وزارة التربية والتعليم
إدارة الإشراف والتّدريب التّربويّ

ملزمة الرّياضيّات
للصّفّ العاشر الأساسيّ

مرحلة التعافي ٢

مطابع بانوراما
PANORAMA PRINTING PRESS

وزارة التربية والتعليم

إدارة الإشراف والتّدريب التّربويّ

ملزمة الرّياضيّات
للصّفّ العاشر الأساسيّ

مرحلة التعافي ٢

المقدّمة

يسرّنا أن نضع بين أيدي أبنائنا الطّلبة هذه الملزمةبوصفها ملخَّصًا لأهمّ الأفكار والمفاهيم الرّياضيّة البنائيّةللطّلبة في الصّفّ العاشر الأساسيّ، حيث تحوي هذه الملزمة الأمثلة مع شروحات الحلّ وتدريب مشابه، ليجرّب الطّالب ويقيّم نفسه، وأضفنا إثراء في نهاية كلّ موضوع، لتنمية مهارات التّفكير العليا وتطوير الفهم لدى الطّالب.

وتتضّمن هذه الملزمة الموضوعات الآتية:

١. النِّسب المثلّثية وحلّ المثلّثات:

"الوضع القياسيّ للزّاوية، والنِّسب المثلّثية، والنِّسب المثلّثية للزّوايا ضمن دورة كاملة".

٢. تطبيقات المثلّث:

"مساحة المثلّث، وقانون الجُيوب، وقانون جيوب التّمام".

٣.الهندسة التّحليليّة:

"المستقيمات المتوازية والمتعامدة، والبُعد بين نقطة ومستقيم، وخصائص المثلّث".

٤. الهندسة التّحليليّة والفضائيّة:

«خصائص متوازي الأضلاع، وأوضاع المستقيمات والمستويات في الفضاء».

٥. الإحصاء والاحتمالات:

"مقاييس التّشتّت، وقوانين الاحتمالات".

٦. الرّياضيات الماليّة:

« تبديل العملة، والعمولة والرّبح والتّخفيض».

الفصل الأوّل: الزّوايا والنِّسب المثلّثية

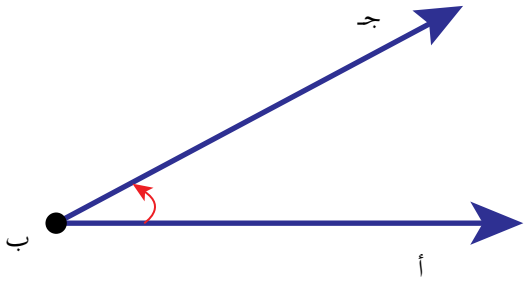
أراد طالب رسم زاوية قياسها ١٣٥° بحيث يكون رأسها في نقطة الأصل، وينطبق ضلع ابتدائها على محور السّينات الموجب، كيف يقوم بذلك؟

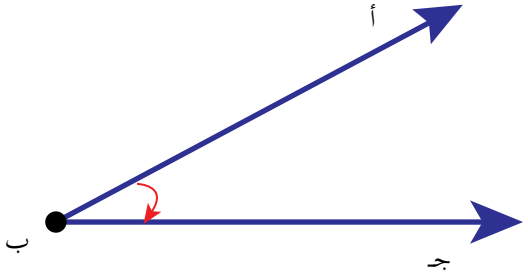
أوّلاً: الوضع القياسيّ للزّاوية:

يمكن تحديد الزّاوية في القياس الموجب أو السّالب حسب حركة القوس:

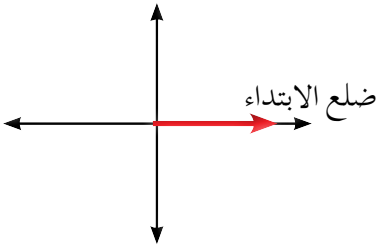
دوران عكس عقارب السّاعة — القياس موجب

دوران مع عقارب السّاعة — القياس سالب

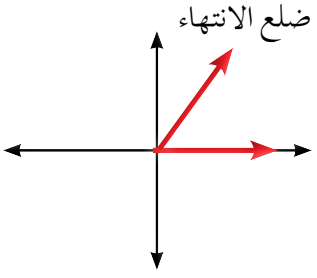




نسمّي الضّلع ب أ ضلع الابتداء للزاوية، ويكون منطبقًا على الجزء الموجب لمحور السّينات.



ونسمّي الضّلع ب جـ ضلع الانتهاء للزّاوية.



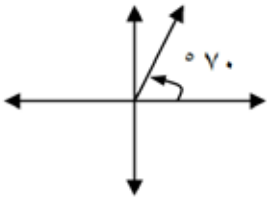
مثالُ ١ :

ارسم في الوضع القياسيّ للزّوايا الآتية، ثمّ حدّد الرّبع أو المحور الّذي يقع فيه ضلع الانتهاء.

١) ٧٠° ٢) ١٨٠° ٣) ٢٤٠°

الحلّ

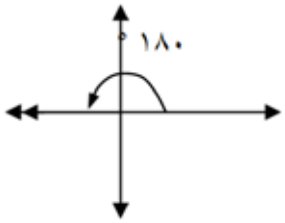
١) ٧٠°



نستخدم المنقلة لرسم الزّاوية ٧٠°

ضلع الانتهاء يقع في الرّبع الأوّل.

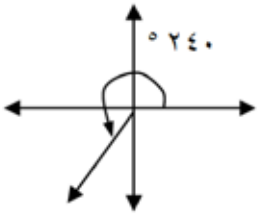
٢) ١٨٠°



نستخدم المنقلة لرسم الزّاوية ١٨٠° .

ضلع الانتهاء ينطبق على الجزء السّالب لمحور السّينات.

٣) ٢٤٠°



نستخدم المنقلة لرسم الزّاوية ٢٤٠°.

نلاحظ المنقلة ١٨٠° ونكمل من نهايتها ٦٠°.

ضلع الانتهاء يقع في الرّبع الثّالث.

تدريبُ ١

ارسم في الوضع القياسيّ، ثمّ حدّد الرّبع أو المحور الّذي يقع فيه ضلع الانتهاء للزّوايا الآتية:

١) ٩٠° ٢) ١٤٠° ٣) ٣٠٠°

ثانيًا: النِّسب المثلّثية

دائرة الوحدة: هي الدّائرة الّتي نصف قطرها وحدة واحدة، ومركزها نقطة الأصل.

