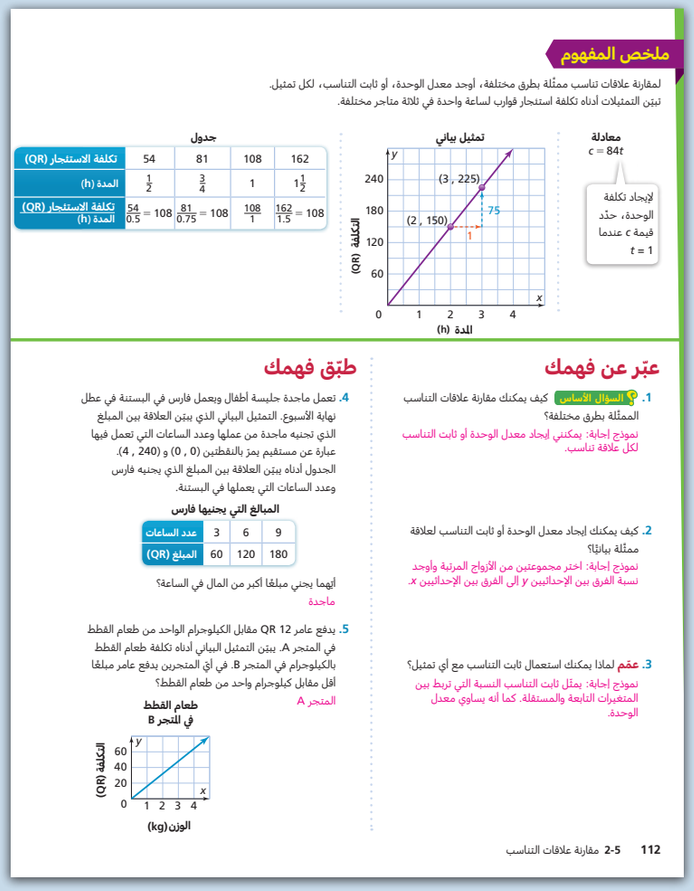
تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 لا يمكن إيجاد معدل وحدة دقيق من التمثيل البياني المعطى. قد يحتاج بعض الطلاب إلى المساعدة على إيجاد طريقة أخرى لحلّ هذه المسألة.

س: المطلوب في المسألة هو إيجاد المتجر الذي يدفع فيه عامر مبلغًا أقل مقابل طعام القطط. هل يجب أن تعرف معدل الوحدة الدقيق لحلّ هذه المسألة؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: يمكنك تمثيل معدل المبلغ الذي سيدفعه عامر بيانيًا ومقارنة درجة الانحدار في التمثيلين البيانيين.]

س: إذا دفع عامر 12 QR مقابل كيلوجرام واحد في المتجر A، كم سيدفع مقابل كيلوجرامين؟ ومقابل 3 كيلوجرامات؟ [24 QR، 36 QR]

س: هل يمكنك استعمال إحدى الإجابتين لحلّ المسألة؟ [نعم؛ نموذج إجابة: يمكنك أن تلاحظ التمثيل البياني أن تكلفة 3 كيلوجرامات من طعام القطط في المتجر B أكثر من 40 QR، بما أن تكلفة 3 كيلوجرامات في المتجر A هي 36 QR، إذن المعدل في المتجر A أقل.]



ملخص المفهوم

لمقارنة علاقات تناسب ممثّلة بطرق مختلفة، أوجد معدل الوحدة، أو ثابت التناسب، لكل تمثيل.
تبيّن التمثيلات أدناه تكلفة استئجار قوارب لساعة واحدة في ثلاثة متاجر مختلفة.

جدول

تكلفة الاستئجار (QR)	54	81	108	162
المدة (h)	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{2}$
تكلفة الإستئجار (QR) / المدة (h)	$\frac{54}{0.5}=108$	$\frac{81}{0.75}=108$	$\frac{108}{1}$	$\frac{162}{1.5}=108$

تمثيل بياني

معادلة

$c = 84t$

لإيجاد تكلفة الوحدة، حدّد قيمة c عندما $t = 1$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** كيف يمكنك مقارنة علاقات التناسب الممثّلة بطرق مختلفة؟
نموذج إجابة: يمكنني إيجاد معدل الوحدة أو ثابت التناسب لكل علاقة تناسب.

2. كيف يمكنك إيجاد معدل الوحدة أو ثابت التناسب لعلاقة ممثّلة بيانيًا؟
نموذج إجابة: اختر مجموعتين من الأزواج المرتبة وأوجد نسبة الفرق بين الإحداثيين y الى الفرق بين الإحداثيين x.

3. **عمّم** لماذا يمكنك استعمال ثابت التناسب مع أي تمثيل؟
نموذج إجابة: يمثّل ثابت التناسب النسبة التي تربط بين المتغيرات التابعة والمستقلة. كما انه يساوي معدل الوحدة.

طبّق فهمك

4. تعمل ماجدة حليسة أطفال ويعمل فارس في البستنة في عطل نهاية الأسبوع. التمثيل البياني الذي يبيّن العلاقة بين المبلغ الذي تجنيه ماجدة من عملها وعدد الساعات التي تعمل فيها عبارة عن مستقيم يمرّ بالنقطتين (0 , 0) و (240 , 4). الجدول أدناه يبيّن العلاقة بين المبلغ الذي يجنيه فارس وعدد الساعات التي يعملها في البستنة.

المبالغ التي يجنيها فارس

عدد الساعات	3	6	9
المبلغ (QR)	60	120	180

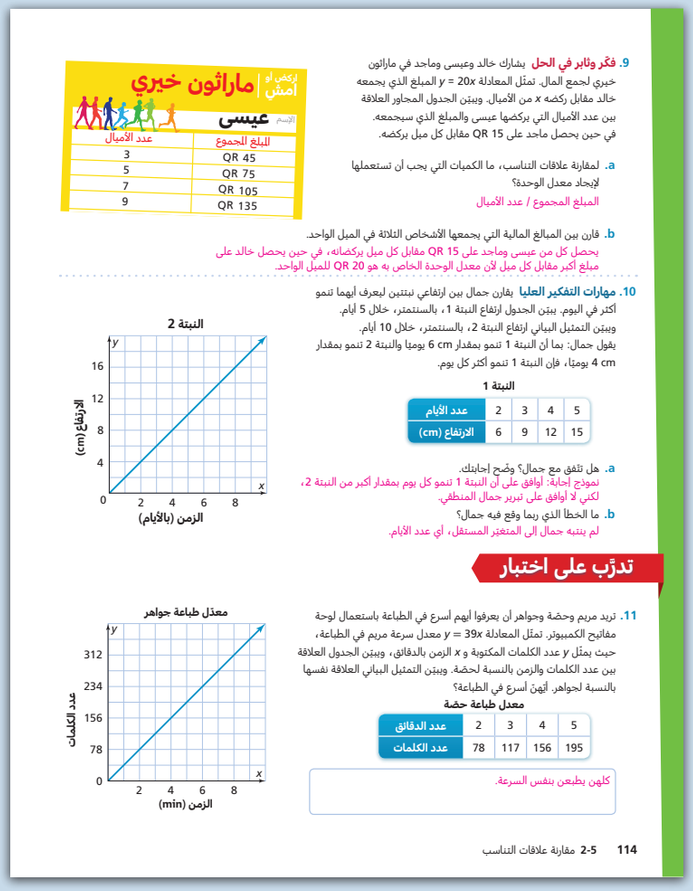
أيهما يجني مبلغًا أكبر من المال في الساعة؟
ماجدة

5. يدفع عامر 12 QR مقابل الكيلوجرام الواحد من طعام القطط في المتجر A. يبيّن التمثيل البياني أدناه تكلفة طعام القطط بالكيلوجرام في المتجر B. في أيّ المتجرين يدفع عامر مبلغًا أقل مقابل كيلوجرام واحد من طعام القطط؟
المتجر A

طعام القطط في المتجر B

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

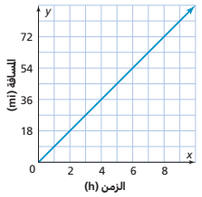
في التمرينين 6 و 7، أكمل المعلومات لمقارنة المعدلات.

6. يريد ناصر وراشد أن يعرفا أيهما يقود الدراجة أسرع. يبيّن الجدول إجمالي الأميال التي قطعها ناصر بمرور الزمن. ويبيّن التمثيل البياني العلاقة نفسها بالنسبة لراشد. أيهما يقود الدراجة أسرع؟

ناصر

عدد الساعات	2	3	4	5
المسافة (mi)	20	30	40	50

راشد



أوجد معدل الوحدة (ثابت التناسب) بالنسبة لناصر.

$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{20}{2} =$ [10] $\frac{\text{mi}}{\text{h}}$

أوجد معدل الوحدة (ثابت التناسب) بالنسبة لراشد.

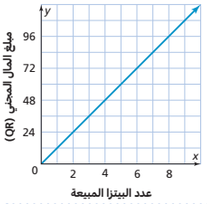
استعمل ([36] ، [4]) و ([18] ، [2]) لإيجاد ثابت التناسب.

معدل الوحدة (ثابت التناسب) هو [9] $\frac{\text{mi}}{\text{h}}$

إذن، [ناصر] يقود الدراجة أسرع.

7. نمذج يمكن استعمال المعادلة $y = 15x$ لتحديد المبلغ، y، الذي يجنيه المخبز A من بيعه العدد x من البيتزا.
يبيّن التمثيل البياني المجاور المال الذي يجنيه المخبز B مقابل بيعه أعداد مختلفة من البيتزا. أيّ المخبزين يجني مالًا أكثر من بيع البيتزا الواحدة؟

المخبز B



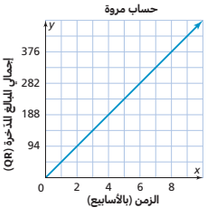
يجني المخبز A من البيتزا الواحدة [QR 15]

يجني المخبز B من البيتزا الواحدة [QR 12]

إذن، المخبز [A] يجني مالًا أكثر من بيع البيتزا الواحدة.

8. يبيّن التمثيل البياني المجاور المبالغ المالية التي تدّخرها مروة بمرور الزمن في حسابها المصرفي. في حين تودع لؤلؤة QR 50 كل أسبوع في حساب توفيرها. إذا كان رصيدهما الإبتدائي QR 0، أيهما تدخر المال بمعدل أكبر؟

حساب مروة



[لؤلؤة]

9. فكّر وناقش في الحل يشارك خالد وعيسى وماجد في ماراثون خيري لجمع المال. تمثّل المعادلة $y = 20x$ المبلغ الذي يجمعه خالد مقابل ركضه x من الأميال. ويبيّن الجدول المجاور العلاقة بين عدد الأميال التي يركضها عيسى والمبلغ الذي سيجمعه. في حين يحصل ماجد على QR 15 مقابل كل ميل يركضه.

ماراثون خيري | ارکض أو أمشِ

الاسم: **عيسى**

عدد الأميال	المبلغ المجموع
3	QR 45
5	QR 75
7	QR 105
9	QR 135

a. لمقارنة علاقات التناسب، ما الكميات التي يجب أن تستعملها لإيجاد معدل الوحدة؟

المبلغ المجموع / عدد الأميال

b. قارن بين المبالغ المالية التي يجمعها الأشخاص الثلاثة في الميل الواحد.

يحصل كل من عيسى وماجد على QR 15 مقابل كل ميل يركضانه، في حين يحصل خالد على مبلغ أكبر مقابل كل ميل لأن معدل الوحدة الخاص به هو QR 20 للميل الواحد.

10. مهارات التفكير العليا يقارن جمال بين ارتفاعي نبتتين ليعرف أيهما تنمو أكثر في اليوم. يبيّن الجدول ارتفاع النبتة 1، بالسنتمتر، خلال 5 أيام.
ويبيّن التمثيل البياني ارتفاع النبتة 2، بالسنتمتر، خلال 10 أيام.
يقول جمال: بما أن النبتة 1 تنمو بمقدار 6 cm يوميًا والنبتة 2 تنمو بمقدار 4 cm يوميًا، فإن النبتة 1 تنمو أكثر كل يوم.

النبتة 1

عدد الأيام	2	3	4	5
الارتفاع (cm)	6	9	12	15

النبتة 2

a. هل تتفق مع جمال؟ وضّح إجابتك.

نموذج إجابة: أوافق على أن النبتة 1 تنمو كل يوم بمقدار أكبر من النبتة 2، لكني لا أوافق على تبرير جمال المنطقي.

b. ما الخطأ الذي ربما وقع فيه جمال؟

لم ينتبه جمال إلى المتغيّر المستقل، أي عدد الأيام.

تدرَّب على اختبار

11. تريد مريم وحصّة وحواهر أن يعرفوا أيهم أسرع في الطباعة باستعمال لوحة مفاتيح الكمبيوتر. تمثّل المعادلة $y = 39x$ معدل سرعة مريم في الطباعة، حيث يمثّل y عدد الكلمات المكتوبة و x الزمن بالدقائق، ويبيّن الجدول العلاقة بين عدد الكلمات والزمن بالنسبة لحصّة. ويبيّن التمثيل البياني العلاقة نفسها بالنسبة لجواهر. أيهنّ أسرع في الطباعة؟

معدل طباعة حصّة

عدد الدقائق	2	3	4	5
عدد الكلمات	78	117	156	195

معدّل طباعة جواهر

كلهن يطبعن بنفس السرعة.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 7 قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في تعيين النقاط في المستوى الإحداثي.

س: ما قيمة y التي يمثلها المستقيم الأفقي الأول فوق الصفر؟ [12]
ما قيمة y التي يمثلها المستقيم الأفقي بين العددين 24 و 48؟ [36]

س: كيف يمكنك تعيين النقطة (30 , 2) في هذا المستوى الإحداثي؟ [نموذج إجابة: تحرّك ابتداءً من 0 بمقدار مربعين إلى اليمين على الشبكة وبمقدار $2\frac{1}{2}$ مربع حتى العدد 30]

تحدّ

التمرين 8 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب المتقدمين تطلب فيه كتابة معادلات تنمذج المبالغ المالية التي تدخرها كل فتاة.

س: ما معدل الوحدة الذي يمثل مدخرات لؤلؤة؟ [50 QR في الأسبوع] ما معدل الوحدة الذي يمثل مدخرات مروة؟ [47 QR في الأسبوع]

س: اكتب معادلة تمثل عدد الأسابيع اللازمة لكي تدخر كل من مروة ولؤلؤة 750 QR.
[لؤلؤة: $50x = 750$؛ مروة: $47x = 750$]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	6	1
	9	2
	10	3
2	7	1
3	8	1
	11	2

www.jnob-jo.com

الدرس
2-6
الربط بين علاقات التناسب وميل المستقيم

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ إيجاد ميل مستقيم باستعمال طرائق مختلفة.

✔ تفسير الميل في سياق المسائل وربطه بدرجة انحدار المستقيم في المستوى الإحداثي.

الفهم الأساس

الميل هو قياس درجة انحدار مستقيم ويساوي معدل التغيّر بين كميتين.
في علاقات التناسب، الميل هو نفسه معدّل الوحدة وثابت التناسب.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- استعمال نماذج لتمثيل علاقات التناسب.
- الربط بين درجة انحدار مستقيم ومعدل وحدته.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- إيجاد ميل مستقيم من تمثيله البياني.
- تفسير الميل في سياق من واقع الحياة.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- استعمال الميل لكتابة معادلات خطية.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق**.

- يفهم الطلاب أن ميل المستقيم هو قياس معدل تغيّره، ويربطون بين ميل المستقيم ودرجة انحداره في المستوى الإحداثي.
يتوسع الطلاب في فهم معدل الوحدة وثابت التناسب ليشمل ميل المستقيم.
- يطبق الطلاب ما يعرفونه عن معدلات الوحدة لحل مسائل رياضية ومن واقع الحياة، ويوجدون نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي ويفسّرون ميل المستقيم في سياق المسائل.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعايير:

- **8.3.2** يفهم ويوجد ميل الخط المستقيم ويفسر معناه ضمن سياقات مختلفة.
- **8.3.3** يدرك العلاقة بين ميل المستقيم وثابت التناسب.

معايير ممارسات الرياضيات

برّر منطقيًّا بطريقة تجريدية وكمية

يستعمل الطلاب مهاراتهم في التبرير المنطقي للربط بين الميل ومعدل الوحدة وكيفية إيجاد ميل مستقيم باستعمال نقطتين.

ابحث عن البنية واستعملها

يستعمل الطلاب بنية التمثيل البياني لمستقيم لتحديد أهمية ميله، ويربطون بين معدل الوحدة وثابت التناسب والميل لفهم أنها تمثل نفس الشيء في علاقة تناسب.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

ابحث عن العلاقات أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق المختلفة التي يستعملونها وكيفية تطبيقهم ما يعرفونه عن التمثيلات البيانية والتناسبات لإيجاد المبلغ الذي يجنيه علي من تحكيم كل مباراة.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: إذا أنشأت تمثيلًا بيانيًا يمثّل المحور x فيه المباريات ويمثّل المحور y المبالغ المالية بالريال، فما هي وحدة معدل الوحدة؟ [ريالات لكل مباراة]

2. بناء الفهم

س: إذا كانت (295.50 , 5) نقطة على التمثيل البياني، فماذا قد يعني ذلك؟ [نموذج إجابة: هذه النقطة تعني أن علي يجني QR 295.50 من تحكيم 5 مباريات.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: كيف توجد معدل الوحدة؟ [نموذج إجابة: اقسم 295.50 على 5 لإيجاد معدل الوحدة لكل مباراة.]

س: كيف يمكنك استعمال معدل الوحدة لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي يجنيه علي؟ [نموذج إجابة: اضرب معدل الوحدة في إجمالي عدد المباريات.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي جميل وحمد إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما الطريقة التي استعملها جميل لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي سيكسبه علي؟ [كتب جميل تناسبًا وحلّه لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي سيكسبه علي.]

س: ما الفرق بين طريقة جميل وطريقة حمد في حل المسألة؟ [أوجد حمد معدل الوحدة باستعمال نسبة 295.50 إلى 5، ثم ضربه في إجمالي عدد المباريات.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف يتغيّر ما يجنيه علي من تحكيم المباريات من مباراة إلى أخرى؟ [نموذج إجابة: يتزايد ما يجنيه من كل مباراة يُحكّمها بمقدار QR 59.1 لكل مباراة.]

س: إذا مثّلنا هذه العلاقة بيانيًا، ماذا سيحدث لقيمة y كلما ازدادت قيمة x بمقدار 1؟ [نموذج إجابة: ستزداد قيمة y بمقدار 59.1]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: إذا حكّم علي المباريات في الدوري التالي سيجني QR 65.1 مقابل كل مباراة. كيف سيبدو التمثيل البياني لما يكسبه في السنة القادمة مقارنةً بالتمثيل البياني لما يكسبه هذه السنة؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: معدل الوحدة سيكون أكبر، لذا ستكون درجة انحدار التمثيل البياني أكثر حدة.]

