

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوراق عمل

مادة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الرياضيات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الفصل الدراسي الأول

الصف الثاني عشر متقدم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

2019/2018

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إعداد : محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

الوحدة الأولى : التمهيدات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

1-1 كثيرات الحدود والدوال النسبية

2-1 الدوال العكسية

3-1 الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية

4-1 الدوال الأسيّة واللوغاريتمية

5-1 تحويلات الدوال

الوحدة الثانية : النهايات والاتصال

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

1-2 المماسات وطول المنحنى

2-2 مفهوم النهاية

3-2 حساب النهايات

4-2 الاتصال ونتائجـه

5-2 النهايات التي تتضمن اللانهاية: خطوط التقارب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

6-2 التعريف الرسمي للنهاية

الوحدة الثانية : التفاضل

1-3 المماسات والسرعة المتجهة

2-3 الاشتراق

3-3 حساب المشتقـات : قاعدة القوى

4-3 قاعدة الضرب والقسمـة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

5-3 قاعدة السلسلـة

6-3 مشتقـات الدوال المثلثـية

7-3 اشتراق الدوال الأسيـة والدوال المثلثـية اللوغاريتمـية

8-3 الاشتراق الضمنـي والدوال المثلثـية المعكوسـة

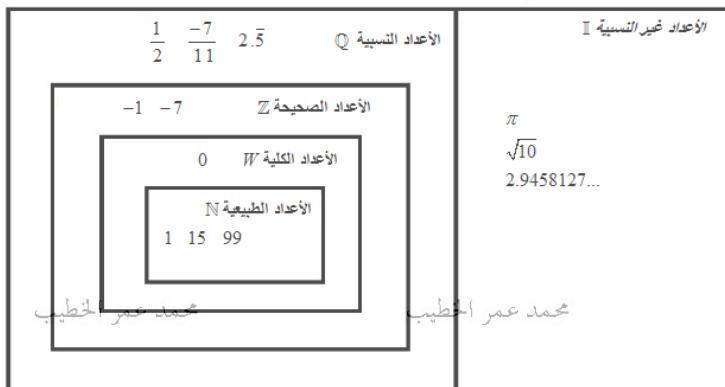
9-3 دوال القطع الزائد

10-3 نظرية القيمة المتوسطـة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الأعداد الحقيقة \mathbb{R} 

الأعداد الحقيقة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

وصف المجموعات الجزئية للأعداد الحقيقة (

اذا كانت a, b اعداد حقيقة حيث $a < b$ فان:

	رمز بناء المجموعة	المتباينة	الفترة	التمثيل البياني على خط الأعداد
1	$\{ x \mid a < x < b, x \in \mathbb{R} \}$	$a < x < b$	(a, b)	
2	$\{ x \mid a \leq x \leq b, x \in \mathbb{R} \}$	$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	
3	$\{ x \mid a < x \leq b, x \in \mathbb{R} \}$	$a < x \leq b$	$(a, b]$	
4	$\{ x \mid a \leq x < b, x \in \mathbb{R} \}$	$a \leq x < b$	$[a, b)$	
5	$\{ x \mid a < x, x \in \mathbb{R} \}$	$a < x$	(a, ∞)	
6	$\{ x \mid a \leq x, x \in \mathbb{R} \}$	$a \leq x$	$[a, \infty)$	
7	$\{ x \mid x < b, x \in \mathbb{R} \}$	$x < b$	$(-\infty, b)$	
8	$\{ x \mid x \leq b, x \in \mathbb{R} \}$	$x \leq b$	$(-\infty, b]$	
9	$\{ x \mid -\infty < x < \infty, x \in \mathbb{R} \}$	$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$	

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

	رمز بناء المجموعة	المتباينة	الفترة	التمثيل البياني على خط الأعداد
1	$\{ x \mid -1 < x < 1, x \in R \}$			
2		$-2 \leq x < 5$		
3			$[3, \infty)$	
4	$\{ x \mid x < -1 \text{ or } 2 \leq x, x \in R \}$	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب

المتباينات:

حل المتباينات التالية:

(1) $2x - 4 \leq 5x + 8$

(2) $-2 < 2x - 4 \leq 2$

(3) $5 \leq 2 - 3x , 2x + 7 > 9$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) x^2 - x - 6 \leq 0$$

$$(2) \frac{x-1}{5-x} \leq 0$$

$$(3) \frac{x^2 - 4}{x} > 0$$

$$(4) |2x - 6| \leq 8$$

$$(5) \left| \frac{8}{x-1} \right| \leq 4$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

لتكن (P_1, P_2) اوجد

(1) المسافة بين النقطتين

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(2) احداثي منتصف القطعة المستقيمة

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

(3) ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

(4) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

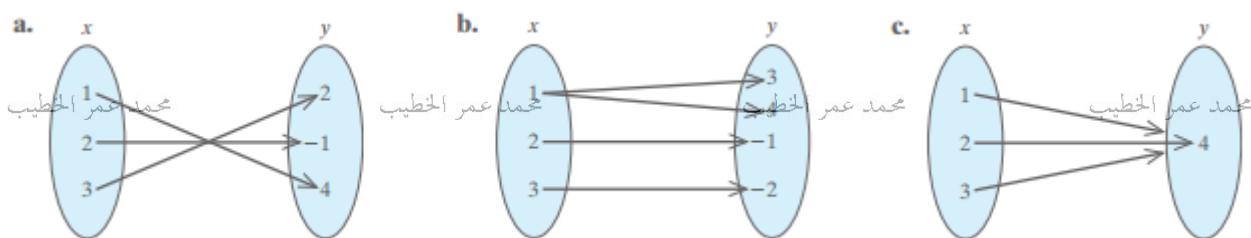
(5) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة P_1 ويوازي المستقيم الذي معادلته $2x + y + 5 = 0$

$$m_1 = m_2 \leftrightarrow \overleftrightarrow{L_1, L_2} \text{ متوازيان}$$

(6) معادلة المستقيم العمودي على المستقيم الذي يمر بالنقطتين عند احداثي المنصف

الدالة: هي علاقة بحيث ان لكل عنصر في المجال صورة واحدة فقط في المدى .

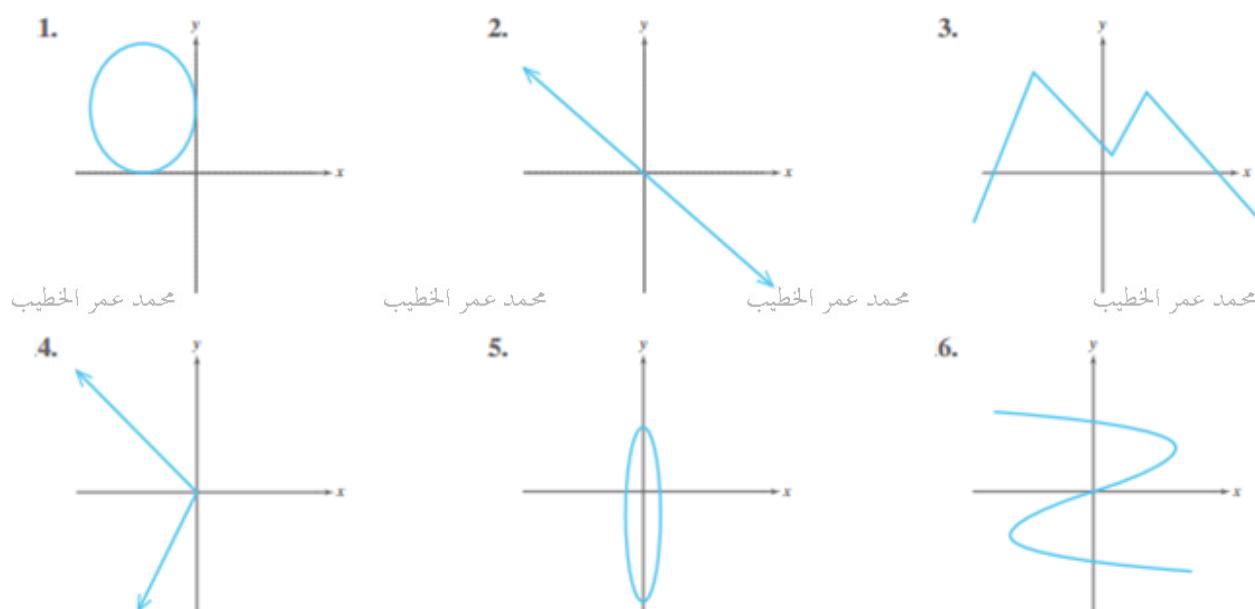
(1) اي من العلاقات التالية هي دالة



اختبار الخط العمودي (الرأسي)

اذا قطع اي خط رأسي العلاقة في نقطة واحدة فان العلاقة تكون دالة .

(2) اي من العلاقات التالية هي دالة :



(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية محمد الخطيب

(a) $f(-1) =$

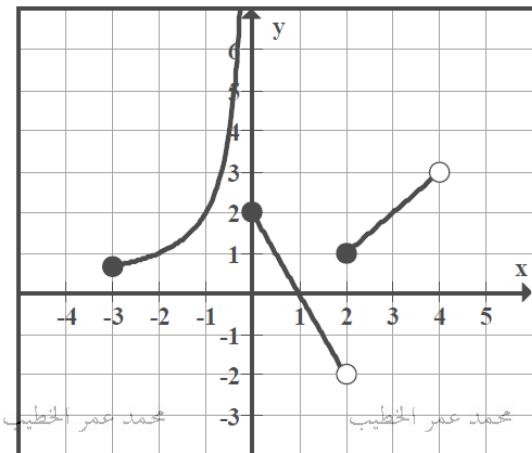
(b) $f(3) =$

(c) $f(0) =$

(d) $f(2) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(e) مجال الدالة $f(x)$

(f) مدى الدالة $f(x)$

(2) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(a) $f(2) =$

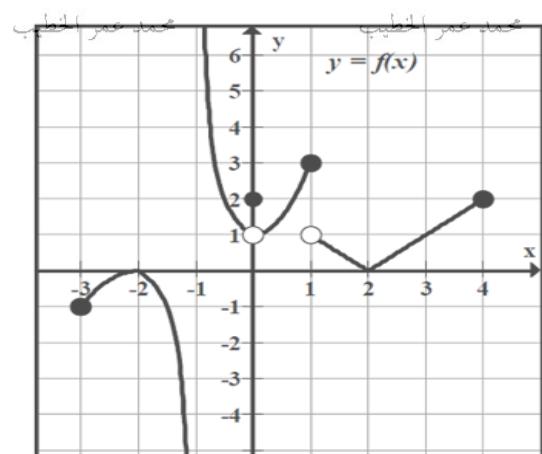
(b) $f(0) =$

(c) $f(1) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(d) هل الدالة $f(x)$ معرفة عند $x = -1$

(e) مجال الدالة $f(x)$

(f) مدى الدالة $f(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(1) إذا كانت :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{لـ } x < 5 \\ 2x + 3 & \text{لـ } x \geq 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

فأوجد :

(a) $f(-2) =$

(b) $f(4) =$

(c) $f(1) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(d) مجال الدالة $f(x)$

(2) اذا كانت دالة التكلفة لشراء عدد من الأقلام x تعطى بالدالة : $c(x)$ حيث

محمد عمر الخطيب

$$c(x) = \begin{cases} 5x & \text{لـ } 1 \leq x \leq 75 \\ 4x + 75 & \text{لـ } 75 < x \leq 150 \\ 3x + 225 & \text{لـ } x > 150 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أ) أوجد إجمالي تكلفة شراء 60 قلم.

ب) أوجد إجمالي تكلفة شراء 100 قلم

محمد عمر الخطيب

ت) أوجد إجمالي تكلفة شراء 150 قلم.

ث) أوجد إجمالي تكلفة شراء 200 قلم.

ج) اكتب مجال الدالة $c(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تذکر أن دالة كثیرة الحدود تكون على الصورة

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

حيث الأسس اعداد صحيحة غير سالبة والمعاملات تتبع الى مجموعة الاعداد الحقيقية

الدواال النسبية

تذکر أن الدالة النسبية تكون على الصورة

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

حيث $p(x), q(x)$ كثیرات حدود محمد عمر الخطيب

ملاحظات:

(1) مجال دالة كثیرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية . ما لم يذكر غير ذلك

(2) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{g(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تتحقق $g(x) \geq 0$ محمد عمر الخطيب

(3) مجال الدالة $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة

بين مجال $g(x)$ و مجال $h(x)$ عدا اصفار المقام

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \ f(x) = x^2 - 5x + 3$$

$$(2) \ f(x) = \frac{1}{x-3}$$

$$(3) \ f(x) = \frac{x+2}{2x+8}$$

$$(4) \ f(x) = \frac{x-2}{x^2 - 4}$$

$$(5) \ f(x) = \sqrt{2x-6}$$

$$(6) \ f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x - 15}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \ f(x) = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{x-2}$$

$$(2) \ f(x) = \begin{cases} e^x + 2 & , -5 \leq x \leq 1 \\ \sin x & , x > 1 \end{cases}$$

$$(3) \ f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt[3]{x-1}}$$

$$(4) \ f(x) = \frac{\log(5-x)}{\sqrt{x-1}}$$

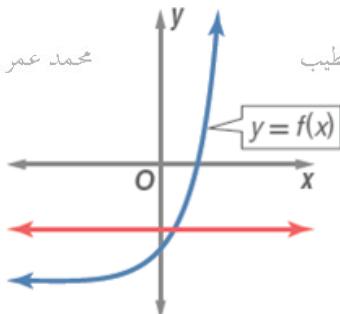
محمد عمر الخطيب

الدالة واحد لواحد

اختبار الخط الأفقي

تكون الدالة $y = f(x)$ دالة واحد لواحد اذا كان كل خط افقي يقطع الدالة في نقطة واحدة فقط

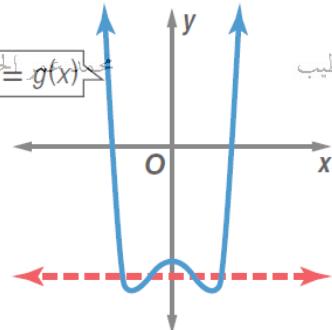
محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدالة العكسيّة

محمد عمر الخطيب

تسمى الدالة $g(x)$ دالة عكسيّة للدالة $f(x)$ اذا تحقق الشرطان

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدالة $(x) f$ دالة واحد لواحد

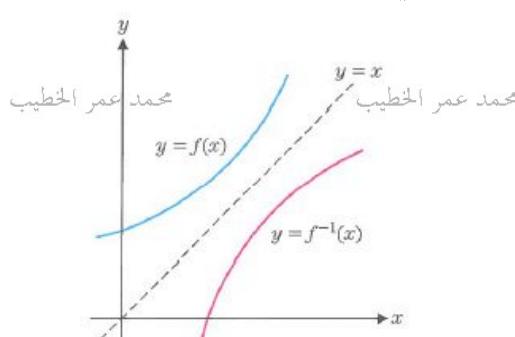
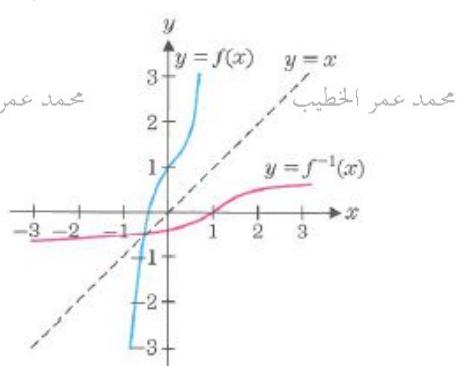
محمد عمر الخطيب

(1)

$$f(g(x)) = x \quad , \quad g(f(x)) = x \quad (2)$$

ويرمز للدالة العكسيّة للدالة $f(x)$ $f^{-1}(x)$ بالرمزالتمثيل البياني للدالة ومعكوسها (الدالة $f(x)$ والدالة العكسيّة لها متماثلة حول المستقيم $y = x$)

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: (1) مجال الدالة $(x) f$ هو نفس مدى الدالة $f(x)$ ومدى الدالة $f^{-1}(x)$ هو مجال الدالة (x)

(2) حتى نجد القيد على الدالة العكسيّة يجب ان نجد مدى الدالة الاصليّة

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت الدالة : $g(x) = x^3 + 4x - 1$ فما هي قيم x التي تؤدي إلى $g(x) = 0$ ؟

$$(a) f(x) = -6x + 3$$

$$، \quad g(x) = \frac{3-x}{6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب ٣

$$\text{، } g(x) = x^3 - 8 \quad , x \geq 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت الدالة محمد عمر الخطيب

اذا علمنت ان الدالة f هي دالة واحده او احادي مع تحديد ايقيود. الخطيب

$$(1) f(x) = 2x - 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = x^3 - 8$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \sqrt{x - 2}$$

محمد عمر الخطيب

اذا علمنا ان الدالة f هي دالة واحده فما يلي مع تحديد ايقيود. الخطيب

$$(1) f(x) = \frac{x-2}{x+1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = x^2 - 4 \quad , \quad x \geq 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = x^2 - 4 \quad , \quad x \leq 0$$

محمد عمر الخطيب

الدوال الدورية

تكون الدالة $f(x)$ دالة دورية و زمنها الدوري T اذا كان:

$$f(x+T) = f(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حيث T اصغر عدد حقيقي موجب يحقق الخاصية

ومن اهم الدوال الدورية هي الدوال المثلثية.

1) بين ان الدالة $g(x) = \sqrt{x - [x]}$ هي دالة دورية زمنها الدوري

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

2) بين ان الدالة $g(x) = \cos x$ هي دالة دورية زمنها الدوري 2π

محمد عمر الخطيب

متطابقات القسمة

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

متطابقات المقلوب

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

متطابقات فيثاغورس

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

متطابقات المجموع

محمد عمر الخطيب

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

محمد عمر الخطيب

متطابقات الفرق

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

متطابقات الزاوية المتممة

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec \theta$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc \theta$$

متطابقات الاشارة

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

متطابقات الجمع الى الضرب

$$\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

متطابقات الضرب الى الجمع

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

$$\csc^{-1} x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right), \quad \sec^{-1} x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right), \quad \cot^{-1} x = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

ملاحظة مهمة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

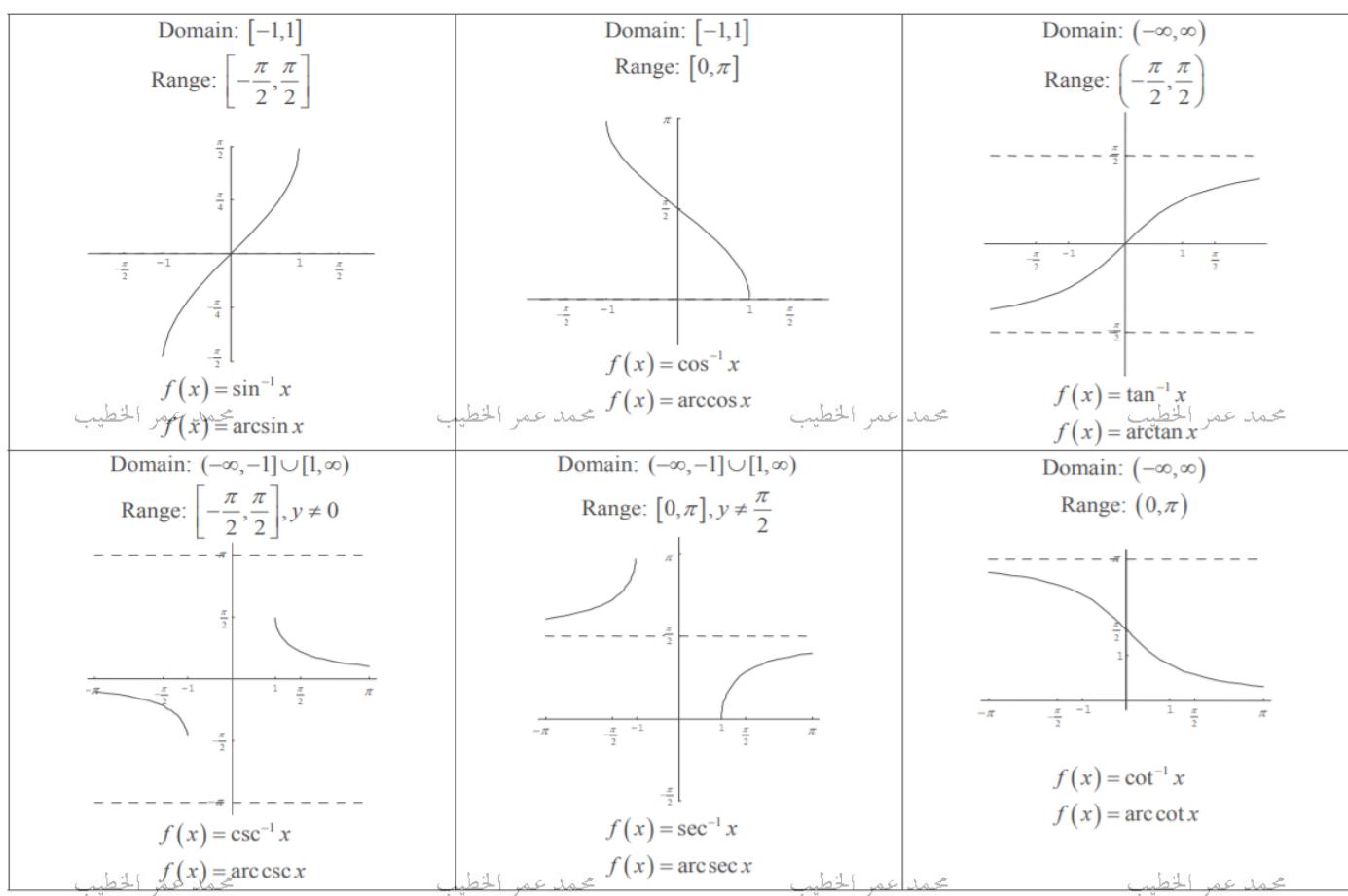
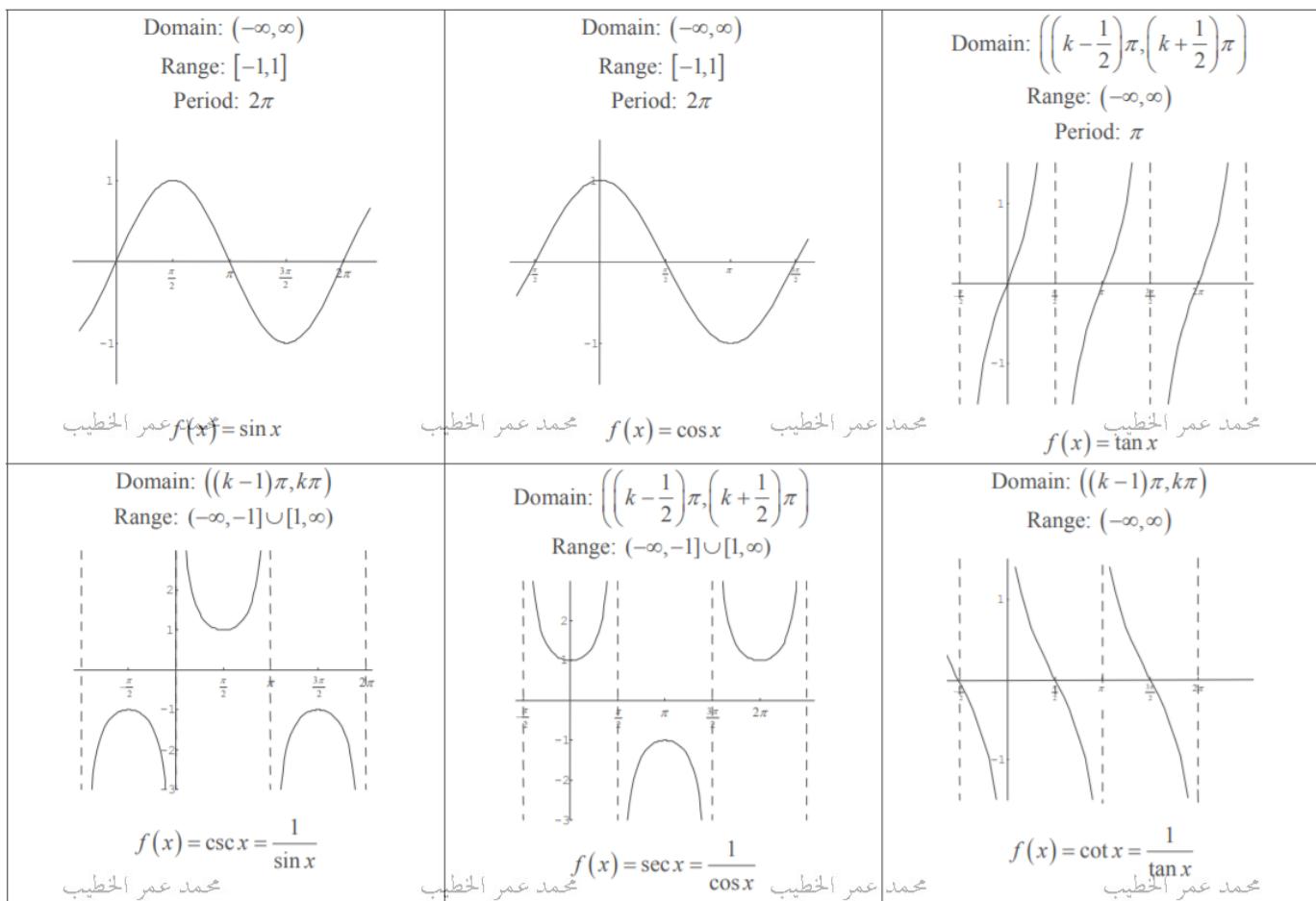
محمد

محمد عمر الخطيب

التمثيل البياني للدوال المثلثية ومعكوساتها

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



السعة والدورة والتكرار لبعض الدوال الدورية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y = A \sin Bx$$

$$y = A \cos Bx$$

|A| السعة:

$\frac{2\pi}{|B|}$ الدورة:

$\frac{|B|}{2\pi}$ التكرار:

(1) اوجد السعة والدورة والتكرار للدالة : $y = -3 \sin 2x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

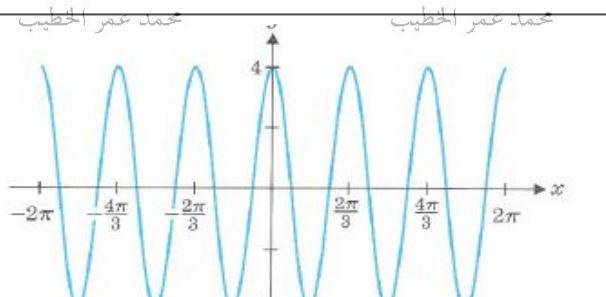
(2) اوجد السعة والدورة والتكرار للدالة : $y = 4 \cos(6\pi x - \frac{\pi}{2})$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد السعة والدورة للدالة $y = A \cos Bx$

ثم اكتب قاعدة الدالة.



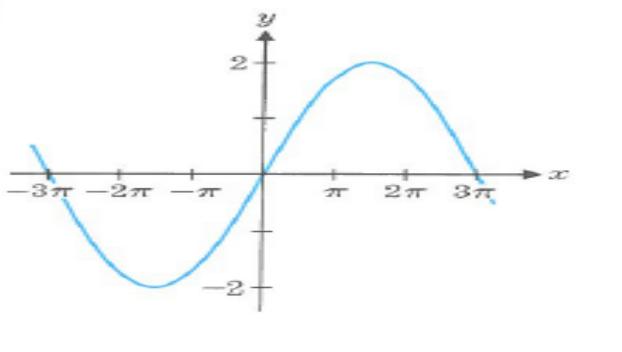
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اعتمد على الشكل المجاور لكتابة قاعدة الدالة.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة:

(1) راجع الرسومات البيانية للتعرف على مجال ومدى الدوال المثلثية العكسية

(2) كل الزوايا يجب ان تكون بالراديان

(1) اوجد الدالة العكسية للدالة $y = 3\sin(2x - \pi)$ ثم اوجد مجالها ومداها

$$\sin(\sin^{-1} x) = x , \quad x \in [-1, 1]$$

$$\sin^{-1}(\sin x) = x , \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

(2) اوجد الدالة العكسية للدالة $y = -2\cos^{-1}(x+1)$ ثم اوجد مجالها ومداها

$$\cos(\cos^{-1} x) = x , \quad x \in [-1, 1]$$

$$\cos^{-1}(\cos x) = x , \quad x \in [0, \pi]$$

(1) $\sin^{-1} -\frac{1}{2}$

(2) $\cos^{-1} -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan^{-1} 1$

(4) $\sec^{-1} \sqrt{2}$

(5) $\cos(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}})$

(6) $\csc(\sin^{-1} \frac{2}{3})$

(7) $\tan(\cos^{-1} \frac{1}{4})$

(8) $\sin(\cot^{-1} -1)$

(9) $\sin^{-1} 1 - \sin^{-1} -1$

(10) $\sin 2 \cos^{-1} (-\frac{3}{5})$

(11) $\cos 2 \sin^{-1} (-\frac{3}{5})$

(1) $\tan(\sin^{-1} x)$

(2) $\sin(\cos^{-1} x)$

(3) $\cos(\cot^{-1} x)$

(4) $\sin 2(\cos^{-1} x)$

(5) $\sin(\sin^{-1} x - \cos^{-1} x)$

حل المعادلات المثلثية التالية (جميع الحلول)

(1) $2\sin x - 1 = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $3\tan x + 4 = 1$

(3) $\sin 2x = 1$

(4) $\cos^2 x + \cos x = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) $\sin 2x + \cos x = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

قواعد الأسس

1. $a^m a^n = a^{m+n}$

2. $(a^m)^n = a^{mn}$

3. $(ab)^m = a^m b^m$

4. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$ 5. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$ 6. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$

7. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

8. $a^0 = 1, a \neq 0$

9. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

الدالة الأسية:

هي الدالة التي تكون على الشكل التالي: $f(x) = a \times b^x$ حيث a عدد حقيقي غير الصفر

وأن $b \neq 1, b > 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدالة الأسية الطبيعية

$$f(x) = e^x$$

حيث e يسمى العدد الطبيعي وهو عدد غير نسبي يساوي تقريريا $e \approx 2.718$

$$e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2.718281828\dots \quad , \quad e^a = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x =$

(2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x =$

محمد عمر الخطيب

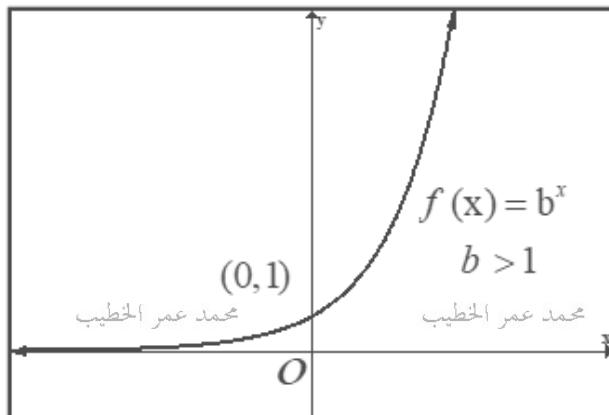
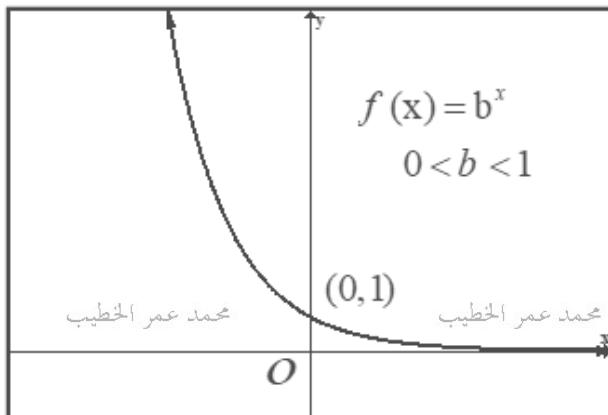
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

