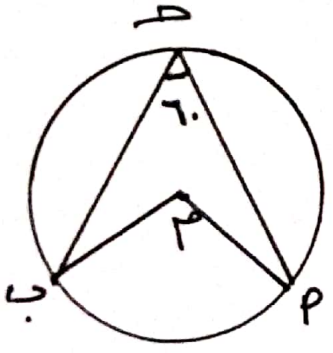
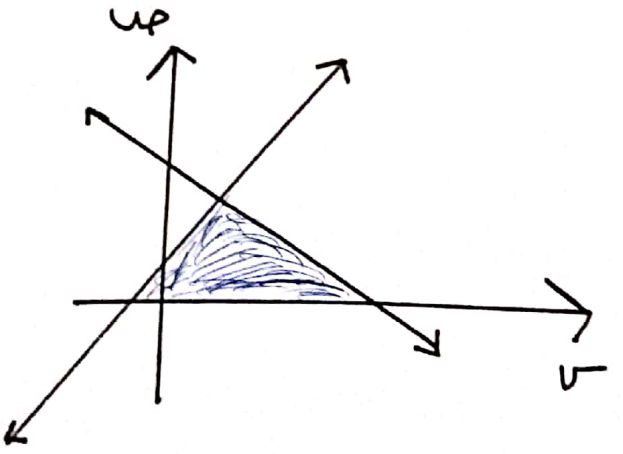
الرياضيات

الصف العاشر

شرح مفصل للمادة
حل أسئلة الكتاب
اوراق عمل
امتحانات شهرية

$$\begin{aligned} ٤ &= ٤س + ٣ص - ٣ \\ ١٥ &= ٤ + ٣ص + ٣س \\ ١٩ &= ٤ - ٣ص - ٣س \end{aligned}$$





Scanned by CamScanner

مقدمة :-

$٣ س^{٢}$ حد جبري يتكون من ثابت وهو (٣) مضروب بمتغير وهو $(س)$ ودرجة المتغير عدد صحيح موجب

الحد الجبري :-

هو حاصل ضرب عدد ثابت في متغير أو أكثر حيث نسمي العدد بمعامل المتغير

ملاحظة :- $س = س^{١}$: هنا المعامل (١) ، أما $\frac{س}{٨}$ هنا المعامل $(\frac{١}{٨})$

نكتفي ان وجد أكثر من حد جبري يفصل بينهما + أو − نسمي **مقدار جبري**

مثلاً :- $٦ س^{٢} + ٣ س - ٧$ مقدار جبري يتكون من ٣ حدود

أولاً :- كثيرات الحدود

رافت صافي

اذا كان $م : ح \leftarrow ح$

وكان $م(س) = ب_{ن} س^{ن} + ب_{ن-١} س^{ن-١} + \dots + ب_{٠}$ كثير حدود

بشرط ن عدد صحيح غير سالب.

بمعنى أن قوة $(س)$ يشترط ان لا تكون عدد سالب أو كسر

ملاحظات :-

١) $ب_{ن}$ ، $ب_{ن-١}$ ، ... تسمى معاملات كثير الحدود .

٢) **درجة** كثير الحدود :- هي اكبر قوة لـ $(س)$

٣) معامل اكبر قوة لـ $(س)$ تسمى **المعامل الرئيسي**

٤) $ب_{٠}$:- **الحد الثابت** وهو الحد الذي لا يحوي متغير $(س)$

٥) ان وجدت $(س)$ في المقام أو تحت جذر في هذه الحالة لا يكون المقدار كثير حدود

Scanned by CamScanner

٦) الصورة القياسية لكثير الحدود :- هي كتابة كثير حدود بالترتيب من الكبر درجة الى أصغرها درجة ، حيث عند اعادة ترتيب الحدود لا نغير اشارة الحدود حيث كل حد يحتفظ باشارته .

٧) عند كتابة المعاملات نبدأ من المعامل الاكبر قوة ثم نتناقصها بمقدار (١) إلى أن نصل الى (م٠) حيث نضع صفراً مكان الحد غير الموجود

٨) م(س) = م ← عدد — يسمى **اقتران ثابت** أو كثير حدود من الدرجة الصفرية

٩) م(س) = أس + ب — يسمى كثير حدود من الدرجة الاولى **اقتران خطي** (أعلى قوة لـ (س) هي (١))

١٠) م(س) = أس٢ + ب س + حـ — يسمى **اقتران تربيعي** حيث اعلى قوة لـ (س) هي (٢)

تدريب (١)

اكتب مثالاً على كل مما يأتي :-

١) اقتران كثير حدود من الدرجة الرابعة يتكون من ثلاثة حدود

الحل = م(س) = س٤ + ٢س٢ + س

٢) اقتران كثير حدود من الدرجة السابعة ، يتكون من حدين

الحل :- م(س) = س٧ + ٣

تدريب (٢)

١) ما هو اكبر عدد من الحدود يلزم لتكوين كثير حدود من الدرجة الخامسة

٢) ما هو اقل عدد من الحدود يلزم لتكوين كثير حدود من الدرجة الخامسة

الحل :- ١) ٦ حدود ٢) حد واحد

Scanned by CamScanner

تدريب (٣)

١) الكتب الملونة اختبارات لسنة كثيرات حدود

الحل :-

أ) $ح(س) = س^{-٣} + س - ٢$ قوة (س) سالبة

ب) $ح(س) = س^{٢} + \frac{٨}{س} + ١$ س موجودة في المقام

جـ) $ح(س) = \sqrt{س} + س^{٥} - ٣$ س تحت الجذر

تدريب (٤) :-

حدد الدرجة والمعامل الرئيس والمعاملات لكل كثير حدود مما يأتي:-

١) $ح(س) = -٣س + ٢س^{٨} + ٤س^{٣} + ٨س^{٥}$

الحل :-

الدرجة الثامنة

المعامل الرئيس هو ٢ معامل الحد قوته لـ (س) ← $٢س^{٨}$

لكتابة المعاملات نبدأ من الأعلى قوة ٨^{P} ، ٧^{P} ، ٦^{P} ، ٥^{P} ، ٤^{P} ، ٣^{P} ، ٢^{P} ، ١^{P} ، ٠^{P}.

حيث المقصود ٨^{P} ← معامل $(س^{٨})$ ، ٧^{P} ← معامل $(س^{٧})$ ..... وهكذا

المعاملات :- ٢ ، ٠ ، ٠ ، ٨ ، ٤ ، ٠ ، ٠ ، -٣ ، ٠

٢) $هـ(س) = ٥س^{٤} + ٧س - ٤ - س^{٩}$

الحل :-

الدرجة التاسعة ، المعامل الرئيس -١

المعاملات :- -١ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٥ ، ٠ ، ٧ ، ٤

٣) $ل(س) = \frac{١}{٢}س^{٤} - س + ١$

الحل :-

الدرجة الرابعة ، المعامل الرئيس $\frac{١}{٢}$

المعاملات = $\frac{١}{٢}$ ، ٠ ، ٠ ، -١ ، ١

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

تدريب (٥)

اكتب ثلاثة كثيرات حدود، مبيناً درجة كل منها، وحدد معاملاتها.

الحل :- ١) $ح(س) = س^{٢} + ٣$ الدرجة الثانية، المعاملات : ١، ٠، ٣

٢) $ح(س) = ٥س^{٣} + س$ الدرجة الثالثة، المعاملات ٥، ١، ٠

٣) $ح(س) = س^{٤}$ الدرجة الرابعة، المعاملات ١، ٠، ٠، ٠، ٠

الاحتمالات

١) حدد أياً من الاقترانات الآتية يمثل كثير حدود مبرراً اجابتك

أ) $ح(س) = ٢س^{-٢} - ٦س + ٥س^{٣} - ٤$

الحل :-

ليس كثير حدود، لوجود $س^{-٢}$

ب) $ح(س) = س + ٧$

الحل :- كثير حدود، قوة س عنصر سالبة وعدد صحيح.

جـ) $ل(س) = س^{٢} + \frac{١}{س} - ٧ + ٦س - ٨س^{٣}$

الحل :- ليس كثير حدود، لوجود $\frac{١}{س}$ ← اقتران كسري

د) $ك(س) = س + ٣س^{٣}$

الحل :- كثير حدود، قوة س عنصر سالبة وعدد صحيح.

ملاحظة :-

معاملات كثير الحدود ليس عليها أي شروط حيث تشمل اعداد موجبة، سالبة، كسور، جذور، ...

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

٢) حدد درجة كل كثير حدود فيما يأتي :-

أ) $م(س) = س^{٣} + ٥س^{١٠} - ٥ + س^{٢} - س$

ب) $ع(س) = ٤س^{٦} + ٣\sqrt{٥}س^{٧} + ٢\sqrt{٥}س^{٣} + س$

جـ) $ط(س) = س + ٨$

الحل :-

أ) العاشرة ب) السابعة جـ) الأولى

٣) اكتب كل كثير حدود فيما يأتي بالصورة القياسية وحدد معاملاته :

أ) $ه(س) = ٥س^{٢} + ١٣س^{١٠} + س^{٣} - ٥س^{٨} + ٣س^{٢} - ٦س + ٩$

الحل :-

نرتب حسب القوة الأعلى مع احتفاظ كل حد في إشارته

$ه(س) = ١٣س^{١٠} - ٥س^{٨} + س^{٣} + ٨س^{٢} - ٦س + ٩$

المعاملات : ٩ ، -٦ ، ٨ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، -٥ ، ٠ ، ١٣

ب) $هـ(س) = -٤٦س^{٦} + س^{٤} + ٢س + ٣س^{٢}$

الحل :-

$هـ(س) = -٤٦س^{٦} + س^{٤} + ٣س^{٢} + ٢س$

الدرجة السادسة

المعاملات :- -٤٦ ، ٠ ، ١ ، ٠ ، ٣ ، ٢ ، ٠

جـ) $ل(س) = س^{٤} + ٨س^{٩} - ٤ + ٥س^{١١} + س$

الحل :-

$ل(س) = ٥س^{١١} + ٨س^{٩} + س^{٤} + س - ٤$

المعاملات : ٤- ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ٠ ، ١ ، ٠ ، ٥

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

٤) اكتب اقتراناً كثير الحدود من الدرجة الرابعة بالصورة القياسية ، وحدد المعامل الرئيس منه

الحل :-

$ر(س-١) = ٨س^{٤} + س^{٣} + ١$ المعامل الرئيس هو ٨

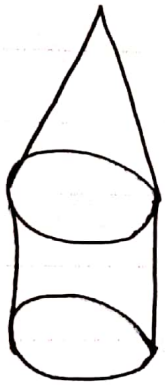
---

٥) هل يمكن للعدد $\sqrt{٣}$ أن يكون معاملاً رئيساً لاقتران كثير حدود

الحل :- نعم ، المعاملات تأخذ أي قيمة حقيقية صحيح / كسر عادي / كسر عشري / ...

---

٦) حل المسألة الواردة بداية الدرس



الحل :-

حجم الخزان = حجم المخروط + حجم الاسطوانة

$ح = \frac{١}{٣}\pi نق^{٢} ع + \pi نق^{٢} ع$

Scanned by CamScanner

ورقة عمل

١) أي المقدارات الآتية تمثل كثير حدود :-

أ) $ق(س) = ٨س^{٣} + س^{٩} + ١$ ، ب) $هـ(س) = ٨س^{٦} + ٧س - ١$

ج) $ل(س) = \frac{٥}{٢س} + ٣س - ١$ ، د) $م(س) = ٤س^{-٢} + س + ٨$

هـ) $ع(س) = س^{٢}(١ - س)^{٣} + ١$ ، و) $و(س) = \frac{س^{٣}}{٥} + ٧س - ٢س + \frac{١}{٤}$

---

٢) اكتب كثيرات الحدود الآتية بالصورة القياسية ، ثم حدد معاملاتها و المعامل الرئيس ودرجة كل منها :

أ) $ل(س) = ٥ - س^{٣} - س^{٤} + ٢$

ب) $هـ(س) = \frac{س^{٦}}{٨} + ٨س^{٤} - س^{٥} + س$

---

٣) $ق(س) = ٣ + ٢س(س + س^{٣}) - ٢س^{٤}$ أجب عما يلي :

أ) اكتب $ق(س)$ بالصورة القياسية

ب) حدد المعامل الرئيس

ج) ما درجة $ق(س)$

---

٤) اكتب كثير حدود من الدرجة السادسة يتكون من حد واحد ومعامله الرئيس $\frac{٥}{٧٧}$

---

٤) تحلل كثير حدود معاملاته ٧٦٢٦٠٦٣

Scanned by CamScanner

ثانياً :- تمثيل كثيرات الحدود بيانياً

مقدمة :-

يعتمد هذا الدرس على برمجية الحل لتمثيل المقترانات.
والطريقة مشروحة بالتفصيل في مثال (١) من الكتاب

سنتعلم طريقة رسم كثيرات الحدود (الثابت والخطي والتربيعي والتكعيبي) يدوياً بدون الحل

أولاً :- كثير حدود من الدرجة الصفرية « الثابت »

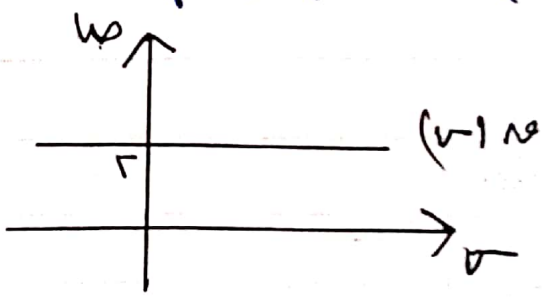
$ق(س) = ص$ حيث $ص$: عدد حقيقي

الخطوات :-

نعيّن $ص$ على محور الصادات ونرسم خط يوازي محور السينات.

