(دوسية تأسيس / للفرع الأدبي)

يوسف العكايلة

كيف نتعامل مع الاشارات ؟؟

١ حالة الجمع والطرح

أ) اذا تشابهت اشارة العددان نجمع العددان ونضع نفس اشارة العددان .

⬅ امثلة

١ + ٢ = ٣

-٣ + -٤ = -٧

-٥ - ٨ = -١٣

ب) اذا اختلفت اشارة العددان نأخذ الفرق بينهما (نطرح العددان) ونضع اشارة العدد الاكبر .

⬅ امثلة

-٨ + ٢ = -٦

١٥ + -٤ = ١١

٤ - ٩ = -٥

٢ حالة الضرب والقسمة

أ) اذا كانت الاشارات متشابهة ، يكون الجواب موجب .

⬅ امثلة

-٧ × -٤ = ٢٨

-١٢ ÷ -٣ = ٤

٥ × ٢ = ١٠

١٤ ÷ ٢ = ٧

ب) اذا كانت الاشارات مختلفة ، يكون الجواب سالب .

⬅ امثلة

٨ × -٧ = -٥٦

-٣٦ ÷ ٦ = -٦

٣ عند قسمة أي عدد على العدد (١) تعطي العدد نفسه .

← $٢٣ ÷ ١ = ٢٣$

$-٦ ÷ ١ = -٦$

يوسف العكايلة

٤ عدد ÷ صفر يعطي قيمة غير معرفة .

$\frac{١٠}{٠}$ غير معرفة

$\frac{٧}{٠}$ غير معرفة

---

* الكسور ← اي $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$

١) الجمع والطرح

في عمليتي الجمع والطرح نقوم اولاً بتوحيد المقامات ثم جمع او طرح البسط مع بقاء المقام نفسه

* $\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤}$

$= \frac{١ \times ٢}{٢ \times ٢} + \frac{٣}{٤}$

$= \frac{٢}{٤} + \frac{٣}{٤}$

$= \frac{٥}{٤}$

* $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}$

$= \frac{١ \times ٥}{٣ \times ٥} + \frac{١ \times ٣}{٥ \times ٣}$

$= \frac{٥}{١٥} + \frac{٣}{١٥}$

$= \frac{٨}{١٥}$

* $\frac{٤}{٥} - ٣$ ← اذا كان العدد لوحده نضع مقامه (١)

$= \frac{٤}{٥} - \frac{٣ \times ٥}{١ \times ٥}$

$= \frac{٤}{٥} - \frac{١٥}{٥}$

$= \frac{-١١}{٥}$

٢) الضرب

نقوم بضرب البسط مع البسط والمقام مع المقام .

* $\frac{١}{٤} \times \frac{٥}{٢}$

$= \frac{١ \times ٥}{٤ \times ٢}$

$= \frac{٥}{٨}$

* $١٠ \times \frac{١}{٦}$

$= \frac{١٠ \times ١}{١ \times ٦}$

$= \frac{١٠}{٦}$

$= \frac{٥}{٣}$

* $\frac{-٣}{٤} \times \frac{٥}{٧}$

$= \frac{-٣ \times ٥}{٤ \times ٧}$

$= \frac{-١٥}{٢٨}$

* كيف نتعامل مع العدد (صفر)؟؟

يوسف العكايلة

١) صفر × أي عدد دائماً الجواب صفراً.

٠ × ١ = ٠

٦ × ٠ = ٠

٢) صفر ÷ أي عدد دائماً الجواب صفراً.

٠ ÷ ١٠ = ٠

٠ / ٣ = ٠

٣) صفر + أي عدد يعطي العدد نفسه

٠ + ٩ = ٩

٠ + -١٥ = -١٥

٤) صفر − عدد موجب يعطي سالب العدد.

صفر − عدد سالب يعطي موجب العدد.

