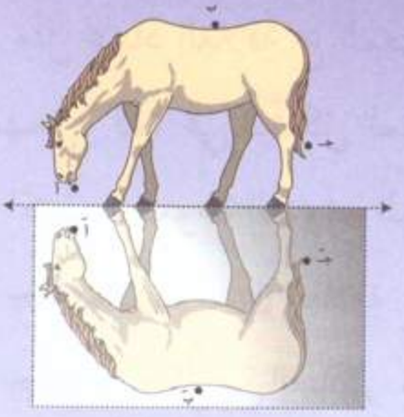
٧ الوحدة السابعة

التحويلاتُ الهندسيةُ

عندما يقفُ شخصٌ أمامَ مرآةٍ مستويةٍ، هلْ يتغيّرُ شكلهُ وحجمُه؟ وهلْ تتغيرُ المسافةُ بينهُ وبينَ مستوى المرآةِ عنِ المسافةِ بينَ صورتهِ ومستوى المرآةِ؟



وعندما تقومُ بتحريكِ مقعدكَ في الصّفِّ مِنْ مكانٍ إلى آخرَ، فهلْ يؤثّرُ ذلكَ على حجمِ وشكْلِ المقعدِ؟

يتوقعُ منَ الطالبِ في نهايةِ هذهِ الوحدةِ أنْ يكونَ قادرًا على:

- تَعرّفِ مفهومِ التّحويلِ، والتّحويلِ الهندسيِّ.
- تَعرّفِ مفهومِ الانعكاسِ، وخواصِّ الانعكاسِ كتحويلٍ هندسيٍّ، وتعيينِ صورةِ نقطةٍ، وقطعةٍ مستقيمةٍ، وشكْلٍ هندسيٍّ تحتَ تأثيرِ انعكاسٍ معيّنٍ في المستوى الإحداثيِّ.
- تَعرّفِ مفهومِ الانسحابِ، وخواصِّ الانسحابِ كتحويلٍ هندسيٍّ، وتعيينِ صورةِ نقطةٍ، وقطعةٍ مستقيمةٍ، وشكْلٍ هندسيٍّ تحتَ تأثيرِ انسحابٍ معيّنٍ في المستوى الإحداثيِّ.
- تَعرّفِ مفهومِ الدّورانِ، وخواصِّ الدورانِ كتحويلٍ هندسيٍّ، وتعيين صورةِ نقطةٍ، وقطعةٍ مستقيمةٍ، وشَكْلٍ هندسيٍّ تحتَ تأثيرِ دورانٍ معيّنٍ في المستوى الإحداثيِّ.

الدرسُ الأوّلُ

التحويلُ الهندسيُّ

النتاجات

- تتعرفُ على مفهومِ التّحويلِ، والتّحويلِ الهندسيِّ.

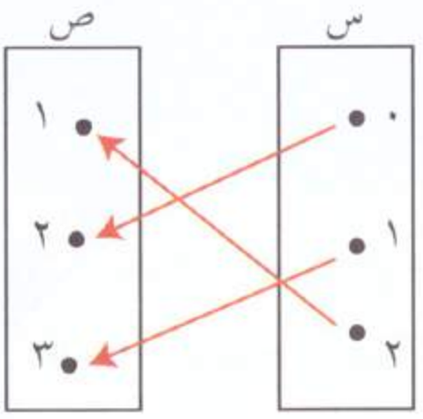
مثّلَ عمادٌ العلاقةَ ع المعرّفةَ مِنَ المجموعةِ س إلى المجموعةِ ص بالمخطّطِ السهميِّ، كما في الشّكلِ المجاورِ:

١) اكتبْ مجموعةَ الأزواجِ المرتّبةِ التي تمثّلها العلاقةُ ع.

٢) جِدْ مجالَ ومدى العلاقةِ ع.

٣) جِدْ صورةَ كلٍّ مِنَ العناصرِ ٠ ، ١ ، ٢ في العلاقةِ ع.

٤) جِدِ العناصرَ التي صورَةُ كُلٍّ منها: ١ ، ٢ ، ٣ في العلاقةِ ع.



تعلّمتَ سابقًا كيفَ تكتبُ مجموعةَ الأزواجِ المرتّبةِ التي تمثّلها العلاقةُ ع مِنْ خلالِ المخطّطِ السهميِّ وهي:

ع = {(٠،٢) ، (١،٣) ، (٢،١)}، ومنْ خلالِ العلاقةِ ع، يمكنُ إيجادُ مجالِ العلاقةِ ع ومداها، فالمجالُ = {٠ ، ١ ، ٢} والمدى = {٢ ، ٣ ، ١}.

لاحظْ مِنْ خلالِ العلاقةِ ع أنَّ صورَةَ العددِ ٠ هي العددُ ٢، وصورةَ العددِ ١ هي العددُ ٣، و صورةَ العددِ ٢ هي العددُ ١، أيْ أنَّ العددَ ٠ ارتبطَ معَ العددِ ٢، وأنَّ العددَ ١ ارتبطَ معَ العددِ ٣، وأنَّ العددَ ٢ ارتبطَ مع العددِ ١.

أيْ أنَّ كلَّ عنصرٍ في مجالِ العلاقةِ ع ارتبطَ بصورةٍ واحدةٍ فقطْ في مداها.

ونلاحظُ أنَّ العددَ ١ هو صورةٌ للعددِ ٢، و العددَ ٢ هو صورةٌ للعددِ ٠، كذلكَ العددَ ٣ هو صورةٌ للعددِ ١.

أيْ أنَّ كلَّ عنصرٍ في مدى العلاقةِ ع هو صورةٌ لعنصرٍ واحدٍ فقطْ مِنْ مجالها.

تُسمّى العلاقةُ ع تحويلًا إذا ارتبطَ كلُّ عنصرٍ في مجالها بصورةٍ واحدةٍ فقطْ في مداها، و كلُّ عنصرٍ في مداها هو صورةٌ لعنصرٍ واحدٍ فقطْ في مجالها.

مثالُ (١)

إذا كانتْ س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ }، أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلِ تحويلاً مِنَ المجموعةِ س إلى المجموعةِ ص؟ اذكرِ السَّببَ.

١) ع = { (٣،٤) ، (٠،٢) ، (٢،٦) ، (١،٠) }

٢) ع = { (١،٦) ، (٢،٢) ، (٣،٤) ، (٢،٠) }

٣) ع = { (٠،٠) ، (١،٦) ، (٢،٢) ، (٣،٤) }

٤) ع = { (٢،٠) ، (٣،٢) ، (٠،٠) ، (٠،٦) }

الحلُّ

١) يُعتبرُ تحويلاً؛ لأنَّ كلَّ عنصرٍ في مجالِ العلاقةِ ع ارتبطَ بصورةٍ واحدةٍ فقطْ في مداها، وكلَّ عنصرٍ في مدى العلاقةِ ع هو صورةٌ لعنصرٍ واحدٍ فقطْ في مجالها.

٢) لا يُعتبرُ تحويلاً؛ لأنَّ العنصرَ ٢ في المجالِ له صورتانِ في المدى هما ٢، ٠

٣) يُعتبرُ تحويلاً؛ لأنَّ كلَّ عنصرٍ في مجالِ العلاقةِ ع ارتبطَ بصورةٍ واحدةٍ فقطْ في مداها، وكلَّ عنصرٍ في مدى العلاقةِ ع هو صورةٌ لعنصرٍ واحدٍ فقطْ في مجالها.

٤) لا يُعتبرُ تحويلًا هندسيًّا؛ لأنَّ كُلاًّ مِنَ العنصرينِ ٢ ، ٠ في المجالِ لهما نفسُ الصورةِ في المدى وهي ٠، وكذلكَ العنصرُ ٠ في المجالِ ارتبطَ بعنصرينِ ٠، ٦ في المدى.

تدريبُ ١

إذا كانتْ ل = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، م = { ١ ، ٢ ، ٣ }، أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تحويلاً مِنَ المجموعةِ ل إلى المجموعةِ م، معَ ذِكْرِ السّببِ؟

١) ع = { (١،٢) ، (٠،٢) ، (٢،٣) }

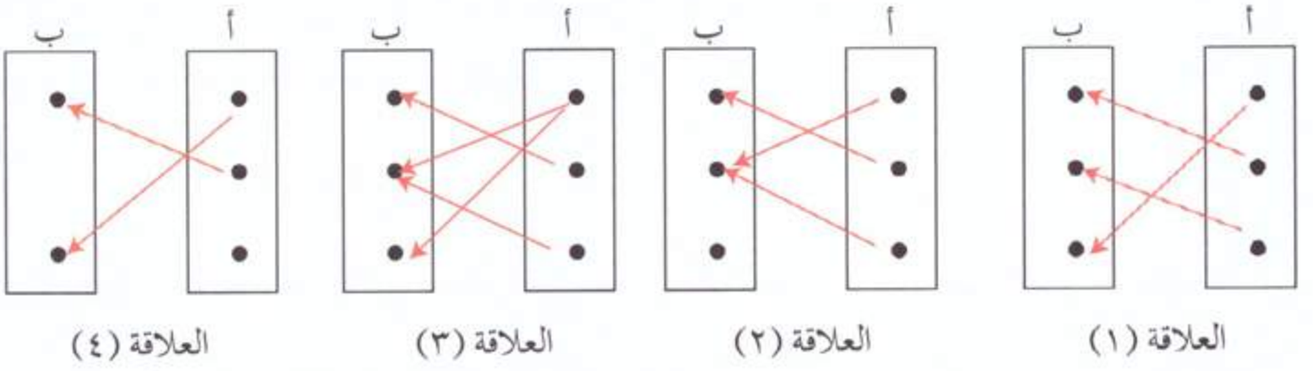
٢) ع = { (٢،٢) ، (٣،٣) ، (١،١) }

٣) ع = { (٠،١) ، (١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) }

٤) ع = { (٣،٢) ، (٤،١) ، (٢،٣) ، (٤،٤) }

تدريبُ ٢

أيٌّ مِنَ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تحويلاً مِنَ المجموعةِ أ إلى المجموعةِ ب، معَ توضيحِ السببِ؟



ولكنْ إذا كانَ الارتباطُ بينَ نقاطٍ (أزواجٍ مرتّبةٍ) في مستوىً ما، فإنَّ ذلكَ يُسمّى تحويلًا هندسيًّا.

التحويلُ الهندسيُّ: هو علاقةٌ تربطُ نقاطَ المستوى معَ بعضِها، حيثُ كلُّ نقطةٍ في المستوى ترتبطُ معَ نقطةٍ واحدةٍ فقطْ مِنَ المستوى تُسمّى صورتها، وكلُّ نقطةٍ في المستوى هي صورةٌ لنقطةٍ واحدةٍ فقطْ مِنْ نقاطِ المستوى.