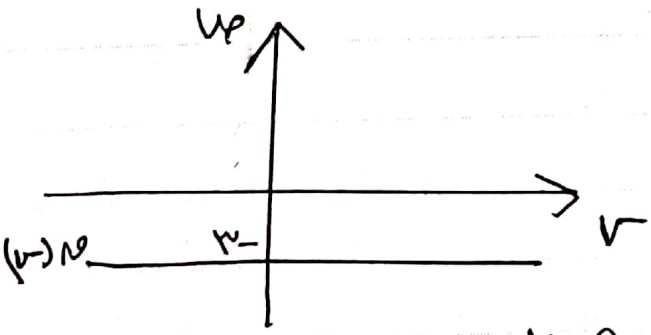
مثال (١) :- ارسم كل من :-

أ) $ق(س) = ٢$



المجال ← $\mathbb{R}$
المدى ← ٢
حيث المدى دائماً ($ص$)
المقطع الصادي ٢ الرتبة
المقطع السيني ∅

ب) $ق(س) = -٣$



المجال ← $\mathbb{R}$
المدى ← -٣
المقطع الصادي -٣
المقطع السيني ∅

Scanned by CamScanner

ثانياً :- كثيرة حدود من الدرجة الأولى (الخطية)

$ق(س) = أ س + ب$ ، $أ \neq 0$

الخطوات

١) نجد المقطع الصادي وذلك بوضع $(س = 0)$ صفراً

٢) نجد المقطع السيني وذلك بوضع $ق(س) = صفراً$

٣) نصل بين المقطع السيني والصادي بخط مستقيم

ملاحظة

١) معامل $(س)$ موجب فإن الخط صاعد ↗ تزايد

٢) معامل $(س)$ سالب فإن الخط هابط ↘ تناقص

مثال :- ارسم :-

١) $ق(س) = ٢س - ٤$

الحل :-

نضع $س = 0$ ومنه

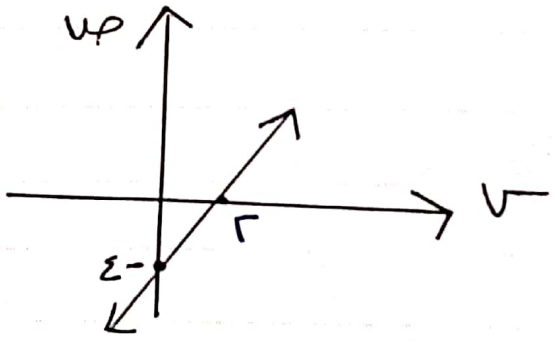
المقطع الصادي $ص = ٢ \times 0 - ٤ = -٤$

نضع $ص = 0$ ومنه

$٢س - ٤ = 0$

$٢س = ٤$

$س = ٢$ المقطع السيني



المجال ← ح

المدى ← ح

المقطع الصادي :- الحد الثابت -٤

٢) $ق(س) = ٣ - س$

الحل :-

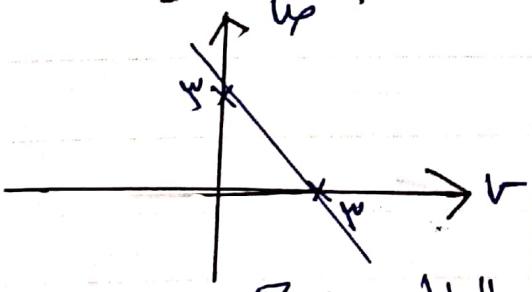
نضع $س = 0$ ومنه

$ص = ٣ - 0 = ٣$ المقطع الصادي

نضع $ص = 0$ ومنه

$٣ - س = 0$

$س = ٣$ المقطع السيني

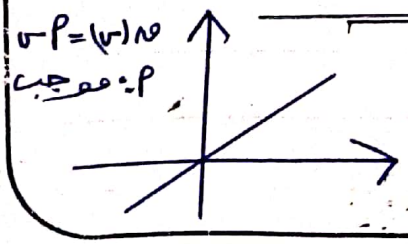


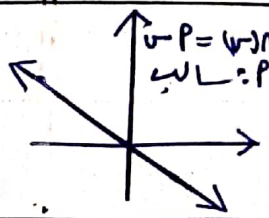
المجال ← ح

المدى ← ح

المقطع الصادي ٣

رسومات مشهورة :-





Scanned by CamScanner

ثالثاً: اقتران تربيعي "كثير حدود من الدرجة الثانية"

$$ق(س) = أ س^2 + ب س + جـ$$

١) أ : موجب ∪ أما أ : سالب ∩

٢) المقطع الصادي هو الحد الثابت جـ

٣) محور التماثل $س = \frac{-ب}{2أ}$

٤) نحدد رأس القطع $(\frac{-ب}{2أ}, ق(\frac{-ب}{2أ}))$

٥) أ : موجب له قيمة صغرى مطلقاً $ق(\frac{-ب}{2أ})$

أ : سالب له قيمة كبرى مطلقاً $ق(\frac{-ب}{2أ})$

٦) المدى $ص \geq ق(\frac{-ب}{2أ})$ حيث أ : موجب

$ص \leq ق(\frac{-ب}{2أ})$ حيث أ : سالب

مثال: أرسم $ق(س) = س^2 - ٤$

الحل: $أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = -٤$

أ : موجب ∪

المقطع الصادي -٤ الحد الثابت

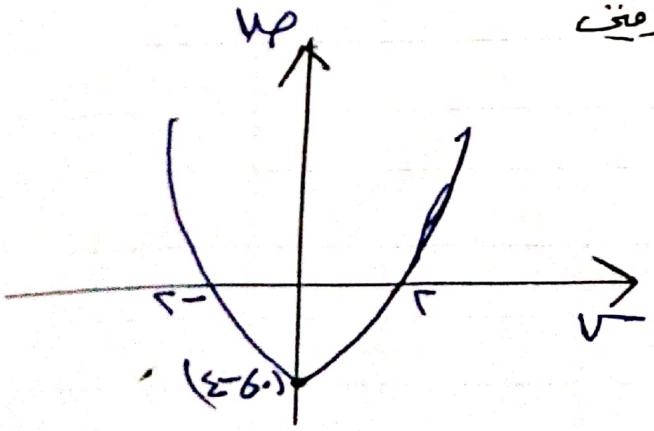
$س = \frac{-ب}{2أ} = \frac{٠}{١ \times ٢} = ٠$ ومنه $ق(٠) = ٠ - ٤ = -٤$

الرأس $(٠ ، -٤)$

نضع $س^2 - ٤ = ٠$ لإيجاد المقطع السيني

$س^2 = ٤$ جذر الطرفين

$س = \pm ٢$

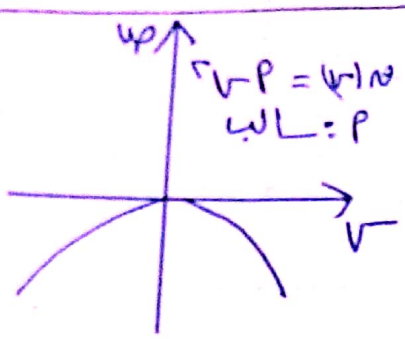


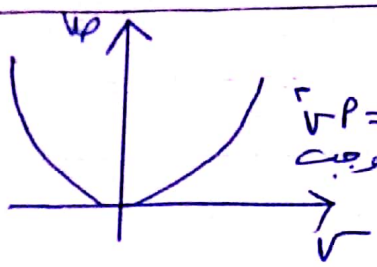
المجال ← ح

المدى ← $ص \geq -٤$

Scanned by CamScanner

رسومات مشهورة





رابعاً : الاقترانات التكعيبية "كثيرة حدود من الدرجة الثالثة"

* يشبه رسمة الاكس

وبشكل عام :-

١) كثيرات الحدود متصلة ، حيث لا يوجد قطع في المنحنى

٢) المقطع الصادي : الحد الثابت

تدريب (١) :- مثل بيانياً

١) ق(س) = ٣

٢) ل(س) = ٣ - س

٣) ص(س) = ٣ + س

٤) ع(س) = س²

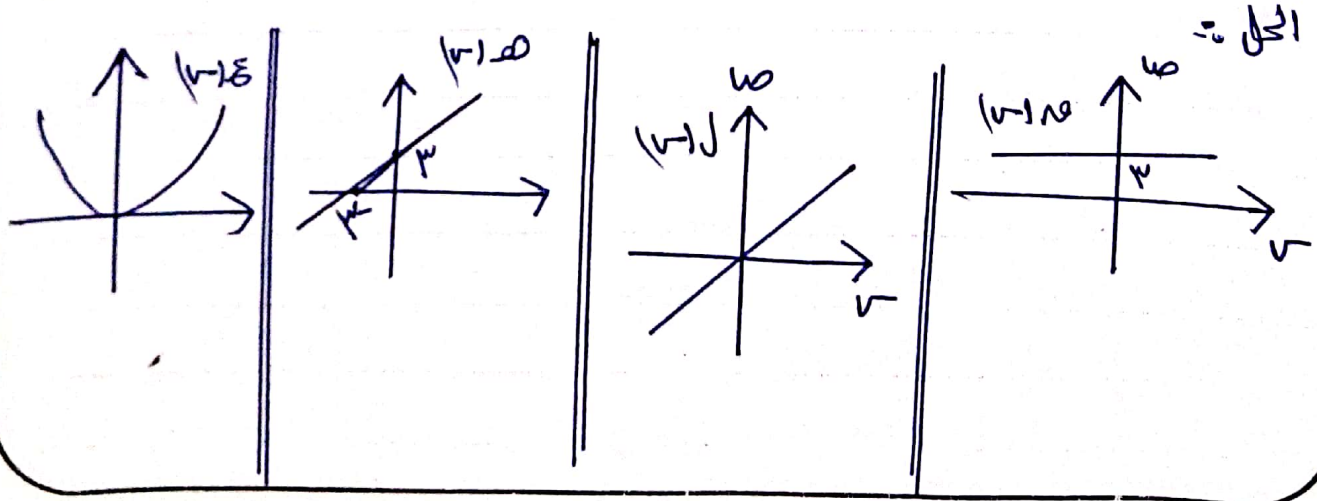
٥) ك(س) = س² + ١

٦) و(س) = س² - ١

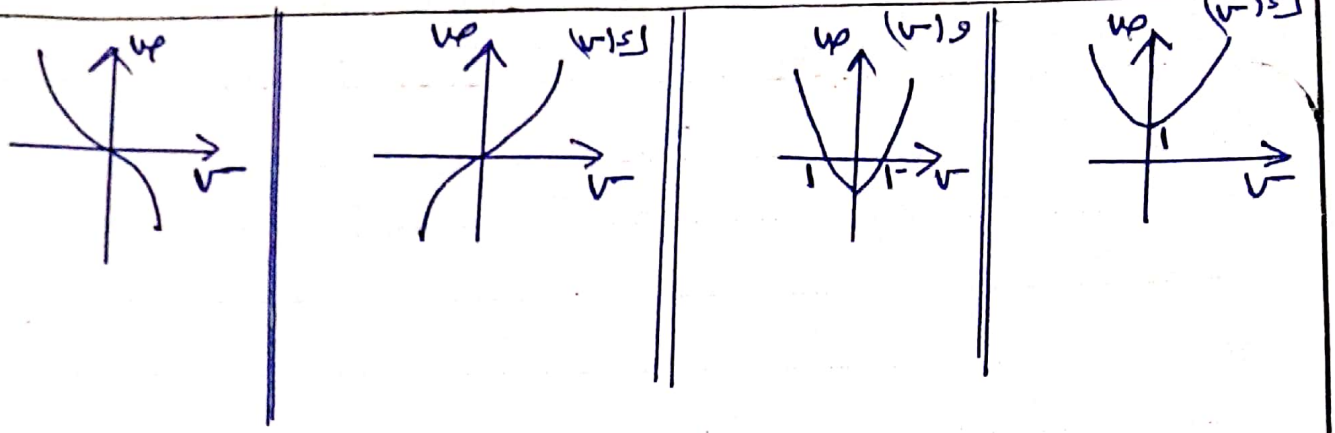
٧) ك(س) = س³

٨) و(س) = - س³

الحل :-



Scanned by CamScanner



الأسئلة

٤) أطلقت مقذوفة بحيث تمثل ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض ع بعد مرور زمن مقداره ن ثانية بالعلاقة ع = −٥ ن² + ٥٠ ن + ١