حلّل عمل الطلاب

عمل جميل

$$\frac{295.5}{5} = \frac{x}{14}$$

$$14 \times \frac{295.5}{5} = \frac{x}{14} \times 14$$

$$x = 827.4$$

سيكسب علي QR 827.4 من 14 مباراة.

استعمل **جميل** التناسب لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي سيكسبه علي من تحكيم المباريات.



استعمل **حمد** 5 مباريات والمبلغ QR 295.50 لإيجاد معدل الوحدة بالريالات لكل مباراة، ثم ضرب هذه النسبة في 14

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يفهمون أن ميل المستقيم يمثّل معدل التغير بين كميتين.

مثال 1 فهم ميل المستقيم

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ميل المستقيم هو نسبة "الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي". ما الارتفاع الرأسي وما الامتداد الأفقي؟ [نموذج إجابة: الارتفاع الرأسي هو المسافة بين نقطتين على التمثيل صعودًا أو نزولًا. الامتداد الأفقي هو المسافة بين نقطتين على التمثيل البياني نحو اليمين أو اليسار.]

س: لماذا معدل الوحدة يكافئ $\frac{9}{12}$؟ [نموذج إجابة: التمثيل البياني يتضمّن النقطة (9 , 12)، ومعدل الوحدة على التمثيل البياني لأي علاقة تناسب يساوي $\frac{y}{x}$]

س: وضّح ماذا يعني ميل مقداره $\frac{3}{4}$ من حيث الارتفاع الرأسي والامتداد الأفقي. [نموذج إجابة: يعني أن المستقيم يتحرك صعودًا بمقدار 3 وحدات كلما تحرّك 4 وحدات إلى اليمين.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

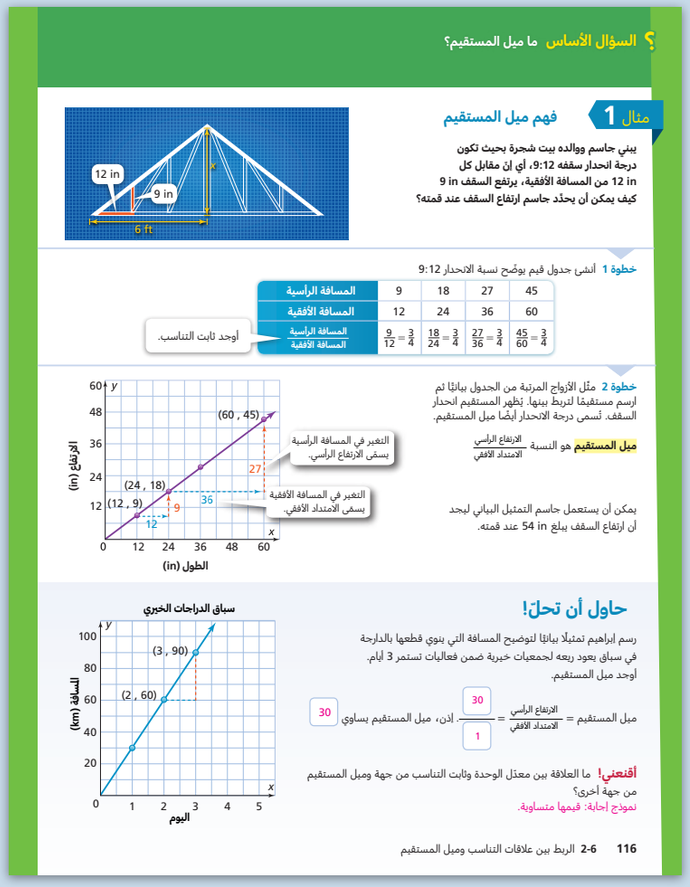
س: كيف تعرف العددين اللذين يجب تعويضهما عن المقام والبسط؟ [نموذج إجابة: يمثّل البسط "الارتفاع الرأسي"، وبالتالي هو ارتفاع المثلث: $30 = 60 - 90$، ويمثّل المقام "الامتداد الأفقي"، وبالتالي هو طول قاعدة المثلث: $1 = 2 - 3$]

س: انظر إلى النقطة (30 , 1). ما مقدار الارتفاع الرأسي من النقطة (30 , 1) إلى النقطة (90 , 3)؟ [60] وما مقدار الامتداد الأفقي من النقطة (30 , 1) إلى (90 , 3)؟ [2]

س: احسب نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي بين هاتين النقطتين. هل هذه النسبة تساوي النسبة التي أوجدتها باستعمال المثلث؟ [نعم، نموذج إجابة: $\frac{30}{1} = \frac{60}{2}$]

أقنعني!

س: كيف يمكنك استعمال الأعداد المكتوبة على المحورين الرأسي والأفقي لتفسير ميل المستقيم؟ [نموذج إجابة: المحور الرأسي يمثّل المسافة (km) والمحور الأفقي يمثّل عدد الأيام، وبالتالي فإن نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي تمثّل عدد الكيلومترات المقطوعة في اليوم.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 أكمل المثال 1

اطلب من الطلاب شرح المصطلحات التالية بأسلوبهم الخاص.

س: المصطلحان "مائل" و"منحدر" لهما نفس المعنى. ماذا يعني أن الشارع أو الطريق منحدر؟ [نموذج إجابة: ليس مستويًا]

س: ماذا يعني المصطلح "ثابت"، وماذا يعني أن ميل مستقيم ما ثابت؟ [نموذج إجابة: "ثابت" يعني أنه لا يتغير، أي يبقى نفسه. ميل المستقيم يكون هو نفسه عند أي نقطة على المستقيم.]

مستوى 2 أكمل المثال 1

اكتب المصطلحات التالية على السبورة: "ارتفاع رأسي"، "إلى اليسار وإلى اليمين"، "امتداد أفقي"، "أفقي"، "رأسي"، "صعودًا ونزولًا". اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لتصنيف هذه المصطلحات ضمن مجموعتين من المصطلحات المترابطة.

ثم اكتب المصطلحات التالية على السبورة: "معدل الوحدة"، "ميل"، "قيمة مطلقة"، "ثابت التناسب". اطلب من الطلاب في المجموعات الثنائية تحديد أي من هذه المصطلحات لا تنتمي إلى المصطلحات السابقة، وتفسير سبب عدم انتمائها لزملائهم في الصف.

مستوى 3 أكمل المثال 1

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لربط مفهوم الميل بمسألة من مسائل الدرس وبأحد التمثيلات البيانية الواردة في هذا الدرس.

س: وضّح معنى نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي. [نموذج إجابة: نسبة التغير في المسافة الرأسية إلى التغير في المسافة الأفقية على تمثيل بياني.]

س: املأ الفراغات: مقابل كل امتداد أفقي بمقدار 1 قدم، يرتفع السقف رأسيًا بمقدار ___ إنشات. [9]

س: مقابل كل امتداد أفقي بمقدار 1 إنش، يرتفع السقف رأسيًا بمقدار ___. [$\frac{3}{4}$ إنش]

www.jnob-jo.com

مثال 2 إيجاد الميل من نقطتين

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكنك كتابة المقدار (400−) − 800− في صورة أبسط؟
[نموذج إجابة: 400 + 800− أو 800 − 400]

س: ما النقطتين الأخريين اللتين يمكنك استعمالهما لحساب الميل؟
[نموذج إجابة: (0 , 0) و (800− , 10)]

س: لماذا تعتقد أن الميل سالب؟ [نموذج إجابة: ينحدر المستقيم نزولًا من اليسار إلى اليمين.]

مثال 3 تفسير ميل المستقيم

طرح أسئلة هادفة

س: للانتقال من نقطة إلى أخرى على المثلث، يجب التحرك أفقيًّا بمقدار وحدتين إلى اليمين ورأسيًّا بمقدار 110 وحدات إلى الأعلى. هل هذا يعني أن ميل المستقيم يساوي $\frac{110}{2}$ ؟ وضّح إجابتك. [نعم؛ نموذج إجابة: كما يمكن تمثيل النسبة $\frac{110}{2}$ في صورة النسبة المتكافئة $\frac{55}{1}$ ، تمثّل النسبتان ميل المستقيم لكن النسبة $\frac{55}{1}$ فقط تمثل معدل أو سرعة السيارة فنقول أن السيارة تقطع 55 كيلومترًا في ساعة واحدة.]

س: كيف تساعد تسمية المحورين على تحديد أن الوحدة المستعملة لقياس الميل هي كيلومتر في الساعة؟ [نموذج إجابة: الارتفاع الرأسي يمثّل التغيّر في قيم y، أي عدد الكيلومترات. والامتداد الأفقي يمثّل التغيّر في قيم x، أي عدد الساعات.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: انظر إلى النسبة، $\frac{35}{25}$، التي كتبتها لتمثيل ميل المستقيم. ما العامل المشترك الذي يمكن إخراجه من البسط والمقام؟ [5]

س: املأ الفراغات: للحصول على اللون الأرجواني، يجب أن تكون نسبة قطرات اللون الأحمر إلى قطرات اللون الأزرق _____ إلى _____ . [7، 5]



مثال 2 إيجاد الميل من نقطتين

يوضّح التمثيل البياني أدناه العمق الذي تبلغه غواصة بمرور الزمن. أوجد السرعة التي تغوص بها الغواصة.

أوجد ميل المستقيم.

الميل = الارتفاع الرأسي / الامتداد الأفقي = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{-800 - (-400)}{10 - 5}$

$= \frac{-400}{5}$

$= -80$

أوجد الارتفاع الرأسي والامتداد الأفقي باستعمال الإحداثيات x و y لأي نقطتين على المستقيم.

إذن، ميل المستقيم يساوي 80− أي أن الغواصة تنزل بمعدل 80 ft في الدقيقة.

برّر منطقيًّا ما العلاقة بين إحداثيات x وإحداثيات y عندما يكون ميل المستقيم سالبًا؟

الزمن (min)

العمق (ft)

الارتفاع الرأسي يمثّل التغيّر في إحداثيات y أو $y_2 - y_1$

الامتداد الأفقي يمثّل التغيّر في إحداثيات x أو $x_2 - x_1$

مثال 3 تفسير ميل المستقيم

يبيّن التمثيل البياني المجاور المسافة التي تقطعها سيارة بمرور الزمن. أوجد ميل المستقيم، ثم فسّر معناه في هذه الحالة.

الميل = الارتفاع الرأسي / الامتداد الأفقي = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{220 - 110}{4 - 2}$

$= 55$

ميل المستقيم يساوي 55

وهذا يعني أن السيارة تقطع مسافة 55 km في الساعة.

المسافة المقطوعة

المسافة (km)

الزمن (h)

(4 , 220)

(2 , 110)

حاول أن تحلّ!

يوضّح التمثيل البياني نسب قطرات اللونين الأحمر والأزرق التي أضافتها آمنة إلى الطعام للحصول على اللون الأرجواني.

أوجد ميل المستقيم، ثم فسّر معناه في هذه الحالة.

ميل المستقيم يساوي $\frac{7}{5}$، وهذا يعني أن آمنة، مقابل كل 5 قطرات من اللون الأزرق، تضيف 7 قطرات من اللون الأحمر.

اللون الأرجواني

عدد القطرات الحمراء

عدد القطرات الزرقاء

(50 , 70)

(25 , 35)

117 2-6 الربط بين علاقات التناسب وميل المستقيم

الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 2 بيّن للطلاب أهمية توخي الدقة عند تعويض القيم في الصيغة.

- وضّح للطلاب أن المهم ليس أي نقطة إحداثياها (x_1 , y_1) وأي نقطة إحداثياها (x_2 , y_2)، وإنما الالتزام بترتيب تعويض قيم x و y.

س: إذا عكست ترتيب تعويض القيم، ما النسبة التي تحصل عليها؟
$[\frac{-400 - (-800)}{5 - 10}]$

س: بسّط المقام والبسط في النسبة. $[\frac{400}{-5}]$ ثم اقسم البسط والمقام على العامل المشترك 5 $[\frac{80}{-1}$ أو 80−]

س: ارتكب أحد زملائك خطأ في حساباته وأوجد أن الميل يساوي 80، كيف يمكنك استعمال التمثيل البياني لتثبت أن زميلك قد أخطأ في الحسابات؟ [ينحدر المستقيم نزولًا من اليسار إلى اليمين، لذا يجب أن يكون ميله سالبًا.]

إثراء

للاستعمال مع المثال 3 حاول أن تحلّ! اطرح تحدّيًا أمام الطلاب تطلب فيه حل المسألة بطرائق مختلفة. ثم ساعدهم على الربط بين مفهوم التمثيلات البيانية ومفهوم علاقات التناسب والميل في كل منهما.

س: حل المسألة باستعمال نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي. [نموذج إجابة: يرتفع المستقيم رأسيًا بمقدار 35 وحدة إلى الأعلى ويمتد أفقيًا بمقدار 25 وحدة إلى اليمين، لذا فإن نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي تساوي $\frac{35}{25}$، وهو ميل المستقيم، ويمكن تبسيطه إلى $\frac{7}{5}$]

س: حل المسألة بإيجاد نسبة الإحداثي y إلى الإحداثي x للنقطة (50 , 70).
[النسبة تساوي $\frac{70}{50} = \frac{7}{5}$]

س: التمثيل البياني لعلاقة التناسب هو خط مستقيم يمر في نقطة الأصل. وضّح لماذا علاقة التناسب تساوي $\frac{y}{x}$ لأي نقطة (x , y) على المستقيم. [نموذج إجابة: بما أن المستقيم يتضمّن دائمًا النقطة (0 , 0)، إذن الميل يساوي $\frac{y}{x}$ $[\frac{y - 0}{x - 0} = \frac{y}{x}$

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: هل يمكن استعمال أي نقطتين على المستقيم في صيغة الميل؟ وضّح إجابتك.
[نعم؛ نموذج إجابة: يمكن استعمال أي نقطتين على المستقيم لأن ميل المستقيم هو نفسه عند أي نقطة على المستقيم، وهو يمثّل نسبة ثابتة.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يجب أن يفهم الطلاب أن ميل المستقيم هو قياس درجة انحداره ويشير إلى معدّل التغيّر، وأن الميل يساوي نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي بين أي نقطتين على المستقيم.

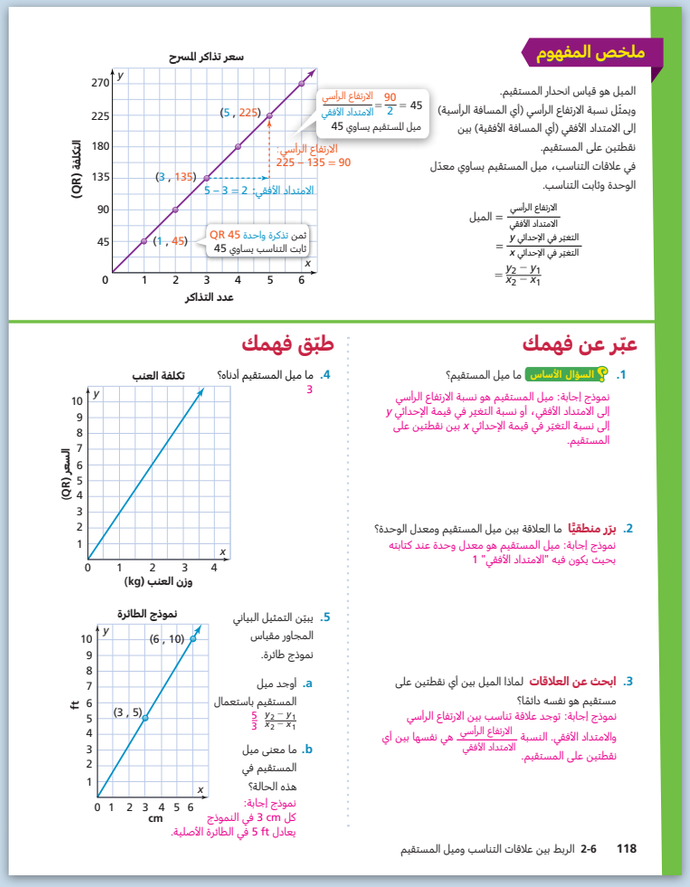
التمرين 4

س: ناقش الطلاب في بعضٍ من طرائق إيجاد ميل المستقيم. [نموذج إجابة: احسب نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي، أو استعمل صيغة الميل، أو استعمل النقطة (3 , 1) لإيجاد معدّل الوحدة، الذي يساوي الميل.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 تأكد من أن الطلاب يفهمون أن في النسبة التي تمثّل ميل المستقيم، يُستعمل التغيّر الرأسي دائمًا في البسط ويُستعمل التغير الأفقي دائمًا في المقام.

س: أوجد أحد الطلاب أن ميل المستقيم يساوي $\frac{3}{5}$، ما الخطأ الذي وقع فيه هذا الطالب؟
[نموذج إجابة: النسبة $\frac{3}{5}$ تساوي مقدار التغيّر في قيمة x إلى مقدار التغيّر في قيمة y، وهي مقلوب ميل المستقيم.]



ملخص المفهوم

الميل هو قياس انحدار المستقيم.
ويمثّل نسبة الارتفاع الرأسي (أي المسافة الرأسية) إلى الامتداد الأفقي (أي المسافة الأفقية) بين نقطتين على المستقيم.
في علاقات التناسب، ميل المستقيم يساوي معدّل الوحدة وثابت التناسب.

$$\text{الميل} = \frac{\text{الارتفاع الرأسي}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{\text{التغير في الإحداثي } y}{\text{التغير في الإحداثي } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

سعر تذاكر المسرح

التكلفة (QR)

عدد التذاكر

(5 , 225)

(3 , 135)

(1 , 45)

الارتفاع الرأسي: 225 − 135 = 90

الامتداد الأفقي: 5 − 3 = 2

$\frac{\text{الارتفاع الرأسي}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{90}{2} = 45$
ميل المستقيم يساوي 45

ثمن تذكرة واحدة QR 45
ثابت التناسب يساوي 45

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس ما ميل المستقيم؟
نموذج إجابة: ميل المستقيم هو نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي، أو نسبة التغير في قيمة الإحداثي y إلى نسبة التغيّر في قيمة الإحداثي x بين نقطتين على المستقيم.

2. **برّر منطقيًا** ما العلاقة بين ميل المستقيم ومعدل الوحدة؟
نموذج إجابة: ميل المستقيم هو معدل وحدة عند كتابته بحيث يكون فيه "الامتداد الأفقي" 1

3. **ابحث عن العلاقات** لماذا الميل بين أي نقطتين على مستقيم هو نفسه دائمًا؟
نموذج إجابة: توجد علاقة تناسب بين الارتفاع الرأسي والامتداد الأفقي. النسبة $\frac{\text{الارتفاع الرأسي}}{\text{الامتداد الأفقي}}$ هي نفسها بين أي نقطتين على المستقيم.