تُسمّى التحويلاتُ الهندسيّةُ بأحدِ الأحرفِ العربيّةِ مثلَ: ت ، ح ، ع ... إلخ ويُستخدمُ الرّمزُ (←) ليدلَّ على التحويلِ الهندسيِّ.

فمثلاً الرمزُ د ← دَ تعني أنَّ النقطةَ د تحوّلتْ إلى النقطةِ دَ

والرّمزُ (ت: Δ أ ب جـ ← Δ أَ بَ جَ) يعني أنَّ المثلّثَ أَ بَ جَ هو صورةُ المثلّثِ أ ب جـ تحتَ تأثيرِ التّحويلِ الهندسيِّ ت.

مثالٌ (٢)

في المستوى الإحداثيّ ليكنْ ت :(س،ص) ← (س + ١ ، ص + ٢) تحويلاً هندسيًّا، جِدْ صورةَ النّقاطِ أ (٢ ، ٣) ، ب (−٢ ، ٠) تحتَ تأثيرِ التّحويلِ الهندسيِّ ت.

الحلُّ

ت: أ (٢ ، ٣) ← أَ (٢+١ ، ٣+٢) أي أنَّ النقطةَ أ (٢ ، ٣) أصبحتْ تحتَ تأثيرِ التّحويلِ الهندسيِّ ت، النقطةَ أَ (٣ ، ٥).

ت: ب (−٢ ، ٠) ← بَ (−٢+١ ، ٠+٢) أيْ أنَّ النقطةَ ب (−٢ ، ٠) أصبحتْ تحتَ تأثيرِ التّحويلِ الهندسيِّ ت النقطةَ بَ (−١ ، ٢).

تدريبُ ٣

في المستوى الإحداثيِّ ليكنْ ت:(س ، ص) ← (ص ، س) تحويلاً هندسيًّا، جِدْ صورةَ كلِّ نقطةٍ مِنَ النّقاطِ الآتيةِ تحتَ تأثيرِ التّحويلِ الهندسيِّ ت:

١) أ (−٤ ، ٥)

٢) ب (٥ ، −١)

٣) جـ (−٣ ، −٤)

٤) د (٠ ، ٠)

تدريبُ ٤

أوجدَ مروانُ صورًا لمجموعةٍ من النّقاطِ النّاتجةِ عنِ التّحويلِ الهندسيِّ د كالآتي:

د: أ (١ ، ٢) ⟵ أَ (٠ ، ٣)

د: ب (٠ ، ٤) ⟵ بَ (−١ ، ٥)

د: جـ (−٤ ، ١) ⟵ جـَ (−٥ ، ٢)

اكتبْ صيغةَ التحويلِ الهندسيِّ د.

فكّر وناقش

إذا كانتْ ت تحويلًا مِنَ المجموعةِ س إلى المجموعةِ ص، فما العلاقةُ بينَ عددِ عناصرِ المجموعتينِ س،ص؟

تمارينُ ومسائلُ

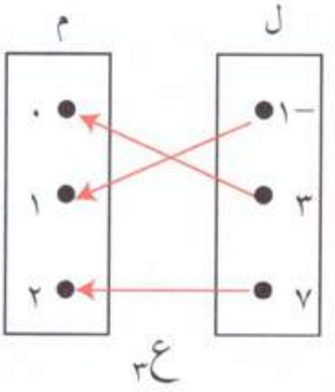
١) إذا كانت ل = { −١ ، ٣ ، ٧ } ، م = { ٠ ، ١ ، ٢ }، أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثلُ تحويلاً من المجموعةِ ل إلى المجموعةِ م؟ اذكرِ السببَ

أ) ع١ = { (−١،٢) ، (٧،٠) ، (٣،٢) }

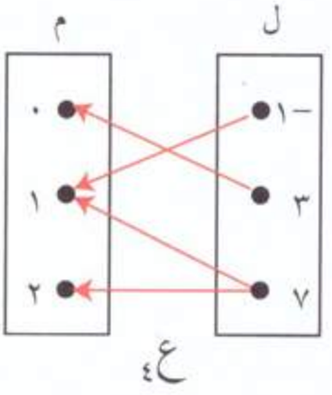
ب) ع٢ = { (−١،٢) ، (٣،٠) ، (٧،١) }

جـ)

د)



ع٣



ع٤

٢) في المستوى الإحداثيِّ ليكنْ ت:(س ، ص) ← (− س ، ص) تحويلاً هندسياً، جدْ صورةَ كلِّ منَ النقاطِ الآتيةِ تحتَ تأثيرِ التحويلِ الهندسيِّ ت:

أ) أ (٢ ، ٦)

ب) ب (٣ ، −١)

جـ) جـ (−٥ ، ٧)

د) د (−٢ ، −٤)

٣) جِدْ صورةَ النّقطةِ أ (٢ ، ١) تحتَ تأثيرِ التّحويلاتِ الهندسيّةِ الآتيةِ:

أ) ح:(س ، ص) ← (ص ، س)

ب) ع:(س ، ص) ← (− س ، ص)

جـ) ل:(س ، ص) ← (س ، − ص)

د) ن:(س ، ص) ← (− س ، − ص)

هـ) د:(س ، ص) ← (ص ، − س)

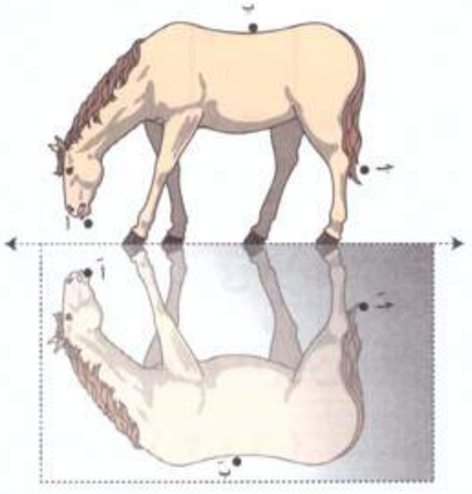
الدرسُ الثّاني

الانعكاسُ

النتاجات

- تتعرفُ مفهومَ الانعكاسِ، وخواصّهِ، كتحويلٍ هندسيٍّ.
- تعيّنُ صورةَ نقطةٍ، وقطعةٍ مستقيمةٍ، وشكْلٍ هندسيٍّ، تحتَ تأثيرِ انعكاسٍ معيّنٍ في المستوى الإحداثيّ.

الشّكلُ المجاورُ يمثّلُ صورةً لحصانٍ يقفُ على جانبِ النّهرِ، حيثُ يعملُ سطحُ الماءِ كمرآةٍ يقلبُ صورةَ الحصانِ حولَ سطحِ الماءِ.



١) قارنْ شكلَ الحصانِ معَ صورتهِ على جهتي سطحِ الماءِ.

٢) قارنِ المسافةَ بينَ النّقاطِ أ، ب، جـ، وصورها أَ، بَ، جَ، منْ حيثُ بعدها عنْ سطحِ الماءِ على التّرتيبِ، ماذا تلاحظُ؟

وبقياسِ المسافةِ بينَ كلِّ نقطةٍ وسطحِ الماءِ، ستلاحظُ أنَّ:

المسافةَ مِنْ أ إلى سطحِ الماءِ = المسافةَ مِنْ أَ إلى سطحِ الماءِ.

المسافةَ مِنْ ب إلى سطحِ الماء = المسافةَ مِنْ بَ إلى سطحِ الماءِ.

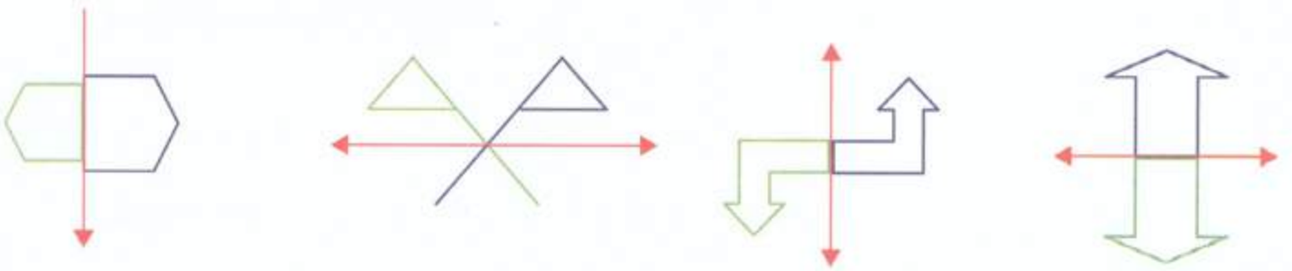
المسافةَ مِنْ جـ إلى سطحِ الماء = المسافةَ مِنْ جَ إلى سطحِ الماءِ.

إنَّ عمليةَ قلْبِ صورةِ الحصانِ، والحصولِ على صورةِ مرآةٍ لهُ، دونَ أنْ يغيّرَ ذلكَ مِنْ قيّاساتهِ، أو شكْلهِ يُسمّى انعكاسًا، ويُسمّى سطحُ الماءِ في هذهِ الحالةِ محْورَ الانعكاسِ، ويعتبرُ الانعكاسُ تحويلًا هندسيًّا، لماذا؟

الانعكاسُ: هو تحويلٌ هندسيٌّ يقلبُ شكلاً ما حولَ محورٍ معينٍ، ويعمل كمرآةٍ ويُسمّى (محورَ الانعكاسِ) للحصولِ على صورةٍ لهذا الشكلِ دونَ أنْ يغيرَ من قياساتهِ، ويرمزُ له بالرّمزِ ع.