٠ − ٧ = -٧

٠ − -٤ = ٤

ملاحظات

١ عند قسمة أي عدد على نفسه يكون الناتج (١) اذا كان لهما نفس الاشارة، و(-١) اذا كانا مختلفين في الاشارة.

⇐ ٢ ÷ ٢ = ١

-٢٠ ÷ -٢٠ = ١

-٤ ÷ ٤ = -١

٢ عند ضرب اي عدد في العدد (١) يعطي العدد نفسه.

⇐ ٥ × ١ = ٥

١ × -١٧ = -١٧

٣) القسمة

عند قسمة الكسور نقوم بتحويل القسمة الى ضرب ، ثم نقلب الكسر بعد اشارة القسمة ، ثم نقوم بعملية الضرب .

يوسف العكايلة

* $\frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{٧}$

$= \frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٢}$

$= \frac{٢١}{١٠}$

* $\frac{٧}{٣} \div ٥$

$= \frac{٧}{٣} \times \frac{١}{٥}$

$= \frac{٧}{١٥}$

* $\frac{١٠}{\frac{٢}{٣}}$

$= ١٠ \times \frac{٣}{٢}$

$= \frac{٣٠}{٢}$

$= ١٥$

---

* الاسس وقوانينها

$أ^{ن}$ ن ← الاس ، أ ← الاساس

$\Leftarrow أ^{ن} = أ \times أ \times أ ....$ (ن من المرات)

$\Leftarrow ٢^{٥} = ٢\times٢\times٢\times٢\times٢ = ٣٢$

$\boxed{١}$ $(أب)^{ن} = أ^{ن} \times ب^{ن}$

$\Leftarrow (٣\times٢)^{٢} = (٣)^{٢} \times (٢)^{٢} = ٩ \times ٤ = ٣٦$

$\boxed{٢}$ $(أ^{ن})^{م} = أ^{ن\times م}$

$\Leftarrow (٢^{٣})^{٢} = (٢)^{٣\times٢} = (٢)^{٦} = ٦٤$

$\boxed{٣}$ $أ^{ن} \times أ^{م} = (أ)^{ن+م}$ ← في حالة الضرب تجمع الاسس اذا كانت الاساسات متساوية .

$\Leftarrow ٣^{٢} \times ٣^{٥} = (٣)^{٢+٥} = (٣)^{٧}$

$س^{٢} \times س^{٣} = (س)^{٢+٣} = س^{٥}$

$\boxed{٤}$ $\frac{أ^{ن}}{أ^{م}} = (أ)^{ن-م}$ ← في حالة القسمة تطرح الاسس اذا كانت الاساسات متساوية .

$\Leftarrow ٥^{٤} \div ٥^{٢} = (٥)^{٤-٢} = ٥^{٢} = ٢٥$

$\frac{ص^{٥}}{ص^{٢}} = (ص)^{٥-٢} = ص^{٣}$

يوسف العكايلة

٥) $\text{أ}^{-\text{ن}} = \frac{١}{\text{أ}^{\text{ن}}}$

⇐ $(٢)^{-٤} = \frac{١}{(٢)^{٤}} = \frac{١}{١٦}$

٦) $\frac{١}{\text{أ}^{-\text{ن}}} = \text{أ}^{\text{ن}}$

⇐ $\frac{١}{٣^{-٢}} = ٣^{٢} = ٩$

٧) $\text{أ}^{٠} = ١$ ← (اي عدد قوة صفر يساوي ١)

⇐ $(١٠)^{٠} = ١$

$(-٥)^{٠} = ١$

٨) $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ب}^{\text{ن}}}$

⇐ $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢} = \frac{(٣)^{٢}}{(٤)^{٢}} = \frac{٩}{١٦}$

٩) $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{-\text{ن}} = \left(\frac{\text{ب}}{\text{أ}}\right)^{\text{ن}} = \frac{(\text{ب})^{\text{ن}}}{(\text{أ})^{\text{ن}}}$