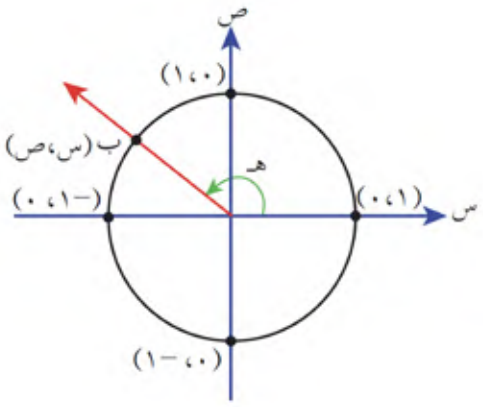
مثالُ ٢ :

في الوضع القياسيّ، إذا قطع ضلع الانتهاء زاوية قياسها هـ دائرة الوحدة في النّقطة (−٠,٤، ٠,٣)، فجد النِّسب المثلّثية السّتّة؟

الحلّ

ضلع الانتهاء يقطع دائرة الوحدة في النّقطة (س،ص) =(جتاهـ، جاهـ)

جتا هـ =س = − ٠,٤، جا هـ = ص = ٠,٣



$$\text{ظا هـ} = \frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} = \frac{٠,٣}{-٠,٤} = -\frac{٣}{٤}$$

$$\text{قا هـ} = \frac{١}{\text{جتاهـ}} = \frac{١٠}{-٤}$$

$$\text{قتا هـ} = \frac{١}{\text{جاهـ}} = \frac{١٠}{٣}$$

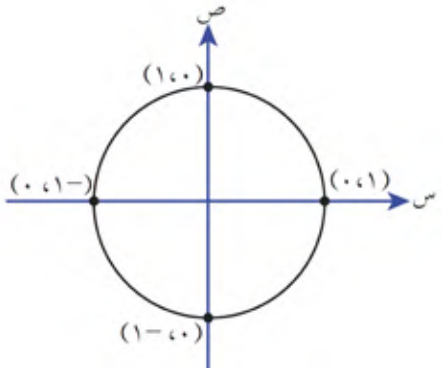
$$\text{ظتا هـ} = \frac{١}{\text{ظاهـ}} = -\frac{٤}{٣}$$

تدريبُ ٢

في الوضع القياسيّ، إذا قطع ضلع الانتهاء زاوية قياسها هـ دائرة الوحدة في النّقطة $(\frac{٥}{١٣}، -\frac{١٢}{١٣})$، فجد النِّسب المثلّثية السّتّة؟

مثالُ ٣: جدِ النّسب المثلّثية للزّاوية الرُّبعيّة ٩٠° .

الحلّ



ضلع انتهاء الزّاوية ٩٠° يقطع دائرة الوحدة في النّقطة (٠ ، ١)

جا ٩٠° = ١ جتا ٩٠° = صفر

ظا ٩٠° = $\frac{١}{٠}$ قيمة غير معرّفة قتا ٩٠° = $\frac{١}{١}$ = ١

قا ٩٠° = $\frac{١}{٠}$ قيمة غير معرّفة ظتا ٩٠° = $\frac{٠}{١}$ = صفر

تدريبُ ٣

جد النِّسب المثلّثية للزّاوية الرُّبعيّة ١٨٠°.

مثالُ ٢:

اذا كان جا هـ = $-\frac{٤}{٥}$، حيث ١٨٠° < هـ < ٢٧٠° ، جد جتا هـ ، ظا هـ ، قتا هـ.

الحلّ

جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١ معادلة دائرة الوحدة

$(-\frac{٤}{٥})^{٢}$ + جتا^{٢}هـ = ١ بالتعويض بقيمة جاهـ

جتا^{٢}هـ = ١ − $\frac{١٦}{٢٥}$ = $\frac{٩}{٢٥}$

جتاهـ = ± $\frac{٣}{٥}$ جذر الطّرفين

الرّبع الثّاني: فيه جا هـ، قتا هـ موجب، وباقي النِّسب سالبة.	الرّبع الأوّل: فيه النِّسب جميعها موجبة.
الرّبع الثّالث: فيه ظا هـ، ظتا هـ موجب، وباقي النِّسب سالبة.	الرّبع الرّابع: فيه جتا هـ، قاهـ موجب، وباقي النِّسب سالبة.

ضلع انتهاء الزّاوية هـ يقع في الرّبع الثّالث

جتا هـ = − $\frac{٣}{٥}$ لأنّ جتاهـ سالبة في الرّبع الثّالث

ظا هـ = $\frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} = \frac{-\frac{٤}{٥}}{-\frac{٣}{٥}} = -\frac{٤}{٥} \times -\frac{٥}{٣} = \frac{٤}{٣}$ البسط × مقلوب المقام

قتا هـ = $\frac{١}{\text{جاهـ}} = \frac{١}{-\frac{٤}{٥}} = ١ \times -\frac{٥}{٤} = -\frac{٥}{٤}$

تدريبُ ٢

إذا كان جتا هـ = − ٠,٦ ، حيث ٩٠° < هـ < ١٨٠° ، جد جا هـ ، ظا هـ ، قا هـ.

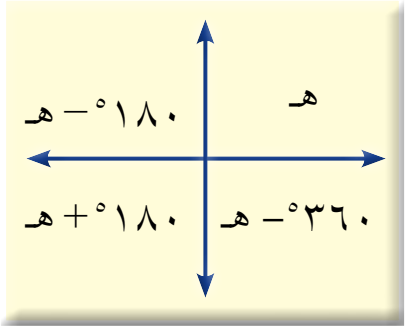
ثالثًا: النّسب المثلّثية للزّوايا ضمن دورة كاملة:

دائرة الوحدة: هي الدّائرة الّتي نصف قطرها وحدة واحدة، ومركزها نقطة الأصل.

مثالُ ٥:

جدْ قيمة كلّ مِنْ: جتا ١٢٠°، ظا ٢٢٥°، قا ٣٠٠°.

الحلّ:



ضلع انتهاء الزّاوية ١٢٠° في الرّبع الثّاني

جتا ١٢٠° = جتا(١٨٠° − ٦٠°)

$= -$ جتا ٦٠° $= -\frac{١}{٢}$

ضلع انتهاء الزّاوية ٢٢٥° في الرّبع الثّالث

ظا ٢٢٥° = ظا(١٨٠° + ٤٥°) = ظا ٤٥° $= \frac{١}{\sqrt{٢}}$

نراعي إشارة الرّبع الّذي يقع فيه ضلع انتهاء الزّاوية.

ضلع انتهاء الزّاوية ٣٠٠° في الرّبع الرّابع

قا ٣٠٠° = قا(٣٦٠° − ٦٠°) = قا ٦٠° $= \frac{١}{\text{جتا } ٦٠°} = ٢$

تدريبُ ٢

جدْ قيمة كلّ مِنْ: جا ٢٤٠°، ظا ١٥٠°، قتا ٣١٥°.

إثراء

في أي ربع يقع ضلع انتهاء الزّاوية ٣٩٠°؟

جد قيمة جا ٣٩٠°.

الفصل الثّاني: تطبيقات المثلّث

تعرّفنا سابقًا أنّ مساحة المثلّث تساوي نصف حاصل ضرب طول قاعدته في ارتفاعه، وسنتعرّف في هذا الدّرس طريقة جديدة لإيجاد مساحة المثلّث.

أوّلاً: مساحة المثلّث بدلالة طولَيْ ضلعين فيه والزّاوية المحصورة بينهما:

مساحة المثلّث تساوي نصف حاصل ضرب طولَيْ أيّ ضلعين فيه مضروبًا في جيب الزّاوية المحصورة بينهما.

مثالُ ١:

جد مساحة المثلّث أ ب جـ إذا كان أ = ٨ سم ، بَ = ١٣ سم ، وقياس ∡جـ = ٣٠° .

الحلّ:

مساحة المثلّث أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × أ × بَ × جا جـ الزّاوية جـ تقع بين الضّلعين أ × بَ

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٣ × جا ٣٠°

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ١٣ × $\frac{١}{٢}$ = ٢٦ سم^{٢}

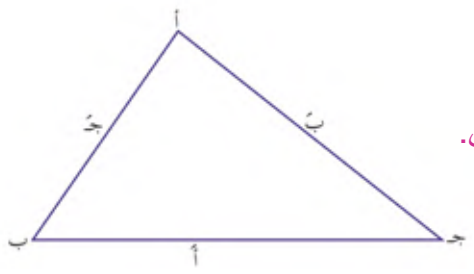
تدريبُ ٢

جد مساحة المثلّث أ ب جـ، إذا كان أ = ١٠ سم ، بَ = ١٧ سم ، ق ∡جـ = ٨٠°. استعمل آلة حاسبة.