مثالُ (١)

إذا كانَ الخطُّ الأحمرُ يشيرُ إلى محورِ الانعكاسِ، أيُّ الرسوماتِ الآتيةِ تمثّلُ انعكاسًا للشّكلِ الملوّنِ باللّونِ الأزرقِ في المحْورِ؟



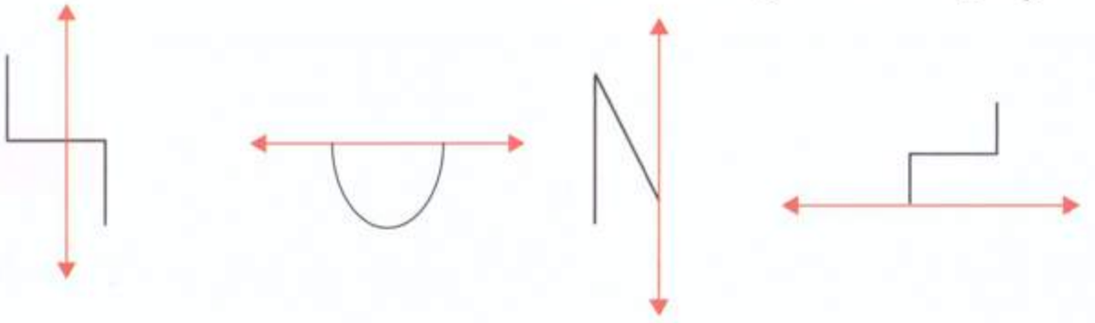
الشكل (١) الشكل (٢) الشكل (٣) الشكل (٤)

الحلُّ

الشّكلُ (١) يمثّلُ انعكاسًا؛ لأنّهُ عبارةٌ عنْ قلبِ الشّكلِ الأصليِّ في محورِ الانعكاسِ للحصولِ على صورةِ مرآةٍ لهذا الشّكلِ دونَ أنْ يغيّرَ مِنْ قياساتهِ، بينما الأشكالُ (٢)، (٣)، (٤) لا تمثّلُ انعكاسًا؛ لأنَّ الشّكلَ (٢) والشّكلَ (٣) لم يحصلا على صورةِ مرآةٍ للشّكلِ الأصليِّ في المحور، بينما في الشّكلِ (٤) حصلَ تغييرٌ على قياساتِ الشّكلِ الأصليِّ لذلكَ لا يُعتبرُ انعكاسًا.

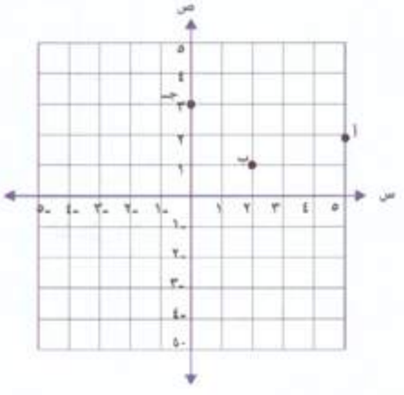
تدريبُ ١

إذا كانَ الخطُّ الأحمرَ يشيرُ إلى محورِ الانعكاسِ، ارسمْ صورةَ كلٍّ مِنَ الأشكالِ الآتيةِ بالانعكاسِ في هذا المحورِ:



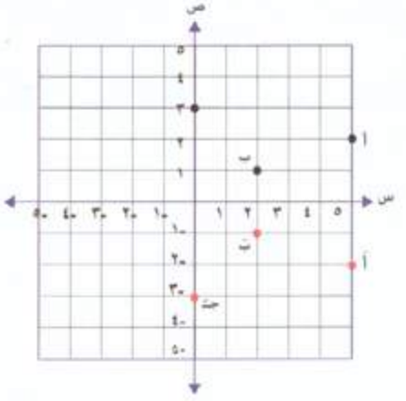
نشاطُ (١)

١) ارسمْ مستوىً بيانيًّا على ورقةٍ شفّافةٍ، ثُمَّ عيّنِ النّقاطَ أ (٢،٥) ، ب (١،٢) ، جـ (٣،٠) على المستوى البيانيِّ، كما في الشّكلِ المجاورِ:



٢) قُمْ بطيِّ المستوى البيانيِّ حولَ محورِ السيناتِ، كما في الشّكلِ المجاورِ، ثُمّ ضعْ علامةً باللّونِ الأحمرِ فوقَ كلٍّ مِنَ النّقاط أ ، ب ، جـ من الجهةِ الظّاهرةِ.

٣) أرجعِ الورقةَ كما كانتْ، ستلاحظُ أنّهُ نتجتْ صورةٌ لكلِ نقطةٍ مِنَ النقاطِ الثلاثةِ أ ، ب ، جـ على الجانبِ الآخرِ وهي أَ ، بَ ، جَ كما في الشّكلِ المجاورِ:



٤) اكتبْ إحداثياتِ كلِّ نقطةٍ مِنَ النّقاطِ أَ ، بَ ، جَ

إحداثياتُ النقطةِ أَ هي (...،...)

إحداثياتُ النقطةِ بَ هي (...،...)

إحداثياتُ النقطةِ جَ هي (...،...)

لاحظْ مِنْ خلالِ النّشاطِ السّابقِ أنَّ صورةَ كلٍّ مِنَ النقاطِ:

أ (٥،٢) ، ب (٢،١) ، جـ (٠،٣) بعدَ عمليةِ الانعكاسِ في محورِ السّيناتِ هي:

ع س (٥،٢) ← (٥،− ٢)

ع س (٢،١) ← (٢،− ١)

ع س (٠،٣) ← (٠،− ٣)

ماذا تستنتج مما سبق؟

الانعكاس في محور س تغير اشارة الاحداثي الصادي .

تعلّم:

انعكاسُ نقطةٍ في محورِ السّيناتِ يُرمزُ لهُ بالرّمزِ ع س ويُقرأُ: الانعكاسُ في محورِ السّيناتِ.

وانعكاسُ نقطةٍ في محْورِ الصّاداتِ يُرمزُ لهُ بالرّمزِ ع ص ويُقرأُ: الانعكاسُ في محورِ الصّاداتِ.

مثالُ (٢)

جِدْ صُورَ كلٍّ مِنَ النّقاطِ أ (٥، ٢) ، ب (−٣، ٥) ، جـ (١، − ٢) ، د (− ٤، − ٦)، إذا كانَ محْورُ الانعكاسِ هو محورُ السّيناتِ.

الحلُّ

ع س (٥، ٢) ← (٥، − ٢)

ع س (− ٣، ٥) ← (− ٣، − ٥)

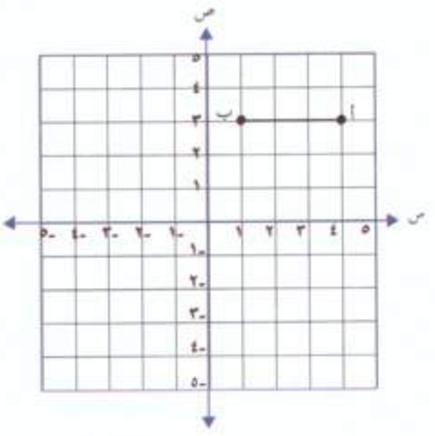
ع س (١، − ٢) ← (١، ٢)

ع س (− ٤، − ٦) ← (− ٤، ٦)

تدريبُ ٢

جِدْ صُورَ كلٍّ مِنَ النّقاطِ أ (−١، −٣) ، ب (٢، −٧)، جـ (−٦، ٨)، د (٣، ٤) إذا كانَ محْورُ الانعكاسِ هو محورُ السّيناتِ.

مثالُ (٣)

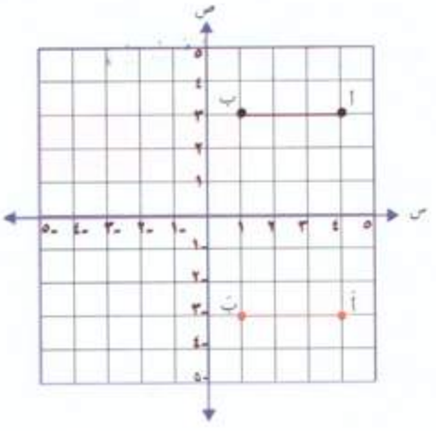


الشّكلُ المجاورُ يبيّنُ التمثيلَ البيانيَّ للقطعةِ المستقيمةِ أ ب على المستوى البيانيِّ، جِدْ كلاًّ مِنَ الآتي:

١) صورةَ القطعةِ المستقيمةِ أ ب بعدَ الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ.

٢) قارنْ بينَ طولِ القطعةِ المستقيمةِ أ ب، وَصورتها بعدَ الانعكاسِ أَ بَ.

الحلُّ



١) مِنْ خلالِ الشّكلِ المجاورِ نحدّدُ إحداثياتِ كُلٍّ مِنَ النقطتينِ أ ، ب، فإحداثياتُ النّقطةِ أ هي (٤، ٣)، وإحداثياتُ النّقطةِ ب هي (١، ٣) ثُمّ نجدُ صورةَ كلٍّ مِنَ النقطتينِ أ ، ب بعدَ الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ.

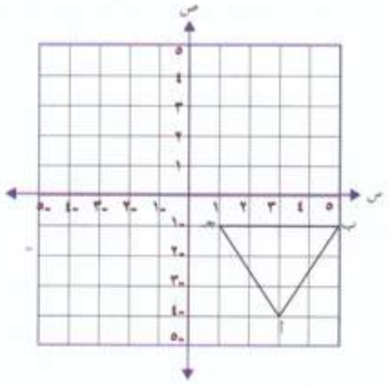
ع س (٤، ٣) ← (٤، −٣)

ع س (١، ٣) ← (١، −٣)

نعينُّ إحداثياتِ النقطتينِ أَ ، بَ، كما في الشّكلِ السّابقِ، فتكونُ صورةُ القطعةِ المستقيمةِ أ ب بعدَ الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ هي أَ بَ.

٢) طولُ القطعةِ المستقيمةِ أ ب = طولَ القطعةِ المستقيمةِ بعدَ الانعكاسِ أَ بَ

مثالُ (٤)



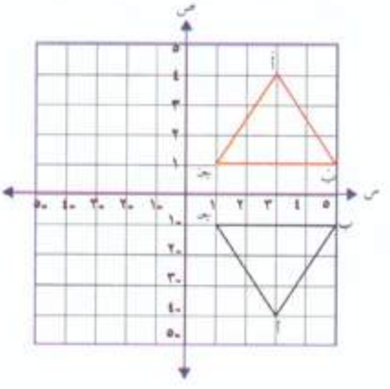
الشّكلُ المجاورُ يبيّنُ التّمثيلَ البيانيَّ للمثلثِ أ ب جـ، جِدْ كلاًّ ممّا يأتي:

١) صورةَ Δ أ ب جـ بعدَ الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ.

٢) هلْ تغيّرتْ قياساتُ أضلاعِ المثلّثِ بعدَ عمليةِ الانعكاسِ؟

٣) هلْ تغيرتْ قياساتُ زوايا المثلّثِ بعدَ عمليةِ الانعكاسِ؟

الحلُّ



١) مِنْ خلالِ الشّكلِ المجاورِ، نحدّدُ إحداثياتِ كلٍّ مِنَ النّقاطِ أ ، ب ، ج، فإحداثياتُ النّقطةِ وهي:

أ (٣، −٤) ، ب (٥، −١) ، جـ (١، −١) ثُمّ نجدُ صورةَ كلٍّ مِنَ النقّاطِ أ ، ب ، جـ بعدَ الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ.

