

المبتدعون في الرياضيات

الفرع :

الرياضيات

للسنة الدراسية : ٢٠١٨ / ٢٠١٩

الصفحة

الكتاب

الفصل الأول

الوحدة الثانية : التفاضل

إعداد المؤلف : خالد المقصدي

٧ ٨ ٥ ٧ ٥ ٤ ٩ ٤ ٧ :



الفصل الأول : المشتقة

أولاً : مُعَدِّل التَغْيِير

مقدار التغير في (س) Δ س = س_٢ - س_١

مقدار التغير في (ص) Δ ص = ص_٢ - ص_١

مقدار التغير في الاقتران Δ ص = ص_٢ - ص_١

Δ ص = ص_٢ - ص_١ = ق (س_٢) - ق (س_١)

مقدار التغير في (ص) هو نفس مقدار التغير في الاقتران

مقدار التغير لحرف واحد

$$\text{مُعدِّل التَغْيِير} = \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}}$$

$$\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}}$$

$$\frac{\text{ق (س}_2\text{)} - \text{ق (س}_1\text{)}}{\text{س}_2 - \text{س}_1} = \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}}$$

$$\text{س}_2 = \text{س}_1 + \Delta \text{ س}$$

(١) إذا علمت أنّ ق (س) = ٤ - ٧ س ، و تغيّرت (س)

من س_١ = ٣ إلى س_٢ = ٥ ، جد قيمة Δ س

الحل : Δ س = س_٢ - س_١ = ٥ - ٣ = ٢

(٢) إذا علمت أنّ هـ (س) = ٣ س^٢ + ٦ ، و تغيّرت (س)

من س_١ = ٠ إلى س_٢ = ٤ ، جد مقدار التغيّر في (س)

الحل : Δ س = س_٢ - س_١ = ٤ - ٠ = ٤

(٣) إذا علمت أنّ م (س) = ٨ س^٣ - ٦ ، و تغيّرت (س)

من ٧ إلى ٢ ، جد مقدار التغيّر في (س)

الحل : Δ س = س_٢ - س_١ = ٢ - ٧ = -٥

(٤) إذا علمت أنّ ق (س) = ٥ س + ٩ ، و تغيّرت (س)

من س_١ = ١ إلى س_٢ = ٨ ، جد قيمة Δ ص

الحل : Δ ص = ق (٨) - ق (١)

$$= ٥ \times ٨ + ٩ - (٥ \times ١ + ٩)$$

$$= ٤٠ + ٩ - (٥ + ٩) = ٤٩ - ١٤ = ٣٥$$

(٥) إذا علمت أنّ ق (س) = ٣ س^٢ ، و تغيّرت (س)

من ٢ إلى ٤ ، جد مقدار التغيّر في (ص)

الحل : Δ ص = ق (٤) - ق (٢)

$$= ٣ \times ٤^٢ - (٣ \times ٢^٢) = ٤٨ - ١٢ = ٣٦$$

(٦) إذا علمت أنّ ق (س) = ٤ س - ٣ ، و تغيّرت (س) من ٢ - إلى ٦ ، جد مقدار التغيّر في الاقتران (ق)

الحل : Δ ص = ق (٦) - ق (٢)

$$= ٤ \times ٦ - ٣ - (٤ \times ٢ - ٣)$$

$$= ٢٤ - ٣ - (٨ - ٣) = ٢١ - ٥ = ١٦$$

(٧) إذا علمت أنّ ق (س) = ١ + ٥ س^٢

حيث س_١ = ١ ، Δ س = ٣ ، جد قيمة Δ ص

الحل : س_٢ = ١ + ٣ = ٤

Δ ص = ق (٤) - ق (١)

$$= ١ + ٥ \times ٤^2 - (١ + ٥ \times ١^2)$$

$$= ١ + ٥ \times ١٦ - (١ + ٥ \times ١)$$

$$= ٨١ - ٦ = ٧٥$$

(٨) إذا علمت أنّ ق (س) = ٧ س - ٢ ، و تغيّرت (س) من س_١ = ٣ إلى س_٢ = ٥ ، جد مُعدّل التغيّر للاقتران (ق)

الحل : Δ ص = $\frac{\text{ق (٥) - ق (٣)}}{\Delta \text{ س}}$

$$= \frac{٥ - ٣}{\Delta \text{ س}}$$

$$= \frac{٧ \times ٥ - ٢ - (٧ \times ٣ - ٢)}{٢}$$

$$= \frac{٣٥ - ٢ - (٢١ - ٢)}{٢} = \frac{١٤}{٢} = ٧$$

٣

$$٧ = \frac{١٤}{٢} = \frac{١٩ - ٣٣}{٢} = \frac{(٢ - ٢١) - ٢ - ٣٥}{٢}$$

٩) إذا علمت أن ق (س) = ٣س^٢ + ٢ ، و تغيّرت (س) من ٢ إلى ٣ ، جد مُعدّل التغيّر للاقتزان (ق)

$$\begin{aligned} \text{الحل : } \frac{\Delta \text{ ق}}{\Delta \text{ س}} &= \frac{\text{ق (٣)} - \text{ق (٢)}}{٣ - ٢} \\ &= \frac{٣ \times ٣^٢ + ٢ - (٣ \times ٢^٢ + ٢)}{١} \\ &= \frac{٢٩ - ١٤}{١} = ١٥ \end{aligned}$$

١٠) إذا علمت أن ق (س) = √س ، و تغيّرت (س) من ١٦ إلى ٢٥ ، جد مُعدّل التغيّر للاقتزان (ق)

$$\begin{aligned} \text{الحل : } \frac{\Delta \text{ ق}}{\Delta \text{ س}} &= \frac{\text{ق (٢٥)} - \text{ق (١٦)}}{٢٥ - ١٦} \\ &= \frac{\sqrt{٢٥} - \sqrt{١٦}}{٩} = \frac{٥ - ٤}{٩} = \frac{١}{٩} \end{aligned}$$

(١١) إذا علمت أنّ ق (س) = ٣ - ٢س ، حيث

س١ = ٠ ، Δس = ٥ ، جد مُعدّل التغيّر للاقتران (ق)

الحل : س٢ = ٥ + ٠ = ٥

$$\frac{\Delta \text{ ق}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{ق} (٥) - \text{ق} (٠)}{٥ - ٠}$$

$$= \frac{٣ - (٠ \times ٢ - ٣) - ٥ \times ٢}{٥}$$

$$= \frac{٣ - ١٠ - ٣}{٥}$$

$$= \frac{٣ - ٧}{٥} = \frac{١٠ - ٢}{٥} = ٢ -$$

(١٢) إذا علمت أنّ

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \text{س}^٢ + ١ ، \text{س} \leq ٣ \\ \text{ق (س)} = \text{س} - ١ ، \text{س} > ٣ \end{array} \right\}$$

جد مُعدّل التغيّر للاقتران (ق) عندما تتغيّر (س) من ٢ إلى ٤

$$\text{الحل : } \frac{\Delta \text{ ق}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{ق} (٤) - \text{ق} (٢)}{٤ - ٢}$$

$$= \frac{٤ + ١ - (٤ \times ٢ - ١)}{٢}$$

$$= \frac{١٧ - ٧}{٢} = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

(١٣) إذا علمت أنّ

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^3 - ٥ , ١ \geq \text{س} \geq ٣ \\ \text{س}^٦ + ٤ , ٣ > \text{س} \geq ٧ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

جد مُعدّل التغيّر للاقتران (ق) عندما تتغيّر (س) من ٣ إلى ٥

الحل : $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق (٥)} - \text{ق (٣)}}{٥ - ٣}$

$$= \frac{٥ \times ٦ + ٤ - (٣ - ٥)}{٥ - ٣}$$

$$= \frac{٤}{٢} = \frac{٣٤ - ٢٢}{٢} = ٦$$

في مُعدّل
التغيّر نعوض
نقطة التشعيب
عند المساواة

(١٤) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ق (س)} = \left. \begin{array}{l} \text{س}^٢ - ٣ , ١ \geq \text{س} > ٤ \\ \text{س}^٦ + ٢ , ٤ \geq \text{س} \geq ٨ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

جد مُعدّل التغيّر للاقتران (ق) إذا كانت س = ٣ ، $\Delta \text{س} = ٢$

الحل : $\text{س} = ٢ + ٣ = ٥$

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق (٥)} - \text{ق (٣)}}{٥ - ٣}$$

$$= \frac{٥ \times ٦ + ٢ - (٣ - ٣)}{٥ - ٣}$$

$$= \frac{٣٢ - ٦}{٢} = \frac{٢٦}{٢} = ١٣$$



التفسير الهندسي لمعدل التغير

التفسير الهندسي لمعدل التغير : هو ميل القاطع

رمز الميل (م)

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

١٥) إذا كان ق (س) = ٣ - س^٢ ، فجد ميل القاطع المار

بالنقطتين (١ ، ٢) ، (٣ ، - ٦)

الحل :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{-6 - 2}{3 - 1} = \frac{-8}{2} = -4$$

(١٦) إذا كان ق (س) = س^٣ - ٧ ، فجد ميل القاطع المار

بالنقطتين (٠ ، ق (٠) ، (١ ، ق (١))

الحل :

$$\begin{aligned} \text{م} &= \frac{\text{ق (١)} - \text{ق (٠)}}{١ - ٠} \\ &= \frac{١ - ٧}{١ - ٠} \\ &= \frac{١ - ٧}{١} = \frac{٦ - ٧}{١} = \frac{-١}{١} = -١ \end{aligned}$$

(١٧) إذا كان ق (س) = ٨ س ، فجد ميل القاطع المار

بالنقطتين (٢ ، ق (٢) ، (٤ ، ق (٤))

الحل :

$$\begin{aligned} \text{م} &= \frac{\text{ق (٤)} - \text{ق (٢)}}{٤ - ٢} \\ &= \frac{٨ \times ٤ - ٨ \times ٢}{٤ - ٢} \\ &= \frac{٣٢ - ١٦}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨ \end{aligned}$$

٨

التفسير الفيزيائي لمعدل التغير

التفسير الفيزيائي لمعدل التغير : هو السرعة المتوسطة

رمز السرعة المتوسطة (\bar{v})

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

١٨) يتحرك جسيم على خط مُستقيم حسب الاقتران $x = 3 + t^2$

(t) الزمن بالثواني ، x (m) المسافة بالأمتار

احسب السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [١ ، ٢]

الحل :

$$\bar{v} = \frac{x(2) - x(1)}{2 - 1}$$

$$= \frac{3 + 2^2 - (3 + 1^2)}{2 - 1}$$

$$= \frac{4 - 1}{1} = 3 \text{ م / ث}$$

١٩) إذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم في أثناء سقوطه إلى الأسفل تُعطى بالعلاقة $f (n) = 30n - 5n^2$ ، حيث f المسافة بالأمتار (n) الزمن بالثواني ، فاحسب السرعة المتوسطة للجسيم

في الفترة الزمنية $[1 ، 3]$

الحل :

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \bar{v}$$

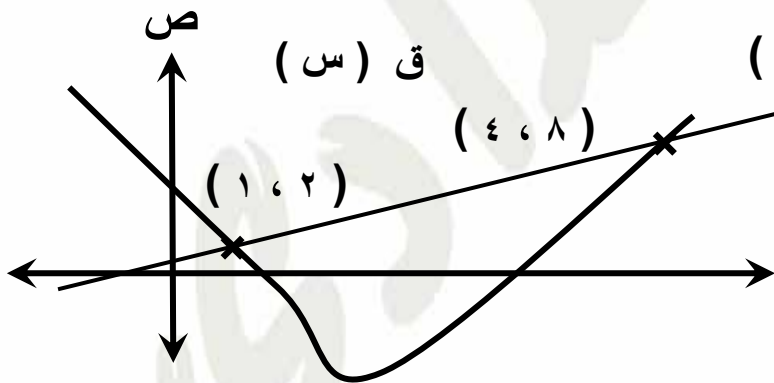
$$= \frac{3 \times 30 - 3 \times 5 - (1 \times 30 - 1 \times 5)}{2}$$

$$= \frac{90 - 45 - (30 - 5)}{2}$$

$$= \frac{45 - 25}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ م / ث}$$

٢٠) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يُمثل منحنى الاقتران $q (s)$

جد ميل القاطع لمنحنى $q (s)$



الحل :

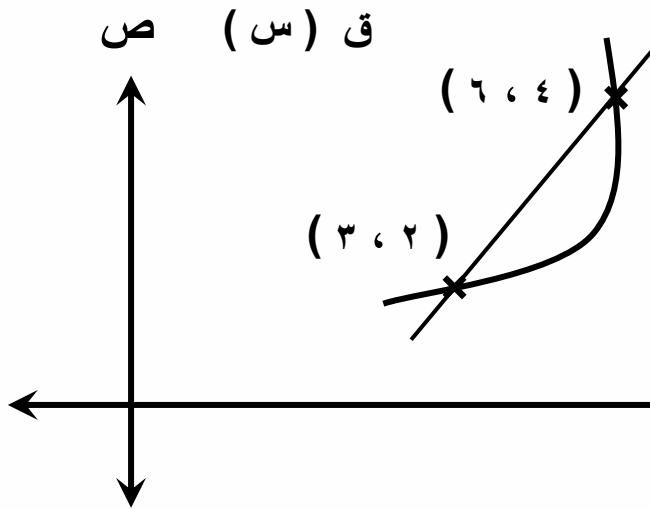
$$m = \frac{q_2 - q_1}{s_2 - s_1}$$

$$= \frac{8 - 2}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$

(٢١) اعتمد على الشكل المجاور في إيجاد مُعدّل التغيّر للاقتزان ق

في الفترة [٢ ، ٤]