⇐ $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{-٢} = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢} = \frac{٤^{٢}}{٣^{٢}} = \frac{١٦}{٩}$

ملاحظة

* $(\text{أ}+\text{ب})^{\text{ن}} \overset{\text{لا تساوي}}{\neq} \text{أ}^{\text{ن}} + \text{ب}^{\text{ن}}$
* $(\text{أ}-\text{ب})^{\text{ن}} \neq \text{أ}^{\text{ن}} - \text{ب}^{\text{ن}}$

نتيجة الاسس توزع في عمليتي الضرب والقسمة ولا توزع في عمليتي الجمع والطرح.

* أولويات العمليات الحسابية

١) الأقواس
٢) الأسس
٣) الضرب والقسمة
٤) الجمع والطرح

ملاحظة
اذا تساوت الأولوية نبدأ من اليمين الى اليسار.

يوسف العكايلة

⇐ $3 - 5 \times 3 + (2^3 \times 2) - 10 \div 2$

$= 3 - 5 \times 3 + (8 \times 2) - 10 \div 2$

$= 3 - 5 \times 3 + 16 - 10 \div 2$

$= 3 - 15 + 16 - 5$

$= -1$

---

* المقادير الجبرية والعمليات عليها

⊛ الحد الجبري : قد يكون ثابتاً ، أو متغيراً ، أو حاصل ضرب ثابت بمتغير ، أو حاصل ضرب متغيرين أو أكثر ، حيث نسمي الثابت معاملاً .

أمثلة

- ٥ س : ٥ ← معامل ، س ← متغير
- ٧ $ص^3$: ٧ ← معامل ، ص ← متغير
- $س^5$: س ← متغير ، المعامل = ١

* الحدود الجبرية المتشابهة : هي حدود لها نفس المتغير مع قوته ، حتى وإن اختلفت المعاملات .

⇐ ٤ س ، ٣ س ← حدود متشابهة

٣ س ص ، −٥ س ص ← حدود متشابهة

٧ $ص^2$ ، ٢ $ص^2$ ← حدود متشابهة

١) جمع وطرح الحدود والمقادير الجبرية

في حالة الجمع او الطرح نقوم بجمع او طرح الحدود الجبرية المتشابهة ، حيث نقوم بجمع او طرح المعاملات فقط مع بقاء المتغير كما هو .

يوسف العكايلة

⟵ **امثلة**

١) $٣س + ٥س = ٨س$

٢) $٣س^{٣} - ٥س^{٣} = -٢س^{٣}$

٣) $٥س^{٣} - ٤س^{٢} + ٦س^{٣} - ٣س^{٢} + ٤س + س + ١ = ١١س^{٣} - ٧س^{٢} + ٥س + ١$

٤) $٣ص^{٢} - ٤س + ٢ص^{٢} + ٢س + ل = ٥ص^{٢} - ٢س + ل$

٢) الضرب

* الحالة الاولى : (ضرب حد جبري في حد جبري) .

نضرب المعاملات ثم نطبق قواعد الاسس (نجمع الاسس للمتغيرات)

امثلة

١) $٥س \times ٤س = ٢٠س^{٢}$

٢) $٧س^{٢} \times ٦س^{٣} = ٤٢س^{٥}$

٣) $-٢س ص \times ٥ص = -١٠س ص^{٢}$

* الحالة الثانية : (ضرب حد جبري في مقدار جبري) .

