CHAPTER 5

Circles



5. Circles, from Integrated Math II Chapter 11 © 2012 Copyright © McGraw-Hill Education James Randklev/Photographer's Choice RF/Getty Images

Then	Now	Why? ▲
You learned about special segments and angle relationships in triangles.	In this chapter, you will: ▪ Learn the relationships between central angles, arcs, and inscribed angles in a circle. ▪ Define and use secants and tangents. ▪ Use an equation to identify or describe a circle.	**SCIENCE** The actual shape of a rainbow is a complete circle. The portion of the circle that can be seen above the horizon is a special segment of a circle called an arc.



ة المتحيط في
ية وتليسوطمحة بالشكل
ا باتجاه عقارب الساعة وفي
ات، يكون الركاب رأسًا على
ارتفاع 43 m فوق سطح
حة بمقود "يزحن في الهواء
ون باتمام الوقوف بساعون عواصم
تمرارها 13.4 m، وبمختلف اتجاه
ي يقطعها الراكب خلال دورة
تخدام هذا المقياس.

ة هي المحل الهندسي لمجموعة من
البعد عن نقطة ثابتة تدعى مركز الدائرة.

ة.

C
الدائرة C أو ⊙C

نقاط خاصة في دائرة

(الأقطار) قطعة مستقيمة تقع إحدى نقطتاها الطرفيتان في المركز

ي الدائرة ⊙C.

ا الطرفيتان على الدائرة.
⊙C.

لمركز ويتكون من نصفي قطرين

ي. يتكون القطر $\overline{DE}$ من نصفي
ة واحدة $\overline{CD}$ و $\overline{CE}$

A B C D E

اطر فيها.

ط. حدد وترًا وقطرًا في الدائرة.

F H J K G

توضح وترين اثنين، $\overline{JK}$ و $\overline{HG}$.
$\overline{HG}$ يمر بالمركز، إذا $\overline{HG}$ قطر في الدائرة.

ة م، ولذلك
رة م⊙.
$\overline{PN}$ ، $\overline{PM}$ و $\overline{PL}$.

S V T U X Y Z R

قطر، ووتر وقطر فيها.

لي أي فتحة على محيطها هي واحدة داخل. ولذلك، فإن جميع
قطر ⊙ يتركب من قطرين اثنين. فجميع أقطار الدائرة متطابقة أيضا.

ه القطر والقطر

ن خلال العلاقات التالية نتحقق عليها.

قانون القطر $d = 2r$

حظر

الدائرة ⊙ ؟

الحل: $d = 2r$

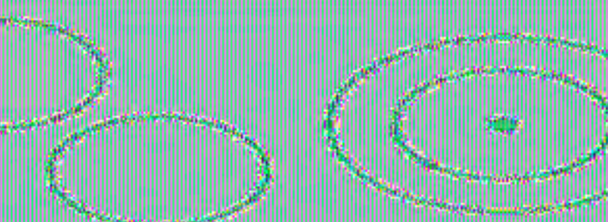
$= 2(8) = 16$ تعويض

نصف قطر الدائرة ⊙ ؟

ول طول $\overline{LU}$ ؟

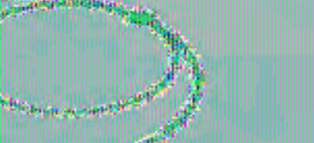
تكونا متطابقتين أو متشابهتين أو أن تشتركا بعلاقات خاصة أخرى.

الدوائر متحدة المركز هي دوائر
متحدة المستوى لها المركز نفسه.



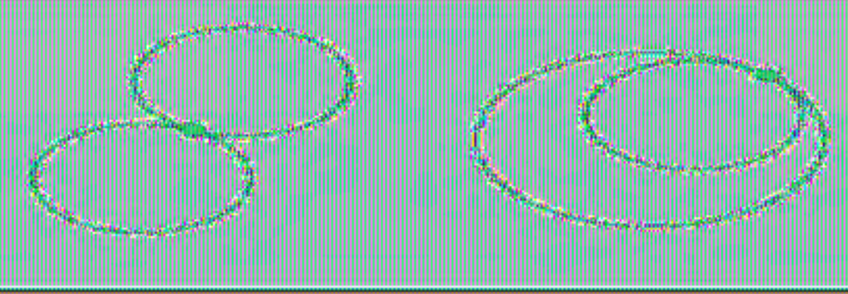
مثال الدائرة ⊙A التي نصف
قطرها $\overline{AB}$ والدائرة ⊙A التي
نصف قطرها $\overline{AC}$ متحدتا المركز.

كل الدوائر متشابهة.



مثال ⊙Y ~ ⊙X

ن أن جميع الدوائر متشابهة في الشكل التالي.

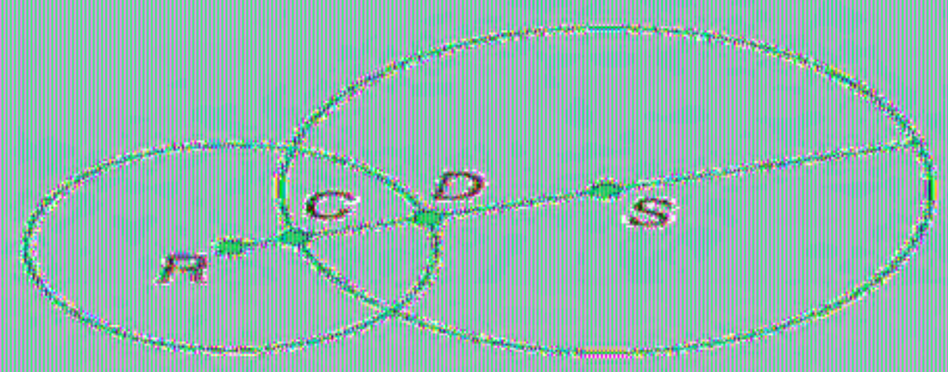
فقط تقاطع واحدة	لا تقاطع تقاطعي
	



مركزي الدائرتين المتقاطعتين نصفي قطري الدائرتين.

الدوائر المتقاطعة

حدة، وقطر الدائرة R ⊙
DS. أوجد CD.
30، فإن $CS = 15$.



$CD + DS =$ [illegible]
$CD + 9 = 15$
$CD = 6$

لإيجاد RC.

هو المسافة حول الدائرة. وبالتعريف، فإن النسبة $\frac{C}{d}$ هي عدد غير نسبي
ق فاتوفين لحساب المحيط عبر استخدام التعريف.

$\frac{C}{d} = \pi$
$C = \pi d$
$C = \pi(2r)$
$C = 2\pi r$

[illegible] باي
[illegible] $= \pi r$
$d = 2r$
[illegible]

المحيط

القطر d ونصف القطر r، فإن المحيط C يساوي القطر مضروبًا بالعدد باي
القطر مضروبًا بالعدد باي.
$C = 2\pi$

إيجاد المحيط

صة هبوط الطائرات الموصوفة على الجهة اليمين.

[illegible] الدوران [illegible]
[illegible] بما المتوسط [illegible]
[illegible]
[illegible] بما المتوسط [illegible]

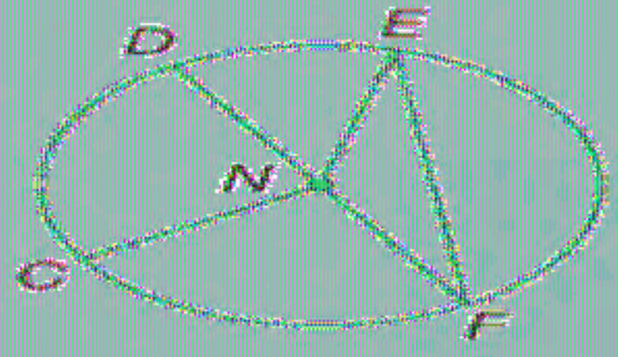
$C = \pi d$
$= \pi(24)$
$= 24\pi$
≈ 75.4

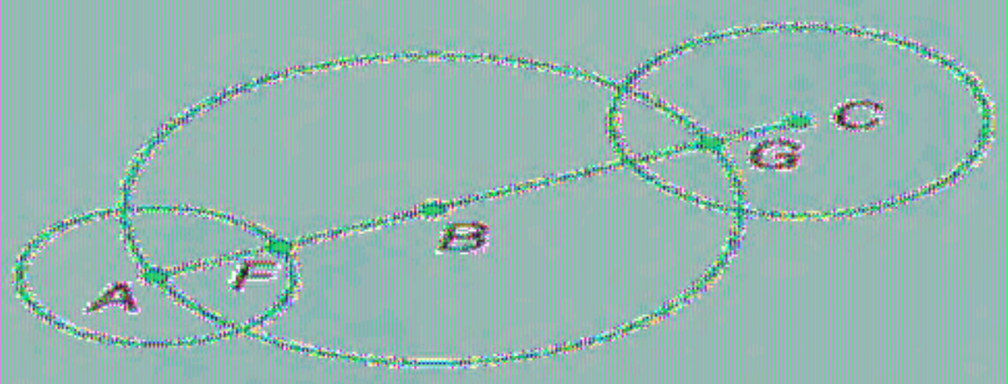
طائرات 24π cm أو حوالي 75.4 cm.

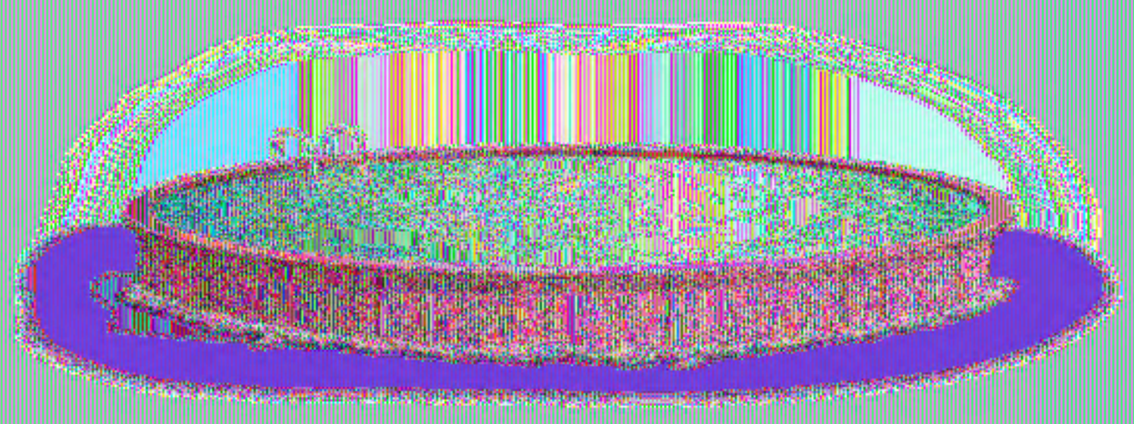
ة. وقرب إلى أقرب جزء من مئة.

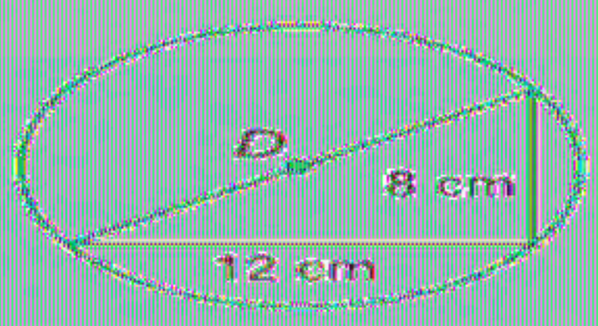
4B. قطر الدائرة = 16 m

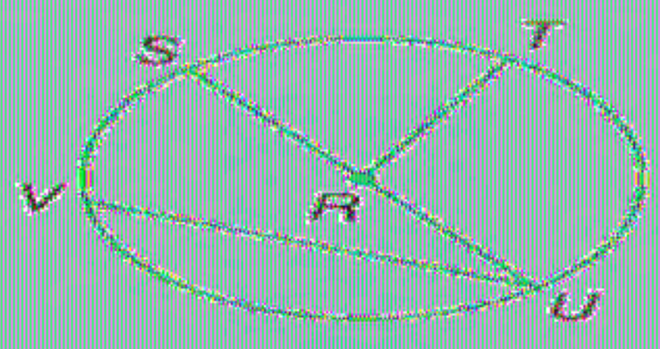


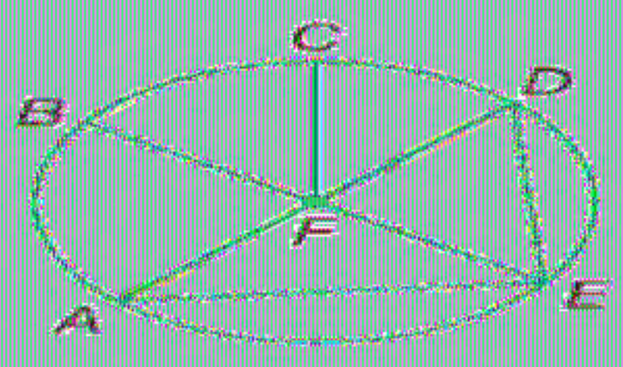

D
E
N
C
F


C
G
B
A
P




8 cm
12 cm

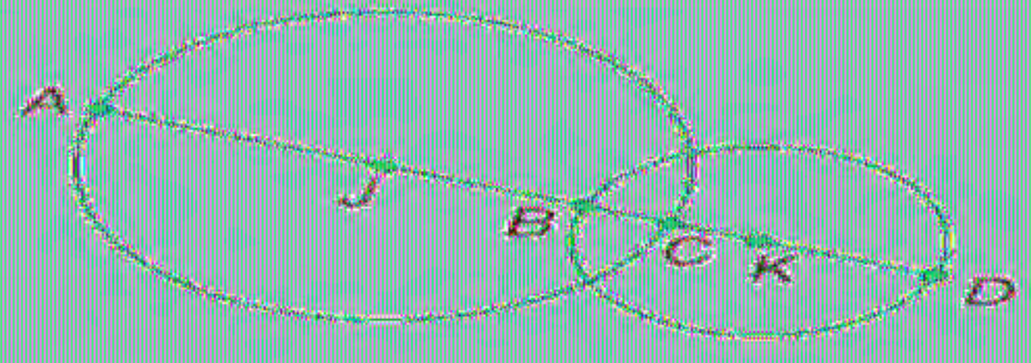

S
T
V
R
U


C
B
D
F
A
E

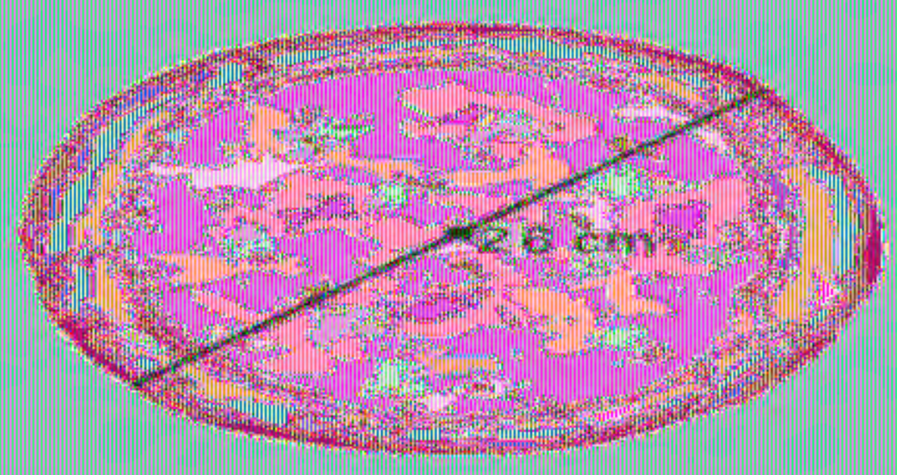
نصف قطر
باسات.

18. CK

20. JK



المرضحة.



26 cm.

ـا جزء من

ما. وقرب إلى أقرب مئة.

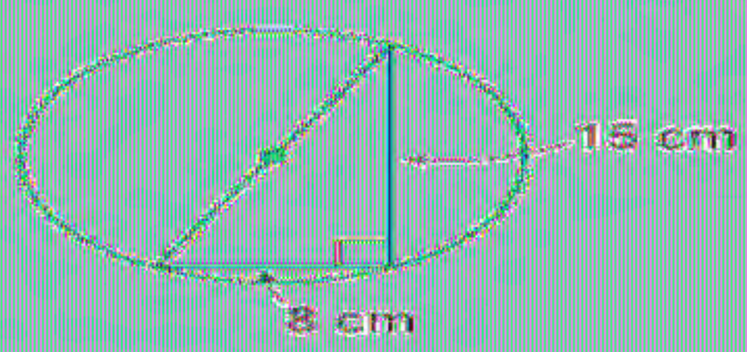
24. $C = 18$ cm

25. $C = 124$ m

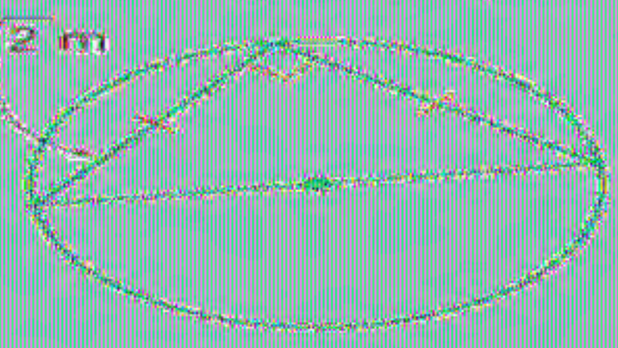
26. C

استخدام المضلع المحيط لها أو المحاط بها.

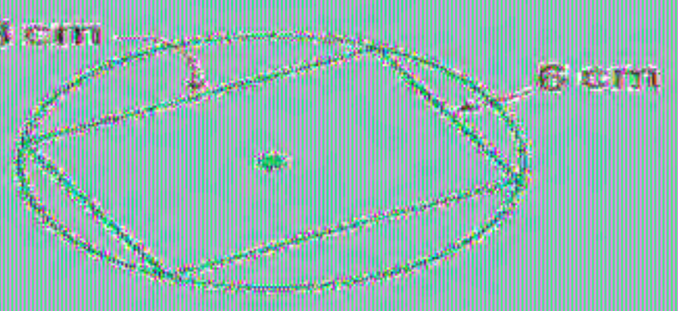
28.



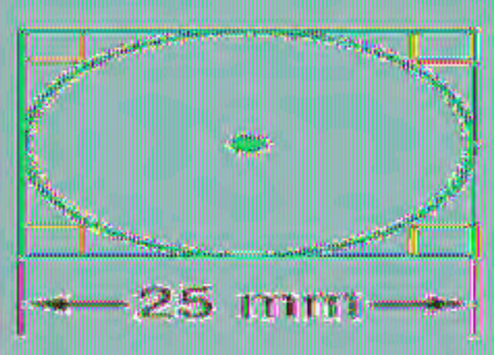
29. $6\sqrt{2}$ m



31.

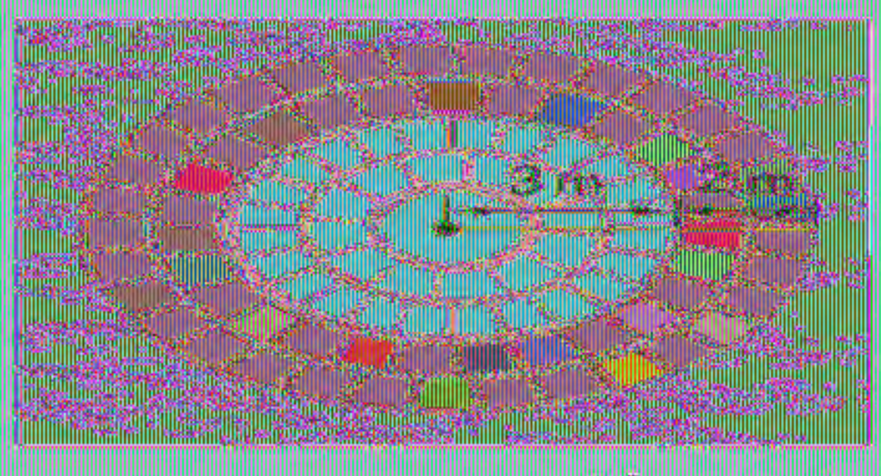


32.



لف المعتاد؟ باستثناء استخدام قرص طائر بدلاً من الكرة والعصا.
ص بالجرامات. 8.3 أمثال القطر بالسنتيمتر. فما هو أقصى وزن
رب جزء من عشرة.

رصوف الموضح.



الداخلية مضروبا
قطر الدائرة

أوجد كلا من القياسات المجهولة مقربًا إلى أقرب

36. $d = 8\frac{1}{2}$ cm, $r =$ ___?___, $C =$ ___?___

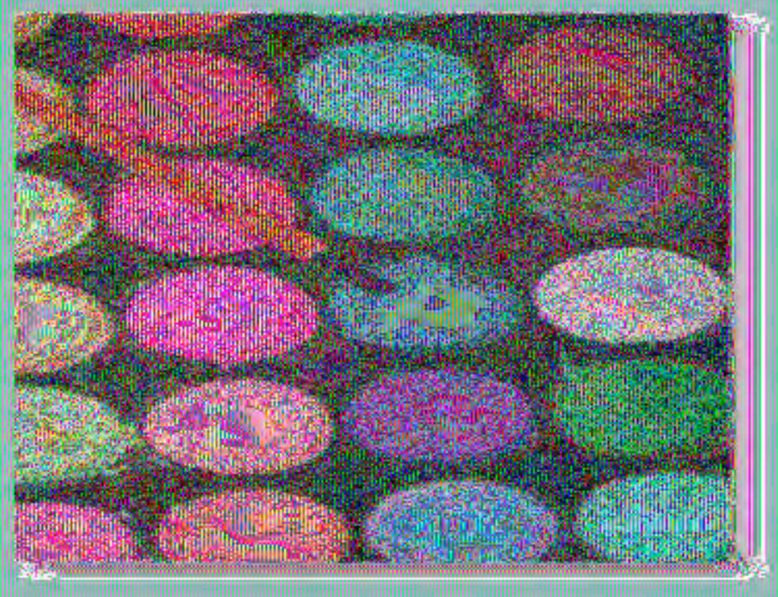
37. $r = 11$

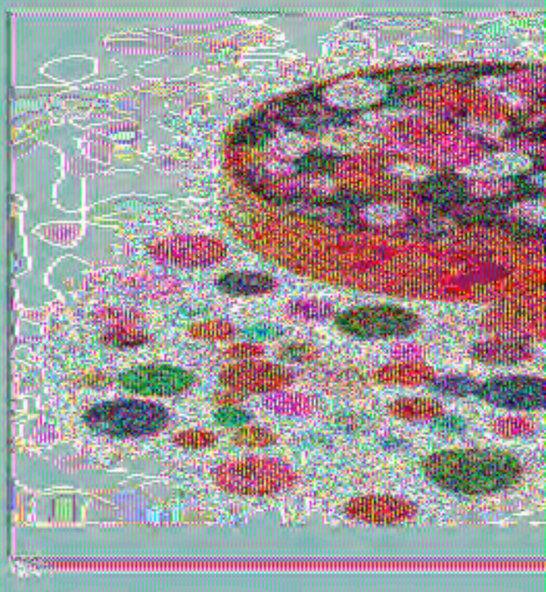
38. $C = 35\pi$ cm, $d =$ ___?___, $r =$ ___?___

39. $r = \frac{2}{3}$,

...دقاء خيمي متطابقة أم متحصنة للبركة أم غير ذلك.

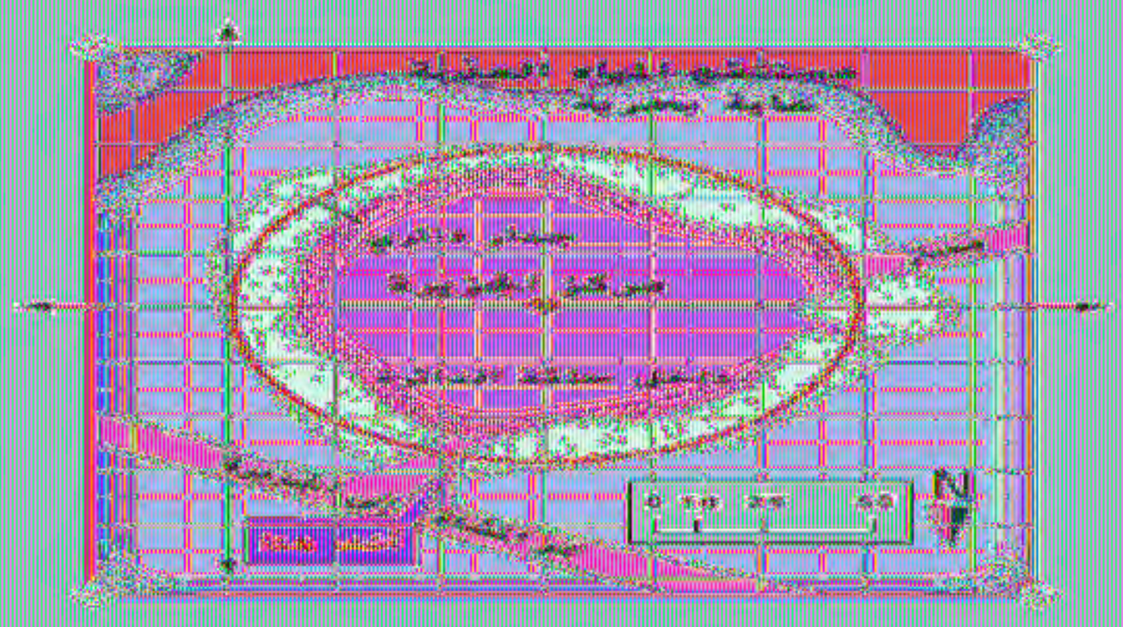
42.





...ر. فإذا كانت
...فيا المسافة
...ن الحافة بكاملها؟

...حول بركة دائرية.
...حافة الخارجية
...هو المحيط.



...هذه المسألة عملية خطيرة.

...ة دوائر يساوي معامل التشابه بين كل دائرة والدائرة

...رة (صغرها إلى أقرب عشر) ومحيطها (مقربا إلى أقرب

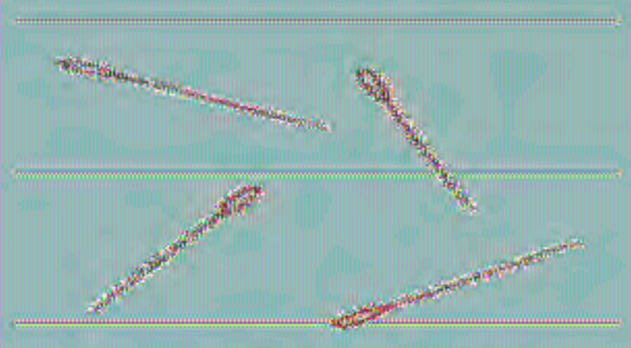
...دوائر الثلاث ستكون متشابهة هندسيا.
...قرتين حين تكون النسبة بين نصفي قطريهما 2.

...A⊙ إلى الدائرة B⊙ يساوي $\frac{1}{3}$. اكتب معادلة تربط
...) للدائرة B⊙.

...الدائرة A⊙ إلى الدائرة B⊙ يساوي $\frac{1}{3}$ وكان
...يط الدائرة B⊙؟

...الأسنان) ℓ بالسنتيمتر.
...يعطيها المسافة ℓ بالسنتيمتر؟

...رة على الورقة، سجل إن
...مرات إصابة الخط بعد

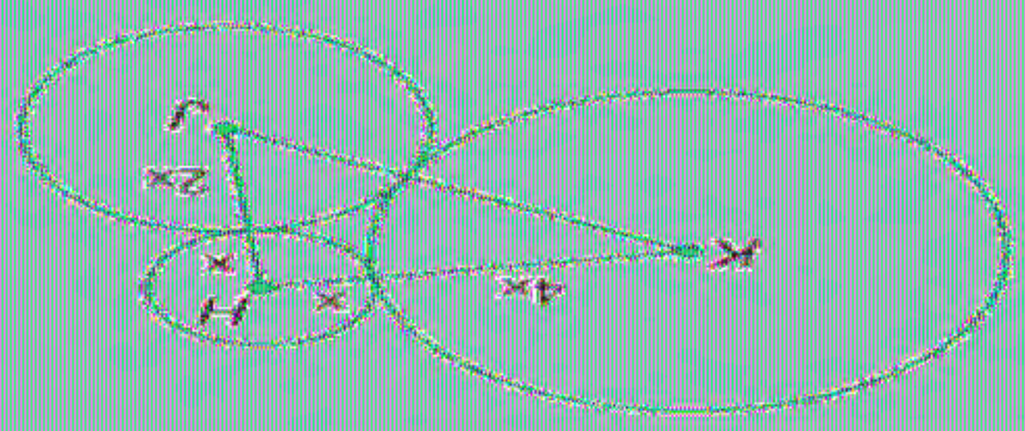


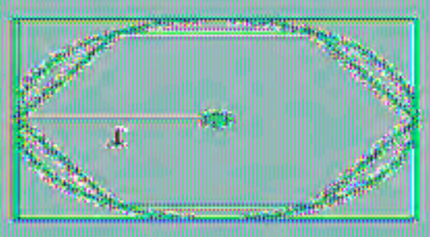
...وحظ وبين عدد مرات إصابة السهم بعد 25 و 50 و 100 عملية

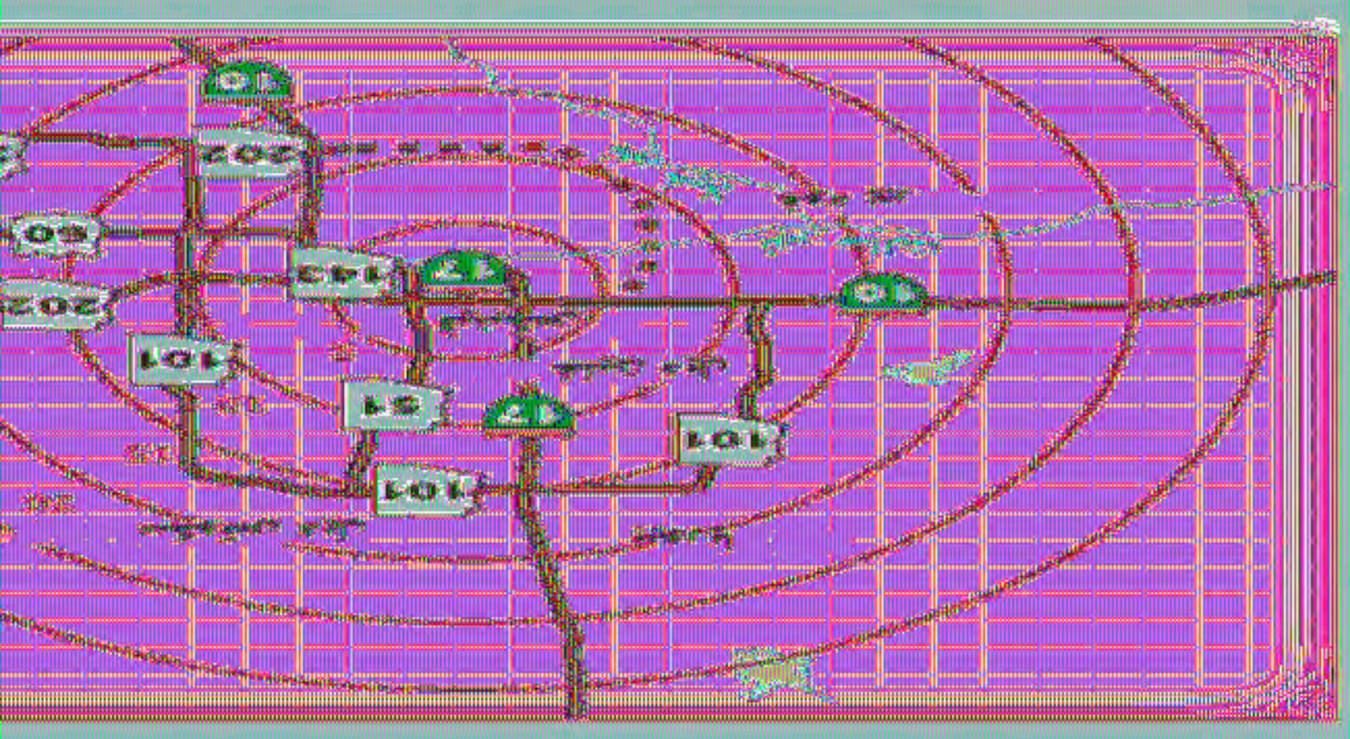
...الجزء b فيما يتعلق بـ π؟




M
N
P
8 cm


A
B
C
D
E
F
G
H
x
x
x
x
x
x


A
B


O1
O2
O3
O4
O5
O6
C1
C2
L1
L2
L3
L4
L5
L6
L7
L8
L9
L10
L11
L12

57. الجبر يخطط عمر بستانا دائريًا لزراعة الخضروات، مع وجود سور يطوق حدود البستان. فإذا كان يسمح له أن يستخدم طولاً يصل إلى 50 m من أجل السور، فما هو نصف القطر الذي يمكنه استخدامه لتشييد البستان؟

F 10　　G 9　　H 8　　J 7

58. SAT/ACT ما هو نصف قطر دائرة مساحتها $\frac{\pi}{4}$ بالوحدات المربعة؟

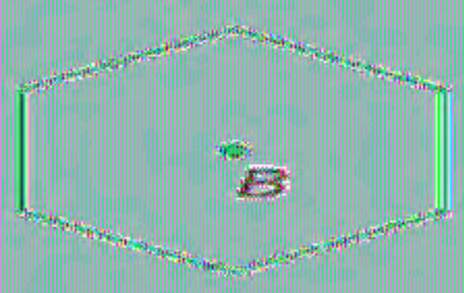
A 0.4 وحدات　　D 4 وحدات

B 0.5 وحدات　　E 16 وحدات

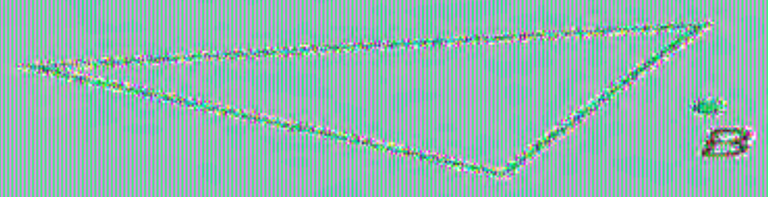
C وحدتان

اسم صورة الشكل الذي مركزه B بعد تغيير الأبعاد وفق

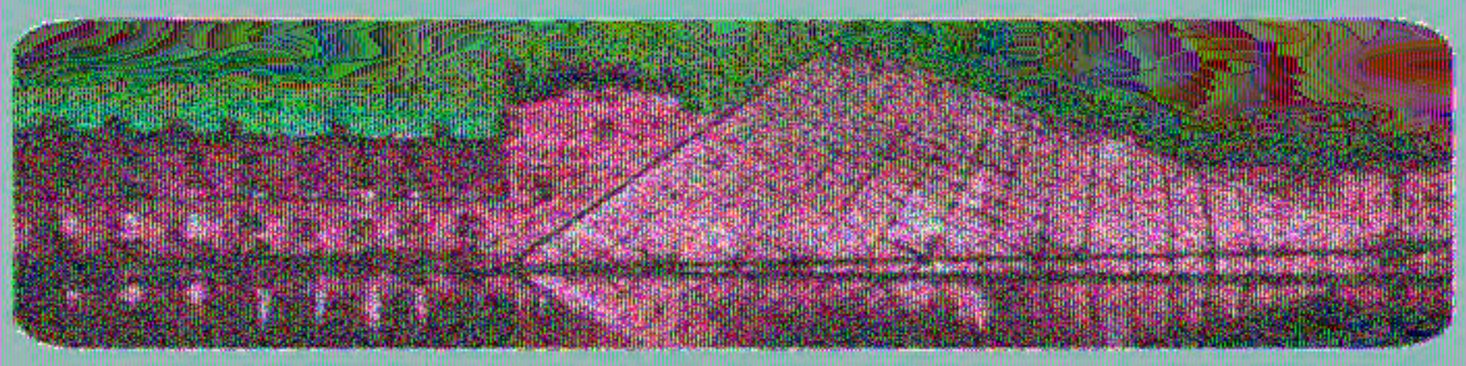
59. $r = \frac{1}{5}$

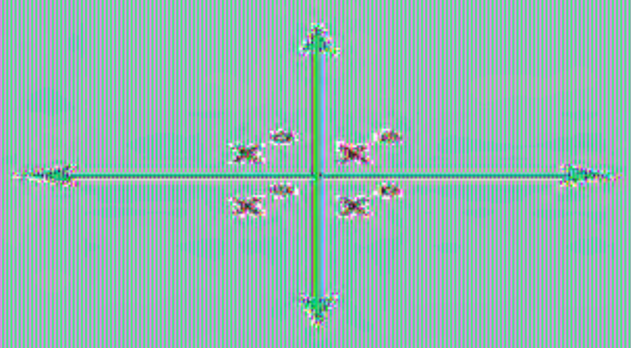


60. $r = \frac{2}{5}$

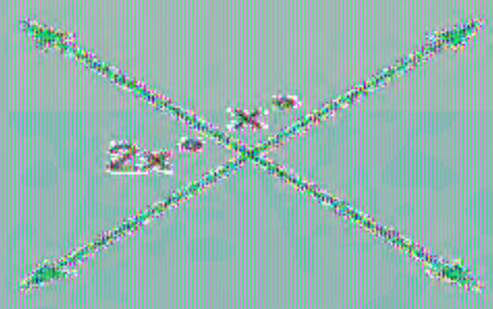


61.





65.



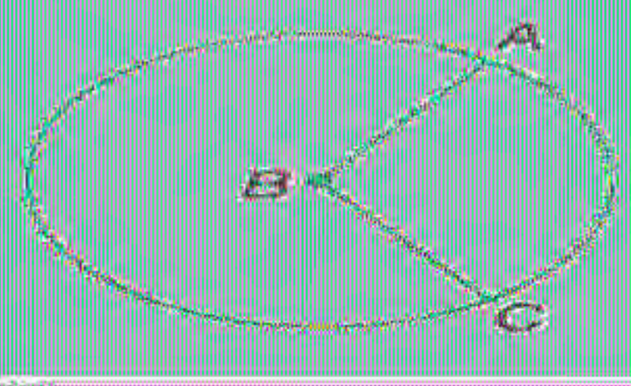
66.



...ط والدوائر

...ي هي العالم الموضح عليه
...ة ومحيطها بعضها وتبعد
...احة واحدة. تختلف
...م أعطياها على شاشة
...الزاوية المركزية المشكلة
...ي مجسطي. مثالميوس هي

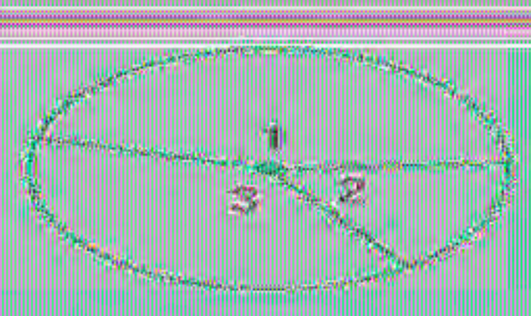
...ة في دائرة هي زاوية يقع رأسها
...ط في الدائرة. الزاوية $\angle ABC$ هي



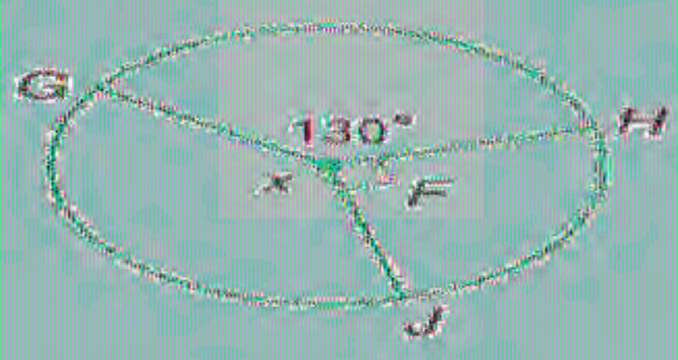
...المركزية

...ركزية في دائرة
...متحركة بمقدار 360.

$m\angle 1 + m$



...ية



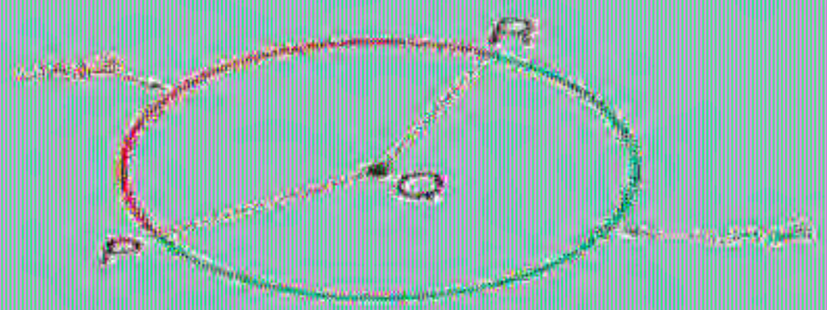
$m\angle GFH + m\angle HFJ + m\angle GFJ =$
$130 + 90 + m\angle GFJ =$
$220 + m\angle GFJ =$
$m\angle GFJ =$

1A.



1B.





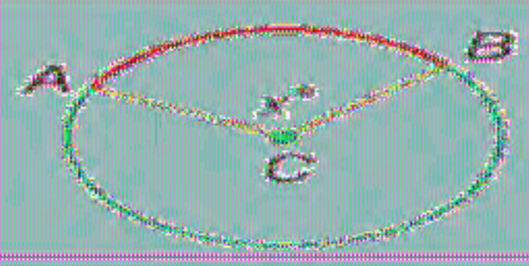
...ين (تنبيه)

...ط.

الأقواس

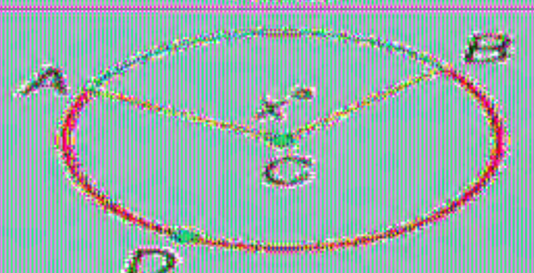
قياس القوس الأصغر أقل من 180 ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة.

$m\overset{\frown}{AB} = m\angle ACB = x$



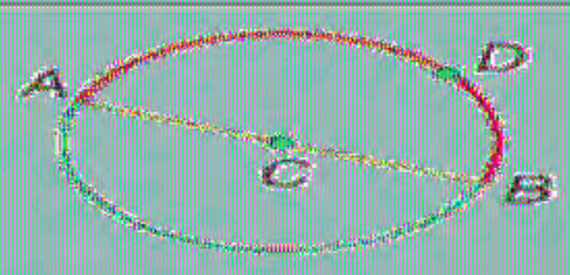
قياس القوس الأكبر أكبر من 180، ويساوي 360 ناقصا قياس القوس الأصغر الذي له النقطتان الطرفيتان نفسيهما.

$m\overset{\frown}{ADB} = 360 - m\overset{\frown}{AB} = 360 - x$



يساوي قياس نصف الدائرة 180.

$m\overset{\frown}{ADB} = 180$



إيجاد قياسها

إن كان كل قوس قوسا أكبر أو أوجد قياسه.



$m\overset{\frown}{GH} = m\overset{\frown}{HJ}$ أو 122.

c. $m\overset{\frown}{GJ}$

$\overset{\frown}{GJ}$ نصف دائرة

إذا $m\overset{\frown}{GJ} = 180$.

$m\overset{\frown}{GHJ} = 360 - m\overset{\frown}{GH}$

$= 360 - 122$ or 2

حدد إذا كان كل قوس قوسا أكبر .. ثم أوجد قياسه.



2A. $\overset{\frown}{MQ}$

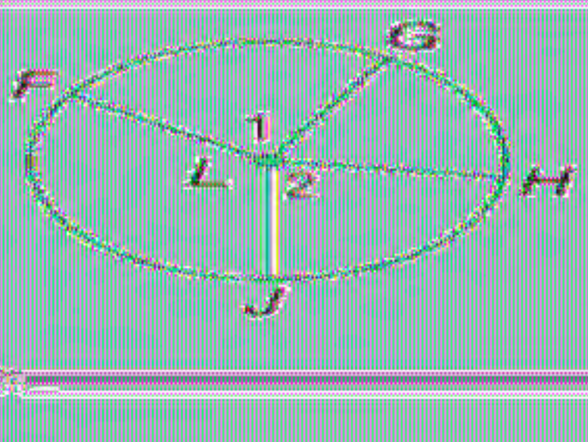
2B. $\overset{\frown}{MNP}$

في الدوائر نفسها أو في دوائر متطابقة لها القياس نفسه.

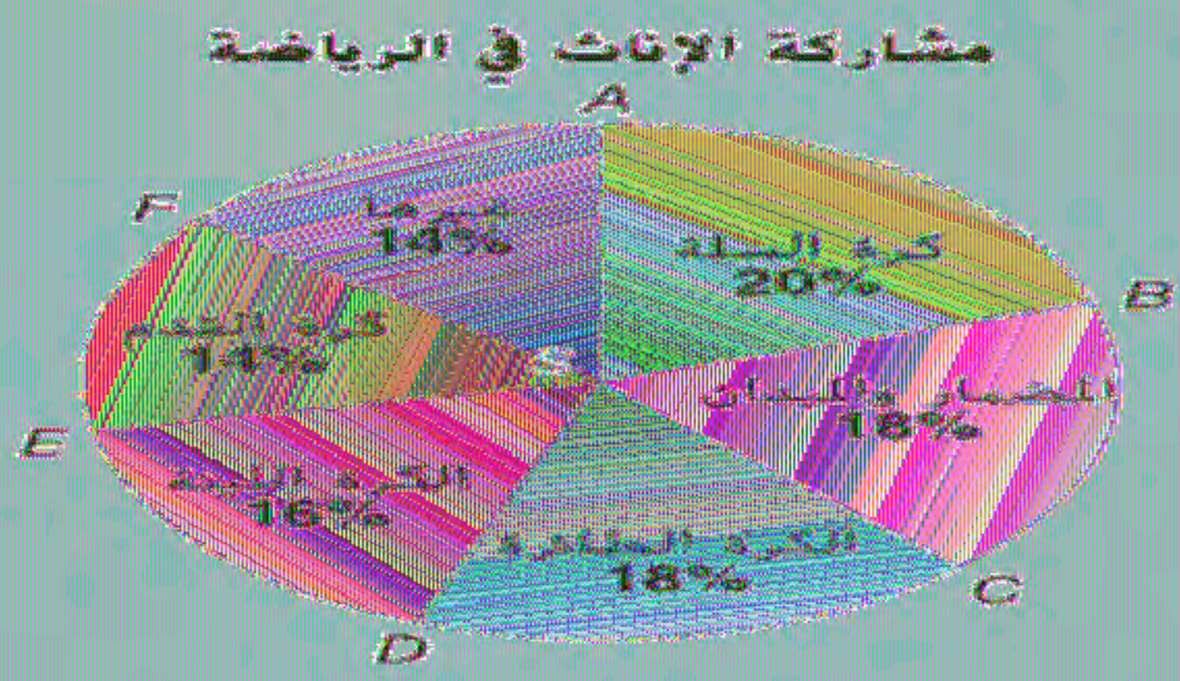
ة أو في دائرتين متطابقتين، بتطابق قوسان ل إذا كانت زاويتاهما المركزيتان متطابقتين.

ق. فإن $\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{KJ}$

ه فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.



... خماسي ، الخواص من الاستنتاجات الهندسية للدوائر



...رة. وأوجد

...m

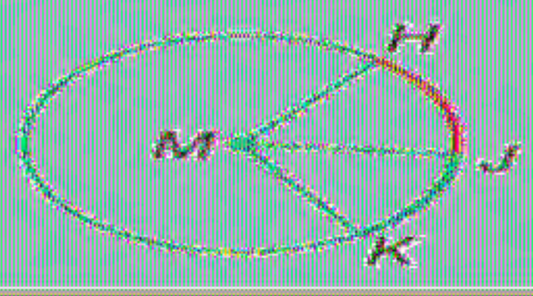
...18 من الدائرة.