أ) ما الارتفاع الذي تصله القذيفة بعد ٣ ثوان؟

ب) ما أقصى ارتفاع تصله القذيفة

الحل :-

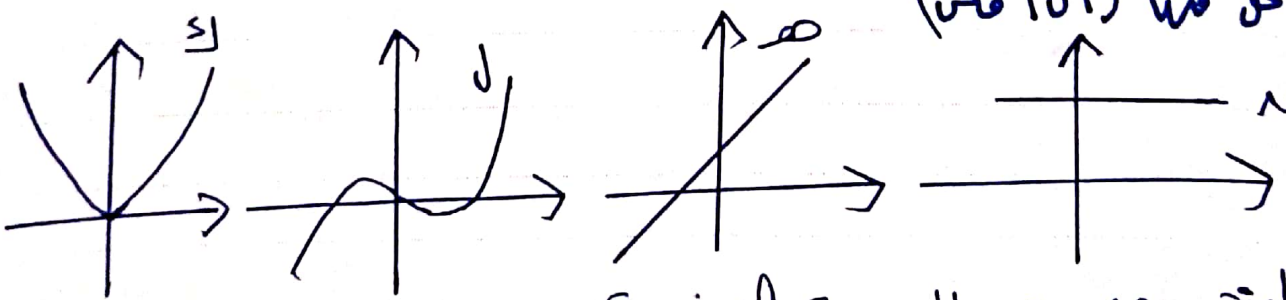
أ) ع (٣) = −٥ × ٩ + ٣ × ٥٠ + ١ = −٤٥ + ١٥٠ + ١ = ١٠٦ م

ب) أقصى ارتفاع هو الإحداثي الصادي لرأس القطع

$$\frac{-ب}{٢أ} = \frac{-٥٠}{-١٠ \times ٢} = \frac{-٥٠}{-٢٠} = ٥$$

ع (٥) = −٥ × ٢٥ + ٥٠ × ٥ + ١ = −١٢٥ + ٢٥٠ + ١ = ١٢٦ م

٥) تأمل منحنيات كثيرات الحدود هـ، هـ، ل، ك ثم حدد درجة كل منها (إن أمكن)



الحل :-

هـ :- الدرجة الصفرية

هـ :- الدرجة الأولى

ل :- الدرجة الثالثة

ك :- الدرجة الثانية

Scanned by CamScanner

ثالثاً :: جمع كثيرات الحدود وطرحها وضربها

مقدمة :-

الحدود الجبرية المتشابهة :- هي الحدود التي تحوي نفس المتغير مع قوته .

مثلة :- $٣س^{٢}$ ، $٤س^{٢}$ حدود جبرية متشابهة

$٤ص$ ، $٨ص$ حدود جبرية متشابهة

$٤س$ ، $٤س^{٢}$ حدود جبرية غير متشابهة

وعليه عند جمع الحدود الجبرية، نجمع أو نطرح فقط الحدود الجبرية المتشابهة ، بحيث نجمع او نطرح فقط المعاملات مع بقاء المتغير مع قوته كما هو .

مثلة :-

$$٣س^{٣} + ٦س^{٣} = ٩س^{٣} \text{ ، } ٩س^{٣} - ٢س^{٣} = ٧س^{٣}$$

وكذلك عند ضرب حد جبري في حد جبري آخر، نضرب المعاملات مع جمع اسس المتغيرات التي لها نفس الحرف

مثلة :-

$$٩س^{٢} \times ٣س^{٥} = ٢٧س^{٧} \text{ ، } ٢س \times ٢س^{٢} = ٢س^{٣}$$

---

١) جمع كثيرات الحدود

عند جمع كثيري حدود، نجمع معاملات الحدود المتشابهة $(ن)ه + (ن)ه = (ن)(ه + ه)$ وناتج الجمع يجعل كثير حدود ودرجته تساوي أو أقل من اعلى درجة لكليهما

٢) طرح كثيرات الحدود

$(ن)ه - (ن)ه = (ن)(ه - ه)$ ← نضرب اشارة كل حد بعد اشارة الطرح، ثم نطبق قاعدة جمع وطرح الحدود المتشابهة

Scanned by CamScanner

٣) ضرب كثيرات الحدود ن × هـ

* نضرب الحد الأول في ن(س) في جميع الحدود لـ هـ(س)
ثم الحد الثاني في جميع الحدود لـ هـ(س) وهكذا ...
حيث :-

$$(ن \cdot هـ)(س) = ن(س) \times هـ(س)$$

حيث درجة الاقتران الناتج = مجموع درجتي الاقترانين معاً.

ملاحظة :- عند وجود عدد مكان (س) :-

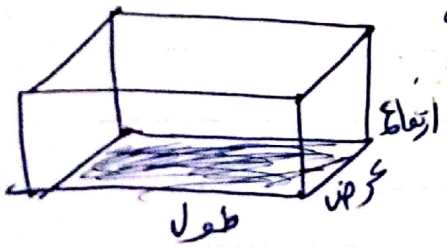
① $(ن \pm هـ)(ك) = ن(ك) \pm هـ(ك)$ حيث يجب صورة العدد (ك) في كليهما أو بعد اجراء الجمع والطرح نعوضها وهكذا للضرب

② الجمع والضرب تبديلية :-

* $ن(س) + هـ(س) = هـ(س) + ن(س)$
* $ن(س) \times هـ(س) = هـ(س) \times ن(س)$
* $ن(س) - هـ(س) \neq هـ(س) - ن(س)$

③ حجم متوازي المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

④ المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين
$= ٢ \times (الطول + العرض) \times الارتفاع + ٢ \times الطول \times العرض$



⑤ مساحة المستطيل = الطول × العرض

Scanned by CamScanner

تدريب (١)

اذا كان $ل(س) = ٣س^{٣} + ٢س^{٢} + ٥س + ١$ ، $ك(س) = ١٣س^{٢} + ٤س + ٨$

فجد $(ل + ك)(س)$ وحدد درجته

الحل :-

$(ل + ك)(س) = ل(س) + ك(س)$

$= ٣س^{٣} + ٢س^{٢} + ٥س + ١ + ١٣س^{٢} + ٤س + ٨$

$(ل + ك)(س) = ٣س^{٣} + ١٥س^{٢} + ٩س + ٩$

نبدأ بالحل هكذا :-

الدرجة الثالثة

لان درجة مجموع كثيرين حدود اقل من أو يساوي اكبر درجتيهما

تدريب (٢)

اذا كان $م(س) = ٣س^{٤} + س^{٣} - ٥س + ٦$

$ص(س) = ٣س^{٤} + ٩س^{٢} - ٢س + ١$

فجد :-

١) $(م - ص)(س)$ ٢) $(ص - م)(س)$ ٣) $(ص - م)(٠)$ ٤) $(م - م)(س)$

الحل :-

١) $(م - ص)(س) = م(س) - ص(س)$

نغير اشارة كل حد

$= ٣س^{٤} + س^{٣} - ٥س + ٦ - (٣س^{٤} + ٩س^{٢} - ٢س + ١)$

$= ٣س^{٤} + س^{٣} - ٥س + ٦ - ٣س^{٤} - ٩س^{٢} + ٢س - ١$

$= -٨س^{٢} + س^{٣} - ٣س + ٥$

٢) $(ص - م)(س) = ص(س) - م(س)$

$= ٣س^{٤} + ٩س^{٢} - ٢س + ١ - (٣س^{٤} + س^{٣} - ٥س + ٦)$

$= ٣س^{٤} + ٩س^{٢} - ٢س + ١ - ٣س^{٤} - س^{٣} + ٥س - ٦$

$= ٨س^{٢} - س^{٣} + ٣س - ٥$

٣) $(ص - م)(٠) = ص(٠) - م(٠)$

$= (٣(٠)^{٤} + ٩(٠)^{٢} - ٢×٠ + ١) - (٣(٠)^{٤} + ٠ - ٥×٠ + ٦)$

$= ١ - ٦ = -٥$

٤) $(م - م)(س) =$ صفراً

Scanned by CamScanner

تدريب (٣) :-

١) اذا كان $ن(س) = ٢س^٦ + ٤س^٥ - ٦س$ ، $ص(س) = س^٣ + ٤س^٢ + ٢س + ٢$

فجد ناتج كل مما يلي :-

أ) $(ن \cdot ص)(س)$ ب) $(ن \cdot ص)(١)$ ج) $(ص \cdot ن)(س)$

د) $(ص \cdot ن)(٠)$ هـ) $(ن \cdot ن)(س)$ و) $(ص \cdot ص)(س)$

الحل :-

أ) $(ن \cdot ص)(س) = ن(س) \times ص(س)$

$= (٢س^٦ + ٤س^٥ - ٦س) \times (س^٣ + ٤س^٢ + ٢س + ٢)$

$= ٢س^٩ + ٨س^٨ + ٤س^٧ + ٤س^٦ + ١٦س^٥ + ٨س^٤ + ٨س^٣ - ٦س^٤ - ١٢س^٣ - ١٢س$

$= ٢س^٩ + ٨س^٨ + ٤س^٧ + ٤س^٦ + ١٠س^٥ - ١٢س^٤ - ٤س^٣ - ١٢س$

ب) $(ن \cdot ص)(١) = ن(١) \times ص(١)$

$= (٢ + ٤ - ٦) \times (١ + ٤ + ٢ + ٢)$

$= ٠ \times ٩ = ٠$

ج) $(ص \cdot ن)(س) = ص(س) \times ن(س)$ نفس ناتج أ ولن تحتاج الضرب مجدداً

د) $(ص \cdot ن)(٠) = ص(٠) \times ن(٠)$

$= (٠ + ٠ + ٠ + ٢) \times (٠ + ٠ - ٠) = ٢ \times ٠ =$ صفراً

هـ) $(ن \cdot ن)(س) = ن(س) \times ن(س)$

$= (٢س^٦ + ٤س^٥ - ٦س) \times (٢س^٦ + ٤س^٥ - ٦س)$

$= ٤س^{١٢} + ١٦س^{١١} - ٢٤س^١٠ + ١٦س^٩ - ٤٨س^٨ + ٢٤س^٧ + ٣٦س^٦ - ٤٨س^٥ + ٣٦س^٤$

و) $(ص \cdot ص)(س) = ص(س) \times ص(س)$

$= (س^٣ + ٤س^٢ + ٢س + ٢) \times (س^٣ + ٤س^٢ + ٢س + ٢)$

$= س^٦ + ٨س^٥ + ٢٠س^٤ + ٢٠س^٣ + ٢٠س^٢ + ٨س + ٤$

$= س^٦ + ٤س^٥ + ٢س^٤ + ٤س^٣ + ١٦س^٢ + ١٦س + ٤ + ٤س^٥ + ٨س^٤ + ٨س^٣ + ٨س^٢ + ٨س + ٤$

Scanned by CamScanner

٢) ما درجة ناتج ضرب كثيرى حدود

الحل :- مجموع درجة الحدود

تدريب (٤)