التضاؤل الأسية

النمو الأسية



$f(x) = b^x$ $0 < b < 1$	الدالة
	المجال :
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
	المدى

$f(x) = b^x$ $b > 1$	الدالة
	المجال :
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
	المدى

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مثل الدالة $f(x) = 2^x$ بيانيا . موضحا المجال والمدى ونقاط التقاطع مع المحاور

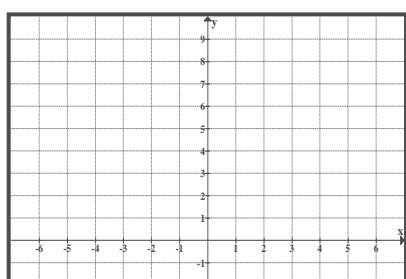
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

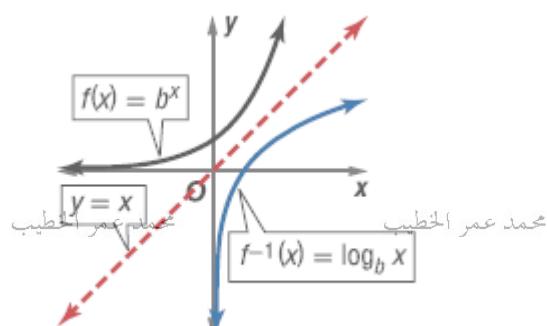
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



الدالة اللوغاريتمية : هي معكوس (الدالة العكسية) للدالة الأسية $f(x) = b^x$ ويرمز لها الرمز $\log_b x$

$$f(x) = b^x, b > 0, b \neq 1 \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_b x$$



نلاحظ من التمثيل البياني أن الدالتين

$$f^{-1}(x) = \log_b x$$

$$f(x) = b^x$$

$$y = x \text{ المستقيم}$$

تمثل انعكاساً لبعضهما البعض حول

الربط بين التعبيرين اللوغاريتمي والأسني

$$f(x) = b^x, b > 0, b \neq 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_b x$$

الشكل الأسني

$$b^y = x$$

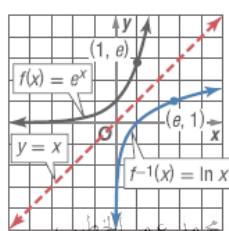
الشكل اللوغاريتمي

$$y = \log_b x$$

ملاحظة هامة :

(1) اذا كانت $b = 10$ فإن اللوغارتم يسمى اللوغارتم المعتاد ويرمز له $\log x$

(2) اذا كانت $b = e$ فإن اللوغارتم يسمى اللوغارتم الطبيعي ويرمز له $\ln x$



دالة اللوغارتم الطبيعي : $y = \ln x$ هي معكوس للدالة الأسنية الطبيعية : $y = e^x$

خواص اللوغارتمات

اذا كانت $x, y > 0, a \neq 1$ فأن

$$1. \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$$

$$2. \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y.$$

$$3. \log_a x^r = r \log_a x.$$

$$4. \log_a 1 = 0.$$

$$5. \log_a(a^x) = x.$$

$$6. a^{\log_a x} = x.$$

$$7. \log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x.$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اذا كانت $x, y > 0$ فأن

$$1. \ln(xy) = \ln x + \ln y.$$

$$2. \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y.$$

$$3. \ln x^r = r \ln x.$$

$$4. \ln 1 = 0.$$

$$5. \ln(e^x) = x.$$

$$6. e^{\ln x} = x.$$

$$7. \ln x = y \Leftrightarrow e^y = x.$$

اذا كانت $a, b, c > 0, b, c \neq 1$ فأن

$$(1) \quad \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} = \frac{\ln a}{\ln b}$$

$$(2) \quad a^x = e^{x \ln a}$$

ملاحظة:

مجال الدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$ هو $(0, \infty)$ حيث $b > 0, b \neq 1$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \frac{1}{2} \log_4 16 - \log_4 2$$

$$(2) \log 25 + 2\log 4 - 2\log 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \ln 12 - 2\ln 2 + e^{\ln 2} - \ln 3$$

$$(4) \log(\log x^2) - \log(\log x) + \log 50$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) 2\ln e^{0.5} - \ln \frac{1}{e^4} + e^{\ln 2} + 10^{\log e^{\ln 4}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \log_2 7 \times \log_5 2 \times \log_7 5$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد مجال كل من الدوال التالية: خطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y = \log_2 x^2 + \sqrt{x+1}$$

$$(2) \quad y = \log (\ln(x-1))$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad y = \sqrt{\ln x - 1}$$

$$(4) \quad y = \frac{x}{\ln x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad y = \frac{\ln(x-2)}{\log(5-x)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قاعدة الدالة الأسيّة التي تمر بالنقطتين $(1,2)$, $(0,5)$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حل المعادلات التالية

(1) $e^{2x} - 5 = 0$

(2) $e^{2\ln x} - 4 = 0$

(3) $x^2 e^x - e^x = 0$

(4) $2 \ln x + 8 = 0$

(5) $\ln x + \ln(x-1) = \ln 2$

(6) $\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x-1) = 1$

$$(1) 3^{3x-3} = 2^{x+1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = e^{2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) e^{2x} + e^x - 12 = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

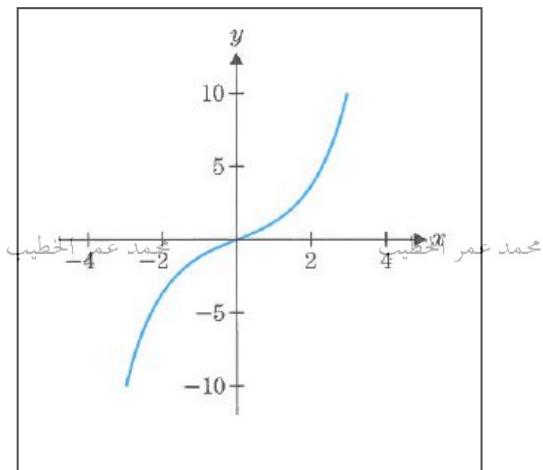
محمد عمر الخطيب

$$(4) \frac{400}{1+3e^{-2x}} = 300$$

محمد عمر الخطيب

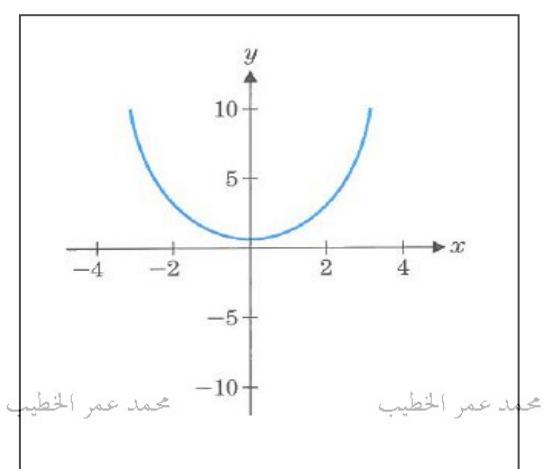
$$1) \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

اوجد مجال ومدى الدالة $f(x) = \sinh x$ ثم اوجد $f(0)$



$$2) \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

اوجد مجال ومدى الدالة $f(x) = \cosh x$ ثم اوجد $f(0)$



$$(1) \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$(2) \sinh(-x) = -\sinh x$$

$$(3) \cosh(-x) = \cosh x$$

ملاحظة:

كل المتطابقات المثلثية التي تطبق على الدوال الدائرية تطبق على الدوال الزائدية ولكن يتم وضع اشارة سالب امام كل دوال $\sinh x$ ذات

القوى الزوجية

يقوم خبراء الطب الشرعي بعمليات التشريح لتحديد وقت وسبب الوفاة . يمكن حساب الوقت

$$t = -10 \ln\left(\frac{T - R}{98.6 - R}\right)$$

حيث T تمثل درجة حرارة الجسم و R درجة حرارة الغرفة

(1) إذا قام خبير الطب الشرعي بقياس درجة حرارة الجسم ووجد أنها $93^{\circ}F$ في غرفة درجة حرارتها

$72^{\circ}F$ ، فما وقت الوفاة ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) توفي مريض في مستشفى منذ 4 ساعات . فإذا علمت أن متوسط درجة حرارة الغرفة في المستشفى $75^{\circ}F$

فما درجة حرارة الجسم ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) كانت درجة حرارة مريض $89^{\circ}F$ بعد 3.5 ساعات من وفاته . حدد درجة حرارة الغرفة ؟

محمد عمر الخطيب

اذا كان عدد الاشخاص الذين يصابون بفيروس معين هو $p(t) = \frac{53}{1+0.03e^{0.75t}}$ حيث t تمثل عدد الايام

او جد

(1) اوجد عدد الاشخاص الذين اصيروا بالفيروس بعد 5 ايام

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) حل المعادلة بالنسبة الى t

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) بعد كم يوم يصبح عدد المصابين واحد فقط

محمد عمر الخطيب

يقيس مقياس ريختر للزلزال شدة الزلزال M (بالرختر) المتولدة عن الطاقة الناتجة عنه E (بالجول) بالعلاقة التالية:

$$M = \frac{2}{3} \log_{10} \frac{E}{10^{4.4}}$$

أجب عما يلي

(1) أوجدة شدة زلزال طاقة 7.47×10^{11} جول

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) أوجدة طاقة زلزال شدة 9 ريختر

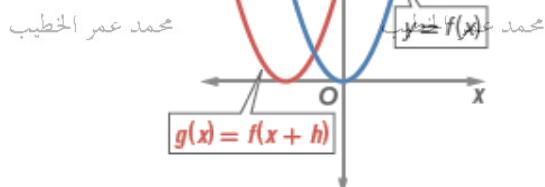
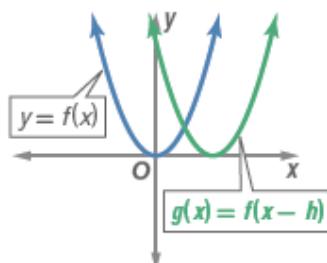
محمد عمر الخطيب

التحويلات الهندسية

(1) الأزاحات الأفقية والرأسية

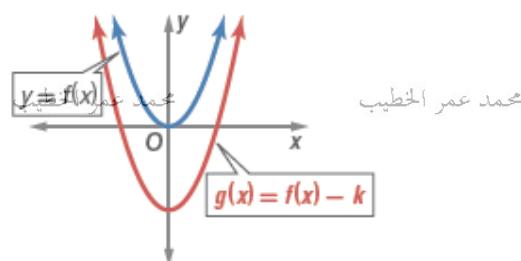
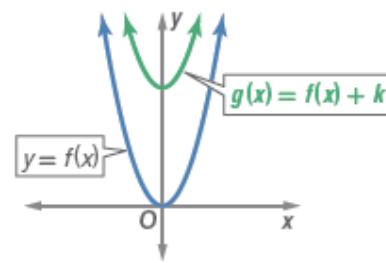
الأزاحات الأفقية

- الرسم البياني للدالة $y = f(x - h)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $y = f(x)$ ولكن مزاحاً h تجاه اليمين.
- تحرك **الرسم لليمين**, عندما تكون $h > 0$, عمر الخطيب
- تحرك **الرسم لليسار**, عندما تكون $h < 0$.



الأزاحة الرأسية

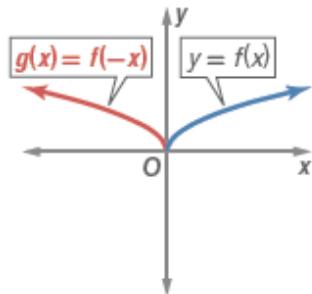
- الرسم البياني للدالة $y = f(x) + k$ هو نفس الرسم البياني للدالة $y = f(x)$ ولكن مزاحاً k تجاه الأعلى.
- محمد تحرك **الرسم للأعلى**, عندما تكون $k > 0$, عمر الخطيب
- تحرك **الرسم للأسفل**, عندما تكون $k < 0$.



(2) الانعكاس في المحاور الأفقية والرأسية

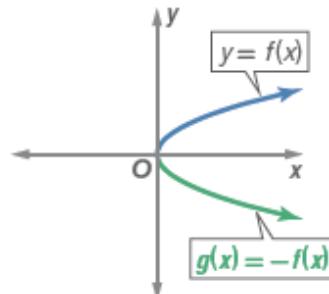
الانعكاس في المحور الرأسي y

- الرسم البياني للدالة $y = f(-x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $y = f(x)$ **منعكساً في المحور الرأسي y** .



الانعكاس حول المحور الأفقي x

- الرسم البياني للدالة $y = -f(x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $y = f(x)$ **منعكساً في المحور الأفقي x** .



(3) الانكماش والتتمدد

محمد عمر الخطيب

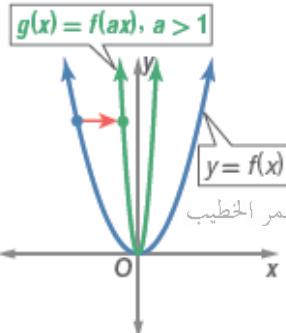
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تفوير الأبعاد بمقاييس بشكل الأفقي

إذا كان a عدداً حقيقياً موجباً، و $g(x) = f(ax)$

- الرسم البياني للدالة $f(x)$ سينضغط أفقياً. **إذا كان $a > 1$.**
- سينتوسح الرسم البياني أفقياً للدالة $f(x)$ **إذا كان $0 < a < 1$.**



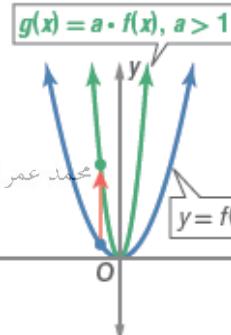
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تفوير الأبعاد بمقاييس بشكل رأسي

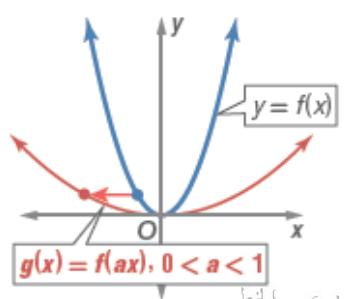
إذا كان a عدداً حقيقياً موجباً، و $g(x) = a \cdot f(x)$

- الرسم البياني للدالة $f(x)$ سينتوسح رأسياً **إذا كان $a > 1$.**
- سينضغط الرسم البياني للدالة رأسياً **إذا كان $0 < a < 1$.**



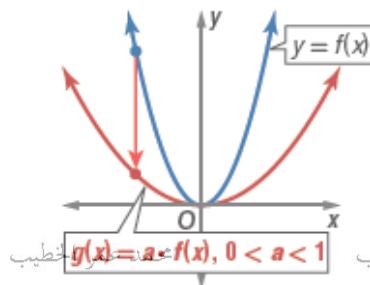
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) التحويلات بالقيمة المطلقة

$$g(x) = f(|x|)$$

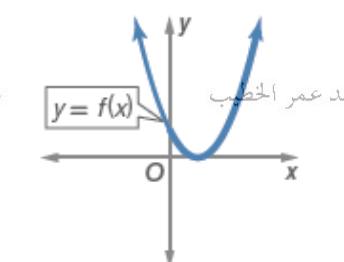
يستبدل هذا التحويل الجزء من الرسم البياني للدالة $y = f(x)$ لليسار من المحور الرأسي y بانعكاس الجزء الموجود لليمين من المحور الرأسي y .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

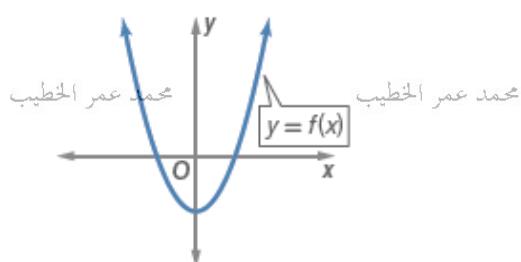
$$g(x) = |f(x)|$$

يعكس هذا التحويل كل جزء من الرسم البياني للدالة $y = f(x)$ تحت المحور الأفقي x فيصبح فوق المحور الأفقي x .



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

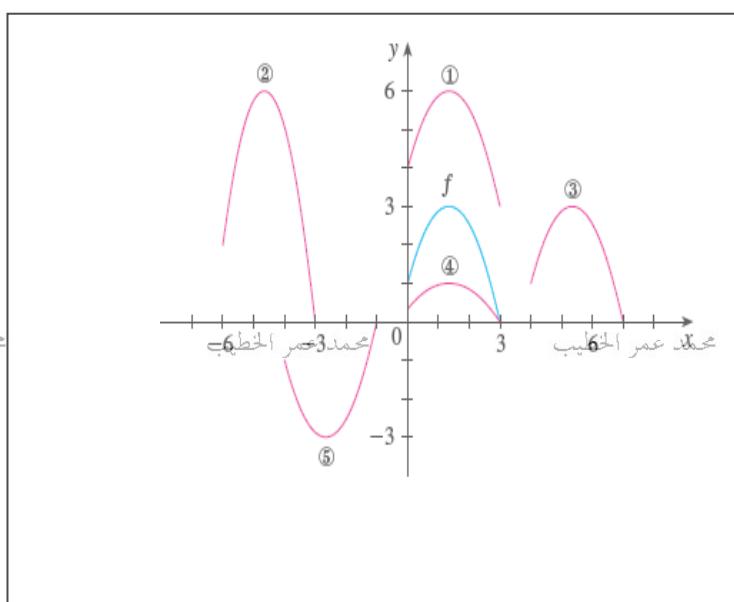


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اعتمد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ وبعض التحويلات الهندسية للدالة $f(x)$ في إكمال الجدول التالي

الدالة	رقم الدالة
$f(x - 4)$	
$f(x) + 3$	
$-f(x + 4)$ محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
$2f(x + 6)$	
$\frac{1}{3}f(x)$	



(2) اعتمد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في رسم الدالة $g(x)$ في الحالات

محمد عمر الخطيب



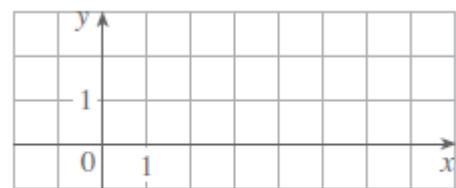
التالية:

محمد عمر الخطيب

$$(1) g(x) = \frac{3}{2} f(x - 1)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

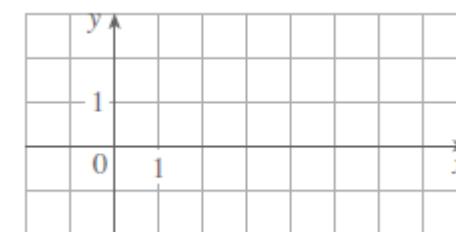


محمد عمر الخطيب

$$(2) g(x) = f(2x) + 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

(1) اعتمد على الدالة $f(x) = x^2$ في وصف كل من الدوال التالية: خطيب

(a) $g(x) = x^2 + 2$

(b) $g(x) = (x - 2)^2 - 1$

(c) $g(x) = 2x^2 + 3$

(d) $g(x) = -x^2 + 1$

(e) $g(x) = |x^2 - 1|$

(a) $h(x) = \frac{1}{x-1} + 3$

(b) $h(x) = \frac{-3}{x}$

(c) $h(x) = \frac{1}{|x|} + 2$

محمد عمر الخطيب

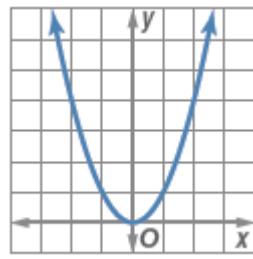
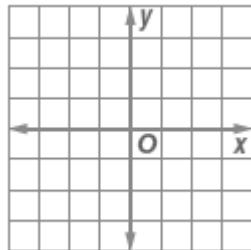
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

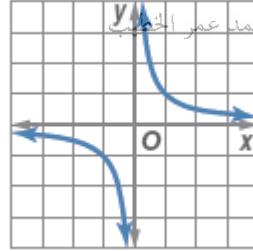
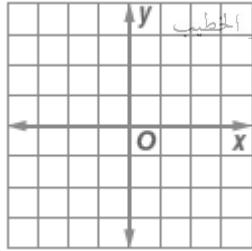
اعتمد على الرسم المجاور للدالة f في رسم بيان الدالة $g(x)$ في كل مما يلي:

$$(1) g(x) = x^2 - 4$$



$$(2) g(x) = \frac{1}{x-2}$$

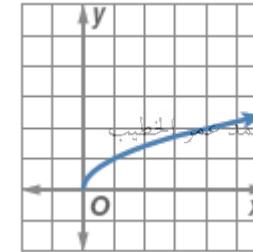
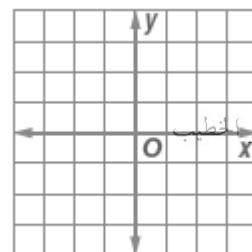
محمد عمر الخطيب



$$(3) g(x) = \sqrt{x+2} - 1$$

محمد عمر الخطيب

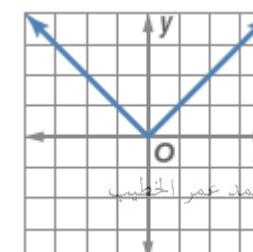
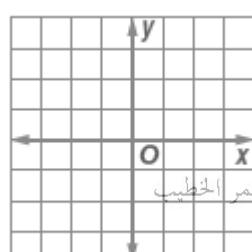
محمد عمر الخطيب



$$(4) g(x) = |x+1| - 2$$

محمد عمر الخطيب

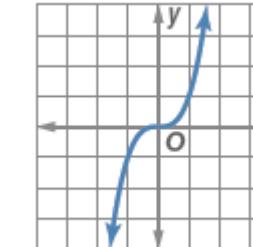
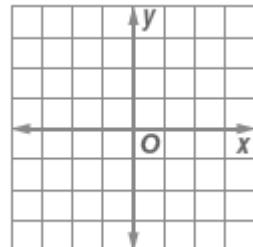
محمد عمر الخطيب



$$(5) g(x) = \frac{1}{2}x^3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



اذا كان كل من f و g دالة فان كل من $\frac{f}{g}$, $f \times g$, $f - g$, $f + g$ هي دالة معرفة كما يلي:

$$(1) (f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(2) (f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(3) (f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$(4) \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

حيث

(1) مجال كل من $f \times g$, $f - g$, $f + g$ هو المجال المشترك(التقاطع) لمجال كل من f و g

(2) مجال $\frac{f}{g}$ هو المجال المشترك(التقاطع) لمجال كل من f و g ما عدى اصفار الدالة g

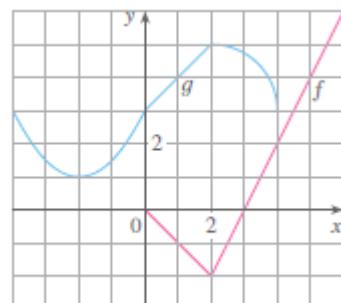
اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f و g في الاجابة عن الاسئلة التالية:

$$(1) (f + g)(2)$$

$$(2) (f - g)(0)$$

$$(3) (f \times g)(3) =$$

$$(4) \left(\frac{f}{g}\right)(1) =$$



(5) مجال الدالة: $(f + g)(x)$:

(6) مجال الدالة: $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$:

فإذا كانت كل من الدوال التالية ثم اوجد مجالها.

(1) $(f + g)(x)$

(2) $(g \times h)(x)$

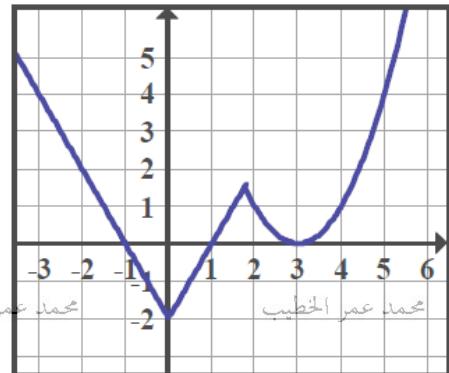
(3) $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

(4) $\left(\frac{f}{h}\right)(x)$

أوجد مجال الدالة $h(x)$ في الحالات التالية:

$$(1) \quad h(x) = \frac{f(x)}{x}$$

$$(2) \quad h(x) = \frac{x+1}{f(x)}$$



$$(3) \quad h(x) = |f(x)|$$

$$(4) \quad h(x) = f(x) + 4$$

$$(5) \quad h(x) = \sqrt{f(x)}$$

إذا كان كل من f و g دالة فان ناتج تركيب الدالتين $g \circ f$ هي دالة معرفة كما يلي:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

ملاحظة:

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

مجال $f \circ g$ هو كل قيم x في مجال الدالة g بحيث ان (x) تنتهي الى مجال f

او

نجد المجال المشترك(التقاطع) للدالتين g و $f \circ g$

اعتمد على الجدول المعاور في الاجابة عن الاسئلة التالية

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

$$(1) \quad (f \circ g)(1)$$

$$(2) \quad (f \circ f)(4)$$

$$(3) \quad (f \circ g)(0)$$

$$(4) \quad (g \circ f)(5)$$

$$(5) \quad (g \circ f)(6)$$

فإذا كانت $f(x) = x^2 - 3x + 2$ ، $g(x) = e^x$ ، $h(x) = \sqrt{x-2}$ ،
فما هي الدوال التالية.

(1) $(f \circ g)(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $(g \circ h)(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $(f \circ h)(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $(g \circ g)(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = \tan^{-1}x$ فاوجد كل من الدوال التالية ثم اوجد مجالها

$$(a) (f \circ g)(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) (g \circ f)(x)$$

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f(x) = x^2$ و $g(x) = \sin x^2$ فاوجد الدالة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد كل من الدوال f و g و h التي تحقق:

$$(a) f \circ (g \circ h) = [\tan^{-1}(3x+1)]^2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) f \circ (g \circ h) = \frac{3}{\sqrt{\sin x + 2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

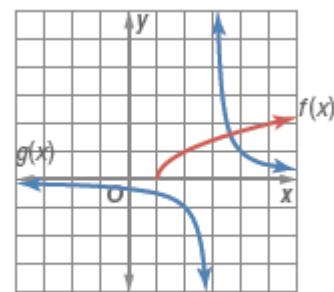
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g في إيجاد مجال كل من الدوال التالية: الخطيب

$$(a) (f \circ g)(x)$$

$$(b) (g \circ f)(x)$$



(2) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g و h في إيجاد مجال كل من الدوال التالية: الخطيب

$$(a) (f \circ g)(x)$$

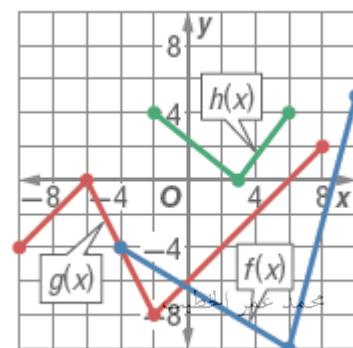
$$(b) (g \circ f)(x)$$

$$(c) (h \circ g)(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



$$(d) (h \circ f)(x)$$

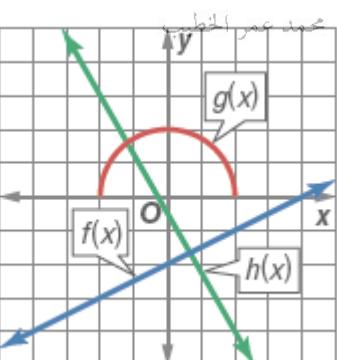
(3) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g و h في إيجاد مجال كل من الدوال التالية:

$$(a) (f + h)(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



$$(b) (f + g)(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

(1) $\ln 4 + 2\ln 3 - 2\ln 6 =$

(a) $\ln 2$

(b) 2

(c) 1

(d) 0

(2) $\cos^{-1}(\sin(-\frac{\pi}{4})) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{5\pi}{4}$

(b) $-\frac{5\pi}{4}$

(c) $\frac{3\pi}{4}$

(d) $-\frac{3\pi}{4}$

(3) $\sin 2(\cos^{-1}\frac{4}{5}) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-\frac{24}{25}$

(b) $\frac{24}{25}$

(c) $-\frac{25}{24}$

(d) $\frac{24}{5}$

(4) حل الميّاينة $x^2 + 2x - 15 < 0$ هو

(a) $(-5, 3)$

(b) $(-3, 5)$

محمد عمر الخطيب

(c) $[-3, 5]$

محمد عمر الخطيب

(d) $(-\infty, -3), (5, \infty)$

محمد عمر الخطيب

(5) حل الميّاينة $\frac{\sqrt{9-x}}{\log x} \geq 0$ هو

(a) $[1, 9]$

(b) $(-\infty, 9]$

(c) $(1, 9]$

(d) $(0, 9]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \text{ مجال الدالة } g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} \text{ متصلة هي }$$

(a) $[0, 2]$

(b) $(0, 2]$

(c) $[0, 2)$

(d) $(0, 2)$

$$(7) \text{ مجال الدالة } g(x) = \log\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right) \text{ متصلة هي }$$

(a) $[-1, 1]$

(b) $(-\infty, -1]$

(c) $[1, \infty)$

(d) $(1, \infty)$

$$(8) \text{ مجال الدالة } g(x) = \frac{2x-6}{x^2-9} \text{ هو }$$

(a) $R / \{-3\}$

(b) $R / \{-3, 3\}$

(c) R

(d) $\{-3, 3\}$

(9) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(1, 3)$ ويعامد المستقيم $x + 2y + 1 = 0$ هو

(a) $y = 2x + 1$

(b) $y = 2x - 1$

(c) $y = -2x - 1$

(d) $y = -2x + 1$

$$(10) \text{ اذا كان } g(x) = x^3 + 4x - 1 \text{ فـ } g^{-1}(-1) =$$

(a) $x = 0$

(b) $x = 2$

(c) $x = -2$

(d) $x = -1$

(11) اي من الدوال التالية له دالة عكـسـية

(a) $f(x) = 5$

(b) $h(x) = x^2 + 1$

(c) $k(x) = x^{-1}$

(d) $r(x) = x^{-2}$

(12) دورة الدالة هي $f(x) = 3\sin(\pi - 2x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-\pi$

(b) π

(c) 2π

(d) 3

(13) اذا كان للدالة $f(g(x))$ فان $g(x) = \frac{1}{x} - 1$ و $f(x) = \frac{1}{x+1}$ الدالة

(a) $h(x) = x$
محمد عمر الخطيب

(b) $k(x) = -x$
محمد عمر الخطيب

(c) $r(x) = 1$
محمد عمر الخطيب

(d) $m(x) = -1$
محمد عمر الخطيب

(14) سعة الدالة $f(x) = -2\cos(3x + \pi)$ هي

(a) -2

(b) 2

(c) 3

(d) π

(15) مجال الدالة $y = 3\sin^{-1}(x-1)$ هو

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $[-1, 1]$

(b) $[-2, 0]$

(c) $[-\pi, \pi]$

(d) $[0, 2]$

(16) اي من الدوال التالية معرفة عند $x = 0$

(a)

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x}$$

(b)

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2 + x}$$

(c)

$$h(x) = e^{1/x}$$

(d)

$$k(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$$

(17) اي من الدوال التالية هي الدالة العكسيّة للدالة $y = \log(x-1)$

(a) $f(x) = 2^x + 1$

(b) $g(x) = 10^x + 1$

(c) $h(x) = e^x + 1$

(d) $k(x) = \log(x+1)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(18) حل المعادلة $\tan x = 1$ هو

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{4} \pm n\pi$

(c) $\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi$

(d) $\frac{\pi}{4} \pm n\frac{\pi}{2}$

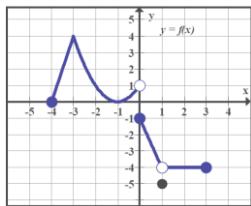
(19) ان قيمة $\tan(\sin^{-1} x)$ يساوي

(a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(b) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(d) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$