ثانيًا: قانون الجيوب:

$$\frac{\text{جا أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{بَ}} = \frac{\text{جا جـ}}{\text{جـَ}}$$

تُؤخذ مَثْنى مَثْنى.



انتبه: يمكن قلب النِّسب.

مثالُ ٢ :

المثلّث ل م ن ، فيه ل = ٧سم ، ق ∡ل = ٦٠° ، ق ∡ م = ٤٥° ،

جد : ١) ق ∡ ن ٢) نَ

الحلّ:

مجموع زوايا المثلّث = ١٨٠°

ق ∡ ن = ١٨٠° – (٦٠° + ٤٥°)

= ١٨٠° – ١٠٥° = ٧٥°

$\frac{\text{جال}}{\text{لَ}} = \frac{\text{جان}}{\text{نَ}}$ قانون الجيوب

$\frac{\text{جا٦٠°}}{\text{لَ}} = \frac{\text{جا٧٥°}}{\text{نَ}}$

$\text{نَ} = \frac{٧ \times \text{جا٧٥°}}{\text{جا٦٠°}} = ٧{,}٨$ سم. استخدم آلة حاسبة.

تدريبُ ٢

المثلّث س ص ع ، فيه سَ = ٢٠سم ، ق ∡ س = ١٥° ، ق ∡ ص = ١٣٠° ،

جد : ١) ق ∡ ع ٢) عَ

ثالثًا: قانون جيوب التمام:

في أيِّ مثلثٍ أ ب جـ يكونُ: $\text{أَ}^{٢} = \text{بَ}^{٢} + \text{جَ}^{٢} - ٢\text{بَ} \times \text{جَ} \times \text{جتا أ}$

مثالُ ٢ :

المثلّث س ص ع ، فيه سَ = ٥سم ، صَ = ٨سم ، ق ∡ع = ٦٠° ، جد عَ .

الحلّ:

$\text{عَ}^{٢} = \text{سَ}^{٢} + \text{صَ}^{٢} - ٢ \times \text{سَ} \times \text{صَ} \times \text{جتا ع}$

$= ٢٥ + ٦٤ - ٢ \times ٥ \times ٨ \times \text{جتا ٦٠°}$

$= ٢٥ + ٦٤ - ٨٠ \times ٠{,}٥ = ٨٩ - ٤٠ = ٤٩$

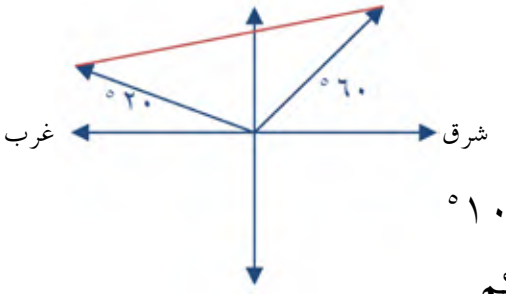
$\text{عَ} = \sqrt{٤٩} = ٧$ سم

تدريبُ ٣

المثلّث أ ب جـ ، فيه أَ=٨ م ، بَ = ١١م ، ق ∢جـ = ١٢٠° ، جد: جـَ(لأقرب جزء من عشرة).

مثالُ ٤ :

انطلقت طائرتان معًا من مطار، الأولى بسرعة ٥ كم/ دقيقة،بزاوية ٦٠° شمال الشّرق ، والثّانية بسرعة ٧ كم/ دقيقة، بزاوية ٣٠° شمال الغرب، جد البُعد بين الطائرتين بعد ١٠ دقائق من انطلاقهما.



الحلّ:

المسافة بين الطّائرتين: ف

قياس الزّاوية بين مسار الطّائرتين = ٣٠° + ٧٠° = ١٠٠°

المسافة الّتي قطعتها الطّائرة الأولى = ٥×١٠= ٥٠ كم

المسافة الّتي قطعتها الطّائرة الثّانية = ٧×١٠= ٧٠ كم

ف ٢ = ٥٠ ٢ + ٧٠ ٢ – ٢×٥٠×٧٠ جتا ١٠٠°

= ٢٥٠٠ + ٤٩٠٠ – ٧٠٠٠ × –٠,١٧٣٦

= ٧٤٠٠ + ١٢١٥,٥ = ٨٦١٥,٥

ف = √٨٦١٥,٥ = ٩٢,٨ كم تقريباً

تدريبُ ٤

انطلقت سفينتان من ميناء معًا، الأولى بسرعة ٣٠ كم/ ساعة، بزاوية ٤٠° شرق الشمال، والثّانية بسرعة ٢٠ كم/ ساعة، بزاوية ٣٠° شرق الجنوب ، جد البُعد بين السّفينتين بعد ساعة من انطلاقهما.

إثراء

انطلقت طائرة حربيّة من قاعدة جويّة بسرعة ٥كم / دقيقة بزاوية ٤٧° شمال الشرق؛ ليقصف هدفًا شرق القاعدة علمًا أنّه يَبعد ١٠كم عن القاعدة، وبعد ٤ دقائق أطلقت الطّائرةالحربيّة صاروخًا بسرعة ١٠ كم/دقيقة على الهدف. بعد كم دقيقة يصيب الصّاروخ هدفه؟

الفصل الأوّل: المستقيمات

أوّلًا: المستقيمات المُتوازية والمتعامدة

سوف نتعلّم في هذه الحصّة العلاقة بين المستقيمات باستخدام المَيل.

زاوية مَيل المستقيم هي الزّاوية المحصورة بين المستقيم والاتّجاه الموجب لمحور السّينات.

المَيل = ظا هـ

$$\text{المَيل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

المستقيمان متوازيان $\longleftrightarrow$ $م_١ = م_٢$

المستقيمان متعامدان $\longleftrightarrow$ $م_١ \times م_٢ = -١$

مثالُ ١:

إذا كان أ (١، −٤)، ب (٣، ١) ، جـ (١٣، −٣) ، د (١٥ ، ٢)

أ) بين أن $\overline{أب} \parallel \overline{جـد}$ ب) بين أن $\overline{أب} \perp \overline{بجـ}$

الحلّ:

أ)

$$م_{أب} = \frac{١ - -٤}{٣ - ١} = \frac{٥}{٢}، \quad م_{جـد} = \frac{٢ - -٣}{١٥ - ١٣} = \frac{٥}{٢}$$

$م_{أب} = م_{جـد} \longleftarrow \overline{أب} \parallel \overline{جـد}$

ب)

$$م_{أب} = \frac{١ - -٤}{٣ - ١} = \frac{٥}{٢}، \quad م_{بجـ} = \frac{-٣ - ١}{١٣ - ٣} = \frac{-٤}{١٠} = \frac{-٢}{٥}$$

$$م_{أب} \times م_{بجـ} = \frac{٥}{٢} \times \frac{-٢}{٥} = -١ \longleftarrow \overline{أب} \perp \overline{بجـ}$$

تدريبُ ١ إذا كان أ(٢ ، −٣) ، ب(٤ ، ٠) ، جـ(١٠ ، −٤) ، د(٧ ، −٦)

أ) بين أن $\overline{أب} \parallel \overline{جـد}$ ب) بين أن $\overline{أب} \perp \overline{بجـ}$

ثانيًا: البُعد بين نقطة ومستقيم

بُعد النّقطة $(س_١ ، ص_١)$ عن المستقيم الّذي معادلته $أ س + ب ص + جـ = صفر$ يساوي

$$\left| \frac{أ س_١ + ب ص_١ + جـ}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} \right|$$

مثالُ ٢:

جد بُعد النّقطة $(٣ ، -٥)$ عن المستقيم الّذي معادلته $٦س = ٨ ص - ٧$

الحلّ:

انتبه، يجب أن تكون المعادلة بالصّورة العامّة $أ س + ب ص + جـ = صفر$.