حل المسألة الواردة بداية الدرس

الحل :- د(س) + ب(س) = ٩س + ٣٨٠ + س٣ + ١٥

= ١٢س + ٣٩٥

١٢ × ١٠ + ٣٩٥ = ١٢٠ + ٣٩٥ = ٥١٥ لاعب الوطنان

مسألة

١) إذا كان ق(س) = ٤س٥ + س٢ - ٤س٣ + ٢س - ٣

هـ(س) = س٣ + س٢ + ١

ل(س) = س + ٥ جد ما يأتي :-

أ) (ق + هـ)(س) ب) (ق - هـ)(س) جـ) (ق . ل)(س)

د) (هـ . ق)(س) هـ) (هـ - ل)(س) و) (ل + هـ)(س) × ق(س)

الحل :-

أ) (ق + هـ)(س) = ق(س) + هـ(س)

= ٤س٥ + س٢ - ٤س٣ + ٢س - ٣ + س٣ + س٢ + ١

= ٤س٥ - ٣س٣ + ٢س٢ + ٢س - ٢

ب) (ق - هـ)(س) = ق(س) - هـ(س)

= ٤س٥ + س٢ - ٤س٣ + ٢س - ٣ - (س٣ + س٢ + ١)

= ٤س٥ + س٢ - ٤س٣ + ٢س - ٣ - س٣ - س٢ - ١

= ٤س٥ - ٥س٣ + س٢ + ٢س - ٤

جـ) (ق . ل)(س) = ق(س) × ل(س)

= (٤س٥ + س٢ - ٤س٣ + ٢س - ٣) × (س + ٥)

= ٤س٦ + ٢٠س٥ + س٤ - ٢٠س٣ + ٢س٢ + ١٠س - ٣س - ١٥

= ٤س٦ + ٢٠س٥ - ٤س٤ - ١٩س٣ + ٨س٢ + ٧س - ١٥

Scanned by CamScanner

د) $(ص \cdot ن)(س) = ص(س) \times ن(س)$

$= (س^3 + س^2 + 1)(س^4 - 3س^3 + 2س^2 - 4س + 5)$

$= س^7 - 3س^6 + 2س^5 - 4س^4 + 5س^3 + س^6 - 3س^5 + 2س^4 - 4س^3 + 5س^2 + س^4 - 3س^3 + 2س^2 - 4س + 5$

$= س^7 - 2س^6 - س^5 + 3س^4 - 2س^3 + 7س^2 - 4س + 5$

هـ) $(ص + 2ن - ل)(س) = ص(س) + 2ن(س) - ل(س)$

$= س^3 + س^2 + 1 + 3س^2 - س^2 + 2س^3 - 4س - (س + 5)$

$= س^3 + س^2 + 1 + 3س^2 - س^2 + 2س^3 - 4س - س - 5$

$= 3س^3 - 3س^2 + 2س^2 - 5س - 4$

و) بحث اوجد $(ل + ص)(س)$

$(ل + ص)(س) = ل(س) + ص(س)$

$= س^3 + س^2 + 2س + 6 = (س^3 + س^2 + 1) + (س + 5)$

$(ل + ص)(س) \times ن(س) = (س^3 + س^2 + 1)(3س^2 - 5س + 4)(س + 6)$

$= 3س^7 + 3س^6 - 5س^5 + 12س^5 - 3س^4 + 3س^4 - 5س^3 + 12س^3 - 4س^2 + 3س^2 - 5س + 12س - 4س + 6$

$= 3س^7 + 3س^6 - 5س^5 + 12س^5 - 3س^4 + 3س^4 - 5س^3 + 12س^3 - 4س^2 + 3س^2 - 5س + 12س - 4س + 6$

$= 3س^7 + 3س^6 + 12س^5 - 3س^4 + 5س^3 - 9س^2 + 18س - 18$

2) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل وطول ضلعها $4س^2 + 6$ وارتفاعه $س^3$

أ) اكتب قاعدة لقانون ق التي تمثل حجم الصندوق

ب) اكتب قاعدة لقانون هـ التي تمثل المساحة الكلية

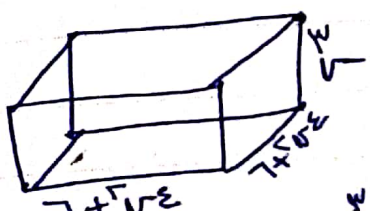
الحل:-

أ) $ق(س) =$ طول × العرض × الارتفاع

$= (4س^2 + 6)(4س^2 + 6) \times س^3$

$= (16س^4 + 24س^2 + 24س^2 + 36) \times س^3$

$= (16س^4 + 48س^2 + 36) \times س^3 = 16س^7 + 48س^5 + 36س^3$



Scanned by CamScanner

٢) هـ(س) = المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين
= محيط القاعدة × الارتفاع + مساحة القاعدتين
= ٤ × (٤س^٢ + ٦) × س^٣ + ٢ × (٤س^٢ + ٦)(٤س^٢ + ٦)
= (١٦س^٢ + ٢٤) × س^٣ + ٢ × (١٦س^٤ + ٣٢س^٢ + ٣٦)
= ١٦س^٥ + ٢٤س^٣ + ٣٢س^٤ + ٤٨س^٢ + ٧٢
= ١٦س^٥ + ٣٢س^٤ + ٢٤س^٣ + ٩٦س^٢ + ٧٢

---

٣) اذا كان ق(س) ، هـ(س) كثيرا حدود وكان ق(س) من الدرجة الثالثة . اعط مثالاً تكل من الاقترانين ق ، هـ بحيث ان : ق(س) - هـ(س) من الدرجة الثانية

الحل :-
ق(س) = ٥س^٣ + ٢س^٢ + ١
هـ(س) = ٥س^٣ - ٣س^٢ + ٥س

---

٤) اذا كان ق ، هـ كثيرا حدود من الدرجة (ن^٢ + ٢) ، (ن - ٢) على الترتيب حيث ن ≥ ٢ ، ن ∈ ط وكانت درجة كثير الحدود ق . هـ تساوي ١٢ فجد درجة كل من ق ، هـ

الحل : درجة ق × هـ = ن^٢ + ٢ + ن - ٢
= ن^٢ + ن

ن^٢ + ن = ١٢
ن^٢ + ن - ١٢ = ٠
(ن + ٤)(ن - ٣) = ٠
ن = -٤ مرفوض ← ن = ٣
درجة ق = ن^٢ + ٢ = ٩ + ٢ = ١١
درجة هـ = ن - ٢ = ٣ - ٢ = ١

Scanned by CamScanner

ورقة عمل

١) $ق(س) = ٣س^{٤} + ٢س$ ، $هـ(س) = س^{٤} + س^{٣} + س + ٣$

جد :-

أ) $(ق + هـ)(س)$ ب) $(هـ - ق)(س)$

ج) $(ق \cdot هـ)(س)$ د) $(ق \cdot ق)(س)$

هـ) $(ق \cdot هـ)(٢)$ و) $(هـ + ق)(٢)$

---

٢) مثلث ارتفاعه $٤س^{٢} + ٨$ وطول قاعدته $٥س^{٣} + ١$ اكتب قاعدة الاقتران التي تمثل مساحة المثلث

---

٣) اذا كان $ق$ ، $هـ$ كثيري حدود حيث $ق$ من الدرجة $ن^{٢}$ والاقتران $هـ$ من درجة $٤ن + ٥$ حيث $ن > ٠$ اذا كانت درجة $(ق \cdot هـ)$ تساوي ١٠ فجد درجة كل من $ق(س)$ ، $هـ(س)$

---

٤) $ق(س) = س^{٤} - ١٦$ ، $هـ(س) = ٢س(س^{٢} - ٣)$ جد :

أ) $(ق + هـ)(س)$ ب) $(هـ - ق)(س)$

---

٥) اكتب كثيري حدود درجة كل منهما (٢) وناتج جمعهما من درجة الاولى

---

٦) $ق(س) = ٢س^{٣} + س^{٢}$ ، $هـ(س) = ٤س^{٢} - ٨$ اذا كان $ل$ يمثل ناتج جمع الاقترانين $ق$ ، $هـ$ وكان $ك$ يمثل ناتج طرح $ق - هـ$ فجد حاصل ضرب الاقترانين $ل$ ، $ك$

Scanned by CamScanner

رابعاً :- قسمة كثيرات الحدود

مقدمة :-

المقسوم	المقسوم عليه	خارج القسمة
⋮		
الباقي		

المقسوم = خارج القسمة × المقسوم عليه + الباقي

تستخدم القسمة الطويلة لقسمة كثير حدود على كثير حدود آخر $(\text{المقسوم} \div \text{المقسوم عليه})(س) \longrightarrow$ | المقسوم | المقسوم عليه |

حيث قبل اجراء القسمة نقوم بالترتيب لكل من المقسوم والمقسوم عليه حسب الأس على قوة

خطوات القسمة :-

سنشرح الطريقة من خلال مثال :-

جد خارج قسمة $\text{المقسوم} = س^4 - 4س^3 + 5س + 3$ على $\text{المقسوم عليه} = س^2 + 3س$

الحل :-

1) نرتب حدود المقسوم والمقسوم عليه حسب الأس على قوة

$\text{المقسوم} = س^4 - 4س^3 + 5س$ ، $\text{المقسوم عليه} = س^2 + 3س$

2) نقسم الحد الأول $س^4$ على الحد الأول في المقسوم عليه $س^2$ ونكتب الناتج في خارج القسمة

$\frac{س^4}{س^2} = س^2$ حيث الأس عند القسمة تطرح

3) نضرب $س^2$ في كل حدود المقسوم عليه، ثم نطرح ونقوم بترتيب الحل حسب الأعلى قوة، مع تغيير إشارة كل حد بعد إشارة الطرح

$$\begin{array}{r|l} س^4 - 4س^3 + 5س & س^2 + 3س \\ \hline س^4 + 3س^3 & س^2 - 7س + 33 \\ \hline -7س^3 + 5س & \\ -7س^3 - 21س^2 & \\ \hline 33س^2 + 5س & \\ 33س^2 + 99س & \\ \hline -94س & \end{array}$$

Scanned by CamScanner

٤) نكرر نفس الخطوات :- $\frac{-١١ س^{٣}}{٢ س^{٣}} = -١١ س$ نضربها في حدود المقسوم عليه

٥) نكرر نفس الخطوات :- $\frac{٣٣ س^{٢}}{٣ س^{٢}} = ٣٣$ نضربها في حدود المقسوم عليه

٦) نتوقف ، لأن درجة الباقي أقل من درجة المقسوم عليه

التحقق :-

المقسوم = خارج القسمة × المقسوم عليه + الباقي

$= (٤ س^{٢} - ١١ س + ٣٣)(س^{٢} + ٣ س - ٣) + ٩٤ - س$

$= ٤ س^{٤} + ١٢ س^{٣} - ١١ س^{٣} - ٣٣ س^{٢} + ٣٣ س^{٢} + ٩٩ س - ٩٤ - س$

$= ٤ س^{٤} + س^{٣} + ٥ س - ١$ ((المقسوم))

ملاحظة

اذا كان باقي قسمة $ق(س)$ على $ه(س)$ يساوي صفراً في هذه الحالة نقول ان $ق(س)$ يقبل القسمة على $ه(س)$

تدريب (١) :- استخدم خوارزمية القسمة لايجاد خارج قسمة $ق(س) = س^{٣} - س^{٢} + ٥ س - ١$ على $ه(س) = س - ٢$ والباقي

الحل :-

$$\begin{array}{r|l} س^{٣} - س^{٢} + ٥ س - ١ & س - ٢ \\ \hline س^{٣} - ٢ س^{٢} & س^{٢} + س + ٧ \\ \hline س^{٢} + ٥ س - ١ & \\ س^{٢} - ٢ س & \\ \hline ٧ س - ١ & \\ ٧ س - ١٤ & \\ \hline ١٣ & \end{array}$$

خارج القسمة $س^{٢} + س + ٧$

الباقي ١٣

Scanned by CamScanner

تدريب (٢)

باستخدام خوارزمية القسمة بيّن ان المقدار
$ف(س) = س^3 + 2س^2 - س + 6$ يقبل القسمة على $هـ(س) = س + 3$

الحل :-

بما أن الباقي صفراً
∴ $ف(س)$ يقبل القسمة
على $هـ(س)$

$$\begin{array}{r|l} س^3 + 2س^2 - س + 6 & س + 3 \\ \hline -(س^3 + 3س^2) & س^2 - س + 2 \\ \hline -س^2 - س + 6 & \\ -(-س^2 - 3س) & \\ \hline 2س + 6 & \\ -(2س + 6) & \\ \hline صفراً & \end{array}$$