ع$_{س}$ (٣، −٤) ← (٣، ٤)

ع$_{س}$ (٥، −١) ← (٥، ١)

ع$_{س}$ (١، −١) ← (١، ١)

نعيّنُ إحداثياتِ النّقاطِ أَ ، بَ ، جَ كما في الشّكلِ السّابقِ، فتكونُ صورةُ Δ أ ب جـ بعدَ الانعكاسِ في محور السيناتِ هي Δ أَ بَ جَ.

٢) باستخدامِ المسطرةِ قُمْ بإيجادِ أطوالِ أضلاعِ Δ أ ب جـ و Δ أَ بَ جَ ماذا تلاحظُ؟

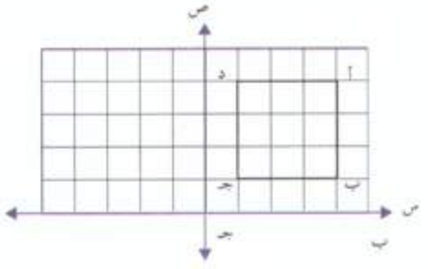
٣) باستخدامِ المنقلةِ قُمْ بإيجادِ قياسِ كلٍّ مِنْ زوايا Δ أ ب جـ، وزوايا Δ أَ بَ جَ ماذا تلاحظُ.

تدريبُ ٣

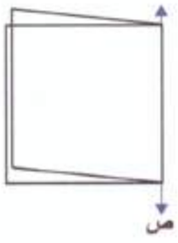
ارسمْ مربّعًا، إحداثياتُ رؤوسهِ: س (٣، ٢)، ص (٣، −٢)، ل (−١، −٢)
ع (−١ ، ٢)، ثُمَّ جِدْ صورةَ المربّعِ س ص ل ع بعدَ الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ.

نشاطُ (٢)

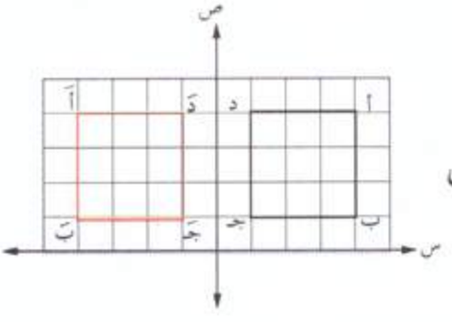
شكْلٌ هندسيٌّ رؤوسهُ: أ (٤، ٤) ، ب (٤، ١) ، جـ (١، ١) ، د (١، ٤) بالاستعانةِ بالمستوى البيانيِّ، نفّذْ كلاًّ ممّا يأتي:



١) عيّنِ النّقاطَ أ، ب، جـ، د على المستوى البيانيِّ، وصِلْ بينها كما في الشّكلِ المجاورِ.



٢) قُمْ بطيِّ المستوى البيانيِّ حولَ محورِ الصّاداتِ، كما في الشّكلِ المجاورِ، ثُمّ ضعْ علامةً باللّونِ الأحمرِ فوقَ كلٍّ مِنَ النّقاط أ ، ب ، جـ، د مِنَ الجهةِ الظّاهرةِ.



٣) أرجعِ الورقةَ كما كانتْ، ستلاحظُ أنَّهُ نتجتْ صورةٌ لكلِّ نقطةٍ مِنَ النّقاط الأربعِ أ، ب ، جـ ، د على الجانبِ الآخرِ وهي: أَ ، بَ ، جَ ، دَ كما في الشّكلِ المجاورِ:

٤) اكتبْ إحداثياتِ كلٍّ مِنَ النقاطِ أَ ، بَ ، جَ ، دَ

إحداثياتُ النّقطةِ أَ هي (...،...) وإحداثياتُ النّقطةِ بَ هي (...،...)

إحداثياتُ النّقطةِ جَ هي (...،...) وإحداثياتُ النّقطةِ دَ هي (...،...)

٥) هلْ تغيّرتْ قياساتُ الشّكلِ الهندسيِّ، أو نوعهِ بعدَ عمليةِ الطيّ؟

٦) قارنِ المسافةَ بينَ محورِ الصّاداتِ وكلِّ نقطةٍ مبيَّنةٍ، ماذا تلاحظُ؟

لابُدَّ أنك لاحظتَ مِنْ خلالِ النّشاطِ السّابقِ أنَّ صورةَ كلٍّ مِنَ النّقاطِ:

أ (٤، ٤)، ب (٤، ١)، جـ (١، ١)، د (١، ٤) بعدَ عمليةِ الانعكاسِ في محورِ الصّاداتِ هي:

ع ص (٤، ٤) ← (−٤، ٤)

ع ص (٤، ١) ← (−٤، ١)

ع ص (١، ١) ← (−١، ١)

ع ص (١، ٤) ← (−١، ٤)

ماذا تستنتجُ مما سبقَ؟ الانعكاس في محور ص نفير اشارة الاحداثي س

مثالُ (٥)

جِدْ صُورَ كلٍّ مِنَ النقاطِ أ(٨،٣)، ب(− ٩،٧)، جـ(٥،− ٦)، د(−١،− ١١) إذا كانَ محورُ الانعكاسِ هو محورُ الصاداتِ؟

الحلُّ

ع ص (٨، ٣) ← (− ٨، ٣)

ع ص (− ٩،٧) ← (٩، ٧)

ع ص (٥،− ٦) ← (− ٥، −٦)

ع ص (− ١،− ١١) ← (١، − ١١)

تدريبُ ٤

جِدْ صُورَ كلٍّ مِنَ النّقاطِ: أ (− ٨،٥)، ب (٧،− ٤)، جـ (٣،٩)، د (−٢،− ٦)، إذا كانَ محورُ الانعكاسِ هو محْورُ الصّاداتِ.

فكّر وناقش

متى تكونُ صورةُ النّقطةِ أ (س، ص) بعدَ الانعكاسِ هي النّقطةُ أ نفسها؟

تدريبُ ٥

جِدْ كلاًّ ممّا يأتي:

١) ع$_{س}$ (٢،٠)　　٢) ع$_{س}$ (٣،٠)

٣) ع$_{ص}$ (٥،٠)　　٤) ع$_{ص}$ (٧،٠)

٥) ع$_{س}$ (٣،− ٣)　　٦) ع$_{ص}$ (− ٨،٨)

تمارينُ ومسائلُ

١) جِدْ صورةَ كلٍّ مِنَ النّقاطِ الآتيةِ في الانعكاسِ:

١) في محورِ السيناتِ ٢) في محورِ الصاداتِ

أ) (٥،٠) ب) (-٤،٢)

جـ) (٧،- ٣) د) (٠،-٢)

٢) حدّدْ محورَ الانعكاسِ في كلٍّ مِنَ الانعكاساتِ الآتيةِ:

أ) أ(- ٢، ١) ← أَ (٢، ١)

ب) ب (٣، ٢) ← بَ (٣، - ٢)

جـ) جـ (- ٤، - ٦) ← جَـ (٤، -٦)

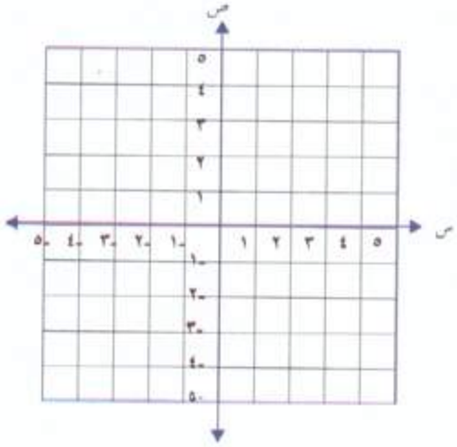
د) د (٠،٠) ← دَ (٠،٠)

٣) إذا كانتْ $\overline{\text{س ص}}$ قطعةً مستقيمةً، حيثُ س(-٢، ٣) ، ص(٤، -٢)

أ) جِدْ صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{\text{س ص}}$ بعدَ الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ، وعيّنها على المستوى البيانيِّ.

ب) جِدْ صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{\text{س ص}}$ بعدَ الانعكاسِ في محورِ الصّاداتِ، وعيّنها على المستوى البيانيِّ.

٤) متوازي أضلاعٍ رؤوسهُ: أ(٤، ٣) ، ب (٣، ٠) ، جـ (٠،٠) ، د (١، ٣) بالاستعانةِ بالمستوى البيانيِّ المجاورِ، أجبْ عمّا يأتي:



أ) عيّنِ النقاطَ أ ب جـ د على المستوى البيانيِّ.

ب) جِدْ صورةَ متوازي الأضلاعِ أ ب جـ د في:

١) ع س ٢) ع ص

الدَرسُ الثَالثُ

الانسحابُ

النتاجات

- تتعرفُ على مفهومِ الانسحابِ، وخواصِّه كتحويلٍ هندسيٍّ.
- تعيّنُ صورةَ نقطةٍ، وقطعةٍ مستقيمةٍ، وشكلٍ هندسيٍّ تحتَ تأثيرِ انسحابٍ معيّنٍ في المستوى الإحداثيِّ.

أقامتْ إحدى مديرياتِ التّربيةِ والتعليمِ بطولةً للعبةِ الشّطرنجِ، حيثُ كانتِ المباراةُ الأولى بينَ أحمدَ ومحمدٍ، وأثناءَ المباراةِ حرَّكَ أحمدُ الحصانَ رقمَ ١، كما في الشّكلِ المجاورِ:

١) صِفِ الحركةَ المتّبعةَ في نقلِ الحصانِ رقم ١ مِنْ موقعٍ إلى آخرَ.

٢) قارنْ بينَ شكلِ، وحجمِ، وقياساتِ الحصانِ رقم ١ في وضعهِ الأصليّ، وبعدَ تحريكهِ، ماذا تلاحظُ؟

تعلّمتَ في الدّرسِ السّابقِ أنَّ عمليةَ قلْبِ شكلٍ ما حولَ مستقيمٍ معيّنٍ، والحصولِ على صورةٍ مرآةٍ لهذا الشّكلِ دونَ أنْ يغيّرَ مِنْ قيّاساتهِ، أو نوعهِ يسمّى انعكاسًا، ويُعتبرُ الانعكاسُ أحدَ أنواعِ التّحويلاتِ الهندسيّةِ.