القاعدة ⟵ $أ \times (ب \pm جـ) = أ \times ب \pm أ \times جـ$

امثلة

١) $٤س^{٢}(س - ٥) = ٤س^{٣} - ٢٠س^{٢}$

٢) $-٣س(٢س^{٣} - ٧س^{٥}) = -٦س^{٤} + ٢١س^{٦}$

* الحالة الثالثة : (ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر)

القاعدة ⟵ (أ + ب)(جـ + د) = أ × جـ + أ × د + ب × جـ + ب × د

أمثلة

١) (س^{٢} − ٣س)(٥س − ٢س^{٢}) = ٥س^{٣} − ٢س^{٤} − ١٥س^{٢} + ٦س^{٣}

= ١١س^{٣} − ٢س^{٤} − ١٥س^{٢}

يوسف العكايلة

٢) (٢س − ٦)(٧ + ٩س) = ١٤س + ١٨س^{٢} − ٤٢ − ٥٤س

= −٤٠س + ١٨س^{٢} − ٤٢

ملاحظة

تفكيك المقدار (أ ± ب)^{٢}

⟵ القاعدة أ^{٢} ± ٢ × أ × ب + ب^{٢}

بالكلمات ← (الأول)^{٢} ± ٢ × الأول × الثاني + (الثاني)^{٢}

أمثلة

① (س − ٢)^{٢} = س^{٢} − ٤س + ٤

② (٣س + ٢)^{٢} = ٩س^{٢} + ١٢س + ٤

* الاقترانات

عدد

١) الاقتران الثابت (ق(س) = أ)

⟵ ق(س) = ٧ ، ق(س) = $\frac{١}{٥}$

مثال إذا كان ق(س) = ٤ ، جد ق(١) ، ق(١٠)

المقصود إيجاد صورة العدد ١ و ١٠

ق(١) = ٤

ق(١٠) = ٤

٢) الاقتران الخطي (ق(س) = أ س + ب ، أ ≠ ٠)

⟸ ق(س) = ٨ س − ٢ ، ق(س) = س

يوسف العكايلة

مثال اذا كان ق(س) = ٢س − ١ ، جد ق(٥) ؟

ق(٥) = ٢ × ٥ − ١

ق(٥) = ٩

٣) الاقتران المتشعب

هو اقتران معرف بأكثر من قاعدة .

مثال اذا كان ق(س) = { ٥س + ٥ ، س ≤ ٢ ؛ ٣س − ٢ ، ٢ < س ≤ ٦ } ، جد ما يلي

نعوض في القاعدة الاولى جميع الاعداد الاقل من او تساوي (٢)

نعوض في القاعدة الثانية جميع الاعداد الاكبر من (٢) والاقل او تساوي (٦)

① ق(٢) = ٥ × ٢ + ٥ = ١٥

② ق(٦) = ٣ × ٦ − ٢ = ١٦

③ ق(٠) = ٥ × ٠ + ٥ = ٥

④ ق(٥) = ٣ × ٥ − ٢ = ١٣

* **التحليل الى العوامل** مهم جداً

اولاً الفرق بين مربعين :

$$س^2 - ص^2 = (س - ص)(س + ص)$$

اي أن $س^2 - ص^2$ = (الجذر − الجذر) (الجذر + الجذر) .

امثلة ① $س^2 - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$

② $٤٩ - ص^2 = (٧ - ص)(٧ + ص)$

③ $(٢س - ١)^2 - ٦٤ = (٢س - ١ - ٨)(٢س - ١ + ٨) = (٢س - ٩)(٢س + ٧)$

④ $س - ١ = (\sqrt{س} - ١)(\sqrt{س} + ١)$

ثانياً : الفرق بين مكعبين ($س^3 - ص^3$)

$$س^3 - ص^3 = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$$

أي أنه $س^3 - ص^3$ = (الأول - الثاني)((الأول)^2 + الأول × الثاني + (الثاني)^2)

أمثلة

يوسف العكايلة

① $س^3 - 27 = (س - 3)(س^2 + 3س + 9)$

② $8 - س^3 = (2 - س)(4 + 2س + س^2)$

ثالثاً : مجموع مكعبين ($س^3 + ص^3$)

$$س^3 + ص^3 = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2)$$

أي أن $س^3 + ص^3$ = (الأول + الثاني)((الأول)^2 - الأول × الثاني + (الثاني)^2)