الحل :

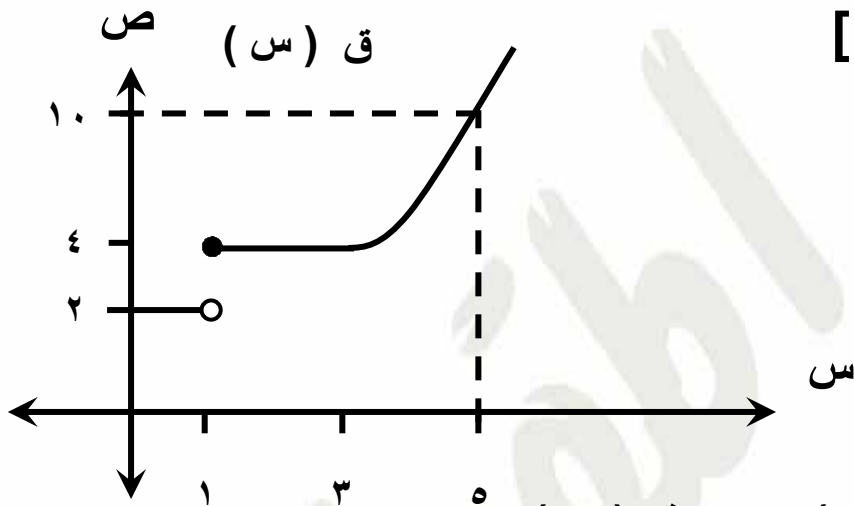


$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{4 - 2}{6 - 3} = \frac{2}{3}$$

(٢٢) اعتمد على الشكل المجاور في إيجاد مُعدّل التغيّر للاقتزان ق

في الفترة [٣ ، ٥]

الحل :



$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{4 - 10}{3 - 5} = \frac{-6}{-2} = 3$$

مجاهل مُعدّل التغيّر و المبل

أولاً : مجهول مُعدّل التغيّر

الشكل الأول :

(٢٣) إذا علمت أنّ مقدار التغيّر في قيمة الاقتران ق (س) يساوي (١٣)
عندما تتغيّر (س) من ٢ إلى ٤ ، و كان ق (٢) = ٣
جد قيمة ق (٤)

الحل : مقدار التغيّر في قيمة الاقتران ق (س) = Δ ص

$$\text{إذاً } \Delta \text{ ص} = ١٣$$

$$\Delta \text{ ص} = \text{ق (٤)} - \text{ق (٢)}$$

$$١٣ = \text{ق (٤)} - ٣$$

$$\begin{array}{r} ٣ + \\ \hline \end{array}$$

$$\text{ق (٤)} = ١٦$$

(٢٤) إذا علمت أنّ مقدار التغيّر في قيمة الاقتران ق (س) يساوي (٢٧)

عندما تتغيّر (س) من ١ إلى ٥ ، و كان ق (٥) = ٩

جد قيمة ق (١)

الحل :

$$\Delta \text{ ص} = \text{ق (٥)} - \text{ق (١)}$$

$$٢٧ = ٩ - \text{ق (١)}$$

$$٩ - ٩ =$$

$$\frac{\text{ق (١)} -}{-} = \frac{١٨}{-}$$

$$\text{ق (١)} = ١٨ -$$

(٢٥) إذا علمت أنّ مُعدّل التغيّر للاقتران ق (س) يساوي (١٥)

عندما تتغيّر (س) من ٣ إلى ٧ ، و كان ق (٣) = ٦

جد قيمة ق (٧)

الحل :

$$\frac{\text{ق (٧)} - \text{ق (٣)}}{\text{٧} - ٣} = \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}}$$

$$\frac{٦ - \text{ق (٧)}}{٤} = \frac{١٥}{١}$$

$$٦ - \text{ق (٧)} = ٦٠$$

$$٦ + ٦٠ =$$

$$\text{ق (٧)} = ٦٦$$

(٢٦) إذا علمت أنّ مُعدّل التغيّر للاقتران ق (س) يساوي (١١)

عندما تتغيّر (س) من ٢ - إلى ٦ ، و كان ق (٦) = ٨

جد قيمة ق (٢ -)

$$\frac{\text{ق (٦)} - \text{ق (٢ -)}}{٦ - ٢} = \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}}$$

$$\frac{٨ - \text{ق (٢ -)}}{٦ - ٢} = \frac{١١}{١}$$

$$٨٨ = \text{ق (٢ -)} - ٨$$

$$\text{ق (٢ -)} = ٨٨ + ٨$$

$$\text{ق (٢ -)} = ٩٦$$

$$\text{ق (٢ -)} = ٩٦$$

الشكل الثاني

(٢٧) إذا كان ق (س) = $\frac{أ}{س + ٢}$ ، و كان مُعدّل تغيّر

الاقتران (ق) يساوي (١ -) عندما تتغيّر (س) من صفر إلى ٣
فجد قيمة الثابت (أ)

الحل :

$$\frac{\Delta ق (٣) - ق (٠)}{\Delta س} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\frac{\frac{أ}{٢ + ٠} - \frac{أ}{٢ + ٣}}{\Delta س} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\frac{\frac{أ}{٢} - \frac{أ}{٥}}{\Delta س} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\frac{\frac{أ}{٥} - \frac{أ}{٢}}{٣ \times ٢ \times ٥} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\frac{\frac{أ}{٣} - \frac{أ}{١}}{٣ \times ٢ \times ٥} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\frac{\frac{أ}{٣} - \frac{أ}{٣}}{٣ - ٣} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$١٠ = أ$$

(٢٨) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} ٣ \geq س \geq ١ , \quad س^٢ \\ ٥ \geq س > ٣ , \quad أس \end{array} \right\} = (س) ق$$

و كان مُعدّل التغيّر الاقتران (ق) عندما تتغيّر (س) من ٢ إلى ٥
يساوي (٤) ، فجد قيمة الثابت (أ)

الحل :

$$\frac{ق (٥) - ق (٢)}{٥ - ٢} = \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

$$\frac{أ \times ٥ - ٢}{٣} = ٤$$

$$\frac{٥أ - ٢}{٣} = \frac{٤}{١}$$

$$٥أ - ٢ = ١٢$$

$$٥أ + ٢ = ١٢ + ٢$$

$$\frac{٥أ}{٥} = \frac{١٠}{٥}$$

$$\frac{١٦}{٥} = أ$$

ثانياً : مجهول الميل

س_١ ص_١

(٢٩) إذا كان مُنحنى الاقتران (ق) يمر بالنقطتين أ (٣ ، ٧) ،
↔

س_٢ ص_٢

ب (١ - ، ل) ، و كان ميل القاطع أ ب يساوي (٣ -)
فجد قيمة الثابت (ل)

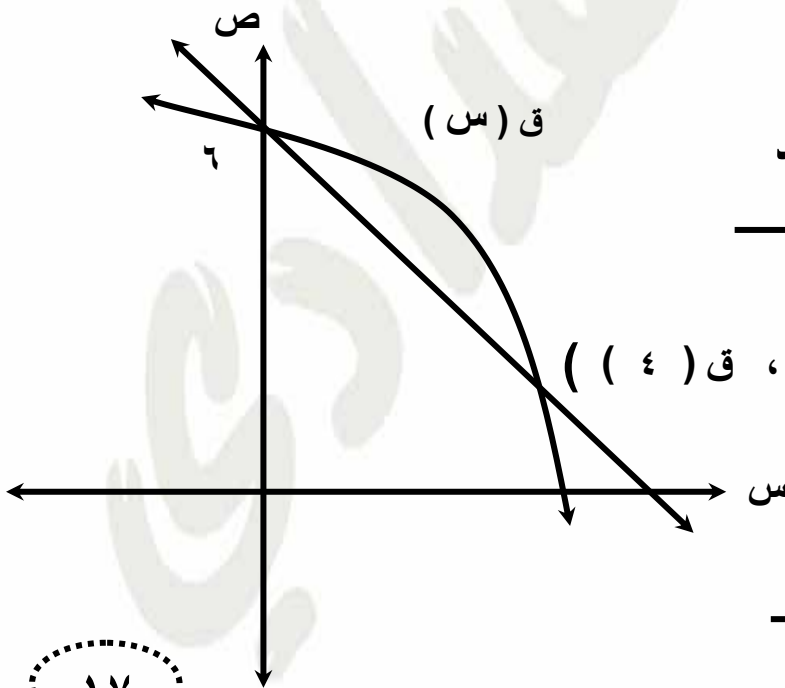
الحل :

$$\frac{ل - ٧}{٣ - ١} = ٣ -$$

$$\frac{ل - ٧}{٤ - ١} = \frac{٣ - ١}{١}$$

$$ل - ٧ = ١٢ \quad \leftarrow \quad ل = ١٩$$

(٣٠) إذا كان ميل القاطع مُنحنى (ق) في الشكل المجاور يساوي (١ -)



جد قيمة ق (٤)

الحل :

$$\frac{ق (٤) - ٦}{٤ - ٠} = ١ -$$

$$\frac{ق (٤) - ٦}{٤} = ١ -$$

$$ق (٤) - ٦ = ٤ - \quad \leftarrow \quad ق (٤) = ١٠$$

فكرة إعطائي مُعدّل تغيّر اقتران و طلب مُعدّل تغيّر اقتران آخر

(٣١) إذا كان مُعدّل التغيّر للاقتران (ق) في الفترة [١ ، ٣] يساوي (٤)

و كان الاقتران هـ (س) = ق (س) — س

فجد مُعدّل التغيّر للاقتران (هـ) في الفترة [١ ، ٣]

الحل :

$$\text{مُعدّل التغيّر للاقتران (ق)} = \frac{\text{ق (٣)} - \text{ق (١)}}{٣ - ١} = ٤$$

$$\text{المُعطى :} \quad ٤ = \frac{\text{ق (٣)} - \text{ق (١)}}{٢}$$

$$\text{مُعدّل التغيّر للاقتران (هـ)} = \frac{\text{هـ (٣)} - \text{هـ (١)}}{٢}$$

$$= \frac{\text{ق (٣)} - ٣ - (\text{ق (١)} - ١)}{٢}$$

$$= \frac{\text{ق (٣)} - ٣ - \text{ق (١)} + ١}{٢}$$

$$= \frac{\text{ق (٣)} - \text{ق (١)} - ٢}{٢}$$

$$= \frac{\text{ق (٣)} - \text{ق (١)}}{٢} + \frac{- ٢}{٢}$$

$$= ٤ + - ١ = ٣$$

(٣٢) إذا كان مُعدّل التغيّر للاقتران (ق) في الفترة [٥ ، ٢ -] يساوي (٣)

و كان الاقتران هـ (س) = ق (س) — س^٢

فجد مُعدّل التغيّر للاقتران (هـ) في الفترة [٥ ، ٢ -]

الحل :

$$٣ = \frac{ق (٥) - ق (٢ -)}{٥ - ٢} = \text{مُعدّل التغيّر للاقتران (ق)}$$

$$٣ = \frac{ق (٥) - ق (٢ -)}{٧} \quad \text{المُعطى :}$$

$$\frac{هـ (٥) - هـ (٢ -)}{٧} = \text{مُعدّل التغيّر للاقتران (هـ)}$$

$$= \frac{ق (٥) - ٥^٢ - (ق (٢ -) - (٢ -)^٢)}{٧}$$

$$= \frac{ق (٥) - ٢٥ - (ق (٢ -) - ٤)}{٧}$$

$$= \frac{ق (٥) - ٢٥ - ق (٢ -) + ٤}{٧}$$

$$= \frac{ق (٥) - ق (٢ -) - ٢١}{٧}$$

١٩

$$٠ = ٣ - ٣ + \frac{٢١}{٧} + \frac{ق (٥) - ق (٢ -)}{٧} =$$

(٣٣) إذا كان مُعدّل التغيّر للاقتران (ق) في الفترة [٢ ، ٤] يساوي (٥)

و كان الاقتران هـ (س) = s^2 — ق (س)

فجد مُعدّل التغيّر للاقتران (هـ) في الفترة [٢ ، ٤]

الحل :

$$\text{مُعدّل التغيّر للاقتران (ق)} = \frac{ق (٤) - ق (٢)}{٤ - ٢} = ٥$$

$$\text{المُعطى :} \quad ٥ = \frac{ق (٤) - ق (٢)}{٢}$$

$$\text{مُعدّل التغيّر للاقتران (هـ)} = \frac{هـ (٤) - هـ (٢)}{٢}$$

$$= \frac{٤^٢ - ق (٤) - (٢^٢ - ق (٢))}{٢}$$

$$= \frac{١٦ - ق (٤) - (٤ - ق (٢))}{٢}$$

بما أنّ إشارات

ق (س)

عكس الإشارات

الأصلية نعكس

إشارة المُعطى

$$= \frac{١٦ - ق (٤) + ٤ + ق (٢)}{٢}$$

$$= \frac{- ق (٤) + ق (٢) + ١٢}{٢}$$

$$\textcircled{٢٠}$$

$$١ = ٦ + ٥ - = \frac{١٢}{٢} + \frac{- ق (٤) + ق (٢)}{٢} =$$

(٣٤) إذا كان هـ (س) = ٢ ق (س) — س^٢ ، و كان مُعدّل

التغيّر للاقتران (ق) في الفترة [١ ، ٢ -] يساوي (٦)