...m∠CSD = 0

... = 6

...لعبة المضمار
...المركزيتان
...تطابقتان.

...رة لهما قطعة مشتركة واحدة $\overline{M}$.
...تجاوران. وكما في حالة الزوايا المتجاورة.

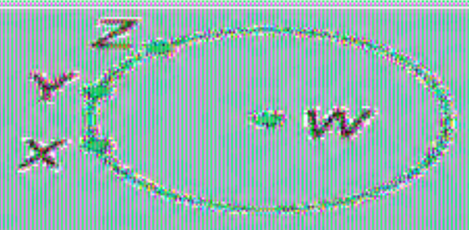


3A. $m\overset{\frown}{EF}$

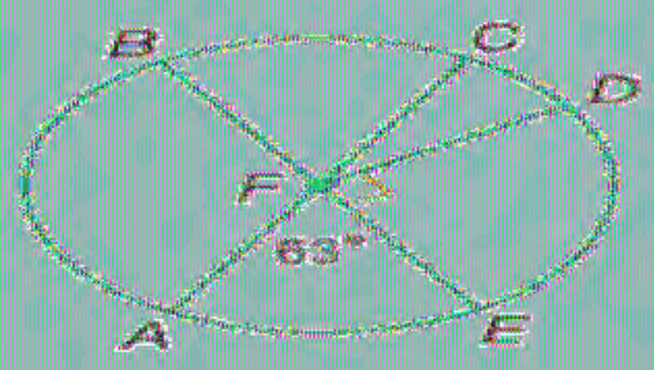
3B. $m\overset{\frown}{EA}$

...ياضي

...ن قوسين متجاورين
...ين.



... في هندسة الدوائر



c.

a. $m\overset{\frown}{AED}$

$m\overset{\frown}{AED} = m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{ED}$

$= m\angle AFB + m\angle EFD$

$= 63 + 90$ or 153

b. $m\overset{\frown}{ADB}$

$m\overset{\frown}{ADB} = m\overset{\frown}{AE} + m\overset{\frown}{EDB}$

$= 63 + 180$ or 243

4A. $m\overset{\frown}{CE}$

4B. $m\overset{\frown}{ABD}$

هو المسافة بين النقطتين الطرفيتين على طول قوس. وتقاس بالوحدات
من دائرة. فإن طوله يساوي جزءً من محيطها.

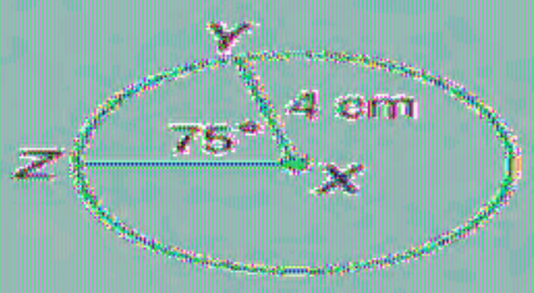
طول القوس

طول القوس هو المسافة بين النقطتين الطرفيتين على طول قوس. وتقاس بالوحدات من دائرة. فإن طوله يساوي جزءً من محيطها.

مثال 4 إيجاد طول قوس

أوجد طول القوس في كل دائرة.

a.

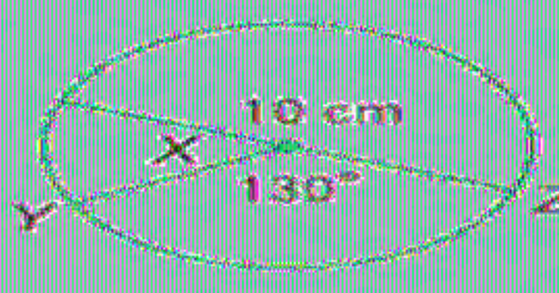


$$\ell = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$$ صيغة طول القوس

$$= \frac{75}{360} \cdot 2\pi(4)$$ بالتعويض

$$\approx 5.24 \text{ cm}$$ باستخدام الآلة الحاسبة.

b.

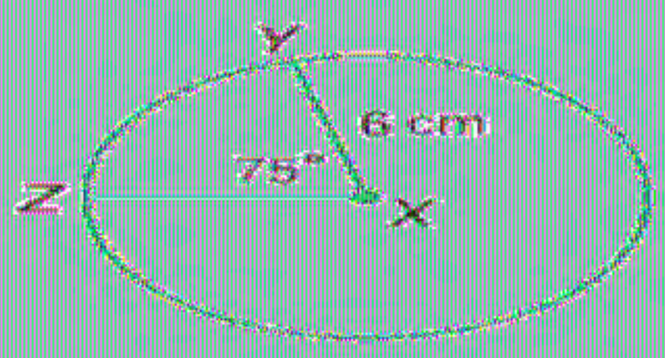


$$\ell = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$$ صيغة طول القوس

$$= \frac{130}{360} \cdot 2\pi(10)$$ بالتعويض

$$\approx 22.69 \text{ cm}$$ باستخدام الآلة الحاسبة.

c.



$$\ell = \frac{\theta}{360} \cdot 2\pi r$$ صيغة طول القوس

$$= \frac{75}{360} \cdot 2\pi(6)$$ بالتعويض

$$\approx 7.85 \text{ cm}$$ باستخدام الآلة الحاسبة.

تحقق من فهمك

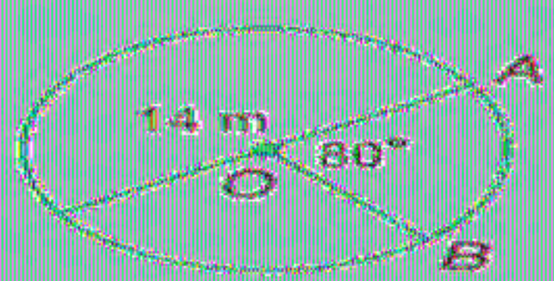
لديك 75 في كلا المثالين 5a و 5c. ولكن طولي القوسين مختلفان. ويعود
ذلك لأنهما قطع مختلفان.

أوجد طول القوس. ثم أوجد أقرب جزء من مئة.

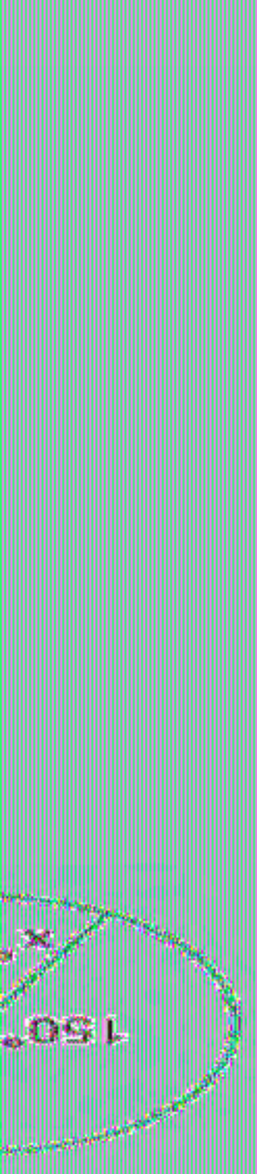
5A.

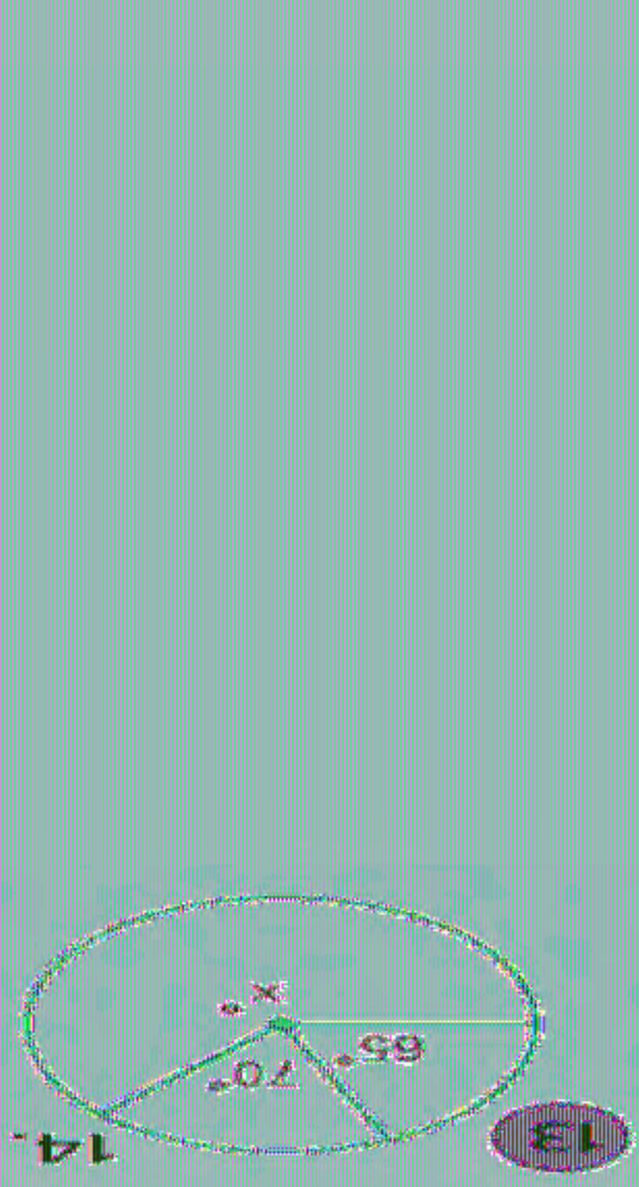


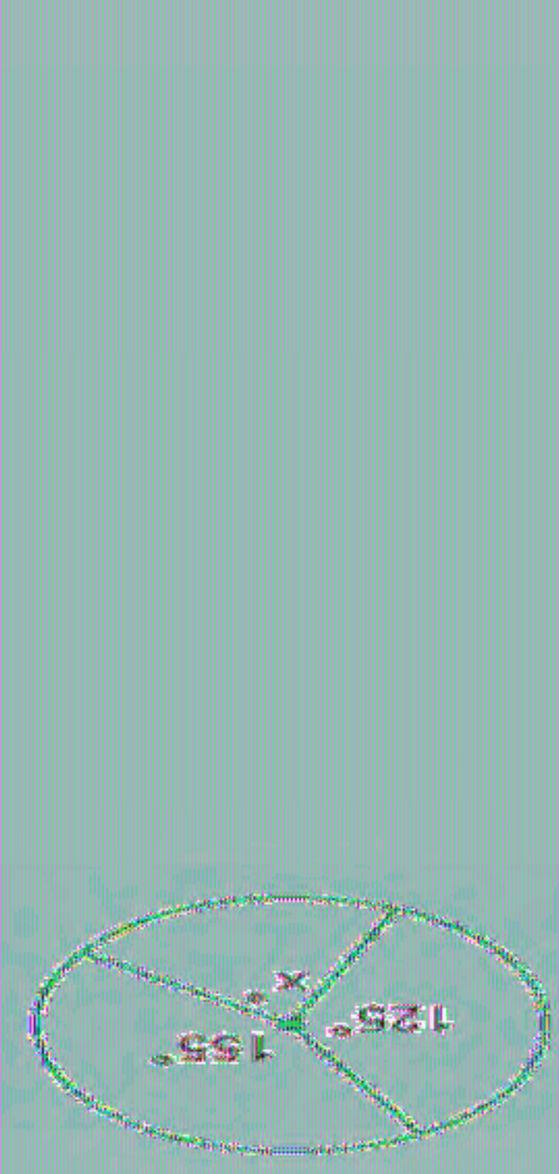
5B.

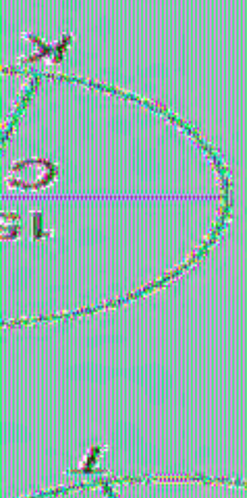


5C.

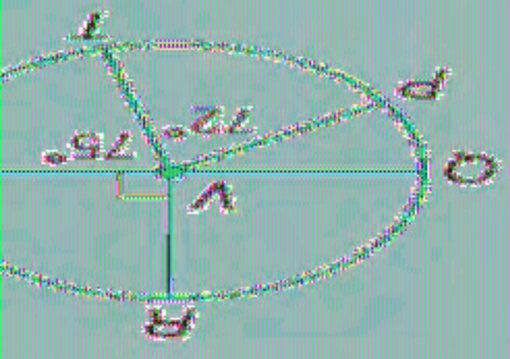


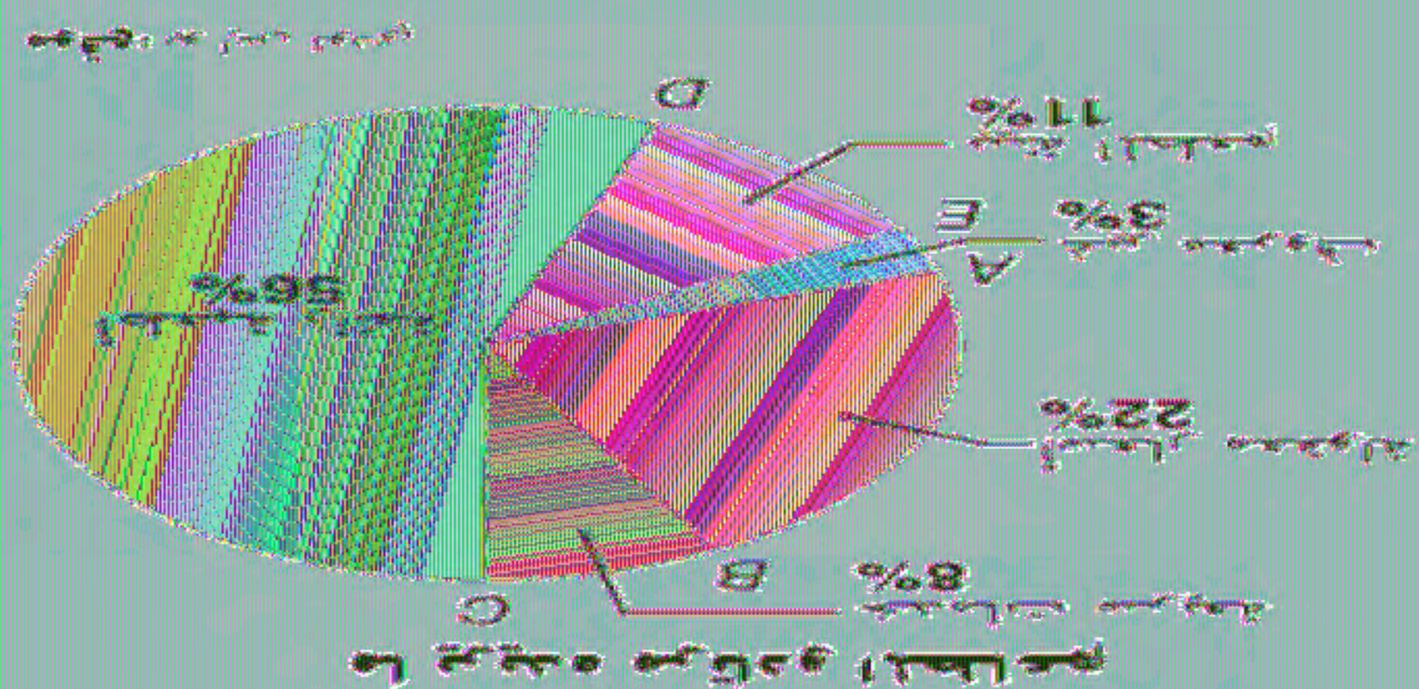


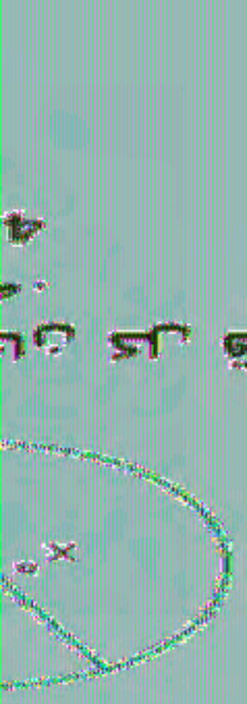


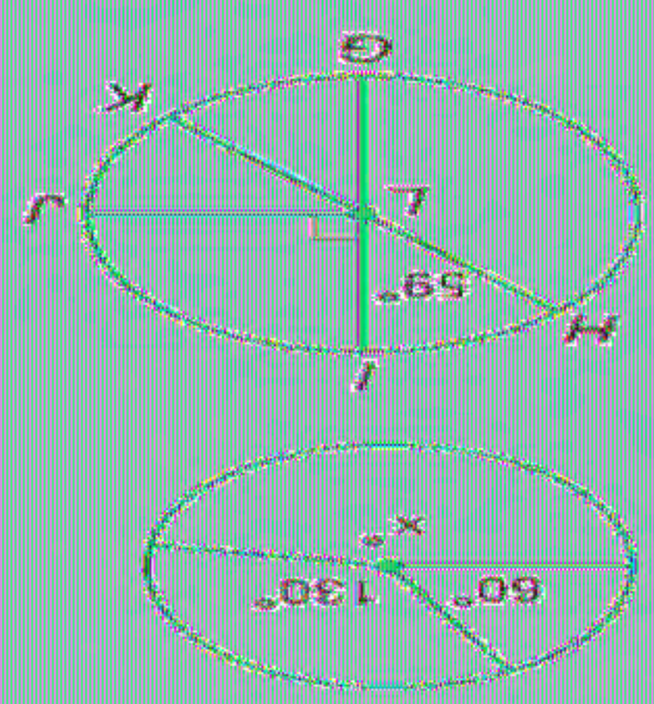




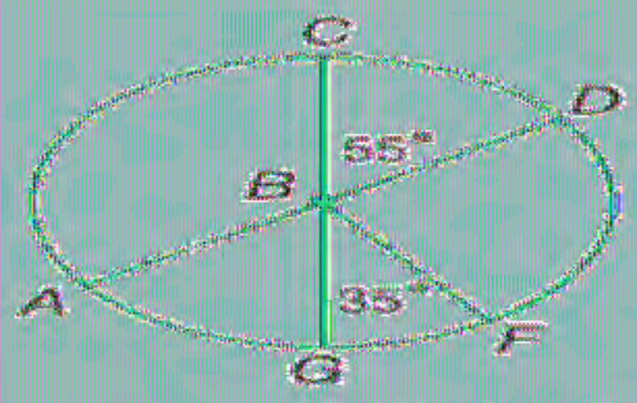








كل قوس قوسا أكبر أو قوسا أصغر



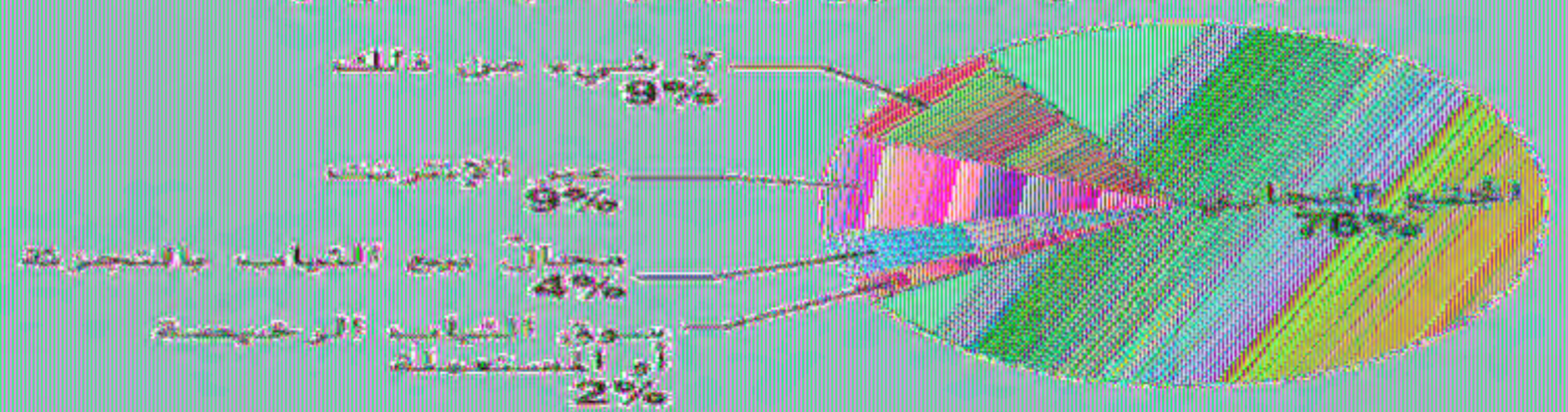
16. $m\overset{\frown}{CD}$
17. $m\overset{\frown}{AC}$
19. $m\overset{\frown}{CCD}$
20. $m\overset{\frown}{GCF}$
22. $m\overset{\frown}{AG}$
23. $m\overset{\frown}{ACF}$

مثل فيه
بالنسبة إليهم.
التجاري

جمع التجاري"

ل الباحي؟

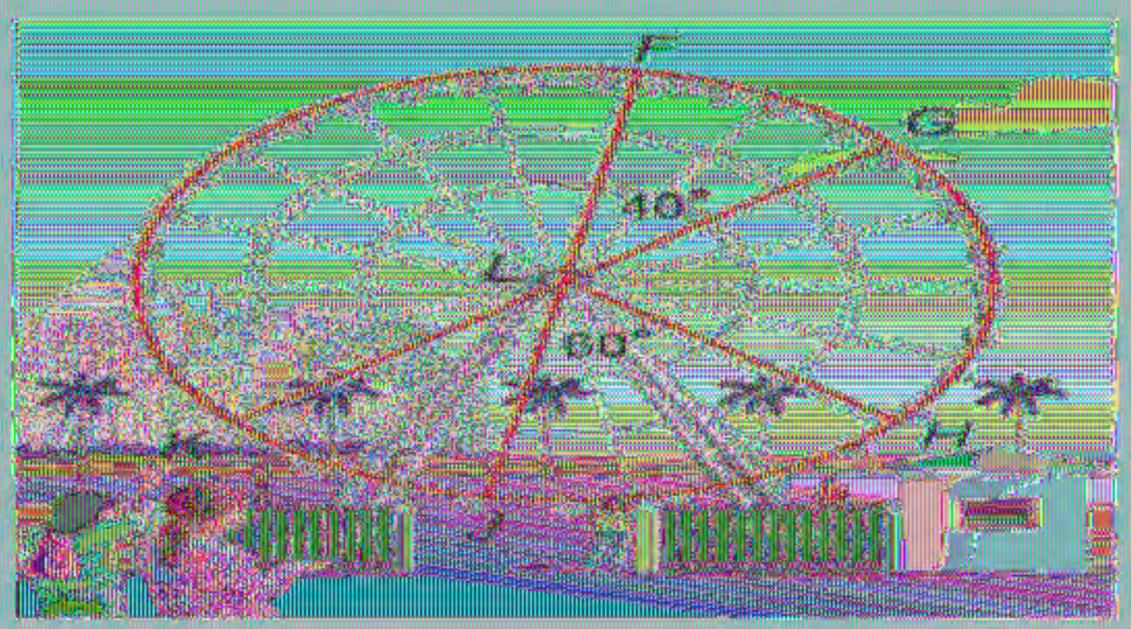
أفضل الأماكن للتسوق بغرض شراء الثياب



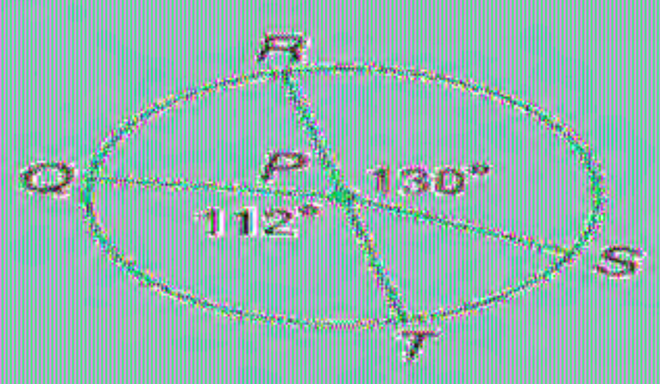
المصدر: الجمعية الأمريكية لعلم النفس العيادي	
هل تأكل طعامًا سقط على الأرض؟	
ليس من الآمن تناوله	78%
ثلاث ثوان*	10%
خمس ثوان*	8%
عشر ثوان*	4%

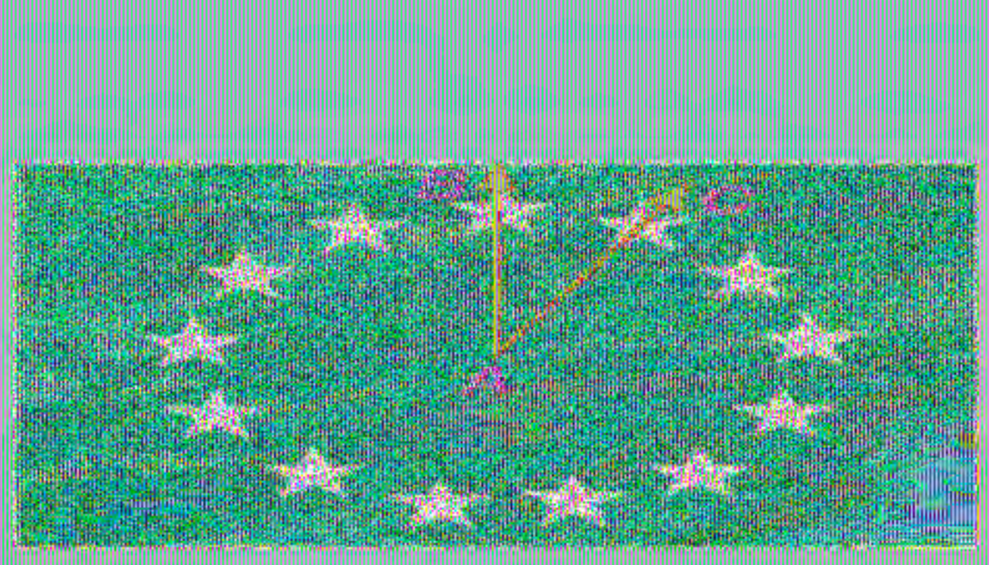
المصدر: الجمعية الأمريكية لعلم النفس العيادي
* طول زمن بقاء الطعام على الأرض.

جاد قياس كل



26. $m\overset{\frown}{FG}$
28. $m\overset{\frown}{FKI}$
30. $m\overset{\frown}{GHI}$
32. $m\overset{\frown}{HK}$
34. $m\overset{\frown}{KFH}$





إحاطتك.

طول القوس من



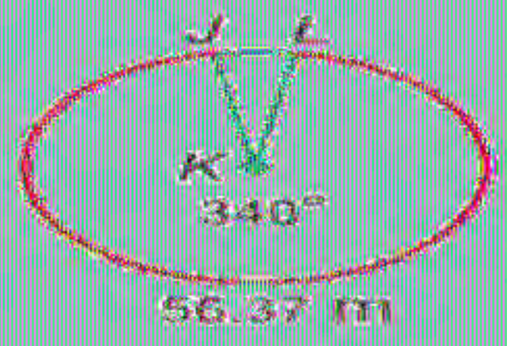
دائرة مقسمة إلى
ري. وتستخدم

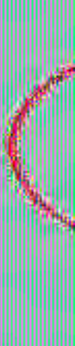
ون والطماطم

جة الواحدة؟

ي إلى أقرب مئة

47. نصف قطر الدائرة K ⊙





.m∠HCD = 6x



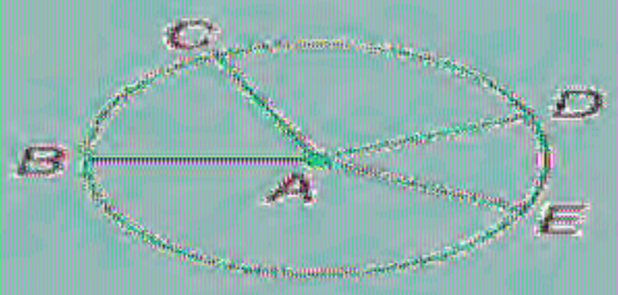
48. m

49.

1 خصص دائري، كما هو موضح في الرسم التخطيطي.

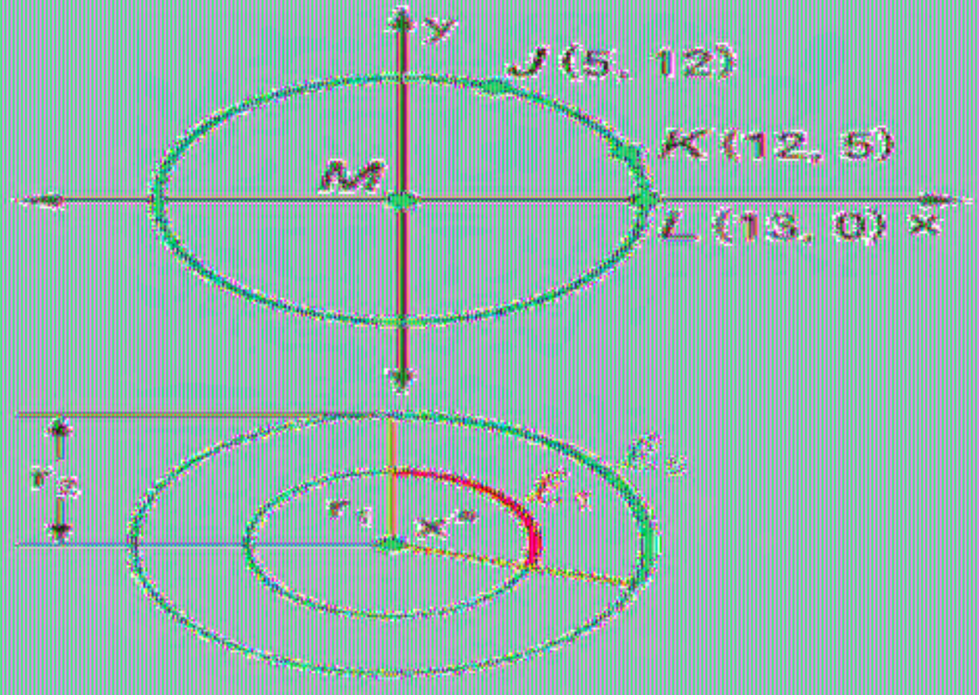


آخر بـ جزء من بستة.



لنقطة M عند نقطة الأصل.
ب كل قياس خطي إلى آخر
ة مئوية.

mK .c

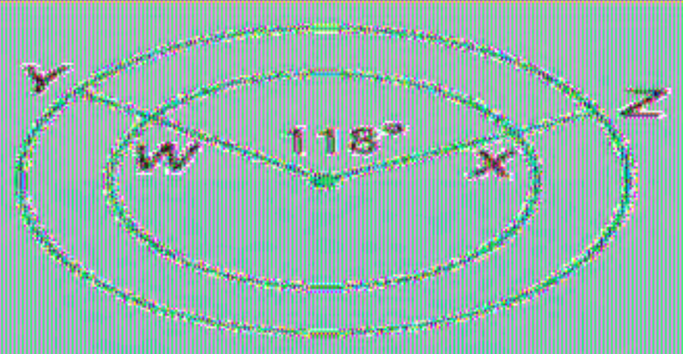


لة، سوف نستخدم دائرات
حصره زاوية مركزية في

ن طولي القوس ℓ_1 والقوس ℓ_2.

عتمدًا لشرح السبب في أن طول
ائرة يتناسب مع نصف قطر الدائرة r.
كيل، $\frac{\ell_1}{r_1} = \frac{\ell_2}{r_2}$.
ستخدم هذين التعبيرين لتحديد ثابت التناسب k في $\ell = kr$.
ز، c يعطي قياس زاوية بالراديان. فاستخدمه لإيجاد القياس بالراديان

كيب الدائرية

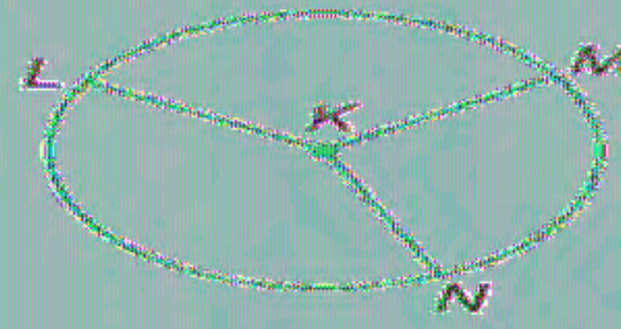


لا يتطابقان
ة خمسة.
ا على

صحيحة أحيانًا أو دائمًا أو غير صحيحة على الإطلاق.

يل لها قوس أكبر.

ة دائرة على قياس نصف القطر.



ة 5:3:4. أوجد قياس كل قوس.

ة ثلاث نقاط على محيطها. فكر قياس الأقواس الثلاثة غير
قياس كل قوس. وحوّل قياس الأقواس على دائرتك.

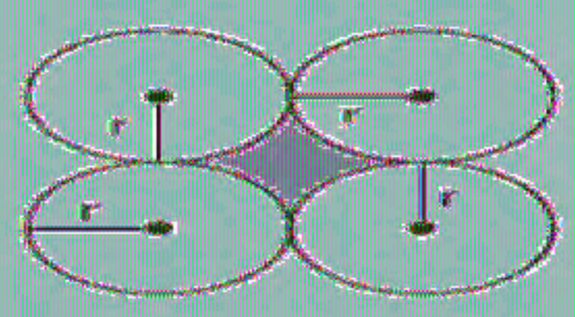
تقارب هو 8:10. فما قياس الزاوية التي يشكلها عقربا

مختلفة للأقواس في دائرة إضافة إلى طريقة إيجاد قياس كل منها.

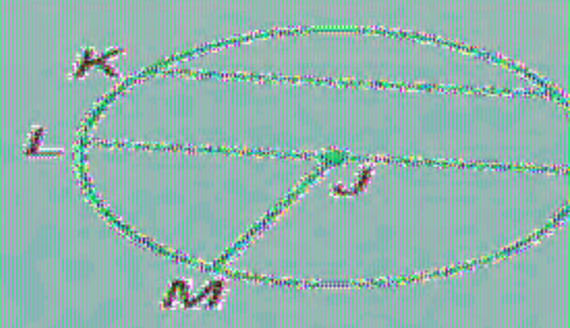
65. **الجبر** يمثل عرض مستطيل بـ x وطوله بـ y. فما التعبير الذي يمثل مساحة المستطيل على النحو الأفضل إذا ضوعف طوله وعرضه ثلاث مرات؟

F $3xy$
G $3(xy)^2$
H $9xy$
J $(xy)^3$

66. SAT/ACT ما هي مساحة المنطقة المظللة إذا كان $r = 4$؟



A $64 - 16\pi$
B $16 - 16\pi$
C $16 - 8\pi$
D $64 - 8\pi$
E $64\pi - 16$

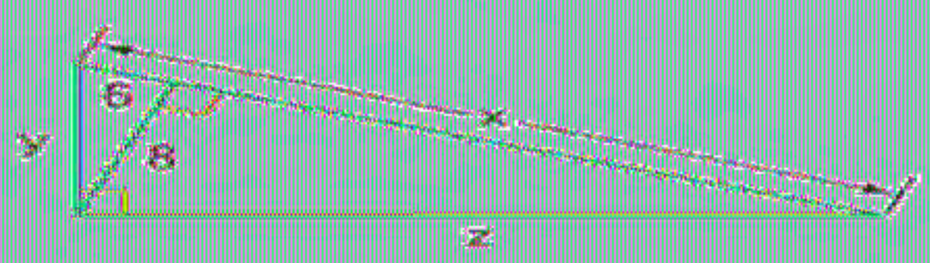


نقطة الأصل ووفق معامل المقياس المعطى.

70. $X(-1, 2)$, $Y(2, 1)$, $Z(-1, -2)$; $r = 3$



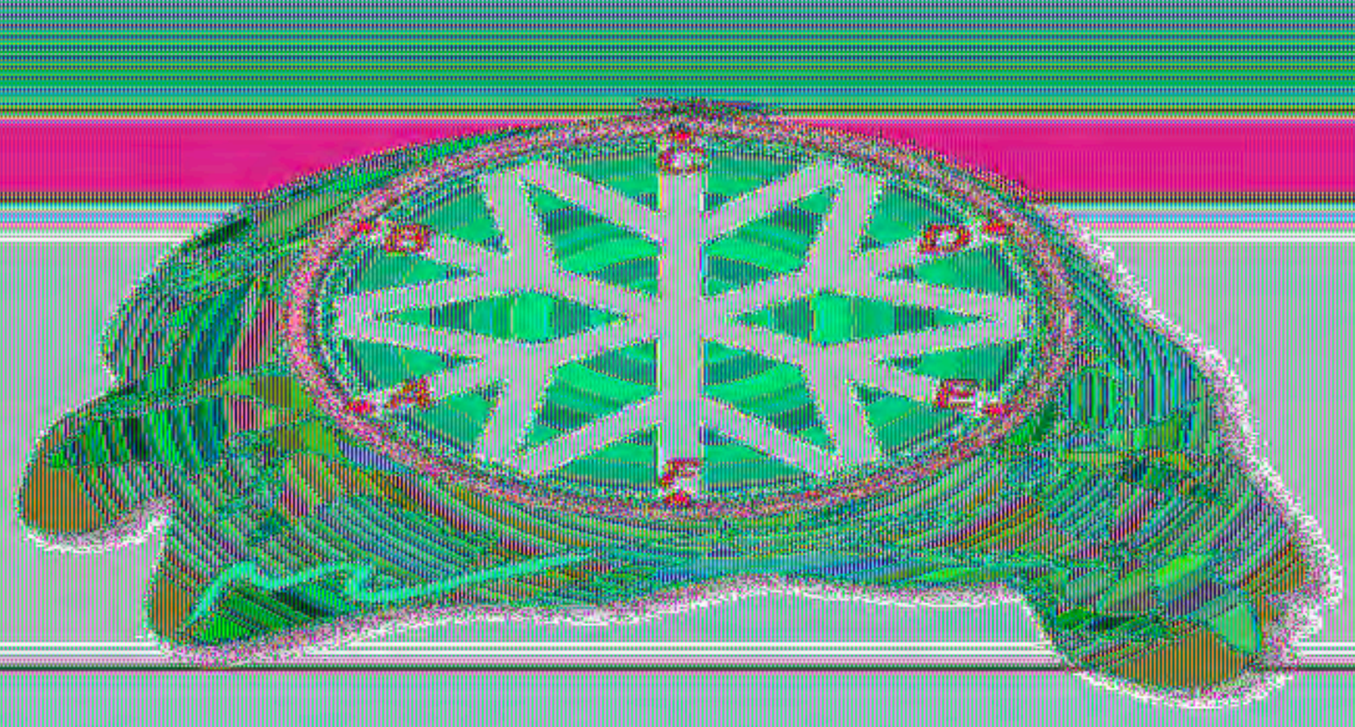
73.



$\frac{RD}{AE}$ هي
ه
صف الملعب

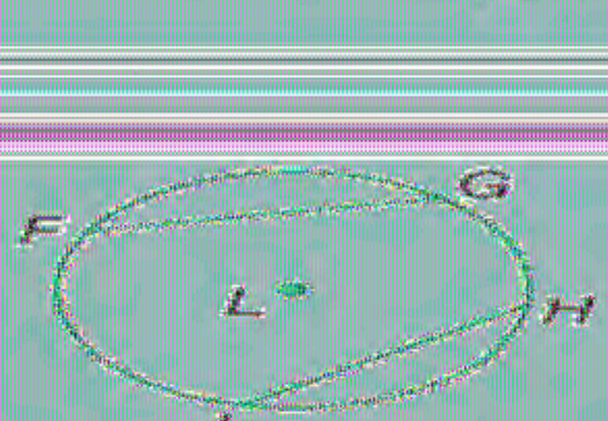
75. $24^2 + x^2 = 26^2$

76. $x^2 + 5^2 = 13^2$



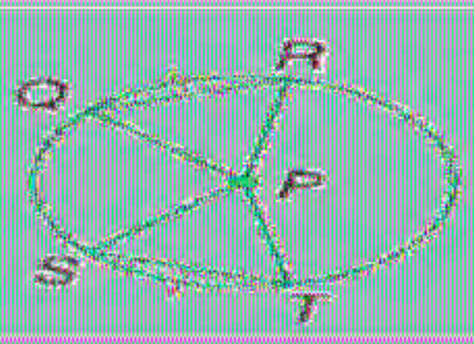
طارات المتطابقين في
باطة الملاحف والتطريز
والمادي. كل منطقتين
ي فرقة الثلج السبعة هما
رقيشان لوتو وفوس في
ه.

و قطعة مستقيمة تصل نقطتاها الطرفيتان على محيط الدائرة. وإذا لم يكن
يقسمان القطعة إلى قوس أكبر وقوس أصغر.



ة أو في دائرتين متطابقتين، بتطابق
تطابق إذا كان وتراهما المتناظران

ذا كان $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$.

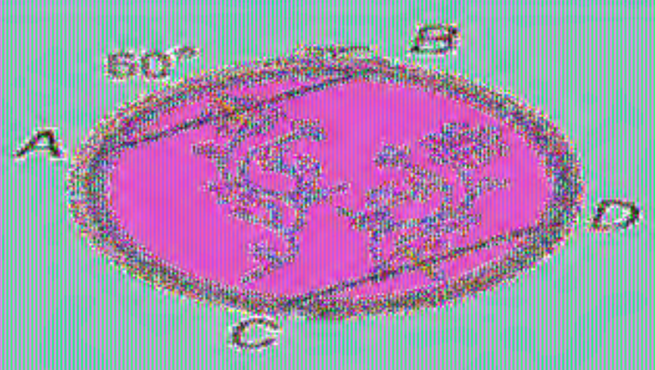


المبرهنات

1. المحطبات
2. إذا كان قوسان متطابقين في دائرة، فإن زاويتيهما المركزيتان المتطابقتان في.
3. جميع أنصاف الأقطار في دائرة متطابقة.
4. ضلع–زاوية–ضلع
5. مسلمة تطابق الأجزاء المتناظرة في المثلثات المتطابقة

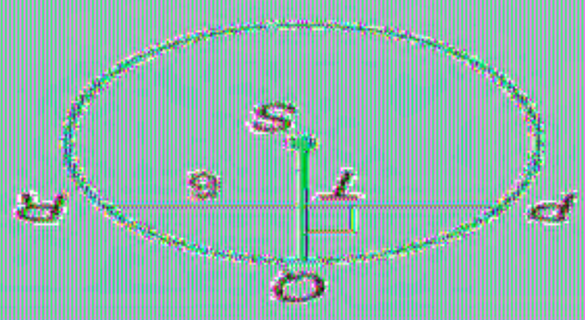
أستخدام الأوتار المتطابقة لإيجاد قياس قوس

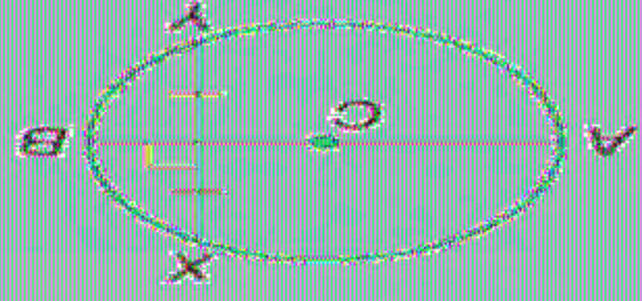
$\overline{AB} \cong$ ، $m\overset{\frown}{AB} = 60$ و.

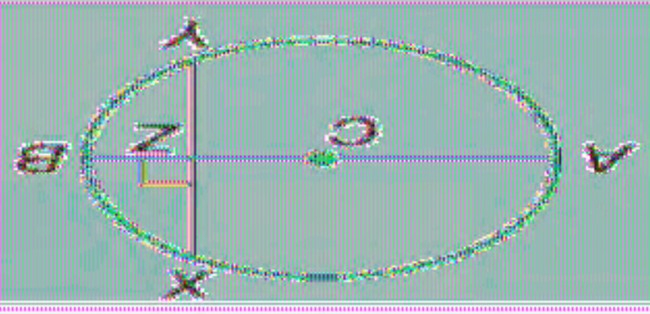


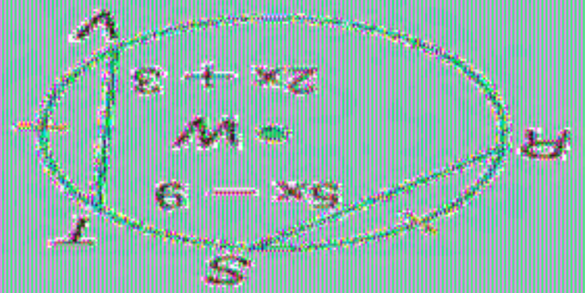
ن القوسين $\overset{\frown}{AB}$ ، $\overset{\frown}{CD}$ متطابقان.

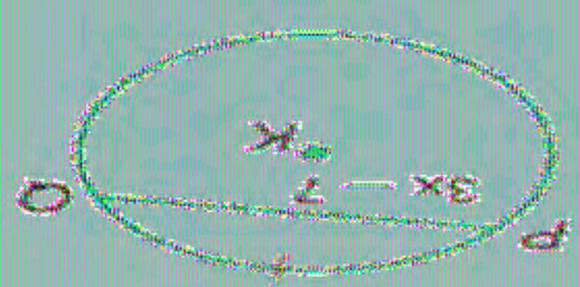
ن المثلثين، فأوجد $m\overset{\frown}{CD}$.

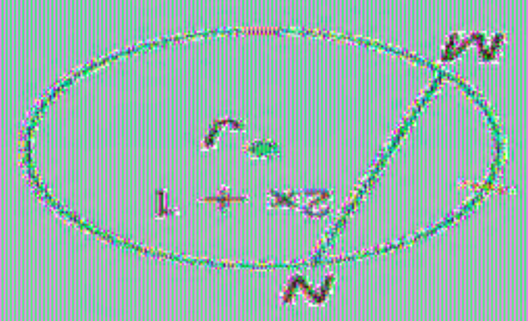

S
a
b
d
o


A
a
o
b
x

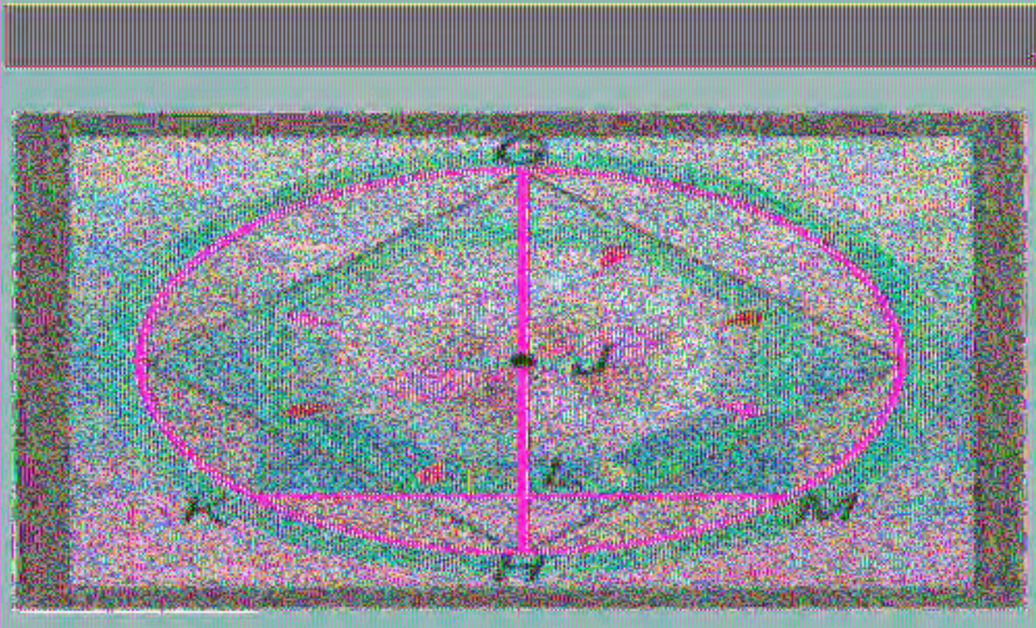

A
a
z
o
b
x


A
ε + xz
M
6 — xs
L
S
b


o
x
ε — xs
+
d


M
r
l + xz
N

مثال استخدام نظرية فيثاغورس لحل مسألة حياتية



صنعت نافورة مائية على شكل نصف كرة مجوفة من الزجاج الأملون، قطرها 30 m ويساوي الوتر $\overline{KM}$



، فإن $JH = 15\text{ cm}$. جميع أنصاف أقطار دائرة متطابقة.