تدريب (٣)

حل المسألة الواردة في بداية الدرس

الحل :-

مساحة المستطيل = الطول × العرض
$س^3 - 3س^2 - 3س + 3$ = الطول × $(س - 1)$
الطول = $(س^3 - 3س^2 - 3س + 3) \div (س - 1)$

$$\begin{array}{r|l} س^3 - 3س^2 - 3س + 3 & س - 1 \\ \hline -(س^3 - س^2) & س^2 - 2س - 3 \\ \hline -2س^2 - 3س + 3 & \\ -(-2س^2 + 2س) & \\ \hline -5س + 3 & \\ -(-5س + 5) & \\ \hline -2 & \end{array}$$

∴ الطول = $س^2 - 2س - 3 + \frac{-2}{س - 1}$

ملاحظة

درجة خارج قسمة $ف(س)$ على $هـ(س)$ هو
درجة $ف(س)$ − درجة $هـ(س)$

Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) جد درجة خارج قسمة المقدار $ن$ على المقدار $ه$ بكل مما يأتي :-

أ) $ن(س) = ٣س^٤ - ٣س^٢ - ٨$ ، $ه(س) = س^٢ + ١$

الحل :-

درجة $ن = ٢$ ، درجة $ه = ٢$

درجة خارج القسمة $= ٢ - ٢ =$ صفراً

ب) $ن(س) = س^٧ - ٦س$ ، $ه(س) = س^٥ + ٤س - ١$

الحل :-

درجة $ن = ٧$ ، درجة $ه = ٥$

درجة خارج القسمة $= ٧ - ٥ = ٢$

ج) $ن(س) = س - ٢س^٤ + ١$ ، $ه(س) = س^٣ + ٣س - ٧$

الحل :-

درجة $ن = ٤$ ، درجة $ه = ٣$

درجة خارج القسمة $= ٤ - ٣ = ١$

---

٢) استخدم خوارزمية القسمة ، لمجد خارج قسمة كثير الحدود $ن$ على كثير الحدود $ه$ وباقيها ثم تحقق من صحة الحل في كل مما يأتي :-

أ) $ن(س) = ٦ + ٥س + س^٢$ ، $ه(س) = ٣ + س$

الحل :

$$\begin{array}{r} ٢ + س \\ \hline ٣ + س \;\big|\; ٦ + ٥س + س^٢ \\ (٣ + س)(٢ + س) \\ \hline ٦ + ٢س \\ ٦ + ٢س \\ \hline ٠ \end{array}$$

خارج القسمة : $٢ + س$

الباقي : صفراً

التحقق

$$ن(س) \stackrel{؟}{=} (ه \times \text{خارج القسمة}) + \text{الباقي}$$

$$٦ + ٥س + س^٢ \stackrel{؟}{=} (٣ + س)(٢ + س) + ٠$$

$$= ٦ + ٢س + ٣س + س^٢$$

$$= ٦ + ٥س + س^٢$$

Scanned by CamScanner

ب) $ف(س) = س^3 - 2س + 1$ ، $ق(س) = س - 3$

الحل :-

$$\begin{array}{r|l} س^3 - 2س + 1 & س - 3 \\ \hline - (س^3 - 3س^2) & س^2 + 3س + 7 \\ \hline 3س^2 - 2س + 1 & \\ - (3س^2 - 9س) & \\ \hline 7س + 1 & \\ - (7س - 21) & \\ \hline 22 & \end{array}$$

خارج القسمة : $س^2 + 3س + 7$

الباقي : 22

التحقق

$س^3 - 2س + 1 \stackrel{؟}{=} (س^2 + 3س + 7)(س - 3) + 22$

$= س^3 - 3س^2 + 3س^2 - 9س + 7س - 21 + 22$

$= س^3 - 2س + 1$ (المقسوم عليه)

ج) $ف(س) = س^4 - 2س$ ، $ق(س) = -3س + س^2 + 2$

الحل :-

$$\begin{array}{r|l} س^4 - 2س & س^2 - 3س + 2 \\ \hline - (س^4 - 3س^3 + 2س^2) & س^2 + 3س + 7 \\ \hline 3س^3 - 2س^2 - 2س & \\ - (3س^3 - 9س^2 + 6س) & \\ \hline 7س^2 - 8س & \\ - (7س^2 - 21س + 14) & \\ \hline 13س - 14 & \end{array}$$

خارج القسمة $س^2 - 3س + 2$

الباقي $13س - 14$

التحقق

$س^4 - 2س \stackrel{؟}{=} (س^2 + 3س + 7)(س^2 - 3س + 2) + 13س - 14$

$= س^4 - 3س^3 + 2س^2 + 3س^3 - 9س^2 + 6س + 7س^2 - 21س + 14 + 13س - 14$

$= س^4 - 2س$

د. ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٠٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

٣) لوحة اعلانات مستطيلة الشكل، مساحتها تقاس بالأمتار المربع فاذا كان طولها يساوي $س - ٣$ متراً حدد عرضها بدلالة $(س)$

الحل: مساحة المستطيل = الطول × العرض

$س^٣ - ٢٧ = (س - ٣) \times$ العرض

العرض $= س^٢ + ٣س + ٩$

$$\begin{array}{r|l} س^٣ - ٢٧ & س - ٣ \\ \hline س^٣ - ٣س^٢ & س^٢ + ٣س + ٩ \\ \hline ٣س^٢ - ٢٧ & \\ ٣س^٢ - ٩س & \\ \hline ٩س - ٢٧ & \\ ٩س - ٢٧ & \\ \hline صفراً & \end{array}$$

٤) ادعى رامز أنه اذا كان كثير الحدود $ه(س)$ من الدرجة الثامنة، مقسوماً على كثير الحدود من الدرجة الثانية فان الناتج يكون كثير حدود من الدرجة الرابعة، ناقش ادعاء رامز

الحل: خطأ، من الدرجة (٦) لان أول حد من المقسوم من قوة (٨) وعند قسمته على أول حد من المقسوم عليه الذي قوته (٢) يكون الناتج حد مرفوع لقوة (٦)

ملاحظة: درجة خارج قسمة $ه(س)$ على $هـ(س)$ هو: درجة $ه(س)$ − درجة $هـ(س)$

Scanned by CamScanner

ورقة عمل

١) اوجد خارج وباقي قسمة م على هـ مع التحقق

أ) م(س) = $س^3 - ٨س + ١$ ، هـ(س) = $س^2 + ٣س$

ب) م(س) = $٥س^3 - ٤س^2 + ٩$ ، هـ(س) = $س - ٢$

ج) م(س) = $٩س^4 + ٢س$ ، هـ(س) = $س^3 - ٣س + ٢$

---

٢) مستطيل يحصر مساحته بالمقدار م(س) = $س^3 + ٨$
اذا كان طول المستطيل س + ٢ جد عرض المستطيل بدلالة س

---

٣) ما درجة خارج قسمة م(س) = $س^9 + ٣س$ على
هـ(س) = $س^5 + س + ٨$

---

٤) اذا كان باقي قسمة هـ(س) على $(س^2 + ٢س)$
يساوي $-٢س + ١$ وكان خارج القسمة $س^2 - ٢س + ١$
فجد قاعدة هـ(س)

---

٥) م(س) = $س^3 + ١٢٥$ ، هـ(س) = $س + ٥$ ، ل(س) = $س^2 + ٢$
جد (م ÷ هـ)(س) × ل(س)

Scanned by CamScanner

أولاً :- متباينات خطية بمتغيرين

مقدمة :-

$س + ٣ص = ١٣$ معادلة وعند استبدال $=$ بـ $<، \leq، >، \geq$ تصبح متباينة ، لاحظ ان درجة (١) تصبح (١)

تعريف :-

المتباينة الخطية في متغيرين :- هي متباينة يمكن كتابتها على احدى الصور الآتية :-

$أ س + ب ص + جـ > ٠$
$أ س + ب ص + جـ < ٠$
$أ س + ب ص + جـ \leq ٠$
$أ س + ب ص + جـ \geq ٠$

حيث تسمى متباينة خطية لأن درجة $س$ ، $ص$ تساوي (١)

النقطة $(س_١ ، ص_١)$ تمثل حلاً للمتباينة اذا حققتها ، حيث لمعرفة هل النقطة حل للمتباينة ، نعوض بدل $س$ ، $ص$ ثم نحكم هل العبارة صحيحة أم غير صحيحة.

كيف نحل المتباينة بيانياً

١) نحول المتباينة الى معادلة حيث نستبدل $<، \leq، >، \geq$ بالمساواة $=$

٢) نجد المقطع السيني (بوضع $ص = ٠$) ثم نجد المقطع الصادي (بوضع $س = ٠$)

$س$	٠	
		$ص$
٠		

٣) نعيّن النقاط في المستوى البياني ، ونصل بينهما بخط متقطع اذا لم يوجد مساواة $<، >$

٤) نأخذ نقطة ونضع على الخط المستقيم ونعوضها في المتباينة اذا حققتها نظلل جهتها ، وغير ذلك نظلل في الجهة الأخرى من النقطة

Scanned by CamScanner

تدريب (١)

أيٌّ من النقاط (-٢، ١)، (٣، ١) حل المتباينة $٢س + ص > ٧$

الحل :-

(-٢، ١) :-

$٢ \times -٢ + ١ > ٧$

$-٢ + ٢ > ٧$

$٠ > ٧$ عبارة صحيحة

(-٢، ١) حل للمتباينة

(٣، ١) :-

$٢ \times ٣ + ١ > ٧$

$٣ + ٢ > ٧$

$٥ > ٧$ عبارة صحيحة

(٣، ١) حل المتباينة

تدريب (٢) :-

حل المتباينة $٤س + ٢ص > ٦$ بيانياً .

الحل :-

نحول المتباينة الى معادلة $٤س + ٢ص = ٦$

$س = ٠ \leftarrow ٢ص = ٦ \leftarrow ص = ٣$

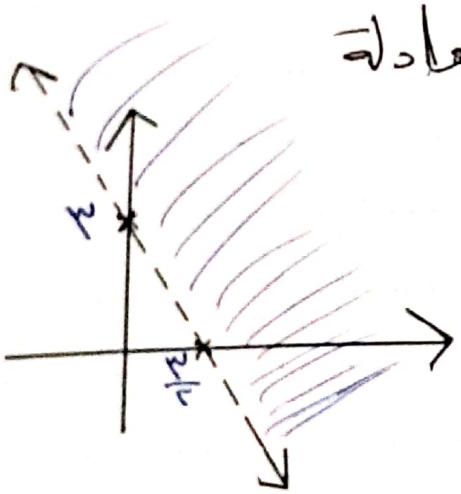
$ص = ٠ \leftarrow ٤س = ٦ \leftarrow س = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$

س	٠	$\frac{٣}{٢}$
ص	٣	٠

نختبر (٠، ٠)

$٤ \times ٠ + ٢ \times ٠ > ٦$

$٠ > ٦$ غير صحيحة ، نظلل خارج اتجاه النقطة (٠، ٠)



تدريب (٣) : حل المسألة الواردة في بداية الدرس

$٤٥س + ٦٠ص \leq ١٠٠٠$ نمثلها بيانياً

لتكن : س : السكر

ص : الأرز

$٤٥س + ٦٠ص = ١٠٠٠$

$س = ٠ \leftarrow ٦٠ص = ١٠٠٠ \leftarrow ص = \frac{١٠٠٠}{٦٠} = \frac{٥٠}{٣}$

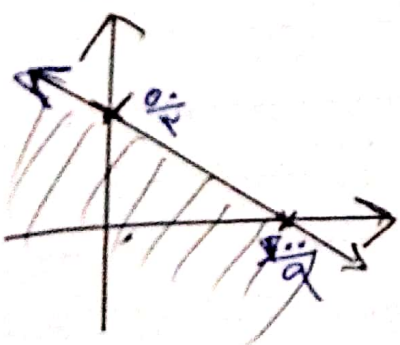
$ص = ٠ \leftarrow ٤٥س = ١٠٠٠ \leftarrow س = \frac{١٠٠٠}{٤٥} = \frac{٢٠٠}{٩}$

نختبر (٠، ٠) :

$٤٥ \times ٠ + ٦٠ \times ٠ \leq ١٠٠٠$

$٠ \leq ١٠٠٠$ صحيحة

تظلل جهة (٠، ٠)



Scanned by CamScanner

الأسئلة

١) أي العبارات الآتية تمثل متباينة خطية بمتغيرين

أ) $ص = ٢س + ٥$

ب) $ص - س^{٢} + ١ \leq ٠$

ج) $٣س + ص > ٢$

د) $س > ٣^{-} - ٢ص$

هـ) $س^{٢} + ٤ > ٨$

الحل :- $\leq$ ، تمثل معادلة

$\leq$ ، لوجود $س^{٢}$

نعم

نعم

$\leq$ ، لوجود $س^{٢}$

---

٢) أي النقاط الآتية : $(٢، ١)$ ، $(٠، ٠)$ ، $(-١، ١)$ تعد حلاً للمعادلة $س - ص + ١ > ٠$

الحل :-

$(٢، ١)$:-

$٢ - ١ + ١ > ٠$

$٢ > ٠$ صحيحة

حل للمتباينة

$(٠، ٠)$:-

$٠ - ٠ + ١ > ٠$

$١ > ٠$ صحيحة

حل للمتباينة

$(-١، ١)$:-

$-١ - ١ + ١ > ٠$

$-١ > ٠$ غير صحيحة

ليست حلاً للمتباينة

---

٣) تقول نادية أن حل المتباينة $٣س - ٢ص > ٥$ هو $(٣، -١)$ ناقش مقولتها.

