الإجابات في نهاية الملزمة

ملزمة

الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

2019-2020

العاشر المتقدم

إعداد مدرس الرياضيات أ . مُصْطَفَى أُسَامَةَ عَلَّام

alllaaam@yahoo.com

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

الوحدة 5

الدوائر

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل الصف العاشر | 5-1 الدوائر والمحيط | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- تحديد أجزاء الدوائر واستخدامها. 2 - حلّ المسائل التي تشتمل على محيط دائرة .

الدائرة هي المحل الهندسي لمجموعة من جميع نقاط المستوى متساوية البعد عن نقطة ثابتة تدعى **مركز** الدائرة.

القطع الخاصة في دائرة

إن **نصف القطر** (جمعها أنصاف الأقطار) قطعةٌ مستقيمةٌ نقطتاها الطرفيتان تقع إحداها في المركز والأخرى على الدائرة.

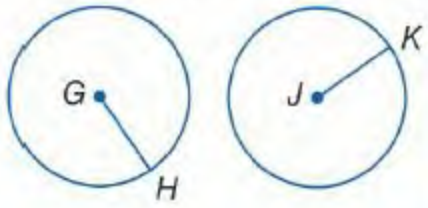
الوتر قطعة مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على الدائرة.

القطر في دائرة هو وترٌ يمرّ من المركز ويتكون من نصفي قطرين

قانون نصف القطر $r = \frac{1}{2}d$ أو $r = \frac{d}{2}$ **قانون القطر** $d = 2r$

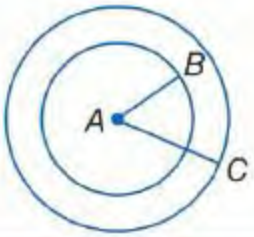
أزواج الدوائر

تتطابق دائرتان حصرًا إذا كانتا تضمان نصفي قطرٍ متطابقين.

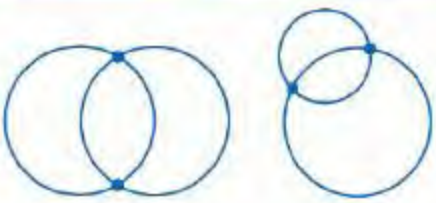


كل الدوائر متشابهة.

الدوائر متحدة المركز هي دوائر متّحدة المستوى لها المركز نفسه.



يمكن لدائرتين أن تتقاطعا بطريقتين مختلفتين اثنتين.

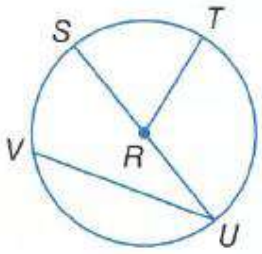
نقطتا تقاطع	نقطة تقاطع واحدة	لا نقاط تقاطع
		

إن **محيط** دائرةٍ هو المسافة حول الدائرة. وبالتعريف، فإن النسبة $\frac{C}{d}$ هي عدد غير نسبي يدعى **باي (π)**.

$$C = 2\pi r \quad \text{أو} \quad C = \pi d$$

يكون المضلع **محاطًا** بدائرةٍ إذا كانت جميع رؤوسه تقع على الدائرة. وتعدّ الدائرة **محيطةً** للمضلع إذا كانت تضمّ رؤوس المضلع جميعها.

عد إلى الدائرة R⊙.



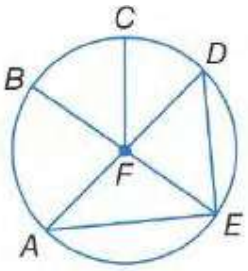
سَمِّ مركز الدائرة. _____

حدّد وترًا هو قطرٌ في الدائرة أيضًا. _____

هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ اشرح. _____

إذا كان طول $SU = 16.2$ سنتيمترًا. فما طول RT؟ _____

عد إلى الدائرة F⊙.



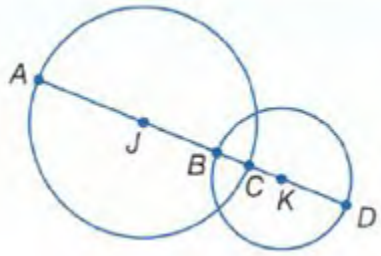
حدّد وترًا لا يعدّ قطرًا في الدائرة. _____

إذا كان $CF = 14$ سنتيمترًا. فما هو قطر الدائرة؟ _____

هل $\overline{EF} \cong \overline{AF}$؟ اشرح. _____

إذا كان طول $DA = 7.4$ سنتيمترًا. فما هو طول EF؟ _____

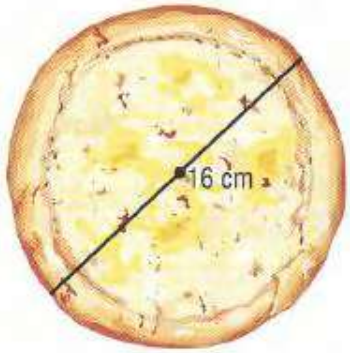
للدائرة J نصف قطر يساوي 10 وحدات، وللدائرة K⊙ نصف قطر يساوي 8 وحدات، و $BC = 5.4$ وحدات. أوجد كلّ القياسات.



AB _____ CK _____

AD _____ JK _____

البيتزا أوجد نصف القطر والمحيط لقطعة البيتزا الموضحة. وقرّب إلى أقرب جزء من مئة عند الضرورة.



_____

_____

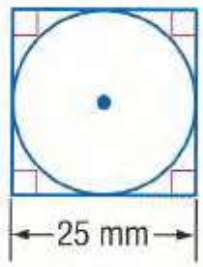
الدراجات قطرا عجلتي إحدى الدراجات يساويان 26 سنتيمترًا. أوجد نصف قطر العجلة ومحيطها. وقرّب إلى أقرب جزء من المئة عند الضرورة.

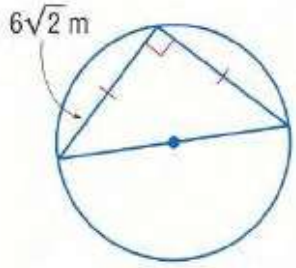
أوجد قطر الدائرة ذات المحيط المعطى ونصف قطرها. وقرّب إلى أقرب مئة.

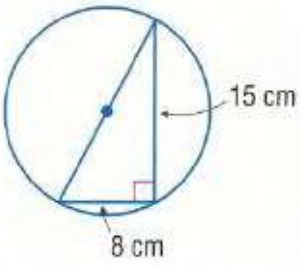
$C = 375.3$ cm

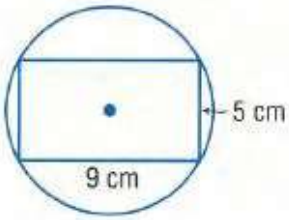
$C = 18$ cm

الاستنتاج المنطقي أوجد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المضلّع المحيط لها أو المحاط بها.









ورقة عمل الصف العاشر | 5-2 قياس الزوايا والأقواس | الاسم : _____

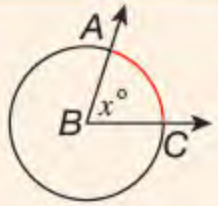
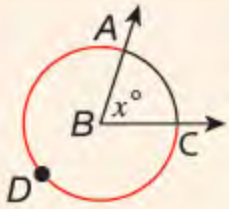
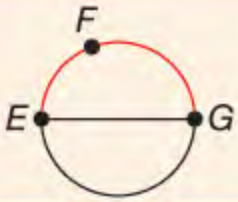
نواتج التعلّم 1- تحديد الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى وأنصاف الدوائر، وإيجاد 2 - إيجاد أطوال الأقواس

إن **الزاوية المركزية** في دائرةٍ هي زاويةٌ يقع رأسها عند مركز الدائرة. وهي تضم نصفي قطرٍ في الدائرة.

إن **القوس** هو جزءٌ من دائرةٍ يُحدَّد بنقطتين اثنتين.

مجموع الزوايا المركزية يساوي مجموع قياسات الزوايا المركزية في دائرة 360.

الأقواس وقياساتها

تعريف	القياس	الصورة
القوس الأصغر Minor arc هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	قياس القوس الأصغر هو قياس زاويته المركزية. $m\overset{\frown}{AC} = m\angle ABC = x^\circ$	
القوس الأكبر Major arc هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	قياس القوس الأكبر هو 360° يُطرح منه قياس زاويته المركزية. $m\overset{\frown}{ADC} = 360^\circ - m\angle ABC$ $= 360^\circ - x^\circ$	
نصف دائرة Semicircle هو قوس تقع نقطتا طرفَيه على قطر للدائرة.	قياس نصف الدائرة يُساوي 180°. $m\overset{\frown}{EFG} = 180^\circ$	

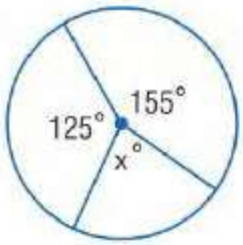
في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق قوسان أصغران فقط إذا كانت زاويتاهما المركزيتان متطابقتين.

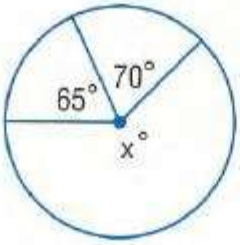
مسلّمة جمع الأقواس إن قياس قوسٍ مشكّلٍ من قوسين متجاورين هو مجموع قياسي القوسين.

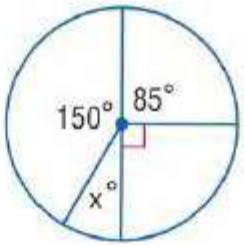
نسبة **طول قوس** ℓ إلى **محيط** دائرةٍ يساوي نسبة **قياس القوس بالدرجات** إلى 360.

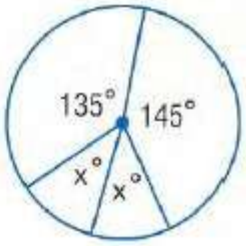
$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x}{360} \quad \text{أو} \quad \ell = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$$

أوجد قيمة x.

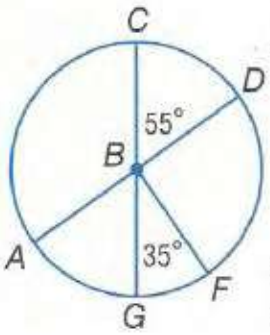








$\overline{AD}$ و $\overline{CG}$ قطران في الدائرة B⊙. حدّد إن كان كل قوسٍ *قوسًا أكبر أو قوسًا أصغر أو نصف دائرة*. ثم أوجد قياسه.



$m\widehat{CD}$ _____

$m\widehat{AC}$ _____

$m\widehat{CFG}$ _____

$m\widehat{CGD}$ _____

$m\widehat{GCF}$ _____

$m\widehat{ACD}$ _____

التسوق يعرض التمثيل البياني نتائج استبيانٍ سُئل فيه مراهقون عن المكان الأفضل لتسوّق الملابس بالنسبة إليهم.

a. ما قياسا القوسين المقابلين لفئتي للمجمع التجاري ومحالّ بيع الثياب بالتجزئة؟

_____

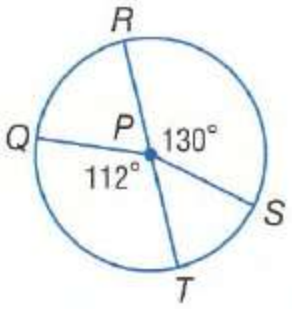
b. صف نوعي القوسين المقابلين لفئتي "المجمع التجاري" وفئة "لا شيء من ذلك."

_____

c. هل ثمة أيّ أقواس متطابقة في هذا التمثيل البياني؟ اشرح.

_____

استخدم الدائرة P⊙ لإيجاد طول كل قوس. قرّب إلى أقرب جزءٍ من مئة.



$\overset{\frown}{RS}$، إذا كان طول نصف القطر سنتيمتران

$\overset{\frown}{QT}$، إذا كان طول قطر الدائرة 9 سنتيمترات

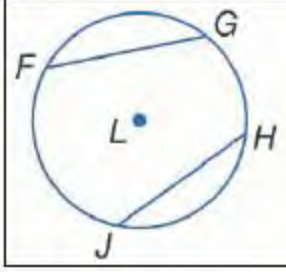
$\overset{\frown}{QRS}$، إذا كان $RT =$ 11 مترا

$\overset{\frown}{RTS}$، إذا كان $PQ =$ 3 أمتار

050-2509447 أسامة علام

ورقة عمل الصف العاشر | 5-3 الأقواس والأوتار | الاسم : _____

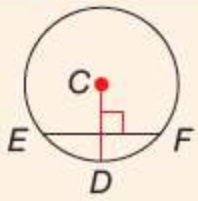
نواتج التعلّم 1- التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار واستخدامها. 2 - التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار و الأقطار واستخدامها.

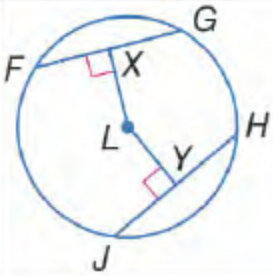


في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق قوسان أصغران فقط إذا كان وتراهما المتناظران متطابقين.

$\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{HJ}$ فقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$.

المُبرهنة

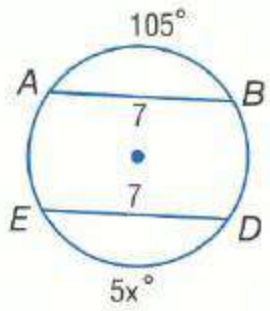
المُبرهنة	المُعطى	المطلوب
5-3-3 القطر العمودي على وتر دائرة يُنصّفه ويُنصّف كلاً من قوسيه.	 $\overline{CD} \perp \overline{EF}$	$\overline{CD}$ يُنصّف $\overline{EF}$ و $\overset{\frown}{EF}$.
5-3-4 العمود المنصّف لوتر في دائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.	$\overline{JK}$ هو المنصّف العمودي للوتر $\overline{GH}$	$\overline{JK}$ هو قطر للدائرة.

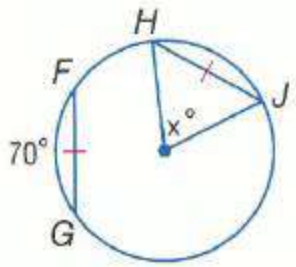


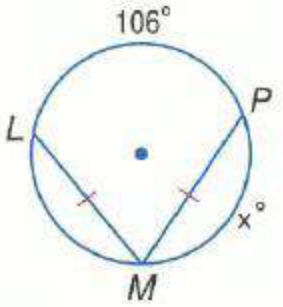
في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق وتران فقط إذا كانا متساويي البعد عن المركز.

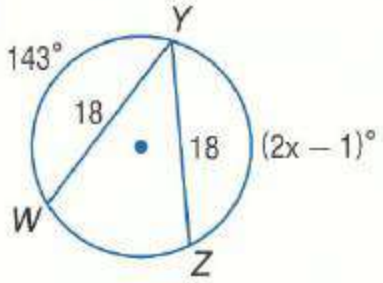
$\overline{FG} \cong \overline{JH}$ فقط إذا كان $LX = LY$.

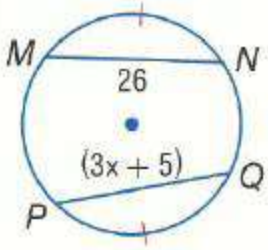
الجبر أوجد قيمة x.

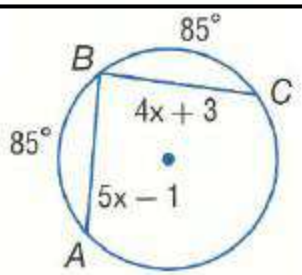




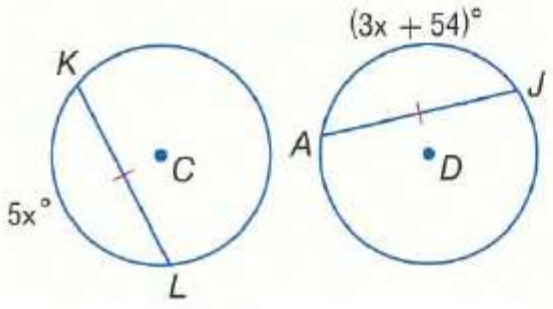




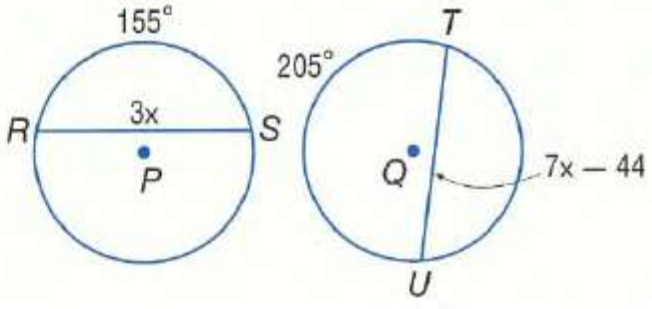




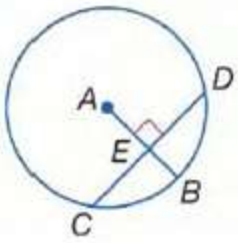
$\odot C \cong \odot D$



$\odot P \cong \odot Q$



في الدائرة A⊙، نصف القطر يساوي 14 و $CD = 22$. أوجد كلاً من القياسات. أقرب جزءٍ من المئة عند الضرورة.



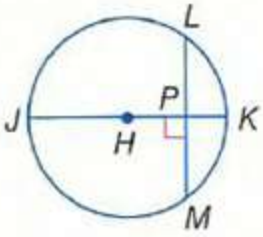
CE _____

_____

EB _____

_____

في الدائرة H⊙ القطر يساوي 18 و $LM = 12$ و $m\widehat{LM} = 84$. أوجد كلاً من القياسات. وقرّب إلى أقرب جزءٍ من مئة عند الضرورة.

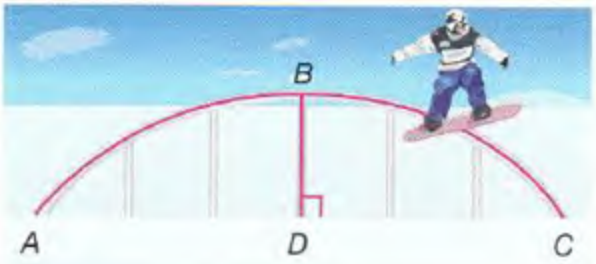


$m\widehat{LK}$ _____

_____

HP _____

_____

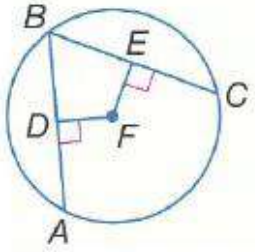


التزلج على الجليد المسار الموضح المخصص للتزحلق على الجليد هو دائرة فيها $\overline{BD}$ جزء من القطر. فإذا كان $\widehat{ABC}$ يساوي حوالي 32% من دائرة كاملة. فماذا يساوي $m\widehat{AB}$؟

_____

_____

الجبر في الدائرة F⊙، $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. $DF = 3x - 7$ و $FE = x + 9$. ما قيمة x؟



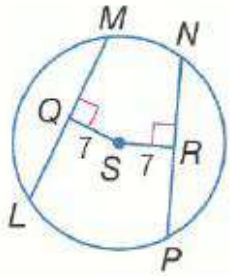
_____

_____

_____

_____

الجبر في الدائرة S⊙، $LM = 16$ و $PN = 4x$. ما قيمة x؟



_____

_____

_____

_____

ورقة عمل الصف العاشر | 5-4 الزوايا المحيطية | الاسم : _____

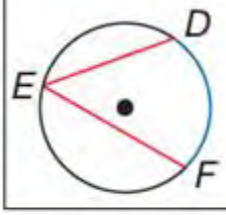
نواتج التعلّم 1- إيجاد قياسات الزوايا المحيطية . 2 - إيجاد قياسات المضلعات المحاطة بدائرة .

الزاوية المحيطية Inscribed angle هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها وترَين في الدائرة.

$\angle DEF$ هي زاوية مُحيطية.

$\overset{\frown}{DF}$ هو القوس الذي تُحدده الزاوية المُحيطية $\angle DEF$

الوتر $\overline{DF}$ هو الوتر الذي تُحدّده الزاوية المُحيطية .



انتبه!

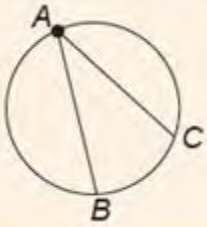
يُعطى طول القوس بوحدات الطول مثل السنتيمترات. أما قياس القوس فيُعطى بالدرجات.

مُبرهنة

مُبرهنة الزاوية المُحيطية

قياس الزاوية المحيطية يُساوي نصف قياس القوس الذي تُحدده على الدائرة.

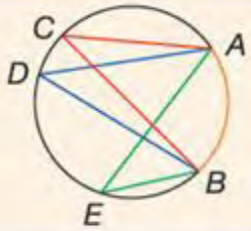
$$m\angle BAC = \frac{1}{2}\text{m}\overset{\frown}{BC}$$



مُبرهنة

الزوايا المُحيطية المشتركة في قوس تكون مُتطابقة.

$$\angle ACB \cong \angle ADB \cong \angle AEB$$
$$\angle CAE \cong \angle CBE$$

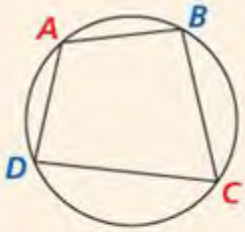


مُبرهنة

تكون زاوية مُحيطية زاوية قائمة إذا وفقط إذا كان القوس الذي تُحدّده نصف دائرة.

مُبرهنة

إذا كان رُباعي مُحاطًا بدائرة فإن مجموع قياسي كل زاويتين مُتقابلتين من زواياه هو $180°$.



الرُباعي $ABCD$ مُحاط بدائرة.

$$m\angle A + m\angle C = 180°$$
$$m\angle B + m\angle D = 180°$$

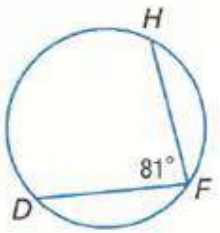
تذكير

الرُباعي الدائري هو رُباعي تقع جميع رؤوسه على الدائرة نفسها.

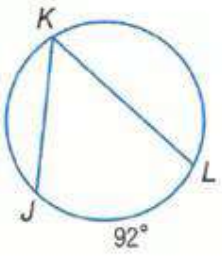
مُفردات إذا كانت A و B و C ثلاث نقاط على دائرة، فإن $\angle ABC$ زاوية _____ (مركزية أو مُحيطية).

أوجد قياس كل مما يلي.

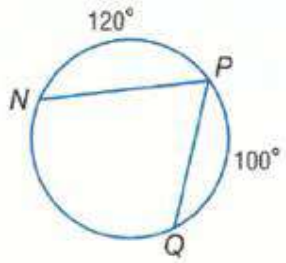
$m\overset{\frown}{DH}$



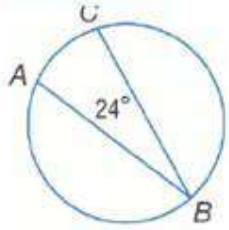
$m\angle K$



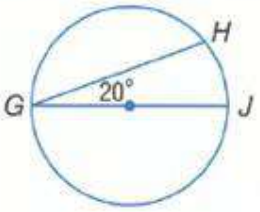
$m\angle P$



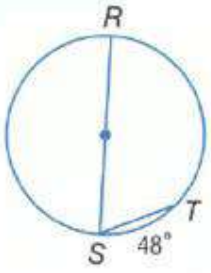
$m\overset{\frown}{AC}$



$m\overset{\frown}{GH}$

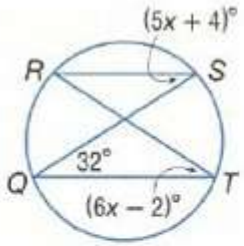


$m\angle S$

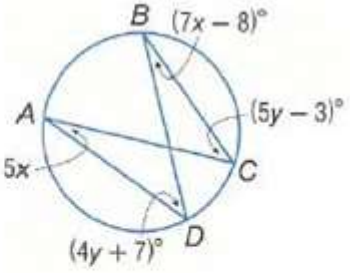


جبريًا أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle R$
$m\angle S$



$m\angle A$
$m\angle C$

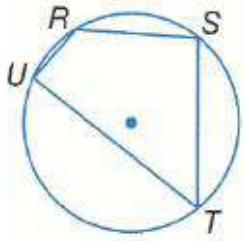


البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين.

فقرة برهان

معطى: $m\angle T = \frac{1}{2}m\angle S$

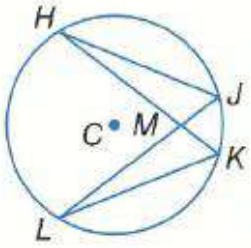
المطلوب إثباته: $m\overset{\frown}{TUR} = 2m\overset{\frown}{URS}$



برهان مكوّن من عمودين

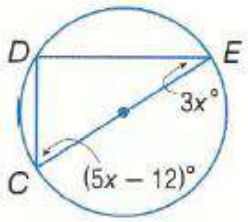
معطى: $\odot C$

المطلوب إثباته: $\triangle KML \sim \triangle JMH$

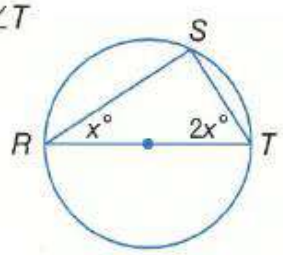


جبريًا أوجد كلاً من القيم.

$m\angle C$

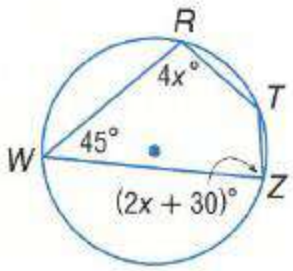


$m\angle T$

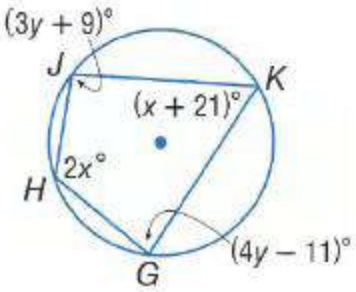


البنية أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle T$
$m\angle Z$



$m\angle H$
$m\angle G$

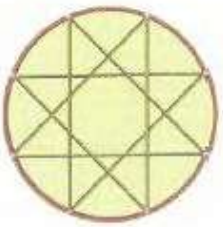


الأعمال الفنية يوضح الشكل أربعة نقوش فنية مختلفة لنجوم مصنوعة من الخيوط. فإذا كانت جميع الزوايا المحيطية لكل نجمة متطابقة. أوجد قياس كل زاوية محيطية.

a.

b.

c.



الإشارات تُحاط إشارة التوقف التي لها شكل ثماني أضلاع منتظم في دائرة. أوجد كلاً من القياسات.

$m\overset{\frown}{NQ}$

$m\angle LRQ$

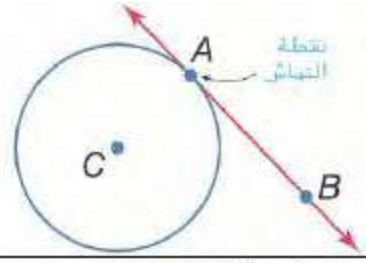
$m\angle RLQ$

$m\angle LSR$

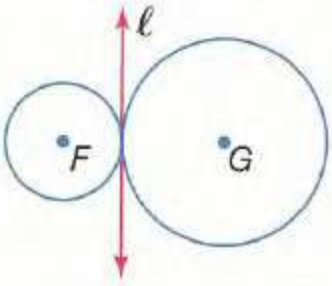
ورقة عمل الصف العاشر | 5-5 المماسات | الاسم : _____

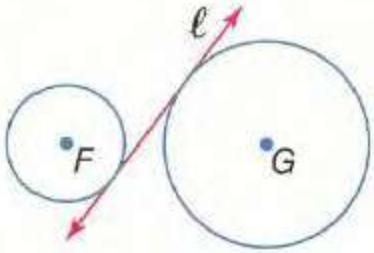
نواتج التعلّم 1- استخدام خواص المماسات. 2 - حلّ مسائل تتضمن مضلعاتٍ محيطةً بدوائر.

المماس هو مستقيمٌ يقع في مستوى الدائرة نفسه ويقطع محيطها في نقطةٍ واحدةٍ فقط تدعى **نقطة التماس**.

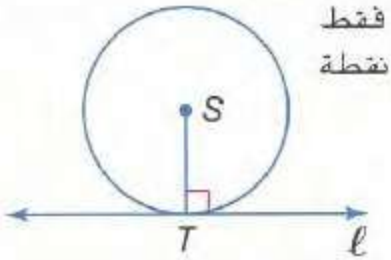


المماس المشترك هو مستقيمٌ أو شعاعٌ أو قطعةٌ مستقيمةٌ تمسّ دائرتين في المستوى نفسه.

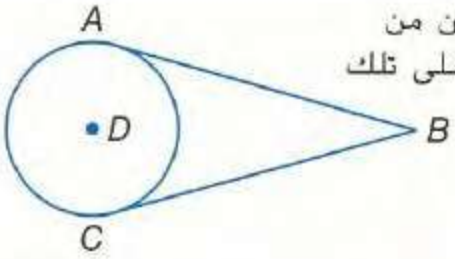




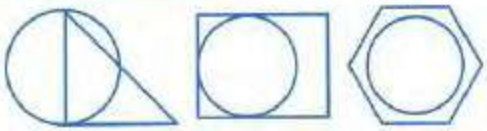
نظرية 11.10 في مستوىً ما، يكون مستقيمٌ مماسًا على دائرةٍ فقط إذا كان عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.



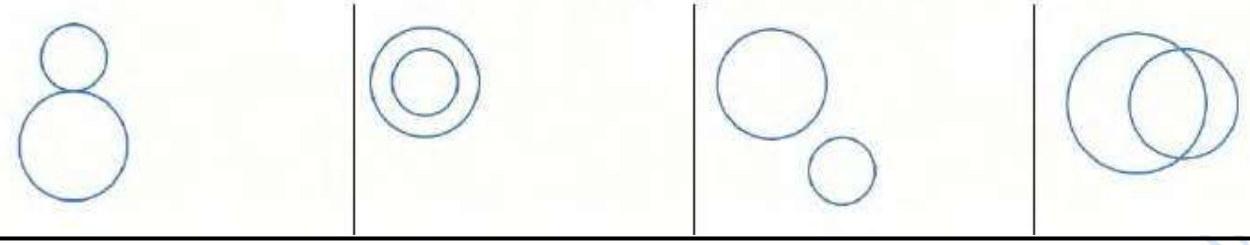
نظرية 11.11 إذا كانت قطعتان مستقيمتان مرسومتان من نقطةٍ واحدةٍ خارج الدائرة مماسيتين على تلك الدائرة، فهما متطابقتان.



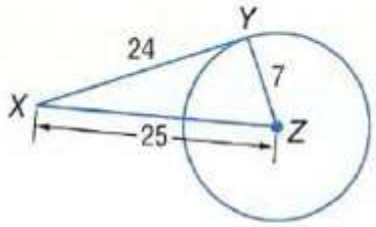
يكون المضلع محيطًا لدائرةٍ إذا كان كل ضلعٍ من أضلاع المضلّع مماسًا للدائرة.

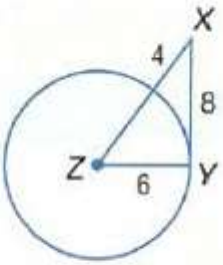
المضلعات المحيطة لدائرة	المضلعات غير المحيطة لدائرة
	

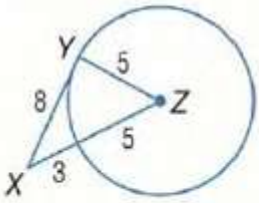
ارسم المماسات المشتركة. فإذا لم تكن هناك مماساتٌ مشتركة، فقل لا *مماسات مشتركة*.

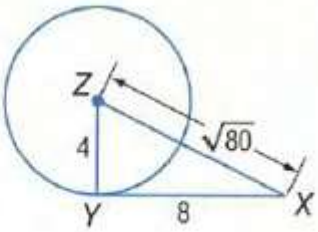


حدد ما إذا كان كل $\overline{XY}$ مماسيًا على الدائرة المعطاة. وبرر إجابتك.

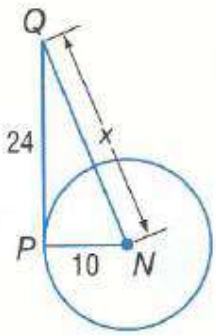


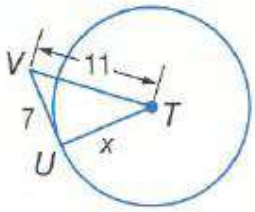


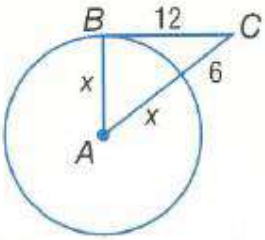


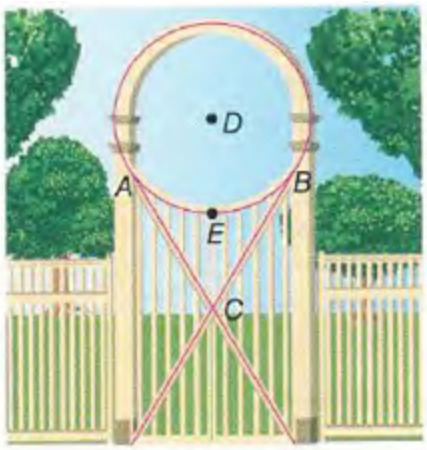


أوجد قيمة x. وافترض أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسيّة مماسية. وقرّب إلى أقرب عشرٍ عند الضرورة.







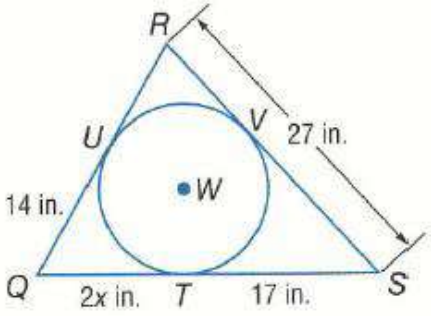


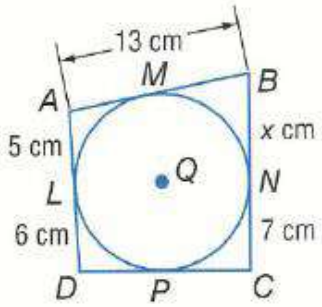
العرائش في العريشة الدائرية الموضحة. $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$ مماسيتان للدائرة $\odot D$. يساوي طول نصف قطر الدائرة 26 سنتيمترًا و $EC = 20$ سنتيمترًا. أوجد كلاً من القياسات مقربًا إلى أقرب جزءٍ من مئة.

a. AC

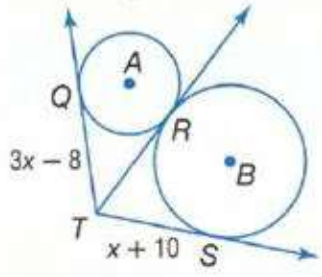
b. BC

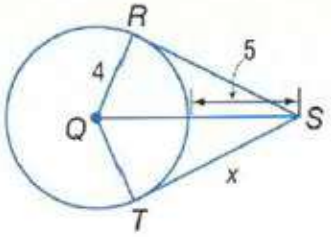
الاستنتاج المنطقي أوجد قيمة x. ثم أوجد المحيط.





أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب جزءٍ من مئة. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.



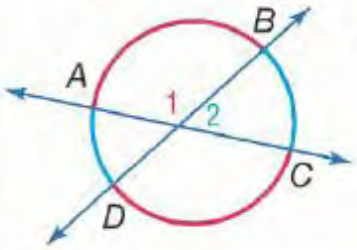


ورقة عمل الصف العاشر | 5-6 القاطع والمماس وقياس الزوايا | الاسم : _____

نواتج التعلّم
1- إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع على محيط دائرة أو بداخلها .
2 - إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع خارج الدائرة .

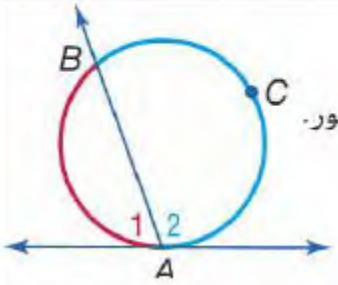
النظرية 11.12

الشرح إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتشكلة يساوي نصف مجموع قياسي القوسين اللذين تحصرهما الزاوية والزاوية المقابلة لها بالرأس.



مثال $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD})$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DA} + m\overset{\frown}{BC})$

النظرية 11.13



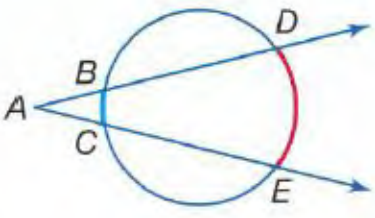
الشرح إذا تقاطع قاطعٌ ومستقيمٌ عند نقطة التماس.
إذًا فإن قياس كل زاوية متشكلة يساوي نصف قياس القوس المحصور.

مثال $m\angle 1 = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{AB}$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ACB}$

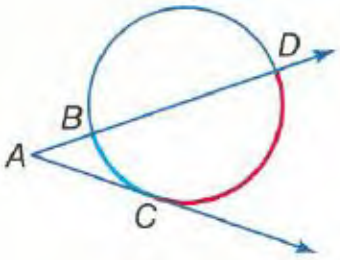
النظرية 11.14

الشرح إذا تقاطع قاطعان، أو قاطعٌ ومماس، أو مماسان خارج دائرة، إذًا فإن قياس الزاوية المتشكّلة يساوي نصف فرق قياسي القوسين المحصورين.

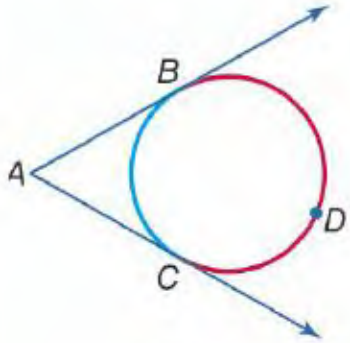
أمثلة



قاطعان
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DE} - m\overset{\frown}{BC})$

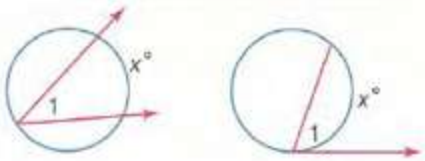
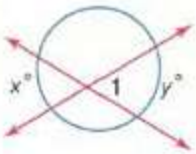
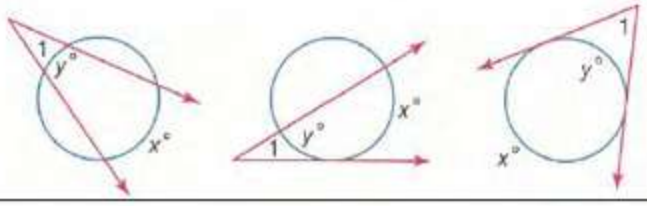


قاطع-مماس
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DC} - m\overset{\frown}{BC})$



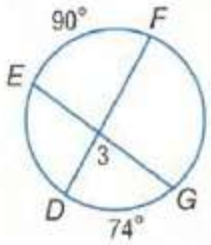
مماسان
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BDC} - m\overset{\frown}{BC})$

المفهوم الأساسي علاقات الزوايا والدوائر

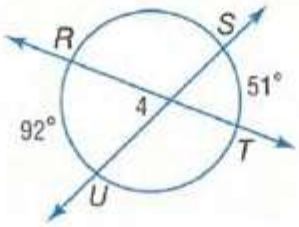
رأس الزاوية	النموذج (النماذج)	قياس الزاوية
على محيط الدائرة		نصف قياس القوس المحصور $m\angle 1 = \frac{1}{2}x$
داخل الدائرة		نصف قياس مجموع القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x + y)$
خارج الدائرة		نصف قياس فرق القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x - y)$

من أجل كل قياس، افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

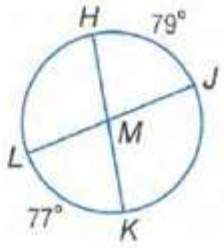
$m\angle 3$



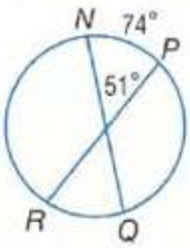
$m\angle 4$



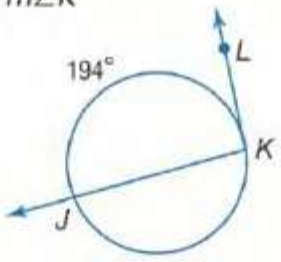
$m\angle JMK$



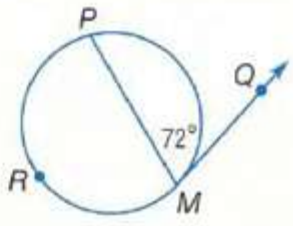
$m\overset{\frown}{RQ}$



$m\angle K$

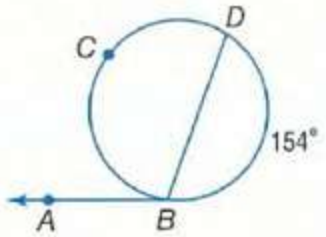


$m\overset{\frown}{PM}$

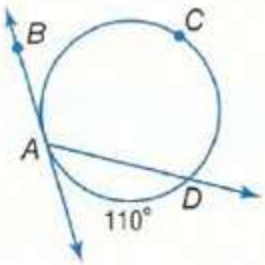


من أجل كل قياس، افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

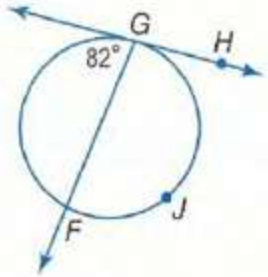
14. $m\angle ABD$



$m\angle DAB$

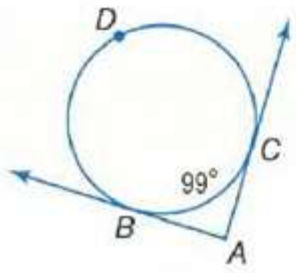


$m\overset{\frown}{GJF}$

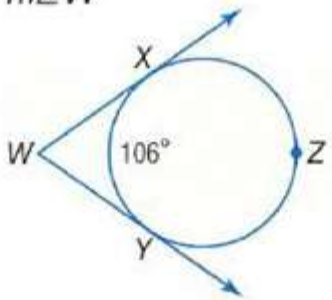


البنية أوجد كلاً من القياسات.

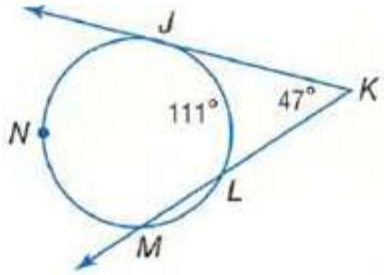
$m\angle A$



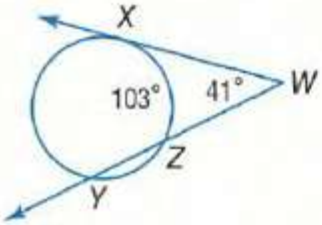
$m\angle W$



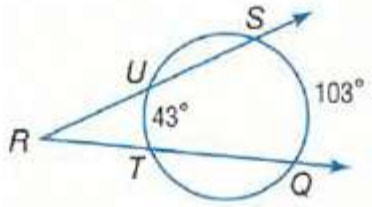
$m\overset{\frown}{JM}$



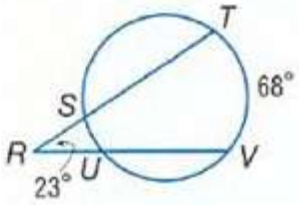
$m\overset{\frown}{XY}$

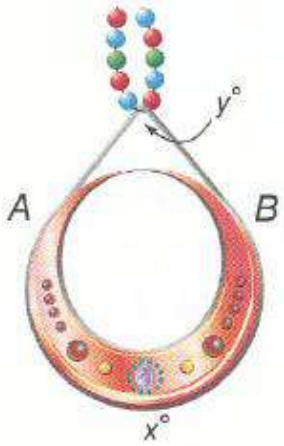


$m\angle R$



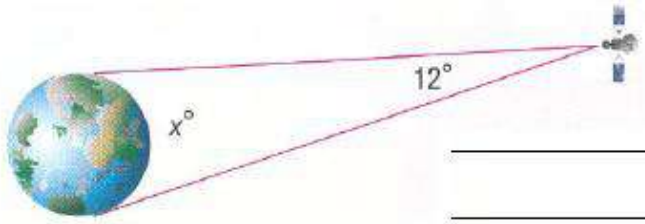
$m\overset{\frown}{SU}$



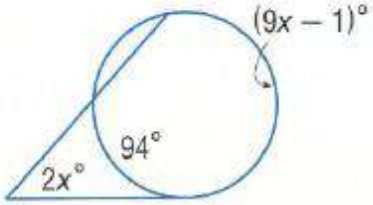


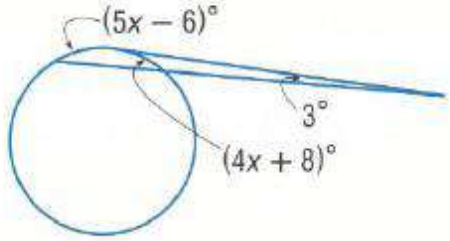
المجوهرات في القلادة الدائرية الموضحة. A و B نقطتا تماس. فإذا كانت قيمة $x = 260$. فكم تساوي قيمة y؟

الفضاء يدور قمر صناعي حول خط الاستواء في الكرة الأرضية. أوجد قيمة x. قياس قوس الكوكب الذي يمكن رؤيته من القمر الصناعي.



الجبر أوجد قيمة x.

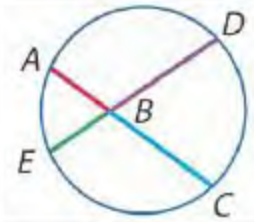




ورقة عمل الصف العاشر | 5-7 القطع الخاصة في الدائرة | الاسم : _____

نواتج التعلّم
1- إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع داخل دائرة .
2 - إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع خارج دائرة .

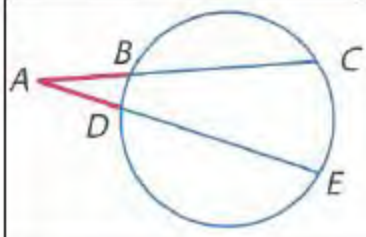
النظرية 11.15 القطع المستقيمة في نظرية الأوتار



إذا تقاطع وتران في دائرة، فتتساوى حينها نواتج ضرب أطوال القطع المستقيمة للأوتار.