أمثلة

① $ص^3 + 1 = (ص + 1)(ص^2 - ص + 1)$

② $س^3 + 64 = (س + 4)(16 - 4س + س^2)$

رابعاً : تحليل العبارة التربيعية

$$س^2 + ب س + جـ = (س \ \square)(س \ \square)$$

نبحث عن عددان حاصل ضربهما (جـ) ومجموعهما (ب)

أمثلة

① $س^2 + 5س + 4 = (س + 4)(س + 1)$

② $س^2 - 3س - 4 = (س - 4)(س + 1)$

③ $س^2 - 2س + 1 = (س - 1)(س - 1)$

④ $س^2 + 2س - 15 = (س + 5)(س - 3)$

خامساً : اخراج عامل مشترك

العامل المشترك قد يكون عدد أو متغير أو عدد مع متغير ويكون حسب القواعد التالية :

1. اذا كان المقدار من الدرجة الاولى (خطي) يحلل باخراج العامل فقط عامل مشترك .
2. اذا احتوى كل حد على نفس المتغير (س) مثلاً ، نخرج اقل قوة لـ(س) عامل مشترك .
3. اذا احتوى كل مقدار على (س) وكان هناك عدد يقبل القسمة على جميع المعاملات ، نخرج عدد مع متغير عامل مشترك .

امثلة

يوسف العكايلة

1. $\text{٤س} + \text{١٦} = \text{٤}(\text{س} + \text{٤})$
2. $\text{س}^{\text{٢}} - \text{٣س} = \text{س}(\text{س} - \text{٣})$
3. $\text{٥س}^{\text{٣}} - \text{١٠س} = \text{٥س}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢})$
4. $\text{س}^{\text{٣}} - \text{٥س}^{\text{٢}} + \text{٦س} = \text{س}(\text{س}^{\text{٢}} - \text{٥س} + \text{٦})$ ← عبارة تربيعية

   $= \text{س}(\text{س} - \text{٢})(\text{س} - \text{٣})$

* اختصار المقادير الجبرية

ملاحظة * $\dfrac{\text{س} - \text{ص}}{\text{س} - \text{ص}} = \text{١}$ ، * $\dfrac{\text{س} - \text{ص}}{\text{ص} - \text{س}} = -\text{١}$

امثلة

1. $\dfrac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٦س} + \text{٨}}{\text{س} - \text{٤}} = \dfrac{(\text{س} - \text{٢})\cancel{(\text{س} - \text{٤})}}{\cancel{(\text{س} - \text{٤})}} = (\text{س} - \text{٢})$

2. $\dfrac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{١٢٥}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢٥}} = \dfrac{\cancel{(\text{س} - \text{٥})}(\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥س} + \text{٢٥})}{\cancel{(\text{س} - \text{٥})}(\text{س} + \text{٥})} = \dfrac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{٥س} + \text{٢٥}}{\text{س} + \text{٥}}$

3. $\dfrac{\text{س}^{\text{٣}} - \text{٢٧}}{\text{٣} - \text{س}} = \dfrac{\overset{-\text{١}}{\cancel{(\text{س} - \text{٣})}}(\text{س}^{\text{٢}} + \text{٣س} + \text{٩})}{\cancel{\text{٣} - \text{س}}} = -(\text{س}^{\text{٢}} + \text{٣س} + \text{٩})$

* حل المعادلات ← يقصد بحل المعادلة ايجاد قيمة المتغير فيها.

أولاً: معادلة من الدرجة الاولى (خطية).

خطوات الحل

١- فك الاقواس ان وجدت.

٢- نجعل السينات في طرف والثوابت في طرف.

٣- نجمع السينات ثم نقسم على معامل س اذا لم يكن (١).

