

الفصل الدراسي الثاني

تدريبات متنوعة

الوحدة السابعة

المتجهات

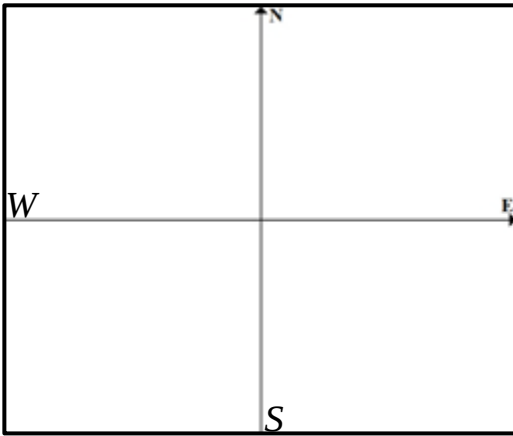
الصف الحادي عشر المتقدم

السؤال الأول أكمل الفراغات الآتية :-

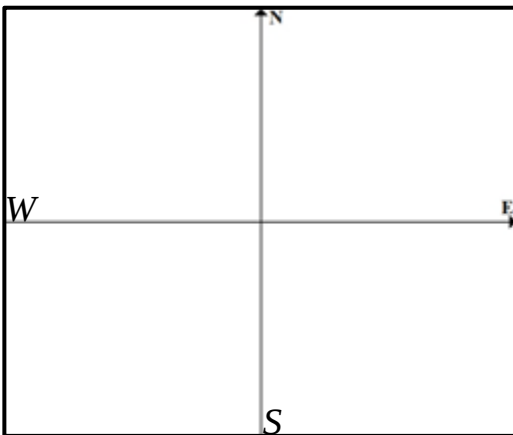
- (1) الكمية التي لها مقداراً فقط تسمى
- (2) الكمية التي لها مقداراً و اتجاهها تسمى
- (3) وزن شخص على ميزان الحمام كمية
- (4) سحب حصان عربة بقوة 240 نيوتن كمية
- (5) تسير طائرة بسرعة 1100 km/h باتجاه الشرق كمية

السؤال الثاني استخدم مسطرة و منقلة لعمل رسم تخطيطي سهمي للكمية :-

- (1) $V = 120 \text{ km/h}$ بالاتجاه 070°

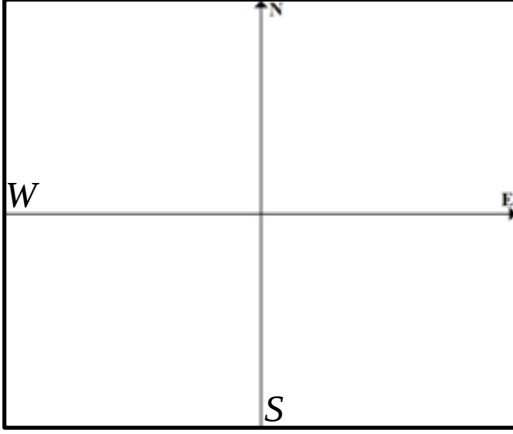


- (2) $U = 80$ نيوتن بالاتجاه $W 40^\circ N$



السؤال الثالث

سار أحمد باتجاه $N 60^\circ E$ لمسافة 180 قدم ثم سار 100 قدم باتجاه الجنوب . كم يبعد أحمد عن وضع البدء و في أي اتجاه حقيقي هو ؟

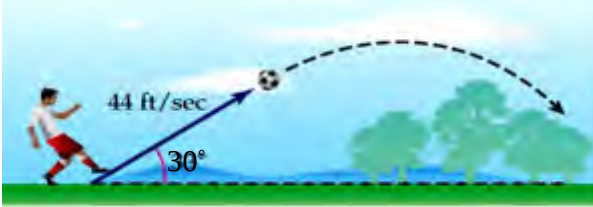


السؤال الرابع

ركل لاعب كرة القدم بحيث انطلقت من الأرض بسرعة 44 ft/sec بزاوية 30° مع الأرض

(1) قم برسم تخطيطي يوضح تحليل هذه القوة الى مركبات متعامدة

(2) أوجد مقدار المركبتين الأفقية و الرأسية للقوة



الصورة المركبة للمتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي بدايته $A(x_1, y_1)$ ونقطة نهايته