الحل :-

$٣ \times ٣ - ٢ \times -١ > ٠$

$٩ + ٢ > ٠$

$١١ > ٠$ غير صحيحة ، كلام نادية غير صحيح

---

٤) حل كلاً من المتباينات الآتية بيانياً

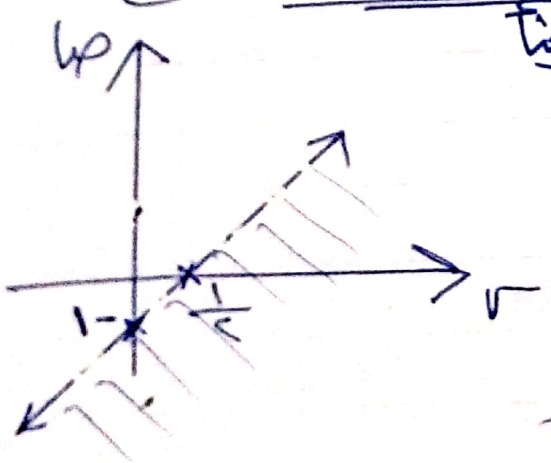
أ) $٢س - ص > ١$

الحل :- $٢س - ص = ١$

$س = ٠ \leftarrow ص = -١$

$ص = ٠ \leftarrow ٢س = ١ \leftarrow س = \frac{١}{٢}$

س	٠	$\frac{١}{٢}$
ص	-١	٠



نختبر $(٠، ٠)$:- $٢ \times ٠ - ٠ > ١$

$٠ > ١$ غير صحيحة

Scanned by CamScanner

ب) $س + ٢ص \geq -٣$

الحل :-

$س + ٢ص = -٣$

$س = ٠ \leftarrow ٢ص = -٣ \leftarrow ص = \frac{-٣}{٢}$

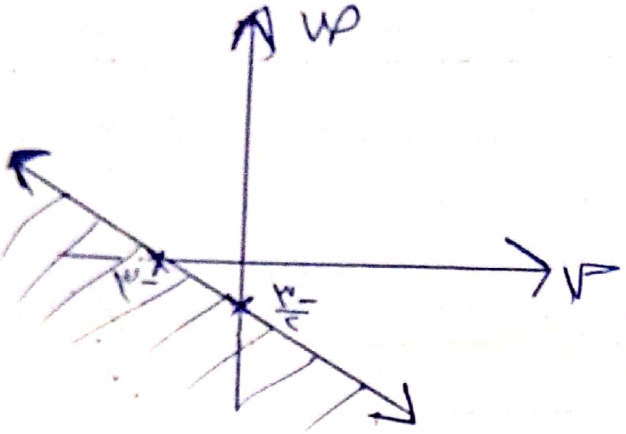
$ص = ٠ \leftarrow س = -٣$

-٣	٠	$س$
٠	$\frac{-٣}{٢}$	$ص$

اختبر $(٠,٠)$:-

$٠ + ٢ \times ٠ \geq -٣$

$٠ \geq -٣$ عبارة صحيحة



ج) $-ص + ٥س < ١٠$

الحل :- $-ص + ٥س = ١٠$

$س = ٠ \leftarrow -ص = ١٠ \leftarrow ص = -١٠$

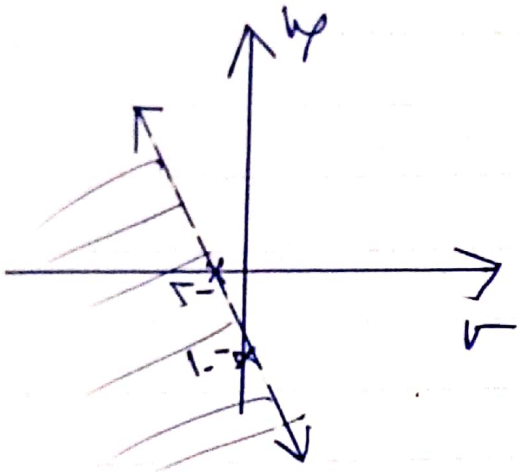
$ص = ٠ \leftarrow ٥س = ١٠ \leftarrow س = ٢$

-٢	٠	$س$
٠	-١٠	$ص$

اختبر $(٠,٠)$:-

$٠ + ٥ \times ٠ < ١٠$

$٠ < ١٠$ عبارة صائبة



---

٥) يبيع مطعم شواء ما لا يزيد على ٣٠ كيلوغرام من بطاطا يوميًا، حيث يقوم بالتوفير الكيس بطاطا ذات الكتلة ٣ كيلوغرام و ٥ كيلوغرام. اكتب متباينة تعبر عن عدد الأكياس التي يستطيع المطعم شراءها من كل كتلة، ثم حلها بيانيًا

الحل :- $٣س + ٥ص \leq ٣٠$

كتلة س: ٣ كغ
كتلة ص: ٥ كغ

$٣س + ٥ص = ٣٠$

$ص = ٠ \leftarrow ٣س = ٣٠ \leftarrow س = ١٠$

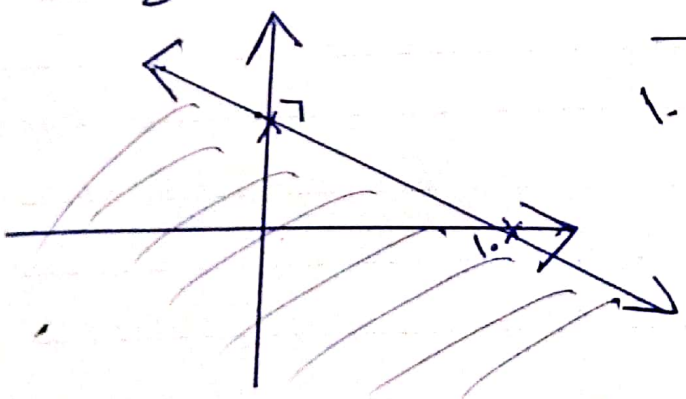
$س = ٠ \leftarrow ٥ص = ٣٠ \leftarrow ص = ٦$

١٠	٠	$س$
٠	٦	$ص$

اختبر $(٠,٠)$:-

$٣ \times ٠ + ٥ \times ٠ \leq ٣٠$

$٠ \leq ٣٠$ صحيحة



Scanned by CamScanner

ثانيًا | حل نظام متباينات خطية بمتغيرين بيانيًا

* نظام المتباينات :- وجود اكثر من متباينة ، والنقطة التي تحقق النظام ، يجب ان تحقق كل متباينة .

* يعتقد حل النظام ، بالرسم كل متباينة ثم اختيار المنطقة المشتركة بينهما

* $س \geq 0$ ، $ص \geq 0$ تعني ان منطقة الحل في الربع الأول

تدريب (١)

الحل نقطتين تحققان النظام $2س \geq ص - 1$ ، $ص - 3س > 4$ ونقطتين لا تحققانه

الحل :-

نرسم كل متباينة :-

(١) $2س \leq ص - 1$

$2س = ص - 1$

$ص = 0 \leftarrow 0 = ص - 1 \leftarrow س = 0$

$س = 0 \leftarrow 2س = -1 \leftarrow ص = 1$

س	$-\frac{1}{2}$	0
ص	0	1

اختبر (0 ، 0)

$2 \times 0 \leq 0 - 1$

$0 \leq -1$ خطأ

(٢) $ص - 3س > 4$

$ص - 3س = 4$

$س = 0 \leftarrow ص = 4$

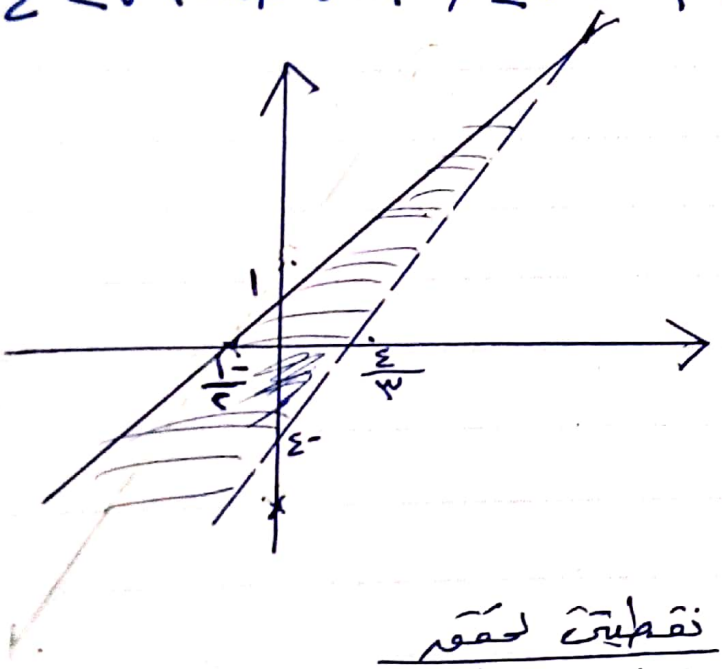
$ص = 0 \leftarrow -3س = 4 \leftarrow س = -\frac{4}{3}$

س	0	$-\frac{4}{3}$
ص	4	0

اختبر (0 ، 0) :-

$0 - 3 \times 0 > 4$

$0 > 4$ خطأ



نقطتين تحقق

نأخذ داخل المنطقة المظللة

(0 ، 0) ، (0 ، -1)

نقطتين لا تحقق

نأخذ نقطتين خارج المنطقة

(2 ، 0) ، (3 ، 0)

Scanned by CamScanner

تدريب (٢)

مثل منطقة حل النظام الآتي بيانياً :-

$$-3س - 2 < ص < 1$$
$$3س + 2ص \geq 4$$
$$س > 0 ، ص > 0$$

الحل :-

نرسم كل متباينة :-

$$-3س - 2 < ص < 1$$
$$-3س - 2ص = 1$$

$س = 0 \leftarrow -2ص = 1 \leftarrow ص = -\frac{1}{2}$

$ص = 0 \leftarrow -3س = 1 \leftarrow س = -\frac{1}{3}$

س	0	$-\frac{1}{3}$
ص	$-\frac{1}{2}$	0

اختبر (0،0) :-

$-3 \times 0 - 2 \times 0 < 1$

$0 < 1$ عبارة صحيحة

نرسم $3س + 2ص \geq 4$

$3س + 2ص = 4$

$س = 0 \leftarrow 2ص = 4 \leftarrow ص = 2$

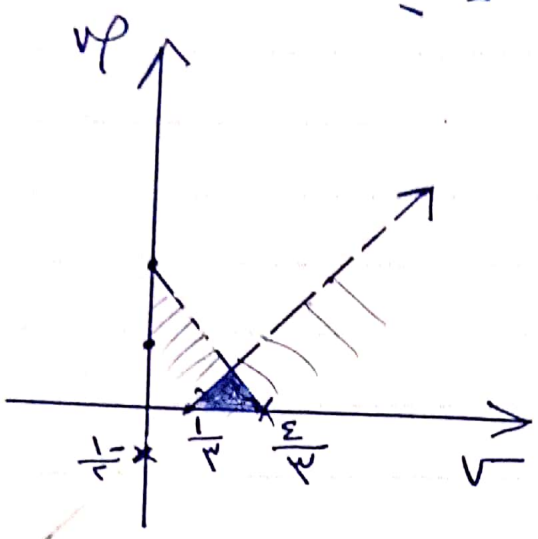
$ص = 0 \leftarrow 3س = 4 \leftarrow س = \frac{4}{3}$