(a) 0

محمد عمر الخطيب

(b) 1

محمد عمر الخطيب

(c) -1

محمد عمر الخطيب

غير موجودة

محمد عمر الخطيب

(20) في الشكل المجاور ان قيمة $f(0) =$

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 2

(21) ان قيمة $\cosh 0$ يساوي

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 2

(22) ان قاعدة الدالة $f(x) = x^3$ بعد ازاحة 4 وحدات للاعلى و 3 وحدات لليسار هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a)

(b)

(c)

(d)

$f(x) = 3x^3 + 4$

$f(x) = (x-3)^3 + 4$

$f(x) = (x-3)^3 - 4$

$f(x) = (x+3)^3 + 4$

(23) حل المعادلة $e^{2\ln x} = 4$ هي

(a) 2, -2

محمد عمر الخطيب

(b) 2

محمد عمر الخطيب

(c) -2

محمد عمر الخطيب

(d) 1

محمد عمر الخطيب

(24) حل المعادلة $|6 - 2x| \leq 2$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $[-2, 4]$

(b) $(-\infty, 2], [4, \infty)$

(c) $[2, 4]$

(d) $(2, 4)$

(25) مدى الدالة $g(x) = 3\cos x + 1$ هي

(a) $[-2, 4]$

(b) $[-3, 3]$

(c) $[-1, 1]$

(d) $[-4, 2]$

(26) مدى الدالة $g(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $(-\infty, \infty)$

(b) $[0, 1)$

(c) $[0, \infty)$

(d) $[0, 1]$

(27) ان قاعدة الدالة $f(x) = y$ بعد ازاحة 3 وحدات للاعلى وتمدد رأسيا وحدتين هي

(a) $y = 2f(x+3)$

(b) $y = 2f(x)+3$

(c) $y = 0.5f(x)+3$

(d) $y = f(2x+3)$

(28) ان قاعدة الدالة الأسية التي تمر بال نقطتين $(1, 2), (0, 0.5)$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $y = 5e^{x \ln(\frac{5}{2})}$

(b) $y = 5e^{x \ln(\frac{2}{5})}$

(c) $y = 2e^{x \ln(\frac{5}{2})}$

(d) $y = e^{x \ln(\frac{5}{2})}$

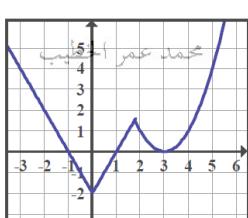
(29) ان الدالة $\sin(\frac{\pi}{2} - x)$ لها دالة عكسيّة على الفترة

(a) $[-1, 1]$

(b) $[0, \pi]$

(c) $[-\pi, \pi]$

(d) $(-\infty, \infty)$



(30) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ فإن مجال الدالة $h(x) = \frac{x}{f(x)}$ هو

(a) $R / \{0\}$

(b) $R / \{0, 1, -1, 3\}$

(c) $R / \{1, -1, 3\}$

(d) $(-\infty, \infty)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(31) أي من العلاقات التالية ليست دالة الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $y = 3x^3 + 4$

(b) $y = x^2 + 1$

(c) $x = y^2$

(d) $x = y^{-1}$

(32) مدى الدالة $g(x) = \cosh x$ هي

(a) $(-\infty, \infty)$

محمد عمر الخطيب

(b) $[1, \infty)$

محمد عمر الخطيب

(c) $[0, \infty)$

محمد عمر الخطيب

(d) $[0, 1]$

محمد عمر الخطيب

(33) اذا كانت $g(x) = -\sqrt{x-2}$ فأن مدى الدالة $g^{-1}(x)$ هو

(a) $[2, \infty)$

(b) $(-\infty, 2]$

(c) $[0, \infty)$

(d) $(-\infty, 0]$

(34) $\sin(\sec^{-1} \frac{5}{4}) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-\frac{3}{5}$

(b) $\frac{3}{5}$

(c) $\frac{3}{4}$

(d) $-\frac{3}{4}$

(35) $\sinh x + \cosh x =$

(a) 0

محمد عمر الخطيب

(b) 1

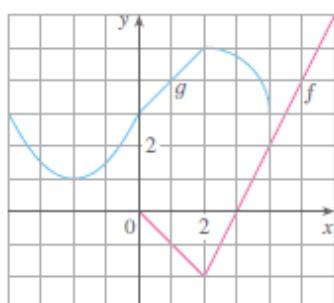
محمد عمر الخطيب

(c) e^x

محمد عمر الخطيب

(d) $2e^x$

محمد عمر الخطيب



(36) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x), g(x)$ فأن مجال الدالة

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$$

(a) $[0, 4]$

محمد عمر الخطيب

(b) $[-4, 6]$

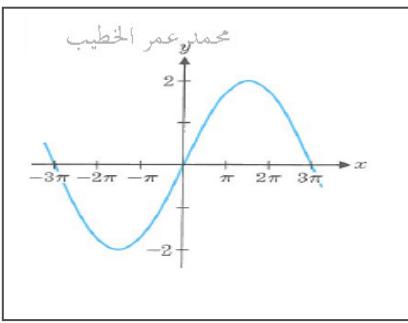
محمد عمر الخطيب

(c) $(0, 3) \cup (3, 4]$

محمد عمر الخطيب

(d) $(-\infty, \infty)$

محمد عمر الخطيب



(37) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ فأن قاعدة الدالة هي

(a)

$$f(x) = 2 \sin \frac{1}{3}x$$

(b)

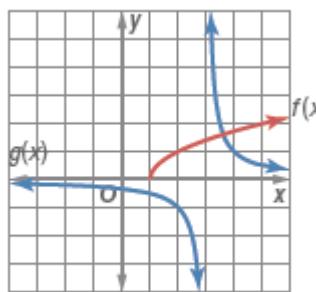
$$f(x) = 2 \sin \frac{\pi}{3}x$$

(c)

$$f(x) = 2 \cos \frac{1}{3}x$$

(d)

$$f(x) = \sin \frac{\pi}{3}x$$



(38) الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من f و g فان مجال الدالة $(f \circ g)(x)$ هو

(a) $R \setminus \{0\}$

(b) $[1, \infty)$

(c) $(3, 4]$

(d) $(-\infty, \infty)$

(39) ان قيمة $\log_2 7 \times \log_5 2 \times \log_7 5$ هو

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) -1

(40) حل المعادلة $e^{2x} + e^x - 12 = 0$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 3

(b) 4

(c) $\ln 3$

(d) $\ln 4$

محمد عمر الخطيب

1	D	11	C	21	B	31	C
2	C	12	B	22	D	32	B
3	B	13	A	23	B	33	D
4	A	14	B	24	A	34	B
5	C	15	D	25	A	35	C
6	D	16	D	26	B	36	C
7	D	17	B	27	B	37	A
8	B	18	B	28	B	38	C
9	A	19	A	29	B	39	B
10	A	20	C	30	C	40	C

إنتهت الوحدة الأولى بحمد الله

واعتذر للجميع عن أي تقصير أو خطأ

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

الصف الثاني عشر متقدم

2019/2018

الوحدة الثانية

النهايات والاتصال

1-2 المماسات وطول المنحنى
محمد عمر الخطيب

2-2 مفهوم النهاية

3-2 حساب النهايات

4-2 الاتصال ونتائجها

5-2 النهايات التي تتضمن الانهاية: خطوط التقارب

6-2 التعريف الرسمي للنهاية

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

اولاً: تقدير ميل المنحنى عند نقطة

(1) قدر منحنى الدالة : $y = x^2$ عند النقطة (2,4)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) قدر منحنى الدالة : $y = \cos x$ عند $x = 0$

محمد عمر الخطيب

(3) قدر منحنى الدالة : $y = e^x$ عند $x = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

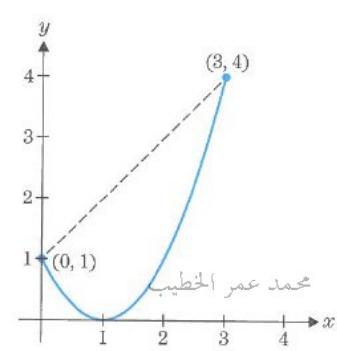
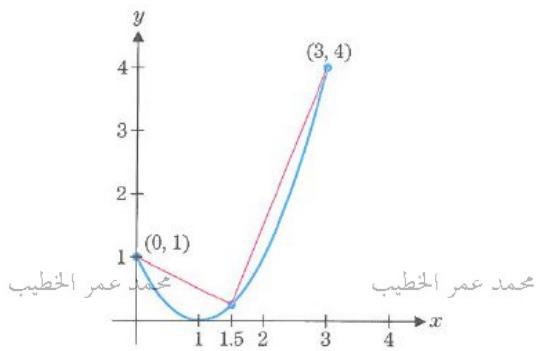
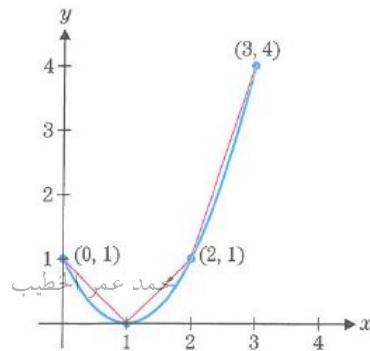
محمد عمر الخطيب

ثانياً: تقدير طول منحنى دالة على فترة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) قدر منحنى الدالة : $y = (x-1)^2$ على الفترة $[0, 3]$ باستخدام 3 قطع مستقيمة



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

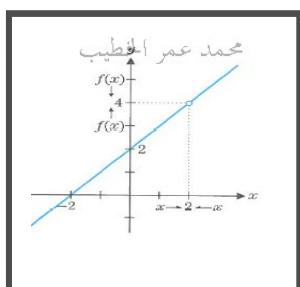
محمد عمر الخطيب

(2) قدر منحنى الدالة : $y = \sin x$ على الفترة $[0, \pi]$ باستخدام 4 قطع مستقيمة

محمد عمر الخطيب

نهاية دالة عند نقطة:

تعلمنا بالصفوف السابقة كيف نجد صورة اي عدد ضمن مجال الدالة بالتعويض المباشر، ولكن اذا ارادنا توقع صورة الدالة لعدد خارج مجال الدالة، فاننا سنقوم بدراسة هذه الدالة بجاور هذا العدد وليس عنده، وال فكرة الرياضية التي تساعدنا في دراسة سلوك الدالة بجاور عدد معين تسمى النهاية (\lim).



فمثلاً إذا كانت الدالة $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ فان الدالة غير معرفة عند $x = 2$.

اي لا يوجد صورة للعدد 2 (نقطة خارج المجال) ولكن يمكن توقع من الرسم البياني للدالة انه كلاماً :

اقترينا للعدد 2 من جهة اليسار او من جهة اليمين فان الدالة تقترب من العدد 4

فنقول ان نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من العدد 4 عندما تقترب x من العدد 2

محمد عمر الخطيب

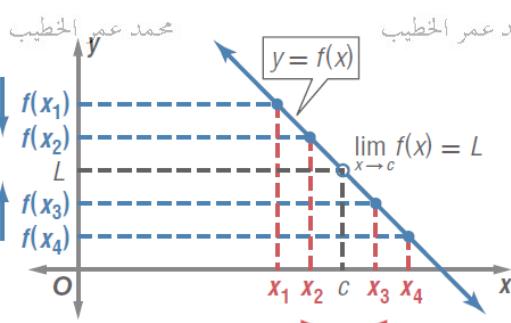
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ونعبر عن ذلك باستخدام الرموز الرياضية

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

وبشكل عام



النهاية التفاضلي: إذا كانت قيمة الدالة $f(x)$ تقترب من قيمة واحدة L عندما تقترب x من c من الجهتين، فإن نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c هي L .

نقول: إن $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ ، وتقرأ نهاية الدالة $f(x)$ عندما تقترب x من c هي L .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يمكن ايجاد نهاية دالة عند نقطة من خلال:

(1) الجدول (رقمياً)

(2) الرسم البياني (بيانياً)

(3) الحل الجبري (جبرياً)

اولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ اوجد: } \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$$

x	3.9	3.99	3.999	4.0	4.001	4.01	4.1
$f(x)$	7.9	7.99	7.999		8.001	8.01	8.1

يظهر الجدول أعلاه أن قيم $f(x)$ تقترب من 8 عندما تقترب x من 4 من الجهتين.

محمد عمر الخطيب

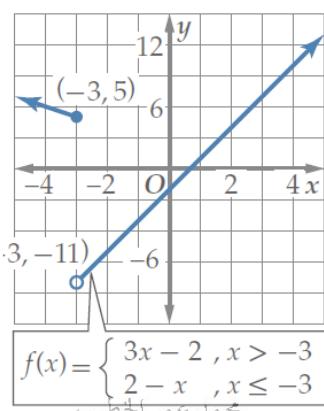
محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 8 \quad \text{اي ان}$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ اذا كان: } \lim_{x \rightarrow -3} f(x) \text{ فاوجد من خلال الجدول} \quad f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x > -3 \\ 2 - x & , x \leq -3 \end{cases}$$

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7



$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -11$$

اي ان $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ غير موجودة لأن النهاية من اليمن لا تساوي النهاية من اليسار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة: $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

$$(1) \quad f(0) =$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$(5) \quad f(1) =$$

$$(6) \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

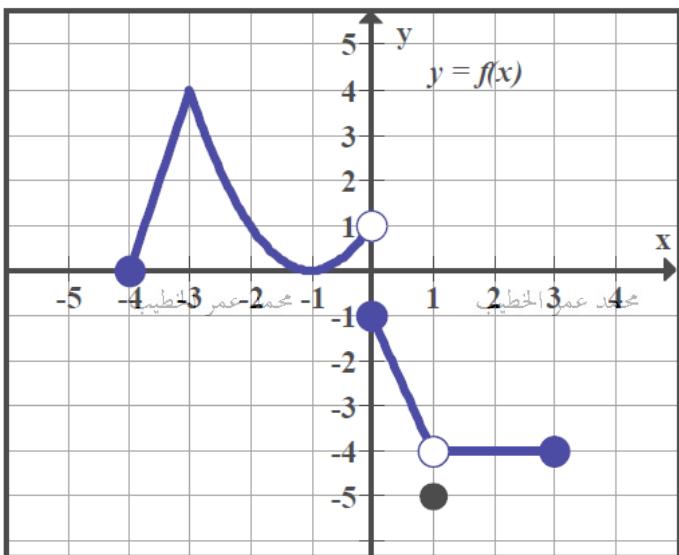
$$(7) \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$$

$$(8) \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$(9) \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$(10) \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$$

$$(11) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2 - x) =$$



تكون النهاية موجودة

محمد عمر الخطيب
اذا كانت

النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

اي ان

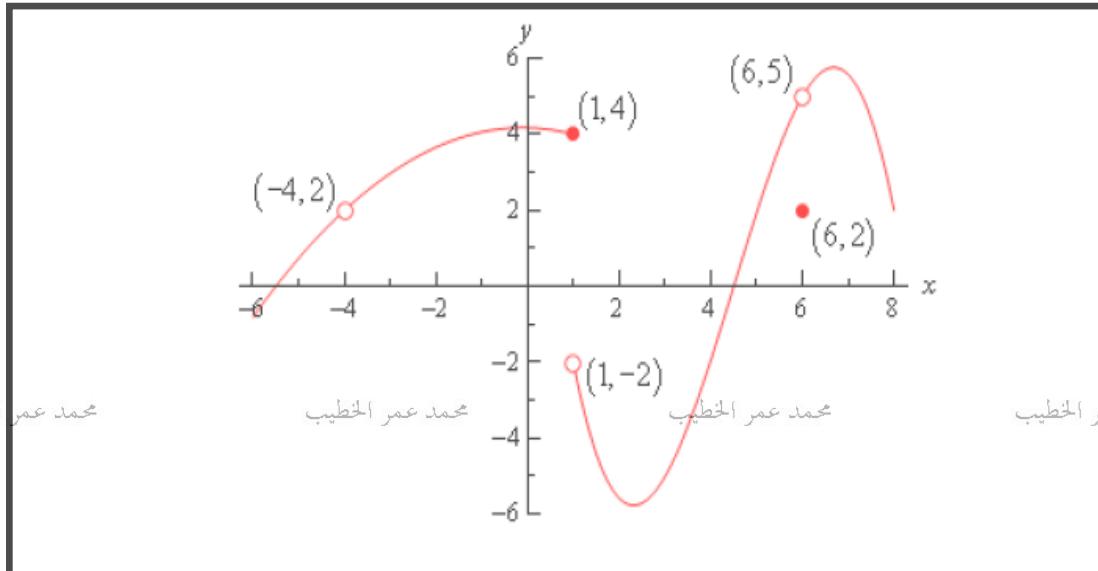
$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$$

اما اذا كانت

محمد عمر الخطيب
النهاية من اليمين ≠ النهاية اليسار

فان النهاية غير موجودة

(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية غير الخطيب



(a) $f(-4)$

(b) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

(e) $f(1)$

(f) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

(h) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(i) $f(6)$

(j) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

(k) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$

(l) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$

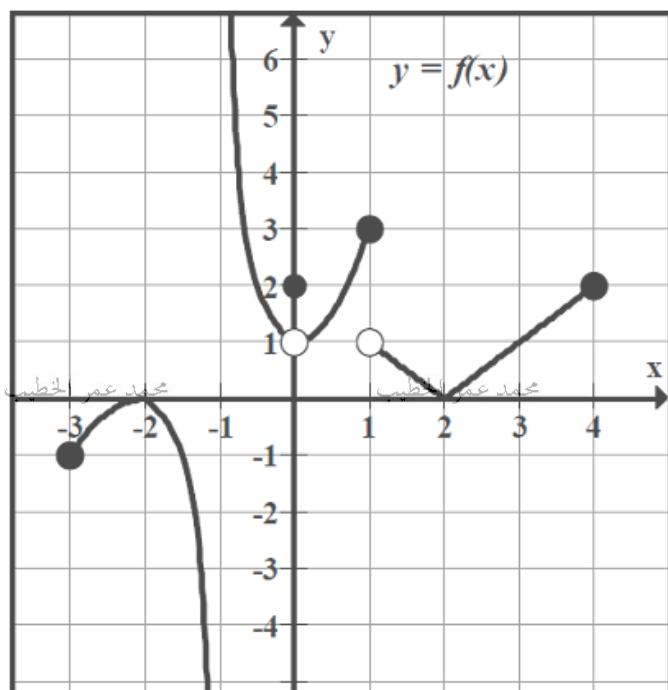
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) استخدم الرسم البياني المجاور للدالة $f(x)$ حيث $-3 \leq x \leq 4$



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots$

$f(1) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \dots$

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \dots$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية : محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) =$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -4} f(x) =$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| =$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| =$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)} =$$

محمد عمر الخطيب

غير موجودة هي.....

$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ التي تجعل

(11) مجموعة قيم c

من جهة اليمين فقط موجودة هي.....

$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ التي تجعل

(12) مجموعة قيم c

من جهة اليسار فقط موجودة هي.....

$\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ التي تجعل

(13) مجموعة قيم c

هي.....

$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = -4$ التي تجعل

(14) مجموعة قيم c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية: محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(0) =$$

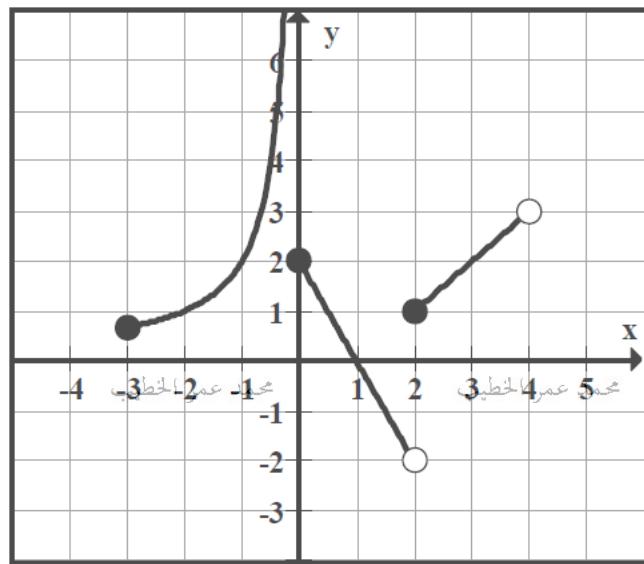
$$(2) \quad f(2) =$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$$

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$



$$(6) \quad \lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$(7) \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$$

محمد عمر الخطيب

$$(8) \quad \lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(9) \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$(10) \quad \lim_{x \rightarrow 2} |f(x)| =$$

$$(11) \quad \lim_{x \rightarrow c} \sqrt{f(x)} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(12) مجموعة قيم c التي يجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ غير موجودة هي.....

(13) مجموعة قيم c التي يجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليمين فقط موجودة هي.....

(14) مجموعة قيم c التي يجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليسار فقط موجودة هي.....

محمد عمر الخطيب

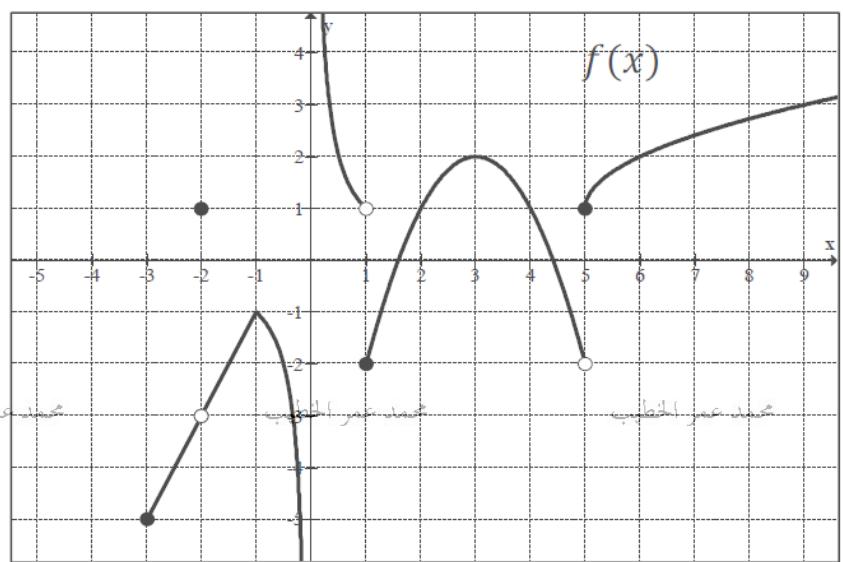
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ حيث $x \geq -3$ لإكمال الجدول التالي: الخطيب

$\lim_{x \rightarrow x_1} f(x)$	قيمة x_1
.....	$x_1 = -2$
.....	$x_1 = -1$ محمد عمر الخطيب
.....	$x_1 = 3$
.....	$x_1 = 5$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 4, & x \geq 2 \\ 2 - 2x, & x < 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت:

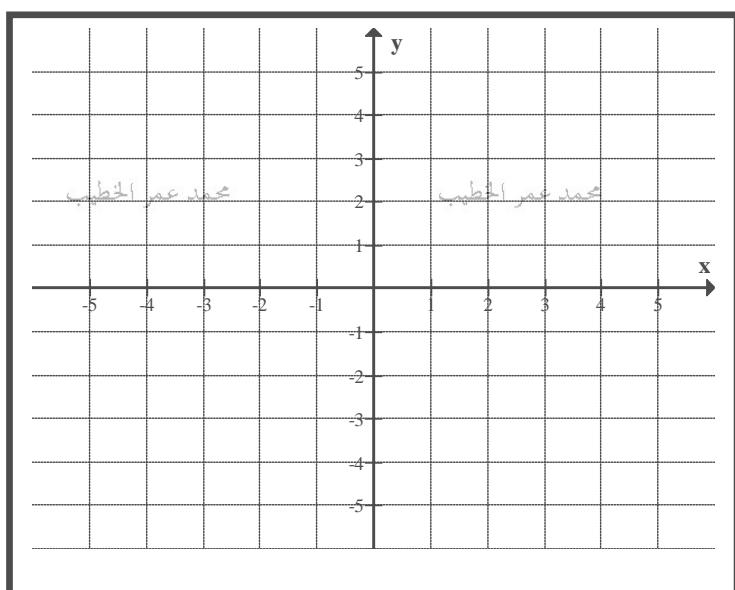
(أ) ارسم الشكل البياني للدالة (f)

(ب) أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

(ج) هل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ موجودة؟ اذكر السبب.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: يمكن استخدام خواص النهايات اذا كانت النهايات موجودة اما اذا كانت غير موجودة نبحث عن طرق اخرى

$$\lim_{x \rightarrow c} (k) = k \quad 1) \text{ نهاية الدالة الثابتة حيث } K \text{ ثابت}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (x) = c$$

$$f(x) = x \quad 2) \text{ نهاية الدالة الخطية}$$

فإن : $\lim_{x \rightarrow c} g(x) = M$ ، $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ ، أعداد حقيقة ، k, c, M, L .

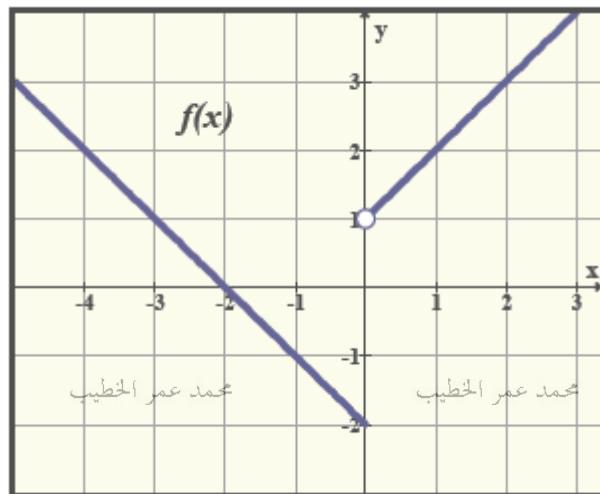
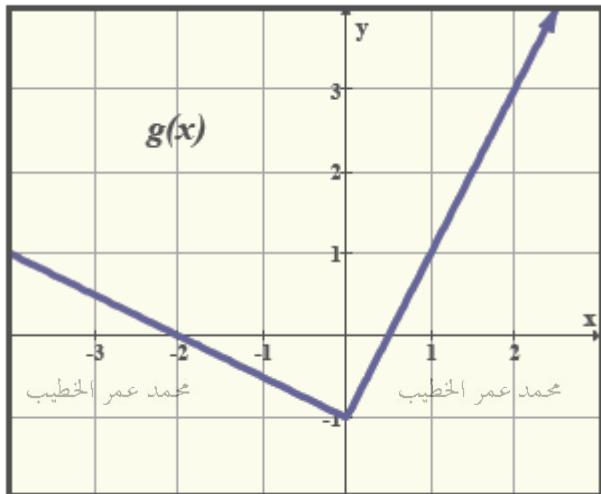
$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x)) = L + M \quad 3) \text{ قاعدة الجمع :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) - g(x)) = L - M \quad 4) \text{ قاعدة الفرق :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \cdot g(x)) = L \cdot M \quad 5) \text{ قاعدة الضرب :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, M \neq 0 \quad 6) \text{ قاعدة ناتج القسمة :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x))^{\frac{r}{s}} = L^{\frac{r}{s}}$$



$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{g(x)} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} (g(x) + f(x)) =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3f(x) - 3}{x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x) + 1}$$

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 5} (4f(x) + 7)$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 5} (f(x) \times g(x) - x)$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 5} (f^2(x) - \sqrt{g(x)})$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) + 2x}{g(x) - 1}$$

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(f(x) + 11)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{g(x)}}$$

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 1} (g(x) - 3) = 0 \quad \text{لذا } \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3 \quad (1)$$

أوج د :

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 1} (2f(x))$$

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(3g(x) - \sqrt[3]{f(x)} \right)$$

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{g(x)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 1 \quad \text{إذا كان } f(5) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} f(x) \quad \text{أو جد مستخدماً خواص النهايات}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

طرق حساب النهايات جبرياً

(1) التعويض المباشر:

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+3}{x-2} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3}{x+1} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{9x^2-4} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-3x}{x^2+9} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2 + 5}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -5} \sqrt[3]{3x-12}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sin x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -1} e^x$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1} x^2$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \ln \sin x + x$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 3} \log_2 (x+5)$$

(2) التحليل إلى العوامل:

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

محمد عمر الخطيب

1. العامل المشترك

2. الفرق بين مربعين

3. الحدود الثلاثية

4. الفرق بين مكعبين

5. مجموع مكعبين

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 9x}{18 - 2x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 75}{10 - 2x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{3x - x^2} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - 4)^2 - 16}{x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 - 2x}{x^2 - 2x - 3} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 8} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^3 - 4x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h+2)^3 - 8}{h} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 5x + 6} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{-2x+1}}{x^2 + x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{e^x - 1} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)^{10}}{(x^2 - 2x + 1)^5} =$$

ملاحظة:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^2} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2}{18-2x} =$$

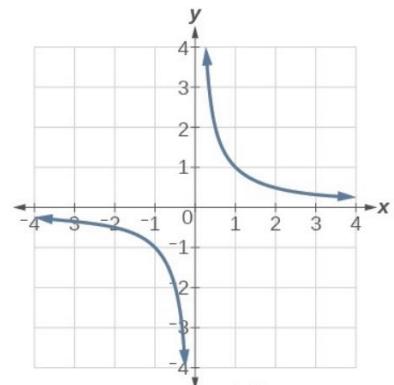
$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 4} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-3}{10-2x} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{3x-x^2} =$$

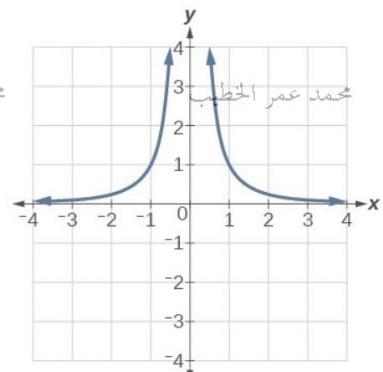
$$(6) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)^2}{(4-x)^3} =$$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \text{not exist}$



ملاحظة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$



محمد عمر الخطيب

فأوجد قيمة a, b .

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} = 7$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

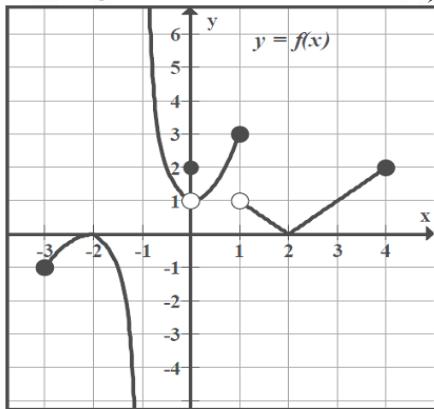
محمد عمر الخطيب

فأوجد قيمة n

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 1)^{2n}}{(x^2 - 2x + 1)^n} = 81$$

محمد عمر الخطيب

(1) استخدم الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية: عن عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2}$$

هل يمكن استخدام التعويض لإيجاد: عن عمر الخطيب

ابحث عن طريقة لتوضيح كيفية إيجاد هذه النهاية. ثم أوجد قيمتها.