يوسف العكايلة

أمثلة حل المعادلات الآتية:

① $5\text{س} - 3 = 7$

$+3 \quad +3$

$\frac{5\text{س}}{5} = \frac{10}{5}$

$\boxed{\text{س} = 2}$

② $6 - 3\text{س} = 5\text{س} - 2$

$-3\text{س} - 5\text{س} = -2 - 6$

$\frac{-8\text{س}}{-8} = \frac{-8}{-8}$

$\boxed{\text{س} = 1}$

③ $4(\text{س} - 1) = 16 - 6\text{س}$

$4\text{س} - 4 = 16 - 6\text{س}$

$4\text{س} + 6\text{س} = 16 + 4$

$\frac{10\text{س}}{10} = \frac{20}{10}$

$\boxed{\text{س} = 2}$

ثانياً: معادلة من الدرجة الثانية $(\text{أ}\text{س}^2 + \text{ب}\text{س} + \text{ج})$

١) الحالة الاولى:

وجود (س^2) مع عدد بدون وجود (س)، حيث ننقل العدد ثم نأخذ الجذر التربيعي للطرفين.

أمثلة

① $\text{س}^2 - 4 = 0$

$\text{س}^2 = 4$ بأخذ الجذر للطرفين

$\text{س} = 4 \text{ ، } -4$

② $7\text{س}^2 - 7 = 0$

$7\text{س}^2 = 7$

$\text{س}^2 = 1$ بأخذ الجذر للطرفين

$\text{س} = \pm 1$

٢) الحالة الثانية :

وجود $س^{٢}$ مع س دون وجود الحد الثابت (جـ) ، نقوم بإخراج عامل مشترك ثم استخدام الخاصية الصفرية .

تنويه

الخاصية الصفرية

$أ \times ب = ٠$

اما $أ = ٠$

او $ب = ٠$

او كلاهما .

امثلة

① $٣س^{٢} - ٩س = ٠$

$٣س(س - ٣) = ٠$

$٣س = ٠ \leftarrow \boxed{س = ٠}$

$س - ٣ = ٠ \leftarrow \boxed{س = ٣}$

② $س^{٢} = س$

$س^{٢} - س = ٠$

$س(س - ١) = ٠$

$\boxed{س = ٠}$

$\boxed{س = ١}$

يوسف العكايلة

٣) الحالة الثالثة :

وجود $س^{٢}$ مع س مع عدد نستخدم القانون العام او التحليل .

امثلة

① $س^{٢} - ٧س + ١٠ = ٠$

$(س - ٥)(س - ٢) = ٠$

$س = ٥$ ، $س = ٢$

② $٢س^{٢} - ٨س + ٦ = -٢$

$٢س^{٢} - ٨س + ٦ + ٢ = ٠$

$٢س^{٢} - ٨س + ٨ = ٠$ ← بالقسمة على (٢)

$س^{٢} - ٤س + ٤ = ٠$

$(س - ٢)(س - ٢) = ٠$

$س = ٢$

⇐ القانون العام هو $س = \dfrac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤أجـ}}{٢أ}$

يسمى المقدار $ب^{٢} - ٤أجـ$ بالمميز ويجب ان يكون ≥ ٠ .

مثال: حل المعادلة $س^2 + 5س - 84 = 0$ باستخدام القانون العام.

يوسف العكايلة

$أ = 1 \leftarrow$ معامل $س^2$

$ب = 5 \leftarrow$ معامل $س$

$جـ = -84 \leftarrow$ الحد المطلق

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أجـ}}{2أ}$$

نحسب المميز

$$ب^2 - 4أجـ = (5)^2 - 4(1)(-84)$$

$$= 25 + 336$$

$$= 361$$

$$س = \frac{-5 \pm \sqrt{361}}{2\times 1}$$

$$س = \frac{-5 \pm 19}{2}$$

$$س_1 = \frac{-5 + 19}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$س_2 = \frac{-5 - 19}{2} = \frac{-24}{2} = -12$$

مجموعة الحل $= \{-12 ، 7\}$