وجد على $\overline{GH}$، $\overline{KM}$ بحيث تكون $\overline{KM}$ بموجب $\frac{1}{2}$ $\overline{KL}$ أو 11 cm.

ورس لإيجاد قيمة JL.

نظرية فيثاغورس

$JK = 15$ و $KL = 11$

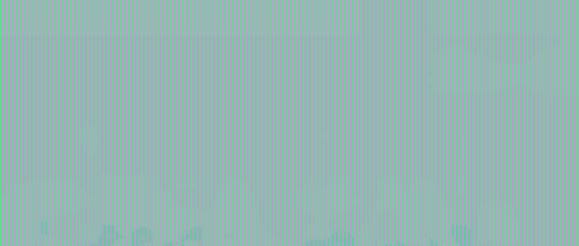
بسيط.

يتبقى 121 حتى يصل مجموعهما إلى 225.

بأخذ الجذر التربيعي الموجب لكل طرف من المعادلة.

10.20 cm.

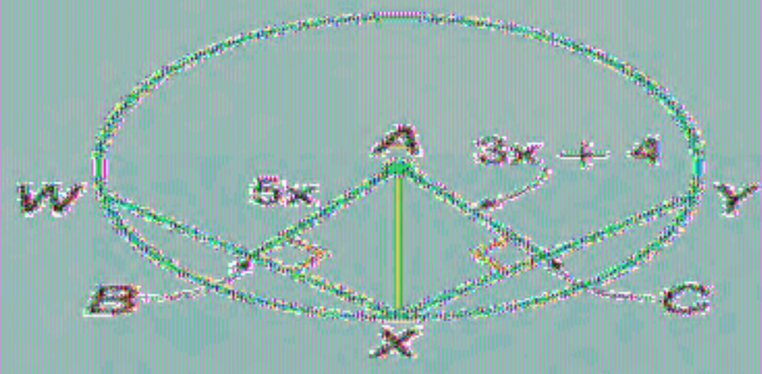
قرب إلى أقرب جزء من مئة.

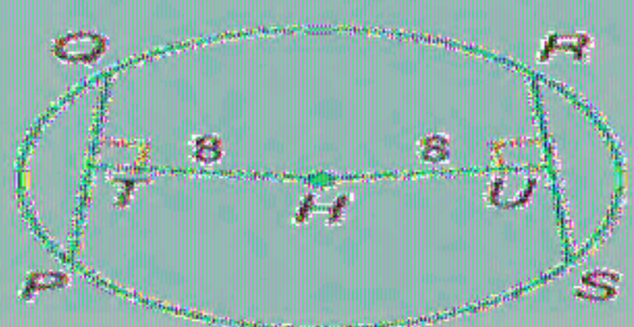


استخدام النظرية التالية لتحديد ما إذا كان وتران في دائرة متطابقين.

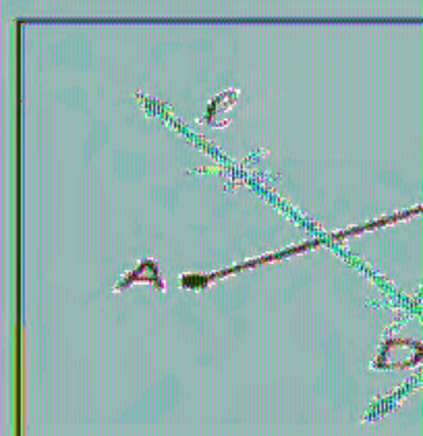


ة أو في دائرتين متطابقتين، متطابق
إذا كانا متساوين البعد عن المركز.
ط إذا كان $\overline{LX} = \overline{LY}$



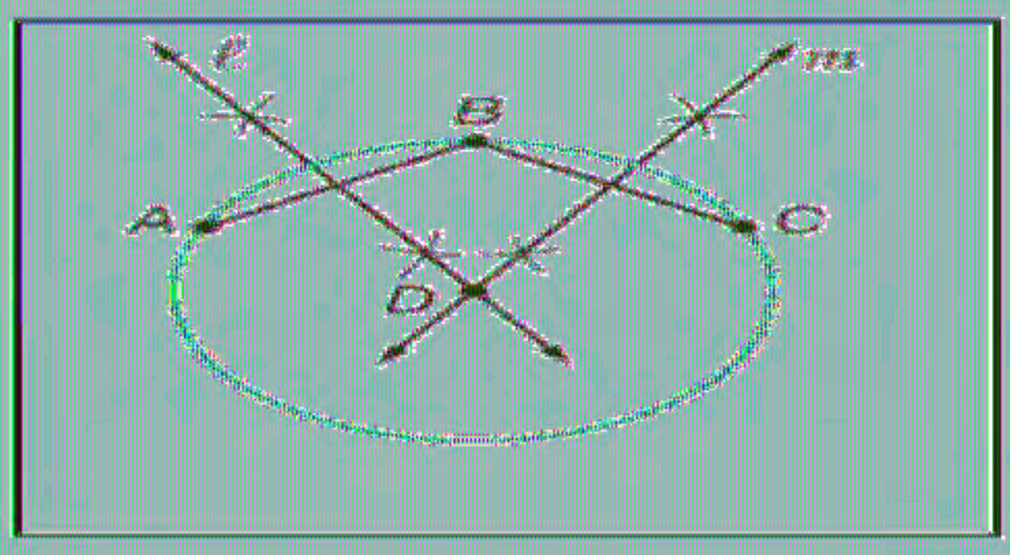


ة واحدة

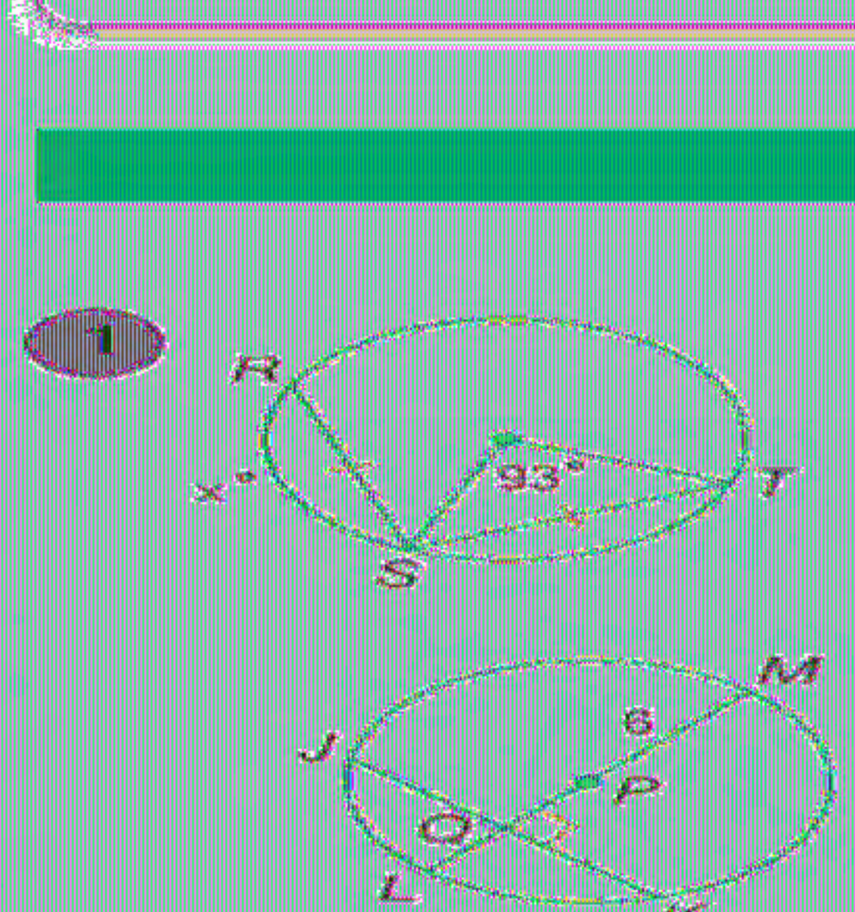


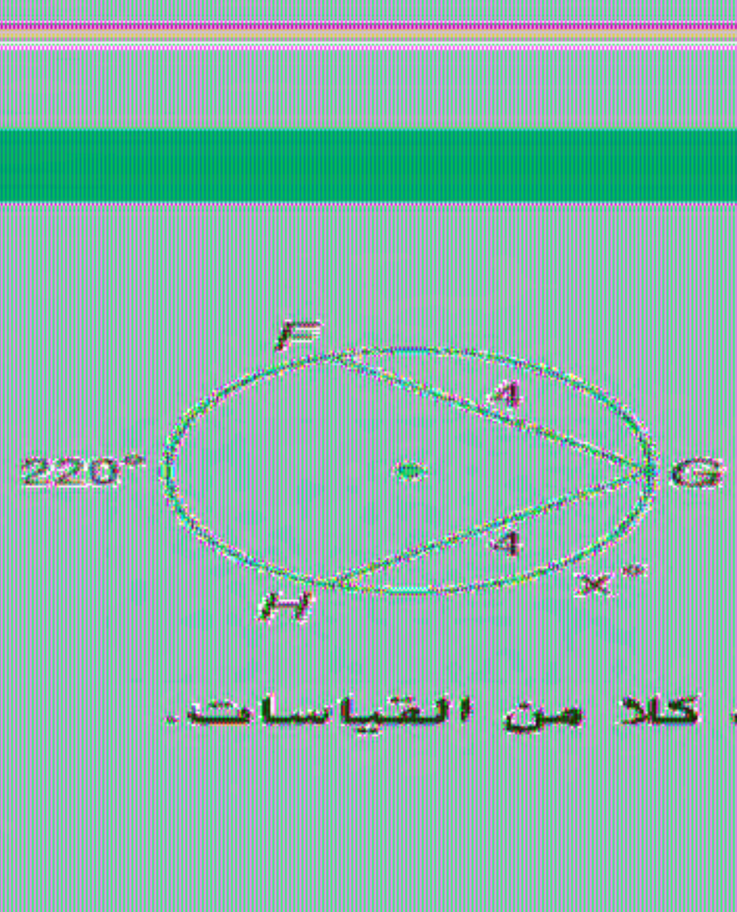
ن ℓ و m ل AB

الخطوة 5



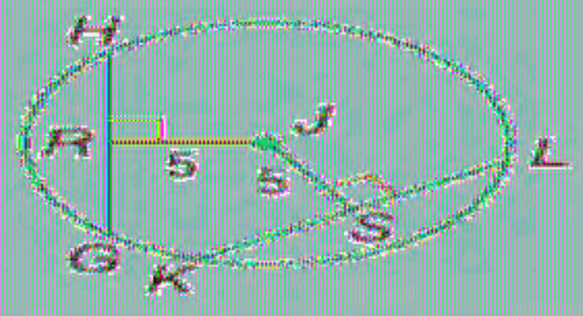
بموجب النظرية 5.4، يحتم المستقيمان ℓ و m قطرين للدائرة D⊙. ضع رأس الفرجار على النقطة D، وارسم دائرة تمر بالنقاط A و B و C.



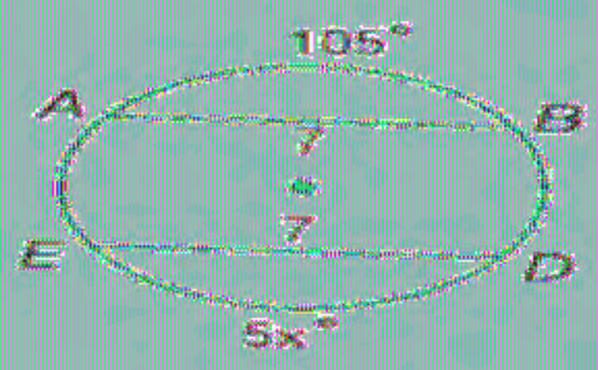


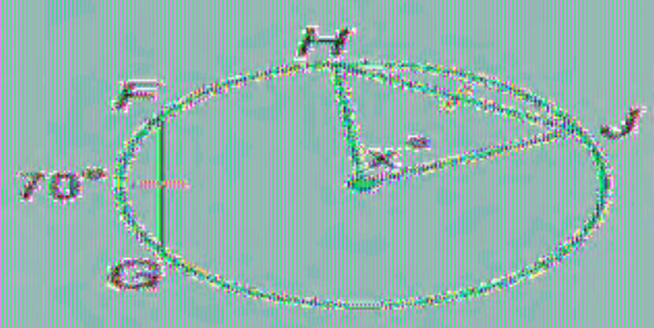
جد كلا من القياسات.

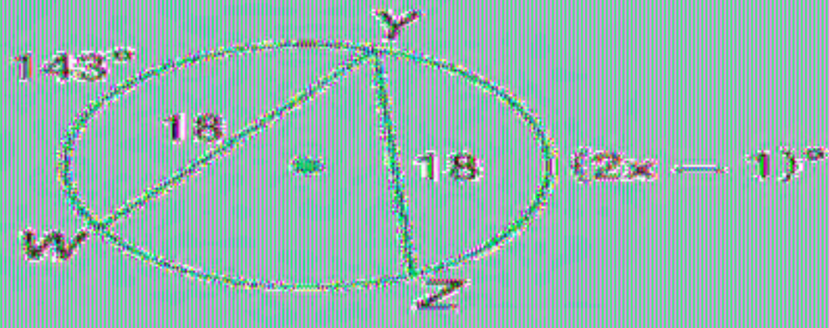
4. mJL

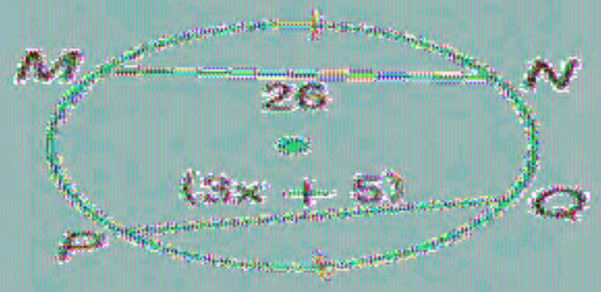


أوجد قيمة x. KL =

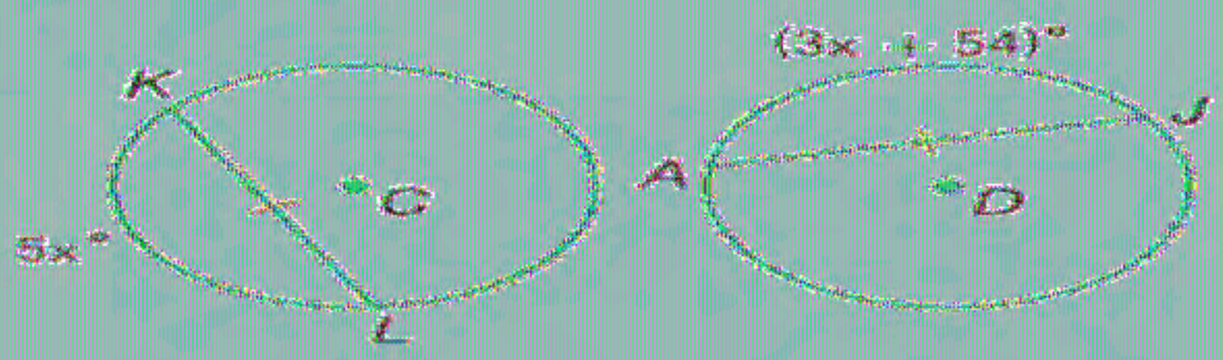
7. 

8. 

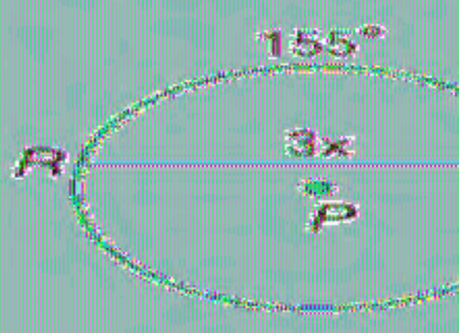
10. 

11. 

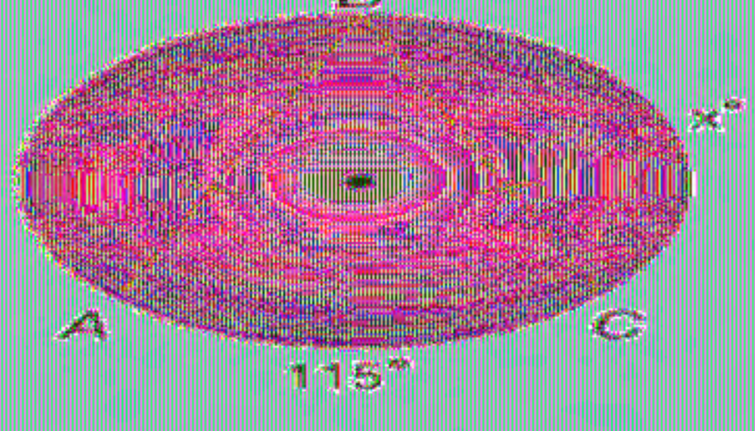
13 $\odot C \cong \odot D$



14. $\odot P \cong \odot Q$



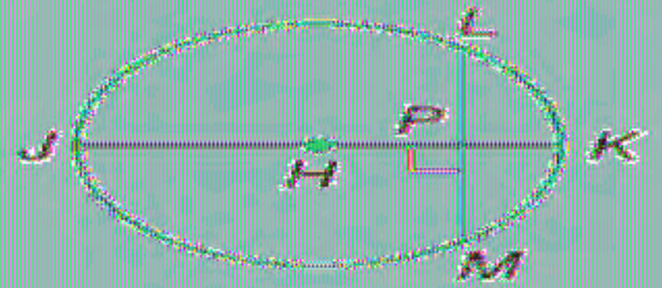
B



في الدائرة H ⊙ القطر يساوي 18 و $LM = 12$ و
وقرب إلى $m\overset{\frown}{LM} = 84$. أوجد كلا من القياسات.
قرب إلى أقرب جزء من مئة عند الضرورة.

18. $m\overset{\frown}{LK}$

19. HP

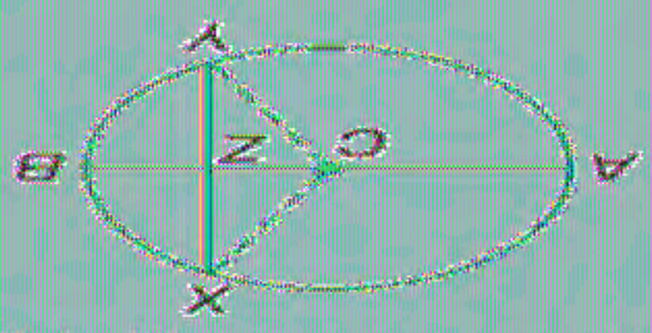


ة الحلق في
ن مستطيلين
فإذا أردت
ة. ما قياس x؟

Bahir Dar University Institute of Technology Faculty of Civil and Water Resources Engineering



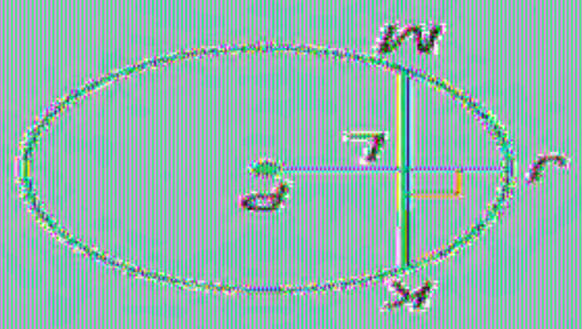




ምሳሌ ፩፡ $AB = 8$ እና $CD = 6$

መፍትሔ፡ $\frac{AO}{2} \times \frac{CO}{2}$

ምሳሌ ፪.፩ ከታች ያለውን ክብ ስዕል ተመልክተህ ጥያቄዎቹን መልስ።





$MN = 8$ ሴ.ሜ እና $\angle MTN = 90^\circ$ ከሆነ PQ ን አስላ።

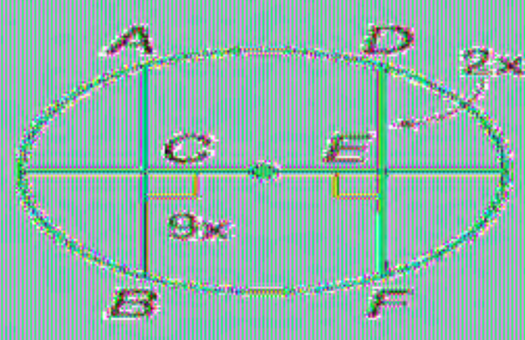


ار إليه في النظرية 5.5.

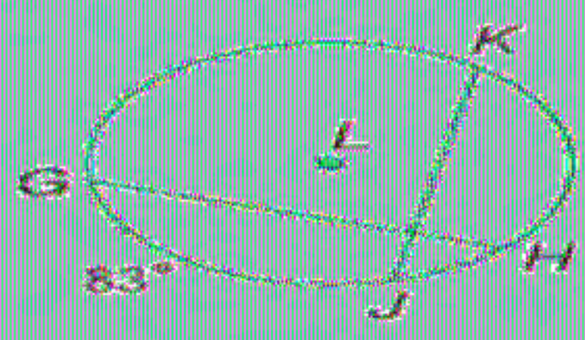
مركز الدائرة، فإنهما يكونان متخلايقين.

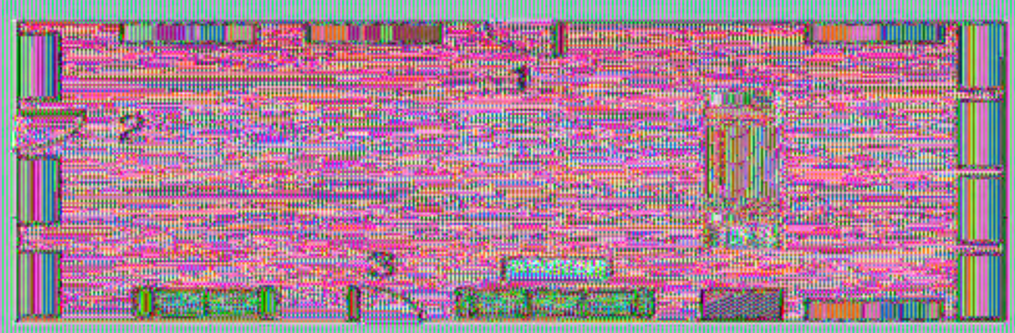
كوتان متساويي البعد عن مركز الدائرة.

21 $\overline{AB} \cong \overline{DF}$



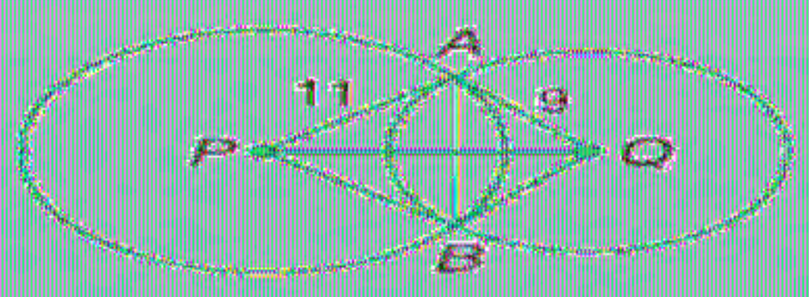
32. $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$





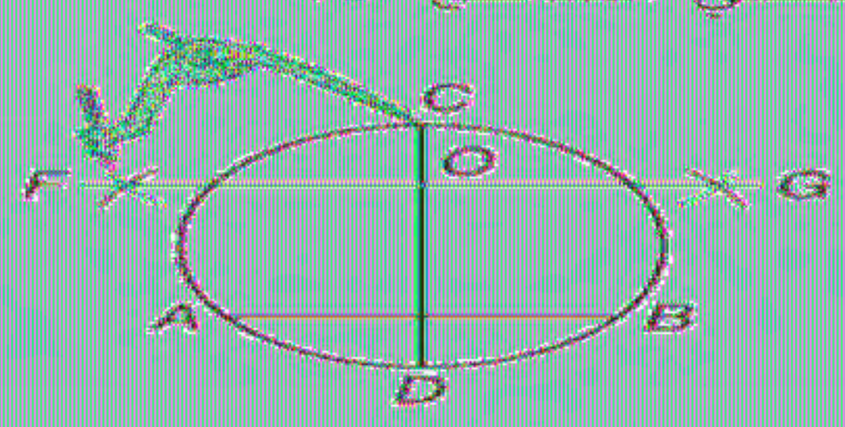
خصيب
ف ثلاثة
ة اليمني.
لخلفي.

ي أصلها



وتر ينصف $\overline{AB}$ عند النقطة X.
صحيح على الإطلاق أن $GX = HX$؟ اشرح.
وتر $\overline{AB}$ عد إلى عملية الإنشاء. هذه من أجل

المخطوة 2 أنشئ $\overline{FG}$، وهو
المنصف العمودي لـ $\overline{CD}$.
ثم تخلص المتغاطع O.



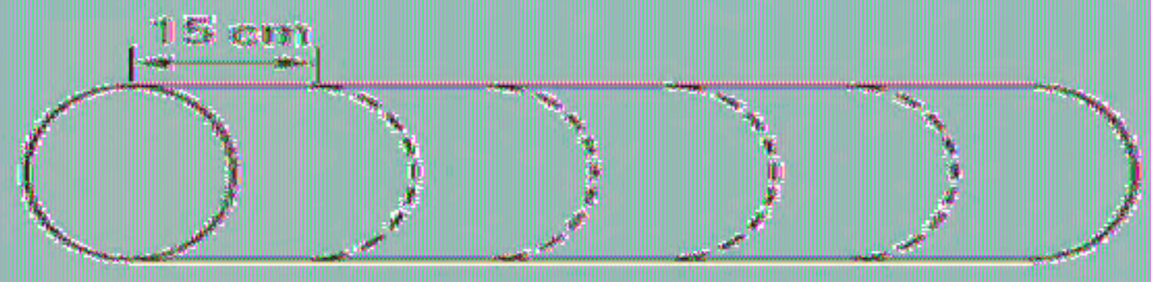
متر من مركز
ع على $\overline{CD}$.

ر وترًا فيها. قس طول الوتر، و بعده عن

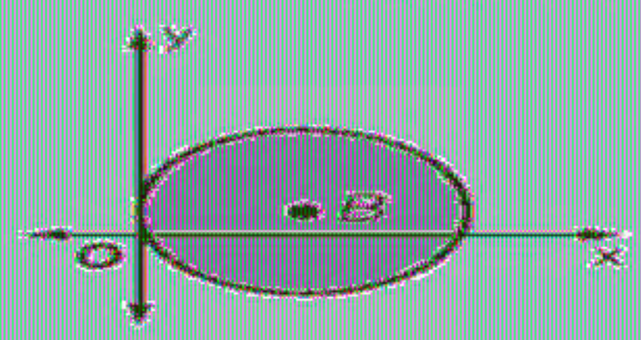
س في دائرة ثلاث مرات. فهل سيكون وتر القوس الجديد

المستقيم جانبًا.

42. **إجابة قصيرة** الأنبوب المبين مقسم إلى خمسة مقاطع.
ما طول الأنبوب بالأمتار (m)؟

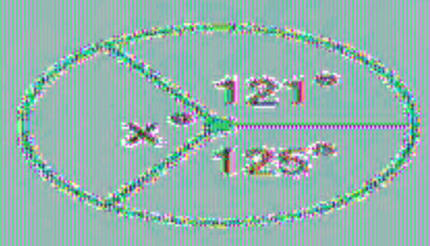


43. SAT/ACT النقطة B مركز لدائرة مماسية
مع المحور الرأسي y. وإحداثيا النقطة B هما
(3, 1). فما هي مساحة الدائرة؟

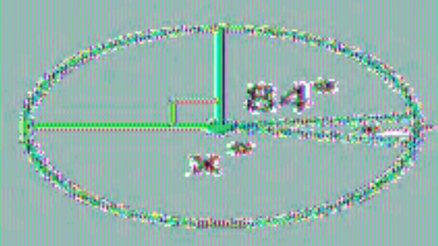


A π وحدة مربعة
B 3π وحدة مربعة
C 4π وحدة مربعة
D 6π وحدة مربعة
E 9π وحدة مربعة

44.



45.

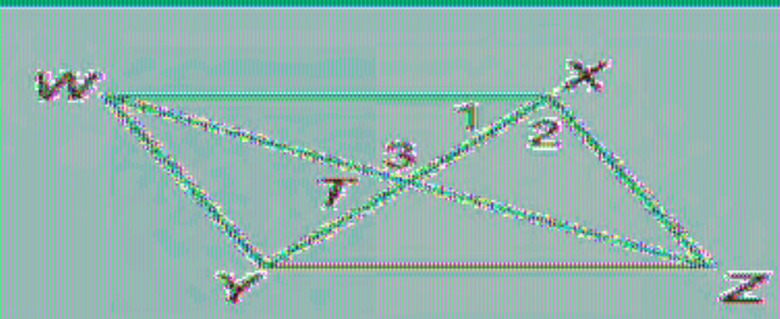


ك برسم مخمس منتظم طوله 3.5 cm على كل طرف.
ل شكل خمس بنادك. فكم سنتيمتر؟ سوف تحتاج من
(الدرس 1-5)

ان ذلك، صنف المثلث على أنه حاد أو قائم الزاوية أو منفرج

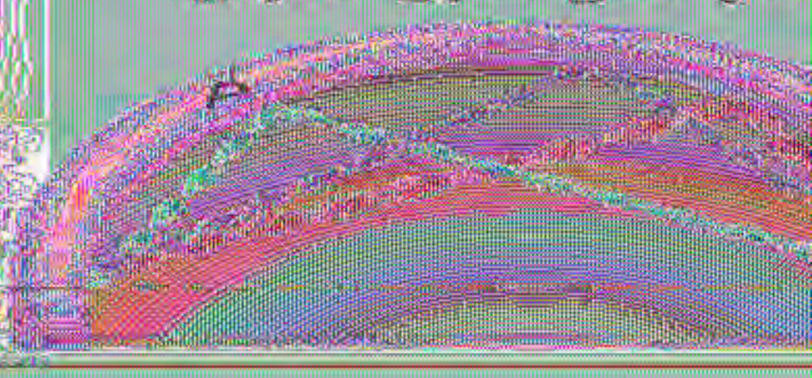
48. 8, 15, 17

49. 20, 21, 31

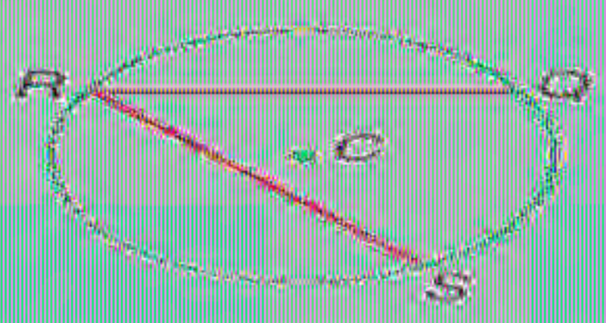




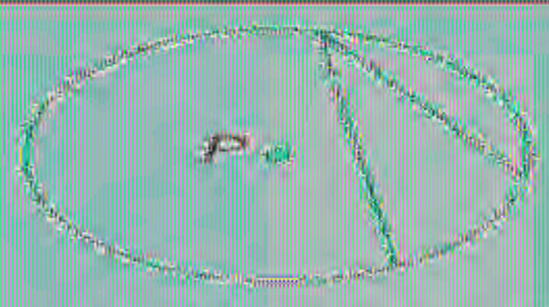
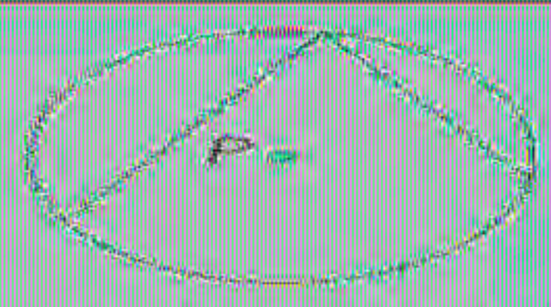
ل الماضي بركن احتمال
المدرسة فوسا بشكل عشوائي
ل أشرطة تؤدي إلى أحد
ك المحطة A وإلى الطرف
المحطة B، ويمكن جميعها
كل شريط تؤدي إلى محطة
تقع على طول القوس.



ة الزاوية التي يشكلها كل شريط
المنظر عن موقع وجود المحطة
المحيطية رأسا يقع على الشريط
ترف. في الدائرة C ⓒ لدينا:



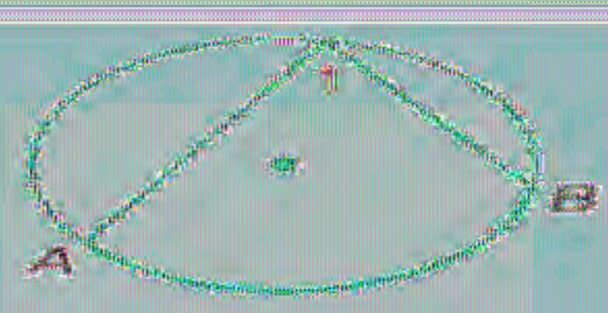
يكون على خط الزاوية المحصورة ويقع في داخل الزاوية المحيطية.
محصور بالزاوية AQB ∠.
في الدائرة.

السالة 3	السالة 2
	
المركز P خارج الزاوية المحيطية.	المركز P داخل الزاوية المحيطية.

السالة الا. مشتركين خطين الميادين خطوط بين المحترفين.
ي هذه الحالات.

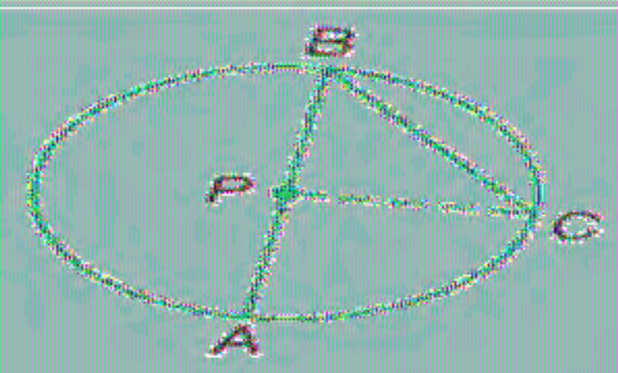
المحيطية

زاوية محيطية في دائرة. قياس
خصه قياس القوس الذي تحصره.



و $m\widehat{AB} = 2m\angle$

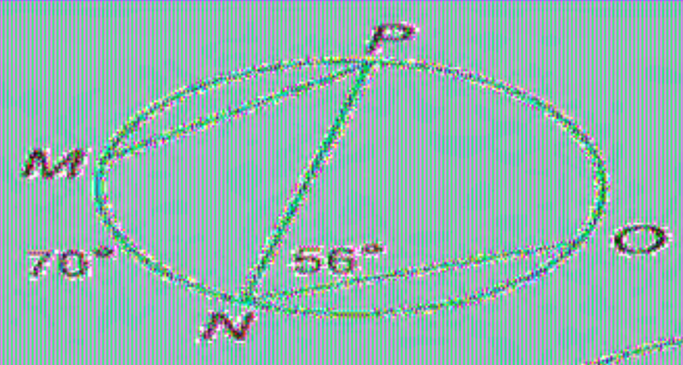
ة (الحالة 1)



⊙P ≅

المبرزات	
1. خُدد الدائرتان متطابقتين.	
2. جميع أنصاف الأقطار في الدائرة متطابقة ≅.	2. $\overline{PB} \cong$
3. تعريف المثلث متساوي الساقين	
4. نظرية المثلث متساوي الساقين	4. $m\angle B =$
5. نظرية الزاوية الخارجية	5. $m\angle AP$
6. التعويض (المعطيات 4، 5)	6. $m\angle AP$
7. تعريف قياس القوس	7. $m\overset{\frown}{AC} =$
8. التعويض (المعطيات 6، 7)	8. $m\overset{\frown}{AC} =$
9. خاصية التماثل في المعادلة	9. $2m\angle B$
10. خاصية القسمة في المعادلة	10. $m\angle B =$

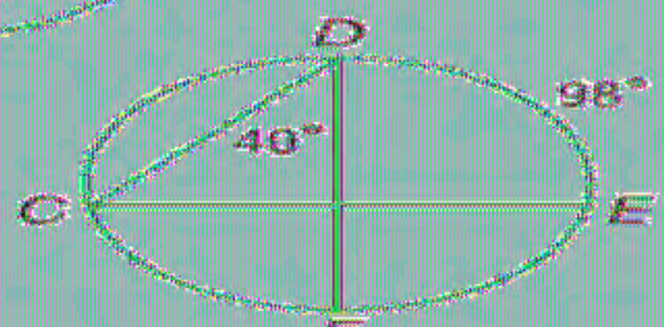
ية لإيجاد القياس



a. $m\angle P$

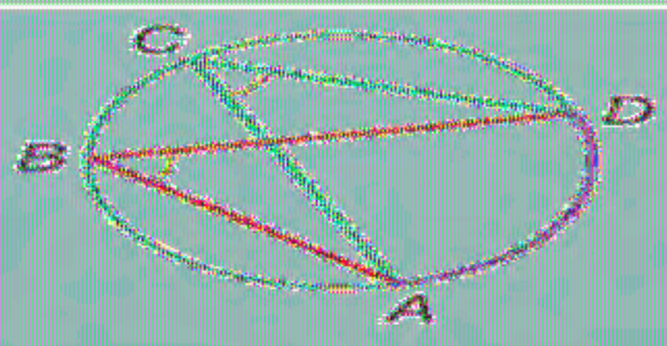
$m\angle P = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{MN}$

$= \frac{1}{2}(70)$ أو $35 =$



1A. $m\overset{\frown}{CF}$

ا واحدًا في الدائرة متطابقتان.



جان في دائرة تحصران
متطابقين، فإن الزاويتان

سر القوس $\overline{AD}$. إذا $\angle C \cong \angle B$.

تحدٍّ في $\triangle TUV$، $m\angle T = (x + 15)°$، $m\angle V = (2x - 5)°$، $m\angle U = (3x - 5)°$. أوجد قيمة x، ثم أوجد $m\angle T$.

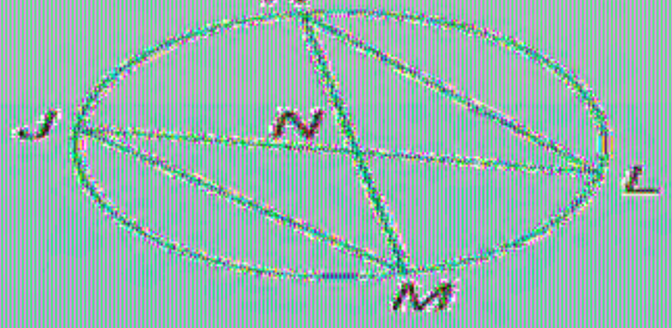
$\angle T \cong \angle U$

$m\angle T = m\angle U$

$3x - 5 = 2x + 15$

$x = 20$

تحدٍّ في $\triangle JKL$، $\overline{JK} \cong \overline{JL}$، $\overline{JM}$ ينصف $\angle KJL$. برهن أن $\triangle JKM \cong \triangle JLM$ بالبرهان الحر.



المعطيات: 1. $\overline{JM} \cong \overline{JM}$

2. $\overline{JK} \cong \overline{JL}$

3. $\overline{JM}$ ينصف $\angle KJL$.

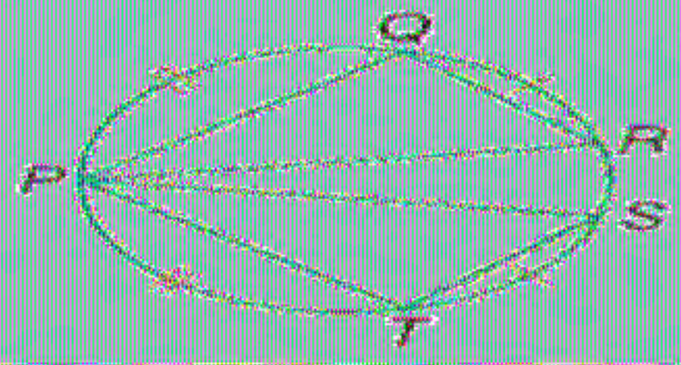
المبررات:

1. المعطيات
2. إذا كان قوسان أصغران متطابقين في دائرة واحدة أو في دائرتين متطابقتين فإن وتريهما المتناظران متطابقان.
3. تعريف القوس المنصف
4. الزاويتان المحيطيتان المقابلتان للقوس نفسه متطابقتان.
5. الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.
6. زاوية–زاوية–ضلع

$\triangle JMK \cong \triangle JML$

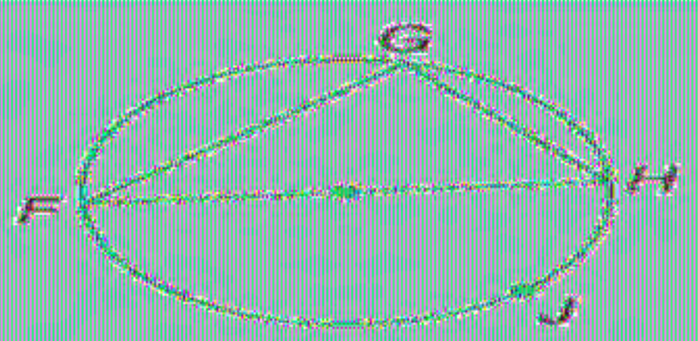
$\overline{JK} \cong \overline{JL}$

$\triangle PQR \cong \triangle PSR$



تطبيق البرهان الحر للمثلثات والأشكال الرباعية المحاطة بدائرة مواصفات خاصة.

نظرية إذا كان وتر في مثلث قائم الزاوية في دائرة ما ينصف الوتر الآخر فإن المثلث قائم الزاوية إذا وفقط إذا كانت الزاوية المقابلة للوتر الأول زاوية قائمة.



مثال: في الشكل المجاور، $\overline{GH}$ قطر في دائرة مركزها J، $m\angle G = 90$. برهن أن $\triangle FJH$ قائم الزاوية إذا وفقط إذا كان $\overline{FH}$ نصف قطر في الدائرة.

المثلثات المحاطة بدائرة

∠G ترسم نصف دائرة.

النظرية: مجموع الزوايا الداخلية في المثلث يساوي 180.

بالتعويض

بتبسيط

بطرح 89 من كل طرف من المعادلة

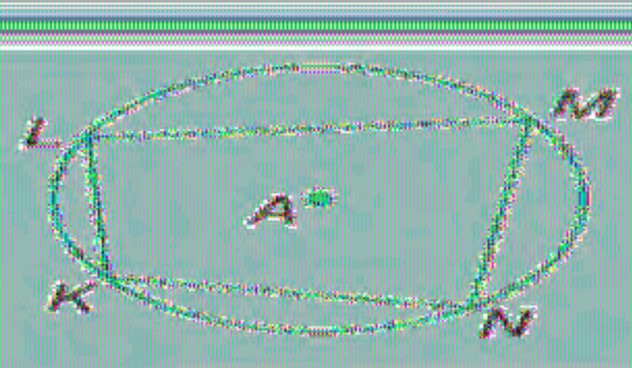
بقسمة كل طرف من المعادلة على 13

$$m\angle F + m\angle G + m\angle H = 180$$
$$(4x + 2) + 90 + (9x - 3) = 180$$
$$13x + 89 = 180$$
$$13x = 91$$
$$x = 7$$

— $m\angle H = 17x$. فأوجد قيمة x.

ع بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين

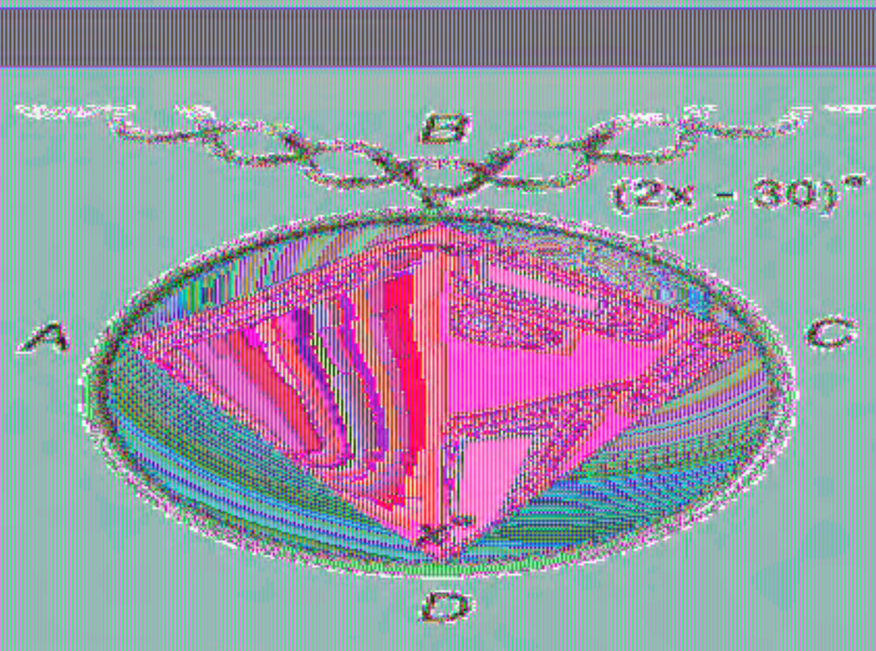
ن $KLMN$ بالدائرة $\odot A$، فإن $\angle L$
و $\angle K$ و $\angle M$ زاويتان متكاملتان.



تعريف الدائرة ⊙ ج في الصفحة 561

إيجاد قياس الزوايا

ة للمثلثات، بما فيها القائمة، بدائرة، فإنه لا يمكن إحاطة سوى أنواع

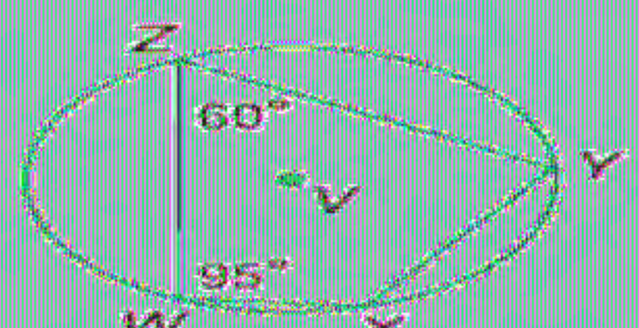


$m\angle B$ و m

يتين

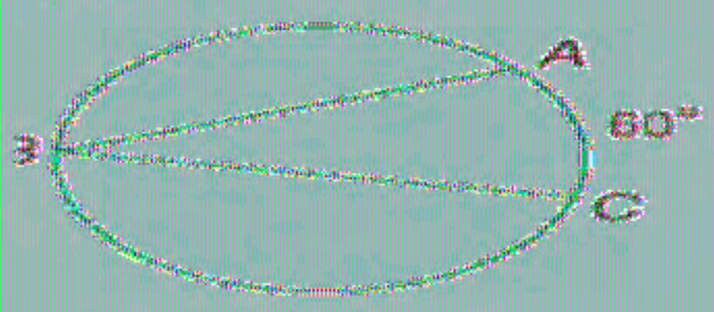
$$m\angle A + m\angle C = 180$$
$$m\angle A + 90 = 180$$
$$m\angle A = 90$$

$m\angle B$ أو 110.