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

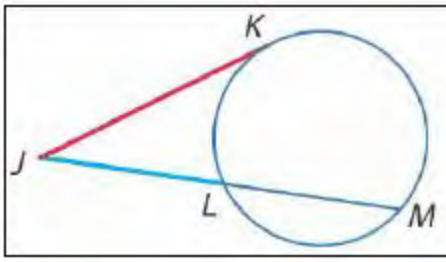
النظرية 11.16 نظرية القطع المستقيمة القاطعة



إذا تقاطع قاطعان خارج دائرة، فإن ناتج ضرب قطعة مستقيمة قاطعة وقطعتها المستقيمة القاطعةالخارجية يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع الآخر بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

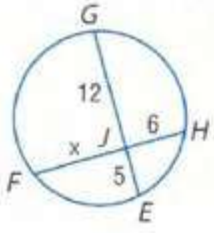
النظرية 11.17

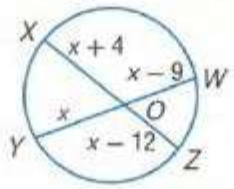


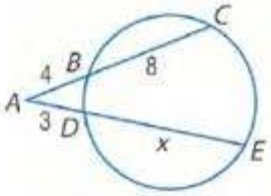
إذا تقاطع مماس وقاطع خارج دائرة، فإن مربع قياس المماس يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

$$JK^2 = JL \cdot JM$$

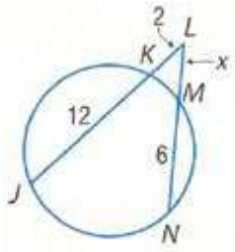
أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

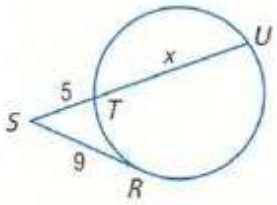


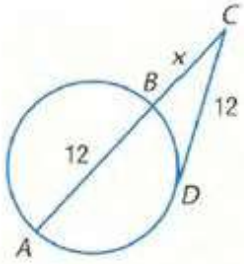




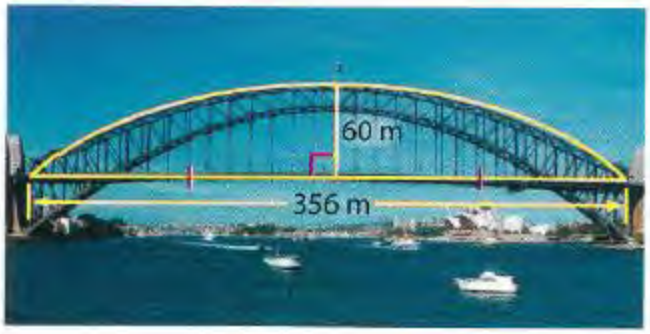
أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.



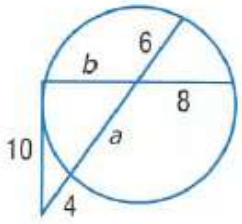


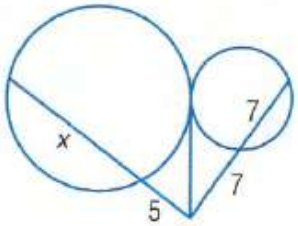


الجسور ما هو قطر الدائرة التي تحوي قوس جسر هاربور بسيدني؟ قرّب إلى أقرب عُشر.



البنية أوجد كل متغيرٍ مقربًا إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

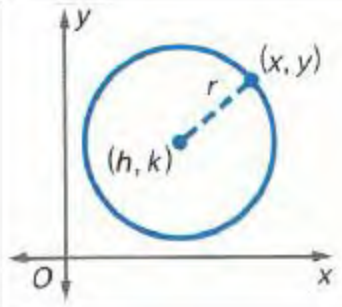




ورقة عمل الصف العاشر | 5-8 معادلة الدائرة | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- كتابة معادلة دائرة . 2 - تمثيل دائرة على المستوى الإحداثي .

المفهوم الأساسي معادلة دائرة بالصيغة القياسية



إن الصيغة القياسية لمعادلة دائرةٍ يقع مركزها عند النقطة (h, k) ونصف قطرها r هي $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

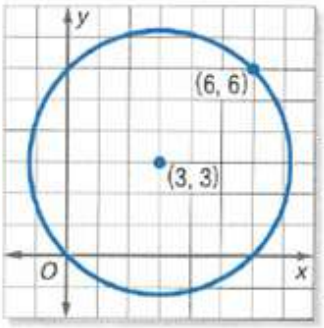
تدعى الصيغة القياسية لمعادلة دائرةٍ أيضًا بصيغة *المركز-نصف القطر*.

البنية اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.

المركز يقع عند نقطة الأصل. نصف القطر يساوي 4

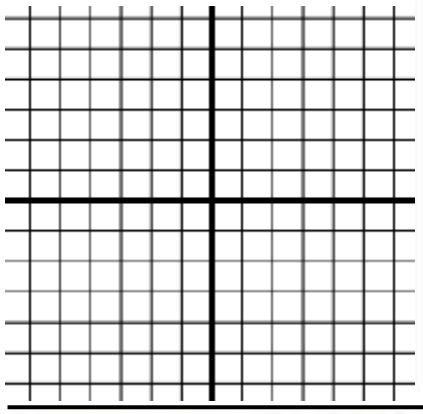
المركز يقع عند النقطة $(8, -9)$. نصف القطر يساوي $\sqrt{11}$

المركز يقع عند النقطة $(1, -2)$. الدائرة تمر بالنقطة $(3, -4)$

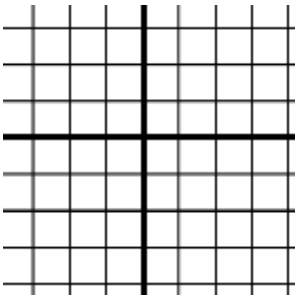


من أجل كل دائرةٍ معادلتها معطاة، اذكر إحداثيي المركز وقياس نصف القطر. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

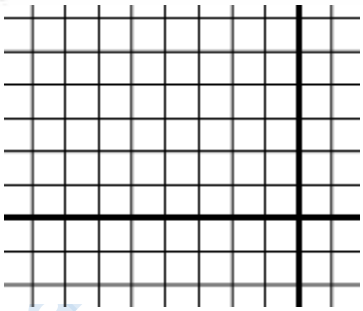
$x^2 + y^2 = 36$



$x^2 + (y + 1)^2 = 4$



$x^2 + y^2 + 8x - 4y = -4$



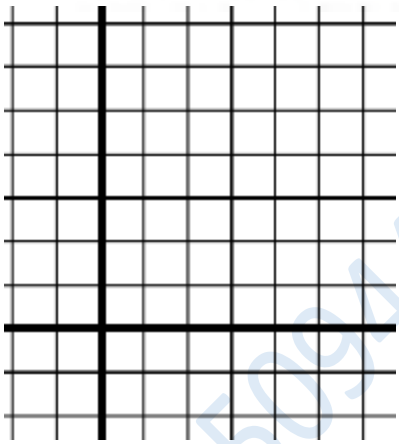
أوجد نقطة (نقاط) التقاطع، في حال وجودها، بين كل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.

$x^2 + y^2 = 2$

$y = -x + 2$

اكتب معادلةً للدائرة التي تضم كل مجموعة من النقاط التالية. ثم مثّل الدائرة بيانيًا.

A(1, 6), B(5, 6), C(5, 0)



050-2509447 علام

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

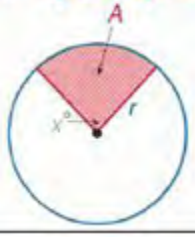
https://t.me/mustafaallam
https://t.me/alllaaam82

ورقة عمل الصف العاشر | 5-9 مساحة الدائرة والقطاع الدائري | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- إيجاد مساحات الدوائر. 2 - إيجاد مساحات قطاعات الدوائر.

المفهوم الأساسي مساحة قطاع

تساوي نسبة **المساحة A لقطاع** إلى **مساحة الدائرة بكاملها** πr^2 نسبة **قياس القوس المحصور** x بالدرجات إلى 360.



التناسب: $\frac{A}{\pi r^2} = \frac{x}{360}$

المعادلة: $A = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$

المفهوم الأساسي مساحة الدائرة

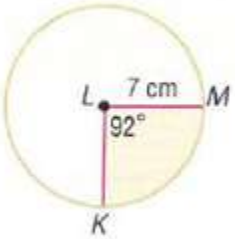
$A = \pi r^2$ إن مساحة الدائرة A تساوي π مضروبة بمربع نصف القطر r.

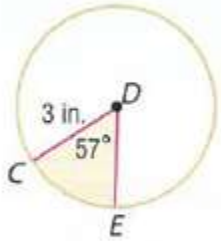
الإنشاء أوجد مساحة كل دائرة مما يلي وقرّبها إلى أقرب عُشر.

أوجد قطر دائرة مساحتها 74 مليمترًا مربعًا.

تساوي مساحة دائرة 88 سنتيمترًا مربعًا. أوجد نصف قطرها.

أوجد مساحة كل قطاع مظلل وقربها إلى أقرب عُشر.





الوحدة 6

التحويلات الهندسية والتناظر

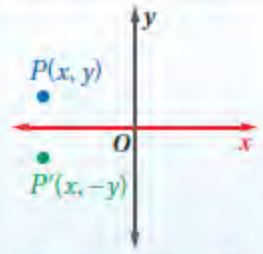
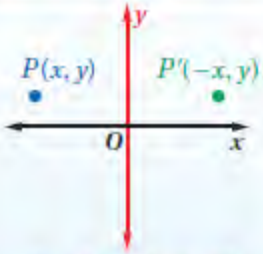
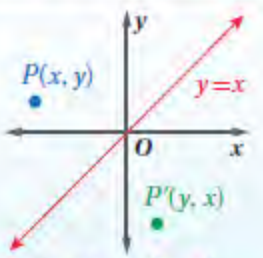
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر | 6-1 الانعكاس | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس. 2– رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

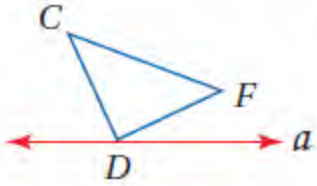
الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيمٍ يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة وصورتها.

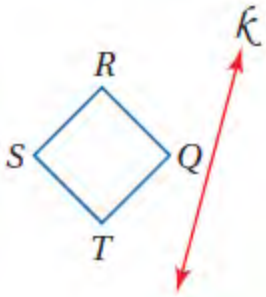
الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المستقيم $y=x$
		
$(x, y) \to (x, -y)$	$(x, y) \to (-x, y)$	$(x, y) \to (y, x)$

ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

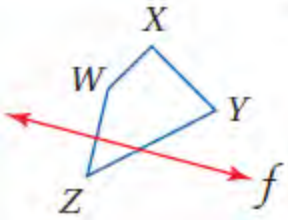
(1)



(2)



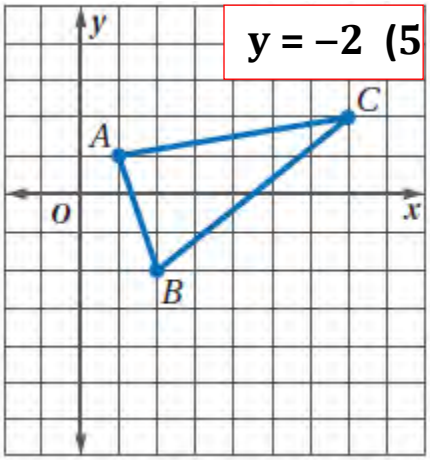
(3)



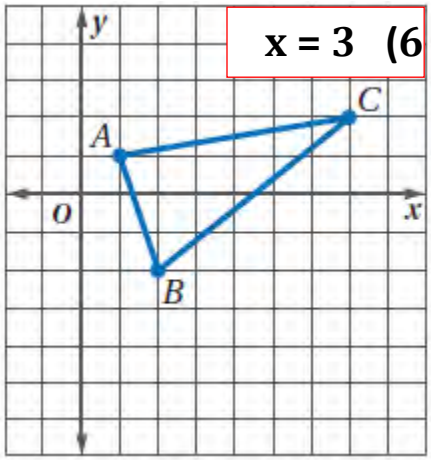
4) **مباريات**: ينتظر ماجد في المطعم صديقًا سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يوقف صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلًا يوضح إجابتك.

مثِّل بيانيًا صورة $\triangle ABC$ المبين جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل من السؤالين 5، 6.

5) $y = -2$

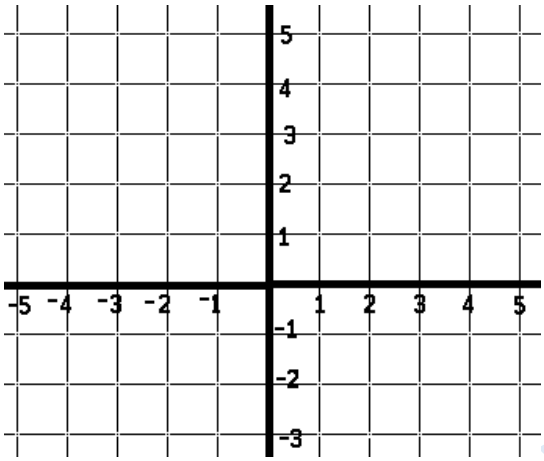


6) $x = 3$

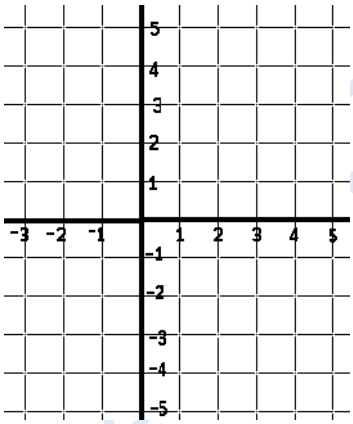


مثِّل كل شكل مما يأتي، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

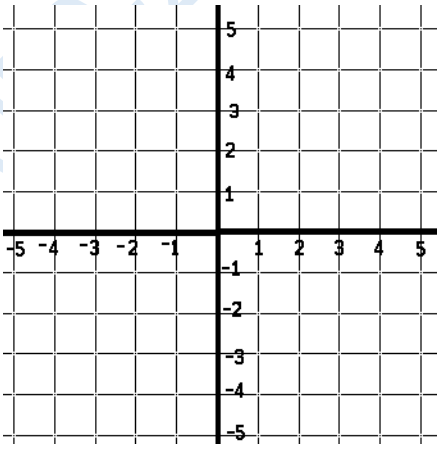
7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0,4)$, $Y(-3,4)$, $Z(-4,-1)$ بالانعكاس حول المحور y.



8) $\square RST$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $Q(-1,4)$, $R(4,4)$, $S(3,1)$, $T(-2,1)$ بالانعكاس حول المحور x.



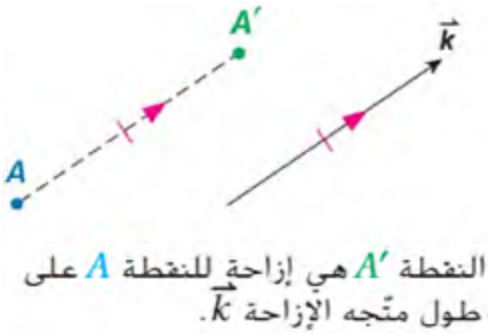
9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(-3,1)$, $K(-1,3)$, $L(1,3)$, $M(-3,-1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



ورقة عمل العاشر | 6-2 الإزاحة | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1– رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة. 2– رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

الإزاحة: هي تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي $\overline{AA'}$ حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).



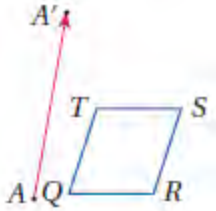
النقطة A' هي إزاحة للنقطة A على طول متّجه الإزاحة $\vec{k}$.

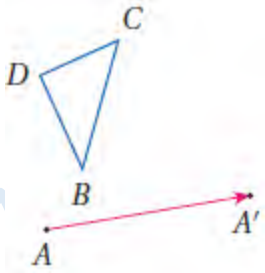
الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجهٍ يدعى متجه الإزاحة بحيث:

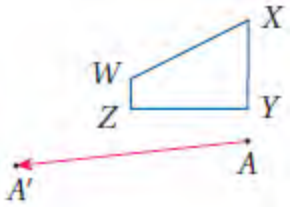
- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطةً بصورتها طول المتجه نفسه.
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازيةً للمتجه أيضًا.

الإزاحة في المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للإزاحة الأفقية بالرمز a ، وللإزاحة الرأسية b ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة: $(x,y) \rightarrow (x+a, y+b)$

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍ ممّا يأتي:

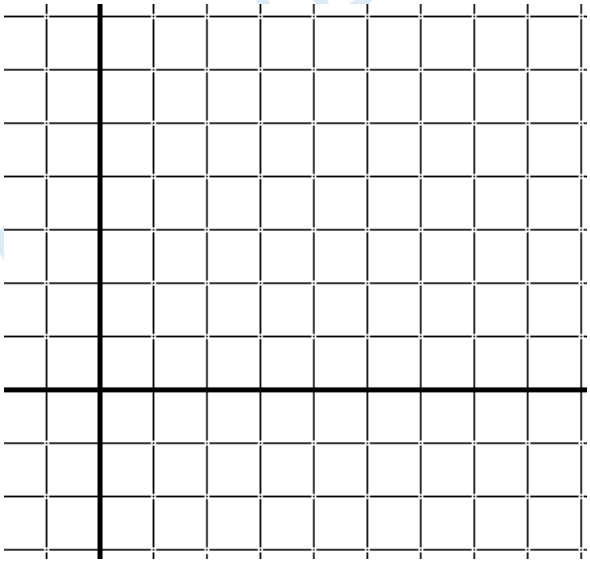




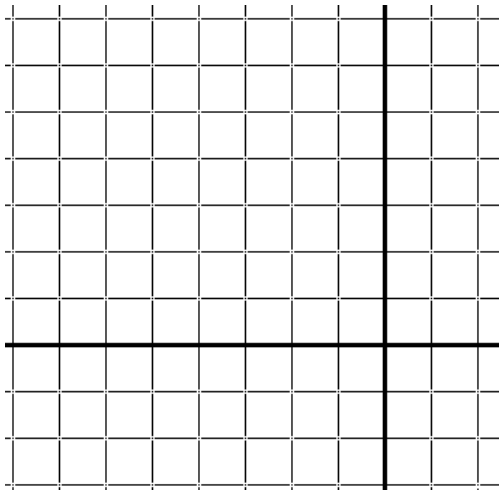


مثل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍ مما يأتي بيانيًا:

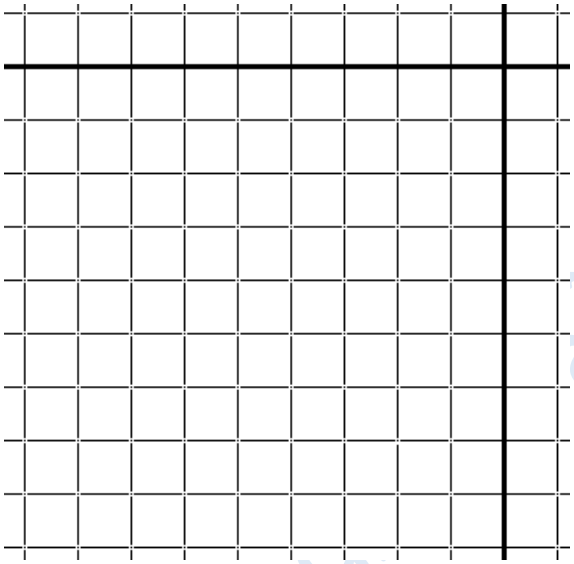
شبه المنحرف JKLM ذو الرؤوس $J(2,4)$, $K(1,1)$, $L(5,1)$, $M(4,4)$; $\langle 7,1 \rangle$



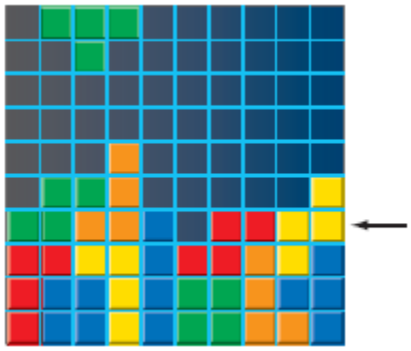
المثلث ΔDFG ذو الرؤوس $D(-8,8)$, $F(-10,4)$, $G(-7,6)$; $\langle 5,-2\rangle$



متوازي الأضلاع $WXYZ$ ذو الرؤوس $W(-6,-5)$, $X(-2,-5)$, $Y(-1,-8)$, $Z(-5,-8)$; $\langle -1,4\rangle$



ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة ، فاكتب قاعدةً (رمز الدالة) لوصف الإزاحة التي تملأ الصف المشار إليه بالسهم.



ورقة عمل العاشر | 6-3 الدوران | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن الدوران مستخدمًا المنقلة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.

الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة تسمى **مركز الدوران**.

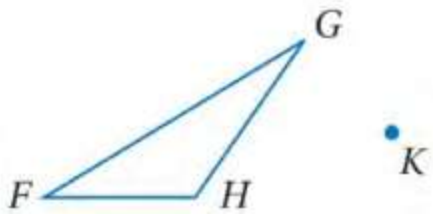
- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى **زاوية الدوران**.

الدوران في المستوى الإحداثي:

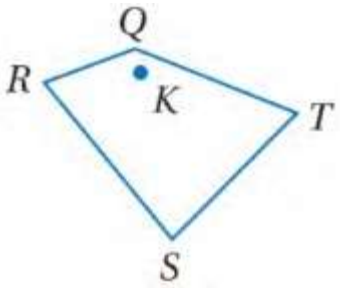
زاوية الدوران 90°	زاوية الدوران 180°	زاوية الدوران 270°
$(x,y) \rightarrow (-y, x)$	$(x,y) \rightarrow (-x, -y)$	$(x,y) \rightarrow (y, -x)$

استخدم منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين التاليين:

45°

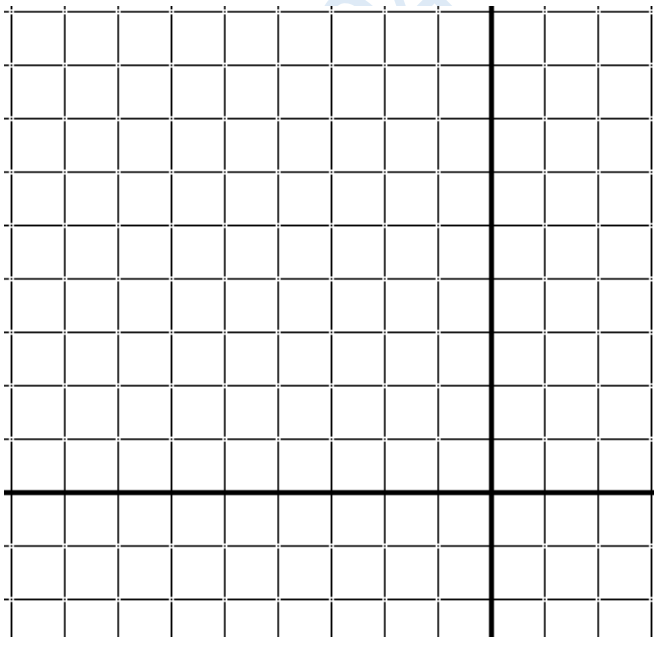


120°

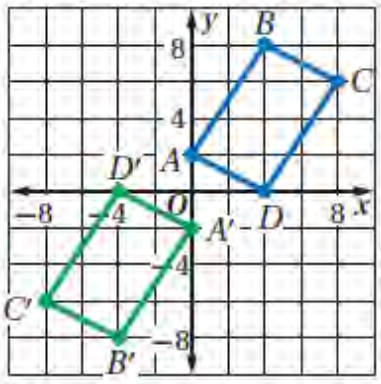


إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي : , D(-2,6) , F(2,8)

G(2,3) ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 270° حول نقطة الأصل.



اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي ABCD وصورته A'B'C'D' الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس زاوية الدوران؟



A) 90°
B) 180°
C) 270°
D) 360°

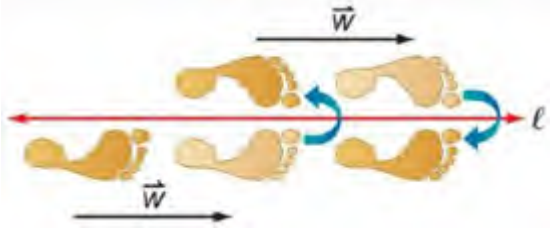
050-2509447 عمل المدرس / مصطفى علام

ورقة عمل العاشر | 6-4 تركيب التحويلات | الاسم:----------

نواتج التعلّم
1- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.
2- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويسمى تحويلًا هندسيا مركبًا.

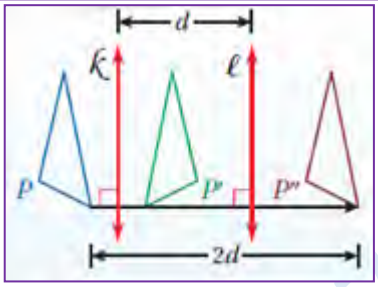
الانعكاس الانزلاقي: هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.

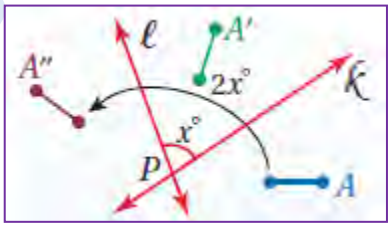


نظرية 14-1 تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

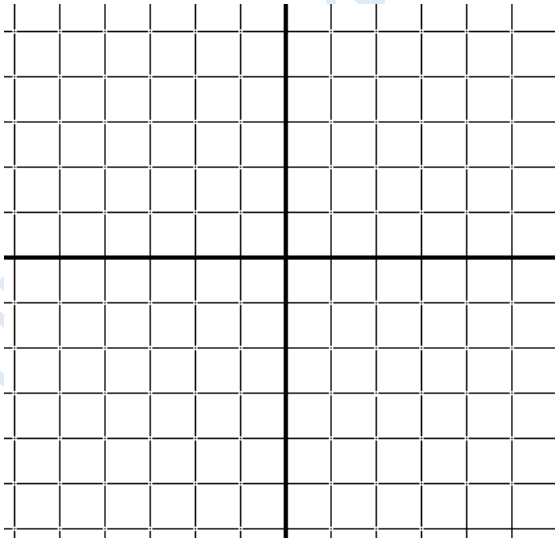
نظرية 14-2 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:
• اتجاهها عموديًا على كلٍ من المستقيمين. • مقدارها مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

نظرية 14-3 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:
• مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين. • قياس زاويته مثلي قياس الزاوية التي يشكلها المستقيمين.





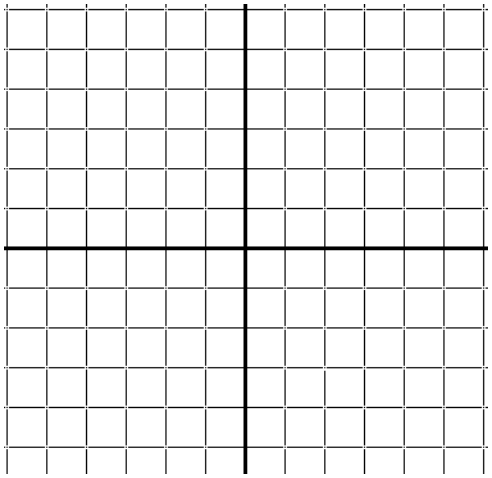
إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي : E(-1,-1) , D(-2,-5) , C(-5,-1) ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن



الانعكاس الانزلاقي المحدد:

إزاحة: على طول ⟨4,0⟩

انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x.

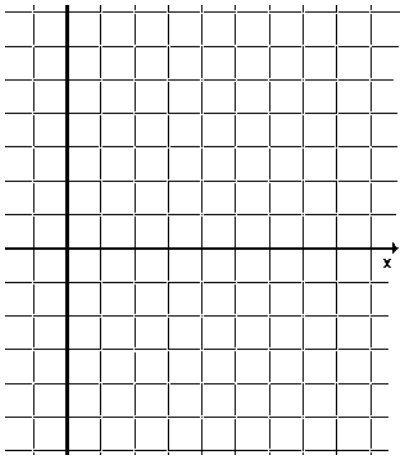


إزاحة: على طول $\langle 0,6 \rangle$

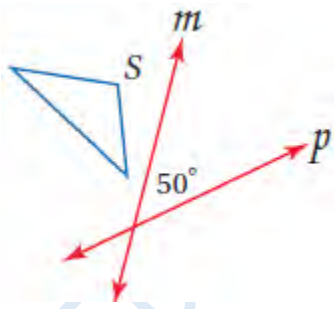
انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي y.

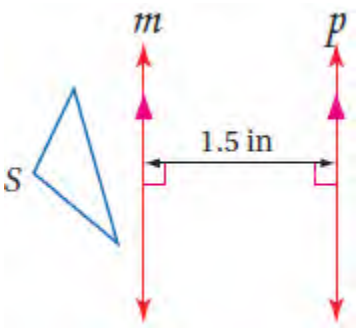
إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $K(6,5)$, $J(2,5)$، مثل بيانيًا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ،

ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل:



ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل S إلى "S .





أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل الهندسي المركّب الذي يمكن استخدامه لتكوين هذا النمط.

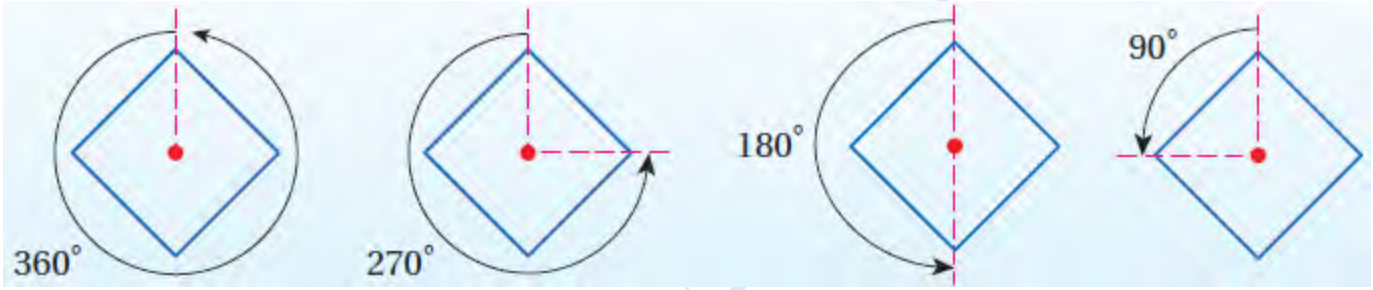
ورقة عمل العاشر | 6-5 التناظر | الاسم:----------

نواتج التعلّم
1- تحديد محاور التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثنائية الأبعاد.
2- تحديد مستويات التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثلاثية الأبعاد.

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متناظرًا حول محور، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التناظر.

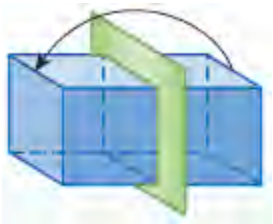
يكون للشكل ثنائي الأبعاد تناظر دوراني إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التناظر.

يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من 0° إلى 360° اسم رتبة التناظر، أما (مقدار التناظر) (زاوية التناظر الدوراني) فهي قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، وقياس هذه الزاوية يساوي [مقدار التناظر = 360° ÷ رتبة التناظر].

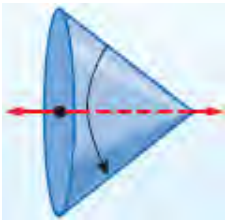


التناظر في الأشكال الثلاثية الأبعاد

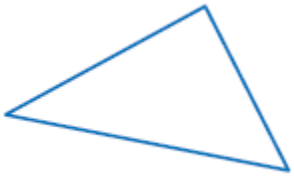
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متناظرًا حول مستوى، إذا كان صورة انعكاسه حول المستوى هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستوى بمستوى التناظر.



يكون للشكل الثلاثي الأبعاد تناظر محوري، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.

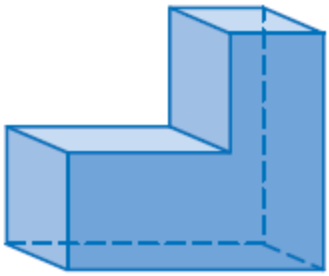


بيّن ما إذا كان للشكل محور تناظر أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التناظر جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ مما يأتي:



بيّن ما إذا كان للشكل تناظر دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التناظر، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:

بيّن ما إذا كان الشكل المجاور متناظرًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.

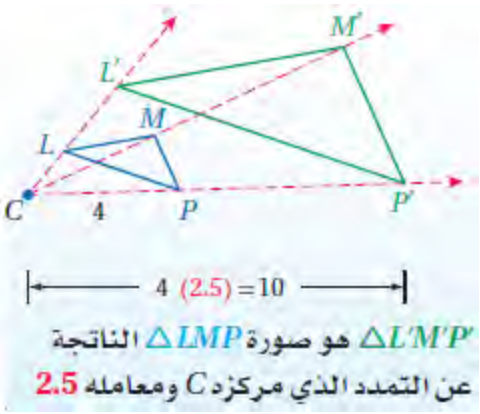


عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر | 6-6 عمليات تغيير الأبعاد (التمدّد) | الاسم:----------

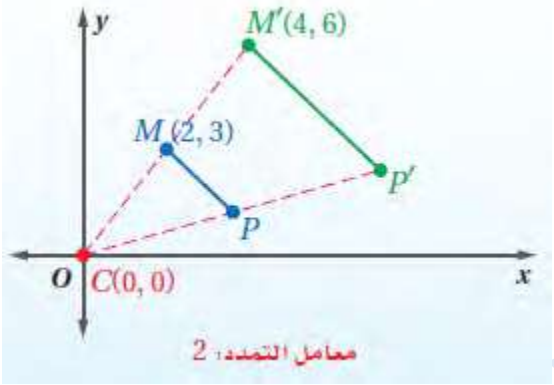
نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستخدام المسطرة. 2- رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

التمدد هو تحويل هندسي يكبّر الشكل أو يصغره بنسبة محدَّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة **معامل مقياس التمدد**. ولأن الصورة الناتجة عن التمدُّد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع **تحويلات التشابه**. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.



التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k، حيث $k \neq 1$، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P'، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ويكون $CP' = k(CP)$



التمدد في المستوى الإحداثي

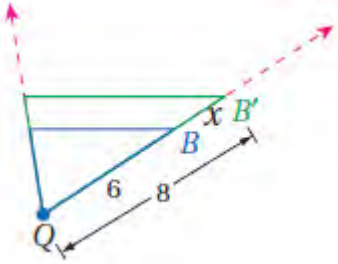
لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمددٍ مركزه النقطة M ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من السؤالين التاليين:

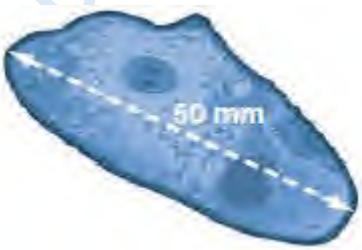
1) $k = \frac{1}{4}$

2) $k = 2$

3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل 'B تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.

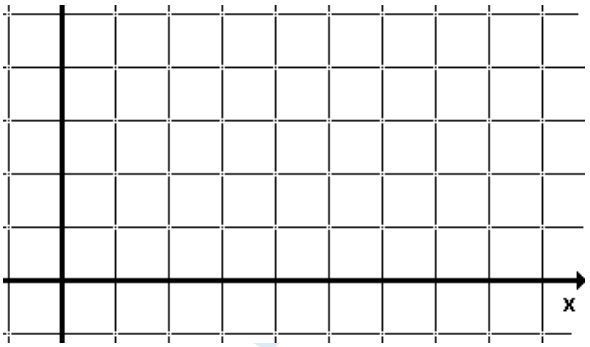


4) أحياء: طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm، إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستخدمة؟ وضح إجابتك.

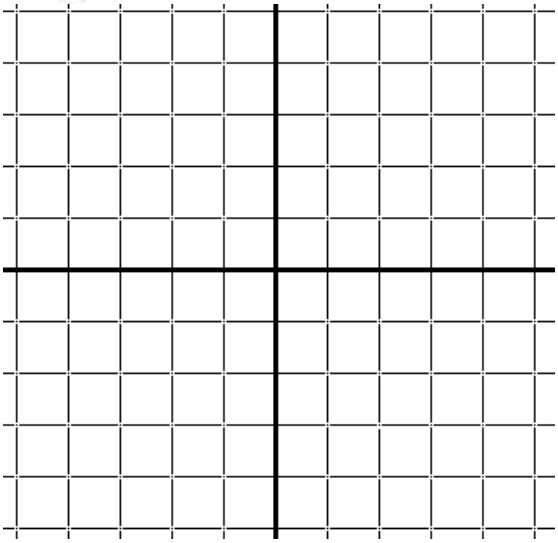


مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًا، ثم مثّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من الأسئلة التالية:

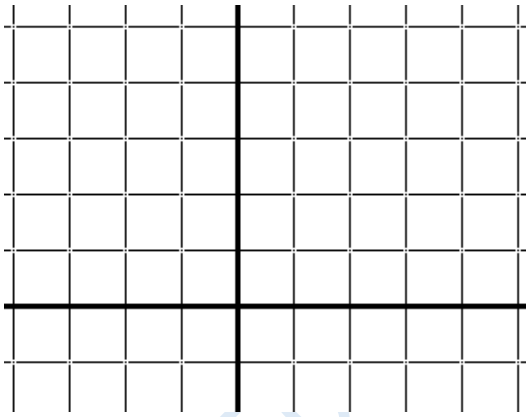
(5 $k = 1.5$ ؛ $W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0)$



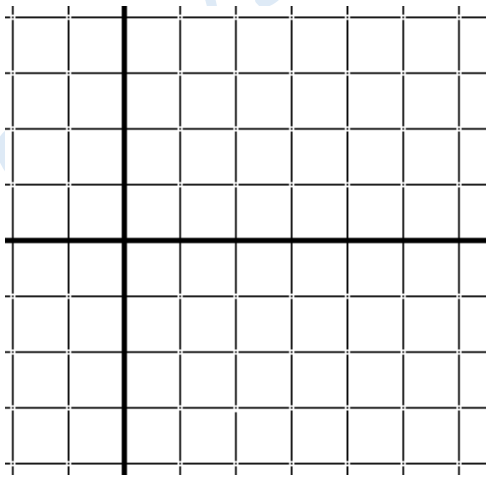
(6 $k = \frac{1}{2}$ ؛ $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4)$



(7 $k = 2$ ؛ $A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2)$



(8 $k = \frac{3}{4}$ ؛ $J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4)$



الوحدة 7

الاحتمالات والقياس

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل الصف العاشر **7-1 تمثيل الفضاءات العينية** **الاسم :** _____

نواتج التعلّم 1– استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2 – استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

التجربة هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. **النتيجة** هي استنتاج لتجريب تجربة ما. **الحدث** هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة.

الفضاء العيني هو مجموعة النتائج المحتملة لتجربة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.

عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفًا (O) أو لا يسجّل (G). افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين.

سحب سمير بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها:

(عصير مجاني J) أو (دفتر ملحوظات مجاني N).

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ملابس : تريد سمر حضور حفلة ، وعليها أن تختار ما ترتديه في الحفلة من القائمة المجاورة . مثل فضاء العينة في هذا الموقف بالرسم الشجري.

مطاعم : عرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور وكل صنف منها يحتوي على عدد من الأنواع. افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع فما عدد النواتج الممكنة؟

قائمة المأكولات	عدد البدائل
المقبلات	8
الحساء	4
السلطة	6
الطبق الرئيس	12
الحلوى	9

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر | 7-2 الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق | الاسم:----------

نواتج التعلّم: 1– استخدام التباديل في حساب الاحتمال. 2– استخدام التوافيق في حساب الاحتمال.

التباديل : تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

يكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة !n ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

$$ {}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!} $$

$$ \text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}} $$

$$ \text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة}} $$

التباديل مع التكرار :عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي :

$$ = \frac{n!}{r_1! \bullet r_2 \dots\dots \bullet r_k!} $$

التباديل الدائرية : عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي : $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

التوافيق : هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

$$ {}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \bullet r!} $$

الهندسة: طلب من 5 طلاب أن يختاروا مضلعًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

المسرحية: يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالبا. إذا اختير 3 من فريق العمل عشوائيا. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة. واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

_____

_____

_____

القيادة : ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي CFF3133 ؟ _____

_____

_____

كيمياء : في معمل الكيمياء طلب إليك اختبار ست عينات رتبت عشوائيا على منضدة دائرية.

a) ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور؟

---

b) ما احتمال أن تكون العينة 2 في المكان المشار إليه بسهم على الرسم؟

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة وأيمن في سحب للفوز بتذكرتي مباراة كرة قدم.ما احتمال أن يفوز أسامة وأيمن بهاتين التذكرتين؟

_____

_____

_____

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

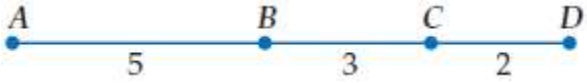
https://t.me/mustafaallam
https://t.me/alllaaam82

ورقة عمل العاشر | 7-3 الاحتمالات الهندسية | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1– إيجاد الاحتمالات باستخدام الطول. 2– إيجاد الاحتمالات باستخدام المساحة.

الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة يسمى **احتمالًا هندسيًّا**.

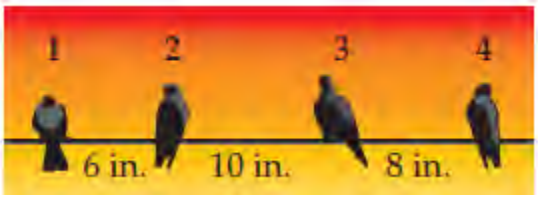
إذا اختيرت النقطة X عشوائيًّا على $\overline{AD}$ في الشكل المجاور، فأوجد كلًّا مما يأتي:



$P(X$ تقع على $\overline{BC})$ (أن) _____

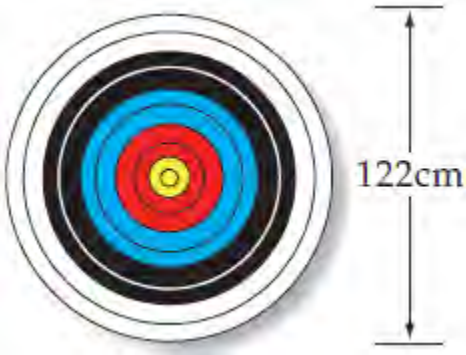
$P(X$ تقع على $\overline{BD})$ (أن) _____

طيور: تقف أربعة طيور عند نقاطٍ على سلكٍ كما في الشكل المجاور. فإذا هبط طائر خامس عشوائيًّا على نقطة من نقاط السلك فما احتمال أن يقف بين الطائر رقم 3 والطائر رقم 4؟



_____

لعبة السهام: يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. أوجد احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى.



_____

_____

ملاحة: ضَلّ أحد طلبة الكشافة طريقه في غابة، فوجّه بوصلته عشوائيًّا كما في الشكل أدناه. أوجد احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) والشمال الشرقي (NE).

_____

_____

_____

ورقة عمل العاشر | 7-4 المحاكاة | الاسم: ----------

نواتج التعلّم 1– تصميم نموذج المحاكاة لتقدير الاحتمال. 2– تلخيص البيانات من خلال نماذج المحاكاة.

نموذج المحاكاة: هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. **المحاكاة:** هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف مرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

تصميم نموذج محاكاة

الخطوة 1 حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.

الخطوة 2 اذكر أي افتراضات.

الخطوة 3 صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.

الخطوة 4 عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

قيمة التوقع $E(X) = \Sigma [X \cdot P(X)]$

الدرجات حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدمًا النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم اعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

050-2509447

اللياقة البدنية يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونفذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الصف الدراسي	نسبة التسجيلات %
التايكوندو	45%
اليوجا	30%
السباحة	15%
الملاكمة	10%

ألعاب المهرجانات الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقعة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.

a. احسب قيمة التوقع من كل رمية.
b. صمّم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.
c. كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟

ورقة عمل العاشر | 7-5 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة. 2- إيجاد احتمالات الأحداث علمًا بوقوع أحداث أخرى.

يتكون **الحدث المركب** من حدثين بسيطين أو أكثر. ممكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة.

يكون الحدثان A و B **مستقلان** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.

يكون الحدثان A و B **غير مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان مستقلان: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B)$

إذا كان A و B حدثان غير مستقلين: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B\backslash A)$

يقرأ الترميز P(B\A) : احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى **الاحتمال المشروط**.

الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B\backslash A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبد الرحمن اختبار **SAT** يوم السبت وحصل على **1350** درجة. وأدى اختبار **ACT** في الأسبوع التالي وحصل على **23**

وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسيلعبون مباراة البطولة.

النقل: يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتكلف رحلته إلى المنزل **0.50 AED**. إذا كان لديه في جيبه **3** عملات معدنية من فئة **25** فلسًا و**5** عملات معدنية من فئة **10** فلوس وعملتان من فئة **5** فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة **25** فلوس بشكل متتالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.

أوراق اللعب: اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. وتمت إعادة تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى. ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟

_____

_____

_____

أصدقاء: يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة قدم، ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائيًا، ويشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B. ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10 ؟

_____

_____

_____

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر | 7-6 احتمالات الأحداث المنفصلة | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1– إيجاد احتمالات الأحداث المنفصلة والغير منفصلة. 2– إيجاد احتمالات المتممات.

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما **منفصلان** أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان A ، B حدثان منفصلان: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان A ، B حدثان غير منفصلين: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

عناصر **الحدث المتمم** لـ A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث A .

$P(\text{A ليس }) = 1 - P(A)$

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال : و ← أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ← أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ← أحداث متممة.

حدد ما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. واشرح استنتاجك.

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.

_____

_____

رعاية قطة أو حصان.

_____

_____

الوظائف: هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين 4 بطاقات هدايا و 6 أقداح قهوة و 7 أسطوانات DVD و 10 أسطوانات مضغوطة و 3 سلال هدايا . ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟

_____

_____

_____

النوادي: وفقًا للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

النادي	السنة الأولى	السنة قبل الأخيرة	السنة الأخيرة
التطوعي	12	14	8
المناظرة	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
الفرنسية	11	15	13

حدد احتمال وقوع كل حدث:

إذا كانت فرصة إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوّت الضربة؟

إذا كانت فرصة الإقامة في مهجع بعينه هي 75% . فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالبًا حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار طالبين عشوائيًا من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

الوحدة 8

الدوال والعلاقات الأسية واللوغاريتمية

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

ورقة عمل الصف العاشر | 4-1 التمثيل البياني للدوال الأسية | الاسم : _____ الشعبة : _

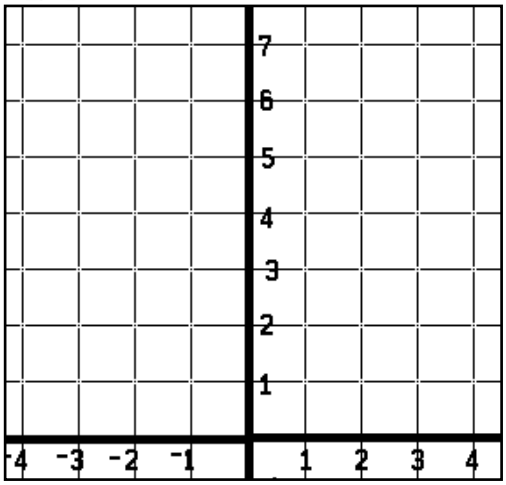
تقييم ذاتي	تقييم أقران

Graphing Exponential Functions

في هذا الدرس سوف أتعلم:
1- رسم دالة النمو
2- رسم دالة التضاؤل الأسي.