معادلة المستقيم $٦س - ٨ ص + ٧ = صفر$

$أ = ٦ ، ب = -٨ ، جـ = ٧ ، س_١ = ٣ ، ص_١ = -٥$.

بُعد النّقطة عن المستقيم $= \left| \frac{أ س_١ + ب ص_١ + جـ}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}} \right|$ نعوض بالقانون

$$= \left| \frac{٦ \times ٣ - ٨ \times -٥ + ٧}{\sqrt{٦^٢ + (-٨)^٢}} \right|$$

$$= \left| \frac{١٨ + ٤٠ + ٧}{\sqrt{٣٦ + ٦٤}} \right|$$

$$= \frac{٦٥}{\sqrt{١٠٠}} = ٦,٥$$

تدريبُ ١

جد بُعد النّقطة $(-٤ ، ١)$ عن المستقيم الّذي معادلته $٥س + ١٢ ص = ٧$

مثالُ ٣:

جد البُعد بين المستقيمينِ المتوازيينِ ص = ٢س + ٣ ، ٦س −٣ ص = ١١ .

الحلّ:

نجد نقطة تقع على المستقيم ص = ٢س + ٣.

س = ٠ نجد ص = ٢×٠ +٣ =٣ النّقطة (٠ ، ٣)

نجد بُعد النّقطة (٠ ، ٣) عن المستقيم ٦س −٣ص− ١١=٠

$$\text{بُعد النّقطة عن المستقيم} = \left|\frac{٦\times٠-٣\times٣-١١}{\sqrt{٦^{٢}+(-٣)^{٢}}}\right|$$

$$= \left|\frac{٠-٩-١١}{\sqrt{٣٦+٩}}\right|$$

$$= \left|\frac{-٢٠}{\sqrt{٤٥}}\right|$$

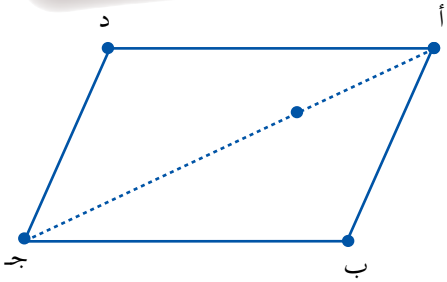
$$= \frac{٢٠}{\sqrt{٤٥}}$$

تدريبُ ٣

جد البُعد بين المستقيمينِ المتوازيينِ ص = ٣س + ٥ ، ٦س −٢ ص = ١١ .

إثراء

جد بُعد النّقطة (٧، −٣) عن محور السّينات.

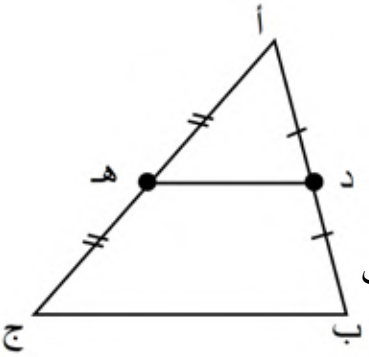


يبيّن الشّكل متوازي أضلاع، نريد تحديد نقطة على القُطر أ جـ، بحيث يكون بُعدها عن كلّ من ب وَ د متساويًا.

كيف يمكننا القيام بذلك؟

الفصل الثّاني: خصائص الأشكال الهندسيّة

أوّلًا: خصائص المثلّث (١)



د منتصف أ ب ، هـ منتصف أ جـ

$د هـ = \frac{١}{٢} ب جـ$ ، $\overline{د هـ} // \overline{ب جـ}$

مبرهنة:

طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في المثلّث يُساوي نصف طول الضلع الثّالث، توازي الضلع الثالث.

مثالُ ١ :

أ ب جـ مثلّث فيه ب (١، ٣)، جـ (٧، −٥)، النّقطتان د ، هـ منتصَفا أ ب ، أ جـ على التّرتيب، جد د هـ .

الحلّ:

$د هـ = \frac{١}{٢} ب جـ$

$= \frac{١}{٢} \sqrt{(٧ - ١)^{٢} + (-٥ - ٣)^{٢}}$

$= \frac{١}{٢} \sqrt{٣٦ + ٦٤}$

$= \frac{١}{٢} \sqrt{١٠٠}$

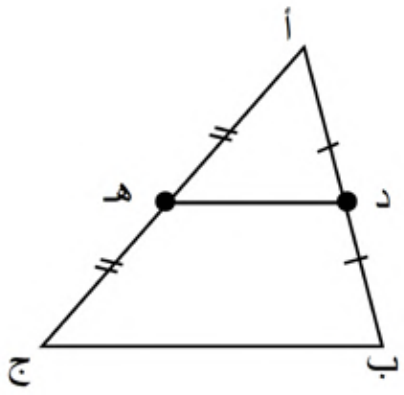
$= \frac{١}{٢} \times ١٠ = ٥$ انتبه، إذا أعطى د ، هـ ويطلب طول ب جـ ، فيكون ب جـ = ٢ × د هـ .

تدريبُ ٣ أ ب جـ مثلّث فيه ب(٣ ، ٧)، جـ(٨ ، −٥)، النّقطتان د ، هـ منتصَفا أ ب، أ جـ على التّرتيب، جد د هـ .

مثالُ ٢ :

في الشّكل المجاور: إذا كان ق ∢ أ = ٤٠°، ق ∢ ب = ٨٠° ، جد ق ∢ أ هـ د .

الحلّ:



مجموع زوايا المثلّث = ١٨٠°

ق ∢ جـ = ١٨٠° – (٤٠° + ٨٠°)

= ١٨٠° – ١٢٠° = ٦٠°

د منتصف $\overline{أ ب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ جـ}$

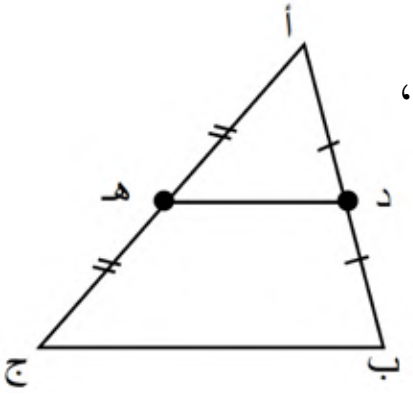
إذن $\overline{د هـ}$ // $\overline{ب جـ}$

ق ∢ أ هـ د = ق ∢ جـ = ٦٠°

تدريبُ ٢

في الشّكل المجاور: إذا كان ق ∢ أ = ٥٠° ، ق ∢ جـ = ٦٠° ،

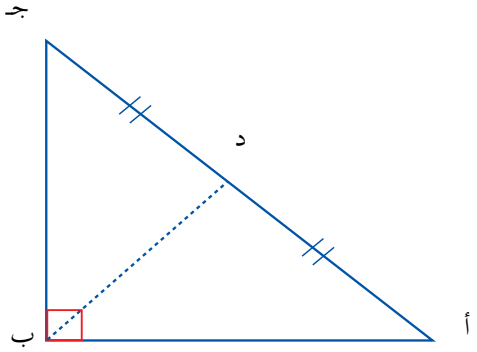
جد ق ∢ أ د هـ .