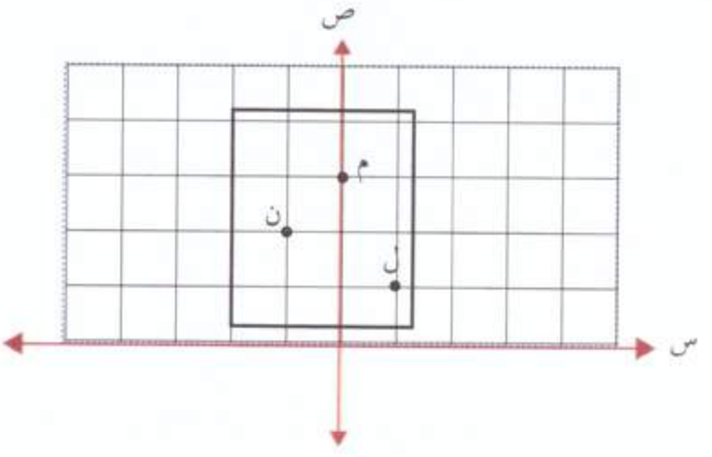
ولكنْ إذا أردتَ أنْ تنقلَ شكلًا ما من مكانٍ إلى آخرَ دونَ أنْ تغيّرَ مِنْ قيّاساتهِ أو نوعهِ، كنقلِ مقعدكَ في الصّفِّ مِنْ جهةٍ إلى أخرى، فماذا نُسمّي هذهِ العمليةَ، وهل تُعتبرُ تحويلًا هندسيًّا ، لماذا؟

الانسحابُ: هو تحويلٌ هندسيٌّ ينقلُ شكلًا ما مِنْ مكانٍ إلى آخرَ بمقدارٍ معيّنٍ يُسمّى (مقدارَ الانسحابِ)، وباتجاهٍ معيّنٍ يُسمّى (اتجاهَ الانسحابِ) دونَ أنْ يغيّرَ مِنْ قياساتِهِ، أو شكلِهِ، ويُرمزَ لهُ بالرّمزِ ح.

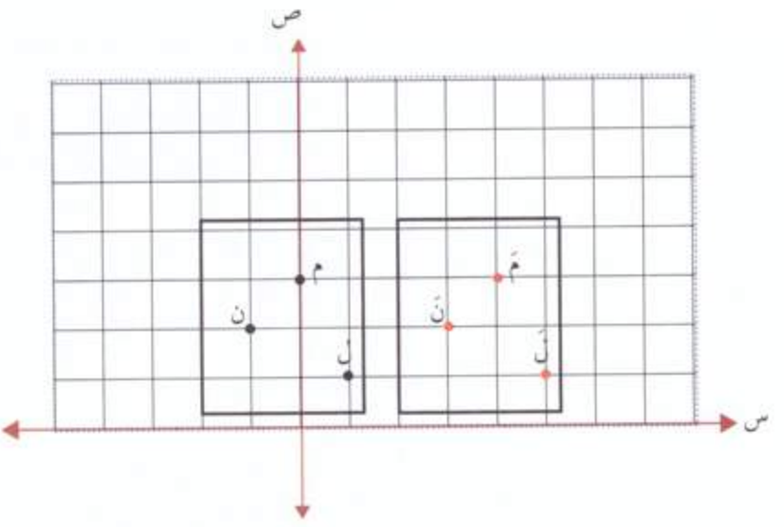
نشاط (١)

١) قُمْ برسمِ ثلاثِ نقاطٍ على ورقةِ رسمٍ شفّافةٍ كما في الشّكلِ الآتي:

٢) ضَعْ ورقةَ الرّسمِ الشّفافةِ على المستوى البيانيِّ، وعيّنْ للنّقاطِ الثّلاثِ إحداثياتٍ، ولتكنْ م (٠، ٣)، ل (١، ١)، ن (−١، ٢)،كما في الشّكلِ الآتي.



٣) اسحبِ الورقةَ الشّفافةَ فوقَ المستوى البيانيِّ ٤ وحداتٍ إلى اليمينِ، ستلاحظُ أنّهُ نتجتْ صورةٌ لكلِّ نقطةٍ مِنَ النّقاطِ الثّلاثِ م ، ل ، ن بعدَ عمليةِ الانسحابِ وهي مَ ، لَ ، نَ، كما في الشّكلِ الآتي:



٤) اكتبْ إحداثياتِ كلِّ نقطةٍ مِنَ النّقاطِ مَ ، لَ، نَ :

إحداثياتُ النّقطةِ مَ هي: (...،...)

إحداثياتُ النّقطةِ لَ هي :(...،...)

إحداثياتُ النّقطةِ نَ هي: (...،...)

لاحظْ مِنْ خلالِ النشّاطِ السّابقِ أنَّ صورةَ كلِّ مِنَ النّقاطِ:

م (٠، ٣) ، ل (١، ١) ، ن (−١، ٢) بعدَ عمليةِ الانسحابِ (٤) وحداتٍ إلى اليمينِ هي:

م (٠، ٣) ← مَ (٠+٤، ٣) = م (٤، ٣)

ل (١، ١) ← لَ (١+٤، ١) = ل (٥، ١)

ن (−١، ٢) ← نَ (−١+٤، ٢) = ن (٣، ٢)

وبذلكَ فإنَّ:

قاعدةَ الانسحابِ إلى اليمينِ ن وحدةً هي:

ح: (س،ص) ← (س+ن، ص)

ح: نوعُ التحويلِ الهندسيّ
(س،ص): النّقطةُ الأصليةُ
(س+ن، ص): صورةُ النّقطةِ

لاحظْ مِنْ خلالِ القاعدةِ السّابقةِ:

أنَّ الانسحابَ إلى اليمينِ يؤثّرُ على الإحداثيِّ السّينيِّ، وذلكَ بإضافةِ مقدارِ الانسحابِ لهُ، لماذا؟ وبناءً على ذلكَ:

- فإنَّ قاعدةَ الانسحابِ إلى اليسارِ ن وحدةً هي:

  ح: (س،ص) ← (س− ن، ص)

- فإنَّ قاعدةَ الانسحابِ إلى الأعلى ن وحدةً هي:

  ح: (س،ص) ← (س، ص + ن)

- فإنَّ قاعدةَ الانسحابِ إلى الأسفلِ ن وحدةً هي:

  ح: (س،ص) ← (س، ص − ن)

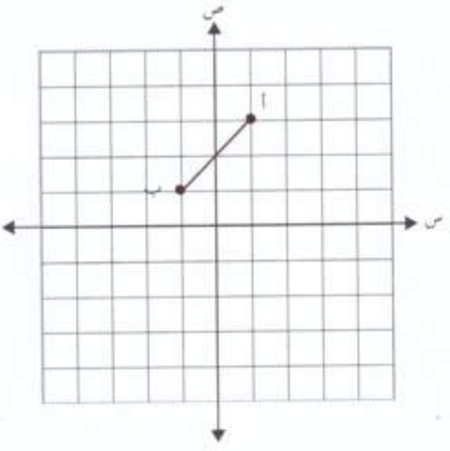
تدريبُ ١

جِدْ صُورَ النّقطةِ (−٣، ٣) تحتَ تأثيرِ كلِّ انسحابٍ مِنَ الانسحاباتِ الآتيةِ:

١) إلى اليمينِ وحدتينِ
٢) إلى اليسارِ ٣وحداتٍ
٣) إلى الأعلى ٤ وحداتٍ
٤) إلى الأسفلِ وحدةً واحدةً

مثالُ (١)

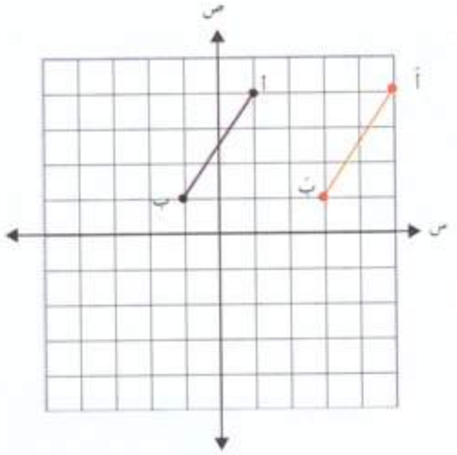
الشّكلُ المجاورُ يبيّنُ التّمثيلَ البيانيَّ للقطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ\ ب}$ على المستوى البيانيِّ، جِدْ كلًا مِنَ الآتي:



١) صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ\ ب}$ بعدَ الانسحابِ إلى اليمينِ ٤ وحداتٍ.

٢) قارنْ بينَ طولِ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ\ ب}$، وصورتها بعدَ الانسحابِ $\overline{أَ\ بَ}$.

الحلُّ



١) مِنْ خلالِ الشّكلِ المجاورِ نحدّدُ إحداثياتِ كلٍّ مِنَ النقطتينِ أ ، ب، فإحداثياتُ النقّطةِ أ هي (١، ٤)، وإحداثياتُ النّقطةِ ب هي (−١، ١).

ثُمَّ نجدُ صورةَ كلٍّ مِنَ النّقطتينِ أ ، ب بعدَ الانسحابِ إلى اليمينِ ٤ وحداتٍ.

ح: (س،ص) ← (س+٤، ص) ومنها

ح: (١، ٤) ← (١+٤، ٤) = (٥، ٤)

ح: (−١، ١) ← (−١+٤، ١) = (٣، ١)

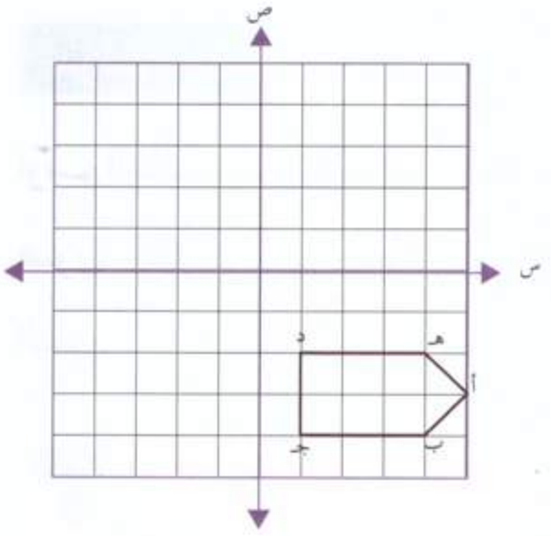
نعيّنُ إحداثياتِ النقطتينِ $أَ$ ، $بَ$، كما في الشّكلِ السّابقِ.

فتكونُ صورةُ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ\ ب}$ بعدَ الانسحابِ إلى اليمينِ ٤ وحداتٍ هي $\overline{أَ\ بَ}$.