Graph each function. State the domain and range. مثّل كل دالة بيانيًا حدد المجال والمدى.

$f(x) = 2^x$

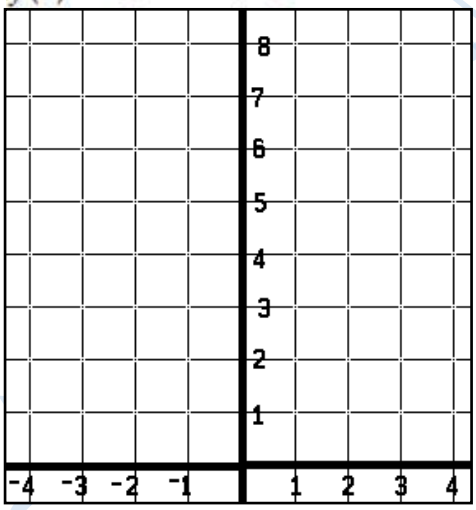


x	y

_____

_____

$f(x) = 3^{x-2} + 4$

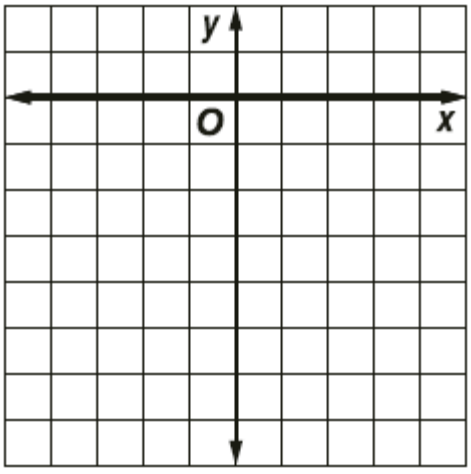


x	y

_____

_____

$f(x) = -2(4)^x$

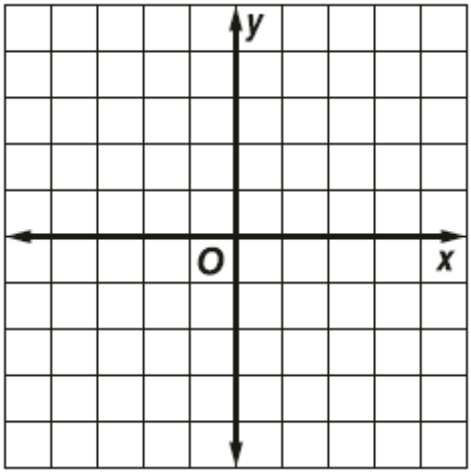


x	y

_____

_____

$f(x) = 0.25(4)^x - 6$

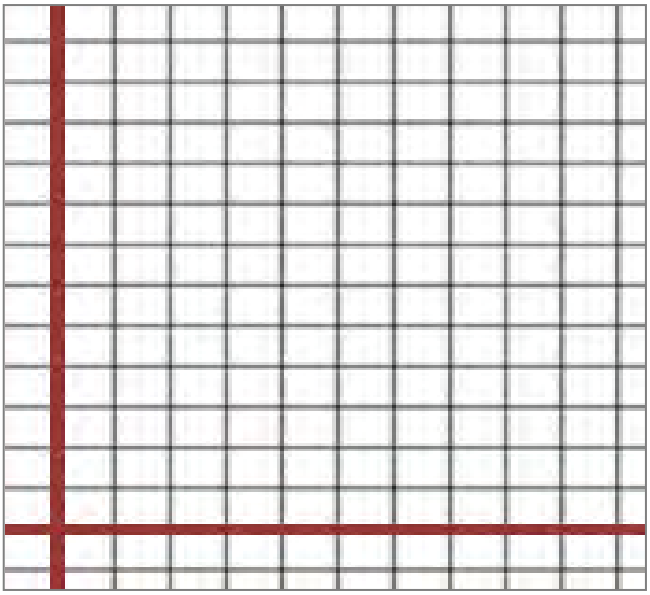


x	y

_____

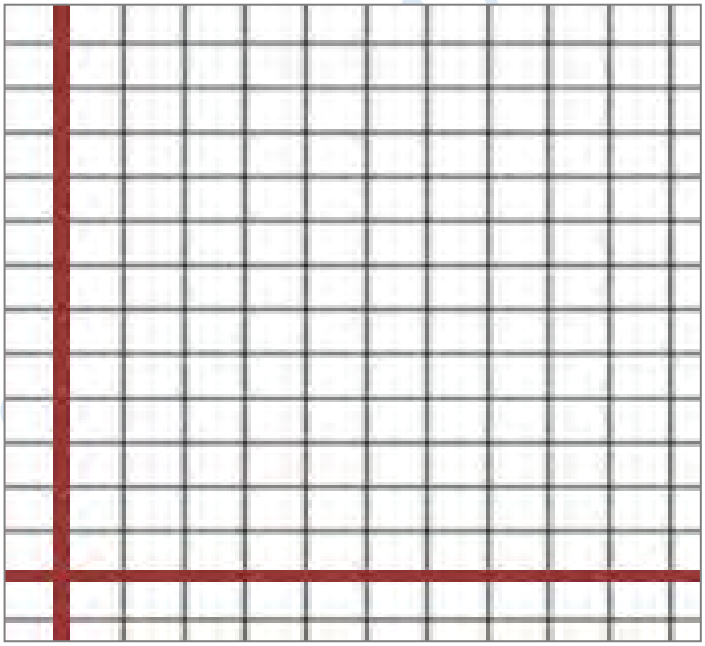
_____

التفكير المنطقي ينتشر فيروس عبر شبكة أجهزة كمبيوتر بحيث يصيب 25% من أجهزة الكمبيوتر كل دقيقة. إذا بدأ الفيروس من جهاز واحد فقط. فمثل الدالة التي توضح انتشار الفيروس خلال الساعة الأولى.



x	y

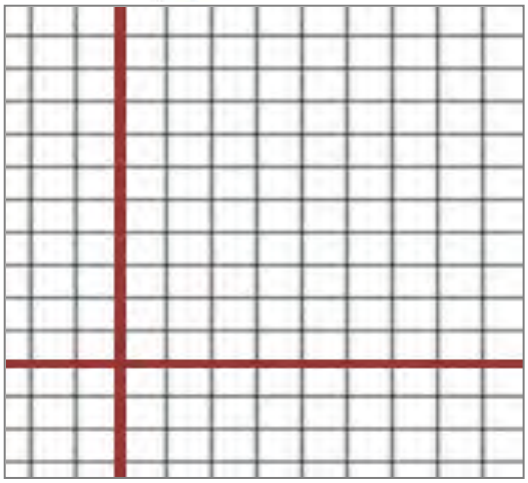
العلوم تزداد الجماعة الأحيائية للخنافس في مستعمرة الخنافس بمعدل 30% كل أسبوع لمدة 10 أسابيع. بلغ العدد الابتدائي للخنافس 65 خنفساء. مثّل الدالة التي توضح هذه الحالة بيانيًا.



x	y

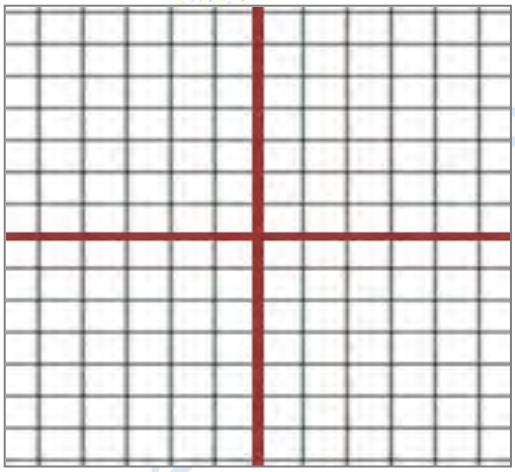
Graph each function. State the domain and range. مثّل كل دالةٌ بيانيًا. حدد المجال والمدى.

$f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$



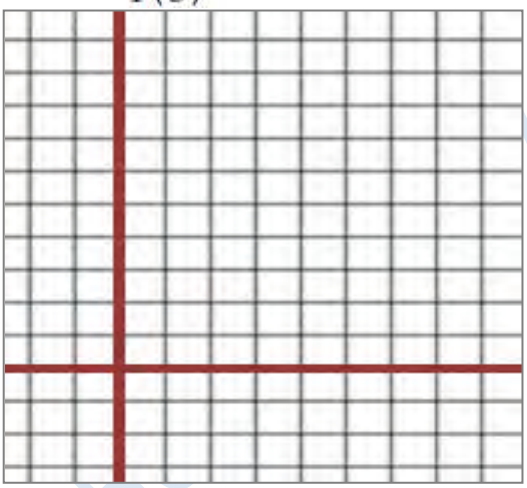
x	y

$f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$



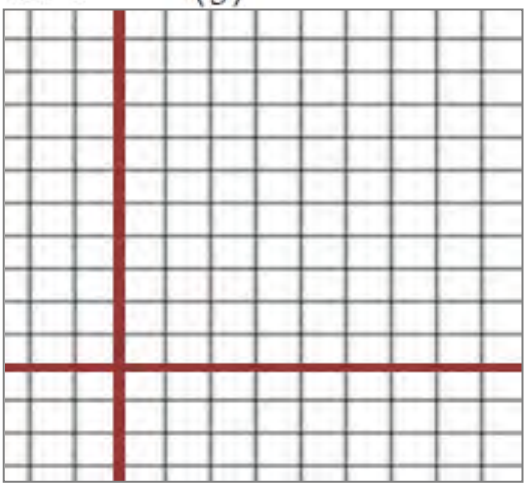
x	y

$f(x) = \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{x+4} - 2$



x	y

$f(x) = -4\left(\frac{3}{5}\right)^{x+4} + 3$



x	y

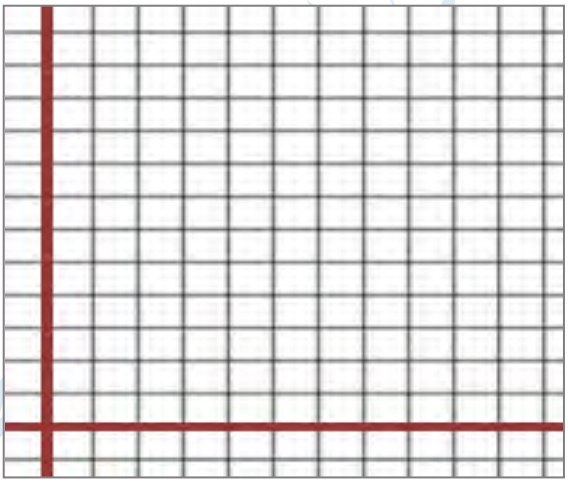
المعرفة المالية تنخفض قيمة سيارة رياضية متعددة الأغراض بمعدل 15% كل عام. ارسم تمثيلاً بيانيًا لقيمة السيارة الرياضية متعددة الأغراض لأول 20 عامًا بعد الشراء الأول.

_____

_____

_____

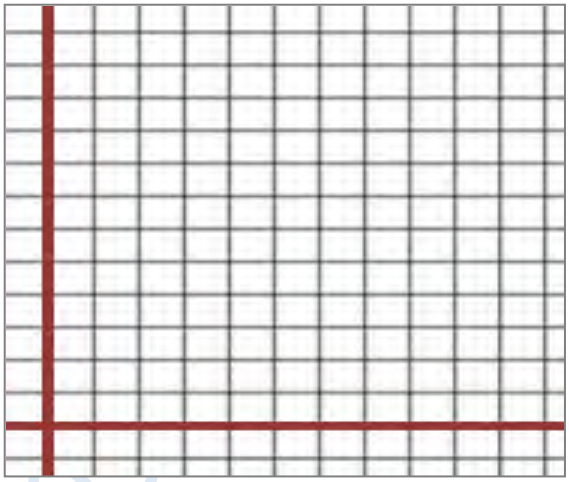
_____



الحضور تراجعت نسبة حضور مباريات فريق كرة السلة بمقدار 5% لكل مباراة طوال موسم الخسارة. ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة يوضح الحضور إذا أقيمت 15 مباراة محلية وحضر أول مباراة 23,500 مشجع.

_____

_____



ورقة عمل الصف العاشر | 4-2 حل المعادلات والمتباينات الأسية | الاسم : _____

في هذا الدرس سوف أتعلم:
1- حل المعادلات الأسية
2- حل المتباينات الأسية .

صيغة الفائدة المركبة $A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

تقييم ذاتي	تقييم أقران

Solve each equation. أوجد حلاً لكل معادلة.

$3^{5x} = 27^{2x-4}$

$16^{2y-3} = 4^{y+1}$

$2^{6x} = 32^{x-2}$

$49^{x+5} = 7^{8x-6}$

$9^{3c+1} = 27^{3c-1}$

$8^{2y+4} = 16^{y+1}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{x-4}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{2x+1}$

اكتب دالة أسية للرسم البياني يمر من خلال النقاط المحددة.

(0, 256) and (4, 81)

(0, 6.4) and (3, 100)

(0, 128) and (5, 371,293)

050-2509447 عمل المدرس / مصطفى أسامة علام

تتلقى شهادة إيداع 2.25% مرابحة سنوية بصفة مركبة مرتين أسبوعيًا. إذا أودعت AED 500 في شهادة الإيداع هذه، فكم سيصبح الرصيد بعد مرور 6 أعوام؟

_____

_____

تمثيل النماذج في عام 2009، حصلت عائشة على مبلغ AED 10,000 من جدتها. استثمر والداها المال بالكامل، وبحلول عام 2021، سيكون المبلغ قد زاد إلى AED 16,960.

a. اكتب معادلة أسية يمكن استخدامها في نمذجة المال V. اكتب الدالة بدلالة t، عدد السنين منذ عام 2009.

_____

_____

b. افترض استمرار زيادة المبلغ المالي بالمعدل نفسه. كم سيبلغ رصيد الحساب في عام 2031؟

_____

جد رصيد الحساب بعد مرور 7 سنوات إذا تم إيداع مبلغ AED 700 في حساب يتلقى مرابحة 4.3% مركبة شهريًا. _____

_____

حدد المبلغ المتوفر في حساب تقاعد بعد مرور 20 عامًا إذا تم استثمار مبلغ AED 5000 بمرابحة 6.05% بصفة مركبة أسبوعيًا.

_____

_____

أوجد حلاً لكل متباينة.

$\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

Solve each inequality.

$\left(\frac{1}{27}\right)^{2d-2} \leq 81^{d+4}$

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

$10^{5b+2} > 1000$

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

$625 \geq 5^{a+8}$

_____

_____

_____

_____

_____

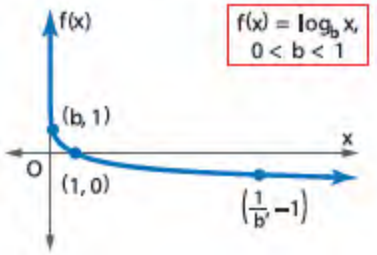
_____

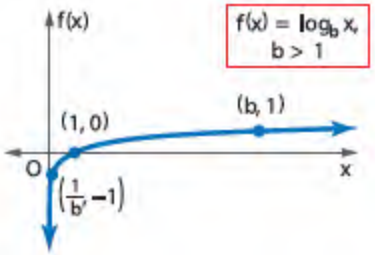
_____

ورقة عمل العاشر | 8-3 اللوغاريتمات والدوال اللوغاريتمية | الاسم:_____

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتيمة بيانيًا.

$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.





اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

$\log_8 512 = 3$	$\log_5 625 = 4$	$\log_3 \frac{1}{27} = -3$	$\log_9 1 = 0$
_____	_____	_____	_____

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

$11^3 = 1331$	$16^{\frac{3}{4}} = 8$	$6^{-3} = \frac{1}{216}$	$27^{\frac{2}{3}} = 9$
_____	_____	_____	_____

أوجد قيمة كل تعبير.

$\log_{13} 169$	$\log_2 \frac{1}{128}$	$\log_6 1$	$\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____
_____	_____	_____	_____

العلوم استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$، حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم.
اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

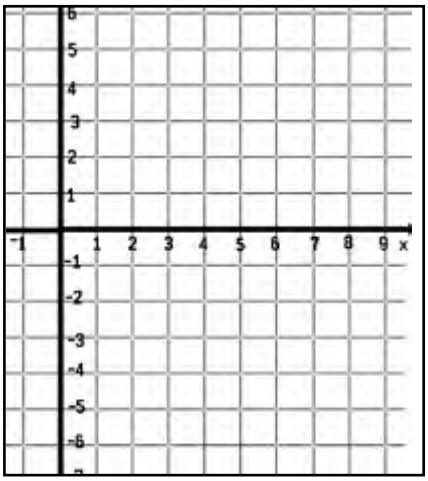
_____

_____

مثّل كل دالة بيانيًا.

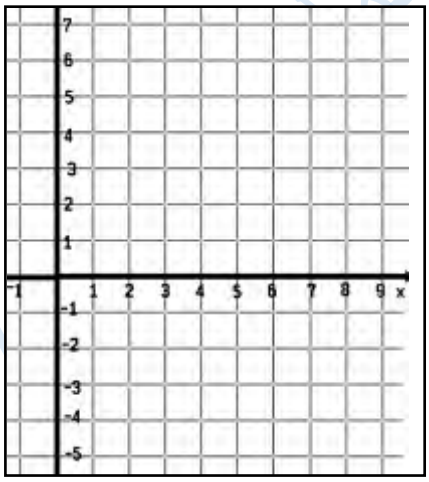
$f(x) = \log_3 x$

x	f(x)



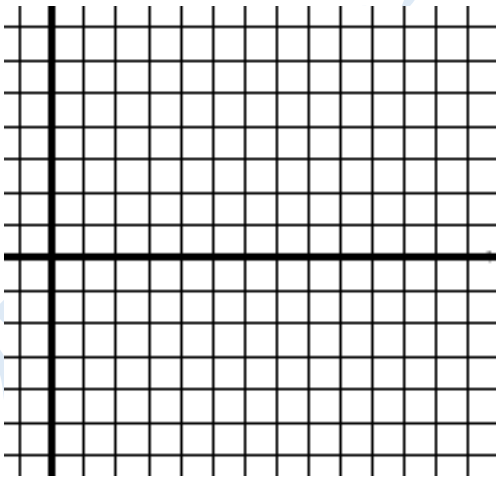
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$

x	f(x)



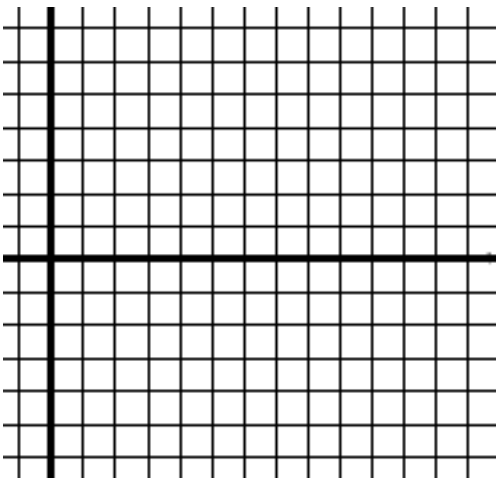
$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$

x	f(x)



$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$

x	f(x)



ورقة عمل العاشر | 8-4 حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية | الاسم:_____

نواتج التعلّم 1– حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 – حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $y > x$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $y > x$، فإن $\log_b x < \log_b y$ ويكون $x < y$ إذا وفقط إذا كان

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $y > \log_b x$، فإن $x > b^y$.

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $y > x$، فإن $0 < x < b^y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

$\log_8 x = \frac{4}{3}$

$\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

$\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

050-2509447 عمل المدرس / مصطفى علام

حل كل من المتباينات التالية.

$\log_6 x < -3$

$\log_4 x \geq 4$

$\log_2 x \leq -2$

$\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

$\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$

$\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر | 8-5 خصائص اللوغاريتمات | الاسم:_____

نواتج التعلّم
1– تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.
2 – حل معادلاتٍ لوغاريتميةً باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_b m^p = p \log_b m$

استخدم $\log_4 3 \approx 0.7925$, $\log_4 2 = 0.5$، و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_4 30$

$\log_4 20$

$\log_4 \frac{2}{3}$

$\log_4 \frac{4}{3}$

$\log_4 9$

$\log_4 8$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

$\log_6 512$

$\log_7 567$

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع، ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$ حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثل الضغط بالباسكال (باسكال 6900 ≈ 1 psi).
فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

050-2509447 عمل المدرس / مصطفى علام

ورقة عمل العاشر | 8-6 اللوغاريتمات العادية | الاسم:_____

نواتج التعلّم

1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.

2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

log 0.4

log 21

log 5

علوم كمية الطاقة E، مقدرة بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$11^{b-3} = 5^{b}$

$7^{x^2} = 20.42$

$2.1^{a+2} = 8.25$

$6^{x} = 40$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$6^{p-1} \leq 4^{p}$

$5^{4n} > 33$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\log_9 13$

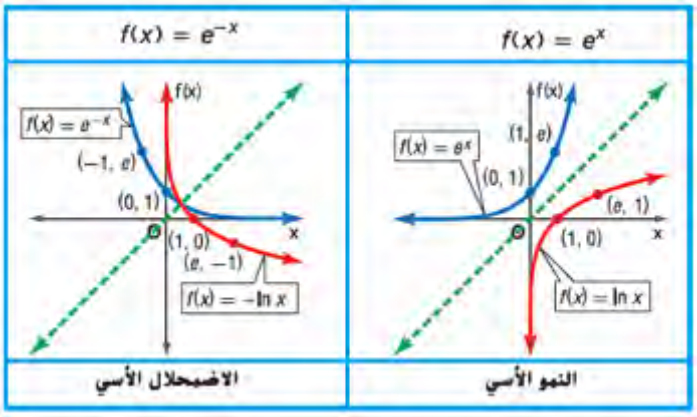
$\log_3 7$

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر | 8-7 الأساس e واللوغاريتمات الطبيعية | الاسم:_____

نواتج التعلّم
1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.
2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$.
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام. P هو المبلغ الأصلي المُستثمر r هو معدل المرابحة السنوي.	



اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

$e^x = 30$	$\ln x = 42$	$e^3 = x$	$\ln 18 = x$

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

$3 \ln 2 + 2 \ln 4$	$5 \ln 3 - 2 \ln 9$	$3 \ln 6 + 2 \ln 9$	$3 \ln 5 + 4 \ln x$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$5e^x - 24 = 16$	$3e^{-3x} + 4 = 6$

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

$\ln 3x = 8$

$-4 \ln 2x = -26$

$\ln (x+5)^2 < 6$

$5 + e^{-x} > 14$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$. حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

050-2509447 عمل المدرس / مصطفى علام

ورقة عمل العاشر | 8-8 استخدام الدوال الأسية واللوغاريتمية | الاسم:_____

نواتج التعلّم
1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًّا.
2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**.	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**.

دالة النمو اللوجيستي
$f(t) = \frac{c}{1 + be^{-kt}}$ حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام.

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

_____

_____

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 مللي جرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

_____

_____

c. كم عدد مللي جرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

_____

_____

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

_____

_____

050-2509447 مصطفى أسامة علام

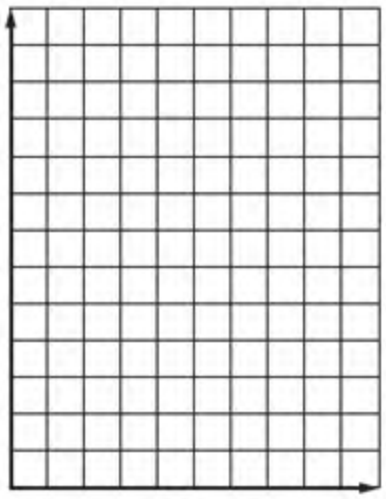
العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.



a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟

d. متى سيصل التعداد إلى 16,450؟

الوحدة 9

نظرية المجموعات

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر | 9-1 مقدمة في نظرية المجموعات | الاسم:_____

نواتج التعلّم

1– تعريف المجموعة. 2 – كتابة المجموعات بثلاث طرق مختلفة. 3- تعريف المجموعة الخالية.
4- إيجاد عدد العناصر الرئيسة في المجموعة. 5- تصنيف المجموعات إلى منتهية وغير منتهية.
6- تحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم متكافئتين.

اكتب كل مجموعة باستخدام طريقة ذكر العناصر. انتبه للعناصر المتكررة.
وفكر في سبب عدم احتياجك إلى إدراج العنصر نفسه أكثر من مرة واحدة.

T هي مجموعة الحروف في كلمة تفكير.

_____

A هي مجموعة ألوان علم دولة الامارات العربية المتحدة.

_____

P هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 50 و60.

_____

$C = \{x / x \in N \text{ و } x < 9\}$

_____

$F = \{x / x \in N \text{ و } x > 100\}$

_____

B هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 100.

_____

$Z = \{x / x \in N \text{ و } 500 < x < 6{,}000\}$

_____

050-2509447 عمل المدرس / مصطفى علام

حدد ما إذا كانت العبارة صائبة أم خاطئة.

$5 \in \{1, 3, 5, 7\}$ _____

$\frac{1}{2} \notin N$ _____

$0.6 \in N$ _____

$8 \notin \{2, 4, 6, \ldots\}$ _____

$\{x | x$ ديناصور ستيجوسورس حي$\}$ مجموعة خالية.

_____

$\{x | x$ أبو ظبي تنتمي إلى إحدى الإمارات العربية$\}$

_____

اكتب كل مجموعة باستخدام الطريقة الوصفية.

$\{5, 10, 15, 20, \ldots\}$ _____

$\{4, 8, 12, 16\}$ _____

$\{13, 26, 39, 52\}$ _____

$\{7, 14, 21, 28, \ldots\}$ _____

$\{s, t, e, v, n\}$ _____

$\{a, u, g, s, t\}$ _____

$\{100, 101, 102, \ldots, 199\}$ _____

$\{21, 22, 23, \ldots, 29, 30\}$ _____

أوجد العدد الرئيس لكل مجموعة.

$A = \{63, 72, 51, 44\}$ _____

$B = \{10, 11, 12, \ldots, 20\}$ _____

$C = \{x | x$ يوم في الأسبوع$\}$ _____

$D = \{x | x$ شهر في السنة$\}$ _____

$E = \{$ثلاثة$\}$ _____

$F = \{$ث، ل، ا، ة$\}$ _____

$G = \{x | x$ ينتمي إلى N وx عدد سالب$\}$ _____

$H = \emptyset$ _____

اكتب كل مجموعة باستخدام رمز بناء المجموعة. ثم اكتب وصفًا بديلًا لكل مجموعة.

{10, 20, 30, 40, . . .}

_____

{3, 6, 9, 12, . . .}

_____

X هي مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من 16.

_____

Z هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 70 و76.

_____

{أحمر، أبيض، أزرق}

_____

{أسود، أبيض، أحمر، أخضر}

_____

اذكر العناصر في كل مجموعة.

H هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 0.

_____

{x/x أحد فصول السنة}

_____

{x/x عدد طبيعي زوجي بين 100 و120}

_____

{$x \in N$ و $70 < x < 80$}

_____

R هي مجموعة الحروف التي يمكن أن تكون ساكنة أو متحركة في اللغة الإنجليزية.

_____

{x/x عدد طبيعي فردي بين 90 و100}

_____

حدد ما إذا كانت كل مجموعة محدودة أم ليست محدودة.

L هي مجموعة المتسابقين الذين ربحوا في *برنامج المسابقات*.

_____

{AIA مجموعة الطلاب الذين حصلوا على شهادات تقدير في الشارقة}

_____

{لاعبو كرة السلة في اتحاد الإمارات العربية المتحدة الذين
أحرزوا غمسات رائعة الأسبوع الماضي}

_____

N هي مجموعة المرضى المستحقين لزراعة القلب.

_____

$B = \{x \mid x$ عدد كبير$\}$

_____

$C = \{x \mid x$ عدد أكبر من عدد السكان في الإمارات العربية المتحدة$\}$

_____

حدد ما إذا كان كل زوج من المجموعات متساويًا أم متكافئًا أم لا هذا ولا ذاك.

{t, v, w, s, u} و{s, t, u, v, w}

_____

{10, 20, 30, 40, 50} و{1, 2, 3, 4, 5}

_____

{2, 4, 6, 8, . . .} و{2, 4, 6, 8}

_____

{واحد} و{و، ا، ح، د}

_____

{3} و{Ø}

_____

{$x \mid x$ ينتمي إلى أسماء الشهور التي تتكون من 30 يومًا بالتحديد} و{أبريل، يونيه، سبتمبر، نوفمبر}

_____

ورقة عمل العاشر **9-2 المجموعات الجزئية والعمليات على المجموعات** **الاسم:**_____

نواتج التعلّم

1– تعريف متممة المجموعة. 2 – إيجاد كافة المجموعات الجزئية للمجموعة.

3 – استخدام ترميز المجموعة الجزئية. 4 – إيجاد عدد المجموعات الجزئية للمجموعة.

5 – إيجاد التقاطعات والاتحادات والفروق بين المجموعات.

افترض أن $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$، و$A = \{5, 7, 11, 13\}$ و $B = \{2\}$، و$C = \{13, 17, 19\}$، و$D = \{2, 3, 5\}$.

أوجد كل مجموعة.

A' _____ | C' _____ | B' _____ | D' _____

إذا كانت U = مجموعة الأعداد الطبيعية و$\{. . . , 12, 10, 8, 6, 4\} = A$. فأوجد A'.

_____

إذا كانت U = مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية و$\{. . . , 23, 21, 19, 17, 15, 13\} = B$. فأوجد B'.

_____

أوجد جميع المجموعات الجزئية وجميع المجموعات الجزئية الفعلية لكل مجموعة.

{الراديو، التلفاز} _____

$\emptyset$ _____

$\{\ \}$ _____

{الحمى، الارتجاف، الغثيان، الصداع}

_____

_____

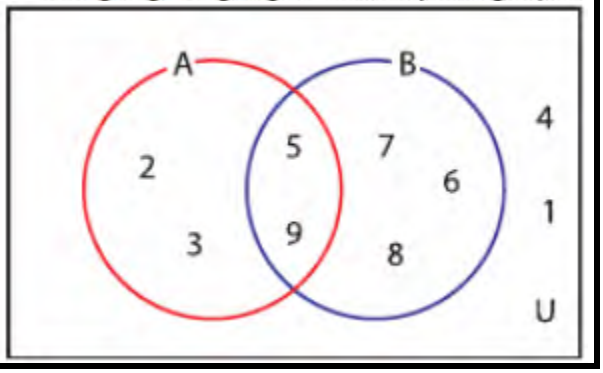
استخدم مخطط فن Venn لكتابة كل مجموعة بدلالة A و/أو B و/أو U.

{1, 2, 3, 4} _____

{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9} _____

{2, 3, 6, 7, 8} _____

{1, 4} _____



حدّد ما إذا كانت كل عبارة صائبة أم خاطئة.

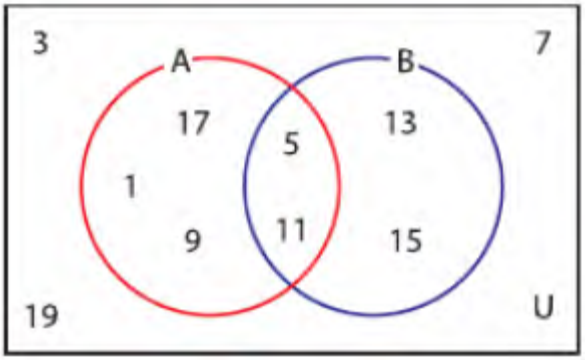
$\{3\} \subseteq \{5, 3, 1\}$ _____
$\{a, b, c\} \subset \{c, b, a\}$ _____
$\{1, 2, 3\} \subseteq \{123\}$ _____
$\emptyset \subset \emptyset$ _____
$\emptyset \in \{\ \}$ _____
$\{x | x \in E \text{ و } x > 100\} \subset \{x | x \in N \text{ و } x > 52\}$ _____
$\{3\} \in \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$ _____
$\{x | x \in N \text{ و } x > 10\} \subseteq \{x | x \in N \text{ و } x \geq 10\}$ _____
$\emptyset \subset \{a, b, c\}$ _____
$\{7, 11, 13, 17\} \subseteq \{17, 13, 11\}$ _____

أوجد عدد المجموعات الجزئية والمجموعات الجزئية الفعلية التي تتضمنها كل مجموعة. لا تسرد المجموعات الجزئية.

$\{25, 75, 50\}$ _____
$\{a, b, c, d, \ldots, z\}$ _____
$\varnothing$ _____
$\{0\}$ _____
$\{x, y\}$ _____
$\{10, 8, 6, 4, 2, \ldots, 30\}$ _____

استخدم مخطط فن Venn لإيجاد العناصر في كل مجموعة.

U _____
A _____
B _____
$A \cap B$ _____
$A \cup B$ _____
A' _____
B' _____
$(A \cup B)'$ _____
$(A \cap B)'$ _____
$A \cap B'$ _____



افترض أن

$U = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
$A = \{14, 15, 16, 17\}$
$B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$
$C = \{12, 14, 15, 19, 20\}$

أوجد كل مجموعة.

$A \cup C$ _____
$A \cap B$ _____
A' _____
$(A \cap B) \cup C$ _____
$A' \cap (B \cup C)$ _____

$(A \cap B) \cap C$ _____
$(A \cup B)' \cap C$ _____
$A \cap B'$ _____
$(B \cup C) \cap A'$ _____
$(A' \cup B)' \cup C'$ _____

افترض أن

$U = \{x | x \in N$ و $x < 25\}$
$W = \{x | x \in N$ و $5 < x < 15\}$
$X = \{x |$ الأعداد الطبيعية الزوجية الأقل من $10\}$
$Y = \{x | x \in N$ و $20 < x < 25\}$
$Z = \{x |$ مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من $13\}$

أوجد كل مجموعة.

$W \cap Y$ _____
$X \cup Z$ _____
$W \cup X$ _____
$(X \cap Y) \cap Z$ _____
$W \cap X$ _____

$(Y \cup Z)'$ _____
$(X \cup Y) \cap Z$ _____
$(Z \cap Y) \cup W$ _____
$W' \cap X'$ _____
$(Z \cup X)' \cap Y$ _____

افترض أن

$U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$
$A = \{p, q, r, s, t\}$
$B = \{r, s, t, u, v\}$
$C = \{p, r, t, v\}$

أوجد كل مجموعة.

$C - B$ _____
$A - C$ _____
$B - C$ _____

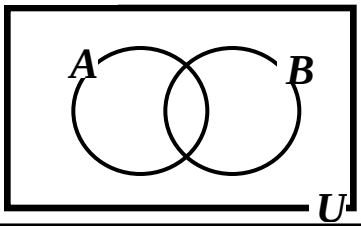
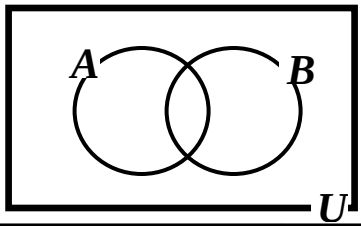
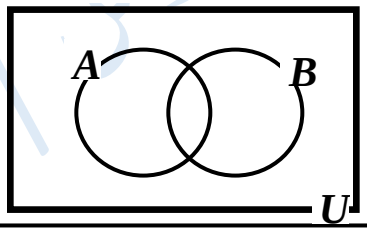
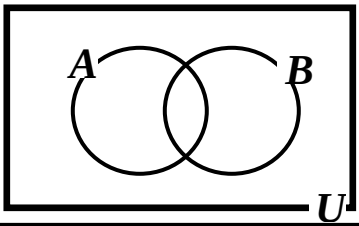
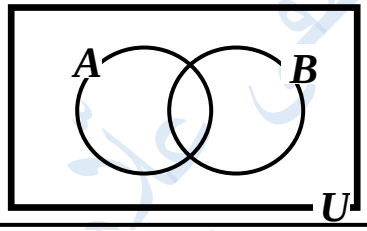
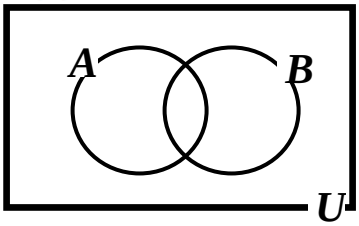
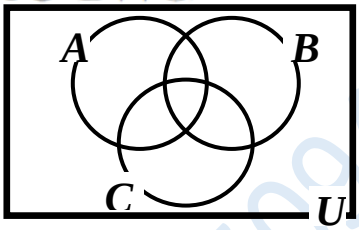
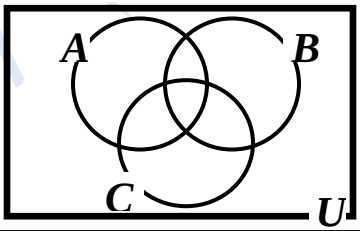
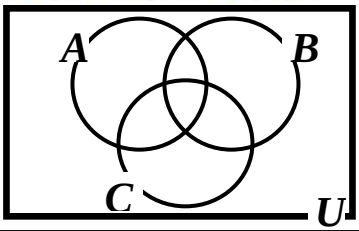
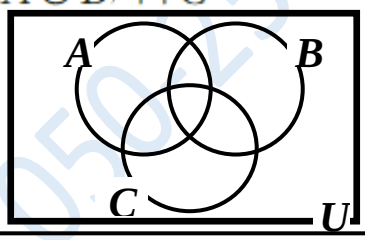
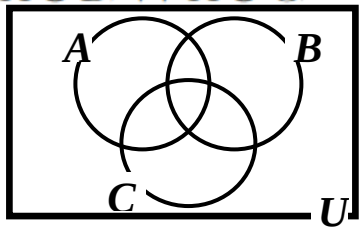
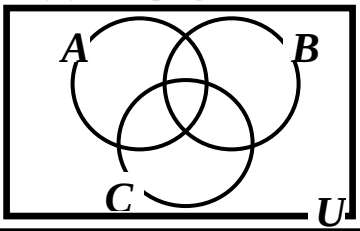
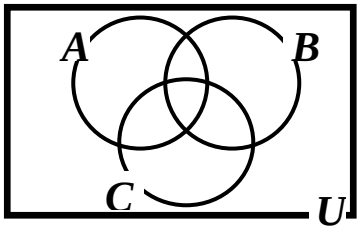
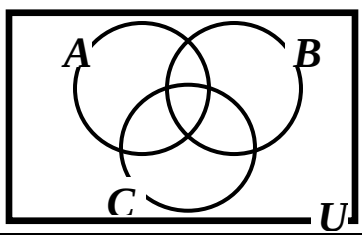
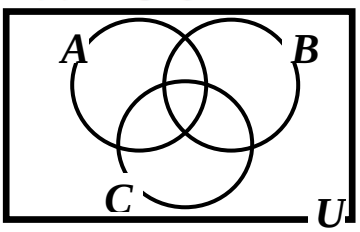
$B - A$ _____
$B \cap C'$ _____
$C \cap A'$ _____

ورقة عمل العاشر 9-3 استخدام مخططات فِن Venn لدراسة العمليات على المجموعات الاسم:_____

نواتج التعلّم

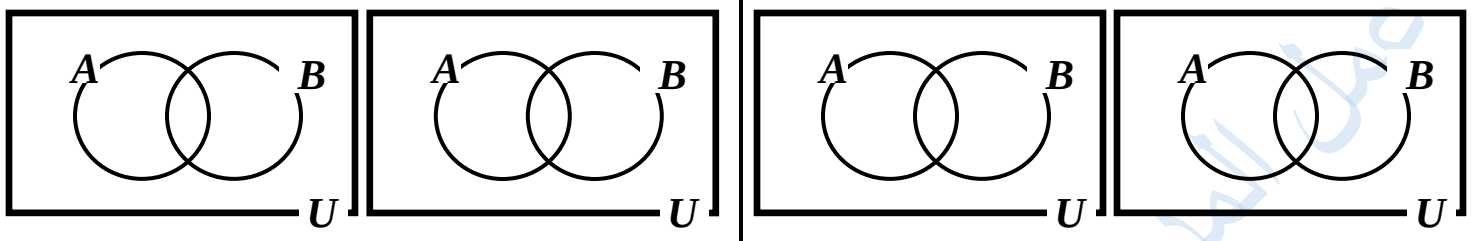
1– توضيح عبارات مجموعة تضم مجموعتين باستخدام مخططات فِن Venn.
2 – توضيح عبارات مجموعة تضم ثلاث مجموعات باستخدام مخططات فِن Venn.
3 – استخدام قوانين دي مورجان.
4 – استخدام مخططات فِن Venn لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم لا.
5 – استخدام الصيغة لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لاتحاد المجموعتين.

ارسم مخطط فِن Venn وظلل الأقسام التي تمثل كل مجموعة.

$A \cup B'$ 	$(A \cup B)'$ 	$A' \cup B'$ 
$A' \cup B$ 	$A' \cap B'$ 	$A \cap B'$ 
$A \cup (B \cap C)$ 	$A \cap (B \cup C)$ 	$(A \cup B) \cup (A \cap C)$ 
$(A \cup B) \cap C$ 	$(A \cup B) \cap (A \cup C)$ 	$(A \cap B) \cup C$ 
$(A \cap B)' \cup C$ 	$(A \cup B) \cup C'$ 	$A \cap (B \cup C)'$ 

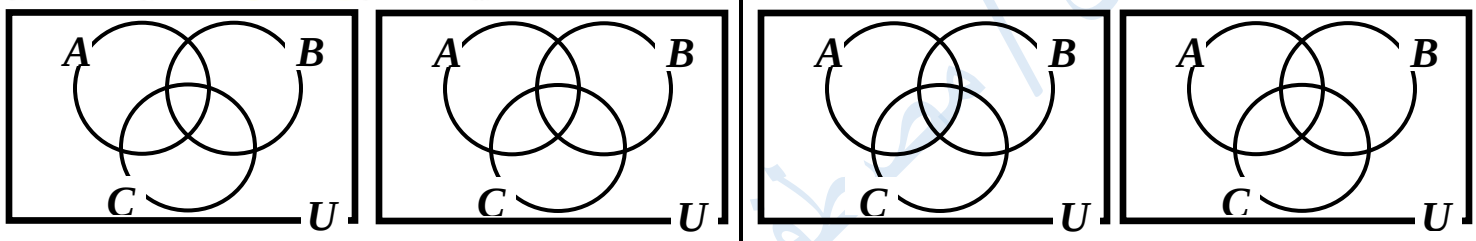
استخدم مخططات فن Venn لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم لا.

$A' \cup B'$ و $(A \cup B)'$



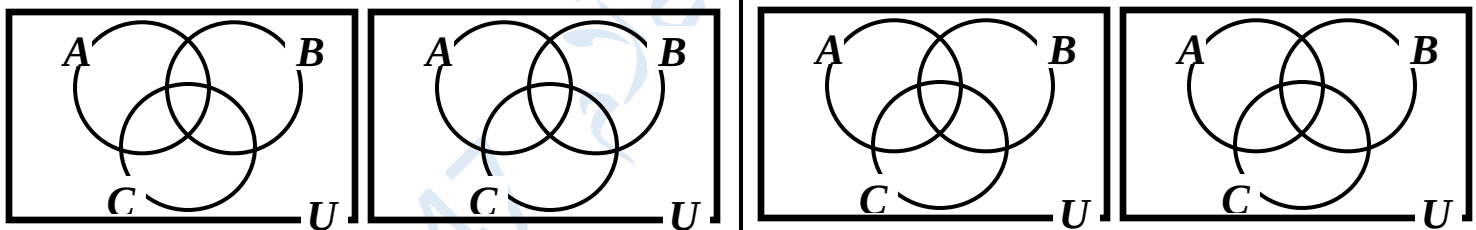
$A' \cup B'$ و $(A \cap B)'$

$(A \cup B) \cup C$ و $A \cup (B \cup C)$



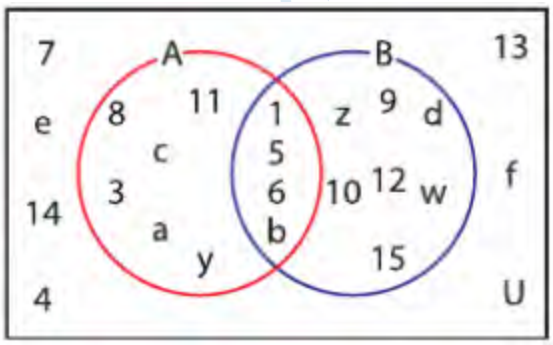
$A \cap (B \cup C)$ و $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A' \cup (B \cap C')$ و $(A' \cup B) \cap C'$



$(A \cap B) \cup C'$ و $(A \cap B) \cup (B \cap C')$

استخدم مخطط فن Venn التالي لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لكل مجموعة.



$n(A)$
$n(B)$
$n(A \cap B)$
$n(A \cup B)$
$n(A')$
$n(B')$

$n(A' \cap B')$
$n(A' \cup B')$
$n(A - B)$
$n(B - A)$
$n(A \cap (B - A))$
$n(B' \cup (B - A))$

استخدم المعلومات التالية: $U = \{x/x$ عدد طبيعي أقل من 20$\}$
$A = \{x/x$ عدد طبيعي فردي أقل من 16$\}$
$B = \{x/x$ عدد أولي أكبر من 5$\}$

(ملاحظة: الأعداد الأولية الأقل من 20 هي 2 و3 و5 و7 و11 و13 و17 و19.) أوجد عدد العناصر الرئيسة لكل مجموعة.

$n(A)$
$n(B)$
$n(A \cap B)$
$n(A \cup B)$
$n(A \cap B')$

$n(A' \cup B)$
$n(A')$
$n(B')$
$n(A - B)$
$n(B' - A)$

عمل المدرس / مصطفى علام 050-2509447

ورقة عمل العاشر العام | 9-4 استخدام المجموعات لحل المسائل | الاسم:_____

نواتج التعلّم 1– حل المسائل باستخدام مخططات فِن Venn.

في مسح شمل 85 طالبًا جامعيًا، يستخدم 72 طالبًا البريد الإلكتروني للتواصل ويستخدم 31 طالبًا المراسلة الفورية (IM) ويستخدم 21 طالبًا كليهما.

(a) كم عدد مستخدمي المراسلة الفورية (IM) فقط؟
(b) كم عدد مستخدمي البريد الإلكتروني فقط؟
(c) كم عدد الذين لا يستخدمون هذا ولا ذاك؟

في صف دراسي يتضمن 25 طالبًا، كان هناك 18 طالبًا متخصصًا في الرياضيات و12 طالبًا متخصصًا في علوم الحاسوب و7 طلاب مزدوجي التخصص في الرياضيات وعلوم الحاسوب.

(a) كم عدد الطلاب المتخصصين في الرياضيات فقط؟
(b) كم عدد الطلاب غير المتخصصين في علوم الحاسوب؟
(c) كم عدد الطلاب غير المتخصصين في الرياضيات أو علوم الحاسوب؟

يوضّح بحث في سجلات الجامعة شمل 250 من طلاب الفرقة الأولى في جامعة الولاية أن 26 طالبًا قد حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في العلوم دون دورات تدريبية في الرياضيات وأن 12 طالبًا قد حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في الرياضيات دون دورات تدريبية في العلوم. وثمة 202 طالب لم يحصلوا على شهادات لأي منهما.