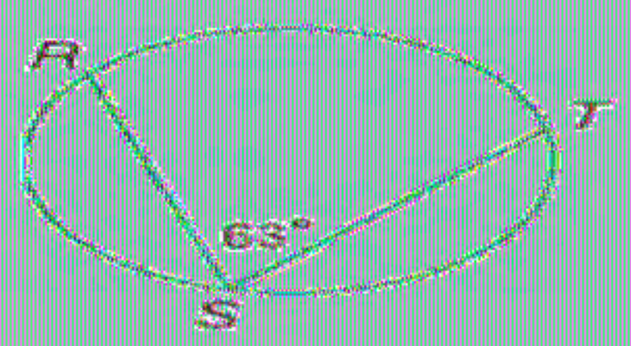


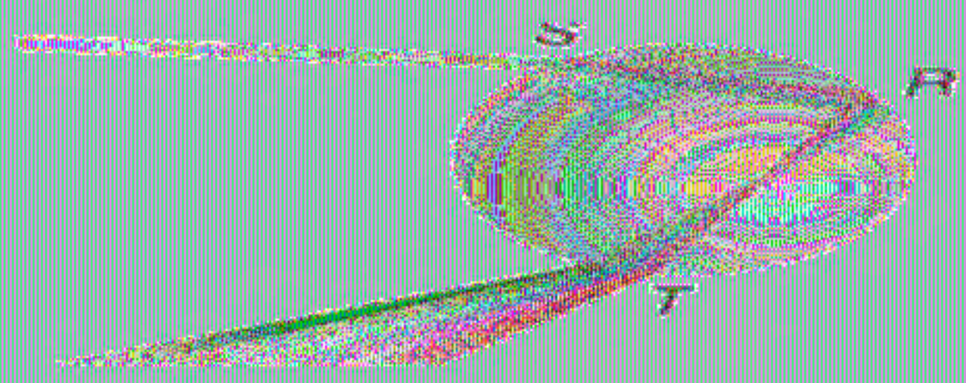
m.

1. $m\angle B$

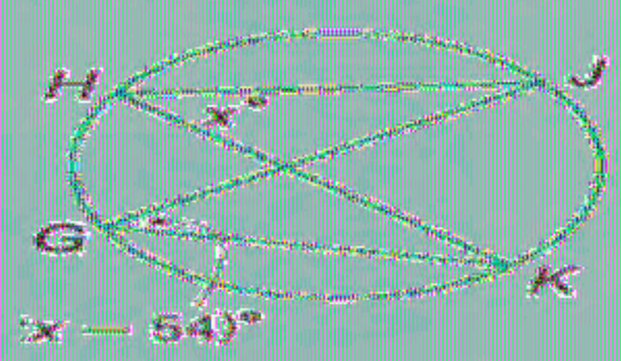


2. $m\overset{\frown}{RT}$

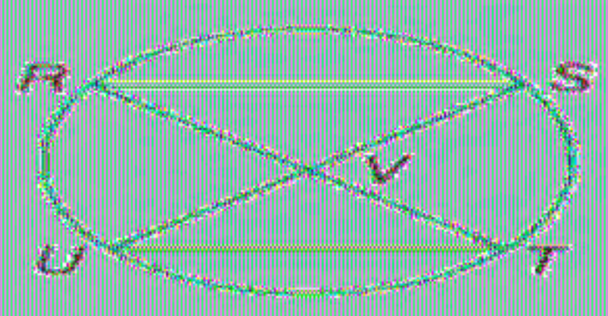




5. $m\angle H$

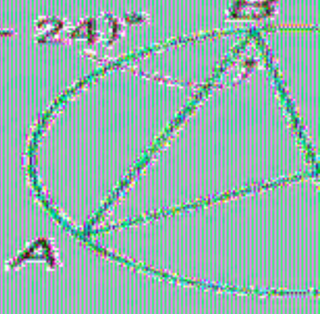


6.



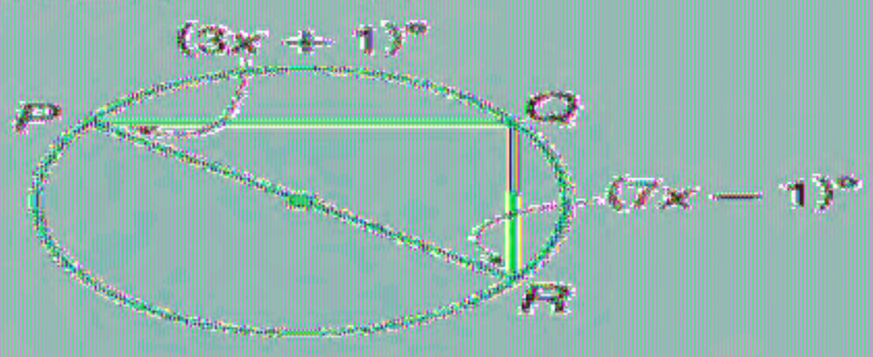
$m\angle B$

$(x + 24)°$



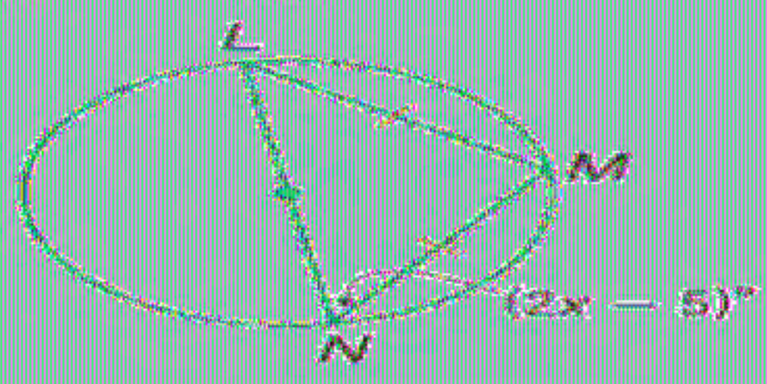
8. $m\angle R$

9.

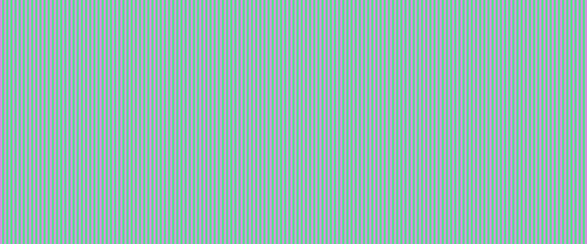


x

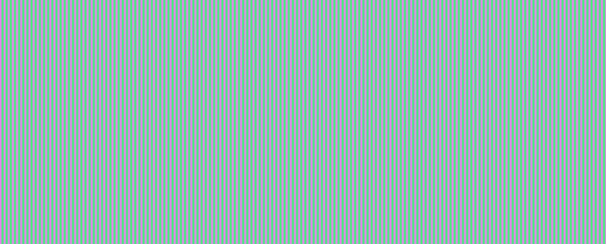
10.



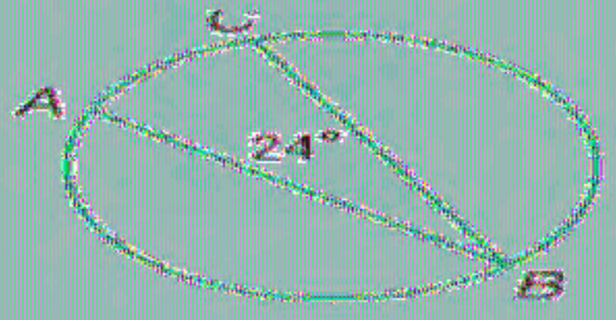
11. $m\overset{\frown}{DH}$



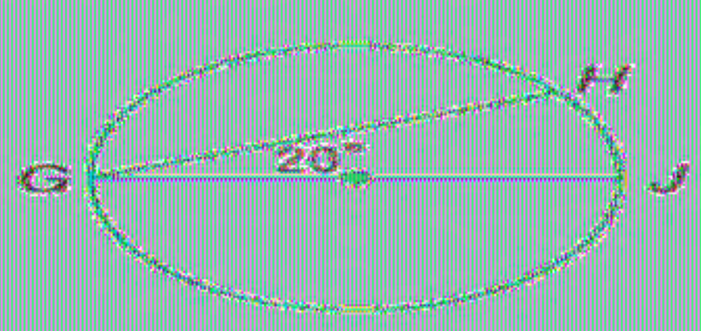
12. $m\angle K$



14. $m\overset{\frown}{AC}$



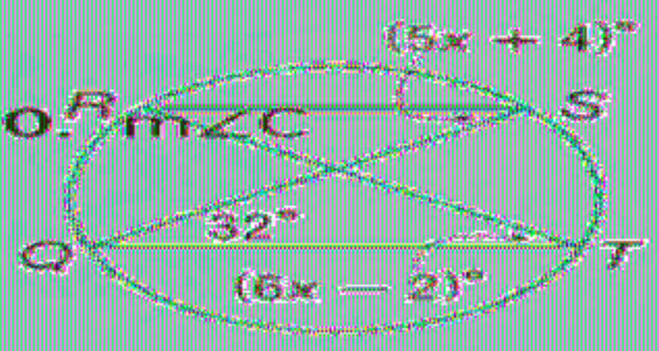
15. $m\overset{\frown}{GH}$



17. $m\angle R$

18. $m\angle S$

20. $m\angle C$

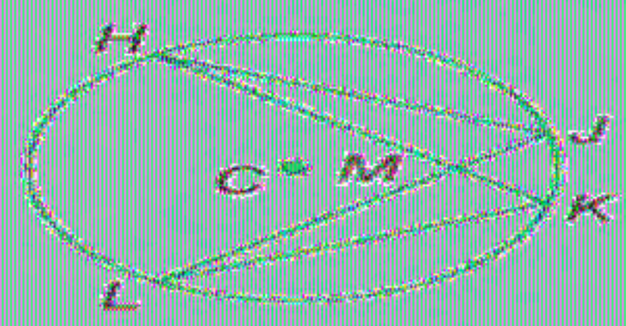


19. $m\angle A$

22. برهان مكون من عمودين

معطى: $\odot C$

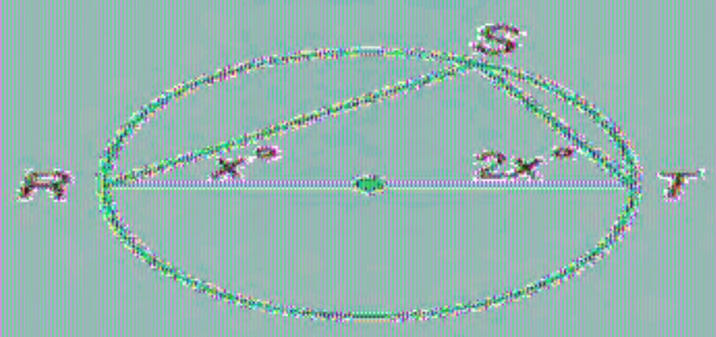
المطلوب إثباته: $\triangle KML \cong \triangle JMH$



23. x

24. $m\angle T$

25.

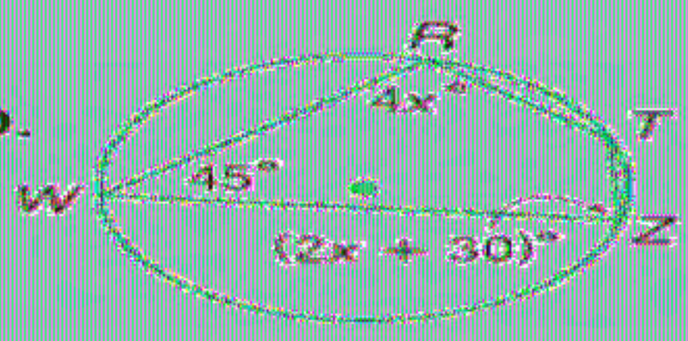


26. $m\angle C$ x

27. $m\angle T$

28. $m\angle Z$

30.



29. $m\angle H$

$m\angle G$



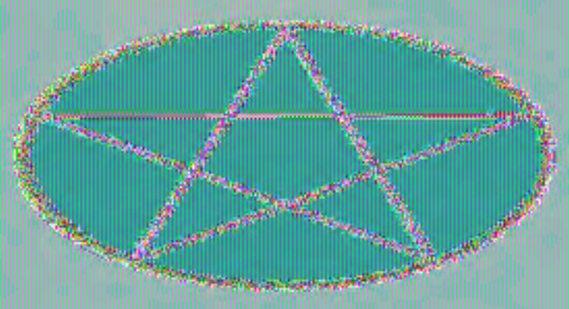
32. $m\overset{\frown}{NQ}$

34. $m\angle LRQ$

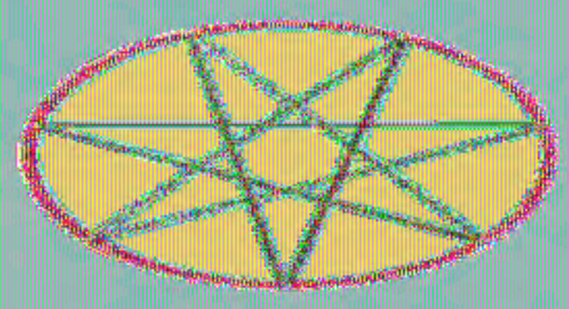
35.

يمة مختلفة لنجوم مصنوعة من الخيوط. فإذا كانت جميع
قياس كل زاوية محيطية.

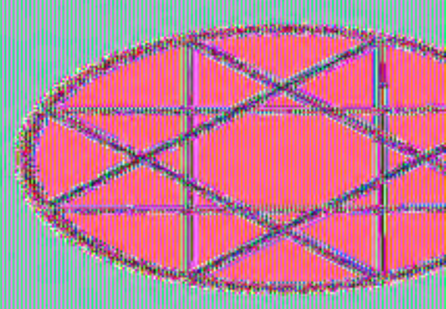
a.



b.



c.



ة من حالات النظرية 5.6.

38. **الحالة 3**

معطى: P تقع خارج $\angle ABC$،
$\overline{BD}$ تحتوي في الدائرة.
المطلوب إثباته: $m\angle ABC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AC}$



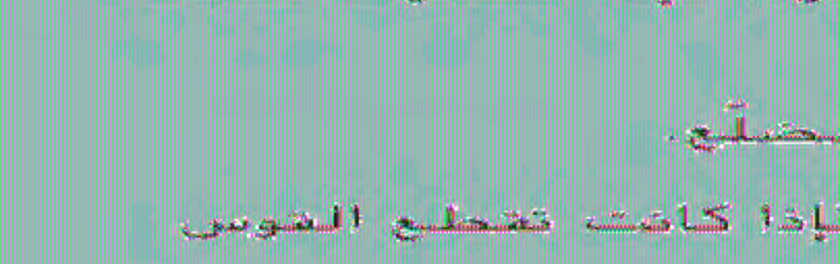
40. النظرية 5.8. فكرة البرهان

مسألة العلاقة بين أقواس دائرة يقطعها وتران متوازيان.
وترين متوازيين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ حل النقطتين A و D عبر رسم

m و $m\angle D$. ثم حدد $m\overset{\frown}{AC}$ و $m\overset{\frown}{BD}$. ما الذي ينطبق على هذين

أين a و b. وخمن أقواس الدائرة التي يقطعها وتران متوازيان.

جهة اليمنى. وتحقق



التمارين

كل رباعي مما يلي بدائرة دائمًا أو أحيانًا أو لا يحاط

متوازي الأضلاع 45. المعين 46. الشكل الرباعي المحدب

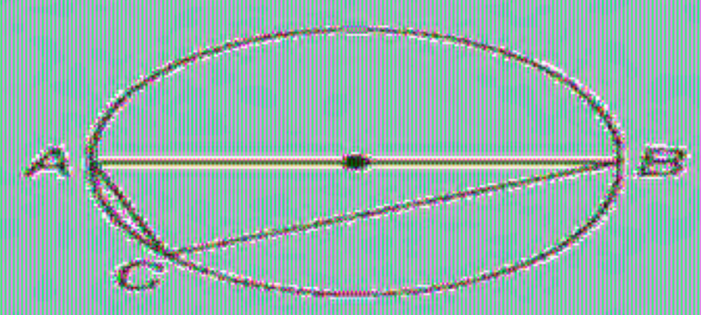
ة الدائرة إلى مساحة المربع؟

وية قياسات زواياه 90°-45°-45° بدائرة. فإذا أعطيت نصف
ي المثلث.

الحياة اليومية وارسمه بحيث يحيط بمضلع.

المحيطية والزوايا المركزية في دائرة. فإذا كانت تقطع القوس

53. **إجابة قصيرة** في الدائرة الموضحة أدناه، لدينك $\overline{AB}$ قطر في الدائرة، و $AC = 8$ cm، و $BC = 15$ cm. أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها ومحيطها.

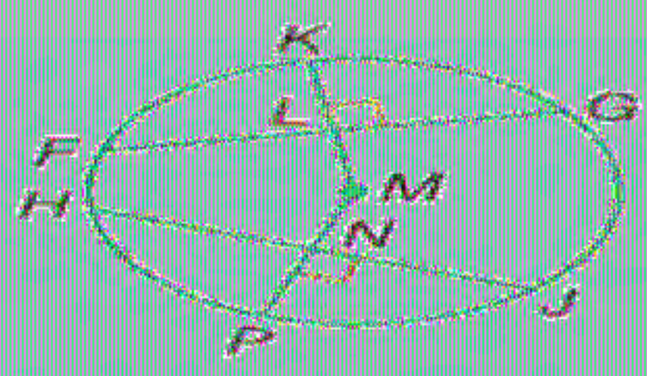


54. **SAT/ACT** يساوي مجموع ثلاثة أعداد صحيحة 48−. فما هو أصغر الأعداد الصحيحة؟

A −15
B −16
C −17
D −18
E −19

تدرب وحل المسائل

استخدم الشكل المعطى والمعلومات المعطاة لحل كل تمرين من التمرينين 55-57. (الدرس 5-3)

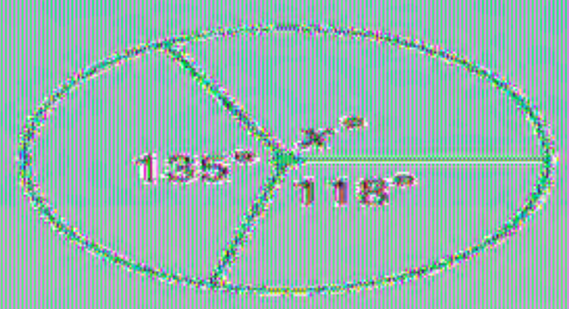


55. FG

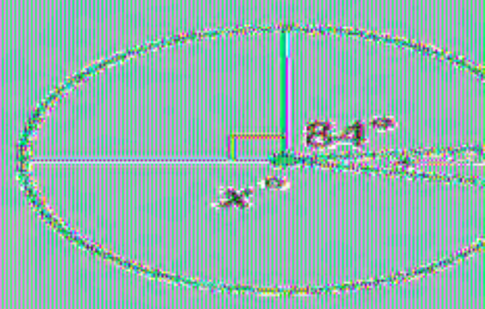
57. NJ

أوجد قيمة x في كل من التمرينين 59 و60.

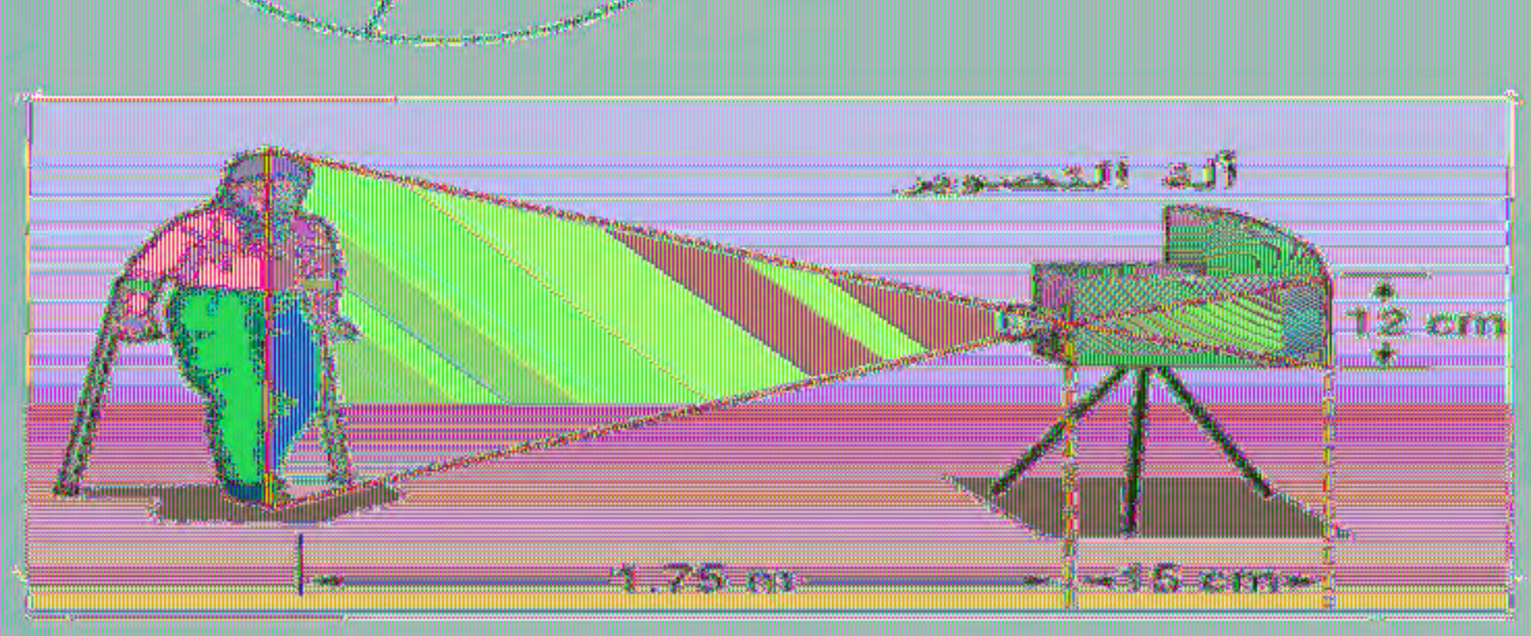
59.



60.



61. **الحلول** توضح أن، افترض أن الطول في الصورة أدناه هو 12 cm. استخدم المسافة بين الأرض وأداة التصوير لإيجاد الطول الحقيقي.



استخدم المعلومات المعطاة لإيجاد القياس المجهول.

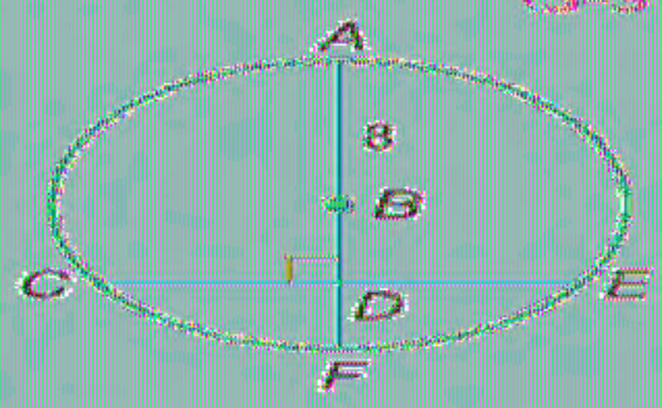
63. $AB = 4x - 5$, $BC = 11 + 2x$, $AC = ?$

64. $AB =$

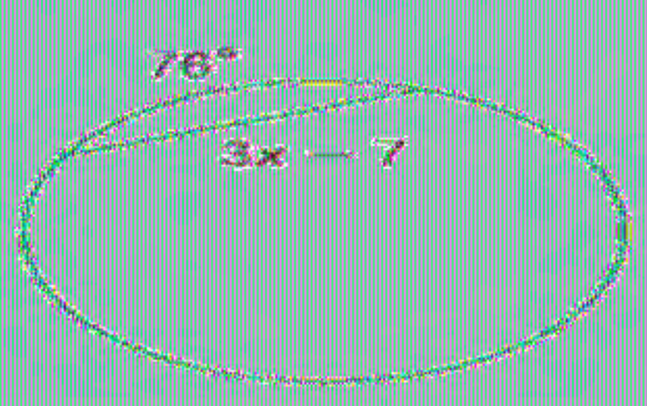
65. $BC = 6 - 4m$, $AC = 8$, $m = ?$

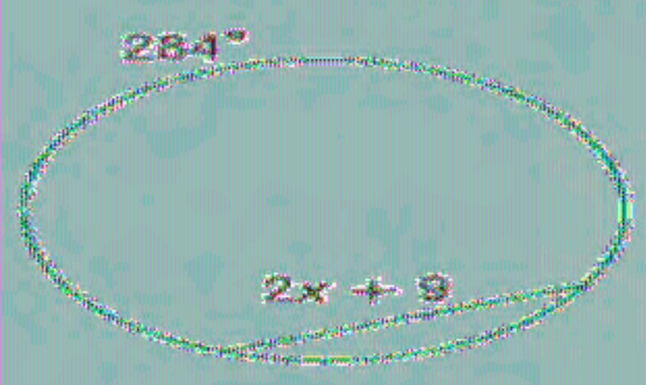
66. $AB = 10s +$

10. في الدائرة $\odot B$، $CE = 13.5$. أوجد BD وقرب إلى أقرب جزء من عشر. (الدرس 5-3)



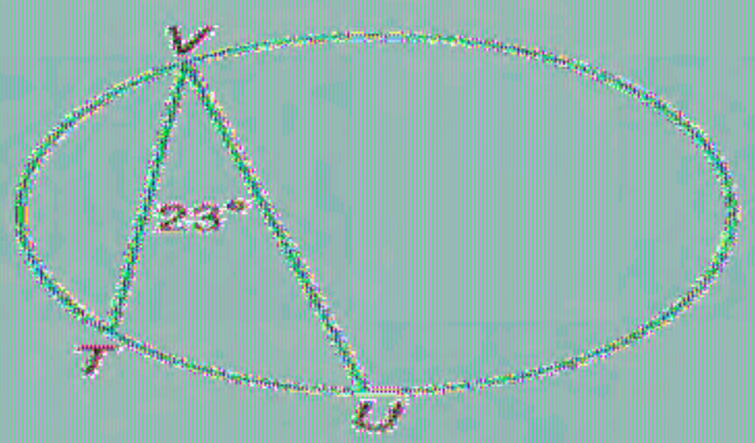
11. الدائرتان الموضحتان متطابقتان. أوجد قيمة x وطول الوتر. (الدرس 5-3)



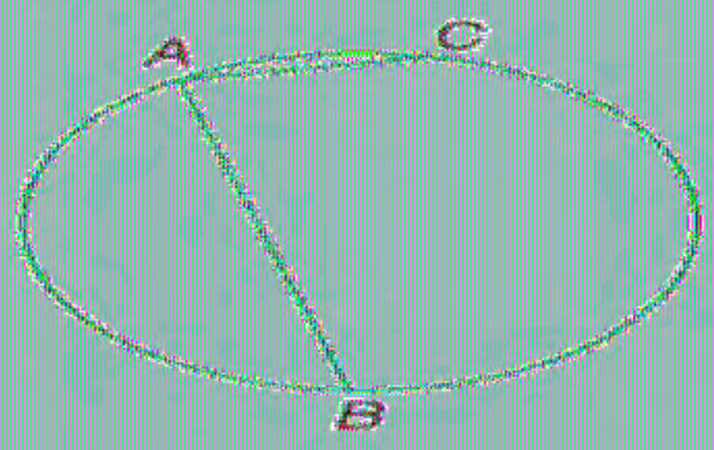


أوجد كلاً من القياسات. (الدرس 5-4)

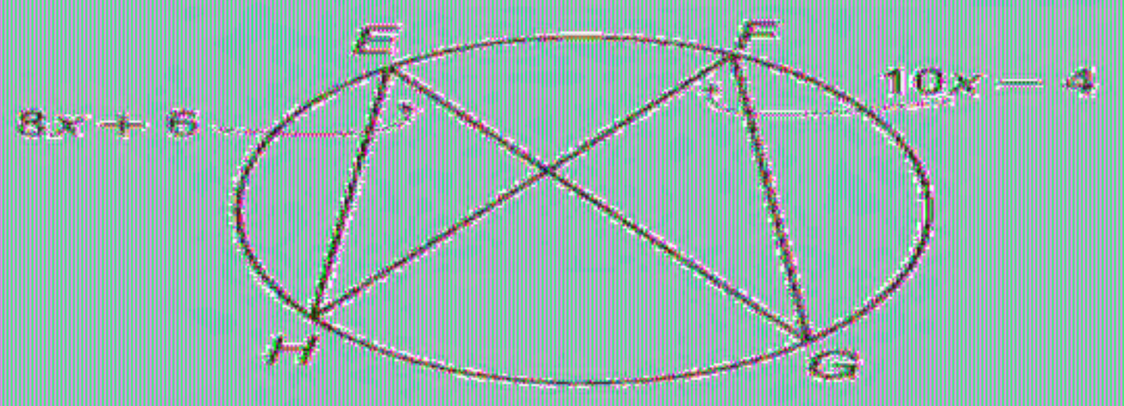
12. $m\overset{\frown}{TU}$



13. $m\angle A$



41. الاختيار من متعدد أوجد قيمة x. (الدرس 5-4)



F 1.8
G 5
H 46
J 90

15. إذا أحيط مربع طول ضلعه 14 cm بدائرة، فما هو قطر الدائرة؟ (الدرس 5-4)

ة ولى تمثل خبر دقع
ض، بينما تستخدم
ة والمتزن وسلسلة
سلسلة حول المركز
طول السلسلة بين
اس الصعاقة بين
سلة معهما.

ى مستوى
لة واحدة فقط
C عند النقطة

فطعة مستقيمة تمس
لمتكلين أدناه. المستقيم ℓ

ركة

ماسات المشتركة. فإذا لم تكن هناك مماسات مشتركة.

ط.

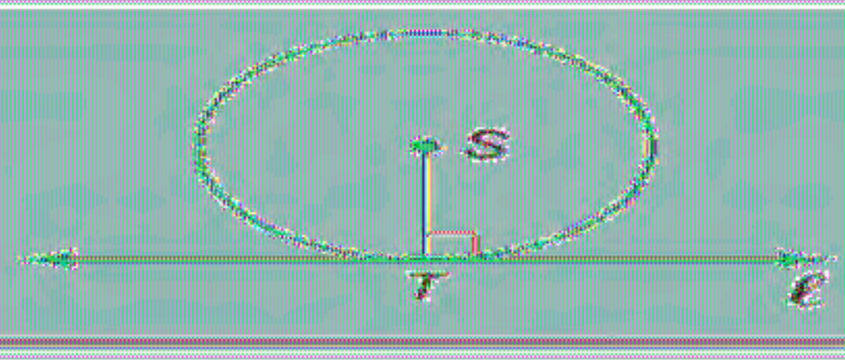
لهاتين الدائرتين 4 مماسات
مشتركة.

18.

مركز الدائرة هي نصف القطر المرسوم إلى نقطة التماس.

تكون مستقيم مماسا على دائرة إذا
عموديا على نصف القطر المرسوم

مماسا للدائرة S ⊙ إذا وفقط إذا كان



مثال على جملتي النظرية 5.10 في الصفحة 356 و 357.

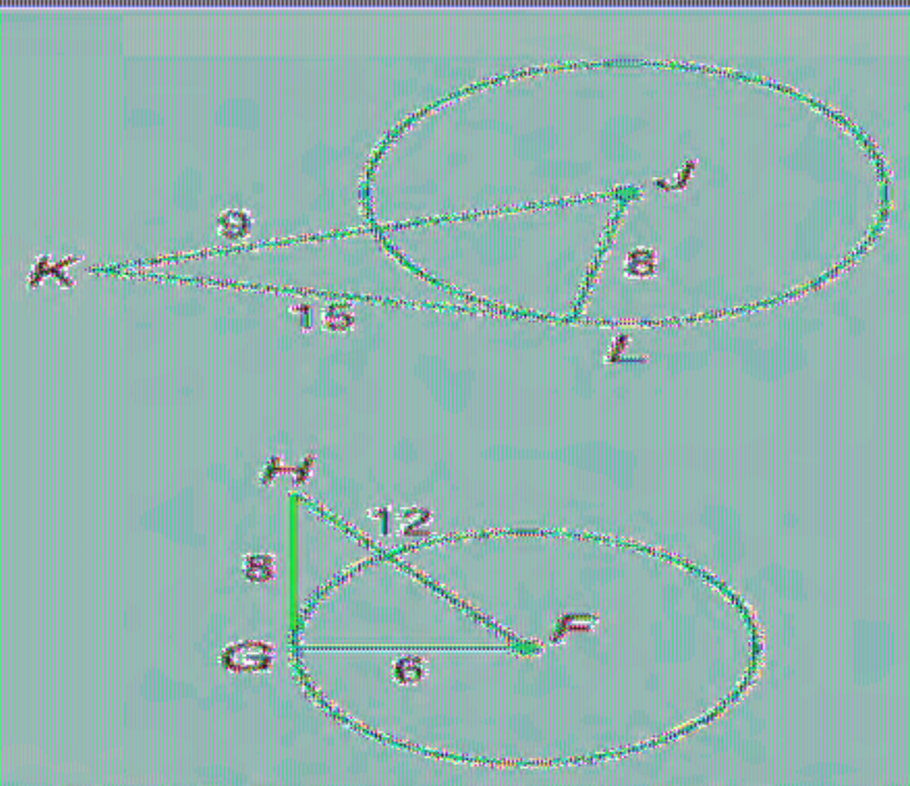
6. حدد إذا كان $\overline{KL}$ مماس

$\triangle JKL$ قائم الزاوية.

فيثاغورس $8^2 + 15^2 \stackrel{?}{=} (8 + 9)^2$

$289 = 289$ ✓

ة الفاصلة هي KL. إذا $\overline{KL}$ عمودي
نقطة L. ولذلك، بموجب النظرية 5.10.



دائرة F ⊙.

ما لتحديد العدد الدائم الفاصلة.

إيجاد قياسات مجهولة

عند النقطة L. أوجد قيمة x.

$\overline{JL}$ إذا، فالمثلث GHJ △ قائم الزاوية.

$GJ^2 + JH^2 = GH^2$

$x^2 + 12^2 = (x + 8)^2$

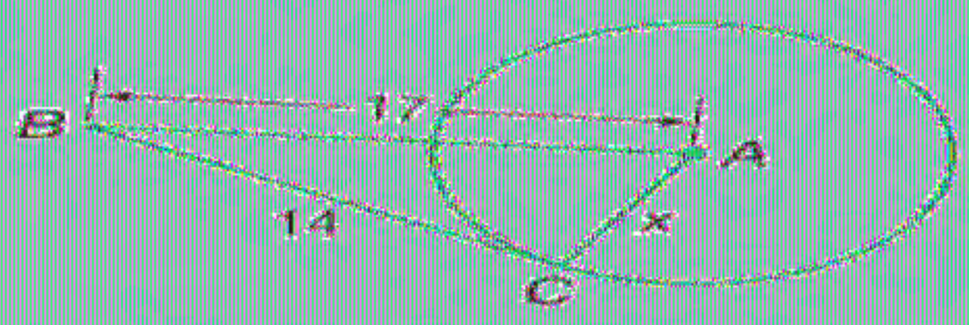
$x^2 + 144 = x^2 + 16x + 64$

$80 = 16x$

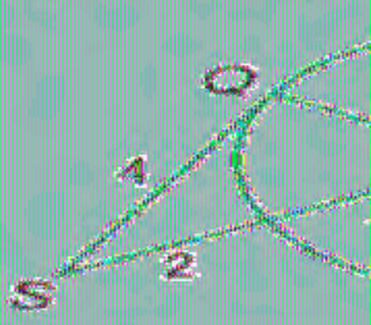
$5 = x$

ع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

3A.



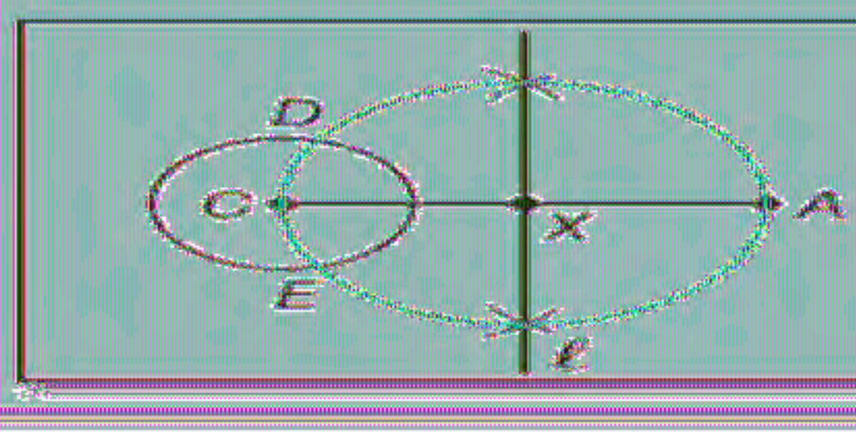
3B.



...مماس على دائرة.

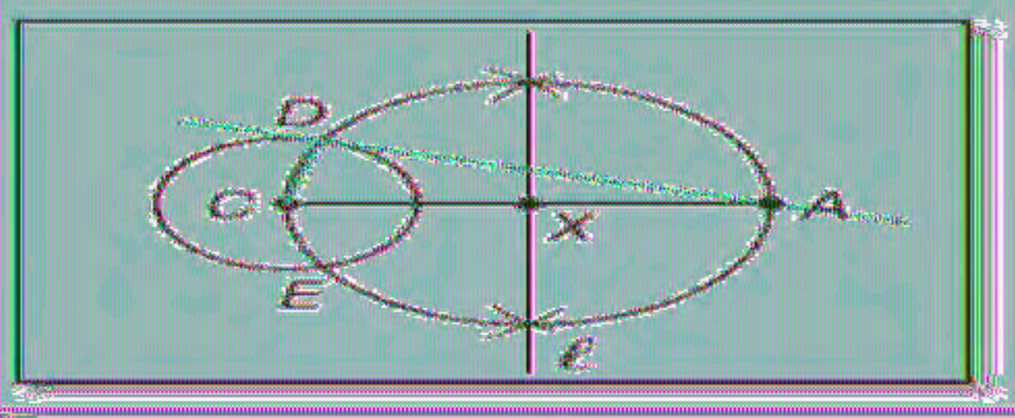
المحطة 3

أنشئ دائرة X تنصف قطرها $\overline{XC}$. ثم تقاطعني تقاطع الدائرتين D و E.

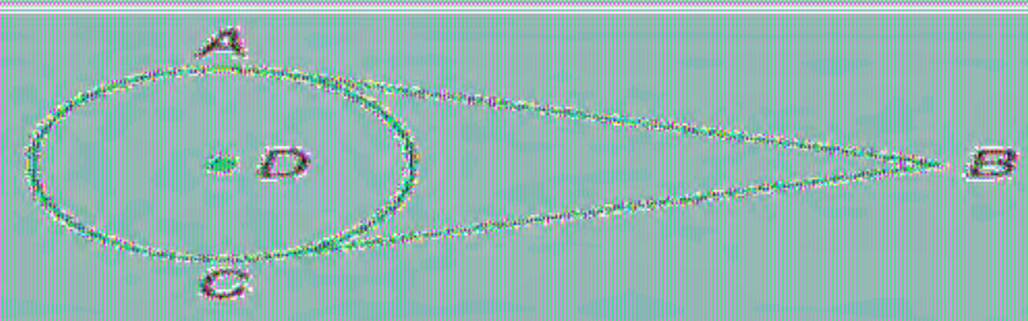


المحطة 4

ارسم $\overline{AD}$ و $\overline{DC}$. المثلث $\triangle ADC$ محاط بنصف دائرة. إذا الزاوية $\angle ADC$ زاوية قائمة و $\overline{AD}$ مماس على الدائرة $\odot C$.



...ويسمى مماسيها المماس.
...مماس على الدائرة نفسها.



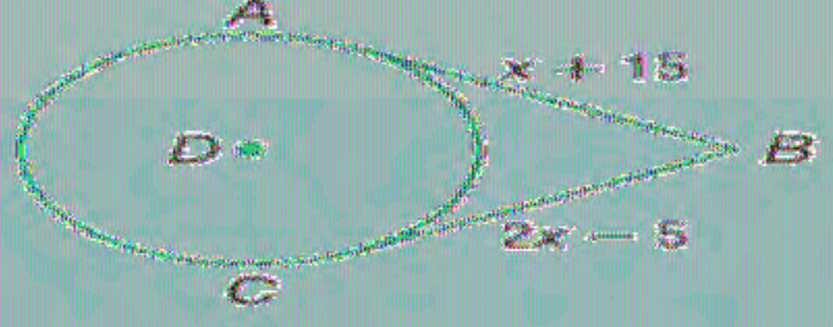
...ثيمتان مرسومتان من ...رة مماسيتين على تلك ...

...ثيمتان $\overline{AB}$ و $\overline{CB}$ ... $\odot D$. فإن $\overline{CB} \cong \overline{AB}$.

...ثيمة والمماسية ... 5.11 في الصفحة 294.

...لخطأ وتبرير الخطوات لإيجاد القياس.

6. أوجد قيمة x.



...	$AB = CB$
...	$x + 15 = 2x - 5$
...	$15 = x - 5$
...	$20 = x$

...طع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

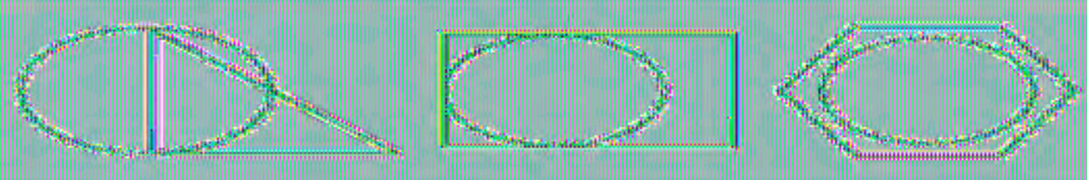
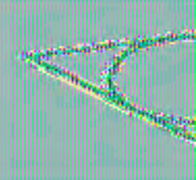
4A.



4B.



ملاحظة يكون المضلع محيطا لدائرة إذا كان كل ضلع من أضلاع المضلّع

المضلعات غير المحيطة لدائرة	المضلعات المحيطة لدائرة
	

ساعد التلاميذ على إيجاد القياس المجهول في المضلعات المحيطة لدوائر.

إيجاد القياس في مضلعات محيطة بدائرة

مثال 1 رسم رسوميات
عن الشعار
المثلث $\triangle ABC$
محيط المثلث $\triangle ABC$.

الحل:

$\triangle ABC$ محيط بالدائرة $\odot G$. فإن
$\overline{BF}$ و $\overline{AE}$ مماسان للدائرة $\odot G$ عندهما شأنهما شأن
$\overline{CF} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{BF} \cong \overline{BE}$ ، $\overline{AE} \cong \overline{AD}$ المثلث.
$AE = 8$ m ، $FB = 7$ m ، $CD = CF = 3$ m.

بما أن CB هو المستقيم. فإن $CB = CF + FB$ ، إذا
$CF = CB$ أو 3 m. إذا، $CD = CF = 3$ m.

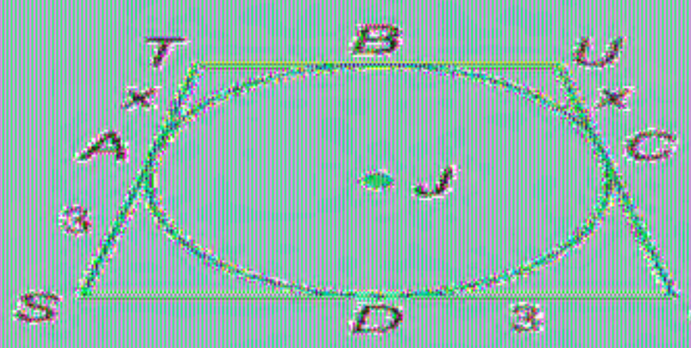
محيط المثلث $\triangle ABC$.

$AE + FB + BC + CD$
$8 + 7 + 10 + 3$ أو 36 m

محيط $\triangle ABC$ يساوي 36 m .

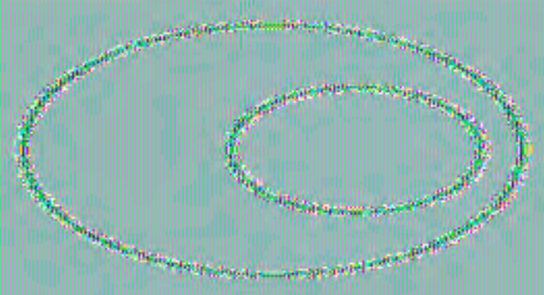
مثال 2 حول الدائرة $\odot J$.
وحدة. أوجد قيمة x.





تمرين

1. أوجد محيط كل شكل.



2.

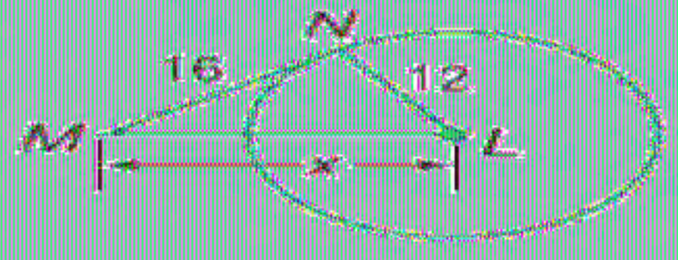


3

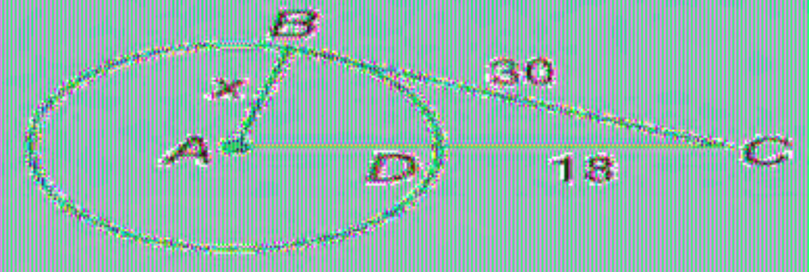


خها مماسات هي مماسات بالفعل.

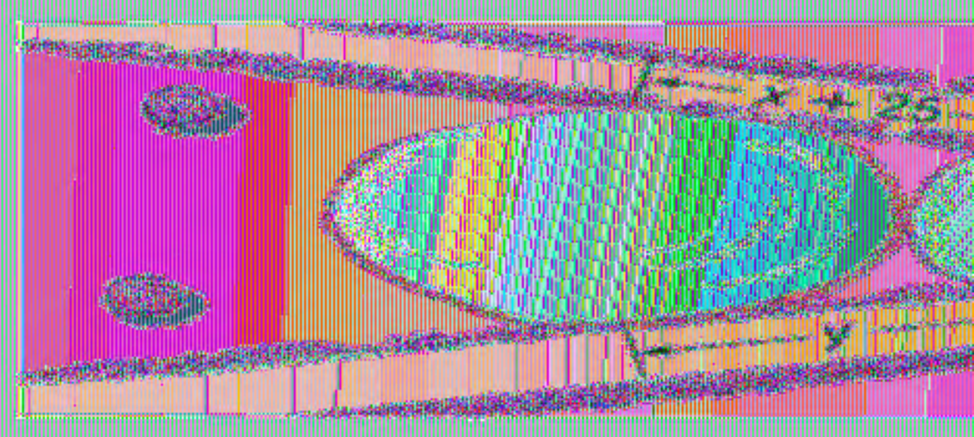
4.