طبّق فهمك

4. ما ميل المستقيم أدناه؟
3

تكلفة العنب

السعر (QR)

وزن العنب (kg)

5. يبيّن التمثيل البياني المجاور مقياس نموذج طائرة.

نموذج الطائرة

ft

cm

(6 , 10)

(3 , 5)

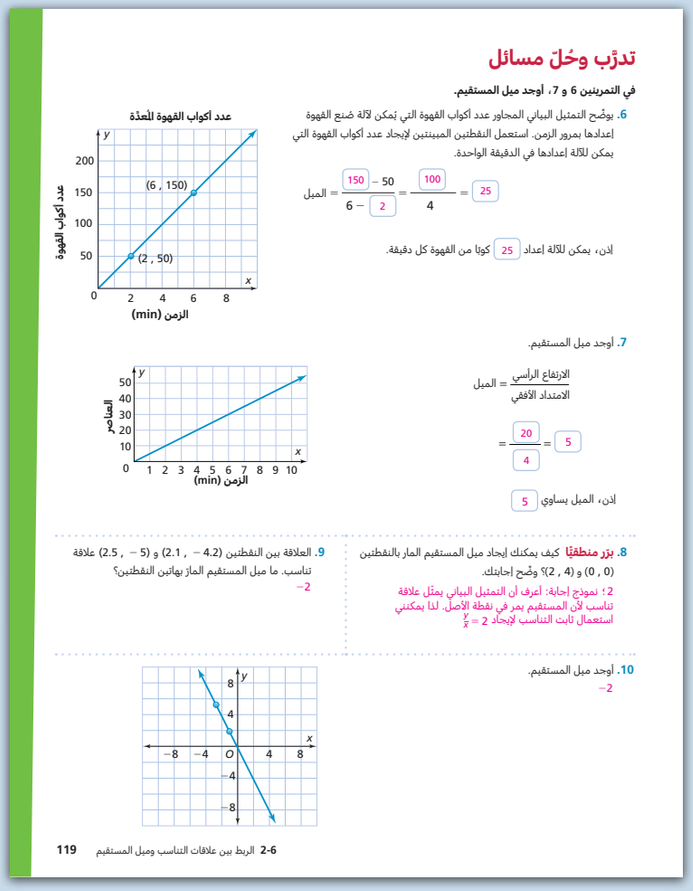
a. أوجد ميل المستقيم باستعمال $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$\frac{5}{3}$

b. ما معنى ميل المستقيم في هذه الحالة؟
نموذج إجابة: كل 3 cm في النموذج يعادل 5 ft في الطائرة الأصلية.

118 2-6 الربط بين علاقات التناسب وميل المستقيم

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

في التمرينين 6 و 7، أوجد ميل المستقيم.

6. يوضّح التمثيل البياني المجاور عدد أكواب القهوة التي يُمكن لآلة صُنع القهوة إعدادها بمرور الزمن. استعمل النقطتين المبينتين لإيجاد عدد أكواب القهوة التي يمكن للآلة إعدادها في الدقيقة الواحدة.

عدد أكواب القهوة المُعدّة

الميل $= \frac{\boxed{150} - 50}{6 - \boxed{2}} = \frac{\boxed{100}}{4} = \boxed{25}$

إذن، يمكن للآلة إعداد $\boxed{25}$ كوبًا من القهوة كل دقيقة.

7. أوجد ميل المستقيم.

الميل $=$ الارتفاع الرأسي / الامتداد الأفقي

$= \frac{\boxed{20}}{4} = \boxed{5}$

إذن، الميل يساوي $\boxed{5}$

8. برز منطقيًا كيف يمكنك إيجاد ميل المستقيم المار بالنقطتين (0 , 0) و (4 , 2)؟ وضّح إجابتك.

2؛ نموذج إجابة: أعرف أن التمثيل البياني يمثّل علاقة تناسب لأن المستقيم يمر في نقطة الأصل. لذا يمكنني استعمال ثابت التناسب لإيجاد $\frac{y}{x} = 2$.

9. العلاقة بين النقطتين (4.2 − , 2.1) و (5 − , 2.5) علاقة تناسب. ما ميل المستقيم المار بهاتين النقطتين؟

−2

10. أوجد ميل المستقيم.

−2

11. يوضّح التمثيل البياني عدد السعرات الحرارية التي حرقتها لبنى أثناء الهرولة.

السعرات الحرارية التي تم حرقها

a. ما ميل المستقيم؟
10

b. ما تفسير ميل المستقيم؟
نموذج إجابة: تحرق لبنى 10 سعرات حرارية في الدقيقة.

12. انقد وبرّر غرض على الطلاب التمثيل البياني المجاور وطُلب منهم إيجاد سرعة السيارة. قال خالد إن سرعة السيارة هي $\frac{1}{64}$ km في الساعة.

سرعة السيارة

a. ما سرعة السيارة؟
64 كيلومترًا في الساعة

b. ما الخطأ الذي ارتكبه خالد؟
نموذج إجابة: حسب خالد نسبة التغيّر في الإحداثي x إلى التغيّر في الإحداثي y، وهذا مقلوب الميل.

13. مهارات التفكير العليا يستعمل محمود خرطومًا لملء مسبح للأطفال.
إذا كان مستوى الماء يرتفع 11 cm كل 5 min وقام محمود بتسجيل النقطة (y , 10)، فما قيمة y؟
استعمل الميل لتبرير إجابتك.

يرتفع 11 cm كل 5 min

22 cm؛ $\frac{y}{10} = \frac{11}{5}$ = الارتفاع الرأسي / الامتداد الأفقي = الميل

تدرَّب على اختبار

14. العلاقة بين النقطتين (21 , 15) و (35 , 25) علاقة تناسب.

a. أوجد ميل المستقيم المار بهاتين النقطتين. $\frac{7}{5}$

b. أيّ من التمثيلات البيانية أدناه يمثّل هذه العلاقة؟

Ⓐ Ⓑ Ⓒ

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 9 قد يواجه الطلاب صعوبة في حساب الميل الذي يتضمّن كسورًا عشرية موجبة وسالبة. ساعدهم على تجزئة العملية إلى خطوات أصغر.

س: مثّل الميل الذي يبين نسبة التغيّر في قيم y إلى التغيّر في قيم x.
[$\frac{-5 - (-4.2)}{2.5 - 2.1}$]

س: كيف يمكنك كتابة المقدار في البسط بطريقة أسهل؟ [4.2 + 5− أو 5 − 4.2]

س: بسّط المقام والبسط. [$\frac{-0.8}{0.4}$]

س: ماذا تلاحظ بشأن العلاقة بين البسط والمقام؟ [نموذج إجابة: البسط هو معكوس ضعف المقام.]

تحدّ

التمرين 13 مهارات التفكير العليا اطلب من الطلاب استعمال ما يعرفونه عن الميل والنسب المتكافئة لإيجاد قيمة مجهولة في سياق مسألة رياضية.

س: يمرّ مستقيم يمثل علاقة تناسب في النقطة $(2p , p)$. ما ميل المستقيم؟
وضّح كيف أوجدت الإجابة. [ميل المستقيم يساوي النسبة $\frac{p}{2p}$، وهذه النسبة تكافئ $\frac{1}{2}$]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	6, 10	1
2	7, 9	1
	8, 14	2
3	11	2
	12, 13	3

www.jnob-jo.com

الدرس
2-7

تحليل المعادلات الخطية: $y = mx$

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

- ✔ فهم العلاقة بين ثابت التناسب والميل في معادلة خطية.
- ✔ كتابة معادلة خطية في الصيغة $y = mx$ بمعلومية الميل.
- ✔ تمثيل معادلة خطية في الصيغة $y = mx$ بيانيًا.

الفهم الأساس

الميل وثابت التناسب ومعدل الوحدة متساوية في علاقات التناسب.

ترابط

في الصف 7، تمكن الطلاب من:

- تمييز التمثيل البياني لعلاقة تناسب بأنه مستقيم يمر في نقطة الأصل.
- تفسير النقاط على التمثيل البياني لعلاقة تناسب وإيجاد ثابت التناسب.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- كتابة معادلة خطية لوصف علاقة تناسب.
- تمثيل معادلة خطية تصف علاقة تناسب بيانيًا.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- فهم المقطع y لمستقيم.
- تحليل المعادلات الخطية في الصيغة $y = mx + b$.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**التطبيق**.

- يفهم الطلاب خصائص التمثيل البياني لعلاقة تناسب.
- يطبق الطلاب ما يعرفونه عن علاقات التناسب لتمثيل المعادلات بيانيًا.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.3.4** يكتب ويرسم ويفسر معادلة الخط المستقيم على الصورة $y = mx$ و $y = mx + b$

معايير ممارسات الرياضيات

نمذج

يكتب الطلاب معادلة في الصيغة $y = mx$ من التمثيل البياني لمستقيم في المستوى الإحداثي، أو يرسمون التمثيل البياني لمستقيم معادلته معطاة.

ابحث عن البنية واستعملها

يحلل الطلاب علاقة تناسب لتمثيلها بيانيًا ويكتبون معادلة تمثّل هذه العلاقة.

www.jnob-jo.com

استكشف!

نمذج أثناء عمل الطلاب على فقرة **استكشف**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق المتنوعة التي يستعملونها ويمكن إدماجها في المناقشة الصفية.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ماذا يعني أن السيارة تسير بسرعة ثابتة مقدارها مسافة 100 متر في كل 4 ثوانٍ؟ [نموذج إجابة: كل 4 ثوانٍ، تقطع السيارة مسافة 100 متر.]

2. بناء الفهم

س: بما أن سرعة السيارة ثابتة، ما المسافة التي ستقطعها في 8 ثوانٍ؟ [200 متر]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: : كيف يمكنك استعمال تمثيل بياني لتمثيل المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن؟ [نموذج إجابة: يمكن تمثيل الزمن على المحور x، وتمثيل المسافة على المحور y. سيوضّح التمثيل البياني كل المسافات الممكنة خلال أزمنة مختلفة.]

س: ما المعلومات الواردة في تمثيلك التي يمكن أن تساعدك على وصف المسافة التي تقطعها السيارة والزمن الذي تستغرقه في قطعها؟ [نموذج إجابة: النقطة (0 , 0) تعني أن السيارة تقطع 0 متر في 0 ثانية؛ والنقطة (50 , 2) تعني أن السيارة تقطع 50 مترًا في ثانيتين.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي بشائر وليلى إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: ما البيانات التي ترى بشائر أن المقدار يوفرها ولا يمكن للجدول أن يوفرها؟ وضّح إجابتك. [المسافة التي يمكن للسيارة قطعها خلال أي مقدار من الزمن؛ نموذج إجابة: يعرض الجدول المسافات التي يمكن للسيارة قطعها خلال أزمنة معيّنة، في حين يمكن استعمال المقدار لإيجاد المسافة التي يمكن للسيارة قطعها خلال أي مقدار من الزمن، بما في ذلك كسور المسافة.]

س: في رأيك، كيف توصّلت ليلى إلى المعادلة التي تمثّل المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن؟ [نموذج إجابة: بما أن السيارة تقطع 100 متر في 4 ثوانٍ، قد تكون ليلى بدأت بالمعادلة $100 = 4y$، ثم قسّمت جميع الحدود على 4، بحيث يصبح معامل y هو العدد 1، المعادلة النهائية هي $y = 25x$.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: هل يهم أي نقاط تختارها على طول المستقيم لحساب الميل؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: الميل هو نفسه عند أي نقطة على المستقيم.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: هل يمكنك توقّع الزمن الذي تستغرقه هذه السيارة لتقطع 1 كيلومتر؟ وضّح إجابتك. [40 ثانية؛ نموذج إجابة: استعملت المعادلة $y = 25x$، وعوّضتُ $y = 1\,000$ فيها لإيجاد قيمة x.]

حلِّل عمل الطلاب

عمل بشائر

يبيّن الجدول المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن بشكل أوضح لأنه يبيّن عدة أزمنة وعدة مسافات. لكن المقدار يمكّنك من حساب المسافة التي يمكن للسيارة قطعها خلال أي مقدار من الزمن.

لاحظت **بشائر** أهمية استعمال نموذج بصري لعرض البيانات في جدول، لكنها لاحظت أيضًا أهمية استعمال مقدار جبري لحساب المسافة التي يمكن للسيارة قطعها خلال أي مقدار من الزمن.



الدرس 7-2
تحليل المعادلات الخطية: $y = mx$
Analyze linear equations: $y = mx$

أستطيع...
كتابة معادلات لوصف العلاقات الخطية.

معيار الدرس
8.3.4

استكشف!
طوّرت مجموعة من طلاب الجامعة سيارة تعمل بالطاقة الشمسية وأشركوها في سباق للسيارات. تسير السيارة بسرعة ثابتة مقدارها 100 m في كل 4 s

A. ما التمثيل الذي يمكن أن يوضح المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن؟

عمل ليلى
يمكن استعمال التمثيل البياني لتوضيح المسافة التي قطعتها السيارة بمرور الزمن.

B. ما المقدار الذي يوضح المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن؟

المقدار الذي ينمذج المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن هو $25x$، حيث يمثّل x عدد الثواني.

C. قارن بين التمثيل البياني والمقدار. أيهما يوضح المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن بشكل أفضل؟ وضّح إجابتك.

يبيّن التمثيل البياني المسافة التي تقطعها السيارة بمرور الزمن بشكل أوضح لأن من السهل معرفة المسافة التي تقطعها السيارة في أي زمن معطى بمجرد النظر إلى التمثيل البياني.

التركيز على ممارسات الرياضيّات
كن دقيقًا كيف سيتغيّر كلّ من التمثيل البياني والمقدار إذا حوّلنا وحدة السرعة إلى km/min؟
نموذج إجابة: قد تتغير درجة انحدار المستقيم في التمثيل البياني، لكنه سيكون مماثلًا للتمثيل البياني الحالي.

121

تفضّل **ليلى** العرض البصري للبيانات من خلال التمثيل البياني.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يفهمون أن التمثيل البياني لأي علاقة تناسب هو خط مستقيم يمر في نقطة الأصل.

مثال 1 ربط ثابت التناسب بالميل

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: كيف بإمكانك إيجاد سعر متر واحد من السياج؟ [نموذج إجابة: اقسم تكلفة السياج على عدد الأمتار فيه.]

س: ما معنى النقطة (75 , 15) على التمثيل البياني؟ [نموذج إجابة: تمثّل قيمة x عدد الأمتار من السياج وتمثّل قيمة y التكلفة الإجمالية. هذه النقطة تعني أن تكلفة 15 مترًا من السياج هي 75 QR]

س: ماذا تمثّل القيمة 5 في المعادلة $y = 5x$ في المسألة؟ [نموذج إجابة: تمثّل القيمة 5 ميل المستقيم أو سعر متر واحد من السياج.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ماذا يعني أن التمثيل البياني يمثّل علاقة تناسب باستعمال معادلة في الصيغة $y = kx$؟ [نموذج إجابة: يعني أن التمثيل البياني يمر في نقطة الأصل.]

س: هل ستحصل على نفس الميل للمستقيم إذا اخترت نقطتين أخريين على التمثيل البياني؟ أعطِ مثالًا. [نعم؛ نموذج إجابة: استعملت النقطتين (40 , 2) و (0 , 0) ووجدت أن: $\frac{40 - 0}{2 - 0} = \frac{20}{1}$]

أقنعني!

س: في أي نوع من العلاقات يكون ثابت التناسب ومعدل الوحدة وميل المستقيم جميعها متساوية؟ [علاقة تناسب]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 2 قد يحتاج بعض الطلاب إلى مراجعة كيفية استعمال صيغة الميل التي تتضمّن أعدادًا صحيحة سالبة وتمييز الميل السالب.

- اطلب من الطلاب التدرب على إيجاد الميل ووصف تمثيلات بيانية لمستقيمات ميلها سالب.

س: أوجد ميل المستقيم الذي يمرّ في النقطتين (250− , 1) و (000 1− , 4). [250−]

س: أكمل الجملة التالية: إذا كان ميل المستقيم سالبًا، فإن تمثيله البياني ينحدر _____ من اليسار إلى الأيمن. [نزولًا]

- اطلب من الطلاب إكمال الأزواج المرتبة باستعمال المعادلة $y = -250x$ التي تمثّل مستقيمًا ميله سالب.

س: أوجد قيمة y عند $x = 10$. [$y = -2\,500$]

س: أوجد قيمة x عند $y = -25\,000$. [$x = 100$]

إثراء

للاستعمال مع المثال 3 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب المتقدمين تطلب فيه حساب ميل مستقيم باستعمال قيم كسور عشرية ثم كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًا.

س: ما ميل المستقيم الذي يمرّ في النقطتين (6.4 , 1.6) و (9.2 , 2.3)؟ [4]

س: ما معادلة المستقيم؟ ارسم التمثيل البياني. [نموذج إجابة: $y = 4x$. راجع التمثيلات البيانية للطلاب.]

www.jnob-jo.com

مثال 2 كتابة معادلة خطية بمعلومية نقطتين

طرح أسئلة هادفة

س: ما ثابت التناسب الذي يربط بين المسافة التي تقطعها الطائرة من دون طيار والزمن الذي تستغرقه في قطعها. ما معدل وحدته؟ [250−؛ 250−]

س: أي متغيّر في كل من المعادلتين $y = mx$ و $y = kx$ يمثّل الميل؟ [m و k]

مثال 3 تمثيل معادلة بالصيغة $y = mx$ بيانيًّا

طرح أسئلة هادفة

س: ما المعلومات التي استعملتها لحساب الميل؟ ما قيمة الميل؟ [نموذج إجابة: تحتوي الوصفة على كوب واحد من الزبيب لكل كوبين من اللوز. إذن الميل يساوي $\frac{1}{2}$]

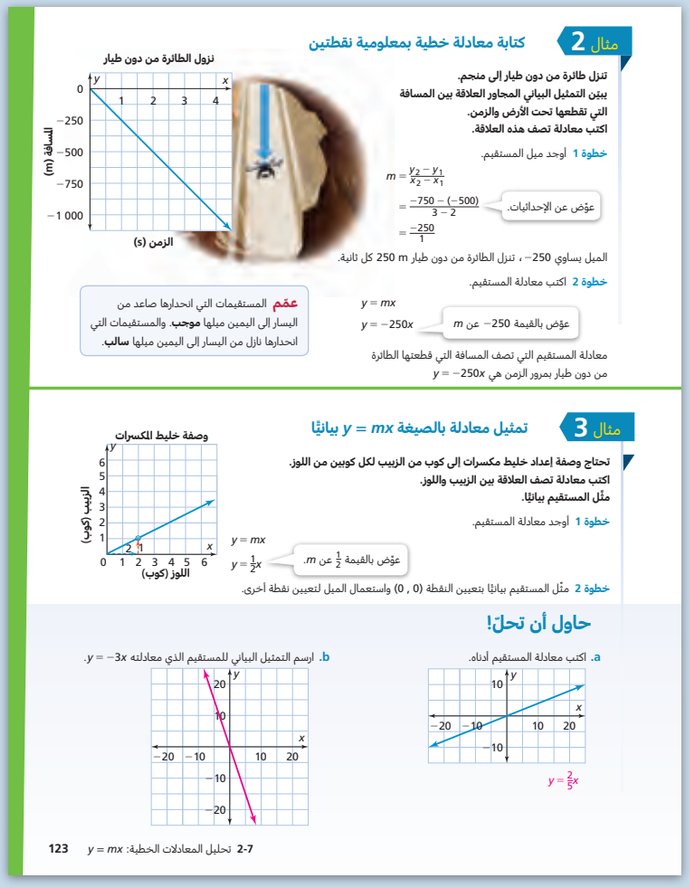
س: : أي نقطتين قد تختارهما لرسم هذا التمثيل البياني؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: قد أختار (0 , 0) و (2 , 4). الخط الذي يصل بين هاتين النقطتين عبارة عن مستقيم ميله $\frac{1}{2}$، والمسافة بينهما كبيرة بما يكفي لرسم مستقيم بشكل واضح.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ما ميل المستقيم في المسألة a؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: الميل يساوي $\frac{2}{5}$، لأن المستقيم يمرّ في النقطتين (0 , 0) و (10 , 25)]

س: بالنسبة إلى المستقيم $y = -3x$، كيف تتغير قيمة y إذا ازدادت قيمة x بمقدار 1؟ [نموذج إجابة: ستكون قيمة y أقل بمقدار ثلاثة من قيمتها السابقة.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 أكمل المثال 2

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات لتعريف معدل الوحدة والميل وعلاقتهما بثابت التناسب.