(a) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على شهادة من الكلية في الرياضيات؟
(b) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في العلوم؟

استُخدم خمسة وعشرون فأرًا في تجربة خاصة بعلم الأحياء متضمنة التعرض للمواد الكيميائية الموجودة في دخان السجائر. أصيب خمسة عشر بورم واحد على الأقل وعانى تسعة من فشل في الجهاز التنفسي وأصيب أربعة بأورام وفشل في الجهاز التنفسي.

(a) كم عدد الفئران المصابين بأورام؟
(b) كم عدد الفئران غير المصابين بورم؟
(c) كم عدد الفئران الذين عانوا من أثر واحد على الأقل من هذه الآثار؟

في دراسة أجريت على 400 من المقبلات المقدّمة في 75 من مطاعم الحرم الجامعي، تضمن 70 منها أقل من 10 جرامات من الدهون ولكن ليس أقل من 350 سعرة حرارية؛ تضمن 48 منها أقل من 350 سعرة حرارية ولكن ليس أقل من 10 جرامات من الدهون؛ تضمن 140 منها أكثر من 350 سعرة حرارية وأكثر من 10 جرامات من الدهون.

(a) ما النسبة المئوية للدهون التي تضمنت أقل من 10 جرامات من الدهون؟

(b) ما النسبة المئوية للمقبلات التي تضمنت أقل من 350 سعرة حرارية؟

أجرى قسم المساعدات المالية في الجامعة مسحًا شمل 70 طالبًا، وسألهم ما إذا كانوا يحصلون على أي نوع من المساعدات المالية. لُخّصت نتائج المسح في الجدول التالي.

عدد الطلاب	المساعدة المالية
16	المنح الدراسية
24	قروض الطلاب
20	المنح الخاصة
9	المنح الدراسية والقروض
11	القروض والمنح الخاصة
7	المنح الدراسية والمنح الخاصة
2	المنح الدراسية والقروض والمنح الخاصة

(a) كم عدد الطلاب الحاصلين على منح دراسية فقط؟

(b) كم عدد الطلاب الحاصلين على قروض ومنح خاصة وغير حاصلين على منح دراسية؟

(c) كم عدد الطلاب غير الحاصلين على أي من أنواع المساعدات المالية هذه؟

ورقة عمل الصف العاشر | 11-1 | الدوائر والمحيط | الاسم : _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم 1- تحديد أجزاء الدوائر واستخدامها. 2 - حلّ المسائل التي تشتمل على محيط دائرة .

الدائرة هي المحل الهندسي لمجموعة من جميع نقاط المستوى متساوية البعد عن نقطة ثابتة تدعى **مركز** الدائرة.

القطع الخاصة في دائرة

إن **نصف القطر** (جمعها أنصاف الأقطار) قطعةٌ مستقيمةٌ نقطتاها الطرفيتان تقع إحداها في المركز والأخرى على الدائرة.

الوتر قطعة مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على الدائرة.

القطر في دائرة هو وترٌ يمرّ من المركز ويتكون من نصفي قطرين

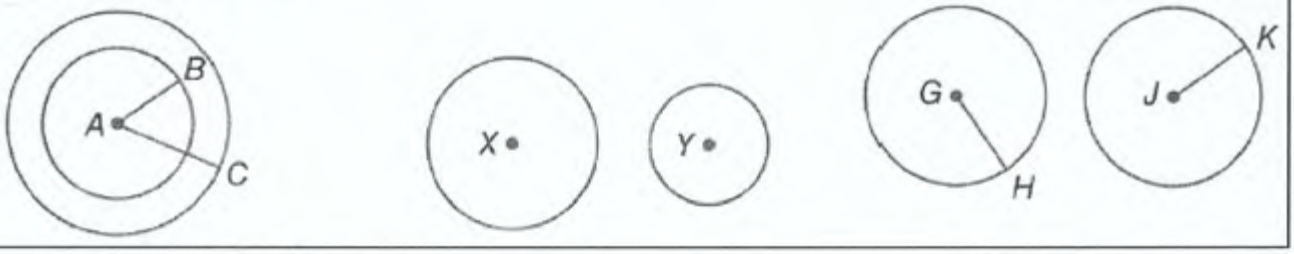
قانون نصف القطر $r = \frac{d}{2}$ أو $r = \frac{1}{2}d$ **قانون القطر** $d = 2r$

أزواج الدوائر

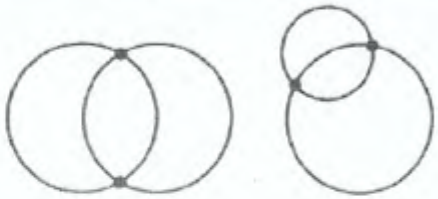
تتطابق دائرتان حصرًا إذا كانتا تضمان نصفي قطرٍ متطابقين.

كل الدوائر متشابهة.

الدوائر متحدة المركز هي دوائر متّحدة المستوى لها المركز نفسه.



يمكن لدائرتين أن تتقاطعا بطريقتين مختلفتين اثنتين.

نقطتا تقاطع	نقطة تقاطع واحدة	لا نقاط تقاطع
		

إن **محيط** دائرةٍ هو المسافة حول الدائرة. وبالتعريف، فإن النسبة $\frac{C}{d}$ هي عدد غير نسبي يدعى **باي (π)**.

$$C = 2\pi r \quad \text{أو} \quad C = \pi d$$

يكون المضلع **محاطًا** بدائرةٍ إذا كانت جميع رؤوسه تقع على الدائرة.
وتعدّ الدائرة **محيطة** للمضلع إذا كانت تضمّ رؤوس المضلع جميعها.

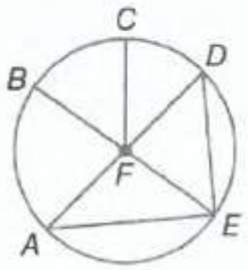
عد إلى الدائرة R⊙.

اسمّ مركز الدائرة. R

حدّد وترًا هو قطرٌ في الدائرة أيضًا. $\overline{SU}$

هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ اشرح. لا. نصف القطر يرضيه أحدهما على الدائرة والآخر هو المركز.

إذا كان طول $SU = 16.2$ سنتيمترًا. فما طول RT؟ $16.2 \div 2 = 8.1$



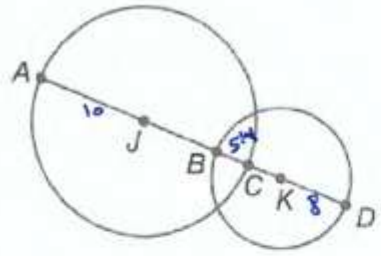
عد إلى الدائرة F⊙.

حدّد وترًا لا يعدّ قطرًا في الدائرة. $\overline{DE}$

إذا كان $CF = 14$ سنتيمترًا. فما هو قطر الدائرة؟ $14 (2) = 28$

هل $\overline{AF} \cong \overline{EF}$؟ اشرح. نعم. لأنهما أنصاف أقطار

إذا كان طول $DA = 7.4$ سنتيمترًا. فما هو طول EF؟ $7.4 \div 2 = 3.7$



للدائرة J نصف قطرٍ يساوي 10 وحدات، وللدائرة K⊙ نصف قطر يساوي 8 وحدات، و $BC = 5.4$ وحدات. أوجد كلّ القياسات.

CK $8 - 5.4 = 2.6$

AB $20 - 5.4 = 14.6$

JK $10 + CK = 10 + 2.6 = 12.6$

AD $= 20 + 8 + CK =$
$= 20 + 8 + 2.6$
$= 30.6$

البيتزا أوجد نصف القطر والمحيط لقطعة البيتزا الموضحة.
وقرّب إلى أقرب جزء من مئة عند الضرورة.

$r = 16 \div 2 = 8$ cm

$C = 2\pi r = 2(3.14)(8) = 50.24$ cm

$= 2\pi(8) = 50.27$ cm

الدراجات قطرا عجلتي إحدى الدراجات يساويان 26 سنتيمترا. أوجد نصف قطر العجلة ومحيطها.
وقرّب إلى أقرب جزء من المئة عند الضرورة.

$r = 13$ cm

$C = 2(\pi)(13) = 26\pi = 81.68$ cm

أوجد قطر الدائرة ذات المحيط المعطى ونصف قطرها. وقرّب إلى أقرب مئة.

$C = 18$ cm

$C = 2\pi r$

$18 = 2\pi r$

$\frac{18}{2\pi} = r$

$2.864 = r$

$5.729 = d$

$C = 375.3$ cm

$C = 2\pi r$

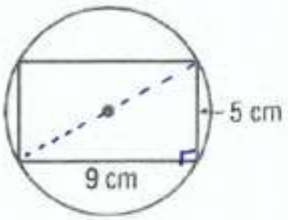
$375.3 = 2\pi r$

$\frac{375.3}{2\pi} = r$

$59.73 = r$

$119.46 = d$

الاستنتاج المنطقي أوجد المحيط الدقيق لكل دائرة باستخدام المضلّع المحيط لها أو المحاط بها.



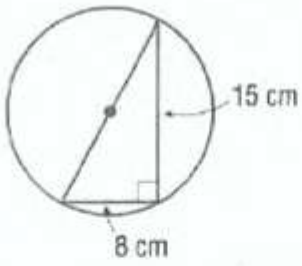
نظرية فيثاغورس

$d = \sqrt{9^2 + 5^2} = 10.295$

$r = 5.15$

$C = 2\pi(5.15)$

$= 32.36$ cm



نظرية فيثاغورس

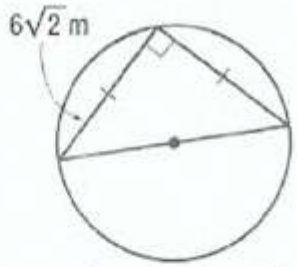
$d = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$

$r = 8.5$

$C = 2\pi r$

$= 2\pi(8.5)$

$= 53.41$ cm



مثلث خاص 45 ر 45 ر 90

$d = (6\sqrt{2})(\sqrt{2}) = 12$

$r = 6$

$C = 2\pi r$

$= 2\pi(6)$

$= 37.70$ m

$d = 25$ mm

$r = 12.5$ mm

$C = 2\pi r$

$= 2\pi(12.5)$

$= 78.54$ mm

ورقة عمل الصف العاشر | 11-2 قياس الزوايا والأقواس | الاسم: _____ الشعبة: __

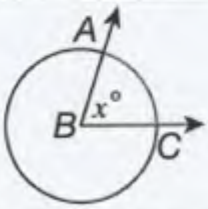
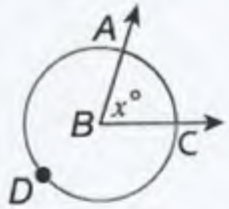
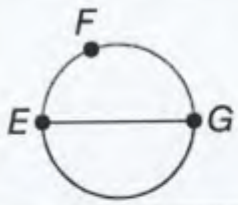
نواتج التعلّم 1- تحديد الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى وأنصاف الدوائر، وإيجاد 2- إيجاد أطوال الأقواس

إن **الزاوية المركزية** في دائرةٍ هي زاويةٌ يقع رأسها عند مركز الدائرة. وهي تضم نصفي قطرٍ في الدائرة.

إن **القوس** هو جزءٌ من دائرةٍ يُحدَّد بنقطتين اثنتين.

مجموع الزوايا المركزية يساوي مجموع قياسات الزوايا المركزية في دائرة 360.

الأقواس وقياساتها

تعريف	القياس	الصورة
القوس الأصغر **Minor arc** هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	قياس القوس الأصغر هو قياس زاويته المركزية. $\text{m}\overset{\frown}{AC} = \text{m}\angle ABC = x^\circ$	
القوس الأكبر **Major arc** هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	قياس القوس الأكبر هو 360° يُطرح منه قياس زاويته المركزية. $\text{m}\overset{\frown}{ADC} = 360^\circ - \text{m}\angle ABC$ $= 360^\circ - x^\circ$	
نصف دائرة **Semicircle** هو قوس تقع نقطتا طرفَيه على قطر للدائرة.	قياس نصف الدائرة يُساوي 180°. $\text{m}\overset{\frown}{EFG} = 180^\circ$	

في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين. يتطابق قوسان أصغران فقط إذا كانت زاويتاهما المركزيتان متطابقتين.

مسلّمة جمع الأقواس إن قياس قوسٍ مشكّلٍ من قوسين متجاورين هو مجموع قياسي القوسين.

نسبة طول قوسٍ ℓ إلى محيط دائرةٍ يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى 360.

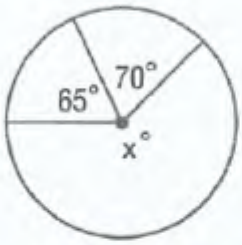
$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x}{360} \quad \text{أو} \quad \ell = \frac{x}{360} \cdot 2\pi r$$

$$\frac{\text{زاوية}}{360} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}}$$

أوجد قيمة x.

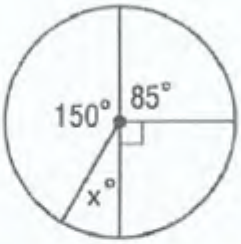
$x = 360 - 155 - 125$

$= 80$



$x = 360 - 70 - 65$

$= 225$



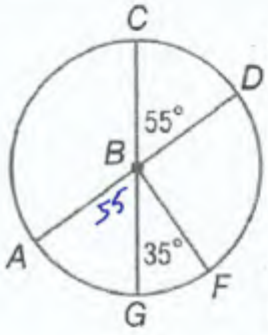
$x = 360 - 150 - 85 - 90$

$= 35$

$x = 180 - 180$

$x = \frac{360 - 135 - 145}{2}$

$= 40°$



$\overline{AD}$ و $\overline{CG}$ **قطران في الدائرة** $\odot B$. **حدّد إن كان كل قوس** ***قوسًا أكبر أو قوسًا أصغر أو نصف دائرة.*** **ثم أوجد قياسه.**

$m\widehat{CD} = 55°$

$m\widehat{AC} = 180 - 55 = 125$

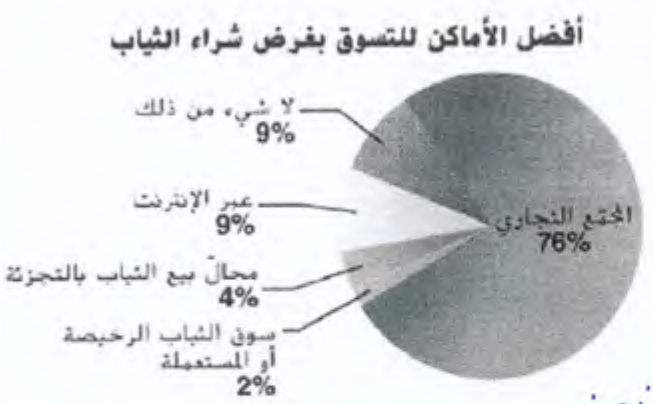
$m\widehat{CFG} = 180°$

$m\widehat{CGD} = 360 - 55 = 305$

$m\widehat{GCF} = 360 - 35 = 325$

$m\widehat{ACD} = 180°$

التسوق يعرض التمثيل البياني نتائج استبيانٍ سُئل فيه مراهقون عن المكان الأفضل لتسوّق الملابس بالنسبة إليهم.



a. ما قياسا القوسين المقابلين لفئتي للمجمع التجاري ومحالّ بيع الثياب بالتجزئة؟

$76\% + 4\% = 80\%$

$\frac{80}{100} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = 288°$

b. صف نوعي القوسين المقابلين لفئتي "المجمع التجاري" وفئة "لا شيء من ذلك."

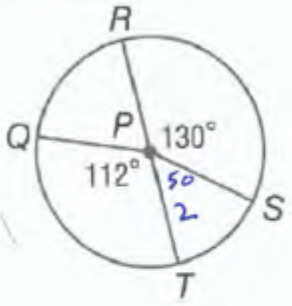
المجمع التجاري قوس أكبر / لا شيء من ذلك قوس أصغر

أكبر من 50% / أقل من 50%

c. هل ثمة أيّ أقواس متطابقة في هذا التمثيل البياني؟ اشرح.

نعم. لا شيء من ذلك / عبر الإنترنت قوسان متطابقان 9%

استخدم الدائرة ⊙P لإيجاد طول كل قوس. قرّب إلى أقرب جزءٍ من مئة.



$\overset{\frown}{RS}$. إذا كان طول نصف القطر سنتيمتران

$\frac{RS}{2\pi r} = \frac{130}{360} \Rightarrow RS = \frac{130(2\pi(2))}{360} = 4.537$

$\overset{\frown}{QT}$. إذا كان طول قطر الدائرة 9 سنتيمترات

$\frac{QT}{2\pi r} = \frac{112}{360} \Rightarrow QT = \frac{112(\pi)(9)}{360} = 8.796$

$\overset{\frown}{QRS}$. إذا كان $RT =$ 11 مترا

$\frac{QRS}{2\pi r} = \frac{130+68}{360}$

$QRS = \frac{198(11)\pi}{360} = 19.09$

$m\angle RPQ = 180 - 112 = 68°$

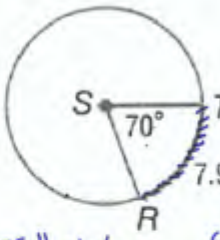
$\overset{\frown}{RTS}$. إذا كان $PQ =$ 3 أمتار

$\frac{RTS}{2\pi r} = \frac{360-130}{360}$

$RTS = \frac{230(6)\pi}{360} = 12.042$

الاستنتاج أوجد كلاً من القياسات. وقرّب كل قياسٍ خطيٍ إلى أقرب مئةٍ وكل قياس قوسٍ إلى أقرب درجة. وكل قياس قوسٍ إلى أقرب درجة.

محيط الدائرة ⊙S

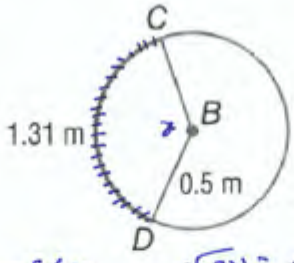


$\frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}} = \frac{\text{زاوية القوس}}{360}$

$\frac{7.94}{\text{محيط}} = \frac{70}{360}$

$\text{المحيط} = \frac{7.94(360)}{70} = 40.834$ m

$m\overset{\frown}{CD}$



$\frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}} = \frac{\text{زاوية القوس}}{360}$

$\frac{1.31}{2\pi(0.5)} = \frac{x}{360}$

$x = \frac{1.31(360)}{2\pi(0.5)} = 150.1149°$

نصف قطر الدائرة ⊙K

$\frac{\text{طول القوس}}{\text{المحيط}} = \frac{\text{زاوية القوس}}{360}$

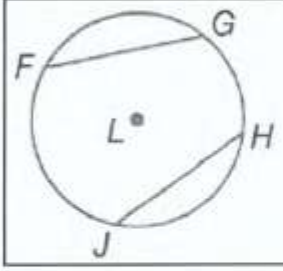
$\frac{56.37}{2\pi r} = \frac{340}{360}$

$2\pi r(340) = 360(56.37)$

$r = \frac{360(56.37)}{2\pi(340)} = 9.4993$

ورقة عمل الصف العاشر 11-3 الأقواس والأوتار الاسم: _____ الشعبة: __

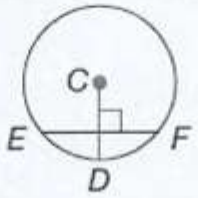
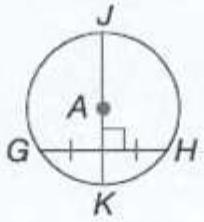
نواتج التعلّم 1- التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار 2- التعرّف على العلاقات بين الأقواس والأوتار و الأقطار

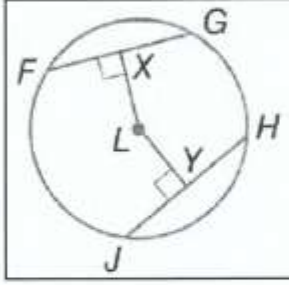


في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق قوسان أصغران فقط إذا كان وتراهما المتناظران متطابقين.

$\overline{FG} \cong \overline{HJ}$ فقط إذا كان $\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{HJ}$

المُبرهنة

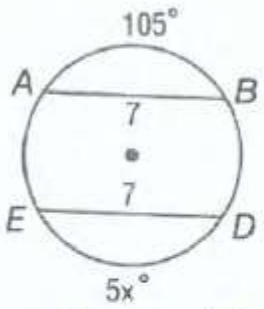
المُبرهنة	المُعطى	المطلوب
5-3-3 القطر العمودي على وتر دائرة يُنصّفه ويُنصّف كلاً من قوسيه.	 $\overline{CD} \perp \overline{EF}$	$\overline{CD}$ يُنصّف $\overline{EF}$ و $\overset{\frown}{EF}$.
5-3-4 العمود المنصّف لوتر في دائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.	 $\overline{JK}$ هو المنصّف العمودي للوتر $\overline{GH}$	$\overline{JK}$ هو قطر للدائرة.



في الدائرة الواحدة أو في دائرتين متطابقتين، يتطابق وتران فقط إذا كانا متساويي البعد عن المركز.

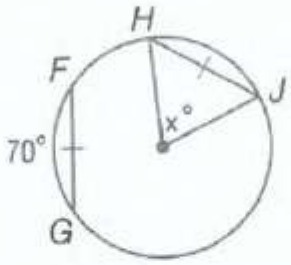
$\overline{FG} \cong \overline{JH}$ فقط إذا كان $LX = LY$.

الجبر أوجد قيمة x.



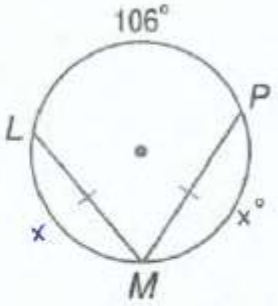
$5x = 105$

$x = \frac{105}{5} = 21°$



$m\overset{\frown}{HJ} = 70°$

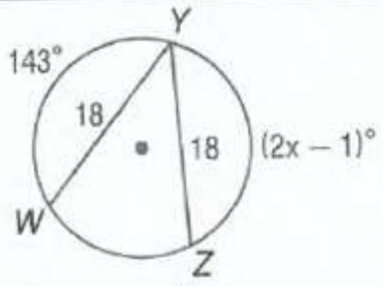
$\Rightarrow x° = 70°$



$x + x + 106 = 360$

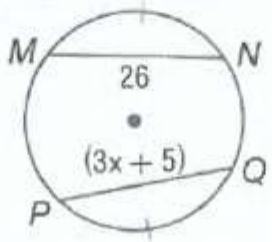
$2x = 360 - 106$

$x = \frac{254}{2} = 127°$



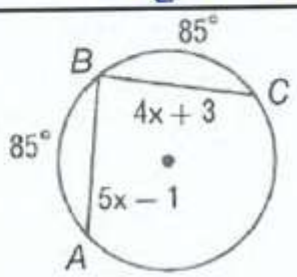
$2x - 1 = 143$

$x = \frac{143 + 1}{2} = \frac{144}{2} = 72°$



$3x + 5 = 26$

$x = \frac{26 - 5}{3} = \frac{21}{3} = 7$

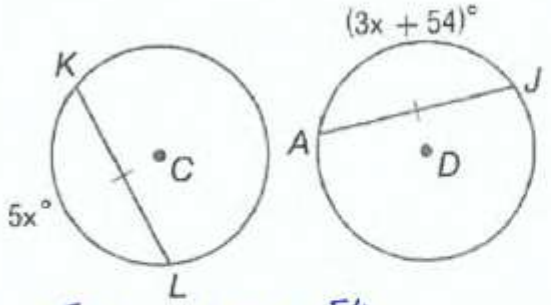


$4x + 3 = 5x - 1$

$3 + 1 = 5x - 4x$

$4 = x$

$\odot C \cong \odot D$



$5x = 3x + 54$

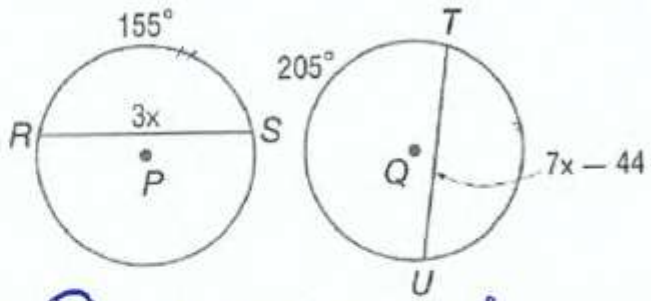
$5x - 3x = 54$

$2x = 54$

$x = \frac{54}{2}$

$x = 27$

$\odot P \cong \odot Q$



$m\overset{\frown}{TU} = 360 - 205 = 155°$

$7x - 44 = 3x$

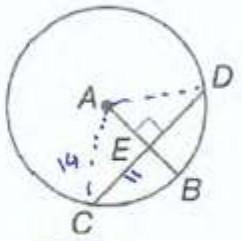
$7x - 3x = 44$

$4x = 44$

$x = \frac{44}{4}$

$x = 11$

في الدائرة $A\odot$، نصف القطر يساوي 14 و $CD = 22$. أوجد كلاً من القياسات. أقرب جزءٍ من المئة عند الضرورة.



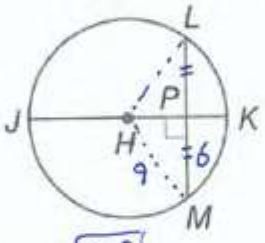
CE $22 \div 2 = \boxed{11}$

$EB = AB - AE$

$= 14 - \sqrt{14^2 - 11^2}$

$= 14 - 5\sqrt{3} = \boxed{5.34}$

في الدائرة $H\odot$ القطر يساوي 18 و $LM = 12$ و وقرّب إلى $m\widehat{LM} = 84$. أوجد كلاً من القياسات. قرّب إلى أقرب جزءٍ من مئة عند الضرورة.

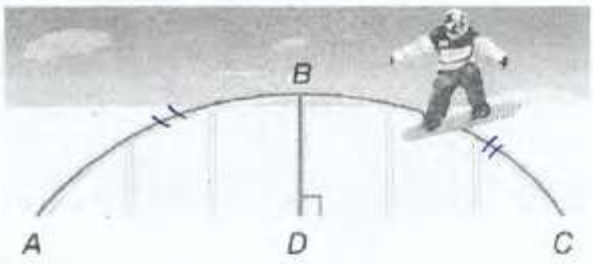


$m\widehat{LK}$ $84 \div 2 = \boxed{42^\circ}$

$HP = \sqrt{9^2 - 6^2} =$

$= 3\sqrt{5} = \boxed{6.71}$

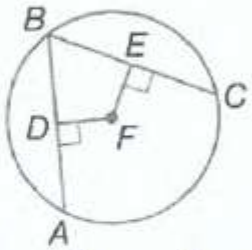
التزلج على الجليد المسار الموضح المخصص للتزحلق على الجليد هو دائرة فيها $\overline{BD}$ جزء من القطر. فإذا كان $\widehat{ABC}$ يساوي حوالي 32% من دائرة كاملة، فماذا يساوي $m\widehat{AB}$؟



$\frac{16}{100} = \frac{x}{360} \Rightarrow x = \frac{16(360)}{100}$

$= \boxed{57.6^\circ}$

الجبر في الدائرة $F\odot$، $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، $DF = 3x - 7$ و $FE = x + 9$. ما قيمة x؟



$\overline{AB} \cong \overline{BC}$

$\Rightarrow FE = FD$

$x + 9 = 3x - 7$

$9 + 7 = 3x - x$

$16 = 2x$

$\frac{16}{2} = x$

$\boxed{8 = x}$

الجبر في الدائرة $S\odot$، $LM = 16$ و $PN = 4x$. ما قيمة x؟

$LM = PN$

$16 = 4x$

$\frac{16}{4} = x$

$\boxed{4 = x}$

ورقة عمل الصف العاشر

4-11 الزوايا المحيطية

الاسم : _____ الشعبة : __

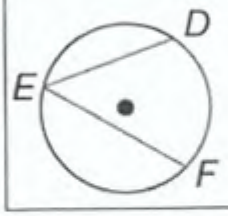
نواتج التعلّم 1- إيجاد قياسات الزوايا المحيطية . 2 - إيجاد قياسات المضلعات المحاطة بدائرة .

الزاوية المحيطية Inscribed angle هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها وترَين في الدائرة.

$\angle DEF$ هي زاوية مُحيطية.

$\overset{\frown}{DF}$ هو القوس الذي تُحدده الزاوية المُحيطية $\angle DEF$

الوتر $\overline{DF}$ هو الوتر الذي تُحدّده الزاوية المُحيطية .



انتبه!

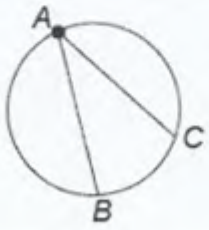
يُعطى طول القوس بوحدات الطول مثل السنتيمترات. أما قياس القوس فيُعطى بالدرجات.

مُبرهنة

مُبرهنة الزاوية المُحيطية

قياس الزاوية المحيطية يُساوي نصف قياس القوس الذي تُحدده على الدائرة.

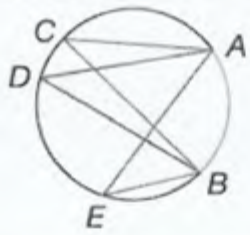
$$m\angle BAC = \frac{1}{2}\text{m}\overset{\frown}{BC}$$



مُبرهنة

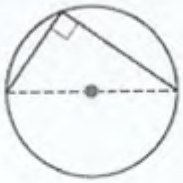
الزوايا المُحيطية المشتركة في قوس تكون مُتطابقة.

$$\angle ACB \cong \angle ADB \cong \angle AEB$$
$$\angle CAE \cong \angle CBE$$



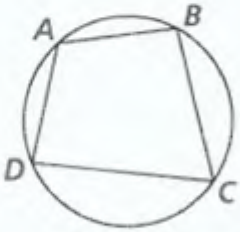
مُبرهنة

تكون زاوية مُحيطية زاوية قائمة إذا وفقط إذا كان القوس الذي تُحدّده نصف دائرة.



مُبرهنة

إذا كان رُباعي مُحاطًا بدائرة فإن مجموع قياسي كل زاويتين مُتقابلتين من زواياه هو $180°$.



الرُّباعي $ABCD$ مُحاط بدائرة.

$$m\angle A + m\angle C = 180°$$
$$m\angle B + m\angle D = 180°$$

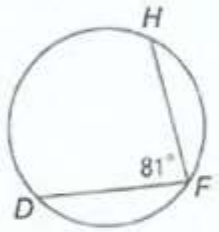
تذكير

الرُّباعي الدائري هو رُباعي تقع جميع رؤوسه على الدائرة نفسها.

مُفردات إذا كانت A و B و C ثلاث نقاط على دائرة، فإن $\angle ABC$ زاوية _____ (مركزية أو مُحيطية).

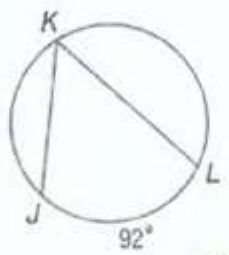
أوجد قياس كل مما يلي.

$m\overset{\frown}{DH}$



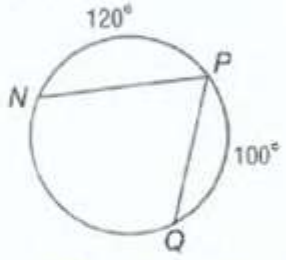
$81(2) = 162°$

$m\angle K$



$92 \div 2 = 46°$

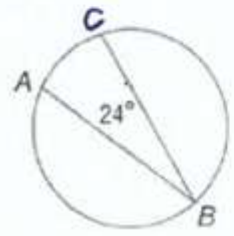
$m\angle P$



$m\overset{\frown}{NQ} = 360 - 120 - 100 = 140$

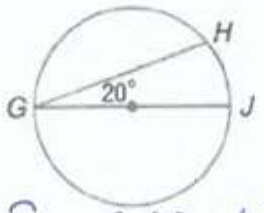
$m\angle P = 140 \div 2 = 70°$

$m\overset{\frown}{AC}$



$24(2) = 48$

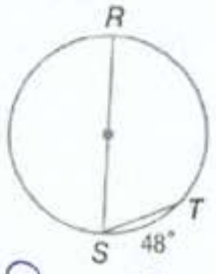
$m\overset{\frown}{GH}$



$m\overset{\frown}{HJ} = 20(2) = 40°$

$m\overset{\frown}{GH} = 180 - 40 = 140°$

$m\angle S$



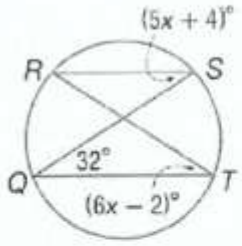
$m\overset{\frown}{RT} = 180 - 48 = 132$

$m\angle S = 132 \div 2 = 66°$

جبريًا أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle R$

$m\angle S$



$m\angle R = m\angle Q = 32°$

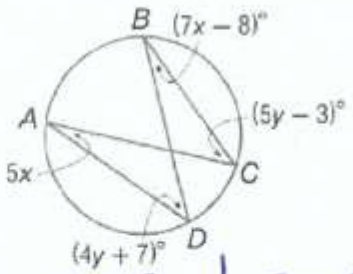
$5x + 4 = 6x - 2$

$6 = x$

$m\angle S = 5(6) + 4 = 34°$

$m\angle A$

$m\angle C$



$5x = 7x - 8$

$8 = 2x$

$4 = x$

$m\angle A = 5(4) = 20°$

$5y - 3 = 4y + 7$

$y = 10$

$m\angle C = 5(10) - 3$

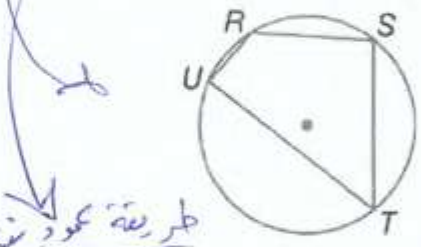
$= 47°$

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين.

فقرة برهان

معطى: $m\angle T = \frac{1}{2}m\angle S$

المطلوب إثباته: $m\overset{\frown}{TUR} = 2m\overset{\frown}{URS}$



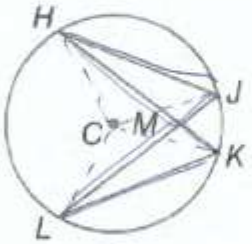
طريقة عمودين

معطيات	$m\angle T = \frac{1}{2}m\angle S$
قياس القوس نصف الدائرة	$m\overset{\frown}{TUR} = 2m\angle S$ — (1)
" " " "	$m\overset{\frown}{URS} = 2m\angle T$
ضرب الطرفين في 2	$2m\overset{\frown}{URS} = 4m\angle T$
تعويض من المعطى	$2m\overset{\frown}{URS} = 4 \times \frac{1}{2}m\angle S$
تعويض	$2m\overset{\frown}{URS} = 2m\angle S$ — (2)
تعويض (1) في (2)	$m\overset{\frown}{TUR} = 2m\overset{\frown}{URS}$

برهان مكوّن من عمودين

معطى: $\odot C$

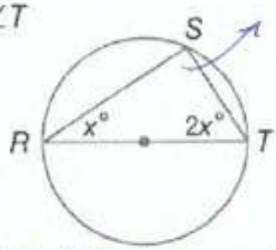
المطلوب إثباته: $\triangle KML \sim \triangle JMH$



معطى	⊙C
تقابل بالرأس	$m\angle LMK \cong \angle HMJ$
محيطات على نفس القوس	$\angle J \cong \angle K$
AA تشابه	$\triangle KML \sim \triangle JMH$

جبريًا أوجد كلاً من القيم.

$m\angle T$



زاوية محيطة مرسومة على القطر $= 90°$

$2x + x + 90 = 180$

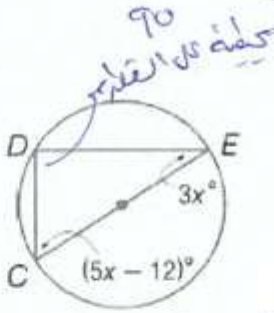
$3x = 90$

$x = 30$

$m\angle T = 2(30)$

$= 60°$

$m\angle C$



$5x - 12 + 3x + 90 = 180$

$8x = 102$

$x = 12.75$

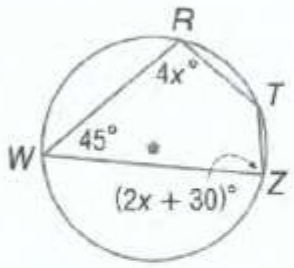
$m\angle C = 5(12.75) - 12$

$= 51.75$

البنية أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle T$

$m\angle Z$



$4x + 2x + 30 = 180$ بالمعادلة

$6x = 150$

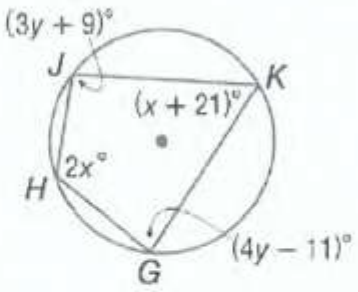
$x = 25$

$m\angle T = 180 - 45 = 135°$

$m\angle Z = 2(25) + 30 = 80$

$m\angle H$

$m\angle G$



$2x + x + 21 = 180$ بالمعادلة

$3x = 159$

$x = 53$

$3y + 9 + 4y - 11 = 180$

$7y = 182$

$y = 26$

$m\angle H = 2(53) = 106°$

$m\angle G = 4(26) - 11 = 93$

الأعمال الفنية يوضح الشكل أربعة نقوش فنية مختلفة لنجوم مصنوعة من الخيوط. فإذا كانت جميع الزوايا المحيطية لكل نجمة متطابقة. أوجد قياس كل زاوية محيطية.

a.

$360 \div 5 = 72$

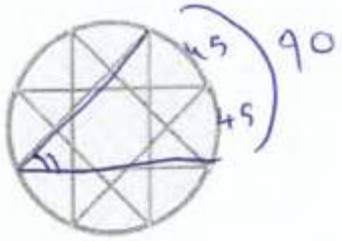
$72 \div 2 = 36°$

b.

$360 \div 7 = 51.428$

$51.428 \div 2 = 25.714$

c.



$360 \div 8 = 45$

45 ~~$\times 2 = 22.5$~~

الإشارات تُحاط إشارة التوقف التي لها شكل ثماني أضلاع منتظم في دائرة. أوجد كلاً من القياسات.

~~$m\overset{\frown}{OP} =$~~

$m\overset{\frown}{OP} = 360 \div 8 = 45°$

$m\overset{\frown}{NQ} \cdot 3(45) = 135°$

$m\angle LRQ = 5(45) \div 2 = 112.5°$

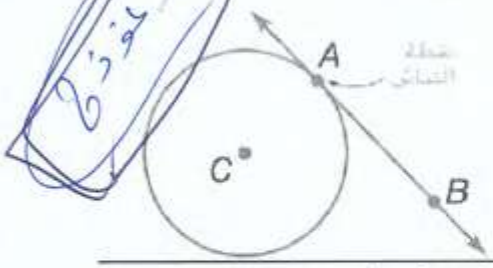
$m\angle RLQ = 45 \div 2 = 22.5°$

$m\angle LSR = 6(45) \div 2 = 135°$

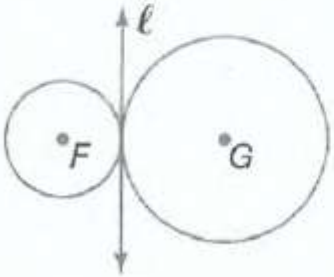
ورقة عمل الصف العاشر 11-5 المماسات الاسم : _____ الشعبة : __

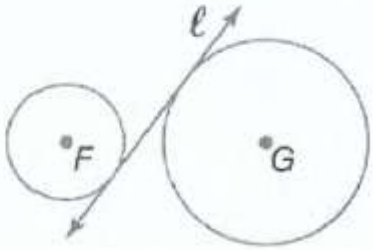
نواتج التعلّم 1- استخدام خواص المماسات. 2 - حلّ مسائل تتضمن مضلعاتٍ محيطةً بدوائر

المماس هو مستقيمٌ يقع في مستوى الدائرة نفسه ويقطع محيطها في نقطةٍ واحدةٍ فقط تدعى **نقطة التماس**.

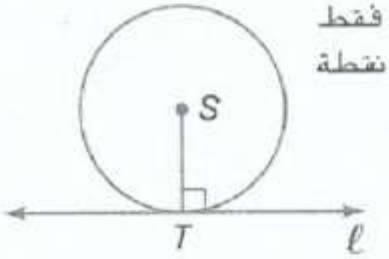


المماس المشترك هو مستقيمٌ أو شعاعٌ أو قطعةٌ مستقيمةٌ تمسّ دائرتين في المستوى نفسه.

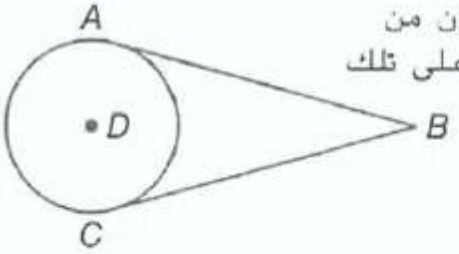




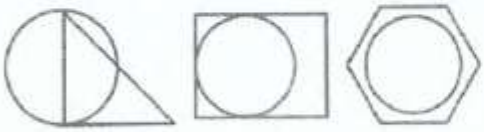
نظرية 11.10 في مستوىً ما، يكون مستقيمٌ مماسًا على دائرةٍ فقط إذا كان عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.



نظرية 11.11 إذا كانت قطعتان مستقيمتان مرسومتان من نقطةٍ واحدةٍ خارج الدائرة مماسيتين على تلك الدائرة، فهما متطابقتان.



يكون المضلع محيطًا لدائرةٍ إذا كان كل ضلعٍ من أضلاع المضلّع مماسًا للدائرة.

المضلعات المحيطة لدائرة	المضلعات غير المحيطة لدائرة
	

ارسم المماسات المشتركة. فإذا لم تكن هناك مماساتٌ مشتركة، فقل *لا مماسات مشتركة*.

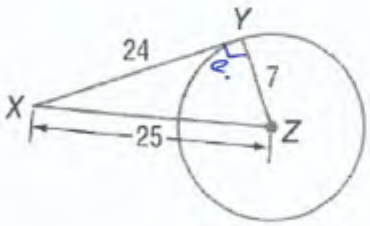
(2) مماسات

مماسات

لا مماسات مشتركة

مماسات

حدد ما إذا كان كل $\overline{XY}$ مماسيًا على الدائرة المعطاة. وبرر إجابتك.



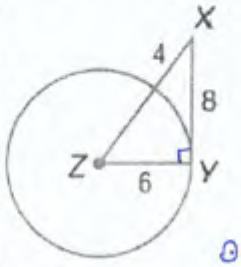
$24^2+7^2 \stackrel{?}{=} 25^2$

$625 = 625$

مثلث قائم الزاوية

$\overline{YZ} \perp \overline{XY}$

$\overline{XY}$ مماس للدائرة $\odot Z$



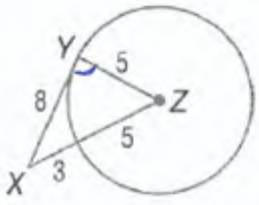
$8^2+6^2 \stackrel{?}{=} 10^2$

$100 = 100$

مثلث قائم الزاوية

$\overline{ZY} \perp \overline{XY}$

$\overline{XY}$ مماس للدائرة $\odot Z$

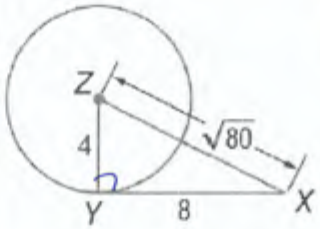


$8^2+5^2 \stackrel{?}{=} 5^2$

$89 \neq 64$

ليس مثلث قائم الزاوية

$\overline{XY}$ ليست مماس للدائرة.



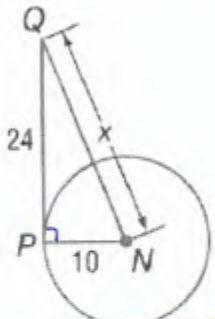
$8^2+4^2 \stackrel{?}{=} \sqrt{80}^2$

$80 = 80$

مثلث قائم الزاوية

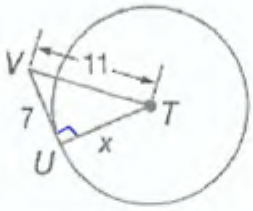
$\overline{XY}$ مماس للدائرة

أوجد قيمة x. وافترض أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسيّة مماسية.
وقرّب إلى أقرب عشرٍ عند الضرورة.



$x = \sqrt{24^2+10^2}$

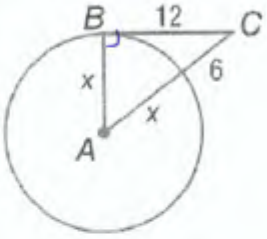
$= 26$



$x = \sqrt{11^2-7^2}$

$= 6\sqrt{2}$

$= 8.485$



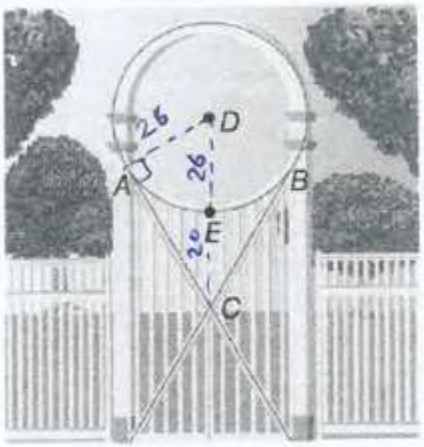
$(6+x)^2 = x^2+12^2$

$x^2+12x+36 = x^2+144$

$12x = 144-36$

$x = \frac{108}{12}$

$x = 9$



العرائش في العريشة الدائرية الموضحة. $\overline{AC}$ و $\overline{BC}$ مماسيتان للدائرة $D\odot$. يساوي طول نصف قطر الدائرة 26 سنتيمترًا و $EC = 20$ سنتيمترًا. أوجد كلاً من القياسات مقربًا إلى أقرب جزء من مئة.

a. AC

$AC = \sqrt{46^2 - 26^2}$

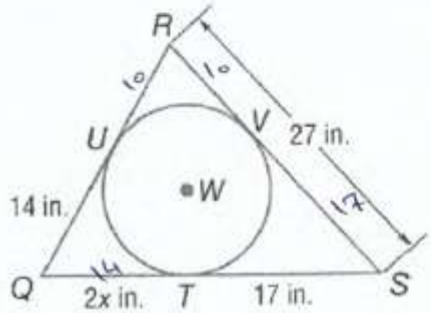
$= 12\sqrt{10}$

$= 37.95$ cm

b. BC

$BC = AC = 37.95$ cm

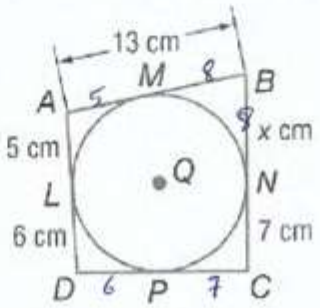
الاستنتاج المنطقي أوجد قيمة x. ثم أوجد المحيط.