$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle \text{ تعطى بواسطة } B(x_2, y_2)$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \text{ يعطى بالعلاقة}$$

إذا كان المتجه $\overrightarrow{AB}$ بدايته النقطة $A(3, 4)$ و نهايته النقطة $A(3, 4)$. أوجد :-

السؤال الأول

(2) مقدار المتجه $\overrightarrow{AB}$

(1) الصورة المركبة للمتجه $\overrightarrow{AB}$

إذا كان $a = \langle 2, 8 \rangle$, $b = \langle -2, 5 \rangle$, $c = \langle 3, -2 \rangle$. أوجد كل من الآتي :-

السؤال الثاني

1) $a - 4b$

2) $3b + 2c$

$$U = \frac{V}{|V|} = \frac{\langle a, b \rangle}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ متجه الوحدة : المتجه الذي مقداره الوحدة الواحد و يعطي بالعلاقة}$$

أوجد متجه الوحدة U الذي له نفس اتجاه :

السؤال الثالث

1) $v = \langle 3, -4 \rangle$

2) $v = \langle -1, \sqrt{3} \rangle$

السؤال الرابع على فرض ان المتجه $\overrightarrow{AB}$ له نقطة البداية $A(1,5)$ و نقطة النهاية $B(-2,1)$.

أوجد كل من الآتي :-

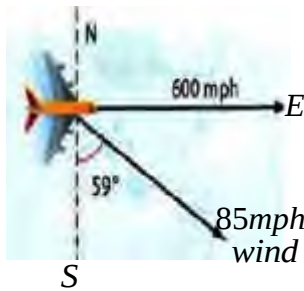
(1) صورة التوفيق الخطي للمتجهين j, i

(2) متجه الوحدة U الذي له نفس $\overrightarrow{AB}$

السؤال الخامس أوجد الصورة المركبة للمتجه U بالمقدار و زاوية الاتجاه المذكورتين $|U| = 34, \theta = 120^\circ$.

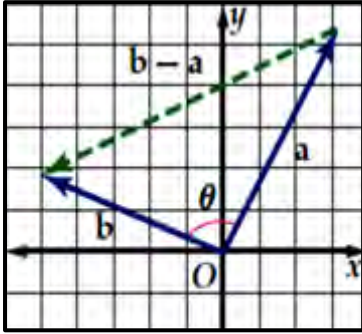
السؤال السادس حدد زاوية اتجاه المتجهات $u = 4i - 4\sqrt{3}j$, $v = \langle 3, 3 \rangle$: $[\tan \theta = \frac{b}{a}]$

السؤال السابع تطير طائرة باتجاه الشرق بسرعه 600 mph و تهب الرياح بسرعه 85mph بزاوية $S59^\circ E$



(1) حدد سرعه طيران الطائرة

(2) حدد زاوية طيران الطائرة



إذا كان $a = \langle a_1, a_2 \rangle$, $b = \langle b_1, b_2 \rangle$ فإن حاصل الضرب النقطي

$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

و الزاوية المحصورة بين المتجهين a و b يمكن حسابها من العلاقة

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a||b|}$$

إذا كان $a = \langle 3, 6 \rangle$ و $b = \langle -4, 2 \rangle$ فاوجد كل من الآتي :-

السؤال الأول

(1) حاصل الضرب النقطي $a \cdot b$

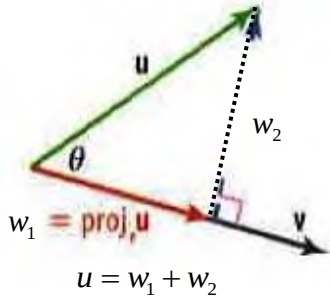
(2) الزاوية θ المحصورة بين المتجهين a, b

إذا كان $a = \langle -3, 4 \rangle$ و $b = \langle 1, 2 \rangle$ فاوجد كل من الآتي :-