عن عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

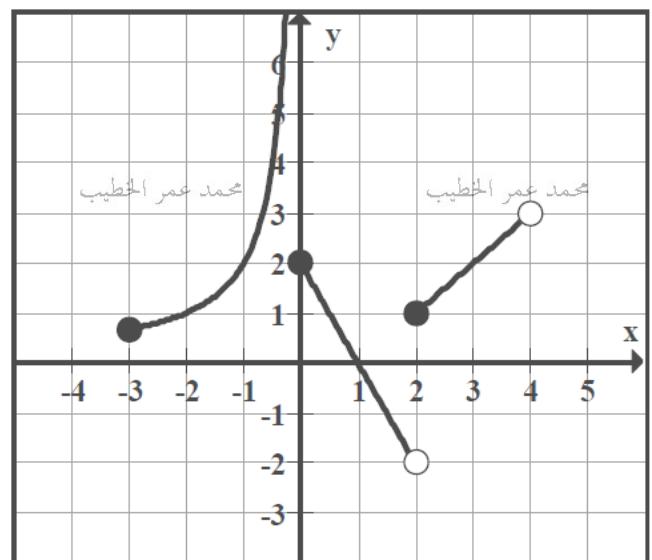
(2) استخدم الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{f(x)-1} =$$



محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-4}{f(x)+2} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{x}{x^2 - 9} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) =$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \left(\frac{1}{5+x} - \frac{1}{5-x} \right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5} \right) \left(\frac{1}{x-1} \right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{5}{2x-3} + 5}{4x^2-4} =$$

محمد عمر الخطيب

(1) في إحدى الدراسات على عيون القطط وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للقطط يتاسب عكسياً مع شدة الإضاءة x التي تسقط على عينيه وفق العلاقة:

$$f(x) = \frac{160x^{-0.04} + 90}{4x^{-0.04} + 15}$$

أوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تسع شدة الإضاءة إلى الصفر (تعدم الرؤية).

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{a}{x} - b}{\frac{x+a}{2x}} = -1$$

(2) أوجد قيمة الثوابت a, b التي تجعل

محمد عمر الخطيب

الدوال المتفرعة (الدوال المعرفة بأكثر من قاعدة وتشمل دالة المطلق والصحيح):
لطيب

الدالة المعرفة بأكثر من قاعدة:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & , x < -2 \\ 2x + 3 & , x \geq -2 \end{cases}$$

(1) إذا كانت:

فأجد:

محمد عمر الخطيب
(a) $f(-2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} -x & , x > -1 \\ 2x + 3 & , x < -1 \end{cases}$$

(2) إذا كانت:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فأجد:

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(3) إذا كانت:

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 5 & , x = 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

فأجد:

(a) $f(2) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

$$f(x) = \begin{cases} \log x + 4 & , x \geq 1 \\ 5x - 1 & , x < 1 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{x-1}{1-x}$$

محمد عمر الخطيب (1) إذا كانت:

فأوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x)) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \cos x & , x \geq 0 \\ e^x - 1 & , x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = x^2 - x$$

(2) إذا كانت:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$h(x) = f(x) \times g(x)$$

وكان

اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل ضرب دالتين في إيجاد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ابحث عن طريقة تحليلية لايجاد قيمة هذه النهاية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

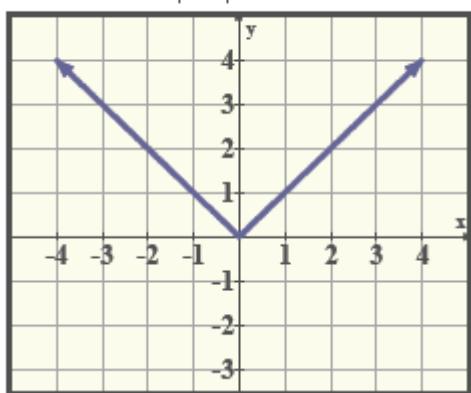
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

دالة المطلق: الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب دالة المطلق :



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$|x| = a \Leftrightarrow x = a \text{ or } x = -a$$

$$|5| = 5$$

$$|-5| = 5$$



أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + |x| - 2}{x^2 + 1} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 5| - 2}{x^2 - 9} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x|1-x| - 6}{x^2 - 3x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$|a - x| = |x - a|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة كل من النهايات الآتية : (إن أمكن).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4|}{|x - 2|}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+|x|}{x} - \frac{1-x}{|x|} \right)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - |x|}{|3x| - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{x^2 - b}{x - b} = \lim_{x \rightarrow -2} (|x| + 8)$$

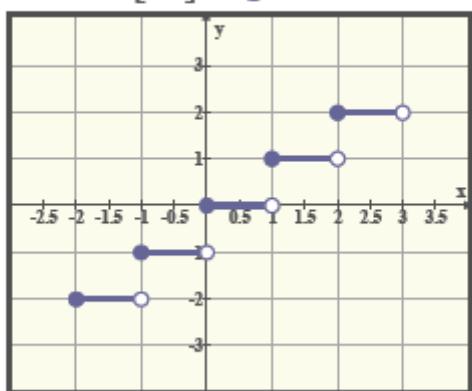
(2) اوجد قيمة b اذا كانت

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$[5] = 5$$

$$[5.7] = 5$$

$$[-5.99] = -6$$

ملاحظة: اذا كانت n عدد صحيح فان

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية : (إن أمكن).

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2.9} [x]$$

$$(2) \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ \text{لما عن الخطيب}}} [3x+1] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2^-} [x]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -3} [x + 0.5]$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x|}{[x]}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -2.1} [|x|]$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -3.8} x[x] =$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 2^-} 3[x] - |x| =$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 2^-} |x - 2| + [x] + x =$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - [x+1]}{|x-3|} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + [x+1]}{x-2} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x([x]+3)}{x^2+x} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-2}{|x-2|+[x-2]} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x]+5)^{[x]}$$

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت) .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} [x] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} [3x + 1] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow -3} [x + 2] =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} x[x + 2] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)^{[x]} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إيجاد الشوائب من خلال وجود نهاية دالة عند نقطة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , x \leq -1 \\ 2x - b & , x > -1 \end{cases} \quad (1) \text{ إذا كانت:}$$

وكانت $2 = \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ فأوجد كلا من الثابتين a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 8} g(x) \text{ فأوجد قيمة } a \text{ حيث } (2) \text{ إذا كانت:} \quad f(x) = \begin{cases} \log_2 x & , 0 < x \leq 8 \\ 3^{a-3} & , x > 8 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) \text{ فأوجد قيم } a \text{ حيث } (3) \text{ إذا كانت:} \quad g(x) = \begin{cases} a^2 x + 4 & , x \geq 1 \\ 4a & , x < 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

$$g(x) = \begin{cases} ax^2 - 3 & , x < 2 \\ 3x - b & , x > 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب
إذا كانت: (1)

وكان: $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ فأوجد كلا من الثابتين a, b ثم اوجد $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 4$ ، $\lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 6$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$g(x) = \begin{cases} x + a & , x \geq b \\ 5x - 7a & , x < b \end{cases}$$

وكان: $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = 3$ فأوجد كلا من الثابتين a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

لتكن: $f(x) = \begin{cases} 2ax - 5 & , x < 2 \\ \frac{x-3}{|x-3|} & , x > 2 \end{cases}$

فما قيمة a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ موجودة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) الحذر والمرافق:

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{(x-5)^2}}{x-5}$

ملاحظة:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

(5) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{1-x^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{25-x^2}$

(7) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x - [x]}$

(8) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x - [x]}$

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

نكران:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sqrt{x^4 + x^2}}$$

$$\sqrt{x^2} = |x| , \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| , (\sqrt{x})^2 = x , \sqrt{x^2} \neq x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$$

مساعدة: اكمل المربع

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^2 + 2x}$$

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: مراقب المدار الجبري $\sqrt{x} + \sqrt{a}$ هو $\sqrt{x} - \sqrt{a}$ ويكون حاصل ضربهم هو $x - a$

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} =$$

$$(3) \lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ \text{من اليمين}}} \frac{x-5}{2-\sqrt{x-1}} =$$

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x-1}} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x\sqrt{x} - 27}{x-9} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}-3} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{1-x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-3}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1}}{x} =$

محمد عمر الخطيب

(1) لتكن $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$ موجودة فاوجد قيمة a .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فاوجد قيمة a .

(2) لتكن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1} - \sqrt{2x+1}}{x} = 4$

محمد عمر الخطيب

تذكرة:

Quotient Identities

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

محمد عمر الخطيب

Reciprocal Identities

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

محمد عمر الخطيب

Pythagorean Identities

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

محمد عمر الخطيب

Sum Identities**Addition Formulas**

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

Difference Identities**Subtraction Formulas**

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

Double Angle Formulas

$$\begin{aligned} \sin 2a &= 2 \sin a \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ &= 2 \cos^2 a - 1 \\ &= 1 - 2 \sin^2 a \\ \tan 2a &= \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} \end{aligned}$$

Co-function Identities

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec \theta$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc \theta$$

محمد عمر الخطيب

Even-Odd Identities

$$\begin{aligned} \sin(-\theta) &= -\sin \theta \\ \cos(-\theta) &= \cos \theta \\ \tan(-\theta) &= -\tan \theta \\ \csc(-\theta) &= -\csc \theta \\ \sec(-\theta) &= \sec \theta \\ \cot(-\theta) &= -\cot \theta \end{aligned}$$

Half-Angle Formulas

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \\ \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \\ \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) &= \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} \\ &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \end{aligned}$$

محمد عمر الخطيب

Sum-to-Product Formulas

$$\begin{aligned} \sin a + \sin b &= 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \\ \sin a - \sin b &= 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \\ \cos a + \cos b &= 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \\ \cos a - \cos b &= -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \end{aligned}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

Product-to-Sum Formulas

$$\begin{aligned} \sin a \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)] \\ \cos a \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)] \\ \sin a \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)] \\ \cos a \sin b &= \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)] \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(ax)}{bx} = \frac{\sin(ax)}{\tan(bx)} = \frac{\tan(ax)}{\sin(bx)} = \frac{a}{b} \quad b \neq 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x) =$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (x \tan x) =$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} =$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} =$$

$$(5) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{6 \sin 3x}{5|x|} =$$

$$(6) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x \cos 3x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{2x^2} =$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 3x}{3x|x|} =$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{x[x]} =$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{\sin^2 3x} =$

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{3x^2 \sin x} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{2x} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x}{\tan 2x} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x}{2 \sin 2x} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 4x} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x \tan 5x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x \sin^2 8x}}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x + \tan 3x}{x} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos x}{x^2 + x} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x^2 + x) \csc 2x} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \tan x}{4x - \sin x} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x + x^2 \tan 2x}{x^2 + 4x \tan x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (\tan 2x \csc \pi x) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} [x](x \cot 2x) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{|x|} - 2[x-2]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{3}{x} \right) \sin x =$

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (\csc \pi x \sin 5x + \tan x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 \csc 3x \cot 2x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - x^3 \cot x}{x \cot x}$

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{\sin 2x} - \sqrt{x}} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1+x}} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} =$$

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x\sqrt{1 + \cot^2 x}) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right)$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{2x-2} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x^2-4} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2}{3x} =$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x)}{2x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
فاوجد قيمة k .

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x+1|-2}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin kx}$$

إذا كانت: محمد عمر الخطيب (1)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فاوجد قيمة k .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow k} 4^x$$

إذا كانت: محمد عمر الخطيب (2)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فاوجد قيمة a .

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x]$$

إذا كانت: محمد عمر الخطيب (3)

محمد عمر الخطيب

لكل $x \neq c$ في فترة حول c

$$g(x) \leq f(x) \leq h(x)$$

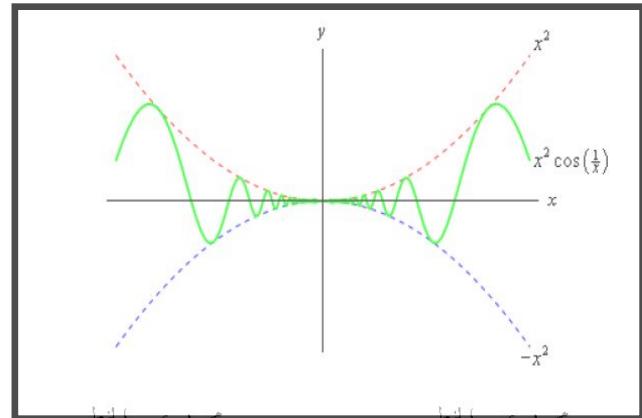
إذا كان

$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \lim_{x \rightarrow c} h(x) = l$$
 وكان

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l$$
 فإن

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية باستخدام نظرية الشطيرة: عمر الخطيب

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x} =$



(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (5 + x^2 \cos \frac{1}{x^2}) =$

محمد عمر الخطيب

. $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \sqrt{x} \sin \frac{1}{x}$ لتكن: محمد عمر الخطيب

استخدم نظرية الشطيرة في إيجاد: محمد عمر الخطيب

. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x + x^2 \sin \frac{1}{x})$ استخدم نظرية الشطيرة في إيجاد: محمد عمر الخطيب

$$\text{أوجد: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \text{حيث: } f(x) \leq \frac{x^2 + x}{3x} \leq \frac{2\sin x - x}{x + \tan 2x} \quad \text{محمد عمر الخطيب}$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{2x^2 - x^3}{2} \leq x^2 f(x) \leq \frac{x^2 + \sin^2 x}{2 + 3x^2} \quad \text{حيث: } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \text{أوجد: } (2)$$

محمد عمر الخطيب

(1) استخدام نظرية الشطيرة او جد الخطيب

$$|g(x)+4| \leq 2(3-x)^4$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x) = 0$ حيث M عدد حقيقي موجب فين ان : $|g(x)| \leq M$

محمد عمر الخطيب

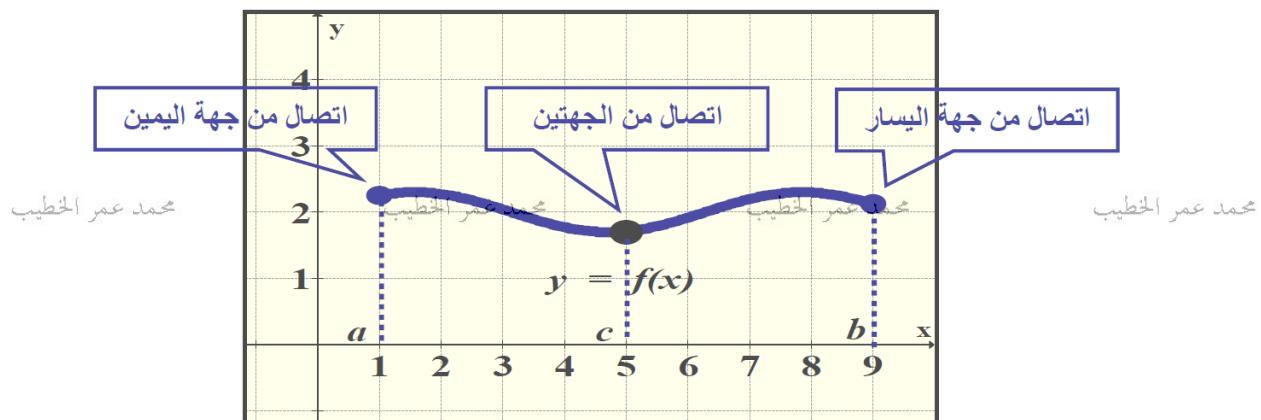
الاتصال عند نقطة:

نقطة داخلية: تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند نقطة داخلية c في مجالها اذا كانت

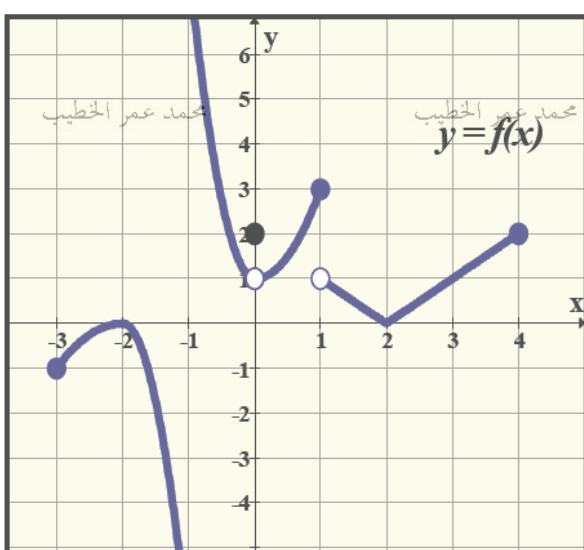
$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

نقطة طرفية: تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند نقطة طرفية a لها نهاية من جهة اليمين او نقطة طرفية b لها نهاية من جهة اليسار اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$



أوجد النقاط التي عندها منحنى الدالة $f(x)$ متصل والنقاط الأخرى التي عندها منحنى الدالة $f(x)$ غير متصل



إي من الدوال التالية تكون متصلة عند $x=1$ مع ذكر السبب: الخطيب

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ 2-x & , x > 1 \end{cases}$$

تذكر

شروط الاتصال عند $x=c$

(1) الدالة معرفة عند $x=c$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \quad (2)$$

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad (3)$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = [x]$$

استنتج جميع النقاط التي عندها الدالة غير متصلة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إي من الدوال التالية تكون متصلة عند $x=1$ مع ذكر السبب. الخطيب

(1) $f(x) = \begin{cases} 5x & , x < 1 \\ 5 & , x = 1 \\ 6 - x & , x > 1 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

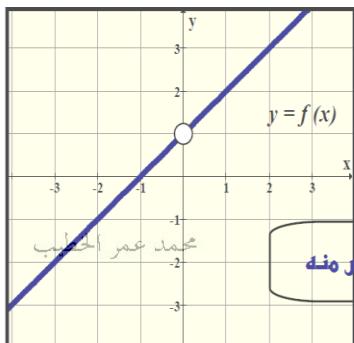
محمد عمر الخطيب

(4) $f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}$

محمد عمر الخطيب

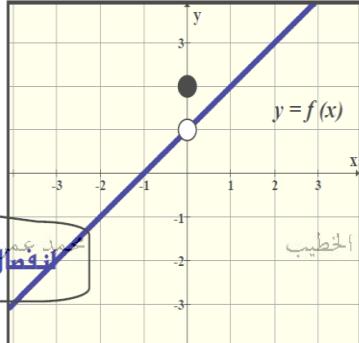
أنواع نقاط عدم الاتصال (نقاط الانفصال)

(اولاً) يمكن التخلص منه (الفجوة)



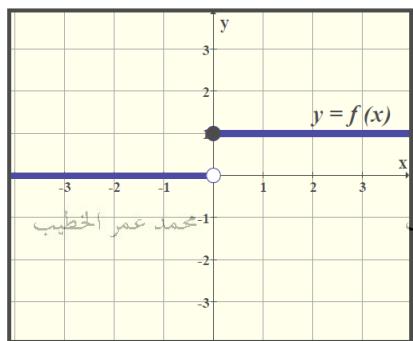
محمد عمر الخطيب

لأنه يمكن التخلص منه



النهاية موجودة
ولكن لا تساوي الصورة
محمد عمر الخطيب

(ثانياً) لا يمكن التخلص منه وهو ثلاثة أنواع

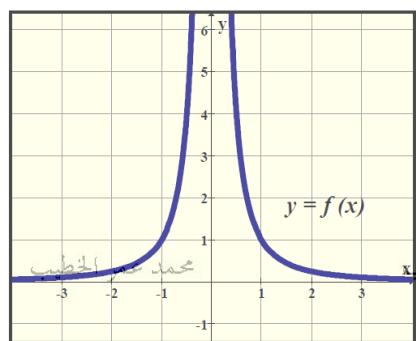


النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

محمد عمر الخطيب
وكلاهم عدد حقيقي

(1) القفزة

محمد عمر الخطيب

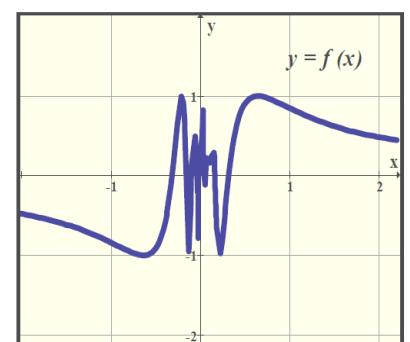


النهاية غير موجودة

احدي النهايتين تساوي ملانهاية او كلام

محمد عمر الخطيب

(2) لانهائي



محمد عمر الخطيب

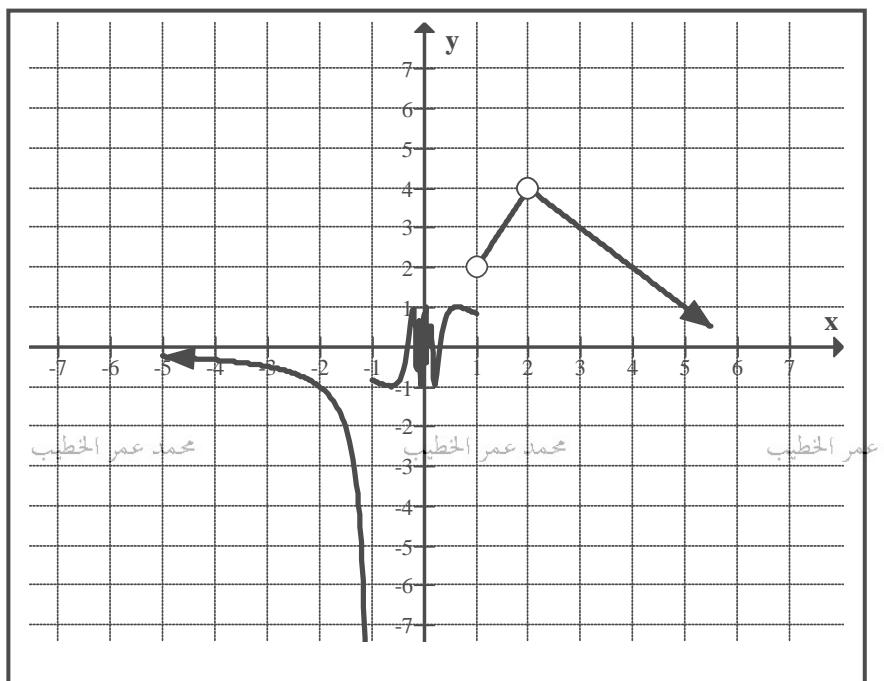
النهاية غير موجودة

الدالة تتذبذب عند نقطة الانفصال

محمد عمر الخطيب

(3) تذبذبي

(1) في الشكل المجاور اوجد نقاط انفصال الدالة . ثم حدد نوع كل منها :



(2) استعن بالجدول التالي:

محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
السبب	نوع الانفصال	نقطة انفصال الدالة	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب

اولاً: الدوال المتصلة على مجالها

(1) كثيرات الحدود

(2) الدوال المثلثية

(3) الدوال الأسية

(4) الدوال الجذرية

(5) الدوال اللوغارتمية

(6) الدوال النسبية

(7) دوال المطلق

ثانياً: الدوال المتصلة على جزء من مجالها

(1) دالة الصحيح

ثالثاً: العمليات على الدوال المتصلة(1) حاصل جمع وطرح وضرب وتركيب دالتين متصلتين هي دالة متصلة
محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) حاصل قسمة دالتين متصلتين هي دالة متصلة بشرط ان المقام لا يساوي صفر

(3) حاصل تركيب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

رابعاً: اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة فان

$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} g(x))$$

أكمل الجدول التالي:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

سبب الانفصال	نوع الانفصال عند $x = 0$	الدالة
.....	$f(x) = \sin \frac{1}{x^2}$
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
.....	$g(x) = \frac{1}{x}$
.....	$L(x) = \begin{cases} x^2 - 5, & x \geq 0 \\ x + \cos x, & x > 0 \end{cases}$
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
.....	$N(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4}, & x \neq 0 \\ 4, & x = 0 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

نوع الانفصال	نقاط الانفصال	الدالة	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	(1) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$	محمد عمر الخطيب
		(2) $f(x) = \frac{\sin 5x}{x}$	
		(3) $f(x) = \begin{cases} 3-x & , x > 1 \\ x^2 & , x \leq 1 \end{cases}$	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	(4) $f(x) = \frac{2}{x-3}$	محمد عمر الخطيب
		(5) $f(x) = \frac{ x }{x}$	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	(6) $f(x) = \frac{x-5}{x^2 - 2x - 15}$	محمد عمر الخطيب
		(7) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$	

أوجد نقاط الانفصال للدالة . ثم حدد نوع كل منها :

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} [x] & , -1 \leq x < 0 \\ x|x| & , 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{|x-2|-1}{x-3}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \sin \frac{1}{x}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد نقاط الانفصال للدالة . ثم حدد نوع كل منها :

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1}, & x < 1 \\ x^2 - 2x + 5, & x \geq 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2}, & x < 3 \\ x^2, & x \geq 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ اذا كانت

(1) متصلة على كل نقطة في الفترة المفتوحة (a, b)

(2) متصلة عند النقطة a من جهة اليمين اي ان $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$

(3) متصلة عند النقطة b من جهة اليسار اي ان $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$

وتكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على مجموعة الاعداد الحقيقة اذا كانت متصلة عند كل نقطة

أي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0, 1]$... فسر ذلك حيث:

$$(1) \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad g(x) = [x]$$

$$(3) \quad h(x) = \frac{|x|}{x}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} 5 & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 12x - 1 & , \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(5) \quad f(x) = \sqrt{1 - x}$$

أي من الدوال الآتية متصلة على مجالها فسir ذلك

حيث: محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = x^2 + 5x - 1 \quad , x \in [1, 2]$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x-1} \quad , x \in [1, \infty)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} x+2 & , x \leq 2 \\ x^2 & , x > 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x-2} & , x \neq 2 \\ 2 & , x = 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad f(x) = \tan x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \ln(x - 2)$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{x}{e^x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \sin^{-1} x$$

$$(6) \quad f(x) = \begin{cases} [x] & , 1 \leq x < 3 \\ x^2 - 6 & , x \geq 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

حدد الفترة التي تكون فيها الدالة متصلة:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = (x-1)^{\frac{3}{2}} + e^x$$

$$(4) \quad f(x) = \ln(x^2 - 4)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \ln(x^2 - x - 6)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \quad f(x) = \frac{\ln(x-2)}{\sqrt{5-x}}$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$(3) \quad f(x) = \sin^{-1}(x-1)$$

$$(4) \quad f(x) = \tan^{-1}(2x+1)$$

محمد عمر الخطيب

اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على مجال معين باستثناء عدد محدود من النقاط التي عندها اتفصال يمكن التخلص منه فانه يمكن تعريف دالة جديدة متصلة على مجالها تسمى الدالة الموسعة وتعتمد على الدالة $f(x)$.

$$(1) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 3$$

$$(2) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = \frac{\sin 2x - \tan x}{x} \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 0$$

اعد تعريف الدالة الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة لجميع قيم x .

(اكتب الدالة الممتدة او الموسعة).

$$(1) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 3}{x-8}, \quad x \neq 8$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{1-x^4}{x^2-1}, \quad x \neq \pm 1$$

محمد عمر الخطيب

اعد تعريف كل من الدوال الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة لجميع قيم x محمد عمر الخطيب

(أوجد الدالة الممتدة او الموسعة).

$$(1) \quad f(x) = \frac{|x-2|-1}{x-3} \quad x \neq 3$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{x+3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{3}} \quad x \neq -3$$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة } f(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin x} \text{ حتى تصبح متصلة عند } x=0$$

$$(2) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة } f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x-1} \text{ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية}$$

$$(3) \text{ لتكن: } f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x}$$

(ا) اوجد نقاط انفصال الدالة وحدد نوعها:

(ب) اكتب الدالة الموسعة للدالة $f(x)$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية:

(١) اوجد قيمة الثابت a لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 2$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2 & , \quad x < 2 \\ a & , \quad x \geq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

(1) أوجد كلاً من a , b لتكون الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=0$ محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x}, & x > 0 \\ b, & x = 0 \\ \frac{|x|}{x}, & x < 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x^2+1}, & x < 0 \\ a+b, & x = 0 \\ \sqrt{x+4+b}, & x > 0 \end{cases}$$

(2) ما قيم الثوابت a , b التي تجعل الدالة $f(x)$ متسقة عند $x=0$ محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة الثوابt b, a لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة على مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5 & , x > -1 \\ 7 & , x = -1 \\ x - b & , x < -1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قيمة الثوابt b, a لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x \leq 1 \\ x^2 - 2x & , 1 < x < 3 \\ b - a & , x \geq 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد قيمة الثوابt b, a لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , x \leq 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , 0 < x < 2 \\ x^2 - x + b & , x \geq 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

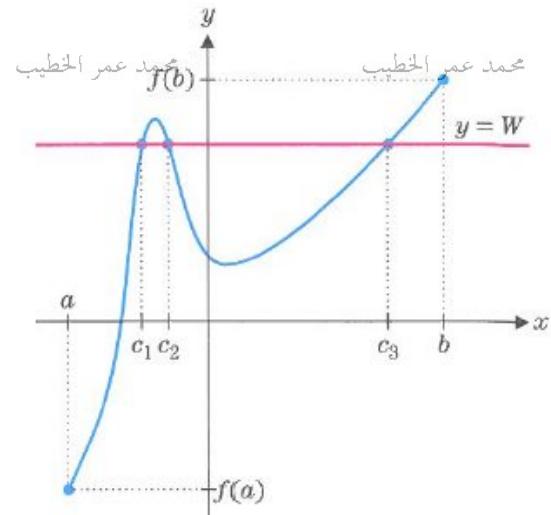
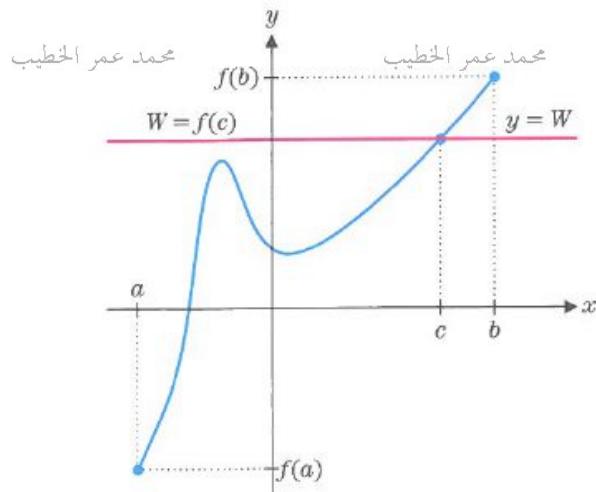
(1) اوجد قيمة الثوابt b, a لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x}, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ b \cos x + e^x, & x > 0 \end{cases}$$

(2) اوجد قيمة الثوابt b, a لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2), & x < 0 \\ 2b^{bx} + 1, & 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x - 2) + x^2, & x > 3 \end{cases}$$

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$, وكانت W أي عدد يقع بين $f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد على الأقل مثل c ينتمي إلى الفترة $[a, b]$ بحيث $f(c) = W$



إذا كانت $f(x) = x^3 - x + 3$ دالة متصلة على الفترة $[1, 2]$ فأوجد التقرير الثاني للعدد c والذي ينتمي إلى الفترة ويتحقق $f(c) = 4$

محمد عمر الخطيب

اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$, وكانت $f(a)$ و $f(b)$ لهما اشارتان مختلفتان فانه يوجد عدد على الاقل مثل c ينتمي الى الفترة $[a, b]$ بحيث $f(c) = 0$

(1) اذا كانت $f(x) = x^2 - 7$ دالة متصلة على الفترة $[2, 3]$ فاوجد قيمة تقريرية لصفر الدالة مقررياً

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

لأقرب منزلتين عشربيتين .

(2) اذا كانت $f(x) = \cos x - x$ دالة متصلة على الفترة $[0, 1]$ فاوجد التقرير الثاني لجذر الدالة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت $f(x) = e^x + x$ دالة متصلة على الفترة $[-1, 0]$ فاوجد قيمة تقريرية لصفر الدالة مقررياً لأقرب منزلتين عشربيتين .