٢) طولُ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ\ ب}$ = طولَ القطعةِ المستقيمةِ بعدَ الانسحابِ $\overline{أَ\ بَ}$.

تدريبُ ٢

الشّكلُ المجاورُ يبيّنُ التمثيلَ البيانيَّ للمضلَّعِ أ ب جـ د هـ، جِدْ كلًّا ممّا يأتي:



١) صورةَ المضلَّعِ أ ب جـ د هـ بعدَ الانسحابِ إلى الأعلى ٦ وحداتٍ.

٢) هلْ تغيرتْ قياساتُ أطوالِ أضلاعِ المضلَّعِ أ ب جـ د هـ بعدَ عمليةِ الانسحابِ؟

٣) هلْ تغيرتْ قياساتُ زوايا المضلّعِ بعدَ عمليةِ الانسحابِ؟

مثالُ (٢)

جِدْ صُورَ النّقطةِ (−٧، ٩) إذا تَمّ سحبها ٤ وحداتٍ إلى اليمينِ و٣ وحداتٍ إلى الأعلى.

الحلُّ

١) نسحبُ النّقطةَ (−٧، ٩) إلى اليمينِ ٤ وحداتٍ.

قاعدةُ الانسحابِ إلى اليمينِ ٤ وحداتٍ هي:

ح: (س،ص) ← (س+٤، ص) ومنها

ح: (−٧، ٩) ← (−٧+٤، ٩) = (−٣، ٩)

٢) نسحبُ النّقطةَ الجديدةَ (−٣، ٩)، إلى الأعلى ٣ وحداتٍ.

قاعدةُ الانسحابِ إلى الأعلى ٣ وحداتٍ هي:

ح: (س،ص) ← (س، ص+٣) ومنها

ح: (−٣،٩) ← (−٣، ٩+٣) = (−٣، ١٢)

ويُمكنُ دمجُ القاعدتينِ معًا بقاعدةٍ واحدةٍ كالآتي:

قاعدةُ الانسحابِ ٤ وحداتٍ إلى اليمينِ و٣ وحداتٍ إلى الأعلى هي:

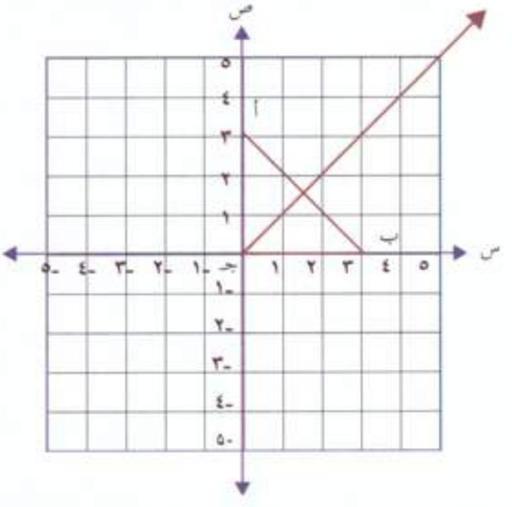
ح: (س،ص) ← (س + ٤ ، ص + ٣)

تدريبُ ٣

ارسمِ المثلّثَ الذي إحداثياتُ رؤوسهِ: أ(٢، −٢) ، ب(٠، ٥) ، جـ(−٣، ٤)، ثُمَّ جِدْ صورةَ المثلّثِ أ ب جـ بعدَ الانسحابِ وحدةً واحدةً إلى الأعلى، و٤ وحداتٍ إلى اليمينِ

فكّر وناقش

اسحبِ المثلّثَ أ ب جـ باتجاهِ الشعاعِ المرسومِ وحدتينِ



تمارينُ ومسائلُ

١) جِدْ صورةَ النّقطةِ (١، ١) تحتَ تأثيرِ كلٍّ مِنَ الانسحاباتِ الآتيةِ:

أ) الانسحابِ إلى اليمينِ ٥ وحداتٍ.

ب) الانسحابِ إلى اليسارِ ٣ وحداتٍ.

جـ) الانسحابِ إلى اليمينِ ٤ وحداتٍ.

د) الانسحابِ إلى الأسفلِ وحدتينِ.

٢) حدّدِ اتجاهَ الانسحابِ، ومقدارهُ في كلٍّ مِنَ الانسحاباتِ الآتيةِ:

أ) ح: (– ٢، ١) ← (٢، ١)

ب) ح: (٣، ٢) ← (٣، – ٢)

جـ) ح: (– ٤، – ٦) ← (–٧، –٦)

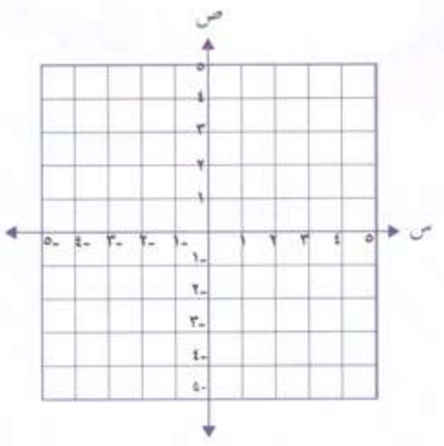
د) ح: (٦، ٣) ← (٢، ٦)

٣) إذا كانتْ $\overline{س ص}$ قطعةً مستقيمةً، حيثُ س(١، –٢) ، ص(١، ٤)، فأجب عن كلٍّ مما يأتي.

أ) جِدْ صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{س ص}$ بعدَ الانسحاب ٣ وحداتٍ إلى اليسارِ، وَ٥ وحداتٍ إلى الأعلى، وعيّنها على المستوى البيانيِّ.

ب) جِدْ صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{س ص}$ بعدَ الانسحابِ ٤ وحداتٍ إلى اليمينِ، ووحدتينِ إلى الأسفلِ، وعيّنها على المستوى البيانيِّ.

٤) متوازي أضلاعٍ رؤوسهُ أ (٤، ٣) ، ب (٣، ٠)، جـ (٠،٠) ، د (١، ٣)، بالاستعانةِ بالمستوى البيانيِّ في الشكل المجاورِ أجبْ عمّا يأتي:



أ) عيّنِ النقاطَ: أ، ب، جـ، د

ب) جِدْ صورةَ متوازي الأضلاعِ أ ب جـ د بَعْد الانسحاب ٣ وحداتٍ لليمينِ وَ٤ وحداتٍ للأسفلِ.

٥) مثلّثٌ رؤوسهُ: (−١، ١) ، (١، ٣) ، (٤، −٢)، أصبحتْ رؤوسُ المثلّثِ بعدَ التّحويلِ الهندسيِّ: (٣، ٣) ، (٥، ٥) ، (٨، ٠) على الترتيبِ، صِفْ نوعَ التحويلاتِ الهندسية التي حصلت للمثلّثِ.

الدّرسُ الرّابعُ

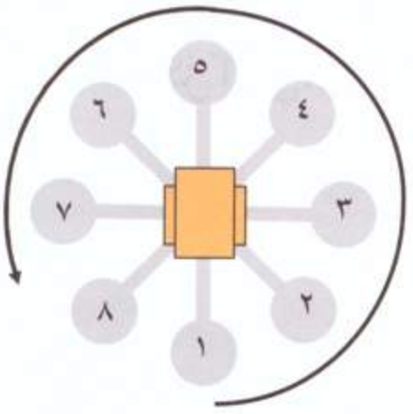
الدّورانُ

النتاجات

- تتعرفُ مفهومَ الدَورانِ، وخواصَّهُ كتِّحويلٍ هندسيٍّ.
- تُعيّنُ صورةَ نقطةٍ، وقطعةٍ مستقيمةٍ، وشكلٍ هندسيٍّ تحتَ تاثيرِ دورانٍ معيّنٍ في المستوى الإحداثيِّ.

زار حمزةُ وعائلتهُ مدينةَ الملاهي، فرأى ثمانيَ عرباتٍ مرقّمةٍ تدورُ حولَ دولابٍ

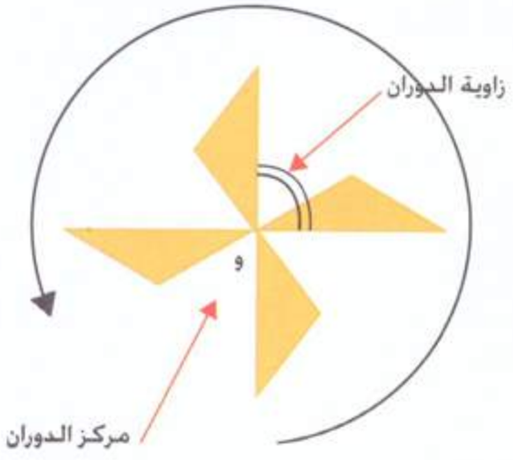
كما في الشّكلِ المجاورِ، فصعدَ إلى العربةِ رقمَ ١، ما موقعُ عربةِ حمزةَ إذا دارَ الدّولابُ باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ:



١) ربعَ دورةٍ ٢) نصفَ دورةٍ

٣) ثلاثةَ أرباعِ الدّورةِ ٤) دورةً كاملةً

تعرّفتَ سابقًا على بعضِ التّحويلاتِ الهندسيّةِ مثلِ: الانعكاسِ والانسحابِ، ماذا لو أردنا أنْ ندوّرَ شكلًا ما حولَ نقطةٍ معيّنةٍ، و باتجاهٍ معيّنٍ، وزاويةٍ معيّنةٍ، دونَ أنْ نغيّرَ مِنْ قياساتهِ،كما في الشّكلِ، فماذا نُسمّي هذه العمليةَ؟ وهلْ تُعتبرُ تحويلًا هندسيًّا ، لماذا؟

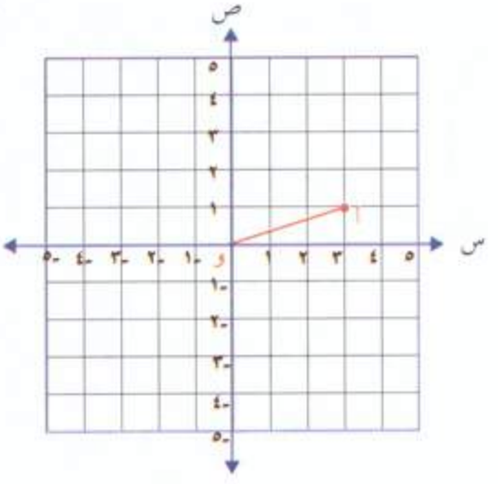


الدَورانُ: هو تحويلٌ هندسيٌّ يدوِّرُ شكلاً ما حولَ نقطةٍ ثابتةٍ تُسمّى (مركزَ الدورانِ)، وباتجاهٍ معيّنٍ يُسمّى (اتجاهَ الدّورانِ)، وبزاويةٍ معيّنةٍ تُسمّى (زاويةَ الدّورانِ) دونَ أنْ يغيّرَ ذلكَ مِنْ قياساتِ الشّكلِ، ويرُمزُ له بالرّمزِ د$_{و}$.