س: ما العلاقة بين معدل الوحدة وثابت التناسب وبين الميل؟

س: كيف يمكنك استعمال صورة لتوضيح فكرة الميل لصديق؟

استمع إلى مناقشات الطلاب ولخّص الطرائق المختلفة التي يستعملونها لنمذجة الاستعمال الصحيح للمصطلحات.

مستوى 2 أكمل المثال 1

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية. استمع إلى الطلاب الذين يستعملون المصطلحات الجديدة في هذا الدرس ويصبحون بارعين في استعمال المصطلحات العلمية.

س: كيف يمكنك وصف ميل المستقيم باستعمال المصطلحات والأعداد؟

س: كيف يمكنك إيجاد ثابت التناسب باستعمال التمثيل البياني؟

مستوى 3 أكمل المثال 3

اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لمقارنة المستقيمات التي ميلها موجب والمستقيمات التي ميلها سالب. حث الطلاب على تحديد المصطلحات وعرض أمثلة باستعمال كل من التمثيلات البيانية والمعادلات. استمع إلى مناقشات الطلاب ولخّص الطرائق المختلفة التي يستعملونها لنمذجة الاستعمال الصحيح للمصطلحات.

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: ما الصيغ المختلفة للمعادلات التي تصف علاقة تناسب؟ [نموذج إجابة: $y = mx$ أو $y = kx$ أو $k = \frac{y}{x}$]

س: ما النقطة التي تقع على التمثيل البياني لكل مستقيم صيغة معادلته $y = mx$ ؟ [(0 , 0)]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يجب على الطلاب التعرّف إلى الطرائق المختلفة لوصف ميل المستقيم، مثل نسبة الارتفاع الرأسي إلى الامتداد الأفقي، أو ثابت التناسب، أو معدل الوحدة، أو نسبة التغيّر الرأسي إلى التغيّر الأفقي.

التمرين 4

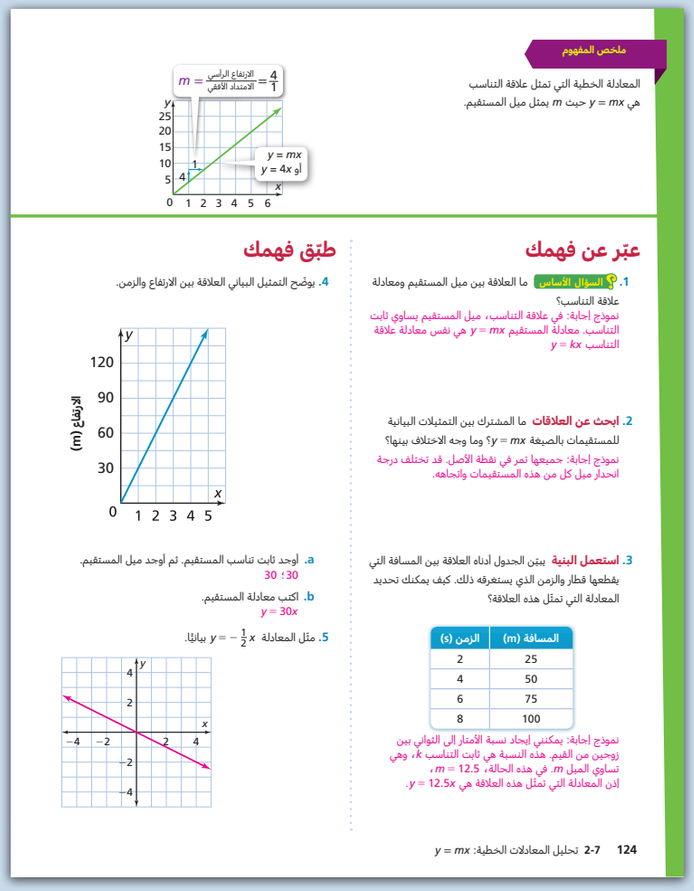
س: كيف قد يختلف ثابت التناسب إذا كان المستقيم منحدرًا إلى الأسفل؟ [نموذج إجابة: يكون ثابت التناسب سالبًا.]

س: كيف يمكنك التحقق من صحة المعادلة التي كتبتها؟ [نموذج إجابة: يمكنني تعويض إحداثي إحدى النقاط في المعادلة والتحقق من أن هذه النقطة تقع على التمثيل البياني للمستقيم.]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في رسم التمثيل البياني لمعادلة بدقة. اطلب من الطلاب التحقق من عملهم بتعويض إحداثي إحدى النقاط على التمثيل البياني في المعادلة.

س: أوجد إحداثي نقطة تقع على التمثيل البياني الذي رسمته. هل تعويض إحداثي هذه النقطة في معادلة المستقيم يعطي جملة رياضية صحيحة؟ [نموذج إجابة: النقطة (−1 , 2) تقع على المستقيم. نعم، $-\frac{1}{2}(2) = -(-1)$ جملة رياضية صحيحة.]



ملخص المفهوم

المعادلة الخطية التي تمثل علاقة التناسب هي $y = mx$ حيث m يمثل ميل المستقيم.

$m = \frac{\text{الارتفاع الرأسي}}{\text{الامتداد الأفقي}} = \frac{4}{1}$

$y = mx$
أو $y = 4x$

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما العلاقة بين ميل المستقيم ومعادلة علاقة التناسب؟
نموذج إجابة: في علاقة التناسب، ميل المستقيم يساوي ثابت التناسب. معادلة المستقيم $y = mx$ هي نفس معادلة علاقة التناسب $y = kx$

2. **ابحث عن العلاقات** ما المشترك بين التمثيلات البيانية للمستقيمات بالصيغة $y = mx$؟ وما وجه الاختلاف بينها؟
نموذج إجابة: جميعها تمر في نقطة الأصل. قد تختلف درجة انحدار ميل كل من هذه المستقيمات واتجاهه.

3. **استعمل البنية** يبيّن الجدول أدناه العلاقة بين المسافة التي يقطعها قطار والزمن الذي يستغرقه ذلك. كيف يمكنك تحديد المعادلة التي تمثل هذه العلاقة؟

الزمن (s)	المسافة (m)
2	25
4	50
6	75
8	100

نموذج إجابة: يمكنني إيجاد نسبة الأمتار إلى الثواني بين زوجين من القيم. هذه النسبة هي ثابت التناسب k، وهي تساوي الميل m. في هذه الحالة، $m = 12.5$، إذن المعادلة التي تمثل هذه العلاقة هي $y = 12.5x$.

طبّق فهمك

4. يوضّح التمثيل البياني العلاقة بين الارتفاع والزمن.

a. أوجد ثابت تناسب المستقيم. ثم أوجد ميل المستقيم.
30 ؛ 30

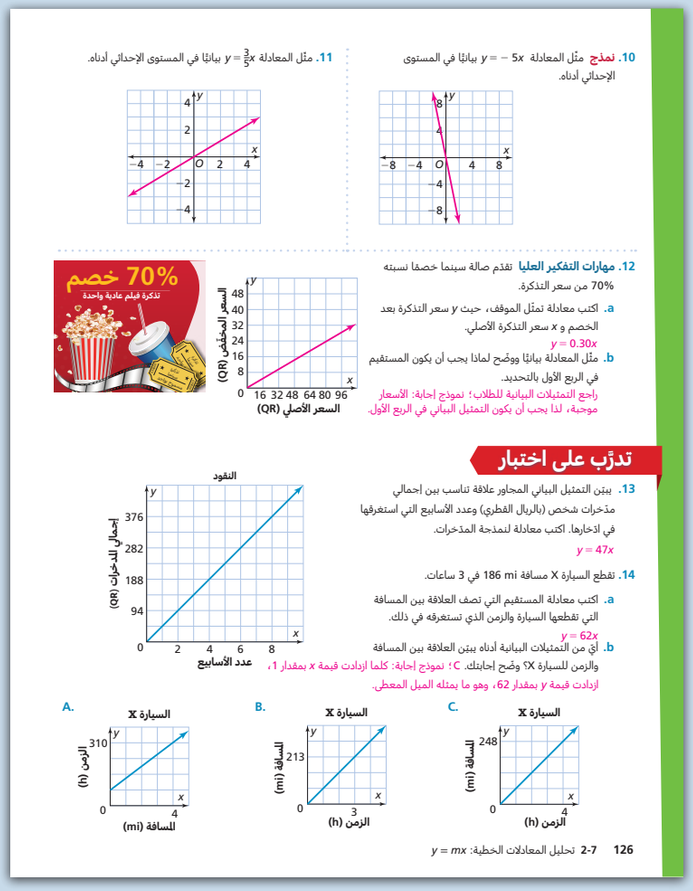
b. اكتب معادلة المستقيم.
$y = 30x$

5. مثّل المعادلة $y = -\frac{1}{2}x$ بيانيًا.

124 2-7 تحليل المعادلات الخطية: $y = mx$

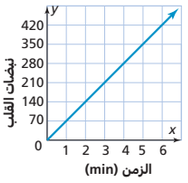
www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

6. يوضّح التمثيل البياني المحاور العلاقة بين عدد نبضات قلب شخص معيّن بمرور الزمن وهو في وضع الراحة.



a. استعمل إحداثيات نقطتين في كتابة معادلة لوصف العلاقة.

$$m = \frac{280 - \boxed{140}}{\boxed{4} - 2} = \frac{\boxed{140}}{\boxed{2}}$$

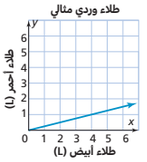
$y = \boxed{70}\ x$

b. وضّح ما يعنيه الميل في موقف المسألة.

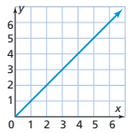
معدل نبضات القلب في وضع الراحة هو 70 نبضة لكل دقيقة.

7. نمذج يبيّن التمثيل البياني أداه العلاقة بين عدد لترات الطلاء الأبيض وعدد لترات الطلاء الأحمر اللذين استعملتهما إيمان لصنع طلاء وردي مثالي. اكتب معادلة تصف هذه العلاقة.

$y = \frac{1}{4}x$

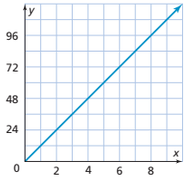


8. انقد وبرّر رسم عليّ التمثيل البياني أداه ليوضح المعادلة $y = -x$. هل التمثيل البياني صحيح؟ وضّح إجابتك.



لا؛ نموذج إجابة: لم يضع عليّ في اعتباره الإشارة السالبة لمعامل x. يجب أن يبدأ التمثيل البياني من النقطة (0 , 0) ويمر في النقطة (1− , 1).

9. يبيّن التمثيل البياني المجاور علاقة تناسب بين المتغيرين x و y



a. اكتب معادلة لنمذجة هذه العلاقة.

$y = 12x$

b. برز منطقيًا وضّح كيف يمكنك أن تعرف إن كانت المعادلة أو التمثيل البياني يمثّلان علاقة تناسب.

نموذج إجابة: ستكون المعادلة بالصيغة $y = mx$ وسيكون التمثيل البياني مستقيمًا يمر في النقطة (0 , 0).

10. نمذج مثّل المعادلة $y = -5x$ بيانيًا في المستوى الإحداثي أدناه.

11. مثّل المعادلة $y = \frac{3}{5}x$ بيانيًا في المستوى الإحداثي أدناه.

12. مهارات التفكير العليا تقدّم صالة سينما خصمًا نسبته 70% من سعر التذكرة.

a. اكتب معادلة تمثّل الموقف، حيث y سعر التذكرة بعد الخصم و x سعر التذكرة الأصلي.

$y = 0.30x$

b. مثّل المعادلة بيانيًا ووضّح لماذا يجب أن يكون المستقيم في الربع الأول بالتحديد.

راجع التمثيلات البيانية للطلاب؛ نموذج إجابة: الأسعار موجبة، لذا يجب أن يكون التمثيل البياني في الربع الأول.

تدرَّب على اختبار

13. يبيّن التمثيل البياني المجاور علاقة تناسب بين إجمالي مدّخرات شخص (بالريال القطري) وعدد الأسابيع التي استغرقها في ادخارها. اكتب معادلة لنمذجة المدّخرات.

$y = 47x$

14. تقطع السيارة X مسافة 186 mi في 3 ساعات.

a. اكتب معادلة المستقيم التي تصف العلاقة بين المسافة التي تقطعها السيارة والزمن الذي تستغرقه في ذلك.

$y = 62x$

b. أيّ من التمثيلات البيانية أدناه يبيّن العلاقة بين المسافة والزمن للسيارة X؟ وضّح إجابتك. C؛ نموذج إجابة: كلما ازدادت قيمة x بمقدار 1، ازدادت قيمة y بمقدار 62، وهو ما يمثله الميل المعطى.

A.

B.

C.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 8 انقد وبرّر قد يواجه بعض الطلاب صعوبة في استعمال المصطلحات الصحيحة عند وصف الخطأ الذي وقع فيه علي. اسأل الطلاب:

س: ما معامل x في المعادلة؟ [نموذج إجابة: معامل x هو 1−]

س: كيف يجب أن يبدو التمثيل البياني للمعادلة $y = -x$؟ [نموذج إجابة: يمرّ في نقطة الأصل وفي النقطتين (1− , 1) و (2− , 2) وينحدر نزولًا من اليسار إلى اليمين.]

تحدّ

التمرين 12 مهارات التفكير العليا استعمل هذا التمرين لتوسيع فهم الطلاب للميل.

س: افترض أن إدارة صالة السينما تريد تشجيع الزبائن على شراء التذاكر في مجموعات، بحيث تدفع كل مجموعة السعر بعد الخصم الأصلي مقابل التذكرة الأولى، و 5% من سعر التذكرة الأصلي مقابل كل تذكرة إضافية. اكتب معادلة تمثّل تكلفة التذاكر الإجمالية لمجموعة مكوّنة من شخصين، ومن ثلاثة أشخاص، ومن أربعة أشخاص. ما ميل التمثيل البياني لكل من هذه المعادلات الثلاث؟

[$y = 0.35x$, $y = 0.4x$, $y = 0.45x$; 0.35, 0.4, 0.45]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	13	1
2	7	1
	6	2
	9	3
3	10, 11	1
	12, 14	2
	8	3

www.jnob-jo.com

الدرس
2-8
المقطع y لمستقيم

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تفسير الجدول أو التمثيل البياني لعلاقة خطيّة وتوسيعه ليشمل إيجاد المقطع y للمستقيم الذي تمثّله هذه العلاقة.

✔ تحليل التمثيلات البيانية في سياق المسائل لتحديد المقطع y وتفسير معناه.

الفهم الأساس

المقطع y لمستقيم هو الإحداثي y لنقطة تقاطع التمثيل البياني للمستقيم مع المحور y، يتوقف معنى المقطع y على سياق التمثيل البياني.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- تعلّم أن المعادلات الخطية التي يمر تمثيلها البياني في نقطة الأصل تمثل علاقة تناسب بين المتغيرات.
- درس معدل التغير أو ميل المعادلات الخطية.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- توسيع نطاق فهمهم للتمثيلات البيانية لتحديد المقطع y لتمثيل بياني.
- إظهار فهمهم لموقف مسألة من خلال شرح معنى المقطع y في سياق المسألة.

لاحقًا في هذه الوحدة، سيتمكن الطلاب من:

- تفسير التمثيل البياني لمستقيم لكتابة معادلة للمستقيم في صيغة الميل والمقطع.
- رسم التمثيل البياني لدالة معادلتها معطاة في صيغة الميل والمقطع.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**المهارة الإجرائية** و**الطلاقة.**

- يطبّق الطلاب ما تعلموه سابقًا لإنشاء جداول وتمثيلات بيانية بدقة لحل مسائل متنوعة.
- يظهر الطلاب فهمهم للمقطع y من خلال تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا وتفسيرها.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.3.4** يكتب ويرسم ويفسر معادلة الخط المستقيم على الصورة $y = mx$ و $y = mx + b$

معايير ممارسات الرياضيات

كن دقيقًا

يفهم الطلاب في هذا الدرس العلاقة بين المتغيرات في موقف مسألة، ويتحققون من دقة عملهم من خلال الربط بين التمثيلات البيانية والمعادلات للدوال الخطية في علاقتها بعضها ببعض وسياق المسألة.

www.jnob-jo.com

حُل وناقش!

استعمل البنية أثناء عمل الطلاب على فقرة **حُل وناقش**، استمع إليهم وابحث عن الطلاب الذين يلاحظون نمطًا ويستعملونه ويعبّرون عن فهمهم لسياق المسألة من خلال الربط بين هذا النمط والنموذج الذي يستعملونه لتمثيل المسألة.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: إذا كان عمر حصان 5 سنوات، كم سنة يعادل ذلك من عمر الإنسان؟ وضّح إجابتك.
[سنتان؛ نموذج إجابة: لأن كل 5 سنوات من عمر الحصان تعادل سنتين من عمر الإنسان.]