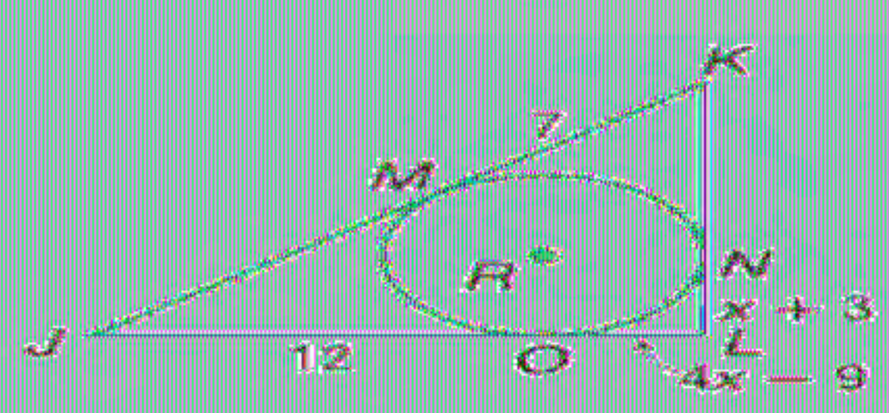
5.



طبيعية مثبتين مماسين على البركتين شبه الدائريتين
x و y.

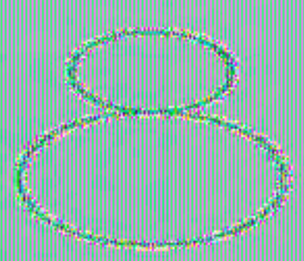


6.

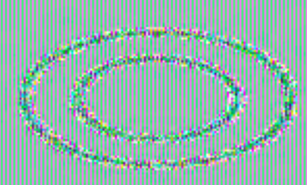


فإذا لم تكن هناك مماسات مشتركة، فقل

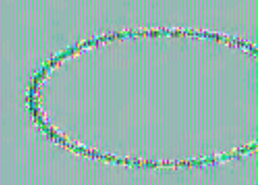
9.



10.

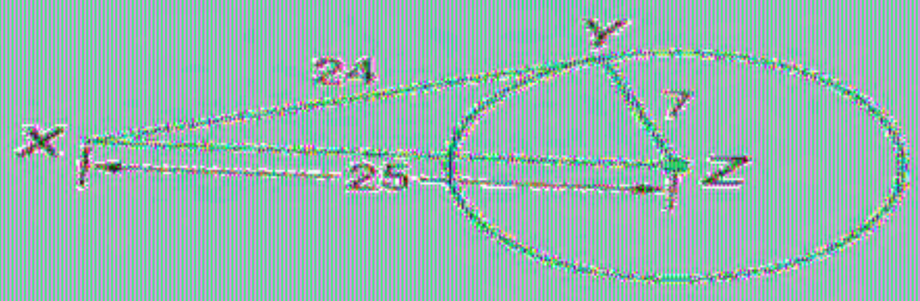


11.

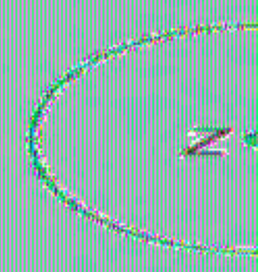


برر إجابتك.

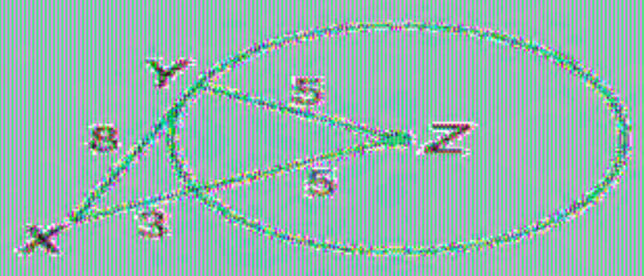
13.



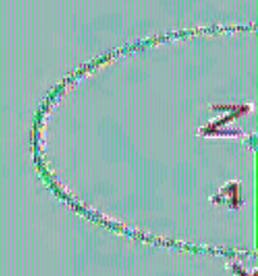
14.



15

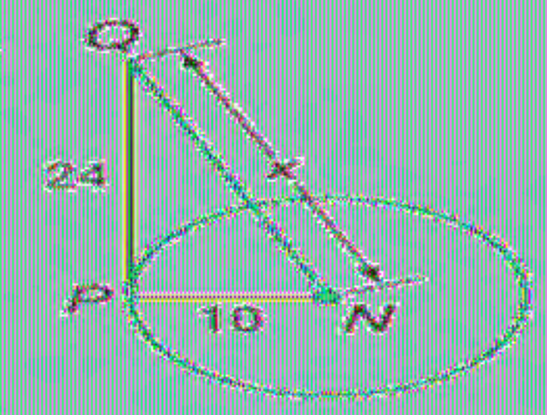


16.

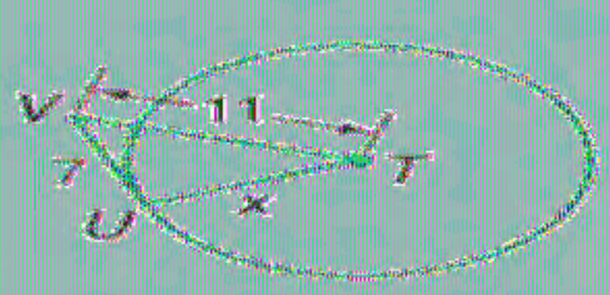


تبدو مماسية مماسية.

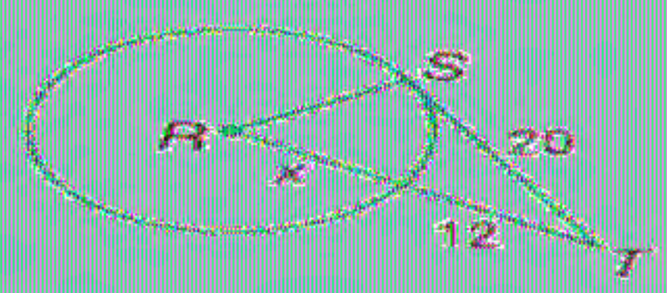
17.



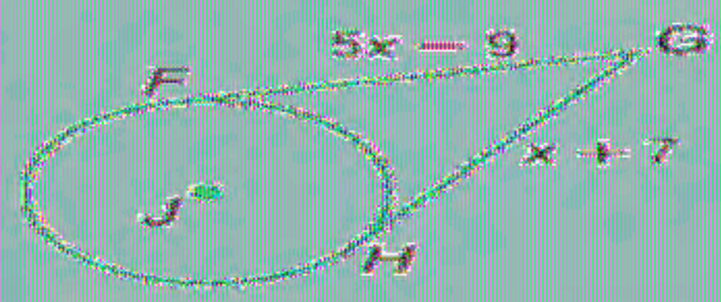
18.



20.



21.



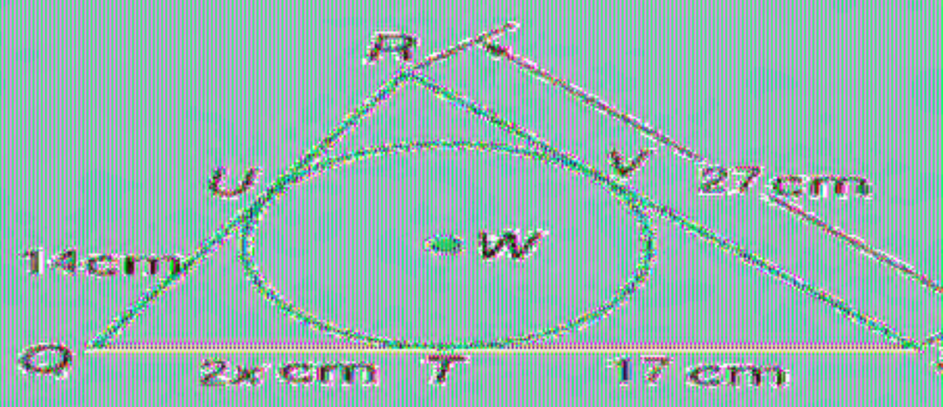


$\overline{BC}$ و
26 cm نصف قطر الدائرة

a. AC

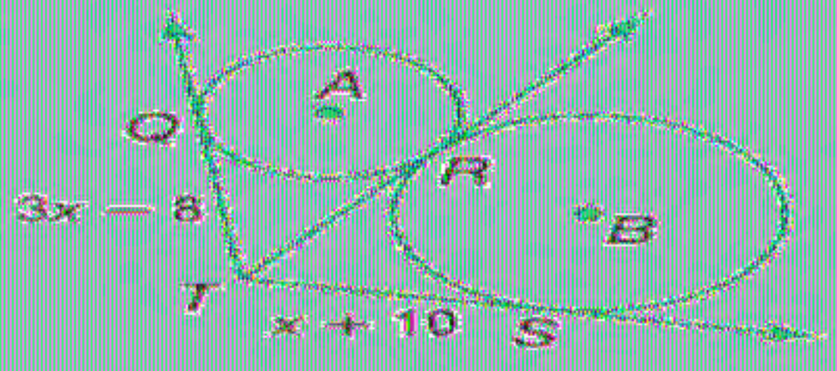
يبدو.

24.

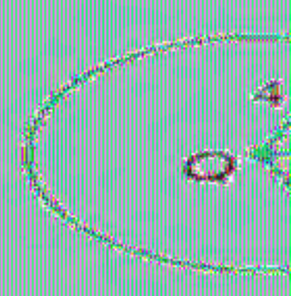


ض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي

26.



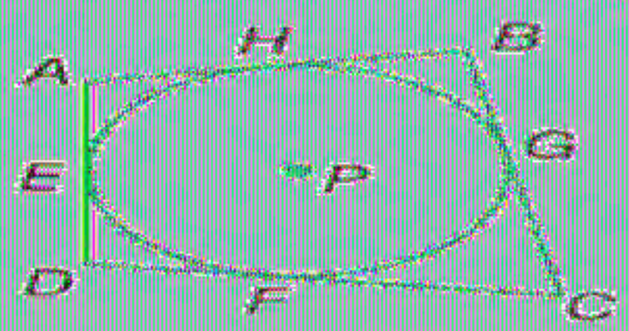
27.

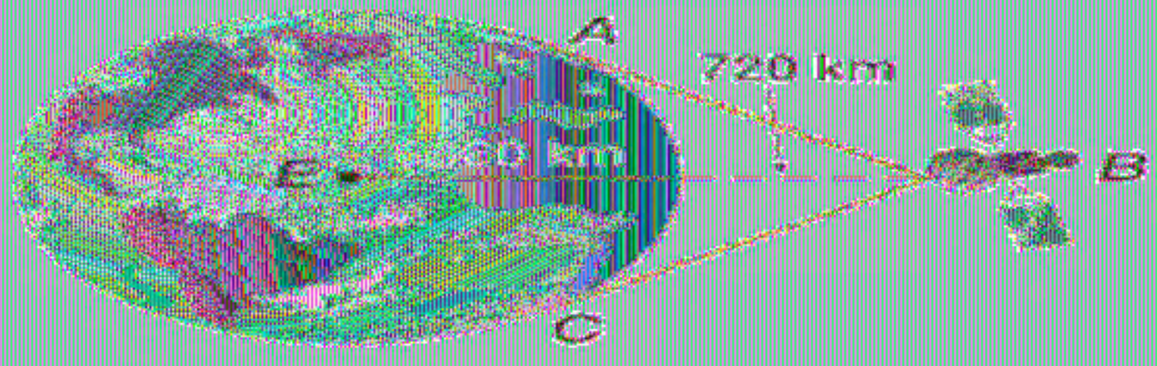


29. البرهان المكوّن من عمودين

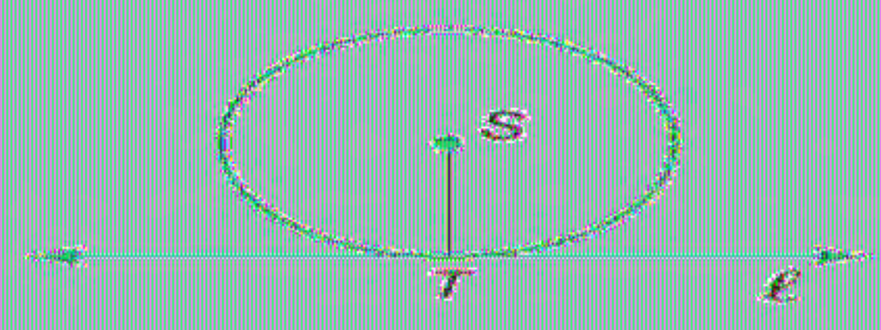
المعطى: شكل رباعي $ABCD$ مُحيط للدائرة P.

المطلوب إثباته: $AB + CD = AD + BC$

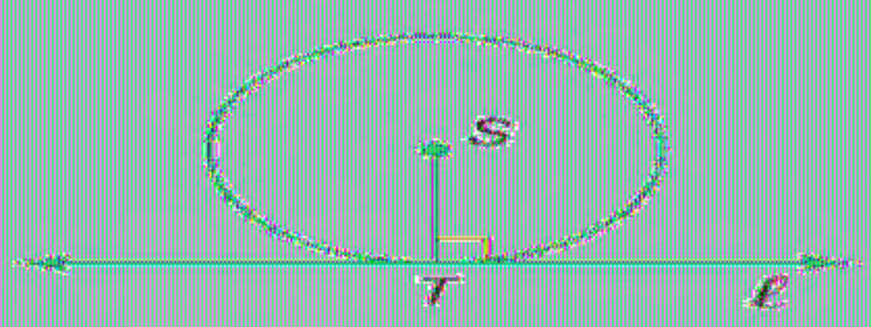




ى المواد التي تحملها الرحلات الفضائية وتلك التي لا تزال
مركبة فضائية أسطوانية من الألومنيوم وزنها 635 kg.
سافة من الإسطوانة إلى أبعد نقطة على سطح الأرض
الأرض بساوي 6360 km. قرب إلى أقرب كيلومتر.



ن



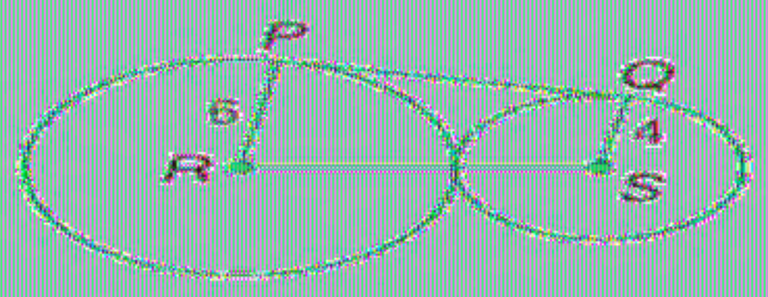
ن

ح قطر الدائرة S.

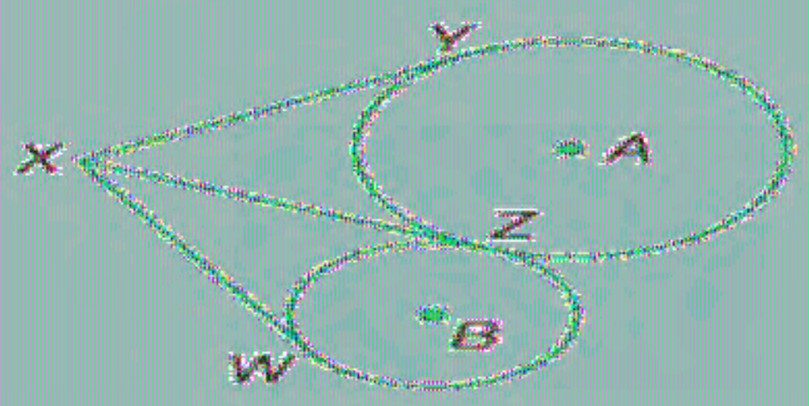
ن محيطها.

لى محيط الدائرة وارسم $\overrightarrow{AP}$ ثم
$\overrightarrow{AP}$. سمّ نقطة التماس T.

P.



ح كيف يمكن أن



41. جبريا أيّ مما يلي يوضح التحليل الكامل للعلاقة $25x^2 - 5x$ إلى عواملها الأولية؟

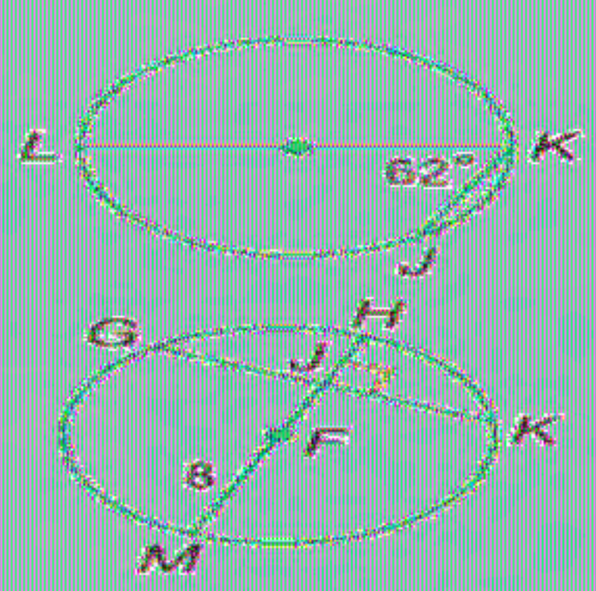
F $5x(x)$
G $5x(5x - 1)$
H $x(x - 5)$
J $x(5x - 1)$

42. SAT/ACT ما هو محيط المثلث المعروض أدناه؟

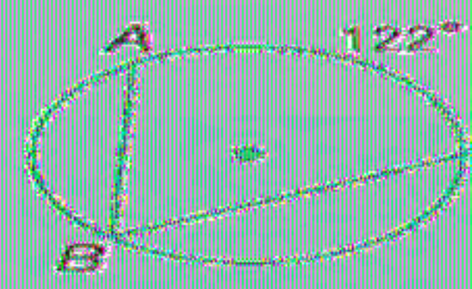


A 12 وحدة
B 24 وحدة
C 34.4 وحدة
D 36 وحدة
E 104 وحدات

43. $m\overset{\frown}{JK}$



44. $m\angle B$



سات.

46. $m\overset{\frown}{GH}$

47.

وجه خبيز للأرصاد الجوية
رصد السقف.
دوار، يبعد مسافة 83 m عن
اوية الارتفاع تساوي 62.7°.

ه. واشرح استنتاجك.

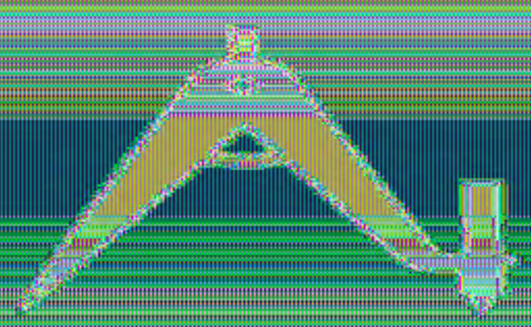
50.

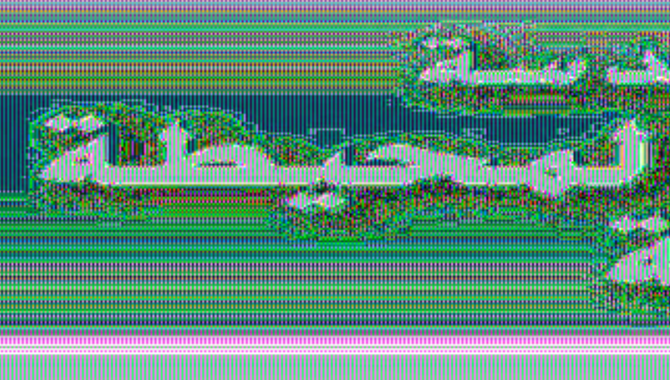


51.

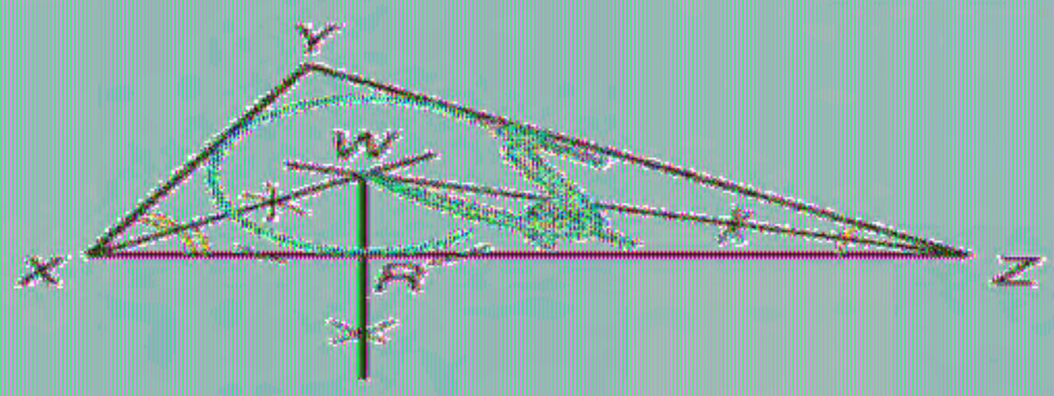
52. $15 = \frac{1}{2}[(360 - x) - 2x]$

53. $x + 12 = \frac{1}{2}[(180 -$

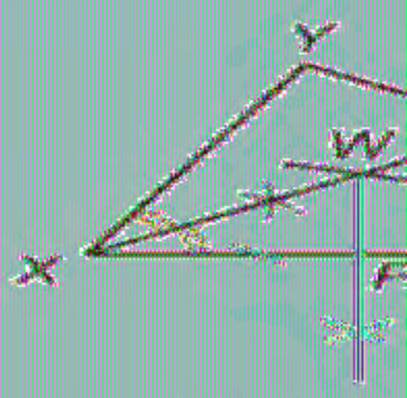




الشكل 2

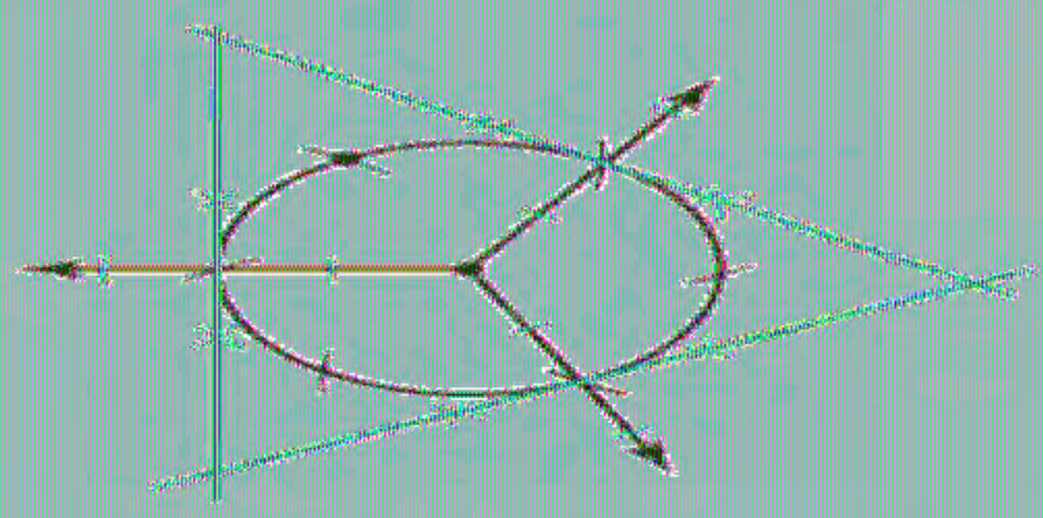


افتح الفرجار بمقدار طول $\overline{WR}$، ضع رأس الفرجار على النقطة W وارسم دائرة يساوي نصف قطرها ذلك الطول.

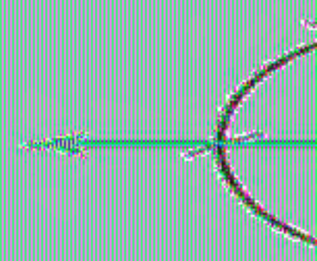


ودية على
ل نقطة ثلاثي
تقاطع R.

الشكل 3



أنشئ مستقيمًا عمودًا على كل شعاع.



مر بالأقواس
لتماوي.

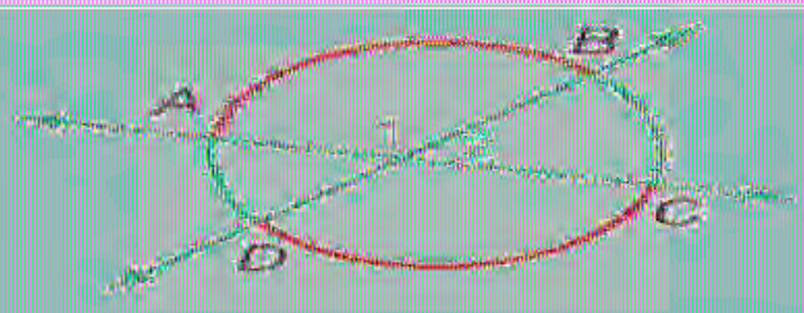
دائرة.
ز).



مجال رؤية الإنسان حوالي $180°$. عند التصوير مجال بكثير يقع خلف ظهرك، وتحدث زاوية جزء المحسوس يمكن أن التصوير عالم

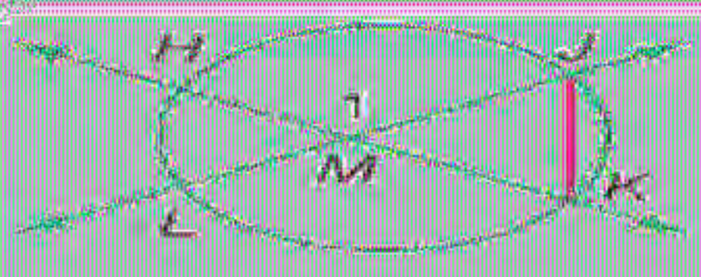


سطح داخرة أو داخلها **الداخلية** هو مستقيم
بين الجسمين ℓ و K فاصلان للداخرة C ⓒ
ة فالزاوية المشكلة



نقطان داخل داخرة. فإن
يساوي نصف مجموع
تحصرهما الزاوية والزاوية

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD}) \quad \text{أي أن}$$



M ... ت

$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m$

1. المعطيات.	1. M
2. خاصية الزاوية الخارجية.	2. $m\angle 1 = m\angle M$
3. بما أن قياس الزاوية الخطية لـ نصف قياس القوس المحصور.	3. $m\angle MNK = \frac{1}{2}$
4. التعويض.	4. $m\angle 1 = \frac{1}{2}m$
5. خاصية التوزيع	5. $m\angle 1 = \frac{1}{2}(m$

البرهان

نظرية 5.12: نظرية قياس الزاوية المحصورة

قياس الزاوية المحصورة المتكونة من وترين متقاطعين داخل الدائرة يساوي نصف مجموع قياسي القوسين المحصورين بين ضلعي الزاوية وامتداديهما.

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD})$$

مثال 1 أوجد قياس $m\angle AEB$.

$$m\angle AEB = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AB} + m\overset{\frown}{CD}) \quad \text{النظرية 5.12}$$
$$= \frac{1}{2}(143 + 75) \quad \text{بالتعويض}$$
$$= \frac{1}{2}(218) \text{ أو } 109 \quad \text{بالتبسيط}$$

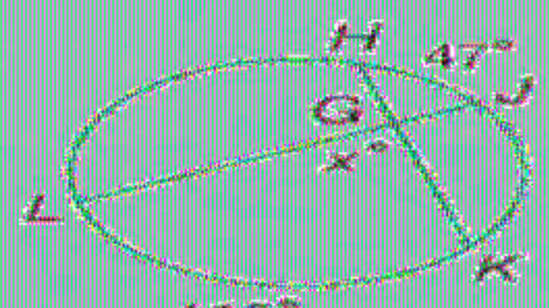
مثال 2 أوجد قيمة x. قياس الزاوية $\angle DEB$.

$\angle AEB$ و $\angle DEB$ زاويتان متكاملتان.

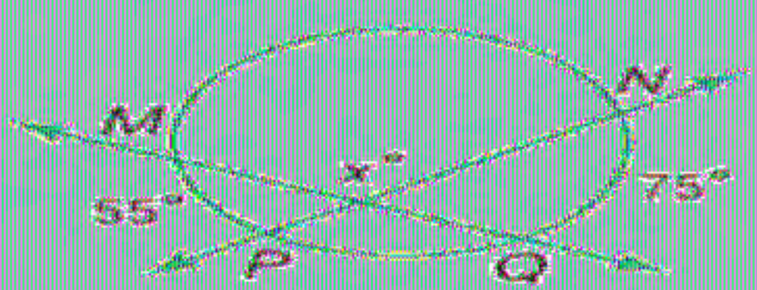
إذن $x = 180 - 109$ أو 71.

$$m\angle GLH = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{GH} + m\overset{\frown}{KJ}) \quad \text{النظرية 5.12}$$
$$110 = \frac{1}{2}(x + 97) \quad \text{بالتعويض}$$
$$220 = (x + 97) \quad \text{بضرب كل طرف في 2}$$
$$123 = x \quad \text{بطرح 97 من كل طرف}$$

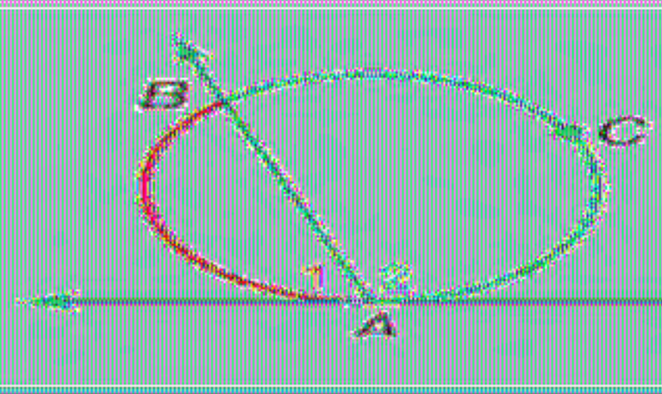
1A.



1B.



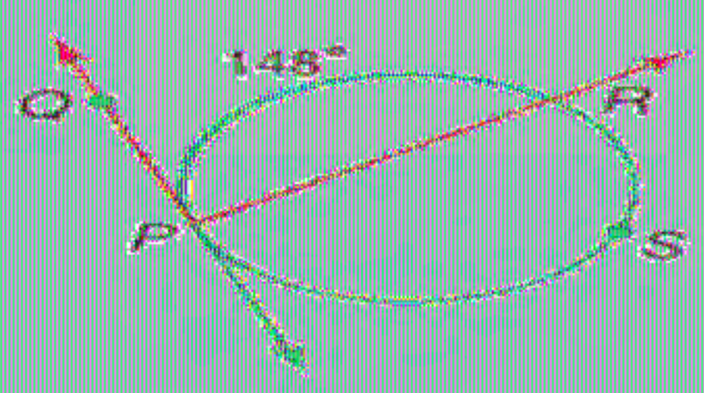
نظرية قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور. فإذا كان أحد أضلاع الزاوية المحيطية مماسًا للدائرة فإن العلاقة تبقى صحيحة أيضًا.



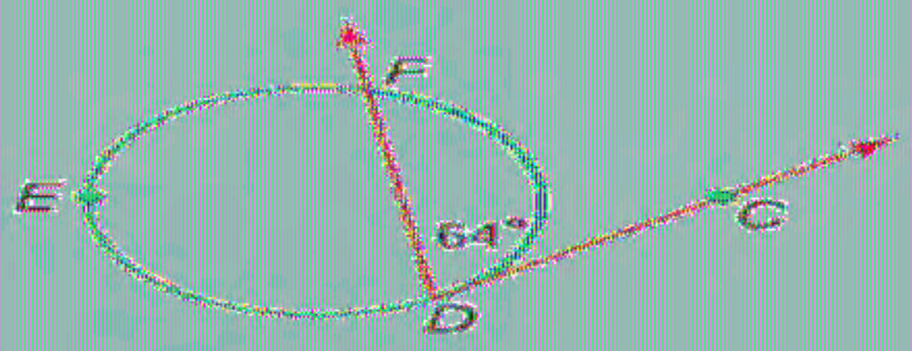
برهان جزء من النظرية 5.12

المعطيات: $\overline{AB}$ مماس للدائرة عند النقطة A.

المطلوب: $m\angle 2$ يساوي نصف $m\overset{\frown}{AC}$.

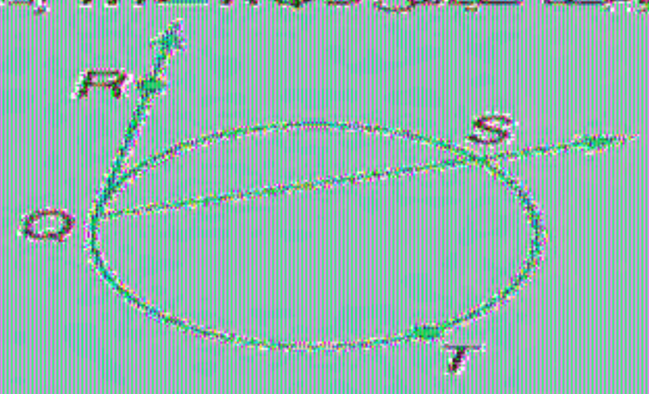


$$m\angle QPR = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{QTR} \qquad \text{مبرهنة 5-12}$$
$$= \frac{1}{2}(148) = 74 \qquad \text{بالتعويض}$$



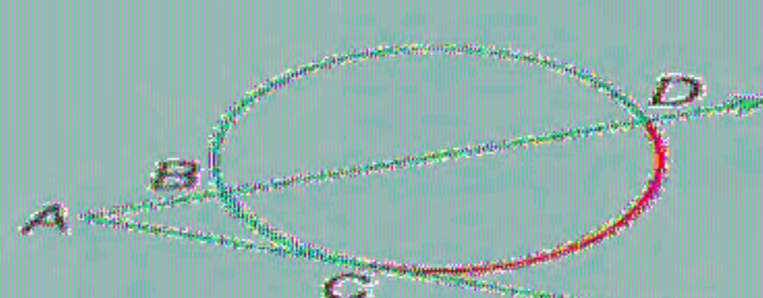
$$m\angle CDF = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{EFD} \qquad \text{مبرهنة 5-12}$$
$$64 = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{EFD} \qquad \text{بالتعويض}$$
$$128 = m\overset{\frown}{EFD} \qquad \text{ضرب الطرفين في 2}$$
$$m\overset{\frown}{DEF} = 360 - m\overset{\frown}{EFD} = 360 - \qquad$$

B. أوجد قياس $m\angle ROS$ إذا كان $m\overset{\frown}{QTS} = 238°$.



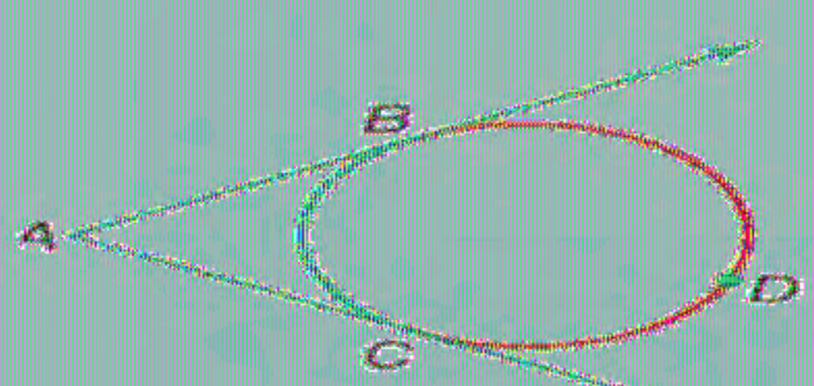
ملاحظة يمكن أن تلتقي القواطع والمماسات أيضا خارج الدائرة. ويساوي قياس كل زاوية منها نصف قياس الأقواس التي تقطعها.

قاطع-مماس



$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{DC} - m\overset{\frown}{BC})$$

مماسان



$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{BDC} - m\overset{\frown}{BC})$$

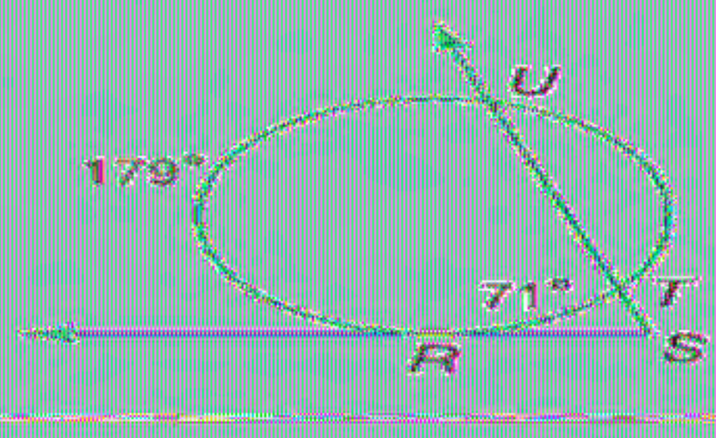
$$m\angle L = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{HJK} - m\overset{\frown}{HK})$$
$$= \frac{1}{2}(360 - 102) - 102$$
$$= \frac{1}{2}(258 - 102) = 78$$

مثال 5.13 تطبيق
باستخدام مقطوع
قطع

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{CD} - m\overset{\frown}{BC})$$
$$56 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{CD} - 95)$$
$$112 = m\overset{\frown}{CD} - 95$$
$$207 = m\overset{\frown}{CD}$$

مثال 5.14 تطبيق
بالتخصيص
يتقاطع على طريق بـ 2
بالتقاطعة 95 في على طريق

3A. $m\angle S$



3B. $m\overset{\frown}{XZ}$

لحل مسائل من الحياة اليومية.

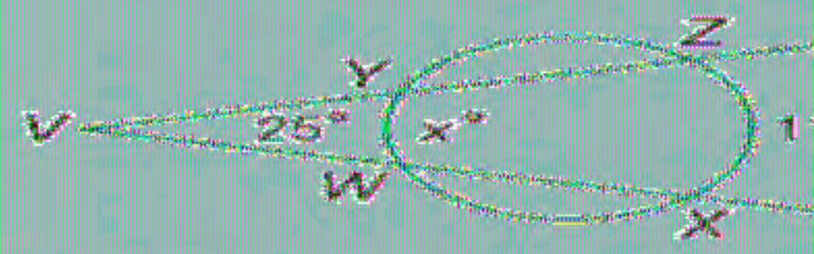
خواص القواطع المتقاطعة

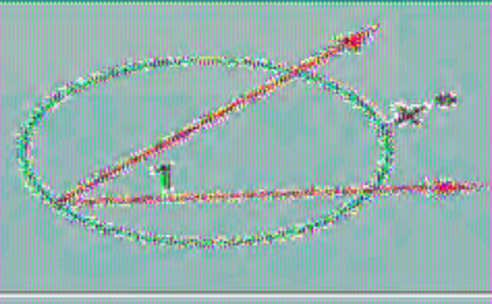
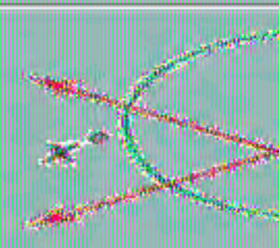
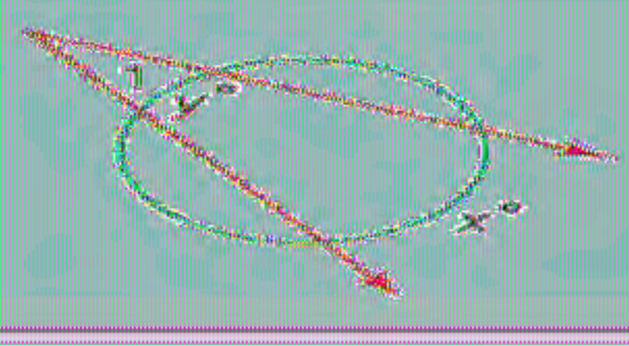
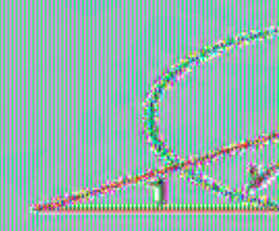
شعاع ضوئي عندما يصطدم بقطرة ماء. ينحرف الشعاع
كان قياس الزاوية $m\overset{\frown}{AC} = 128$ و $m\overset{\frown}{XBY} = 84$. فما قياس



مثال 5.15 التطبيق
بالتخصيص
بمسطح

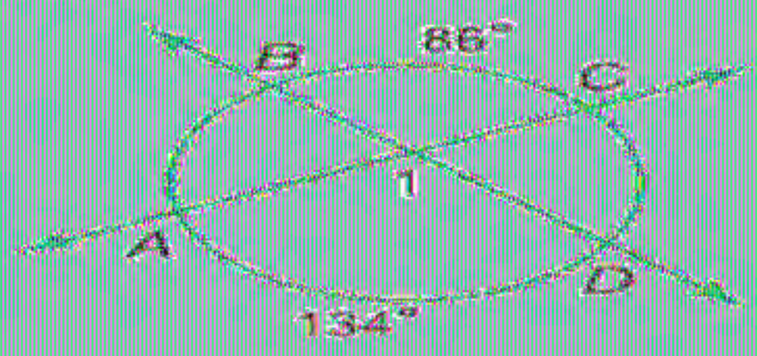
$$m\angle D = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{AC} - m\overset{\frown}{XBY})$$
$$= \frac{1}{2}(128 - 84)$$
$$= \frac{1}{2}(44) = 22$$



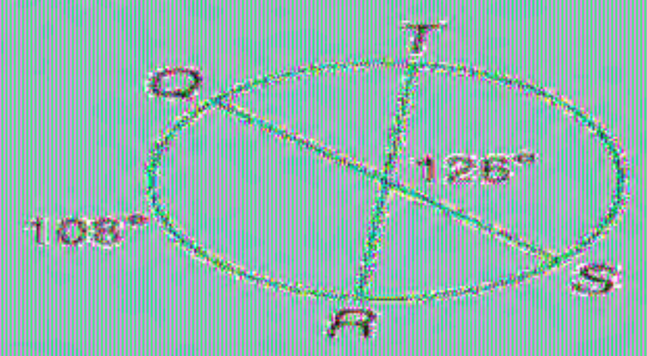
نماذج	قياس الزاوية
	نصف قياس القوس المحصور $m\angle 1 = \frac{1}{2}x$
	نصف قياس مجموع القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x + y)$
 	نصف قياس فرق القوسين المحصورين $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x - y)$

ي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

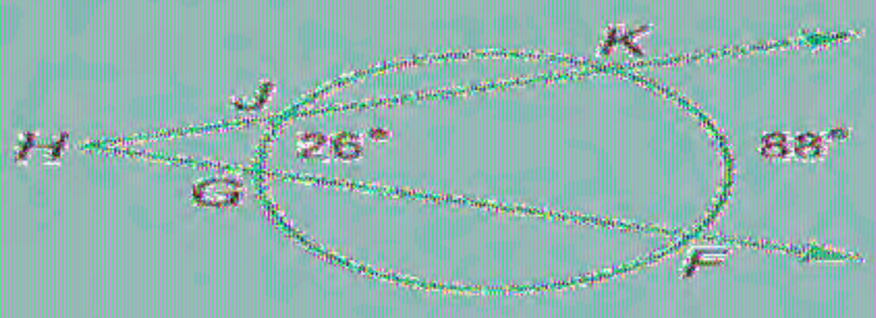
1. $m\angle 1$



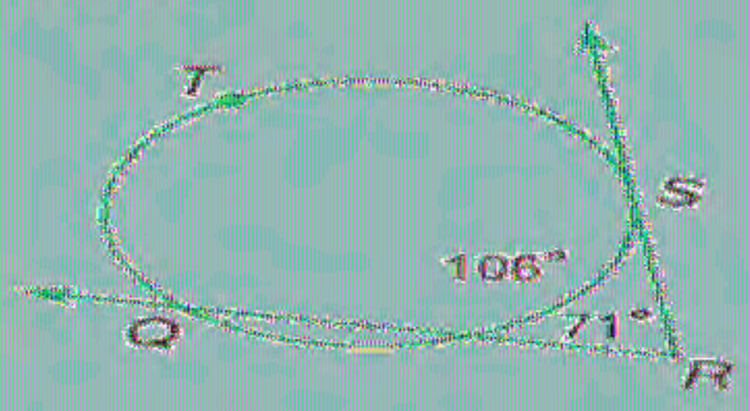
2. $m\overset{\frown}{TS}$



4. $m\angle H$



5. $m\overset{\frown}{QTS}$





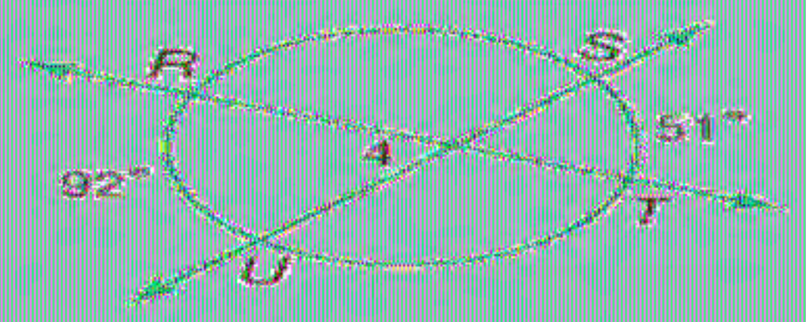
ائة الأولى
نها
دراجة
مع

دو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

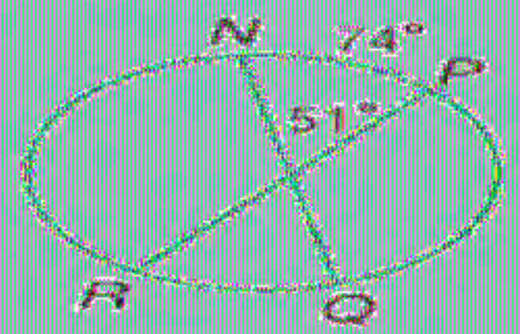
8. $m\angle 3$



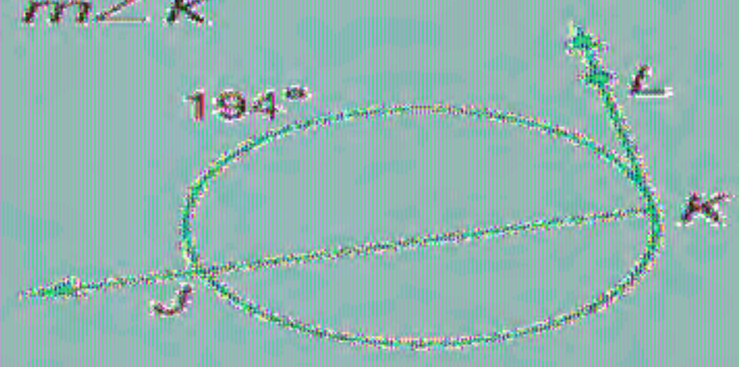
9. $m\angle 4$



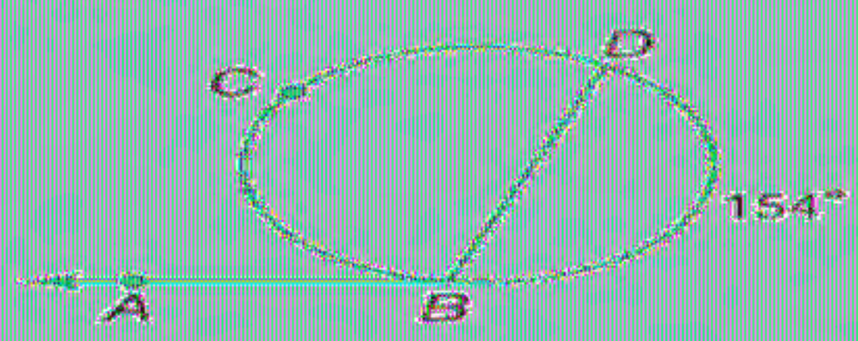
11 mRQ



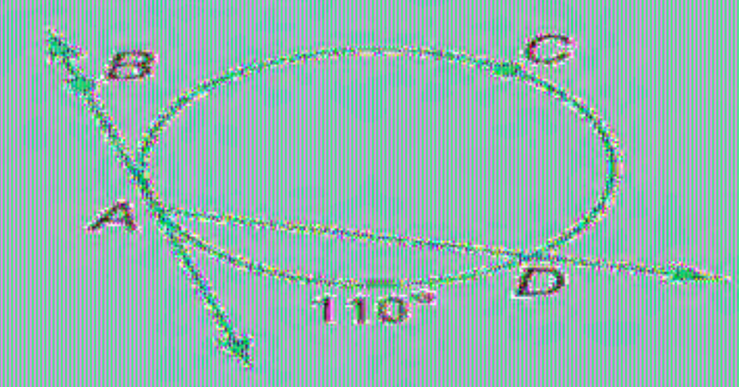
12. $m\angle K$



14. $m\angle ABD$



15. $m\angle DAB$





a. $m\angle ACE$

b. $m\angle ADC$

18. $m\angle A$



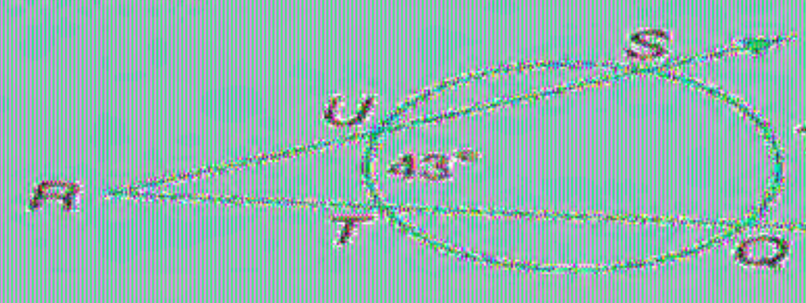
19. $m\angle W$



21. mXY



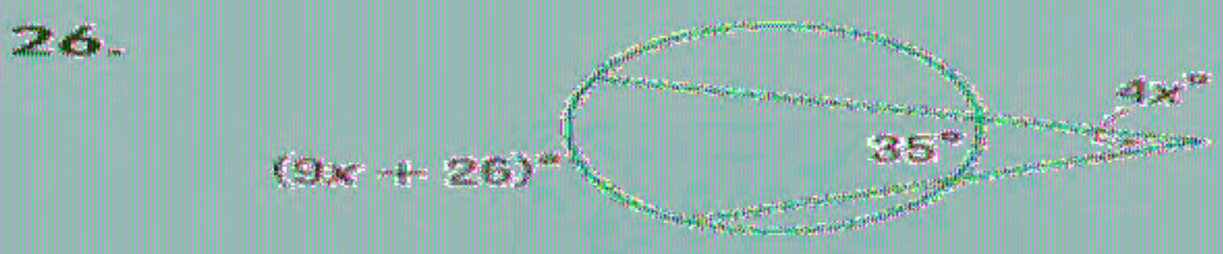
22. $m\angle R$

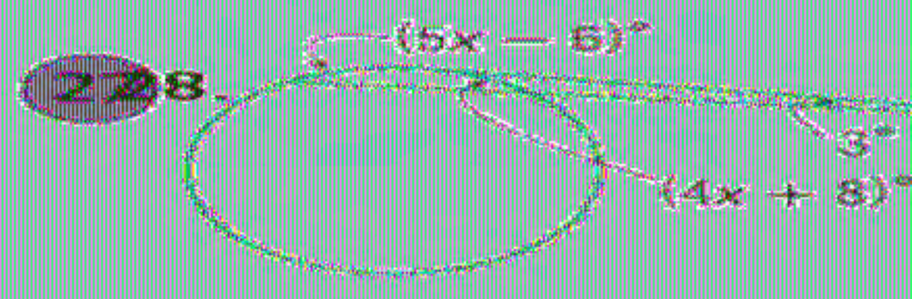


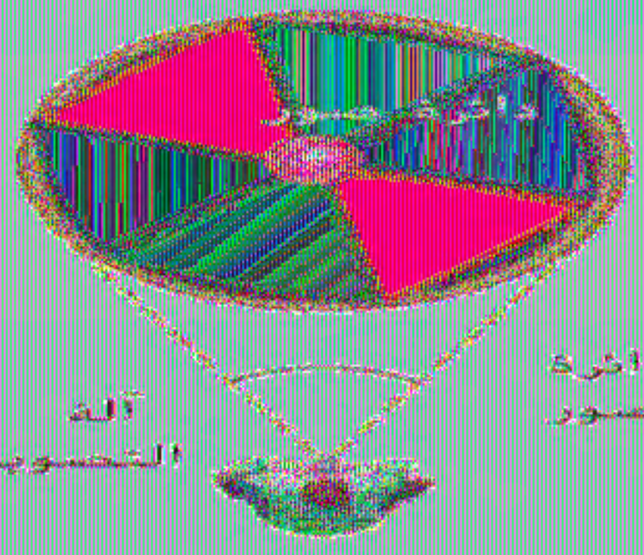


ساوي قيمة y؟
في الكرة الأرضية.
رؤيته









كل

35°. فما قياس قوس

15 ضمن
ينبغي استخدامها؟

اكتب برهانا مكونا من عمودين.

