

المبروك في الرياضيات

السنة الدراسية : ٢٠١٨ / ٢٠١٩
الفصل الأول
الوحدة الثانية : التفاضل
الوحدة الأولى : المثلث المتقابل

العنوان : المثلث المتقابل

٤٩٤٧٥٧٠٨٧٠٧٨٠ :



الفصل الأول : المُشتقات

أولاً : مُهَبِّل التَّغْيِير

مقدار التغيير في (s) = $\Delta s = s_2 - s_1$

مقدار التغيير في (c) = $\Delta c = c_2 - c_1$

مقدار التغيير في الاقتران = $\Delta c = c_2 - c_1$

$\Delta c = c_2 - c_1 = q(s_2) - q(s_1)$

مقدار التغيير في (c) هو نفس مقدار التغيير في الاقتران

مقدار التغيير لحرف واحد

$$\frac{\Delta c}{\Delta s} = \text{مُعَدَّل التَّغْيِير}$$

$$\frac{c_2 - c_1}{s_2 - s_1} = \frac{\Delta c}{\Delta s}$$

$$\frac{q(s_2) - q(s_1)}{s_2 - s_1} = \frac{\Delta c}{\Delta s}$$

$$s_2 = s_1 + \Delta s$$

١) إذا علمت أن $Q(s) = 4 - 7s$ ، و تغيرت (s)

من $s_1 = 3$ إلى $s_2 = 5$ ، جد قيمة Δs

$$\text{الحل : } \Delta s = s_2 - s_1 = 5 - 3 = 2$$

٢) إذا علمت أن $H(s) = 3s^2 + 6$ ، و تغيرت (s)

من $s_1 = 0$ إلى $s_2 = 4$ ، جد مقدار التغير في (s)

$$\text{الحل : } \Delta s = s_2 - s_1 = 4 - 0 = 4$$

٣) إذا علمت أن $M(s) = 8s^3 - 6$ ، و تغيرت (s)

من 2 إلى 7 ، جد مقدار التغير في (s)

$$\text{الحل : } \Delta s = s_2 - s_1 = 7 - 2 = 5$$

٤) إذا علمت أن $Q(s) = 5s + 9$ ، و تغيرت (s)

من $s_1 = 1$ إلى $s_2 = 8$ ، جد قيمة Δs

$$\text{الحل : } \Delta s = Q(8) - Q(1)$$

$$= (9 + 1 \times 8) - 9 + 8 \times 5 =$$

$$= 14 - 49 = (9 + 5) - 9 + 40 = 35$$

٥) إذا علمت أن $Q(s) = 3s^3$ ، و تغيرت (s)

من 2 إلى 4 ، جد مقدار التغير في (s)

$$\text{الحل : } \Delta s = Q(4) - Q(2)$$

$$= (4 \times 3^2) - (2 \times 2^2) = 48 - 12 = 36$$

٦) إذا علمت أن $q(s) = 4s - 3$ ، و تغيرت (s) من -2 إلى 6 ، جد مقدار التغير في الاقتران (q)

$$\begin{aligned} \text{الحل: } \Delta s &= q(6) - q(-2) \\ &= (3 - 2 - 4) - (3 - 6 \times 4) \\ &= 32 = 11 - - 21 = (3 - 8) - 3 - 24 = \end{aligned}$$

٧) إذا علمت أن $q(s) = 1 + 5s$ حيث $s_1 = 1$ ، $\Delta s = 3$ ، جد قيمة Δq

$$\begin{aligned} \text{الحل: } s_2 &= 3 + 1 = 4 \\ \Delta q &= q(4) - q(1) \\ &= (1 \times 5 + 1) - (1 \times 0 + 1) = \\ &= (1 \times 5 + 1) - 16 \times 0 + 1 = \\ &= 75 = 6 - 81 = (0 + 1) - 80 + 1 = \end{aligned}$$

٨) إذا علمت أن $q(s) = 7s - 2$ ، و تغيرت (s) من $s_1 = 3$ إلى $s_2 = 5$ ، جد مُعدل التغير للاقتران (q)

$$\begin{aligned} \text{الحل: } \frac{\Delta q}{\Delta s} &= \frac{q(5) - q(3)}{5 - 3} \\ &= \frac{(2 - 3 \times 7) - (2 - 5 \times 7)}{2} \\ &= 7 = \frac{14}{2} = \frac{19 - 33}{2} = \frac{(2 - 21) - (2 - 35)}{2} = \end{aligned}$$

٩) إذا علمت أن $q(s) = 3s^2 + 2$ ، و تغير (s) من ٢ إلى ٣ ، جد مُعَدَّل التغيير للاقتران (q)

$$\frac{q(3) - q(2)}{3 - 2} = \frac{\Delta q}{\Delta s}$$

$$\frac{(2 + 2 \times 3) - (2 + 3 \times 3)}{1} =$$

$$15 = \frac{15}{1} = \frac{14 - 29}{1} =$$

١٠) إذا علمت أن $q(s) = \sqrt{s}$ ، و تغير (s) من ١٦ إلى ٢٥ ، جد مُعَدَّل التغيير للاقتران (q)

$$\frac{q(25) - q(16)}{25 - 16} = \frac{\Delta q}{\Delta s}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{4 - 5}{9} = \frac{\sqrt{16} - \sqrt{25}}{9} =$$

١١) إذا علمت أن ق (س) = ٣ - ٢س ، حيث
س٠ = Δس ، جد مُعدل التغيير للاقتران (ق)

$$\text{الحل: } س٢ = س٠ + ٥$$

$$\frac{ق(٥) - ق(٠)}{٥ - ٠} = \frac{\Delta ق}{\Delta س}$$

$$(٠ \times ٢ - ٣) - (٥ \times ٢ - ٣)$$

$$=$$

$$(٠ - ٣) - (٥ - ٣)$$

$$=$$

$$٢ - = \frac{١٠ - ٣}{٥} = \frac{٧ - ٣}{٥} =$$

١٢) إذا علمت أن

$$\left. \begin{array}{l} ق(س) = \left\{ \begin{array}{l} س٣ + ١ ، س \leq ٣ \\ ٤س - ١ ، س > ٣ \end{array} \right. \\ \end{array} \right.$$

جد مُعدل التغيير للاقتران (ق) عندما تتغير (س) من ٢ إلى ٤

$$\frac{ق(٤) - ق(٢)}{٤ - ٢} = \frac{\Delta ق}{\Delta س}$$

$$(١ - ٢ \times ٤) - (١ + ٤)$$

$$=$$

$$٥ = \frac{١٠}{٢} = \frac{٧ - ١٧}{٢} =$$

١٣) إذا علمت أنّ

$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq s \leq 5 \\ 6s + 4 > 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} q(s) = \\ \text{جد مُعدّل التغيير للاقتران } (q) \text{ عندما تتغيّر } (s) \text{ من } 3 \text{ إلى } 5 \end{array}$$

الحل : $\frac{q(5) - q(3)}{5 - 3} = \frac{\Delta q}{\Delta s}$

في مُعدّل التغيير نعوض نقطة التشبيب عند المساواة

$$\frac{(5 - 3) - 4 + 5 \times 6}{4} = \frac{12}{2} = \frac{22 - 34}{2} =$$

١٤) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq s \leq 4 \\ 6s + 2 \geq 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} q(s) = \\ \text{جد مُعدّل التغيير للاقتران } (q) \text{ إذا كانت } s_1 = 3, s_2 = 4 \end{array}$$

الحل : $s_2 - s_1 = 4 - 3 = 1$

$$\frac{q(4) - q(3)}{4 - 3} = \frac{\Delta q}{\Delta s}$$

$$\frac{(4 - 3) - 2 + 6 \times 6}{1} = \frac{26}{2} = \frac{6 - 32}{2} =$$

٦

التفسير الهندسي لمُعَدَّل التَّغْيِير

التفسير الهندسي لمُعَدَّل التَّغْيِير : هو ميل القاطع

رمز الميل (m)

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = m$$

١٥) إذا كان $q(s) = 3 - s^2$ ، فجد ميل القاطع المار

بال نقطتين $(1, 2)$ ، $(6, 8)$

الحل :

$$\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = m$$

$$\frac{8 - 2}{4 - 1} = \frac{2 - 6}{1 - 3} =$$

١٦) إذا كان $q(s) = s^3 - 7$ ، فجد ميل القاطع المار بال نقطتين $(1, q(1))$ ، $(0, q(0))$.
الحل :

$$\begin{aligned}
 \frac{q(1) - q(0)}{1 - 0} &= m \\
 \frac{(1^3 - 7) - (0^3 - 7)}{1 - 0} &= \\
 1 &= \frac{1}{1} = \frac{1}{1} =
 \end{aligned}$$

١٧) إذا كان $q(s) = 8s$ ، فجد ميل القاطع المار بال نقطتين $(4, q(4))$ ، $(2, q(2))$.
الحل :

$$\begin{aligned}
 \frac{q(4) - q(2)}{4 - 2} &= m \\
 \frac{2 \times 8 - 4 \times 8}{2} &= \\
 8 &= \frac{16}{2} = \frac{16 - 32}{2} =
 \end{aligned}$$

٨

التفسير الفيزيائي لمُعَدَّل التغيير

التفسير الفيزيائي لمُعَدَّل التغيير : هو السرعة المتوسطة

رمز السرعة المتوسطة (\bar{u})

$$\bar{u} = \frac{\Delta f}{\Delta t}$$

١٨) يتحرك جسم على خط مستقيم حسب الاتزان $f(n) = n^3 + 2$

(n) الزمن بالثواني ، f(n) المسافة بالأمتار

احسب السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [١ ، ٢]

الحل :

$$\bar{u} = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} =$$

$$= \frac{(2^3 + 2) - (1^3 + 1)}{1} =$$

$$= \frac{4 - 2}{1} =$$

١٩) إذا كانت المسافة التي يقطعها جسم في أثناء سقوطه إلى الأسفل تعطى بالعلاقة $f(n) = 30n - 5n^2$ ، حيث (f) المسافة بالأمتار (n) الزمن بالثواني ، فاحسب السرعة المتوسطة للجسم

في الفترة الزمنية $[1, 3]$

الحل :

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{(5 - 30) - (5 - 3 \times 30)}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ م/ث}$$

٢٠) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $q(s)$ جد ميل القاطع لمنحنى $q(s)$

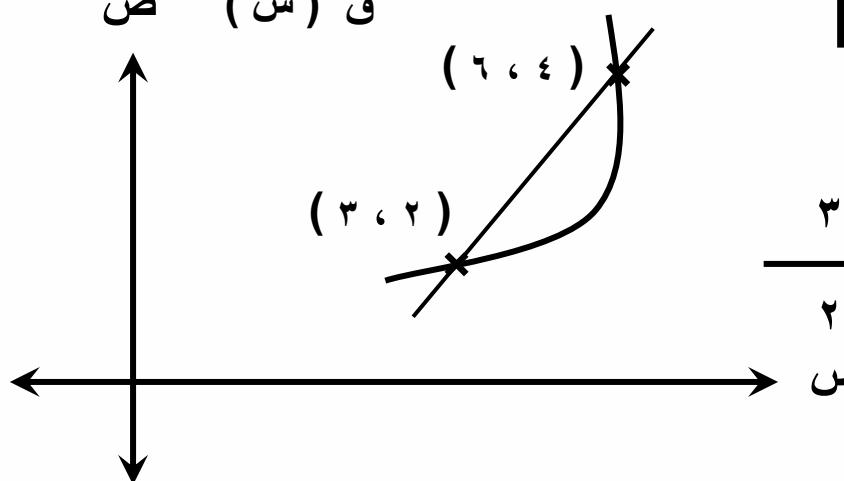


الحل :

$$\frac{q(4) - q(1)}{4 - 1} = \frac{8 - 2}{4 - 1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1 - 4}{2 - 8} = -\frac{1}{2}$$