جد مُعدّل التغيّر في الاقتران هـ (س) في الفترة [١ ، ٢ -]

الحل :

$$\text{مُعدّل التغيّر للاقتران (ق)} = \frac{\text{ق (١)} - \text{ق (٢ -)}}{١ - ٢} = ٦$$

$$\text{المُعطى :} \quad ٦ = \frac{\text{ق (١)} - \text{ق (٢ -)}}{٣}$$

$$\text{مُعدّل التغيّر للاقتران (هـ)} = \frac{\text{هـ (١)} - \text{هـ (٢ -)}}{٣}$$

$$= \frac{٢ \text{ ق (١)} - ١ - (٢ \text{ ق (٢ -)} - (٢ -))}{٣}$$

$$= \frac{٢ \text{ ق (١)} - ١ - (٢ \text{ ق (٢ -)} - (٢ -))}{٣}$$

$$= \frac{٢ \text{ ق (١)} - ١ - (٢ \text{ ق (٢ -)} - (٢ -)) + ٤}{٣}$$

$$= \frac{٢ \text{ ق (١)} - ١ - (٢ \text{ ق (٢ -)} - (٢ -)) + ٣}{٣}$$

$$= \frac{٢ \text{ ق (١)} - ١ - (٢ \text{ ق (٢ -)} - (٢ -))}{٣} + \frac{٣}{٣}$$

$$= ٢ \times ٦ + ١ = ١٢ + ١ = ١٣$$

بما أنّ

ق (س)

له مُعامل

نضرب

المُعطي

بالمُعامل

(٢)

ثانياً : المشتقة الأولى

في هذا الدرس سنجد المشتقة باستخدام التعريف

لا نجد المشتقة باستخدام التعريف
إلا إذا ورد في السؤال كلمة (التعريف)

كلمات و رموز تدل على طلب المشتقة الأولى :

(١) جد المشتقة الأولى (٢) جد $ق$ (س)

(٣) جد $\frac{د ص}{د س}$

هذان التعريفان فقط لبعض الاستخدامات التي سنحتاجها
في بعض الأسئلة : (لكن لن نعتمدهما لجميع الأسئلة)
 $ق (س + \Delta س) - ق (س)$

$$(١) \quad ق (س) = \frac{ق (س + \Delta س) - ق (س)}{\Delta س} \quad \Delta س \leftarrow$$

$$(٢) \quad ق (س) = \frac{ق (س + \Delta س) - ق (س)}{\Delta س} \quad \Delta س \leftarrow$$

أَوَّلًا : إيجاد المُشتقة عند (س)

القانون المُعتمد بالحل :

$$\frac{\text{ق (س + هـ) - ق (س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{نـ هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

(٣٥) جد المُشتقة الأولى للاقتربات التالية باستخدام التعريف العام للمُشتقة :

النوع الأول : الاقتران الثابت

$$\text{أ) ق (س) = ٦}$$

$$\frac{\text{ق (س + هـ) - ق (س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{نـ هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$\frac{٦ - ٦}{\text{هـ}} = \frac{\text{نـ هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$٠ = \frac{\text{نـ هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$\text{ب) ق (س) = ٣}$$

$$\frac{\text{ق (س + هـ) - ق (س)}}{\text{هـ}} = \frac{\text{نـ هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$\frac{٣ - ٣}{\text{هـ}} = \frac{\text{نـ هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$٠ = \frac{\text{نـ هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

النوع الثاني : الافتران الخطي

$$\text{ج) ق (س) = ء س}$$

$$\text{ق (س + هـ) - ق (س)}$$

$$\text{الحل : ق (س) = ن هـ} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{ء (س + هـ) - ء س}$$

$$\text{ق (س) = ن هـ} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{ء س + ء هـ - ء س}$$

$$\text{= ن هـ} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{ء = } \frac{\text{ء هـ}}{\text{هـ}} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{د) ق (س) = ٣ س + ء}$$

$$\text{ق (س + هـ) - ق (س)}$$

$$\text{الحل : ق (س) = ن هـ} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{٣ (س + هـ) + ء - (٣ س + ء)}$$

$$\text{ق (س) = ن هـ} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{٣ س / ٣ + هـ / ٣ - ٣ س / ٣ - ء / ٣}$$

$$\text{= ن هـ} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$\text{٣ = } \frac{\text{٣ هـ}}{\text{هـ}} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \\ \cdot \end{array}$$

$$هـ (ق (س) = ٧ - س$$

$$ق (س + هـ) - ق (س)$$

$$\frac{ق (س + هـ) - ق (س)}{هـ} = نهـا$$

$$٥ (س + هـ) - ٧ - (٥ س - ٧)$$

$$\frac{٥ (س + هـ) - ٧ - (٥ س - ٧)}{هـ} = نهـا$$

$$٥ س + ٥ هـ - ٧ - ٧$$

$$\frac{٥ س + ٥ هـ - ٧ - ٧}{هـ} = نهـا$$

$$٥ = \frac{٥ هـ}{هـ} = نهـا$$

$$و (ق (س) = ٨ + ٢ س$$

$$ق (س + هـ) - ق (س)$$

$$\frac{ق (س + هـ) - ق (س)}{هـ} = نهـا$$

$$٨ + ٢ (س + هـ) - (٨ + ٢ س)$$

$$\frac{٨ + ٢ (س + هـ) - (٨ + ٢ س)}{هـ} = نهـا$$

$$٨ + ٢ س + ٢ هـ - ٨ - ٢ س$$

$$\frac{٨ + ٢ س + ٢ هـ - ٨ - ٢ س}{هـ} = نهـا$$

$$٢ = \frac{٢ هـ}{هـ} = نهـا$$

$$ز (ق (س) = ١ - ٩ س$$

$$ق (س + هـ) - ق (س)$$

$$\frac{\text{الـحل : ق (س) = نـهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$١ - ٩ (س + هـ) - (١ - ٩ س)$$

$$\frac{\text{ق (س) = نـهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$١ - ٩ س - ٩ هـ - ١ + ٩ س$$

$$\frac{\text{= نـهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$\frac{٩ - ٩ هـ}{\text{هـ}} = ٩ - \text{نـهـا} = \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

النوع الثالث : الاقتران الطبيعي

احفظها للتسهيل :

$$(س + هـ) = س٢ + ٢ س هـ + هـ٢$$

بعد اختصار (هـ) من البسط و المقام

سيُصبح كل حد يحتوي على (هـ) قيمته صفراً

ح (ق (س) = س^٢

ق (س + هـ) - ق (س)

الحل : ق (س) = ن هـ ا

هـ ← هـ
س^٢ - (س + هـ)

ق (س) = ن هـ ا

هـ ← هـ
س^٢ + س هـ + هـ - س^٢

= ن هـ ا

هـ ← هـ

س^٢ هـ + هـ

= ن هـ ا

هـ ← هـ

س^٢ (هـ + هـ)

= ن هـ ا
هـ ← هـ
س^٢ = ٠ + س^٢ = س^٢

ط (ق (س) = هـ س^٢

ق (س + هـ) - ق (س)

الحل : ق (س) = ن هـ ا

هـ ← هـ
هـ (س + هـ) - هـ س^٢

ق (س) = ن هـ ا

هـ ← هـ

هـ (س^٢ + س هـ + هـ) - هـ س^٢

= ن هـ ا

هـ ← هـ

هـ س^٢ + ١٠ س هـ + هـ - هـ س^٢

= ن هـ ا

هـ ← هـ

١٠ س هـ + هـ

= ن هـ ا

هـ (١٠ س + هـ)

= ن هـ ا
هـ ← هـ
١٠ س = س

$$(ي) \quad ق (س) = س^2 + ٧ \quad ق (س + ه) - ق (س)$$

$$\text{الحل : } ق (س) = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{(س + ه) + ٧ - (س^2 + ٧)}{هـ}$$

$$ق (س) = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{س^2 + ٢س ه + ه + ه - س^2 - ٧}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{٢س ه + ه}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{ه (٢س + ه)}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$٢س = \frac{ه (٢س + ه)}{هـ}$$

$$(ك) \quad ق (س) = ٦س^2 - ٥ \quad ق (س + ه) - ق (س)$$

$$\text{الحل : } ق (س) = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{٦(س + ه) - ٥ - (٦س^2 - ٥)}{هـ}$$

$$ق (س) = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{٦(س^2 + ٢س ه + ه) - ٥ - (٦س^2 - ٥)}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{٦س^2 + ١٢س ه + ٦ه - ٥ - ٦س^2 + ٥}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{١٢س ه + ٦ه}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$\frac{ه (١٢س + ٦ه)}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$١٢س = \frac{ه (١٢س + ٦ه)}{هـ} = نهـا \quad \begin{array}{c} هـ \leftarrow \\ هـ \end{array}$$

$$ل (ق (س) = ٥ - ٣ س^٢$$

$$\text{الحل : } ٥ - ٣ (س + ه) - (٥ - ٣ س^٢)$$

$$ق (س) = نهـا$$

$$٥ - ٣ (س^٢ + س ه + ه) - (٥ - ٣ س^٢)$$

$$= نهـا$$

$$٥ - ٣ س^٢ - ٦ س ه - ٣ ه - ٥ + ٣ س^٢$$

$$= نهـا$$

$$٦ س ه - ٣ ه$$

$$= نهـا$$

$$ه (٦ س - ٣ ه)$$

$$= نهـا$$

$$م (ق (س) = ٢ س^٢ - س$$

الحل :

$$٢ (س + ه) - (س + ه) - (٢ س^٢ - س)$$

$$ق (س) = نهـا$$

$$٢ (س^٢ + س ه + ه) - س - ه - ٢ س^٢ + س$$

$$= نهـا$$

$$٢ س^٢ + ٤ س ه + ٢ ه - س - ه - ٢ س^٢ + س$$

$$= نهـا$$

$$٤ س ه + ٢ ه - ه$$

$$= نهـا$$

$$ه (٤ س + ٢ ه - ١)$$

$$= نهـا$$

النوع الرابع : الافتران التلعيبي

احفظها للتسهيل :

$$(س + ه) = س^3 + س^2 ه + س ه^2 + ه^3$$

$$ن (ق (س) = س^3$$

$$ق (س + ه) - ق (س)$$

$$\text{الحل : } ق (س) = س^3$$

$$س^3 - (س + ه)$$

$$ق (س) = س^3$$

$$س^3 + س^2 ه + س ه^2 + ه^3 - س^3$$

$$= س^2 ه + س ه^2 + ه^3$$

$$س^3 + س^2 ه + س ه^2 + ه^3$$

$$= س^3 + س^2 ه + س ه^2 + ه^3$$

$$ه (س^3 + س^2 ه + س ه^2 + ه^3)$$

$$= ه س^3 + ه س^2 ه + ه س ه^2 + ه ه^3$$

$$= س^3$$

ش (ق (س) = ٦ س^٣

ق (س + ه) - ق (س)

الحل : ق (س) = نهـا
هـ ← .

٦ (س + ه) - ٦ س^٣

ق (س) = نهـا
هـ ← .

٦ (س^٣ + ٣ س^٢ هـ + ٣ س هـ^٢ + هـ^٣) - ٦ س^٣

= نهـا
هـ ← .

٦ س^٣ + ١٨ س^٢ هـ + ١٨ س هـ^٢ + ٦ هـ^٣ - ٦ س^٣

= نهـا
هـ ← .

١٨ س^٢ هـ + ١٨ س هـ^٢ + ٦ هـ^٣

= نهـا
هـ ← .

هـ (١٨ س^٢ + ١٨ س هـ + ٦ هـ^٣)

= نهـا
هـ ← .