$14 = 2x \rightarrow x = 7$ in

المحيط $= 27 + 31 + 24$

$= \boxed{82}$ in

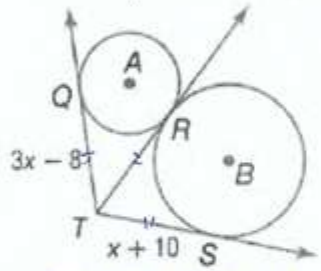


$BN = MB = 13 - 5 = 8 = x$

المحيط $= 13 + 15 + 13 + 11$

$= \boxed{52}$ cm

أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب جزء من مئة. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

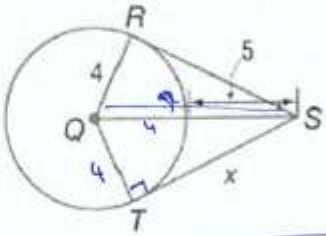


$3x - 8 = x + 10$

$3x - x = 10 + 8$

$2x = 18$

$x = 9$



$x = \sqrt{9^2 - 4^2}$

$= \sqrt{65}$

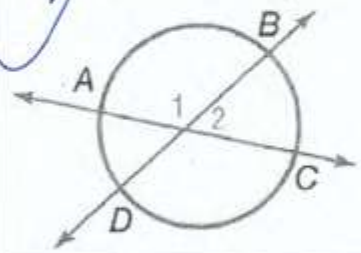
$x = 8.062$

ورقة عمل الصف العاشر 11-6 القواطع والمماسات وقياسات الزوايا الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع على محيط دائرة أو بداخلها .
2 - إيجاد قياسات الزوايا التي تشكلها مستقيمات تتقاطع خارج الدائرة .

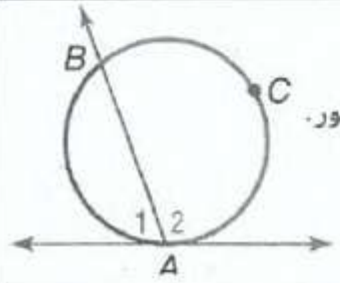
النظرية 11.12

الشرح إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتشكلة يساوي نصف مجموع قياسي القوسين اللذين تحصرهما الزاوية والزاوية المقابلة لها بالرأس.



مثال $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD})$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DA} + m\overset{\frown}{BC})$

النظرية 11.13



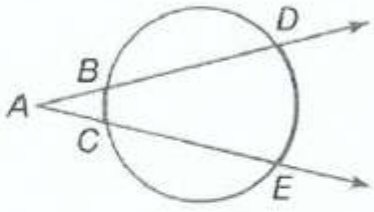
الشرح إذا تقاطع قاطعٌ ومستقيمٌ عند نقطة التماس.
إذًا فإن قياس كل زاوية متشكلة يساوي نصف قياس القوس المحصور.

مثال $m\angle 1 = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{AB}$ و $m\angle 2 = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ACB}$

النظرية 11.14

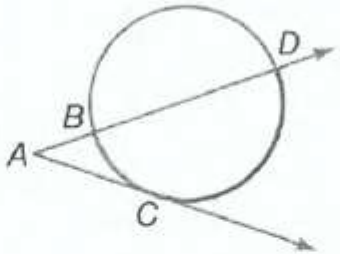
الشرح إذا تقاطع قاطعان، أو قاطعٌ ومماس، أو مماسان خارج دائرة، إذًا فإن قياس الزاوية المتشكّلة يساوي نصف فرق قياسي القوسين المحصورين.

أمثلة



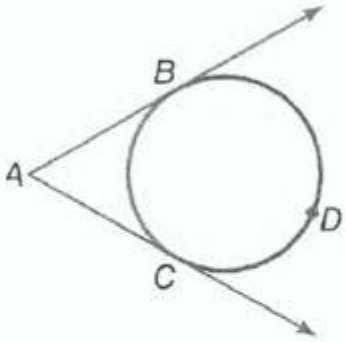
قاطعان

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DE} - m\overset{\frown}{BC})$



قاطع-مماس

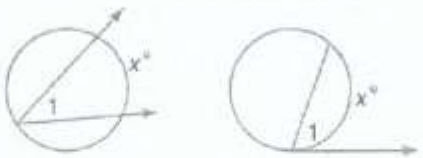
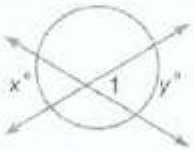
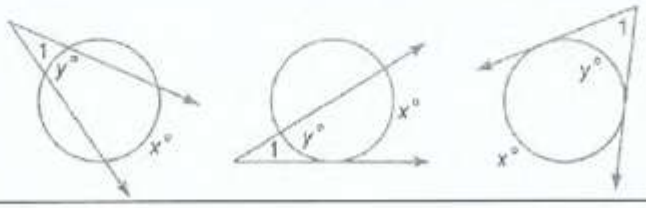
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DC} - m\overset{\frown}{BC})$



مماسان

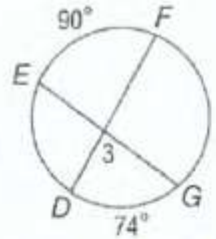
$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BDC} - m\overset{\frown}{BC})$

المفهوم الأساسي علاقات الزوايا والدوائر

رأس الزاوية	النموذج (النماذج)	قياس الزاوية
على محيط الدائرة		نصف قياس القوس المحصور $m\angle 1 = \frac{1}{2}x$
داخل الدائرة		نصف قياس مجموع القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x + y)$
خارج الدائرة		نصف قياس فرق القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x - y)$

من أجل كل قياس، افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

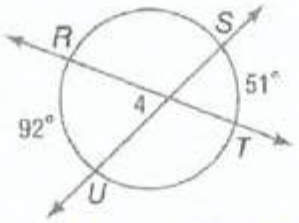
$m\angle 3$



$m\angle 3 = \frac{1}{2}(90 + 74)$

$= 82°$

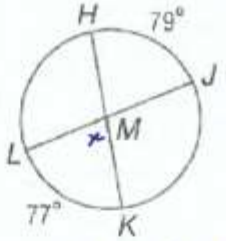
$m\angle 4$



$m\angle 4 = \frac{1}{2}(92 + 51)$

$= 71.5°$

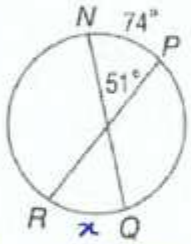
$m\angle JMK$



$m\angle x = \frac{1}{2}(77 + 79)$

$= 78$

$m\widehat{RQ}$



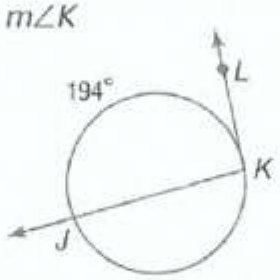
$51 = \frac{1}{2}(74 + x)$

$102 = 74 + x$

$102 - 74 = x$

$28 = x$

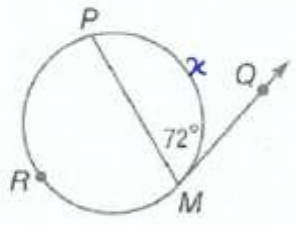
$m\angle K$



$m\angle K = \frac{1}{2}(194)$

$= 97$

$m\widehat{PM}$

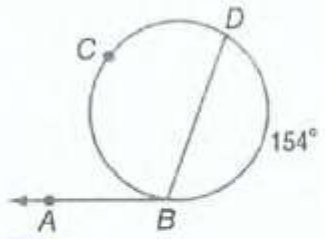


$x = 72\ (2)$

$= 144°$

من أجل كل قياس، افترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

14. $m\angle ABD$

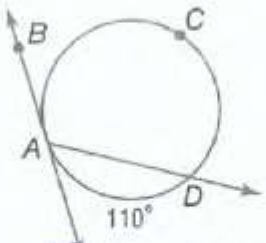


$m\overset{\frown}{BCD} = 360 - 154 = 206$

$m\angle ABD = 206 \div 2$

$= 103°$

$m\angle DAB$

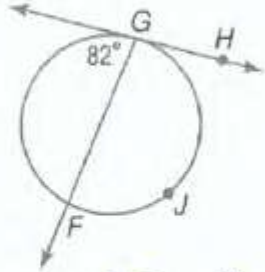


$m\overset{\frown}{ACD} = 360 - 110$

$= 250$

$m\angle BAD = 250 \div 2 = 125°$

$m\overset{\frown}{GJF}$

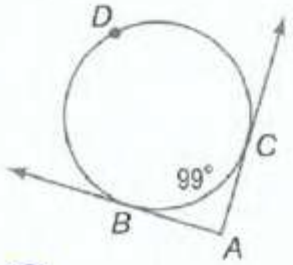


$m\angle HGF = 180 - 82 = 98$

$m\overset{\frown}{GJF} = 98(2) = 196°$

البنية أوجد كلاً من القياسات.

$m\angle A$

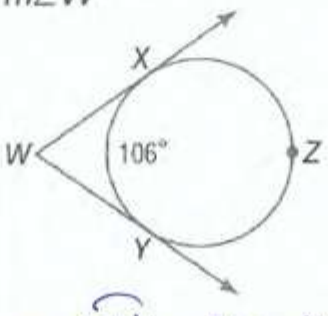


$m\overset{\frown}{BDC} = 360 - 99 = 261$

$m\angle A = \frac{1}{2}(261 - 99)$

$= 81°$

$m\angle W$

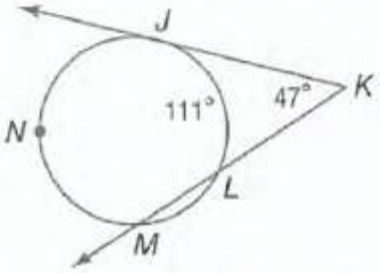


$m\overset{\frown}{XZY} = 360 - 106 = 254$

$m\angle W = \frac{1}{2}(254 - 106)$

$= 74°$

$m\overset{\frown}{JM}$



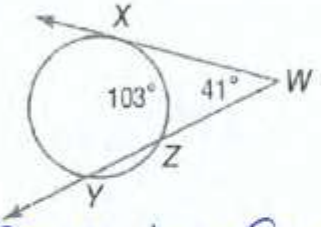
$47 = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{JNM} - 111)$

$94 = m\overset{\frown}{JNM} - 111$

$m\overset{\frown}{JNM} = 94 + 111 = 205$

$m\overset{\frown}{JM} = 360 - 205 = 155°$

$m\overset{\frown}{XY}$



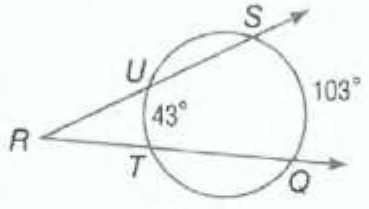
$m\overset{\frown}{XY} = 41 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{XY} - 103)$

$82 = m\overset{\frown}{XY} - 103$

$82 + 103 = m\overset{\frown}{XY}$

$185 = m\overset{\frown}{XY}$

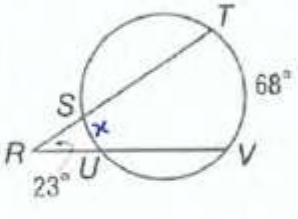
$m\angle R$



$m\angle R = 103 - 43$

$= 60°$

$m\overset{\frown}{SU}$

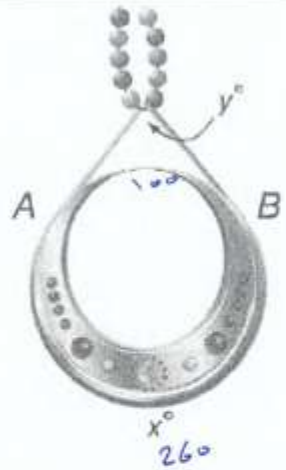


$23 = \frac{1}{2}(68 - x)$

$46 = 68 - x$

$x = 68 - 46$

$x = 22$



المجوهرات في القلادة الدائرية الموضحة، A و B نقطتا تماس. فإذا كانت قيمة $x = 260$، فكم تساوي قيمة y؟

$m\overset{\frown}{AB} = 360 - 260 = 100$

$m\angle y = \frac{1}{2}(260 - 100)$

$= 80^\circ$

الفضاء يدور قمر صناعي حول خط الاستواء في الكرة الأرضية. أوجد قيمة x، قياس قوس الكوكب الذي يمكن رؤيته من القمر الصناعي.

$y = 360 - x$

$12 = \frac{1}{2}(360 - x - x)$

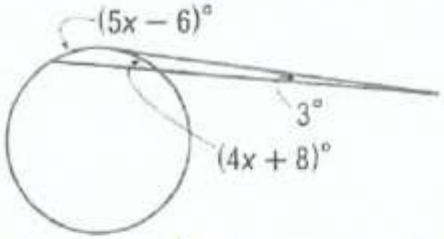
$24 = 360 - 2x$

$24 - 360 = -2x$

$\frac{24 - 360}{-2} = x$

$168 = x$

الجبر أوجد قيمة x.



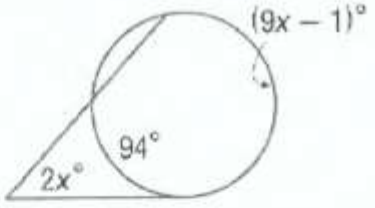
$3 = \frac{1}{2}(5x - 6 - 4x - 8)$

$3 = \frac{1}{2}(x - 14)$

$6 = x - 14$

$6 + 14 = x$

$20 = x$



$2x = \frac{1}{2}(9x - 11 - 94)$

$4x = 9x - 105$

$4x + 105 = 9x - 4x$

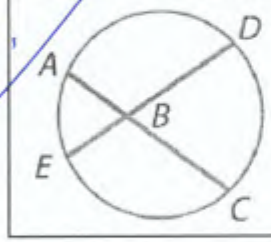
$\frac{105}{5} = x$

$21 = x$

ورقة عمل الصف العاشر — 11-7 القطع الخاصة في دائرة — الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم
1- إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع داخل دائرة .
2 - إيجاد قياسات القطع المستقيمة التي تتقاطع خارج دائرة .

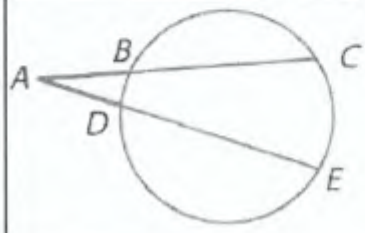
النظرية 11.15 القطع المستقيمة في نظرية الأوتار



إذا تقاطع وتران في دائرة، فتتساوى حينها نواتج ضرب أطوال القطع المستقيمة للأوتار.

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

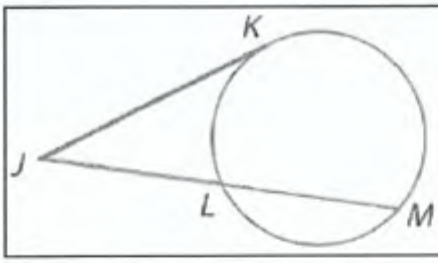
النظرية 11.16 نظرية القطع المستقيمة القاطعة



إذا تقاطع قاطعان خارج دائرة، فإن ناتج ضرب قطعة مستقيمة قاطعة وقطعتها المستقيمة القاطعةالخارجية يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع الآخر بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$

النظرية 11.17



إذا تقاطع مماس وقاطع خارج دائرة، فإن مربع قياس المماس يساوي ناتج ضرب قياسي القاطع بقطعته المستقيمة القاطعة الخارجية.

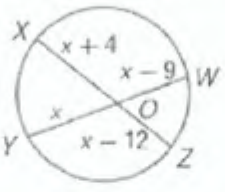
$$JK^2 = JL \cdot JM$$

أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

$6x = 5(12)$

$x = \frac{5(12)}{6}$

$x = 10$

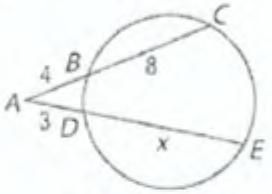


$x(x-9) = (x+4)(x-12)$

$x^2 - 9x = x^2 - 8x - 48$

$-9x + 8x = -48$

$x = 48$



$4(12) = 3(3+x)$

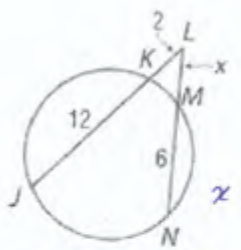
$\frac{48}{3} = 3 + x$

$16 = 3 + x$

$16 - 3 = x$

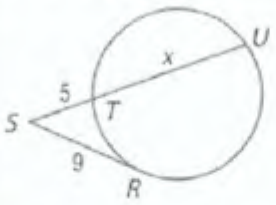
$13 = x$

أوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماساتٌ بالفعل.

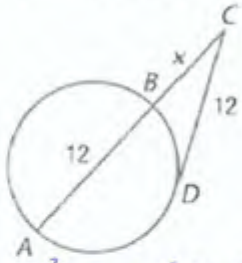


$a = 1$
$b = 6$
$c = -28$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$2(14) = x(x+6)$
$28 = x^2 + 6x$
$x^2 + 6x - 28 = 0$
$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36-4(1)(-28)}}{2(1)}$
$= \boxed{3.1}$

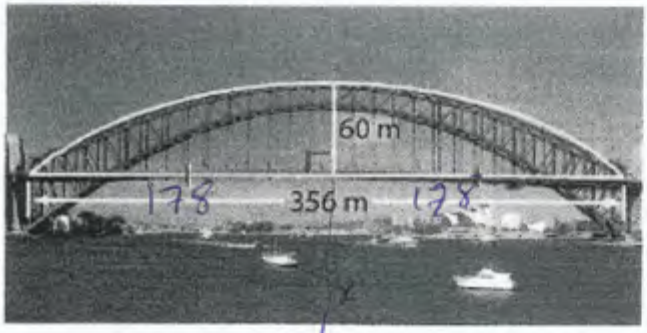


$9^2 = 5(5+x)$
$\frac{81}{5} = 5 + x$
$\frac{81}{5} - 5 = x$
$\boxed{11.2 = x}$



$a = 1$
$b = 12$
$c = -144$

$12^2 = x(x+12)$
$144 = x^2 + 12x$
$x^2 + 12x - 144 = 0$
$x = \frac{-12 \pm \sqrt{144-4(1)(-144)}}{2(1)}$
$= \boxed{7.4}$

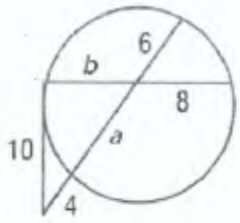


الجسور ما هو قطر الدائرة التي تحوي قوس جسر هاربور بسيدني؟ قرّب إلى أقرب عُشر.

$(178)(178) = 60x$
$\frac{(178)^2}{60} = x$
$528.1 = x$

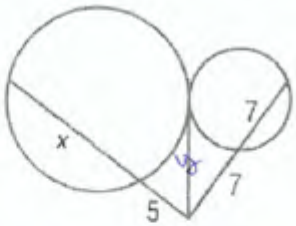
القطر $= 60 + x$
$= 60 + 528.1$
$= 588.1$

البنية أوجد كل متغير مقربًا إلى أقرب عُشر. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.



$10^2 = 4(4+a+6)$
$\frac{100}{4} = 10 + a$
$25 - 10 = a$
$\boxed{15 = a}$

$15(6) = 8b$
$\frac{15(6)}{8} = b$
$\boxed{11.25 = b}$

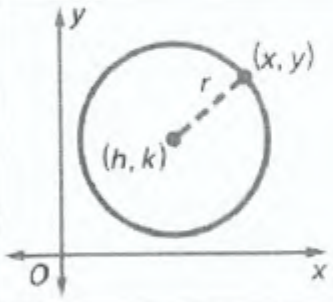


$y^2 = 7(14)$
$y^2 = 5(5+x)$
$7(14) = 5(5+x)$
$98 = 25 + 5x$
$\frac{98-25}{5} = x$
$\boxed{14.6 = x}$

ورقة عمل الصف العاشر **11-8** **معادلات الدوائر** الاسم : _____ الشعبة : __

نواتج التعلّم 1- كتابة معادلة دائرة . 2 - تمثيل دائرة على المستوى الإحداثي .

المفهوم الأساسي معادلة دائرة بالصيغة القياسية



إن الصيغة القياسية لمعادلة دائرة يقع مركزها عند النقطة (h, k) ونصف قطرها r هي $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

تدعى الصيغة القياسية لمعادلة دائرة أيضًا بصيغة *المركز-نصف القطر*.

البنية اكتب معادلة كل دائرة مما يلي.

المركز يقع عند نقطة الأصل. نصف القطر يساوي 4

$(x-0)^2 + (y-0)^2 = 4^2$

$x^2 + y^2 = 16$

المركز يقع عند النقطة $(9-, 8)$. نصف القطر يساوي $\sqrt{11}$

$(x-8)^2 + (y+9)^2 = (\sqrt{11})^2$

$(x-8)^2 + (y+9)^2 = 11$

المركز يقع عند النقطة $(2-, 1)$. الدائرة تمر بالنقطة $(4-, 3)$

$(3, -4)$

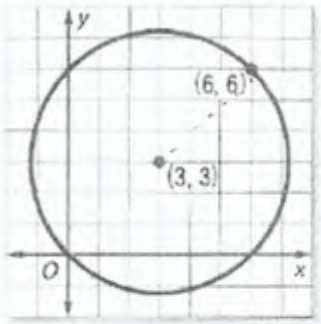
$(1, -2)$

$r = \sqrt{(3-1)^2 + (-4+2)^2}$

$r = 2\sqrt{2}$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = (2\sqrt{2})^2$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$



$r = \sqrt{(6-3)^2 + (6-3)^2}$

$r = 3\sqrt{2}$

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = (3\sqrt{2})^2$

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 18$

من أجل كل دائرةٍ معادلتها معطاة. اذكر إحداثيي المركز وقياس نصف القطر. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

$x^2 + y^2 = 36$

المركز $(0,0)$

نصف القطر $r = 6$

$x^2 + (y+1)^2 = 4$

المركز $(0,-1)$

نصف القطر $r = 2$

$x^2 + y^2 + 8x - 4y = -4$

$(x^2+8x+16) + (y^2-4y+4) = -4+16+4$

$(x+4)^2 + (y-2)^2 = 16$

المركز $(-4, 2)$

نصف القطر $r = \sqrt{16} = 4$

$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$

المركز $\left(\frac{\text{معامل } x}{2}, \frac{\text{معامل } y}{2}\right)$

$(-4, 2)$

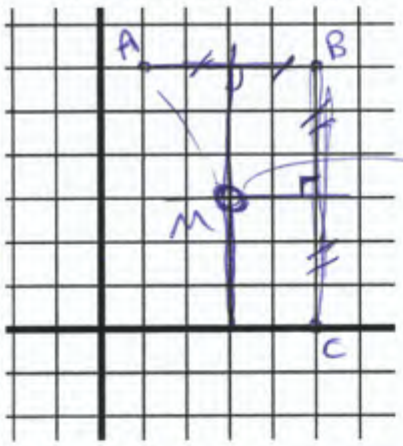
$r = \sqrt{h^2 + k^2 - c}$

$r = \sqrt{16+4-4}$

$r = 4$

اكتب معادلةً للدائرة التي تضم كل مجموعة من النقاط التالية. ثم مثّل الدائرة بيانيًا.

A(1, 6), B(5, 6), C(5, 0)



المركز $(3, 3)$

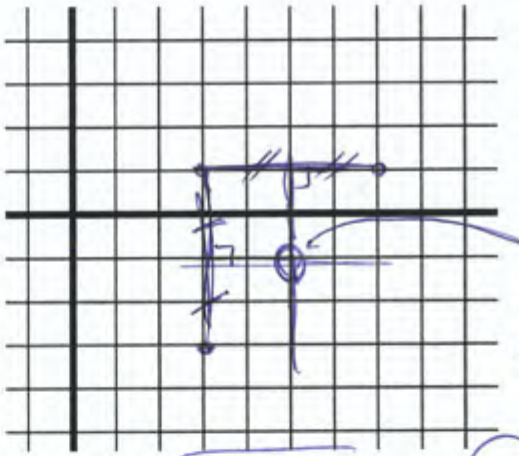
$r = AM = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$

المعادلة

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{13})^2$

$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 13$

$(3, -3)$, $G(3, 1)$, $H(7, 1)$



المركز $(5, -1)$

$r = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

المعادلة

$(x-5)^2 + (y+1)^2 = 8$

أوجد نقطة (نقاط) التقاطع، في حال وجودها، بين كل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.

$x^2 + y^2 = 2$ —— ١

$y = -x + 2$ —— ٢

من ٢ في ١

$x^2 + (-x+2)^2 = 2$

$x^2 + (x^2 - 4x + 4) = 2$

$x^2 + x^2 - 4x + 4 = 2$

$2x^2 - 4x + 4 - 2 = 0$

$2x^2 - 4x + 2 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)(x-1) = 0$

$x = 1$

نعوض في ٢

$\Rightarrow y = -(1) + 2 = 1$

$y = 1$

نقطة التقاطع هي $(1,1)$

$x^2 + y^2 = 5$ —— ①

$y = \frac{1}{2}x$ —— ②

نعوض ② في ①

$x^2 + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 5$

$x^2 + \frac{x^2}{4} = 5$ (ضرب ٤)

$4x^2 + x^2 = 20$

$5x^2 = 20$

$x^2 = 4$

$x = \mp 2$

نعوض في ②

$x = 2 \longrightarrow y = \frac{1}{2}(2) = 1$ $(2,1)$

$x = -2 \longrightarrow y = \frac{1}{2}(-2) = -1$ $(-2,-1)$

نقطتا تقاطع

ورقة عمل الصف العاشر 9-11 مساحات الدوائر والقطاعات الاسم: _____ الشعبة: __

نواتج التعلّم 1- إيجاد مساحات الدوائر . 2- إيجاد مساحات قطاعات الدوائر .

المفهوم الأساسي مساحة قطاع

تساوي نسبة **المساحة A لقطاع** إلى **مساحة الدائرة بكاملها** πr^2 نسبة **قياس القوس المحصور** x بالدرجات إلى 360.

التناسب: $\frac{A}{\pi r^2} = \frac{x}{360}$

المعادلة: $A = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$

المفهوم الأساسي مساحة الدائرة

$A = \pi r^2$ إن مساحة الدائرة A تساوي π مضروبةً بمربع نصف القطر r.

الإنشاء أوجد مساحة كل دائرة مما يلي وقرّبها إلى أقرب عُشر.

$A = \pi r^2$

$= \pi (21)^2$

$= 441\pi$

$= 1385.4\ yd^2$

$r = 0.2$

$A = \pi r^2$

$= \pi (0.2)^2$

$= 0.12$

$= 0.1\ km^2$

أوجد قطر دائرة مساحتها 74 مليمترا مربعا.

$A = \pi r^2$ | $r = \sqrt{\frac{74}{\pi}}$

$74 = \pi r^2$ | $= 4.853$

$\frac{74}{\pi} = r^2$ | $d = 4.853(2) = 9.7$

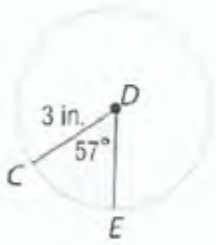
تساوي مساحة دائرة 88 سنتيمترا مربعا. أوجد نصف قطرها.

$A = \pi r^2$ | $r = \sqrt{\frac{88}{\pi}}$

$88 = \pi r^2$ | $= 5.292\ cm$

$\frac{88}{\pi} = r^2$

أوجد مساحة كل قطاع مظلل وقربها إلى أقرب عُشر.



$\frac{A}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{57}{360}$

$\frac{A}{\pi (3)^2} = \frac{57}{360}$

$A = \frac{\pi (3)^2 (57)}{360}$

$= 4.476$

$\frac{A}{\text{مساحة الدائرة}} = \frac{92}{360}$

$\frac{A}{\pi (7)^2} = \frac{92}{360}$

$A = \frac{92\pi (7)^2}{360}$

$= 39.339$

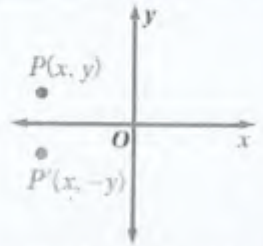
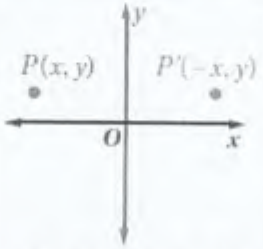
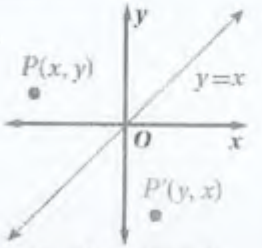
ورقة عمل الحادي عشر العام | 14-1 الانعكاس | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس. 2- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بعد النقطة وبعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

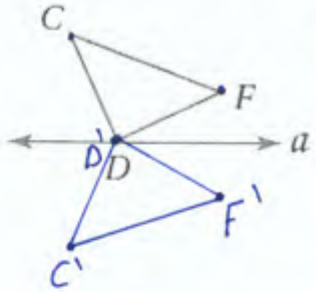
إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.

إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة وصورتها.

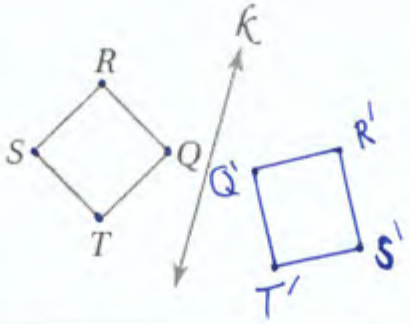
الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المستقيم $y=x$
		
$(x, y) \to (x, -y)$	$(x, y) \to (-x, y)$	$(x, y) \to (y, x)$

ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

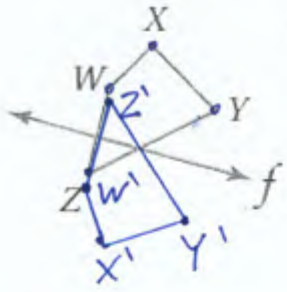
(1



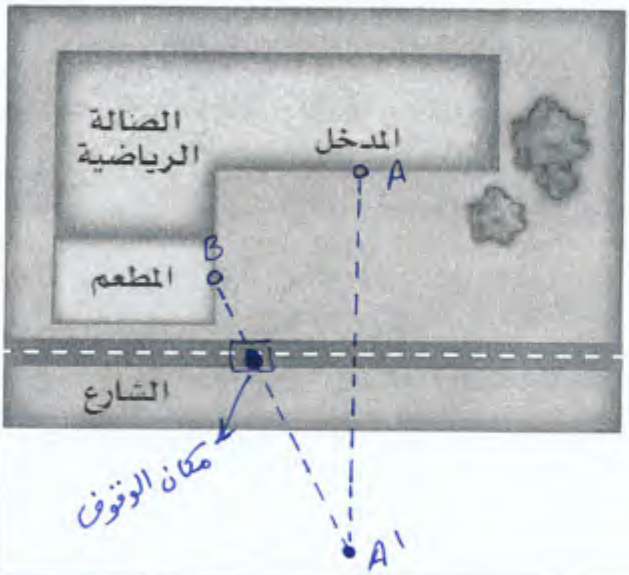
(2



(3



4) مباريات: ينتظر ماجد في المطعم صديقًا سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يوقف صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلًا يوضح إجابتك.

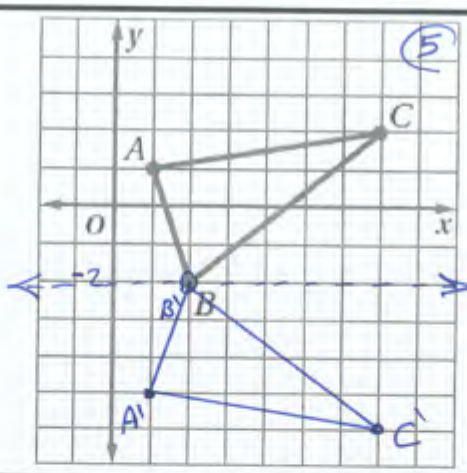


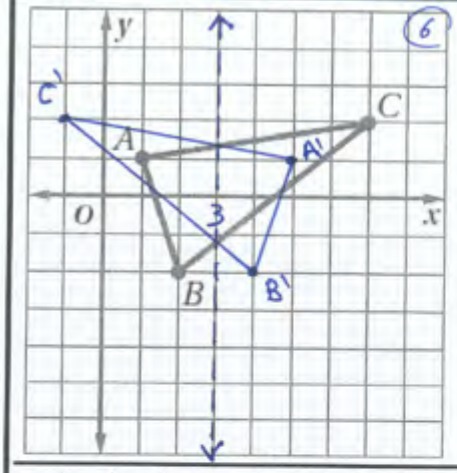
نقوم بتركيز الصورة A بالانعكاس في محور (الشارع)
ثم نوصل $\overline{A'B}$
مكان الوقوف هو نقطة تقاطع $\overline{A'B}$ مع الشارع.

مثّل بيانيًا صورة $\triangle ABC$ المبين جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل من السؤالين 5، 6.

5) $y = -2$

6) $x = 3$





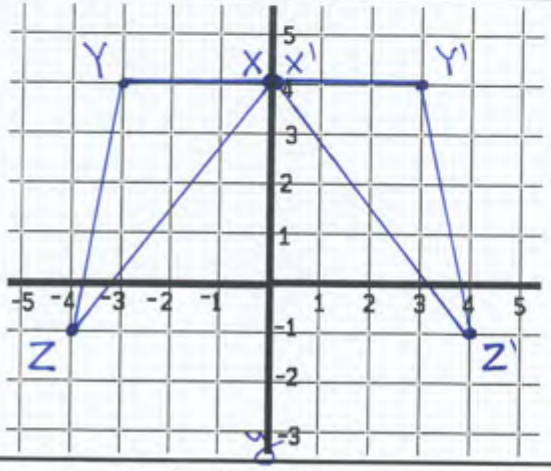
مثّل كل شكل مما يأتي، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0,4)$, $Y(-3,4)$, $Z(-4,-1)$ بالانعكاس حول المحور y.

$X'(0,4)$

$Y'(3,4)$

$Z'(4,-1)$



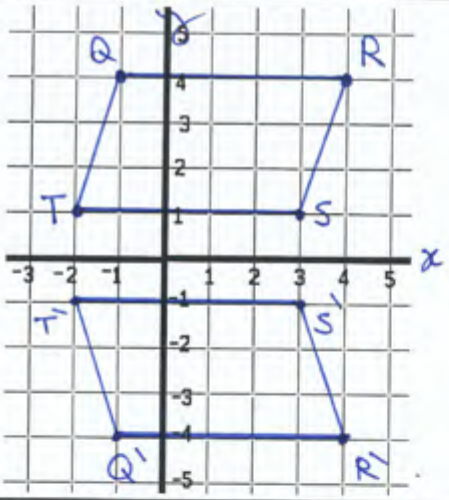
8) $\square RST$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $Q(-1,4)$, $R(4,4)$, $S(3,1)$, $T(-2,1)$ بالانعكاس حول المحور x.

$Q'(-1,-4)$

$R'(4,-4)$

$S'(3,-1)$

$T'(-2,-1)$



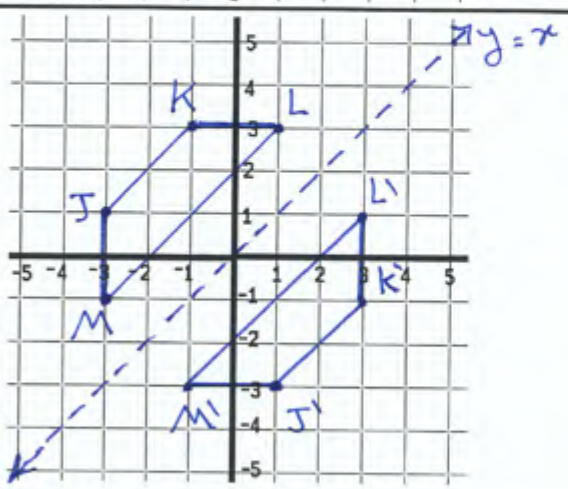
9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(-3,1)$, $K(-1,3)$, $L(1,3)$, $M(-3,-1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

$J'(1,-3)$

$K'(3,-1)$

$L'(3,1)$

$M'(-1,-3)$



ورقة عمل الحادي عشر العام | 14-2 الإزاحة | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

الإزاحة: هي تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي $\overline{AA'}$ حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).

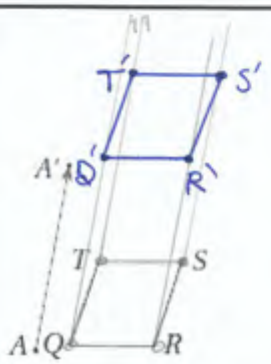
النقطة A' هي إزاحة للنقطة A على طول متّجه الإزاحة $\vec{k}$.

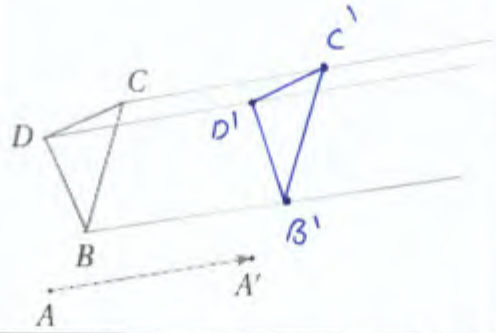
الإزاحة هي دالة تربط كل نقطة بصورتها على طول متجهٍ يدعى متجه الإزاحة بحيث:

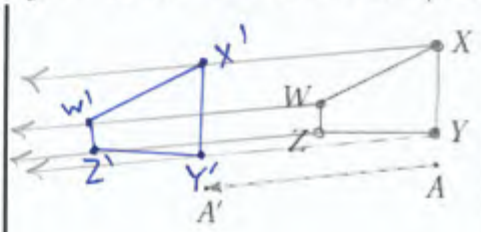
- يكون لكل قطعة مستقيمة تربط نقطةً بصورتها طول المتجه نفسه.
- تكون هذه القطعة المستقيمة موازيةً للمتجه أيضًا.

الإزاحة في المستوى الإحداثي: إذا رمزنا للإزاحة الأفقية بالرمز a ، وللإزاحة الرأسية b ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة: $(x,y) \rightarrow (x+a, y+b)$

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كلٍ ممّا يأتي:

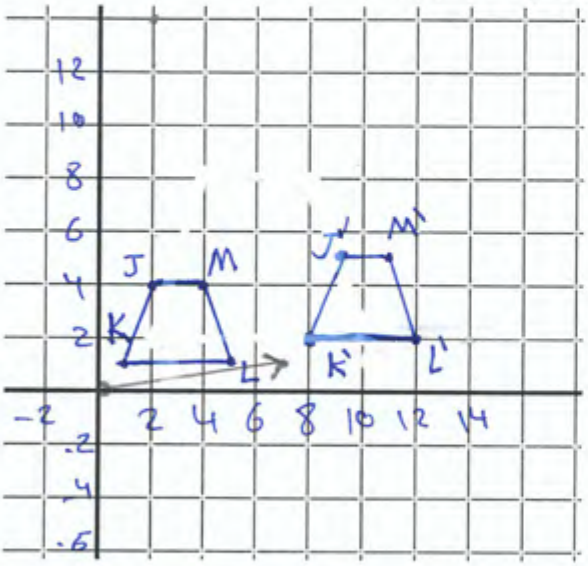






مثل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍ مما يأتي بيانيًا:

شبه المنحرف JKLM ذو الرؤوس $J(2,4)$, $K(1,1)$, $L(5,1)$, $M(4,4)$; $\langle 7,1 \rangle$



القاعدة: $(x,y) \rightarrow (x+7, y+1)$

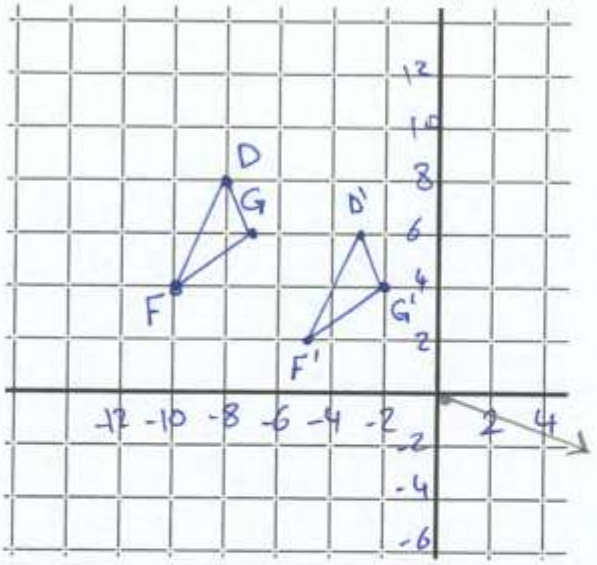
$M'(11,5)$

$L'(12,2)$

$K'(8,2)$

$J'(9,5)$

المثلث ΔDFG ذو الرؤوس $D(-8,8)$, $F(-10,4)$, $G(-7,6)$; $\langle 5,-2 \rangle$



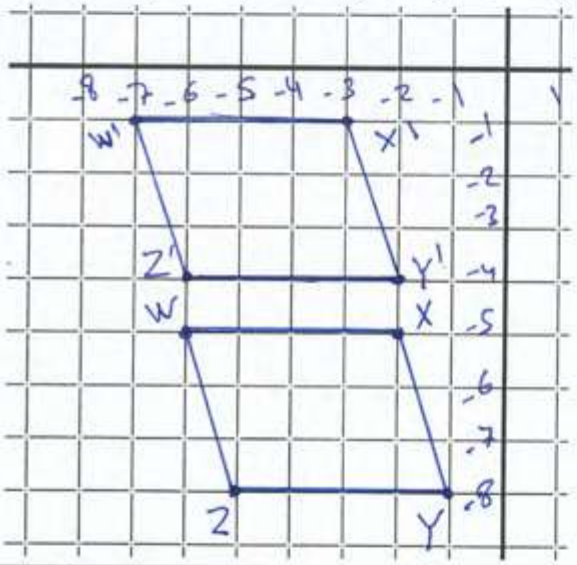
القاعدة : $(x,y) \rightarrow (x+5 , y-2)$

$G'(-2,4)$

$F'(-5,2)$

$D'(-3,6)$

متوازي الأضلاع WXYZ ذو الرؤوس $W(-6,-5)$, $X(-2,-5)$, $Y(-1,-8)$, $Z(-5,-8)$; $\langle -1,4 \rangle$



القاعدة : $(x,y) \rightarrow (x-1 , y+4)$

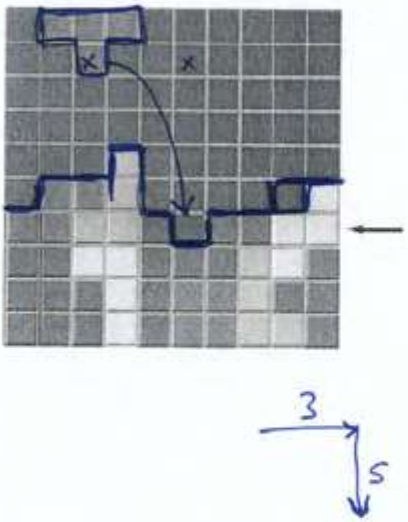
$Z'(-6,-4)$

$Y'(-2,-4)$

$X'(-3,-1)$

$W'(-7,-1)$

ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة (x,y) ، فاكتب قاعدةً (رمز الدالة) لوصف الإزاحة التي تملأ الصف المشار إليه بالسهم.



$(x,y) \rightarrow (x+3 , y-5)$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 14-3 الدوران | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن الدوران مستخدمًا المنقلة. 2- رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.

الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران.

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى زاوية الدوران.

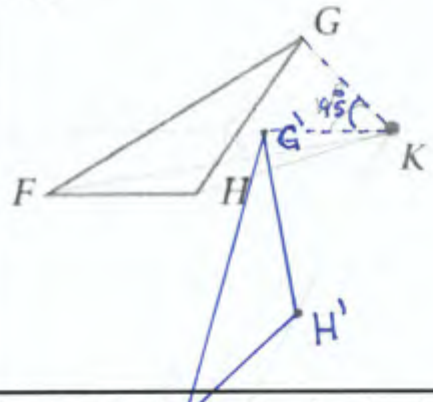
A' هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية $120°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C.

الدوران في المستوى الإحداثي:

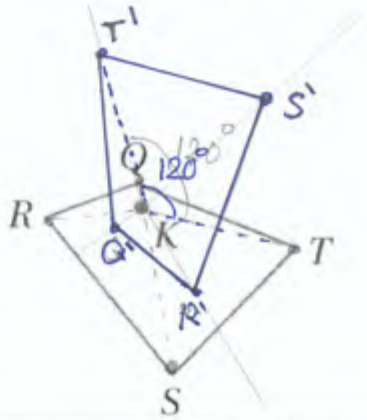
زاوية الدوران $90°$	زاوية الدوران $180°$	زاوية الدوران $270°$
$(x,y) \rightarrow (-y, x)$	$(x,y) \rightarrow (-x, -y)$	$(x,y) \rightarrow (y, -x)$

استخدم منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين التاليين:

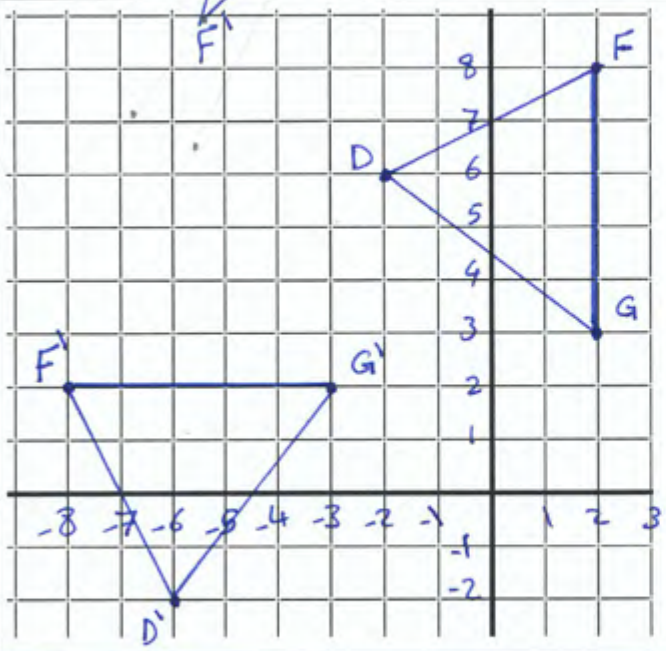
45°



120°



إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي : D(-2,6) , F(2,8) , G(2,3) ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 270° حول نقطة الأصل.



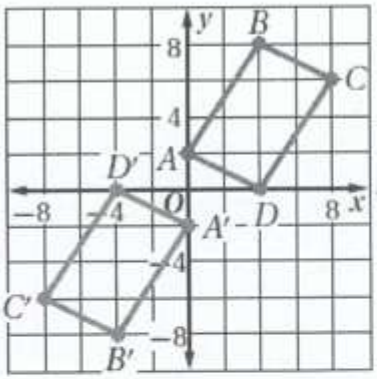
$(x,y) \rightarrow (-y, x)$

$D'(-6, -2)$

$F'(-8, +2)$

$G'(-3, +2)$

اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي ABCD وصورته A'B'C'D' الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس زاوية الدوران؟



A) 90°

B) 180°

C) 270°

D) 360°

$A(0,2) \longrightarrow A'(0,-2)$

$B(4,8) \longrightarrow B'(-4,-8)$

$C(8,8) \longrightarrow C'(-8,-8)$

$D(4,0) \longrightarrow D'(-4,0)$

نلاحظ أن القاعدة هي

$(x,y) \longrightarrow (-x,-y)$

إذاً زاوية الدوران 180°

حول نقطة الأصل

ورقة عمل الحادي عشر العام | 14-4 تركيب التحويلات | الاسم:----------

نواتج التعلّم
1- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.
2- رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

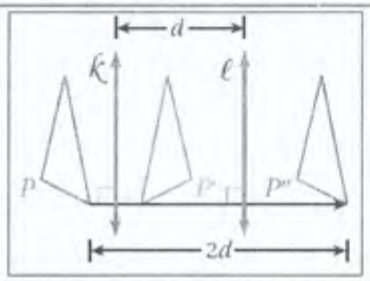
عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي أخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويسمى تحويلًا هندسيا مركبًا.

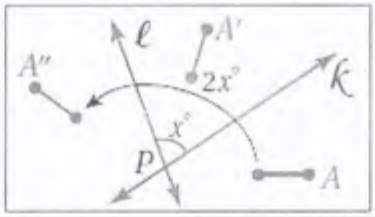
الانعكاس الانزلاقي: هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيم موازٍ لمتجه الإزاحة.

نظرية 14-1 تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

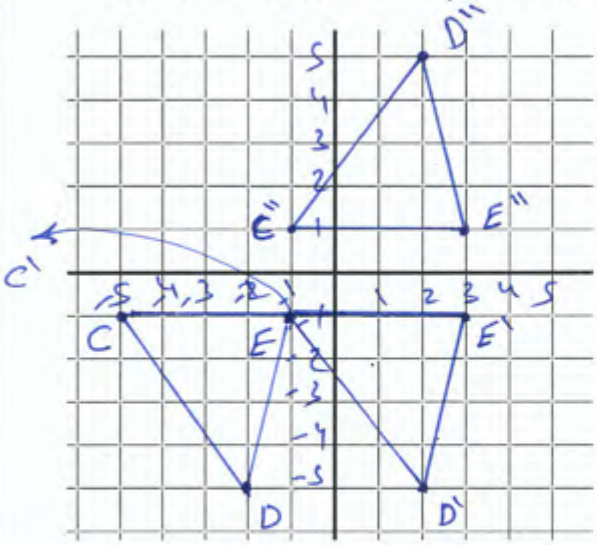
نظرية 14-2 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:
• اتجاهها عموديًا على كلٍ من المستقيمين. • مقدارها مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

نظرية 14-3 يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:
• مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين. • قياس زاويته مثلي قياس الزاوية التي يشكلها المستقيمين.





إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي : C(-5,-1) , D(-2,-5) , E(-1,-1) ، مثل بيانيًا المثلث وصورته الناتجة عن



الانعكاس الانزلاقي المحدد:

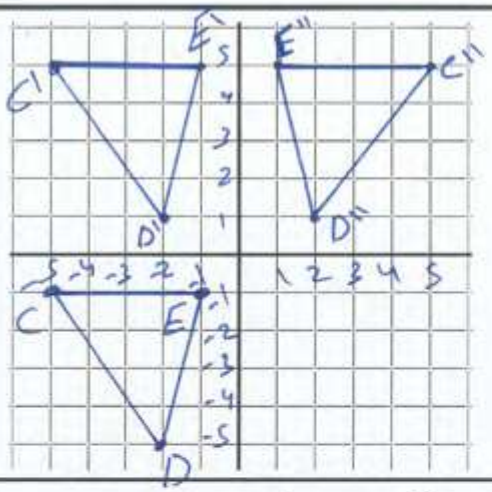
إزاحة: على طول ⟨4,0⟩

انعكاس: بالنسبة للمحور الأفقي x..

إزاحة ⟨4,0⟩	انعكاس حول x
C' (-1,-1)	C'' (-1, 1)
D' (2,-5)	D'' (2, 5)
E' (3,-1)	E'' (3, 1)

إزاحة: على طول ⟨0,6⟩

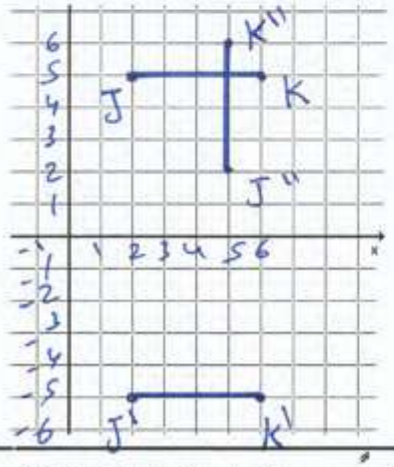
انعكاس: بالنسبة للمحور الرأسي y.



إزاحة ⟨0,6⟩	انعكاس محور y
C' (-5, 5)	C'' (5, 5)
D' (-2, 1)	D'' (2, 1)
E' (-1, 5)	E'' (1, 5)

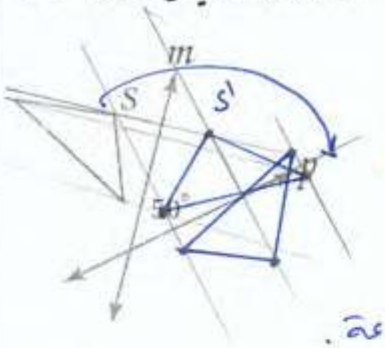
إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $K(6,5)$, $J(2,5)$، مثل بيانيًا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ،

ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل:

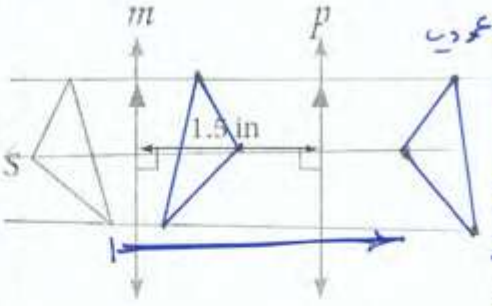


انعكاس حول x	دوران حول نقطة الأصل بزاوية 90
J' (2, -5)	J'' (5, 2)
K' (6, -5)	K'' (5, 6)

ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل S إلى "S .



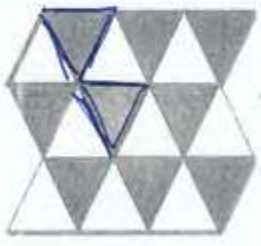
دوران حول نقطة تقاطع المستقيمين P,m بزاوية قياسها $2(50) = 100°$ باتجاه عقارب الساعة.



إزاحة باتجاه عمودي على المستقيمين المتوازيين بمسافة مقدارها $2(1.5)$ in $= 3$ in

---

أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل الهندسي المركّب الذي يمكن استخدامه لتكوين هذا النمط.



انعكاس انزلاقي

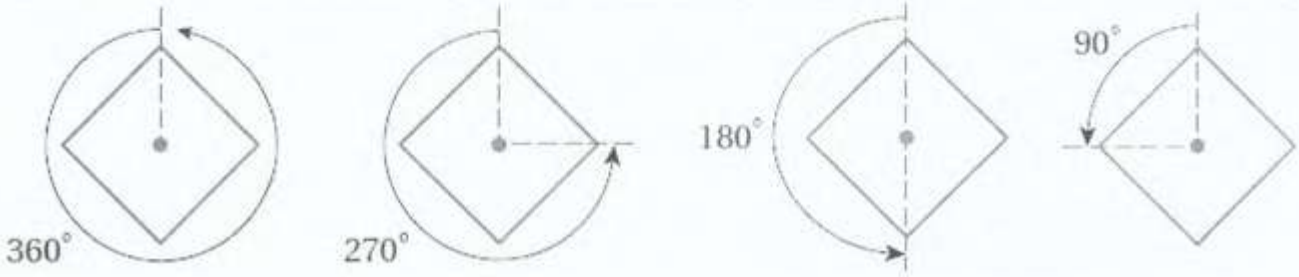
ورقة عمل الحادي عشر العام | 14-5 التناظر | الاسم:----------

نواتج التعلم
1- تحديد محاور التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثنائية الأبعاد.
2- تحديد مستويات التناظر والتناظر الدوراني للأشكال ثلاثية الأبعاد.

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متناظرًا حول محور، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم محور التناظر.

يكون للشكل ثنائي الأبعاد تناظر دوراني إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين °0 و °360 حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة مركز التناظر.

يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من °0 إلى °360 اسم رتبة التناظر، أما (مقدار التناظر) (زاوية التناظر الدوراني) فهي قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، وقياس هذه الزاوية يساوي [مقدار التناظر = °360 ÷ رتبة التناظر].

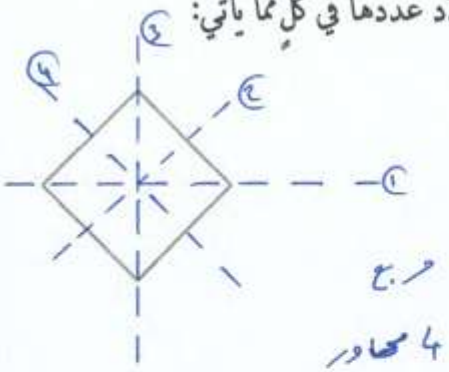


التناظر في الأشكال الثلاثية الأبعاد

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متناظرًا حول مستوى، إذا كان صورة انعكاسه حول المستوى هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستوى بمستوى التناظر.

يكون للشكل الثلاثي الأبعاد تناظر محوري، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين °0 و °360 ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.

بيّن ما إذا كان للشكل محور تناظر أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التناظر جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ مما يأتي:

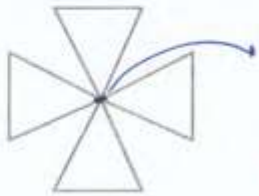


مربع
4 محاور

لا يوجد محور تناظر
مثلث مختلف الأضلاع

شبه منحرف متساوي الساقين

بيّن ما إذا كان للشكل تناظر دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التناظر، وحدد رتبته ومقداره في كلٍّ مما يأتي:



مركز التناظر الدوراني

الرتبة = 4

مقداره = $\frac{360}{4} = 90°$

مركز التناظر الدوراني

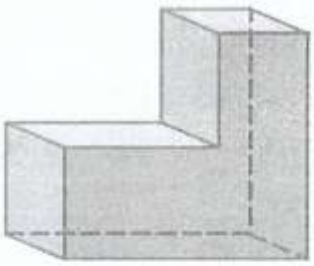
الرتبة = 2

مقداره = $\frac{360°}{2} = 180°$

ليس له تناظر دوراني
ليس مضلعاً منتظماً

بيّن ما إذا كان الشكل المجاور متناظرًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.

غير ذلك



متناظر حول مستوى

محور

كلاهما
متناظر حول محور
ومتناظر حول مستوى

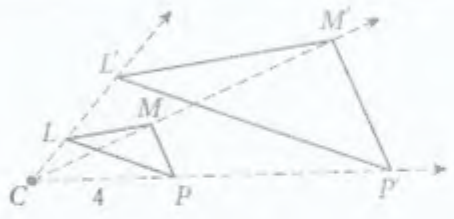
ورقة عمل الحادي عشر العام | 14-6 عمليات تغيير الأبعاد (التمدّد) | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستخدام المسطرة. 2- رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

التمدد هو تحويل هندسي يكبّر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة معامل مقياس التمدد. ولأن الصورة الناتجة عن التمدُّد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع تحويلات التشابه. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

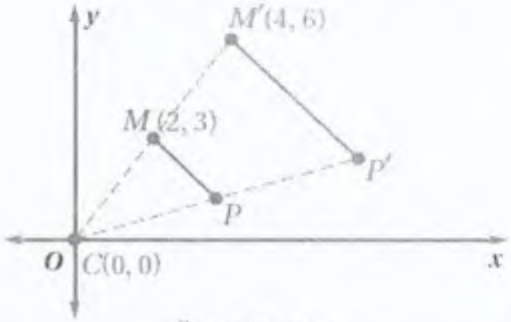
التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k، حيث $k \neq 1$، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P'، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ويكون $CP' = k(CP)$



$4\ (2.5) = 10$

$\triangle L'M'P'$ هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5



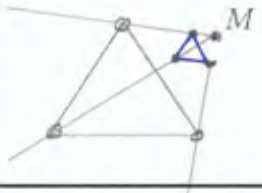
معامل التمدد: 2

التمدد في المستوى الإحداثي

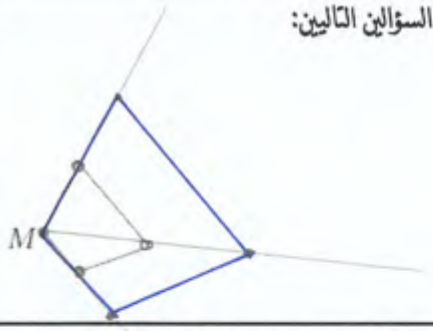
لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x, y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k.

استخدم مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمددٍ مركزه النقطة M ومعامله العدد k المحدد في كلٍ من السؤالين التاليين:

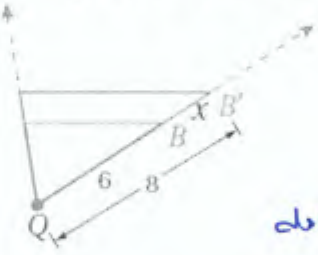
1) $k = \frac{1}{4}$



2) $k = 2$



3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل 'B تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.



تكبير

معامل $= \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$x = 8 - 6 = 2$

4) أحياء: طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm، إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المستخدمة؟ وضح إجابتك.

معامل المقياس $= \frac{50\ mm}{200\ \text{ميكرون}}$

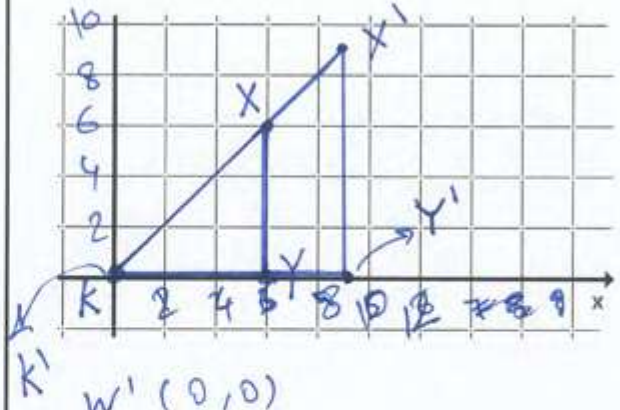
$= \frac{50 \times 1000}{200}$

$= 250$

مرة تكبير

مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًا، ثم مثّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من الأسئلة التالية:

(5 $k = 1.5$ ، $W(0, 0)$, $X(6, 6)$, $Y(6, 0)$

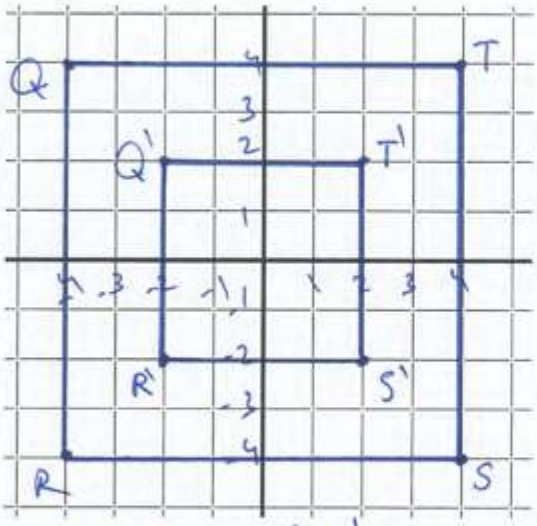


W' (0,0)

X' (9,9)

Y' (9,0)

(6 $k = \frac{1}{2}$ ، $Q(-4, 4)$, $R(-4, -4)$, $S(4, -4)$, $T(4, 4)$



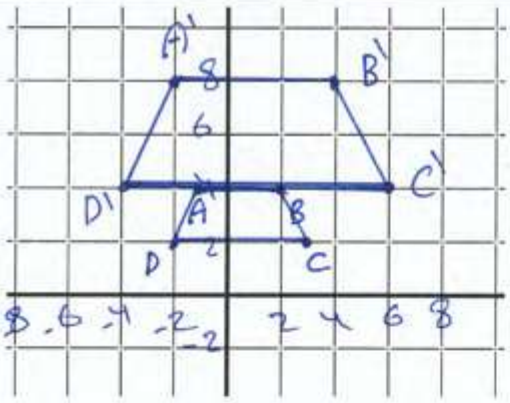
Q' (-2, 2)

R' (-2, -2)

S' (2, -2)

T' (2 , 2)

(7 $k = 2$ ، $A(-1, 4)$, $B(2, 4)$, $C(3, 2)$, $D(-2, 2)$



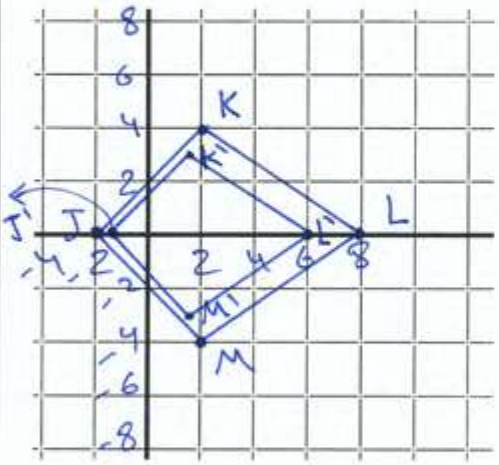
A' (-2, 8)

B' (4, 8)

C' (6, 4)

D' (-4, 4)

(8 $k = \frac{3}{4}$ ، $J(-2, 0)$, $K(2, 4)$, $L(8, 0)$, $M(2, -4)$



J' (-1.5 , 0)

K' (1.5 , 3)

L' (6 , 0)

M' (1.5 , -3)

ورقة عمل الصف العاشر العام | 11-1 تمثيل الفضاءات العينية | الاسم : _____

نواتج التعلّم 1- استخدام القوائم والجداول والمخططات الشجرية لتمثيل الفضاء العيني. 2 - استخدام مبدأ العد الأساسي لعد النتائج.

التجربة هي موقف ينطوي على فرصة تؤدي إلى نتائج. **النتيجة** هي استنتاج لتجريب تجربة ما. **الحدث** هو نتيجة واحدة أو أكثر لتجربة معينة.

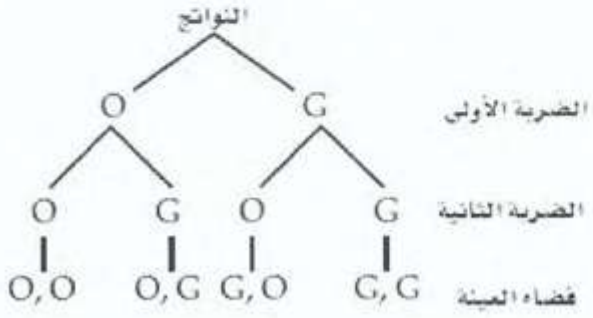
الفضاء العيني هو مجموعة النتائج المحتملة لتجربة. ويمكن تمثيله باستخدام قائمة منظمة أو جدول أو مخطط شجري.

مثل فضاء العينة لكل تجربة بإعداد قائمة منظمة وجدول ومخطط شجري.

عندما يضرب اللاعب ركلة الجزاء فإنه يسجل هدفًا (O) أو لا يسجّل (G). افرض أن اللاعب ضرب ركلة جزاء مرتين.

G,G O,G
G,O O,O

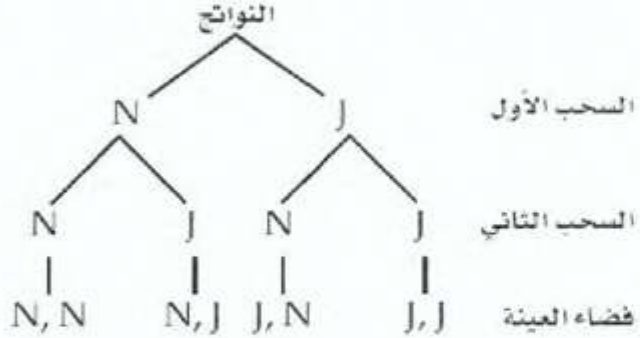
النواتج	تسجيل (G)	عدم تسجيل (O)
تسجيل (G)	G,G	G,O
عدم تسجيل (O)	O,G	O,O



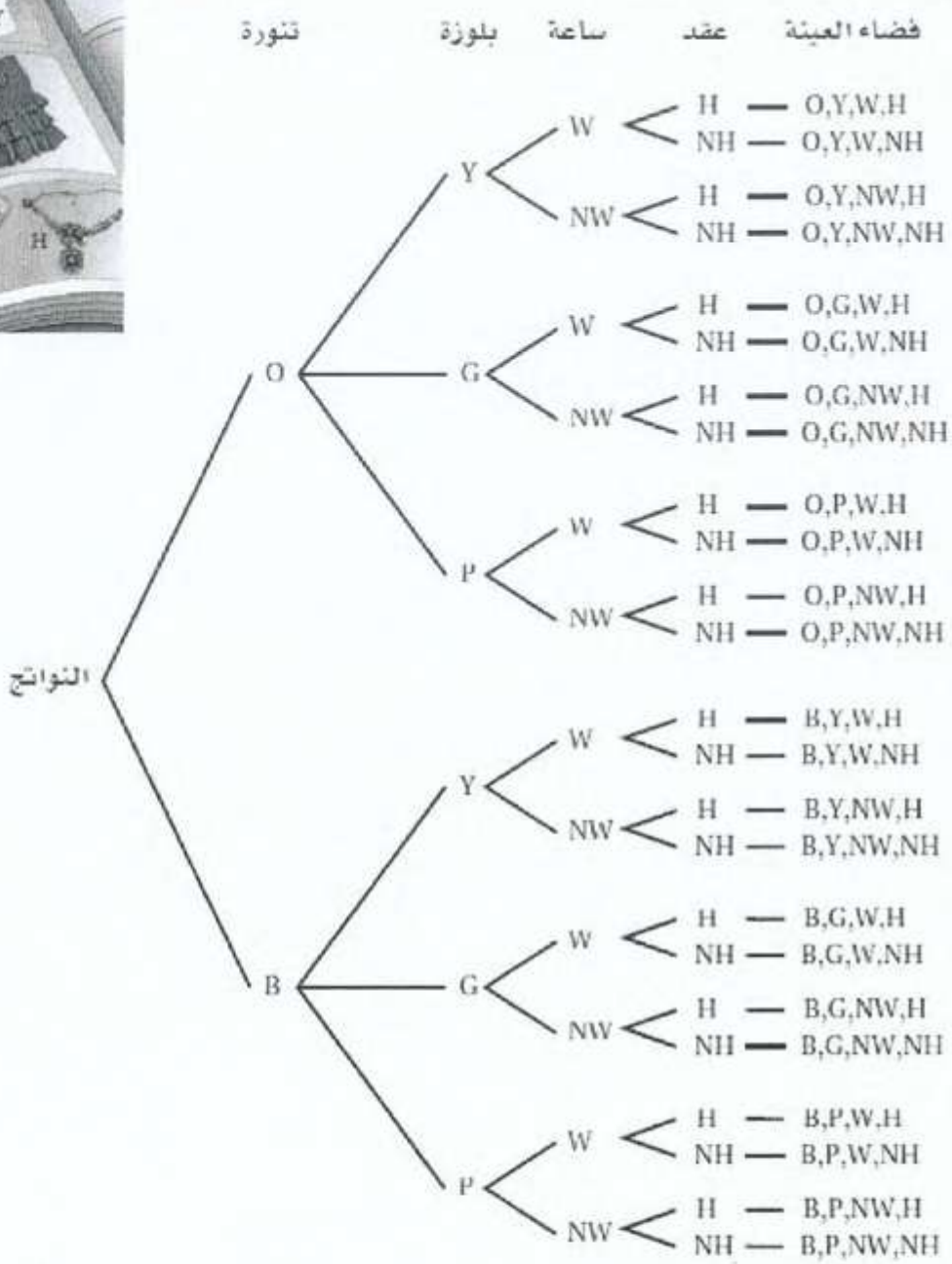
سحب سمير بطاقتين على التوالي مع الإرجاع من كيس فيه بطاقات كتب عليها:
(عصير مجاني J) أو (دفتر ملحوظات مجاني N).

J,J N,N
J,N N,J

النواتج	عصير (J)	دفتر (N)
عصير (J)	J,J	J,N
دفتر (N)	N,J	N,N



ملابس : تريد سمر حضور حفلة ، وعليها أن تختار ما ترتديه في الحفلة من القائمة المجاورة . مثل فضاء العينة في هذا الموقف بالرسم الشجري.



مطاعم : عرضت قائمة بالمأكولات في أحد المطاعم تتضمن الأصناف المبينة في الجدول المجاور وكل صنف منها يحتوي على عدد من الأنواع. افرض أنه يتم اختيار طبق واحد من كل صنف ونوع فما عدد النواتج الممكنة؟

قائمة المأكولات	عدد البدائل
المقبلات	8
الحساء	4
السلطة	6
الطبق الرئيس	12
الحلوى	9

عدد النتائج المحتملة = المقبلات x الحساء x السلطة x الطبق الرئيس x الحلوى

$$9 \times 12 \times 6 \times 4 \times 8 =$$

$$20\,736 =$$

((مؤسسة تربوية دينية متميزة في إدارتها وأساليبها ومخرجاتها

ورقة عمل العاشر العام | 11-2 الاحتمال باستخدام التباديل والتوافيق | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- استخدام التباديل في حساب الاحتمال. 2- استخدام التوافيق في حساب الاحتمال.

التباديل : تنظيم لمجموعة من العناصر يكون الترتيب فيه مهمًّا.

يكتب **مضروب** العدد الصحيح الموجب n على الصورة !n ، ويساوي حاصل ضرب جميع الأعداد الصحيحة الموجبة التي هي أصغر من أو تساوي n .

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\text{الاحتمال بالتباديل} = \frac{\text{التباديل المتبقية}}{\text{التباديل الكلية}}$$

$$\text{الاحتمال} = \frac{\text{عدد نتائج الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة}}$$

التباديل مع التكرار :عدد التباديل المختلفة لعناصر عددها n عندما يتكرر عنصر منها r_1 من المرات وآخر r_2 من المرات وهكذا ---- فإنه يساوي :

$$= \frac{n!}{r_1! \bullet r_2 \ldots\ldots \bullet r_k!}$$

التباديل الدائرية : عدد التباديل المختلفة لـ n من العناصر مرتبة على دائرة يساوي : $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

التوافيق : هو اختيار مجموعة من العناصر بحيث يكون الترتيب فيها غير مهم.

$$_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \bullet r!}$$

الهندسة: طلب من 5 طلاب أن يختاروا مضلعًا عشوائيًا من المجموعة الموضحة أدناه ويعطوه اسمًا. ما احتمال أن يختار الطالبان الأولان المثلث والشكل الرباعي. بهذا الترتيب؟

عدد التباديل الممكنة = $5! = 120$

عدد تباديل الحدث = $(5-2)! = 3! = 6$

الاحتمال = عدد تباديل الحدث / عدد التباديل الممكنة

$= \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$

المسرحية: يمثل طلاب مدرسة ثانوية مسرحية A Raisin in the Sun بمشاركة كل طالب في الصف الأول الثانوي في مادة اللغة الإنجليزية من بين 18 طالبا. إذا اختير 3 من فريق العمل عشوائيا. فما احتمال اختيار إبراهيم للإضاءة . واختيار أحمد لإلقاء كلمة الشكر. واختيار إبراهيم لأداء دور إسماعيل؟

عدد التباديل الممكنة لتباديل 3 من 18 $\Leftarrow$ $_{18}P_3 = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18\times17\times16\times15!}{15!}$

$= 4896$

عدد نتائج الحدث = 1 $\Leftarrow$ $P(\text{إبراهيم للإضاءة، أحمد لكلمة الشكر، إسماعيل لدور}) = \frac{1}{4896}$

القيادة : ما هو احتمال أن تكون لوحة الترخيص التي تستخدم الأحرف C و F و F والأرقام 3 و 3 و 3 و 1 هي CFF3133 ؟

عدد التباديل الممكنة $= \frac{7!}{3!\times2!} = 420$

عدد نتائج الحدث = 1

$\Rightarrow P(CFF3133) = \frac{1}{420}$

كيمياء : في معمل الكيمياء طلب إليك اختبار ست عينات رتبت عشوائيا على منضدة دائرية.

a) ما احتمال ظهور الترتيب المبين في الشكل المجاور؟

عدد تباديل الدائرية $= (6-1)! = 5! = 120$ / عدد نتائج الحدث = 1

$P(\text{الترتيب المبين في الشكل}) = \frac{1}{120}$

b) ما احتمال أن تكون العينة 2 في المكان المشار إليه بسهم على الرسم؟

عدد الطرق أجمع تباديل خطية / عدد التباديل الخطية $= 6! = 720$

عدد نتائج الحدث $= (6-1)! = 5! = 120$ / $\Rightarrow P(\text{رقم 2 في السهم}) = \frac{120}{720} = \frac{1}{6}$

اشترك 500 طالب من بينهم أسامة وأيمن في سحب للفوز بتذكرتي مباراة كرة قدم.ما احتمال أن يفوز أسامة وأيمن بهاتين التذكرتين؟

عدد التوافيق الممكنة لاختيار 2 من 500 $\Leftarrow$ $_{500}C_2 = 124{,}750$

عدد نتائج الحدث = 1

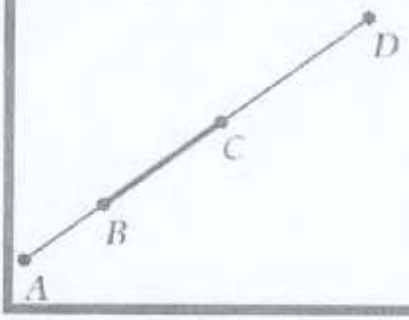
$P(\text{أسامة وأيمن}) = \frac{1}{124\,750}$

ورقة عمل العاشر العام | 11-3 الاحتمالات الهندسية | الاسم:----------

نواتج التعلم: 1- إيجاد الاحتمالات باستخدام الطول. 2- إيجاد الاحتمالات باستخدام المساحة.

الاحتمال الذي يتضمّن قياسًا هندسيًا مثل الطول أو المساحة يسمى **احتمالًا هندسيًا**.

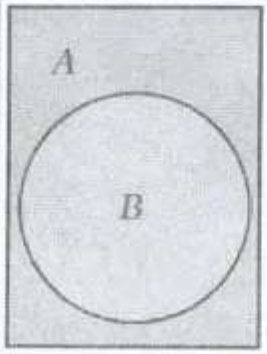
الاحتمال والأطوال



إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا على $\overline{AD}$، فإن:

$$P(E \in \overline{BC}) = \frac{BC}{AD}$$

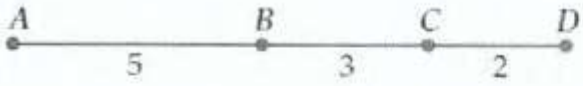
الاحتمال والمساحة



إذا اختيرت النقطة E عشوائيًا في المستطيل A ، فإن:

$$P(\text{وقوع النقطة } E \text{ في الدائرة } B) = \frac{\text{مساحة الدائرة } B}{\text{مساحة المستطيل } A}$$

إذا اختيرت النقطة X عشوائيًا على $\overline{AD}$ في الشكل المجاور، فأوجد كلًّا مما يأتي:



$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BC})$

$= \frac{BC}{AD}$

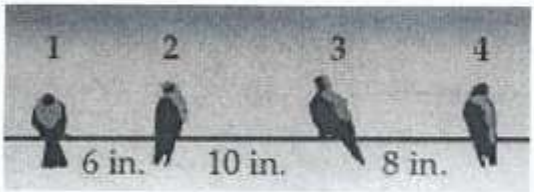
$= \frac{3}{10} = 30\% = 0.3$

$P(\text{أن تقع } X \text{ على } \overline{BD})$

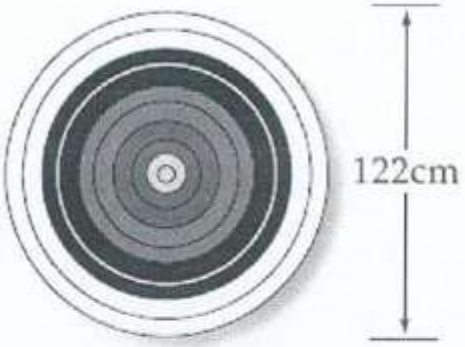
$= \frac{BD}{AD}$

$= \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 50\%$

طيور: تقف أربعة طيور عند نقاطٍ على سلكٍ كما في الشكل المجاور. فإذا هبط طائر خامس عشوائيًا على نقطة من نقاط السلك فما احتمال أن يقف بين الطائر رقم 3 والطائر رقم 4؟



$\frac{8}{8+10+6} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3} = 0.33 = 33\%$

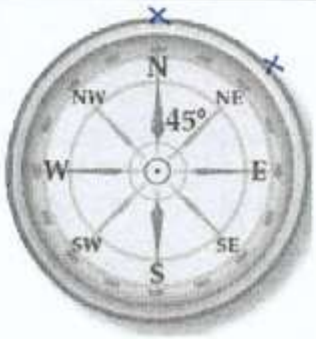


لعبة السهام: يُسدد هدّاف سهمه نحو قرص قطره 122 cm يحتوي على 10 دوائر متحدة المركز تتناقص أقطارها بمقدار 12.2 cm كلما اقتربت من المركز. أوجد احتمال أن يصيب الهدّاف نقطة داخل الدائرة الصغرى.

قطر الدائرة الصغرى
$= 122 - 12.2(9)$
$= 12.2$

نصف قطر الدائرة الصغرى $\Rightarrow$
$\frac{12.2}{2} = 6.1$

احتمال الدائرة الصغرى $=$ مساحة الدائرة الصغرى / مساحة الدائرة الكبرى $= \frac{\pi (6.1)^2}{\pi (61)^2} = \frac{1}{100}$
$= 0.01$
$= 1\%$



ملاحظة: ضَلّ أحد طلبة الكشافة طريقه في غابة، فوجّه بوصلته عشوائيًا كما في الشكل أدناه. أوجد احتمال أن يوجه البوصلة باتجاه المنطقة المحصورة بين الشمال (N) والشمال الشرقي (NE).

$\frac{45}{360} = \frac{1}{8} = 0.125 = 12.5\%$

ورقة عمل العاشر العام | 11-4 المحاكاة | الاسم:----------

نواتج التعلم 1- تصميم نموذج المحاكاة لتقدير الاحتمال. 2- تلخيص البيانات من خلال نماذج المحاكاة.

نموذج المحاكاة: هو نموذج في الرياضيات يستخدم في مطابقة ظاهرة عشوائية. **المحاكاة:** هي استخدام نموذج الاحتمال في إعادة تمثيل الموقف مرات ومرات لتقدير احتماليات النتائج المختلفة.

تصميم نموذج محاكاة

الخطوة 1 حدد كل نتيجة محتملة واحتمالها النظري.

الخطوة 2 اذكر أي افتراضات.

الخطوة 3 صف نموذج الاحتمال المناسب للموقف.

الخطوة 4 عرّف المحاولة بالنسبة إلى الموقف واذكر عدد المحاولات المفترض إجراؤها.

قيمة التوقع = مجموع ناتج ضرب كل قيمة محتملة X والاحتمال المرتبطة بها $P(X)$.

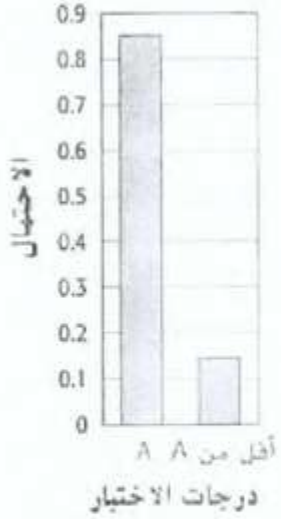
قيمة التوقع $E(X) = \sum [X \cdot P(X)]$

الدرجات حصلت فاطمة على درجة A في 80% من الاختبارات القصيرة لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الأول. صمم نموذج محاكاة ونفذه مستخدمًا النموذج الهندسي لتقدير احتمال حصولها على الدرجة A في الاختبار القصير لمادة الأحياء في الفصل الدراسي الثاني. ثم اعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الإجابة

الإجابة النموذجية: استخدم قرصا دوارا مقسما إلى مقطعين أحدهما يشمل 80% أو °288 والآخر 20% أو °72. نفذ 20 محاولة وسجل النتائج في جدول تكرار.

النتيجة	التكرار
A	17
النتائج	3
الإجمالي	20



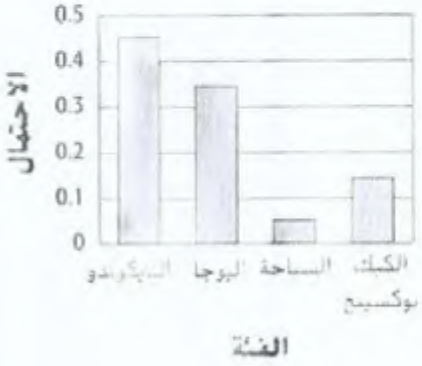
يبلغ احتمال حصول فاطمة على درجة A في الاختبار التالي لها 0.85
ويبلغ احتمال أن تحصل على درجة أخرى 1 − 0.85 أو 0.15.

اللياقة البدنية يبين الجدول النسبة المئوية للأعضاء المشاركين في أربع حصص في نادي اللياقة البدنية. صمم نموذج محاكاة ونفذه لتقدير احتمال مشاركة عضو جديد في النادي في كل حصة. واعرض النتائج مستخدمًا الملخصات العددية والبيانية المناسبة.

الصف الدراسي	نسبة التسجيلات %
التايكوندو	45%
اليوجا	30%
السباحة	15%
الملاكمة	10%

الإجابة

الإجابة النموذجية: استخدم مولد أعداد عشوائية للحصول على أعداد صحيحة من 1 إلى 20 حيث تمثّل الأعداد 9-1 التايكوندو، وتمثّل الأعداد 15-10 اليوجا، وتمثّل الأعداد 18-16 السباحة، وتمثّل الأعداد 20-19 الملاكمة. نفّذ 20 محاولة وسجّل النتائج في جدول تكرار.



النتيجة	التكرار
التايكوندو	9
اليوجا	7
السباحة	1
الملاكمة	3
الإجمالي	20

إن احتمال بدء أحد العملاء في فصول التايكوندو هو 0.45، وفصول اليوجا 0.35، والسباحة 0.05، والكيك بوكسينج 0.15.

ألعاب المهرجانات الهدف من اللعبة الموضحة هو جمع النقاط باستخدام سهم لفرقعة البالونات. على فرض أن كل سهم سيصيب بالونًا.

a. احسب قيمة التوقع من كل رمية.

b. صمّم نموذج محاكاة لتقدير متوسط القيمة لهذه اللعبة.

c. كيف تقارن قيمة التوقع بمتوسط القيمة؟

الإجابة

a. 36 ← $25 \times \frac{16}{25} + 50 \times \frac{8}{25} + 100 \times \frac{1}{25} = 36$ ← قيمة التوقع النظرية

3b. الإجابة النموذجية: استخدم مولد أعداد عشوائية للحصول على أعداد صحيحة من 1 إلى 25 حيث الأعداد 16-1 تمثل 25 نقطة والأعداد 24-17 تمثل 50 نقطة والعدد 25 يمثل 100 نقطة. نفّذ 50 محاولة وسجل النتائج في جدول تكرار.

النتيجة	التكرار
25	29
50	21
100	0

متوسط القيمة هو 35.5 ← $25 \times \frac{29}{50} + 50 \times \frac{21}{50} + 100 \times \frac{0}{50} = 35.5$ ← متوسط القيمة

c. **الإجابة النموذجية: قيمة التوقع ومتوسط القيمة متقاربان جدًا**

ورقة عمل العاشر العام 11-5 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- إيجاد احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة. 2- إيجاد احتمالات الأحداث علمًا بوقوع أحداث أخرى.

يتكون **الحدث المركب** من حدثين بسيطين أو أكثر. ممكن أن تكون الحوادث المركبة مستقلة او غير مستقلة.

يكون الحدثان A و B **مستقلان** إذا كان احتمال حدوث A لا يؤثر في احتمال حدوث B.

يكون الحدثان A و B **غير مستقلين** إذا كان احتمال حدوث A يغيّر بطريقة ما احتمال حدوث B.

إذا كان A و B حدثان مستقلان: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B)$

إذا كان A و B حدثان غير مستقلين: $P(A \text{ and } B) = P(A) \bullet P(B\backslash A)$

يقرأ الترميز P(B\A) : احتمال حدوث B علمًا بوقوع الحدث A بالفعل. وهذا يسمى **الاحتمال المشروط**.

الاحتمال المشروط لـ B إذا وقع A هو $P(B\backslash A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$ حيث $P(A) \neq 0$

حدد ما إذا كانت الأحداث مستقلة أو غير مستقلة. فسر.

أدى عبدالرحمن اختبار **SAT** يوم السبت وحصل على **1350** درجة. وأدى اختبار **ACT** في الأسبوع التالي وحصل على **23** درجة.

مستقلة درجة اختبار ACT لم تتأثر بدرجة اختبار SAT

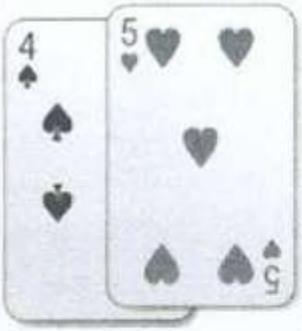
وصل فريق كرة السلة الذي تلعب له نبيلة إلى الدور النهائي لأربعة فرق. وإذا فازوا فسيلعبون مباراة البطولة.

غير مستقلة نتيجة مباراة الدور النهائي ستؤثر على فرصة مشاركتهم في مباراة البطولة
إذا خسروا في الدور النهائي لن يلعبوا في المباراة النهائية.

النقل: يستقل عبد الرحيم الحافلة بعد العمل. وتكلف رحلته إلى المنزل **0.50 AED**. إذا كان لديه في جيبه 3 عملات معدنية من فئة **25** فلسًا و5 عملات معدنية من فئة **10** فلوس وعملتان من فئة **5** فلس، فأوجد احتمال أن يأخذ عشوائيًا عملتين من فئة **25** فلوس بشكل متتالي. على فرض أن فرصة حدوث الحدثين متساوية.

غير مستقلة لأنه لن يرجع القطعة الأولى.

$P(25 \text{ و } 25) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} = 0.07 \approx 7\%$



أوراق اللعب: اختيرت بطاقة عشوائيًا من مجموعة أوراق اللعب وعددها 52 بطاقة. وتمت إعادة تلك البطاقة واختيار بطاقة أخرى. ما احتمال اختيار البطاقتين الموضحتين على اليسار؟

$P(\text{البطاقتين الموضحتين}) = \frac{1}{52} \times \frac{1}{52} = \frac{1}{2704}$

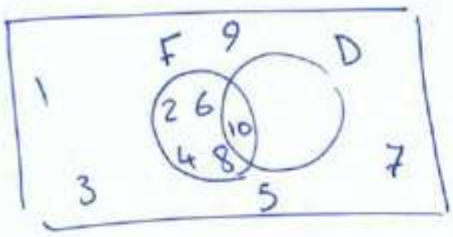
$= 0.00037$

$= 3.7 \times 10^{-4}$

أصدقاء: يلتقي 10 أصدقاء كل يوم عطلة ليلعبوا كرة قدم، ولتشكيل الفريقين يتم سحب بطاقات مرقمة من 1 إلى 10 عشوائيًا، ويشكل الذين يسحبون الأعداد الفردية الفريق A والذين يسحبون الأعداد الزوجية الفريق B. ما احتمال أن يكون أحد لاعبي الفريق B قد سحب العدد 10 ؟

نفترض أن F حدث سحب الزوجي ، D حدث سحب العدد 10

$$P(D/F) = \frac{P(D \text{ and } F)}{P(F)}$$



$= \frac{\frac{1}{10}}{\frac{5}{10}}$

$= \frac{1}{5} = 0.20$

حل آخر:

يوجد 5 أعداد زوجية في الفضاء العيني

ويوجد 10 واحدة فقط

$P(10/\text{زوجي}) = \frac{1}{5} = 0.20$

ورقة عمل العاشر العام | 11-6 احتمالات الأحداث المنفصلة | الاسم:----------

نواتج التعلّم 1- إيجاد احتمالات الأحداث المنفصلة والغير منفصلة. 2- إيجاد احتمالات المتممات.

عند إيجاد احتمال وقوع حدث أو وقوع حدث آخر، يجب أن تعرف العلاقة بين الحدثين. فإذا لم يكن وقوع الحدثين ممكنًا في الوقت نفسه يقال إنهما **منفصلان** أي أنه لا توجد نواتج ممكنة بينهما.

إذا كان A ، B حدثان منفصلان: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$

إذا كان A ، B حدثان غير منفصلين: $P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

عناصر **الحدث المتمم** لـ A تتكون من جميع نواتج فضاء العينة الغير موجودة في الحدث A .

$P(\text{A ليس }) = 1 - P(A)$

الكلمات الرئيسية الدالة على الاحتمال : و ← أحداث مستقلة أو غير مستقلة.

أو ← أحداث منفصلة أو غير منفصلة.

ليس ← أحداث متممة.

حدد ما إذا كانت الأحداث منفصلة أو غير منفصلة. واشرح استنتاجك.

سحب بطاقة من مجموعة أوراق اللعب والحصول على ولد أو سباتي.

غير منفصلة . يمكن أن تكون البطاقة ولد وسباتي في نفس الوقت.

رعاية قطة أو حصان.

منفصلة . لا يمكن أن يكون الحصان قطة ولا يمكن أن تكون القطة حصان.