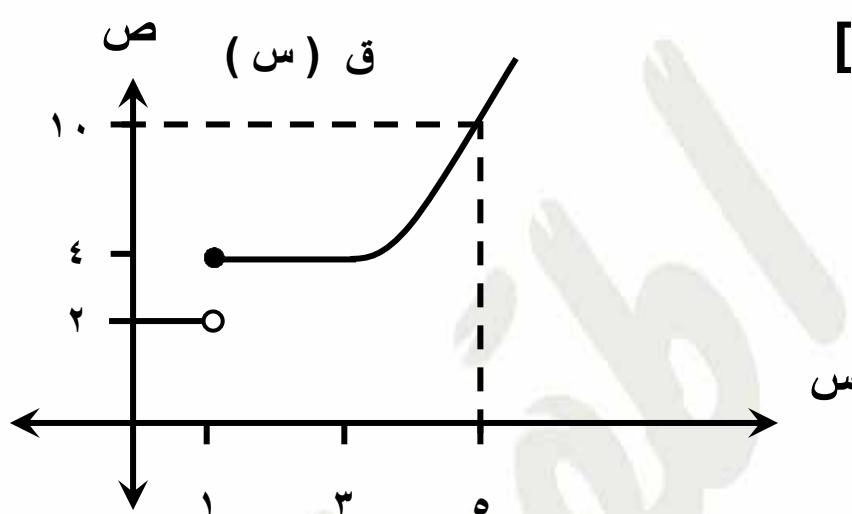
٢١) اعتمد على الشكل المجاور في إيجاد مُعدّل التغيير للاقتران Q في الفترة $[2, 4]$ ص



$$\frac{3 - 6}{2 - 4} = \frac{\Delta Q}{\Delta s}$$

$$\frac{3}{2} =$$

٢٢) اعتمد على الشكل المجاور في إيجاد مُعدّل التغيير للاقتران Q في الفترة $[3, 5]$ ص



$$\frac{Q(5) - Q(3)}{5 - 3} = \frac{\Delta Q}{\Delta s}$$

$$\frac{10 - 4}{2} =$$

$$\frac{6}{2} =$$

$$3 =$$

مجاهيل مُحَدّل التخيّر و امبل

أولاً : مجهول مُعَدّل التغيير

الشكل الأول :

٢٣) إذا علمت أن مقدار التغيير في قيمة الاقتران $Q(s)$ يساوي (١٣) عندما تتغير (s) من ٢ إلى ٤ ، و كان $Q(2) = ٣$

جد قيمة $Q(4)$

الحل : مقدار التغيير في قيمة الاقتران $Q(s) = \Delta s$

إذا $\Delta s = ١٣$

$\Delta s = Q(4) - Q(2)$

$٣ - ١٣ = Q(4)$

$٣ + ٣ +$

$Q(4) = ١٦$

(٢٤) إذا علمت أن مقدار التغير في قيمة الاقتران $Q(s)$ يساوي (٢٧) عندما تتغير (s) من ١ إلى ٥ ، و كان $Q(5) = ٩$

جد قيمة $Q(1)$

الحل :

$$\Delta s = Q(5) - Q(1)$$

$$(1) - 9 = 27$$

$$9 - 9 =$$

$$\frac{-(Q(1) - 9)}{-(9 - 9)} = \frac{18}{-}$$

$$Q(1) = -18$$

(٢٥) إذا علمت أن مُعَدَّل التغير للاقتران $Q(s)$ يساوي (١٥) عندما تتغير (s) من ٣ إلى ٦ ، و كان $Q(3) = ٦$

جد قيمة $Q(7)$

الحل :

$$\frac{Q(7) - Q(3)}{7 - 3} = \frac{\Delta s}{\Delta s}$$

~~$$\frac{6 - Q(7)}{4} = 15$$~~

$$6 = 6 - Q(7)$$

$$6 + 6 +$$

$$66 = Q(7)$$

(٢٦) إذا علمت أن مُعدّل التغيير للاقتران $Q(s)$ يساوي (١١) عندما تتغير (s) من -2 إلى 6 ، و كان $Q(6) = 8$

جد قيمة $Q(-2)$

$$\frac{Q(6) - Q(-2)}{6 - (-2)} = \frac{\Delta Q}{\Delta s} : \text{الحل}$$

$$\frac{Q(-2) - 8}{8 - (-2)} = \frac{11}{1}$$

$$88 = Q(-2) - 8$$

$$8 - \quad \quad \quad 8 -$$

$$\frac{80}{-} = \frac{Q(-2) - 8}{-}$$

$$80 = Q(-2) - 8$$

الشكل الثاني

$$27) \text{ إذا كان } q(s) = \frac{a}{s+2} \text{ ، و كان مُعَدَّل تغير}$$

الاقتران (q) يساوي (-1) عندما تتغير (s) من صفر إلى 3
فجد قيمة الثابت (a)

الحل :

$$\frac{q(0) - q(3)}{0 - 3} = \frac{\Delta q}{\Delta s}$$

$$\frac{\frac{a}{2+0} - \frac{a}{2+3}}{0 - 3} = 1 -$$

$$\frac{\frac{a}{2} - \frac{a}{5}}{3} = 1 -$$

$$\frac{a/5 - a/2}{3 \times 2 \times 5} = 1 -$$

$$\frac{a/3 - 1}{30} = 1 -$$

$$1 = a \leftarrow \frac{30}{3} = \frac{a/3 - 1}{3}$$

٢٨) إذا كان

$$\left. \begin{array}{l} \text{ف}(\text{س}) = \left\{ \begin{array}{l} \text{س}^2, \quad \text{س} \geq 1, \\ \text{أ} \text{س}, \quad \text{س} > 3, \end{array} \right. \\ \text{و كان مُعَدَّل التغَيير الاقتران } (\text{ف}) \text{ عندما تتغَيير } (\text{س}) \text{ من ٢ إلى ٥ يساوي } (٤) , \text{ فجد قيمة الثابت } (\text{أ}) \end{array} \right.$$

الحل :

$$\frac{\text{ف}(٥) - \text{ف}(٢)}{٥ - ٢} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}}$$

$$\frac{٥^2 - ٢^2 \times \text{أ}}{٣} = ٤$$

$$\frac{٤ - ١٥}{٣} = \frac{٤}{١}$$

$$١٢ = ٤ - ١٥$$

$$\frac{٤ + ٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$$

$$\frac{١٦}{٥} = \frac{٤}{٥}$$

$$\frac{١٦}{٥} = ٤$$

ثانياً : مجهول الميل

س ١ ص ١

٢٩) إذا كان مُنحني الاقتران (ق) يمر بال نقطتين أ (٧ ، ٣) ،



س ٢ ص ٢

ب (-١ ، ل) ، و كان ميل القاطع أ ب يساوي (-٣ -

فجد قيمة الثابت (ل)

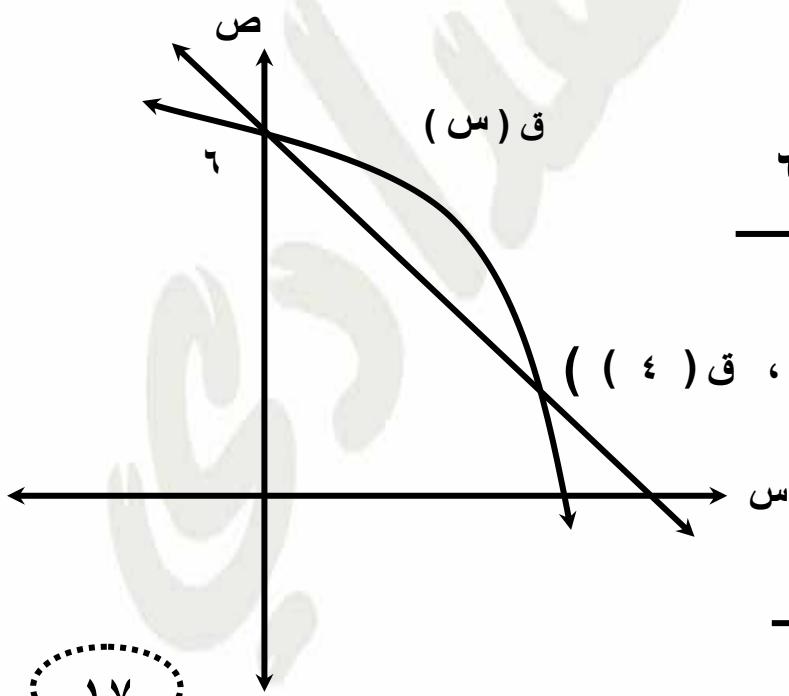
الحل :

$$\frac{7 - ل}{3 - 1} = -3$$

$$\frac{7 - ل}{4} = \frac{3}{1}$$

$$ل = ١٩ \quad \longleftrightarrow \quad ل = ١٢ = ٧ -$$

٣٠) إذا كان ميل القاطع مُنحني (ق) في الشكل المجاور يساوي (-١ -



جد قيمة ق (٤)

الحل :

$$\frac{6 - ق (٤)}{4} = 1$$

$$\frac{6 - ق (٤)}{4} = 1$$

$$ق (٤) = ٢ \quad \longleftrightarrow \quad 4 - = 6 = 6 -$$

فكرة إعطائي مُعَدَّل تَغْيِير اقْتَرَان و طَلْب مُعَدَّل تَغْيِير اقْتَرَان آخَر

(٣١) إذا كان مُعَدَّل التَّغْيِير للاقْتَرَان (ق) في الفترة [١، ٣] يساوي (٤) و كان الاقتَرَان هـ (س) = ق (س) - س فجد مُعَدَّل التَّغْيِير للاقْتَرَان (هـ) في الفترة [١، ٣] : الحل :

$$4 = \frac{q(3) - q(1)}{3 - 1} = \text{مُعَدَّل التَّغْيِير للاقْتَرَان (ق)}$$

$$4 = \frac{q(3) - q(1)}{2} : \text{المُعْطى}$$

$$\frac{h(3) - h(1)}{2} = \text{مُعَدَّل التَّغْيِير للاقْتَرَان (هـ)}$$

$$\frac{q(3) - q(1)}{2} =$$

$$\frac{1 + (1) - 3 - q(1)}{2} =$$

$$\frac{2 - q(1)}{2} =$$

$$\frac{2 - }{2} + \frac{q(3) - q(1)}{2} =$$

$$3 = 1 - + 4 =$$

٣٢) إذا كان مُعَدَّل التغيير للاقتران (ق) في الفترة [٢٠٠٥، ٢٠٠٥] يساوي (٣)

و كان الاقتران $h(s) = q(s) - s$

فجد مُعَدَّل التغيير للاقتران (ه) في الفترة [٢٠٠٥، ٢٠٠٥]

الحل :

$$h = \frac{q(2005) - q(2000)}{2005 - 2000} = \text{مُعَدَّل التغيير للاقتران (ق)}$$

$$h = \frac{q(2005) - q(2000)}{7} = \text{المُعطى :}$$

$$\frac{(2005) - h(2000)}{7} = \text{مُعَدَّل التغيير للاقتران (ه)}$$

$$\frac{(2005) - (q(2000) - 2000)}{7} =$$

$$\frac{q(2005) - (q(2000) - 2000)}{7} =$$

$$\frac{q(2005) - q(2000) + 2000}{7} =$$

$$\frac{q(2005) - q(2000)}{7} =$$

١٩

$$h = 3 - + 3 = \frac{21}{7} + \frac{q(2005) - q(2000)}{7} =$$

٣٣) إذا كان مُعَدَّل التغَيير للاقتران (q) في الفترة [٤ ، ٢] يساوي (٥)

و كان الاقتران $h(s) = s^2 - q(s)$

فجد مُعَدَّل التغَيير للاقتران (h) في الفترة [٤ ، ٢]

الحل :

$$q(4) - q(2)$$

$$h = \frac{q(4) - q(2)}{4 - 2} = \text{مُعَدَّل التغَيير للاقتران (} q \text{)}$$

$$h = \frac{q(4) - q(2)}{2} \quad \text{المعطى :}$$

$$\frac{(2)h - (4)h}{2} = \text{مُعَدَّل التغَيير للاقتران (} h \text{)}$$

$$\frac{(12) - (4) - q(4) - q(2)}{2} =$$

$$\frac{16 - q(4) - q(2)}{2} =$$

٩

بما أنَّ إشارات

$q(s)$

عكس الإشارات

الأصلية نعكس

إشارة المعطى

$$\frac{16 - q(4) + q(2)}{2} =$$

$$\frac{12 + q(2) + q(4)}{2} =$$

٢٠

$$1 = 6 + 5 - = \frac{12}{2} + \frac{-q(4) + q(2)}{2} =$$

٣٤) إذا كان $h(s) = 2q(s) - s^2$ ، و كان مُعَدَّل التغيير للاقتران (q) في الفترة $[1, 2]$ يساوي (6) جد مُعَدَّل التغيير في الاقتران $h(s)$ في الفترة $[1, 2]$: الحل :

$$h = \frac{q(2) - q(1)}{2 - 1} = \frac{6}{1}$$

مُعَدَّل التغيير للاقتران (q) =

$$h = \frac{q(2) - q(1)}{3} = \frac{h(2) - h(1)}{3}$$

مُعَدَّل التغيير للاقتران (h) =

$$\frac{2q(1) - 1 - (2q(2) - 1)}{3} =$$

$$13 = 1 + 12 = 1 + 6 \times 2 =$$

٦ بما أن $q(s)$ له مُعامل نضرب المُعطى بالُمعامل (2)

$$\frac{2q(1) - 1 - (2q(2) - 1)}{3} =$$

$$13 = 1 + 12 = 1 + 6 \times 2 =$$

ثانياً : المشتق الأول

في هذا الدرس سنجد المشتقة باستخدام التعريف

لا نجد المشتقة باستخدام التعريف
إلا إذا ورد في السؤال كلمة (التعريف)

كلمات و رموز تدل على طلب المشتقة الأولى :

$$1) \text{ جد المشتقة الأولى } \quad 2) \text{ جد } \frac{d}{ds} \quad 3) \text{ جد } \frac{d}{ds} \frac{d}{ds}$$

هذا التعريفان فقط لبعض الاستخدامات التي سنحتاجها في بعض الأسئلة : (لكن لن نعتمد هما لجميع الأسئلة)

$$q(s + \Delta s) - q(s)$$

$$1) q(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{q(s + \Delta s) - q(s)}{\Delta s}$$

$$2) q(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{q(s + \Delta s) - q(s)}{\Delta s}$$

أولاً : إيجاد المشتقة عند (س)

القانون المعتمد بالحل :

$$Q(s+h) - Q(s)$$

$$\frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \leftarrow \frac{.}{h}$$

٣٥) جد المشتقة الأولى للاقترانات التالية باستخدام التعريف العام للمشتقة :

النوع الأول : الافتراض الثابت

$$a) Q(s) =$$

$$Q(s+h) - Q(s)$$

$$\text{الحل : } Q(s) = \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \leftarrow \frac{.}{h}$$

$$Q(s) = \frac{. - .}{h} \leftarrow \frac{.}{h}$$

$$. = \frac{.}{h} =$$

$$b) Q(s) =$$

$$Q(s+h) - Q(s)$$

$$\text{الحل : } Q(s) = \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \leftarrow \frac{.}{h}$$

$$Q(s) = \frac{. - .}{h} \leftarrow \frac{.}{h}$$

$$. = \frac{.}{h} =$$

النوع الثاني : الاقتران الخطبي

$$ج) ق(s) = 4s$$

$$ق(s+h) - ق(s)$$

$$\text{الحل: } ق(s) = \frac{\text{نهاية}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$4(s+h) - 4s$$

$$ق(s) = \frac{\text{نهاية}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$4s + 4h - 4s$$

$$= \frac{\text{نهاية}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$4 = \frac{4h}{h} =$$

$$د) ق(s) = 3s + 4$$

$$ق(s+h) - ق(s)$$

$$\text{الحل: } ق(s) = \frac{\text{نهاية}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$(4 + 3s) - (4 + s + h)$$

$$ق(s) = \frac{\text{نهاية}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{4}{h} - \frac{4}{h} + \frac{3s}{h} + \frac{s}{h}$$

$$= \frac{\text{نهاية}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$3 = \frac{3h}{h} =$$

$$h(s) = s - 5$$

ق (س + ه) - ق (س)

$$\text{الحل : } Q(s) = \frac{N(s)}{H(s)}$$

$$(\gamma - \mu s) - \gamma - (\mu s + \mu)$$

$$q(s) = \frac{h}{h'}$$

$$٧ + ٥ - ٧ = ٥$$

— ۸ =

$$0 = \frac{0}{1} = \underbrace{0}_{\text{↑ 1}}$$

$$\text{و) ق (س)} = 8 + 2 \text{ س }$$

$$Q(s) = Q(s + h)$$

$$\text{الحل : } Q(s) = \frac{N(s)}{H(s)}$$

$$(s^2 + 8) - (s^2 + 8)$$

$$q(s) = \frac{h}{h'}$$

۸ - ۵ ۲ + ۲ ۲ + ۸

— ن = ۸

$$2 = \frac{2}{2} = \underbrace{2}_{2} =$$

$$ز) ق(s) = 1 - 9s$$

$$ق(s + h) - ق(s)$$

$$\text{الحل: } \frac{ق(s)}{h} = \frac{نهاية}{h} \leftarrow$$

$$\frac{1 - 9(s + h) - (1 - 9s)}{h}$$

$$\frac{1 - 9s - 1 - 9h - 1 + 9s}{h} = \frac{نهاية}{h} \leftarrow$$

$$\frac{-9h}{h} = \frac{نهاية}{h} \leftarrow$$

$$-9 = \frac{نهاية}{h} \leftarrow$$

النوع الثالث : الاقڑان التربيعی

احفظها للتسهيل :

$$(s + h)^2 = s^2 + 2sh + h^2$$

بعد اختصار (h) من البسط و المقام

سيُصبح كل حد يحتوي على (h) قيمته صفرأ

$$ح) \quad ق(s) = s^2$$

$$\text{الحل: } ق(s) = \frac{1}{s}$$

$$\frac{h}{s^2 + h^2} - \frac{h}{s}$$

$$ق(s) = \frac{h}{s^2 + h^2}$$

$$\frac{h^2 - h^2 - 2sh^2}{s^2 + h^2}$$

$$= \frac{h^2}{s^2 + h^2}$$

$$\frac{h^2 + h^2}{s^2 + h^2}$$

$$= \frac{2h^2}{s^2 + h^2}$$

$$h(s^2 + h^2)$$

$$= \frac{2s^2 + 2s}{h} = \frac{2s + 2s}{h}$$

$$ط) \quad ق(s) = 5s^2$$

$$\text{الحل: } ق(s) = \frac{1}{s}$$

$$\frac{h}{s^2 + h^2}$$

$$\frac{5(s^2 + h^2) - 5s^2}{s^2 + h^2}$$

$$ق(s) = \frac{h}{s^2 + h^2}$$

$$\frac{5(s^2 + 2sh^2 + h^2) - 5s^2}{s^2 + h^2}$$

$$= \frac{5h^2 + 10sh^2 + 5h^2}{s^2 + h^2}$$

$$= \frac{10sh^2 + 10s^2h}{s^2 + h^2}$$

$$= \frac{10sh^2 + 10s^2h}{s^2 + h^2}$$

$$= \frac{h(10s^2 + 10sh^2)}{s^2 + h^2}$$

$$= \frac{h(10s^2 + 10sh^2)}{h^2}$$

$$= \frac{10s^2 + 10sh^2}{h} = \frac{10s}{h}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ي) } Q(s) &= s^2 + 7 - Q(s) \\
 \text{الحل: } Q(s) &= \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \\
 &= \frac{(s+h)^2 + 7 - (s^2 + 7)}{h} \\
 Q(s) &= \frac{s^2 + 2sh + h^2 + 7 - s^2 - 7}{h} \\
 &= \frac{2sh + h^2}{h} \\
 &= \frac{h(2s + h)}{h} \\
 s^2 &= \frac{2s + h}{h}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ك) } Q(s) &= 6s^2 - 5 - Q(s) \\
 \text{الحل: } Q(s) &= \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \\
 &= \frac{6(s+h)^2 - 5 - (6s^2 - 5)}{h} \\
 Q(s) &= \frac{6(s^2 + 2sh + h^2) - 5 - (6s^2 - 5)}{h} \\
 &= \frac{12sh + 6h^2}{h} \\
 &= \frac{h(12s + 6h)}{h} \\
 12s &= \frac{h(12s + 6h)}{h}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ل) } Q(s) &= 5 - 3s^2 \\
 \text{الحل: } Q(s) &= \frac{5 - 3s^2 - (s + h) - (s^2 + 2sh + h^2)}{h} \\
 &= \frac{5 - 3s^2 - h - (s^2 + 2sh + h^2)}{h} \\
 &= \frac{5 - 3s^2 - h - 2sh - h^2}{h} \\
 &= \frac{5 - 3s^2 - h(2s + h)}{h} \\
 &= \frac{5 - 3s^2 - hs - h^2}{h}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{م) } Q(s) &= 2s^2 - s \\
 \text{الحل: } Q(s) &= \frac{2(s^2 + h) - (s + h) - (2s^2 - s)}{h} \\
 &= \frac{2(s^2 + 2sh + h^2) - s - h - 2s^2 + s}{h} \\
 &= \frac{2s^2 + 4sh + h^2 - s - h - 2s^2 + s}{h} \\
 &= \frac{4sh + h^2 - h}{h} \\
 &= \frac{h(4s + h - 1)}{h}
 \end{aligned}$$

٢٩

النوع الرابع : الاقتران التلعيبي

احفظها للتسهيل :

$$(س + ه)^3 = س^3 + 3س^2ه + 3سه^2 + ه^3$$

$$ن) ق(س) = س^3$$

$$ق(س + ه) - ق(س)$$

$$\text{الحل : } ق'(س) = \frac{نهاية}{ه} \leftarrow 0$$

$$ق'(س) = \frac{(س + ه)^3 - س^3}{ه} \leftarrow 0$$

$$\frac{س^3 + 3س^2ه + 3سه^2 + ه^3 - س^3}{ه} = \frac{نهاية}{ه} \leftarrow 0$$

$$\frac{3س^2ه + 3سه^2 + ه^3}{ه} = \frac{نهاية}{ه} \leftarrow 0$$

$$\frac{ه(3س^2 + 3سه + ه^2)}{ه} = \frac{نهاية}{ه} \leftarrow 0$$

$$3س^2 =$$

$$\text{ش} (s) = ۶ \text{ س}^۳$$

ق (س + ه) - ق (س)

$$\text{الحل : } Q(s) = \frac{N(s)}{H(s)}$$

$$\frac{3s^3 - 6(s+h)}{h} \xrightarrow{h \rightarrow 0} \dot{q}(s)$$

$$\frac{6(s^3 + 3s^2h + 3sh^2 + h^3) - 6s^3}{h} =$$

$$\frac{6s^3 + 18s^2h + 18s^2h - 6s^3}{h} = \frac{36s^2h}{h} = 36s^2$$

$$\begin{array}{r}
 18 \text{ ه} + 18 \text{ س} \text{ ه} + 18 \text{ س} \text{ ه} \\
 \hline
 \text{ن} \leftarrow \text{ه} \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\frac{h(18s^2 + 18s + 6)}{h} = s^2 + s + 1$$

۲۸۱ س =

النوع الخامس : الجذر

$$\sqrt{7s} = ق(s)$$

$$ق(s + h) - ق(s)$$

$$\text{الحل : } ق(s) = \frac{\text{نها}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$ق(s) = \frac{\sqrt{7(s+h)} - \sqrt{7s}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{\sqrt{7s} + \sqrt{h7 + 7s}}{\sqrt{7s} + \sqrt{h7 + 7s}} \times \frac{\sqrt{7s} - \sqrt{h7 + 7s}}{\sqrt{h}} = \frac{\text{نها}}{h} \leftarrow \cdot$$

شيل الجذر - شيل الجذر

$$\frac{h7 - \sqrt{h7 + 7s}}{\sqrt{h7 + \sqrt{h7 + 7s}}} = \frac{\text{نها}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{h7}{\sqrt{h7 + \sqrt{h7 + 7s}}} = \frac{\text{نها}}{h} \leftarrow \cdot$$

$$\frac{7}{\sqrt{7s} + \sqrt{7s}} =$$

$$\frac{7}{\sqrt{2s}} =$$

$$f) Q(s) = \sqrt{2 + 3s^3}$$

$$Q(s + h) - Q(s)$$

$$\text{الحل: } Q(s) = \frac{\text{نها}}{h} \leftarrow$$

$$Q(s) = \frac{\sqrt{2 + 3s^3} - \sqrt{2 + (s+h)^3}}{h} \leftarrow$$

$$= \frac{\sqrt{2 + 3s^3} + \sqrt{2 + h^3 + 3s^3}}{\sqrt{2 + 3s^3} + \sqrt{2 + h^3 + 3s^3}} \times \frac{\sqrt{2 + 3s^3} - \sqrt{2 + h^3 + 3s^3}}{\sqrt{2 + 3s^3} - \sqrt{2 + h^3 + 3s^3}} \leftarrow$$

$$= \frac{(2 + 3s^3) - (2 + h^3 + 3s^3)}{\sqrt{2 + 3s^3} + \sqrt{2 + h^3 + 3s^3}} \leftarrow$$

$$= \frac{2 - 2 + h^3 - 3s^3}{\sqrt{2 + 3s^3} + \sqrt{2 + h^3 + 3s^3}} \leftarrow$$

$$= \frac{h^3}{\sqrt{2 + 3s^3} + \sqrt{2 + h^3 + 3s^3}} \leftarrow$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2 + 3s^3} + \sqrt{2 + 3s^3}} \leftarrow$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2 + 3s^3}} \leftarrow$$

$$ص) ق(s) = \sqrt{5s - 4}$$

$$ق(s + h) - ق(s)$$

$$\text{الحل: } ق(s) = \frac{نها}{h} \leftarrow$$

$$\frac{\sqrt{5s - 4} - \sqrt{5(s + h) - 4}}{h} \leftarrow$$

$$ق(s) = \frac{نها}{h} \leftarrow$$

$$\frac{\sqrt{5s - 4} + \sqrt{5s + h - 4}}{\sqrt{5s + h + 4} + \sqrt{5s - 4}} \times \frac{\sqrt{5s - 4} - \sqrt{5s + h - 4}}{\sqrt{5s + h - 4} + \sqrt{5s - 4}} = \frac{نها}{h} \leftarrow$$

$$\frac{5s + 5 - 4 - h + 5 + 4 - h}{\sqrt{5s + h + 4} + \sqrt{5s - 4}} = \frac{نها}{h} \leftarrow$$

$$\frac{4 + 5 - 4 - h + 5 + 4 - h}{\sqrt{5s + h + 4} + \sqrt{5s - 4}} = \frac{نها}{h} \leftarrow$$

$$\frac{h}{\sqrt{5s + h + 4} + \sqrt{5s - 4}} = \frac{نها}{h} \leftarrow$$

$$\frac{h}{\sqrt{5s - 4} + \sqrt{5s - 4}} =$$

$$\frac{h}{\sqrt{5s - 4} + \sqrt{5s - 4}} =$$

$$\theta) \quad Q(s) = 7 - 9s$$

$$Q(s + h) - Q(s)$$

$$\text{الحل: } Q(s) = \frac{7 - 9s}{h} \quad \leftarrow h$$

$$Q(s) = \frac{7 - 9s}{h} - \frac{(s + h) - 7}{h} \quad \leftarrow h$$

$$Q(s) = \frac{7 - 9s}{h} + \frac{7 - 9s}{h} \times \frac{7 - 9s}{h} - \frac{7 - 9s}{h} \quad \leftarrow h$$

$$Q(s) = \frac{(7 - 9s) + (7 - 9s) \times (7 - 9s)}{h} \quad \leftarrow h$$

$$Q(s) = \frac{7 + 7 - 9s - 9s}{h} \quad \leftarrow h$$

$$Q(s) = \frac{14 - 18s}{h} \quad \leftarrow h$$

$$Q(s) = \frac{14 - 18s}{2h} \quad \leftarrow h$$

$$Q(s) = \frac{7 - 9s}{2} \quad \leftarrow h$$

النوع السادس : الـ $\frac{1}{s}$

$$\text{ظ) } Q(s) = \frac{1}{s}$$

$$Q(s + h) - Q(s)$$

$$\text{الحل: } Q(s) = \frac{1}{s+h}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s+h} = \frac{1}{s+h}$$

$$\frac{s - s - h}{(s + h)(s)(h)} = \frac{-h}{(s + h)(s)(h)}$$

$$\frac{-h}{(s + h)(s)(h)} = \frac{-h}{s \times s}$$

$$\frac{1 - \frac{1}{s}}{s \times s} =$$

$$\frac{1 - \frac{1}{s^2}}{s} =$$

$$\frac{3}{2s} = t) q(s)$$

$$\frac{q(s+h) - q(s)}{h} \leftarrow \frac{q'(s)}{h}$$

$$\frac{\frac{3}{2s} - \frac{3}{2(s+h)}}{h} \leftarrow \frac{q'(s)}{h}$$

$$\frac{\frac{3}{2s} - \frac{3}{2s+2h}}{h} \leftarrow \frac{q'(s)}{h}$$

$$\frac{6s - 6s - h}{(2s+2h)(2s)(h)} \leftarrow \frac{q'(s)}{h} =$$

$$\frac{-h}{(2s+2h)(2s)(h)} \leftarrow \frac{q'(s)}{h} =$$

$$\frac{6}{2s \times 2s} =$$

$$\frac{6}{4s^2} =$$

$$\frac{4}{5s + 1} = Q(s)$$

$$Q(s + h) - Q(s)$$

$$\text{الحل: } Q(s) = \frac{4}{5s + 1} \quad h \leftarrow 0$$

$$\frac{4}{5s + 1} - \frac{4}{5(s + h) + 1}$$

$$Q(s) = \frac{4}{5s + 1} \quad h \leftarrow 0$$

$$\frac{4}{5s + 1} - \frac{4}{5s + h + 1}$$

$$Q(s) = \frac{4}{5s + 1} \quad h \leftarrow 0$$

$$\frac{4s + 4 - 20s - 20}{(5s + 1 + h)(5s + 1)(h)} = \frac{-16s - 16}{(5s + 1 + h)(5s + 1)h}$$

$$\frac{-16s - 16}{(5s + 1 + h)(5s + 1)h} = \frac{-16}{(5s + 1 + h)h}$$

$$\frac{-16}{(5s + 1 + h)h} = \frac{-16}{(5s + 1) \times (5s + 1)}$$

$$\frac{-16}{(5s + 1) \times (5s + 1)} = \frac{-16}{(5s + 1)^2}$$

ثانياً : إيجاد المشتق عند (رقم)

٩

القانون :

$$\frac{Q'(x) = \frac{Q(x+h) - Q(x)}{h}}{h \leftarrow 0}$$

النوع الأول : الافتراض الثابت

٣٦) إذا كان $Q(s) = 4$ ، جد $Q'(2)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة
 $Q(2+h) - Q(2)$

$$\frac{Q(2) = \frac{Q(2+h) - Q(2)}{h}}{h \leftarrow 0}$$

$$\frac{4 - 4}{h} = \frac{Q(2+h) - Q(2)}{h}$$

$$0 = \frac{Q(2+h) - Q(2)}{h} =$$

النوع الثاني : الاقتران الخطبي

٣٧) إذا كان $q(s) = 8s$ ، جد $q'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة
 $q(3+h) - q(3)$

$$\text{الحل : } q'(3) = \frac{q(3+h) - q(3)}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{3 \times 8 - (3+h) \times 8}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} \quad q'(3) =$$

$$\frac{24 - 24 - 8h}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

$$8 = \frac{-8h}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

٣٨) إذا كان $q(s) = 5s + 6$ ، جد $q'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة
 $q(1+h) - q(1)$

$$\text{الحل : } q'(1) = \frac{q(1+h) - q(1)}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{(5+1 \times h) + 6 - (5+1) - 6}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} \quad q'(1) =$$

$$\frac{11 - 6 + h - 5}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

$$\frac{11 - 11 - h + 5}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

$$5 = \frac{-h}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

النوع الثالث : الاقتران التربيعي

٣٩) إذا كان $Q(s) = 3s^2$ ، جد $Q'(4)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

$$Q(4 + h) - Q(4)$$

$$\text{الحل : } Q'(4) = \frac{Q(4 + h) - Q(4)}{h} \quad h \leftarrow 0$$

$$\frac{2 \times 3 - (h + 4) \times 3}{h} \quad h \leftarrow 0 \quad Q'(4) =$$

$$\frac{48 - (h + h \times 4 \times 2 + 2 \times 3)}{h} \quad h \leftarrow 0 =$$

$$\frac{48 - (h + h \times 8 + 16)}{h} \quad h \leftarrow 0 =$$

$$\frac{48 - (h^3 + h \times 24 + 48)}{h} \quad h \leftarrow 0 =$$

$$\frac{h^3 + h \times 24}{h} \quad h \leftarrow 0 =$$

$$\frac{h(h^2 + 24)}{h} \quad h \leftarrow 0 =$$

$$24 =$$

٤٠) إذا كان $q(s) = 2s^2 - 4$ ، جد $q'(5)$ باستخدام تعريف المشتقة

$$q(h+5) - q(5)$$

$$\text{الحل : } q'(5) = \frac{q(h+5) - q(5)}{h} \quad \text{نهاية} \leftarrow h$$

$$\frac{(4 - 5 \times 2) - 4 - (h + 5) \times 2}{h} = q'(5) \quad \text{نهاية} \leftarrow h$$

$$\frac{(4 - 10) - 4 - (h + h \times 5 \times 2 + 5) \times 2}{h} = \quad \text{نهاية} \leftarrow h$$

$$\frac{46 - 4 - (h + h \times 10 + 20) \times 2}{h} = \quad \text{نهاية} \leftarrow h$$

$$\frac{46 - 4 - h^2 + h \times 20 + 50}{h} = \quad \text{نهاية} \leftarrow h$$

$$\frac{h^2 + h \times 20}{h} = \quad \text{نهاية} \leftarrow h$$

$$\frac{(h^2 + 20)h}{h} = \quad \text{نهاية} \leftarrow h$$

$$20 =$$

النوع الرابع : الاقتران التلعيبي

٤١) إذا كان $q(s) = 2s^3$ ، جد $q'(1)$ باستخدام التعريف العام للمشتقة

$$\frac{q(1+h) - q(1)}{h} = \frac{نهاية}{هـ} \leftarrow .$$

$$\frac{1^3 \times 2 - (h+1)^3}{h} = \frac{نهاية}{هـ} \leftarrow .$$

$$\frac{2 - (1^3 + 3h^2 + 3h + 1)}{h} = \frac{نهاية}{هـ} \leftarrow .$$

$$\frac{2 - (h^2 + 3h^2 + 3h + 1)}{h} = \frac{نهاية}{هـ} \leftarrow .$$

$$\frac{2 - (h^2 + 6h + 6 + 2)}{h} = \frac{نهاية}{هـ} \leftarrow .$$

$$\frac{h^2 + 6h + 6}{h} = \frac{نهاية}{هـ} \leftarrow .$$

$$\frac{h(h^2 + 6h + 6)}{h} = \frac{نهاية}{هـ} \leftarrow .$$

٤٢) إذا كان $q(s) = 5s^3 - 3s^2 + 1$ ، جد $q'(0)$

باستخدام التعريف العام للمُشتقة

$$\text{الحل : } q'(0) = \frac{q(0+h) - q(0)}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{(1+0 \times 3 - 3 \times 0 \times 5) - (1+0 \times 3 - 3 \times (h+0) \times 5)}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\frac{1 - 1 + 3 - 0 - (5h + 0 + 0 + 0)}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

$$\frac{-5h}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

$$\frac{-5}{1} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow \end{matrix} =$$

$$-5 =$$

النوع الخامس : الجذر

٤٣) إذا كان $q(s) = \sqrt{5s + 1}$ ، جد $q'(3)$ باستخدام تعريف المشقة

$$\text{الحل : } q'(3) = \frac{q(h+3) - q(3)}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix}$$

$$\frac{1 + 3 \times 5 - \sqrt{1 + (h+3) \times 5}}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} \quad q'(3) =$$

$$\frac{\sqrt{16} - \sqrt{1 + h + 5 + 15}}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{4 + \sqrt{h + 5 + 16}}{4 + \sqrt{h + 5 + 16}} \times \frac{4 - \sqrt{h + 5 + 16}}{4 - \sqrt{h + 5 + 16}} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{16 - (h + 5 + 16)}{(4 + \sqrt{h + 5 + 16})h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{-h}{(4 + \sqrt{h + 5 + 16})h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{0}{8} = \frac{0}{4 + 4} = \frac{0}{4 + 16} =$$

$$44) \text{ إذا كان } Q(s) = \sqrt{4s - 5} \text{ ، جد } Q'(2)$$

باستخدام التعريف العام للمشتقة

$$\text{الحل : } Q'(2) = \frac{Q(2+h) - Q(2)}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix}$$

$$\frac{5 - 2 \times 4 \sqrt{h} - 5 - (2+h) \sqrt{4}}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} \quad Q'(2) =$$

$$\frac{3\sqrt{h} - 5 - h\sqrt{4+8}}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{3\sqrt{h} + \sqrt{h\sqrt{4+3}}}{3\sqrt{h} + \sqrt{h\sqrt{4+3}}} \times \frac{3\sqrt{h} - \sqrt{h\sqrt{4+3}}}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{3 - h\sqrt{4+3}}{(3\sqrt{h} + \sqrt{h\sqrt{4+3}})h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{h\sqrt{4}}{(3\sqrt{h} + \sqrt{h\sqrt{4+3}})h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ \leftarrow h \end{matrix} =$$

$$\frac{4}{3\sqrt{2}} = \frac{4}{3\sqrt{2} + 3\sqrt{2}} =$$

النوع السادس : الْلَّسْرُ

٤٥) إذا كان $q(s) = \frac{3}{2s}$ ، جد $q'(s)$

باستخدام التعريف العام للمُشقة

$$\text{الحل : } \frac{ق (٧) - ق (٥)}{٥} = \frac{٣}{٥} \leftarrow$$

$$\begin{array}{r} ۳ \\ \hline ۷ \times ۲ \\ \hline ۱۴ \end{array} - \begin{array}{r} ۳ \\ \hline (۵ + ۷) ۲ \\ \hline ۱۲ \end{array} = ۷ \leftarrow ۵$$

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 \hline
 14 \\
 - \\
 \hline
 62 + 14 \\
 \hline
 86
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 - 42 - 42 \\ \hline (5)(14)(52 + 14) \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ \leftarrow 5 \end{array} =$$

$$\frac{(-6)(14)(-62 + 14)}{(-6 - 14)} =$$

$$\frac{6}{196} = \frac{6}{14 \times 14} =$$

$$(46) \text{ إذا كان } \frac{4}{6+s} = \frac{4}{s+h} \text{ ، جد } h$$

باستخدام التعريف العام للمشتقة

$$\text{الحل : } h = \frac{4}{s+h} - \frac{4}{s+2} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ h \leftarrow 0 \end{matrix}$$

$$\frac{4}{s+2 \times 5} - \frac{4}{s+h+2} = \frac{4}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ h \leftarrow 0 \end{matrix}$$

$$\frac{4}{16} - \frac{4}{s+h+10} = \frac{4}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ h \leftarrow 0 \end{matrix}$$

$$\frac{24 - h \cdot 20 - 40 - 64}{(h)(16)(s+h+10)} = \frac{4}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ h \leftarrow 0 \end{matrix}$$

$$\frac{h \cdot 20}{(h)(14)(s+h+10)} = \frac{4}{h} \quad \begin{matrix} \text{نهاية} \\ h \leftarrow 0 \end{matrix}$$

$$\frac{20}{256} = \frac{20}{16 \times 16} \quad =$$

٤٧) إذا كان $s = q(s)$ و كان مقدار تغير قيمة الاقتران $q(s)$

عندما تتغير (s) من (s) إلى $(s + h)$ هو

$$\Delta s = 4s h + 2h^2, \text{ فجد } q'(s)$$

$$\text{الحل: } q'(s) = \frac{\Delta s}{\Delta s} \cdot \underset{\Delta s \rightarrow 0}{\longrightarrow}$$

$$q'(s) = \frac{4s h + 2h^2}{s + h - s} \cdot \underset{\Delta s \rightarrow 0}{\longrightarrow}$$

$$q'(s) = \frac{h(4s + 2h)}{h} \cdot \underset{\Delta s \rightarrow 0}{\longrightarrow} =$$

$$q'(s) = 4s + 2h$$

$$\text{لكن } \Delta s = h$$

$$\text{إذا } h \rightarrow 0$$

$$\text{إذا } q'(s) = 4s$$

٤٨) إذا كان $ص = ق(s)$ و كان مقدار تغير قيمة الاقتران $ق(s)$

عندما تتغير (s) من (s) إلى $(s + h)$ هو

$$\Delta ص = h s^2 + 8s h^2, \text{ فجد } ق'(2)$$

$$\text{الحل : } ق'(s) = \frac{\Delta ص}{\Delta s}$$

$$\frac{h s^2 + 8s h^2}{s + h - s} = \frac{\Delta ص}{\Delta s}$$

$$\frac{h (h s^2 + 8s h)}{h} = \frac{\Delta ص}{\Delta s}$$

$$= h (h s^2 + 8s h)$$

$$\text{لكن } \Delta s = h$$

إذا $h \leftarrow 0$

$$\text{إذا } ق'(s) = h s^2$$

$$2 \times 5 = ق'(2)$$

$$4 \times 5 =$$

$$20 = ق'(2)$$

٤٩) إذا كان ص = ق (س) و كان مُعَدْل تغيير الافتراض ق (س)

س ۲ ه - ۲ س ه ، فجد ق (س)

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\text{ص} \Delta} = \frac{\Delta \text{ن}}{\text{ن} \Delta} \leftarrow \frac{\Delta \text{ق}}{\text{ق} \Delta}$$

$$q'(s) = \frac{d}{ds} h(s) - h(s)$$

لکن س Δ = ہ

اذاً ← هـ

$$\cdot = \text{ق}'(\text{س})$$

الفصل الثاني : قواعد الاستدقة

أولاً : قواعد الاستدقة و ثانياً : قاعدة السلسلة

و ثالثاً : ملخصة الاقترانات المثلثية

تُستخدم هذه القواعد السريعة للاستدقة عندما لا يُذكر في السؤال كلمة (بالتعريف)

قواعد الاستدقة

أولاً : مجموعة السينات و الأرقام

قاعدة العدد الثابت : $q(s) = \text{رقم}$

(١)

$q(s) = \text{صفر}$

مشتقه الرقم الذي لوحده تساوي صفر

٥٠) إذا كان $q(s) = 7$ ، جد $q'(s)$

الحل : $q'(s) = \text{صفر}$

ن ق (س) = س قاعدة السينات التي لها قوّة : (٢)

$$ن - ١ ق (س) = ن س$$

٦ نضع القوّة على يمين السينات و نطرح من القوّة (١)

$$(٥١) \text{ إذا كان } ه (س) = س^3, \text{ جد } ه (س)$$

$$\text{الحل : } ه (س) = 3س^2$$

$$(٥٢) \text{ إذا كان } ل (س) = س^2, \text{ جد } ل (س)$$

$$\text{الحل : } ل (س) = 2س$$

$$ن ق (س) = م س \boxed{ب}$$

$$ن - ١ ق (س) = ن \times م س$$

٧ نضرب القوّة بالعدد الذي على يمين السينات و نضع الإجابة على يمين السينات و نطرح من القوّة (١)

$$(٥٣) \text{ إذا كان } ق (س) = 2s^2, \text{ جد } ق (س)$$

$$\text{الحل : } ق (س) = 2 \times 4s^3 = 8s^3$$

$$(٥٤) \text{ إذا كان } م (س) = 6s^8, \text{ جد } م (س)$$

$$\text{الحل : } م (س) = 48s^7$$

السينات التي ليس لها قوة مشتقها العدد الذي على يمينها

$$Q(s) = As \quad \leftarrow$$

٥٥) إذا كان $W(s) = 7s$ ، جد $W(s)$

الحل : $W(s) = 7$

٥٦) إذا كان $N(s) = 5s$ ، جد $N(s)$

الحل : $N(s) = 5$

٦) إذا كان الاقتران مكون من عدة حدود يفصل بينهما جمع أو طرح نشتق كل حد لوحده حسب قاعدته

٥٧) إذا كان $K(s) = 8s^3 + 4s - 9$ ، جد $K(s)$

الحل : $K(s) = 24s^2 + 4$

٥٨) إذا كان $T(s) = 3s^9 - 5s^5 - s$ ، جد $T(s)$

الحل : $T(s) = 27s^8 - 25s^4 - 1$

(٣)

القوس الذي له قوّة :

ن

$$ق(s) = (h(s))$$

ن - ١

$$ق'(s) = n \times h'(s) (h(s))$$

١

القوّة

$$ق(s) = (ما داخل القوس)$$

القوّة - ١

$$ق'(s) = \text{القوّة} \times \text{مشتقة ما داخل القوس} (ما داخل القوس)$$

$$٥٩) \text{ إذا كان } ق(s) = (3s^2 + 3^3) , \text{ جد } ق'(s)$$

$$\text{الحل : } ق'(s) = 3 \times 2s + 3^2 \times 2s + 3^3 =$$

$$٦٠) \text{ إذا كان } ق(s) = (5s^5 + 3^7) , \text{ جد } ق'(s)$$

$$\text{الحل : } ق'(s) = 5 \times 7s^6 + 3^3 \times 5s^4 + 3^6 =$$

$$٦١) \text{ إذا كان } ق(s) = (4s^4 - 2s^2 + 5^9)$$

جد $ق'(s)$

$$\text{الحل : } ق'(s) = 9 \times 8s^7 - 4s^3 - 2s^1 + (5 + 5^8)$$

$$(5^8 - 18s^7 - 2s^3 + 4s^4) =$$

٥٥

لا توزع على القوس الذي له قوّة

$$٦٢) \text{ إذا كان } Q(s) = (2s^2 - s^3 - 7)^{10}$$

جد $Q'(s)$

$$\text{الحل: } Q(s) = 10 \times (8s^3 - 3s^2)(2s^2 - s^3 - 7)^9$$

$$= (80s^3 - 30s^2)(2s^2 - s^3 - 7)^9$$

قاعدة الضرب :

(٤)

$$Q(s) = M(s) \times L(s)$$

$$Q'(s) = M'(s) \times L(s) + M(s) \times L'(s)$$

٥

$$Q(s) = \text{الجزء الأول} \times \text{الجزء الثاني}$$

$$Q'(s) = \text{مشتقة الجزء الأول} \times \text{الجزء الثاني} + \text{مشتقة الجزء الثاني} \times \text{الجزء الأول}$$

$$٦٣) \text{ إذا كان } Q(s) = (3s^5 - 2)(4s^3 + 5)$$

جد $Q'(s)$

$$\text{الحل: } Q(s) = 3 \times (4s^3 + 5) + 15s^2(4s^3 + 5)$$

$$= 12s^3 + 15s^2 + 45s^3 - 30s^2$$

$$= 60s^3 + 12s^2 - 30s^2$$

٥٦

بعد الضرب نجمع و نطرح السينات التي لها نفس القوّة مع بعضها
و الأعداد التي لوحدها بدون سينات مع بعض

$$s^m \times s^n = s^{m+n}$$

أمثلة : $s^3 \times s^2 = s^5$ ، $s^2 \times s^6 = s^8$

٦٤) إذا كان $q(s) = (4s^3 - 2s^2)(3s^5 - 5s)$
جد $q'(s)$

الحل : $q'(s) = 12s^2(2s^3 - 5s) + (4s^3 - 5s)(8s^3 - 2s^2)$

$$= 24s^6 - 60s^5 + 32s^4 - 24s^3 - 20s^2 + 15s^4$$

$$= 56s^6 - 104s^5 + 15s^4$$

٦٥) إذا كان $q(s) = 3s^3 + 2s^2 - 3s$
جد $q'(s)$

الحل : $q'(s) = 15s^2(6s^2 + 2s - 3) + (18s^4 + 4s^2) \times 3s^2$

$$= 90s^6 + 30s^5 - 45s^4 + 54s^6 + 12s^4$$

$$= 144s^6 + 42s^5 - 45s^4$$

قاعدة القسمة :

(٥)

سينات
————
سينات

(٦)

$$\frac{م(س)}{ل(س)} = ق(س)$$

$$\frac{م'(س) \times ل(س) - ل'(س) \times م(س)}{(ل(س))^2} = ق'(س)$$

لتسهيل حفظ القاعدة : الجزء الذي بجانبه مقدمة السهم نشتهـه

٩

$$\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}} = ق(س)$$

$$\frac{\text{مشتقة البسط} \times \text{المقام} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{(\text{المقام})^2} = ق'(س)$$

٦٦) إذا كان $Q(s)$ ، \downarrow
$$\frac{2 + 3s}{5 - 4s} = Q(s)$$

الحل :
$$\frac{(2 + 4s) - (5 - 4s)(3s + 2)}{4s - (5)} =$$

$$\frac{8s - 12 - 15s - 8}{4s - (5)} =$$

$$\frac{-7s - 20}{4s - (5)} =$$

$$\frac{-7s}{4s - (5)} =$$

٦٧) إذا كان $Q(s)$ ، \downarrow
$$\frac{2s^3 - 3s^2}{4s^2 + 6} = Q(s)$$

الحل :
$$\frac{(6s^2 - 3s^2)(4s^2 + 6) - 8s(2s^3 - 3s^2)}{(4s^2 + 6)} =$$

$$\frac{24s^4 + 36s^3 - 12s^2 - 18s^3 + 24s^2}{(4s^2 + 6)} =$$

$$\frac{24s^4 + 48s^3 - 18s^2}{(4s^2 + 6)} =$$

رقم
سينات

ب)

$$\frac{أ}{ل(س)} = ق(س)$$

$$\frac{-أ \times ل(س)}{ل(س)^2} = ق'(س)$$

٩

$$\frac{\text{الرقم}}{\text{المقام}} = ق(س)$$

$$\frac{-\text{الرقم} \times \text{مشقة المقام}}{المقام^2} = ق'(س)$$

٦٨) إذا كان $ق(س) = \frac{7}{6 - 3s^3}$ ، جد $ق'(س)$

الحل : $ق'(س) = \frac{3 \times 7 -}{(6 - 3s^3)^2}$

$$\frac{-21}{(6 - 3s^3)^2} =$$

٦٠

٦٩) إذا كان $Q(s) = \frac{5 -}{4s^2 + 3}$ ، جد $Q'(s)$

الحل : $Q'(s) = \frac{8s \times 5 - -}{(4s^2 + 3)^2}$

$$\frac{40s}{(4s^2 + 3)^2} =$$

٧٠) إذا كان $Q(s) = \frac{2}{4s^3 + 2s^2 + 5}$ ، جد $Q'(s)$

الحل : $Q'(s) = \frac{12s^2 + 4s \times 2 -}{(4s^3 + 2s^2 + 5)^2}$

$$\frac{-24s^2 - 8s}{(4s^3 + 2s^2 + 5)^2} =$$

قاعدة الجذر التربيعي :

(٦)

$$\frac{ه'(س)}{\sqrt{ه(س)}} = ق(س)$$

$$\frac{ه'(س)}{\sqrt{ه(س)}} = ق'(س)$$

$$\sqrt{ه(س)}^2$$

٩

$$\frac{ما داخل الجذر}{ق(س)} =$$

مشتقة ما داخل الجذر

$$ق'(س) =$$

$$\frac{ما داخل الجذر}{\sqrt{ه(س)}}^2$$

$$(٧١) \text{ إذا كان } ق(س) = \sqrt{ه(س) + ٨}$$

$$\text{جد } ق'(س)$$

$$\frac{٨}{\sqrt{ه(س) + ٨}} = ق'(س)$$

$$\sqrt{ه(س) + ٨}^2$$

٤

$$\frac{٨}{\sqrt{ه(س) + ٨}} =$$

٦٢

$$72) \text{ إذا كان } q(s) = \sqrt{5s^2 - 9} \text{ ، جد } q'(s)$$

$$\text{الحل : } q(s) = \frac{10s}{\sqrt{5s^2 - 9}}$$

$$= \frac{5s}{\sqrt{5s^2 - 9}}$$

$$73) \text{ إذا كان } q(s) = \sqrt{6s^3 + 9s^2}$$

$$\text{جد } q'(s)$$

$$\text{الحل : } q(s) = \frac{27s^2 + 24s}{\sqrt{6s^3 + 9s^2}}$$

$$74) \text{ إذا كان } q(s) = \sqrt{s^3 + 5s^2 - 4s}$$

$$\text{جد } q'(s)$$

$$\text{الحل : } q(s) = \frac{3s^2 + 10s - 4}{\sqrt{s^3 + 5s^2 - 4s}}$$

قاعدة الجذور غير التربيعية :

(٧)

$$\begin{aligned}
 \frac{\text{البسط} - \text{المقام}}{\text{المقام}} &= \frac{\frac{m}{n} - \frac{m}{n} h(s)}{m - n} = \frac{(1 - h(s))}{m - n} \\
 \frac{1}{n} \times \frac{1}{h(s)} &= \frac{1}{n} h(s) = \frac{1}{n} h(s)
 \end{aligned}$$

٧٥) إذا كان $q(s) = \sqrt[3]{s}$ ، جد $q'(s)$

$$\boxed{\frac{1}{s^{\frac{2}{3}}}}$$

$$\text{الحل : } q(s) = s^{\frac{1}{3}}$$

$$q'(s) = \frac{1}{3} s^{-\frac{2}{3}}$$

$$\frac{1}{s^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{s^{\frac{2}{3}}}$$

$$\frac{1}{s^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{s^2}}$$

٧٦) إذا كان $Q(s) = \sqrt[3]{2s}$ ، جد $Q'(s)$

$$\text{الحل : } Q(s) = (2s)^{\frac{3}{4}}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \\ 2 \times (2s)^{\frac{3}{4}} &= Q(s) \\ \frac{6}{4\sqrt[4]{2s}} &= \frac{6}{4} = \\ & 4(2s) \end{aligned}$$

٧٧) إذا كان $Q(s) = \sqrt[3]{3s^2 + 8s}$ ، جد $Q'(s)$

$$\text{الحل : } Q(s) = (3s^2 + 8s)^{\frac{3}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} & \\ (3s^2 + 8s)^{\frac{3}{2}} &= Q(s) \\ \frac{1}{2} & \\ (18s + 24) &= \end{aligned}$$

نَائِبًاً : جموعة الجب و الجناء و الظل

جا ، جنا ، ظا

عند وجود (ت)
 (جتا) نضع في
 المُشتقة (-)
 إن لم يوجد (ت)
 (جا) لا نضع
 في المُشتقة (-)

قا تُقرأ قاطع

$$ق(s) = جا س \quad (1)$$

$$\bar{ق}(s) = جتا س$$

$$ق(s) = \bar{جتا} س \quad (2)$$

$$\bar{ق}(s) = - جا س$$

$$ق(s) = ظا س \quad (3)$$

$$\bar{ق}(s) = \bar{قا} س$$

$$78) \text{ إذا كان } ق(s) = 3 جا س + 5 جتا س$$

$$\text{جد } \bar{ق}(s)$$

$$\text{الحل : } \bar{ق}(s) = 3 جتا س + - 5 جا س$$

$$= 3 جتا س - 5 جا س$$

تحذير : لا تكتب هكذا : - جا س

يمكن الكتابة هكذا : 5 × - جا س

٧٩) إذا كان $ق(s) = 7 جتس + 6 ظاس$
 $جـق(s)$

الحل : $ق(s) = -7 جـاس + 6 قـاس$

٨٠) إذا كان $ق(s) = 9 ظاس - 2 جتس$
 $جـق(s)$

الحل : $ق(s) = 9 قـاس - 2 جـاس$
 $= 9 قـاس + 2 جـاس$

$ق(s) = جـه(s)$ ٤

$ق(s) = هـ(s) جـه(s)$

٩ $ق(s) = جـا$ الداخل

$ق(s) =$ مشتقة الداخل $جـتا$ الداخل

٨١) إذا كان $ق(s) = جـاس$ ، $جـق(s)$

الحل : $ق(s) = 4 جـتس$

٨٢) إذا كان $ق(s) = ظـا (5s^3 + 3)$
 $جـق(s)$

الحل : $ق(s) = 10s قـا (5s^3 + 3)$

٨٣) إذا كان $q(s)$ = جتا $(4s^3 + s^2)$ جـ $q(s)$

$$\text{الحل : } Q(s) = - (12s^2 + 2s) \text{ جا}(4s^3 + s^2)$$

$$= (-12s^2 - 2s) \text{ جا}(4s^3 + s^2)$$

$$84) \text{ إذا كان } Q(s) = 5 \text{ جا } (2s^3 + 3s^2)$$

$$\text{الحل : } Q(s) = 5(8s^3 + 9s^2) \text{ جتا } (2s^2 + 3s^3) = (40s^3 + 45s^2) \text{ جتا } (2s^2 + 3s^3)$$

القاعدة العملاقة :

(o

$$Q(s) = \frac{N \times h(s) \cdot J_t(s) \cdot J_h(s)}{N - 1}$$

$$٨٥) \text{ إذا كان } \mathbf{Q}(s) = (s^3 + 7s + 1) \mathbf{J}_1 \text{ فـ } \mathbf{Q}(s) =$$

$$\text{الحل: } \mathbf{Q}(s) = 6 \times 7 \text{ جتا}(7s + 3) \text{ جا}(7s + 3)$$

$$= 24 جتا (7s + 3) (جا (3s + 7))$$

٨٦) إذا كان $q(s)$ = $(s^2 - 3s)$ جتا $q(s)$

$$\text{الحل: } Q(s) = -5 \times (6s^2 - 1) \text{جا}(2s^3 - s) \text{ (جتا}(2s^3 - s))$$

$$87) \text{ إذا كان } \dot{q}(s) = \ddot{z}(5s+1)$$

$$\begin{aligned}
 \text{الحل: } & \text{ } \mathbf{Q}(s) = (1 + 5s) \mathbf{Z}(s) \\
 & \mathbf{Q}(s) = 7 \times 5 \mathbf{Z}(s + 1) \mathbf{Z}(5s + 1) \\
 & \mathbf{Z}(s) = \frac{1}{35} \mathbf{Z}(5s + 1) \mathbf{Z}(5s + 1 + 1)
 \end{aligned}$$

$$جـا (سـ) = جـا (سـ + 6) \quad \text{إذا كان } قـ (سـ) \quad (88)$$

$$\text{الحل: } Q(s) = (s^2 + 6) \cdot J_1(s)$$

$$Q(s) = 9 \times 4s^3 \text{ جتا}(s^2 + 6) \text{ جا}(s^2 + 6)$$

كوكتيل

٨٩) إذا كان $ق(s) = ٦\sqrt{s} - جta\sqrt{s}$

جد $ق(s)$

الحل : $ق(s) = ٦\sqrt{s} - جta\sqrt{s}$

$= ٦\sqrt{s} + جta\sqrt{s}$

٩٠) إذا كان $ص = \sqrt{٤s} + جta s$

$\frac{دص}{دس}$

الحل : $ص = (\sqrt{٤s}) + جta s$

$\frac{دص}{دس} = \frac{٢ \times ٤\sqrt{s} جta s + \sqrt{٤s}}{دس}$

$= ٨\sqrt{s} جta s - جta s$

إذا جاءت السينات بجانب أي من هؤلاء

١) سينات جا س ٢) سينات جتا س

٣) سينات ظا س

نطبق قاعدة الضرب

٩١) جد المشتقة الأولى للاقتران $m(s) = 2s$ جا س

الحل : $m'(s) = 2$ جا س + ٢ س جتا س

٩٢) جد المشتقة الأولى للاقتران $u(s) = s$ ظا س

الحل : $u'(s) =$ ظا س + س قاً س

٩٣) إذا كان $ch = s^2$ جتا س ، جد $\frac{d ch}{ds}$

الحل : $\frac{d ch}{ds} = 2s$ جتا س + - s^2 جا س

= ٢ س جتا س - s^2 جا س

٩٤) إذا كان $ch = s^3$ جا س + ظا س ، جد $\frac{d ch}{ds}$

الحل : $\frac{d ch}{ds} = 3s^2$ جا س + s^3 جتا س + قاً س

٩٥) إذا كان $ch = s^2$ جا ٣ س ، جد $\frac{d ch}{ds}$

الحل : $\frac{d ch}{ds} = ٢s$ جا ٣ س + $s^2 \times ٣$ جتا ٣ س

= ٢ س جا ٣ س + $3s^2$ جتا ٣ س

٩٦) إذا كان $Q(s) = -5s^3 + 3s$ ، جد $Q'(s)$

الحل : $Q'(s) = -10s^2 + -5s^3 + 3s^2$

$$= -10s^2 + 5s^3 + 3s^2$$

٩٧) إذا كان $Q(s) = Jas \cdot Jtas$ ، جد $Q'(s)$

الحل : $Q'(s) = Jtas \cdot Jtas + -Jas \cdot Jas$

$$= Jtas^2 - Jas^2$$

٩٨) إذا كان $Q(s) = Jas \cdot Tas^2$ ، جد $Q'(s)$

الحل : $Q'(s) = Jtas \cdot Tas^2 + 2Jas \cdot Tas^2$

٩٩) إذا كان $Q(s) = \frac{Jas}{Jtas}$ ، جد $Q'(s)$

الحل : $Q'(s) = \frac{Jtas \cdot Jtas - -Jas \cdot Jas}{Jtas^2}$

$$= \frac{Jtas^2 + Jas^2}{Jtas^2}$$

$$100) \text{ إذا كان } Q(s) = \frac{Ja_2s}{1 + Jta_s}, \text{ جد } Q(s) =$$

$$\text{الحل: } Q(s) = \frac{2 Jta_2s (1 + Jta_s) - Ja_2s Ja_2s}{(1 + Jta_s)^2}$$

$$\frac{2 Jta_2s (1 + Jta_s) + Ja_2s Ja_2s}{(1 + Jta_s)^2} =$$

$$101) \text{ إذا علمت أن } Q(s) = \sqrt{s} + (\text{ظا ٥ س}) \text{ جد } Q(s)$$

$$\text{الحل: } Q(s) = \frac{1}{\sqrt{2 + 2 \times 5 \times 5 \text{ ظا ٥ س قا ٥ س}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2 \sqrt{s}}} + 10 \text{ ظا ٥ س قا ٥ س}$$

$$102) \text{ إذا علمت أن } Q(s) = \frac{8}{3s - 2} + Ja_2s \text{ جد } Q(s)$$

$$\text{الحل: } Q(s) = \frac{2 \times 8 - 2 \times 5 + 2 \times 2 Ja_2s Jta_2s}{(3s - 2)^2}$$

$$= \frac{16 - 10 Ja_2s Jta_2s}{(3s - 2)^2}$$

١٠٣) إذا علمت أن $Q(s) = s^2 جتس + ظاس^3$

جد $Q(s)$

$$\text{الحل: } Q(s) = 2s \text{ جتس} + -s^2 \text{ جاس} + 3 \times 2 \times 6 \text{ ظاس}^2$$

$$= 2s \text{ جتس} - s^2 \text{ جاس} + 18 \text{ ظاس}^2$$

١٠٤) إذا علمت أن $Q(s) = جاس (1 + جتس)$

جد $Q(s)$

$$\text{الحل: } Q(s) = 3 جاس \text{ جتس} (1 + جتس) + - جاس \text{ جاس}$$

$$= 3 جاس \text{ جتس} (1 + جتس) - جاس^4$$

تطبيق قاعدة السلسلة

١

قاعدة السلسلة :

$$\frac{د ع}{د س} \times \frac{د ص}{د ع} = \frac{د ص}{د س}$$

١٠٥) إذا كان $ص = ٥٤ + ٣٢ + ع$

$$\frac{د ص}{د س}$$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = ١٠ ع \times ٣ س٢$

$$\begin{aligned} ٣٠ س٢ ع &= \\ ٣٠ (س٣ + ٤) &= \end{aligned}$$

$$٣٠ س٢ + ١٢٠ س٢ =$$

١٠٦) إذا كان $ص = ٤١ + ٣٢ س - ٢$

$$\frac{د ص}{د س}$$

الحل : $\frac{د ص}{د س} = ٣ ع ٢ \times ٦ =$

$$٦ (٣ س - ٢) = ١٨ س - ١٢ =$$

$$107) \text{ إذا كان } ص = \sqrt{4س^3 - 9} \text{ ، } ع = \sqrt{1 + 12س^2}$$

$$\frac{د\ ص}{د\ س}$$

$$\text{الحل : } \frac{د\ ص}{د\ س} = \frac{1}{12س^2 + 1}$$

$$= \frac{12س^2}{1 + \sqrt{4س^2 + 1}}$$

$$= \frac{6س^2}{\sqrt{4س^3 - 8}} = \frac{6س^2}{\sqrt{1 + 9 - 4س^3}} =$$

$$108) \text{ إذا كان } ص = \sqrt{2س - 1} = ع = \sqrt{8 + 2س}$$

$$\frac{د\ ص}{د\ س}$$

$$\text{الحل : } \frac{د\ ص}{د\ س} = \frac{2}{2س - 1} = ع = 2س - 1$$

$$= ع - 4 =$$

$$= -4(1 - 2س) =$$

$$= س + 4 - 8 =$$

١٠٩) إذا كان $s = 3 - u$ ، $u = 1 - s$

$$\frac{ds}{ds}$$

جد

$$\text{الحل : } \frac{ds}{ds} = \frac{d(1-s)}{d(3-u)} \times (u-2)$$

$$= -3 + 6 =$$

$$= -3 + 6 (1 - 3s)$$

$$= -3 + 6 - 18s$$

$$= -3 - 18s$$

١١٠) إذا كان $s = \sqrt{u-1}$ ، $u = 1 + 6s^2$

$$\frac{ds}{ds}$$

جد

$$\text{الحل : } \frac{1}{\sqrt{u-1}} \times \frac{1}{6s} = \frac{ds}{ds}$$

$$= \frac{6s}{\sqrt{u-1}}$$

$$= \frac{3s}{\sqrt{6s-1}}$$

$$111) \text{ إذا كان } ص = ع^2 - 6 ، ع = 1 + 2s \quad \boxed{}$$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \boxed{}$$

$$\text{الحل: } \frac{د ص}{د س} = \frac{(ع^2 - 6) \times \cancel{2}}{\cancel{2} - ع^2} \quad \boxed{}$$

$$\frac{6 - \frac{1 + 2s}{2}}{1 + 2s} = \boxed{}$$

$$112) \text{ إذا كان } ص = ع^3 - 1 ، ع = 1 + 3s \quad \boxed{}$$

$$\frac{د ص}{د س} \quad \boxed{}$$

$$\text{الحل: } \frac{د ص}{د س} = \frac{د ع^3}{د س} \times \cancel{3} = \cancel{3} ع^3 \quad \boxed{}$$

$$\begin{aligned} ع^9 &= \boxed{} \\ (1 + 3s) &= \boxed{} \end{aligned}$$

١١٣) إذا كان $ص = ع^3 + ع^2 - ع + ٥$ ، $ع = ٢س + ٣$

$$\frac{د\ ص}{د\ س}$$

$$\text{الحل : } \frac{د\ ص}{د\ س} = ٢ \times (٢ - ع^3 + ع^2 - ع)$$

$$= ع^6 + ١٢ ع^4 -$$

$$= ٦ (٢س + ٣) (٢س + ٣ + ١٢) - ٤$$

$$= ٦ (٢س + ٣) (٣٦ + ٢٤س + ٣٦) - ٤$$

$$= ٦ (٢س + ٣) (٦٢ + ٢٤س) =$$

لا يجوز التوزيع على القوس الذي له قوّة

التعويض في المشتقات :

اشتق ثم عوّض

إوعى تعوّض قبل ما تشتق

$$(114) \text{ إذا كان } \dot{q}(s) = s^3, \text{ جد } \dot{q}(2)$$

$$\text{الحل : } \dot{q}(s) = 3s^2$$

$$\dot{q}(2) = 2 \times 3 = 12$$

$$(115) \text{ إذا كان } \dot{l}(s) = s^2, \text{ جد } \dot{l}(3)$$

$$\text{الحل : } \dot{l}(s) = 2s$$

$$\dot{l}(3) = 3 \times 2 = 6$$

$$(116) \text{ إذا كان } \dot{w}(s) = 7s, \text{ جد } \dot{w}(5)$$

$$\text{الحل : } \dot{w}(s) = 7$$

$$\dot{w}(5) = 7$$

$$(117) \text{ إذا كان } k(s) = 4s^3 + 5s - 9, \text{ جد } k(1)$$

$$\text{الحل : } k(s) = 12s^3 + 5$$

$$17 = 5 + 12 = 5 + 1 \times 12 = k(1)$$

$$(118) \text{ إذا كان } q(s) = (3s^2 + 2s + 3), \text{ جد } q(2)$$

$$\text{الحل : } q(s) = 2 \times 3 + 3 \times 2 + 3$$

$$= (3 \times 2 + 3) =$$

$$= (3 + 2 \times 2) = 6 = q(2)$$

$$294 = 49 \times 6 = 7 \times 6 =$$

$$(119) \text{ إذا كان } q(s) = (5s^7 + 1), \text{ جد } q(0)$$

$$\text{الحل : } q(s) = 7 \times 5 + 1 = 20 \times 5s^3 + 1$$

$$= (5 \times 140 + 1) = 140 =$$

$$= (1 + 0 \times 5 + 0 \times 7 + 0 \times 20 + 0 \times 5 \times 7 + 0 \times 5 \times 20 + 0 \times 5 \times 7 \times 20 + 1) = q(0)$$

$$(120) \text{ إذا كان } ق(s) = (3s - 2)(5s^2 + 4)$$

جد $ق'(1)$

$$\text{الحل: } ق'(s) = 3 \times 3(5s^2 + 4) + 15(3s^2 - 2)$$

$$= (2 - 1 \times 3) \times 1 \times 15 + (4 + 1 \times 5) \times 3 = (2 - 3) \times 15 + (4 + 5) \times 3$$

$$= 1 \times 1 \times 15 + 9 \times 3 =$$

$$= 15 + 27 = 42$$

$$(121) \text{ إذا كان } ص = \frac{2s^3 + 4s - 5}{2s - 4} \text{ ، جد } ص \text{ ،}$$

عندما $s = 2$

$$\text{الحل: } \frac{دص}{ds} = \frac{(2 + 2 \times 3) \times 4 - (5 - 2 \times 4) \times 3}{(4s - 5)^2} =$$

$$= \frac{2(5 - 2 \times 4) \times 3}{(5 - 2 \times 4)^2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$(2 + 6) \times 4 - (5 - 8) \times 3$$

$$= \frac{(5 - 8)^2}{(5 - 8)^2} =$$

٨٢

$$\frac{23}{9} = \frac{32 - 9}{9} = \frac{8 \times 4 - 3 \times 3}{3} =$$

التعويض في مشتقه قاعدة السلسلة :

$$122) \text{ إذا كان } ص = ع^2 + 3^2 ، ع = س^2 + 4^2$$

$$\text{جد } \frac{د ص}{د س} \text{ عندما } س = 1$$

$$\text{الحل : } \frac{د ص}{د س} = 10 ع \times 3 س^2$$

$$30 ع =$$

$$30 (س^2 + 4^2) =$$

$$150 = 5 \times 30 = (4 + 1)^2 \times 30 = \left| \frac{د ص}{د س} \right|_{س=1}$$

$$123) \text{ إذا كان } ص = ع^2 + 1^2 = 3 س - 2$$

$$\text{جد } \frac{د ص}{د س} \text{ عندما } س = 3$$

$$\text{الحل : } \frac{د ص}{د س} = 2 ع =$$

$$6 ع =$$

$$6 (3 س - 2) =$$

$$(2 - 3 \times 3) 6 = \left| \frac{د ص}{د س} \right|_{س=1}$$

$$42 = 7 \times 6 =$$

$$١٢٤) \text{ إذا كان } ص = \sqrt{١ + ع} \text{ ، } ع = ٤ - س^٣$$

$$\text{جـ} \frac{\text{دـ صـ}}{\text{دـ سـ}} = \text{عـنـدـمـاـ} \text{ سـ} = 2$$

$$\text{الحل : } \frac{d \frac{1}{s^2}}{d s} = \frac{1}{s^3} \times 12 = 12 \text{ س}^2$$

$$\frac{1 + 8 - 4 \sin^2 \theta}{1 + 2 \sqrt{1 + \sin^2 \theta}} = \frac{1 + 8 - 4 \sin^2 \theta}{1 + 2 \sqrt{1 + \sin^2 \theta}} =$$

$$\frac{2 \times 6}{1 + 8 - 2 \times 4} = \frac{12}{1} = 12$$

$$\frac{24}{6} = \frac{24}{20} = \frac{24}{1+8-32} =$$

١٢٥) إذا كان ص = ع٣ + ١ ، ع = ص - ٢

$$\text{جـ} = \frac{\text{دـ صـ}}{\text{دـ سـ}} \quad \text{عـنـدـمـاـ} \quad \text{سـ} = \text{ـ} \text{ـ} \text{ـ}$$

$$\text{الحل : } \frac{d \ln x^3}{d x} = 3x^2$$

$$= 15 \times 2 - 5 \times 2$$

$$\frac{d\sigma}{ds} = \frac{1}{2} (2 \times 5 \times 15) = 150$$

$$96 \cdot \equiv 64 \times 10 \equiv 8 \times 10 \equiv$$

١٢٦) إذا كان $s = 2u + 3$ ، $u = ?$

$$\frac{ds}{ds} = \frac{d}{ds}(2u + 3)$$

عندما $s = 1$

$$\frac{ds}{ds} = \frac{d}{ds}(2u + 3) = 2u + 3$$

$$1 = 2u + 3$$

$$1 = 2u + 3 \quad | \quad \frac{ds}{ds}$$
$$1 - 3 = 2u$$
$$-2 = 2u$$
$$-1 = u$$

$$4 \times (3 + 2) = 4 \times (3 + (-1)) =$$

$$20 = 4 \times 5 =$$

المجاھيل في المشتقات :

١٢٧) إذا كان $q(s) = (2s - 1)^2$
و كان $q'(s) = 4$ ، فجد قيمة (s_1)

$$\text{الحل : } q'(s) = 2 \times 2(2s - 1)$$

$$4 = 2(2s - 1)$$

$$4 = 8s - 4$$

$$4 = 8s_1$$

$$4 = 4 - 8s_1$$

$$4 + 4 +$$

$$\frac{8}{8} = \frac{8s_1}{8}$$

$$1 = s_1$$

أفكار مُتفرقة :

١٢٨) إذا كان ق (س) = س٧ - ٦ س

$$\frac{q(1+h) - q(1)}{h} \xrightarrow[h \rightarrow 0]{} \frac{dq}{dh}$$

$$\text{الحل: } \frac{q(1+h) - q(1)}{h} \leftarrow \frac{h}{h}$$

بما أنه لم يرد في صيغة السؤال إيجاد المُشتقة باستخدام تعريف المُشتقة

لذلك نستقر بالقواعد السريعة ثم نعوض (١)

$$\frac{d}{dt} (s) = s - 6$$

١٢٩) اذا كان ق (س) = جا ٣ س

$$\frac{q(s+h) - q(s)}{h}$$

$$\text{الحل : } \dot{q} (\text{س}) = 3 \text{ جتا } 3 \text{ س}$$

(١٣٠) إذا كان $q(s) = 2s + 1$

$$q(3 + h) - q(3)$$

$$\frac{h}{h} \leftarrow \text{جذ نهبا}$$

$$\text{الحل: } q'(s) = 2$$

$$2 = q'(3)$$

(١٣١) إذا كان $q(s) = \sqrt[6]{s}$

$$q(9 + h) - q(9)$$

$$\frac{h}{h} \leftarrow \text{جذ نهبا}$$

$$\frac{3}{\sqrt[6]{s}} = \frac{6}{\sqrt[6]{2s}} = \text{الحل: } q'(s) =$$

$$1 = \frac{3}{3} = \frac{3}{\sqrt[6]{9}} = q'(9)$$

(١٣٢) إذا كان $q(s) = \sqrt[3]{3s + 10}$

$$q(2 + h) - q(2)$$

$$\frac{h}{h} \leftarrow \text{جذ نهبا}$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{2s + 10 + 2 \times 3}} = \text{الحل: } q'(s) =$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{10 + 2 \times 3 \sqrt[3]{2}}} = q'(2)$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3}{4 \times 2} = \frac{3}{16 \sqrt[3]{2}} =$$

١٣٣) إذا كان ق (س) = ظا ٥ س

$$\frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \rightarrow \underset{h \rightarrow 0}{\lim} \cdot$$

$$\text{الحل : } \dot{q}(\text{s}) = 5 \text{ قاًه س}$$

$$134) \quad \text{إذا كان } q(s) = s^3 - 2s \quad \boxed{s}$$

$$\frac{q(1+h) - q(1)}{h} \xrightarrow[h \rightarrow 0]{} \frac{d}{dx} q(x) \Big|_{x=1}$$

$$\frac{2}{\frac{2}{s}} - \frac{2}{s^3} = \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{s}} - s^3 =$$

$$2 = 1 - 3 = \frac{1}{\boxed{1}} - 1 \times 3 = \text{ق}(1)$$

١٣٥) إذا كان ق (س) = س٢

$$\frac{q(s + \Delta) - q(s)}{\Delta s} \rightarrow \frac{d}{ds} q(s)$$

$$\text{الحل: } \dot{q}(s) = 2s$$

١٣٦) إذا كان $Q(s) = (2s - 3)^3$

$$\frac{Q(2s) - Q(2)}{\Delta s} \xrightarrow[\Delta s \leftarrow 0]{}$$

جد نهایا

$$\text{الحل: } Q(s) = 2 \times 3 = (2s - 3)^2$$

$$= (2s - 3)^2 =$$

$$= 1 \times 6 = (3 - 2 \times 2) 6 = (2s - 3)^2 =$$

١٣٧) إذا كان $Q(s) = جاتا_5s - جاتا_4s$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s \leftarrow 0}$$

جد نهایا

$$\text{الحل: } Q(s) = 5 \text{ جاتا}_5s - 4 \text{ جاتا}_4s$$

$$= 5 \text{ جاتا}_5s + 4 \text{ جاتا}_4s$$

١٣٨) إذا كان $Q(s) = 5s^2 - 2$

$$\frac{\Delta s}{\Delta s \leftarrow 0}$$

جد نهایا

عندما $s = 2$

$$\text{الحل: } Q(s) = 15s^2$$

$$= 4 \times 15 = 2^2 \times 15 = Q(2)$$

١٣٩) إذا كان $ق = (1)$ ، $ه = (1)$

$ق' = (1) - ه = (1) - 1$ ، جد $(ق \times ه)'$

الحل : نستخدم هنا قاعدة مشتقة ضرب اقترانين

$$(ق \times ه)' = ق' (1) \times ه + (1) \times ه' (1) \times ق (1)$$

$$4 - = 2 + 6 - = 2 \times 1 + 3 \times 2 - =$$

١٤٠) إذا كان $ق = (4)$ ، $ه = (4)$

$ق' = (4) - ه = (4) - 5$ ، جد $(ه \times ق)'$

الحل :

$$(ه \times ق)' = (4) \times ق' + ق (4) \times ه' = (4) \times ه = (4)$$

$$3 - = 12 + 15 - = 2 \times 6 + 3 - \times 5 =$$

١٤١) إذا كان $ق = (3)$ ، $ه = (3)$

$ق' = (3) - \frac{ه}{ه} = (3) - 7$ ، جد $(\frac{ق}{ه})'$

الحل : نستخدم هنا قاعدة مشتقة قسمة اقترانين

$$\frac{ق' (3) \times ه - (3) \times ه' (3) \times ق (3)}{ه^2} = (3) \left(\frac{ق}{ه} \right)'$$

$$\frac{1 \times 6 - 2 \times 7}{6^2} =$$

$$2 = \frac{8}{4} = \frac{6 - 14}{4} =$$

١٤٢) إذا كان $q(5) = 4 - h(5)$ ، $h(5) = 3$

$$q(5) = \left(\frac{2q}{h^3} \right) - 1 = h(5) - 2$$

الحل :

$$\frac{2q(5) - (5h^3 \times 5) + 2 \times 2q(5)}{(5h^3)} = \left(\frac{2q}{h^3} \right)$$

$$\frac{4 - 2 \times 1 - 3 - 3 \times 3 \times 2 \times 2}{(3 \times 3)} =$$

$$\frac{12}{81} = \frac{24 - 36}{81} =$$

١٤٣) إذا كان $q(s) = k^s$ ، و كان (k) عدداً ثابتاً

جد $q(s)$

الحل : بما أن السؤال اعتبر (k) عدداً ثابتاً ، إذا نعمله في
الاشتقاق مُعاملة العدد

$q(s) = k^s$

١٤٤) إذا كان ق (٣) = ٤ ، ق (٣) = ٨

ج ٣

الحل :

$$\frac{(3) \overline{q} \times 2 - 2}{(3) \overline{q}} = (3) \left(\frac{2}{\overline{q}} \right)$$

$$1 - = \frac{17}{17} =$$

إيجاد المُشتقَة من الرسم :

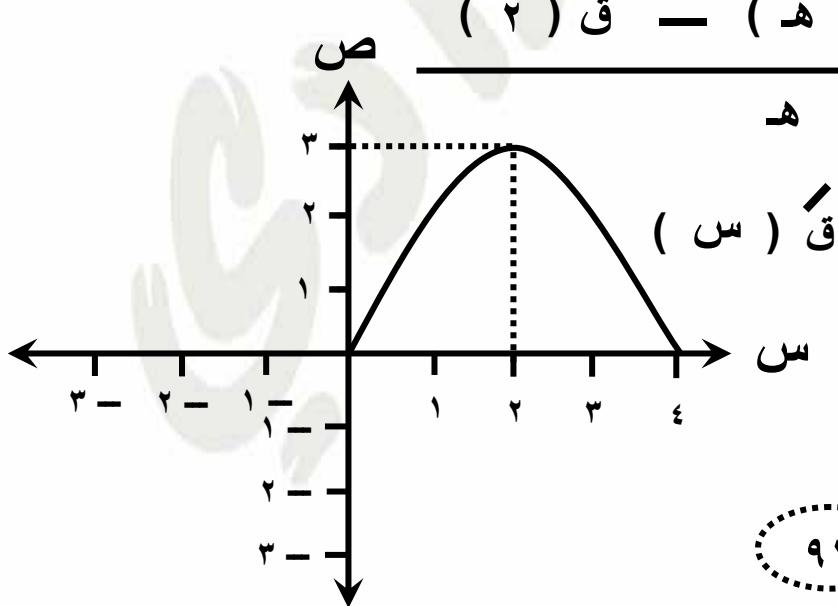
١٤٥) بالاعتماد على الشكل المجاور جد

ق (۲) - (۵ + ۲)

نـ

الحل :

$$٣ = (٢) \overline{ق}$$



١٤٦) بالاعتماد على الشكل المجاور جد

$$\frac{Q(0+h) - Q(0)}{h}$$

نهاية

الحل :

$$Q'(0) = 2$$