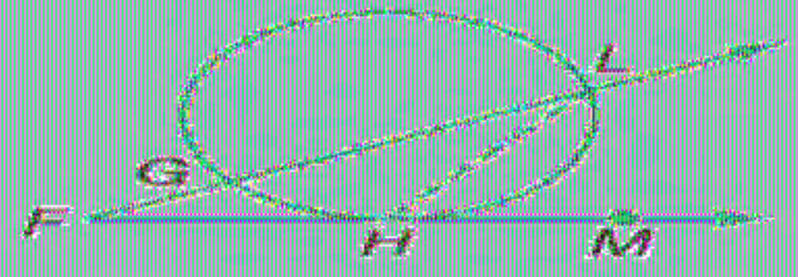
أنصاف 2

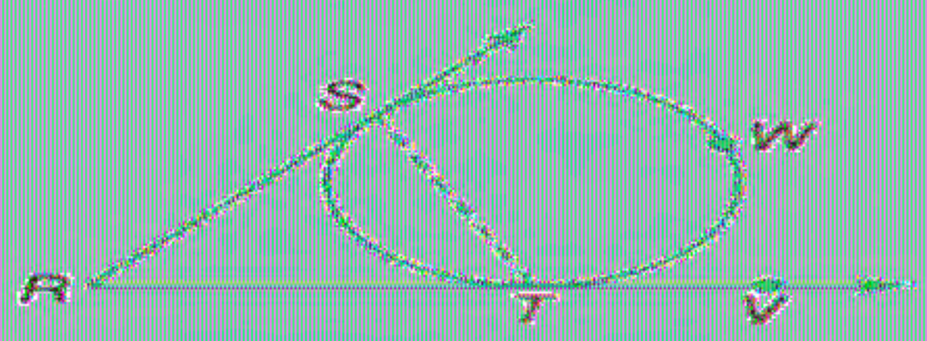
31.

المعطى: المماس $\overleftrightarrow{FM}$ والقاطع $\overleftrightarrow{FL}$

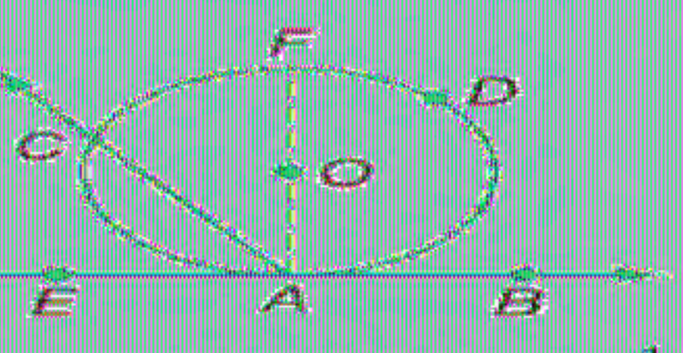
المطلوب إثباته: $m\angle F = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{LH} - m\overset{\frown}{GH})$

m

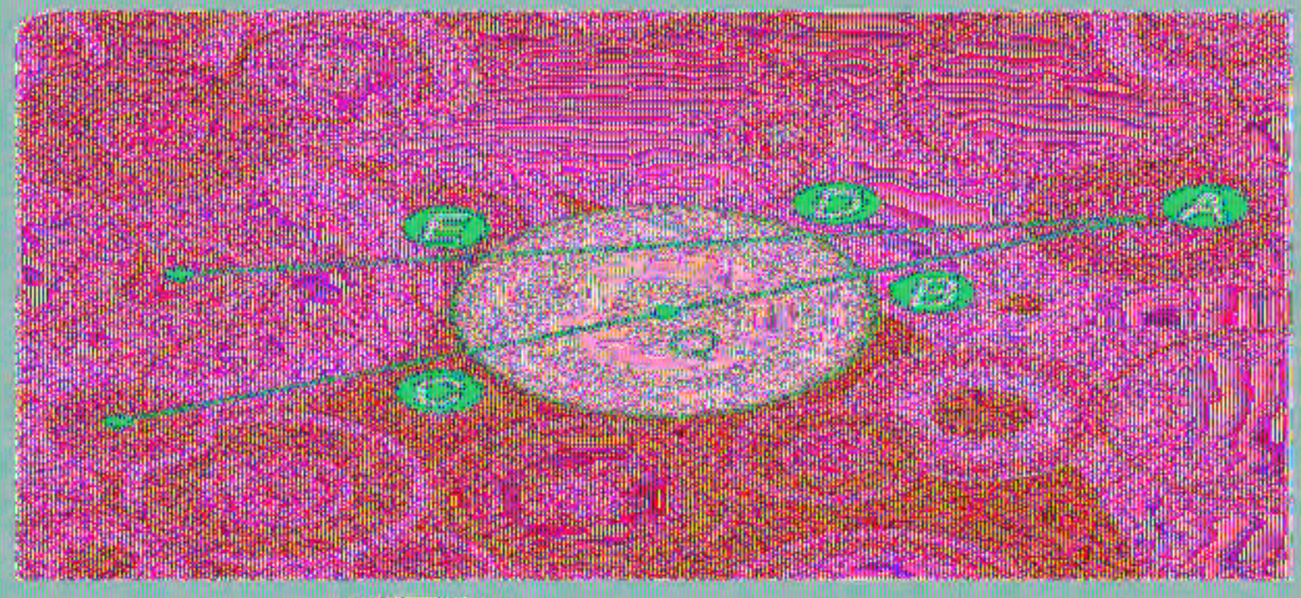


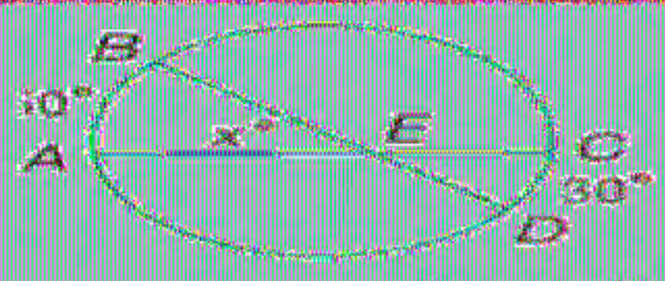


$m\angle$



$m\angle CAB = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{CDA}$ فإن جيد.





ـيل

كال
ع.

ة، مع شرحك

x لكل

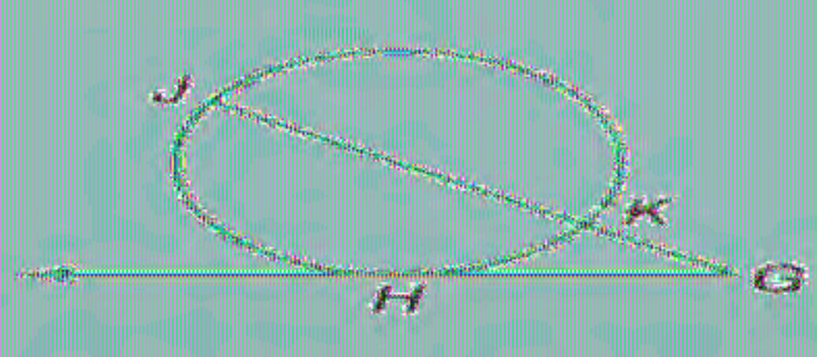
اب $m\overset{\frown}{CD}$
ر عندما يكون $m\overset{\frown}{CD} = 0$؟

المطريتين 5.12 و 5.6 الموصوفتين في الجزء c.

ة بشكليها قاطع ومماس يتقاطعان خارج دائرة.

3. **التحدي** يحاط المثلث متساوي الساقين $\triangle ABC$ بالدائرة $\odot D$.
وما الذي يمكنك استنتاجه حول
$m\overset{\frown}{AB}$ و $m\overset{\frown}{BC}$؟ اشرح.





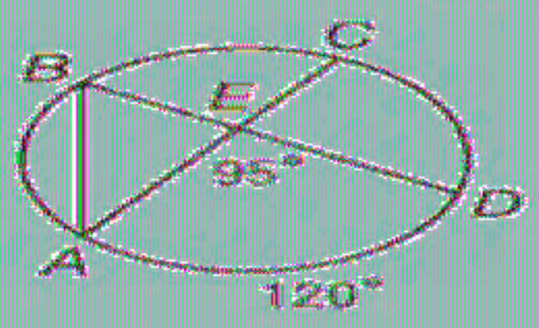
صغرين

تماطعان خارج الدائرة. واستخدم منقلة لقياس الزاوية
شكلين. واشرح استنتاجك.

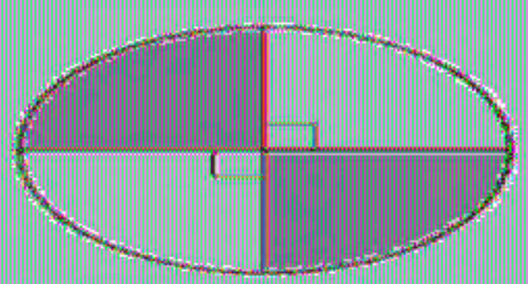
ـ. فإذا كانت $m\angle P = 50$ و $m\angle Q = 60$،
و تشكلوا متماطر التماس.

Copyright © by Holt, Rinehart and Winston. All rights reserved.

44. **الإجابة الشبكية** إذا كانت $m\angle AED = 95$ و $m\overset{\frown}{AD} = 120$، فما قياس $m\angle BAC$؟



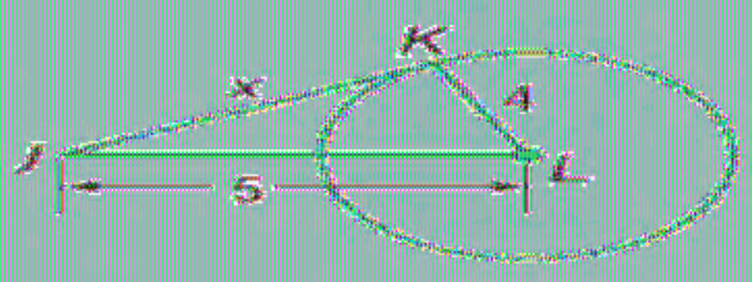
45. *SAT/ACT* إذا كان محيط الدائرة المبينة أدناه يساوي 16π وحدة، فما هي المساحة الكلية للمنطقة المظللة؟



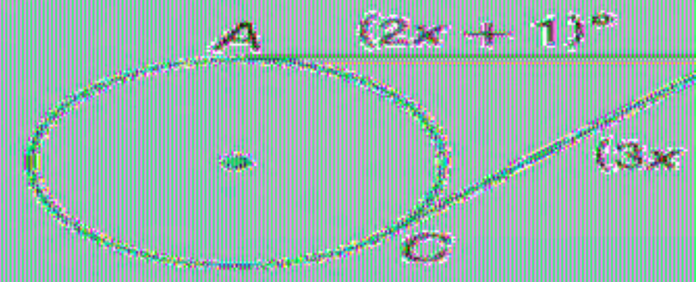
A 64π وحدة^2
B 32π وحدة^2
C 12π وحدة^2
D 8π وحدة^2
E 2π وحدة^2

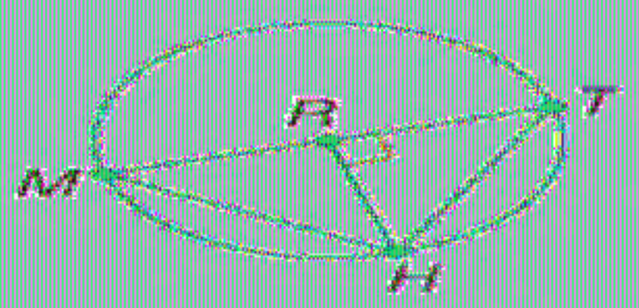
مماسات بالفعل. (المثالان 5–5)

46.



47.





عشرة من الدرجة عبر استخدام قانون المسافة ومعكوس

و $D(-1, 2)$

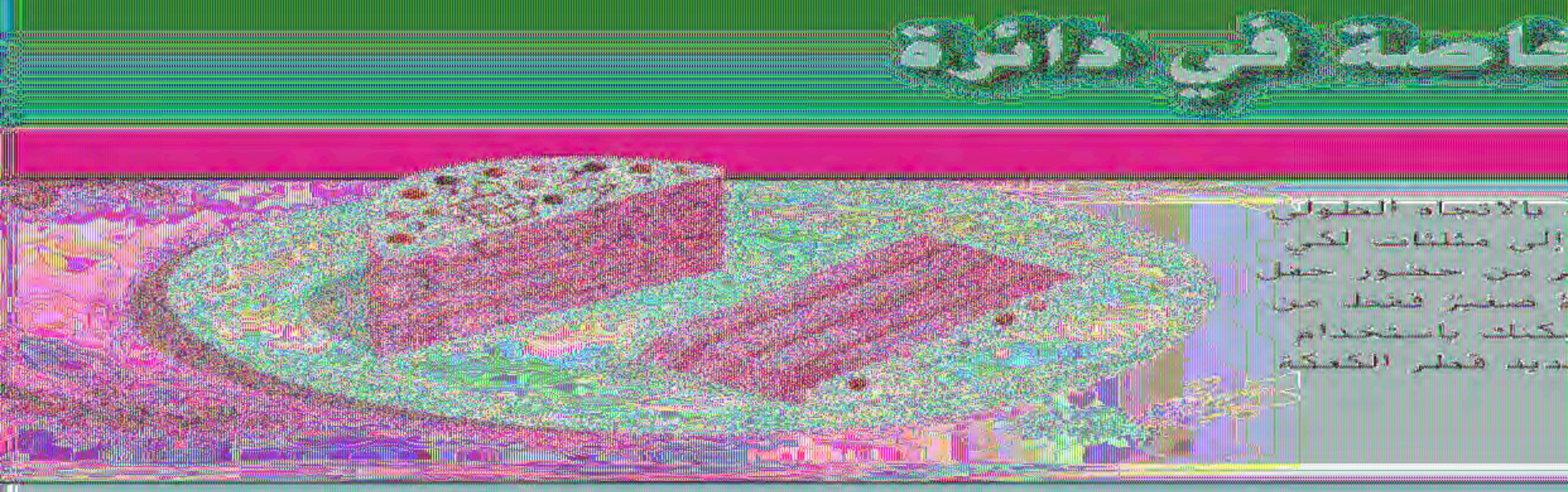
و $Z(7, -2)$

52. $x^2 + 13x = -36$

53. $x^2 - 6x = -9$

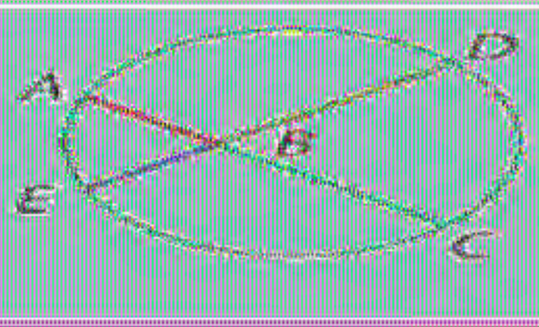
55. $28 = x^2 + 3x$

56. $x^2 + 12x + 36 =$



نظرية القوى في الدائرة

القوة داخل دائرة عندما يتقاطع وتران داخل دائرة، يقسم كل وتر إلى قطعتين.

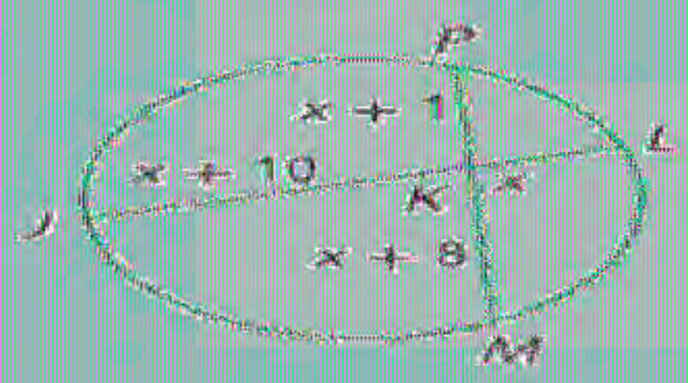


a.



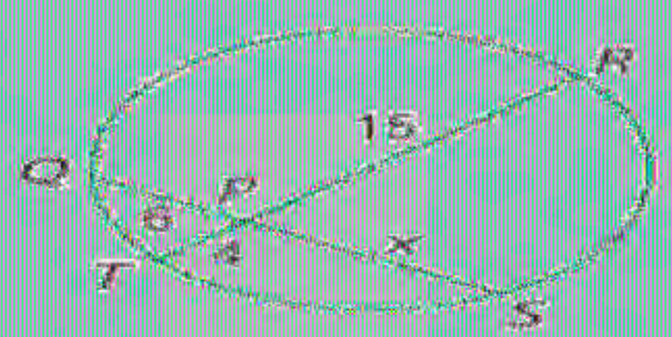
$$AB \cdot BC = EB \cdot BD$$
$$5 \cdot 12 = x \cdot 10$$
$$60 = 10x$$
$$6 = x$$

b.



$$JK \cdot KL = PK \cdot KM$$
$$(x + 10) \cdot x = (x + 1)(x + 8)$$
$$x^2 + 10x = x^2 + 9x + 8$$
$$10x = 9x + 8$$
$$x = 8$$

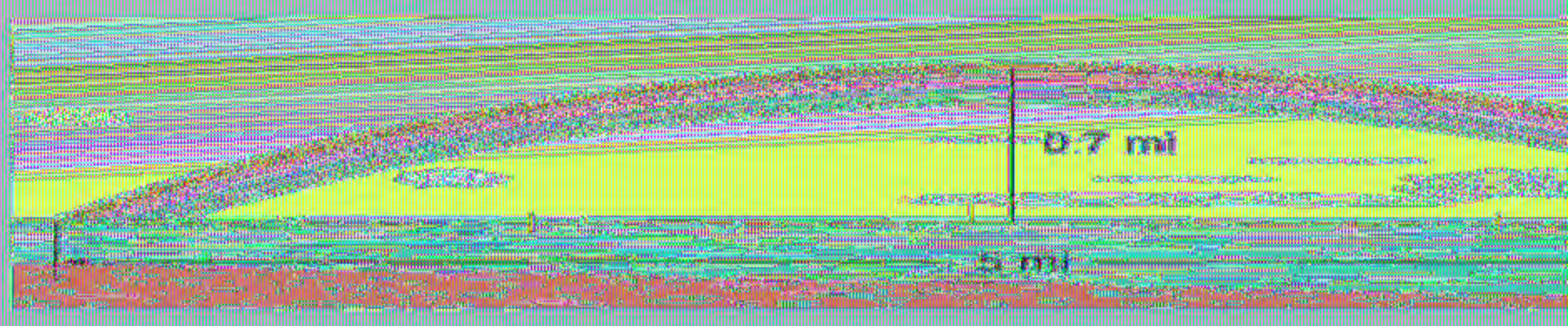
1A.



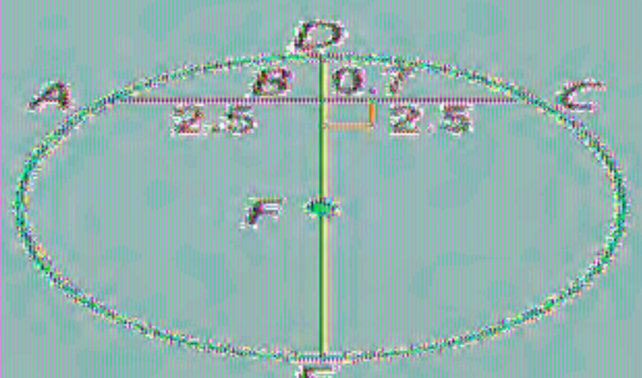
1B.



قُرح هو دائرةٌ كاملة. ولكننا لا نرى سوى قوس الدائرة الذي يظهر فوق
ت قطر الدائرة التي تضم القوس الخاص بقوس قرح الموضح؟



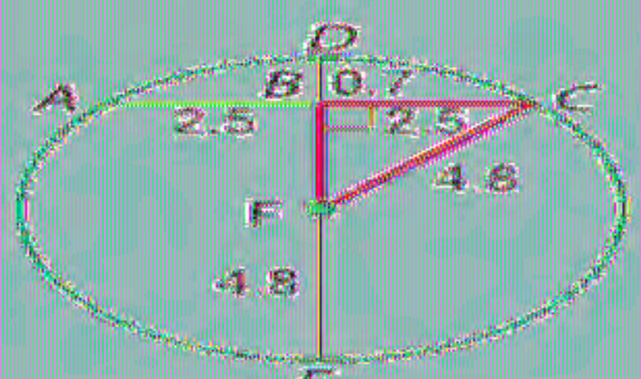
هو جزء من دائرة كاملة. $\overline{AC}$ قوس في هذه الدائرة. و $\overline{DB}$ منصف عمودي



ا أنه يقطع الوتر $\overline{AC}$ فإن $\overline{DB}$ قطر في الدائرة.
رب أطوال الأوتار المتقاطعة لإيجاد طول قطر

$AB \cdot BC = DB \cdot BE$	ب.ت
$2.5 \cdot 2.5 = 0.7 \cdot BE$	تعويض
$6.25 = 0.7BE$	ضرب
$8.9 \approx BE$	ق.ض
$DE = DB + BE$	مسلمة
$= 0.7 + 8.9$	تعويض
$= 9.6$	جمع

الدائرة يساوي 9.6 mi تقريبًا. فإن نصف القطر يساوي 2 ÷ 9.6 أو



يثاغورس للتحقق من المثلث المتشكل في
القطر والوتر وجزء من قطر الدائرة.

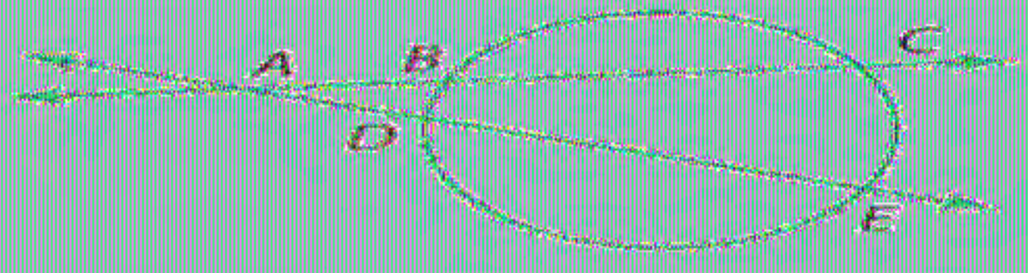
$DB + BF = DF$	مسلمة
$0.7 + BF = 4.8$	تعويض
$BF = 4.1$	طرح
$BF^2 + BC^2 = CF^2$	ف.ي
$4.1^2 + 2.5^2 \stackrel{?}{=} 4.8^2$	تعويض
$23.06 \approx 23.04$ ✓	تحقق

نقطة في مرصد النجوم، أو ما يسمى
قطر الدائرة التي تضم القوس
ب من طرف إلى الطرف الآخر؟

ع خارج دائرة

م قاطع له بالتعريف
ه الشكل. $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ ، $\overline{AD}$

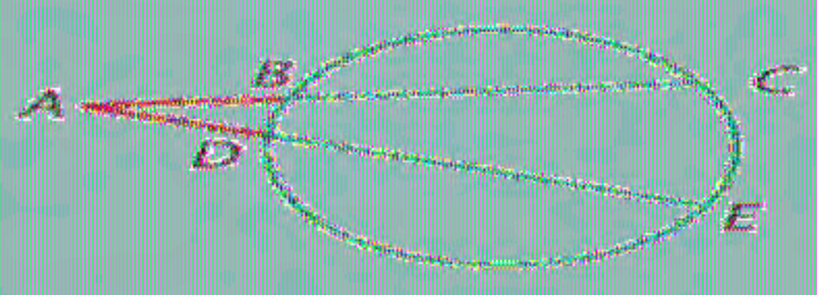
دائرة باسم **قطعة القاطع**
ان من قاطع خارجي.
قواطع الخارجية.



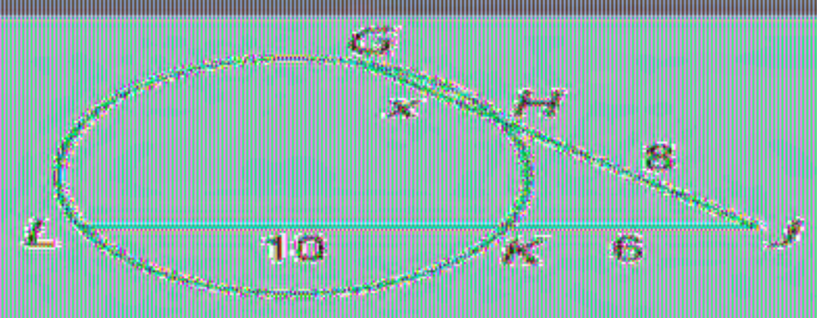
ستقيمة القاطعة

خارج دائرة، فإن ناتج ضرب قطعة
طعتها المستقيمة القاطعة الخارجة
باسمي القاطع الآخر بقطعته
لخارجية.

$AC \cdot$

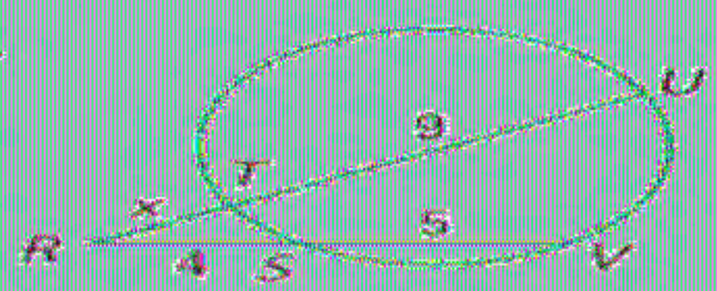


تقيمة: القطعية 5.12 ⊕ المماسية

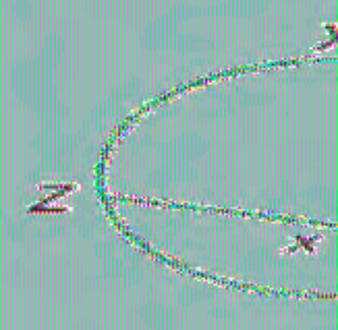


$$JG \cdot JH = JL \cdot JK$$
$$(x + 8)8 = (10 + 6)6$$
$$8x + 64 = 96$$
$$8x = 32$$
$$x = 4$$

3A.

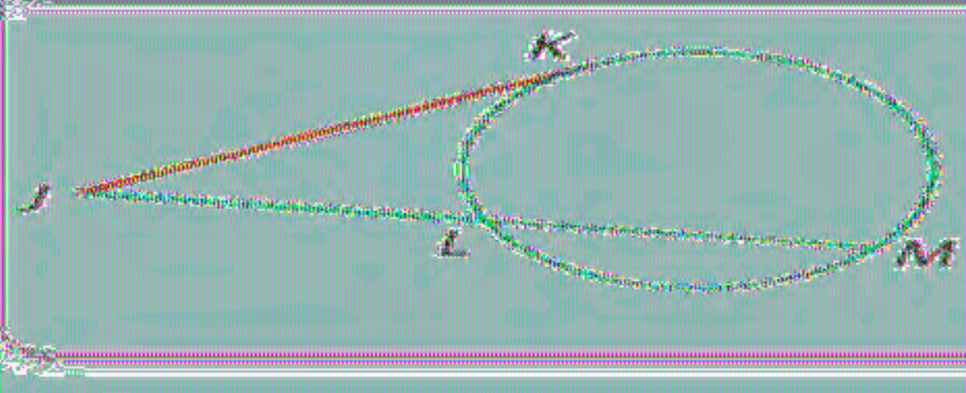


3B.



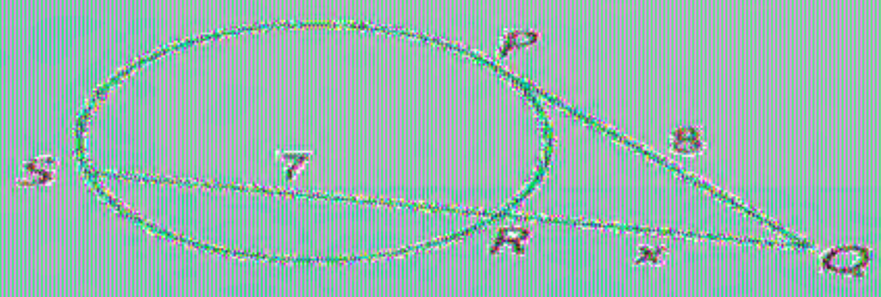
ارة في الدائرة 5.16 عندما يتقاطع قاطع ومماس خارج دائرة، وفي
مماسية، أو القطعة المستقيمة للمماس والتي تقع قطعتها الطرفية
رجية في آن واحد.

خارج دائرة، فإن مربع قياس
ب قياسي القاطع بقطعته
ارجية.



تقيمة: المماسية 5.12 ⊕ المماسية 5.13

قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



$PQ^2 = QR \cdot QS$ نظرية القاطع والمماس

$8^2 = x(x + 7)$ بالتعويض

$64 = x^2 + 7x$ بالتبسيط

$0 = x^2 + 7x - 64$ بالطرح 64 من كلا طرفي المعادلة

ه إلى عوامله الأولية. فاستخدم القانون العام.

الصيغة العامة للحل

$a = 1$ ، $b = 7$ ، $c = -64$

بالتعويض

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

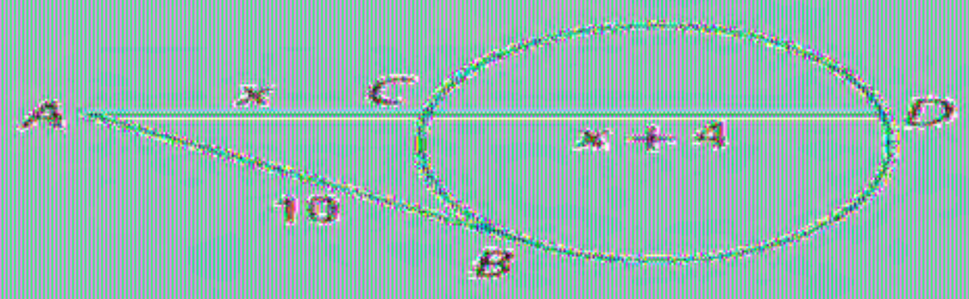
$$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(-64)}}{2(1)}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{305}}{2}$$

$x \approx 5.2$ أو -12.2

بالتبسيط

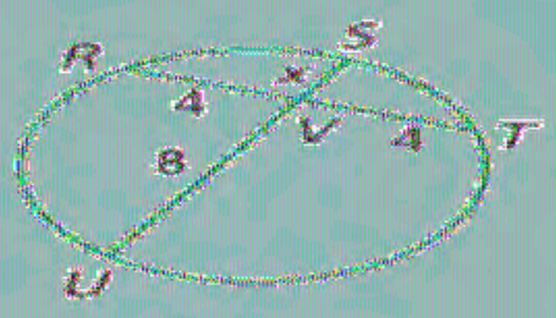
ن تكون سالبة. فإن قيمة x تساوي 5.2 تقريبًا.



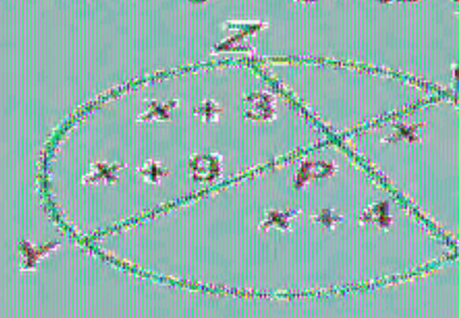
ة x.
شرة.

يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

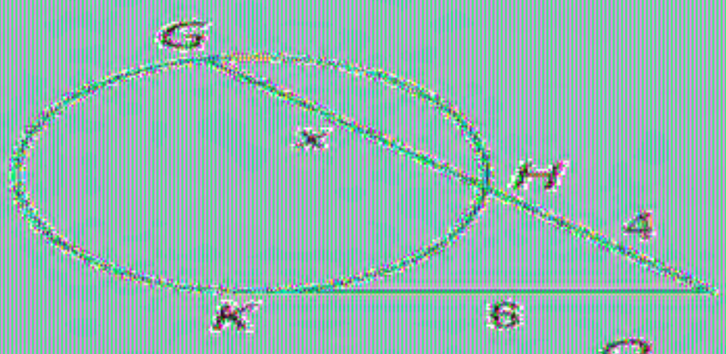
1.



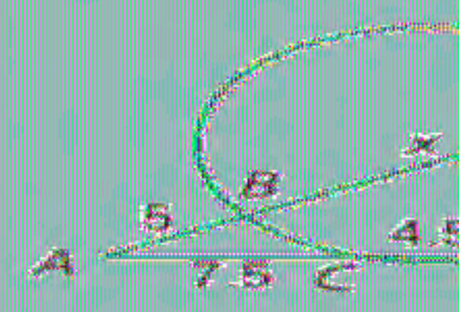
2.



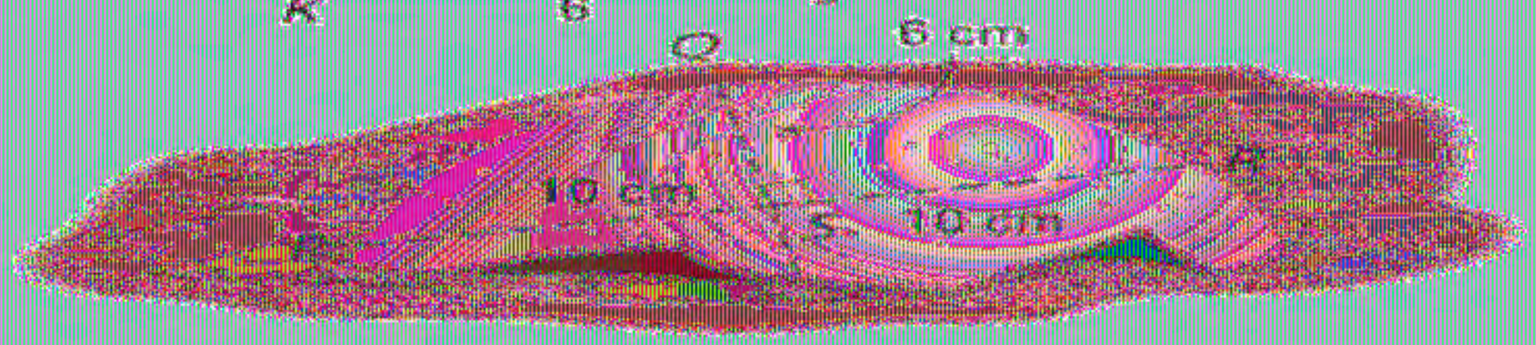
3.



4.

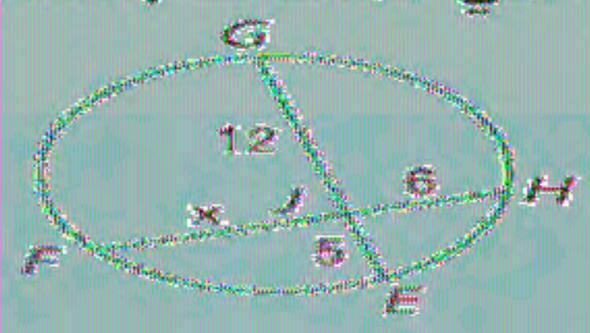


مكسورة
خصيف
رب إلى

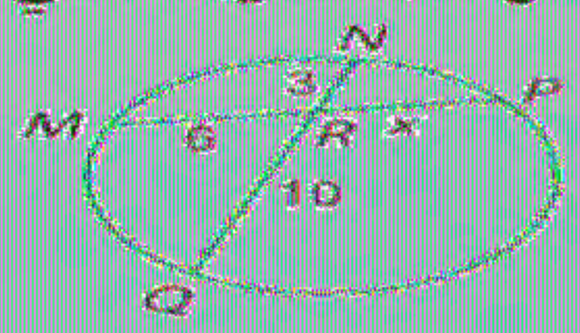


أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

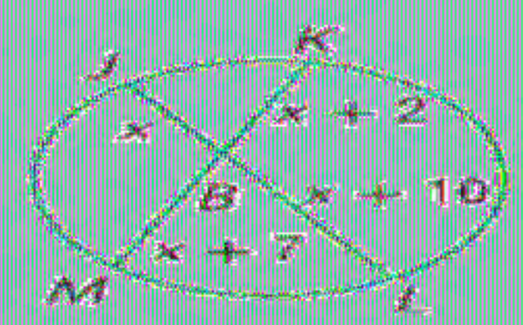
6.



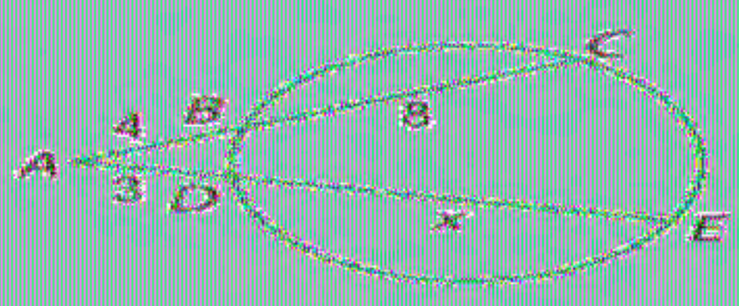
7.



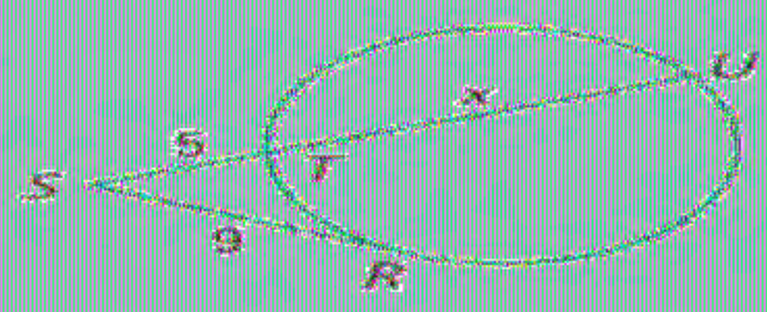
9.



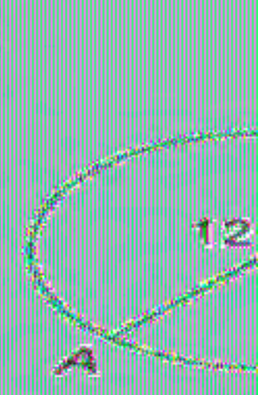
10.



12.



13

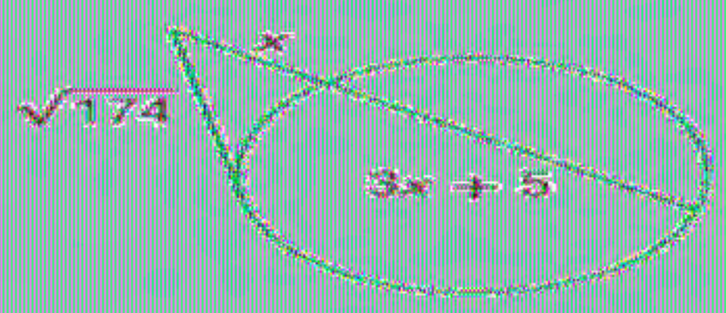


15. **الكعك** تقدم هدى الكعك خلال حفل عشاء. فإذا كانت أبعاد الكعكة المتبقية موضحة أدناه، فكم كان يساوي الحجم الأصلي للكعكة؟

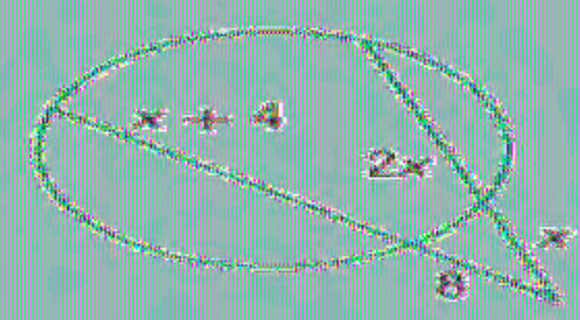


أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات

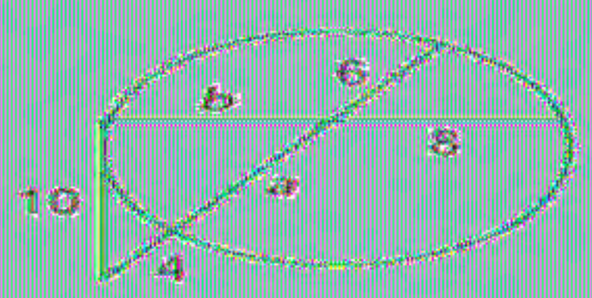
16.



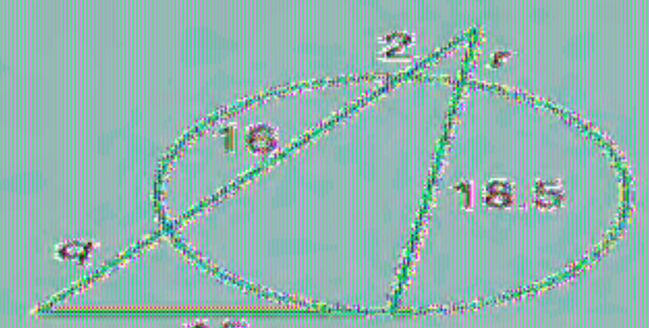
17.

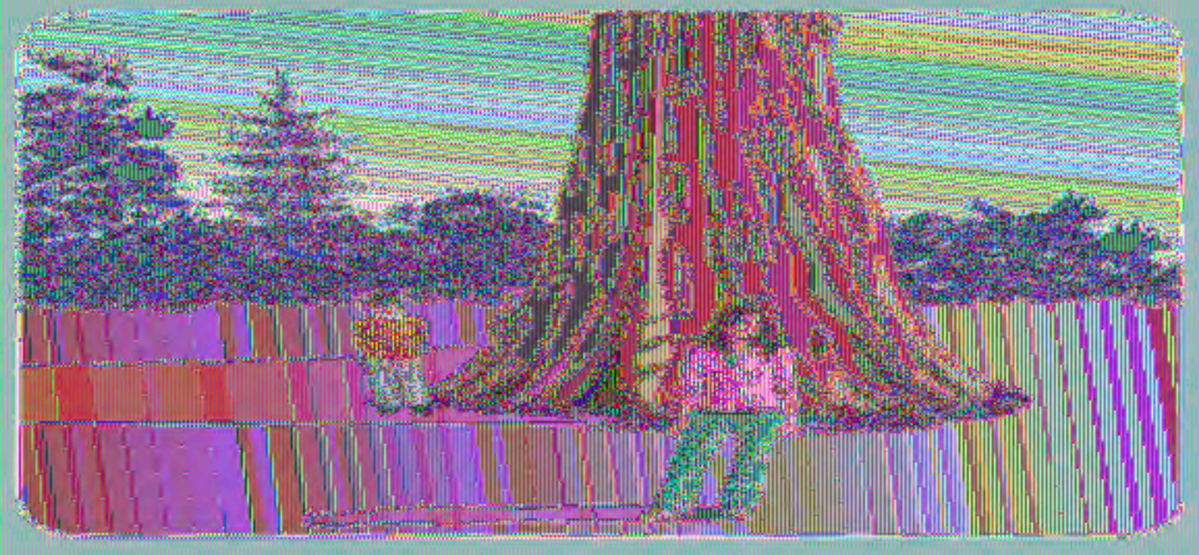


19.



20.