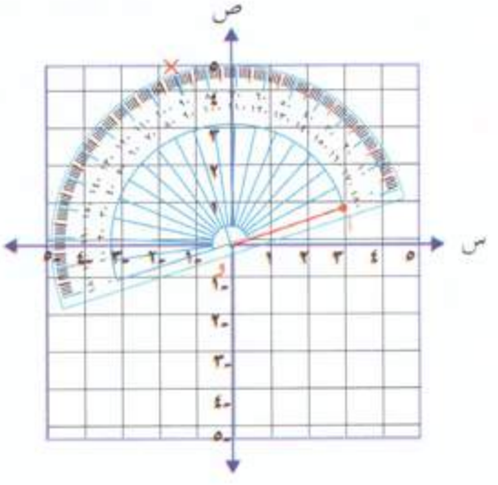
نشاطُ (١)

النّقطةُ أ إحداثياتها: (٣، ١)، بالاستعانةِ بالمستوى البيانيِّ، نفّذْ كلًّا مِمّا يأتي:

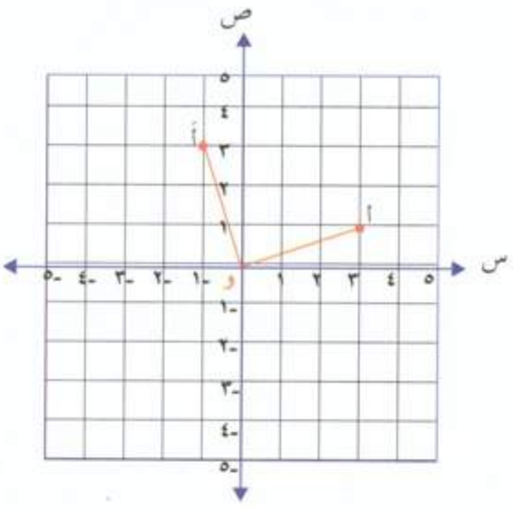
١) عيّنِ النقطةَ أ على المستوى البيانيِّ، وصِلْ بينها وبينَ نقطةِ الأصلِ، كما في الشّكلِ الآتي:



٢) قُمْ بوضعِ المنقلةِ على نهايةِ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أو}$ مِنْ جهةِ و، ثُمَّ حدّدْ قياسَ الزّاويةِ ٩٠° على المنقلةِ، وضَعْ إشارةَ (×)؛ كما في الشّكلِ الآتي:



٣) صِلْ باستخدامِ المسطرةِ بينَ النّقطةِ و، وإشارةِ (×) بنفسِ طولِ $\overline{أو}$، لتنتجَ القطعةُ $\overline{أَو}$، كما في الشّكلِ الآتي:



٤) اكتبْ إحداثياتِ النّقطةِ أَ.

لاحظْ مِنْ خلالِ النّشاطِ السّابقِ أنَّ صورةَ النّقطةِ أَ (٣، ١) بعدَ الدوّرانِ ٩٠°، باتجاهِ عكسِ عقاربِ الساعةِ هي أَ (−١، ٣).

وبذلكَ فإنَّ:

قاعدةَ دورانِ النّقطةِ (س،ص) ٩٠° ، باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ هي:

د$_{و}$(٩٠°): (س،ص) ← (− ص، س)

نوعُ التّحويلِ الهندسيّ — زاويةُ الدّورانِ — النّقطةُ الأصليةُ — صورةُ النّقطةِ

مركزُ الدّورانِ

وبتنفيذِ النّشاطِ السّابقِ على كلٍّ مِنَ الزوايا: ١٨٠° ، ٢٧٠° ، ٣٦٠°

- قاعدةُ دورانِ النّقطةِ (س، ص) ١٨٠° باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ هي:

د$_{و}$(١٨٠°): (س،ص) ← (.....،.....)

- قاعدةُ دورانِ النّقطةِ (س، ص) ٢٧٠° ، باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ هي:

  د$_{و}$(٢٧٠°): (س،ص) ← (.....،.....)

- قاعدةُ دورانِ النّقطةِ (س، ص) ٣٦٠° ، باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ هي:

  د$_{و}$(٣٦٠°): (س،ص) ← (.....،.....)

مثالُ (١)

جِدْ صُورَ النّقطةِ (١، ٣) تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها:

١) ٩٠° ٢) ١٨٠° ٣) ٢٧٠° ٤) ٣٦٠°

الحلُّ

١) د$_{و}$(٩٠°) (١، ٣) ← (−٣، ١)

٢) د$_{و}$(١٨٠°) (١، ٣) ← (−١، −٣)

٣) د$_{و}$(٢٧٠°) (١، ٣) ← (٣، −١)

٤) د$_{و}$(٣٦٠°) (١، ٣) ← (١، ٣)

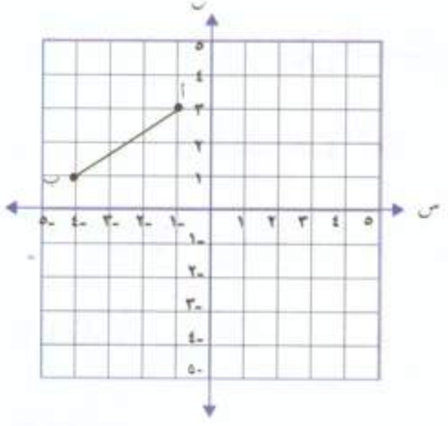
تدريبُ ١

جِدْ صُورَ النقطةِ (−٢، ٥) تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها:

١) ٩٠° ٢) ١٨٠° ٣) ٢٧٠° ٤) ٣٦٠°

مثالُ (٢)

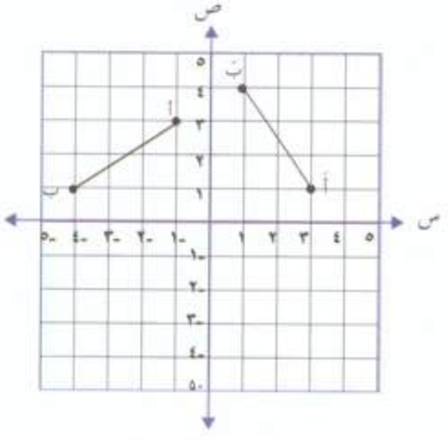
الشّكلُ المجاورُ يبيّنُ التّمثيلَ البيانيَّ للقطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ ب}$، جِدْ كلًّا ممّا يأتي:



١) صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ ب}$ تحتَ تأثيرِ دورانٍ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها ٢٧٠°

٢) قارنْ بينَ طولِ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أ ب}$، وصورتها بعدَ الدورانِ $\overline{أَ بَ}$.

الحلُّ



١) مِنْ خلالِ الشّكلِ المجاورِ، نحدّدُ إحداثياتِ كلٍّ مِنَ النقطتينِ أ ، ب، فإحداثياتُ النّقطةِ أ هي (−١، ٣)، وإحداثياتُ النّقطةِ ب هي (−٤، ١)،

٢) ثُمَّ نجدُ صورةَ كلٍّ مِنَ النّقطتينِ أ ، ب تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ، بزاويةٍ قياسها ٢٧٠°

د$_{و}$(٢٧٠°) (−١، ٣) ← (٣، ١)

د$_{و}$(٢٧٠°) (−٤، ١) ← (١، ٤)

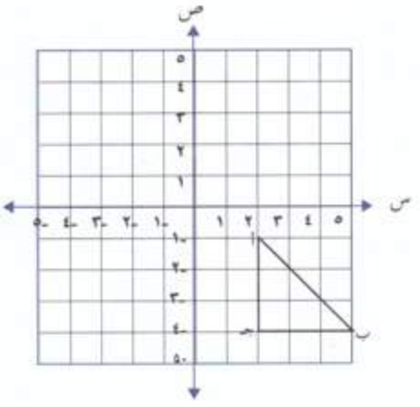
نُعيّنُ إحداثياتِ النّقطتينِ أَ ، بَ كما في الشّكلِ السّابقِ، فتكونُ صورةُ القطعةِ المستقيمةِ أ ب بعدَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها ٢٧٠° هي $\overline{أَ بَ}$.

٢) طولُ القطعةِ المستقيمةِ أ ب = طولَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{أَ بَ}$.

مثالٌ (٣)

الشّكلُ المجاورُ يبيّنُ التمثيلَ البيانيَّ للمثلّثِ أ ب جـ جِدْ كلًا ممّا يأتي:

١) صورةَ Δ أ ب جـ، تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ)، باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها ١٨٠°.



٢) قارنْ بينَ أطوالِ أضلاعِ المثلّثِ قبلَ الدّورانِ وبعدهُ.

٣) قارنْ بينَ قياساتِ زوايا المثلّثِ قبلَ الدّورانِ وبعدهُ.

الحلُّ

١) لإيجاد صورةِ Δ أ ب جـ تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصل)، باتجاهِ عكسِ عقاربِ الساعةِ بزاويةٍ قياسها ١٨٠°

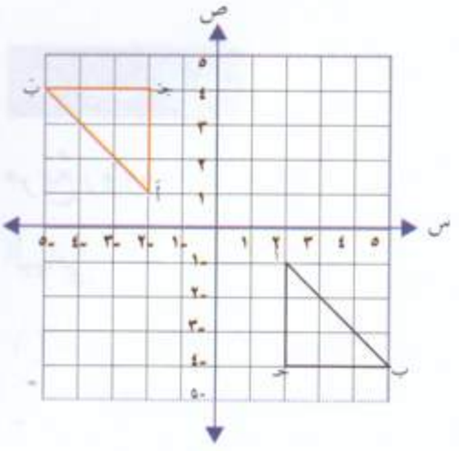
أ) اتبعِ الخطواتِ الآتيةَ: حَدّدْ إحداثياتِ كلٍّ مِنَ النّقاطِ أ ، ب ، جـ، فإحداثياتُ النّقطةِ أ هي (٢، − ١)، وإحداثياتُ النّقطةِ ب هي (٥، − ٤)، وإحداثياتُ النّقطةِ جـ هي (٢، − ٤)

ب) جِدُ صورةَ كلٍّ مِنَ النّقاطِ أ ، ب ، جـ تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ الساعةِ، بزاويةٍ قياسها ١٨٠°

د$_{و}$(١٨٠°) (٢، −١) ← (−٢، ١)

د$_{و}$(١٨٠°) (٥، −٤) ← (−٥، ٤)

د$_{و}$(١٨٠°) (٢، −٤) ← (−٢، ٤)



جـ) عيّنْ إحداثياتِ النّقاطِ: أَ ، بَ ، جَ كما في الشّكلِ المجاورِ، فتكونُ صورةُ Δ أ ب جـ بعدَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ، بزاويةٍ قياسها ١٨٠° هي Δ أَبَ جَـ.