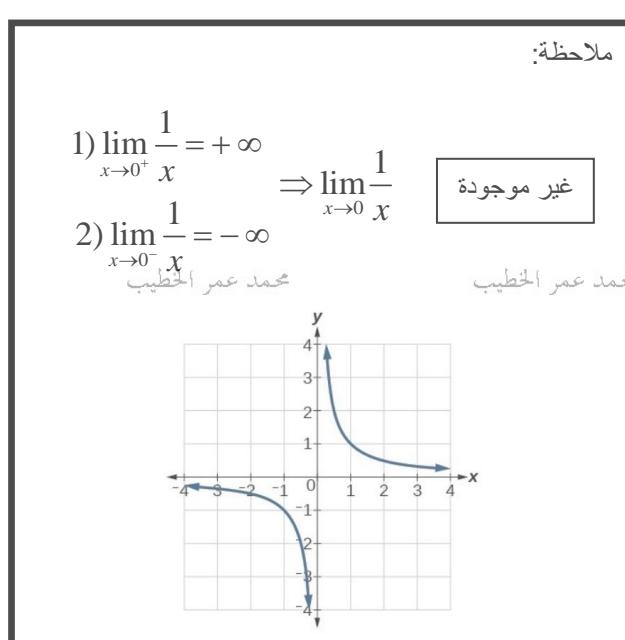
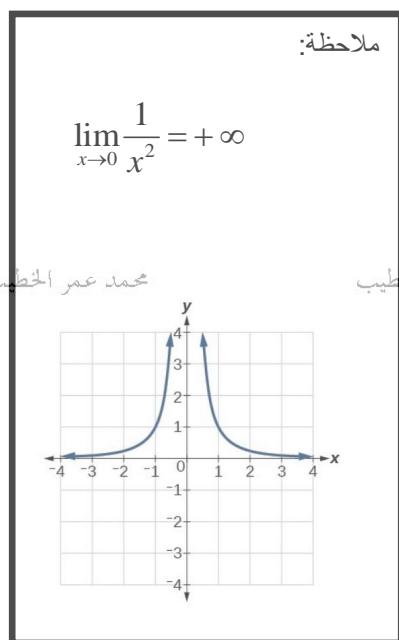
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اولاً: نهاية الدالة عند ما تساوي ملأنهاية



أوجد قيمة كل مما ياتي

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^2}$$

الكميات المعينة

$$\frac{a}{0} = \pm\infty , \quad \frac{a}{\pm\infty} = 0 \quad if \quad a \neq 0$$

$$\infty \pm a = \infty , \quad \infty + \infty = \infty$$

$$a \times \infty = \pm\infty$$

$$a^0 = 1 , \quad \infty^\infty = \infty$$

الكميات غير المعينة

$$a^\infty = \infty \quad if \quad a > 1 , \quad a^\infty = 0 \quad if \quad 0 < a < 1$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-2x}{x^2-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{0}{0} , \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

$$\infty - \infty$$

$$0 \times \infty$$

$$0^0 , \quad \infty^0 , \quad 1^\infty$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2 - 2x - 3)^{-\frac{2}{3}}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x}{x^2 - 4}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \cot x$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sec^2 x$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} e^{\tan x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} e^{-\tan x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

٣٦١: نهاية الدالة عند الملانهاية (خطوط التقارب الاقمية)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اذا كانت الدالة : $f(x) = L$ حيث عدد حقيق L فان للدالة $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ خط تقارب افقي معادلة $y = L$

ملاحظات مهمة :

(1) اذا كانت k عدد حقيق لا يساوي صفر فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} k = k$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت n عدد صحيح موجب فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{k}{x^n} = 0$ حيث k عدد حقيقي لا يساوي صفر

(3) اذا كانت n عدد صحيح موجب زوجي فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n = \begin{cases} \infty, & a > 0 \\ -\infty, & a < 0 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax^n = \begin{cases} -\infty, & a > 0 \\ \infty, & a < 0 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n = \begin{cases} \infty, & a > 0 \\ -\infty, & a < 0 \end{cases}$

(4) اذا كانت n عدد صحيح موجب فردي فان : $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ كثيرة حدود فان :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

(6) نهاية الدالة النسبية تكون حسب القاعدة التالية او (نقسم كل من البسط والمقام على اعلى درجة في

المقام)

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_m x^m + a_{m-1} x^{m-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0}$$

محمد عمر الخطيب

$m < n$

درجة البسط اصغر من درجة المقام

0

محمد عمر الخطيب

$m = n$

درجة البسط تساوي درجة المقام

$\frac{a_m}{b_n}$

محمد عمر الخطيب

$m > n$

درجة البسط اكبر من درجة المقام

$\pm\infty$

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 - 5x + 3$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} -x^7 - 5x^4 + 8$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 - 5x^5 + 7$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} e^x + x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = \begin{cases} \infty & , b > 1 \\ 0 & , 0 < b < 1 \end{cases}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (0.8)^x$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} 5 - \frac{2}{x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{3}{x}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 5)^{-\frac{2}{3}}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 4x - 5}{x^4 - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2}{10x^2 - 5x + 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + x^5}{x^4 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{2x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x}{2x^2 + \cos x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{2x + \sin x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2 + 1}{x - 5}\right)$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x + 1}{x^2 - 5}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(e^x - 2) - \ln(x + 4)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1}\left(\frac{x^2 + 1}{x + 1}\right)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-1/(x^2+1)}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{(x+1)/(x^2+1)}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{\cos(1/x)}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} 4 \tan^{-1}(3x - 1)$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a \quad a \neq 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{300}{9(0.8)^x + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) f(x) = \frac{2}{x-3} + 1$$

$$(2) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$$

$$(3) f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 6}$$

$$(1) f(x) = \frac{x^2 + 4x - 2}{x + 1}$$

$$(2) f(x) = 3 \tan^{-1} x - 2$$

$$(3) f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

(1) اذا كانت للدالة $f(x) = \frac{2}{x-a} - b$ خط تقارب رأسي معادلة $x=1$ وخط تقارب افقي

معادلة $y=-3$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت للدالة $f(x) = \frac{ax}{bx+1}$ خط تقارب رأسي معادلة $x=-2$ وخط تقارب افقي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

معادلة $y=-2$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

محمد عمر الخطيب

تعريف النهاية

اذا كانت الدالة $f(x)$ معرفة على فترة مفتوحة تحتوي النقطة a فان $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ اذا تحقق الشرط التالي

$$\text{لكل } \varepsilon > 0 \text{ يوجد } \delta > 0 \text{ اذا كان } |x - a| < \delta \text{ فان } |f(x) - l| < \varepsilon$$

(1) استخدام تعريف النهاية لايجاد قيمة δ التي تتوافق مع ε التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 1 = 5$

(2) استخدام تعريف النهاية لايجاد قيمة δ التي تتوافق مع ε التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$

(3) استخدام تعريف النهاية لايجاد قيمة δ التي تتوافق مع $\varepsilon = 0.01$ التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 1} 5x = 5$

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{2x}}{e^x - 1} =$$

- (a) 2 (b) -2 (c) 1 (d) ∞

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3\sin x}{|x|} - [x] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) -4

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x =$$

- (a) 0 (b) 1 (c) $-\infty$ (d) ∞

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} 2x) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{2x^2}$$

- (a) $-\frac{1}{2}$
محمد عمر الخطيب

- (b) $\frac{1}{2}$
محمد عمر الخطيب

- (c) $\frac{1}{4}$
محمد عمر الخطيب

- (d) $-\frac{1}{4}$
محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$$

- (a) 2 (b) -2 (c) e^2 (d) e^{-2}

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x^2 + x) - \ln x$$

- (a) -1
محمد عمر الخطيب

- (b) 0
محمد عمر الخطيب

- (c) 1
محمد عمر الخطيب

- (d) ∞
محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow 3^+} \ln \frac{x-3}{x^2-9}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{-1}{6}$

(b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{9}$

(d) $\frac{-1}{9}$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$$

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $-\frac{\pi}{6}$

$$(10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

$$(11) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x^2}$$

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

$$(12) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 2} - x)$$

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

$$(13) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - |x|}{|x| - 2x}$$

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

$$(14) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{3 + \tan^{-1} \frac{1}{x}}$$

(a) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(b) $\sqrt{3 - \frac{\pi}{2}}$

(c) $\sqrt{3 + \frac{\pi}{2}}$

غير موجودة (d)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(15) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2 + 10^{\frac{1}{x}}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{12}$

(c) $-\frac{1}{2}$

غير موجودة (d)

$$(16) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin 2(x^2 - 9)}{x^2 - 9}$$

(a) 6 محمد عمر الخطيب

(b) 1 محمد عمر الخطيب

(c) 2 محمد عمر الخطيب

(d) 3 محمد عمر الخطيب

$$(17) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 8x^3}{4x^3}$$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 4

$$(18) \lim_{x \rightarrow 0} 2x^2 \sin \frac{3}{x^3}$$

(a) 0 محمد عمر الخطيب

(b) 3 محمد عمر الخطيب

(c) 2 محمد عمر الخطيب

(d) 6 محمد عمر الخطيب

$$(19) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin x + 1} - 1}{x}$$

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

$$(20) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 3x^5}{2|x^5| + x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{3}{2}$

(b) $-\frac{3}{2}$

(c) $\frac{5}{2}$

(d) $\frac{2}{3}$

موجودة هي (21) ان قيمة a التي تجعل النهاية

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 3}$$

(a) 1

(b) -1

(c) 5

(d) -5

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(22) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \cos^{-1}(x+1)$ متصلة هي

- (a) $[0, \pi]$ (b) $[0, 4]$ (c) $[0, 2]$ (d) $[-1, 1]$

(23) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$ متصلة هي

- (a) $[0, 2]$ (b) $(0, 2]$ (c) $[0, 2)$ (d) $(0, 2)$

(24) للدالة $g(x) = \frac{2x-6}{x^2-9}$ انفصال لانهائي عند

- (a) 3 (b) -3 (c) 3, -3 (d) -9

(25) خط التقارب الافقي للدالة $g(x) = e^{1/x} - 1$ هو

- (a) $y = 0$ (b) $y = -1$ (c) $y = 1$ (d) $y = e$

(26) خط التقارب الرأسى للدالة $g(x) = \frac{3}{e^x - 2}$ هو

- (a) $x = 0$ (b) $x = 2$ (c) $x = 3$ (d) $x = \ln 2$

(27) اذا كان للدالة $f(x)$ خط التقارب رأسى عند $x = 3$ وخط مقارب افقي عند $y = 2$ فان

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2f(x)$$

- (a) 0

- (b) 2

- (c) 3

- (d) 4

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1-x} & x > 1 \\ a & x \leq 1 \end{cases}$$
(28) ان قيمة a التي تجعل الدالة

- (a) -1

- (b) 2

- (c) -2

- (d) 0

محمد عمر الخطيب

(29) ان قيمة a التي تجعل الدالة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{4x} & x > 0 \\ a & x \leq 0 \end{cases}$$

- (a)** $-\frac{1}{2}$ **(b)** $\frac{1}{2}$ **(c)** $\frac{1}{4}$ **(d)** $-\frac{1}{4}$

محمد عمر الخطيب

(30) اذا كانت الدالة $f(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = x^2 - 5$ فان مجموعه قيم x التي تجعل الدالة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(30) اذا كانت الدالة $f(g(x))$ غير متصلة هي

- (a)** $-1, 1$ **(b)** $\pm\sqrt{5}$ **(c)** $-1, \sqrt{5}$ **(d)** $-2, 2$

محمد عمر الخطيب

(31) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $f(3) = 3$ حيث $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - x}{[x] - 1} = 3$ تساوي

- (a)** 6 **(b)** 9 **(c)** 0 **(d)** 1

محمد عمر الخطيب

(32) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $f(1) = 3$ حيث $\lim_{x \rightarrow 0} f(\frac{\sin x}{x}) - 1 = 3$ تساوي

- (a)** 3 **(b)** 4 **(c)** 2 **(d)** 0

محمد عمر الخطيب

(33) اي من الدوال التالية له نقطة انفصال عند $x = 0$ ويمكن التخلص منه

(a) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x}$ **(b)** $g(x) = \frac{x + 1}{x^2 + x}$ **(c)** $h(x) = e^{1/x}$ **(d)** $k(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

(34) اي من الدوال التالية متصلة على الفترة $[0, 1]$

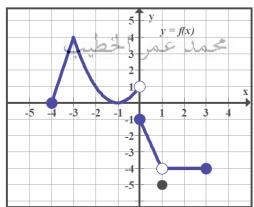
(a) $f(x) = [x + 1]$ **(b)** $g(x) = \frac{\sin x}{x}$ **(c)** $h(x) = \sqrt{1 - x}$ **(d)** $k(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq x \leq 1 \end{cases}$

(35) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[0, 1]$ باستخدام قطعتين مستقيمتين فانه يكون

- (a) 1.46 (b) 1.24 (c) 0.92 (d) 0.55

(36) عند استخدام تعريف النهاية في اثبات ان $\lim_{x \rightarrow 10} 2x = 20$ حيث قيمة δ فان تكون

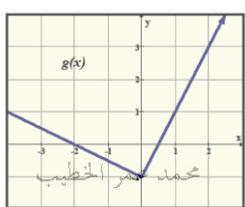
- (a) 0.01 (b) 0.05 (c) 0.005 (d) 0.5



محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$$

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

$$f(x) = \frac{|2-x|}{2x-4}$$

نقطة انصال عند $x = 2$ نوعها

- (a) فجوة (b) قفره (c) لانهائي (d) تذبذبي

(40) عدد خطوط التقارب الرأسية للدالة $f(x) = \tan x$ هي

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

- (a) واحد (b) اثنان (c) لانهائي (d) لا يوجد

$$f(x) = x - \cos x$$

على الفترة $[0, \frac{\pi}{2}]$ هو التقرير الثاني لجذر الدالة

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{8}$ (c) $\frac{3\pi}{8}$ (d) $\frac{5\pi}{8}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(42) اي من الديوال التالية تتحقق نظرية القيمة الوسيطية ويكون لها جذر في الفترة $[0,1]$ هو
محمد عمر الخطيب

- (a) $f(x) = x^2 - 1$ (b) $g(x) = x - \log x$ (c) $h(x) = x - e^x$ (d) $r(x) = x(x-2)^{-1}$

(43) اذا كانت الدالة $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[-1,3]$ حيث $f(-1) = -2, f(1) = -1, f(3) = 4$
فأن التقريب الثاني لجذر الدالة في الفترة $[-1,3]$ هو

- (a) -1.5 (b) 0.5 (c) 2 (d) 2.5

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

موجودة هي

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$$

(44) ان قيمة a التي يجعل

- (a) 1 (b) 8 (c) -8 (d) -10

(45) ان قيمة (قيم) a التي يجعل $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ موجودة حيث

$$g(x) = \begin{cases} a^2x + 4 & , x \geq 1 \\ 4a & , x < 1 \end{cases}$$

(a) 2, -2 محمد عمر الخطيب

(b) -2 محمد عمر الخطيب

(c) 2 محمد عمر الخطيب

(d) 0, -4 محمد عمر الخطيب

(46) إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x]$

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{3}$

(d) $-\frac{1}{3}$

(47) اذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 |g(x)| \leq M$ حيث $|g(x)| \leq M$ عدد حقيقي موجب فأن :

(a) 0

(b) 1

(c) $-M$

(d) M

(48) ان قيمة a التي يجعل الدالة متصلة عند $x=0$ هي

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{\sin 3x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

(a) $\frac{1}{3}$

(b) $-\frac{2}{3}$

(c) $\frac{3}{2}$

(d) $\frac{2}{3}$

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow \infty} a \frac{|a|x^3 - 4}{2 + 3x^3} = 1$$

محمد عمر الخطيب

(49) ان قيمة (قيم) a التي تجعل a هي

(a) 3

(b) 1

(c) 1,-1

(d) -3,3

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} & x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

(50) عدد نقاط انفصال الدالة

(a) 1 محمد عمر الخطيب

(b) 2 محمد عمر الخطيب

(c) 3 محمد عمر الخطيب

(d) 4 محمد عمر الخطيب

1	B	11	D	21	B	31	A	41	B
2	D	12	A	22	C	32	B	42	D
3	A	13	B	23	D	33	A	43	C
4	B	14	B	24	B	34	C	44	C
5	C	15	A	25	B	35	A	45	C
6	D	16	C	26	D	36	C	46	B
7	B	17	C	27	D	37	B	47	A
8	B	18	A	28	C	38	D	48	A
9	C	19	A	29	B	39	B	49	D
10	B	20	A	30	D	40	C	50	C

إنتهت الوحدة الثانية بحمد الله

واعتذر للجميع عن أي تقصير أو خطأ.

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

الصف الثاني عشر متقدم

2019/2018

الوحدة الثالثة

التفاضل

1-3 المماسات والسرعة المتجهة

2-3 الاستداق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

4-3 قاعدة الضرب والقسمة

5-3 قاعدة السلسلة

6-3 مشتقات الدوال المثلثية

7-3 اشتقة الدوال الأسيّة والدوال المثلثية اللوغاريتميّة

8-3 الاستداق الضمني والدوال المثلثية المعكوسنة

9-3 دوال القطع الزائد

10-3 نظرية القيمة المتوسطة

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتوفيق

تعريف المشتقه:

يسمى ميل المنحنى عند النقطة $x = a$ بمشتقه الدالة عند تلك النقطة ويرمز لها بالرمز $f'(a)$ حيث:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ويمكن استخدام التعريف البديل محمد عمر الخطيب

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

ومشتقه الدالة f' هي الدالة f حيث:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب تكون الدالة قابلة للاشتقاد عند النقطة اذا كانت النهاية موجودة

يجب ان تكون الدالة متصلة عند النقطة التي نبحث في اشتقادها

ملاحظة:

مشتقه دالة عند نقطة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

= معدل التغير للدالة عند تلك النقطة

= ميل الماس للدالة عند تلك النقطة.

= السرعة اللحظية المتجهة عند تلك النقطة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)$$

(1) إذا كانت $f(x) = x^2 - 4x$ فأوجد $f'(x)$ بإستخدام تعريف المشقة او التعريف البديل.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $f(x) = \sqrt{2x+1}$ فأوجد $f'(x)$ بإستخدام تعريف المشقة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) إذا كانت: $f(x) = \frac{2}{3x+1}$ فأوجد $f'(x)$ بإستخدام تعريف المشقة .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (1) إذا كانت $f(x) = \sqrt[3]{x} \sin x$ فأوجد $f'(0)$ بإستخدام تعريف المشقة .

محمد عمر الخطيب (2) إذا كانت $f(x) = \cos x$ فأوجد $f'(0)$ بإستخدام تعريف المشقة .

محمد عمر الخطيب (3) إذا كان: $f'(3) = 4$ فأوجد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3) - 2f(3+h)}{h}$

محمد عمر الخطيب (4) إذا كان: $f'(3) = 4$ فأجد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+3) - f(3)}{h[3-h]}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب (5) إذا كان: $f'(2) = 3$ فأجد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$

تكون الدالة: $y = f(x)$ قابلة للاشتقاق عند النقطة a اذا كانت المشتقة على يمين النقطة a وهي $f'(a^+)$ والمشتقة على يسار النقطة a وهي $f'(a^-)$ متساولتان

$$f'(a^+) = f'(a^-)$$

حيث:

$$f'(a^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f'(a^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

إذا كانت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$$

فأوجد $f'(1)$ بـاستخدام تعريف المشتقة.

(1) إذا كانت $f(x) = x$ فإن $f'(0)$ يُستخدم تعريف المشتقة.

فأجد $f'(0)$ يُستخدم تعريف المشتقة.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x=0 \\ x^3 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \end{cases}$$

(2) إذا كانت:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$$

(3) إذا كانت:

(1) اذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقة بحيث:

$$f(x+h) = x^2h + 3xh^2 + f(x)$$

و h هو مقدار التغير في x فاوجد : $f'(3)$.(2) اذا كانت: $f(0) = f'(0) = 1$ وكان $f(x+y) = f(x)f(y)$ وكانفاثبت ان: $f(x) = f'(x)$ لجميع قيم x .

مساعدة: استخدم التعريف

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

العلاقة بين الرسوم البيانية للدالة ومشتقاتها.

محمد عمر الخطيب

ملاحظة:

محمد عمر

مشقة دالة عند نقطة

=

ميل الماس للدالة عند تلك النقطة.

(أولاً) الرسم البياني للدالة $f'(x)$ من بيان الدالة $f(x)$.

اعتمد على الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة التالية

(1) $f'(6) =$

(2) $f'(3) =$

(3) $f'(-4) =$

(4) $f'(5^-) =$

(5) $f'(2^-) =$

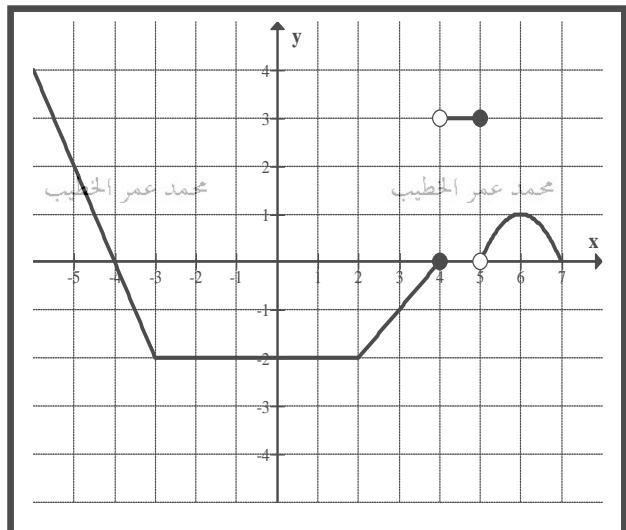
(6) $f'(2^+) =$

(7) $f'(2) =$

(8) $f'(-3^+) =$

(9) $f'(-3^-) =$

(10) $f'(-3) =$



محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني لإيجاد النهايات التالية إن أمكن :

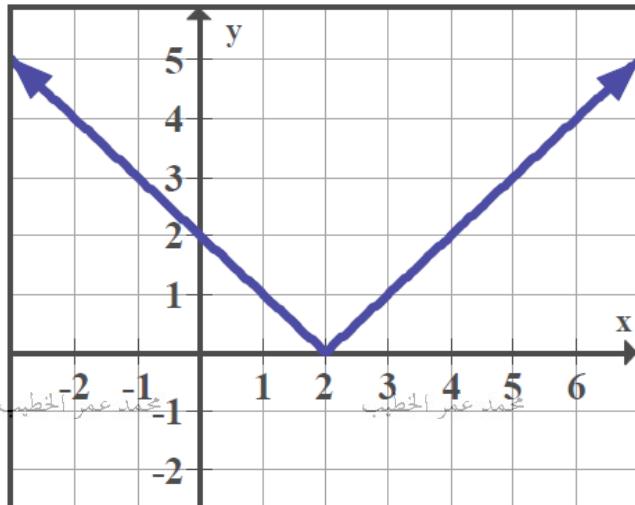
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{2h}$$

$$(5) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3) - 2f(3+h)}{h}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

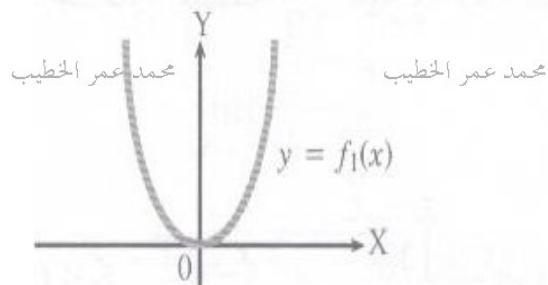
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

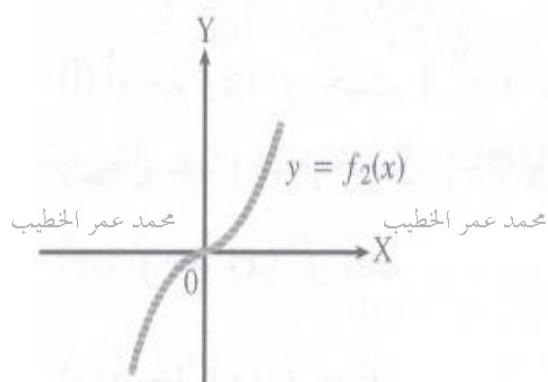
صل بين كل رسم بياني يمثل الدالة f من المجموعة A بالرسم البياني الذي يمثل مشتقها من المجموعة خطيب.

ملاحظة: عدد المماسات الافقية في بيان الدالة $f(x)$ يساوي عدد المقاطع السينية في بيان الدالة $f'(x)$.

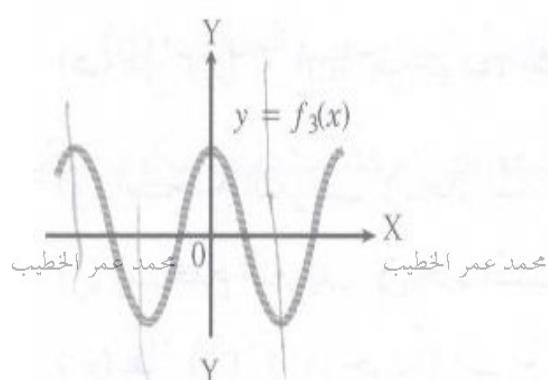
A



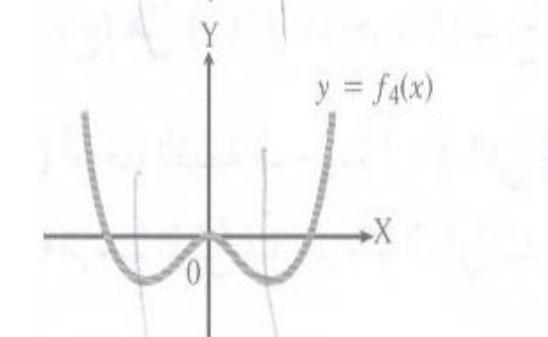
$$y = f_1(x)$$



$$y = f_2(x)$$



$$y = f_3(x)$$



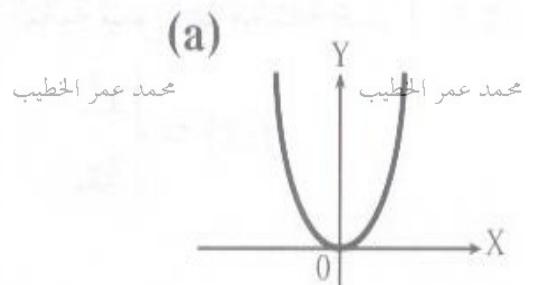
$$y = f_4(x)$$

محمد عمر الخطيب

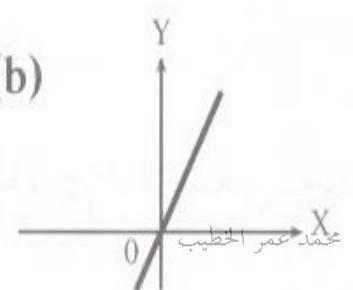
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

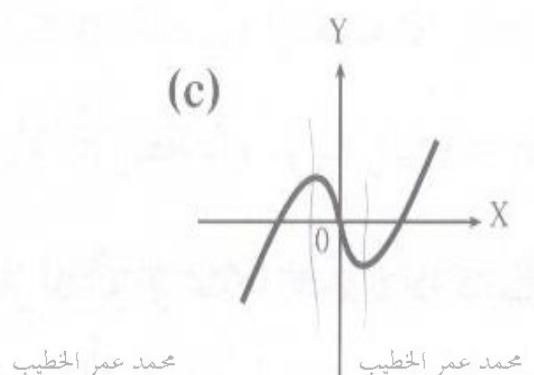
B



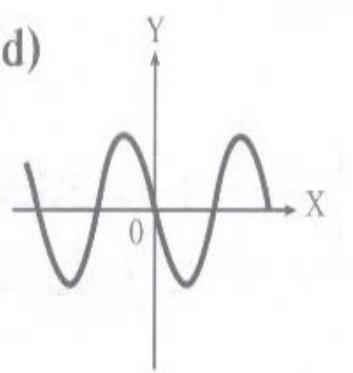
$$(a)$$



$$(b)$$



$$(c)$$

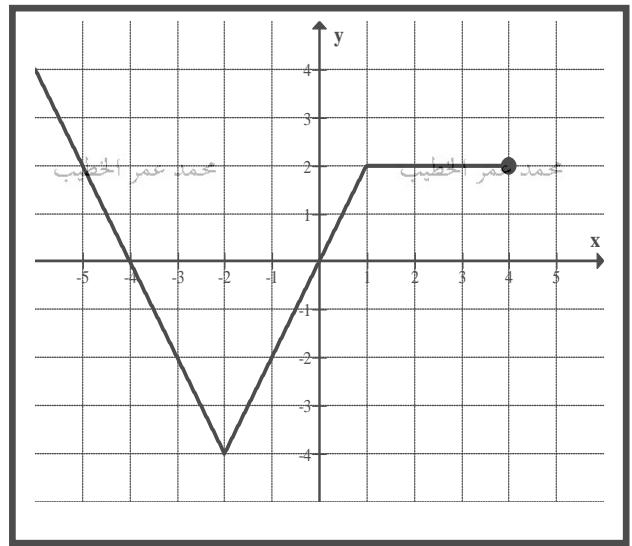
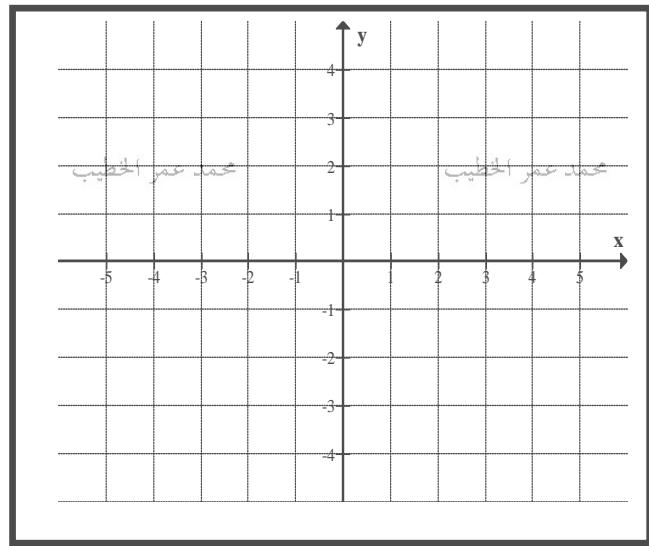
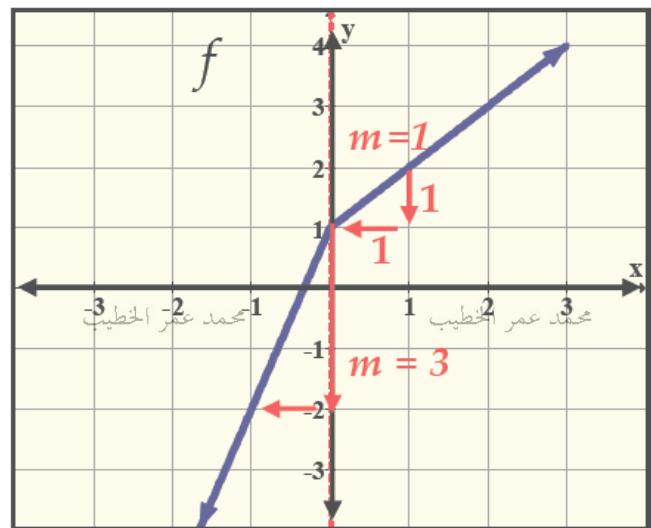
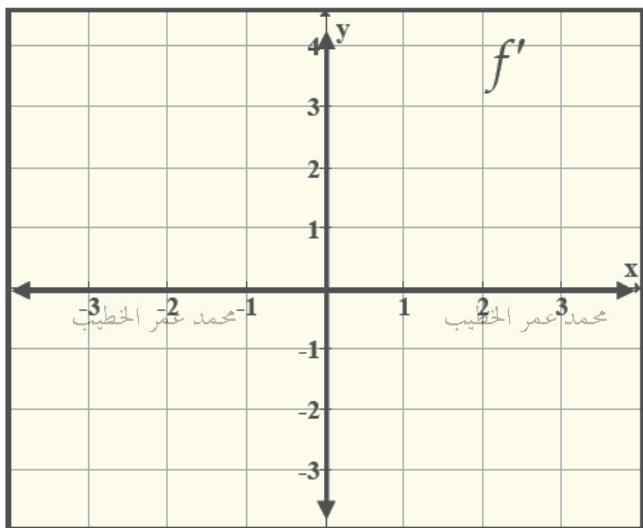
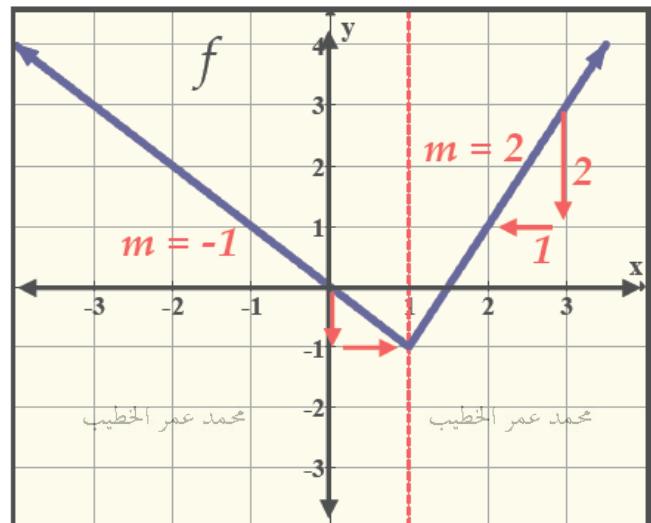
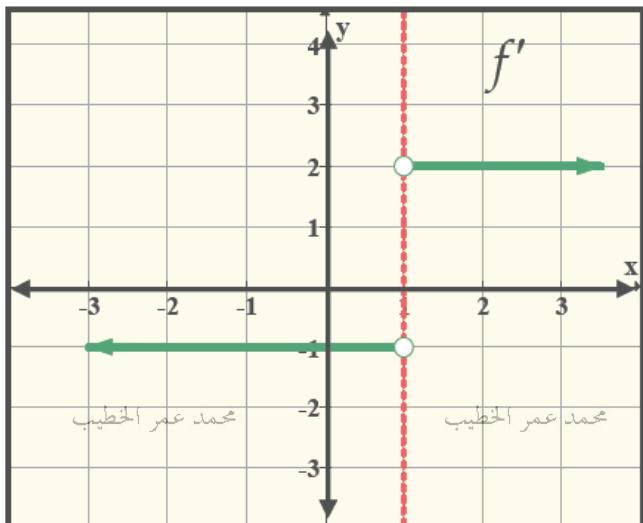


$$(d)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الرسم البياني المجاور يمثل بيان الدالة f' . استفد من ذلك لرسم بيان الدالة f .