س	0	$\frac{4}{3}$
ص	2	0

اختبر (0،0) :-

$3 \times 0 + 2 \times 0 \geq 4$

$0 \geq 4$ لا تحقق



نرسم في الربع الأول

لأن $س > 0$

$ص > 0$

تمارين ومسائل

١) أي النقاط الآتية (٤،٢) ، (٥،١) ، (٢،٢) ، (-١،٢) تحقق النظام المتباينات :-

$$2س - 3ص \leq 1$$
$$3س + ص > 5$$

الحل :- (٤،٢)

المتباينة الأولى :- $2 \times 2 - 3 \times 4 \leq 1$

$4 - 12 \leq 1$

$-8 \leq 1$ صحيحة

المتباينة الثانية :- $3 \times 2 + 4 > 5$

$10 > 5$ صحيحة

∴ النقطة (٤،٢) تحقق النظام

Scanned by CamScanner

(٥،١) :- المتباينة الأولى : $٣ \times ١ - ٣ \times ٥ > ١$

$-١٥ > ١$

$-١٣ > ١$ خطأ

المتباينة الثانية : $٣ \times ١ + ٥ > ٥$

$٨ > ٥$ صحيحة

(٥،١) تحقق النظام

(-١،٢) :- المتباينة الأولى : $٢ \times ٢ - ٣ \times -١ > ١$

$٤ + ٣ > ١$

$٧ > ١$ غير صحيحة

(-١،٢) لا تحقق النظام

---

٤) مثل منطقة حل كل من المتباينات الآتية بيانياً :-

١) $ص + ٢س > ٤$

$٥س + ص \geq ١٠$

$ص + س \leq ٢$

الحل :-

نرسم $ص + ٢س > ٤$

$ص + ٢س = ٤$

٤	٠	س
٠	٢	ص

$س = ٠ \leftarrow ص = ٢$

$ص = ٠ \leftarrow س = ٤$

نختبر (٠،٠) :-

$٠ + ٠ > ٤$ غير صحيحة

نرسم $٥س + ص \geq ١٠$

$٥س + ص = ١٠$

٢	٠	س
٠	١٠	ص

$س = ٠ \leftarrow ص = ١٠$

$ص = ٠ \leftarrow ٥س = ١٠ \leftarrow س = ٢$

نختبر (٠،٠) :-

$٠ + ٠ \geq ١٠$ خطأ

نرسم $ص + س \leq ٢$

$ص + س = ٢$

١	٠	س
٠	٢	ص

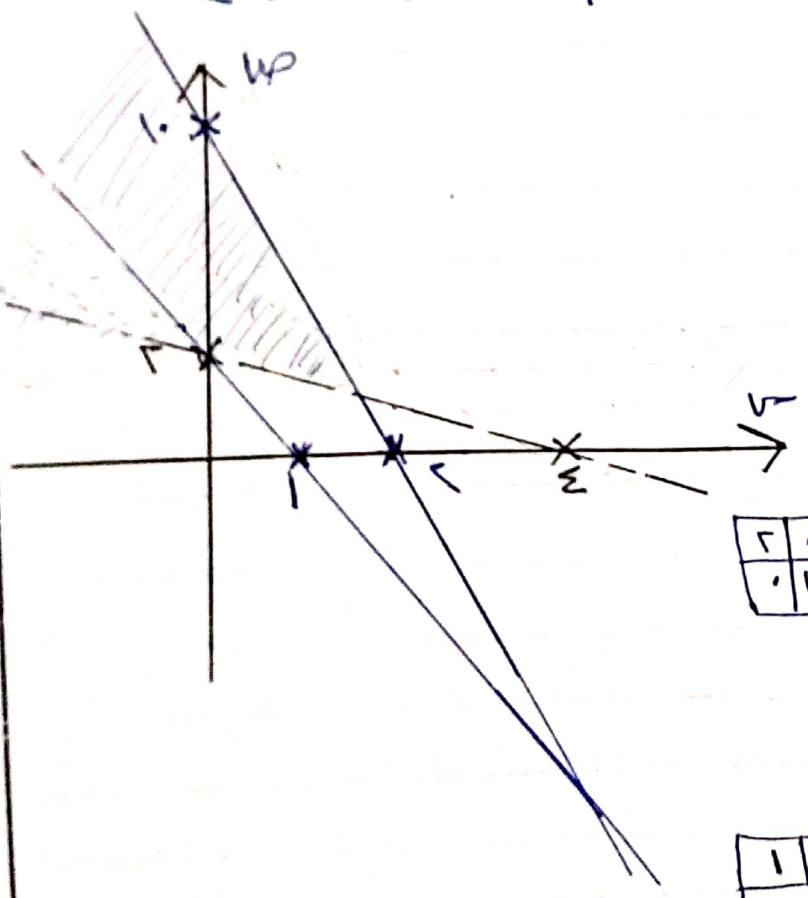
$س = ٠ \leftarrow ص = ٢$

$ص = ٠ \leftarrow س = ٢ \leftarrow ١ = س$

نختبر (٠،٠) :-

$٠ + ٠ \leq ٢$

$٠ \leq ٢$ صحيحة



Scanned by CamScanner

ب) $2س + ص \geq 2$

$-ص + 2س < 6$

الحل :-

نرسم $2س + ص \geq 2$

س	ص	
0	2	ص
1	0	س

$2س + ص = 2$

$س = 0 \leftarrow ص = 2$

$ص = 0 \leftarrow 2س = 2 \leftarrow س = 1$

نختبر (0،0) :-

$2 \times 0 + 0 \geq 2$

$0 \geq 2$ ✗ لا تحقق

نرسم $-ص + 2س < 6$

$-ص + 2س = 6$

س	ص	
0	-6	ص
3	0	س

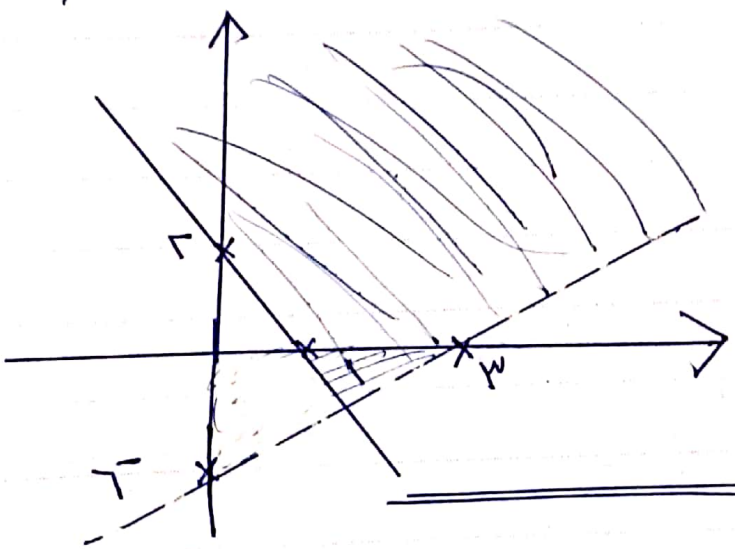
$س = 0 \leftarrow ص = -6$

$ص = 0 \leftarrow 2س = 6 \leftarrow س = 3$

نختبر (0،0) :-

$0 + 2 \times 0 < 6$

$0 < 6$ ✓ تحقق



3) آلة لاسلكية

---

4) مخيم كشفي يتكون من 240 طالباً ، طلب من قائد المخيم شراء علب عصير وقطع من البسكويت ، فإذا كان ثمن علبة العصير 20 قرشاً وقطعة بسكويت 30 قرشاً ولديه 2400 دينار . وأراد شراء كمية كافية بحيث يحصل كل طالب على علبة عصير وقطعة بسكويت على الأقل . اكتب نظاماً من المتباينات الخطية يبين البدائل المختلفة لشراء علب العصير وقطع البسكويت مع العلم أنه ليس من الضروري صرف المبلغ كاملاً .

الحل :- $20س + 30ص \leq 2400$

$س \geq 40$ ، $ص \geq 40$

$س$: عدد علب عصير

$ص$: عدد قطع بسكويت

Scanned by CamScanner

ورقة عمل

١) أي النقط الآتية تحقق المتباينة :-

$ص + ٢س \leq ٤$

(٣،٥) ، (٠،٠) ، (-١،٢) ، (-٢،٨) ، (٦،٠)

---

٢) حل كل من المتباينات الآتية بيانياً :-

أ) $٢ص - ٣س \leq ٦$

ب) $ص - ٣س < ٦$

---

٣) أي المتباينات الآتية خطية في متغيرين :-

أ) $ص^{٢} + س \leq ١$

ب) $٥س + ١ > ص + ١$

ج) $ص > ٣ + \sqrt{س}$

د) $ص^{-١} + س \leq ٥$

---

٤) أي النقاط الآتية تحقق نظام $ص < ٣س + ٢$ ، $٣ص + ٢س \geq ٦$

(٣،١) ، (-٢،٩) ، (-١،٢) ، (٤،٣) ، (٠،٠)

---

٥) ارسم منطقة حل النظام :-

أ) $٢ص + ٣س \geq ١٢$

$ص + ٢س \geq ٨$

ب) $٢ص + ٢س \geq ١٠$

$س \leq ص + ١$

Scanned by CamScanner

أسئلة الوحدة

١) بيّن أي الاقترانات الآتية كثير حدود ثم حدد درجته

أ) $هـ(س) = س^{٤} - ٥$ — الحل: نعم — من الدرجة ٤

ب) $و(س) = ٣$ — نعم — من الدرجة الصفرية

جـ) $ك(س) = س^{\frac{1}{٤}} + ٦$ — لا — لوجود $س^{\frac{1}{٤}}$

د) $ف(س) = س^{-٥} + ٢س - ٨$ — لا — لوجود $س^{-٥}$

٢) اكتب كثير الحدود الآتي بالصورة القياسية وحدد درجته ومعاملاته

$م(س) = ٤س^{٧} - ٤ + ٦س^{١٠} + ٤س - ٩س^{٥} + س^{٣} - س$

الحل:

$م(س) = ٦س^{١٠} + ٤س^{٧} - ٩س^{٥} + ٤س^{٣} + س - ٤$

الدرجة العاشرة

معاملاته $٦، ٠، ٠، ٤، ٠، -٩، ٠، ٠، ٠، ٠، -٤$

٣) يتابع بنفس الحل

٤) إذا كان $م(س) = س^{٣} + ٢س^{٢} - ٤$ ، $هـ(س) = س^{٢} - س$

$و(س) = س + ٧$ جد:-

أ) $(م + هـ)(س)$ ب) $(م ÷ هـ)(س)$

جـ) $(هـ + م - و)(س)$ د) $(هـ \cdot م)(س)$

الحل:-

أ) $(م + هـ)(س) = م(س) + هـ(س) = س^{٣} + ٢س^{٢} - ٤ + س^{٢} - س = س^{٣} + ٣س^{٢} - س - ٤$

ب) خارج القسمة $س + ٣$

والباقي $٣س - ٤$

$(م ÷ هـ)(س) = س + ٣ + \frac{٣س - ٤}{س^{٢} - س}$

$$\begin{array}{r|l} س^{٣} + ٢س^{٢} - ٤ & س^{٢} - س \\ \hline - س^{٣} - ٣س^{٢} & س + ٣ \\ \hline - ٣س^{٢} - ٤ & \\ - ٣س^{٢} + ٣س & \\ \hline ٣س - ٤ & \end{array}$$

Scanned by CamScanner

هـ) $(ص+ن-٣)(ن) = ص(ن) + ن(ن-٣) - ٣(ن)$

$= ن^٢ - ن + ن^٣ + ٢ن^٢ - ٤ - ن - ٧$

$= ن^٣ + ٣ن^٢ - ٢ن - ١١$

د) $(ص \cdot ن)(ن) = ص(ن) \times ن(ن-١)$

$= (ن^٢ - ن)(ن^٣ + ٢ن^٢ - ٤)$

$= ن^٥ + ٢ن^٤ - ٤ن^٣ - ٢ن^٢ + ٤ن$

$= ن^٥ + ن^٤ - ٢ن^٣ - ٤ن^٢ + ٤ن$

---

٧) اذا كان باقي قسمة $ن(ن)$ على $(٢ن^٤ - ١)$ يساوي $٥ن^٣ + ٣ن - ٧$ وكان خارج القسمة يساوي $٤ن^٢ + ٥$ جد قاعدة كثير الحدود $ن(ن)$.