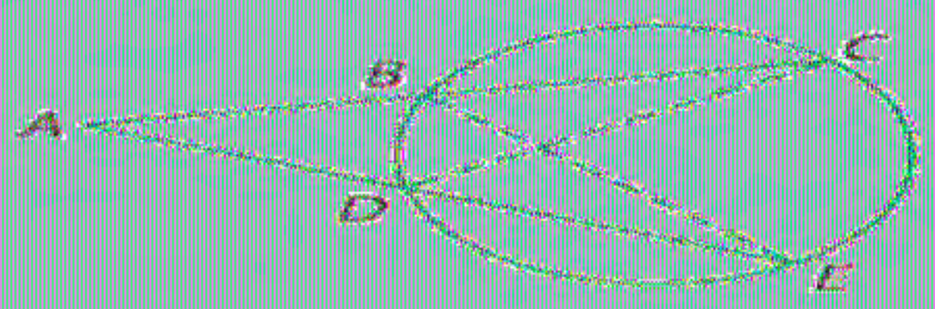


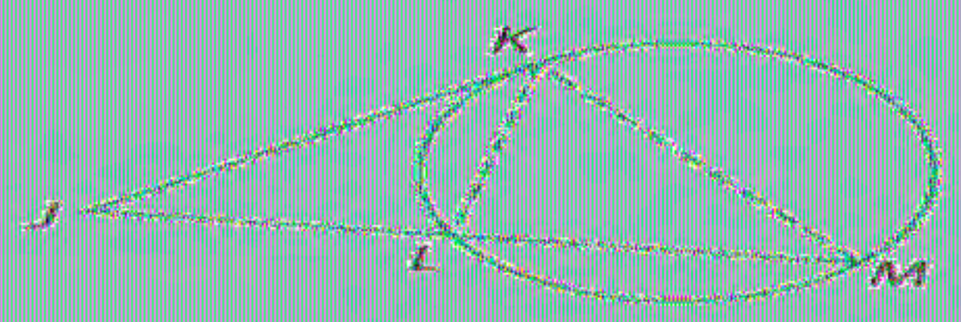
4.88 m
لشجرة.
8.23 m
طر الشجرة.

24. فكرة برهان النظرية 5.16

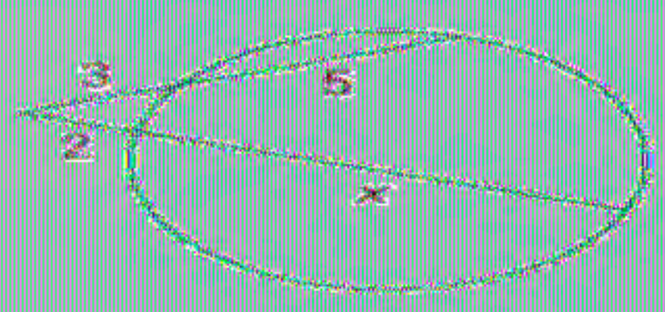
المعطى: القاطعان $\overline{AC}$ و $\overline{AE}$

المطلوب إثباته: $AB \cdot AC = AD \cdot AE$





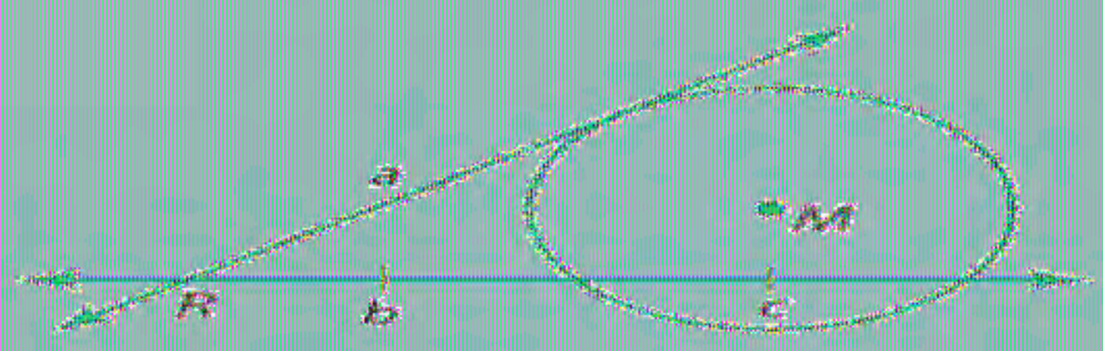
ا العليا



ميقع على الجهة اليسرى.
2(2) = 3(8). فيل أي

اد قياس القطع المستقيمة
قاطع قاطع وماس خارج

ائرة M ومستقيم قاطع
تخدمتها.



فيل يتساوى قياس أقواس التقاطع أحيانًا أو دائمًا أو أنها لا

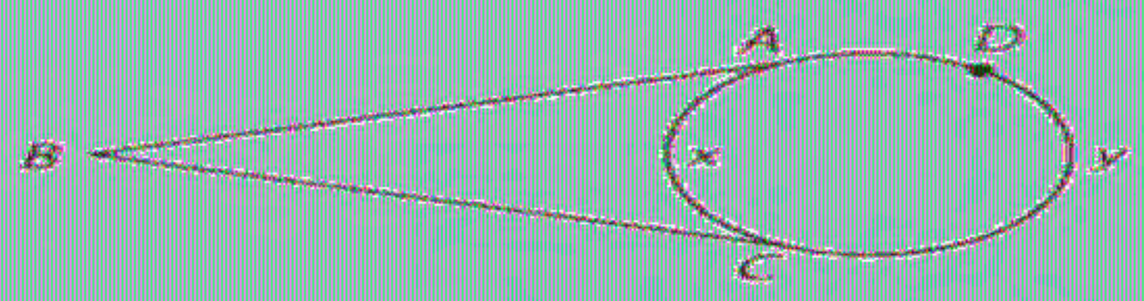
ة 5.17 عبر رسم دائرة بتقاطع خارجها قاطع وقياس
سية ومسطرتها وقرّب طوليهما إلى أقرب جزء من عشرة من
طعة المستقيمة المناسبة. وتحقق من حلك عبر قياس طول

ع مستقيمة في دائرة عندما يتقاطع قاطعان داخل

34. **الإجابة الموسعة** قياسا القوس الأصغر $\overset{\frown}{AC}$ والقوس الأكبر $\overset{\frown}{ADC}$ بالدرجات هما x و y على التوالي.

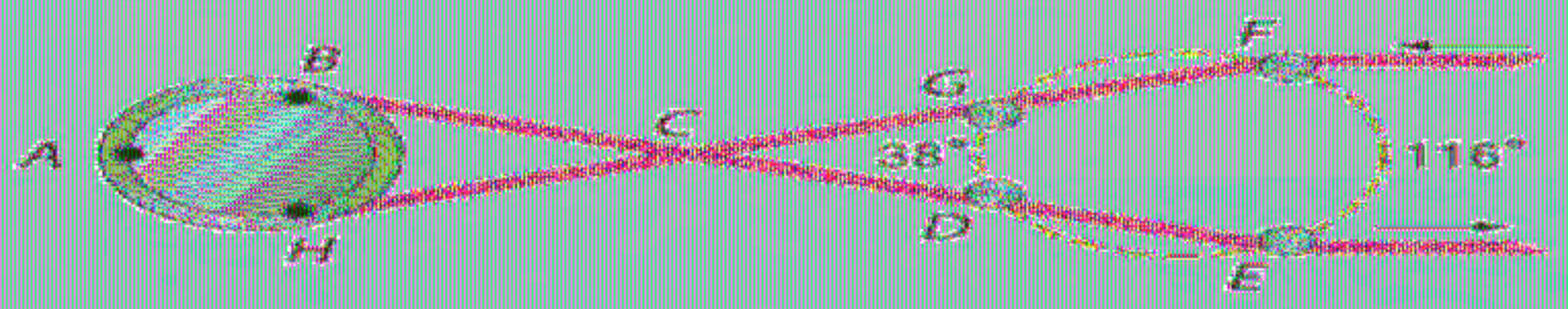
a. إذا كانت $m\angle ABC = 70°$. فاكتب معادلتين تربطان x و y.

b. أوجد x و y.

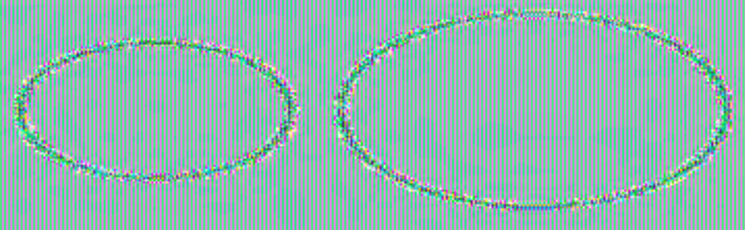


35. **SAT/ACT** خلال أول أسبوعين من العطلة الصيفية، كانت نبيلة تكسب AED 100 في الأسبوع. وخلال الأسابيع الستة التالية، كانت تكسب AED 150 في الأسبوع. فكم كان أجرها الأسبوعي المتوسط؟

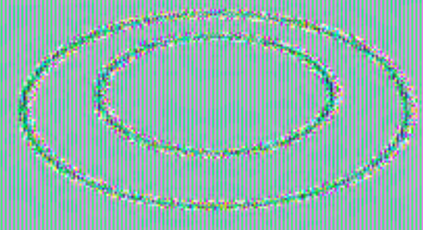
A AED 50
B AED 112.50
C AED 125
D AED 135
E AED 137.50



37.



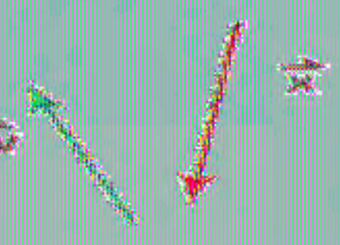
38.



41. $\overrightarrow{c}$ — $\overrightarrow{d}$



42. w + x



مع المحور الرأسي لا المعطيين.

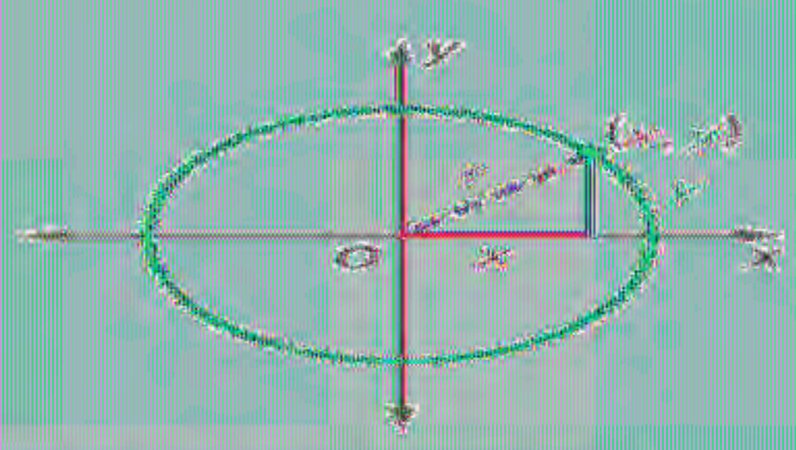
46. $m: \frac{5}{8}$, $(0, -6)$

49. $m: -\frac{1}{12}$, $b: 1$



الاتصالات إشارات لا
تخدم لنقل المكالمات
فضلى كل نوع مساحة
ب الأمراج بحيث قناع
أي موقع ضمن منطقة

ع المقاطلة على مسجيحله دائرة متعاوية البعد عن المركز،
ر استخدامهم قانون المسافة.



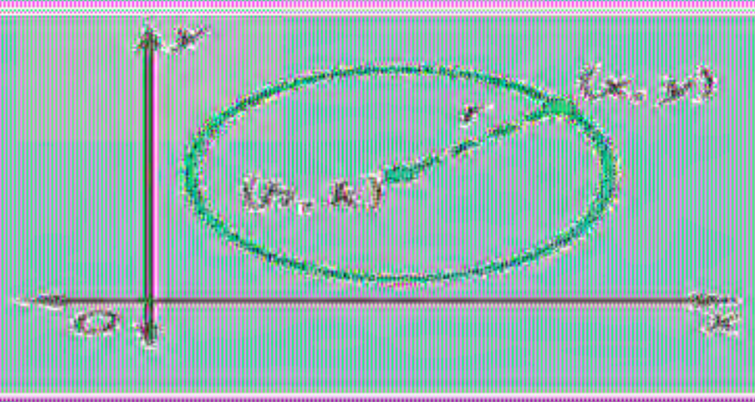
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$r = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$$

ظاهرة الصباحة

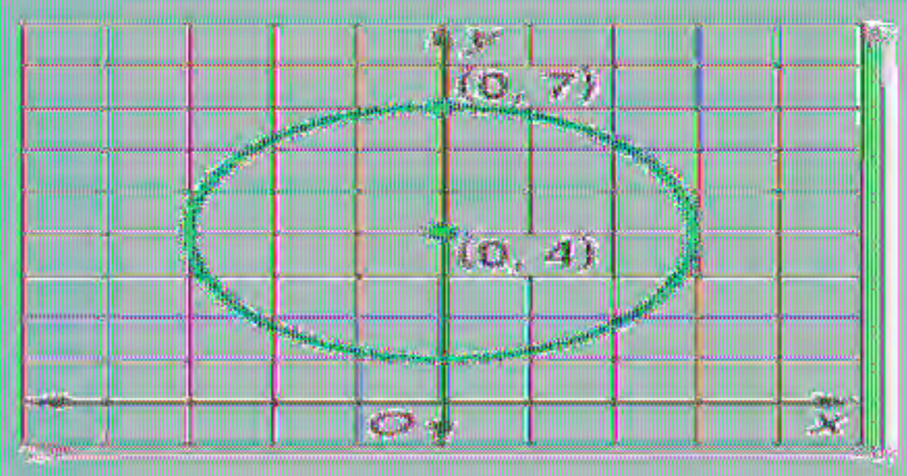
ضع صيغ كل من:



ع وضع مركزها عند النقطة
$= r^2 (x - h)^2 + (y - k)^2$
اطر أيضا بصيغة المركز-نصف

كرة بالصيغة القياسية

خدام المركز ونصف القطر



ع. ونصف القطر يساوي 7
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
$(x - 1)^2 + [y - (-8)]^2 = 7^2$
$(x - 1)^2 + (y + 8)^2 = 49$

اليسار

. ونصف القطر يساوي 3.
$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
$(x - 0)^2 + (y - 4)^2 = 3^2$
$x^2 + (y - 4)^2 = 9$

ـ المحطر يساوي $\sqrt{10}$ B. المركز عند النقطة $(-1, 9)$. نصف القطر يساوي 8

المركز ونقطة

ا عند النقطة (4, −2)، وتمر بالنقطة (7, −6).

ن لتحديد نصف القطر.

المسافة بين

$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{[-6 - (-2)]^2 + (7 - 4)^2}$

$= \sqrt{25}$ أو 5

بسط.

$r = 5$ ، $k = 4$ ، $h = -2$

صيغة الصورة

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$h = -2$ ، $k = 4$ ، $r = 5$

$[x - (-2)]^2 + (y - 4)^2 = 5^2$

بسط.

$(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$

كزها عند النقطة (−3, −5) وتمر بالنقطة (0, 0).

خدام معادلة دائرة لتمثيلها بيانيًا على مستوى إحداثي. وللقيام بذلك،
سبة القياسية أولًا.

$-r^2 + x^2$. اذكر إحداثيي المركز وقياس نصف القطر، ثم مثل

مال المربع.

لة أو معادلة

ر وتبسيطها.

ل المعادلة

بسيط.

المعيارية

$x^2 + y^2 - 8x + 2y = -8$

$x^2 - 8x + y^2 + 2y = -8$

$x^2 - 8x + 16 + y^2 + 2y + 1 = -8 + 16 + 1$

$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$

المعيارية

$(x - 4)^2 + [y - (-1)]^2 = 3^2$

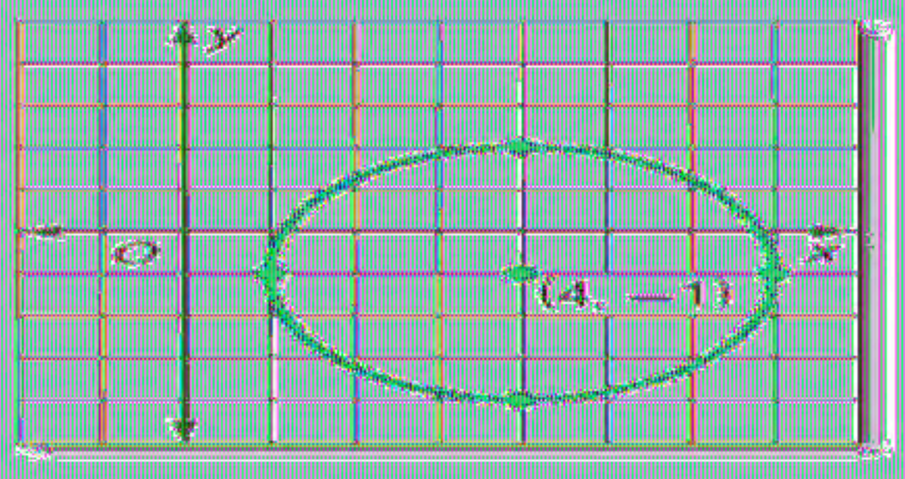
قياسية. فيمكنك تحديد h ، k ، r.

$(x - 4)^2$

$\uparrow$

$(x - h)^2$

المركز عند النقطة
ن المركز وأربع نقاط
طة، وارسم الدائرة



كر إحداثيي المركز وقياس نصف القطر، ثم مثل المعادلة بيانيًا.

3A. $x^2 + r^2 - 4 = 0$

3B. $x^2 + r^2$

مثال إضافي

إنشاء تريد شركة إنشاء للأعاصير بصورة إستراتيجية على محيط دائرة تحيط ببلدة سماغها. اكتب معادلة الدائرة التي توضع عليها الصفارات إذا كانت $A(-4, -1)$ و $B(-4, 7)$ و $C(-4, -1)$.

ل تقع على محيط دائرة.

ABC بيانيًا، وأنشئ المنصفين المتعامدين لضلعين من أجل تحديد مركز نصف القطر.

ونصف القطر لكتابة معادلة.

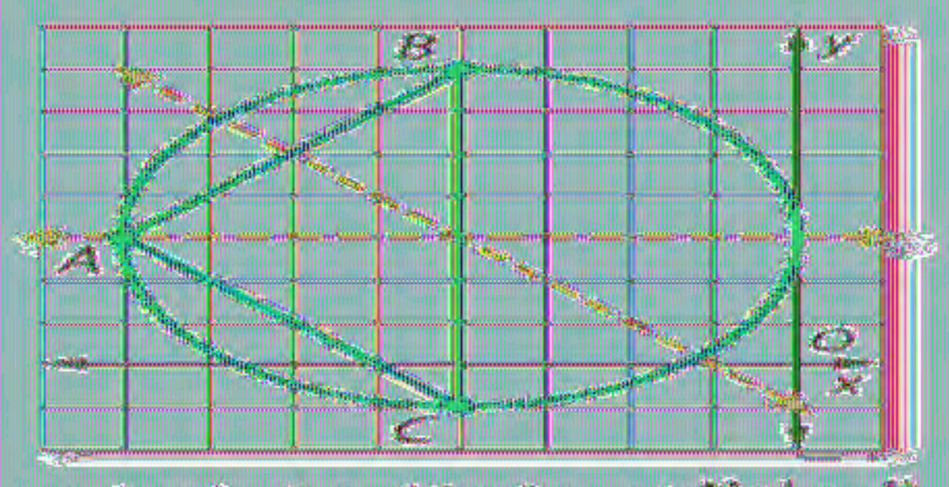
تقع عند النقطة $(-4, 3)$.

ساوي 4. اكتب معادلة.

$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$[x - (-4)]^2 + (y - 3)^2 = 4^2$

$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$



عبر إيجاد معادلتي المنصفين وحلّ نظام المعادلات. وتحقق من نصف المسافة بين المركز ونقطة أخرى على الدائرة.

$T(-5, 0)$ ، $S(-3, 4)$ ، $R(1, 2)$ ط

قطتين على الأكثر. ويمكنك إيجاد نقطة (نقطتي) التقاطع بين دائرة ستخدمة لإيجاد نقطة التقاطع بين مستقيمين والتقنيات المستخدمة لحل

دوائر

$x^2 + y^2 = 4$ و $y = x$ ،

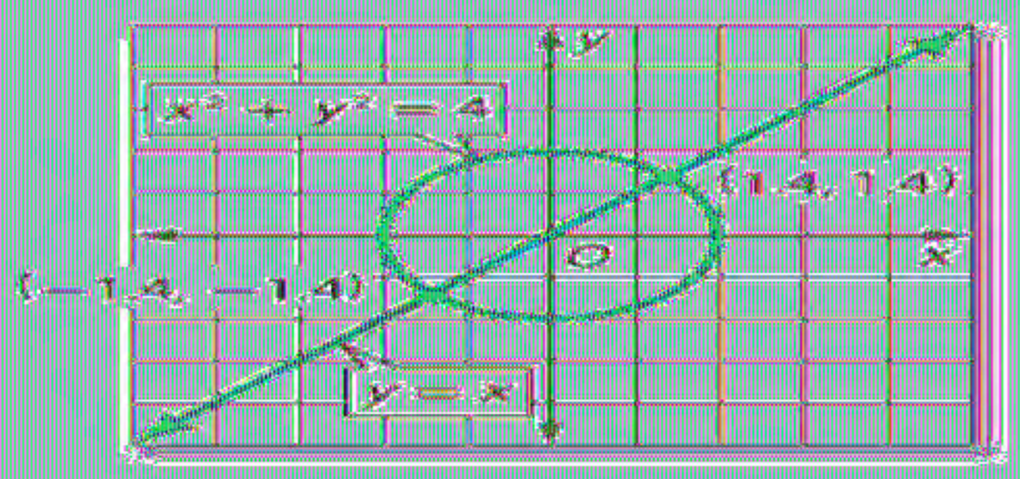
المستوى الإحداثي نفسه.
لنا المعادلتين. ويمكنك تقدير
التمثيل البياني عند النقطتين
ريًا. استخدم التعويض
سريًا.

$x^2 + y^2 = 4$	عادلة الدائرة
$x^2 + x^2 = 4$	عوض y
$2x^2 = 4$	بسط.
$x^2 = 2$	اقسم على 2.
$x = \pm\sqrt{2}$	خذ الجذر.

ستخدم المعادلة $x = y$ لإيجاد قيم y المقابلة.

$y = x$	معادلة المستقيم
$y = -\sqrt{2}$	$x = -\sqrt{2}$ أو $x = \sqrt{2}$

$(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ و $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ أو عند $(1.4, 1.4)$ و $(-1.4, -1.4)$
هذه الحلول في كلتا المعادلتين الأصليتين.



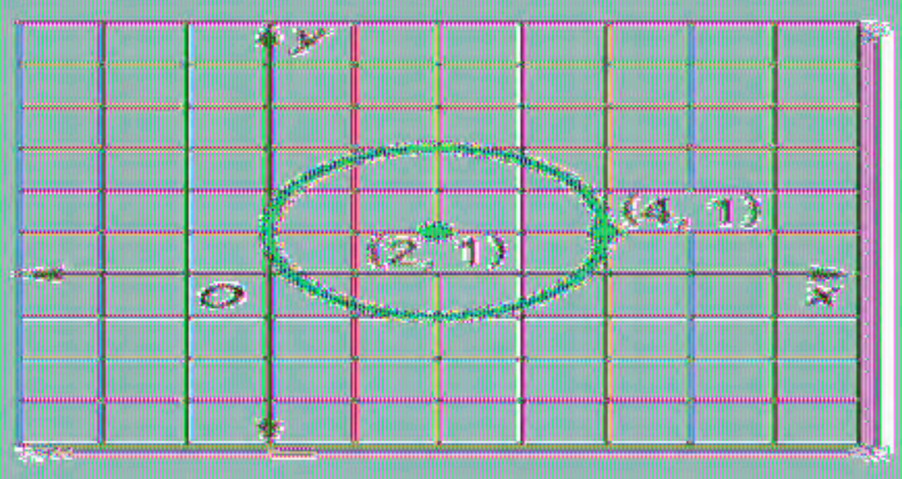
$y = x$
$y = \sqrt{2}$

ة بين $x^2 + y^2 = 8$ و $y = -x$.

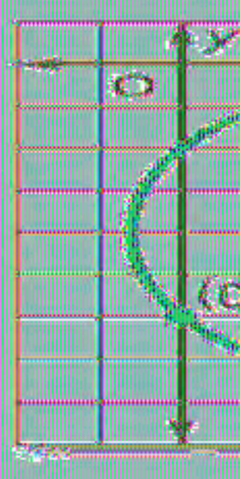
2. المركز عند (3, 1)، نصف القطر يساوي 14

4. المركز عند النقطة (5, 3)، مر الدائرة بالنقطة (1, 4)

5.



6.



ز وقياس نصف القطر، ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

7. $x^2 - 6x + y^2 + 4y = 3$

8. $x^2 + ($

ناطح $R(4, 5)$ و $S(8, 1)$ و $T(-4, 1)$. حدّد موضع برج آخر
للدائرة.

ن خلال النقاط $X(6, 0)$ و $Y(8, 4)$ و $Z(3, 9)$. حدّد موضع برج آخر
ة للدائرة.

ل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.

11. $(x - 1)^2 + y^2 = 4$
$y = x + 1$

12. $(x - 2$
$y =$

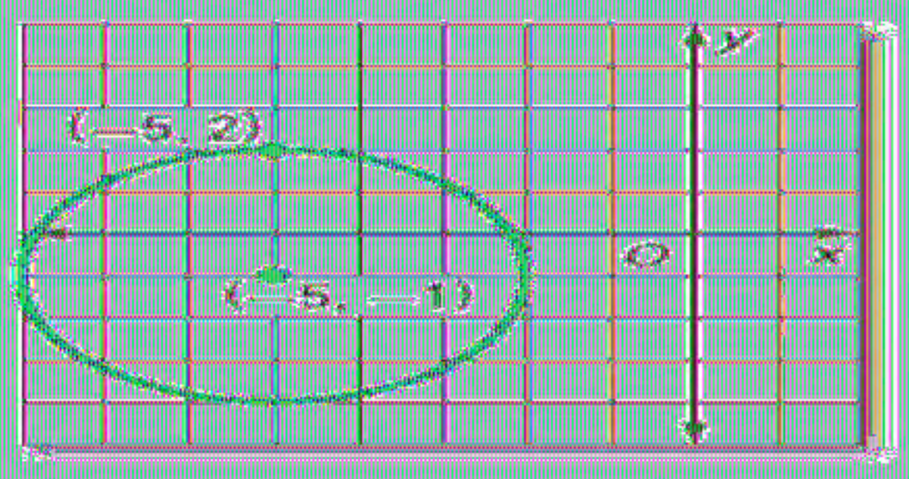
4

14. المركز يقع عند النقطة $(1, 6)$، نصف القطر

16. المركز يقع عند النقطة $(-9, 8)$، نصف القطر
يساوي $\sqrt{11}$

18. المركز يقع عند النقطة $(-2, 1)$، الدائرة تمر
بالنقطة $(-4, 3)$

19.



لمركز حول إحدى العواصم. فإذا كان مركز شاشة
مركز يزيد عن سابقتها بمقدار 15 km، فما هي معادلة

لماء. يتوضع الرشاش على بعد 20 m شمال المنزل.
دلة دائرة المساحة التي يسقيها المرش بالماء؟

ي المركز وقياس نصف القطر. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

23. $x^2 + y^2 = 36$

24. $x^2 + y^2 =$

25. $x^2 + y^2 + 8x - 4y = -4$

26. $x^2 + y^2 = 1$

لنقاط التالية. ثم مثّل الدائرة بيانيًا.

27. A (1, 6), B (5, 6), C (5, 0)

28. F (3, −3), G

كل دائرة ومستقيم لهما المعادلات التالية.

29. $x^2 + y^2 = 5$
$y = \frac{1}{2}x$

30. $x^2 + y^2 = 2$
$y = -x + 2$

32. $(x + 3)^2 + y^2 = 25$
$y = -3x$

33. $x^2 + y^2 = 5$
$y = 3x$

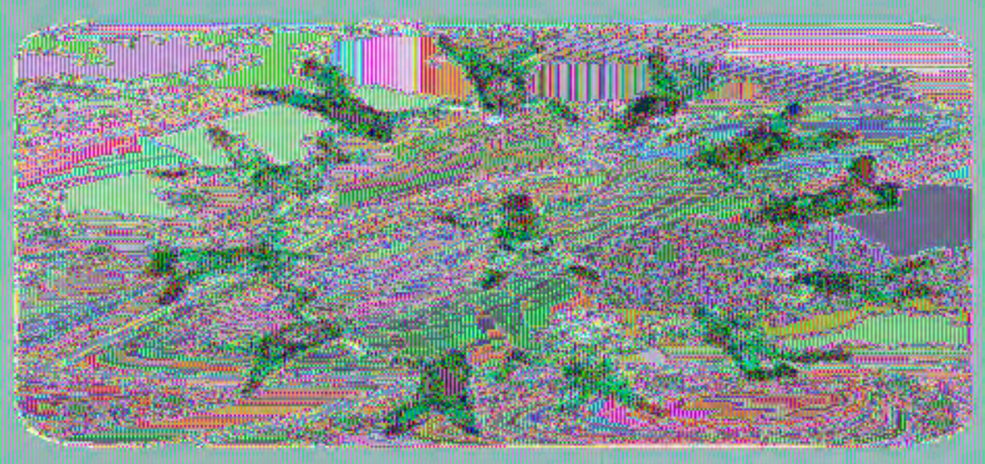
(6, −4) و (0, 4

وحدة إلى يسار نقطة الأصل و 6 وحدات فوقها.

ام ضاغط صواريخ إلى ارتفاعات مختلفة. وكلما ازداد الارتفاع الذي يبلغه
ق، الشروط الجادية للرياح، يساوي نصف قطر دائرة المشوحل ثلاثة أضعاف

مسافة 300 ft في الهواء.

روخ يقطع مسافة 1000 ft في الهواء؟ افترض أن مركز الدائرة يقع عند



واة العمر العلاقة بالمخلات الذين
لتشكل عنه التقاطع التقريبية

لموجود في المركز؟
هو قطر التشكيل الذي يصنعه

تزا خدمة التوصيل المجانية ضمن مسافة 6 km من
ن منزل ميساء و 5 km شمالاً من منزلها.
الة إذا كان موقع المنزل عند نقطة الأصل في النظام الإحداثي.

لليث وجبة بيتزا من مطعم الأصدقاء؟ اشرح.

x^2 و $4 - y^2 + (2 - x)^2$ على المستوى الإحداثي

ر

b في $4 = y^2 + (2 - x)^2$ وحل لإيجاد x.

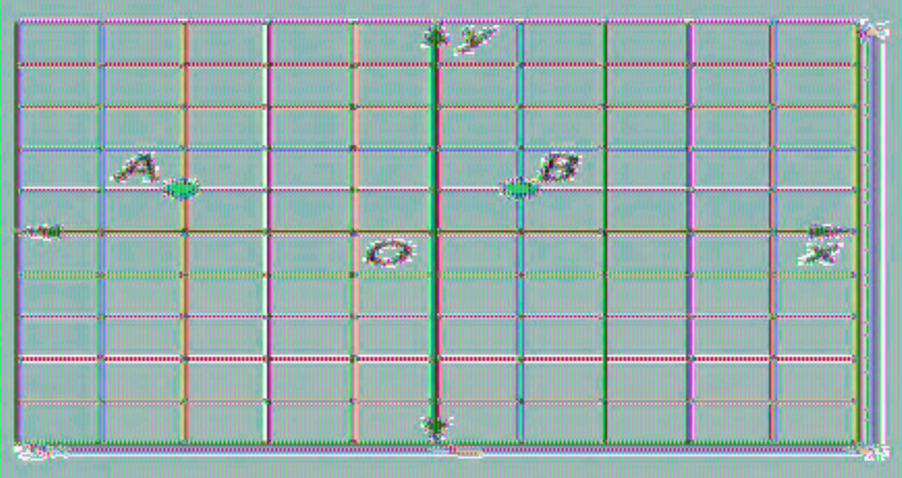
c في $4 = y^2 + x^2$ وحل لإيجاد y.

ية إحداثيات نقاط التقاطع. قارن هذه الإحداثيات مع تقديراتك في الجزء a.

ت إليها في الجزء b تقع على كلتي الدائرتين.

ع تقع على محيط دائرة يوجد مركزها عند منتصف الأصل.

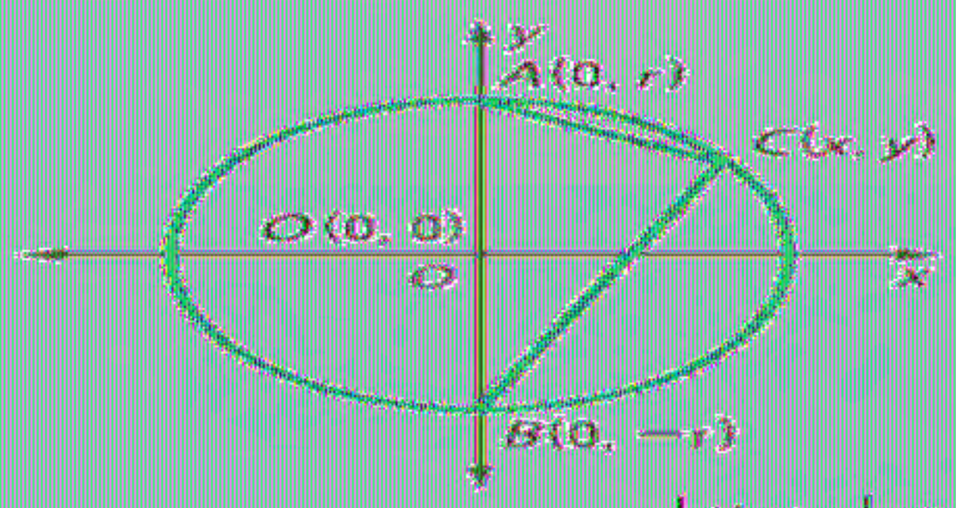
سألة محلاً هندسيًا مركبًا لزوج من النقاط. يحقق **المحل الهندسي**



ى والتي تبعد المسافة AB عن B ومثله مباشرًا.

تحوي والتي تبعد مسافة واحدة عن منتصف واحدة، ثم صف المحل
عن A و B والتي تبعد المسافة AB عن B في الوقت نفسه.

مان 4− = ر و 1 = x مماسيان مع الدائرة. اكتب



ه زاوية
وية

(x − 5)²
ليمنى و 9 وحدات
مع استقامتاك.

ل استقامة واحدة بباختا وصل بينهما

ة جديدة يتعين تخصيص تردداتٍ بث لها. تقع المحطات عند
و E(4, 0) و F(3, 6) و G(4, 5)، حيث إن الوحدة = 50 km.
التي تبعد عن بعضها مسافة أكثر من 200 km. فما هو العدد
المحطات جميعها؟
لمسألة.

القطعة المستقيمة وفق النسبة المعطاة لـ AP إلى PB.
49. A(0, 0) ،B(−8, 6) ،4 إلى 1

ة إذا أزيحت الدائرة مسافة a وحدات إلى الجهة اليمنى

53. إجابة قصيرة حلّ: $5(x - 4) = 16$.

الخطوة 1: $5x - 4 = 16$

الخطوة 2: $5x = 20$

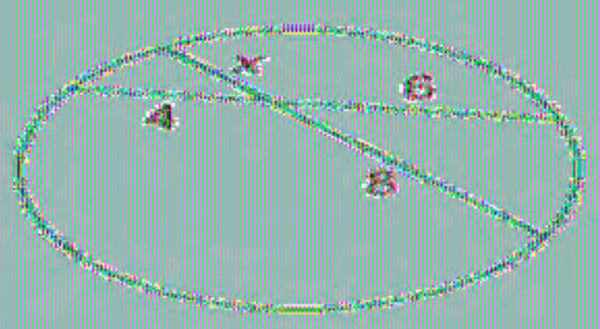
الخطوة 3: $x = 4$

ما الخطوة الأولى الخاطئة في الحل المبيّن أعلاه؟

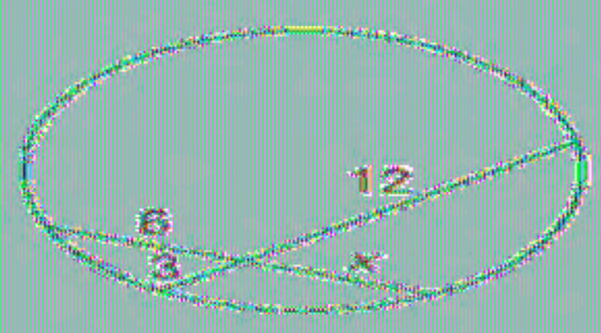
54. SAT/ACT يقع مركز الدائرة F عند النقطة $(-4, 0)$ ولهذه الدائرة نصف القطر 4. فما النقطة التي تقع على محيط الدائرة F؟

A $(4, 0)$
B $(0, 4)$
C $(4, 3)$
D $(-4, 4)$
E $(0, 8)$

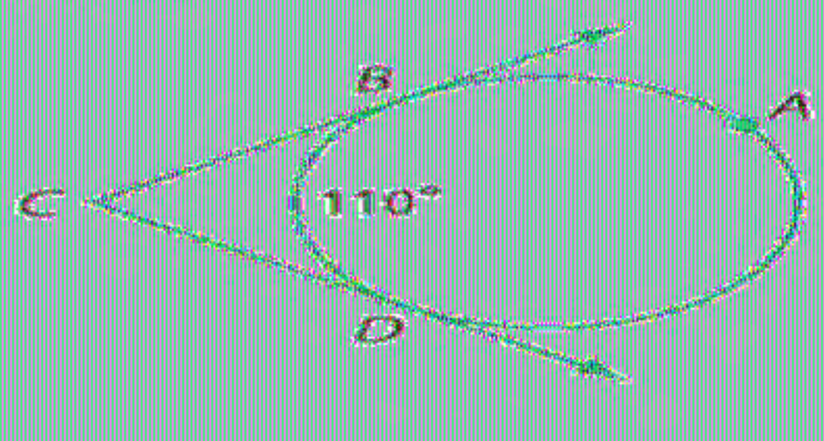
55.



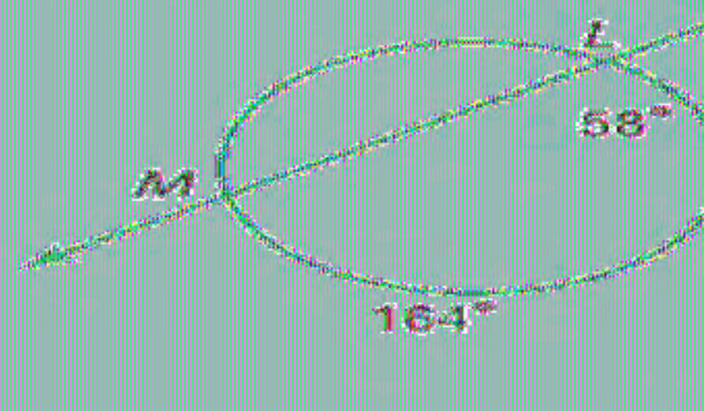
56.

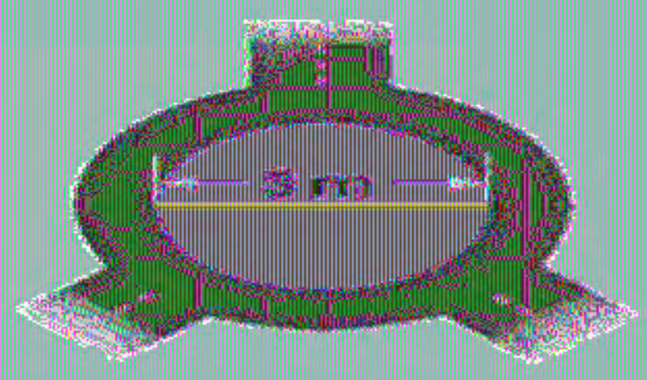


58. $m\angle C$

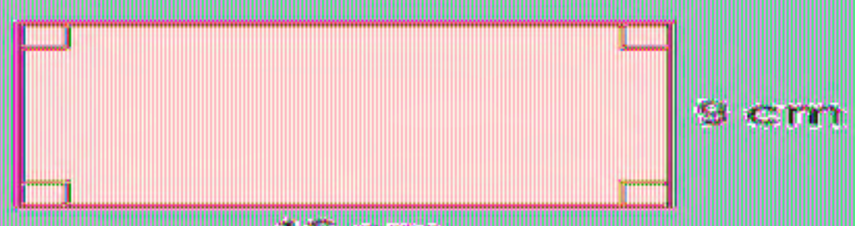


59. $m\angle K$

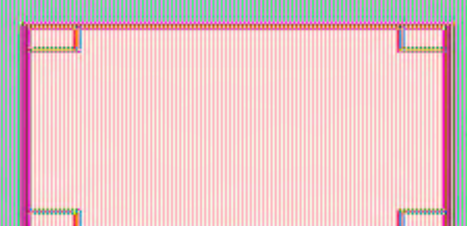


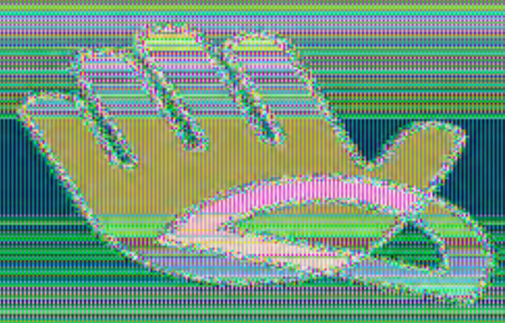


62.

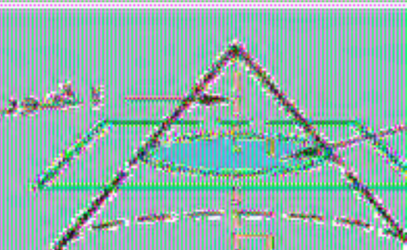


63.

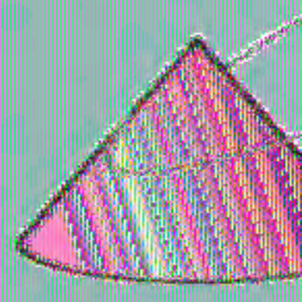








ط ولكنه لا يمر بقاعدته.



خذ خطا المنحنيات
عبر المخروط بزاوية
بة للمحور المخروط
لا يمر بقاعدته.

المحطة 2

أبعد قطعتي المخروط
بعضهما عن بعض وارسم
المقطع العرضي قبعيا
على ورقتك.





الناقص؟

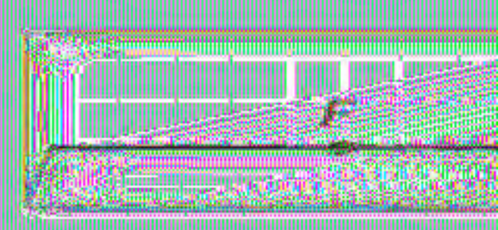
اي مواز لمستقيم تخيلي

حافة

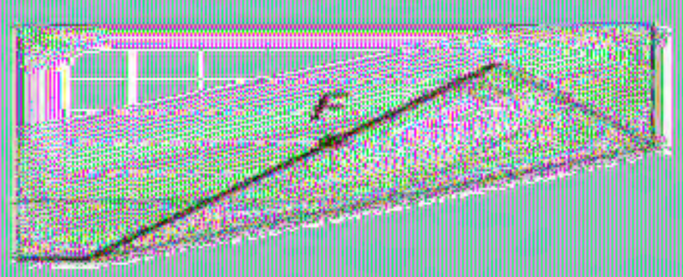
وفي الاختبارات
ل $x^2 = y$، كما الدائرة
ع لمقاطع. ويمكنك استكشاف

المحطة 3

حافة d إلى أعلى
ملامس المستطيلة F.
طية جاكد. ثم افتح
ومسؤها لتصبح



كرر الخطوة 2 على الأقل
20 مرة، مع طي الورقة
إلى مستطيلة أخرى على
الحافة d كل مرة. ثم ارسم
المنحنى المتشكل قبعيا.



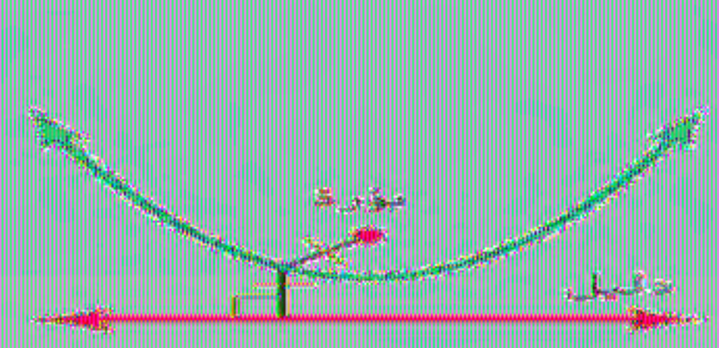
لإيجاد نقطة D على المستقيم d بحيث يكون $d \perp \overline{PD}$، صف العلاقة

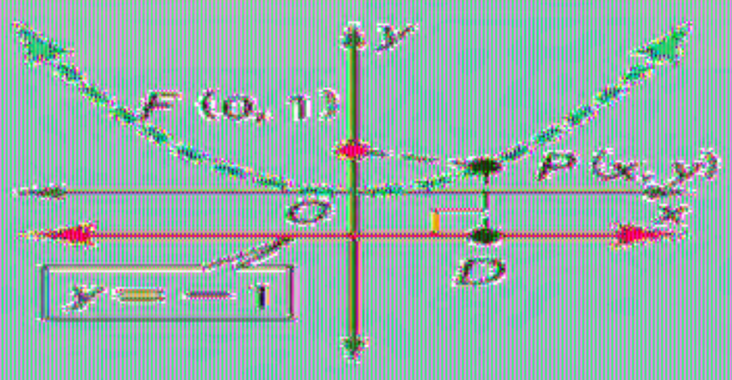
ق الشمع. وصف الأثر على القطع المكافئ المتشكل.

5. وضح المستقيم d على طول الحافة الموجودة إلى يمين النقطة F.

7. وقرب النقطة F إلى المستقيم d.

حل المستوى متساوية البعد عن
المسافة بين نقطة ثابتة ومستقيم
نقطة. ويمكنك إيجاد معادلة قطع
ناتون المسافة.





) ودليله هو $y = -1$.

لمرف U للقطع المكافئ
نقطة $P(x, y)$ على المنحنى.

تقيمة $\overline{PD}$ عمودية على المستقيم
هما $D(x, -1)$.

$$PD = \sqrt{(x - x)^2 + [y - (-1)]^2}$$
$$= \sqrt{(y + 1)^2}$$

نظر $D(x, -1)$، $P(x$

بسيط.

$$\sqrt{(y + 1)^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2}$$
$$(y + 1)^2 = x^2 + (y - 1)^2$$
$$y^2 + 2y + 1 = x^2 + y^2 - 2y + 1$$
$$4y = x^2 \text{ أو } y = \frac{1}{4}x^2$$

بم $PD = PD$

بتربيع كل طرف.

بتربيع كل قاعدة جبرية.

ظرح من كل طرف.

ل هو $y = \frac{1}{4}x^2$.

9. $(0, -2)$، $y = 2$

10. $(0, \frac{1}{2})$، $y = -\frac{1}{2}$

11. $(1, 0)$،

ر ألا يقطعه في أي نقطة. أوجد نقطة
يم أعطيت معادلتاهما في ما يلي.