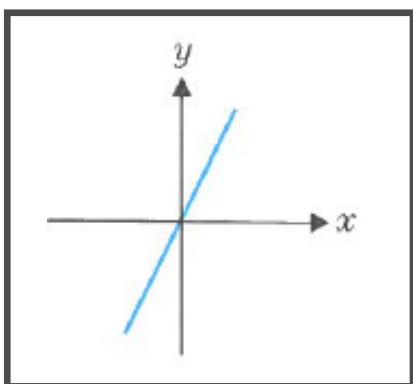
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

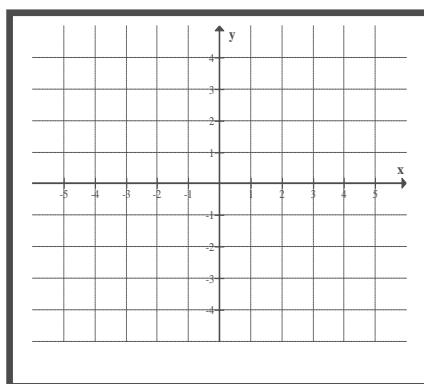
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الرسم البياني المجاور يمثل بيان الدالة f' . استفد من ذلك لرسم بيان تقريري الدالة f . محمد عمر الخطيب

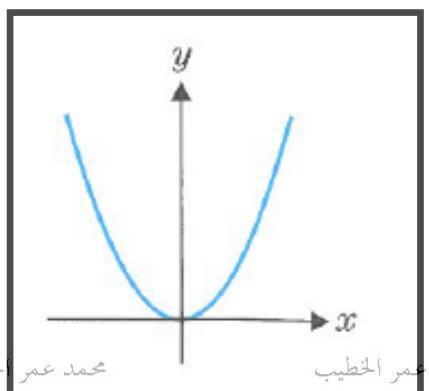


محمد عمر الخطيب

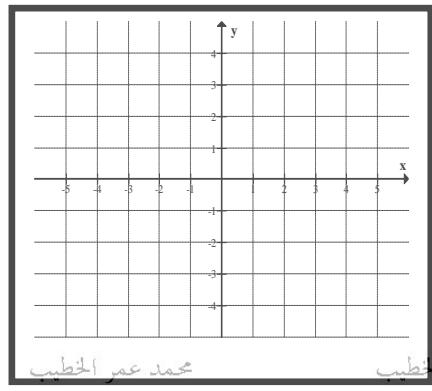


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

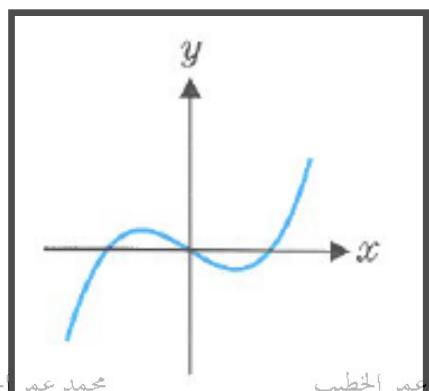


محمد عمر الخطيب

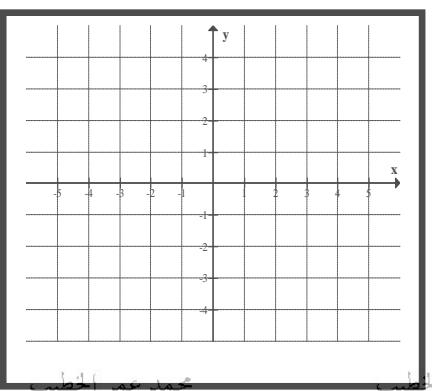


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

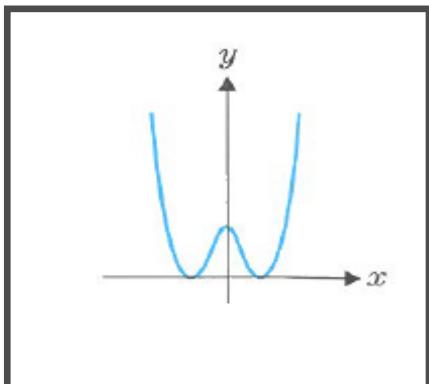


محمد عمر الخطيب

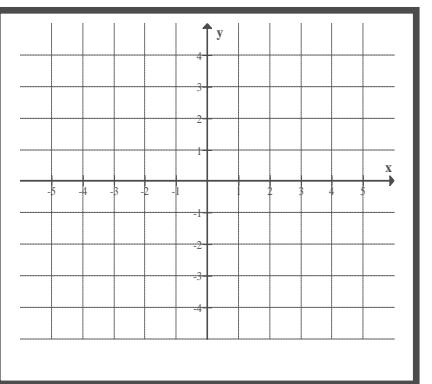


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

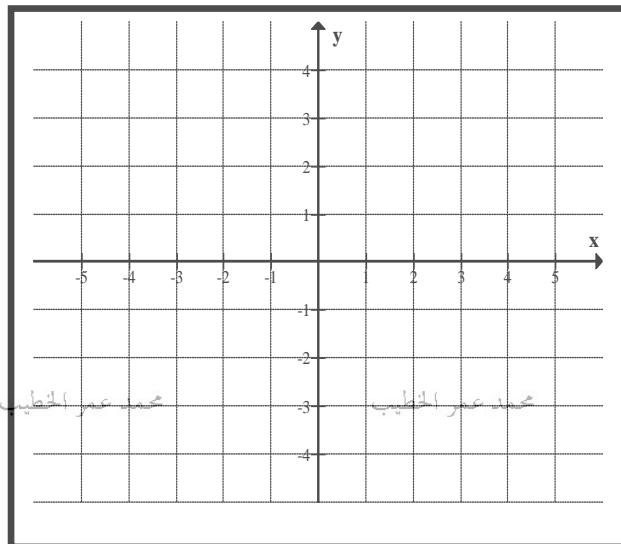


محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(1) ارسم بيان الدالة f بالشروط الآتية:

الدالة f متصلة.

$$f(0) = -1$$

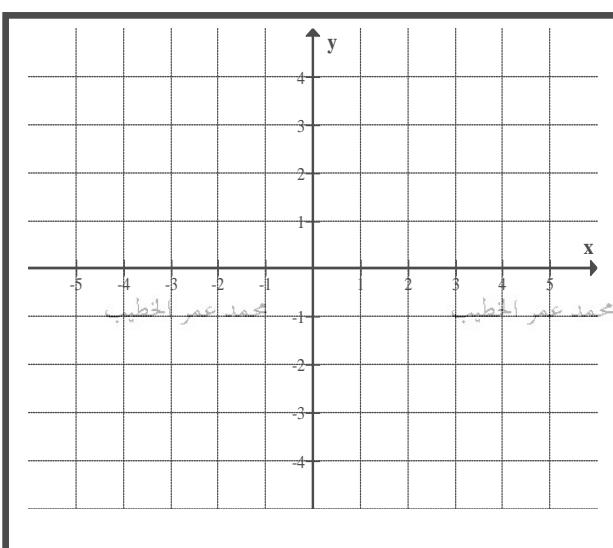
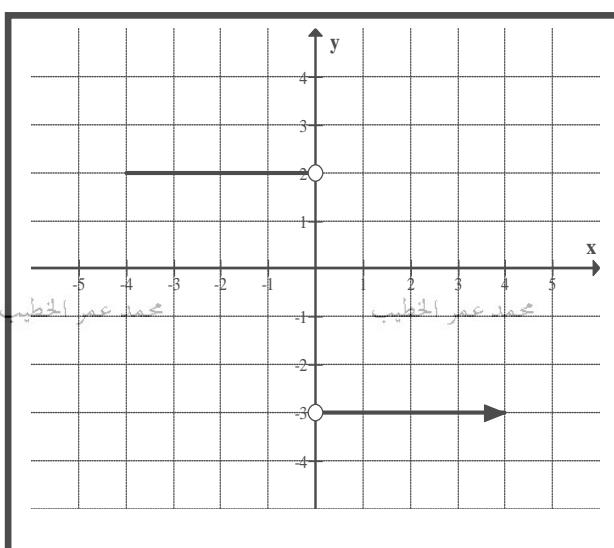
$$f'(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ -2 & x \geq 0 \end{cases}$$

(2) ارسم صورة تقريبية للرسم البياني للدالة f والتي لها الخواص الآتية:

$$f(0) = 1$$

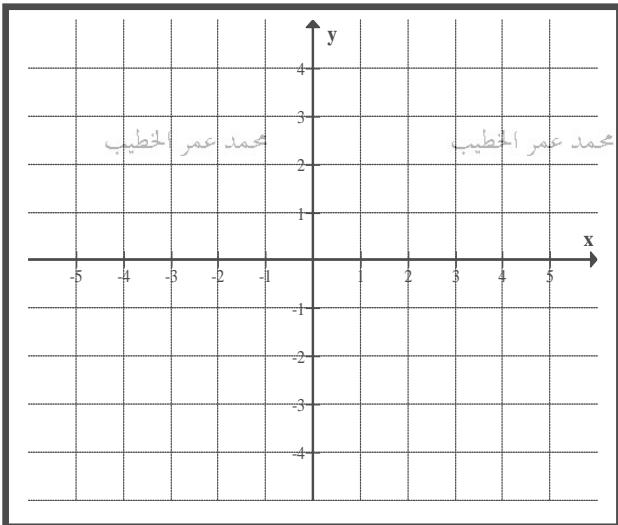
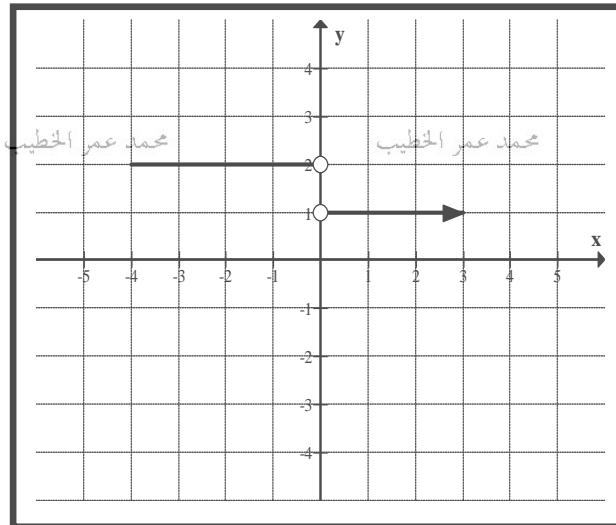
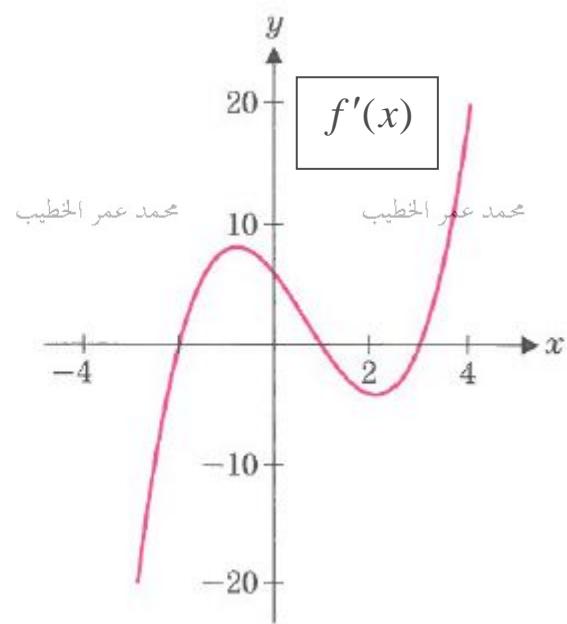
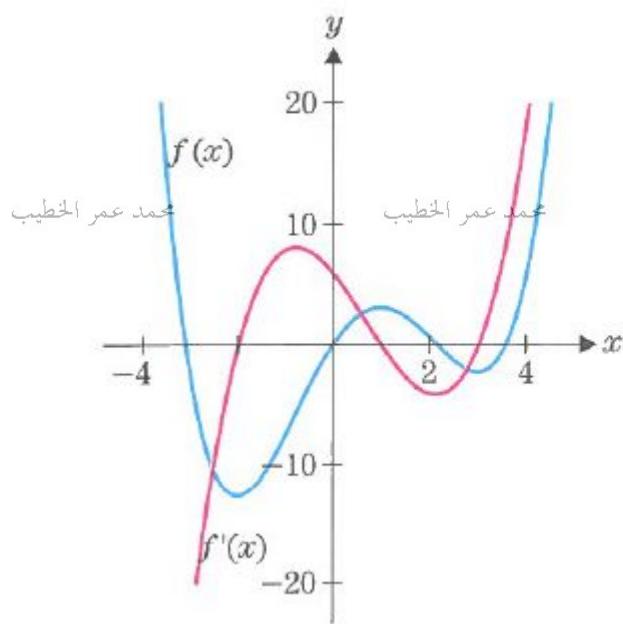
الرسم البياني للدالة f' (مشقة الدالة f) كما هو بالشكل.

متصلة لكل x على مجالها.



(1) ارسم صورة تقريرية للرسم البياني للدالة: f والتي لها الخواص الآتية:

$$f(-1) = 1$$

الرسم البياني للدالة f' (مشتقة الدالة f) كما هو بالشكل. f متصلة لكل x على مجالها.(2) ارسم صورة تقريرية للرسم البياني للدالة: f 

1) إذا كانت الدالة f قابلة للاشتغال عند نقطة $a = x$ فأنا تكون متصلة عند النقطة a

2) إذا كانت الدالة f غير متصلة عند $x = b$ فإن الدالة تكون غير قابلة للاشتغال عند النقطة

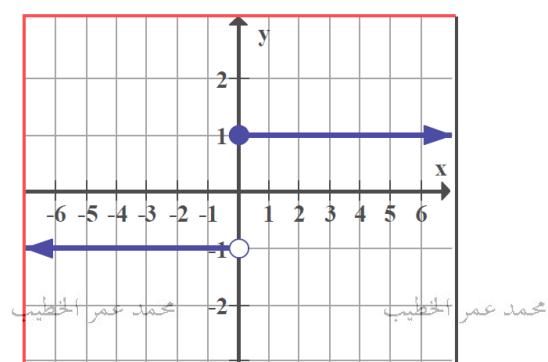
(3) إذا كانت الدالة f منصلة عند النقطة $x = C$ فإنه توجد حالتان :

الأولى الدالة تكون غير قابلة للاشتاقق عند النقطة C

الثانية الدالة قابلة للاشتغال عند c

الحالات التي تكون مشقة الدالة $f(x)$ غير موجودة عند نقطة

مہنتی تکون $f(a)$ غیر موج ودة



عدم الاتصال

(1) فجوة

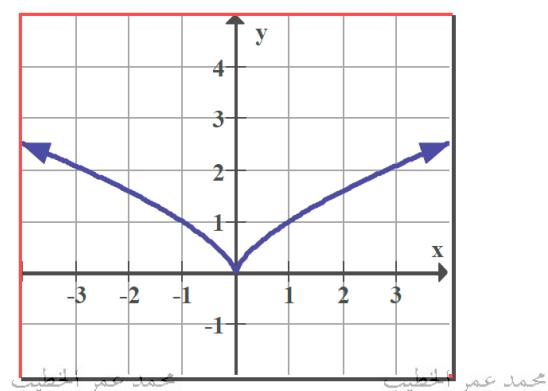
(2) قُفْرَةٌ

(3) لانھائی

محمد عم الخطيب

(4) تذبذبی

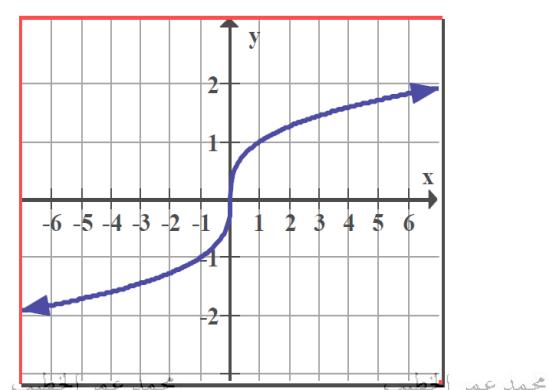
محمد عاصي الخطيب



د.أسـر مدـبـ

Digitized by srujanika@gmail.com

548-128

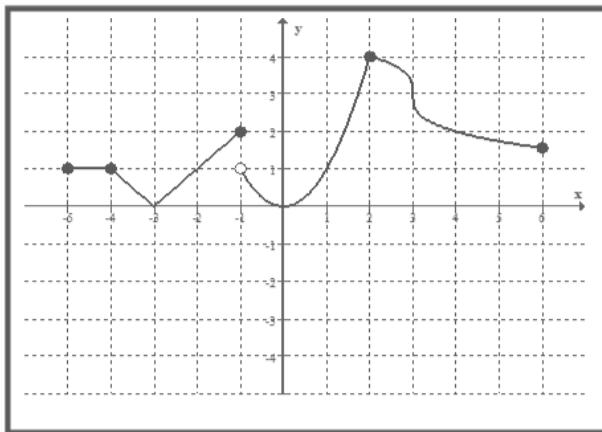


مماس رأسی

二〇一九年

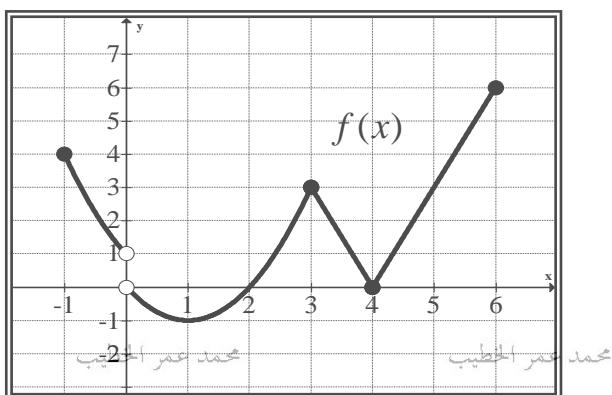
卷之三

(1) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة: $f(x)$ للاجابة عن الأسئلة التالية: عمر الخطيب



مجموعة قيم x التي تكون عندها:
 $f'(x)$ غير موجودة مع بيان السبب.

(2) اعتمد على الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للاجابة عن الأسئلة التالية: عمر الخطيب



اولاً: أوجد عند أي من نقاط المجال يمكن أن تكون:

(أ) الدالة متصلة وغير قابلة للاشتراق.

(ب) الدالة غير متصلة وغير قابلة للاشتراق.

محمد عمر الخطيب

(ج) نقاط انفصال الدالة وبين هل يمكن التخلص منها أم لا؟ مع التوضيح.

ثانياً: أوجد

$$(1) \lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$$

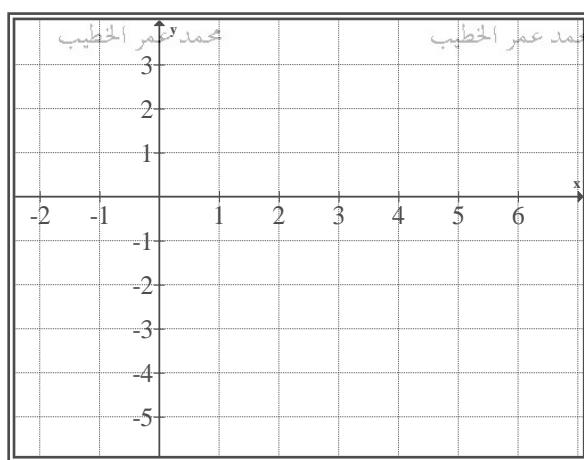
$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$(3) f'(1) =$$

$$(4) f'(5) =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] f(x) =$$

محمد عمر الخطيب



ثالثاً: ارسم بيان مشقة الدالة $f(x)$ في الفترة $[3, 6]$

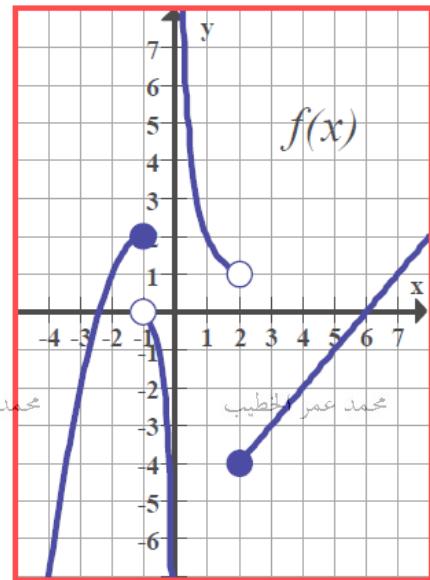
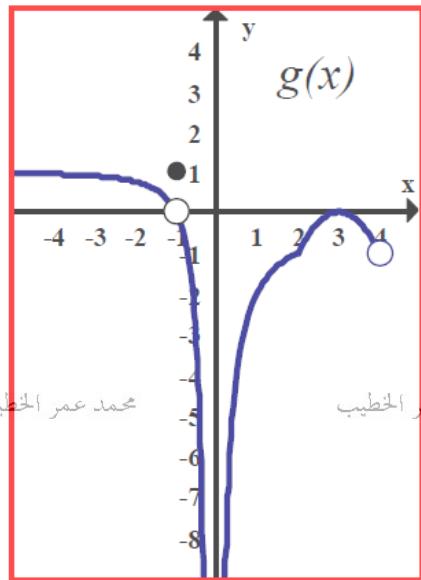
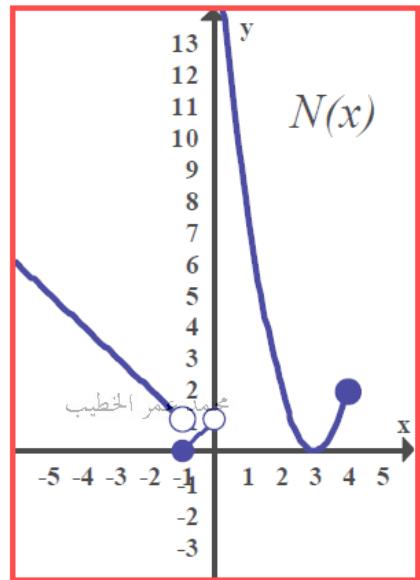
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الرسوميات الجيانيّة التالية تمثل بيان عمكلثنين الدوال : ($N(x)$, $g(x)$) محمد عمر الخطيب



اقرأ جيداً ثم املأ الفراغات في الجدول التالي بوضع (نعم) أو (لا) :

$N(x)$	$g(x)$	$f(x)$	محمد عمر (الخطيب)	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
.....		$x = 1$ متصلة عند	
.....		$x = 0$ لها انفصال لا نهائي عند	
.....		$x = -2$ قابلة للإشتقاق عند	
.....		$x = 3$ يساوي صفرًا معدل التغير عند	
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب		محمد عمر الخطيب فقط النهاية جهة اليسار موجودة عند $x = 4$	
.....		$x = -1$ لها انفصال يمكن التخلص منه عند	

الدالة التي تحقق جميع ما سبق هي :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx}c = 0$$

$$\frac{d}{dx}ax = a$$

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx}[c \times f(x)] = c \times f'(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}[f(x) \times g(x)] = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) \times g(x) - f(x) \times g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{a}{f(x)}\right] = \frac{-a \times f'(x)}{[f(x)]^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

a) $y = 2x^7$

b) $y = -3x$

c) $y = 5^2$

d) $y = \frac{x}{2}$

e) $y = \frac{2}{x^3}$

f) $y = \sqrt{x}$

g) $y = \sqrt[3]{x^2}$



h) $y = e^2$

i) $y = \cos \pi$

a) $y = 2x^3 + \frac{1}{x^2} + 7x - 3\pi$

b) $y = -5x^4 - 2x^{-3} + 4x^{\frac{5}{4}} - \cos \frac{\pi}{4}$

c) $y = 3x^2 - \frac{3}{x^3} + \sqrt{x} - \frac{1}{2}$

d) $y = 2x - \frac{4}{x^2} + x^{\frac{5}{7}} + \sqrt[3]{x^{\frac{1}{7}}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

a) $y = (x^2 + 5)(1 - x^5)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

b) $y = (x^2 + 5)(x^2 - 5)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

c) $y = x(x + 1)(2x - 5)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

d) $y = (x^2 + 1)^2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$a) y = \frac{x^2 - 4}{x + 3}$$

محمد عمّ الخطيب

$$b) y = \frac{x+1}{x^2 - x - 2}$$

محمد عم الخطيب

محمد عمّ الخطيب

محمد عمّ الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

d) $y = (x^2 + 3)(2x - 5)^{-1}$ □

100

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & , x \geq 1 \\ 3x & , x < 1 \end{cases}$$

لتكن:

(1) هل الدالة: $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ ؟ وضح مدى ارتباط ذلك بوجود $f'(1)$.

(2) اوجد $f'(x)$ حيث $x > 1$.

(3) اوجد $f'(x)$ حيث $x < 1$.

(4) اوجد $f'(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$g(x) = \begin{cases} 2x^3 & , x \geq 1 \\ 3x - 1 & , x < 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب (1) لتكن :

وضح ما إذا كانت الدالة $g(x)$ متصلة عند $x = 1$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ابحث قابلية الاشتقاق للدالة: $g(x)$ عند $x = 1$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$g(x) = \frac{d}{dx}|x|$$

محمد عمر الخطيب (2) لتكن :

محمد عمر الخطيب

اوجد نقاط انفصال الدالة $g(x)$ وبين نوع الانفصال.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} g(x) = \begin{cases} 5x^2 & , x \neq -1 \\ 5 & , x = -1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب (3) لتكن :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	5	-4

أوجد :

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) =$ فسر إجابتك

(2) $\frac{d}{dx} (3f(x) + \frac{1}{4}g(x)) \quad x=2$

(3) $\frac{d}{dx} (f(x) \times g(x)) \quad x=2$

(4) $\frac{d}{dx} (f(2) \times g(x)) \quad x=2$

(1) إذا علمت أن $f(x), g(x)$ حيث $f(x) \times g(x) = f(x) + 2g(x)$ من

دالثان قابلتان للاشتقة وأن $g(1) = 2$, $g'(1) = 3$

أوجد:

(1) $f(1)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 4}{x - 1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

. $f(1) = f'(1) = 2$, $h'(1) = 2h(1) = 1$ (2) اذا كان:

أوجد:

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f \times h)(x) - 1}{x - 1} =$

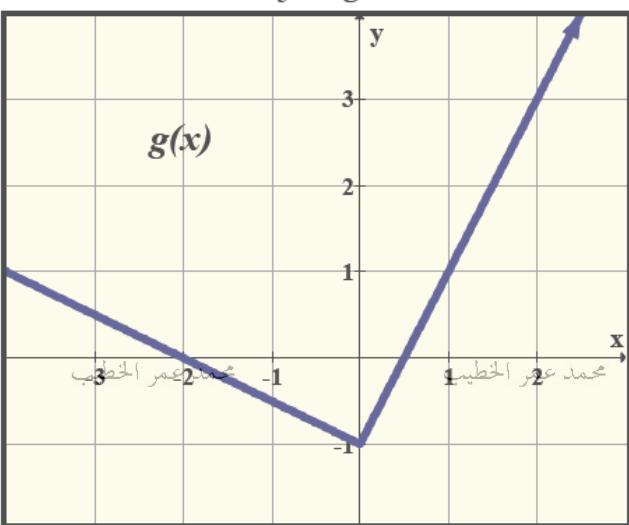
محمد عمر الخطيب

استخدم الأشكال البيانية الموضحة أدناه في إيجاد

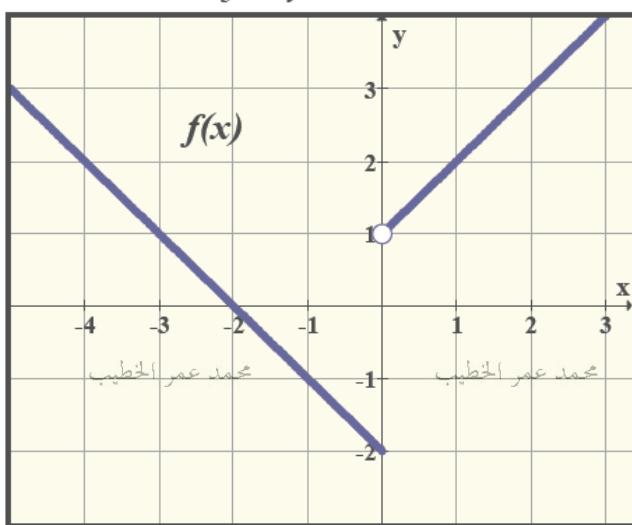
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y = g(x)$$



$$y = f(x)$$



أجد

$$(1) \frac{d}{dx} (2g - 3f) , \quad x=1 \quad \text{عند}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \frac{d}{dx} (f \cdot g) , \quad x=1 \quad \text{عند}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 6}{x - 2} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y' = \frac{dy}{dx} \quad \text{المشتقة الأولى:}$$

$$y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2y}{dx^2} \quad \text{المشتقة الثانية:}$$

$$y''' = \frac{dy''}{dx} = \frac{d^3y}{dx^3} \quad \text{المشتقة الثالثة:}$$

$$y^n = \frac{d}{dx} y^{(n-1)} = \frac{d^n y}{dx^n} \quad \text{المشتقة النونية:}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} : \text{ إذا كانت: } 5 \quad y = x^4 - 3x^2 + 5 \quad \text{فأوجد:}$$

$$f(x) = x^5 - 6x^3 + 2x + 8 \quad \text{إذا كانت: 2) فأوجد:}$$

(a) $f^4(x)$

(b) $f^{10}(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فأوجد $\frac{d^5y}{dx^5}$ ثم اكتب نطاً — (حيث n عدد صحيح موجب)

(1) إذا كانت $y = \frac{1}{x}$

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $f^n(x) = xg(x)$ (المشتقة ذات الرتبة n).