الحل :-

$ن(ن) = (٤ن^٢ + ٥)(٢ن^٤ - ١) + ٥ن^٣ + ٣ن - ٧$

$= ٨ن^٦ - ٤ن^٢ + ١٠ن^٤ - ٥ + ٥ن^٣ + ٣ن - ٧$

$= ٨ن^٦ + ١٠ن^٤ + ٥ن^٣ - ٤ن^٢ + ٣ن - ١٢$

$٤ن^٢ + ٥$ | $٢ن^٤ - ١$

$ن(ن)$

$-$

$\vdots$

$٥ن^٣ + ٣ن - ٧$

---

٨) اذا كان $ن(ن) = ٤ن^٣ - ن^٢ + ٦$ ، $ه(ن) = ٨ن^٢ - ٩$ اكتب قاعدة الاقتران كثير الحدود ك الذي يمثل ناتج جمع الاقترانين $ن$ ، $ه$ وقاعدة الاقتران ل الذي يمثل حاصل ضرب الاقترانين $ن$ ، $ه$

الحل :-

أ) ك$(ن) = ن + ه = ٤ن^٣ - ن^٢ + ٦ + ٨ن^٢ - ٩ = ٤ن^٣ + ٧ن^٢ - ٣$

ب) ل$(ن) = ن \times ه = (٤ن^٣ - ن^٢ + ٦)(٨ن^٢ - ٩)$

$= ٣٢ن^٥ - ٣٦ن^٣ - ٨ن^٤ + ٩ن^٢ - ٥٤$

Scanned by CamScanner

٥) يمكن التعبير عن المتتابعة أعداد صحيحة متتالية بالصورة $س$، $س+١$، $س+٢$ اكتب بدلالة $س$ ثم أوجد مجموع هذه الأعداد

الحل :- $س + س+١ + س+٢ = ٣س+٣$

---

٦) جد خارج قسمة $ح(س) = س^{٣} - ٣س + ١$ على $هـ(س) = س - ٢$ وباقيها.

الحل :-

خارج القسمة $س^{٢} + ٢س + ١$

الباقي ٥

$$\begin{array}{r|l} س^{٣} + ٠س^{٢} - ٣س + ١ & س - ٢ \\ \hline س^{٣} - ٢س^{٢} & \\ \hline ٢س^{٢} - ٣س + ١ & \\ ٢س^{٢} - ٤س & \\ \hline س + ١ & \\ س - ٢ & \\ \hline ٣ & \end{array}$$

---

٩) ما محيط مربع طول ضلعه يعطى بالاقتران $ل(س) = س^{٣} + ٦س - ٢$

الحل :- محيط المربع $= ٤ \times$ طول الضلع

$= ٤ \times (س^{٣} + ٦س - ٢) = ٤س^{٣} + ٢٤س - ٨$

---

١٠) اكتب متباينة خطية تمثيلها بيانيا والتي حلولها الحل :- $٢س + ص \geq ٨$ الحلول $(٤، ٦)$ ، $(٦، ٠)$ ، $(١٨، ٠)$

---

١١) هل $(-٤، -٢)$ تقع في منطقة حل المتباينة

$٣س - ص \leq ٥$

الحل :- $٣ \times -٤ - (-٢) \leq ٥$

$-١٢ + ٢ \leq ٥$

$-١٠ \leq ٥$ صحيحة

تقع في منطقة حل المتباينة

Scanned by CamScanner

١٣) مثل منطقة حل كل من المتباينات الآتية بيانياً :-

أ) $ص > س - ٢$

الحل :-

$ص = س - ٢$

$س = ٠ \leftarrow ص = -٢$

$ص = ٠ \leftarrow ٠ = س - ٢$

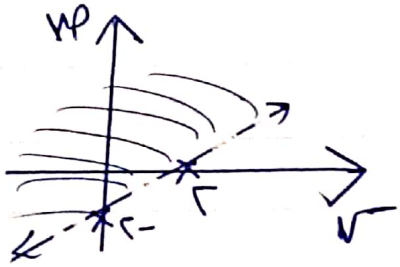
$س = ٢$

س	٠	٢
ص	-٢	٠

نختبر (٠،٠)

$٠ > ٠ - ٢$

$٠ > -٢$ صحيحة



ب) $ص \geq ٢س + ٢$

الحل :-

$ص = ٢س + ٢$

$س = ٠ \leftarrow ص = ٢ \times ٠ + ٢ = ٢$

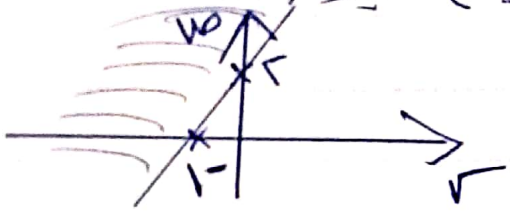
$ص = ٠ \leftarrow ٠ = ٢س + ٢ \leftarrow س = -١$

س	٠	-١
ص	٢	٠

اختبر (٠،٠)

$٠ \geq ٢ \times ٠ + ٢$

$٠ \geq ٢$ غير صحيحة



١٤) تتابع الحل في الصفحة

١٤) يبيع محل تجاري نوعين من المعاطف : رجالياً ونسائياً فإذا كان سعر المعطف الرجالي ٢٠ ديناراً وسعر المعطف النسائي ١٠ دنانير، ولم تزد مبيعات هذا المحل من المعاطف على ١٨٠ ديناراً في أحد الأيام. اكتب المتباينة التي تبين عدد المعاطف المبيعة المحتمل من النوعين في ذلك اليوم، ثم مثلها بيانياً

الحل :-

$٢٠س + ١٠ص \leq ١٨٠$

$٢٠س + ١٠ص = ١٨٠$

$س = ٠ \leftarrow ١٠ص = ١٨٠ \leftarrow ص = ١٨$

$ص = ٠ \leftarrow ٢٠س = ١٨٠ \leftarrow س = ٩$

س	٠	٩
ص	١٨	٠

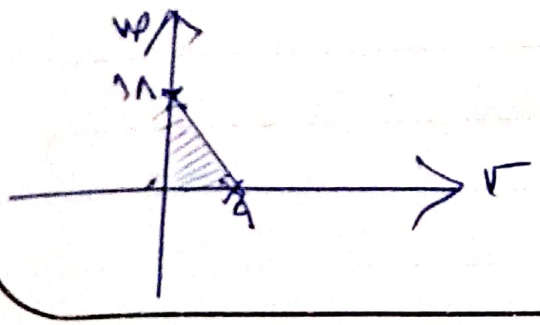
نختبر (٠،٠) $\leftarrow ٠ + ٠ \leq ١٨٠$ صحيحة

$س \geq ٠$

$ص \geq ٠$

س : رجالي

ص : نسائي



Scanned by CamScanner

امتحان شهري شامل

السؤال (1) : ضع دائرة :-

1) أي المقترانات الآتية ليست كثير حدود :-

أ) $ن(س) = \frac{٥}{٢س}$ ب) $هـ(س) = \frac{١}{٤}س^{٣} + ٢س - ١$

ج) $ل(س) = ١ - ٣(س+١)^{٥}$ د) $و(س) = ٨ - س^{-٣} + س$

2) درجة كثير الحدود $ق(س) = س^{٣}(س - س^{٢}) + س^{٥} + ٣س$

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

3) المعامل الرئيس لكثير الحدود $ل(س) = ٨س^{٢} - \frac{س^{٧}}{٥} + ٩س - ١$

أ) ٥ ب) $\frac{١}{٥}$ ج) $-\frac{١}{٥}$ د) ٨

4) $ق(س) = س^{٨} + ٦س^{٢} - ٧$ المقطع الصادي لـ $ق$ هو :-

أ) ٧ ب) -٧ ج) ٠ د) ٦

5) درجة ومعامل قمة $ل(س) = ٢ - س^{٧}$ على $م(س) = س^{٢} + ٨س$:-

أ) ٤ ب) ٦ ج) ٩ د) ٥

6) أي المتباينات الآتية خطية في متغيرين :-

أ) $س \leq ٣ص$ ب) $٣ص > س^{٢}$ ج) $س^{٣} - ١٤ص$ د) $-٢س \leq ص + ٨$

7) أي النقاط الآتية حل للمتباينة $٣س \leq ٢ص + ٤$

أ) $(٠، ٥)$ ب) $(١، ١)$ ج) $(٨، ٥)$ د) $(-١، ٩)$

8) أي النقاط الآتية حل للنظام $٢س \leq ص - ١$ ، $ص > ٣س - ٤$

أ) $(-٥، ٠)$ ب) $(٥، ٠)$

ج) $(٨، ٥)$ د) $(٠، ٥)$

Scanned by CamScanner

السؤال (٢) :-

$ن(س) = س^٤ + ٢س^٣ + ١$ ، $ه(س) = ٦ + س^٢(س - ٢) - ٣$ ، $ل(س) = س - ٥$

جد :-

أ) $(ن + ه)(س)$ ب) $(ه - ن)(س)$

ج) خارج قسمة $ن(س)$ على $ل(س)$ وباقي

د) $(ل - ن)(١)$

هـ) $(ن \times ل)(س) - ه(س)$

السؤال (٣) :-

١) حل المتباينة $٢س + ٥ > ١٠$ بيانياً

٢) مثل منطقة حل النظام $٥ه + ٣س \geq ١٥$ ، $ه - ٢س \leq ٢$

السؤال (٤) :-

اذا كان خارج قسمة $ن(س)$ على $س^٢ + ١$ يساوي $س^٣ + ٢$

وباقي $س + ٥$ جد ناتج $ن(س)$

السؤال (٥)

اكمل الجدول :-

كثير الحدود	الدرجة	المعامل الرئيسي	المعاملات
$ن(س) = ٣س^٢ + ٥س - ٨س + ١$			
$ل(س) = \frac{١}{٥}س^٣ + س^٢ - ٥س$			

السؤال (٦) :-

$ن(س)$ كثير حدود من الدرجة ٣ ، $ه(س)$ كثير حدود من الدرجة ٣

أ) ما درجة $ل(س)$ حيث $ل(س) = ه(س) \times ن(س)$

ب) ما الدرجة المتوقعة لـ $(ن + ه)(س)$

Scanned by CamScanner

السؤال (٧) :-

اذا كان $ن(س) = (٢س-٣)(س+٣)^{٢}$ ، $هـ(س) = ٩+٢س(٥+٢س)$

اجب عما يلي :-

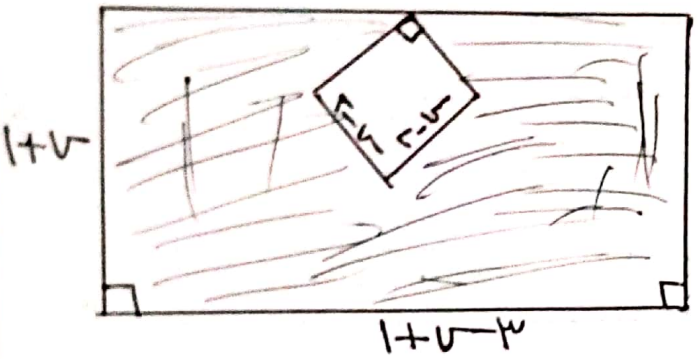
أ) جد درجة ومعاملات $ن(س)$

ب) اكتب $هـ(س)$ بالصورة القياسية

ج) جد $(ن+هـ)(س)$

السؤال (٨)

اكتب الاقتران الذي يمثل مساحة الجزء المظلل



السؤال (٩)

$ن(س) = س^{٢}-٣س$ ، $هـ(س) = ٥+س^{٣}$ جد قاعدة $ك(س)$

حيث $ك(س) = ٢س \times ن(س) + ٥هـ(س)$

السؤال (١٠)

متوازي مستطيلات مساحة قاعدته $س^{٢}+٤س+٤$

وحجمه $س^{٣}+٣س^{٢}-٤$ جد ارتفاعه

Scanned by CamScanner