الوظائف: **هيام هي موظفة الشهر المثالية. وجائزتها هي الاختيار عشوائيًا من بين 4 بطاقات هدايا و 6 أقداح قهوة و 7 أسطوانات DVD و 10 أسطوانات مضغوطة و 3 سلال هدايا . ما احتمال أن تحصل على بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة؟**

$P(\text{بطاقة هدايا أو قدح قهوة أو أسطوانة مضغوطة}) = P(\text{بطاقة الهدايا}) + P(\text{قدح قهوة}) + P(\text{أسطوانة مضغوطة})$

$= \frac{4}{30} + \frac{6}{30} + \frac{10}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \approx 67\%$

أحداث منفصلة

النوادي: وفقًا للجدول، ما احتمال أن يكون الطالب في النادي في السنة قبل الأخيرة أو في فريق المناظرة؟

النادي	السنة الأولى	السنة قبل الأخيرة	السنة الأخيرة
التطوعي	12	14	8
المناظرة	2	6	3
الرياضيات	7	4	5
الفرنسية	11	15	13
	32	39	29

A: السنة قبل الأخيرة — B: المناظرة — P(A and B)

أحداث غير منفصلة

$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$

$= \frac{39}{100} + \frac{11}{100} - \frac{6}{100} = \frac{44}{100}$

$= \frac{11}{25} = 44\%$

المجموع = 100

حدد احتمال وقوع كل حدث:

إذا كانت فرصة إسقاط الكرات في لعبة البولينج هي 2 من 10، فما احتمال أن تفوّت الضربة؟

A — P(A ليس)

$P(A) = \frac{2}{10}$

$\Rightarrow P(\text{ليس } A) = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} = 80\%$

إذا كانت فرصة الإقامة في مهجع بعينه هي 75%. فما احتمال الإقامة في مهجع آخر؟

P(A) — P(A ليس)

$P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$

$= 1 - 75\% = 25\%$

حفل التخرج: في صف خالد للطلاب في السنة الأخيرة الذي يضم 100 طالب. حضر 91 طالبًا حفل تخرج الدفعة. إذا تم اختيار طالبين عشوائيًا من الصف بأكمله. فما احتمال عدم حضور واحد على الأقل منهم حفل التخرج؟

$P(\text{حضر}) = \frac{91}{100}$

$P(\text{غاب}) = \frac{9}{100}$

نعبر عن الحضور [ح] والغياب [غ] عند اختيار طالبين هناك 4 أنواع

ح ح / ح غ / غ ح / غ غ

احتمال عدم حضور واحد على الأقل تعني عدم حضور واحد أو عدم حضور الاثنين. ح غ / غ ح / غ غ

أكثر الحلول صحة هتتم الحدث (ح ح)

نحسب P(ح ح)

$P(\text{ح ح}) = \frac{91}{100} \times \frac{90}{99} = \frac{91}{110}$

$P(\text{عدم حضور واحد على الأقل}) = 1 - P(\text{ح ح}) = 1 - \frac{91}{110} = \frac{19}{110} = 17.3\%$

ورقة عمل الصف العاشر

4-1 التمثيل البياني للدوال الأُسيّة

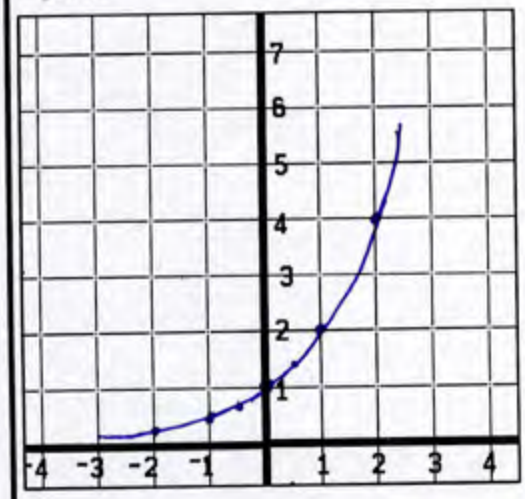
الاسم : _____ الشعبة : _

في هذا الدرس سوف أتعلم:
1- رسم دالة النمو الأسي Graphing Exponential Functions
2- رسم دالة التضاؤل الأسي.

تقييم ذاتي	تقييم أقران

Graph each function. State the domain and range. مثّل كل دالة بيانيًا حدد المجال والمدى.

$f(x) = 2^x$

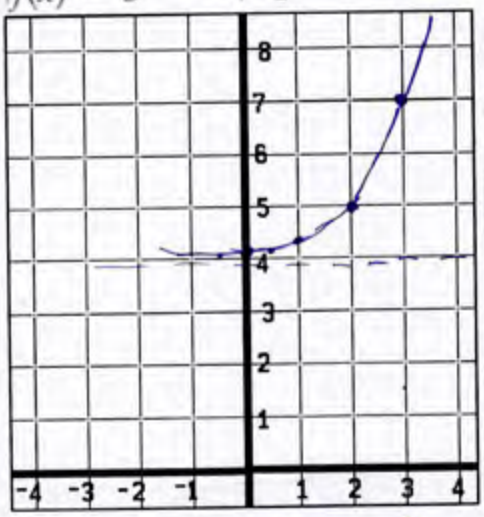


x	y
2	4
1	2
$\frac{1}{2}$	1.4
0	1
$-\frac{1}{2}$	0.7
-1	0.5
-2	0.25

المجال : $x \in (-\infty, \infty)$

المدى : $y > 0$

$f(x) = 3^{x-2} + 4$ (2,5)

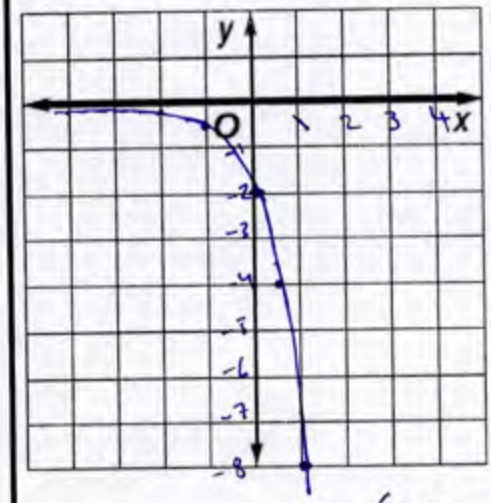


x	y
3	
2	5
1	$4\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	4.19
0	4.11
$-\frac{1}{2}$	4.06
-1	4.03
-2	4.012

المجال = $(-\infty, \infty)$

المدى : $y > 4$

$f(x) = -2(4)^x$

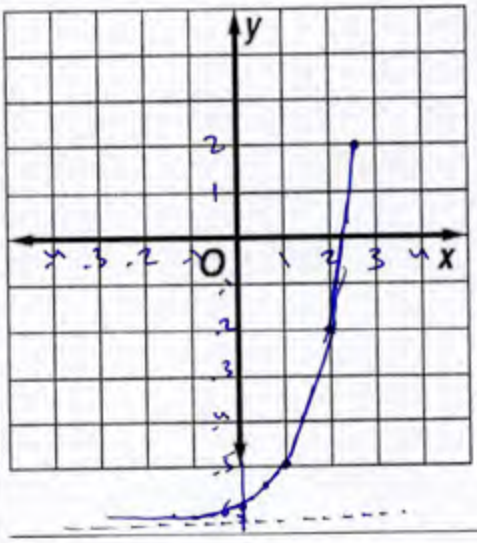


x	y
2	-32
1	-8
$\frac{1}{2}$	-4
0	-2
$-\frac{1}{2}$	-1
-1	$-\frac{1}{2}$
-2	-0.125

المجال : $(-\infty, \infty)$

المدى : $y < 0$

$f(x) = 0.25(4)^x - 6$

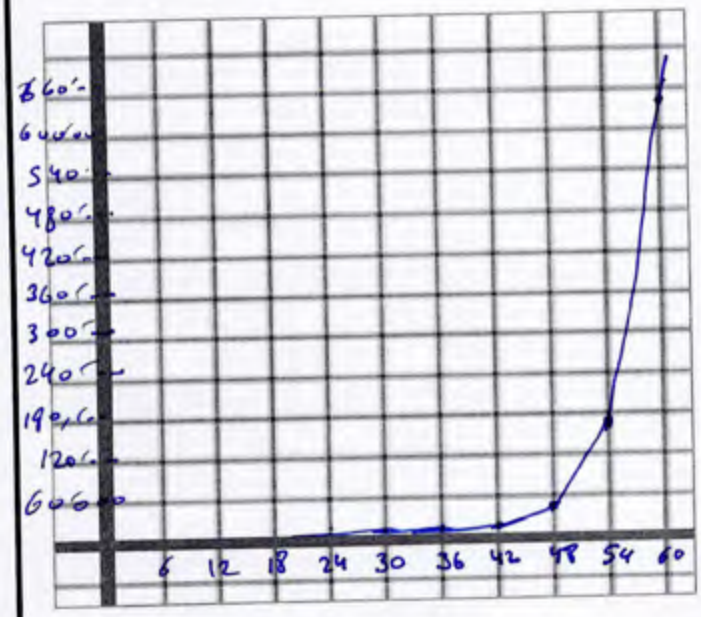


x	y
2	-2
1	-5
$\frac{1}{2}$	-5.5
0	-5.75
$-\frac{1}{2}$	-5.875
-1	-5.9375
-2	-5.984

$$A(t) = a(1+r)^t$$

التفكير المنطقي ينتشر فيروس من خلال شبكة من أجهزة كمبيوتر مثل تلك كل دقيقة. انتقل الفيروس إلى 25% من أجهزة الكمبيوتر إذا بدأ الفيروس في جهاز كمبيوتر واحد فقط. مثّل بيانيًا دالة للساعة الأولى التي انتشر فيها الفيروس.

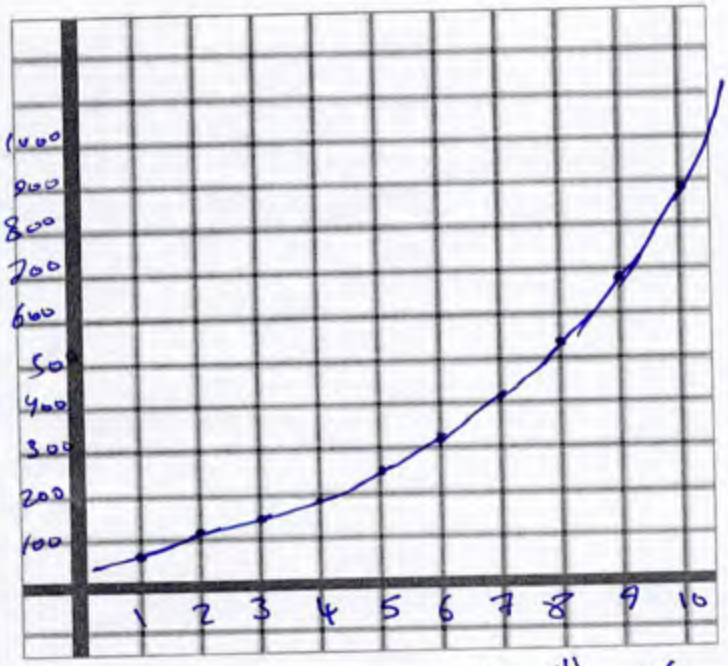
$$y = 1(1+0.25)^t = (1.25)^t$$



x	y
60	652 530
54	171 56.9
48	44 41
42	11 754
36	308 1
30	307 -7
24	2 1-75
18	55-5
12	14
6	3-8

العلوم تنمو أعداد مستعمرة من الخنافس بنسبة 30% كل أسبوع لمدة 10 أسابيع. إذا كان العدد الأولي 65 خنفسة. مثّل بيانيًا الدالة التي تمثل النمو.

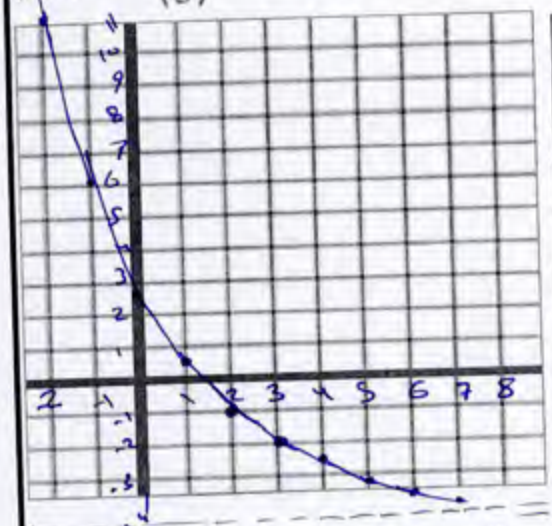
$$y = 65(1+0.30)^t = 65(1.3)^t$$



x	y
1	84.5
2	109.85
3	142.805
4	185.6
5	241.3
6	313.7
7	407.86
8	530.22
9	689.292
10	896

Graph each function. State the domain and range. مثّل كل دالةً بيانيًا. حدد المجال والمدى.

$f(x) = 2\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} - 4$

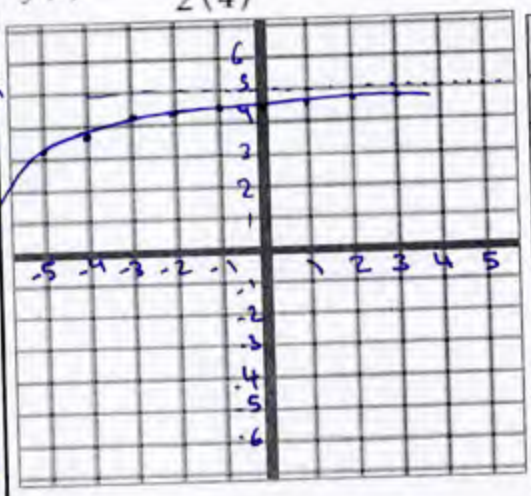


x	y
7	-3.60
6	-3.40
5	$-3.\overline{1}$
4	$-2.\overline{6}$
3	-2
2	-1
1	$\frac{1}{2}$
0	2.75
-1	6.125
-2	11.187

المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-4, \infty)$

$f(x) = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} + 5$

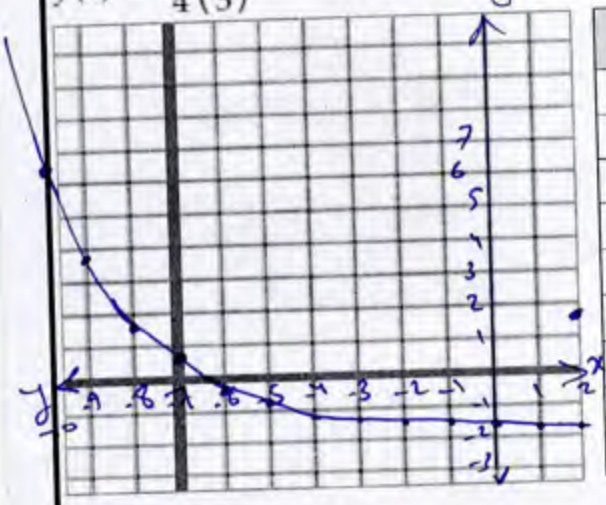


x	y
3	4.8
2	4.78
1	4.71
0	4.62
-1	4.5
-2	$4.\overline{3}$
-3	$4.\overline{1}$
-4	$3.\overline{81}$
-5	3.42

المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-\infty, 5)$

$f(x) = \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{x+4} - 2$

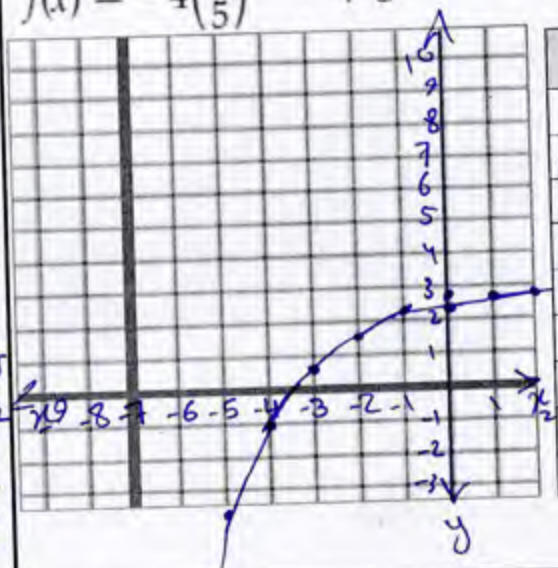


x	y
3	-1.95
2	-1.9
1	-1.9
0	-1.85
-1	$-1.\overline{7}$
-2	$-1.\overline{6}$
-3	-1.5
-4	-1.25
-5	-0.875
-6	-0.312
-7	0.531
-8	1.796
-9	3.69
-10	6.54

المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-2, \infty)$

$f(x) = -4\left(\frac{3}{5}\right)^{x+4} + 3$



x	y
2	2.81
1	2.68
0	2.48
-1	2.136
-2	1.56
-3	0.6
-4	-1
-5	$-3.\overline{6}$
-6	$-8.\overline{1}$
-7	-15.518
-8	-27.86

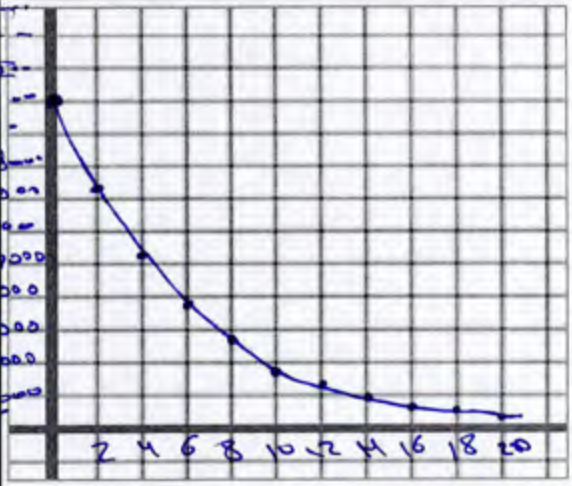
المجال / $(-\infty, \infty)$

المدى / $(-\infty, 3)$

المعرفة المالية سيارة رياضية جديدة متعددة الأغراض تنخفض قيمتها كل عام بعامل 15%. مثّل بيانيًا قيمة السيارة الرياضية متعددة الأغراض لأول 20 عامًا بعد الشراء الأولي.

$y = 20\,000\,(1 - 0.15)^x$

$= 20000\,(0.85)^x$

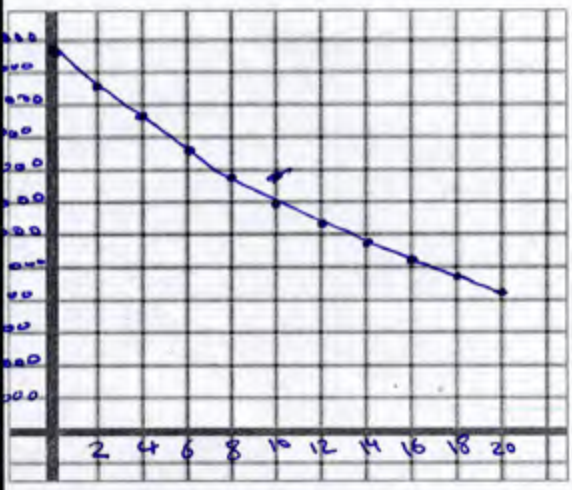


x	y
2	14450
4	10440
6	7542
8	5449
10	3937
12	2844
14	2055
16	1485
18	1072.9
20	775

الجمهور تراجع عدد الجمهور الذي حضر لفريق كرة سلة بمعدل 5% لكل مباراة خلال موسم خسر فيه. ارسم بيانيًا دالة لتمثيل الجمهور إذا لعب الفريق 15 مباراة على ملعبه وحضر 23,500 شخصًا المباراة الأولى.

$y = 23\,500\,(1 - 0.05)^x$

$y = 23500\,(0.95)^x$



x	y
2	~~14650~~ 21 208
4	~~39 300~~ 19 140
6	17 274
8	~~133 950~~ 17 274
10	~~178 600~~ 15 590
12	~~223 250~~ 14 070
14	12698
16	11 460
18	10 342
20	9 334 / 8 424

4-2 حل المعادلات والمتباينات الأسية الاسم : _____ الشعبة : _____

في هذا الدرس سوف أتعلم: 1- حل المعادلات الأسية
2- حل المتباينات

$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$ صيغة الفائدة المركبة

تقييم ذاتي	تقييم أقران

أوجد حلاً لكل معادلة.

Solve each equation.

$3^{5x} = 27^{2x-4}$

$3^{5x} = (3)^{3(2x-4)}$

$5x = 6x - 12$

$5x - 6x = -12$

$-x = -12$

$x = 12$

$16^{2y-3} = 4^{y+1}$

$4^{2(2y-3)} = 4^{y+1}$

$4y - 6 = y + 1$

$4y - y = 1 + 6$

$3y = 7$

$y = \frac{7}{3}$

$2^{6x} = 32^{x-2}$

$2^{6x} = 2^{5(x-2)}$

$6x = 5x - 10$

$6x - 5x = -10$

$x = -10$

$49^{x+5} = 7^{8x-6}$

$7^{2(x+5)} = 7^{8x-6}$

$2x + 10 = 8x - 6$

$2x - 8x = -6 - 10$

$-6x = -16$

$x = \frac{-16}{-6}$

$x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

$9^{3c+1} = 27^{3c-1}$

$3^{2(3c+1)} = 3^{3(3c-1)}$

$6c + 2 = 9c - 3$

$6c - 9c = -3 - 2$

$-3c = -5$

$c = \frac{-5}{-3}$

$c = \frac{5}{3}$

$8^{2y+4} = 16^{y+1}$

$2^{3(2y+4)} = 2^{4(y+1)}$

$6y + 12 = 4y + 4$

$6y - 4y = 4 - 12$

$2y = -8$

$y = \frac{-8}{2}$

$y = -4$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{x-4}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3(x-4)}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{5x+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3(x-4)}$

$5x + 1 = -3x + 12$

$5x + 3x = 12 - 1$

$8x = 11$

$x = \frac{11}{8}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{2x+1}$

$2^{-(4x+1)} = 2^{3(2x+1)}$

$-4x - 1 = 6x + 3$

$-4x - 6x = 3 + 1$

$-10x = 4$

$x = \frac{4}{-10}$

$x = -\frac{2}{5}$

اكتب دالة أسية للرسم البياني يمر من خلال النقاط المحددة.

(0, 256) and (4, 81)

$y = a b^x$

$256 = a b^0$

$256 = a$

$81 = 256 b^4$

$\frac{81}{256} = b^4$

$\sqrt[4]{\frac{81}{256}} = b$

$\frac{3}{4} = b$

$y = 256\left(\frac{3}{4}\right)^x$

(0, 6.4) and (3, 100)

$6.4 = a b^0 \Rightarrow a = 6.4$

$100 = 6.4 b^3$

$\frac{100}{6.4} = b^3$

$\sqrt[3]{\frac{100}{6.4}} = b$

$2.5 = b$

$y = 6.4(2.5)^x$

(0, 128) and (5, 371,293)

$128 = a b^0 \Rightarrow a = 128$

$371\,293 = 128 b^5$

$\frac{371\,293}{128} = b^5$

$\sqrt[5]{\frac{371\,293}{128}} = b$

$4.926 = b$

$y = 128(4.926)^x$

تربح شهادة الإيداع نسبة 2.25% سنويًا في صورة فائدة مركبة مرتين في الأسبوع. إذا أودعت مبلغ 500 دولار في شهادة الإيداع. فكم سيصل الرصيد بعد مضي 6 أعوام؟

$A(t) = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$

$A(t) = 500\left(1 + \frac{0.0225}{104}\right)^{104t}$ | $A(t) = 500\left(1 + \frac{0.0223}{104}\right)^{104(6)}$

$= 572.260$ د.م

إنشاء النماذج في عام 2009، حصلت ماي لين على 10,000 د.م من جدتها. استثمر والداها المال كله. وبحلول عام 2021، سينمو المال بمعدل 16,960AED.

a. اكتب دالة أسية يمكن استخدامه لإنشاء نموذج يمثل المال y. اكتب الدالة بالنسبة إلى x. عدد الأعوام منذ **2009**.

$16960 = 10000(b)^{12} \Rightarrow \sqrt[12]{\frac{16,960}{10000}} = b \Rightarrow b = 1.044$

$y = 10000(1.045)^x$

b. افترض أن المبلغ يستمر في النمو بالمعدل نفسه. كم سيصل الرصيد الموجود في الحساب في عام **2031**؟

$y = 10\,000(1.045)^{22} = 26\,336.52$ د.م

أوجد رصيد الحساب بعد مضي 7 أعوام إذا تم إيداع 700AED في حساب يربح نسبة 4.3% في صورة فائدة مركبة كل شهر.

$A(t) = 700\left(1 + \frac{0.043}{12}\right)^{12t}$

$= 700\left(1 + \frac{0.043}{12}\right)^{12(7)} = 945.3378$ د.م

حدد المبلغ الموجود في حساب التقاعد بعد مضي 20 عامًا إذا استثمر مبلغ 5000AED بفائدة مركبة قدرها 6.05% أسبوعيًا.

$A(t) = 5000\left(1 + \frac{6.05\%}{52}\right)^{52t}$

$= 5000\left(1 + \frac{0.0605}{52}\right)^{52(20)} = 16\,755.63$ د.م

Solve each inequality. أوجد حلاً لكل متباينة.

$625 \geq 5^{a+8}$

$5^4 \geq 5^{a+8}$

$4 \geq a + 8$

$4 - 8 \geq a$

$-4 \geq a$

$\{a \mid a \leq -4\}$

$10^{5b+2} > 1000$

$10^{5b+2} > 10^3$

$5b + 2 > 3$

$5b > 3 - 2$

$5b > 1$

$b > \frac{1}{5}$

$\{b \mid b > \frac{1}{5}\}$

$\left(\frac{1}{27}\right)^{2d-2} \leq 81^{d+4}$

$3^{-3(2d-2)} \leq 3^{4(d+4)}$

$-6d + 6 \leq 4d + 16$

$-6d - 4d \leq 16 - 6$

$-10d \leq 10$

$d \geq \frac{10}{-10}$

$d \geq -1$

$\{d \mid d \geq -1\}$

$\left(\frac{1}{9}\right)^{3t+5} \geq \left(\frac{1}{243}\right)^{t-6}$

$3^{-2(3t+5)} \geq 3^{-5(t-6)}$

$-6t - 10 \geq -5t + 30$

$-6t + 5t \geq 30 + 10$

$-t \geq 40$

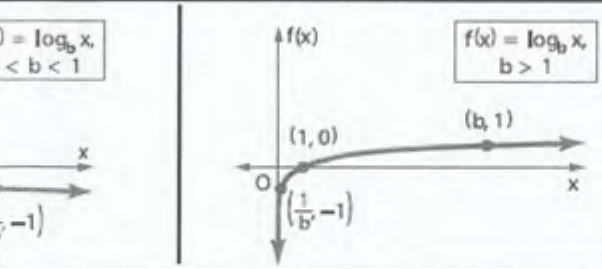
$t \leq -40$

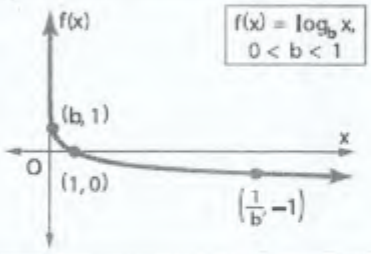
$\{t \mid t \leq -40\}$

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-1 اللوغاريتمات و الدوال اللوغاريتمية الاسم: _____

نواتج التعلّم 1–إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية. 2 –تمثيل الدوال اللوغاريتمية بيانيًا.

$\log_b x = y$ فقط وفقط إذا كان $b^y = x$.





اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة الأسية.

(1) $\log_8 512 = 3$

$512 = 8^3$

(2) $\log_5 625 = 4$

$625 = 5^4$

(16) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$

$\frac{1}{27} = 3^{-3}$

(18) $\log_9 1 = 0$

$1 = 9^0$

اكتب كل معادلة مما يلي بالصورة اللوغاريتمية.

(3) $11^3 = 1331$

$3 = \log_{11} 1331$

(4) $16^{\frac{3}{4}} = 8$

$\frac{3}{4} = \log_{16} 8$

(20) $6^{-3} = \frac{1}{216}$

$-3 = \log_6 \frac{1}{216}$

(23) $27^{\frac{2}{3}} = 9$

$\frac{2}{3} = \log_{27} 9$

أوجد قيمة كل تعبير.

(5) $\log_{13} 169$

$y = \log_{13} 169$

$13^y = 169$

$13^y = 13^2$

$y = 2$

(6) $\log_2 \frac{1}{128}$

$y = \log_2 \frac{1}{128}$

$2^y = \frac{1}{128}$

$2^y = 2^{-7}$

$y = -7$

(7) $\log_6 1$

$y = \log_6 1$

$6^y = 1$

$6^y = 6^0$

$y = 0$

(35) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$

$y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{81}$

$(\frac{1}{3})^y = \frac{1}{81}$

$(\frac{1}{3})^y = (\frac{1}{3})^4$

$y = 4$

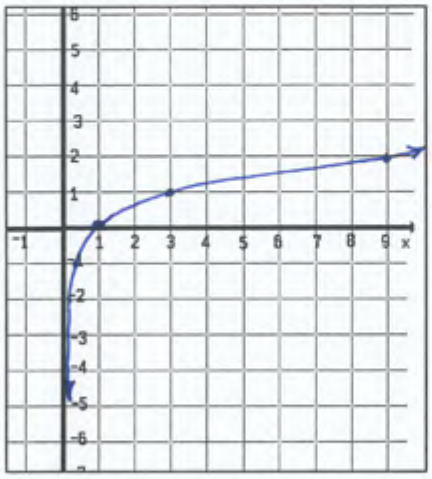
(12) **العلوم** استخدم المعلومات الواردة في بداية الدرس. يمكن إيجاد القيمة الخاصة بأي جسم على باليرمو باستخدام المعادلة $PS = \log_{10} R$. حيث تمثّل R الخطورة النسبية التي يشكلها الجسم. اكتب معادلةً بالصورة الأسية للتعبير عن معكوس الدالة.

$10^{PS} = R$

مثّل كل دالة بيانيًا.

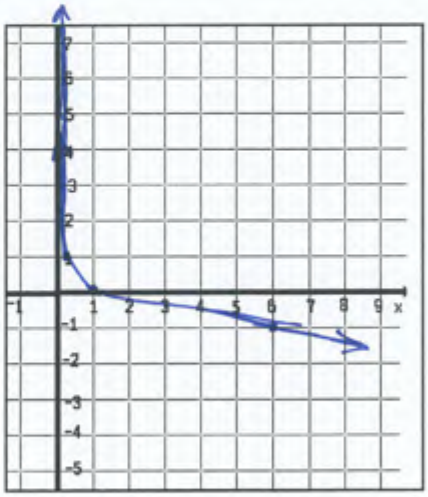
$f(x) = \log_3 x$ (8)

x	f(x)
1	0
3	1
9	2
$\frac{1}{3}$	-1
$\frac{1}{9}$	-2



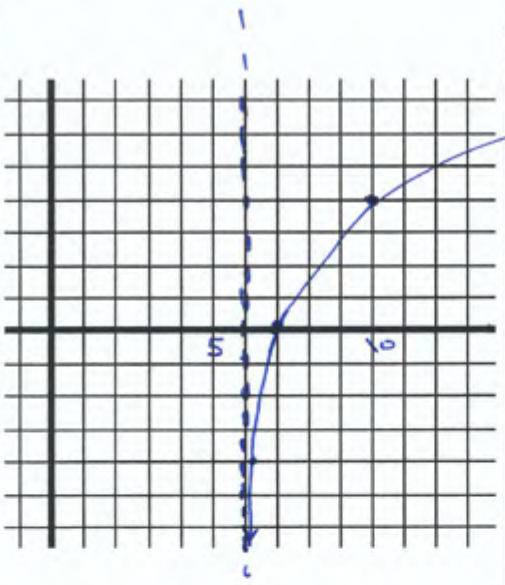
$f(x) = \log_{\frac{1}{6}} x$ (9)

x	f(x)
1	0
$\frac{1}{6}$	1
6	-1
36	-2



$f(x) = 4 \log_4 (x - 6)$ (10)

x	f(x)
7	0
10	4
$6\frac{1}{4}$	-4

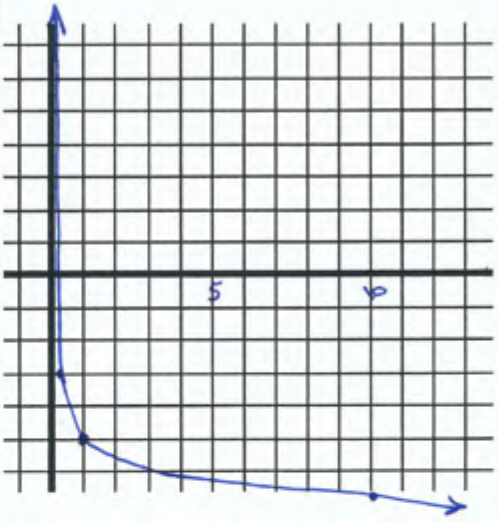


إزاحة 6 وحدات يمين

تمدد رأسي معامله 4

$f(x) = 2 \log_{\frac{1}{10}} x - 5$ (11)

x	f(x)
1	-5
$\frac{1}{10}$	-3
10	-7



تمدد رأسي معامله 2

إزاحة لأسفل 5 وحدات.

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-2 حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية الاسم: _____

نواتج التعلّم 1- حل المعادلات اللوغاريتمية. 2 - حل المتباينات اللوغاريتمية .

إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x > y$، فإن $x > b^y$.
إذا كان $b > 1$ و $x > 0$ و $\log_b x < y$، فإن $0 < x < b^y$.

إذا كان $b > 1$، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$
ويكون $\log_b x < \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$.

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

(1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$

$x = (8)^{\frac{4}{3}}$

$x = 16$

ح. : $\{16\}$

(2) $\log_{16} x = \frac{3}{4}$

$x = (16)^{\frac{3}{4}}$

$x = 8$

ح. : $\{8\}$

(10) $\log_8 \frac{1}{2} = x$

$\frac{1}{2} = 8^x$

$2^{-1} = 2^{3x}$

$-1 = 3x$

$\frac{-1}{3} = x$

ح. : $\{\frac{-1}{3}\}$

(11) $\log_6 \frac{1}{36} = x$

$\frac{1}{36} = 6^x$

$6^{-2} = 6^x$

$-2 = x$

ح. : $\{-2\}$

(12) $\log_x 32 = \frac{5}{2}$

$32 = x^{\frac{5}{2}}$

$(32)^{\frac{2}{5}} = x$

$4 = x$

ح. : $\{4\}$

(13) $\log_x 27 = \frac{3}{2}$

$27 = x^{\frac{3}{2}}$

$(27)^{\frac{2}{3}} = x$

$9 = x$

ح. : $\{9\}$

(14) $\log_3 (3x + 8) = \log_3 (x^2 + x)$

$3x + 8 = x^2 + x$

$x^2 + x - 3x - 8 = 0$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x = -2$ ✓

$x = 4$ ✓

ح. : $\{-2, 4\}$

(15) $\log_6 (x^2 - 6x) = \log_6 (-8)$

$x^2 - 6x = -8$

مرفوض

لا يوجد حل

(17) $\log_9 (x^2 - 4x) = \log_9 (3x - 10)$

$x^2 - 4x = 3x - 10$

$x^2 - 4x - 3x + 10 = 0$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x - 2)(x - 5) = 0$

$x = +2$ مرفوض

$x = 5$ ✓

ح. : $\{5\}$

حل كل من المتباينات التالية.

(22) $\log_6 x < -3$

$0 < x < +6^{-3}$

$0 < x < \frac{1}{216}$

$\therefore = \{x \mid 0 < x < \frac{1}{216}\}$

(23) $\log_4 x \geq 4$

$x \geq 4^4$

$x \geq 256$

$\therefore = \{x \mid x \geq 256\}$

(25) $\log_2 x \leq -2$

$0 < x \leq 2^{-2}$

$0 < x \leq \frac{1}{4}$

$\therefore = \{x \mid 0 < x \leq \frac{1}{4}\}$

(28) $\log_2 (4x - 6) > \log_2 (2x + 8)$

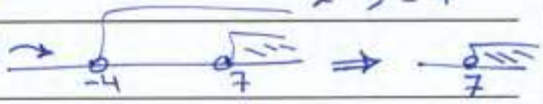
$4x - 6 > 2x + 8 > 0$

$4x - 6 > 2x + 8$ و $2x + 8 > 0$

$2x > 14$ $\quad x > -\frac{8}{2}$

$x > 7$ $\quad x > -4$

الحل المشترك فقط ←



$\therefore = \{x \mid x > 7\}$

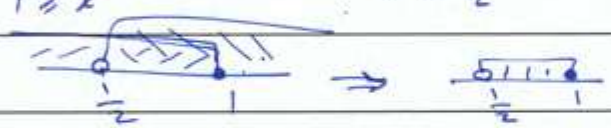
(29) $\log_7 (x + 2) \geq \log_7 (6x - 3)$

$x + 2 \geq 6x - 3 > 0$

$x + 2 \geq 6x - 3$ و $6x - 3 > 0$

$5 \geq 5x$ $\quad x > \frac{3}{6}$

$1 \geq x$ $\quad x > \frac{1}{2}$



$\therefore = \{x \mid \frac{1}{2} < x \leq 1\}$

(31) $\log_5 (12x + 5) \leq \log_5 (8x + 9)$

$0 < 12x + 5 \leq 8x + 9$

$0 < 12x + 5$ و $12x + 5 \leq 8x + 9$

$\frac{-5}{12} < x$ $\quad 4x \leq 4$

$x \leq 1$

$\therefore = \{x \mid -\frac{5}{12} < x \leq 1\}$

ورقة عمل الحادي عشر العام **6-3 خواص اللوغاريتمات** الاسم: _____

نواتج التعلّم
1- تحويل التعابير لأبسط صورة وإيجاد قيمها باستخدام خواصّ اللوغاريتمات.
2 - حل معادلاتٍ لوغاريتميةٍ باستخدام خواص اللوغاريتمات.

خاصية الضرب	خاصية القسمة	خاصية القوة
$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b$	$\log_b m^p = p \log_b m$

استخدم $\log_4 2 = 0.5$, $\log_4 3 \approx 0.7925$، و $\log_4 5 \approx 1.1610$ لتقدّر قيمة كلّ تعبيرٍ على وجه التقريب.

(12) $\log_4 30$
$= \log_4 (5 \times 3 \times 2)$
$= \log_4 5 + \log_4 3 + \log_4 2$
$= 1.1610 + 0.7925 + 0.5$
$= 2.4535$

(13) $\log_4 20$
$= \log_4 (5 \times 4)$
$= \log_4 5 + \log_4 4$
$= 1.1610 + 1$
$= 2.1610$

(14) $\log_4 \frac{2}{3}$
$= \log_4 2 - \log_4 3$
$= 0.5 - 0.7925$
$= -0.2925$

(15) $\log_4 \frac{4}{3}$
$= \log_4 4 - \log_4 3$
$= 1 - 0.7925$
$= 0.2075$

(16) $\log_4 9$
$= \log_4 (3 \times 3)$
$= \log_4 3 + \log_4 3$
$= 2 \log_4 3$
$= 2(0.7925) = 1.525$

(17) $\log_4 8$
$= \log_4 (4 \times 2)$
$= \log_4 4 + \log_4 2$
$= 1 + 0.5$
$= 1.5$

إذا كان لديك $\log_6 8 \approx 1.1606$ و $\log_7 9 \approx 1.1292$، قدّر قيمة كل تعبيرٍ على وجه التقريب.

(21) $\log_6 512$ مسألة خارجية
$512 = 8^3$ بالمحاولة
$= \log_6 8^3$
$= 3 \log_6 8$
$= 3(1.1606)$
$= 3.4818$

$\log_7 567$
$= \log_7 (7 \times 9^2)$
$= \log_7 7 + \log_7 9^2$
$= 1 + 2 \log_7 9$
$= 1 + 2(1.1292) = 3.2584$

7	567
9	81
9	9
	1

(5)

تسلّق الجبال مع زيادة الارتفاع. ينخفض الضغط الجوي للهواء. ويعطى قانون حساب الضغط بناءً على الارتفاع بالعلاقة $a = 15{,}500\,(5 - \log_{10} P)$ حيث a يمثل الارتفاع بالأمتار و P يمثّل الضغط بالباسكال (باسكال 6900 ≈ 1 psi). فما قيمة ضغط الهواء عند القمّة بالباسكال لكلٍّ من الجبال المدرجة في الجدول على الجهة اليمنى؟

الجبل	البلد	الارتفاع (m)
إيفرست	نيبال/التبت	8850
تريسولي	الهند	7074
بونيتي	الأرجنتين/تشيلي	6872
ماكينلي	الولايات المتحدة	6194
لوغان	كندا	5959

جبل ايفرست

$8850 = 15\,500\,(5 - \log_{10} P)$

$\frac{8850}{15500} = 5 - \log_{10} P$

$\log_{10} P = 5 - \frac{8850}{15500}$

$P = 10^{\left(5 - \frac{8850}{15500}\right)}$

$= 26855.43912$ باسكال

باقي الجبال بنفس الطريقة

مثال جبل تريسولي

$P = 10^{\left(5 - \frac{7074}{15500}\right)}$

$= 34963.33917$ باسكال

بونيتي ← 36028.41539 باسكال

ماكينلي ← 39846.21709 باسكال

لوغان ← 41261.82066 باسكال

المثابرة حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

(23)

$\log_3 56 - \log_3 n = \log_3 7$

$\log_3 \frac{56}{n} = \log_3 7$

$\frac{56}{n} = \frac{7}{1}$

$7n = 56$

$n = \frac{56}{7}$

$n = 8$

(25)

$5 \log_2 x = \log_2 32$

$\log_2 x^5 = \log_2 32$

$x^5 = 32$

$x = (32)^{\frac{1}{5}}$

$x = 2$

(26)

$\log_{10} a + \log_{10} (a + 21) = 2$

$\log_{10}[a(a+21)] = 2$

$a(a+21) = 10^2$

$a^2 + 21a - 100 = 0$

$(a - 4)(a + 25) = 0$

$a = 4$ ✓

$a = -25$ مرفوض ← حلول دخيل

مجموعة الحل $\{4\}$

ورقة عمل الحادي عشر العام | 6-4 اللوغاريتمات العادية | الاسم: _____

نواتج التعلّم
1– حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات العادية.
2 – إيجاد قيم التعابير اللوغاريتمية باستخدام قانون تغيير الأساس.

قانون تغيير الأساس $\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$

استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيمة كل تعبير مما يلي مع التقريب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(1) $\log 5$

$\approx 0.69897\ldots$

≈ 0.6990

(2) $\log 21$

$\approx 1.322219\ldots$

≈ 1.3222

(3) $\log 0.4$

$\approx -0.39794\ldots$

≈ -0.3979

علوم كمية الطاقة E، مقدرة بالأرغ، التي تنبعث من زلزال ما ترتبط بشدة مقياس ريختر M لهذا الزلزال من خلال المعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استخدم المعادلة لإيجاد كمية الطاقة المنبعثة من زلزال تشيلي عام 1960 الذي بلغ 8.5 على مقياس ريختر.

$\log E = 11.8 + 1.5(8.5)$

$E = 10^{[11.8 + 1.5(8.5)]} \approx 3.55 \times 10^{24}$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(6) $6^x = 40$

$x = \log_6 40$

$= \frac{\log 40}{\log 6}$

$= 2.0588$

(7) $2.1^{a+2} = 8.25$

$a + 2 = \log_{2.1} 8.25$

$a = \frac{\log 8.25}{\log 2.1} - 2$

$= 0.8442$

(8) $7^{x^2} = 20.42$

$x^2 = \log_7 20.42$

$x = \pm\sqrt{\log_7 20.42}$

$= \pm\sqrt{\frac{\log 20.42}{\log 7}}$

$= \pm 1.2451$

(9) $11^{b-3} = 5^b$

$b - 3 = \log_{11} 5^b$

$b - 3 = b \log_{11} 5$

$b - b\log_{11} 5 = 3$

$b(1 - \log_{11} 5) = 3$

$b = \frac{3}{1 - \frac{\log 5}{\log 11}}$

$= 9.1237$

أوجد حل كل متباينة. قرب إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

(10) $5^{4n} > 33$

$4n > \log_5 33$

$n > \frac{\log 33}{4\log 5}$

$n > 0.5431$

$\xi = \{n \mid n > 0.5431\}$

(11) $6^{p-1} \leq 4^p$

$p - 1 \leq \log_6 4^p$

$p - 1 \leq p \log_6 4$

$p - p\log_6 4 \leq 1$

$p(1 - \log_6 4) \leq 1$

$p \leq \frac{1}{1 - \frac{\log 4}{\log 6}}$

$p \leq 4.4190$

$\xi = \{p \mid p \leq 4.4190\}$

عبّر عن كل لوغاريتم بدلالة اللوغاريتمات العادية. ثم قرّب قيمته لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(12) $\log_3 7$

$= \frac{\log 7}{\log 3} = 1.7712$

(14) $\log_9 13$

$= \frac{\log 13}{\log 9} = 1.1674$

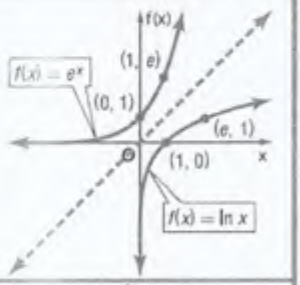
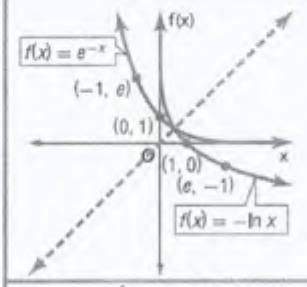
ورقة عمل الحادي عشر العام 6-5 الأساس e واللوغايتمات الطبيعية الاسم: _____

نواتج التعلّم

1 – إيجاد قيم التعابير المشتملة على الأساس الطبيعي واللوغاريتم الطبيعي.

2 – حل المعادلات والمتباينات الأسية باستخدام اللوغاريتمات الطبيعية.

المرابحة المركبة المستمرة	$A = Pe^{rt}$
A هو المبلغ في الحساب بعد t أعوام.	
P هو المبلغ الأصلي المُستثمر	
r هو معدل المرابحة السنوي.	

$f(x) = e^x$	$f(x) = e^{-x}$
	
النمو الأسي	الاضمحلال الأسي

اكتب دالة أسية أو لوغاريتمية مكافئة.

(1) $e^x = 30$

$x = \ln 30$

(2) $\ln x = 42$

$x = e^{42}$

(3) $e^3 = x$

$3 = \ln x$

(4) $\ln 18 = x$

$18 = e^x$

اكتب كلاً مما يلي في صيغة لوغاريتم مفرد.

(5) $3 \ln 2 + 2 \ln 4$

$= \ln 2^3 + \ln 4^2$

$= \ln (2^3 \times 4^2)$

$= \ln (2^3 \times 2^4)$

$= \ln 2^7$

$= 7 \ln 2$

(6) $5 \ln 3 - 2 \ln 9$

$= \ln 3^5 - \ln 9^2$

$= \ln \frac{3^5}{3^4}$

$= \ln 3$

(7) $3 \ln 6 + 2 \ln 9$

$= \ln 6^3 + \ln 9^2$

$= \ln (6^3 \times 9^2)$

$= \ln 17496$

(8) $3 \ln 5 + 4 \ln x$

$= \ln 5^3 + \ln x^4$

$= \ln 5^3 x^4$

$= \ln 125 x^4$

أوجد حل كل معادلة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(9) $5e^x - 24 = 16$

$5e^x = 16 + 24$

$5e^x = 40$

$e^x = 8$

$x = \ln 8$

$x = 2.0794$

(11) $3e^{-3x} + 4 = 6$

$3e^{-3x} = 6 - 4$

$3e^{-3x} = 2$

$e^{-3x} = \frac{2}{3}$

$-3x = \ln \frac{2}{3}$

$x = \frac{\ln \frac{2}{3}}{-3}$

$= 0.1352$

أوجد حل كل معادلة أو متباينة. قرّب لأقرب جزء من عشرة آلاف.

(13) $\ln 3x = 8$

$3x = e^8$

$x = \frac{e^8}{3}$

$= 993.6527$

(14) $-4 \ln 2x = -26$

$\ln 2x = \frac{-26}{-4}$

$2x = e^{\frac{26}{4}}$

$x = \frac{e^{\frac{26}{4}}}{2}$

$= 332.5708$

(15) $\ln (x+5)^2 < 6$

$(x+5)^2 < e^6$

$|x+5| < e^3$

$-e^3 < x+5 < e^3$

$-e^3 - 5 < x < e^3 - 5$

$-25.0855 < x < 15.0855$

$S = \{x \mid -25.0855 < x < 15.0855\}$

(18) $5 + e^{-x} > 14$

$e^{-x} > 14 - 5$

$e^{-x} > 9$

$-x > \ln 9$

$x < -\ln 9$

$x < -2.1972$

$S = \{x \mid x < -2.1972\}$

علوم فيروس ينتشر عبر شبكة حاسوب وفقًا للصيغة $v(t) = 30e^{0.1t}$. حيث v هو عدد الحواسيب المصابة بالفيروس و t هو الزمن بالدقائق. كم سيستغرق الفيروس لإصابة 10,000 حاسوب؟

(19)

$10000 = 30 e^{0.1t}$

$\frac{10000}{30} = e^{0.1t}$

$\ln \frac{1000}{3} = 0.1t$

$\frac{\ln \frac{1000}{3}}{0.1} = t$

$t \approx 58$ min

ورقة عمل الحادي عشر العام 6-6 استخدام الدوال الأسية و اللوغاريتمية الاسم: _____

نواتج التعلّم
1 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا واضمحلالاً أسيًا.
2 – استخدام اللوغاريتمات لحل المسائل التي تتضمن نموًا لوجيستيًا.