السؤال الثاني

(1) حاصل الضرب النقطي $a \cdot b$

(2) الزاوية θ المحصورة بين المتجهين a, b



المتجه w_1 يسمى مسقط u على v

$$\text{proj}_v u = \frac{u \cdot v}{|v|^2} \cdot v$$

السؤال الأول أوجد مسقط $u = \langle 1, 2 \rangle$ على $v = \langle 8, 5 \rangle$ ثم أكتب u باعتباره مجموع متجهين متعامدين

أحدهما هو مسقط المتجه u على v

السؤال الثاني يدفع فارس مكنسة كهربائية بقوة 85 رطل . مقبض المكنسة بصنع زاوية 60° مع الأرضية

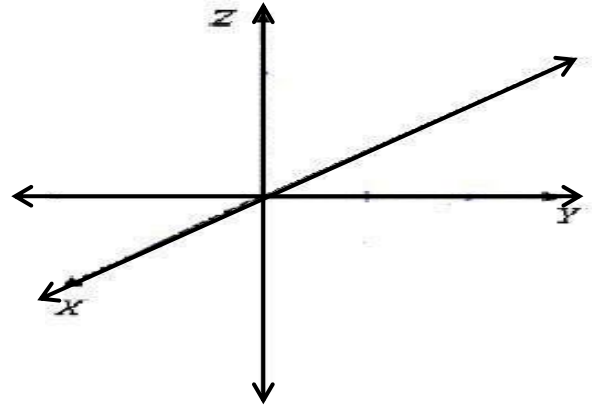
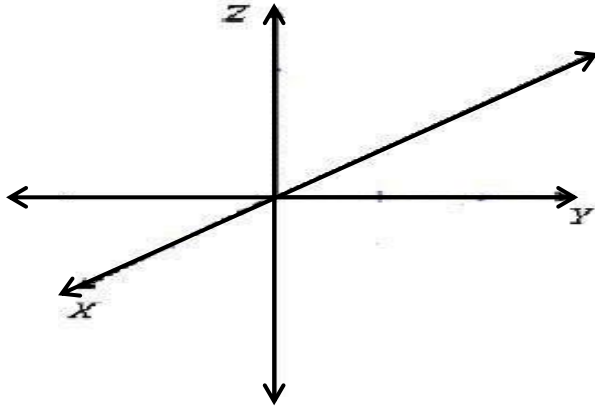
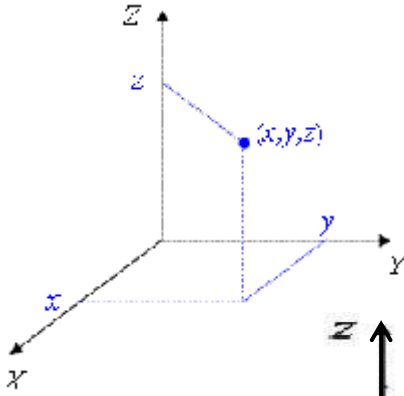
ما مقدار الشغل بالقدم – رطل الذي يبذله عند دفع المكنسة لمسافة 6 أقدام



السؤال الأول

عين النقاط الآتية في نظام ثلاثي الأبعاد

$$(3, 2, -3) , \quad (-2, 4, -5)$$



إذا كان $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$ نقطتين بالفضاء فان :-

$$AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (1) \text{ المسافة } AB \text{ يمكن حسابها من القانون}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right) \quad (2) \text{ نقطة المنتصف بين } A , B \text{ هي}$$

$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1 \rangle \quad (3) \text{ الصورة المركبة للمتجه } \overrightarrow{AB} \text{ هي}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} \quad (4) \text{ مقدار المتجه } \overrightarrow{AB} \text{ هو}$$

$$U = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \quad (5) \text{ متجه الوحدة } U \text{ في اتجاه } \overrightarrow{AB} \text{ يساوي}$$

السؤال الثاني إذا كان المتجه $\overrightarrow{AB}$ بدايته النقطة $A(2, -5, 4)$ و نهايته النقطة $A(1, 3, -6)$. أوجد :-

(1) الصورة المركبة للمتجه $\overrightarrow{AB}$

(2) مقدار المتجه $\overrightarrow{AB}$ و طول القطعه المستقيمة $\overline{AB}$. ما العلاقة بينهما ؟