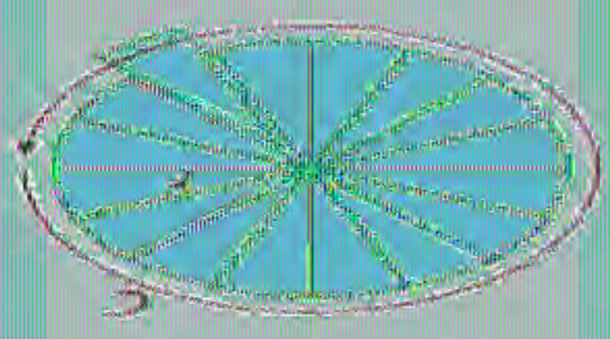
13. $y = x^2$، $y = x + 2$

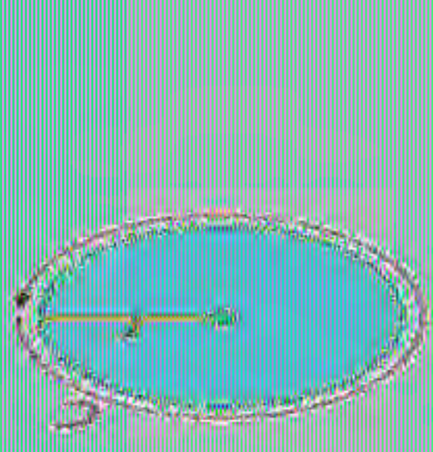
14. $y = 2x^2$، $y = 4x - 2$

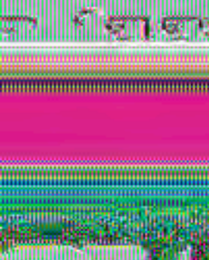
15.



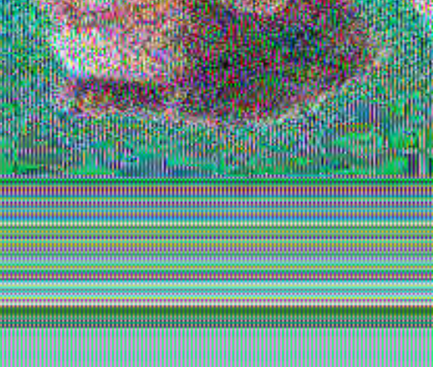


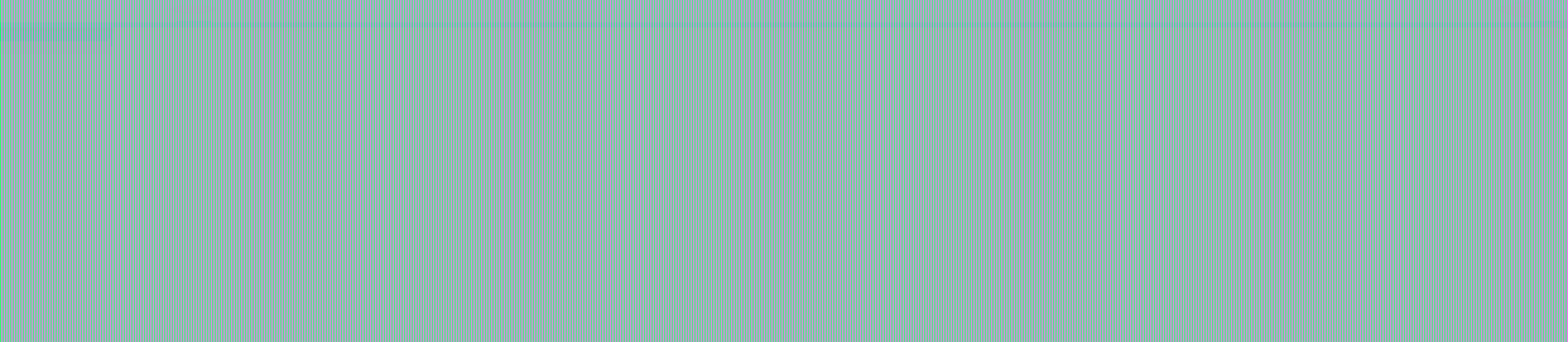












ب) إذا ضوعفت المساحة السطحية لدائرة ما، فهل يتضاعف محيطها أيضًا؟ فسِّر إجابتك.

لا، المساحة السطحية الجديدة $A' = 2A$

$\pi r'^2 = 2\pi r^2$

$r'^2 = 2r^2$

$r' = \sqrt{2}r$

المحيط الجديد $C' = 2\pi r' = 2\pi\sqrt{2}r$

$= \sqrt{2}(2\pi r) = \sqrt{2}C$

المحيط الجديد يساوي $\sqrt{2}$ مرة المحيط الأصلي.

ج) إذا ضوعفت المساحة السطحية لدائرة ما، فهل يتضاعف قطرها أيضًا؟ فسِّر إجابتك.

لا، القطر الجديد $d' = \sqrt{2}d$

$2r' = \sqrt{2}(2r)$

$r' = \sqrt{2}r$

القطر الجديد يساوي $\sqrt{2}$ مرة القطر الأصلي.

مثال إضافي تجد مساحة قطاع دائري

اشترت سارة بيتزا صغيرة لتشاركها مع أصدقائها. إذا كان نصف قطر البيتزا 5.5 cm، فما مساحة القطعة التي اشترتها سارة؟ قرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

الخطوة 1 ارسم شريحة البيتزا.

الخطوة 2 قسِّم الدائرة بالتساوي إلى 8 شرائح، فسوف يساوي قياس القوس لكل شريحة $\frac{360}{8} = 45$.

الخطوة 3 أوجد مساحة قاعدة البيتزا. واستخدم هذا القياس لإيجاد مساحة القطاع، أو الشريحة.

$A = \frac{\theta}{360} \cdot \pi r^2$

$= \frac{45}{360} \cdot \pi(5.5)^2$

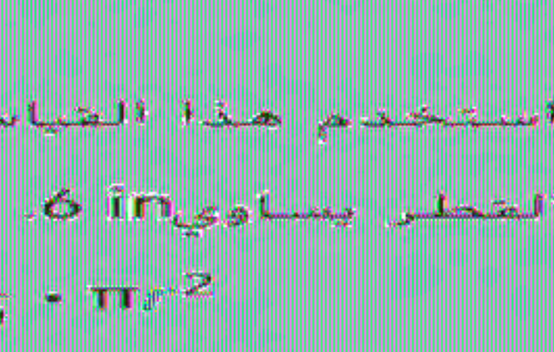
≈ 14.14

إذن، مساحة القطعة تساوي تقريبًا $14.14\ cm^2$.

مثال إن الشريحة المأخوذة من رقاقة بيتزا دائرية مثال عن قطاع في دائرة. القطاع الدائري تحدها زاوية مركزية وقوس مرتبط بها، أكبر أو أصغر، ويشبه قاطوف البيتزا طول القوس.

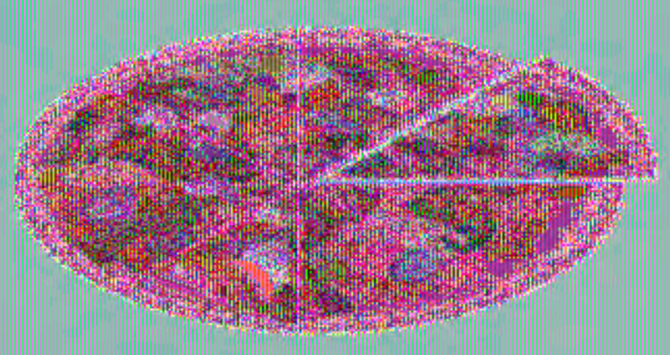
قطاع

إن مساحة القطاع الدائري ونقاط طرفيه $\frac{\theta}{360}$ تساوي قياس القوس المرتبط به، θ



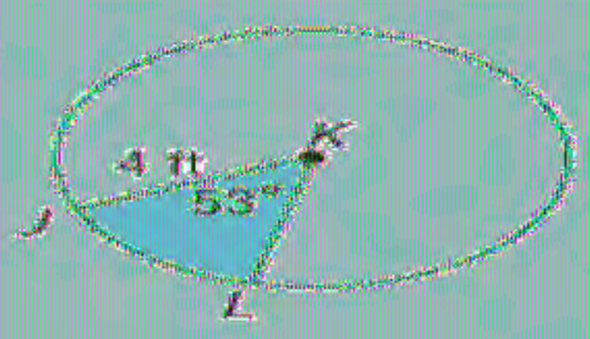
مساحة قطاع

قطرها يساوي 12 in إلى 8 شرائح متطابقة. فما هي مساحة الشريحة المأخوذة من تلك البيتزا؟

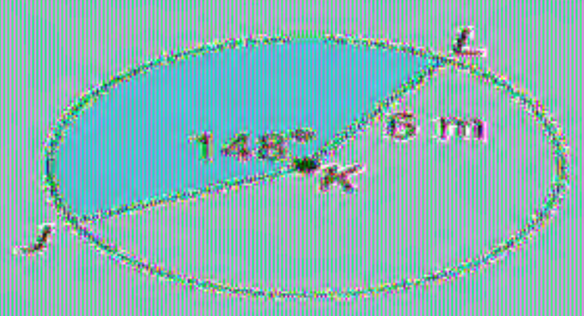


إلى أقرب جزء من عشرة .

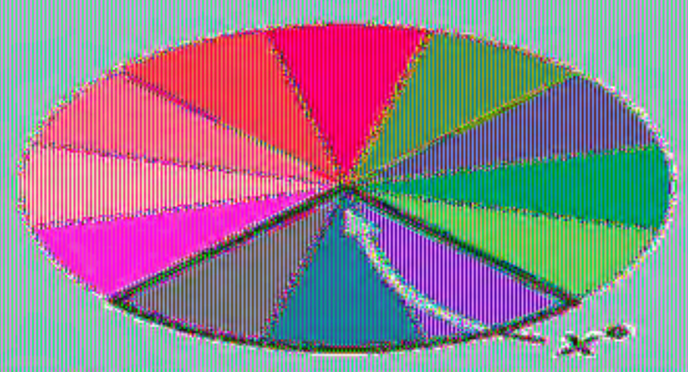
3A.



3B.

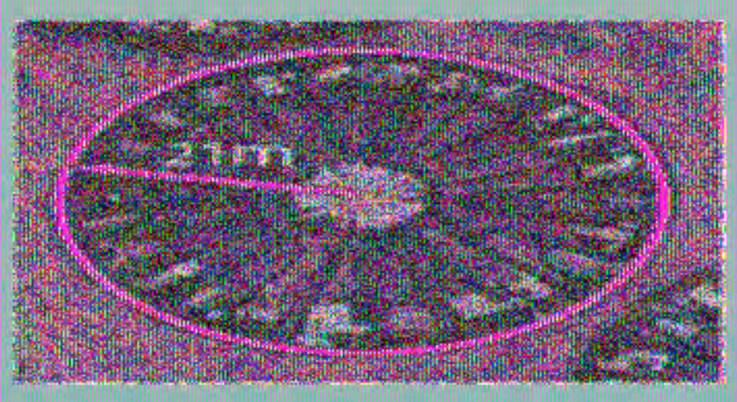


على الجهة اليمنى وسيلة
ة الألوان. فإذا كان
كلٌ من المقاطع
ساحة التخريبية التي تحطمها

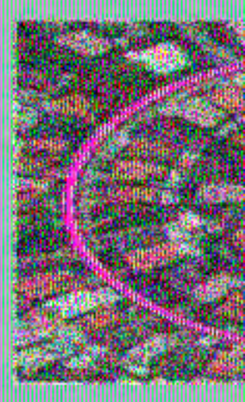


ب جزء من عشرة .

1.



2.



ة عشرة .

5.

6.



حضرتها. وقد قسمت

ت المربعة؟

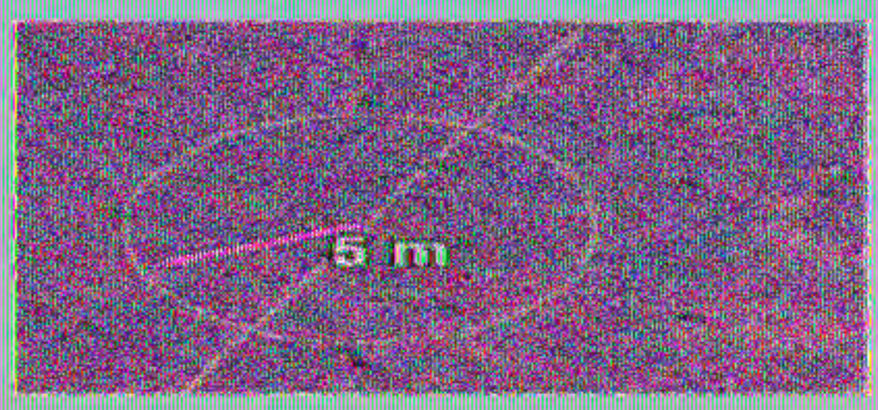
ً وباعت 8 شطائر بسعر
نوع بسعر جميعها؟

تقريبها إلى أقرب جزء من عشرة .

8.



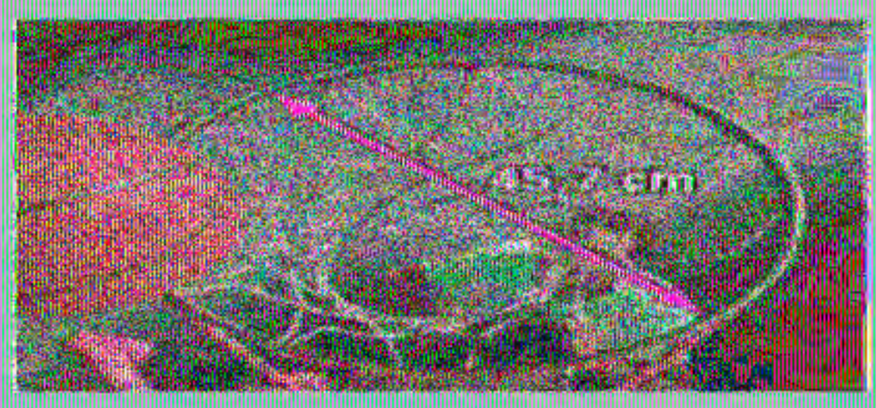
9.



11.



12.



عشرة ، إذا لزم الأمر.

.

خطط رحلاتها.

جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

2

18.



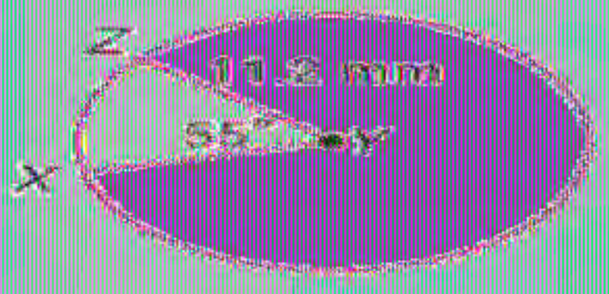
19



21.



22.







ف تفضيل
أو جنس
الدرجات
د. التحليل

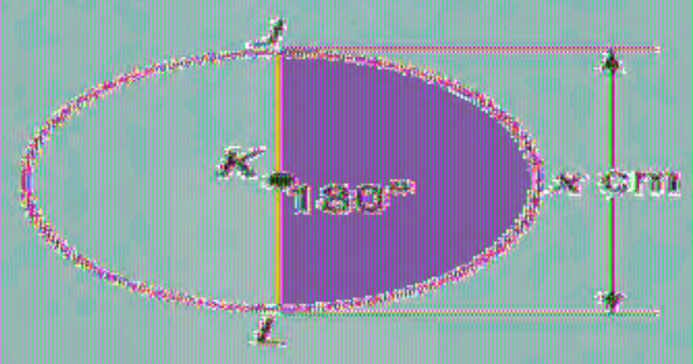
صور شخص

حراما
فرط ؟

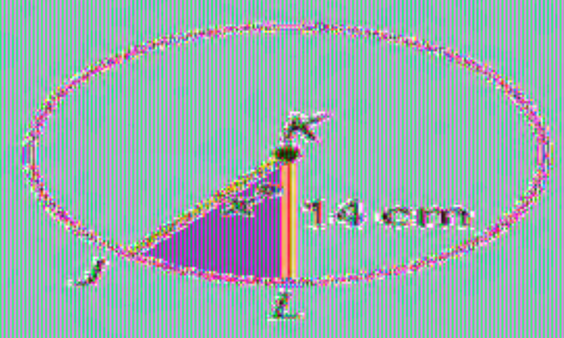
الموضوع	النسبة المئوية
أمسية تحت النجوم	11
احتفال غلاء الرافع	32
الربيع في باريس	8
الليل في ساحة الماهر	47
غير محدد	2

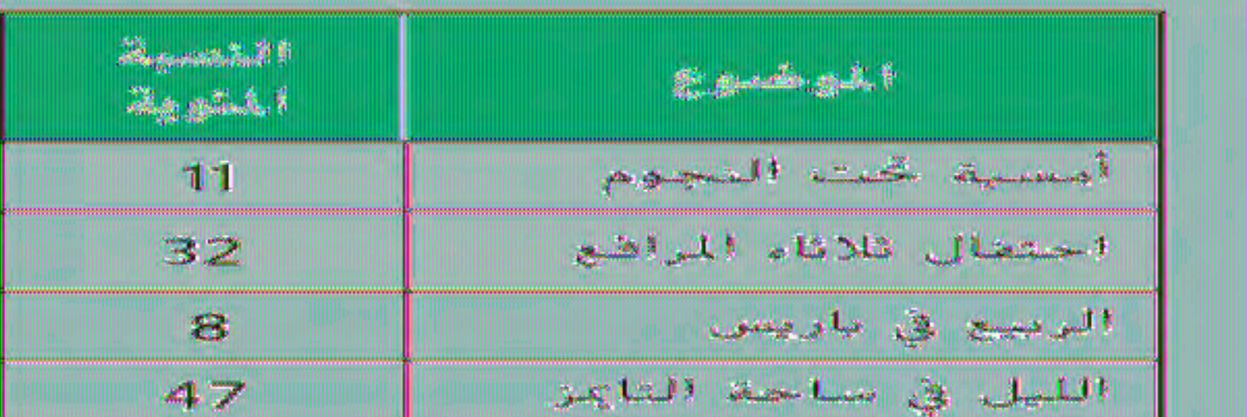
سلة. أوجد قيمة x.

27. $A = 66\ cm^2$



28. $A = 94\ cm^2$



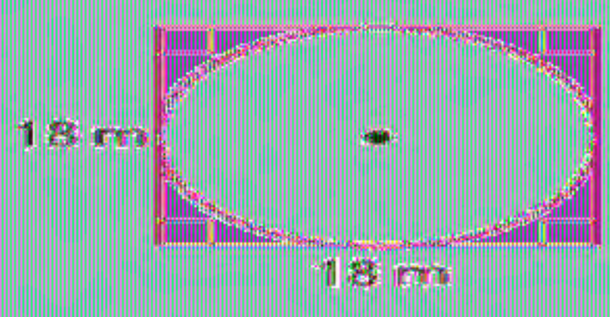


قطر الشجرة بعامل ضوئها أو معكل ضوئها.

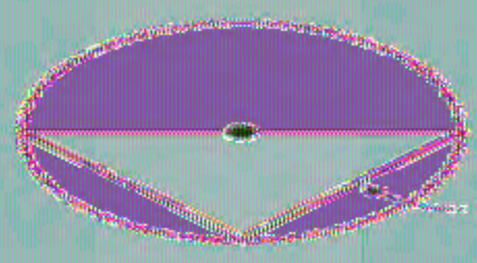
؟s

ن عشرة .

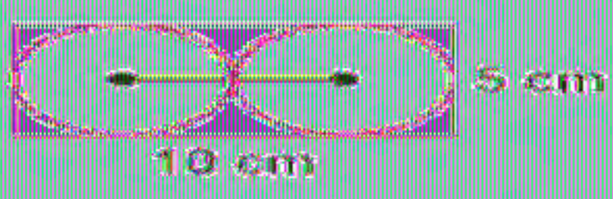
32.



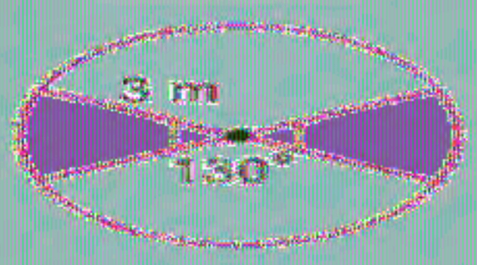
33.

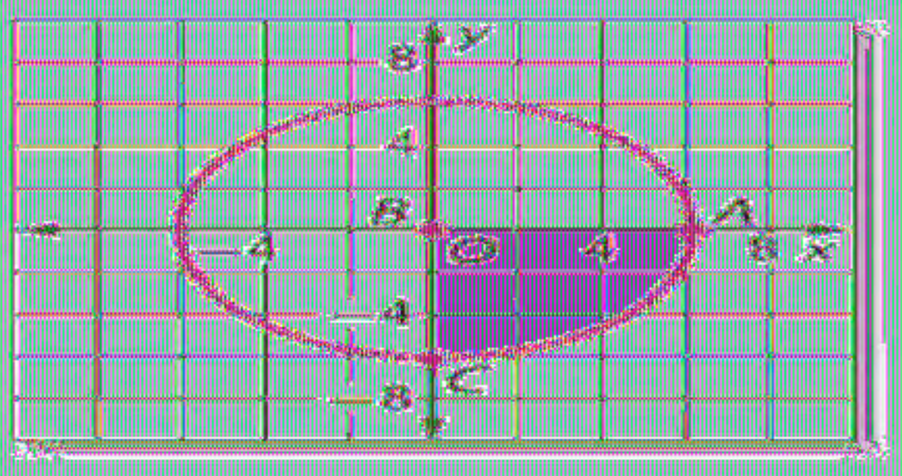


35.

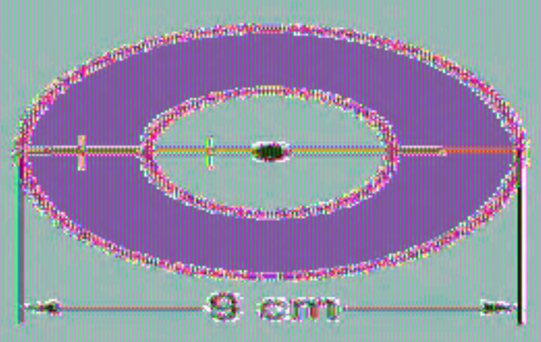


36.

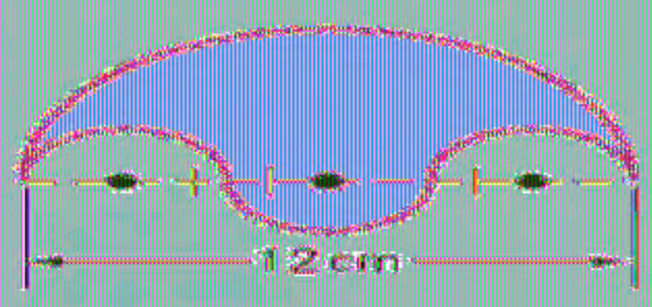




40.



41



42

هذه المسألة القطع الدائرية. والقطعة الدائرية

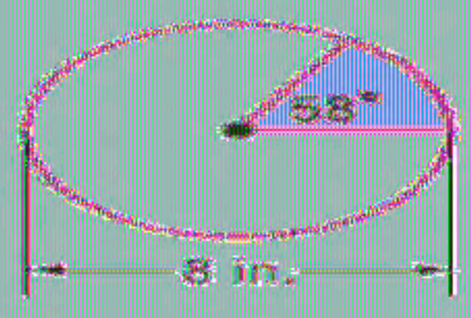
قطعة دائرية في
زاوية °x. (تسمى
عدة المثلث

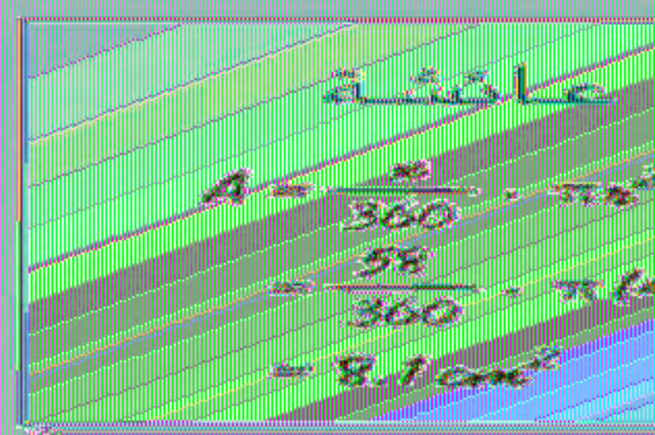
قيم لـ A تقابل قيم x تتراوح من 10 إلى 90
جزء من عشرة.

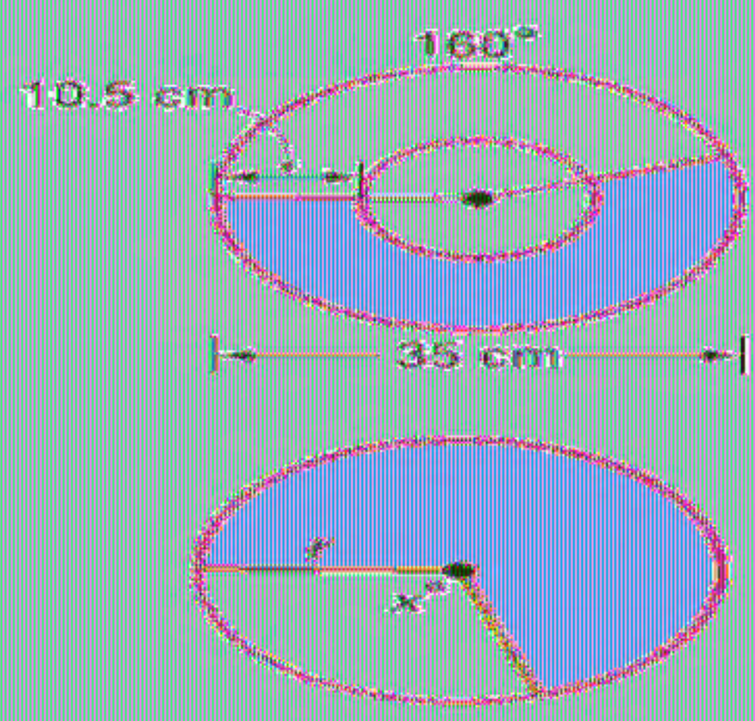
ثنا بحيث تخضع قيم x على المحور الأفقي

يمة A عند x تساوي 63. ثم استخدم الصيغة
عند x تساوي 63. ما وجه المقارنة بين القيمتين؟

أعملها







قطاع
أحيانًا أم

ـ استخدامها
وأي طريقة

قطاع من دائرة

طع دائرة. قبل
ل سيتضاعف

52. الجبر لعب عامر 4 أشواط في لعبة البولينغ، وسجل وسطيا 130 نقطة. ثم لعب شوطين آخرين وسجل 180 و 230 نقطة. فكم كان عدد نقاطه الوسطية للأشواط الـ 6؟

F 90
G 155
H 180
J 185

53. SAT/ACT طول كل قطر من قطري الشكل $ABCD$ يساوي 56 مترا. فإذا كانت $m\angle BAC = 42°$، فما هو طول $\overline{AB}$ مقربا إلى أقرب جزم من عشرة من المتر؟

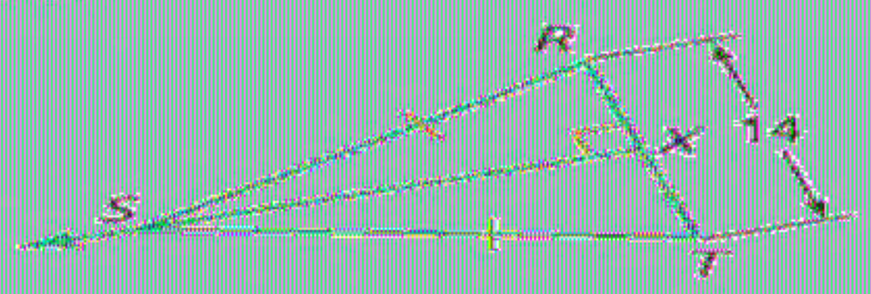


A 80.5
B 75.4
C 56.3
D 50.4
E 41.6

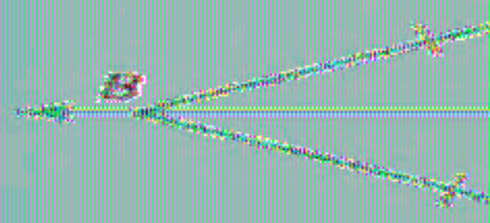
تجهة بـ $\langle -450, 450 \rangle$ mph، تهب الرياح من الغرب، وتمثل

ق سطح الأرض إلى الأسفل ليرى دوامة الخيول
الترتيب. فما هي المسافة الفاصلة بين دوامة الخيول

56. XT



57. AC



المفردات الأساسية

الأقواس المتجاورة adjacent arcs	قطعة القاطع الخارجي external secant segment
القوس adjacent arcs	محاط inscribed
طول القوس arc length	الزاوية المحيطية inscribed angle
المركز center	القوس المحصور intercepted arc
الزاوية المركزية central angle	القوس الأكبر major arc
الوتر chord	القوس الأصغر minor arc
قطعة الوتر chord segment	باي (π) pi
دائرة circle	نقطة التماس point of tangency
محيط الدائرة circumference	نصف القطر radius
محيط circumscribed	القاطع secant
تماس مشترك common tangent	قطعة القاطع secant segment
المحل الهندسي المركب compound locus	نصف الدائرة semicircle
الدوائر متحدة المركز concentric circles	خط الزاوية tangent
الأقواس المتطابقة congruent arcs	
قطر الدائرة diameter	

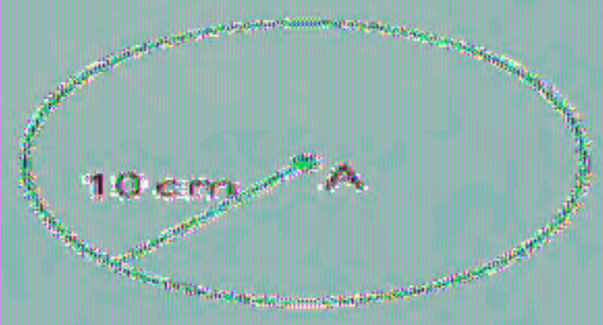
تمرين حول المفردات

حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أو خاطئة. إذا كانت خاطئة، فاستبدل الكلمة أو العبارة التي تحتها خط لجعل الجملة صحيحة.

1. أي قطعة مستقيمة تقع نقطتاها الطرفيتان على الدائرة هي نصف قطر في الدائرة.
2. الوتر المار بمركز دائرة هو قطع فيها.
3. يقع رأس الزاوية المركزية في مركز الدائرة وينتهي ضلعاها نصفي قطر في الدائرة.
4. إن القوس الذي قياسه أقل من 180° هو قوس أكبر.
5. القوس المحصور هو قوس تقع نقطتاه الطرفيتان على ضلعي زاوية محيطية ويقع بداخل الزاوية المحيطية.
6. المماس المشترك أي النقطة التي يقطع عندها مستقيم يقع في المستوى نفسه مع دائرة ذلك الدائرة.
7. القاطع مستقيم يقطع دائرة في نقطة واحدة فقط.
8. القاطع هو قطعة مستقيمة من نصف القطر تقع نقطة واحدة فيها فقط على محيط الدائرة.
9. تكون دائرتان متحدتي المركز فقط إذا كان نصفا قطريهما متطابقين.

مثال 1

أوجد محيط الدائرة A⊙.



قانون محيط الدائرة $C = 2\pi r$

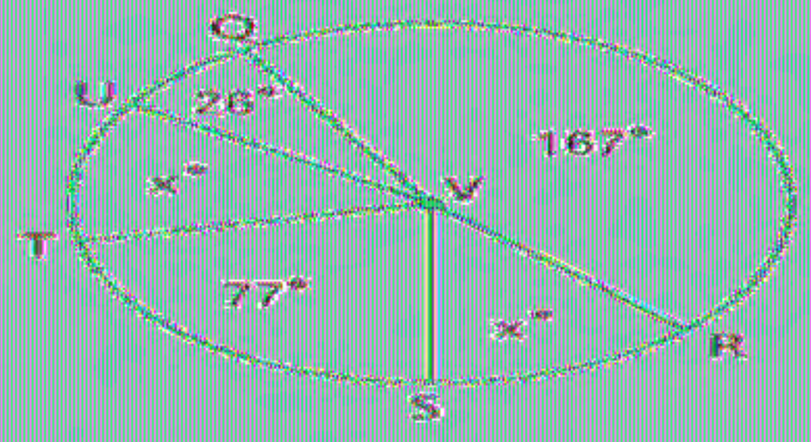
بالتعويض $= 2\pi(10)$

باستخدام آلة حاسبة ≈ 62.83

يساوي محيط الدائرة A⊙ حوالي 62.83 cm.

مثال 2

أوجد قيمة x.



مجموع قياسات الزوايا الداخلية في الشكل الرباعي

بالتعويض

بالتبسيط

اطرح 270 من كل طرف

اقسم كل طرف على 2

$m\angle QVR + m\angle RVS + m\angle SVT + m\angle TVU + m\angle UVQ = 360$

$167 + x + 77 + x + 26 = 360$

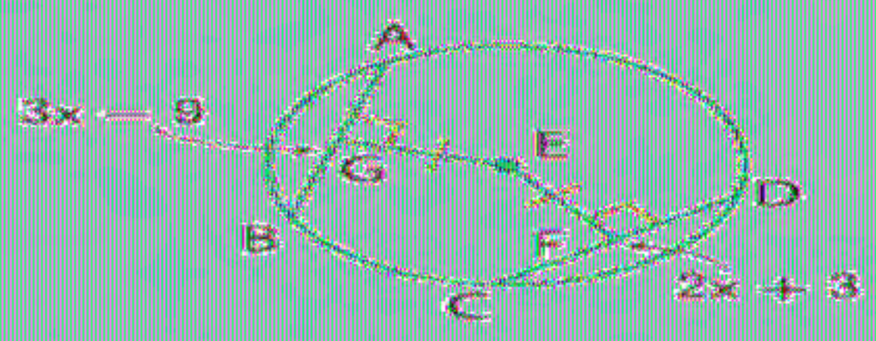
$270 + 2x = 360$

$2x = 90$

$x = 45$

مثال 3

بمعلومية أن في الدائرة E، لدينا $EF = EG$. أوجد AB.



بما أن الوترين $\overline{EG}$ و $\overline{EF}$ متطابقان، فهما متساويا البعد عن E.
إذاً $AB = CD$.

$AB = CD$ — تعريف تساوي القطعتين

$3x - 9 = 2x + 3$ — بالتعويض

$3x = 2x + 12$ — بالجمع

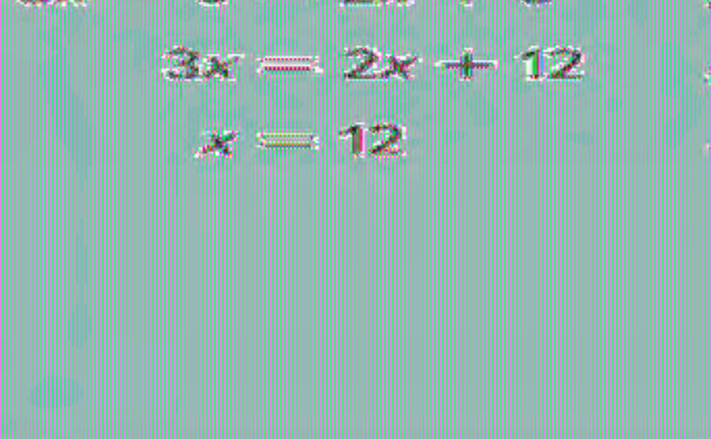
$x = 12$ — بالطرح

بالتعويض، $AB = 3(12) - 9$ أو 27.

مثال 4

أوجد $m\angle D$ و $m\angle B$.

بما أن $ABCD$ محاط بدائرة،
فكل زاويتين متقابلتين متكاملتان.



$m\angle D + m\angle B = 180$ — تعريف الزاويتين المتكاملتين

$23x + 12 + 21x - 8 = 180$ — بالتعويض

$44x + 4 = 180$ — بالتبسيط

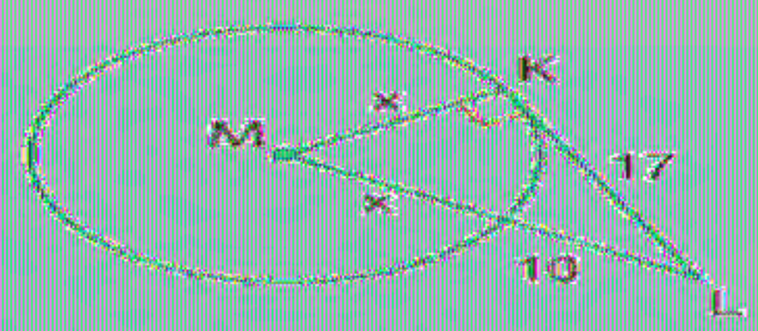
$44x = 176$ — بالطرح

$x = 4$ — بالقسمة

إذاً، $m\angle D = 23(4) + 12$ أو 104 و $m\angle B = 21(4) - 8$ أو 76.

مثال 4

في الشكل، $\overline{KL}$ مماس للدائرة M عند النقطة K. أوجد قيمة x.

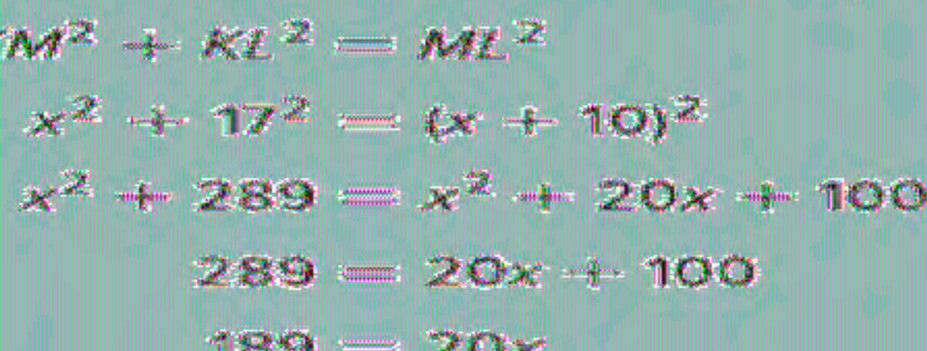


بموجب النظرية 5.10، فإن $\overline{KL} \perp \overline{MK}$، إذًا، فالمثلث $\triangle MKL$ قائم الزاوية.

$KM^2 + KL^2 = ML^2$	نظرية فيثاغورس
$x^2 + 17^2 = (x + 10)^2$	بالتعويض
$x^2 + 289 = x^2 + 20x + 100$	بالضرب
$289 = 20x + 100$	بالتبسيط
$189 = 20x$	بالطرح
$9.45 = x$	بالقسمة

مثال 5

أوجد قيمة x.



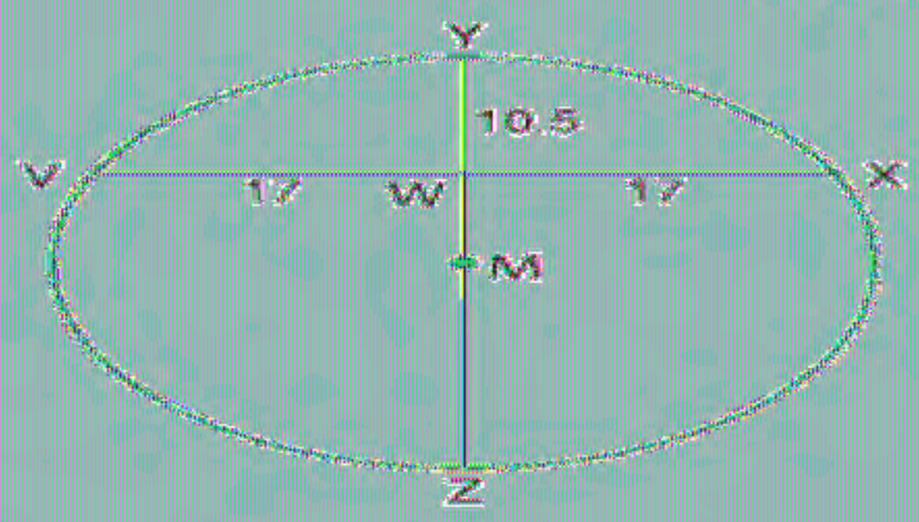
$\overset{\frown}{CAB}$ نصف دائرة لأن $\overline{CB}$ قطر في الدائرة.

إذًا، $m\overset{\frown}{CAB} = 180$.

$m\angle D = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{CB} - m\overset{\frown}{EB})$	النظرية 5.14
$45 = \frac{1}{2}(180 - 10x)$	بالتعويض
$90 = 180 - 10x$	بالضرب
$-90 = -10x$	بالطرح
$9 = x$	بالقسمة

مثال 2

أوجد قطر الدائرة M.



$VW - WX = YW - WZ$	نظرية القطع المتقاطع
$17 - 17 = 10.5 - WZ$	بالتعويض
$289 = 10.5 - WZ$	بتبسيط
$27.5 = WZ$	بجمعية كاره عكسي لطرفي معادلة، 10.5
$YZ = YW + WZ$	مسلمة جمع القطع المستقيمة
$YZ = 10.5 + 27.5$	بالتعويض
$YZ = 38$	بتبسيط

مثال 3

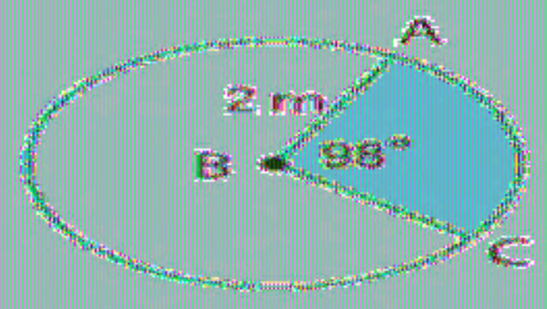
اكتب معادلة التمثيل البياني الدائري أدناه.



يقع المركز عند النقطة (6, 4). وطول القطر يساوي 5.

معادلة الدائرة	$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
بتعويض	$r = 5$ ، $(h, k) = (6, 4)$
بتبسيط	$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$
	$(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 25$

أوجد مساحة القطاع المظلل. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة.



مساحة قطاع

$$A = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$$

بالتعويض بالقيم

$$= \frac{98}{360} \cdot \pi(2)^2$$

بالتبسيط

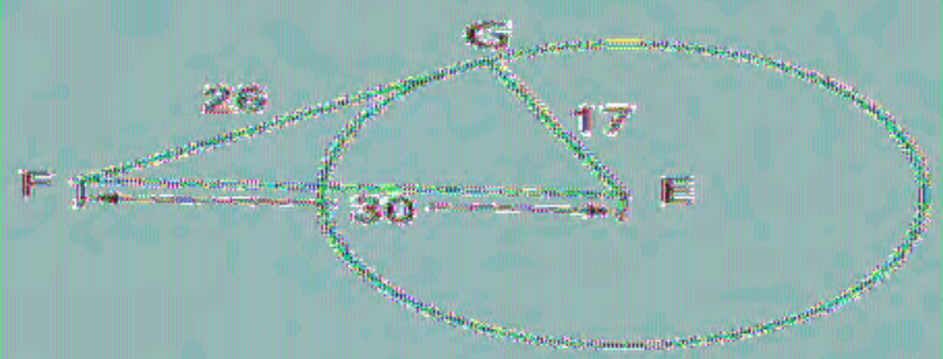
$$\approx 3.4 \text{ m}^2$$

9. **الاختيار من متعدد** بكم نقطة تشترك دائرتان متحدتا المركز؟

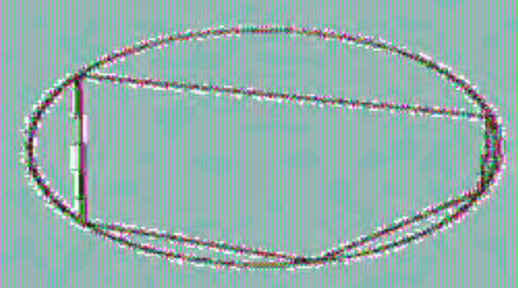
F 0 H 2

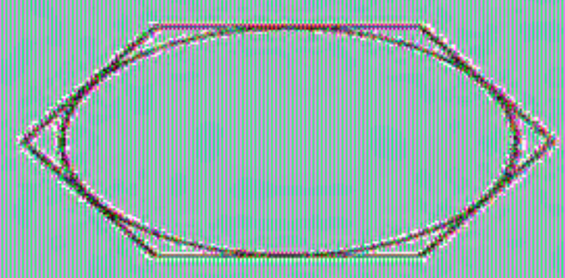
G 1 J عدد لا نهائي من النقاط

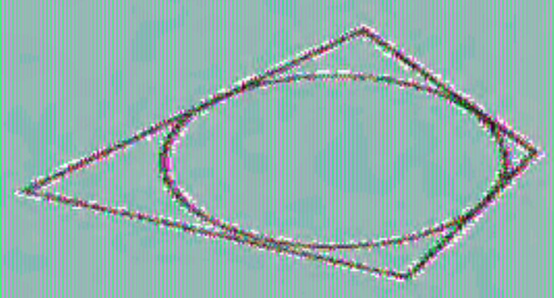
10. حدّد ما إذا كان $\overline{FG}$ مماسا للدائرة E. برر إجابتك.

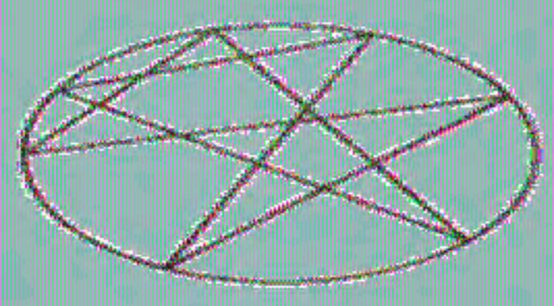


11. **الاختيار من متعدد** أي من الأشكال التالية يوضح مضلعا محيطا بدائرة؟

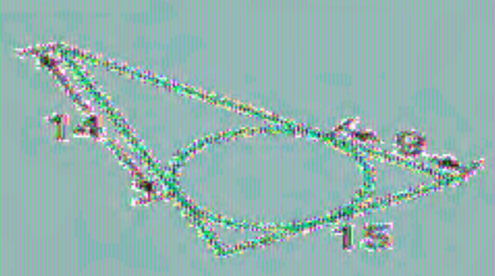
A 

C 

B 

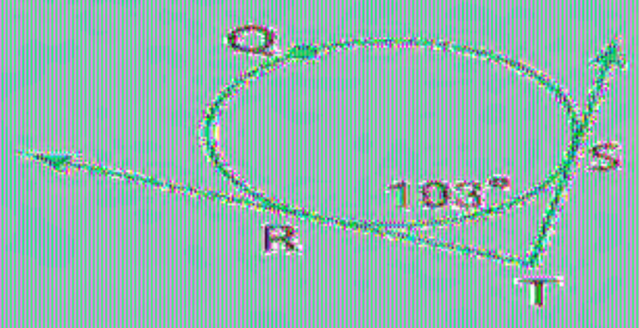
D 

12. أوجد محيط المثلث على الجهة اليمنى. وافترض أن القطع المستقيمة التي يبدو أنها مماسات هي مماسات بالفعل.

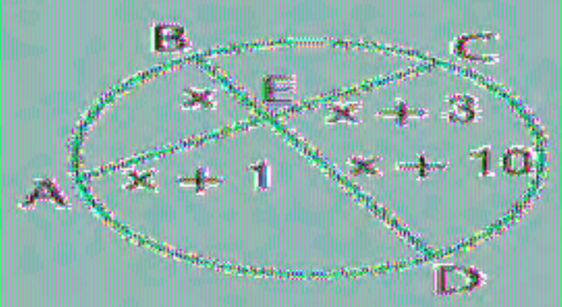


أوجد قياس كل مما يلي.

13. $m\angle T$



14. x



15. **الأزهار** ترغب خولة بإحاطة جذع شجرة بحوض للأزهار. فإذا كان مركز جذع الشجرة هو نقطة الأصل وإذا ما أرادت خولة توسيع الحوض 3 m بعيدًا عن مركز الشجرة، فما المعادلة التي ستمثل حوض الأزهار؟