ثانيًا: خصائص المثلّث (٢)

مبرهنة:

في المثلّث القائم الزّاوية، طول القطعة المستقيمة الواصلة بين رأس الزّاوية القائمة ومنتصف الوَتَر يساوي نصف طول الوَتَر.



أ ب جـ مثلّث قائم الزّاوية في ب ، د منتصف $\overline{أ جـ}$، فإن ب د = $\frac{١}{٢}$ أ جـ

مثالُ ٣ :

أ ب جـ مثلّث قائم الزّاوية في ب، د منتصف أ جـ، فإذا كان أ(٢ ، ٣) ، جـ(−١ ، −١) ، جد طول ب د .

انتبه، إذا أعطى ب ، د ويطلب طول أ جـ، فيكون أ جـ = ٢ × ب د .

الحلّ:

$$ب\,د = \frac{١}{٢}\,أ\,جـ$$

$$= \frac{١}{٢}\sqrt{(-١-٢)^{٢} + (-١-٣)^{٢}}$$

$$= \frac{١}{٢}\sqrt{٩ + ١٦}$$

$$= \frac{١}{٢}\sqrt{٢٥}$$

$$= \frac{١}{٢} \times ٥ = ٢,٥$$

تدريبُ ٣

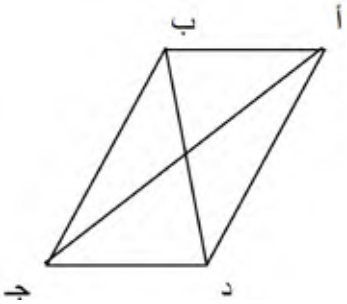
أ ب جـ مثلّث قائم الزّاوية في ب، د منتصف أ جـ، فإذا كان أ(٣ ، ٤)، ب(−٥ ، −٢)، جد طول $\overline{ب\,د}$.

ثانيًا: خصائص المثلّث (٢)

مبرهنة: قطرا متوازي الأضلاع ينصّف كلّ منهما الآخر.

مثالُ ٤ :

أ ب جـ د متوازي أضلاع، فيه أ(−١ ، ٣)، ب(٢ ، ٥)، جـ(٣ ، ٧)، ك نقطة تقاطع قطريه، جد إحداثيّي النّقطة ك



الحلّ: ك منتصف أ جـ. أ ب

$$ك = \left(\frac{-١+٣}{٢} ، \frac{٣+٧}{٢}\right)$$ نقطة المنتصَف

$$ك = (١ ، ٥)$$

تدريبُ ٤

أ ب جـ د متوازي أضلاع، فيه أ(١ ، −٢) ، ب(٣ ، ٧) ، جـ(٥ ، ٦)، م نقطة تقاطع قُطريهِ، جد إحداثيّي النّقطة م .

الفصل الثّالث: الهندسة الفضائيّة

أوّلًا: مسلّمات الهندسة الفضائيّة

تعريف:

النّقاط المستقيمة هيَ النّقاط الواقعة على مستقيم واحد.

النّقاط المستوية هيَ النّقاط الواقعة على مستوًى واحد.

مسلّمات:

١) يوجد لأيّ نقطتينِ مختلفتينِ مستقيم واحد فقط يحويهما.

٢) إذا تقاطع مستقيمان مختلفان فإنّهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

٣) يوجد لأيّ نقطة خارج مستقيم معلوم مستقيمٌ واحد فقط يمرّ بها ويوازيه.

٤) يوجد لأيّ ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة مستوًى واحد فقط يحويها جميعها.

٥) إذا وقعت نقطتان في مستوًى فإنّ المستقيم الّذي يحويهما يقع بأكمله في المستوى.

٦) إذا تقاطع مستويان مختلفان فإنهّما يتقاطعان في مستقيم.

أوضاع المستقيمات والمستويات في الفضاء

تعريف:

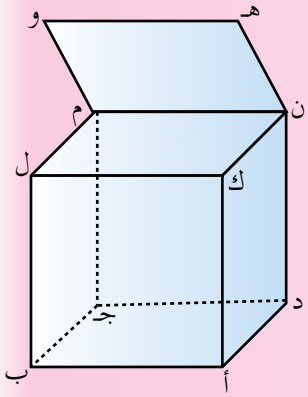
١) المستقيمان المتقاطعان هُما المستقيمان اللّذان يشتركان في نقطة واحدة فقط.

٢) المستقيمان المتوازيان هُما المستقيمان اللّذان يقعان في مستوًى واحد ولا يتقاطعان.

٣) المستقيمان المتخالفان هُما المستقيمان اللّذان لا يوجد مستوًى واحد يحويهما.

إثراء

في الشّكل المجاور:



سَـمِّ أربعة مستقيمات يوازي كلّ منهاهـ و. .....

سَـمِّ أربعة مستقيمات يقطع كلّ منهان ك. .....

سَـمِّ أربعة مستقيمات يخالف كلّ منهال ك. .....

سَـمِّ خمسة مستقيمات يوازي كلّ منها المُستوى ل ك ن. .....

سَـمِّ المستوى الّذي يقطع المستوى ل ك ن في المستقيم ل م . .....

سَـمِّ مستويينِ يتقاطعان بالمستقيم جـ م .....

ما العلاقة بين المستقيمين ن هـ ، جـ ب. (متوازيان، متقاطعان، متخالفان)

.....

الفصل الأوّل: الإحصاء

عمل المعلّم فؤاد على اختبار شعبتَيْ أ، ب من شُعَب الصّفّ العاشر الأساسيّ في مادّة الرّياضيّات،وأراد معرفة أيَّ الشُّعبتينِ كان تحصيل الطلّبة فيها أكثر تقاربًا، فكيف نساعده على ذلك؟

أوّلًا: مقاييس التّشتّت:

١) المَدى:

المَدى = الحدّ الفعليّ الأعلى للفئة العُليا – الحدّ الفعليّ الأدنى للفئة الدُّنيا

مثالُ ١:

احسب المَدى للبيانات الآتية:

الكتلةُ	٥٠–٥٤	٥٥–٥٩	٦٠–٦٤	٦٥–٦٩	٧٠–٧٤
التكرارُ	٢	١	٤	٢	١

الحلّ:

الحدّ الفعليّ الأعلى للفئة العُليا = ٧٤ + ٠,٥ = ٧٤,٥

الحدّ الفعليّ الأدنى للفئة الدُّنيا = ٥٠ – ٠,٥ = ٤٩,٥

المَدى = ٧٤،٥ – ٤٩،٥ = ٢٥

تدريبُ ١

احسب المَدى للبيانات الآتية:

فئاتُ الأعمارِ	٦–٨	٩–١١	١٢–١٤
عددُ الطلابِ	١٥	١٠	٢٥

٢) الانحراف المعياريّ والتّباين:

إذا كانتِ المشاهداتُ $س_١$ ، $س_٢$ ، $س_٣$ ، .... ، $س_ن$ تُمثلُ مشاهداتٍ في جدولٍ تكراريٍّ، أو مراكزِ فئاتِ التوزيعِ التكراريِّ للبياناتِ، وكانتِ التكراراتُ المقابلةُ لَها هيَ: $ت_١$ ، $ت_٢$ ، $ت_٣$ ، ...، $ت_ن$ على التوالي، فإنَّ:

$$\text{الانحرافَ المعياريَّ } ع = \sqrt{\frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^٢ * ت_ر}{ن - ١}}$$

حيثُ ن هوَ مجموعُ التكراراتِ، $\overline{س}$ هوَ المتوسطُ الحسابيُّ.