2. بناء الفهم

س: إذا رسمت تمثيلًا بيانيًا باستعمال عمر فارس على المحور x، كم سيكون الفرق بين عدد والذي يليه؟ وضّح إجابتك. [2؛ نموذج إجابة: لأن كل 5 سنوات من عمر الحصان تعادل سنتين من عمر الإنسان.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما النمط الذي يمكنك استعماله لإنشاء جدول قيم لعمر فارس وعمر الحصان؟
[نموذج إجابة: يتناقص عمر فارس بمقدار 2، ويتناقص عمر الحصان بمقدار 5]

س: على التمثيل البياني، ماذا تمثّل النقطة التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور y؟
[نموذج إجابة: تمثّل الحل. تمثل عندما ولد فارس، أو عمر 0 سنوات، والعمر المعادل للحصان.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي كلثم وليلى إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: لماذا كان من المفيد لكلثم أن تجعل عمر فارس يتناقص بمقدار سنتين كل مرة بدلًا من سنة واحدة؟ [نموذج إجابة: إذا استعملت سنة واحدة، فسيتناقص عمر الحصان بمقدار $2\frac{1}{2}$ سنة، الأمر الذي يجعل العملية الحسابية أصعب.]

س: ما العلاقة بين طريقة ليلى في الانتقال من نقطة ما إلى النقطة التالية على التمثيل البياني وميل المستقيم؟ [نموذج إجابة: تنتقل ليلى وحدتين إلى اليسار و 5 وحدات إلى الأسفل، وهذا يعني أن التغير الرأسي من نقطة إلى النقطة التالية يساوي -5 والتغيّر الأفقي يساوي -2، أي أن ميل المستقيم يساوي $\frac{-5}{-2}$ أو $\frac{5}{2}$]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: ما الفرق بين هذا التمثيل البياني والتمثيلات البيانية التي تُظهر علاقات تناسب؟
[نموذج إجابة: لا يمر هذا المستقيم في نقطة الأصل.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: كم سيكون عمر فارس إذا عاش الحصان حتى عمر 100 سنة؟ وضّح إجابتك.
[28 سنة، نموذج إجابة: لكي يعيش هذا الحصان 100سنة يجب أن يعيش 50 سنة أخرى. 50 سنة من حياة الحصان تعادل 20 سنة من حياة الإنسان. بعد 20 سنة، سيكون عمر فارس 28 سنة.]

حلّل عمل الطلاب

عمل كلثم

30 سنة من عمر الحصان. استعملت الجدول وتحركت إلى الخلف خطوتين تمثلان سنتين من عمر الإنسان و 5 سنوات من عمر الحصان، حتى وصلت إلى الصفر، وهو عمر فارس عند ولادته.

استعملت **كلثم** جدولًا يمثّل كل صف فيه زيادة في عمر فارس بمقدار سنتين.



استعملت **ليلى** المعلومات الواردة في المسألة لتنتقل من نقطة ما إلى التي تليها على التمثيل البياني.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أن الطلاب يعرفون أن ميل جميع المستقيمات ثابت، لكن بعضها لا يمر في نقطة الأصل. المقطع *y* لنقطة تقاطع مستقيم مع المحور *y* يسمى المقطع *y* للمستقيم.

مثال 1 تحديد المقطع y لعلاقة

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: ما التسميتان على المحورين؟ ولماذا هما ضروريتان؟ [عدد الجولات والتكلفة الإجمالية (QR)؛ نموذج إجابة: التسميتان ضروريتان لأن عدد الجولات يمكن تمثيله على أي من المحورين.]

س: ما ميل المستقيم؟ ماذا يمثل؟ [الميل يساوي 6 ويمثل تكلفة كل جولة.]

س: هل يبيّن التمثيل البياني علاقة تناسب؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: التمثيل البياني لا يمر في نقطة الأصل.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ماذا تمثل النقطة (66 , 10) على التمثيل البياني؟ [هذه النقطة تعني أن تكلفة 10 جولات بالإضافة إلى أجرة حذاء البولينج هي 66 QR]

س: كيف يمكنك استعمال المقياس على المحور *y* لإيجاد قيمة المقطع *y*؟ [نموذج إجابة: المقياس على المحور *y* هو 6، بما أن المقطع *y* يقع في المنتصف بين العلامتين الأولى والثانية، فإنه يقع بين العددين 6 و 12، أي أنه يساوي 9]

أقنعني!

س: ما وجه الشبه بين التمثيلين البيانيين للمستقيمين في هذه الصفحة والتمثيل البياني الذي رسمته ليلى لتمثيل عُمر فارس والحصان؟ [نموذج إجابة: تتقاطع التمثيلات البيانية كلها عند نقطة غير نقطة الأصل، وجميعها تمثّل مستقيمات، وبالتالي ميلها ثابت.]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 2 حدد المقطع *y* لعلاقة تناسب.

- تأكد من أن الطلاب يعرفون ما هو المستوى الإحداثي وجميع المصطلحات المرتبطة به: "الأرباع"، و"الزوج المرتب"، و"نقطة الأصل"، و"علاقة التناسب"، و"المحور *x*"، و"المحور *y*"، و"المقطع *y*".

س: ما العلاقة بين المستوى الإحداثي وخط الأعداد؟ [للمستوى الإحداثي خطا أعداد متعامدان ويتقاطعان ليكوّنا مستقيمين متعامدين، ما يشكّل أربعة أرباع.]

س: ما المقطع *y* لمستقيم يمر في النقطة (0 , 5)؟ [5]

س: ما المقطع *y* لمستقيم يمر في النقطة (0 , 0)؟ [0]

إثراء

للاستعمال مع المثال 1 حث الطلاب على وضع فرضيات عن معادلة مستقيم لا يمثل علاقة تناسب.

س: ما المعادلة التي تمثّل التكلفة الإجمالية لجولة بولينج مع أجرة الحذاء؟ [$y = 6x + 6$]

س: ما المعادلة التي تمثّل التكلفة الإجمالية لجولة بولينج من دون أجرة الحذاء؟ [$y = 6x$]

س: ما أوجه الشبه والاختلاف بين التمثيلين البيانيين لهذين الموقفين؟ [نموذج إجابة: لكليهما نفس الميل، لكن التمثيل البياني لجولة بولينج من دون أجرة الحذاء سيمر في نقطة الأصل.]

www.jnob-jo.com

مثال 2 المقطع y لعلاقة تناسب

طرح أسئلة هادفة

س: كيف تعرف أن العلاقة علاقة تناسب؟ [نموذج إجابة: لها معدل ثابت ويمر تمثيلها البياني في نقطة الأصل.]

س: لماذا إعطاء قيمة غير 0 للمقطع *y* ليس له معنى؟ [نموذج إجابة: عندما يكون الزمن 0، لا تكون الآلة قد صنعت أي قطعة.]

مثال 3 تحديد المقطع y

طرح أسئلة هادفة

س: في أي موقف من واقع الحياة يكون المقطع *y* لمستقيم سالبًا؟ [نموذج إجابة: العمق الذي يكون فيه غطّاس بالنسبة إلى مستوى سطح البحر.]

س: إذا كان المقطع *y* لمستقيم سالبًا، فهل يجب أن يكون ميله سالبًا أيضًا؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: لا يؤثر ميل المستقيم في إشارة المقطع *y*.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: كيف يمكنك استعمال التمثيل البياني لمعرفة ما إذا كان المقطع *y* موجبًا أم سالبًا؟ [نموذج إجابة: إذا كان المقطع *y* فوق نقطة الأصل تكون قيمته موجبة، وإذا كان تحت نقطة الأصل تكون قيمته سالبة.]



مثال 2 المقطع *y* لعلاقة تناسب

يصنع خط تجميع آلي عددًا من قطع الغيار في الدقيقة. استعمل تمثيلًا بيانيًا لتحديد عدد القطع التي يصنعها خط التجميع عند بدء تشغيله.

خطوة 1 توقّع عدد القطع.

لا تكون الآلة قد صنعت أي قطعة عند بدء تشغيلها، وبالتالي الإجابة يجب أن تكون 0

خطوة 2 حدّد عدد القطع المصنّعة في فترات زمنية مختلفة.

عدد القطع المصنّعة	12	36	60	96
الزمن (min)	1	3	5	8

خطوة 3 عيّن النقاط، ثم ارسم المستقيم المارّ بها.

المقطع *y* هو 0، وهذا يتوافق مع التوقّع.

لم يتمّ تصنيع أي قطعة عند بدء تشغيل خط التجميع الآلي.

مثال 3 تحديد المقطع *y*

ما هو المقطع *y* لكل من العلاقات الخطية المبينة أدناه؟

يتقاطع المستقيم مع المحور *y* عند النقطة (0 , 0). إذن المقطع *y* هو 0

يتقاطع المستقيم مع المحور *y* عند النقطة (−1 , 0). إذن المقطع *y* هو −1

يتقاطع المستقيم مع المحور *y* عند النقطة (2 , 0). إذن المقطع *y* هو 2

حاول أن تحلّ!

ما هو المقطع *y* لكل تمثيل بياني؟ وضّح إجابتك.

يتقاطع المستقيم مع المحور *y* عند النقطة (0 , 2). إذن المقطع *y* هو 2

يتقاطع المستقيم مع المحور *y* عند النقطة (0 , −0.5). إذن المقطع *y* هو −0.5

تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 استعمل مع المثال 1

يحتاج الطلاب إلى ترسيخ المصطلحات في أذهانهم من خلال سماعها وتعلمها واستعمالها في الحديث. اطلب من الطلاب ذوي المستويات اللغوية المختلفة العمل معًا ضمن مجموعات صغيرة لتعزيز فهمهم للمصطلحات.

س: انظر إلى التمثيل البياني في فقرة حاول أن تحلّ. حدد الجزء المرتبط بكل مصطلح من المصطلحات التالية في التمثيل البياني: "المحور *x*"، "المحور *y*"، "المستوى الإحداثي"، "المقطع *y*".

مستوى 2 استعمل مع المثال 2

اطلب من الطلاب مراجعة المثال 2، ثم اطلب منهم إعادة كتابة المسألة وتمثيلها برسم تخطيطي.

بعد انتهاء الطلاب من تمثيل المسألة، اطلب منهم مشاركة عملهم مع زملائهم، ومناقشة كيف ساعدهم التمثيل في فهم المسألة.

مستوى 3 استعمل مع المثال 3

اطلب من الطلاب دراسة التمثيلات البيانية في المثال 3 وذكر الخطوات التي يمكنهم استعمالها لإيجاد المقطع *y*، ثم اطلب منهم العمل في مجموعات ثنائية لمقارنة هذه الخطوات.

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: ما وجه المقارنة بين مستقيم له مقطع *y* موجب أو سالب بالنسبة لنقطة الأصل؟
[نموذج إجابة: المستقيم الذي له مقطع *y* موجب يمر فوق نقطة الأصل، والمستقيم الذي له مقطع *y* سالب يمر تحت نقطة الأصل.]

س: هل هناك علاقة بين إشارة ميل مستقيم وإشارة المقطع *y*؟ وضّح إجابتك.
[لا؛ نموذج إجابة: يمكن أن يكون ميل المستقيم موجبًا ومقطعه *y* موجبًا أو سالبًا. كما يمكن أن يكون ميل المستقيم سالبًا ومقطعه *y* موجبًا أو سالبًا.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس يجب أن يفهم الطلاب أن المقطع *y* لمستقيم هو الإحداثي *y* لنقطة تقاطع التمثيل البياني للمستقيم مع المحور *y* وأن يفهموا معنى المقطع *y* في السياق.

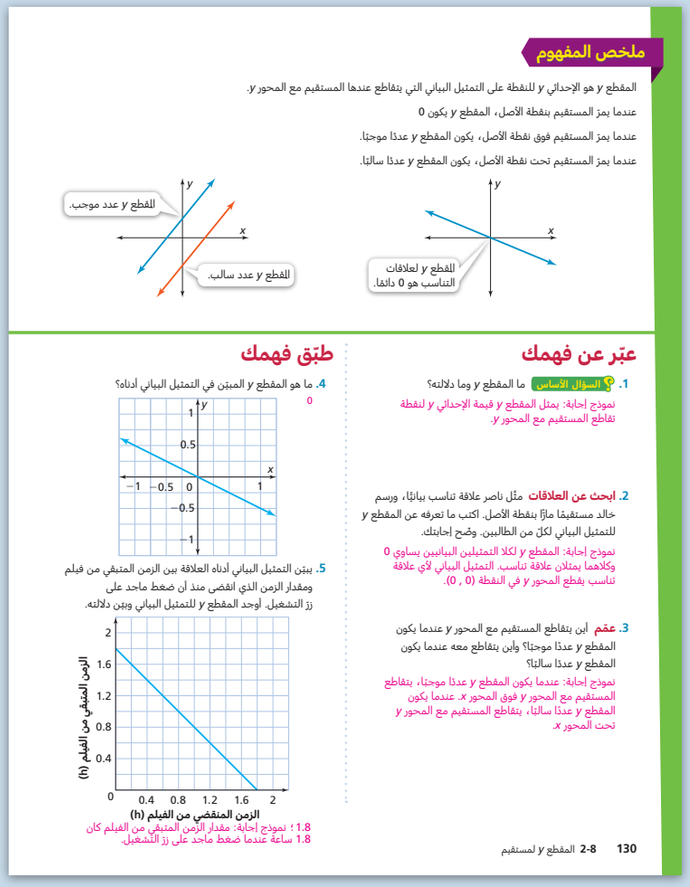
التمرين 1

س: كيف يمكنك إيجاد المقطع *y* إن لم يكن لديك تمثيل بياني وكان لديك جدول فقط؟
[نموذج إجابة: استعمل النمط في الجدول لإيجاد قيمة *y* عندما *x* يساوي 0]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 2 يجب على الطلاب نقد تبريراتهم المنطقية وفهم أن تناسب علاقتين لا يعني بالضرورة أن المستقيمين اللذين يمثلانهما متطابقان.

س: هل تمثيل ناصر البياني مطابق لتمثيل خالد البياني؟ [نموذج إجابة: ليس بالضرورة. تحتاج إلى معلومات إضافية. جميع المستقيمات التي تمثّل علاقة تناسب تمر في نقطة الأصل، لكن هذا لا يعني أن جميع التمثيلات البيانية متطابقة.]



ملخص المفهوم

المقطع *y* هو الإحداثي *y* للنقطة على التمثيل البياني التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور *y*.

عندما يمرّ المستقيم بنقطة الأصل، المقطع *y* يكون 0

عندما يمرّ المستقيم فوق نقطة الأصل، يكون المقطع *y* عددًا موجبًا.

عندما يمرّ المستقيم تحت نقطة الأصل، يكون المقطع *y* عددًا سالبًا.

المقطع *y* عدد موجب.

المقطع *y* عدد سالب.

المقطع *y* لعلاقات التناسب هو 0 دائمًا.

عبّر عن فهمك

1. السؤال الأساس ما المقطع *y* وما دلالته؟
نموذج إجابة: يمثل المقطع *y* قيمة الإحداثي *y* لنقطة تقاطع المستقيم مع المحور *y*.

2. **ابحث عن العلاقات** مثّل ناصر علاقة تناسب بيانيًا، ورسم خالد مستقيمًا مارًّا بنقطة الأصل. اكتب ما تعرفه عن المقطع *y* للتمثيل البياني لكلّ من الطالبين. وضّح إجابتك.
نموذج إجابة: المقطع *y* لكلا التمثيلين البيانيين يساوي 0 وكلاهما يمثلان علاقة تناسب. التمثيل البياني لأي علاقة تناسب يقطع المحور *y* في النقطة (0 , 0).

3. **عمّم** أين يتقاطع المستقيم مع المحور *y* عندما يكون المقطع *y* عددًا موجبًا؟ وأين يتقاطع معه عندما يكون المقطع *y* عددًا سالبًا؟
نموذج إجابة: عندما يكون المقطع *y* عددًا موجبًا، يتقاطع المستقيم مع المحور *y* فوق المحور *x*. عندما يكون المقطع *y* عددًا سالبًا، يتقاطع المستقيم مع المحور *y* تحت المحور *x*.

طبّق فهمك

4. ما هو المقطع *y* المبيّن في التمثيل البياني أدناه؟
0

5. يبيّن التمثيل البياني أدناه العلاقة بين الزمن المتبقي من فيلم ومقدار الزمن الذي انقضى منذ أن ضغط ماجد على زرّ التشغيل. أوجد المقطع *y* للتمثيل البياني وبيّن دلالته.
1.8؛ نموذج إجابة: مقدار الزمن المتبقي من الفيلم كان 1.8 ساعة عندما ضغط ماجد على زرّ التشغيل.

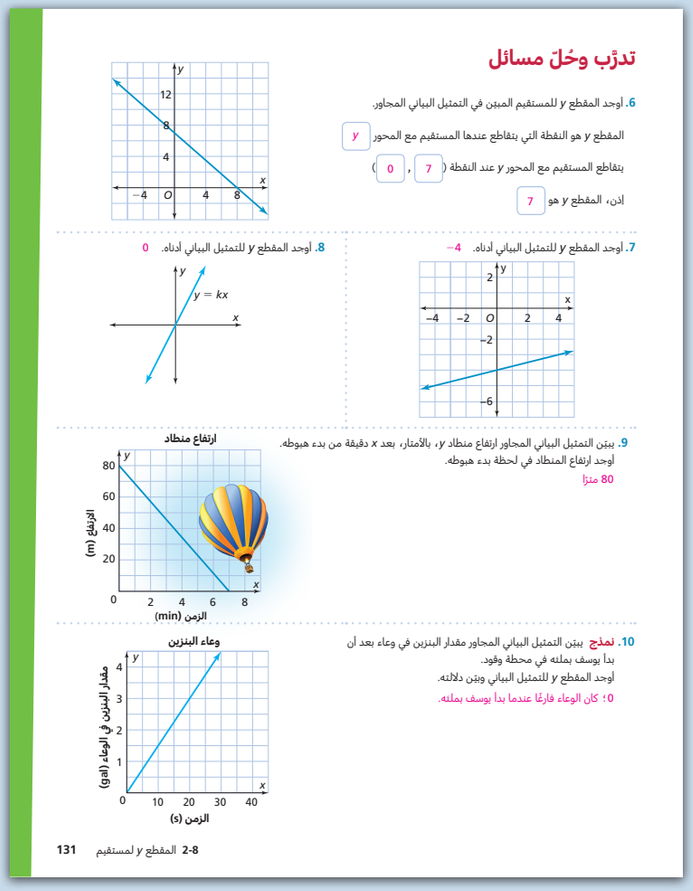
الزمن المتبقي من الفيلم (h)

الزمن المنقضي من الفيلم (h)

130 2-8 المقطع *y* لمستقيم

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

6. أوجد المقطع y للمستقيم المبين في التمثيل البياني المجاور.