= ١٨ س^٢

النوع الخامس : الجذر

$$\sqrt[7]{\text{س}} = \text{ق (س)}$$

$$\frac{\text{ق (س + هـ)} - \text{ق (س)}}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \quad \text{هـ} \leftarrow \text{ق (س)}$$

$$\frac{\sqrt[7]{\text{س}} - \sqrt[7]{\text{س + هـ}}}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \quad \text{هـ} \leftarrow \text{ق (س)}$$

$$\frac{\sqrt[7]{\text{س}} + \sqrt[7]{\text{هـ}}}{\sqrt[7]{\text{س}} + \sqrt[7]{\text{هـ}}} \times \frac{\sqrt[7]{\text{س}} - \sqrt[7]{\text{هـ}}}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \quad \text{هـ} \leftarrow \text{ق (س)}$$

شيل الجذر — شيل الجذر

$$\frac{\text{س} - \text{هـ}}{(\sqrt[7]{\text{س}} + \sqrt[7]{\text{هـ}})} = \text{نهـا} \quad \text{هـ} \leftarrow \text{ق (س)}$$

$$\frac{\cancel{\text{هـ}}}{(\sqrt[7]{\text{س}} + \sqrt[7]{\text{هـ}})} = \text{نهـا} \quad \text{هـ} \leftarrow \text{ق (س)}$$

$$\frac{\text{س}}{\sqrt[7]{\text{س}} + \sqrt[7]{\text{هـ}}} = \text{نهـا}$$

$$\frac{\text{س}}{\sqrt[7]{\text{س}} + \sqrt[7]{\text{هـ}}} = \text{نهـا}$$

$$\sqrt{2 + 3s} = (s) \text{ ق (ف)}$$

$$\frac{\text{ق (س) (هـ) - ق (س)}}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\frac{\sqrt{2 + 3s} - \sqrt{2 + (s + h)^3}}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\frac{\sqrt{2 + 3s} + \sqrt{2 + h^3 + 3s}}{\sqrt{2 + 3s} + \sqrt{2 + h^3 + 3s}} \times \frac{\sqrt{2 + 3s} - \sqrt{2 + h^3 + 3s}}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\frac{(2 + 3s) - 2 + h^3 + 3s}{(\sqrt{2 + 3s} + \sqrt{2 + h^3 + 3s}) \text{ هـ}} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\frac{2 - s - 2 + h^3 + 3s}{(\sqrt{2 + 3s} + \sqrt{2 + h^3 + 3s}) \text{ هـ}} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

هـ

$$\frac{\text{هـ} (\sqrt{2 + 3s} + \sqrt{2 + h^3 + 3s})}{\text{هـ}} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\frac{\sqrt{2 + 3s} + \sqrt{2 + h^3 + 3s}}{\text{هـ}}$$

$$\frac{\sqrt{2 + 3s}}{\text{هـ}}$$

$$\sqrt{\text{ه س} - \text{ء}} = \text{ق (س)} \\ \text{الحل : ق (س)} = \text{نهـا} \leftarrow \text{ه} \right. \\ \frac{\text{ق (س + ه) - ق (س)}}{\text{ه}}$$

$$\sqrt{\text{ه (س + ه) - \text{ء}} - \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}}} = \text{ق (س)} = \text{نهـا} \leftarrow \text{ه}$$

$$\frac{\sqrt{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء}} + \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}}}{\sqrt{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء}} + \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}}} \times \frac{\sqrt{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء}} - \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}}}{\text{ه}} = \text{نهـا} \leftarrow \text{ه}$$

$$\frac{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء} - (\text{ه س} - \text{ء})}{\text{ه} (\sqrt{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء}} + \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}})} = \text{نهـا} \leftarrow \text{ه}$$

$$\frac{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء} - \text{ه س} + \text{ء}}{\text{ه} (\sqrt{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء}} + \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}})} = \text{نهـا} \leftarrow \text{ه}$$

$$\frac{\text{ه}}{\text{ه} (\sqrt{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء}} + \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}})} = \text{نهـا} \leftarrow \text{ه}$$

$$\frac{\text{ه}}{\sqrt{\text{ه س} + \text{ه ه} - \text{ء}} + \sqrt{\text{ه س} - \text{ء}}} =$$

$$\frac{\text{ه}}{\sqrt{\text{ه س} - \text{ء}}} =$$

$$\sqrt{9 - 7} = \text{ق (س)}$$

$$\text{ق (س + ه)} - \text{ق (س)}$$

$$\text{الحل : ق (س)} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\sqrt{9 - 7} - \sqrt{9 + \text{س} - \text{ه}}$$

$$\text{ق (س)} = \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\sqrt{9 - 7} + \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}}$$

$$\sqrt{9 - 7} - \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}}$$

$$= \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ} \times \frac{\sqrt{9 - 7} + \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}}}{\sqrt{9 - 7} + \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}}}$$

$$9 - \text{س} - \text{ه} - (9 - 7)$$

$$= \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{هـ} (\sqrt{9 - 7} + \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}})$$

$$9 - \text{س} - \text{ه} - 7 + 9$$

$$= \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{هـ} (\sqrt{9 - 7} + \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}})$$

$$- 9$$

$$= \text{نهـا} \leftarrow \text{هـ}$$

$$\text{هـ} (\sqrt{9 - 7} + \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}})$$

$$- 9$$

$$\sqrt{9 - 7} + \sqrt{9 - \text{س} - \text{ه}}$$

$$=$$

$$- 9$$

$$\sqrt{9 - 7} + 2$$

$$=$$

النوع السادس : الكسر

$$\frac{1}{س} = (س) ق$$

$$\frac{ق (س + هـ) - ق (س)}{هـ} = (س) ق \quad \text{الحل :}$$

$$\frac{ق (س + هـ) - ق (س)}{هـ} = (س) ق$$

$$\frac{س - س - هـ}{(س + هـ) (س) (هـ)} = \frac{نهـا}{هـ}$$

$$\frac{هـ -}{(س + هـ) (س) (هـ)} = \frac{نهـا}{هـ}$$

$$\frac{1 -}{س \times س} =$$

$$\frac{1}{س} =$$

$$\frac{3}{2 \text{ س}} = \text{ت (ق (س))}$$

$$\frac{\text{ق (س + ه) - ق (س)}}{\text{ه}} = \text{الحل : ق (س)} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{3}{2 \text{ س}} - \frac{3}{2 \text{ (س + ه)}}$$

ه ← .

$$\text{ق (س)} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{3}{2 \text{ س}} - \frac{3}{2 \text{ س + ه}}$$

ه ← .

$$\text{ق (س)} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{6 \text{ س} - 6 \text{ س} - 6 \text{ ه}}{(2 \text{ س} + 2 \text{ ه}) (2 \text{ س}) (ه)}$$

ه ← .

$$= \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{6 \text{ س} - 6 \text{ س} - 6 \text{ ه}}{(2 \text{ س} + 2 \text{ ه}) (2 \text{ س}) (ه)}$$

ه ← .

$$= \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{6 - 6}{2 \text{ س} \times 2 \text{ س}} =$$

$$\frac{6 - 6}{4 \text{ س}} =$$

$$\frac{4}{5s + 1} = \text{ق (س)}$$

$$\frac{\text{ق (س + ه)} - \text{ق (س)}}{5} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{4}{5s + 1} - \frac{4}{5(s + ه) + 1}$$

$$\frac{\text{ق (س)}}{5} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{4}{5s + 1} - \frac{4}{5s + 5ه + 1}$$

$$\frac{\text{ق (س)}}{5} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{20s + 4 - 20س - 20ه - 4}{(5س + 1)(5ه + 1)(ه)} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{-20ه}{(5س + 1)(5ه + 1)(ه)} = \text{نهـا}$$

ه ← .

$$\frac{-20}{(5س + 1)(5ه + 1)} =$$

$$\frac{-20}{(5س + 1)^2} =$$

ثانياً : إيجاد المُشتقة عند (رقم)

القانون :

$$\frac{ق (الرقم + هـ) - ق (الرقم)}{هـ} = ق (الرقم) \leftarrow هـ$$

النوع الأول : الاقتران الثابت

(٣٦) إذا كان ق (س) = ٤ ، جد ق (٢) باستخدام التعريف العام للمُشتقة

$$\frac{ق (٢ + هـ) - ق (٢)}{هـ} = ق (٢) \leftarrow هـ$$

$$\frac{٤ - ٤}{هـ} = ق (٢) \leftarrow هـ$$

$$٠ = \frac{٠}{هـ} = ق (٢) \leftarrow هـ$$

النوع الثاني : الافتزان الخطي

(٣٧) إذا كان ق (س) = ٨ س ، جد ق (٣) باستخدام تعريف المُشتقة
ق (٣ + هـ) - ق (٣)

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (٣)} &= \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow} \\ &= \frac{3 \times 8 - (3 + \text{هـ}) 8}{\text{هـ}} \\ &= \frac{24 - 8\text{هـ} + 24}{\text{هـ}} \\ &= \frac{48 - 8\text{هـ}}{\text{هـ}} \\ &= \frac{8\text{هـ}}{\text{هـ}} = 8 \end{aligned}$$

(٣٨) إذا كان ق (س) = ٥ س + ٦ ، جد ق (١) باستخدام تعريف المُشتقة
ق (١ + هـ) - ق (١)

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (١)} &= \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow} \\ &= \frac{(5 + 1 \times 5) - 6 + (1 + \text{هـ}) 5}{\text{هـ}} \\ &= \frac{11 - 6 + 5\text{هـ} + 5}{\text{هـ}} \\ &= \frac{11 - 6 + 11}{\text{هـ}} \\ &= \frac{16}{\text{هـ}} = 5 \end{aligned}$$

النوع الثالث : الافتران التربيعي

(٣٩) إذا كان ق (س) = ٣ س^٢ ، جد ق (٤) باستخدام التعريف العام للمشتقة

$$\text{ق (٤)} = \text{ق (٤ + ٠)} = \text{ق (٤)}$$

$$\frac{\text{ق (٤ + ٠)} - \text{ق (٤)}}{٠} = \text{ق (٤)}$$

$$\frac{٣ (٤ + ٠)^٢ - ٣ (٤)^٢}{٠} = \text{ق (٤)}$$

$$\frac{٣ (٤^٢ + ٠ + ٠) - ٣ (٤^٢)}{٠} =$$

$$\frac{٣ (١٦ + ٠ + ٠) - ٣ (١٦)}{٠} =$$

$$\frac{٤٨ + ٠ + ٠ - ٤٨}{٠} =$$

$$\frac{٢٤ + ٠ + ٠}{٠} =$$

$$\frac{٢٤}{٠} =$$

$$٢٤ =$$

٤٠. إذا كان ق (س) = ٢ س^٢ - ٤ ، جد ق' (٥) باستخدام تعريف المشتقة

$$\frac{\text{ق (٥ + هـ) - ق (٥)}}{\text{هـ}} = \text{ق' (٥)} = \text{نها} \quad \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{\text{ق (٥ + هـ) - ق (٥)}}{\text{هـ}} = \text{ق' (٥)} = \text{نها} \quad \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{\text{ق (٥ + هـ) - ق (٥)}}{\text{هـ}} = \text{ق' (٥)} = \text{نها} \quad \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{\text{ق (٥ + هـ) - ق (٥)}}{\text{هـ}} = \text{ق' (٥)} = \text{نها} \quad \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{\text{ق (٥ + هـ) - ق (٥)}}{\text{هـ}} = \text{ق' (٥)} = \text{نها} \quad \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{\text{ق (٥ + هـ) - ق (٥)}}{\text{هـ}} = \text{ق' (٥)} = \text{نها} \quad \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{\text{ق (٥ + هـ) - ق (٥)}}{\text{هـ}} = \text{ق' (٥)} = \text{نها} \quad \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$= ٢٠$$

النوع الرابع : الاقتران التلعبّي

٤١) إذا كان ق (س) = ٢ س^٣ ، جد ق (١) باستخدام التعريف العام للمشتقة

$$\text{الحل : ق (١) = } \frac{\text{ق (١ + هـ) - ق (١)}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \text{.}}$$

$$\text{ق (١) = } \frac{٢ (١ + هـ)^٣ - ٢ \times ١^٣}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \text{.}}$$

$$= \frac{٢ (١ + ٣ هـ + ٣ هـ^٢ + هـ^٣) - ٢}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \text{.}}$$

$$= \frac{٢ (١ + ٣ هـ + ٣ هـ^٢ + هـ^٣) - ٢}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \text{.}}$$

$$= \frac{٢ + ٦ هـ + ٦ هـ^٢ + ٢ هـ^٣ - ٢}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \text{.}}$$

$$= \frac{٦ هـ + ٦ هـ^٢ + ٢ هـ^٣}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \text{.}}$$

$$= \frac{\text{هـ} (٦ + ٦ هـ + ٢ هـ^٢)}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow \text{.}}$$

$$= ٦$$

(٤٢) إذا كان ق (س) = ٥ س^٢ - ٣ س + ١ ، جد ق (٠) باستخدام التعريف العام للمشتقة

$$\text{الحل : ق (٠) = نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \text{ق (٠ + هـ) - ق (٠) } \\ \text{هـ} \end{array}$$

$$\text{ق (٠) = نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \text{٥ (٠ + هـ) - (٠ + ١) + ٣ (٠ + هـ) - ٣ (٠ + هـ) - ١ + (٠ + هـ) } \\ \text{هـ} \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \text{٥ (٠ + هـ) - (٠ + ١) + ٣ (٠ + هـ) - ٣ (٠ + هـ) - ١ + (٠ + هـ) } \\ \text{هـ} \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \text{٥ هـ - ٣ هـ } \\ \text{هـ} \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \text{هـ (٥ هـ - ٣) } \\ \text{هـ} \end{array}$$

$$= ٣ - ٣$$

النوع الخامس : الجذر

(٤٣) إذا كان ق (س) = $\sqrt{٥س + ١}$ ، جد ق (٣) باستخدام تعريف

المُشتقة

$$\text{الحل : ق (٣) = نها } \frac{\text{ق (٣ + هـ) - ق (٣)}}{\text{هـ}} \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{هـ} \\ \cdot \end{matrix}$$

$$\text{ق (٣) = نها } \frac{\sqrt{٥(٣ + هـ) + ١} - \sqrt{٥ \times ٣ + ١}}{\text{هـ}} \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{هـ} \\ \cdot \end{matrix}$$

$$= \text{نها } \frac{\sqrt{١٥ + ٥هـ + ١} - \sqrt{١٦}}{\text{هـ}} \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{هـ} \\ \cdot \end{matrix}$$

$$= \text{نها } \frac{\sqrt{١٦ + ٥هـ + ٤} - \sqrt{١٦}}{\text{هـ}} \times \frac{\sqrt{١٦ + ٥هـ + ٤} + \sqrt{١٦}}{\sqrt{١٦ + ٥هـ + ٤} + \sqrt{١٦}}$$

$$= \text{نها } \frac{١٦ + ٥هـ + ٤ - ١٦}{\text{هـ} (\sqrt{١٦ + ٥هـ + ٤} + \sqrt{١٦})} \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{هـ} \\ \cdot \end{matrix}$$

$$= \text{نها } \frac{٥هـ}{\text{هـ} (\sqrt{١٦ + ٥هـ + ٤} + \sqrt{١٦})} \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{هـ} \\ \cdot \end{matrix}$$

$$= \frac{٥}{\sqrt{١٦ + ٤} + \sqrt{١٦}} = \frac{٥}{٤ + ٤} = \frac{٥}{٨}$$

$$(٤٤) \text{ إذا كان ق (س) } = \sqrt{٤س - ٥} , \text{ جد ق (٢)}$$

باستخدام التعريف العام للمُشتقة

$$\text{الحل : ق (٢) = نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \text{ق (٢ + هـ) - ق (٢)} \\ \hline \text{هـ} \end{array}$$

$$\text{ق (٢) = نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \sqrt{٤(٢ + هـ) - ٥} - \sqrt{٤ \times ٢ - ٥} \\ \hline \text{هـ} \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \sqrt{٨ + ٤هـ - ٥} - \sqrt{٣} \\ \hline \text{هـ} \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \frac{\sqrt{٨ + ٤هـ - ٥} - \sqrt{٣}}{\sqrt{٨ + ٤هـ - ٥} + \sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٨ + ٤هـ - ٥} + \sqrt{٣}}{\sqrt{٨ + ٤هـ - ٥} + \sqrt{٣}} \\ \hline \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \frac{٣ - هـ٤ + ٣}{(\sqrt{٨ + ٤هـ - ٥} + \sqrt{٣}) هـ} \\ \hline \text{هـ} \end{array}$$

$$= \text{نها} \quad \begin{array}{c} \text{هـ} \leftarrow \cdot \\ \hline \frac{٤}{(\sqrt{٨ + ٤هـ - ٥} + \sqrt{٣}) هـ} \\ \hline \end{array}$$

$$= \frac{٤}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}} = \frac{٤}{\sqrt{٢} + \sqrt{٣}}$$