مثالُ ٢:

يمثّل الجدول الآتي أعمار ٥٠ طالبًا:

فئاتُ الأعمارِ	٦–٨	٩–١١	١٢–١٤	١٥–١٧
عددُ الطلابِ	٨	١٢	٢٠	١٠

احسب: ١) الانحراف المعياريّ. ٢) التّباين.

الحلّ:

لحساب الانحراف المعياريّ نكوّن جدولًا على النّحو الآتي:

الفئات	عدد الطّلبة	مراكز الفئات	س×ت	س – $\overline{س}$	(س – $\overline{س}$)^٢	(س – $\overline{س}$)^٢ × ت
٦ – ٨	٨	٧	٥٦	–٥	٢٥	٢٠٠
٩ – ١١	١٢	١٠	١٢٠	–٢	٤	٤٨
١٢ – ١٤	٢٠	١٣	٢٦٠	١	١	٢٠
١٥ – ١٧	١٠	١٦	١٦٠	٤	١٦	١٦٠
المجموع	٥٠		٥٩٦			٤٢٨

نجد المتوسط الحسابيّ بالتّعويض في القانون:

$$\overline{س} = \frac{\sum س \times ت}{\sum ت} = \frac{٥٩٦}{٥٠} = ١١,٩٢ \approx ١٢$$

ثم نعوّض بالقانون لإيجاد الانحراف المعياريّ

$$ع = \sqrt{\frac{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - \overline{س})^2 * ت_ر}{ن - 1}}$$

$$ع = \sqrt{\frac{٤٢٨}{٤٩}}$$

$$ع = \sqrt{٨,٧} = ٢,٩٥ \longleftarrow$$ ٢) التباين $= ع^2 = ٨,٧$

تدريبُ ٢

يمثّل الجدول الآتي أعمار ٥٠ طالبًا.

فئاتُ الأعمارِ	٧–٩	١٠–١٢	١٣–١٥	١٦–١٨
عددُ الطلابِ	٥	٢٠	١٥	١٠

احسب: ١) الانحراف المعياريّ. ٢) التّباين.

ملاحظة:

أثر تعديل البيانات على مقاييس التّشتّت:

١) مقاييس التّشتّت لا تتأثّر بعمليتي جمع مقدار ثابت أو طرحه لكلّ مشاهدة.

٢) مقاييس التّشتّت تتأثّر بعملية ضرب المشاهَدات.

* المَدى والانحراف المعياريّ تُضرَب بالقيمة المطلَقة للثّابت.

** التّباين يُضرَب بمربّع الثّابت.

أوّلًا: قوانين الاحتمالات

إذا كانَ Ω الفضاءَ العينيَّ لتجربةٍ عشوائيةٍ، وكانَ ح ⊂ Ω. فإنَّ احتمالَ وقوعِ الحادثِ ح هوَ:

$$ل(ح) = \frac{\text{عددَ عناصر الحادثِ ح}}{\text{عددِ عناصر الفضاءِ العينيِّ}} = \frac{\text{عددَ عناصرِ ح}}{\text{عددِ عناصرِ Ω}} = \frac{ع(ح)}{ع(Ω)}$$

كيف يمكنك الوصول للإجابات من الجدول؟

١) ما عدد عناصر الفضاء العيني Ω ؟

٢) ما عدد عناصر الحادث ح، حيث

ح: ظهور عددين مجموعهما أقل من أو يساوي ٥ ؟

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١ ، ١)	(٢ ، ١)	(٣ ، ١)	(٤ ، ١)	(٥ ، ١)	(٦ ، ١)
٢	(١ ، ٢)					
٣	(١ ، ٣)					
٤	(١ ، ٤)					
٥	(١ ، ٥)					
٦	(١ ، ٦)					

مثالُ ٣:

في تجربة إلقاء حجرَيْ نَرْد مختلفين مرّة واحدة، وتسجيل عدد النّقاط الظاهرة على الوجه العلويّ لكلّ منها:

ح١: ظهور عددينِ زوجيّينِ متساويينِ.

ح٢: ظهور عددينِ مجموعهما يساوي ٨.

احسب:

١. ل(ح١)، ٢. ل(ح٢)، ٣. ل($\overline{ح_٢}$) ٤. ل(ح٢ − ح١)، ٥. ل(ح١ ∪ ح٢)

الحلّ:

ع(Ω) = ٣٦

ح١ = {(٢،٢) ، (٤،٤) ، (٦،٦)} ، ع(ح١) = ٣

ح٢ = {(٢،٦) ، (٦،٢) ، (٣،٥) ، (٥،٣) ، (٤،٤)} ، ع(ح٢) = ٥

١) ل(ح١) = $\frac{٣}{٣٦}$ ، ٢) ل(ح٢) = $\frac{٥}{٣٦}$ ، ل(ح١ ∩ ح٢) = $\frac{١}{٣٦}$

٣) ل($\overline{ح_٢}$) = ١ − $\frac{٥}{٣٦}$ = $\frac{٣١}{٣٦}$ المتمّمة

٤) ل(ح٢ – ح١) = ل(ح٢) – ل(ح١∩ح٢)

$= \frac{٥}{٣٦} - \frac{١}{٣٦} = \frac{٤}{٣٦}$

٥) ل(ح١ ∪ ح٢) = ل(ح١) + ل(ح٢) – ل(ح١∩ح٢)

$= \frac{٣}{٣٦} + \frac{٥}{٣٦} - \frac{١}{٣٦} = \frac{٧}{٣٦}$

تدريبُ ٣

في تجربة إلقاء حجرَيْ نَرْد مختلفينِ مرّة واحدة، وتسجيل عدد النّقاط الظّاهرة على الوجه العُلويّ لكلّ منها:

ح١: ظهور عددينِ فرديّينِ متساويينِ.

ح٢: ظهور عددينِ مجموعهما أقلّ من أو يساوي ٥.

احسب:

١. ل(ح١)، ٢. ل(ح٢)، ٣.ل(ح٢– ح١)، ٤.ل(ح١ ∪ ح٢) .