المقطع y هو النقطة التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور [y]

يتقاطع المستقيم مع المحور y عند النقطة ([7] , [0])

إذن، المقطع y هو [7]

7. أوجد المقطع y للتمثيل البياني أدناه. -4

8. أوجد المقطع y للتمثيل البياني أدناه. 0

9. يبيّن التمثيل البياني المجاور ارتفاع منطاد y، بالأمتار، بعد x دقيقة من بدء هبوطه.
أوجد ارتفاع المنطاد في لحظة بدء هبوطه.
80 متراً

ارتفاع منطاد

الارتفاع (m)

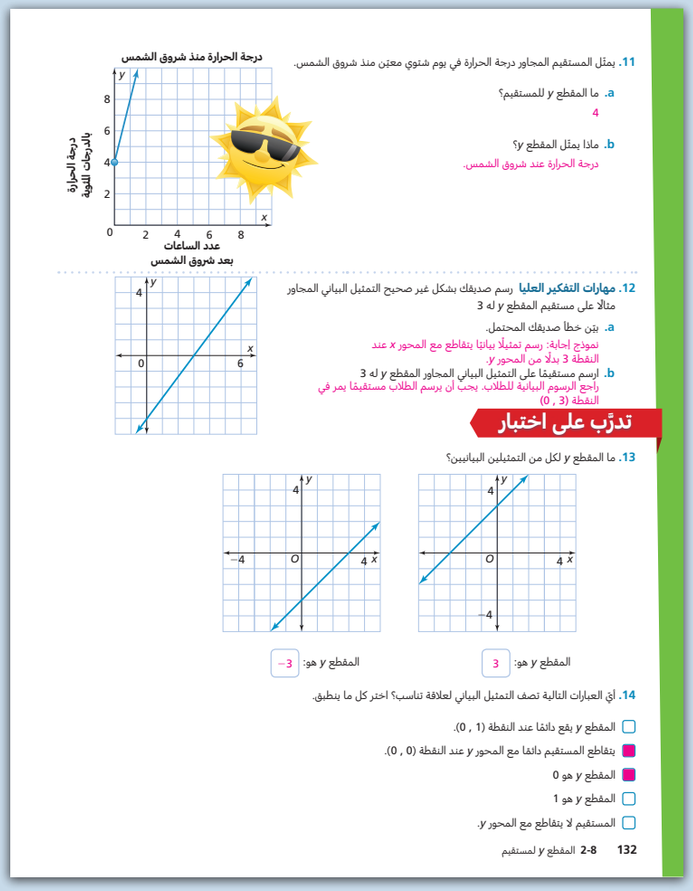
الزمن (min)

10. **نمذج** يبيّن التمثيل البياني المجاور مقدار البنزين في وعاء بعد أن بدأ يوسف بملئه في محطة وقود.
أوجد المقطع y للتمثيل البياني وبيّن دلالته.
0؛ كان الوعاء فارغًا عندما بدأ يوسف بملئه.

وعاء البنزين

مقدار البنزين في الوعاء (gal)

الزمن (s)



11. يمثّل المستقيم المجاور درجة الحرارة في يوم شتوي معيّن منذ شروق الشمس.

a. ما المقطع y للمستقيم؟
4

b. ماذا يمثّل المقطع y؟
درجة الحرارة عند شروق الشمس.

درجة الحرارة منذ شروق الشمس

درجة الحرارة بالدرجات المئوية

عدد الساعات بعد شروق الشمس

12. **مهارات التفكير العليا** رسم صديقك بشكل غير صحيح التمثيل البياني المجاور مثالًا على مستقيم المقطع y له 3

a. بيّن خطأ صديقك المحتمل.
نموذج إجابة: رسم تمثيلًا بيانيًا يتقاطع مع المحور x عند النقطة 3 بدلًا من المحور y.

b. ارسم مستقيمًا على التمثيل البياني المجاور المقطع y له 3
راجع الرسوم البيانية للطلاب. يجب أن يرسم الطلاب مستقيمًا يمر في النقطة (3 , 0)

تدرَّب على اختبار

13. ما المقطع y لكل من التمثيلين البيانيين؟

المقطع y هو: [3]

المقطع y هو: [-3]

14. أيّ العبارات التالية تصف التمثيل البياني لعلاقة تناسب؟ اختر كل ما ينطبق.

- ☐ المقطع y يقع دائمًا عند النقطة (1 , 0).
- ☑ يتقاطع المستقيم دائمًا مع المحور y عند النقطة (0 , 0).
- ☑ المقطع y هو 0
- ☐ المقطع y هو 1
- ☐ المستقيم لا يتقاطع مع المحور y.

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 11 قد يواجه الطلاب صعوبة في تحديد ما إذا كان المقطع y نقطة أم عددًا.

س: ما وجه الاختلاف بين إحداثيي النقطة التي تمثّل المقطع y وقيمة المقطع y؟
[نموذج إجابة: يشير الإحداثيان إلى قيمة كل من x و y لنقطة تقاطع التمثيل البياني مع المحور y، فيما المقطع y لا يمثّل سوى قيمة y عند تلك النقطة.]

تعزيز المهارات اللغوية

التمرين 11 قد تربك صياغة التمرين 11 الطلاب الذين يواجهون صعوبات لغوية.

س: ما المعلومات التي يبيّنها التمثيل البياني؟ [نموذج إجابة: تغيّر درجة الحرارة في يوم شتوي معين بدءًا من شروق الشمس]

س: كيف تعرف أن المقطع y يساوي درجة الحرارة عند شروق الشمس؟
[نموذج إجابة: الإحداثي x يمثل الزمن المنقضي بعد شروق الشمس. عندما x يساوي 0 ، لا يكون قد انقضى أي وقت على شروق الشمس.]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	6, 9	1
	11	2
2	10, 14	2
3	7, 8, 13	1
	12	3

www.jnob-jo.com

الدرس
2-9

تحليل المعادلات الخطية: $y = mx + b$

نظرة عامة على الدرس

تركيز

الهدف

سيكون الطلاب قادرين على:

✔ تمثيل مستقيم معادلته بالصيغة $y = mx + b$ بيانيًا.

✔ كتابة معادلة لمستقيم تمثيله البياني معطى.

الفهم الأساس

توفّر صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطيّة بالصيغة $y = mx + b$ معلومات لرسم التمثيل البياني لمستقيم. تشير هذه المعادلة إلى أن النقطة $(0 , b)$ تقع على التمثيل البياني للمستقيم وتبيّن أن ميله يساوي m. يمكن إيجاد الميل والمقطع y من خلال تفسير تمثيل بياني معطى لمستقيم، ويمكن استعمال هذه المعلومات لكتابة معادلة لهذا المستقيم بصيغة الميل والمقطع.

ترابط

سابقًا في هذه الوحدة، تمكّن الطلاب من:

- تطوير طلاقتهم في كيفية إيجاد ميل مستقيم.
- تطوير طلاقتهم في كيفية إيجاد المقطع y لمستقيم.

في هذا الدرس، يتمكن الطلاب من:

- تمثيل مستقيم معادلته بالصيغة $y = mx + b$ بيانيًا.
- كتابة معادلة لمستقيم تمثيله البياني معطى.
- تعلُّم أن معرفة قيمة كل من m و b في معادلة مستقيم بصيغة الميل والمقطع تتيح لهم تصوّر شكل المستقيم قبل تمثيله بيانيًا.

لاحقًا في الصف 8، سيتمكن الطلاب من:

- حلّ معادلات خطية تتضمن معاملات نسبية، بما فيها المعادلات التي تتطلب حلولها توسيع المقادير باستعمال خاصية التوزيع وتجميع الحدود المتشابهة.

دقة

يركّز هذا الدرس على الدمج بين **الاستيعاب المفاهيمي** و**المهارة الإجرائية** و**الطلاقة.**

- يلاحظ الطلاب العلاقة الرياضية بين معادلة المستقيم وتمثيله البياني.
- يرسم الطلاب التمثيل البياني لمستقيم معادلته معطاة، أو يكتبون معادلة لمستقيم تمثيله البياني معطى.

نظرة عامة على المعايير في الرياضيات

معايير المحتوى

في هذا الدرس، يركّز الطلاب على المعيار:

- **8.3.4** يكتب ويرسم ويفسر معادلة الخط المستقيم على الصورة $y = mx$ و $y = mx + b$

معايير ممارسات الرياضيات

برّر منطقيًّا بطريقة تجريدية وكمية

يبيّن الطلاب أنهم لا يعرفون كيفية رسم التمثيل البياني لمستقيم معادلته معطاة بالصيغة $y = mx + b$ وحسب، بل وأن بإمكانهم كتابة معادلة رياضية لمستقيم تمثيله البياني معطى.

ابحث عن العلاقات

يدرك الطلاب العلاقة بين معادلة مستقيم بالصيغة $y = mx + b$ والتمثيل البياني لهذا المستقيم.

www.jnob-jo.com

اشرح!

برّر منطقيًّا بطريقة تجريدية أثناء عمل الطلاب على فقرة **اشرح**، استمع إليهم وابحث عن الطرائق المتنوعة التي يستعملونها لرسم التمثيل البياني للمستقيم الذي يمثّل ارتفاع الترام الهوائي.

قبل البدء بالحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

1. إدراج مهام تعزز التبرير المنطقي ومهارات حل المسائل

س: ماذا يمكنك أن تعرف عن التمثيل البياني لهذا المستقيم من المعلومات المعطاة قبل أن ترسمه حتى؟ [نموذج إجابة: ميل هذا المستقيم موجب لأن ارتفاع الترام الهوائي يتزايد أثناء الرحلة.]

س: ما ارتفاع الترام الهوائي عند بدء الرحلة؟ [2 080 قدمًا]

2. بناء الفهم

س: ما ارتفاع الترام الهوائي، بالأقدام، عندما يكون على ارتفاع 1 ميل فوق مستوى سطح البحر؟ [5 280 قدمًا]

س: ماذا يجب أن يتغيّر ليصبح ميل هذا المستقيم سالبًا؟ [نموذج إجابة: يكون ميل المستقيم سالبًا عند نزول الترام الهوائي من قمة الجبل إلى سفحه.]

أثناء الحلّ

مجموعات صغيرة

3. دعم عملية التحدي البنّاء في تعلم الرياضيات

س: ما المعلومة المعطاة في المسألة التي تشير إلى ميل المستقيم في تمثيلك البياني؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: تنصّ المسألة على أن الترام الهوائي يسير بسرعة 800 قدم في الدقيقة صعودًا من سفح الجبل إلى قمته. هذا هو الميل لأنه يشير إلى تغير الارتفاع بمرور الزمن.]

بعد إنجاز الحلّ

طلاب الصفّ مجتمعين

4. تيسير التعبير الصحيح في لغة الرياضيات

اطلب من الطلاب أن يتشاركوا حلولهم. اعرض عملي نورة ولطيفة إذا لزم الأمر واسأل الطلاب:

س: أيّ من طريقتَي الحل أكثر دقة في رأيك: طريقة نورة أم طريقة لطيفة؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: لا يمكن حل المسألة بطريقة نورة من دون رسم التمثيل البياني الصحيح. أما طريقة لطيفة فتضمنت حسابًا دقيقًا بدلًا من التقديرات.]

س: : لماذا بدأت لطيفة حل المسألة بطرح 2 080 – 5 280؟ [نموذج إجابة: 5 280 قدمًا تساوي 1 ميل فوق مستوى سطح البحر، و 2 080 قدمًا هو الارتفاع عند بدء الرحلة. بإجراء عملية الطرح هذه أوجدت لطيفة المسافة التي قطعها الترام الهوائي للوصول إلى علامة 1 mi فوق مستوى سطح البحر.]

5. الانتقال إلى التعلم البصري

س: كيف يمكننا أن نعرف أن التمثيل البياني لارتفاع الترام الهوائي لا يمر في نقطة الأصل؟ [نموذج إجابة: ارتفاع الترام الهوائي في الدقيقة 0 ليس 0 وإنما 2 080 قدمًا.]

6. توسع موجه إلى الطلاب سريعي الإنجاز

س: ما الزمن الذي تستغرقه رحلة ذهابًا وإيابًا في الترام الهوائي؟ وضّح إجابتك. [18.8 دقيقة؛ نموذج إجابة: مسافة الرحلة من ارتفاع 2 080 قدمًا إلى ارتفاع 9 600 قدم ذهابًا وإيابًا تساوي 15 040 قدمًا. قسمت هذه المسافة على سرعة الترام فحصلت على 18.8 دقيقة.]

حلّل عمل الطلاب

عمل نورة

بدأ يوسف وسعيد من ارتفاع 2 080 قدمًا فوق مستوى سطح البحر عند الدقيقة 0، لذا جمعت 800 قدم في الدقيقة عدة مرات حتى وصلت إلى 5 280 قدمًا. استغرق وصول يوسف وسعيد إلى ارتفاع 5 280 قدمًا 4 دقائق وليس ست دقائق ونصف.

أنشأت **نورة** تمثيلًا بيانيًا لإيجاد الزمن اللازم للوصول إلى ارتفاع 1 ميل فوق مستوى سطح البحر.



حسبت **لطيفة** المسافة التي يجب أن يقطعها الترام الهوائي للوصول إلى ارتفاع 1 mi فوق مستوى سطح البحر، ثم قسمت تلك المسافة على سرعة الترام الهوائي لإيجاد الزمن اللازم لقطعها.

www.jnob-jo.com

وضع أهداف في الرياضيات لتعلّم مركّز

حث الطلاب على المشاركة في مناقشة حول **السؤال الأساس**. تأكد من أنهم يفهمون أن قيمة m في المعادلة تمثّل ميل المستقيم، وأن قيمة b في المعادلة تمثّل المقطع y للمستقيم.

مثال 1 كتابة معادلة المستقيم

استعمال التمثيلات الرياضية والربط بينها

س: لماذا يمثّل العدد 125 المقطع y؟ [نموذج إجابة: نعرف أن 125 يمثّل المقطع y لأنه يساوي التكلفة عند الساعة 0]

س: لماذا يمثّل العدد 75 ميل المستقيم؟ [نموذج إجابة: 75 QR هو السعر بالساعة الذي يطلبه الفنان. كل ساعة تزداد تكلفة الحفل بمقدار 75 QR.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: تبدو النقطة (5 , 4) كأنها تقع على التمثيل البياني للمستقيم. هل يعطي تعويض إحداثيي هذه النقطة في معادلة المستقيم جملة رياضية صحيحة؟

[نعم؛ نموذج إجابة: $5 = \frac{3}{4}(4) + 2$ جملة رياضية صحيحة.]

أقنعني!

س: ما عدد المستقيمات المختلفة التي يمكن رسمها بمعلومية الميل والمقطع y؟ وضّح إجابتك. [واحد؛ نموذج إجابة: بما أن ميل المستقيم معطى، يمكن رسم مستقيم واحد فقط يمر بالمقطع y المعطى.]



الاستجابة للتدخّل

للاستعمال مع المثال 1 قد يواجه الطلاب صعوبة في فهم الميل إذا كان في صورة كسر اعتيادي.

- اطلب من الطلاب أن يوضحوا شفهيًا كيفية استعمال الميول التالية لرسم التمثيل البياني لمستقيم:

س: كيف يمكنك استعمال ميل يساوي $\frac{2}{5}$ لإيجاد نقطة أخرى في المستوى الإحداثي انطلاقًا من النقطة (3 , 0)؟ [نموذج إجابة: يمكنك التحرّك وحدتين إلى الأعلى و 5 وحدات إلى اليمين لتعيين النقطة (5 , 8).]

س: كيف يمكنك استعمال ميل يساوي $\frac{-4}{3}$ لإيجاد نقطة أخرى في المستوى الإحداثي انطلاقًا من النقطة (−2 , 0)؟ [نموذج إجابة: يمكنك التحرّك 4 وحدات إلى الأسفل و 3 وحدات إلى اليمين لتعيين النقطة (1− , 3).]

س: كيف يمكنك استعمال ميل يساوي 5 لإيجاد نقطة أخرى في المستوى الإحداثي انطلاقًا من النقطة (1 , 0)؟ [نموذج إجابة: يمكنك التحرّك 5 وحدات إلى الأعلى ووحدة واحدة إلى اليمين لتعيين النقطة (6 , 1).]

إثراء

للاستعمال مع المثال 1 اطرح تحدّيًا أمام الطلاب المتقدمين تطلب فيه إظهار استيعابهم لمفهوم الميل، وذلك بتفسير ميول مستقيمات ومعادلات غير مألوفة.

- اطلب من الطلاب الإجابة عن السؤالين التاليين.

س: ما ميل المستقيم الأفقي؟ ارسم تمثيلًا بيانيًا لمستقيم أفقي ووضّح إجابتك. [نموذج إجابة: ميل المستقيم الأفقي يساوي 0، رسمت مستقيمًا أفقيًا يمرّ بالنقطتين (5 , 0) و (5 , 5). ثم حسبت ميله فلاحظت أنه يساوي $\frac{5-5}{5-0} = 0$]

س: ماذا يحدث عندما تحاول حساب ميل مستقيم رأسي؟ ارسم تمثيلًا بيانيًا لمستقيم رأسي ووضّح إجابتك. [نموذج إجابة: رسمت مستقيمًا رأسيًا يمرّ بالنقطتين (0 , 2) و (6 , 2).

عندما حاولت حساب ميل هذا المستقيم حصلت على $\frac{6-0}{2-2}$، وهو غير معرّف. لا يمكنك القسمة على 0]

www.jnob-jo.com

مثال 2
كتابة معادلة خطية تمثيلها البياني معطى

طرح أسئلة هادفة

س: كيف يمكنك إيجاد المقطع y؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: نلاحظ أن التمثيل البياني يتضمّن النقطة $(-6 , 0)$ التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور y، إذن المقطع y يساوي -6]

س: كيف أوجدت ميل هذا المستقيم؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: استعملت النقطتين $(-6 , 0)$ و $(0 , 3)$ وصيغة الميل فحصلت على $\frac{0-(-6)}{3-0}=\frac{6}{3}=2$]

مثال 3
تمثيل معادلة خطية معطاة بيانيًّا

طرح أسئلة هادفة

س: كيف تستعمل المعلومة التي تفيد أن $b = 3$ لتعيين نقطة على التمثيل البياني؟ [نموذج إجابة: المقطع y هو الإحداثي y لنقطة ما على المحور y. بما أن النقطة تقع على المحور y، إذن الإحداثي x يجب أن يكون 0، وبالتالي، يمكنني تعيين النقطة $(3 , 0)$.]