محمد عمر الخطيب

إيجاد الشوابات للدوال القابلة للاشتتقاق

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$x = 1 \quad f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ 3x + k & x \geq 1 \end{cases}$$

(1) أوجد قيمة k التي تجعل الدالة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$x = 1 \quad f(x) = \begin{cases} ax + b & x < 1 \\ x^2 + 5 & x \geq 1 \end{cases}$$

(2) أوجد كل من a , b التي تجعل الدالة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$x = 1 \quad f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x < 1 \\ ax^2 + bx & , x \geq 1 \end{cases}$$

(3) أوجد كل من a , b التي تجعل الدالة

محمد عمر الخطيب

$$x = \begin{cases} 3x & , x < 1 \\ ax^2 + bx & , x \geq 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

أوجد كل من a , b التي تجعل الدالة قابلة للاشتاقاق عند 1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3) - f(3)}{h} = 22$$

فإذا كانت $f(x) = x^3 - ax$ حيث a معرف بالخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كان m_1 ميل المستقيم L_1 وإن m_2 ميل المستقيم L_2 وكان $m_1 = m_2$

$$L_1 \parallel L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

$$L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_2 = -\frac{1}{m_1} \quad oR \quad m_1 \times m_2 = -1$$

معادلة المستقيم بدلالة نقطة وميل هي :

ملاحظة: ميل الماس للدالة عند نقطة يساوي ظل الزاوية الموجبة التي يصنعها الماس مع محور السينات

لتكن: $f(x) = x^2 - 3x$ أوجد :

1) ميل منحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1, -2)$.

2) معادلة الماس عند النقطة $(1, -2)$.

3) معادلة العمودي على الماس عند النقطة $(1, -2)$.

4) عند أي نقاط يكون الماس أفقي؟

$$\text{إذا كانت } f(x) = \frac{1}{x-1} \text{ فأوجد: الخطيب}$$

(1) ميل القاطع PQ حيث $P = (2, 1)$ ، $Q = (0, -1)$

(2) ميل المماس عند $x = 2$

(3) معادلة المماس للمنحنى عند $x = 2$

(4) أوجد الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع محور السينات عند $x = 2$.

(5) معادلة الخط العمودي على المماس عند $x = 2$

(1) أوجد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الدالة : $y = \frac{8}{x^2 + 4}$ عند $x = 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $f(x) = \frac{1}{x}$ فأوجد جميع النقاط التي يكون عندها الميل يساوي $-\frac{1}{4}$ ثم أوجد معادلة المماس عند كل نقطة؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) أوجد جميع النقاط التي يكون المماس للدالة: $f(x) = x^2 + 4x - 1$ أفقيا ثم أوجد معادلة هذا المماس؟

محمد عمر الخطيب

(1) أوجد جميع النقاط التي يكون المماس للدالة: $y = x^2 + \frac{2}{x}$ أفقياً ثم أوجد معادلة هذا المماس؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة: $y = x^2 + 2x$ عند النقطة التي يكون المماس عندها موازياً لل المستقيم الذي معادلته: $y = 4x + 1$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) من السؤال السابق (3) أوحد الزاوية الموجبة للمماس المرسوم عند $x = -1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) من السؤال السابق (3) أوحد الزاوية الموجبة للمماس المرسوم عند $x = \frac{-3}{2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان منحنى الدالة: $y = 2x^3 + kx^2 + 2$ له مماس افقي عند $x = -1$ ، احسب قيمة k .

ثم اوجد معادلة المماس عند هذه النقطة.

(2) إذا كان المستقيم الذي معادلته: $y = 3x^2 - ax + 1$ مماساً لمنحنى الدالة:

فأوجد قيمة الثابت a .

(3) لتكن $f(x) = \sqrt{x}$

(أ) اوجد قيمة b التي تجعل المماس عند $x = 4$ موازياً للوتر المار بال نقطتين: $(1, f(1)), (b, f(b))$

(ب) اوجد قيمة a اذا كان ميل المماس عندها يساوي $\frac{1}{4}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) ماذا يحدث للمماس عندما تقترب a من ملائمه

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كان للدالتين $f(x) = cx - x^2$ و $g(x) = x^2 + ax + b$ مماسا مشتركا عند النقطة $(1,0)$

اوجد قيمة الثوابت a, b, c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت للدالة $g(x) = \frac{2x+k}{(x-1)^2} + a$ فاوجد قيمة الثوابت a, k مما ينافي عند النقطة $(0,6)$

محمد عمر الخطيب

الحركة على خط مستقيم

العلاقة بين المسافة s والسرعة v والعجلة a والهزة j .

إذا كانت المسافة s دالة في الزمن t فإن :

$$v = \frac{d s}{d t} = s'(t) \quad \text{السرعة } v \text{ هي المشقة الأولى :}$$

$$a = \frac{d v}{d t} = \frac{d^2 s}{d t^2} \quad \text{التسارع } a \text{ هي المشقة الثانية :}$$

$$|v| = \left| \frac{ds}{dt} \right| \quad \text{ملاحظة: السرعة اللحظية (السرعة المتجهة) } v = \frac{ds}{dt} \text{ ، والسرعة العددية}$$

وصف حركة جسم يتحرك على خط

الفترة	[a , b]	[b, c]	[c, d]	[d, e]
v	+	-	-	+
a	-	-	+	+
وصف الحركة	- الجسم صاعد . - الجسم تباطأ . - الجسم يتحرك بعيدا عن نقط البدء .	- الجسم هابط . - تسارع الجسم . - يتحرك في اتجاه نقطة البدء .	- الجسم هابط . - الجسم تباطأ . الجسم يتحرك بعيدا عن نقط البدء .	الجسم صاعد . الجسم تسارع . الجسم يتحرك في اتجاه نقطة البدء .

إذا كانت اشارة السرعة المتجهة موجبة (+) يكون الجسم متوجهًا لليمين

إذا كانت اشارة السرعة المتجهة سالبة (-) يكون الجسم متوجهًا لليسار

يكون الجسم متسارعاً إذا كانت للسرعة والتسارع نفس الاشارة (+ و +) او (- و -)

يكون الجسم متباطئاً إذا كانت السرعة والتسارع مختلفات في الاشارة (- و +) او (+ و -)

قد **جسيم رأسياً** لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s = 60t - 5t^2$ حيث t بالثانية و s بالأمتار.

1) اوجد موقع الجسيم بعد مرور 3 ثانية.

2) اوجد موقع الجسيم بعد مرور 8 ثانية.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

3) اوجد السرعة المتجهة للجسيم بعد مرور 4 ثانية.

4) اوجد السرعة المتجهة للجسيم بعد مرور 9 ثانية.

5) اوجد تسارع الجسيم بعد مرور 5 ثانية.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

6) اوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم.

7) اوجد سرعة الجسيم عندما يكون على ارتفاع $100m$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
8) اوجد سرعة الجسيم عندما يرتطم بالأرض.

9) في الثانية السابعة هل كان الجسيم صاعداً أم هابطاً؟

10) ارسم حركة الجسم على خط الاعداد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تحرك جسم على خط مستقيم بحيث يعطى موقعه y في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: محمد عمر الخطيب

$$y = t^2 - 10t + 12 \quad \text{حيث } y \text{ بالقدم, } t \text{ بالثانية}$$

فأوجد:

1) إزاحة الجسم خلال أول 10 ثواني.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

2) السرعة المتوسطة للجسم في الفترة [2,5]

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

3) معدل السرعة عند الثانية الثالثة.

4) متى تعدد سرعة الجسم.

5) ما قيمة التسارع في أي لحظة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

6) صف حركة الجسم (متى يتحرك لليمين ومتى لليسار، متى يكون متسارعاً ومتى متباطئاً)

t	
إشارة $v(t)$	
إشارة $a(t)$	

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث يعطى موقعه S في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: محمد عمر الخطيب

$$S(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 2 \quad \text{الأمتار، } t \text{ بالثانية}$$

(1) اوجد السرعة المتوسطة خلال الفترة $[1, 4]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(2) ادرس إشارة السرعة:

t	
إشارة ($v(t)$)	

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) ادرس إشارة التسارع:

t	
إشارة ($a(t)$)	

(4) أكمل الجدول ثم صف حركة الجسم:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

t	
إشارة ($v(t)$)	
إشارة ($a(t)$)	
وصف الحركة	

(1) جسم يتحرك في خط مستقيم بحيث أن : $s = t\sqrt{t} + 6t$ المسافة بالأمتار و t الزمن بالثانية

بالثانية

أ) اوجد تسارع هذا الجسم عندما تكون سرعته 12 m/sec .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ب) متى يكون الجسم متتسارعا ومن يكون متباطئاً:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) تتحرك سيارتان على خط مستقيم بحيث يعطى موقعها في اي لحظة $t \geq 0$ بالداللين

موقع السيارة الأولى a : $s_a = 3t^2 + 2t + 2$

موقع السيارة الثانية b : $s_b = t^2 + 8t$ حيث t الزمن بالثاني ، s بالأمتار

اوجد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أ) الزمن الذي تكون عندها السرعة اللحظية للسيارتان متساوية

ب) اي السيارات لها تسارع اكبر عند $t = 2$

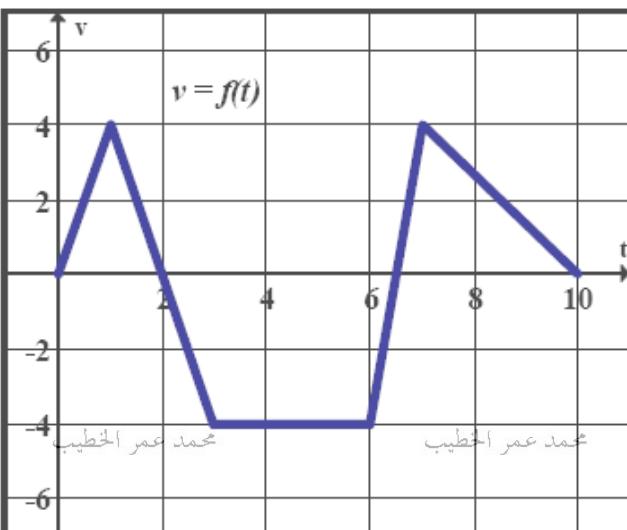
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مستخدما الرسم المحاور الذى يمثل السطحة المتجهة لجسم يتحرك على خط مستقيم محمد عمر الخطيب



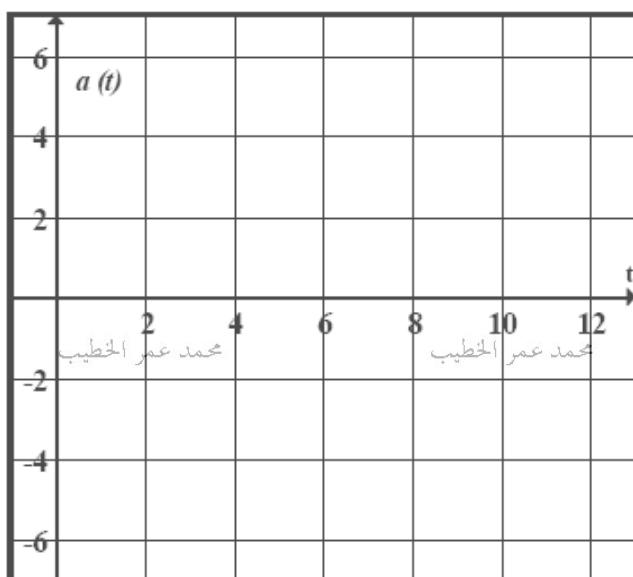
اجب عما يلي

(1) اكتب الفترة التي يتحرك فيها الجسم

لليمين وال فترة التي يتحرك فيه لليسار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

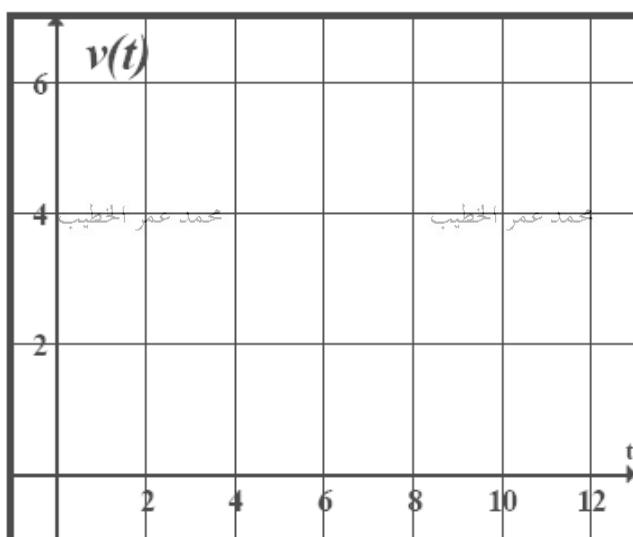


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) ارسم دالة التسارع ثم اكتب الفترة التي

ينعدم فيها التسارع



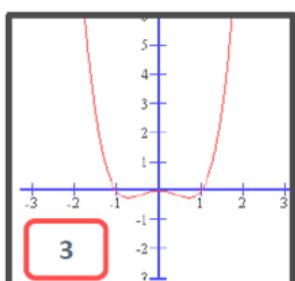
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

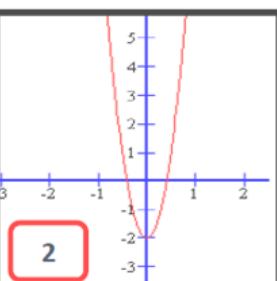
(3) ارسم الدالة التي تعبر عن سرعة الجسم

محمد عمر الخطيب

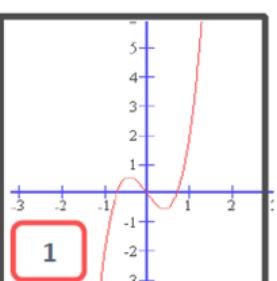
(1) في الشكل المقابل أيًّا من المنحنيات يمثل:



3



2



1

دالة الموضع (الازاحة)

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.

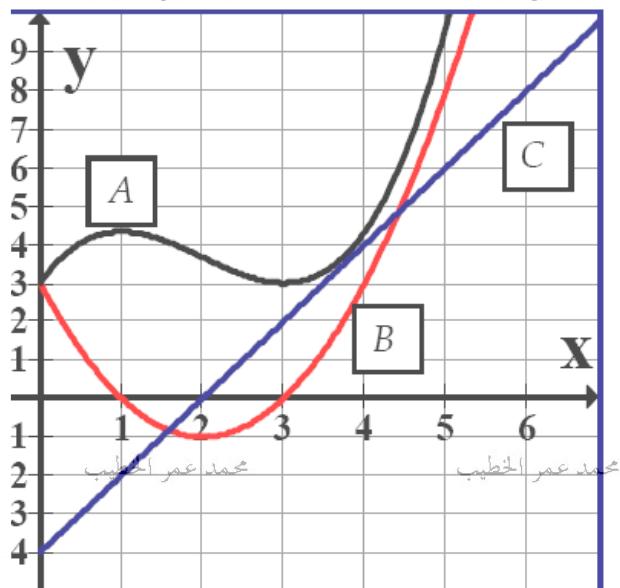
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) في الشكل المقابل أيًّا من المنحنيات يمثل:



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

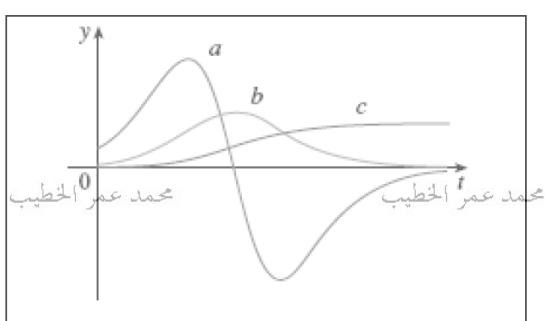
محمد عمر الخطيب

دالة الموضع. (الازاحة)

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع

(3) في الشكل المقابل أيًّا من المنحنيات يمثل:



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

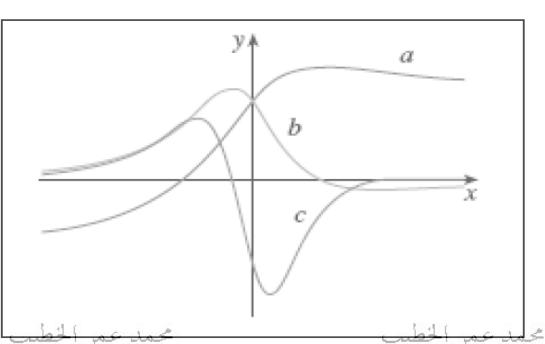
محمد عمر الخطيب

دالة الموضع. (الازاحة)

محمد عمر الخطيب

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: معدل التغير = المشقة

(1) في بستان فاكهة به أشجار خوخ، وجد أن الكمية P من الخوخ السليم بالكيلو غرام تتبعها شجرة متوسطة الإنتاج يتوقف على عدد الكيلو غرامات x من المبيد الحشري المستخدم لرش الشجرة حسب العلاقة:

محمد عمر الخطيب

$$P(x) = 300 - \frac{100}{x}$$

محمد عمر الخطيب

أوجد معدل التغير لإنتاج الشجرة عند استخدام 4 كيلو من المبيد الحشري.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) تشير دراسة بيئية لأحد المدن أن تركيز أول أكسيد الكربون في الهواء يعطى بالعلاقة:

$$Q(t) = 0.05t^2 + 0.1t + 3.4$$

حيث Q تcas بالجزء من المليون ، t تcas بالسنوات

أوجد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أ) متوسط التغير في تركيز أول أكسيد الكربون في الفترة [1, 10]

ب) معدل التغير في تركيز غاز أول أكسيد الكربون بعد 3 سنوات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استأجر أعضاء أحد النوادي بركة سباحة لمدة 10 سنوات. وتم تقسيم الإيجار بالتساوي على الأعضاء المساهمين. وكان هناك 80 عضواً. حيث إيجار البركة 8000 درهم سنوياً. فإذا كان عدد الأعضاء يتزايد بمعدل 20 عظواً في السنة وإيجار البركة يتزايد بمعدل 1000 درهم سنوياً. ما المعدل اللحظي للتغير في نصيب كل واحد من الأعضاء المشاركين من إيجار بركة السباحة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) قسم أعضاء أحد النوادي لإيجار خيمة بالتساوي على عدد الأعضاء. فإذا كان هناك 65 عضواً وكان إيجار الخيمة 250 درهم سنوياً. فإذا كانت قيمة الخيمة تتزايد بمعدل 10 درهم كل سنة وأعضاء النادي يتزايد بمعدل 6 أعضاء سنوياً.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد معدل التغير في نصيب كل عضو من قيمة إيجار الخيمة السنوي.

(3) مزرعة دواجن تحتوي على 290 دجاجة تبيض كل دجاجة 8 بيضات أسبوعياً. أراد صاحب المزرعة أن يزيد من عدد دجاج المزرعة بمعدل 20 دجاجة أسبوعياً. وقد كان المتوسط الأسبوعي للبيض بعد التحسين 3.5 بيضة أسبوعياً لكل دجاجة.

أوجد المعدل اللحظي في الإنتاج الأسبوعي من البيض بعد التحسين.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مشتقات الدوال المثلثية

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx} \csc x = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$$

(استخدم قواعد الاشتقاق).

محمد عمر الخطيب

إذا كان: $y = \tan x$ فثبت أن: $\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$

محمد عمر الخطيب

(1) $y = 1 + x - \cos x$

(2) $y = \tan x - \sin \frac{\pi}{2}$

(3) $y = \sin x + \cot x - \frac{2}{x}$

(4) $y = \sin x \cos x$

(5) $y = x^3 \tan x$

(6) $y = \frac{x}{1 + \cos x}$

(1) $y = \sin^2 x + \cos^2 x$

(2) $y = \frac{\sin x}{\sec x + x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $y = \frac{x}{1 + \cot x}$

(5) $y = \frac{\csc x}{x^2 - 1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y = \frac{-2}{1 + \sec x}$$

$$(2) \quad y = \frac{\cot x}{x} - \sec x$$

$$(3) \quad y = \frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{\sec x}$$

$$(4) \quad y = (3x^2 + 1)\cot x$$

فأوجد:

(1) $\frac{d^2y}{dx^2}$

(2) $\frac{d^{10}y}{dx^{10}}$

(3) $\frac{d^{263}y}{dx^{263}}$

(4) $\frac{d^{801}y}{dx^{801}}$

(5) $\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}} \quad \frac{d^{502}y}{dx^{502}}$

(6) $\frac{d^{1000}}{dx^{1000}} \left(\frac{d^{404}y}{dx^{404}} \right)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\text{إذا كان: } y = \sec x \text{ فاوجد } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ محمد عمر الخطيب}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = x \sin x + \cos x \text{ إذا كانت: } (2)$$

$$xf''(x) + xf'(x) - 2f'(x) = 0 \text{ فاثبت أن: }$$

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $f(x) = \sin x + \cos x$

أوجد :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - 1}{x}$$

$$(3) \frac{d^{203}}{dx^{203}} f(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x)$$

محمد عمر الخطيب

$$g(x) = \begin{cases} \sin x & , x \geq \pi \\ ax + b & , x < \pi \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت :

أوجد قيمة كل من الثابتين a, b بحيث تكون الدالة $g(x)$ قابلة للاشتاقاق عند $x = \pi$.

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ أوجد معادلة المماس للدالة: } y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \text{ عند } x = \frac{\pi}{2}$$

محمد عمر الخطيب

قاعدة السلسلة

قاعدة السلسلة الأولى

(الشكل الأول)

$$\frac{d}{dx} [f(x)]^n = n \times [f(x)]^{n-1} f'(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(الشكل الثاني)

$$\frac{d}{dx} [f(g(x))] = f'(g(x)) \times g'(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

قاعدة السلسلة الثانية

(الشكل الأول)

$$y = f(u) , u = g(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(الشكل الثاني)

$$y = f(t) , x = g(t)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

المعادلات البارمترية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدالة العكسيّة

$$\frac{d}{dx} [f^{-1}(x)] = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

او

حيث $g(x) = f^{-1}(x)$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} [g(x)] = \frac{1}{f'(g(x))}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوْجَد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = (x^2 + 3)^5$

(2) $y = \frac{3}{(x^3 - 5x + 8)^3}$

(3) $y = (2x + 1)^5 (2x - 1)^5$

(4) $y = x^5 (4x - 1)^3$

(5) $y = \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 4}\right)^3$

(6) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 1}$

(7) $y = (\sin x - x)^5$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = \sin^2 x$

(2) $y = \sec^5 x$

(4) $y = \sin(\cos 4x)$

(5) $y = \cos(\sqrt{x} + 1)$

(6) $y = \sin^2(2x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = \cot^2 x^3$

(2) $y = x \cos^2 x$

(3) $y = \cos\left(\frac{1}{\cos x}\right)$

(5) $y = x \sqrt{\sin x}$

(6) $y = \sqrt{\tan x^2 + 2}$

محمد عمر الخطيب

(4) $y = \frac{2}{\cot(\sin x)}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي: (1)

(a) $y = u^2 + \cos u$, $u = x^2 - 2$

(b) $y = u^5$, $u = x^2 + \tan x$

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي عند النقطة المشار إليها: (2)

(a) $y = u^2 + \frac{1}{\cos x}$, $u = \pi x^2$, $x = \frac{1}{2}$

(b) $y = u^3 + u$, $u = \cos 3w$, $w = 5x - 10$, $x = 2$

(c) $y = u^2 - \frac{8}{u}$, $u = 2x\sqrt{x}$, $y = 0$

$$\frac{dy}{dx} = t^3 + 2\sqrt{t}, \quad x = t^2 + 1$$

(1) اذا كانت : محمد عمر الخطيب

$$t = 0 \text{ عند } \frac{dy}{dx} \text{ اوجد . } y = \tan(t + \frac{\pi}{4}), \quad x = 3t^2 - t$$

(2) اذا كانت : محمد عمر الخطيب

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{3} \text{ و } x = 1 \text{ عندما } \frac{dy}{dt} \text{ احسب قيمة } y = x^2 + 7x - 5$$

(3) لتكن : محمد عمر الخطيب

بفرض أن الدوال: $f(x)$, $g(x)$ ومشتقاهما لهم القيم التالية عند $x = 2$ محمد عمر الخطيب

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	2	-4

أوجد $(2) h'(2)$ في الحالات التالية

$$(1) \quad h(x) = 4f(x) + g(x) \quad \text{محمد عمر الخطيب}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad h(x) = f^3(x) + \frac{1}{g(x)} \quad \text{محمد عمر الخطيب}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad h(x) = \sqrt{f(x) + 2g(x)} \quad \text{محمد عمر الخطيب}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad h(x) = f(g(x)) \quad \text{محمد عمر الخطيب}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	3	7	4	6
4	2	-5	9	-3

أوجد $h'(x)$ عند القيمة المشار إليها:

(1) $h(x) = f(\sqrt{x})$

$x = 4$

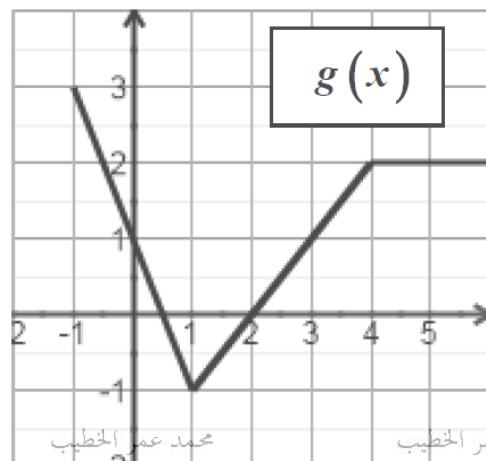
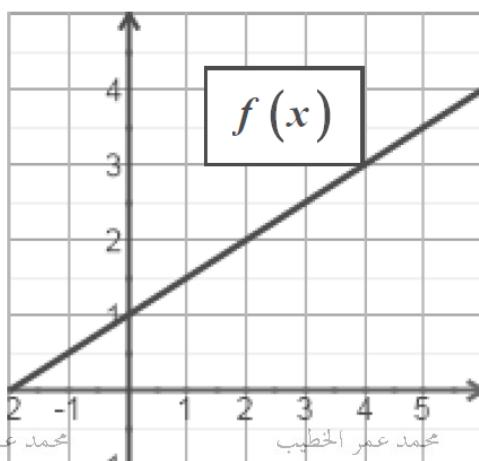
(2) $h(x) = f(g(x))$ $x = 2$

(3) $h(x) = f^3(x^2)$ $x = 2$

(4) $h(x) = \sqrt[3]{g(x) + 9x}$ $x = 2$

(5) $h(x) = f^{-1}(x)$ $x = 1$

الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة $f(x), g(x)$. استناد من ذلك لايجاد.



(1) اوجد $h'(0)$ حيث

$$h(x) = f(g(x))$$

$$h(x) = g(g(x))$$

(2) اوجد $h'(2)$ حيث

$$h(x) = g(f(x))$$

(3) اوجد $h'(1)$ حيث

$$h(x) = f^{-1}(x)$$

(4) اوجد $h'(3)$ حيث

$$(1) \text{ اذا كان } x = 1 \text{ و كان } f'(-2) = 1 \text{، فاوجد } \frac{dy}{dx} \text{ عند } x = 1 \text{ لـ } y = f(x^2 + g(x))$$

$g(-2)$	$f'(3)$	$g'(-2)$
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
-1	-4	2

او جد

محمد عمر الخطيب

 $h(x) = f(x^2 + g(x))$

محمد عمر الخطيب

(2) اذا علمت ان:

محمد عمر الخطيب

$$(3) \text{ اذا علمت ان : } h(x) = 2x^2 + 1 \text{ حيث } f'(1) = 4 \text{، فاوجد } f(x) = x^3 g(x) + h(g(x)) \text{ محمد عمر الخطيب}$$

$g(1)$	$g'(1)$
1	4

$$(4) \text{ اذا كانت } f(x) = x^3 + 4x - 1 \text{، فاوجد } g(x) = f^{-1}(x) \text{ و كانت } g'(-1) = 2 \text{ محمد عمر الخطيب}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\text{إذا كان } f'(3) = 2x^3 - 3x + 1 \text{ فأوجد } f\left(\frac{1}{x}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{f(x)} - 3 & y &= u^3 - 5u \\ \text{وكان } x &= 1 \text{ عند } \frac{dy}{dx} & f(1) &= 1 & f'(1) &= 2 \end{aligned} \quad (3)$$

محمد عمر الخطيب

$$t = \frac{\pi}{4} \text{ عندما } \frac{dx}{dv} \text{ فإذا كانت } x = \sec t \quad (1)$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

(2) إذا كان $y = 0$ عند $\frac{dy}{dx}$ وجد $t = \cos y + \tan y$ وكانت $x = \sqrt{t+3}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{3} \text{ عندما } x = 1 \text{ و } \frac{dy}{dt} \text{ احسب قيمة } y = x^2 + 7x - 5 \text{ : لتكن : } (3)$$

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + a}$ وكان $f'(3) = \frac{4}{9}$ فما هي قيمة a ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $f(x) = (a + 3x)^2$ فما هي قيمة a ؟

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 12$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

لتكن:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \cos 2x & , x \geq \frac{\pi}{4} \\ a + bx & , x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

دالة قابلة للاشتقاق عند $x = \frac{\pi}{4}$ فما هي قيمة كل من a, b ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $h(x)$ عند $x = 0$ حيث: $h(x) = [f(x)]^4 + 1$

$$f(0) = \frac{1}{2}, f'(0) = \frac{8}{5} \quad \text{وأن: } h(x) = [f(x)]^4 + 1$$

$$t = \frac{\pi}{4} \quad \text{عند}$$

$$\begin{aligned} y &= 4\sqrt{2} \sin t \\ x &= 3\sqrt{2} \cos t \end{aligned}$$

(2) اوجد معادلة المماس لمنحنى الذي معادلته:

(3) اوجد قيم x على المنحنى: $f(x) = x - \sin 2x$ والتي يكون المماس عندها موازياً لمحور السينات.(4) اوجد قيمة x التي يكون يصنع عندها المماس لمنحنى الدالة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية 45° مقدارها

يتحرك جسم على محور السينات حسب العلاقة: $S(t) = 10 \cos(t + \frac{\pi}{4})$ حيث S بالمتر و t بالثانية

أجب عما يلي:

(1) ما الموضع الابتدائي للجسم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) احسب بعد نقطة يصل إليها الجسم من جهة اليمين.