النوع السادس : اللسر

٤٥ (إذا كان ق (س) = $\frac{٣}{٢ س}$ ، جد ق (٧)

باستخدام التعريف العام للمُشتقة

الحل : ق (٧) = نها $\frac{ق (٧ + هـ) - ق (٧)}{هـ}$

ق (٧) = نها $\frac{\frac{٣}{٧ \times ٢} - \frac{٣}{(٧ + هـ) ٢}}{هـ}$

= نها $\frac{\frac{٣}{١٤} - \frac{٣}{١٤ + ٢ هـ}}{هـ}$

= نها $\frac{٤٢ - ٤٢ هـ - ٦ هـ}{هـ (١٤ + ٢ هـ) (١٤)}$

= نها $\frac{- ٦ هـ}{هـ (١٤ + ٢ هـ) (١٤)}$

= $\frac{- ٦}{١٩٦} = \frac{- ٦}{١٤ \times ١٤}$

$$(٤٦) \text{ إذا كان ق (س) = } \frac{٤}{٥س + ٦} \text{ ، جد ق (٢)}$$

باستخدام التعريف العام للمُشتقة

$$\text{الحل : ق (٢) = } \frac{\text{ق (٢ + هـ) - ق (٢) هـ}}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow ٠}$$

$$\text{ق (٢) = } \frac{\frac{٤}{٦ + ٢ \times ٥} - \frac{٤}{٦ + (٢ + هـ) ٥}}{\text{هـ}} = \frac{\text{نهـا}}{\text{هـ} \leftarrow ٠}$$

$$= \frac{\frac{٤}{١٦} - \frac{٤}{٦ + ٥هـ + ١٠}}{\text{هـ}}$$

$$= \frac{٦٤ - ٤٠ - ٢٠هـ - ٢٤}{(١٠ + ٥هـ + ٦) (١٦) (هـ)}$$

$$= \frac{- ٢٠هـ}{(١٠ + ٥هـ + ٦) (١٤) (هـ)}$$

$$= \frac{- ٢٠}{٢٥٦} = \frac{- ٢٠}{١٦ \times ١٦}$$

(٤٧) إذا كان ص = ق (س) و كان مقدار تغيّر قيمة الاقتران ق (س)

عندما تتغير (س) من (س) إلى (س + هـ) هو

$$\Delta \text{ ص} = \text{س} \text{ هـ} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2, \text{ فجد } \text{ق} (س)$$

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \text{ق} (س) = \text{س} \text{ هـ} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2$$

← س هـ

$$\frac{\text{س} \text{ هـ} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2}{\text{س} + \text{هـ} - \text{س}} = \text{ق} (س) = \text{س} \text{ هـ} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2$$

← س هـ

$$\frac{\text{هـ} (\text{س} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2)}{\text{هـ}} = \text{ق} (س) = \text{س} \text{ هـ} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2$$

← س هـ

$$\text{س} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2 =$$

$$\Delta \text{ س} = \text{هـ}$$

$$\text{هـ} \leftarrow$$

$$\text{ق} (س) = \text{س} + \text{هـ}^2 \text{ هـ}^2$$

٤٨) إذا كان ص = ق (س) و كان مقدار تغير قيمة الاقتران ق (س)

عندما تتغير (س) من (س) إلى (س + هـ) هو

$$\Delta \text{ ص} = ٥ \text{ س}^٢ \text{ هـ} + ٨ \text{ س هـ}^٢, \text{ فجد ق (٢)}$$

$$\text{الحل : ق (س) = } \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{نـهـا}}{\Delta \text{ س} \leftarrow ٠}$$

$$\text{ق (س) = } \frac{٥ \text{ س}^٢ \text{ هـ} + ٨ \text{ س هـ}^٢}{\Delta \text{ س} \leftarrow ٠} = \frac{\text{نـهـا}}{\Delta \text{ س} \leftarrow ٠}$$

$$= \frac{\text{هـ} (٥ \text{ س}^٢ + ٨ \text{ س هـ})}{\Delta \text{ س} \leftarrow ٠}$$

$$= ٥ \text{ س}^٢ + ٨ \text{ س هـ}$$

$$\text{لكن } \Delta \text{ س} = \text{هـ}$$

$$\text{إذاً هـ} \leftarrow ٠$$

$$\text{إذاً ق (س) = } ٥ \text{ س}^٢$$

$$\text{ق (٢) = } ٥ \times ٢^٢$$

$$= ٥ \times ٤$$

$$\text{ق (٢) = } ٢٠$$

٥٠

... (٤٩) إذا كان ص = ق (س) و كان مُعَدَّل تَغْيِيرِ الاقتران ق (س)

س^٢ هـ - ٢ س هـ ، فجَد ق (س)

$$\text{الحل : } \frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} = \frac{\text{ن هـ}}{\Delta \text{ س} \leftarrow \cdot}$$

$$\text{ق (س)} = \frac{\text{ن هـ}}{\Delta \text{ س} \leftarrow \cdot} = \frac{\text{س}^2 \text{ هـ} - 2 \text{ س هـ}}{\Delta \text{ س} \leftarrow \cdot}$$

$$\text{لكن } \Delta \text{ س} = \text{هـ}$$

$$\text{إذاً } \text{هـ} \leftarrow \cdot$$

$$\text{إذاً } \text{ق (س)} = \frac{\text{ن هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot} = \frac{\text{س هـ}^2 - 2 \text{ س هـ}}{\text{هـ} \leftarrow \cdot}$$

$$\text{ق (س)} = \cdot$$

الفصل الثاني : قواعد الاشتقاق

أولاً : قواعد الاشتقاق و ثانياً : قاعدة السلسلة
و ثالثاً : مشتقة الاقتارات المثلثية

تُستخدم هذه القواعد السريعة للاشتقاق عندما
لا يُذكر في السؤال كلمة (بالتعريف)

قواعد الاشتقاق

أولاً : مجموعة السينات و الأرقام

قاعدة العدد الثابت : $ق (س) = رقم$

(١)

$ق (س) = صفر$

مُشتقة الرقم الذي لوحده تساوي صفر

(٥٠) إذا كان $ق (س) = ٧$ ، جد $ق (س)$

الحل : $ق (س) = صفر$

(٢) قاعدة السينات التي لها قوّة : (أ) ق (س) = س^ن

ق (س) = ن س^{ن - ١}

نضع القوّة على يمين السينات و نطرح من القوّة (١)

(٥١) إذا كان هـ (س) = س^٣ ، جد هـ (س)

الحل : هـ (س) = س^٣

(٥٢) إذا كان ل (س) = س^٢ ، جد ل (س)

الحل : ل (س) = س^٢

(ب) ق (س) = م س^ن

ق (س) = ن × م س^{ن - ١}

نضرب القوّة بالعدد الذي على يمين السينات و نضع الإجابة على يمين السينات و نطرح من القوّة (١)

(٥٣) إذا كان ق (س) = س^٢ ، جد ق (س)

الحل : ق (س) = س^٢ × س^٢ = س^٤

(٥٤) إذا كان م (س) = س^٦ ، جد م (س)

الحل : م (س) = س^٦ × س^٦ = س^{١٢}

السينات التي ليس لها قوّة مُشتقتها العدد الذي على يمينها

$$ق (س) = أ س \quad \leftarrow \quad ق (س) = أ$$

٥٥) إذا كان و (س) = ٧ س ، جد و (س)

الحل : و (س) = ٧

٥٦) إذا كان ن (س) = ٥ س ، جد ن (س)

الحل : ن (س) = ٥

إذا كان الاقتران مكوّن من عدة حدود يفصل بينهما جمع أو طرح نشق كل حد لوحده حسب قاعدته

٥٧) إذا كان ك (س) = ٨ س^٣ + ٤ س - ٩ ، جد ك (س)

الحل : ك (س) = ٢٤ س^٢ + ٤

٥٨) إذا كان ت (س) = ٣ س^٢ - ٥ س^٩ - س ، جد ت (س)

الحل : ت (س) = ٦ س - ٤٥ س^٨ - ١

(٣)

القوس الذي له قوّة :

$$ق (س) = (هـ (س))$$

١ - ن

$$ق (س) = ن \times هـ (س) (هـ (س))$$

القوّة

$$ق (س) = (ما داخل القوس)$$

القوّة - ١

$$ق (س) = القوّة \times مُشتقة ما داخل القوس (ما داخل القوس)$$

$$(٥٩) \text{ إذا كان } ق (س) = (٢ س + ٣) \text{ ، جد } ق (س)$$

$$\text{الحل : } ق (س) = ٣ \times ٢ (٢ س + ٣)$$

$$= ٦ (٢ س + ٣)$$

$$(٦٠) \text{ إذا كان } ق (س) = (٥ س^٤ + ٣) \text{ ، جد } ق (س)$$

$$\text{الحل : } ق (س) = ٧ \times ٢٠ س^٣ (٥ س^٤ + ٣)$$

$$= ١٤٠ س^٣ (٥ س^٤ + ٣)$$

$$(٦١) \text{ إذا كان } ق (س) = (٤ س^٢ - ٢ س + ٥) \text{ ، جد } ق (س)$$

جد ق (س)

$$\text{الحل : } ق (س) = ٩ \times (٨ س - ٢) (٤ س^٢ - ٢ س + ٥)$$

$$= (٧٢ س - ١٨) (٤ س^٢ - ٢ س + ٥)$$

٥٥

لا توزع على القوس الذي له قوّة

$$(٦٢) \text{ إذا كان ق (س) = (٢ س٣ - س٢ - ٧) } (١٠)$$

جد ق (س)

$$\text{الحل : ق (س) = } ١٠ \times (٨ س٣ - ٣ س٢) (٢ س٣ - س٢ - ٧) (٩)$$

$$= (٨٠ س٣ - ٣٠ س٢) (٢ س٣ - س٢ - ٧) (٩)$$

قاعدة الضرب :

(٤)

$$\text{ق (س) = م (س) } \times \text{ل (س)}$$

$$\text{ق (س) = م (س) } \times \text{ل (س) + ل (س) } \times \text{م (س)}$$

$$\text{ق (س) = الجزء الأول } \times \text{الجزء الثاني}$$

$$\text{ق (س) = مشتقة الجزء الأول } \times \text{الجزء الثاني + مشتقة الجزء الثاني } \times \text{الجزء الأول}$$

$$(٦٣) \text{ إذا كان ق (س) = (٣ س - ٢) (٥ س٣ + ٤) } (٤)$$

جد ق (س)

$$\text{الحل : ق (س) = } ٣ \times (٥ س٣ + ٤) + (٣ س - ٢) \times ١٥ (٢)$$

$$= ١٥ س٣ + ١٢ - ٤٥ س٣ - ٣٠ س٢$$

$$= ٦٠ س٣ - ١٢ - ٣٠ س٢$$

بعد الضرب نجمع و نطرح السينات التي لها نفس القوة مع بعضها
و الأعداد التي لوحدها بدون سينات مع بعض

$$س^م \times س^ن = س^{م+ن}$$

أمثلة : $س^3 \times س^2 = س^5$ ، $س^2 \times س^6 = س^8$

٦٤) إذا كان ق (س) = (٤ س^٣ - ٣) (٢ س^٤ - ٥ س) جد ق' (س)

الحل : ق' (س) = ١٢ س^٢ (٢ س^٤ - ٥ س) + (٤ س^٣ - ٣) (٨ س^٣ - ٥ س)

$$= ٢٤ س^6 - ٦٠ س^3 + ٣٢ س^6 - ٢٤ س^3 - ٢٠ س^3 + ١٥ = ٥٦ س^6 - ١٠٤ س^3 + ١٥$$

٦٥) إذا كان ق (س) = ٣ س^٥ (٦ س^٣ + ٢ س^٢ - ٣) جد ق' (س)