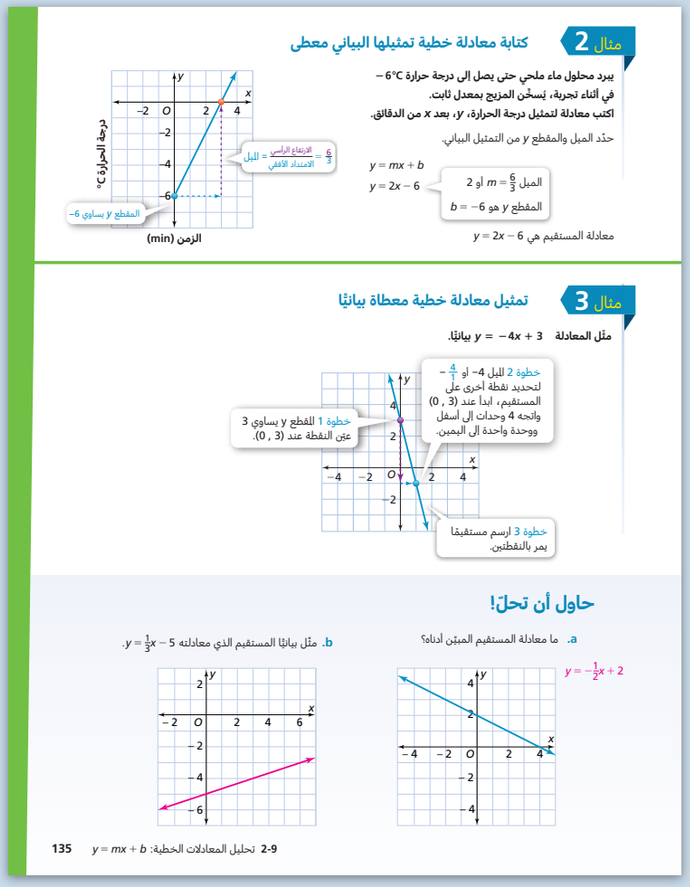
س: كيف يمكنك استعمال الميل لإيجاد نقطة أخرى على التمثيل البياني؟ [نموذج إجابة: الميل يساوي -4، لذا سأتحرك 4 وحدات إلى الأسفل ووحدة واحدة إلى اليمين للوصول إلى النقطة $(-1 , 1)$.]

حاول أن تحلّ!

استنباط الدليل على تفكير الطلاب واستعماله

س: ماذا تعرف عن ميل المستقيم الأول؟ وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: تعرف أن ميل المستقيم سالب لأن المستقيم ينحدر نزولًا من اليسار إلى اليمين.]

س: ماذا تعرف عن ميل المستقيم الثاني؟وضّح إجابتك. [نموذج إجابة: تعرف أن ميل المستقيم يساوي $\frac{1}{3}$ لأن المعادلة معطاة بصيغة الميل والمقطع. في المعادلة المعطاة، $m = \frac{1}{3}$.]



تعزيز المهارات اللغوية

مستوى 1 اطلب من الطلاب قراءة المثال 2

ثم اطلب منهم الإجابة عن السؤالين التاليين لتتأكد من فهمهم للمصطلحات الواردة في المسألة.

س: ما معنى كلمة "يُبرّد" في هذه المسألة؟ [كلمة "يُبرّد" في هذه المسألة تعني خفض درجة حرارة المزيج.]

س: ما معنى كلمة "يُسخّن" في المسألة؟ [كلمة "يُسخّن" تعني رفع درجة حرارة المزيج.]

مستوى 2 اطلب من الطلاب قراءة المثال 1

ساعد الطلاب على تعزيز طلاقتهم في استعمال المصطلحات العلمية من خلال العمل في مجموعات ثنائية للإجابة عن السؤالين التاليين.

س: ما العدد الذي يمثّل قيمة المقطع y؟ [رسم تركيب البالونات الذي قيمته 125 QR هو رسم ابتدائي، وبالتالي يمثّل المقطع y.]

س: ما العدد الذي يمثّل الميل؟ [المبلغ الذي يتقاضاه الفنان مقابل كل ساعة عمل، وقيمته، 75 QR، يمثّل الميل.]

حث الطلاب على إيجاد نقطتين على التمثيل البياني إحداهما تمثّل حفل تخرج مدته ساعة والأخرى تمثّل حفل تخرج مدته ساعتان، وتوضيح عملياتهم الحسابية.

مستوى 3 اطلب من الطلاب مراجعة المثال 1

اطلب من الطلاب قراءة المسألة ثم إعادة كتابتها بأسلوبهم الخاص، وتلخيص الخطوات التي اتبعوها لحل المسألة، والإجابة عن الأسئلة التي يطرحها زملاؤهم.

ثم اطلب منهم العمل في مجموعات صغيرة لمشاركة ما راجعوه ومناقشة أخطائهم وشرح طريقتهم في حل المسألة بشكل تفصيلي.

www.jnob-jo.com

ملخص المفهوم

طرح أسئلة هادفة

س: ما المميز في معادلة مستقيم مقطعه y صفر؟ [نموذج إجابة: يمكنك كتابة معادلة هذا المستقيم بالصيغة $y = mx$ لأنها تمثّل علاقة تناسب.]

س: هل تمثل المعادلة $y = 5x - 3$ علاقة تناسب؟ وضّح إجابتك. [لا؛ نموذج إجابة: المقطع y يساوي 3−، وبالتالي لا يمر المستقيم في نقطة الأصل.]

عبّر عن فهمك/طبّق فهمك

بناء الطلاقة الإجرائية انطلاقًا من الاستيعاب المفاهيمي

السؤال الأساس إذا كانت معادلة مستقيم معطاة بصيغة الميل والمقطع، يجب أن يعرف الطلاب ما إذا كان ينحدر صعودًا أم نزولًا من اليسار إلى اليمين، وأن يعرفوا نقطة تقاطع المستقيم مع المحور y.

التمرين 4

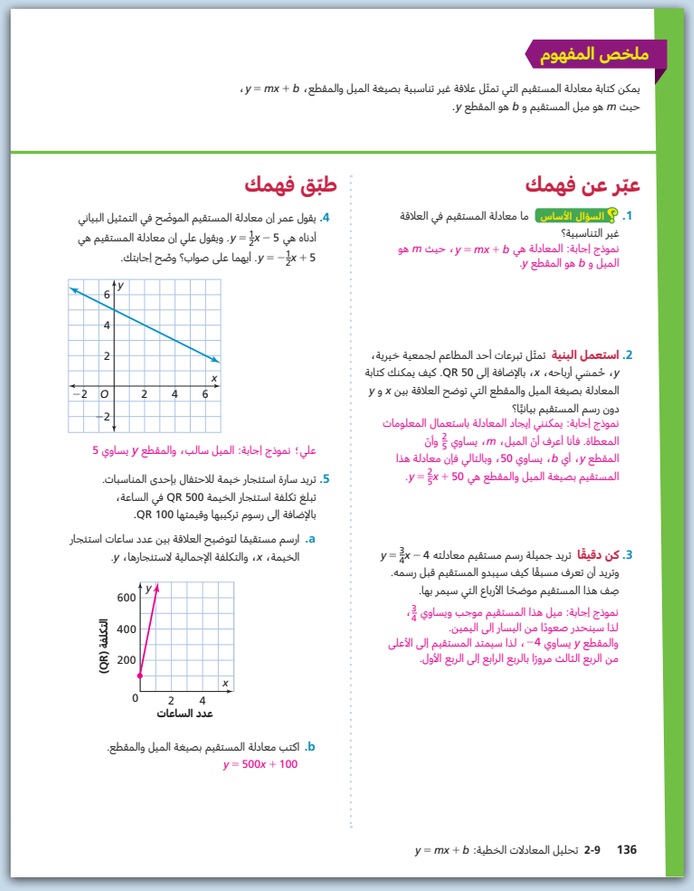
س: كيف سيبدو التمثيل البياني لمعادلة عمر؟ [نموذج إجابة: سينحدر التمثيل البياني صعودًا من اليسار إلى اليمين وسيتقاطع مع المحور y عند النقطة 5−]

تجنُّب المفاهيم المغلوطة

التمرين 5 تأكد من أن الطلاب يفهمون أن المقطع y يمثّل القيمة الابتدائية، أو التكلفة، عند الساعة 0، وأن الميل يساوي نسبة تغيّر التكلفة إلى تغيّر الزمن.

س: ما المبلغ الذي يجب أن تدفعه سارة حتى لو استأجرت خيمة مدة 0 ساعة؟ [QR 100]

س: ما المبلغ الذي يجب أن تدفعه سارة مقابل كل ساعة احتفال إضافية؟ [QR 500 لكل ساعة إضافية]



ملخص المفهوم

يمكن كتابة معادلة المستقيم التي تمثّل علاقة غير تناسبية بصيغة الميل والمقطع، $y = mx + b$، حيث m هو ميل المستقيم و b هو المقطع y.

عبّر عن فهمك

1. **السؤال الأساس** ما معادلة المستقيم في العلاقة غير التناسبية؟
نموذج إجابة: المعادلة هي $y = mx + b$، حيث m هو الميل و b هو المقطع y.

2. **استعمل البنية** تمثّل تبرعات أحد المطاعم لجمعية خيرية، y، خمسي أرباحه، x، بالإضافة إلى QR 50. كيف يمكنك كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع التي توضح العلاقة بين x و y دون رسم المستقيم بيانيًا؟
نموذج إجابة: يمكنني إيجاد المعادلة باستعمال المعلومات المعطاة. فأنا أعرف أن الميل، m، يساوي $\frac{2}{5}$ وأن المقطع y، أي b، يساوي 50، وبالتالي فإن معادلة هذا المستقيم بصيغة الميل والمقطع هي $y = \frac{2}{5}x + 50$.

3. **كن دقيقًا** تريد جميلة رسم مستقيم معادلته $y = \frac{3}{4}x - 4$ وتريد أن تعرف مسبقًا كيف سيبدو المستقيم قبل رسمه. صِف هذا المستقيم موضحًا الأرباع التي سيمر بها.
نموذج إجابة: ميل هذا المستقيم موجب ويساوي $\frac{3}{4}$، لذا سينحدر صعودًا من اليسار إلى اليمين. والمقطع y يساوي 4−، لذا سيمتد المستقيم إلى الأعلى من الربع الثالث مرورًا بالربع الرابع إلى الربع الأول.

طبّق فهمك

4. يقول عمر إن معادلة المستقيم الموضّح في التمثيل البياني أدناه هي $y = \frac{1}{2}x - 5$. ويقول علي إن معادلة المستقيم هي $y = -\frac{1}{2}x + 5$. أيهما على صواب؟ وضّح إجابتك.

علي؛ نموذج إجابة: الميل سالب، والمقطع y يساوي 5

5. تريد سارة استئجار خيمة للاحتفال بإحدى المناسبات. تبلغ تكلفة استئجار الخيمة QR 500 في الساعة، بالإضافة إلى رسوم تركيبها وقيمتها QR 100.

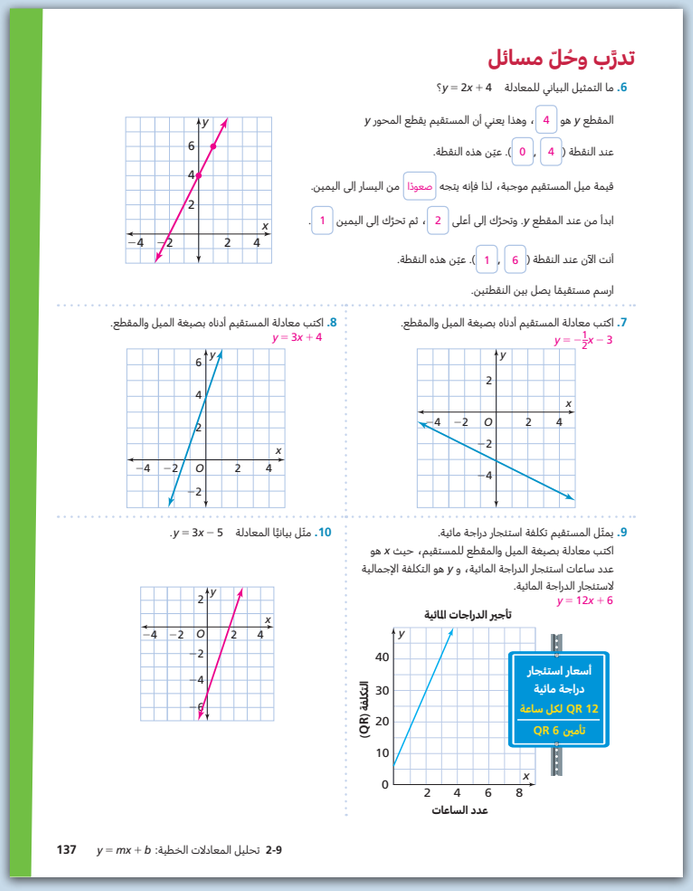
a. ارسم مستعينًا لتوضيح العلاقة بين عدد ساعات استئجار الخيمة، x، والتكلفة الإجمالية لاستئجارها، y.

b. اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع.
$y = 500x + 100$

136 2-9 تحليل المعادلات الخطية: $y = mx + b$

www.jnob-jo.com

تدرَّب وحُلّ مسائل



تدرَّب وحُلّ مسائل

6. ما التمثيل البياني للمعادلة $y = 2x + 4$؟

المقطع y هو 4، وهذا يعني أن المستقيم يقطع المحور y عند النقطة (4 , 0). عيّن هذه النقطة.

قيمة ميل المستقيم موجبة، لذا فإنه يتجه صعودًا من اليسار إلى اليمين.

ابدأ من عند المقطع y. وتحرك إلى أعلى 2، ثم تحرك إلى اليمين 1.

أنت الآن عند النقطة (6 , 1). عيّن هذه النقطة.

ارسم مستقيمًا يصل بين النقطتين.

7. اكتب معادلة المستقيم أدناه بصيغة الميل والمقطع.
$y = -\frac{1}{2}x - 3$

8. اكتب معادلة المستقيم أدناه بصيغة الميل والمقطع.
$y = 3x + 4$

9. يمثل المستقيم تكلفة استئجار دراجة مائية.
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم، حيث x هو عدد ساعات استئجار الدراجة المائية، و y هو التكلفة الإجمالية لاستئجار الدراجة المائية.
$y = 12x + 6$

تأجير الدراجات المائية

التكلفة (QR)

عدد الساعات

أسعار استئجار دراجة مائية
12 QR لكل ساعة
تأمين 6 QR

10. مثل بيانيًا المعادلة $y = 3x - 5$.

11. ادخرت خلود مبلغ 25 QR وتنفق مبلغ 5 QR كل يوم.
يوضح المستقيم المجاور المبلغ الذي ادخرته خلود.
كتبت خلود معادلة خطأ للمستقيم بصيغة الميل والمقطع كالتالي $y = -5x + 5$

مدخرات خلود

المبلغ (QR)

عدد الأيام

a. ما معادلة المستقيم الصحيحة بصيغة الميل والمقطع؟
$y = -5x + 25$

b. **انقد وبرّر** ما الخطأ الذي وقعت فيه خلود؟
نموذج إجابة: ربما خلطت بين المقطع x والمقطع y عند إيجاد المقطع y أو b.

12. **مهارات التفكير العليا** توضح الصورة المجاورة تكلفة شراء تذاكر مباراة كرة قدم عبر الإنترنت.

التذاكر
تذكرة واحدة QR 21.00
الرسم على كل طلب QR 12.25
شراء

a. اكتب معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع، حيث x عدد التذاكر و y إجمالي التكلفة.
$y = 21x + 12.25$

b. وضّح كيف يمكنك كتابة معادلة تمثل هذه الحالة من دون استعمال التمثيل البياني.
نموذج إجابة: صيغة الميل والمقطع للمستقيم هي $y = mx + b$، حيث m هو الميل أو معدل التغير (21 QR للتذكرة) و b هو المقطع y (الرسم الذي يفرضه الموقع على كل طلب). يمكنك تعويض هاتين القيمتين في صيغة الميل والمقطع للمعادلة.

التكلفة (QR)

(1 , 33.25)

(0 , 12.25)

عدد التذاكر

c. هل يُعد هذا التمثيل البياني تمثيلًا جيدًا للموقف؟ وضّح إجابتك.
نموذج إجابة: لا، يجب أن يكون الرسم البياني عبارة عن سلسلة من النقاط غير المتصلة لأن ليس بالإمكان شراء إلا أعداد كلية من التذاكر.

تدرَّب على اختبار

13. ماذا عليك أن تفعل أولًا لتمثيل المعادلة $y = \frac{2}{5}x - 1$ بيانيًا؟

Ⓐ تعيين النقطة (0 , 0).

Ⓑ تعيين النقطة (5 , 2).

Ⓒ تعيين نقطة عند المقطع x.

Ⓓ تعيين نقطة عند المقطع y.

14. اكتب معادلة المستقيم المجاور بصيغة الميل والمقطع.

$y = -2x + 8$

التدخل لمعالجة الخطأ

التمرين 7 قد يواجه الطلاب صعوبة في إيجاد الميل. حث الطلاب على إيجاد نقطة ثانية على المستقيم بحيث يكون إحداثياها عددين صحيحين إذا أمكن.

س: ما إحداثيات نقطتين يمكنك ملاحظتهما على التمثيل البياني؟
[نموذج إجابة: (−3 , 0) و (−5 , 4)]

س: استعمل هاتين النقطتين لحساب الميل. هل إشارة الميل الذي حسبته منطقية بالنسبة إلى التمثيل البياني؟ [نموذج إجابة: $\frac{-5-(-3)}{4-0} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$، تتوقع أن يكون الميل سالبًا لأن التمثيل البياني ينحدر نزولًا من اليسار إلى اليمين، لذا فإن إشارة الميل منطقية.]

تحدّ

التمرين 11 انقد وبرّر يمكنك استعمال هذا السؤال لاختبار مدى فهم الطلاب للميل عند عدم ذكره صراحةً في مسألة لفظية.

س: لماذا ميل المستقيم لا يساوي 25؟ [نموذج إجابة: الميل يساوي معدل تغير المبلغ النقدي في حسابها كل يوم. تنفق خلود 5 QR كل يوم فقط.]

تحليل التمارين

المثال	التمارين	العمق المعرفي
1	11, 12	3
2	7, 8, 9, 14	1
3	6, 10	1
	13	2

www.jnob-jo.com

تحليل المعادلات الخطيّة وحلّها


الوحدة 2 مراجعة الوحدة

السؤال الأساس للوحدة

كيف يمكنك تحليل العلاقات بين المعادلات الخطية واستعمالها لحلّ المسائل؟

نموذج إجابة: يمكن استعمال المعادلات الخطية لتوضيح العلاقة بين متغيرين أو أكثر.
إن كتابة مقدارين خطيين في صورة معادلة يساعد على تحديد ما إذا كانت هناك علاقة بينهما أم لا.
عندما يكون لهذه المعادلة حل واحد، فإن المقدارين الواقعين على طرفي المعادلة كميتان متساويتان.
وعندما يكون للمعادلة عدد لانهائي من الحلول، فإن المقدارين مرتبطين بعلاقة تطابق.
أما عندما لا يكون للمعادلة حل، فلا توجد علاقة بين المقدارين.