٢) باستخدامِ المسطرةِ، قُمْ بإيجادِ أطوالِ أضلاعِ Δ أ ب جـ، وأطوالِ أضلاعِ، Δ أَبَ جَـ، ماذا تلاحظُ؟

٣) باستخدامِ المنقلةِ، قُمْ بإيجادِ قياساتِ زوايا Δ أ ب جـ ، وقياساتِ زوايا Δ أَبَ جَـ، ماذا تلاحظُ؟

تدريبُ ٢

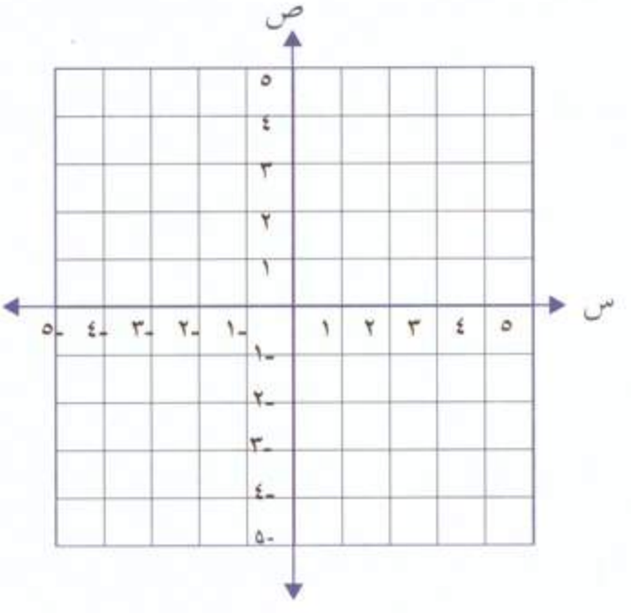
إذا كانتْ $\overline{\text{ل م}}$ قطعةً مستقيمةً، حيثُ ل (١، ٠) ، م (٠، ٤)، جِدْ صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{\text{ل م}}$ تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ، بزاويةٍ قياسها ١٨٠°.

تدريبُ ٣

مربّعٌ رؤوسهُ: أ(٢، ٢)، ب(٢، −٢)، جـ(−٢، −٢)، د(−٢، ٢) بالاستعانةِ بالمستوى البيانيِّ الآتي، أجبْ عمّا يأتي:

١) عيّنِ النقاطَ أ ب جـ د على المستوى البيانيِّ.

٢) جِدْ صورةَ المربّعِ أ ب جـ د تحتَ تأثيرِ دورانٍ مركزهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها ٢٧٠°



تمارينُ ومسائلُ

١) جِدْ صُورَ النّقطةِ (−٢، ٥) تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها:

أ) ٩٠° ب) ١٨٠° جـ) ٢٧٠° د) ٣٦٠°

٢) حدّدْ زاويةَ الدورانِ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) أ(−٢،١) ← أَ (١، −٢)

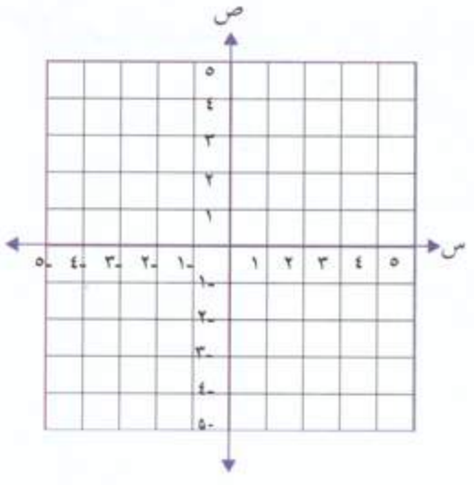
ب) ب(٢،٣) ← بَ (−٢،− ٣)

جـ) جـ(− ٤،− ٦) ← جَ (٦، −٤)

د) د(٠، ١) ← دَ (١، ٠)

٣) إذا كانتْ ($\overline{م\ ن}$) قطعةً مستقيمةً، حيثُ م (٤، −٤) ، ن (−٤، ٤)، جدْ صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{م\ ن}$ تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ الساعةِ، بزاويةٍ قياسها ٢٧٠°.

٤) مربّعٌ رؤوسهُ: أ (٣، ٣) ، ب (٣، −٣) ، جـ (−٣،−٣) ، د (−٣، ٣)، بالاستعانةِ بالمستوى البيانيِّ:



أ) عيّنِ النّقاطَ أ ب جـ د على المستوى البيانيِّ.

ب) جِدْ صورةَ المربّعِ أ ب جـ د تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ، الساعةِ بزاويةٍ قياسها ١٨٠°.

مراجعةٌ

١) املأِ الفراغَ للحصولِ على عبارةٍ صحيحةٍ في كلِّ فقرةٍ من الفقراتِ الآتيةِ :

أ) إذا كانَ التحّويلُ الهندسيُّ ت ينقلُ النّقطةَ أ إلى أَ، و ينقلُ النّقطةَ ب إلى بَ فإنَّ:

طولَ $\overline{\text{أ ب}}$ ..... طول أَبَ

ب) صورةُ النّقطةِ (٣، −٢) في الانعكاسِ في محْورِ السّيناتِ هي النقطةُ (...،...)

جـ) صورةُ النّقطةِ (−١، ٧) في الانعكاسِ في محْورِ الصّاداتِ هي النّقطةُ (...،...)

د) في التّحويلِ الهندسيِّ ح: (س،ص) ← (س+١، ص−٥) صورةُ النّقطةِ (−١، ٧) هي (...،...) وَ صورةُ النّقطةِ (٢، −٦) هي (...،...)

هـ) صورةُ النّقطةِ (٨، −٤) تحتَ تأثيرِ دورانِ مركزِهِ (نقطةِ الأصلِ) باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها ٢٧٠°هي (...،...)

٢) إذا كانتْ $\overline{\text{س ص}}$ قطعةً مستقيمةً، حيثُ س (−٥، −٢) ، ص (٢، −١) جِدْ صورةَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{\text{س ص}}$ تحتَ تأثيرِ الانسحابِ ٣ وحداتٍ إلى اليسارِ، و٥ وحداتٍ إلى الأعلى، وعيّنها على المستوى البيانيِّ.

٣) أ ب جـ مثلثٌ متطابقُ الأضلاعِ، (و) مركزُ هذا المثلّثِ، عيّنْ صُورَ النُّقطِ:

أ، ب، جـ في كلٍّ مِنَ الدوراناتِ الآتيةِ:

(عِلمًا أنَّ الدورانَ باتجاهِ عكسِ عقاربِ الساعةِ)

أ) د$_{و}$(٩٠°) أ) د$_{و}$(١٨٠°) أ) د$_{و}$(٢٧٠°) أ) د$_{و}$(٣٦٠°)

اختبارٌ ذاتيٌّ

١) هذا السؤالُ يتكوّنُ من ٤ فقراتٍ مِنْ نوعِ الاختيار مِنْ متعدّدٍ، كلُّ فقرةٍ لها أربعةُ بدائلَ، واحدٌ منها فقطْ صحيحٌ، ضعْ دائرةً حولَ رمزِ البديلِ الصّحيحِ في ما يأتي:

(١) التّحويلُ الهندسيَّ الذي يحافظُ على قياسِ الأطوالِ:

أ) الانعكاسُ ب) الانسحابُ جـ) الدورانُ د) جميعُ ما ذُكِرَ

(٢) ع$_{س}$ (−٢، −٥) هي:

أ) (−٢، −٥) ب) (٢، −٥) جـ) (−٢، ٥) د) (٢، ٥)

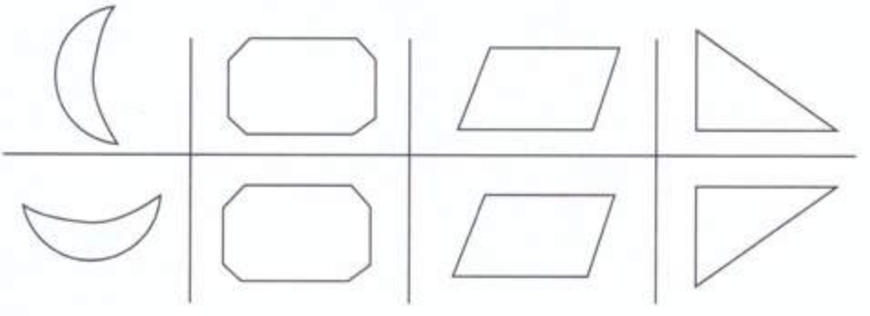
(٣) ع$_{ص}$ (٤، −٤) هي:

أ) (٤، ٤) ب) (−٤، ٤) جـ) (٤، −٤) د) (−٤، −٤)

(٤) د$_{و(٩٠°)}$ (٧، −٣) هي:

أ) (٣، ٧) ب) (٧، ٣) جـ) (−٣، ٧) د) (−٧، ٣)

٢) عيّنِ التحويلَ (التحويلاتِ) التي تنقلُ كلَّ شكلٍ مِنَ الأشكالِ الآتيةِ إلى صورتها المبيّنةِ بالرّسمِ:



٣) ارسمِ الشّكلَ الهندسيَّ أ ب جـ د في المستوى الإحداثيِّ حيثُ أ (١، ٠)
ب (١، ٥)، جـ (−١، ١)، د (−١، ٥)، ثُمَّ جِدْ صورتهُ، وارسمها في المستوى الإحداثيِّ بالتحويلاتِ الهندسيّةِ الآتيةِ:

أ) الانعكاسِ في محورِ السّيناتِ.
ب) الانعكاسِ في محورِ الصّاداتِ.
جـ) انسحابٍ إلى اليمينِ ٤ وحداتٍ.
د) انسحابٍ إلى اليسارِ وحدتينِ.
هـ) دورانٍ حولَ نقطةِ الأصلِ باتجاهِ عكسِ عقاربِ السّاعةِ بزاويةٍ قياسها ٢٧٠°