الحل : ق' (س) = ١٥ س^٤ (٦ س^٣ + ٢ س^٢ - ٣) + (٣ س^٥ × (١٨ س^٢ + ٤ س - ٣))

$$= ٩٠ س^7 + ٣٠ س^6 - ٤٥ س^4 + ٥٤ س^7 + ١٢ س^6 = ١٤٤ س^7 + ٤٢ س^6 - ٤٥ س^4$$

قاعدة القسمة :

(٥)

سينات

سينات

(أ)

$$\downarrow \frac{م (س)}{ل (س)} \uparrow = ق (س)$$

$$\frac{م (س) \times ل (س) - ل (س) \times م (س)}{(ل (س))^2} = ق (س)$$

لتسهيل حفظ القاعدة : الجزء الذي بجانبه مقدمة السهم ▲ نشقه

$$\downarrow \frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} \uparrow = ق (س)$$

$$\frac{\text{مشتقة البسط} \times \text{المقام} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{(\text{المقام})^2} = ق (س)$$

$$(٦٦) \text{ إذا كان ق (س) } = \left| \frac{٣س + ٢}{٤س - ٥} \right| \downarrow \uparrow , \text{ جد ق (س)}$$

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (س)} &= \frac{٣(٤س - ٥) - (٣س + ٢)٤}{(٤س - ٥)^2} \\ &= \frac{١٢س - ١٥ - ١٢س - ٨}{(٤س - ٥)^2} \\ &= \frac{-٢٣}{(٤س - ٥)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (٦٧) \text{ إذا كان ق (س) } &= \left| \frac{٢س^٣ - ٣س}{٤س^٢ + ٦} \right| \downarrow \uparrow , \text{ جد ق (س)} \\ \text{الحل : ق (س)} &= \frac{(٢س^٣ - ٣س)(٤س^٢ + ٦) - (٤س^٢ + ٦)^2}{(٤س^٢ + ٦)^2} \\ &= \frac{٨س^٤ + ١٢س^٣ - ١٢س^٣ - ١٨س - ١٨س^٢ - ٣٦س^٢ + ٢٤س^٤ + ٣٦س^٢ + ٣٦س}{(٤س^٢ + ٦)^2} \\ &= \frac{٨س^٤ + ١٨س^٣ - ١٨س^٢ - ٣٦س}{(٤س^٢ + ٦)^2} \end{aligned}$$

(ب)

رقم
سینات

$$\frac{أ}{ل (س)} = ق (س)$$
$$\frac{أ - ل \times ل (س)}{ل (س)}$$

$$\frac{\text{الرقم}}{\text{المقام}} = ق (س)$$
$$\frac{\text{الرقم} - \text{مشتقة المقام}}{\text{المقام}}$$

٦٨) إذا كان ق (س) = $\frac{٧}{٣س - ٦}$ ، جد ق (س)

الحل : ق (س) = $\frac{٣ \times ٧ -}{٣س - ٦}$

$$\frac{٢١ -}{٣س - ٦} =$$

٦٠

٦٩) إذا كان ق (س) = $\frac{5 - 4س^2}{3 + 2س}$ ، جد ق' (س)

الحل : ق' (س) = $\frac{-4س \times 8}{(3 + 2س)^2}$

= $\frac{-4س}{(3 + 2س)^2}$

٧٠) إذا كان ق (س) = $\frac{2}{5 + 2س^2 + 4س^3}$ جد ق' (س)

الحل : ق' (س) = $\frac{-2(4س^2 + 12س + 5)}{(5 + 2س^2 + 4س^3)^2}$

= $\frac{-2(4س^2 + 12س + 5)}{(5 + 2س^2 + 4س^3)^2}$

(٦) قاعدة الجذر التربيعي :

$$\sqrt{\text{ق (س)}} = \text{هـ (س)}$$

$$\frac{\text{ق (س)}}{\sqrt{\text{هـ (س)}}} = \text{ق (س)}$$

$$\sqrt{\text{ق (س) ما داخل الجذر}} = \text{ق (س)}$$

$$\frac{\text{ق (س) مشتقة ما داخل الجذر}}{\sqrt{\text{ق (س) ما داخل الجذر}}} = \text{ق (س)}$$

(٧١) إذا كان ق (س) = $\sqrt{٨س + ٥}$

جد ق (س)

الحل : ق (س) = $\frac{٨}{٤}$

$$\frac{\sqrt{٨س + ٥}}{٤} =$$

$$(٧٢) \text{ إذا كان ق (س) } = \sqrt{٥ \text{ س}^٢ - ٩} , \text{ جد ق (س)}$$

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (س)} &= \frac{١٠ \text{ س}}{\sqrt{٥ \text{ س}^٢ - ٩}} \\ &= \frac{٥ \text{ س}}{\sqrt{٥ \text{ س}^٢ - ٩}} \end{aligned}$$

$$(٧٣) \text{ إذا كان ق (س) } = \sqrt{٦ \text{ س}^٤ + ٩ \text{ س}^٣}$$

جد ق (س)

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (س)} &= \frac{٢٤ \text{ س}^٣ + ٢٧ \text{ س}^٢}{\sqrt{٦ \text{ س}^٤ + ٩ \text{ س}^٣}} \end{aligned}$$

$$(٧٤) \text{ إذا كان ق (س) } = \sqrt{٣ \text{ س}^٣ + ٥ \text{ س}^٢ - ٤ \text{ س}}$$

جد ق (س)

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (س)} &= \frac{٣ \text{ س}^٢ + ١٠ \text{ س} - ٤}{\sqrt{٣ \text{ س}^٣ + ٥ \text{ س}^٢ - ٤ \text{ س}}} \end{aligned}$$

(٧) قاعدة الجذور غير التربيعية :

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{\frac{م}{(س) ه}} &= (س) ق \\ \frac{م}{ن} &= (س) ق ((س) ه) \\ \frac{م - ن}{ن} &= (س) ق \times ه (س) \\ \frac{البسط - المقام}{المقام} & \end{aligned}$$

(٧٥) إذا كان $\sqrt[٣]{س} = (س) ق$ ، جد $ق (س)$

$$\frac{١}{س} = \frac{م}{س}$$

$$\begin{aligned} \frac{١}{س} &= (س) ق \\ \frac{١}{س} &= (س) ق \times \frac{١}{س} \\ \frac{١}{س} &= \frac{١}{س} \times \frac{١}{س} \end{aligned}$$

$$\frac{١}{س} = \frac{١}{س}$$

$$\frac{١}{س} = \frac{١}{س}$$

(٧٦) إذا كان ق (س) = $\sqrt[4]{2س^3}$ ، جد ق (س)

$$\frac{3}{4}$$

الحل : ق (س) = (٢ س)

$$ق (س) = \frac{3}{4} (2س)^{\frac{3}{4}} = 2 \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4} (2س)^{\frac{3}{4}}$$

(٧٧) إذا كان ق (س) = $\sqrt{3س^2 + 8س}$ ، جد ق (س)

$$\frac{3}{2}$$

الحل : ق (س) = (٣ س + ٨ س)

$$ق (س) = \frac{3}{2} (3س^2 + 8س) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{(18س + 24) \sqrt{3س^2 + 8س}}{2} =$$

٢

ثانياً : مجموعة الجب و الجنا و الظل جا ، جتا ، ظا

عند وجود (ت)

(جتا) نضع في

المشتقة (-)

إن لم يوجد (ت)

(جا) لا نضع

في المشتقة (-)

ق (س) = جا س

ق (س) = جتا س

ق (س) = جتا س

ق (س) = - جا س

ق (س) = ظا س

ق (س) = قاً س

قا تُقرأ قاطع

(٧٨) إذا كان ق (س) = ٣ جا س + ٥ جتا س

جد ق (س)

الحل : ق (س) = ٣ جتا س + ٥ جا س

= ٣ جتا س - ٥ جا س

تحذير : لا تكتب هكذا : ٥ - جا س

يُمكن الكتابة هكذا : ٥ × - جا س

(٧٩) إذا كان ق (س) = ٧ جتا س + ٦ ظا س

جد ق (س)

الحل : ق (س) = - ٧ جا س + ٦ قا س

(٨٠) إذا كان ق (س) = ٩ ظا س - ٢ جتا س

جد ق (س)

الحل : ق (س) = ٩ قا س - ٢ جا س

= ٩ قا س + ٢ جا س

ق (س) = جا هـ (س)

(٤)

ق (س) = هـ (س) جتا هـ (س)

ق (س) = جا الداخل

ق (س) = مُشتقة الداخل جتا الداخل

(٨١) إذا كان ق (س) = جا ء س ، جد ق (س)

الحل : ق (س) = ء جتا ء س

(٨٢) إذا كان ق (س) = ظا (٥ س + ٣)

جد ق (س)

الحل : ق (س) = ١٠ س قا (٥ س + ٣)

(٨٣) إذا كان ق (س) = جتا (٤ س^٣ + س^٢)

جد ق (س)

الحل : ق (س) = - (١٢ س^٢ + ٢ س) جا (٤ س^٣ + س^٢)

$$= (-12\text{س}^2 - 2\text{س}) \text{جا} (٤\text{س}^3 + \text{س}^2)$$

(٨٤) إذا كان ق (س) = ٥ جا (٢ س^٢ + ٣ س^٣)

جد ق (س)

الحل : ق (س) = ٥ (٨ س^٣ + ٩ س^٢) جتا (٢ س^٢ + ٣ س^٣)

$$= (٤٠\text{س}^3 + ٤٥\text{س}^2) \text{جتا} (٢\text{س}^2 + ٣\text{س}^3)$$

القاعدة العملاقة :

(٥)

ن

ق (س) = (جا هـ (س))

ن - ١

ق (س) = ن × هـ (س) جتا هـ (س) (جا هـ (س))

٦

(٨٥) إذا كان ق (س) = (جا (٧ س + ٣))

جد ق (س)

الحل : ق (س) = ٦ × ٧ جتا (٧ س + ٣) (جا (٧ س + ٣))

$$= ٤٢ \text{جتا} (٧\text{س} + ٣) (٣ + ٧\text{س}) \text{جا} (٧\text{س} + ٣)$$

$$(٨٦) \text{ إذا كان ق (س) = (جتا } ٢ \text{ س}^٣ - \text{س) (} ٥ \text{ } \\ \text{جد ق (س) }$$

$$\text{الحل: ق (س) = } -٥ \times (١ - \text{س}^٢) \text{ جتا } (٢ \text{ س}^٣ - \text{س}) \text{ (جتا } (٢ \text{ س}^٣ - \text{س}) \text{)}^٤ \\ = (-٣٠ \text{ س}^٢ + ٥) \text{ جتا } (٢ \text{ س}^٣ - \text{س}) \text{ (جتا } (٢ \text{ س}^٣ - \text{س}) \text{)}^٤$$

$$(٨٧) \text{ إذا كان ق (س) = ظا } (٥ \text{ س} + ١) \text{ } \\ \text{جد ق (س) }$$

$$\text{الحل: ق (س) = (ظا } (٥ \text{ س} + ١) \text{)}^٧ \\ \text{ق (س) = } ٧ \times ٥ \text{ قا } (٥ \text{ س} + ١) \text{ (ظا } (٥ \text{ س} + ١) \text{)}^٦ \\ = ٣٥ \text{ قا } (٥ \text{ س} + ١) \text{ (ظا } (٥ \text{ س} + ١) \text{)}^٦$$

$$(٨٨) \text{ إذا كان ق (س) = جا } (٦ + \text{س}^٩) \text{ } \\ \text{جد ق (س) }$$

$$\text{الحل: ق (س) = (جا } (٦ + \text{س}^٩) \text{)}^٩ \\ \text{ق (س) = } ٩ \times \text{س}^٨ \text{ جتا } (٦ + \text{س}^٩) \text{ (جا } (٦ + \text{س}^٩) \text{)}^٨ \\ = ٣٦ \text{ س}^٨ \text{ جتا } (٦ + \text{س}^٩) \text{ (جا } (٦ + \text{س}^٩) \text{)}^٨$$

كوكتيل

(٨٩) إذا كان ق (س) = ٦ ظا س — جتا ء س

جد ق (س)

الحل : ق (س) = ٦ قا س — — ء جا ء س

$$= ٦ قا س + ء جا ء س$$

(٩٠) إذا كان ص = ظا ء س + جتا س

جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل : ص = (ظا ء س) + جتا س

$$\frac{د ص}{د س} = ٢ \times ء قا س ظا ء س + — جا س$$

$$= ٨ قا س ظا ء س — جا س$$

إذا جاءت السينات بجانب أي من هؤلاء

(١) سينات جا س (٢) سينات جتا س

(٣) سينات ظا س

نُطبق قاعدة الضرب

(٩١) جد المُشتقة الأولى للاقتران م (س) = ٢ س جا س

الحل : م (س) = ٢ جا س + ٢ س جتا س

(٩٢) جد المُشتقة الأولى للاقتران ع (س) = س ظا س

الحل : ع (س) = ظا س + س قا س

(٩٣) إذا كان ص = س^٢ جتا س ، جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = ٢ س جتا س + - س^٢ جا س$

= ٢ س جتا س - س^٢ جا س

(٩٤) إذا كان ص = س^٣ جا س + ظا س ، جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = ٣ س^٢ جا س + س^٣ جتا س + قا س$