مراجعة المصطلحات

أكمل كلّ تعريف ثمّ أعطِ مثالًا على كلّ مصطلح.

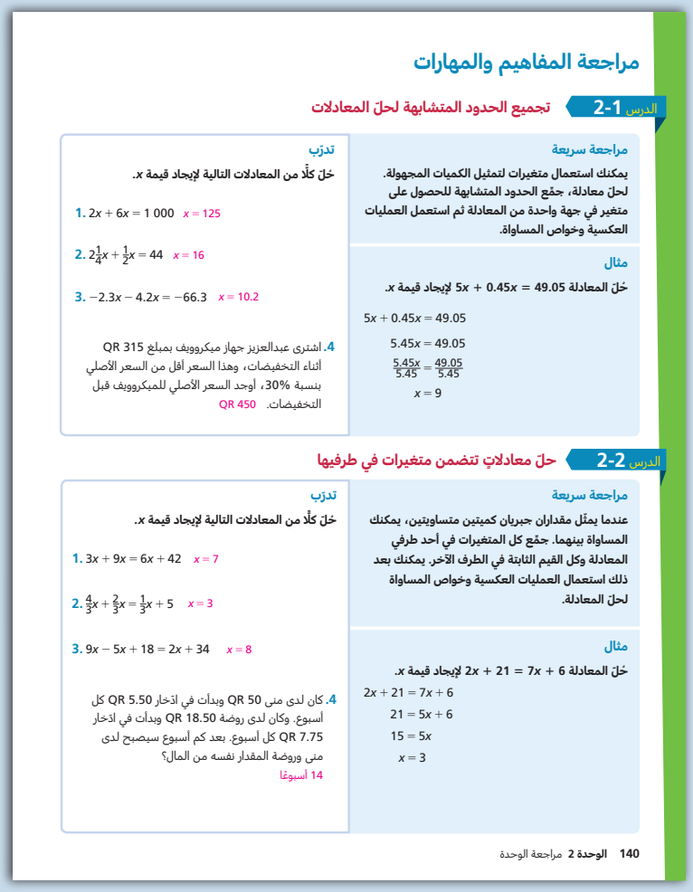
المصطلحات: ميل المستقيم | المقطع y | الميل والمقطع | المقطع x

التعريف	مثال
1. ناتج قسمة التغيّر في المقطع y على التغيّر في المقطع x يسمّى ميل المستقيم.	راجع أعمال الطلاب.
2. النقطة على التمثيل البياني التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور y تسمّى المقطع y للمستقيم.	
3. صيغة الميل والمقطع لمستقيم هي $y = mx + b$. المتغير m في المعادلة يرمز إلى الميل، والمتغير b في المعادلة يرمز إلى المقطع y.	

استعمال المصطلحات في الكتابة

يبلغ رسم استئجار قارب تجديف QR 25 بالإضافة إلى QR 12 مقابل كل ساعة.
اكتب المعادلة التي تمثّل تكلفة استئجار قارب تجديف لمدة x من الساعات بالصيغة $y = mx + b$.
اشرح كيف تكتب المعادلة. استعمل المصطلحات في شرحك.
صيغة الميل والمقطع للمعادلة هي $y = 12x + 25$؛ نموذج إجابة: في معادلة المستقيم، 12 هو المبلغ المضاف مقابل كل ساعة ويمثل الميل. القيمة 25 هي التكلفة الثابتة وتمثل المقطع y.

الوحدة 2 مراجعة الوحدة 139


مراجعة المفاهيم والمهارات

الدرس 2-1 تجميع الحدود المتشابهة لحلّ المعادلات

مراجعة سريعة

يمكنك استعمال متغيرات لتمثيل الكميات المجهولة. لحلّ معادلة، جمّع الحدود المتشابهة للحصول على متغير في جهة واحدة من المعادلة ثم استعمل العمليات العكسية وخواص المساواة.

مثال

حلّ المعادلة $5x + 0.45x = 49.05$ لإيجاد قيمة x.

$5x + 0.45x = 49.05$
$5.45x = 49.05$
$\frac{5.45x}{5.45} = \frac{49.05}{5.45}$
$x = 9$

تدرّب

حلّ كلًّا من المعادلات التالية لإيجاد قيمة x.

1. $2x + 6x = 1\,000$ $x = 125$
2. $2\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}x = 44$ $x = 16$
3. $-2.3x - 4.2x = -66.3$ $x = 10.2$
4. اشترى عبدالعزيز جهاز ميكروويف بمبلغ QR 315 أثناء التخفيضات، وهذا السعر أقل من السعر الأصلي بنسبة 30%، أوجد السعر الأصلي للميكروويف قبل التخفيضات. QR 450

الدرس 2-2 حلّ معادلاتٍ تتضمن متغيرات في طرفيها

مراجعة سريعة

عندما يمثّل مقداران جبريان كميتين متساويتين، يمكنك المساواة بينهما. جمّع كل المتغيرات في أحد طرفي المعادلة وكل القيم الثابتة في الطرف الآخر. يمكنك بعد ذلك استعمال العمليات العكسية وخواص المساواة لحلّ المعادلة.

مثال

حلّ المعادلة $2x + 21 = 7x + 6$ لإيجاد قيمة x.

$2x + 21 = 7x + 6$
$21 = 5x + 6$
$15 = 5x$
$x = 3$

تدرّب

حلّ كلًّا من المعادلات التالية لإيجاد قيمة x.

1. $3x + 9x = 6x + 42$ $x = 7$
2. $\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x = \frac{1}{3}x + 5$ $x = 3$
3. $9x - 5x + 18 = 2x + 34$ $x = 8$
4. كان لدى منى QR 50 وبدأت في ادّخار QR 5.50 كل أسبوع. وكان لدى روضة QR 18.50 وبدأت في ادّخار QR 7.75 كل أسبوع. بعد كم أسبوع سيصبح لدى منى وروضة المقدار نفسه من المال؟ 14 أسبوعًا

140 الوحدة 2 مراجعة الوحدة

السؤال الأساس للوحدة

كيف يمكنك تحليل العلاقات بين المعادلات الخطية واستعمالها لحلّ المسائل؟

أثناء إجابة الطلاب عن السؤال الأساس كتابةً شجّعهم على تضمينها تعريفات، وأمثلة، وأمثلة غير دالة، ونماذج، وتمثيلات أخرى تدعم إجابتهم.

تأكد من توضيح ما يلي أثناء مناقشة إجابات الطلاب.

- تجميع الحدود المتشابهة واستعمال العمليات العكسية وخاصية التوزيع لحلّ المعادلات.
- يكون للمعادلات إما حل واحد وإما عدد لانهائي من الحلول، أو لا يكون لها حل.
- يمكن استعمال معدل الوحدة أو ثابت التناسب لمقارنة علاقات التاسب.
- يمكن كتابة المعادلات الخطية بالصيغة $y = mx$ أو بصيغة الميل والمقطع $y = mx + b$.

مراجعة المصطلحات

التعبير الشفوي قبل إكمال الطلاب الأنشطة الواردة في الصفحة، عزّز لديهم التعبير الشفوي باستعمال واحد أو أكثر من الأنشطة التالية.

- دع الطلاب يلعبون اللعبة التالية: يختار أحد الطلاب مصطلحًا من قائمة المصطلحات، بينما يطرح عليه زملاؤه أسئلة تسمح لهم بالحصول على تلميحات تساعدهم على تحديد هذا المصطلح.
- ارسم تمثيلًا لكل مصطلح، واطلب من الطلاب أن يصفوا كل رسم من هذه الرسوم باستعمال أحد المصطلحات من القائمة.

الكتابة في الرياضيات بعد إنهاء الطلاب الأنشطة الواردة في الصفحة، يمكنك توفير المزيد من تعزيز قدرتهم على الكتابة في الرياضيات باستعمال النشاط التالي.

- اطلب من الطلاب أن يكتبوا فقرة من خمس إلى عشر جمل يستعملون فيها مصطلحات الوحدة. قدّم المساعدة عند اللزوم. شجّع الطلاب على مشاركة الفقرات التي كتبوها مع زملائهم في الصف.

www.jnob-jo.com

مراجعة المفاهيم والمهارات

الدرس 2-3 حلّ المعادلات المتعددة الخطوات

مراجعة سريعة

عند حلّ المعادلات المتعددة الخطوات، يمكنك أحيانًا استعمال خاصية التوزيع قبل تجميع الحدود المتشابهة، وفي أحيان أخرى يمكنك تجميع الحدود المتشابهة ومن ثمّ استعمال خاصية التوزيع.

مثال

حلّ المعادلة $8x + 2 = 2x + 4(x + 3)$ لإيجاد قيمة x.

وزّع العدد 4 أولًا، ثم جمّع الحدود المتشابهة، وأخيرًا استعمل خواص المساواة لإيجاد قيمة x

$8x + 2 = 2x + 4x + 12$

$8x + 2 = 6x + 12$

$8x = 6x + 10$

$2x = 10$

$x = 5$

تدرّب

حلّ كلًّا من المعادلات التالية لإيجاد قيمة x.

1. $4(x + 4) + 2x = 52$ $x = 6$

2. $8(2x + 3x + 2) = 4x + 124$ $x = 3$

3. اشترى أحمد آلة حاسبة وكتابًا بحسم نسبته 15% من السعر الأصلي. السعر الأصلي للكتاب هو QR 6.20 إذا كان إجمالي ما دفعه أحمد هو QR 107.27. ما السعر الأصلي للآلة الحاسبة؟
QR 120

الدرس 2-4 معادلات ليس لها حلّ او عدد حلولها لانهائي

مراجعة سريعة

عندما تكون نتيجة حلّ معادلة عبارة صحيحة دائمًا، يكون للمعادلة عدد لانهائي من الحلول. وعندما يؤدّي حلّ معادلة إلى عبارة غير صحيحة، لا يكون للمعادلة حلّ. وعندما يعطي حلّ معادلة قيمة لمتغيّر، يكون للمعادلة حلّ واحد.

مثال

ما عدد حلول المعادلة $6x + 9 = 2x + 4 + 4x + 5$

أولًا، حلّ المعادلة.

$6x + 9 = 2x + 4 + 4x + 5$

$6x + 9 = 6x + 9$

$9 = 9$

بما أن $9 = 9$ عبارة صحيحة دائمًا، إذن للمعادلة عدد لانهائي من الحلول.

تدرّب

ما عدد حلول كل معادلة من المعادلات التالية؟

1. $x + 5.5 + 8 = 5x - 13.5 - 4x$
ليس لها حل

2. $4\left(\frac{1}{2}x + 3\right) = 3x + 12 - x$
لها عدد لانهائي من الحلول

3. $2(6x + 9 - 3x) = 5x + 21$
لها حل واحد

4. يمكن إيجاد وزن قطة سلمى باستعمال المقدار $2(x + 3)$، حيث x عدد الأسابيع. ويمكن إيجاد وزن قطة ليلى باستعمال المقدار $3(x + 1)$، حيث x عدد الأسابيع. هل سيتساوى وزنا القطتين ذات يوم؟ وضّح إجابتك.
نعم؛ نموذج إجابة: عند حل المعادلة $2(x + 3) = 3(x + 1)$ نحصل على $x = 3$؛ إذن يتساوى وزن القطتين بعد 3 أسابيع.

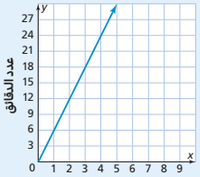
الدرس 2-5 مقارنة علاقات التناسب

مراجعة سريعة

لمقارنة علاقات التناسب، قارن معدل التغيّر أو أوجد معدل الوحدة.

مثال

يبيّن التمثيل البياني أدناه المعدل الذي يهرول به جاسم. معدل هرولة خالد ممثّل بالمعادلة $y = 8x$، حيث x عدد الأميال و y عدد الدقائق. إن حافظ كل منهما على معدل هرولته، من منهما سيقطع مسارًا طوله 8 أميال أولًا؟



معدل وحدة خالد هو $y = 8(1) = 8$، أي أنه يستغرق 8 دقائق لقطع كل ميل.

تمثّل النقطة (6 , 1) معدل وحدة جاسم وهو 6 دقائق لكل ميل.

معدل وحدة جاسم أقل من معدل وحدة خالد، إذن، جاسم هو من سيقطع مسارًا طوله 8 أميال أولًا.

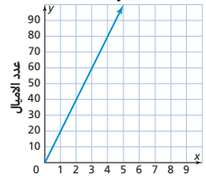
تدرّب

1. يسير قطاران بمعدل ثابت. أوجد معدل سير كل قطار. أيّ القطارين يسير بمعدل أكبر؟

القطار A

الزمن (h)	2	3	4	5	6
المسافة (mi)	50	75	100	125	150

القطار B



معدل سرعة القطار A: 25 ميلًا في الساعة،
معدل سرعة القطار B: 20 ميلًا في الساعة؛
إذن القطار A يسير بمعدل أكبر

2. سعر زجاجة من الماء سعة 16 أونصة في المتجر A هو QR 1.28. سعر زجاجة من الماء في المتجر B ممثّل بالمعادلة $y = 0.07x$، حيث y السعر بالريالات و x عدد الأونصات. ما تكلفة أونصة واحدة من الماء في كل من المتجرين؟ في أيّ المتجرين تكلفة زجاجة من الماء أقلّ بالأونصة؟
معدل الوحدة في المتجر A: QR 0.08 للأونصة،
ومعدل الوحدة في المتجر B: QR 0.07 للأونصة،
إذن تكلفة زجاجة المياه في المتجر B أقل بالأونصة.

www.jnob-jo.com

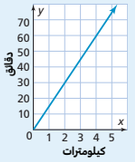
الدرس 2-6 الربط بين علاقات التناسب وميل المستقيم

مراجعة سريعة

ميل المستقيم في علاقة تناسب يساوي معدّل الوحدة وثابت التناسب.

مثال

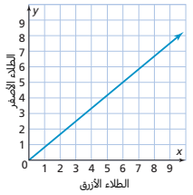
يبيّن التمثيل البياني أدناه عدد الكيلومترات التي قطعها شخص ما بسرعة ثابتة. أوجد ميل المستقيم.



$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{60 - 30}{4 - 2} = \frac{30}{2} = 15$

تدرّب

1. يبيّن التمثيل البياني أدناه نسب الطلاء الأزرق والطلاء الأصفر التي خلطتها مريم للحصول على طلاء أخضر. ما ميل المستقيم؟ اذكر ما يعنيه في موقف المسألة.



ميل المستقيم هو $\frac{5}{6}$ ؛ وهذا يعني أن مقابل كل 5 جالونات من الطلاء الأصفر تحتاج مريم إلى 6 جالونات من الطلاء الأزرق.

الدرس 2-7 تحليل المعادلات الخطية $y = mx$

مراجعة سريعة

يمكن تمثيل علاقة تناسب بمعادلة بالصيغة $y = mx$، حيث m يمثل ميل المستقيم.

مثال

مثّل المستقيم $y = 2x$ بيانيًا.

عيّن نقطة عند (0 , 0)، ثم استعمل الميل لتعيين النقطة التالية.



تدرّب

يحتوي خليط من المكسّرات على كوب واحد من الجوز مقابل كل 3 أكواب من الفول السوداني.

1. اكتب المعادلة الخطية التي تمثّل العلاقة بين الفول السوداني، x، والجوز، y. $y = \frac{1}{3}x$

2. مثّل المستقيم بيانيًا.



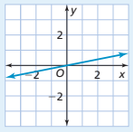
الدرس 2-8 المقطع y لمستقيم

مراجعة سريعة

المقطع y هو الإحداثي y للنقطة التي يتقاطع عندها مستقيم مع المحور y. المقطع y لعلاقة تناسب هو 0

مثال

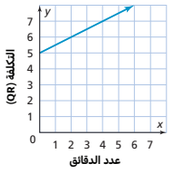
ما هو المقطع y للمستقيم أدناه؟



المقطع y هو 0

تدرّب

تمثّل المعادلة $y = 5 + 0.5x$ تكلفة دخول محل ألعاب إلكترونية واستعمال لعبة لمدة x دقيقة.



1. ما المقطع y؟
5

2. ما دلالة المقطع y؟
تكلفة دخول محل الألعاب الإلكترونية وتساوي 5 QR

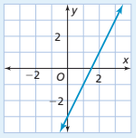
الدرس 2-9 تحليل المعادلات الخطية: $y = mx + b$

مراجعة سريعة

يمكن كتابة معادلة المستقيم التي تمثل علاقة غير تناسبية بصيغة الميل والمقطع، $y = mx + b$ حيث m ميل المستقيم و b هو المقطع y.

مثال

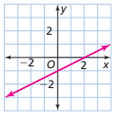
أوجد معادلة المستقيم أدناه.



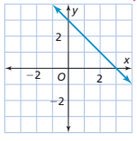
بما أن $m = 2$ و $b = -3$،
إذن معادلة المستقيم هي $y = 2x - 3$.

تدرّب

1. مثّل بيانيًا المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}x - 1$.



2. أوجد معادلة المستقيم أدناه.
$y = -x + 3$



www.jnob-jo.com

تدريبات الطلاقة

إيجاد المسار

يتدرب الطلاب على اكتساب الطلاقة في حلّ معادلات الجمع والطرح ذات الخطوتين أثناء إكمال نشاط إيجاد المسار، مما يعزز الممارسات الرياضية لديهم.

قبل البدء يمكن للطلاب أن يعمل كلٌّ بمفرده أو مع زميل له. راجع التعليمات. أشر إلى أن هناك مسارًا واحدًا فقط صحيحًا من البداية إلى النهاية.

كلا الطالبين يجب أن يحلّ كل المسائل ويجد المسار الصحيح بمفرده. اطلب أن يسجّل كل منهم إجاباته على ورقة منفصلة.

أثناء النشاط ذكّر الطلاب بأن كل معادلة تُحلّ بشكل صحيح تشكل أحد حلول المسار. إن لم يجد الطلاب المسار الصحيح، اطلب منهم التحقق من عملهم وتصحيحه عند اللزوم.

قد يتحقق بعض الطلاب من كل الإجابات أولًا ثم يظللون المسار. اسمح لهم بهذا الإجراء لأن الاستفادة من تدريب الطلاقة هي نفسها في الحالتين.

نشاط آخر اطلب من الطلاب العمل معًا لتغيير ترتيب المربعات بحيث ينتج عن ذلك مسار جديد من البداية إلى النهاية. اطلب من الطلاب رسم المسار الجديد على ورقة منفصلة.

نشاط إضافي للتحدّي ابتكر نشاط "إيجاد المسار" الخاص بك، اكتب معادلة جديدة مع حلّها لكل مربع، واستعمل ورقة مربعات لإنشاء المربعات. ثم تبادل مع زميل لك نشاطيكما ليعمل كل منكما على إيجاد المسار في نشاط الآخر.



www.jnob-jo.com