الحوادث المستقلّة

إذا كان ح١ ، ح٢ حادثينِ مستقلّينِ، فإنّ ل(ح١∩ح٢) = ل(ح١) × ل(ح٢)

مثالُ ٤ :

إذا كان ح١، ح٢ حادثينِ مستقلّينِ، وكان ل(ح١) = ٠,٤ ، ل(ح٢) = ٠,٦

احسب: ١) ل(ح١∩ح٢) ٢) ل(ح٢– ح١) ٣) ل(ح١ ∪ ح٢)

الحلّ:

١) ل(ح١∩ح٢) = ل(ح١) × ل(ح٢)

= ٠,٤ × ٠,٦ = ٠,٢٤

٢) ل(ح٢– ح١) = ل(ح٢) – ل(ح١) × ل(ح٢)

= ٠,٦ – ٠,٢٤ = ٠,٣٦

٣) ل(ح١ ∪ ح٢) = ل(ح١) + ل(ح٢) – ل(ح١) × ل(ح٢)

= ٠,٤ + ٠,٦ – ٠,٢٤ = ٠,٧٦

تدريبُ ٤

إذا كان ح١، ح٢ حادثينِ مستقلّينِ، وكان ل(ح١) = ٠,٥ ، ل(ح٢) = ٠,٧

احسب: ١) ل(ح١ ∩ ح٢) ٢) ل(ح١ − ح٢) ٣) ل(ح١ ∪ ح٢)

الاحتمال المشروط

أيْ أنّهُ: إذا كانَ ح١ ، ح٢ حادثيْنِ في الفضاءِ العينيِّ Ω لتجربةٍ عشوائيةٍ ما، وكانَ ل(ح٢) ≠ صفرًا، فإنَّ:

$$ل(ح_١/ح_٢) = \frac{ل(ح_١ \cap ح_٢)}{ل(ح_٢)}$$

ونستنتجُ ممّا سبقَ أنَّ: ل(ح١ ∩ ح٢) = ل(ح٢) × ل(ح١/ح٢)

مثالُ ٥:

إذا كان ح١، ح٢ حادثينِ في الفضاء، وكان ل(ح١)= ٠,٦ ، ل(ح٢)= ٠,٧ ، ل(ح١ ∩ ح٢) = ٠,٤

احسب: ١) ل(ح١/ح٢) ٢) ل(ح٢/ح١)

الحلّ:

١) ل(ح١/ح٢) = $\frac{٠,٤}{٠,٧}$ = $\frac{٤}{٧}$ تعويض مباشر في القانون

٢) ل(ح٢/ح١) = $\frac{٠,٤}{٠,٦}$ = $\frac{٤}{٦}$ تعويض مباشر في القانون

تدريبُ ٥

إذا كان ح١، ح٢ حادثينِ في الفضاء، وكان ل(ح١) = ٠,٥ ، ل(ح٢)= ٠,٤ ، ل(ح١ ∩ ح٢) = ٠,٣

احسب: ١) ل(ح١/ح٢) ٢) ل(ح٢/ح١)

إثراء

إذا كان ل(ح١)= ٠,٨ ، ل(ح١/ح٢)= ٠,٨ ، ل(ح٢/ح١) = ٠,٥ ، احسب ل(ح١ U ح٢).

الفصل الأوّل: تبديل العُملة

قرّر محمد زيارة مكّة المكرّمة لأداء العُمرة، وأخذ معه مبلغ ١٠٠٠ دينار أردني، وعندما وصل هناك أراد أن يشتري بعض الأغراض بالرّيال السّعودي، كم المبلغ الّذي سيحصل عليه محمّد عند تبديل العُملة؟

أوّلًا: التّحويل من الدّينار الأردنيّ إلى العُملات العربية أو الأجنبية:

مثالُ ١:

إذا علمت أنّ سعر (شراء – بيع) الجنيه المصريّ هو (٠,١٢٠٠ – ٠,١٢١٨) دينارًا أردنيًّا كم جنيهًا مصريًّا يستطيع سعد أن يشتري بمبلغ ٤٠٠ دينار أردني؟

الحلّ:

المبلغ بالجنيه المصريّ = $\frac{٤٠٠}{٠,١٢١٨}$ أي قسمة ٤٠٠ على ٠,١٢١٨

= ٣٢٨٤،١ جنيهًا مصريًّا

تدريبُ ١

إذا علمت أن سعر (شراء – بيع) الينّ الياباني هو (٠،٦٨٨٥ – ٠،٦٩٤٣) دينارًا أردنيًّا. كم يَنًّا يابانيًّا يستطيع صالح أن يشتري بمبلغ ٦٠٠ دينار أردنيّ؟

ثانيًا: التّحويل من العُملات العربيّة أو الأجنبيّة إلى عُملة الدّينار الأردنيّ

مثالُ ٢:

عاد محمود من الكويت ومعه مبلغ ٧٠٠ دينار كويتيّ، وأراد تحويل المبلغ إلى دينار أردنيّ، فكم دينارًا أردنيًّا يصبح معه؟

علمًا أنّ سعر (الشّراء–البيع) الدّينار الكويتي هوَ(٢,٤٢٥٤–٢,٤٣٢٣).

الحلّ:

يشتري محمود الدّينار الأردنيّ

المبلغ بالدّينار الأردنيّ = ٧٠٠ × ٢،٤٢٥٤ = ١٦٩٧،٧٨ دينار أردنيّ.

تدريبُ ٣

عاد لؤي من مصر ومعه مبلغ ٢٠٠٠ جنيه مصريّ، وأراد تحويل المبلغ إلى دينار أردنيّ،

فكم دينارًا أردنيًّا يصبح معه؟

علمًا أنّ سعر (الشّراء–البيع) الدّينار الجنيه المصري هو (٠,١٢٠٠ – ٠,١٢١٨).

الفصل الثّاني: العمولة والرّبح والتخفيض

قيمة العمولة = صافي المبيعات × النّسبة المئويّة للعمولة

صافي المبيعات = جملة المبيعات – المبيعات المرتجَعة

مثالُ ٣:

مندوب مبيعات في شركة يتقاضى ٦٪ من قيمة مبيعاته الشهريّة، إذا قبض في أحد الأشهر مبلغ ١٦٢ دينارًا،فكم كان إجماليّ مبيعاته؟ علمًا أنّ قيمة المبيعات المرتجَعة كانت ٣٠٠ دينار.

الحلّ:

قيمة العمولة = صافي المبيعات × النّسبة المئويّة للعمولة

١٦٢ = صافي المبيعات × ٦٪

١٦٢ = صافي المبيعات× ٠,٠٦

صافي المبيعات = ١٦٢ ÷ ٠,٠٦ = ٢٧٠٠ دينار

جملة المبيعات = صافي المبيعات + المبيعات المرتجَعة

= ٢٧٠٠ + ٣٠٠ = ٣٠٠٠ دينار

تدريبُ ٣

إذا كانت جملة المبيعات لمندوب مبيعات في شركة ألبسة هيَ ٤٥٠٠ دينار، وكانت البضاعة المرتجَعة منها بقيمة ٣٠٠دينار، إذا كانت نسبة عمولتهِ ٥٪ من قيمة المبيعات، جد قيمة عمولته.

هامش الرّبح = المصاريف + الرّبح الصّافي

سعرُ البيعِ = التّكلفة + هامش الرّبح

نسبة هامش الرّبح إلى التّكلفة = (هامش الرّبح ÷ التّكلفة) × ١٠٠٪

مثالُ ٤ :

اشترى تاجر أثاثًا بمبلغ ١٠٠٠٠ دينار، ودفع أجور نقل وتحميل وتنزيل ومصاريفَ أخرى بمبلغ ٥٠٠ دينار. إذا باع التاجر الأثاث بمبلغ ١٢٦٠٠ دينارٍ،فكم مقدار الربح الصافي؟

الحلّ:

لإيجاد مقدار الرّبح، يجب الإجابة عن الأسئلة الآتية:

كم التّكلفة؟

التّكلفة = سعر الأثاث + المصاريف

= ١٠٠٠٠+٥٠٠=١٠٥٠٠ دينار

الربح الصافي = سعر البيع – التّكلفة

= ١٢٦٠٠–١٠٥٠٠=٢١٠٠ دينار

تدريبُ ٤

اشترى تاجر بضاعة بمبلغ ٢٠٠٠٠ دينار، ودفع أجور نقل وتحميل وتنزيل ومصاريفَ أخرى بمبلغ ٥٠٠٠ دينار. إذا باع التّاجر الأثاث بمبلغ ٣٢٣٠٠ دينارٍ، فكم مقدار الربح الصافي؟

جملة المبلغ في حالة الرّبح المركَّب (بعد ن سنة)= المبلغ(١+ نسبة الرّبح)^{ن} .