النمو الأسي	الاضمحلال الأسي
يمكن تمثيل النمو الأسي بالدالة $f(x) = ae^{kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل النمو المستمر**.	يمكن تمثيل الاضمحلال الأسي بالدالة $f(x) = ae^{-kt}$ حيث a هي القيمة الأولية، و t هو الزمن بالأعوام، و k هو الثابت الذي يمثل **معدل الاضمحلال المستمر**.

دالة النمو اللوجيستي
$f(t) = \frac{c}{1+ae^{-bt}}$ حيث t تمثل الوقت.

علم الأحياء القديمة يبلغ عمر النصف للبوتاسيوم 40 حوالي 1.25 مليار عام. ← اضمحلال أسي (١)

a. حدد قيمة k ومعادلة تحلل البوتاسيوم 40.

$\frac{1}{2}\alpha = \alpha e^{-k(1.25\times10^9)}$

$\ln\frac{1}{2} = -k(1.25)(10)^9$

$k = \frac{\ln\frac{1}{2}}{-1.25\times10^9} = 5.545\times10^{-10}$

b. تحتوي عينة حاليًا على 36 ميليجرامًا من البوتاسيوم 40. فكم من الوقت ستستغرقه العينة في التحلل لتصل إلى 15 ملليجرامًا فقط من البوتاسيوم 40؟

$15 = 36e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\frac{15}{36} = e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{15}{36} = -5.545\times10^{-10}t$

$t = \frac{\ln\frac{15}{36}}{-5.545\times10^{-10}} = 1578843530$ سنة.

c. كم عدد ملليجرامات البوتاسيوم 40 التي سوف تتبقى بعد 300 مليون عام؟

$= 36e^{-5.545\times10^{-10}\times300\times10^6}$

$= 30.48$ mg

d. كم الوقت الذي سيستغرقه البوتاسيوم 40 للتحلل إلى ثُمن مقداره الأصلي؟

$\frac{1}{8}\alpha = \alpha e^{-5.545\times10^{-10}t}$

$\ln\frac{1}{8} = -5.545\times10^{-10}\times t$

$t = \frac{\ln\frac{1}{8}}{-5.545\times10^{-10}}$

$= 3750120603$

البداية

العلوم سقط نوع معين من الطعام على الأرض، وتنمو عليه الجراثيم أُسّيًا وفق النموذج $y = 2e^{kt}$، حيث t الوقت بالثواني.

(2)

a. إذا كان هناك خليتان بشكل أولي و 8 خلايا بعد 20 ثانية، فأوجد قيمة k للجراثيم.

$8 = 2e^{k(20)}$ | $\ln 4 = k(20)$

$\frac{8}{2} = e^{k(20)}$ | $k = \frac{\ln 4}{20} = 0.06931$

b. تنص "قاعدة الثواني الخمس" على أنه إذا تناول شخص طعامًا قد أسقطه على الأرض في غضون 5 ثوانٍ فلن يكون هناك ضرر. ما مقدار الجراثيم التي ستكون على الطعام بعد 5 ثوانٍ؟

$= 2e^{0.06931(5)}$

$= 2.8284$ خلية

c. هل ستتناول طعامًا سقط على الأرض لمدة 5 ثوانٍ؟ لِمَ أو لِمَ لا؟ هل تعتقد أن المعلومات التي لديك في هذا التمرين معقولة؟ اشرح.

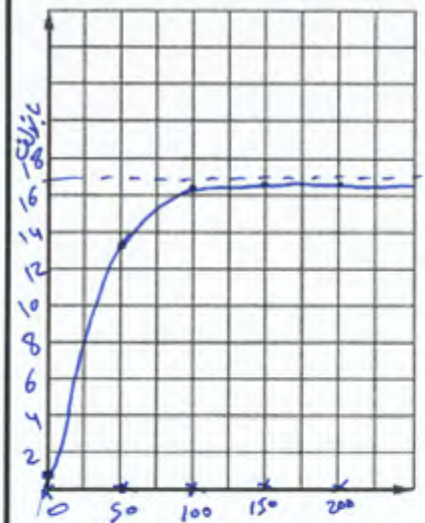
نعم، لأنه لم ينم أي خلية واحدة في خلال 5 ثواني.

ولكن هنا - يوجد أمور تؤثر على هذا السؤال من حيث نظافة الأرض ونوع الطعام الذي أسقط.

(3)

علم الحيوان افترض أن تعداد الثعالب الحمراء في موطنها المحدد يتبع الدالة $P(t) = \frac{16{,}500}{1 + 18e^{-0.085t}}$، حيث t تمثل الوقت بالأعوام.

t	$P(t)$
0	868
50	13129
100	16439.7
150	16499.1
200	16499.9



a. مثّل الدالة بيانيًا عندما يكون $0 \le t \le 200$.

b. ما خط التقارب الأفقي؟ 16 500

c. ما الحد الأقصى للتعداد؟ 16 500 تقريباً

d. متى سيصل التعداد إلى16,450؟

$16\,450 = \frac{16500}{1 + 18e^{-0.085t}}$ | $e^{-0.085t} = \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$1 + 18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450}$ | $-0.085t = \ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}$

$18e^{-0.085t} = \frac{16500}{16450} - 1$ | $t = \frac{\ln \frac{\frac{16500}{16450} - 1}{18}}{-0.085} \approx 102$ ثانية

ورقة عمل العاشر المتقدم | S-1 مقدمة في نظرية المجموعات | الاسم: _____

نواتج التعلّم

1- تعريف المجموعة. 2 – كتابة المجموعات بثلاث طرق مختلفة. 3- تعريف المجموعة الخالية.
4- إيجاد عدد العناصر الرئيسة في المجموعة. 5- تصنيف المجموعات إلى منتهية وغير منتهية.
6- تحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم متكافئتين.

اكتب كل مجموعة باستخدام طريقة ذكر العناصر. انتبه للعناصر المتكررة.
وفكر في سبب عدم احتياجك إلى إدراج العنصر نفسه أكثر من مرة واحدة.

(9) T هي مجموعة الحروف في كلمة تفكير.

$T = \{$ ت ، ف ، ك ، ي ، ر $\}$

(10) A هي مجموعة ألوان علم دولة الامارات العربية المتحدة.

$A = \{$ أحمر ، أبيض ، أخضر ، أسود $\}$

(11) P هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 50 و60.

$P = \{51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59\}$

(13) $C = \{x / x \in N \text{ و } x < 9\}$

$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(14) $F = \{x / x \in N \text{ و } x > 100\}$

$F = \{101, 102, 103, 104, 105, 106, \ldots\ldots\ldots\}$

(16) B هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأكبر من 100.

$B = \{101, 102, 103, 104, \ldots\ldots\ldots\}$

(18) $Z = \{x / x \in N \text{ و } 500 < x < 6{,}000\}$

$Z = \{501, 502, 503, \ldots\ldots\ldots\ldots, 6000\}$

حدد ما إذا كانت العبارة صائبة أم خاطئة.

(23) $5 \in \{1, 3, 5, 7\}$ ✓

(25) $\frac{1}{2} \notin N$ ✓ ليس عدد طبيعي

(26) $0.6 \in N$ ✗ 0.6 ليس عدد طبيعي

(24) $8 \notin \{2, 4, 6, \ldots\}$ ✗

(27) $\{x \mid x$ ديناصور ستيجوسورس حي$\}$ مجموعة خالية. ✓ لا توجد ديناصورات حية.

(28) $\{x \mid x$ أبو ظبي تنتمي إلى x إحدى الإمارات العربية$\}$ ✓

اكتب كل مجموعة باستخدام الطريقة الوصفية.

(29) $\{5, 10, 15, 20, \ldots\}$ مجموعة مضاعفات العدد 5

(30) $\{4, 8, 12, 16\}$ مجموعة مضاعفات العدد 4 من 4 الى 16

(31) $\{13, 26, 39, 52\}$ مجموعة مضاعفات العدد 13 من 13 الى 52

(32) $\{7, 14, 21, 28, \ldots\}$ مجموعة مضاعفات العدد 7

(33) $\{s, t, e, v, n\}$ مجموعة الحروف المكونة للكلمة steven

(34) $\{a, u, g, s, t\}$ مجموعة الحروف المكونة للكلمة August

(35) $\{100, 101, 102, \ldots, 199\}$ مجموعة الأعداد الطبيعية من 100 الى 199

(36) $\{21, 22, 23, \ldots, 29, 30\}$ مجموعة الأعداد الطبيعية من 21 الى 30

أوجد العدد الرئيس لكل مجموعة.

$A = \{63, 72, 51, 44\}$ (79) $n(A) = 4$

$B = \{10, 11, 12, \ldots, 20\}$ (80) $n(B) = 11$

$C = \{x \mid x$ يوم في الأسبوع$\}$ (81) $n(C) = 7$

$D = \{x \mid x$ شهر في السنة$\}$ (82) $n(D) = 12$

$E = \{$ثلاثة$\}$ (83) $n(E) = 1$

$F = \{$ث. ل. ا. ة$\}$ (84) $n(F) = 4$

$G = \{x \mid x$ ينتمي إلى N و x عدد سالب$\}$ (85) $n(G) = 0$

$H = \emptyset$ (86) $n(H) = 0$

اكتب كل مجموعة باستخدام رمز بناء المجموعة. ثم اكتب وصفًا بديلًا لكل مجموعة.

{10, 20, 30, 40, . . .}

(37) {x | x من مضاعفات العدد 10} / مجموعة الأعداد الموجبة التي تنتهي بـ 0

{3, 6, 9, 12, . . .}

(38) {x | x من مضاعفات العدد 3} / مجموعة الأعداد التي يقبل القسمة على 3 بدون باقي.

X هي مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من 16.

(39) {x | x عدد فردي , x < 16} / مجموعة الأعداد الفردية من 1 إلى 15

Z هي مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 70 و76.

(40) {x | x عدد طبيعي و x بين 70, 76} / مجموعة الأعداد الطبيعية من 71 إلى 75

{أحمر. أبيض. أزرق}

(41) {x | x أحد ألوان العلم الأمريكي} / مجموعة الألوان في علم فرنسا.

{أسود. أبيض. أحمر. أخضر}

(42) {x | x أحد ألوان العلم العراقي} / مجموعة ألوان علم الكويت

اذكر العناصر في كل مجموعة.

H هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 0.

(43) H = { } = ∅ لا توجد أعداد طبيعية أقل من الصفر

{x/x أحد فصول السنة}

(45) {الربيع، الصيف، الخريف، الشتاء}

{x/x عدد طبيعي زوجي بين 100 و120}

(47) {102, 104, 106, 108-, 110, 112, 114, 116, 118}

{x/x ∈ N و 70 < x < 80}

(44) {71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79}

R هي مجموعة الحروف التي يمكن أن تكون ساكنة أو متحركة في اللغة الإنجليزية.

(46) {y} حرف لا يكون أحيانًا ساكن وأحيانًا متحرك.

{x/x عدد طبيعي فردي بين 90 و100}

(48) {91, 93, 95, 97, 99}

حدد ما إذا كانت كل مجموعة محدودة أم ليست محوددة.

L هي مجموعة المتسابقين الذين ربحوا في برنامج المسابقات.

(49) محدودة.

$A|A\}$ مجموعة الطلاب الذين حصلوا على شهادات تقدير في الشارقة{

(50) محدودة

{لاعبو كرة السلة في اتحاد الإمارات العربية المتحدة الذين أحرزوا غمسات رائعة الأسبوع الماضي}

(51) ليست محدودة (تختلف وجهات النظر)

N هي مجموعة المرضى المستحقين لزراعة القلب.

(52) ليست محدودة (تختلف وجهات النظر)

$B = \{x\ |x$ عدد كبير$\}$

(53) ليست محدودة (تختلف وجهات النظر)

$C = \{x\ |x$ عدد أكبر من عدد السكان في الإمارات العربية المتحدة$\}$

(54) محدودة

حدد ما إذا كان كل زوج من المجموعات متساويًا أم متكافئًا أم لا هذا ولا ذاك.

{s, t, u, v, w} و{t, v, w, s, u}

(69) متساوي.

{1, 2, 3, 4, 5} و{10, 20, 30, 40, 50}

(70) متكافئ.

{2, 4, 6, 8} و{2, 4, 6, 8, . . .}

(71) لا هذا ولا ذاك

{واحد} و{و. ا. ح. د}

(72) لا هذا ولا ذاك

{3} و{∅}

(73) متكافئ

$\{x\ |x$ ينتمي إلى أسماء الشهور التي تتكون من 30 يومًا بالتحديد} و{أبريل. يونيه. سبتمبر. نوفمبر}

(74) متساوي

ورقة عمل العاشر المتقدم S-2 المجموعات الجزئية والعمليات على المجموعات الاسم:_____

نواتج التعلّم

1– تعريف متممة المجموعة. 2 – إيجاد كافة المجموعات الجزئية للمجموعة.

3 – استخدام ترميز المجموعة الجزئية. 4 – إيجاد عدد المجموعات الجزئية للمجموعة.

5 – إيجاد التقاطعات والاتحادات والفروق بين المجموعات.

افترض أن $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$. و $A = \{5, 7, 11, 13\}$ و $B = \{2\}$ و $C = \{13, 17, 19\}$. و $D = \{2, 3, 5\}$.

أوجد كل مجموعة.

(11) $A' = \{2, 3, 17, 19\}$ (13) $C' = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ (12) $B' = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ (14) $D' = \{7, 11, 13, 17, 19\}$

إذا كانت U = مجموعة الأعداد الطبيعية و$\{4, 6, 8, 10, 12, \ldots\} = A$. فأوجد A'.

(15) $A' = \{1, 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots\}$

إذا كانت U = مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية و$\{13, 15, 17, 19, 21, 23, \ldots\} = B$. فأوجد B'.

(16) $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

أوجد جميع المجموعات الجزئية وجميع المجموعات الجزئية الفعلية لكل مجموعة.

{الراديو. التلفاز}

(19) $\{\text{الراديو}\}, \{\text{التلفاز}\}, \{\text{الراديو، التلفاز}\}, \emptyset$

Ø

(21) $\emptyset$

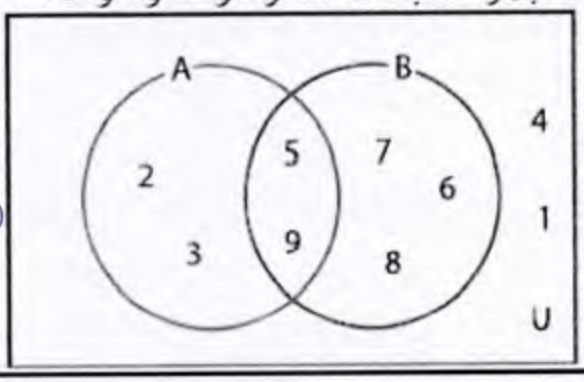
{ }

(22) $\{\}$

{الحمى. الارتجاف. الغثيان. الصداع}

(23) $\{\text{ح}\}, \{\text{ت}\}, \{\text{غ}\}, \{\text{ص}\}, \{\text{ح، ت}\}, \{\text{ح، غ}\}, \{\text{ح، ص}\}, \{\text{ت، غ}\}, \{\text{ت، ص}\}, \{\text{غ، ص}\}, \{\text{ح، ت، غ}\}, \{\text{ح، ت، ص}\}, \{\text{ح، غ، ص}\}, \{\text{ت، غ، ص}\}, \{\text{ح، ت، غ، ص}\}, \emptyset$

استخدم مخطط فن Venn لكتابة كل مجموعة بدلالة A و/أو B و/أو U.



{1, 2, 3, 4} $= B'$ (85)

{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9} $A \cup B$ (86)

{2, 3, 6, 7, 8} $(A' \cup B') - (A \cap B)$ (87)

{1, 4} $(A \cup B)'$ (88)

حدّد ما إذا كانت كل عبارة صائبة أم خاطئة.

قوانين:
عدد المجموعات الجزئية = 2^n
عدد المجموعات الجزئية الفعلية = $2^n - 1$
حيث n هو عدد عناصر المجموعة الأصلية

$\{3\} \subseteq \{5, 3, 1\}$ _____ (25)

$\{a, b, c\} \subset \{c, b, a\}$ _____ (26)

$\{1, 2, 3\} \subseteq \{123\}$ _____ (27)

$\emptyset \subset \emptyset$ _____ (28)

$\emptyset \in \{\}$ _____ (29)

$\{x | x \in E \text{ و } x > 100\} \subset \{x | x \in N \text{ و } x > 52\}$ _____ (30)

$\{3\} \in \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$ _____ (31)

$\{x | x \in N \text{ و } x > 10\} \subseteq \{x | x \in N \text{ و } x \geq 10\}$ _____ (32)

$\emptyset \subset \{a, b, c\}$ _____ (33)

$\{7, 11, 13, 17\} \subseteq \{17, 13, 11\}$ _____ (34)

أوجد عدد المجموعات الجزئية والمجموعات الجزئية الفعلية التي تتضمنها كل مجموعة. لا تسرد المجموعات الجزئية.

	عدد المجموعات الجزئية (2^n)	عدد المجموعات الجزئية الفعلية ($2^n - 1$)	
$\{25, 75, 50\}$	8 مجموعات جزئية	7 مجموعات جزئية فعلية	(35)
$\{a, b, c, d, \ldots, z\}$	$2^{26} = 67\,108\,864$	$2^{26} - 1 = 67\,108\,863$	(36)
$\emptyset$	$2^0 = 1$ مجموعة واحدة	$2^0 - 1 = 0$ لا يوجد	(37)
$\{0\}$	$2^1 = 2$	$2^1 - 1 = 1$	(38)
$\{x, y\}$	$2^2 = 4$	$2^2 - 1 = 3$	(39)
~~$\{10, 8, 6, 4, 2, \ldots, 30\}$~~ $\{2, 4, 6, 8, 10, \ldots 30\}$	$2^{15} = 32\,768$	$2^{15} - 1 = 32\,767$	(40)

استخدم مخطط فن Venn لإيجاد العناصر في كل مجموعة.

U $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ (41)

A $\{1, 5, 11, 9, 17\}$ (42)

B $\{5, 11, 13, 15\}$ (43)

$A \cap B$ $\{5, 11\}$ (44)

$A \cup B$ $\{1, 17, 9, 5, 11, 13, 15\}$ (45)

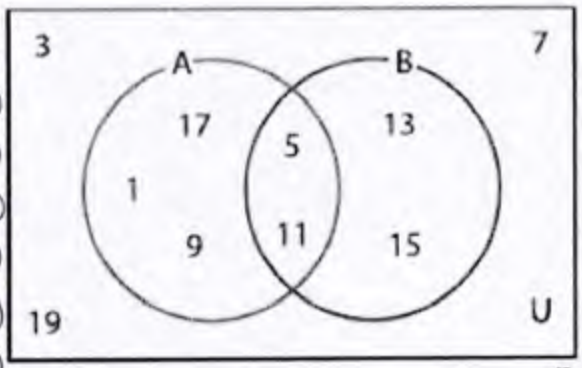
A' $\{13, 15, 3, 19, 7\}$ (46)

B' $\{1, 17, 9, 3, 19, 7\}$ (47)

$(A \cup B)'$ $\{3, 19, 7\}$ (48)

$(A \cap B)'$ $\{3, 19, 1, 17, 9, 13, 15, 7\}$ (49)

$A \cap B'$ $\{1, 17, 9\}$ (50)



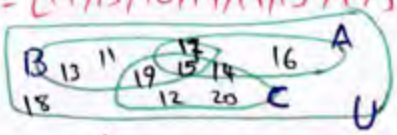
B

افترض أن

$U = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$
$A = \{14, 15, 16, 17\}$
$B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$
$C = \{12, 14, 15, 19, 20\}$

$B \cup C = \{11, 13, 15, 17, 19, 12, 14, 20\}$

$A \cup B = \{14, 15, 16, 17, 11, 13, 19\}$



أوجد كل مجموعة.

$A \cup C = \{12, 14, 15, 19, 20, 16, 17\}$	(51)	$(A \cap B) \cap C = \{15\}$	(56)
$A \cap B = \{15, 17\}$	(52)	$(A \cup B)' \cap C = \{12, 20\}$	(57)
$A' = \{11, 12, 13, 18, 19, 20\}$	(53)	$A \cap B' = \{14, 16\}$	(58)
$(A \cap B) \cup C = \{12, 14, 15, 19, 20, 17\}$	(54)	$(B \cup C) \cap A' = \{11, 13, 19, 12, 20\}$	(59)
$A' \cap (B \cup C) = \{11, 12, 13, 19, 20\}$	(55)	$(A' \cup B)' \cup C' = \{11, 18, 13, 17, 16, 14\}$	(60)

افترض أن

$U = \{x | x \in N \text{ و } x < 25\}$
$W = \{x | x \in N \text{ و } 5 < x < 15\} = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$
$X = \{x | x \in 10 \text{ من الأقل الطبيعية الزوجية الأعداد}\} = \{2, 4, 6, 8\}$
$Y = \{x | x \in N \text{ و } 20 < x < 25\} = \{21, 22, 23, 24\}$
$Z = \{x | x \in 13 \text{ من الأقل الطبيعية الفردية الأعداد مجموعة}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

أوجد كل مجموعة.

$W \cap Y = \phi$	(61)	$(Y \cup Z)' = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$	(66)
$X \cup Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$	(62)	$(X \cup Y) \cap Z = \{\} = \phi$	(67)
$W \cup X = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 24\}$	(63)	$(Z \cap Y) \cup W = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$	(68)
$(X \cap Y) \cap Z = \{\} = \phi$	(64)	$W' \cap X' = \{1, 3, 5, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\}$	(69)
$W \cap X = \{6, 8\}$	(65)	$(Z \cup X)' \cap Y = \{21, 22, 23, 24\}$	(70)

$\{1, 3, 5, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 24\}$ (69) ← افترض أن

$U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$
$A = \{p, q, r, s, t\} \rightarrow A' = \{u, v, w\}$
$B = \{r, s, t, u, v\}$
$C = \{p, r, t, v\} \rightarrow C' = \{q, s, u, w\}$

أوجد كل مجموعة.

$C - B = \{p\}$	(75)	$B - A = \{u, v\}$	(78)
$A - C = \{q, s\}$	(76)	$B \cap C' = \{s, u\}$	(79)
$B - C = \{s, u\}$	(77)	$C \cap A' = \{v\}$	(80)

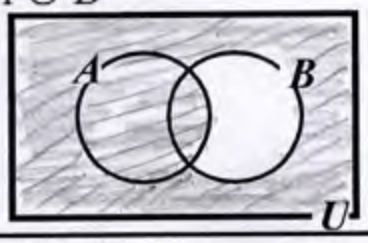
ورقة عمل العاشر المتقدم S-3 استخدام مخططات فِن Venn لدراسة العمليات على المجموعات الاسم:_____

نواتج التعلّم

1– توضيح عبارات مجموعة تضم مجموعتين باستخدام مخططات فِن Venn.
2 – توضيح عبارات مجموعة تضم ثلاث مجموعات باستخدام مخططات فِن Venn.
3 – استخدام قوانين دي مورجان.
4 – استخدام مخططات فِن Venn لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم لا.
5 – استخدام الصيغة لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لاتحاد المجموعتين.

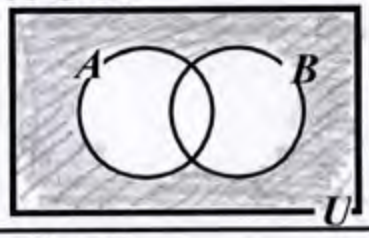
ارسم مخطط فن Venn وظلل الأقسام التي تمثل كل مجموعة.

$A \cup B'$



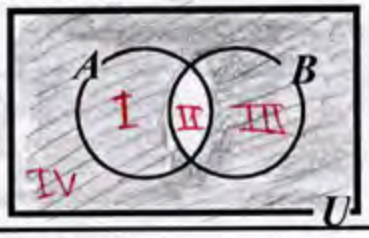
7

$(A \cup B)'$



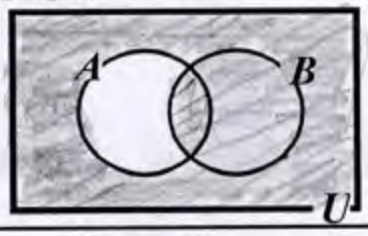
8

$A' \cup B'$



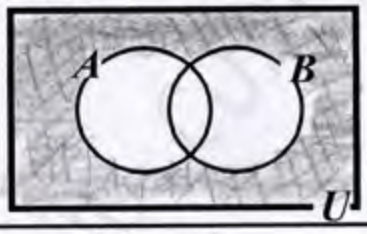
9

$A' \cup B$



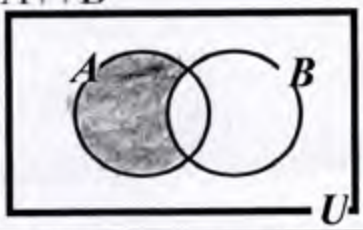
10

$A' \cap B'$



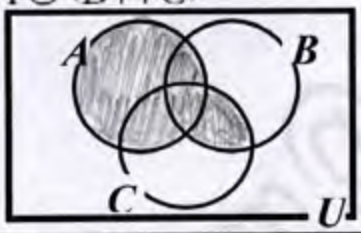
11

$A \cap B'$



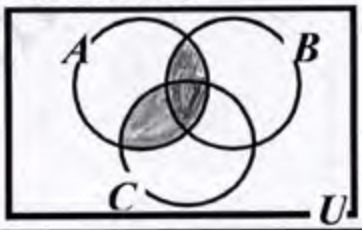
12

$A \cup (B \cap C)$



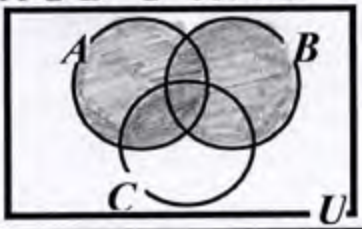
13

$A \cap (B \cup C)$



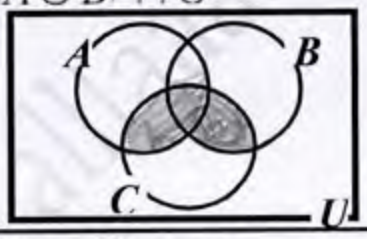
14

$(A \cup B) \cup (A \cap C)$



15

$(A \cup B) \cap C$



16

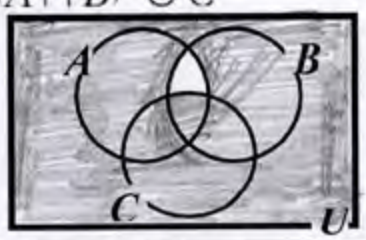
$(A \cup B) \cap (A \cup C)$

17

$(A \cap B) \cup C$

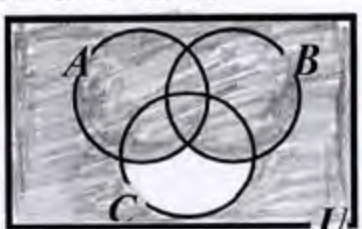
18

$(A \cap B)' \cup C$



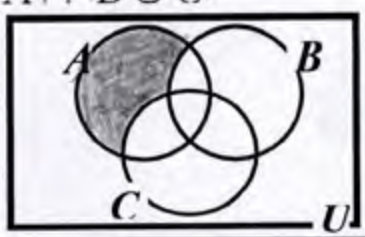
19

$(A \cup B) \cup C'$



20

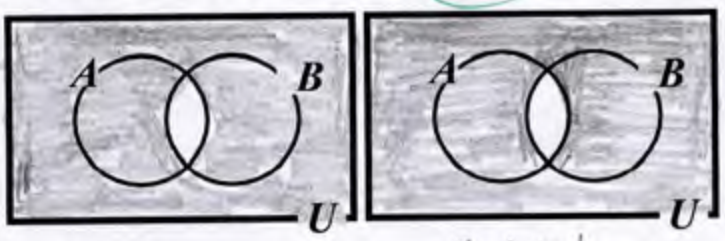
$A \cap (B \cup C)'$



21

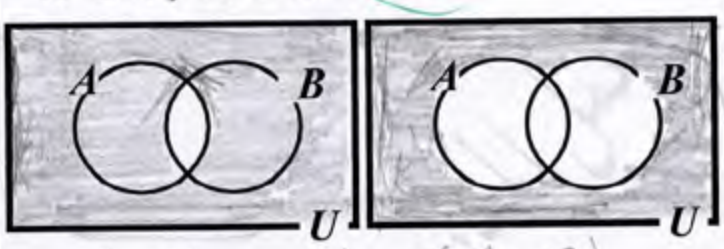
استخدم مخططات فن Venn لتحديد ما إذا كانت المجموعتان متساويتين أم لا.

$A' \cup B'$ و $(A \cap B)'$ (31)



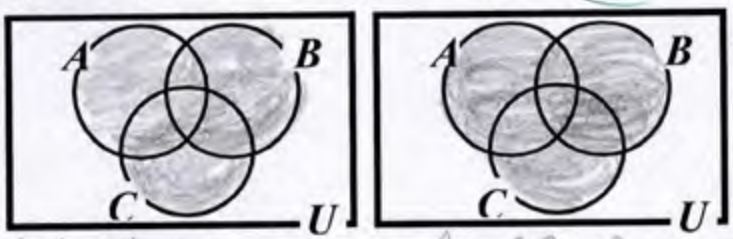
$A' \cup B' = (A \cap B)'$

$A' \cup B'$ و $(A \cup B)'$ (32)



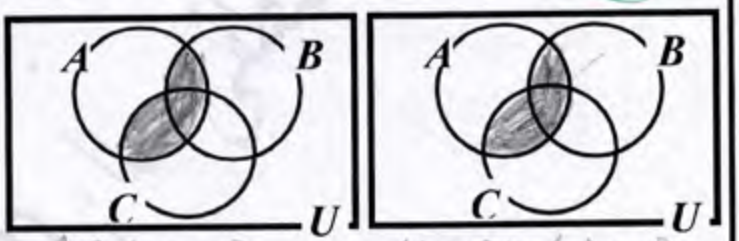
$A' \cup B' \neq (A \cup B)'$

$(A \cup B) \cup C$ و $A \cup (B \cup C)$ (33)



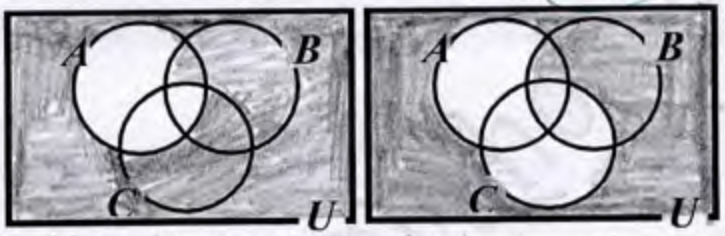
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$A \cap (B \cup C)$ و $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ (34)



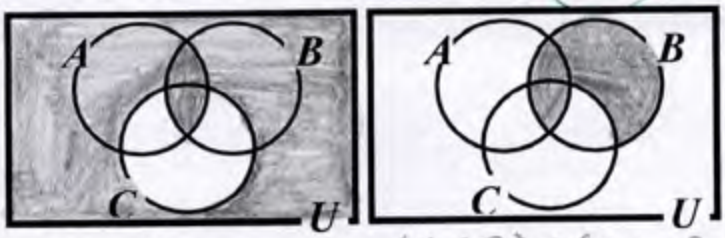
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A' \cup (B \cap C')$ و $(A' \cup B) \cap C'$ (35)



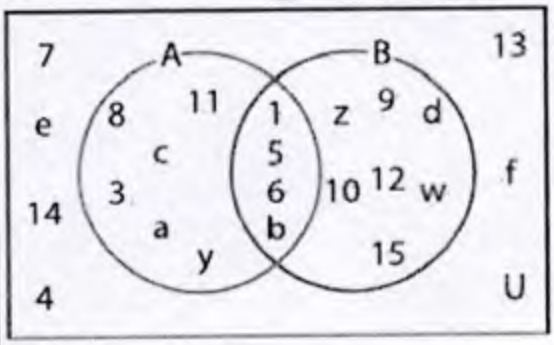
$A' \cup (B \cap C') \neq (A' \cup B) \cap C'$

$(A \cap B) \cup C'$ و $(A \cap B) \cup (B \cap C')$ (36)



$(A \cap B) \cup C' \neq (A \cap B) \cup (B \cap C')$

استخدم مخطط فن Venn التالي لإيجاد عدد العناصر الرئيسة لكل مجموعة.



$n(A) = 10$ (39)

$n(B) = 11$ (40)

$n(A \cap B) = 4$ (41)

$n(A \cup B) = 17$ (42)

$n(A') = 13$ (43)

$n(B') = 12$ (44)

$n(A' \cap B') = 6$ (45)

$n(A' \cup B') = 19$ (46)

$n(A - B) = 6$ (47)

$n(B - A) = 7$ (48)

$n(A \cap (B - A)) = 0$ (49)

$n(B' \cup (B - A)) = 19$ (50)

استخدم المعلومات التالية: $U = \{x/x$ عدد طبيعي أقل من 20$\}$
$A = \{x/x$ عدد طبيعي فردي أقل من 16$\}$
$B = \{x/x$ عدد أولي أكبر من 5$\}$

(ملاحظة: الأعداد الأولية الأقل من 20 هي 2 و3 و5 و7 و11 و13 و17 و19.) أوجد عدد العناصر الرئيسة لكل مجموعة.

$n(A) = 8$ (51)
$n(B) = 5$ (52)
$n(A \cap B) = 3$ (53)
$n(A \cup B) = 10$ (54)
$n(A \cap B') = 5$ (55)

$n(A' \cup B) = 14$ (56)
$n(A') = 11$ (57)
$n(B') = 15$ (58)
$n(A - B) = 5$ (59)
$n(B' - A) = 9$ (60)

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$

$A = \{1,3,5,7,9,11,13,15\}$

$B = \{7,11,13,17,19\}$

$A \cap B = \{7,11,13\}$

$A \cup B = \{1,3,5,7,9,11,13,15,17,19\}$

$B' = \{1,2,3,4,5,6,8,9,10,12,14,15,16,18\}$

$A \cap B' = \{1,3,5,9,15\}$

$A' = \{2,4,6,8,10,12,14,16,17,18,19\}$

$A' \cup B = \{2,4,6,8,10,12,14,16,17,18,19,7,11,13\}$

$A - B = \{1,3,5,9,15\}$

$B' - A = \{2,4,6,8,10,12,14,16,18\}$

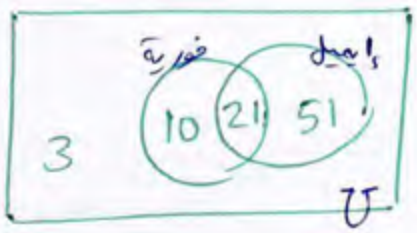
عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

https://t.me/mustafaallam
https://t.me/alllaaam82

ورقة عمل العاشر المتقدم | S-4 استخدام المجموعات لحل المسائل | الاسم:_____

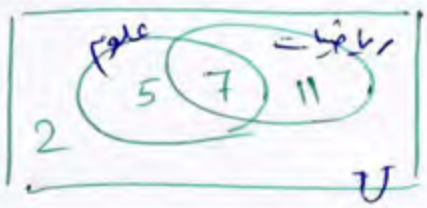
نواتج التعلّم 1- حل المسائل باستخدام مخططات فِن Venn.

(1) في مسح شمل 85 طالبًا جامعيًا. يستخدم 72 طالبًا البريد الإلكتروني للتواصل ويستخدم 31 طالبًا المراسلة الفورية (IM) ويستخدم 21 طالبًا كليهما.



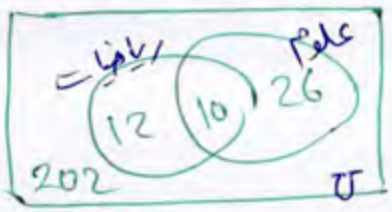
(a) كم عدد مستخدمي المراسلة الفورية (IM) فقط؟ 10
(b) كم عدد مستخدمي البريد الإلكتروني فقط؟ 51
(c) كم عدد الذين لا يستخدمون هذا ولا ذاك؟ 3

(2) في صف دراسي يتضمن 25 طالبًا، كان هناك 18 طالبًا متخصصًا في الرياضيات و12 طالبًا متخصصًا في علوم الحاسوب و7 طلاب مزدوجي التخصص في الرياضيات وعلوم الحاسوب.



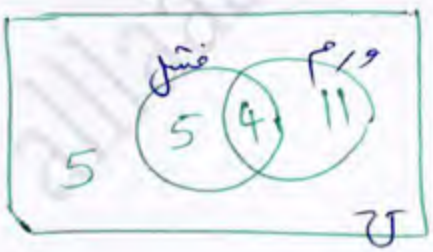
(a) كم عدد الطلاب المتخصصين في الرياضيات فقط؟ 11
(b) كم عدد الطلاب غير المتخصصين في علوم الحاسوب؟ 13
(c) كم عدد الطلاب غير المتخصصين في الرياضيات أو علوم الحاسوب؟ 2

(3) يوضّح بحث في سجلات الجامعة شمل 250 من طلاب الفرقة الأولى في جامعة الولاية أن 26 طالبًا قد حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في العلوم دون دورات تدريبية في الرياضيات وأن 12 طالبًا قد حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في الرياضيات دون دورات تدريبية في العلوم. وثمة 202 طالب لم يحصلوا على شهادات لأي منهما.

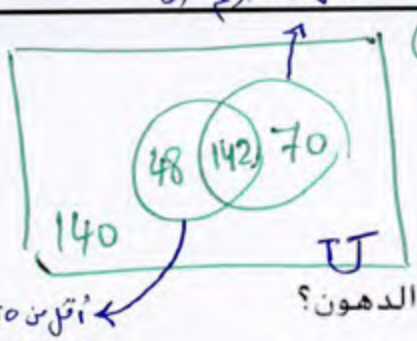


(a) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على شهادة من الكلية في الرياضيات؟ 22
(b) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على شهادة من الكلية بإتمام دورات تدريبية في العلوم؟ 36

(4) استُخدم خمسة وعشرون فأرًا في تجربة خاصة بعلم الأحياء متضمنة التعرض للمواد الكيميائية الموجودة في دخان السجائر. أصيب خمسة عشر بورم واحد على الأقل وعانى تسعة من فشل في الجهاز التنفسي وأصيب أربعة بأورام وفشل في الجهاز التنفسي.



(a) كم عدد الفئران المصابين بأورام؟ (فقط) ؟ 11
(b) كم عدد الفئران غير المصابين بورم؟ 10
(c) كم عدد الفئران الذين عانوا من أثر واحد على الأقل من هذه الآثار؟ 20



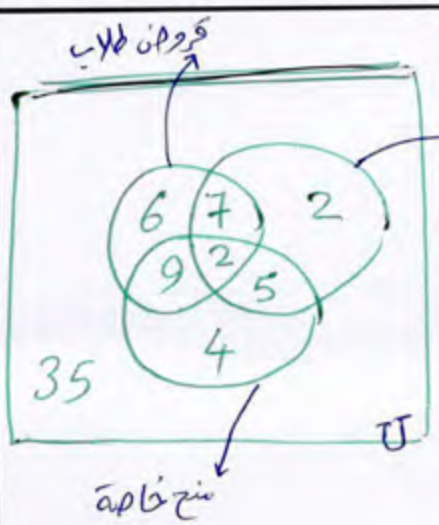
(6) في دراسة أجريت على 400 من المقبلات المقدّمة في 75 من مطاعم الحرم الجامعي. تضمن 70 منها أقل من 10 جرامات من الدهون ولكن ليس أقل من 350 سعرة حرارية؛ تضمن 48 منها أقل من 350 سعرة حرارية ولكن ليس أقل من 10 جرامات من الدهون؛ تضمن 140 منها أكثر من 350 سعرة حرارية وأكثر من 10 جرامات من الدهون.

(a) ما النسبة المئوية للدهون التي تضمنت أقل من 10 جرامات من الدهون؟

(b) ما النسبة المئوية للمقبلات التي تضمنت أقل من 350 سعرة حرارية؟

(a) $\frac{212}{400} = 53\ \%$

(b) $\frac{190}{400} = 47.5\ \%$



(7) أجرى قسم المساعدات المالية في الجامعة مسحًا شمل 70 طالبًا. وسألهم ما إذا كانوا يحصلون على أي نوع من المساعدات المالية. لُخّصت نتائج المسح في الجدول التالي.

عدد الطلاب	المساعدة المالية
16	المنح الدراسية
24	قروض الطلاب
20	المنح الخاصة
9	المنح الدراسية والقروض
11	القروض والمنح الخاصة
7	المنح الدراسية والمنح الخاصة
2	المنح الدراسية والقروض والمنح الخاصة

(a) كم عدد الطلاب الحاصلين على منح دراسية فقط؟ 2

(b) كم عدد الطلاب الحاصلين على قروض ومنح خاصة وغير حاصلين على منح دراسية؟ 9

(c) كم عدد الطلاب غير الحاصلين على أي من أنواع المساعدات المالية هذه؟ 35

عمل المدرس / مصطفى أسامة علام 050-2509447

https://t.me/mustafaallam
https://t.me/alllaaam82

ورقة عمل العاشر المتقدم | S-5 المجموعات غير المنتهية | الاسم: _____

نواتج التعلّم 1– تعريف المجموعات غير المنتهية رسميًا. 2– توضيح أن مجموعة ما غير منتهية.
3 – إيجاد حد عام لمجموعة غير منتهية. 4 – تعريف المجموعات القابلة للعد وغير القابلة للعد.

find a general term for the set.

أوجد حدا عاما للمجموعة.

(5) $\{7, 14, 21, 28, 35, \ldots\}$ $7n$

(6) $\{1, 8, 27, 64, 125, \ldots\}$ n^3

(7) $\{4, 16, 64, 256, 1{,}024, \ldots\}$ 4^n

(8) $\{1, 4, 9, 16, 25, \ldots\}$ n^2

(9) $\{-3, -6, -9, -12, -15, \ldots\}$ $-3n$

(10) $\{22, 44, 66, 88, 110, \ldots\}$ $22n$

(11) $\{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, \ldots\}$ $\frac{1}{4}n$

(12) $\{\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1, \ldots\}$ $\frac{1}{6}n$

(13) $\{2, 6, 10, 14, 18, \ldots\}$ $4n-2$

(14) $\{1, 4, 7, 10, 13, \ldots\}$ $3n-2$

(15) $\{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \ldots\}$ $\frac{n+1}{n+2}$

(16) $\{1, \frac{1}{8}, \frac{1}{27}, \frac{1}{64}, \frac{1}{125}, \ldots\}$ $\frac{1}{n^3}$

(17) $\{100, 200, 300, 400, 500, \ldots\}$ $100n$

(18) $\{50, 100, 150, 200, 250, \ldots\}$ $50n$

(19) $\{-4, -7, -10, -13, -16, \ldots\}$ $-3n-1$

(20) $\{-3, -5, -7, -9, -11, \ldots\}$ $-2n-1$

show each set is an infinite set.

وضّح أن كل مجموعة هي مجموعة غير منتهية.

(21) $\{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$

$\{3, 6, 9, 12, 15, \ldots, 3n, \ldots\}$ (×2)
$\{6, 12, 18, 24, 30, \ldots, 6n, \ldots\}$

(26) $\{20, 24, 28, 32, 36, \ldots\}$

$\{20, 24, 28, 32, 36, \ldots, 4n+16, \ldots\}$ (+4)
$\{24, 28, 32, 36, 40, \ldots, 4n+20, \ldots\}$

(29) $\{\frac{5}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \frac{5}{5}, \ldots\}$

$\{\frac{5}{1}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \frac{5}{5}, \ldots, \frac{5}{n}, \ldots\}$ (×½)
$\{\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \frac{5}{6}, \frac{5}{8}, \frac{5}{10}, \ldots, \frac{5}{2n}, \ldots\}$

(30) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots\}$

$\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots, \frac{1}{2^n}, \ldots\}$ (×½)
$\{\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \ldots \frac{1}{2^{n+1}}, \ldots\}$

وضّح أن المجموعة المعطاة قابلة للعد. *show that the given set is countable.*

(31) {5, 10, 15, 20, 25, . . .}

$n \longrightarrow 5n$ استخدام المقابلة

(32) {−3, −6, −9, −12, −15, −18, . . .}

$n \longrightarrow -3n$ استخدام المقابلة

(33) مجموعة الأعداد التي جذرها التربيعي عددٌ كليّ

{0, 1, 4, 9, 16, 25, ...}

$n \longrightarrow (n-1)^2$ استخدام المقابلة

ملحوظة: $n \longrightarrow n^2$ توضح أن {1, 4, 9, 16, 25, . . .} قابلة للعد، وأن الأعداد الصحيحة قابلة للعد، وأن الأعداد الكلية تشمل الصفر كذلك.

(34) مجموعة الأعداد النسبية السالبة ذات المقامين 5 و7

استخدام المقابلة

$1 \longrightarrow -\frac{1}{5}$, $2 \longrightarrow -\frac{1}{7}$, $3 \longrightarrow -\frac{2}{5}$, $4 \longrightarrow -\frac{2}{7}$, $5 \longrightarrow -\frac{3}{5}$, $6 \longrightarrow -\frac{3}{7}$, . . .

عدد العناصر الرئيسة لمجموعة الأعداد الطبيعية {1, 2, 3, 4, . . .} هو $\aleph_0$.

(39)

(a) حدد التناظر واحد لواحد بين مجموعة الأعداد الطبيعية والمجموعة {0, 1, 2, 3, 4, . . .}.

(b) اكتب مسألة حسابية تتضمن $\aleph_0$ الموضح بواسطة الجزء (a). (*إرشاد:* كم عدد العناصر الزائدة عن الأعداد الطبيعية التي تتضمنها المجموعة {0, 1, 2, 3, 4, . . .}؟

{1, 2, 3, 4, . . .}
{0, 1, 2, 3, . . .}

(a) $n \longrightarrow n-1$ ← قابل كل عدد بالعدد الأقل بواحد.

(b) $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$

(40)

(a) حدد التناظر واحد لواحد بين مجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة جميع الأعداد الصحيحة باستثناء الصفر.

(b) اكتب مسألة حسابية تتضمن $\aleph_0$ الموضح بواسطة الجزء (a).

(a) $1 \longrightarrow 1, 2 \longrightarrow -1, 3 \longrightarrow 2, 4 \longrightarrow -2, 5 \longrightarrow 3,$
$5 \longrightarrow -3, \ldots\ldots$

(b) $\aleph_0 + \aleph_0 = \aleph_0$

allaaam@yahoo