(٩٥) إذا كان ص = س^٢ جا ٣ س ، جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = ٢ س جا ٣ س + س^٢ \times ٣ جتا ٣ س$

= ٢ س جا ٣ س + ٣ س^٢ جتا ٣ س

(٩٦) إذا كان ق (س) = - ٥ س^٢ جتا س + ٣ ظا س ، جد ق (س)

الحل : ق (س) = - ١٠ س جتا س + - ٥ س^٢ جاس + ٣ قاس

$$= - ١٠ س جتا س + ٥ س^٢ جاس + ٣ قاس$$

(٩٧) إذا كان ق (س) = جاس جتا س ، جد ق (س)

الحل : ق (س) = جتا س جتا س + - جاس جاس

$$= جتا س - جاس$$

(٩٨) إذا كان ق (س) = جاس ظا ٢ س ، جد ق (س)

الحل : ق (س) = جتا س ظا ٢ س + ٢ جاس قاس ٢ س

(٩٩) إذا كان ق (س) = $\frac{جاس}{جتاس}$ ، جد ق (س)

الحل : ق (س) = $\frac{جتاس جتا س - جاس جاس}{جتاس}$

$$= \frac{جتاس + جاس}{جتاس}$$

$$(100) \text{ إذا كان ق (س) } = \frac{\text{جا ٢ س}}{١ + \text{جتا س}}, \quad \text{جد ق (س)}$$

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (س)} &= \frac{٢ \text{ جتا ٢ س (١ + جتا س)} - \text{جا س جا ٢ س}}{(١ + \text{جتا س})^2} \\ &= \frac{٢ \text{ جتا ٢ س (١ + جتا س)} + \text{جا س جا ٢ س}}{(١ + \text{جتا س})^2} \end{aligned}$$

$$(101) \text{ إذا علمت أن ق (س) } = \sqrt{\text{س}} + (\text{ظا ه س})$$

جد ق (س)

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (س)} &= \frac{١}{\sqrt{\text{س}}} + ٢ \times \text{ظا ه س قا ه س} \\ &= \frac{١}{\sqrt{\text{س}}} + ١٠ \times \text{ظا ه س قا ه س} \end{aligned}$$

$$(102) \text{ إذا علمت أن ق (س) } = \frac{٨}{٢ \text{ س} - ٣} + \text{جا ٢ س}$$

جد ق (س)

$$\begin{aligned} \text{الحل : ق (س)} &= \frac{٨ \times ٢ - ٢ \times \text{جا ٢ س جتا ٢ س}}{(٢ \text{ س} - ٣)} \\ &= \frac{١٦ - ١٠ \times \text{جا ٢ س جتا ٢ س}}{(٢ \text{ س} - ٣)} \end{aligned}$$

(١٠٣) إذا علمت أنّ ق (س) = س^٢ جتاس + ظأ^٣ س
جد ق (س)

الحل: ق (س) = ٢ س جتاس + - س^٢ جاس + ٣ × ٦ ظأ^٢ س ٦ قأ^٢ س
= ٢ س جتاس - س^٢ جاس + ١٨ ظأ^٢ س ٦ قأ^٢ س

(١٠٤) إذا علمت أنّ ق (س) = جأ^٣ س (١ + جتاس)
جد ق (س)

الحل: ق (س) = ٣ جأ^٢ س جتاس (١ + جتاس) + - جأ^٣ س جاس
= ٣ جأ^٢ س جتاس (١ + جتاس) - جأ^٤ س

تطبيق قاعدة السلسلة

قاعدة السلسلة :

$$\frac{d \text{ ع}}{d \text{ س}} \times \frac{d \text{ ص}}{d \text{ ع}} = \frac{d \text{ ص}}{d \text{ س}}$$

(١٠٥) إذا كان $\text{ص} = ٥ \text{ ع}^2 + ٣$ ، $\text{ع} = \text{س}^2 + ٤$

جـ $\frac{d \text{ ص}}{d \text{ س}}$

الحل : $\frac{d \text{ ص}}{d \text{ س}} = ١٠ \text{ ع} \times ٣ \text{ س}^2$

$= ٣٠ \text{ س}^2 \text{ ع}$

$= ٣٠ \text{ س}^2 (\text{س}^2 + ٤)$

$= ٣٠ \text{ س}^4 + ١٢٠ \text{ س}^2$

(١٠٦) إذا كان $\text{ص} = \text{ع}^2 + ١$ ، $\text{ع} = ٣ \text{ س} - ٢$

جـ $\frac{d \text{ ص}}{d \text{ س}}$

الحل : $\frac{d \text{ ص}}{d \text{ س}} = ٢ \text{ ع} \times ٣ = ٦ \text{ ع}$

$= ٦ (٣ \text{ س} - ٢) = ١٨ \text{ س} - ١٢$

(١٠٧) إذا كان $\sqrt{1 + ع} = ص$ ، $ع = ٤ س^٣ - ٩$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \text{جد}$$

$$\frac{الحل :}{د س} = \frac{د ص}{د س} = \frac{١}{\sqrt{١ + ع}} \times ١٢ س^٢$$

$$= \frac{١٢ س^٢}{\sqrt{١ + ع}}$$

$$= \frac{٦ س^٢}{\sqrt{١ + ٩ - ٤ س^٣}} = \frac{٦ س^٢}{\sqrt{٨ - ٤ س^٣}}$$

(١٠٨) إذا كان $ع^٢ + ٨ = ص$ ، $ع = ١ - ٢ س$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \text{جد}$$

$$\frac{الحل :}{د س} = \frac{د ص}{د س} = ٢ - ع \times ٢$$

$$= - ٤ ع$$

$$= - ٤ (١ - ٢ س)$$

$$= - ٤ + ٨ س$$

(١٠٩) إذا كان $ص = ع - ع^2$ ، $ع = ١ - ٣ = ٣$ س

$$\frac{د ص}{د س} \quad \text{جد}$$

$$\text{الحل :} \quad \frac{د ص}{د س} = (١ - ٢ ع) \times ٣ - ٣$$

$$= ٣ - ٦ ع$$

$$= ٣ - ٦ (١ - ٣ س)$$

$$= ٣ - ٦ + ١٨ س$$

$$= ٣ - ١٨ س$$

(١١٠) إذا كان $ص = ع - ع^2$ ، $ع = ٦ ظا س$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \text{جد}$$

$$\text{الحل :} \quad \frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٢ ع - ١} \times ٦ قأ س$$

$$= \frac{٦ قأ س}{٢ ع - ١}$$

$$= \frac{٣ قأ س}{٦ ظا س - ١}$$

$$(111) \text{ إذا كان } ص = ع^2 - ٦ ع ، ع = \sqrt{٢ س + ١}$$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \text{جـ}$$

$$\frac{\cancel{\sqrt{٢ س + ١}}}{\cancel{\sqrt{٢ س + ١}}} \times (٦ - ع^2) = \frac{د ص}{د س} : \text{الحل}$$

$$= \frac{٦ - ع^2}{\sqrt{٢ س + ١}}$$

$$= \frac{٦ - \sqrt{٢ س + ١}}{\sqrt{٢ س + ١}}$$

$$(112) \text{ إذا كان } ص = ع^3 + ١ ، ع = ٣ - س$$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \text{جـ}$$

$$\frac{د ص}{د س} : \text{الحل} = ٣ \times ع^2 = ٣$$

$$= ٩ ع^2$$

$$= ٩ (٣ - س)^2$$

$$(١١٣) \text{ إذا كان } ص = ع^٣ + ع^٢ - ع + ٥, ٢ = س + ٣$$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \text{جـ}$$

$$\text{الحل : } \frac{د ص}{د س} = (٢ - ع + ع^٢) \times ٢$$

$$= ع^٢ + ١٢ ع - ٤$$

$$= ٦ (٣ + س) + ١٢ (٣ + س) - ٤$$

$$= ٦ (٣ + س) + ٢٤ س + ٣٦ - ٤$$

$$= ٦ (٣ + س) + ٢٤ س + ٣٢$$

لا يجوز التوزيع على القوس الذي له قوّة

التعويض في المشتقات :

اشتق ثم عوّض

إوعى تعوّض قبل ما تشتق

(١١٤) إذا كان ق (س) = س^٣ ، جد ق' (٢)

الحل : ق' (س) = ٣ س^٢

$$ق' (٢) = ٣ \times ٢^٢ = ٣ \times ٤ = ١٢$$

(١١٥) إذا كان ل (س) = س^٢ ، جد ل' (٣)

الحل : ل' (س) = ٢ س

$$ل' (٣) = ٢ \times ٣ = ٦$$

(١١٦) إذا كان و (س) = ٧ س ، جد و' (٥)

الحل : و' (س) = ٧

$$و' (٥) = ٧$$

(١١٧) إذا كان ك (س) = ٤ س^٣ + ٥ س - ٩ ، جد ك (١)

الحل : ك (س) = ١٢ س^٢ + ٥

$$\text{ك (١)} = ١٢ \times ١^٢ + ٥ = ١٢ + ٥ = ١٧$$

(١١٨) إذا كان ق (س) = (٢ س + ٣) ، جد ق (٢)

الحل : ق (س) = ٣ × ٢ (٢ س + ٣)

$$= ٦ (٢ س + ٣)$$

$$\text{ق (٢)} = ٦ (٢ \times ٢ + ٣)$$

$$= ٦ \times ٧ = ٦ \times ٤٩ = ٢٩٤$$

(١١٩) إذا كان ق (س) = (٥ س^٤ + ١) ، جد ق (٠)

الحل : ق (س) = ٧ × ٢٠ س^٣ (٥ س^٤ + ١)

$$= ١٤٠ س^٣ (٥ س^٤ + ١)$$

$$\text{ق (٠)} = ١٤٠ \times ٠^٣ \times (٥ \times ٠^٤ + ١)$$

$$= ٠$$

$$(١٢٠) \text{ إذا كان ق (س) } = (٣ \text{ س} - ٢) (٥ \text{ س}^٢ + ٤)$$

جد ق (١)

$$\text{الحل : ق (س) } = (٣ \times (٥ \text{ س}^٢ + ٤) + ١٥ \text{ س}^٢) (٣ \text{ س} - ٢)$$

$$\text{ق (١) } = (٣ \times (٤ + ١ \times ٥) + ١٥ \times ١^٢) (٣ - ١ \times ٢)$$

$$= ٣ \times ٩ + ١٥ \times ١ \times ١$$

$$= ٢٧ + ١٥ = ٤٢$$

$$(١٢١) \text{ إذا كان ص} = \frac{٣ \text{ س} + ٢}{٤ \text{ س} - ٥} \text{ ، جد } \frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$$

عندما س = ٢

$$\text{الحل : } \frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{٣ (٤ \text{ س} - ٥) - (٣ \text{ س} + ٢) ٤}{(٤ \text{ س} - ٥)^٢}$$

$$= \frac{٣ (٤ \times ٢ - ٥) - (٣ \times ٢ + ٢) ٤}{(٤ \times ٢ - ٥)^٢} = \frac{\text{د ص}}{\text{د س}} \quad \text{س} = ٢$$

$$= \frac{٣ (٨ - ٥) - (٦ + ٢) ٤}{(٨ - ٥)^٢}$$

٨٢

$$= \frac{٣ \times ٣ - ٨ \times ٤}{٣^٢} = \frac{٩ - ٣٢}{٩} = \frac{-٢٣}{٩}$$

التعويض في مُشتقة قاعدة السلسلة :

(١٢٢) إذا كان $ص = ٥ع^٢ + ٣$ ، $ع = س^٣ + ٤$

جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = ١٠ع \times ٣س^٢$

$= ٣٠س^٢ع$

$= ٣٠س^٢(س^٣ + ٤)$

$\frac{د ص}{د س} = ٣٠ \times ١^٢ (٤ + ١) = ١٥٠$ | $س = ١$

(١٢٣) إذا كان $ص = ١ع^٢ + ١$ ، $ع = ٣س - ٢$

جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ٣$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = ٢ع \times ٣$