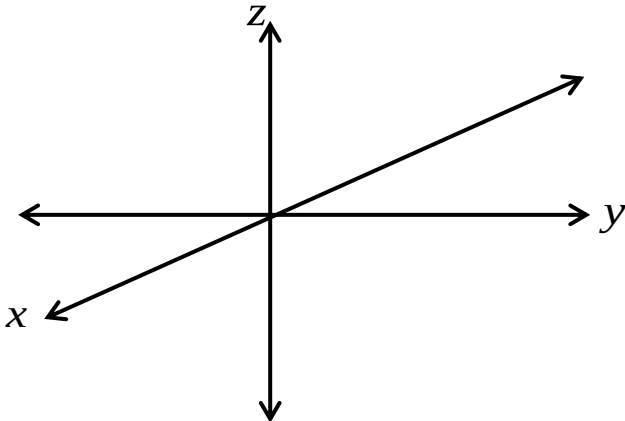
(3) صورة التوفيق الخطي للمتجهات i, j, k

(4) متجه الوحدة U الذي له نفس $\overrightarrow{AB}$

(5) نقطة المنتصف بين A, B

السؤال الثالث إذا كان $a = \langle 2, 4, 3 \rangle$, $c = \langle 4, 1, -2 \rangle$, $b = \langle -1, 2, -5 \rangle$ أوجد :-
 $2b + a - 3c$

السؤال الرابع حدد موقع المتجه $v = 2i + 3j + 4k$ في الفضاء ثم مثله بيانيا



إذا كان $a = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, $b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ فإن حاصل الضرب النقطي

$$a.b = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

و الزاوية المحصورة بين المتجهين a و b يمكن حسابها من العلاقة

$$\cos \theta = \frac{a.b}{|a||b|}$$

إذا كان $a = \langle 3, 6, 5 \rangle$ و $b = \langle -4, 2, 0 \rangle$ فاوجد كل من الآتي :-

السؤال الأول

(1) حاصل الضرب النقطي $a.b$

(2) الزاوية θ المحصورة بين المتجهين a, b

إذا كان $u = -4i + 2j + k$ و $v = 4i + 3k$ فاوجد كل من الآتي :-

السؤال الثاني

(1) حاصل الضرب النقطي $u.v$

(2) الزاوية θ المحصورة بين المتجهين u, v

إذا كان $a = \langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, $b = \langle b_1, b_2, b_3 \rangle$ فان حاصل الضرب التقاطعي

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

حاصل الضرب التقاطعي كمية متجهه و يكون $a \times b$ عمودي على كل من a , b

$$a.(a \times b) = 0$$

$$b.(a \times b) = 0$$

أوجد ناتج الضرب التقاطعي لـ u , v ثم برهن أن $u.(u \times v) = 0$ إذا كان .

السؤال الأول

$$1) \quad u = \langle 4, 2, -1 \rangle \quad , \quad v = \langle 5, 1, 4 \rangle$$

$$2) \quad u = \langle -2, -1, -3 \rangle \quad , \quad v = \langle 2, 3, 1 \rangle$$

مساحة متوازي الأضلاع الذي يحتوي على الضلعين المتجاورين u , v هو مقدار $u \times v$

$$المساحة = |u \times v|$$

حجم متوازي السطوح الذي يحتوي الأضلاع t, u, v هو القيمة المطلقة لحاصل الضرب القياسي للثلاثة

$$متجهات \quad t = \langle t_1, t_2, t_3 \rangle, u = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle, v = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$$

$$t.(u \times v) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي يحتوي على الضلعين المتجاورين

السؤال الثاني

$$u = -6i - 2j + 3k \quad , \quad v = \langle 4, 3, 1 \rangle$$

السؤال الثالث

أوجد حجم متوازي السطوح الذي يحتوي على الأضلاع المتجاورة

$$t = \langle 2, -3, -1 \rangle , \quad u = 4i - 6j + 3k , \quad v = \langle -9, 5, -4 \rangle$$

السؤال الرابع

إذا علمت v و $u.v$ فابحث u $u.v = -22$, $v = \langle 2, -4, -6 \rangle$