وبالرّموز جـ = م (١ + ف)^{ن} .

ويكون الرّبحُ المركَّبُ = جملة المبلغ – المبلغ .

مثالُ ٥ :

أودعت سعاد مبلغ ٣٠٠٠ دينار في أحد البنوك بحساب الربح المركب، وبفائدة نسبتها ٣٪ سنويًّا، ولمدّة ٧ سنوات، جد الآتي:

جملة المبلغ الّذي قبضته سعاد في نهاية المدّة.

الحلّ:

$جـ = م (١ + ف)^{ن}$

$= ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٣)^{٧} = ٣٦٨٩,٦$ دينار

تدريبُ ٣

أودعت ليلى مبلغ ٨٠٠٠ دينار في أحد البنوك بحساب الرّبح المركَّب، وبفائدة نسبتها ٤٪ سنويًّا، ولمدّة ٥ سنوات، جد جملة المبلغ الّذي قبضته سعاد في نهاية المدّة.

إثراء

اشترى لؤي قطعة أرض بمبلغ ٩٠٠٠ دينار، وبعد مُضيّ سنة كاملة على استخدامها باعها بمبلغ ٢٠٠٠٠ دينار، جد كلًّا ممّا يأتي:

١) قيمة التّغيّر في سعر الأرض.

٢) نسبة التّغير في سعر الأرض.

النِّسب المثلّثية وحلّ المثلّث

الفصل الأوّل: الزّوايا والنِّسب المثلّثية

تدريب ١ :

١) ضلع الانتهاء يقع على محور الصادات الموجب.

٢) ضلع الانتهاء يقع في الربع الثاني.

٣) ضلع الانتهاء يقع في الربع الرابع.

تدريب ٢ :

جاهـ = $-\frac{١٢}{١٣}$ ، جتاهـ = $\frac{٥}{١٣}$ ، ظاهـ = $-\frac{١}{٢}$

قتاهـ = $-\frac{١٣}{١٢}$ ، قاهـ = $\frac{١٣}{٥}$ ، ظتاهـ = $-\frac{٥}{١٢}$

تدريب ٣ :

جا ١٨٠° = صفر ، جتا ١٨٠° = −١ ، ظا ١٨٠° = صفر

قتا ١٨٠° = قيمة غير معرّفة، قا ١٨٠° = −١ ، ظتا ١٨٠° = قيمة غير معرّفة

تدريب ٤ :

جاهـ = +٠,٨ ، ظاهـ = $-\frac{٤}{٣}$ ، قاهـ = $-\frac{٥}{٣}$

تدريب ٥

جا ٢٤٠° = $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، ظا ١٥٠° = $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، قتا ٣١٥° = $-\sqrt{٢}$

الفصل الثّاني: تطبيقات المثلّث

تدريب ١ : ٨٣,٧ سم^{٢} تقريبًا،

تدريب ٢ :

١) ق(∠ع) = ٣٥° ٢) ع = ٤٤,٣ سم

تدريب ٣ : ١٦,٥ م تقريبًا

الهندسة التّحليليّة والفضائيّة

الفصل الأوّل:

تدريب ١ : $م_{س} = م_{ص} = \frac{٣}{٢}$ ، $م_{ع} = -\frac{٢}{٣}$

تدريب ٢ : البُعد = ٢ وحدة،

تدريب ٣ : البعد = $\frac{٢٠}{\sqrt{٤٥}}$

الفصل الثّاني:

تدريب ١: ٦,٥ ، تدريب ٢: ٧٠° ، تدريب ٣: ٥ ، تدريب ٤: (٣ ، ٢)

الإحصاء والاحتمالات

تدريب ١: ٥ تدريب ٢:

١) الانحراف المعياري: ع = $\sqrt{\frac{٢٥٠}{٤٩}}$

٢) التباين: ع^{٢} = $\frac{٢٥٠}{٤٩}$

الرّياضيات الماليّة:

تدريب ١: ٨٦٤,٢ يَنًّا ياباني

تدريب ٢: ٢٤٠ دينارًا أردنيًّا

تدريب ٣: صافي المبيعات = ٤٢٠٠، قيمة العمولة = ٢١٠ دينار

تدريب ٤: هامش الرّبح = ٧٣٠٠

تدريب ٥: ٩٧٣٣,٢ دينارًا

حل أسئلة الإثراء

١)

هـ = ٣٩٠°

هـ = ٣٦٠° + ٣٠° ضلع الانتهاء يقع في الرّبع الأوّل بعد دورة كاملة.

جا ٣٩٠° = جا (٣٦٠° + ٣٠°)

= جا ٣٠° = ٠,٥

٢)

ف^{٢} = ١٠^{٢} + ٢٠^{٢} − ٢ × ١٠ × ٢٠ جتا ٤٧°

= ١٠٠ + ٤٠٠ − ٤٠٠ جتا ٤٧°

= ٥٠٠ − ٢٧٢,٨ = ٢٢٧,٢

ف = ٢٢٧,٢ = ١٥,١ كم

الزّمن = المسافة ÷ السّرعة

= ١٥,١ ÷ ١٠ = ١,٥١ دقيقة

٣)

معادلة محور السّينات هي ص = صفر

بُعد النّقطة (٧ ، −٣) عن المستقيم ٠ س + ١ ص + ٠ = ٠

$$\text{البُعد} = \left| \frac{٠ + ٣- \times ١- ٧ \times ٠}{\sqrt{٢١ + ٢٠}} \right| = ٣ \text{ وحدات}$$

٤)

١) ن م ، ك ل ، د جـ ، أ ب

٢) ن م ، ن د ، ن ك ، ك ل ، ك م ، ن هـ

٣) ن د ، م جـ ، أ د ، ب جـ ، هـ ن ، و م

٤) أ د ، أ ب ، ب جـ ، جـ د ، هـ و

٥) المستوى ل م جـ

٦) المستويان ن م جـ ، ل م جـ

٧) متخالفان

٥)

$$ل(ح_١ \cap ح_٢) = ل(ح_١) \times ل(ح_٢ / ح_١)$$

$$= ٠,٨ \times ٠,٥ = ٠,٤$$

$$ل(ح_١ \cap ح_٢) = ل(ح_٢) \times ل(ح_١ / ح_٢)$$

$$٠,٤ = ل(ح_٢) \times ٠,٨$$

$$ل(ح_٢) = ٠,٤ \div ٠,٨ = ٠,٥$$

$$ل(ح_١ \cup ح_٢) = ل(ح_١) + ل(ح_٢) - ل(ح_١ \cap ح_٢)$$

$$= ٠,٨ + ٠,٥ - ٠,٤ = ٠,٩$$

٦)

قيمة التّغيّر = القيمة الحاليّة− القيمة السّابقة

= ٢٠٠٠٠ − ٩٠٠٠ = ١١٠٠٠ دينار

نسبة التّغيّر = قيمة التّغير ÷ القيمة السّابقة × ١٠٠٪

= ١١٠٠٠ ÷ ٩٠٠٠ × ١٠٠٪ = ١٢٢,٢ ٪

تمّ بحمد اللّٰہ تعالی