$= ٦ع$

$= ٦(٣س - ٢)$

$= ٦(٣ \times ٣ - ٢) = ٦٠$ | $س = ٣$

$= ٦ \times ٧ = ٤٢$

$$(١٢٤) \text{ إذا كان } \sqrt{ع + ١} = ص , \text{ ع} = ٤ \text{ س}^٣ - ٨$$

$$\text{جد } \frac{د ص}{د س} \text{ عندما } س = ٢$$

$$\text{الحل : } \frac{د ص}{د س} = \frac{١}{٢ \sqrt{ع + ١}} \times ١٢ \text{ س}^٢ = \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{ع + ١}}$$

$$= \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{ع + ١}} = \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٨ + ١}} = \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}}$$

$$= \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}} = \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}} = \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}}$$

$$= \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}} = \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}}$$

$$= \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}} = \frac{١٢ \text{ س}^٢}{٢ \sqrt{٤ \text{ س}^٣ - ٧}}$$

$$(١٢٥) \text{ إذا كان } \sqrt{ع + ١} = ص , \text{ ع} = ٥ \text{ س} - ٢$$

$$\text{جد } \frac{د ص}{د س} \text{ عندما } س = ٢$$

$$\text{الحل : } \frac{د ص}{د س} = \frac{٣ \text{ ع}^٢}{٥} = \frac{٣ \text{ ع}^٢}{٥}$$

$$= \frac{٣ \text{ ع}^٢}{٥} = \frac{٣ (٥ \text{ س} - ٢)^٢}{٥}$$

$$= \frac{٣ (٥ \text{ س} - ٢)^٢}{٥} = \frac{٣ (٥ \text{ س} - ٢)^٢}{٥}$$

$$= \frac{٣ (٥ \text{ س} - ٢)^٢}{٥} = \frac{٣ (٥ \text{ س} - ٢)^٢}{٥}$$

$$(۱۲۶) \text{ إذا كان } ص = ع^۲ + ۳ع ، ع = ۳ - ۲س^۲$$

$$\text{جد } \frac{د ص}{د س} \text{ عندما } س = ۱ -$$

$$\text{الحل : } \frac{د ص}{د س} = (۲ع + ۳) \times - ۴س$$

$$= (۲(۳ - ۲س^۲) + ۳) \times - ۴س$$

$$\frac{د ص}{د س} = (۲(۳ - ۲س^۲) + ۳) \times - ۴س = ۱ - س$$

$$= (۲(۳ - ۲س^۲) + ۳) \times - ۴س = ۴ \times (۳ + ۲)$$

$$= ۴ \times ۵ = ۲۰$$

المجاهيل في المشتقات :

$$(١٢٧) \text{ إذا كان ق (س) = (٢ س - ١) }^2$$

و كان ق' (س) = ٤ ، فجد قيمة (س) :

$$\text{الحل : ق' (س) = } ٢ \times ٢ \text{ (٢ س - ١) = ٤}$$

$$٤ = (٢ س - ١)$$

$$٨ س - ٤ = ٤$$

$$\text{ق' (س) = ٤}$$

$$٨ س - ٤ = ٤$$

$$٨ س + ٤ = ٨$$

$$\frac{٨}{٨} = \frac{٨ س}{٨}$$

$$١ = س$$

أفكار مُتفرقة :

(١٢٨) إذا كان ق (س) = س^٧ - ٦ س

$$\frac{\text{ق (١ + هـ) - ق (١)}}{\text{هـ}} \quad \begin{array}{l} \text{جد} \quad \text{نهـا} \\ \text{هـ} \leftarrow \end{array}$$

الحل : نهـا : $\frac{\text{ق (١ + هـ) - ق (١)}}{\text{هـ}} = \text{ق (١)}$ هـ \leftarrow

بما أنه لم يرد في صيغة السؤال إيجاد المُشتقة باستخدام تعريف المُشتقة

لذلك نشق بالقواعد السريعة ثم نعوض (١)

$$\text{ق (س)} = \text{س}^٧ - ٦$$

$$\text{ق (١)} = ١^٧ - ٦ = ١ - ٦ = -٥$$

(١٢٩) إذا كان ق (س) = جا ٣ س

$$\frac{\text{ق (س + هـ) - ق (س)}}{\text{هـ}} \quad \begin{array}{l} \text{جد} \quad \text{نهـا} \\ \text{هـ} \leftarrow \end{array}$$

الحل : ق (س) = جا ٣ س

$$(١٣٠) \text{ إذا كان ق (س) = } ٢ \text{ س} + ١$$

$$\text{ق (٣) - (٣ + هـ) = هـ}$$

$$\begin{array}{r} \text{جد نهـا} \\ \text{هـ} \leftarrow ٠ \\ \hline \end{array}$$

$$\text{الحل : ق (س) = } ٢$$

$$\text{ق (٣) = } ٢$$

$$(١٣١) \text{ إذا كان ق (س) = } ٦ \sqrt{\text{س}}$$

$$\text{ق (٩) - (٩ + هـ) = هـ}$$

$$\begin{array}{r} \text{جد نهـا} \\ \text{هـ} \leftarrow ٠ \\ \hline \end{array}$$

$$\text{الحل : ق (س) = } \frac{٦}{\sqrt{\text{س}}} = \frac{٣}{\sqrt{\text{س}}}$$

$$\text{ق (٩) = } \frac{٣}{\sqrt{٩}} = \frac{٣}{٣} = ١$$

$$(١٣٢) \text{ إذا كان ق (س) = } ٣ \sqrt{\text{س} + ١٠}$$

$$\text{ق (٢) - (٢ + هـ) = هـ}$$

$$\begin{array}{r} \text{جد نهـا} \\ \text{هـ} \leftarrow ٠ \\ \hline \end{array}$$

$$\text{الحل : ق (س) = } \frac{٣}{\sqrt{\text{س} + ١٠}}$$

$$\text{ق (٢) = } \frac{٣}{\sqrt{٢ + ١٠}} = \frac{٣}{\sqrt{١٢}}$$

$$= \frac{٣}{\sqrt{٤ \times ٣}} = \frac{٣}{٢ \times ٢} = \frac{٣}{٤}$$

(١٣٣) إذا كان ق (س) = ظا ه س

$$\frac{\text{ق (س + ه) - ق (س)}}{\text{ه}} \quad \begin{array}{l} \text{جد} \\ \text{نهـا} \\ \text{ه} \leftarrow \end{array}$$

الحل : ق (س) = ه قأ ه س

(١٣٤) إذا كان ق (س) = س^٣ - ٢ √س

$$\frac{\text{ق (١ + ه) - ق (١)}}{\text{ه}} \quad \begin{array}{l} \text{جد} \\ \text{نهـا} \\ \text{ه} \leftarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{الحل : ق (س) = س}^3 - 2\sqrt{\text{س}} \\ \text{س}^3 - 2\sqrt{\text{س}} \\ \text{س}^3 - 1 \\ \text{س}^3 - 1 \end{array}$$

$$\text{ق (١) = ٣} \times 1 - \frac{1}{1} = 3 - 1 = 2$$

(١٣٥) إذا كان ق (س) = س^٢

$$\frac{\text{ق (س + \Delta) - ق (س)}}{\Delta \text{ س}} \quad \begin{array}{l} \text{جد} \\ \text{نهـا} \\ \Delta \text{ س} \leftarrow \end{array}$$

الحل : ق (س) = ٢ س

(١٣٦) إذا كان ق (س) = (٢ س - ٣) ^٣

$$\frac{\text{جد} \quad \text{نـهـا} \quad \Delta \text{ س} \leftarrow \cdot}{\text{ق (٢) س} - (٢ + \Delta \text{ س }) \quad \Delta \text{ س}}$$

الحل : ق (س) = ٣ × ٢ (٢ س - ٣) ^٢

$$= (٢ س - ٣) ٦$$

$$\text{ق (٢)} = ٦ = (٢ \times ٢ - ٣) ٦ = ١ \times ٦ = ٦$$

(١٣٧) إذا كان ق (س) = جا ه س - جتا ه س

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} \quad \text{جد} \quad \text{نـهـا} \quad \Delta \text{ س} \leftarrow \cdot$$

الحل : ق (س) = ه جتا ه س - ه جا ه س

$$= ه جتا ه س + ه جا ه س$$

(١٣٨) إذا كان ق (س) = ه س ^٣ - ٢

$$\frac{\Delta \text{ ص}}{\Delta \text{ س}} \quad \text{جد} \quad \text{نـهـا} \quad \Delta \text{ س} \leftarrow \cdot$$

عندما س = ٢

الحل : ق (س) = ١٥ س ^٢

$$\text{ق (٢)} = ١٥ \times ٢ = ٤ \times ١٥ = ٦٠$$

(١٣٩) إذا كان ق (١) = ٢ ، هـ (١) = ٣

ق (١) = ٢ - ، هـ (١) = ١ ، جد (ق × هـ) (١)

الحل : نستخدم هنا قاعدة مُشتقة ضرب اقترانين

$$(ق \times هـ) (١) = ق (١) \times هـ (١) + هـ (١) \times ق (١)$$

$$٢ - = ٢ \times ١ + ٣ \times ٢ - = ٢ + ٦ - = ٤ -$$

(١٤٠) إذا كان ق (٤) = ٣ - ، هـ (٤) = ٢

ق (٤) = ٦ ، هـ (٤) = ٥ ، جد (ق × هـ) (٤)

الحل :

$$(ق \times هـ) (٤) = ق (٤) \times هـ (٤) + هـ (٤) \times ق (٤)$$

$$٣ - = ١٢ + ١٥ - = ٢ \times ٦ + ٣ - \times ٥ =$$

(١٤١) إذا كان ق (٣) = ١ ، هـ (٣) = ٢

ق (٣) = ٧ ، هـ (٣) = ٦ ، جد $\left(\frac{ق}{هـ}\right) (٣)$

الحل : نستخدم هنا قاعدة مُشتقة قسمة اقترانين

$$\frac{ق (٣) \times هـ (٣) - هـ (٣) \times ق (٣)}{هـ (٣)^2} = \left(\frac{ق}{هـ}\right) (٣)$$

$$\frac{١ \times ٦ - ٢ \times ٧}{٦^2}$$

$$= \frac{٦ - ١٤}{٦^2}$$

$$٢ = \frac{٨}{٤} = \frac{٦ - ١٤}{٤} =$$

(١٤٢) إذا كان ق (٥) = ٤ - ، هـ (٥) = ٣ =

ق (٥) = ٢ ، هـ (٥) = ١ - ، جد $\left(\frac{٢ \text{ ق}}{٣ \text{ هـ}}\right)$ (٥)

الحل :

$$\frac{٢ \text{ ق} (٥) \times ٣ \text{ هـ} (٥) - ٣ \text{ هـ} (٥) \times ٢ \text{ ق} (٥)}{(٣ \times ٣)} = \left(\frac{٢ \text{ ق}}{٣ \text{ هـ}}\right)$$

$$\frac{٢ \times ٢ \times ٣ - ٣ \times ٣ \times ١}{(٣ \times ٣)} =$$

$$\frac{١٢}{٨١} = \frac{٢٤ - ٣٦}{٨١} =$$

(١٤٣) إذا كان ق (س) = ك^٢ س ، و كان (ك) عدداً ثابتاً

جد ق (س)

الحل : بما أنّ السؤال اعتبر (ك) عدداً ثابتاً ، إذاً نعامله في

الاشتقاق مُعامله العدد

$$\text{ق} (س) = ك^٢$$

١٤٤ (إذا كان ق (٣) = ٤ ، ق (٣) = ٨

$$\text{جد } \left(\frac{2}{\text{ق}} \right) (3)$$

الحل :

$$\frac{2 - \text{ق} (3)}{\text{ق} (3)} = \left(\frac{2}{\text{ق}} \right) (3)$$

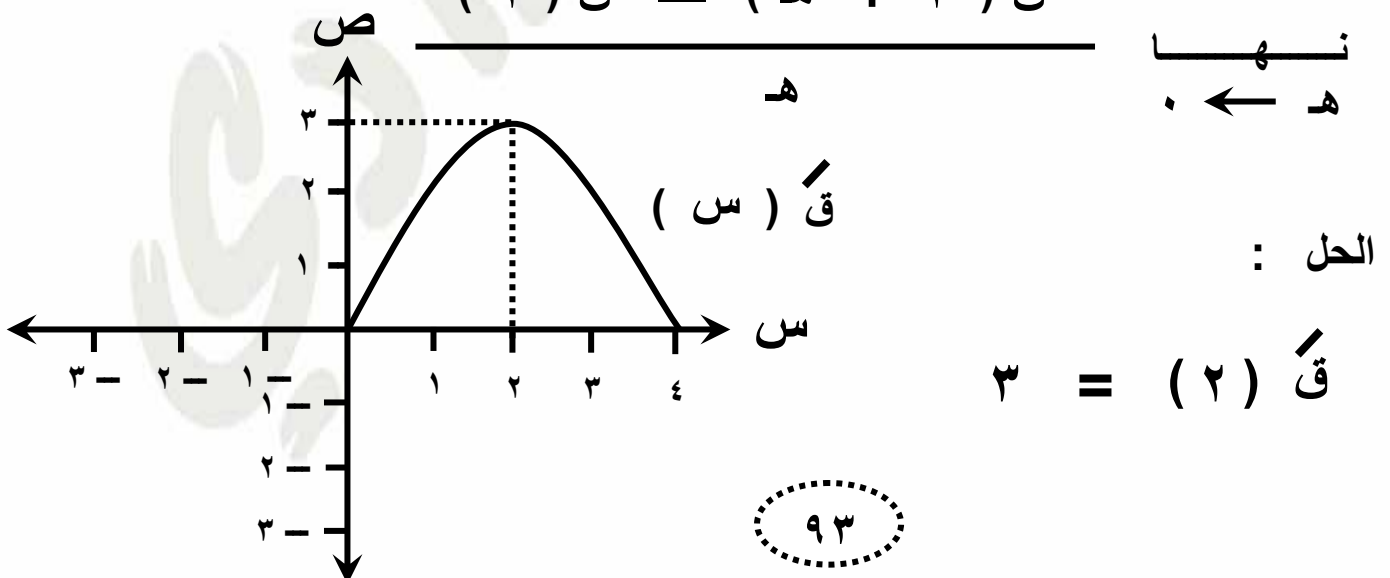
$$\frac{2 - 8}{(4)} =$$

$$1 - = \frac{16 -}{16} =$$

إيجاد المُشتقة من الرسم :

١٤٥ (بالاعتماد على الشكل المجاور جد

$$\text{ق} (2 + \text{هـ}) - \text{ق} (2)$$



١٤٦) بالاعتماد على الشكل المجاور جد

$$ق(٠) - (٠ + هـ) - ق(٠)$$

نهـ
هـ ← ٠

الحل :

$$ق(٠) = ٢$$