(3) احسب بعد نقطة يصل إليها الجسم من جهة اليسار.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) متى يصل الجسم إلى نقطة الأصل (أول مرة).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) احسب سرعته المتجهة وتسارعه عند زمن الوصول إلى نقطة الأصل

محمد عمر الخطيب

$$x = 3t - t^2$$

محمد عمر الخطيب
إذا كان

$$y = t^3 + 2t$$

$$t = 1 \text{ عندما } \frac{dy}{dx}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\text{أوجد } \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} \right) \text{ كدالة في } t \text{ (بسط إجابتك)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d^2y}{dx^2} \text{ أوجد}$$

محمد عمر الخطيب

الوحدة الثالثة: التفاضل // الدرس السابع: مشتقة الدوال الاسية واللوغارتمية

مشتقة الدوال الاسية

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \times \ln a$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} e^{f(x)} = e^{f(x)} \times f'(x)$$

$$\frac{d}{dx} a^{f(x)} = a^{f(x)} \times f'(x) \times \ln a$$

محمد عمر الخطيب

$$a^x = e^{x \ln a}$$

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدوال اللوغارتمية

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \times \ln a}$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \ln f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a f(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \times \ln a}$$

محمد عمر الخطيب

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

(1) $y = 2e^{-3x}$

(2) $y = e^{x^2 - 1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $y = e^{\sin x}$

(4) $y = 2^{\tan x}$

(5) $y = 3^{\sqrt{x}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوْجَد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

(1) $y = \frac{x^2}{e^{3x}}$

(2) $y = x^2 e^{\cos x} + \ln x$

(3) $y = 5^{2x} + \ln(x^2 - 5x)$

(4) $y = e^{\sqrt{x}} + \ln(2 - \cos x)$

(5) $y = \ln(\sec x + \tan x)$

(6) $y = \ln\left(\frac{1}{x}\right) + \ln(e^{\sec x}) + e^{\ln x}$

(7) $y = x \ln(x) - x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

$$(1) \quad y = x \ln(\sqrt{x^2 + 1}) - (\ln x)^2$$

$$(2) \quad y = e^{\tan x} \ln(x) + e^{2 \ln x}$$

$$(3) \quad y = e^{x^3} + \ln(x \sin x) + e^{e^x}$$

$$(4) \quad y = \sqrt[3]{\ln(x^2 - 1)}$$

$$(5) \quad y = \ln\left(\frac{x + \sin x}{1 - \cos x}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

$$(1) \quad y = \ln(\sqrt{e^x + \sin x} + \sqrt{\sin x}) + \ln(\sqrt{e^x + \sin x} - \sqrt{\sin x})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تذكر ان

$$(2) \quad y = x^x$$

$$a^x = e^{x \ln a}$$

$$(3) \quad y = (\sin x)^{\ln x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad y = x^{\sqrt{x}}$$

محمد عمر الخطيب

(أ) احسب السرعة المتجهة عند أي لحظة

(ب) احسب موقع الزنبرك عندما تتعذر السرعة

$$(2) \text{ اوجد معادلة المماس للدالة } f(x) = 3^{\tan x} \text{ عند } x = \frac{\pi}{4}$$

الاشتقاق الضمني:

تسمى الدالة التي على الصورة $y = f(x)$ دالة صريحة وغير ذلك تسمى علاقة ضمنية

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} g(y) = g'(y) \times \frac{dy}{dx}$$

اشتقاق العلاقات الضمنية

$$(1) \text{ اذا كان: } \frac{dy}{dx} \text{ , اوجد حيث } x^2 + y^2 = 2xy + e^y$$

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ اذا كان: } \frac{dy}{dx} \text{ , اوجد حيث } x^2 y + \ln y = xy + 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب اوجد $e^{x^2y} - e^y = x$ (1)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب اوجد $e^{4y} - \ln(y^2 + 3) = 2x$ (2)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب اوجد $x \cos(x + y) - y^2 = 8$ (3)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب حيث $x^2 = \frac{x-y}{x+y}$ (4)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان $\frac{d^2y}{dx^2} = 1$ عند $(0, -1)$. محمد عمر الخطيب أوجد، محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $x^2 + y^2 = 25$ ، فأثبت أن: $(y')^2 + yy'' + 1 = 0$. محمد عمر الخطيب

(3) إذا كانت $x^2 + y^2 = 1$ ، فأثبت أن: $y^3y'' + 1 = 0$. محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت $xy'' + 2y' = 3$ فأثبت أن $6x^2 + 5 = 4xy$ محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $2y' + x(y + y'') = 0$ ، فأثبت أن $xy = \sin x$ محمد عمر الخطيب

(3) إذا كان $x = \tan y$ اثبّت أن $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2 + 1}$ محمد عمر الخطيب

أوجد معادلة المماس لكل من العلاقات التالية عند النقطة المشار إليها:

(1) $y^2 - xy + x = 5$, $(-1, 2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $y = 1 + \cos(\pi x + y)$, $(-1, 0)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\sqrt{xy} = 2$, $(1, 4)$

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد معادلة المماس لكل من العلاقات التالية عند النقطة المشار إليها:

محمد عمر الخطيب

(a) $x^2 - \sqrt{3}xy + 2y^3 = 5$ $x = \sqrt{3}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $2xy + \pi \sin y = 2\pi$, $\left(1, \frac{\pi}{2}\right)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $x \sin 2x = y \cos 2x$, $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد موقع (معادلات) كل المماسات الافقية والرأسية للمعادلة $x^2 + y^2 - y = 3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد ميل الماس لكل منحنى من المنحنيين التاليين عند النقطة $(0,0)$ ثم حدد الزاوية المحصورة بين الماسين

$$(a) \quad y = x\sqrt{x+4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) \quad 2y + x + y^5 = x^5$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد ميل الماس لكل منحنى من المنحنيين التاليين عند نقطة التقاطع ثم حدد الزاوية المحصورة بين الماسين

$$(a) \quad y = x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) \quad y = \frac{1}{x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} , \quad |x| < 1$$

$$\frac{d}{dx} \cos^{-1} x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} , \quad |x| < 1$$

$$\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \cot^{-1} x = \frac{-1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{d}{dx} \sec^{-1} x = \frac{1}{|x| \sqrt{x^2 - 1}} , \quad |x| > 1$$

$$\frac{d}{dx} \csc^{-1} x = \frac{-1}{|x| \sqrt{x^2 - 1}} , \quad |x| > 1$$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(1) $y = \sin^{-1} x^2$

(2) $y = \cos^{-1} e^{2x}$

(3) $y = \tan^{-1} \left(\frac{1}{x^2} \right)$

(1) $y = \sec^{-1} \ln x$

(2) $y = \cot^{-1} \sin x$

(3) $y = \csc^{-1}(\sqrt{x})$

(4) $y = \sin^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)$

(5) $y + \sin^{-1} xy = x$

$$(1) \quad f(x) = \sin^{-1}(2x - 1)$$

$$(2) \quad f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$$

$$(3) \quad f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$$

$$(4) \quad f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \sqrt{\frac{\pi}{4} + \tan^{-1} x}$$

الدوال الزايدية

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

محمد عمر الخطيب

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$$

محمد عمر الخطيب

$$\sec x = \frac{1}{\cosh x}$$

$$\operatorname{csch} x = \frac{1}{\sinh x}$$

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدوال الزايدية

$$\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x$$

$$\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \tanh x = \operatorname{sech}^2 x$$

$$\frac{d}{dx} \cosh x = -\operatorname{csch}^2 x$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sech} x = -\operatorname{sech} x \tanh x$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{csch} x = -\operatorname{csch} x \coth x$$

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدوال الزايدية العكسية

$$\frac{d}{dx} \sinh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\frac{d}{dx} \cosh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\frac{d}{dx} \tanh^{-1} x = \frac{1}{1-x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \coth^{-1} x = \frac{1}{1-x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sech}^{-1} x = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{csch}^{-1} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$$

$$\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad , |x| \geq 1$$

$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad |x| < 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ذكران

$$(a) \sinh^{-1} 1 =$$

$$(b) \cosh^{-1} 2 =$$

$$(c) \tanh^{-1} \frac{1}{2} =$$

(2) اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي: عمر الخطيب

$$(a) y = \sinh x^2$$

$$(b) y = \cosh^4 x$$

$$(c) y = \tanh^{-1}(x^2)$$

$$(d) y = \operatorname{sech} \sqrt{x}$$

$$(e) y = x^2 \cosh^2 x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي: $y = \sinh e^{2x}$

(a) $y = \sinh e^{2x}$

(b) $y = x \cosh x$

(c) $y = \tanh^{-1} \sin x$

(d) $y = \sqrt{\sinh x + 1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) أوجد قانون صريح للدالة $y = \sinh^{-1} x$

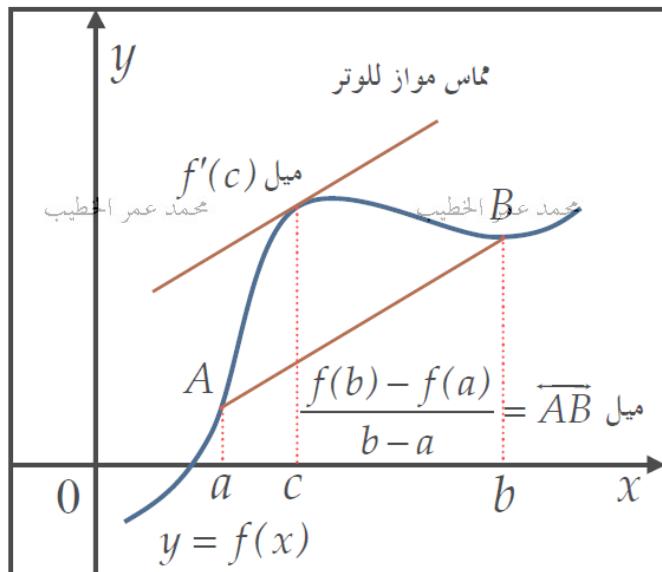
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نظرة القيمة المتوسطة للمشتقات



- إذا كانت الدالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$
- قابلة للاشتغال على الفترة المفتوحة (a, b)
- محمد عمر الخطيب
فإنه توجد نقطة واحدة على الأقل c في الفترة (a, b) يكون عندها

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

غير متصلة على الفترة $[a, b]$ أو غير قابلة للاشتباك على الفترة المفتوحة (a, b)

نظريّة دول

في نظرية القيمة المتوسطة اذا كانت $f(a) = f(b)$ فأن يوجد c على الاقل تتمي الى (a,b) التي تتحقق $f'(c) = 0$ وتسمي نظرية رول

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظات مهمة

إذا كانت f دالة متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتتقاق على (a,b) ويوجد n من الجذور للدالة f في الفترة $[a,b]$ فأن للدالة $f'(x)$ على الأقل $1-n$ من الجذور تنتهي الى (a,b) الفترة

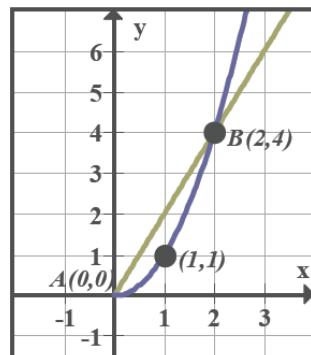
محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

محمد عم الخطيب

(1) بين أن الدالة $f(x) = x^2$ تحقق شروط القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 2]$. ثم أوجد c في المعادلة



$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

على هذه الفترة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) بين أن الدالة $f(x) = x^3 + 1$ تحقق شروط القيمة المتوسطة على الفترة $[-3, 1]$. ثم أوجد قيمة c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) بين أن الدالة $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ تحقق شروط القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 2]$. ثم أوجد قيمة c

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ إذا كانت الدالة } f(x) = x^2 + x + 1 \text{ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة } [0, 4]$$

أثبت أن الدالة f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

$$f'(c) = \frac{f(4) - f(0)}{4} \quad \text{حيث } c \text{ في الفترة } (0, 4)$$

$$(2) \text{ إذا كانت } f(x) = 4 - x + \sin x \text{ حيث } x \text{ تقع في الفترة } [-\pi, \pi]$$

أثبت أن الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على هذه الفترة ثم اوجد قيمة c

$$(3) \text{ إذا كانت } f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases} \text{ بين أن الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة}$$

ثم اجد كل قيمة من c التي تعينها النظرية .

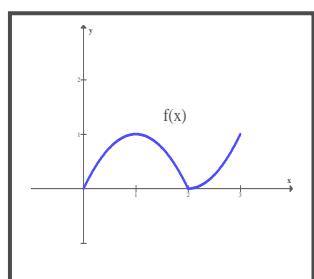
اي من الدوال التالية تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$ مع ذكر السبب: ٢٠١٨/٢٠١٩ // محمد عمر الخطيب

(1) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

(2) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

(3) $f(x) = |x+1|$

(4) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x > 2 \\ 5x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) بفرض أن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[2, 5]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(2, 5)$ محمد عمر الخطيب

أجب عن ما يلي .

(أ) هل $f(x)$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) إذا كانت $f'(x) \leq 2$ من أجل جميع قيم x في الفترة $(2, 5)$. أثبت أن $6 \leq f(5) - f(2) \leq 15$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $f(x) = x^2 + ax$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 3]$ وكان

حيث $c \in (0, 3)$ اوجد

(أ) قيمة الثابت a

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) قيمة الثابت c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اذا كانت $f(x) = x^3 + x^2$ فاوجد قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول على الفترة $[0,1]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت $f(x) = \sin x + \cos x$ فاوجد قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول على الفترة $[0,\pi]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت: $f(x) = x + \frac{4}{x}$ اوجد قيمة c التي تتحقق نظرية رول على الفترة $[1,4]$

محمد عمر الخطيب

(1) اثبّت ان للدالة $f(x) = x^5 + 4x - 1$ لها جذر واحد فقط

محمد عمر الخطيب

(2) اثبّت ان للدالة $f(x) = x^3 + 4x - 3$ لها جذر واحد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اثبّت ان للمعادلة $x^4 + 6x - 1 = 0$ حلان بالضبط

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $\forall x \neq 0 \quad |\sin x| \leq |x|$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $\forall x \neq y \quad |\sin x - \sin y| \leq |x - y|$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a,b) حيث $f(c) = 1$ فأثبتت انه يوجد عدد مثل c على الاقل تتنمي الى (a,b) بحيث $f(a) = a, f(b) = b$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اذا كانت $f(x), g(x)$ دوالاً متصلة على $[a,b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a,b) حيث $f(a) = g(a), f(b) = g(b)$ فأثبتت ان للدالتين مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة (a,b)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تمارين عامة على الوحدة الثانية

اجابات التمارين العامة موجودة

في آخر صفحة بالوحدة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

$$(1) \quad \frac{d}{dx} [e^x \ln x] =$$

(a) $\frac{1}{x} e^x$

(c) $\frac{e^x}{x} + \ln x$

(b) $e^x + \frac{1}{x}$

(d) $\frac{e^x}{x} + e^x \ln x$

$$(2) \quad \frac{d}{dx} [\sin^3 3x] =$$

(a) $3\sin^2 3x \cos 3x$

(b) $6\sin^2 3x \cos 3x$

(c) $3\sin^2 3x$

(d) $6\sin^2 3x$

$$(3) \quad \frac{d}{dx} [x^x] =$$

(a) $x^x \ln x$

(b) $e^x [1 + \ln x]$

(c) $x^x [1 + \ln x]$

(d) $x^x [1 + x]$

$$(4) \quad \frac{d}{dx} [\tan^{-1} x^2] =$$

(a) $\frac{1}{x^4 + 1}$

(c) $\frac{4x^3}{x^4 + 1}$

(b) $\frac{x}{x^4 + 1}$

(d) $\frac{2x}{x^4 + 1}$

$$(5) \quad \frac{d}{dx} [2^{\sin x}] =$$

(a) $2^{\cos x}$

محمد عمر الخطيب

(b) $2^{\sin x} \cos x$

محمد عمر الخطيب

(c) $2^{\sin x} \cos x \ln 2$

(d) $-2^{\sin x} \cos x \ln 2$

$$(6) \quad \frac{d}{dx} [\sqrt{x^2 + 1}] =$$

(a) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

محمد عمر الخطيب

(b) $\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(d) $\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

$$(7) \quad \frac{d}{dx} [\csc^3 3x] =$$

(a) $-3\csc^3 3x \cot 3x$

محمد عمر الخطيب

(b) $-9\csc^3 3x \cot 3x$

محمد عمر الخطيب

(c) $-27\csc^3 3x \cot 3x$

(d) $9\csc^3 3x \cot 3x$

$$(8) \quad \frac{d}{dx} [e^{-\ln x}] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 1

(b) -1

(c) $\frac{1}{x^2}$

(d) $-\frac{1}{x^2}$

$$(9) \quad \frac{d}{dx} \left[\ln(\sqrt{e^x + \sin x} + \sqrt{\sin x}) + \ln(\sqrt{e^x + \sin x} - \sqrt{\sin x}) \right]$$

محمد عمر الخطيب
(a) 1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(b) e

محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) -1

$$(10) \quad \frac{d}{dx} \left[\tanh^{-1} \sin x \right] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\sec x$

(b) $\csc x$

(c) $\sin x$

(d) $\cos x$

$$(11) \quad \frac{d^2}{dx^2} \left[\sin^2 x \right]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-2\cos 2x$ (b) $2\cos 2x$ (c) $-2\sin 2x$ (d) $2\sin 2x$

$$(12) \quad \sinh^{-1} 2 =$$

(a) $\ln \left[2 + \sqrt{5} \right]$

محمد عمر الخطيب

(b) $\ln \left[2 + \sqrt{3} \right]$

محمد عمر الخطيب

(c) $\ln \left[5 + \sqrt{2} \right]$

محمد عمر الخطيب

(d) $\ln \left[\sqrt{5} - 2 \right]$

محمد عمر الخطيب

$$(13) \quad \frac{d}{dx} \left[\ln \sqrt{x^2 + 1} \right] =$$

محمد عمر الخطيب
(a) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(b) $\frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{x}{x^2 + 1}$

(d) $\frac{2x}{x^2 + 1}$

$$(14) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x+h)}{3h} =$$

محمد عمر الخطيب
(a) $3f'(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $-3f'(x)$

(c) $\frac{1}{3}f'(x)$

(d) $-\frac{1}{3}f'(x)$

(15) أي من الدوال التالية قابلة للاشتقاء عند $x=1$
محمد عمر الخطيب

(a) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

محمد عمر الخطيب

(b) $g(x) = |x-1|$

محمد عمر الخطيب
(c) $h(x) = \begin{cases} 2x & , x > 1 \\ x^2 & , x \leq 1 \end{cases}$

(d) $k(x) = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ 3 & , x \leq 0 \end{cases}$

(16) إذا كانت $f(x) = x^5 - 2x$
محمد عمر الخطيب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(1)}{x-1} =$ محمد عمر الخطيب

(a) 3

(b) 20

(c) 0

(d) -2

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{\sqrt{x} - 2} \quad \text{فأن} \quad f'(4) = -8$$

محمد عمر الخطيب
(a) -2

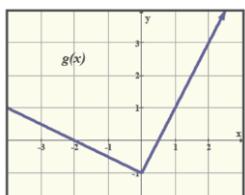
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(b) 2

محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) -32



محمد عمر الخطيب
(a) 0

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
(b) -2

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $-\frac{1}{2}$

(19) ان قيمة x التي يكون عندها المماسان للدالتين $y = x^2 + 1$ ، $y = x$ متوازيان هي

محمد عمر الخطيب
(a) $\frac{1}{2}$

محمد عمر الخطيب
(b) $-\frac{1}{2}$

محمد عمر الخطيب
(c) $\frac{1}{4}$

محمد عمر الخطيب
(d) $-\frac{1}{4}$

(20) اذا كانت $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$ و لها الدالة العكسيّة $g(x)$ فأن $g'(2)$

(a) 1

(b) 2

(c) 4

(d) 8

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(21) اذا كانت $f(3) = 2, f'(3) = -1, f''(3) = 4$ فأن معادلة العمودي على المماس للدالة $g(x)$ عند $x = 3$ هي

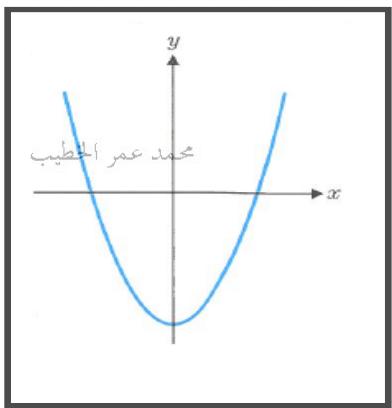
(a) $y = -x + 5$

(b) $y = x - 1$

(c) $y = 4x - 9$

(d) $y = -4x + 1$

(22) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f'(x)$



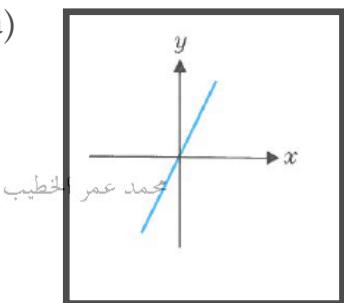
محمد عمر الخطيب

في تحديد بيان الدالة $f(x)$

محمد عمر الخطيب

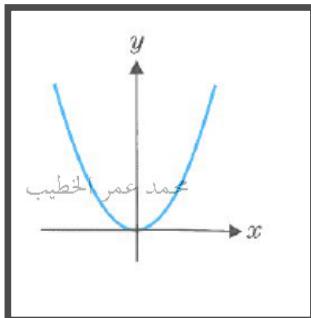
في تحديد بيان الدالة $f(x)$

(a)



محمد عمر الخطيب

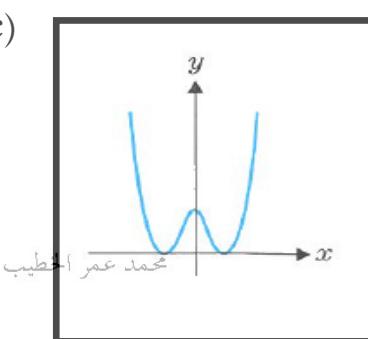
(b)



محمد عمر الخطيب

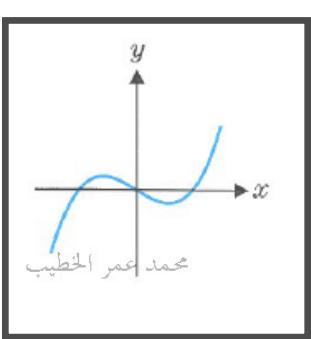
محمد عمر الخطيب

(c)



محمد عمر الخطيب

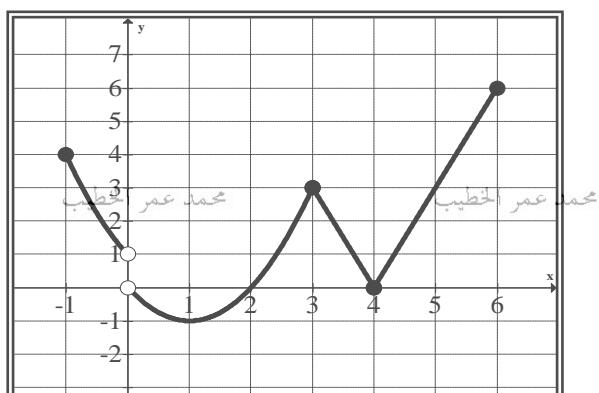
(d)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(23) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في تحديد اي الفقرات التالية صحيحة



(a) الدالة متصلة وقابلة لاستقاق عند $x = 3$

(b) ميل الماس عند $x = 4$ يساوي صفر

محمد عمر الخطيب

(c) معدل التغير عند $x = 5$ يساوي 3

(d) نوع الانفصال عند $x = 0$ يمكن التخلص منه

(24) معادلة المماس للعلاقة $x^2 + 2y^2 = 6$ عند النقطة $(2,1)$ هي

(a) $y = x$

(b) $y = x + 3$

(c) $y = x + 2$

(d) $y = x - 2$

(25) ان قيمة (قييم) c التي تحقق نظرية رول للدالة $f(x) = x + \frac{1}{x}$ على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ هي

(a) $1, -1$

(b) -1

(c) 1

(d) 1.25

(26) اذا كانت $f(x) = a x^2 - 5x$ تحقق نظرية رول على الفترة $[1, 3]$ فان قيمة a هي

محمد عمر الخطيب
(a) $\frac{4}{5}$

محمد عمر الخطيب
(b) $\frac{5}{4}$

محمد عمر الخطيب
(c) $\frac{20}{9}$

محمد عمر الخطيب
(d) $\frac{9}{20}$

(27) موقع المماس الرأسى للعلاقة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ تكون عند

(a) $y = 1$

(b) $y = -1$

(c) $x = 1$

(d) $x = -1$

(28) يسقط جسم من قمة برج وتحدد موقعة الدالة $s(t) = 64 - 16t^2$ حيث t بالثاني و s بالامتار

فأن متوسط السرعة المتجهه في الفترة الزمنية $[1, 2]$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) -48 m / s

(b) 48 m / s

(c) 2 m / s

(d) 1 m / s

(29) ان قيمة k التي يجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ 3x + k & x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتاقاق عند $x = 1$ هي

(a) -3

محمد عمر الخطيب

(b) 3

محمد عمر الخطيب

(c) 2

محمد عمر الخطيب

(d) -2

محمد عمر الخطيب

(30) إذا علمت أن: $f(x), g(x)$ حيث أن كلًا من $f(x) \times g(x) = f(x) + 2g(x)$

دالتن قابلتان للاشتاقاق وأن $f'(1) = 2$ ، $g'(1) = 3$ تساوى

(a) 6

(b) -6

(c) -4

(d) 4

31) إذا كانت $f(x) = x^3 - ax$ تساوي $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3)-f(3)}{h} = 22$ حيث

محمد عمر الخطيب

(a) -5

محمد عمر الخطيب

(b) 49

محمد عمر الخطيب

(c) 1

محمد عمر الخطيب

(d) 5

32) إذا كان منحنى الدالة: $y = 2x^3 - kx + 2$ له مماس افقي عند $x = -1$, فأن قيمة k

تساوي

(a) 6

(b) -6

(c) 0

(d) 2

33) ان الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس لمنحنى الدالة: $y = 2x^2 + 2x$ مع محور السينات الموجب

عند $x = \frac{-3}{2}$ هي

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $\frac{\pi}{4}$

(c) $\frac{3\pi}{4}$

(d) $\frac{2\pi}{3}$

34) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثاني و s بالأمتار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فأن أقصى ارتفاع يصل اليه الجسم هو

(a) $60m$

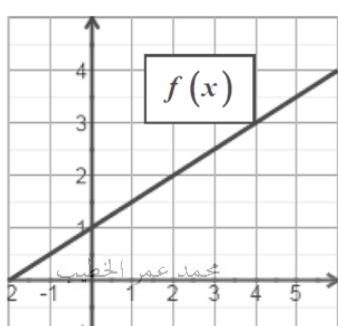
(b) $180m$

(c) $360m$

(d) $120m$

35) إذا كان الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$

فأن $(g'(1))^{-1}$ حيث $g = f^{-1}$ يساوي



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2

(b) 4

(c) 1

(d) -2

$$t = 0 \quad \frac{dy}{dx} \quad \text{عند } t = 0, \quad y = \tan(t + \frac{\pi}{4}) \quad , \quad x = 3t^2 - t \quad \text{اذا كانت : (36)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2

(b) -2

(c) $-\sqrt{2}$

(d) $\sqrt{2}$

(37) يبيع محل ملابس اطفال القطعة بسعر 20 درهم ويبيع سنوياً 25000 قطعة اذا كان السعر القطعة يزداد بمعدل 2 درهم سنوياً وتقصص المبيعات بمعدل 800 قطعة سنوياً فان معدل تغير الايراد السنوي يساوي

(a) 34000 محمد عمر الخطيب

(b) -34000 محمد عمر الخطيب

(c) 50000 محمد عمر الخطيب

(d) 16000 محمد عمر الخطيب

$$(38) \quad \frac{d}{dx} [\sinh x + \cosh x] =$$

(a) 1

(b) e^{-x}

(c) e^x

(d) $2e^x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(39) \quad \text{اذا كانت : } \frac{d^n y}{dx^n} \text{ يعطى بالعلاقة } y = x e^x \quad \text{فأن } \quad \text{محمد عمر الخطيب}$$

(a) $(2n+x)e^x$

(b) $n(1+x)e^x$

(c) $(n+x)e^x$

(d) $(n-x)e^x$

محمد عمر الخطيب

$$(40) \quad \text{اذا كانت : } y = e^{xy} \quad \text{فأن } \quad \frac{dy}{dx} \quad \text{عند النقطة } (0,1) \text{ يساوي } \quad \text{محمد عمر الخطيب}$$

(a) 0

(b) e

(c) -1

(d) 1

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
 يساوي $\frac{d^{2018}y}{dx^{2018}}$ فإن $y = x^3 + \sin x$ (41) اذا كانت :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\sin x$

(b) $-\sin x$

(c) $\cos x$

(d) $-\cos x$

(42) عدد الحلول الحقيقية للمعادلة : $x^5 + 4x - 1 = 0$ هو

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 5

محمد عمر الخطيب
 $x = \frac{\pi}{4}$ دالة قابلة للاشتاقاق عند

محمد عمر الخطيب
 $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos 2x & , x \geq \frac{\pi}{4} \\ a + bx & , x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
 (43) اذا كانت :

فإن قيمة b تساوي

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) -1

محمد عمر الخطيب

(44) ان الزاوية المحصورة بين المستقيم $y = x$ والمماس المرسوم للدالة $y = \frac{1}{x}$ عند النقطة $(1,1)$ تساوي

(a) 45°

(b) 90°

(c) 180°

(d) 135°

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب
 (45) ان اذا كان $x = \tan y$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

(a) $\frac{1}{x^2 + 1}$

(b) $\frac{x}{x^2 + 1}$

(c) $\frac{1}{y^2 + 1}$

(d) $\frac{y}{y^2 + 1}$

(46) يتم وصف حركة زنبرك معين بالدالة $f(t) = e^{-t} \cos t$ فأن اول مرة تتعدم السرعة عند الموقع

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{3\pi}{4}}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{3\pi}{4}}$

(c) $-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{3\pi}{4}}$

(d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}e^{\frac{3\pi}{4}}$

(47) اذا كانت $f(x) = x^2 + ax$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$ وكان $f'(c) = 1$

حيث $c \in (0,3)$ فأن قيمة a تساوي

(a) 2

(b) -2

(c) 1

(d) -1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب (48) اذا كان $y = u^2 - \frac{8}{u}$ تساوي $y = 0$ عند $u = 2x\sqrt{x}$

(a) 8

(b) 18

(c) 24

(d) 48

(49) اذا كانت $f(\frac{1}{x}) = 4x^3 - 7x + 1$ فأن $f'(2)$ تساوي

(a) 1

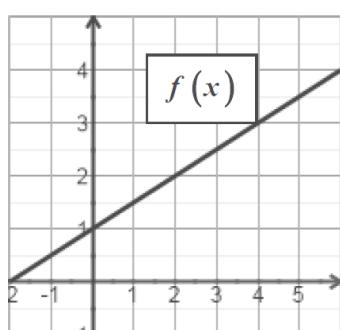
(b) -1

(c) -4

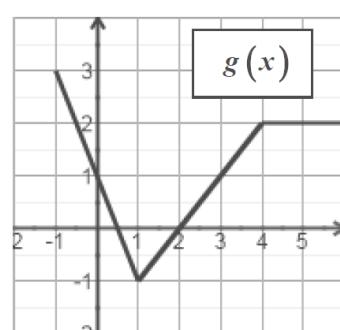
(d) 4

محمد عمر الخطيب

(50) الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة $f(x), g(x)$



محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حيث $h'(0) = f(g(0))$ فأن $h(x) = f(g(x))$

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

1	D	11	B	21	B	31	D	41	B
2	B	12	A	22	D	32	A	42	A
3	C	13	C	23	C	33	C	43	B
4	D	14	D	24	B	34	B	44	B
5	C	15	D	25	C	35	A	45	A
6	A	16	B	26	B	36	B	46	C
7	B	17	D	27	A	37	A	47	B
8	D	18	C	28	A	38	C	48	B
9	A	19	A	29	D	39	C	49	A
10	A	20	B	30	B	40	D	50	D

إنتهت الوحدة الثالثة بحمد الله

واعذر للجميع عن أي تقصير أو خطأ.

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب