

اوراق عمل

مادة

الرياضيات

الفصل الدراسي الأول

الصف الثاني عشر متقدم

2019/2018

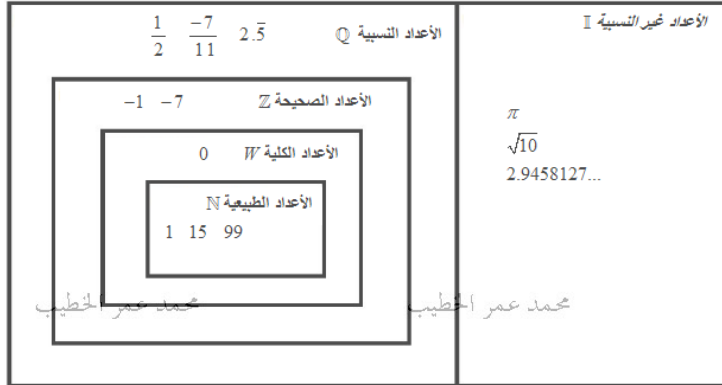
مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

1-1 كثيرات الحدود والدوال النسبية**2-1** الدوال العكسية**3-1** الدوال المثلثية والدوال المثلثية العكسية**4-1** الدوال الأسية واللوغاريتمية**5-1** تحويلات الدوال**الوحدة الثانية : النهايات والاتصال****1-2** المماسات وطول المنحنى**2-2** مفهوم النهاية**3-2** حساب النهايات**4-2** الاتصال ونتائجه**5-2** النهايات التي تتضمن اللانهاية: خطوط التقارب**6-2** التعريف الرسمي للنهاية**الوحدة الثانية : التفاضل****1-3** المماسات والسرعة المتجهة**2-3** الاشتقاق**3-3** حساب المشتقات : قاعدة القوى**4-3** قاعدة الضرب والقسمة**5-3** قاعدة السلسلة**6-3** مشتقات الدوال المثلثية**7-3** اشتقاق الدوال الأسية والدوال المثلثية اللوغاريتمية**8-3** الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة**9-3** دوال القطع الزائد**10-3** نظرية القيمة المتوسطة

الأعداد الحقيقية

الأعداد الحقيقية \mathbb{R}



وصف المجموعات الجزئية للأعداد الحقيقية $R = (-\infty, \infty)$

إذا كانت a, b أعداد حقيقية حيث $a < b$ فإن:

التمثيل البياني على خط الأعداد	الفترة	المتباينة	رمز بناء المجموعة	
	(a, b)	$a < x < b$	$\{ x \mid a < x < b, x \in R \}$	1
	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$	$\{ x \mid a \leq x \leq b, x \in R \}$	2
	$(a, b]$	$a < x \leq b$	$\{ x \mid a < x \leq b, x \in R \}$	3
	$[a, b)$	$a \leq x < b$	$\{ x \mid a \leq x < b, x \in R \}$	4
	(a, ∞)	$a < x$	$\{ x \mid a < x, x \in R \}$	5
	$[a, \infty)$	$a \leq x$	$\{ x \mid a \leq x, x \in R \}$	6
	$(-\infty, b)$	$x < b$	$\{ x \mid x < b, x \in R \}$	7
	$(-\infty, b]$	$x \leq b$	$\{ x \mid x \leq b, x \in R \}$	8
	$(-\infty, \infty)$	$-\infty < x < \infty$	$\{ x \mid -\infty < x < \infty, x \in R \}$	9

	التمثيل البياني على خط الأعداد	الفترة	المتباينة	رمز بناء المجموعة
1				$\{ x \mid -1 < x < 1, x \in R \}$
2			$-2 \leq x < 5$	
3		$[3, \infty)$		
4				$\{ x \mid x < -1 \text{ or } 2 \leq x, x \in R \}$

المتباينات:

حل المتباينات التالية:

(1) $2x - 4 \leq 5x + 8$

(2) $-2 < 2x - 4 \leq 2$

(3) $5 \leq 2 - 3x$, $2x + 7 > 9$

$$(1) x^2 - x - 6 \leq 0$$

$$(2) \frac{x-1}{5-x} \leq 0$$

$$(3) \frac{x^2 - 4}{x} > 0$$

$$(4) |2x - 6| \leq 8$$

$$(5) \left| \frac{8}{x-1} \right| \leq 4$$

تذكر ان

اذا كان $a > 0$ فان

$$(1) |x| = a \Leftrightarrow x = a, x = -a$$

$$(2) |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

$$(3) |x| \geq a \Leftrightarrow x \leq -a, x \geq a$$

لتكن $P_1(-1,3), P_2(2,7)$ اوجد

(1) المسافة بين النقطتين

$$d(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(2) احداثي منتصف القطعة المستقيمة

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

(5) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة P_1 ويوازي المستقيم الذي معادلته $2x + y + 5 = 0$

$$m_1 = m_2 \iff \text{متوازيان } \vec{L}_1, \vec{L}_2$$

$$m_1 = -\frac{1}{m_2} \iff \text{متعامدان } \vec{L}_1, \vec{L}_2$$

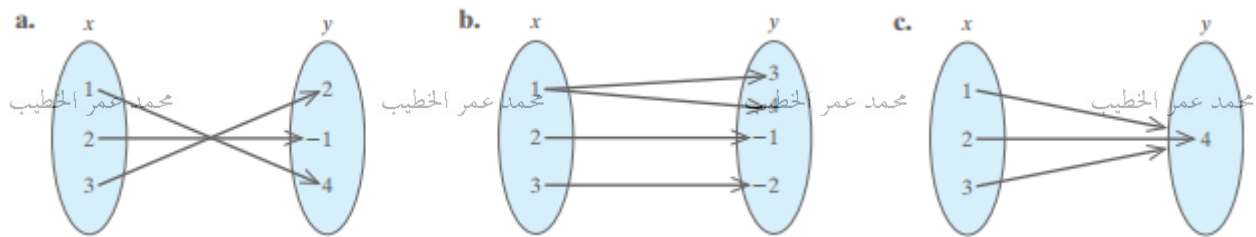
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) معادلة المستقيم العمودي على المستقيم الذي يمر بالنقطتين عند احداثي المنتصف

الدالة: هي علاقة بحيث ان لكل عنصر في المجال صورة واحدة فقط في المدى .

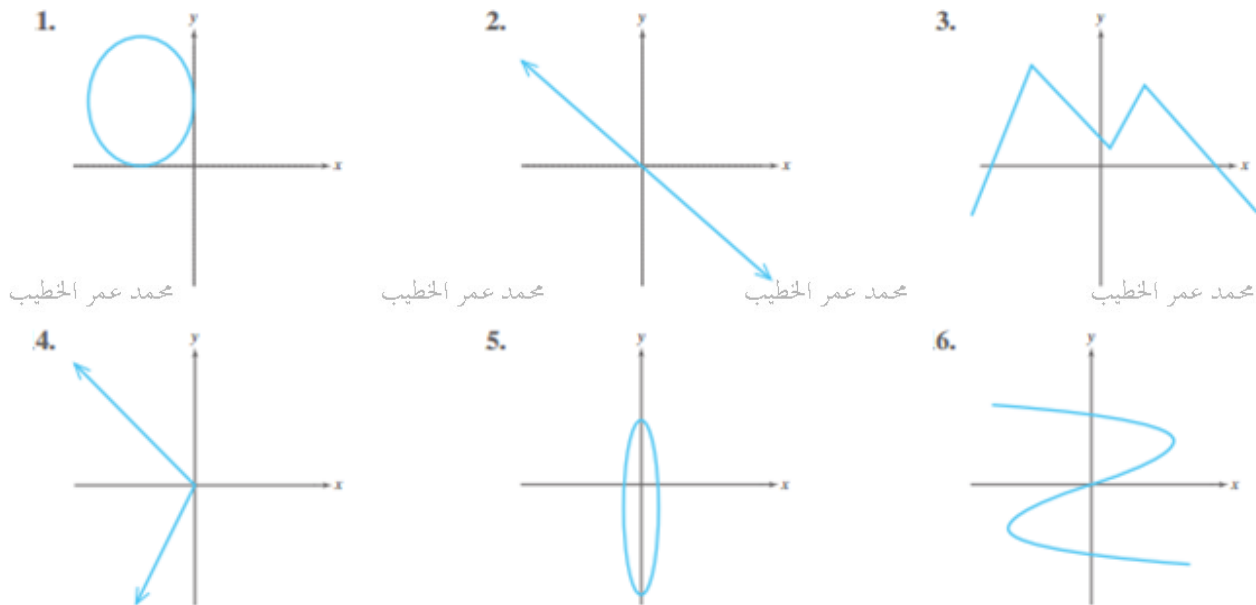
(1) اي من العلاقات التالية هي دالة



اختبار الخط العمودي (الرأسي)

اذا قطع اي خط رأسي العلاقة في نقطة واحدة فان العلاقة تكون دالة .

(2) اي من العلاقات التالية هي دالة :



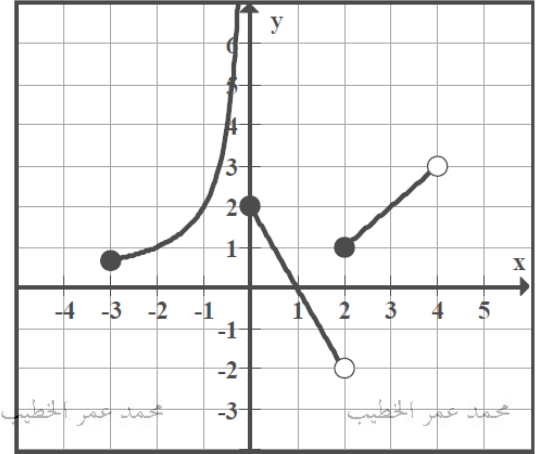
(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية: محمد عمر الخطيب

(a) $f(-1) =$

(b) $f(3) =$

(c) $f(0) =$

(d) $f(2) =$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(e) مجال الدالة $f(x)$

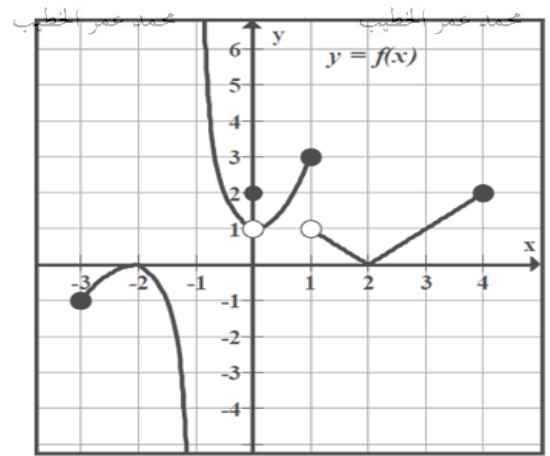
(f) مدى الدالة $f(x)$

(2) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(a) $f(2) =$ محمد عمر الخطيب

(b) $f(0) =$

(c) $f(1) =$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(d) هل الدالة $f(x)$ معرفة عند $x = -1$

(e) مجال الدالة $f(x)$

(f) مدى الدالة $f(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & 5 \leq x < 1 \\ 2x + 3 & , x \geq 1 \end{cases}$$

$$(a) \quad f(-2) =$$

$$(b) \quad f(4) =$$

$$(c) \quad f(1) =$$

(d) مجال الدالة $f(x)$

(2) إذا كانت دالة التكلفة لشراء عدد من الاقلام x تعطى بالدالة : $c(x)$ حيث

$$c(x) = \begin{cases} 5x & 1 \leq x \leq 75 \\ 4x + 75 & 75 < x \leq 150 \\ 3x + 225 & x > 150 \end{cases}$$

(أ) أوجد إجمالي تكلفة شراء 60 قلم.

(ب) أوجد إجمالي تكلفة شراء 100 قلم

(ت) أوجد إجمالي تكلفة شراء 150 قلم.

(ث) أوجد إجمالي تكلفة شراء 200 قلم.

(ج) اكتب مجال الدالة $c(x)$

تذكر أن دالة كثيرة الحدود تكون على الصورة

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

حيث الأسس اعداد صحيحة غير سالبة والمعاملات تنتمي الى مجموعة الاعداد الحقيقية

الدوال النسبية

تذكر أن الدالة النسبية تكون على الصورة

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

حيث $p(x), q(x)$ كثيرات حدود

ملاحظات:

(1) مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية . ما لم يذكر غير ذلك

(2) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{g(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق $g(x) \geq 0$

(3) مجال الدالة $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة

بين مجال $g(x)$ و مجال $h(x)$ عدا اصفار المقام

$$(1) f(x) = x^2 - 5x + 3$$

$$(2) f(x) = \frac{1}{x-3}$$

$$(3) f(x) = \frac{x+2}{2x+8}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) f(x) = \sqrt{2x-6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2-2x-15}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) f(x) = \frac{\sin x}{x} + \frac{x}{x-2}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} e^x + 2 & , -5 \leq x \leq 1 \\ \sin x & , x > 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt[3]{x-1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) f(x) = \frac{\log(5-x)}{\sqrt{x-1}}$$

محمد عمر الخطيب

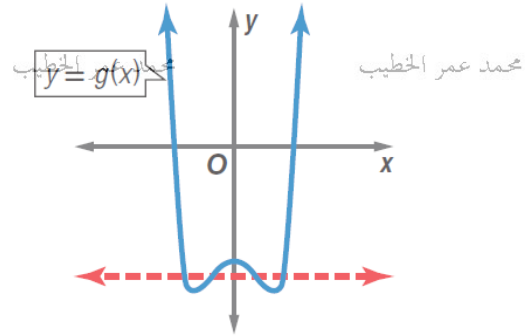
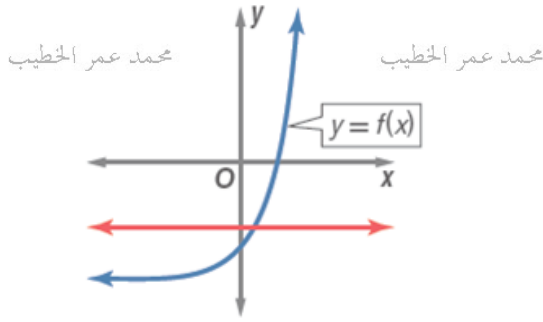
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدالة واحد لواحد

اختبار الخط الافقي

تكون الدالة $y = f(x)$ دالة واحد لواحد اذا كان كل خط افقي يقطع الدالة في نقطة واحدة فقط



الدالة العكسية

تسمى الدالة $g(x)$ دالة عكسية للدالة $f(x)$ اذا تحقق الشرطان

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

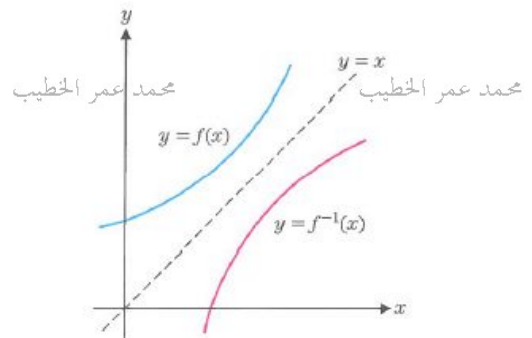
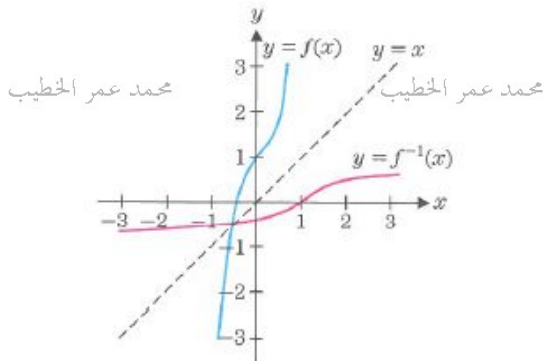
محمد عمر الخطيب

(1) الدالة $f(x)$ دالة واحد لواحد

$$f(g(x)) = x \quad , \quad g(f(x)) = x \quad (2)$$

ويرمز للدالة العكسية للدالة $f(x)$ بالرمز $f^{-1}(x)$

التمثيل البياني للدالة ومعكوسها (الدالة $f(x)$ والدالة العكسية لها متماثلة حول المستقيم $y = x$)



ملاحظة: (1) مجال الدالة $f^{-1}(x)$ هو نفس مدى الدالة $f(x)$ ومدى الدالة $f^{-1}(x)$ هو مجال الدالة $f(x)$

(2) حتى نجد القيد على الدالة العكسية يجب ان نجد مدى الدالة الاصلية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) بين ان الدالة $g(x)$ هي دالة عكسية للدالة $f(x)$

$$(a) f(x) = -6x + 3, \quad g(x) = \frac{3-x}{6}$$

$$(b) f(x) = (x+8)^{\frac{3}{2}}, \quad g(x) = x^{\frac{2}{3}} - 8, \quad x \geq 0$$

$$(3) إذا كانت الدالة $f(x) = \frac{x+4}{x}$ لها الدالة العكسية $g(x) = \frac{a}{x-1}$ فأوجد قيمة الثابت $a$$$

إذا علمت أن الدالة f هي دالة واحد لواحد فاوجد f^{-1} في كل مما يلي مع تحديد أي قيود. الخطيب

(1) $f(x) = 2x - 3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $f(x) = x^3 - 8$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $f(x) = \sqrt{x - 2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا علمت أن الدالة f هي دالة واحد لواحد فاوجد f^{-1} في كل مما يلي مع تحديد أي قيود. الخطيب

$$(1) f(x) = \frac{x-2}{x+1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = x^2 - 4, \quad x \geq 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = x^2 - 4, \quad x \leq 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدوال الدورية

تكون الدالة $f(x)$ دالة دالة دورية وزمنها الدوري T اذا كان:

$$f(x + T) = f(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حيث T اصغر عدد حقيقي موجب يحقق الخاصية

ومن اهم الدوال الدورية هي الدوال المثلثية.

(1) بين ان الدالة $g(x) = \sqrt{x - [x]}$ هي دالة دورية زمنها الدوري 1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) بين ان الدالة $g(x) = \cos x$ هي دالة دورية زمنها الدوري 2π

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

متطابقات القسمة

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

متطابقات المقلوب

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

متطابقات فيثاغورس

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

متطابقات المجموع

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

متطابقات الفرق

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

متطابقات الزاوية المتمة

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec \theta$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc \theta$$

متطابقات الاشارة

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

متطابقات نصف الزاوية

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

متطابقات الجمع الى الضرب

$$\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

متطابقات الضرب الى الجمع

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

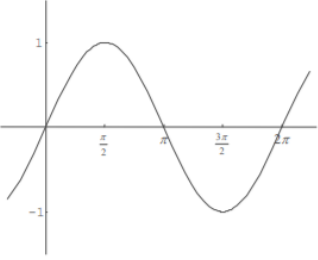
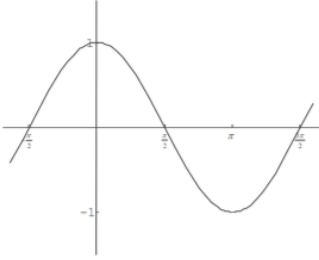
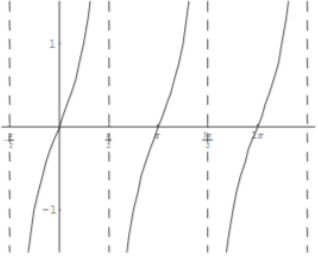
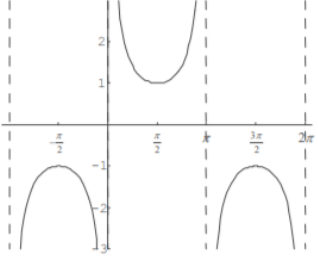
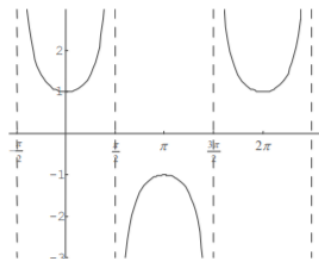
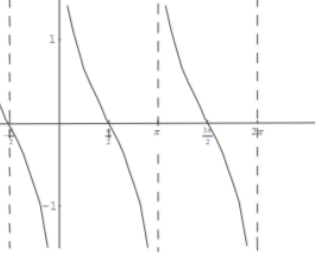
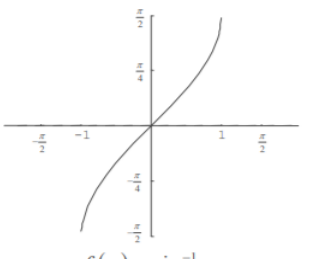
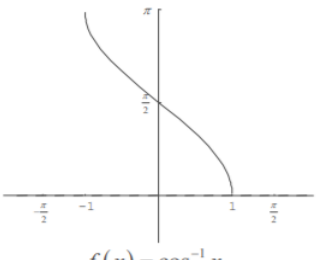
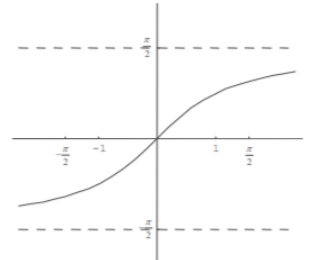
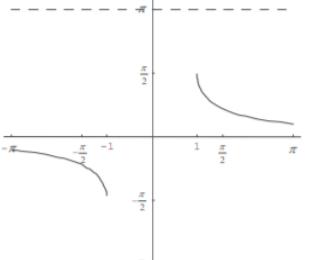
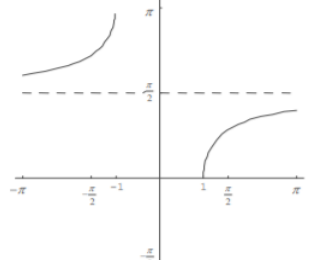
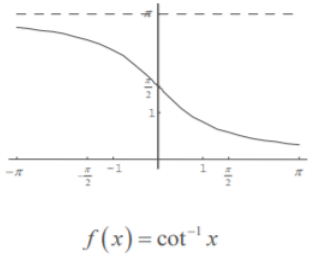
$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

$$\csc^{-1} x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) , \quad \sec^{-1} x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{x}\right) , \quad \cot^{-1} x = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$$

ملاحظة مهمة ⇐

<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $[-1, 1]$ Period: 2π</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \sin x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $[-1, 1]$ Period: 2π</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \cos x$</p>	<p>Domain: $\left(\left(k - \frac{1}{2}\right)\pi, \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi\right)$ Range: $(-\infty, \infty)$ Period: π</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \tan x$</p>
<p>Domain: $((k-1)\pi, k\pi)$ Range: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \csc x = \frac{1}{\sin x}$</p>	<p>Domain: $\left(\left(k - \frac{1}{2}\right)\pi, \left(k + \frac{1}{2}\right)\pi\right)$ Range: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \sec x = \frac{1}{\cos x}$</p>	<p>Domain: $((k-1)\pi, k\pi)$ Range: $(-\infty, \infty)$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \cot x = \frac{1}{\tan x}$</p>
<p>Domain: $[-1, 1]$ Range: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \sin^{-1} x$ $f(x) = \arcsin x$</p>	<p>Domain: $[-1, 1]$ Range: $[0, \pi]$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \cos^{-1} x$ $f(x) = \arccos x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \tan^{-1} x$ $f(x) = \arctan x$</p>
<p>Domain: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ Range: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right], y \neq 0$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \csc^{-1} x$ $f(x) = \operatorname{arccsc} x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ Range: $[0, \pi], y \neq \frac{\pi}{2}$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \sec^{-1} x$ $f(x) = \operatorname{arcsec} x$</p>	<p>Domain: $(-\infty, \infty)$ Range: $(0, \pi)$</p>  <p>محمد عمر الخطيب $f(x) = \cot^{-1} x$ $f(x) = \operatorname{arccot} x$</p>

(1) اوجد السعة والدورة والتكرار للدالة : $y = -3\sin 2x$

$$y = A\sin Bx$$

$$y = A\cos Bx$$

$|A|$: السعة

الدورة: $\frac{2\pi}{|B|}$

التكرار: $\frac{|B|}{2\pi}$

محمد عمر الخطيب

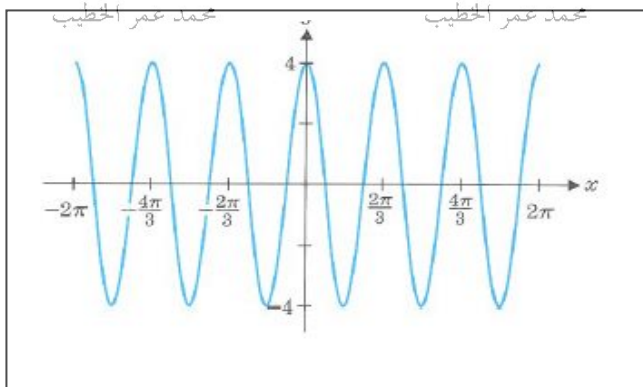
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد السعة والدورة والتكرار للدالة : $y = 4\cos(6\pi x - \frac{\pi}{2})$

(3) اوجد السعة والدورة للدالة : $y = A\cos Bx$

ثم اكتب قاعدة الدالة.



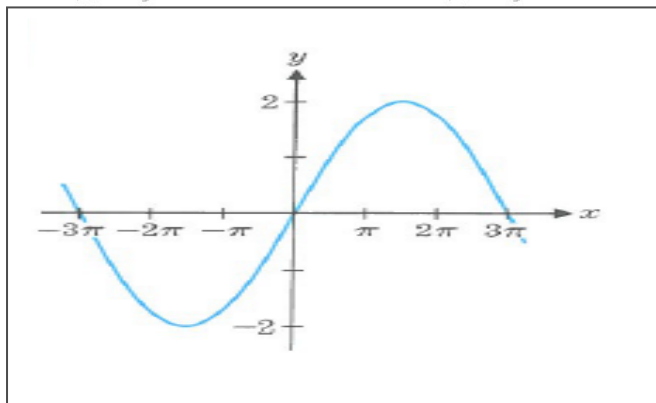
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اعتمد على الشكل المجاور لكتابة قاعدة الدالة.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة:

(1) راجع الرسومات البيانية للتعرف على مجال ومدى الدوال المثلثية العكسية

(2) كل الزوايا يجب ان تكون بالراديان

(1) اوجد الدالة العكسية للدالة $y = 3\sin(2x - \pi)$ ثم اوجد مجالها ومداهما

$$\sin(\sin^{-1} x) = x, \quad x \in [-1, 1]$$

$$\sin^{-1}(\sin x) = x, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

(2) اوجد الدالة العكسية للدالة $y = -2\cos^{-1}(x+1)$ ثم اوجد مجالها ومداهما

$$\cos(\cos^{-1} x) = x, \quad x \in [-1, 1]$$

$$\cos^{-1}(\cos x) = x, \quad x \in [0, \pi]$$

$$(1) \sin^{-1} - \frac{1}{2}$$

$$(2) \cos^{-1} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(3) \tan^{-1} 1$$

$$(4) \sec^{-1} \sqrt{2}$$

$$(5) \cos(\sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$(6) \csc(\sin^{-1} \frac{2}{3})$$

$$(7) \tan(\cos^{-1} \frac{1}{4})$$

$$(8) \sin(\cot^{-1} - 1)$$

$$(9) \sin^{-1} 1 - \sin^{-1} - 1$$

$$(10) \sin 2 \cos^{-1}(-\frac{3}{5})$$

$$(11) \cos 2 \sin^{-1}(-\frac{3}{5})$$

(1) $\tan(\sin^{-1} x)$

(2) $\sin(\cos^{-1} x)$

(3) $\cos(\cot^{-1} x)$

(4) $\sin 2(\cos^{-1} x)$

(5) $\sin(\sin^{-1} x - \cos^{-1} x)$

حل المعادلات المثلثية التالية (جميع الحلول)

(1) $2\sin x - 1 = 0$

(2) $3\tan x + 4 = 1$

(3) $\sin 2x = 1$

(4) $\cos^2 x + \cos x = 0$

(5) $\sin 2x + \cos x = 0$

(6) $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$

قواعد الأسس

$$1. a^m a^n = a^{m+n}$$

$$2. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. (ab)^m = a^m b^m$$

$$4. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$$

$$5. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0$$

$$6. a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a \neq 0$$

$$7. a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

$$8. a^0 = 1, a \neq 0$$

$$9. a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

الدالة الأسية:

هي الدالة التي تكون على الشكل التالي: $f(x) = a \times b^x$ حيث a عدد حقيقي غير الصفر

وأن $b \neq 1, b > 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
الدالة الأسية الطبيعية

$$f(x) = e^x$$

حيث e يسمى العدد الطبيعي وهو عدد غير نسبي يساوي تقريبا $e \approx 2.718$

$$e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 2.718281828... , e^a = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right) =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right) =$$

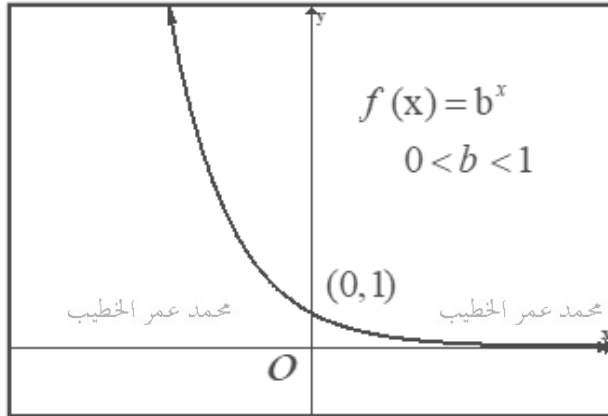
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

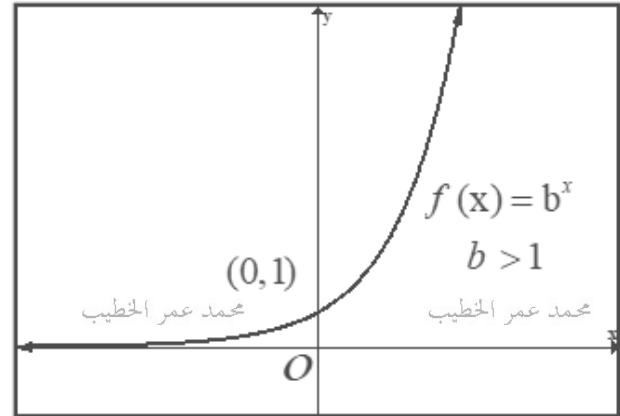
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

التضاؤل الأسّي



النمو الأسّي

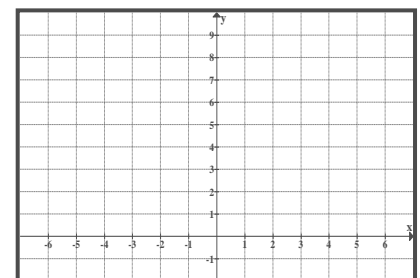


$f(x) = b^x$ $0 < b < 1$	الدالة
	المجال :
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
	المدى
	التقاطع مع محور السينات
	التقاطع مع محور الصادات

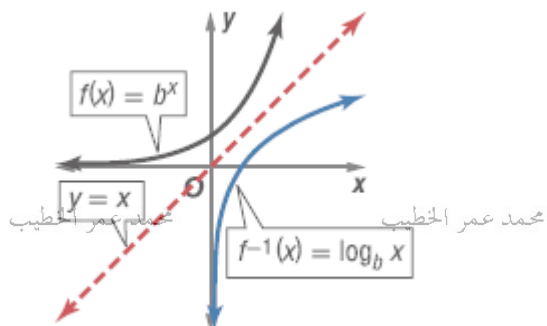
$f(x) = b^x$ $b > 1$	الدالة
	المجال :
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
	المدى
	التقاطع مع محور السينات
	التقاطع مع محور الصادات

مثل الدالة $f(x) = 2^x$ بيانيا . موضحاً المجال والمدى ونقاط التقاطع مع المحاور

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$							



الدالة اللوغاريتمية : هي معكوس (الدالة العكسية) للدالة الأسية $f(x) = b^x$ ويرمز لها الرمز $\log_b x$

$$f(x) = b^x, b > 0, b \neq 1 \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_b x$$


نلاحظ من التمثيل البياني أن الدالتين

$$f^{-1}(x) = \log_b x$$

$$f(x) = b^x$$

تمثل انعكاسا لبعضهما البعض حول $y = x$ المستقيم

الربط بين التعبيرين اللوغاريتمي والأسّي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = b^x, b > 0, b \neq 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_b x$$

الشكل الأسّي

$$b^y = x$$

الشكل اللوغاريتمي

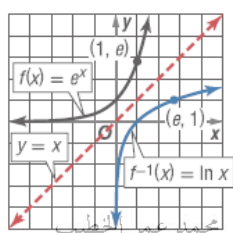
$$y = \log_b x$$

ملاحظة هامة :

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت $b = 10$ فإن اللوغاريتم يسمى اللوغاريتم المعتاد ويرمز له $\log x$

(2) إذا كانت $b = e$ فإن اللوغاريتم يسمى اللوغاريتم الطبيعي ويرمز له $\ln x$



دالة اللوغاريتم الطبيعي : $y = \ln x$ هي معكوس للدالة الأسية الطبيعية : $y = e^x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $x, y > 0, a \neq 1$ فإن

$$1. \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y.$$

$$5. \log_a(a^x) = x.$$

$$2. \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y.$$

$$6. a^{\log_a x} = x.$$

$$3. \log_a x^r = r \log_a x.$$

$$7. \log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x.$$

$$4. \log_a 1 = 0.$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $x, y > 0$ فإن

$$1. \ln(xy) = \ln x + \ln y.$$

$$5. \ln(e^x) = x.$$

$$2. \ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln x - \ln y.$$

$$6. e^{\ln x} = x.$$

$$3. \ln x^r = r \ln x.$$

$$7. \ln x = y \Leftrightarrow e^y = x.$$

$$4. \ln 1 = 0.$$

إذا كانت $a, b, c > 0, b, c \neq 1$ فإن

$$(1) \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} = \frac{\ln a}{\ln b}$$

$$(2) a^x = e^{x \ln a}$$

ملاحظة:

مجالات الدالة اللوغاريتمية $y = \log_b x$ هو $(0, \infty)$ حيث $b > 0, b \neq 1$

$$(1) \frac{1}{2} \log_4 16 - \log_4 2$$

$$(2) \log 25 + 2 \log 4 - 2 \log 2$$

$$(3) \ln 12 - 2 \ln 2 + e^{\ln 2} - \ln 3$$

$$(4) \log(\log x^2) - \log(\log x) + \log 50$$

$$(5) 2 \ln e^{0.5} - \ln \frac{1}{e^4} + e^{\ln 2} + 10^{\log e^{\ln 4}}$$

$$(6) \log_2 7 \times \log_5 2 \times \log_7 5$$

(1) اوجد مجال كل من الدوال التالية: الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y = \log_2 x^2 + \sqrt{x+1}$$

$$(2) \quad y = \log (\ln(x-1))$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad y = \sqrt{\ln x - 1}$$

$$(4) \quad y = \frac{x}{\ln x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad y = \frac{\ln(x-2)}{\log(5-x)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد قاعدة الدالة الأسية التي تمر بالنقطتين $(0,5)$, $(1,2)$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

حل المعادلات التالية

(1) $e^{2x} - 5 = 0$

(2) $e^{2\ln x} - 4 = 0$

(3) $x^2 e^x - e^x = 0$

(4) $2\ln x + 8 = 0$

(5) $\ln x + \ln(x-1) = \ln 2$

(6) $\log_2(x^2 - 1) - \log_2(x - 1) = 1$

$$(1) 3^{3x-3} = 2^{x+1}$$

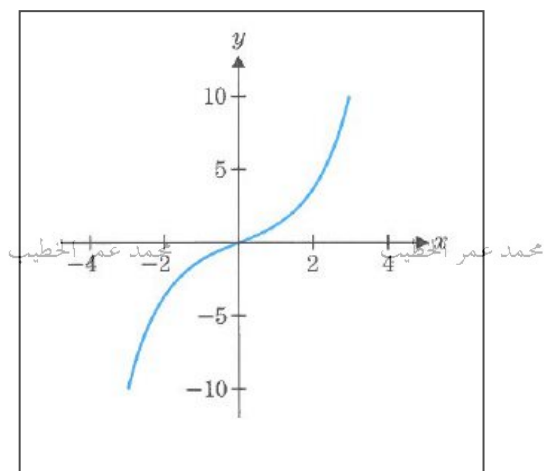
$$(2) \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} = e^{2x}$$

$$(3) e^{2x} + e^x - 12 = 0$$

$$(4) \frac{400}{1+3e^{-2x}} = 300$$

$$1) \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

اوجد مجال ومدى الدالة $f(x) = \sinh x$ ثم اوجد $f(0)$

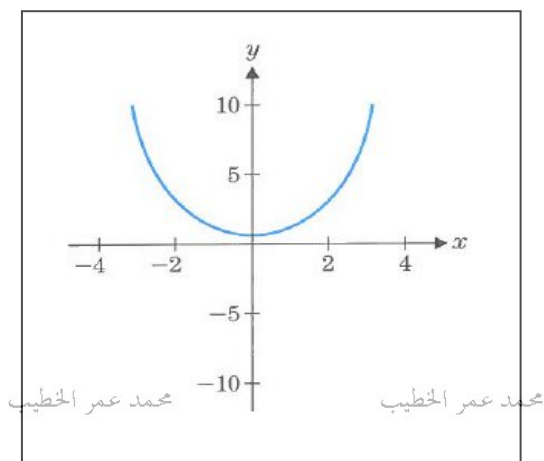


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$2) \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

اوجد مجال ومدى الدالة $f(x) = \cosh x$ ثم اوجد $f(0)$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$(2) \sinh(-x) = -\sinh x$$

$$(3) \cosh(-x) = \cosh x$$

ملاحظة:

كل المتطابقات المثلثية التي تنطبق على الدوال الدائرية تنطبق على الدوال الزائدية ولكن يتم وضع اشارة سالبة امام كل دوال $\sinh x$ ذات القوى الزوجية

يقوم خبراء الطب الشرعي بعمليات التشريح لتحديد وقت وسبب الوفاة. يمكن حساب الوقت t الخطيب

$$t = -10 \ln \left(\frac{T - R_t}{98.6 - R_t} \right)$$

حيث T تمثل درجة حرارة الجسم و R_t درجة حرارة الغرفة

(1) إذا قام خبير الطب الشرعي بقياس درجة حرارة الجسم ووجد أنها $93^\circ F$ في غرفة درجة حرارتها $72^\circ F$ ، فما وقت الوفاة ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) توفي مريض في مستشفى منذ 4 ساعات . فإذا علمت أن متوسط درجة حرارة الغرفة في المستشفى $75^\circ F$ فما درجة حرارة الجسم ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) كانت درجة حرارة مريض $89^\circ F$ بعد 3.5 ساعات من وفاته . حدد درجة حرارة الغرفة ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كان عدد الأشخاص الذين يصابون بفيروس معين هو $p(t) = \frac{53}{1 + 0.03e^{0.75t}}$ حيث t تمثل عدد الايام

اوجد

(1) اوجد عدد الاشخاص الذين اصابوا بالفيروس بعد 5 ايام

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) حل المعادلة بالنسبة الى t

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) بعد كم يوم يصبح عدد المصابين واحد فقط

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يقيس مقياس ريختر للزلازل شدة الزلزال M (بالريختر) المتولد عن الطاقة الناتجة عنه E (بالجول)
بالعلاقة التالية:

$$M = \frac{2}{3} \log \frac{E}{10^{4.4}}$$

اجب عما يلي

(1) اوجد شدة زلازل طاقتة 7.47×10^{11} جول

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد شدة زلازل شدة 9 ريختر

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

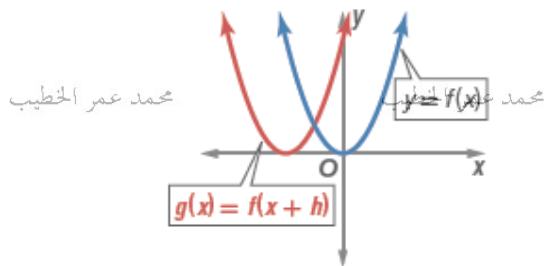
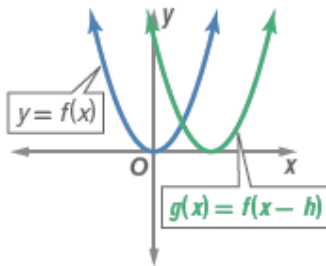
التحويلات الهندسية

(1) الأزاحات الأفقية والرأسية

الإزاحات الأفقية

الرسم البياني للدالة $g(x) = f(x - h)$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكن مُزاحاً

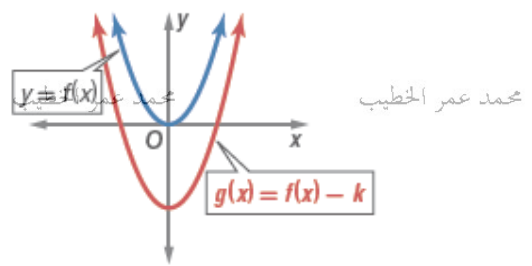
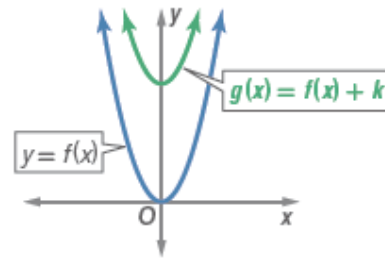
- تُحرك h الرسم لليمين، عندما تكون $h > 0$ ، عمر الخطيب
- تُحرك h الرسم لليسار، عندما تكون $h < 0$.



الإزاحة الرأسية

الرسم البياني للدالة $g(x) = f(x) + k$ هو نفس الرسم البياني للدالة $f(x)$ ولكن مُزاحاً

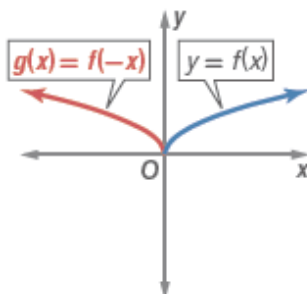
- تُحرك k الرسم للأعلى، عندما تكون $k > 0$ ، عمر الخطيب
- تُحرك k الرسم للأسفل، عندما تكون $k < 0$.



(2) الانعكاس في المحاور الأفقية والرأسية

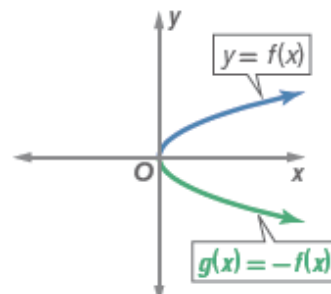
الانعكاس في المحور الرأسي y

الرسم البياني للدالة $g(x) = f(-x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $f(x)$ منعكساً في المحور الرأسي y.



الانعكاس حول المحور الأفقي x

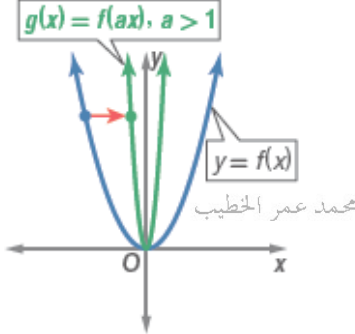
الرسم البياني للدالة $g(x) = -f(x)$ يمثل الرسم البياني للدالة $f(x)$ منعكساً في المحور الأفقي x.



تغيير الأبعاد بمقياس بشكل رأسي

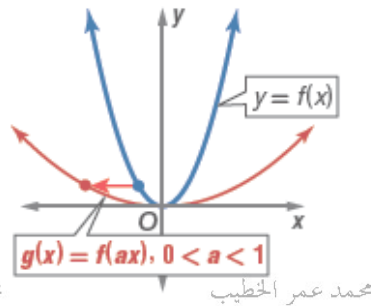
إذا كان a عدداً حقيقياً موجباً، و $g(x) = f(ax)$ ، فإن

- الرسم البياني للدالة $f(x)$ سينضغط أفقياً، إذا كان $a > 1$.
- سيتوسع الرسم البياني أفقياً للدالة $f(x)$ إذا كان $0 < a < 1$.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



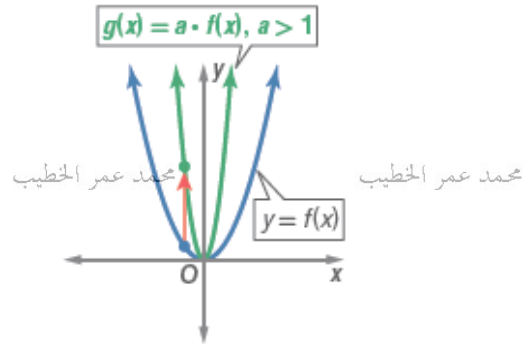
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تغيير الأبعاد بمقياس بشكل رأسي

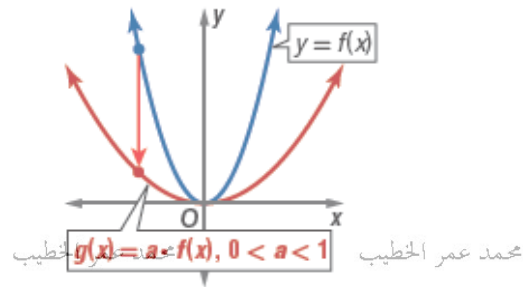
إذا كان a عدد حقيقي موجب، و $g(x) = a \cdot f(x)$ ، فإن

- الرسم البياني للدالة سيتوسع رأسياً إذا كان $a > 1$.
- سينضغط الرسم البياني للدالة رأسياً إذا كان $0 < a < 1$.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



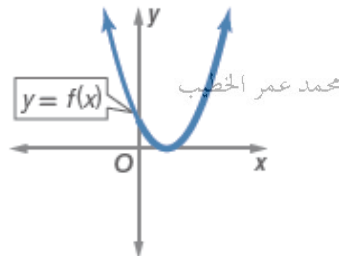
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) التحويلات بالقيمة المطلقة

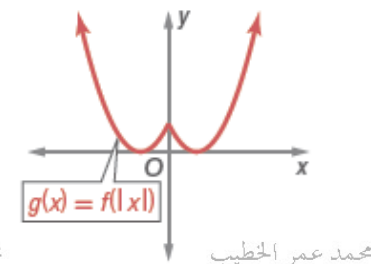
$$g(x) = f(|x|)$$

يستبدل هذا التحويل الجزء من الرسم البياني للدالة $f(x)$ اليسار من المحور الرأسي y بانعكاس الجزء الموجود لليمين من المحور الرأسي y .



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

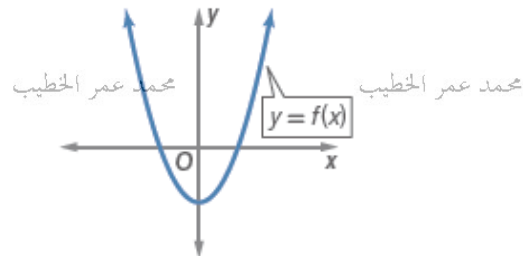


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

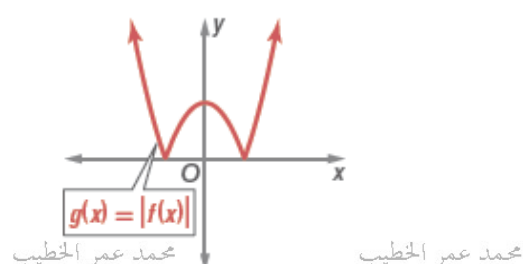
$$g(x) = |f(x)|$$

يعكس هذا التحويل كل جزء من الرسم البياني للدالة $f(x)$ تحت المحور الأفقي x فيصبح فوق المحور الأفقي x .



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

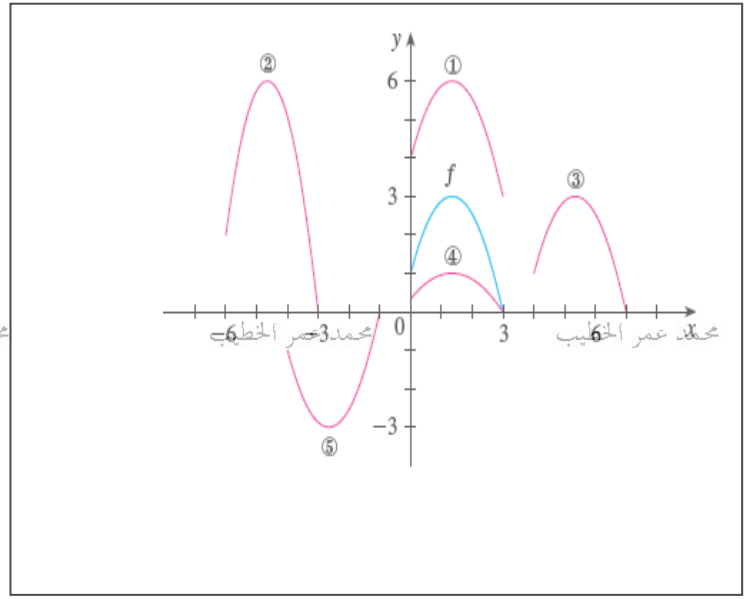


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اعتمد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ وبعض التحويلات الهندسية للدالة $f(x)$ في اكمال الجدول التالي

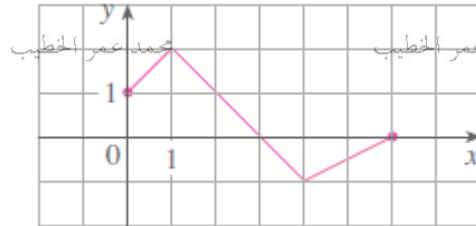
رقم الدالة	الدالة
	$f(x-4)$
	$f(x)+3$
	$-f(x+4)$
	$2f(x+6)$
	$\frac{1}{3}f(x)$



(2) اعتمد على الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في رسم الدالة $g(x)$ في الحالات

التالية:

محمد عمر الخطيب



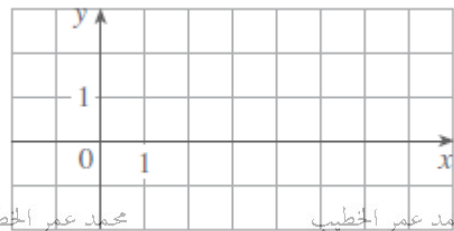
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) g(x) = \frac{3}{2}f(x-1)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

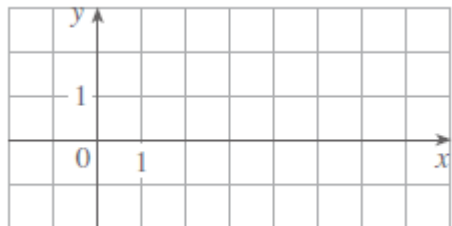
$$(2) g(x) = f(2x) + 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



(1) اعتمد على الدالة $f(x) = x^2$ في وصف كل من الدوال التالية:

محمد عمر الخطيب

$$(a) g(x) = x^2 + 2$$

$$(b) g(x) = (x - 2)^2 - 1$$

$$(c) g(x) = 2x^2 + 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(d) g(x) = -x^2 + 1$$

$$(e) g(x) = |x^2 - 1|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اعتمد على الدالة $f(x) = \frac{1}{x}$ في وصف كل من الدوال التالية:

$$(a) h(x) = \frac{1}{x-1} + 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) h(x) = \frac{-3}{x}$$

$$(c) h(x) = \frac{1}{|x|} + 2$$

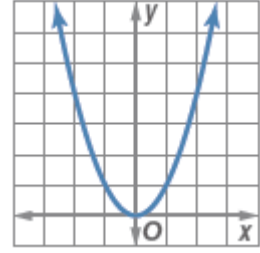
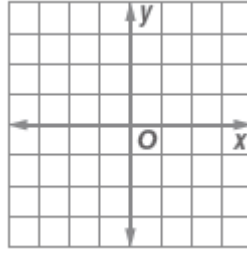
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

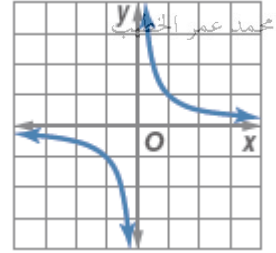
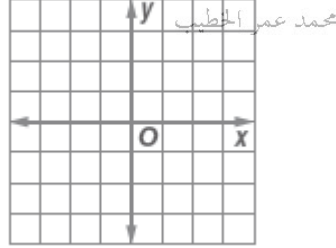
محمد عمر الخطيب

(1) $g(x) = x^2 - 4$



(2) $g(x) = \frac{1}{x-2}$

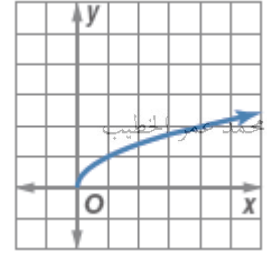
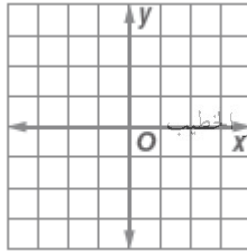
محمد عمر الخطيب



(3) $g(x) = \sqrt{x+2} - 1$

محمد عمر الخطيب

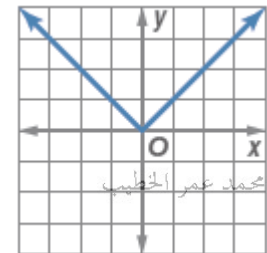
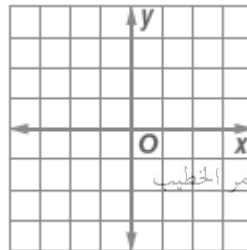
محمد عمر الخطيب



(4) $g(x) = |x+1| - 2$

محمد عمر الخطيب

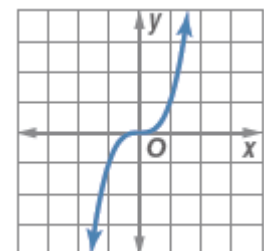
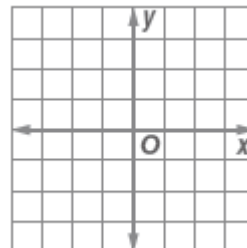
محمد عمر الخطيب



(5) $g(x) = \frac{1}{2}x^3$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كان كل من f و g دالة فان كل من $f + g$, $f - g$, $f \times g$, $\frac{f}{g}$ هي دالة معرفة كما يلي:

$$(1) (f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(2) (f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(3) (f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$(4) \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$$

حيث

(1) مجال كل من $f + g$, $f - g$, $f \times g$ هو المجال المشترك (التقاطع) لمجال كل من f و g

(2) مجال $\frac{f}{g}$ هو المجال المشترك (التقاطع) لمجال كل من f و g ما عدى اصفار الدالة g

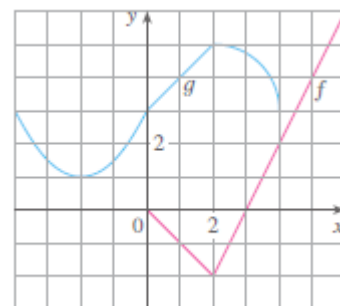
اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f و g في الاجابة عن الاسئلة التالية:

$$(1) (f + g)(2)$$

$$(2) (f - g)(0)$$

$$(3) (f \times g)(3) =$$

$$(4) \left(\frac{f}{g}\right)(1) =$$



(5) مجال الدالة: $(f + g)(x)$

(6) مجال الدالة: $\left(\frac{g}{f}\right)(x)$

فاوجد كل من الدوال التالية ثم اوجد مجالها.

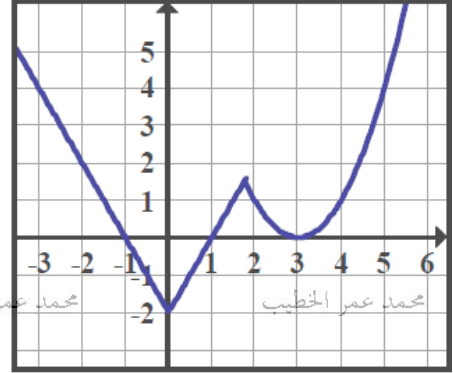
$$(1) (f + g)(x)$$

$$(2) (g \times h)(x)$$

$$(3) \left(\frac{g}{f}\right)(x)$$

$$(4) \left(\frac{f}{h}\right)(x)$$

اوجد مجال الدالة $h(x)$ في الحالات التالية:



(1) $h(x) = \frac{f(x)}{x}$

(2) $h(x) = \frac{x+1}{f(x)}$

(3) $h(x) = |f(x)|$

(4) $h(x) = f(x) + 4$

(5) $h(x) = \sqrt{f(x)}$

إذا كان كل من f و g دالة فان ناتج تركيب الدالتين $f \circ g$ هي دالة معرفة كما يلي:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

ملاحظة:

$$(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$$

حيث

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مجال $f \circ g$ هو كل قيم x في مجال الدالة g بحيث ان $g(x)$ تنتمي الى مجال f

او

نجد المجال المشترك (التقاطع) للدالتين g و $f \circ g$

اعتمد على الجدول المجاور في الاجابة عن الاسئلة التالية

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

(1) $(f \circ g)(1)$

(2) $(f \circ f)(4)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $(f \circ g)(0)$

(4) $(g \circ f)(5)$

(5) $(g \circ f)(6)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فاوجد كل من الدوال التالية.

$$(1) (f \circ g)(x)$$

$$(2) (g \circ h)(x)$$

$$(3) (f \circ h)(x)$$

$$(4) (g \circ g)(x)$$

(1) إذا كانت $f(x) = x^2 - 1$ ، $g(x) = \tan^{-1} x$ فاوجد كل من الدوال التالية ثم اوجد مجالها محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(a) $(f \circ g)(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $(g \circ f)(x)$

(2) إذا كانت $f(x) = x^2 - 5$ ، $g(x) = \sin x^2$ فاوجد الدالة $(f \circ g)(x)$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(3) اوجد كل من الدوال f و g و h التي تحقق:

(a) $f \circ (g \circ h) = [\tan^{-1}(3x + 1)]^2$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(b) $f \circ (g \circ h) = \frac{3}{\sqrt{\sin x + 2}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

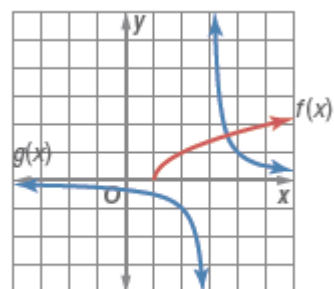
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g في ايجاد مجال كل من الدوال التالية: الخطيب محمد عمر

(a) $(f \circ g)(x)$

(b) $(g \circ f)(x)$



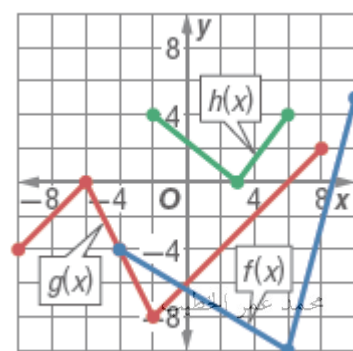
(2) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g و h في ايجاد مجال كل من الدوال التالية: الخطيب محمد عمر

(a) $(f \circ g)(x)$

(b) $(g \circ f)(x)$

(c) $(h \circ g)(x)$

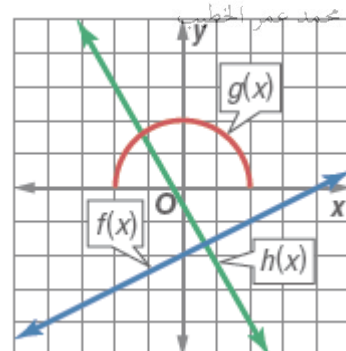
(d) $(h \circ f)(x)$



(3) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من الدوال f و g و h في ايجاد كل من الدوال التالية: الخطيب محمد عمر

(a) $(f + h)(x)$

(b) $(f + g)(x)$



اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

(1) $\ln 4 + 2\ln 3 - 2\ln 6 =$

(a) $\ln 2$

(b) 2

(c) 1

(d) 0

(2) $\cos^{-1}(\sin(-\frac{\pi}{4})) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{5\pi}{4}$

(b) $-\frac{5\pi}{4}$

(c) $\frac{3\pi}{4}$

(d) $-\frac{3\pi}{4}$

(3) $\sin 2(\cos^{-1}\frac{4}{5}) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-\frac{24}{25}$

(b) $\frac{24}{25}$

(c) $-\frac{25}{24}$

(d) $\frac{24}{5}$

(4) حل الميانية $x^2 + 2x - 15 < 0$ هو

(a) $(-5, 3)$

محمد عمر الخطيب

(b) $(-3, 5)$

محمد عمر الخطيب

(c) $[-3, 5]$

محمد عمر الخطيب

(d) $(-\infty, -3), (5, \infty)$

محمد عمر الخطيب

(5) حل الميانية $\frac{\sqrt{9-x}}{\log x} \geq 0$ هو

(a) $[1, 9]$

(b) $(-\infty, 9]$

(c) $(1, 9]$

(d) $(0, 9]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) مجال الدالة $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$ متصلة هي

- (a) $[0,2]$ (b) $(0,2]$ (c) $[0,2)$ (d) $(0,2)$

(7) مجال الدالة $g(x) = \log\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)$ متصلة هي

- (a) $[-1,1]$ (b) $(-\infty, -1]$ (c) $[1, \infty)$ (d) $(1, \infty)$

(8) مجال الدالة $g(x) = \frac{2x-6}{x^2-9}$ هو

- (a) $R / \{-3\}$ (b) $R / \{-3,3\}$ (c) R (d) $\{-3,3\}$

(9) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(1,3)$ ويعامد المستقيم $x+2y+1=0$ هو

- (a) $y = 2x + 1$ (b) $y = 2x - 1$ (c) $y = -2x - 1$ (d) $y = -2x + 1$

(10) إذا كان $g(x) = x^3 + 4x - 1$ فإن $g^{-1}(-1) =$

- (a) $x = 0$ (b) $x = 2$ (c) $x = -2$ (d) $x = -1$

(11) أي من الدوال التالية له دالة عكسية

- (a) $f(x) = 5$ (b) $h(x) = x^2 + 1$ (c) $k(x) = x^{-1}$ (d) $r(x) = x^{-2}$

(a) $-\pi$

(b) π

(c) 2π

(d) 3

(13) اذا كان للدالة $f(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = \frac{1}{x} - 1$ فان $f(g(x))$ الدالة

(a) $h(x) = x$

محمد عمر الخطيب

(b) $k(x) = -x$

محمد عمر الخطيب

(c) $r(x) = 1$

محمد عمر الخطيب

(d) $m(x) = -1$

محمد عمر الخطيب

(14) سعة الدالة $f(x) = -2\cos(3x + \pi)$ هي

(a) -2

(b) 2

(c) 3

(d) π

(15) مجال الدالة $y = 3\sin^{-1}(x - 1)$ هو

(a) $[-1, 1]$

(b) $[-2, 0]$

(c) $[-\pi, \pi]$

(d) $[0, 2]$

(16) اي من الدوال التالية معرفة عند $x = 0$

(a)

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x}$$

(b)

$$g(x) = \frac{x+1}{x^2 + x}$$

(c)

$$h(x) = e^{1/x}$$

(d)

$$k(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$$

(17) اي من الدوال التالية هي الدالة العكسية للدالة $y = \log(x - 1)$

(a) $f(x) = 2^x + 1$

(b) $g(x) = 10^x + 1$

(c) $h(x) = e^x + 1$

(d) $k(x) = \log(x + 1)$

(a) $\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$

(b) $\frac{\pi}{4} \pm n\pi$

(c) $\frac{\pi}{4} \pm 2n\pi$

(d) $\frac{\pi}{4} \pm n\frac{\pi}{2}$

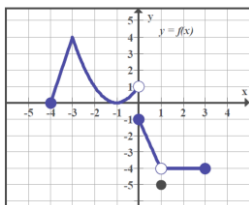
(19) ان قيمة $\tan(\sin^{-1} x)$ يساوي

(a) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ محمد عمر الخطيب

(b) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ محمد عمر الخطيب

(d) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ محمد عمر الخطيب

(20) في الشكل المجاور ان قيمة $f(0) =$

(a) 0 محمد عمر الخطيب

(b) 1 محمد عمر الخطيب

(c) -1 محمد عمر الخطيب

(d) غير موجودة محمد عمر الخطيب

(21) ان قيمة $\cosh 0$ يساوي

(a) 0

(b) 1

(c) -1

(d) 2

(22) ان قاعدة الدالة $f(x) = x^3$ بعد ازاحة 4 وحدات للاعلى و 3 وحدات لليسار هي محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(a)

(b)

(c)

(d)

$f(x) = 3x^3 + 4$

$f(x) = (x-3)^3 + 4$

$f(x) = (x-3)^3 - 4$

$f(x) = (x+3)^3 + 4$

(23) حل المعادلة $e^{2\ln x} = 4$ هي

(a) 2, -2 محمد عمر الخطيب

(b) 2 محمد عمر الخطيب

(c) -2 محمد عمر الخطيب

(d) 1 محمد عمر الخطيب

- (a) $[-2, 4]$ (b) $(-\infty, 2], [4, \infty)$ (c) $[2, 4]$ (d) $(2, 4)$

(25) مدى الدالة $g(x) = 3\cos x + 1$ هي

- (a) $[-2, 4]$ (b) $[-3, 3]$ (c) $[-1, 1]$ (d) $[-4, 2]$

(26) مدى الدالة $g(x) = \frac{x^2}{x^2 + 4}$ هي الخطيب

- (a) $(-\infty, \infty)$ (b) $[0, 1]$ (c) $[0, \infty)$ (d) $[0, 1]$

(27) ان قاعدة الدالة $y = f(x)$ بعد ازاخة 3 وحدات للاعلى وتمدد رأسي وحدتين هي

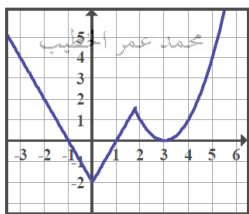
- (a) $y = 2f(x+3)$ (b) $y = 2f(x) + 3$ (c) $y = 0.5f(x) + 3$ (d) $y = f(2x+3)$

(28) ان قاعدة الدالة الأسية التي تمر بالنقطتين $(0, 5)$, $(1, 2)$ هي

- (a) $y = 5e^{x \ln(\frac{5}{2})}$ (b) $y = 5e^{x \ln(\frac{2}{5})}$ (c) $y = 2e^{x \ln(\frac{5}{2})}$ (d) $y = e^{x \ln(\frac{5}{2})}$

(29) ان الدالة $\sin(\frac{\pi}{2} - x)$ لها دالة عكسية على الفترة

- (a) $[-1, 1]$ (b) $[0, \pi]$ (c) $[-\pi, \pi]$ (d) $(-\infty, \infty)$



(30) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ فإن مجال الدالة $h(x) = \frac{x}{f(x)}$ هو

- (a) $R / \{0\}$ (b) $R / \{0, 1, -1, 3\}$ (c) $R / \{1, -1, 3\}$ (d) $(-\infty, \infty)$

- (a) $y = 3x^3 + 4$ (b) $y = x^2 + 1$ (c) $x = y^2$ (d) $x = y^{-1}$

(32) مدى الدالة $g(x) = \cosh$ هي

- (a) $(-\infty, \infty)$ (b) $[1, \infty)$ (c) $[0, \infty)$ (d) $[0, 1]$

(33) إذا كانت $g(x) = -\sqrt{x-2}$ فإن مدى الدالة $g^{-1}(x)$ هو

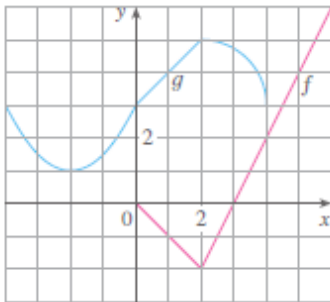
- (a) $[2, \infty)$ (b) $(-\infty, 2]$ (c) $[0, \infty)$ (d) $(-\infty, 0]$

(34) $\sin(\sec^{-1} \frac{5}{4}) =$

- (a) $-\frac{3}{5}$ (b) $\frac{3}{5}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $-\frac{3}{4}$

(35) $\sinh x + \cosh x =$

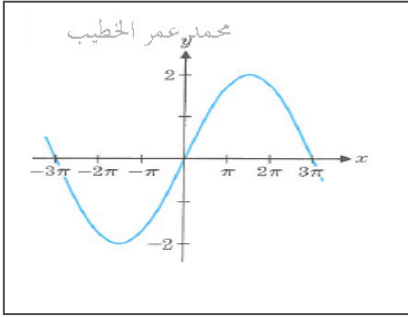
- (a) 0 (b) 1 (c) e^x (d) $2e^x$



(36) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x), g(x)$ فإن مجال الدالة

$$h(x) = \frac{g(x)}{f(x)} \text{ هو}$$

- (a) $[0, 4]$ (b) $[-4, 6]$ (c) $(0, 3) \cup (3, 4]$ (d) $(-\infty, \infty)$



(37) الشكل المجاور يمثل بيان الدالة $f(x)$ فإن قاعدة الدالة هي

(a)

$$f(x) = 2\sin \frac{1}{3}x$$

(b)

$$f(x) = 2\sin \frac{\pi}{3}x$$

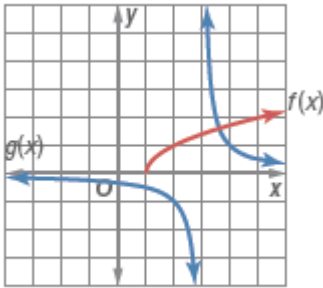
(c)

$$f(x) = 2\cos \frac{1}{3}x$$

(d)

$$f(x) = \sin \frac{\pi}{3}x$$

(38) الشكل المجاور الذي يمثل بيان كل من f و g فان مجال الدالة $g(f(x))$ هو



(a) $R / \{0\}$

(b) $[1, \infty)$

(c) $(3, 4]$

(d) $(-\infty, \infty)$

(39) ان قيمة $\log_2 7 \times \log_5 2 \times \log_7 5$ هو

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) -1

(40) حل المعادلة $e^{2x} + e^x - 12 = 0$ هي

(a) 3

(b) 4

(c) $\ln 3$

(d) $\ln 4$

1	D	11	C	21	B	31	C
2	C	12	B	22	D	32	B
3	B	13	A	23	B	33	D
4	A	14	B	24	A	34	B
5	C	15	D	25	A	35	C
6	D	16	D	26	B	36	C
7	D	17	B	27	B	37	A
8	B	18	B	28	B	38	C
9	A	19	A	29	B	39	B
10	A	20	C	30	C	40	C

إنتهت الوحدة الأولى بحمد الله

واعتذر للجميع عن أي تقصير أو خطأ

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

الصف الثاني عشر متقدم

2019/2018

الوحدة الثانية

النهايات والاتصال

1-2 المماسات وطول المنحني

2-2 مفهوم النهاية

3-2 حساب النهايات

4-2 الاتصال ونتائجه

5-2 النهايات التي تتضمن اللانهاية: خطوط التقارب

6-2 التعريف الرسمي للنهاية

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

أولاً: تقدير ميل المنحنى عند نقطة

(1) قدر منحنى الدالة : $y = x^2$ عند النقطة (2,4)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) قدر منحنى الدالة : $y = \cos x$ عند $x = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) قدر منحنى الدالة : $y = e^x$ عند $x = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

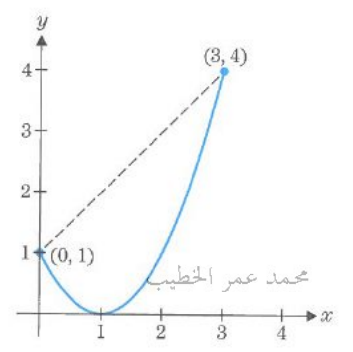
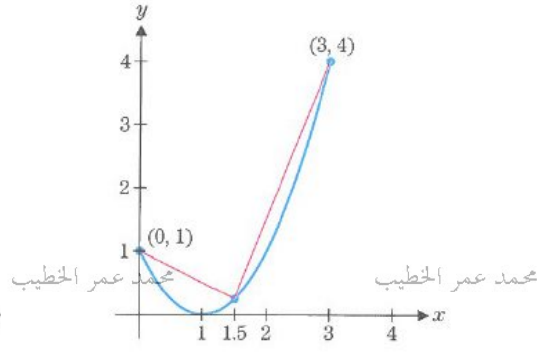
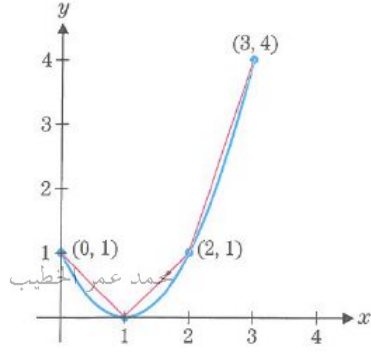
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

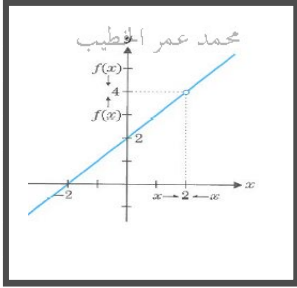
(1) قدر منحنى الدالة : $y = (x-1)^2$ على الفترة $[0, 3]$ باستخدام 3 قطع مستقيمة



(2) قدر منحنى الدالة : $y = \sin x$ على الفترة $[0, \pi]$ باستخدام 4 قطع مستقيمة

نهاية دالة عند نقطة:

تعلمنا بالصفوف السابقة كيف نجد صورة اي عدد ضمن مجال الدالة بالتعويض المباشر، ولكن اذا اردنا توقع صورة الدالة لعدد خارج مجال الدالة، فاننا سنقوم بدراسة هذه الدالة بجوار هذا العدد وليس عنده، والفكرة الرياضية التي تساعدنا في دراسة سلوك الدالة بجوار عدد معين تسمى النهاية (\lim).



فمثلاً اذا كانت الدالة : $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ فان الدالة غير معرفة عند $x = 2$

اي لا يوجد صورة للعدد 2 (نقطة خارج المجال) ولكن يمكن توقع من الرسم البياني للدالة انه كلما :

اقتربنا للعدد 2 من جهة اليسار او من جهة اليمين فان الدالة تقترب من العدد 4

فنقول ان نهاية الدالة $f(x)$ تقترب من العدد 4 عندما تقترب x من العدد 2

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

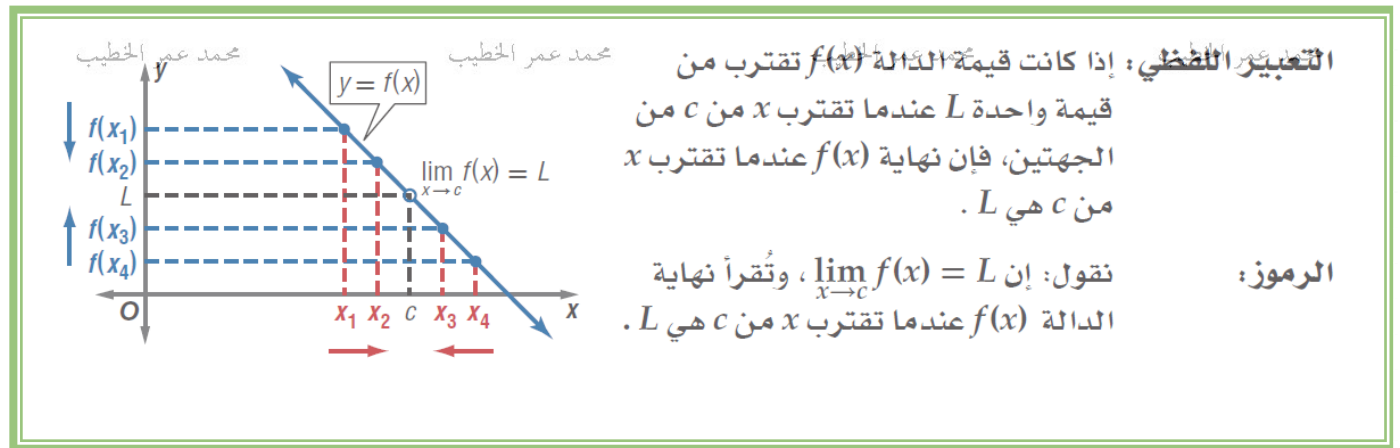
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ونعبر عن ذلك باستخدام الرموز الرياضية

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$$

وبشكل عام



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يمكن إيجاد نهاية دالة عند نقطة من خلال:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) الجدول (رقمياً)

(2) الرسم البياني (بيانياً)

(3) الحل الجبري (جبرياً)

أولاً: نهاية دالة عند نقطة من الجدول:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد: $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$ من خلال الجدول

x	3.9	3.99	3.999	4.0	4.001	4.01	4.1
$f(x)$	7.9	7.99	7.999		8.001	8.01	8.1

يظهر الجدول أعلاه أن قيم $f(x)$ تقترب من 8 عندما تقترب x من 4 من الجهتين.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

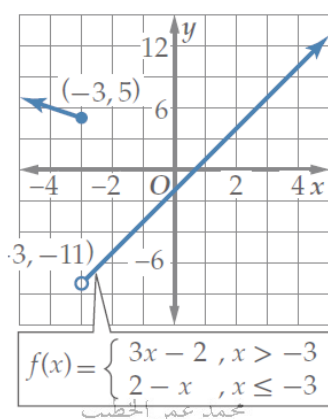
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 8 \quad \text{أي أن}$$

(2) إذا كان: $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & , x > -3 \\ 2 - x & , x \leq -3 \end{cases}$ فاوجد $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ من خلال الجدول

x	-3.1	-3.01	-3.001	-3.0	-2.999	-2.99	-2.9
$f(x)$	5.1	5.01	5.001		-10.997	-10.97	-10.7



$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = -11$$

أي أن $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ غير موجودة لان النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة: $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $f(0) =$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

(5) $f(1) =$

(6) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$

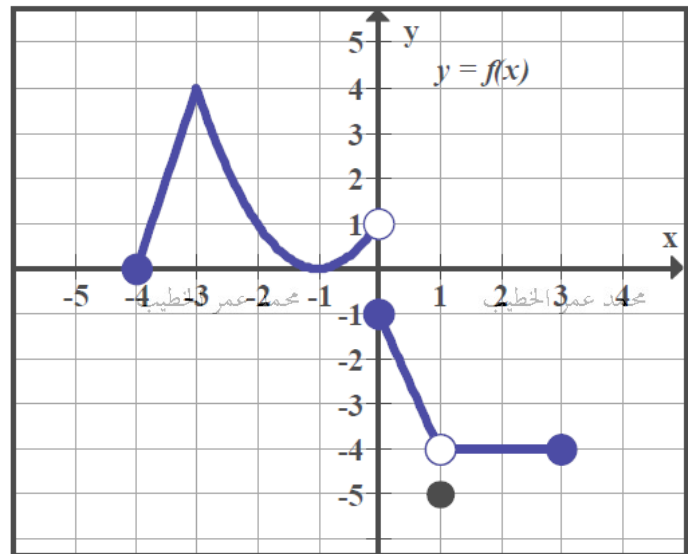
(7) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$

(8) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

(9) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

(10) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$

(11) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2 - x) =$



تكون النهاية موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت

النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

أي أن

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L$$

أما إذا كانت

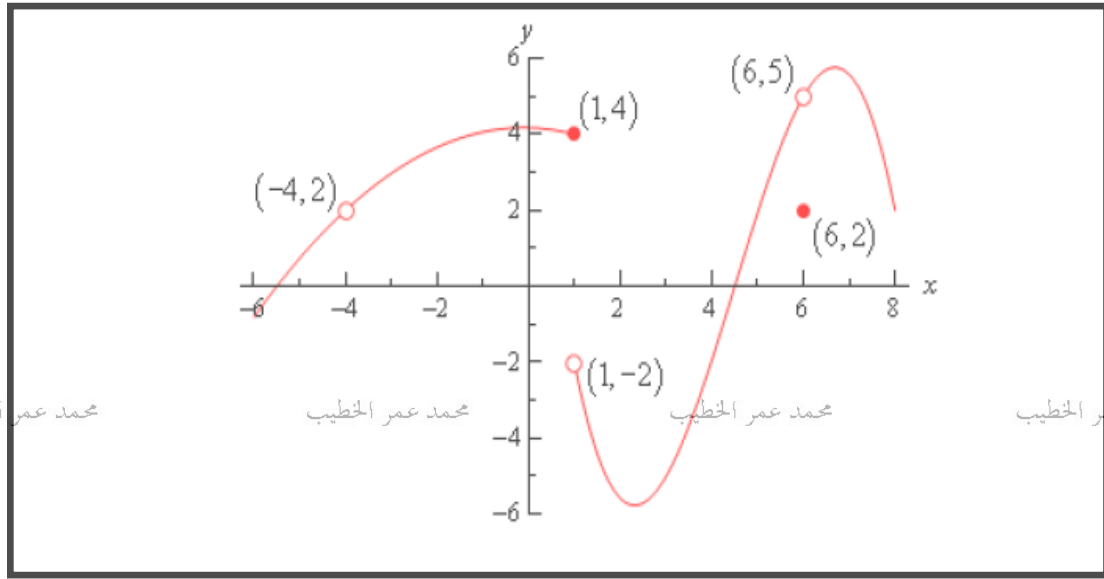
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

النهاية من اليمين \neq النهاية اليسار

فإن النهاية غير موجودة

(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية: عمر الخطيب



- | | | | |
|-------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------|
| (a) $f(-4)$ | (b) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ | (c) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ | (d) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ |
| (e) $f(1)$ | (f) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ | (g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ | (h) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ |
| (i) $f(6)$ | (j) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ | (k) $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ | (l) $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ |

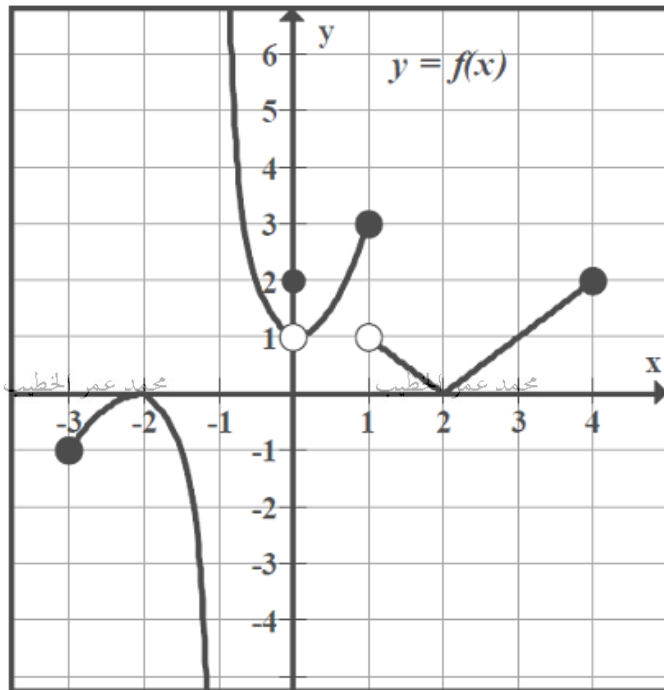
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) استخدم الرسم البياني المجاور للدالة $f(x)$ حيث $-3 \leq x \leq 4$



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$f(1) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \dots\dots\dots$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية : محمد عمر الخطيب

(1) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

(2) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$

(3) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$

(4) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$

(5) $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) =$

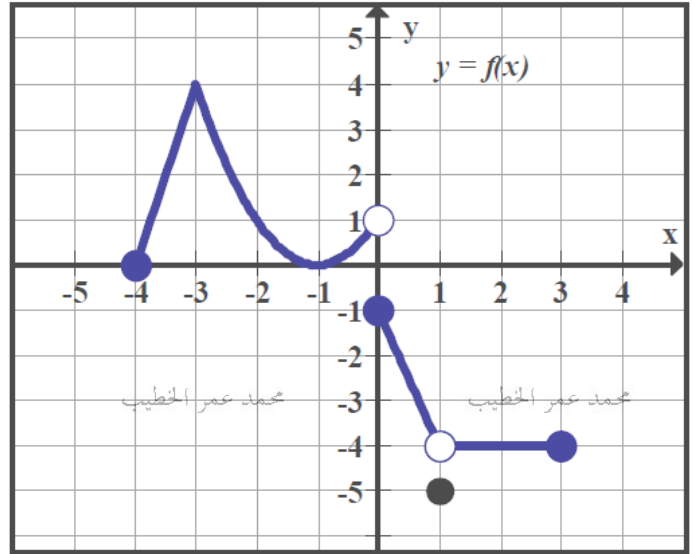
(6) $\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) =$

(7) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) =$

(8) $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| =$

(9) $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| =$

(10) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)} =$



(11) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ غير موجودة هي..... محمد عمر الخطيب

(12) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليمين فقط موجودة هي..... محمد عمر الخطيب

(13) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليسار فقط موجودة هي..... محمد عمر الخطيب

(14) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = -4$ هي..... محمد عمر الخطيب

استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية: محمد عمر الخطيب

(1) $f(0) =$

(2) $f(2) =$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) =$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

(6) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

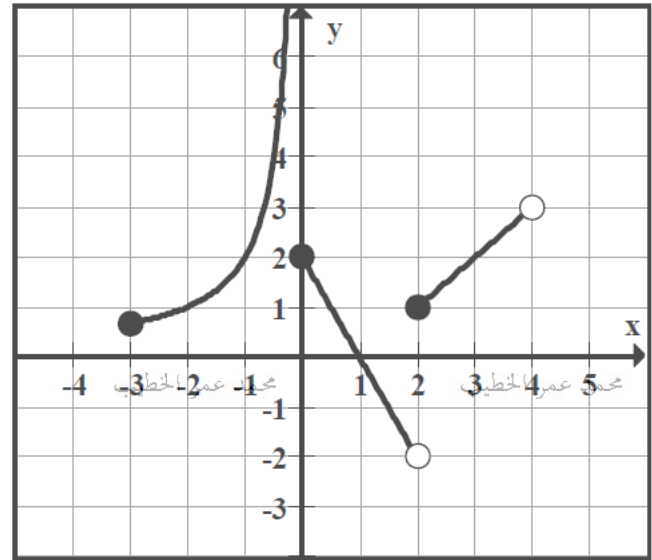
(7) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) =$

(8) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$

(9) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

(10) $\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)| =$

(11) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)} =$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(12) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ غير موجودة هي.....

(13) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليمين فقط موجودة هي.....

(14) مجموعة قيم c التي تجعل $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ من جهة اليسار فقط موجودة هي.....

محمد عمر الخطيب

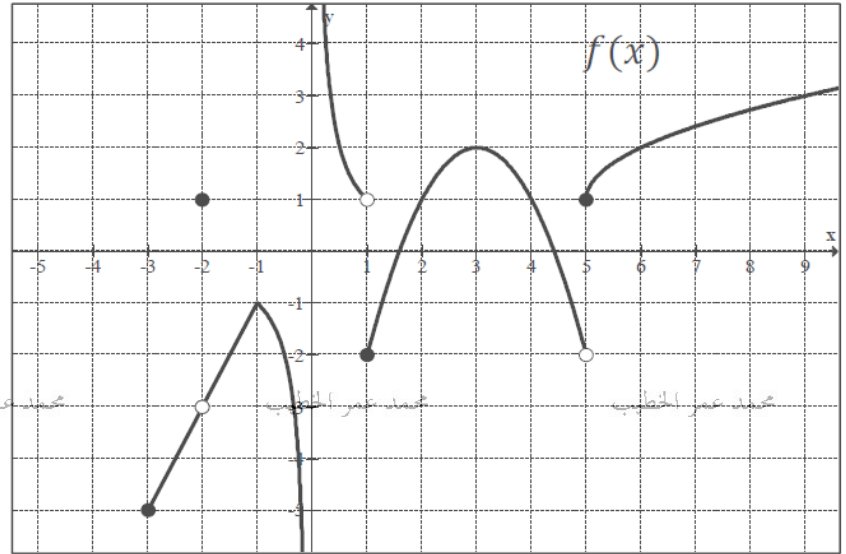
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استخدم الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ حيث $x \geq -3$ لإكمال الجدول التالي: محمد عمر الخطيب

قيمة x_1	$\lim_{x \rightarrow x_1} f(x)$
$x_1 = -2$
$x_1 = -1$ محمد عمر الخطيب
$x_1 = 3$
$x_1 = 5$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 4, & x \geq 2 \\ 2 - 2x, & x < 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت:

(أ) ارسم الشكل البياني للدالة (f)

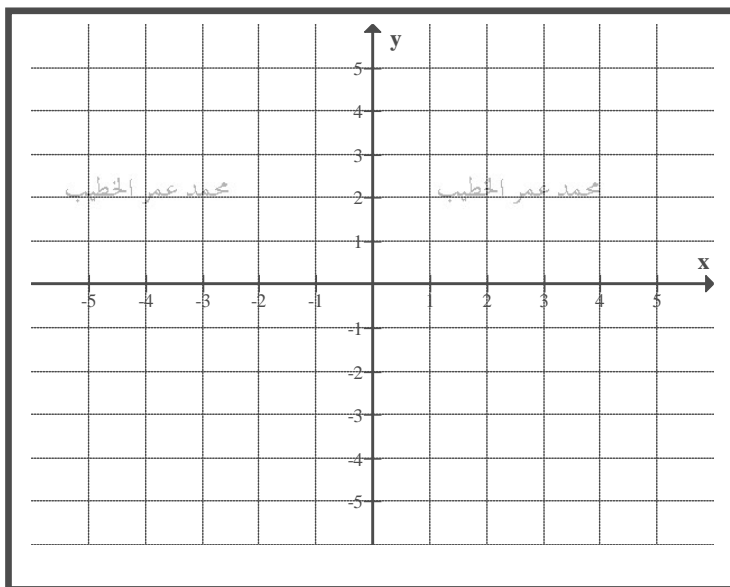
(ب) اوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

(ج) هل $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ موجودة ؟ اذكر السبب.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: يمكن استخدام خواص النهايات اذا كانت النهايات موجودة اما اذا كانت غير موجودة نبحث عن طرق اخرى

$$\lim_{x \rightarrow c} (k) = k \quad \text{1) نهاية الدالة الثابتة حيث } K \text{ ثابت}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = c \quad \text{2) نهاية الدالة المحايدة } f(x) = x$$

$$\text{3) إذا كانت } L, M, c, k \text{ أعداد حقيقية ، } \lim_{x \rightarrow c} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow c} g(x) = M \text{ فإن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x)) = L + M \quad \text{(1) قاعدة الجمع :}$$

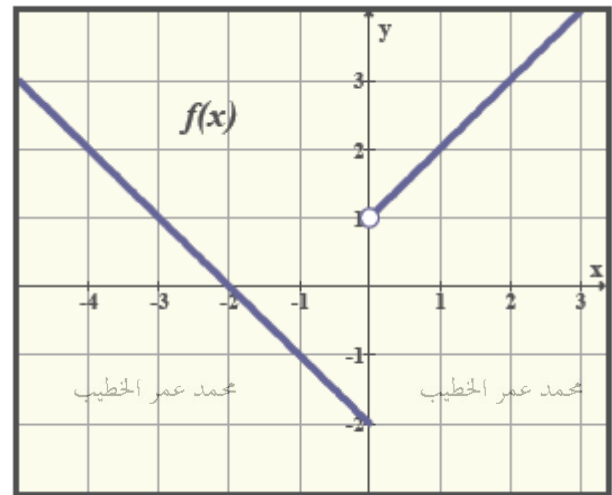
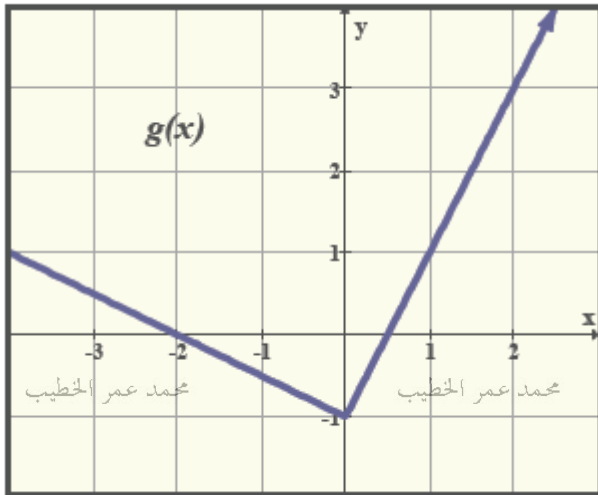
$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) - g(x)) = L - M \quad \text{(2) قاعدة الفرق :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \cdot g(x)) = L \cdot M \quad \text{(3) قاعدة الضرب :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (k \cdot f(x)) = k \cdot L \quad \text{(4) قاعدة الضرب في ثابت :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, M \neq 0 \quad \text{(5) قاعدة ناتج القسمة :}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} (f(x))^{\frac{r}{s}} = L^{\frac{r}{s}} \quad \text{(6) قاعدة القوة :}$$



$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{g(x)} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x)} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} (g(x) + f(x)) =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3f(x) - 3}{x^2} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{f(x) + 1} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 5} (4f(x) + 7)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5} (f(x) \times g(x) - x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 5} (f^2(x) - \sqrt{g(x)})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) + 2x}{g(x) - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(f(x) + 11)^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{g(x)}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 1} (g(x) - 3) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 8$$

(1) إذا علمت أن محمد عمر الخطيب

أوجد :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} (2f(x))$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} (3g(x) - \sqrt[3]{f(x)})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{g(x)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 1 \text{ إذا كان محمد عمر الخطيب}$$

أوجد مستخدماً خواص النهايات $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

طرق حساب النهايات جبرياً

(1) التعويض المباشر:

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+3}{x-2} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3}{x+1} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{9x^2-4} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{x^2+9} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2} \sqrt{x^2+5}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -5} \sqrt[3]{3x-12}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sin x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow -1} e^x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1} x^2$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \ln \sin x + x$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow 3} \log_2 (x+5)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) التحليل إلى العوامل:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

1. العامل المشترك

2. الفرق بين مربعين

3. الحدود الثلاثية

4. الفرق بين مكعبين

5. مجموع مكعبين

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 9x}{18 - 2x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x^2 - 4} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 75}{10 - 2x} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{3x - x^2} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x - 4)^2 - 16}{x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 - 2x}{x^2 - 2x - 3} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 8} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^3 - 4x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(h+2)^3 - 8}{h} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 5x + 6} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{-2x+1}}{x^2 + x} =$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{e^x - 1} =$$

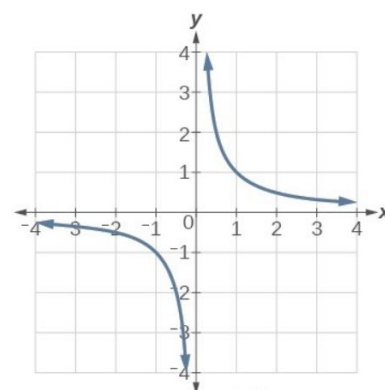
$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)^{10}}{(x^2 - 2x + 1)^5} =$$

ملاحظة:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$

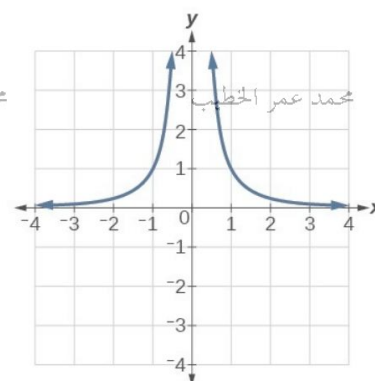
$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \text{not exist}$$



ملاحظة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$



$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^2} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2}{18-2x} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x^2 - 4} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-3}{10-2x} =$$

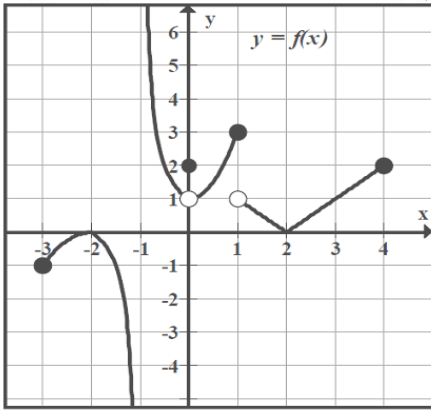
$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{3x - x^2} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)^2}{(4-x)^3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + a x + b}{x - 2} = 7 \quad (1) \text{ إذا كانت: } \text{محمد عمر الخطيب}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3 - 1)^{2n}}{(x^2 - 2x + 1)^n} = 81 \quad (2) \text{ إذا كانت: } \text{محمد عمر الخطيب}$$

(1) استخدم الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية:



هل يمكن استخدام التعويض لإيجاد : $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x)}{x-2}$

ابحث عن طريقة لتوضيح كيفية إيجاد هذه النهاية . ثم أوجد قيمتها .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

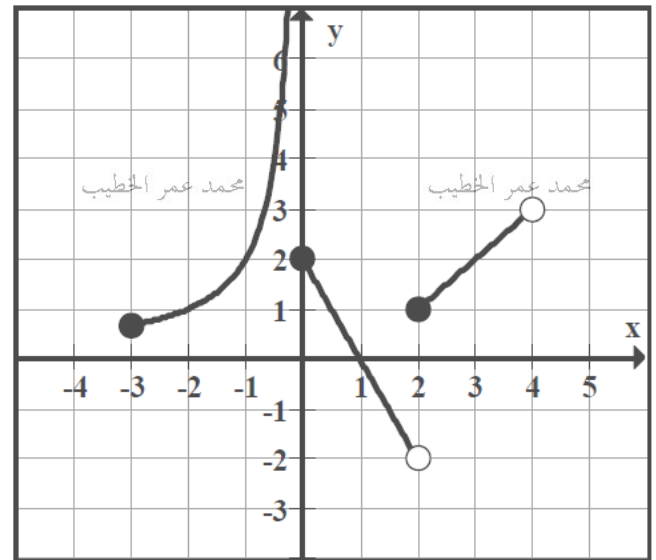
(2) استخدم الرسم البياني المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في الإجابة عن الأسئلة التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{f(x)-1} =$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-4}{f(x)+2} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية :

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{x}{x^2 - 9} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{x} \left(\frac{1}{5+x} - \frac{1}{5-x} \right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{2}{3x+5} \right) \left(\frac{1}{x-1} \right) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{5}{2x-3} + 5}{4x^2 - 4} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) في إحدى الدراسات على عيون القطط وجد إن قطر البؤبؤ $f(x)$ للقطط يتناسب عكسياً مع شدة الإضاءة x التي تسقط على عينيه وفق العلاقة:

$$f(x) = \frac{160x^{-0.04} + 90}{4x^{-0.04} + 15}$$

أوجد نهاية قطر البؤبؤ عندما تسع شدة الإضاءة إلى الصفر (تتعدم الرؤية).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{a}{x} - b}{2x} = -1$$

(2) أوجد قيمة الثوابت a, b التي تجعل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) الدوال المتفرعة (الدوال المعرفة بأكثر من قاعدة وتشمل دالة المطلق والصحيح): الخطيب

الدالة المعرفة بأكثر من قاعدة:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & , x < -2 \\ 2x + 3 & , x \geq -2 \end{cases} \quad (1) \text{ إذا كانت :}$$

فأوجد:

محمد عمر الخطيب
(a) $f(-2)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

(c) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} -x & , x > -1 \\ 2x + 3 & , x < -1 \end{cases} \quad (2) \text{ إذا كانت :}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فأوجد:

$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

(3) إذا كانت:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 5 & , x = 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فأوجد:

(a) $f(2) =$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} \log x + 4, & x \geq 1 \\ 5x - 1, & x < 1 \end{cases}, \quad g(x) = \frac{x-1}{1-x}$$

فأوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x)) =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} x^2 + \cos x, & x \geq 0 \\ e^x - 1, & x < 0 \end{cases}, \quad g(x) = x^2 - x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

وكان $h(x) = f(x) \times g(x)$

اشرح هل يمكن تطبيق نهاية حاصل ضرب دالتين في إيجاد قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ابحث عن طريقة تحليلية لإيجاد قيمة هذه النهاية

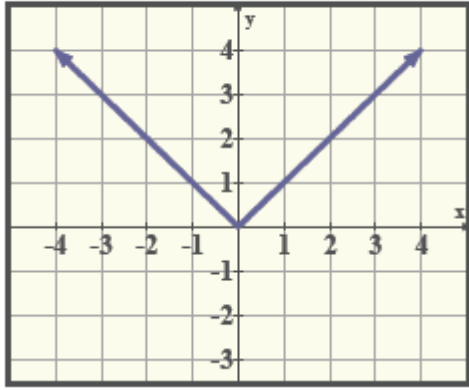
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب دالة المطلق : $y = |x|$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + |x| - 2}{x^2 + 1} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 5| - 2}{x^2 - 9} =$$

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x - 1| - 6}{x^2 - 3x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

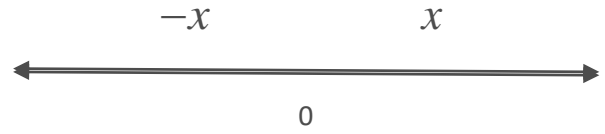
دالة المطلق: الخطيب

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$|5| = 5$$

$$|x| = a \leftrightarrow x = a \text{ or } x = -a$$

$$|-5| = 5$$



اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$|a - x| = |x - a|$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اوجد قيمة كل من النهايات الآتية: (إن أمكن).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x^2 - 4|}{|x - 2|}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + |x|}{x} - \frac{1 - x}{|x|} \right)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - |x|}{|3x| - 2x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{x^2 - b}{x - b} = \lim_{x \rightarrow -2} (|x| + 8)$$

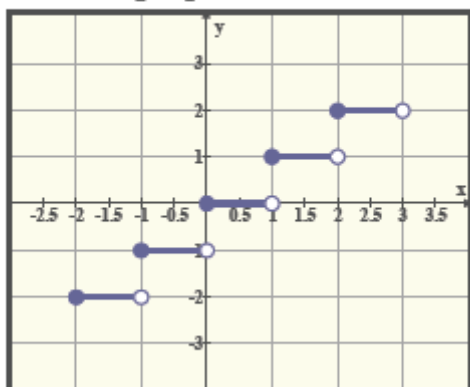
(2) اوجد قيمة b اذا كانت

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



$$[5] = 5$$

$$[5.7] = 5$$

$$[-5.99] = -6$$

ملاحظة: إذا كانت n عدد صحيح فإن $[x + n] = [x] + n$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية: (إن أمكن).

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2.9} [x]$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} [3x + 1] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2^-} [x]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow -3} [x + 0.5]$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{|x|}{[x]}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -2.1} [x]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow -3.8} x[x] =$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow 2^-} 3[x] - |x| =$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow 2^-} |x - 2| + [x] + x =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - [x+1]}{|x-3|} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 3x + [x+1]}{x-2} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x([x]+3)}{x^2+x} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-2}{|x-2| + [x-2]} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x]+5)^{[x]}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2} [x]$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} [3x + 1] =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -3} [x + 2] =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} x[x + 2] =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2)^{[x]}$$

إيجاد الثوابت من خلال وجود نهاية دالة عند نقطة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} x^2 + a & , x \leq -1 \\ 2x - b & , x > -1 \end{cases}$$

وكانت $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ فأوجد كلا من الثابتين a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ إذا كانت: } f(x) = \begin{cases} \log_2 x & , 0 < x \leq 8 \\ 3^{a-3} & , x > 8 \end{cases} \text{ فأوجد قيمة } a \text{ حيث } \lim_{x \rightarrow 8} g(x) \text{ موجودة}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \text{ إذا كانت: } g(x) = \begin{cases} a^2 x + 4 & , x \geq 1 \\ 4a & , x < 1 \end{cases} \text{ فأوجد قيم } a \text{ حيث } \lim_{x \rightarrow 1} g(x) \text{ موجودة}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \text{ إذا كانت: } g(x) = \begin{cases} a x^2 - 3 & , x < 2 \\ 3x - b & , x > 2 \end{cases}$$

وكانت: $\lim_{x \rightarrow -3} g(x) = 6$ ، $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 4$ فأوجد كلا من الثابتين a, b ثم اوجد $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

$$(2) \text{ إذا كانت: } g(x) = \begin{cases} x + a & , x \geq b \\ 5x - 7a & , x < b \end{cases}$$

وكانت: $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = 3$ فأوجد كلا من الثابتين a, b

$$(3) \text{ لتكن: } f(x) = \begin{cases} 2ax - 5 & , x < 2 \\ \frac{x-3}{|x-3|} & , x > 2 \end{cases} \text{ فما قيمة } a \text{ التي تجعل } \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \text{ موجودة.}$$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{(x-5)^2}}{x-5}$$

ملاحظة:

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{1-x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow 5^+} \sqrt{25-x^2}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x - [x]}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x - [x]}$$

تذكر أن:

$$\sqrt{x^2} = |x|, \quad \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|, \quad (\sqrt{x})^2 = x, \quad \sqrt{x^2} \neq x$$

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{\sqrt{x^4 + x^2}}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$$

مساعدة: اكمل المربع

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x^2 + 2x}$$

ملاحظة: مرافق المقدار الجبري $\sqrt{x} - \sqrt{a}$ هو $\sqrt{x} + \sqrt{a}$ ويكون حاصل ضربهم هو $x - a$.
 اوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{2 - \sqrt{x-1}} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x-1} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{2x-1} - 1} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{\sqrt{x} - 1} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x\sqrt{x} - 27}{x - 9} =$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}-3} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - 1}{1-x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x} - 6}{\sqrt{x} - 3}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}}{x} =$$

(1) لتكن $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$ موجودة فاوجد قيمة a . محمد عمر الخطيب

(2) لتكن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+1}-\sqrt{2x+1}}{x} = 4$ فاوجد قيمة a . محمد عمر الخطيب

تذكر أن:

Quotient Identities

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

محمد عمر الخطيب

Reciprocal Identities

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$$

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

محمد عمر الخطيب

Pythagorean Identities

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \sec^2 \theta$$

$$1 + \cot^2 \theta = \csc^2 \theta$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

**Sum Identities
Addition Formulas**

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$$

**Difference Identities
Subtraction Formulas**

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

Double Angle Formulas

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$= 2 \cos^2 a - 1$$

$$= 1 - 2 \sin^2 a$$

$$\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

Co-function Identities

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta$$

$$\cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot \theta$$

$$\csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sec \theta$$

$$\sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \csc \theta$$

محمد عمر الخطيب

Even-Odd Identities

$$\sin(-\theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan \theta$$

$$\csc(-\theta) = -\csc \theta$$

$$\sec(-\theta) = \sec \theta$$

$$\cot(-\theta) = -\cot \theta$$

محمد عمر الخطيب

Half-Angle Formulas

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

Sum-to-Product Formulas

$$\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

محمد عمر الخطيب

Product-to-Sum Formulas

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(ax)}{bx} = \frac{\sin(ax)}{\tan bx} = \frac{\tan(ax)}{\sin bx} = \frac{a}{b} \quad b \neq 0$$

اوجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن أمكن).

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \cos x) =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (x \tan x) =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{6 \sin 3x}{5|x|} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{2x \cos 3x} =$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 5x}{2x^2} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin^2 3x}{3x|x|} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{x[x]} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 5x}{\sin^2 3x} =$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{3x^2 \sin x} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{2x} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x}{\tan 2x} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3x}{2 \sin 2x} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\tan 4x} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x \tan 5x} =$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x \sin^2 8x}}{x}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x + \tan 3x}{x} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos x}{x^2 + x} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(x^2 + x) \csc 2x} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + \tan x}{4x - \sin x} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x + x^2 \tan 2x}{x^2 + 4x \tan x} =$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} (\tan 2x \csc \pi x) =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} [x](x \cot 2x) =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{|x|} - 2[x - 2]$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{3}{x} \right) \sin x =$$

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (\csc \pi x \sin 5x + \tan x)$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 \csc 3x \cot 2x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - x^3 \cot x}{x \cot x}$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\sqrt{\sin 2x} - \sqrt{x}} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1 - \sqrt{1+x}} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} =$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x\sqrt{1 + \cot^2 x}) =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right)$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{2x-2} =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)}{x^2-4} =$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2-4)}{x^2-4} =$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} =$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x^2}{3x} =$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\tan x)}{2x} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
فاوجد قيمة k .

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x+1|+2}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin kx}$$

محمد عمر الخطيب
(1) إذا كانت:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فاوجد قيمة k .

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow k} 4^x$$

(2) إذا كانت:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فاوجد قيمة a .

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x]$$

(3) إذا كانت:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

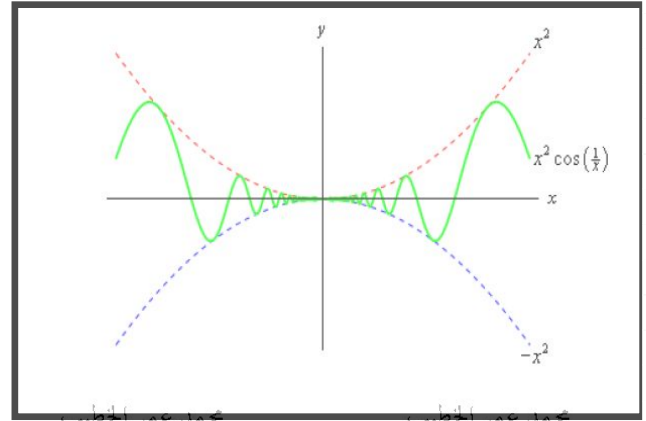
إذا كان $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ لكل $x \neq c$ في فترة حول c

$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) = \lim_{x \rightarrow c} h(x) = l \text{ وكان}$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = l \text{ فإن}$$

أوجد قيمة كل من النهايات الآتية باستخدام نظرية الشطيرة: محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos \frac{1}{x} =$$



$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} (5 + x^2 \cos \frac{1}{x^2}) =$$

(1) لتكن: $h(x) = \sqrt{x} \sin \frac{1}{x}$ استخدم نظرية الشطيرة في إيجاد: $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$

(2) استخدم نظرية الشطيرة في إيجاد $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos^2 x + x^2 \sin \frac{1}{x})$

(1) أوجد: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ حيث: $\frac{2 \sin x - x}{x + \tan 2x} \leq f(x) \leq \frac{x^2 + x}{3x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) أوجد: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ حيث: $\frac{2x^2 - x^3}{2} \leq x^2 f(x) \leq \frac{x^2 + \sin^2 x}{2 + 3x^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استخدام نظرية الشطيرة. اوجد $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ حيث $|g(x) + 4| \leq 2(3 - x)^4$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت : $|g(x)| \leq M$ حيث M عدد حقيقي موجب فبين ان : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x) = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الاتصال عند نقطة:

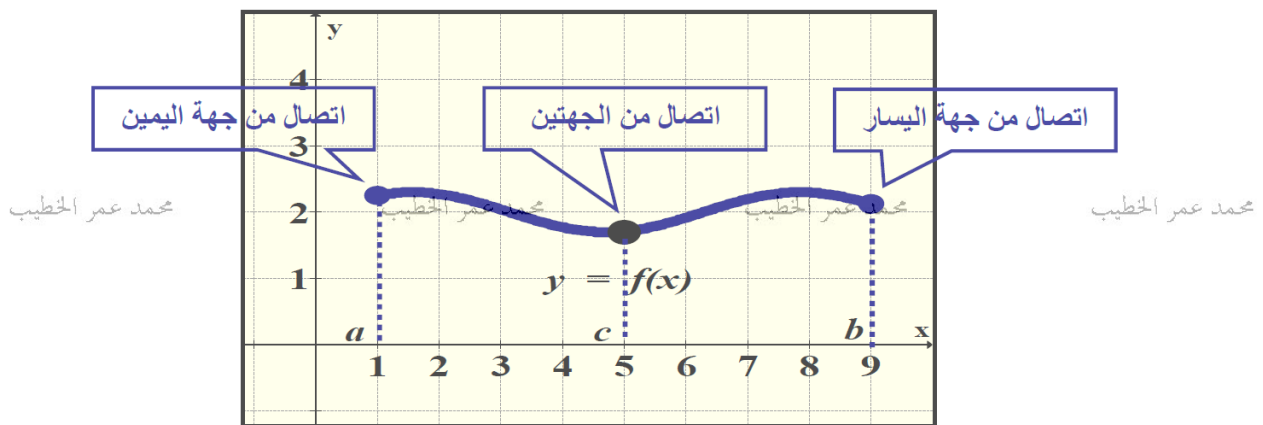
نقطة داخلية: تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند نقطة داخلية c في مجالها اذا كانت

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

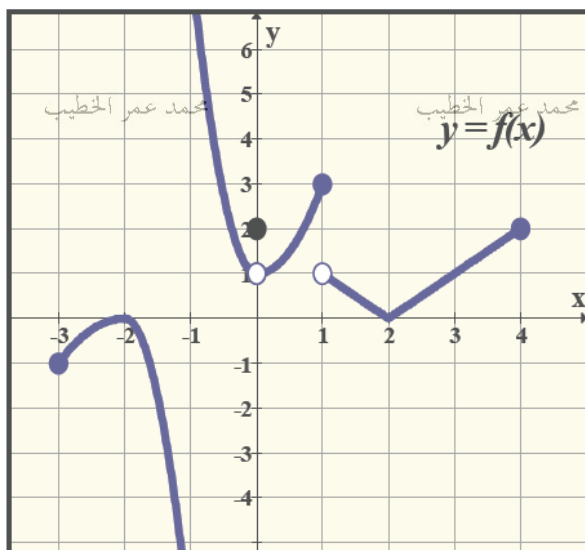
نقطة طرفية: تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة عند نقطة طرفية a لها نهاية من جهة اليمين

او نقطة طرفية b لها نهاية من جهة اليسار اذا كان

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$



أوجد النقاط التي عندها منحنى الدالة $f(x)$ متصل والنقاط الأخرى التي عندها منحنى الدالة $f(x)$ غير متصل



$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ 2 - x & , x > 1 \end{cases}$$

تذكر

شروط الاتصال عند $x = c$ (1) الدالة معرفة عند $x = c$

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad (3)$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & , x \neq 1 \\ 3 & , x = 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = [x]$$

استنتج جميع النقاط التي عندها الدالة غير متصلة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

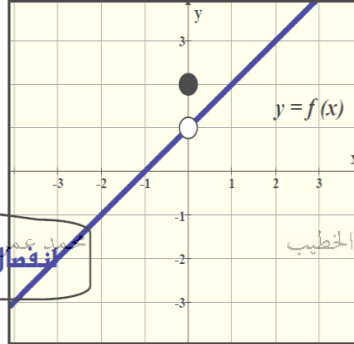
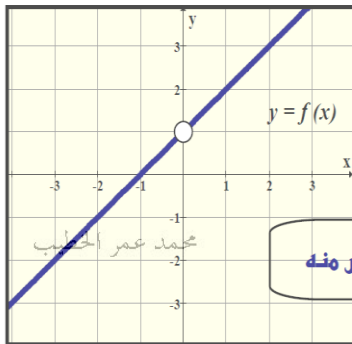
$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 5x & , x < 1 \\ 5 & , x = 1 \\ 6 - x & , x > 1 \end{cases}$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

$$(3) \quad f(x) = |x-1|$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

(أولاً) يمكن التخلص منه (الفجوة)



يمكن التخلص منه

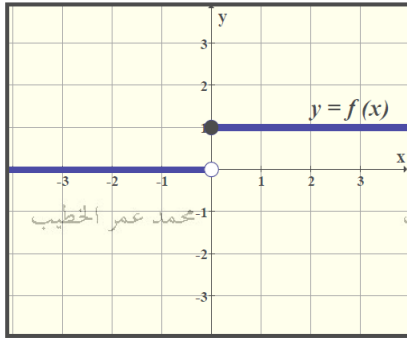
النهاية موجودة

ولكن لا تساوي الصورة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ثانياً) لا يمكن التخلص منه وهو ثلاث أنواع



النهاية غير موجودة

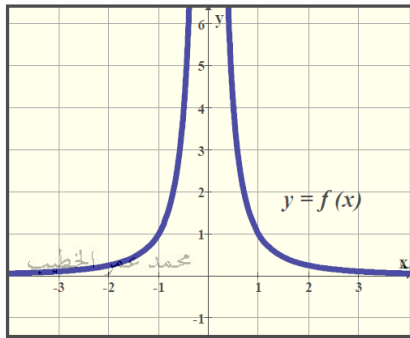
النهاية من اليمين لا تساوي النهاية من اليسار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

وكلاهم عدد حقيقي

(1) القفزة



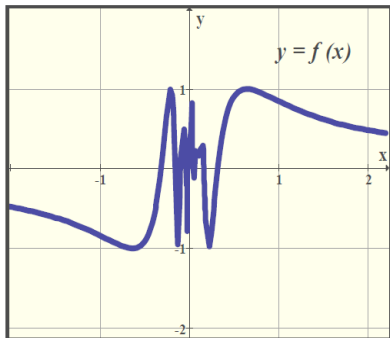
النهاية غير موجودة

احدى النهايتين تساوي ملانهاية او كلاهم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) لانهاية



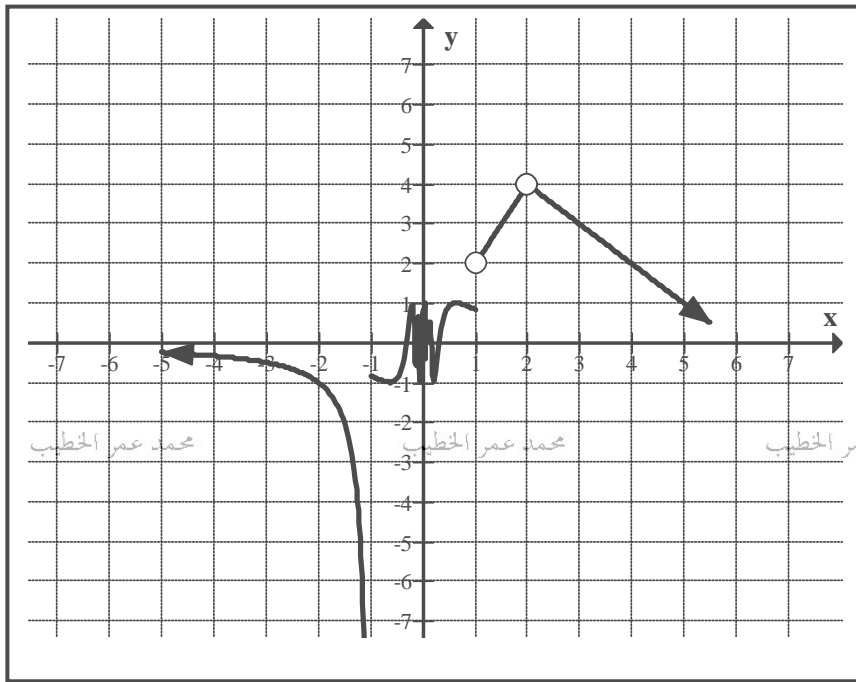
النهاية غير موجودة

الدالة تتذبذب عند نقطة الانفصال

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) تذبذبي



(2) استعن بالجدول التالي:

السبب	نوع الانفصال	نقطة انفصال الدالة

أولاً: الدوال المتصلة على مجالها

(1) كثيرات الحدود

(2) الدوال المثلثية

(3) الدوال الاسية

(4) الدوال الجذرية

(5) الدوال اللوغارتمية

(6) الدوال النسبية

(7) دوال المطلق

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ثانياً: الدوال المتصلة على جزء من مجالها

(1) دالة الصحيح

ثالثاً: العمليات على الدوال المتصلة

(1) حاصل جمع وطرح وضرب وتركيب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

(2) حاصل قسمة دالتين متصلتين هي دالة متصلة بشرط ان المقام لا يساوي صفر

(3) حاصل تركيب دالتين متصلتين هي دالة متصلة

رابعاً: اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة فان

$$\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(\lim_{x \rightarrow a} g(x))$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أكمل الجدول التالي:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الدالة	نوع الانفصال عند $x = 0$	سبب الانفصال
$f(x) = \sin \frac{1}{x^2}$		
$g(x) = \frac{1}{x}$		
$L(x) = \begin{cases} x^2 - 5, & x \geq 0 \\ x + \cos x, & x < 0 \end{cases}$		
$N(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4}, & x \neq 0 \\ 4, & x = 0 \end{cases}$		

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

نوع الانفصال	نقاط الانفصال	الدالة
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	(1) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$ محمد عمر الخطيب
		(2) $f(x) = \frac{\sin 5x}{x}$
		(3) $f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x > 1 \\ x^2 & , x \leq 1 \end{cases}$
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	(4) $f(x) = \frac{2}{x - 3}$ محمد عمر الخطيب
		(5) $f(x) = \frac{ x }{x}$
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	(6) $f(x) = \frac{x - 5}{x^2 - 2x - 15}$ محمد عمر الخطيب
		(7) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} [x] & , -1 \leq x < 0 \\ x|x| & , 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$(2) \quad f(x) = \frac{|x-2|-1}{x-3}$$

$$(3) \quad f(x) = \sin \frac{1}{x}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

أوجد نقاط الانفصال للدالة . ثم حدد نوع كل منها:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & , x < 1 \\ x^2 - 2x + 5 & , x \geq 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & , x < 3 \\ x^2 & , x \geq 3 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ اذا كانت

$$(1) \text{ متصلة على كل نقطة في الفترة المفتوحة } (a, b)$$

$$(2) \text{ متصلة عند النقطة } a \text{ من جهة اليمين اي ان } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$$

$$(3) \text{ متصلة عند النقطة } b \text{ من جهة اليسار اي ان } \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

وتكون الدالة $y = f(x)$ متصلة على مجموعة الاعداد الحقيقية اذا كانت متصلة عند كل نقطة

أي من الدوال الآتية متصلة على الفترة $[0, 1]$... فسر ذلك حيث:

$$(1) \quad f(x) = \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad g(x) = [x]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad h(x) = \frac{|x|}{x}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} 5 & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 12x - 1 & , \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \sqrt{1-x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = x^2 + 5x - 1, x \in [1, 2]$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x-1}, x \in [1, \infty)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} x+2 & , x \leq 2 \\ x^2 & x > 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & , x \neq 2 \\ 2 & , x = 2 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad f(x) = x^2 \cos \frac{1}{x}$$

$$(2) \quad f(x) = \tan x$$

$$(3) \quad f(x) = \ln(x - 2)$$

$$(4) \quad f(x) = \frac{x}{e^x}$$

$$(5) \quad f(x) = \sin^{-1} x$$

$$(6) \quad f(x) = \begin{cases} [x] & , 1 \leq x < 3 \\ x^2 - 6 & , x \geq 3 \end{cases}$$

$$(1) \quad f(x) = \sqrt{4 - x^2}$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$$

$$(3) \quad f(x) = (x - 1)^{\frac{3}{2}} + e^x$$

$$(4) \quad f(x) = \ln(x^2 - 4)$$

$$(5) \quad f(x) = \ln(x^2 - x - 6)$$

$$(6) \quad f(x) = \frac{\ln(x - 2)}{\sqrt{5 - x}}$$

$$(1) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1}$$

$$(2) \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$(3) \quad f(x) = \sin^{-1}(x - 1)$$

$$(4) \quad f(x) = \tan^{-1}(2x + 1)$$

إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على مجال معين بأستثناء عدد محدود من النقاط التي عندها انفصال يمكن التخلص منه فإنه يمكن تعريف دالة جديدة متصلة على مجالها تسمى الدالة الموسعة وتعتمد على الدالة $f(x)$.

$$(1) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \text{ اكتب الدالة الموسعة للدالة : } f(x) = \frac{\sin 2x - \tan x}{x} \text{ حتى تصبح متصلة عند } x = 0$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(اكتب الدالة الممتدة او الموسعة).

$$(1) \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-3}{x-8}, x \neq 8$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{1-x^4}{x^2-1}, x \neq \pm 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اعد تعريف كل من الدوال الآتية عند النقطة المشار إليها لتصبح الدالة متصلة لجميع قيم x . محمد عمر الخطيب

(اوجد الدالة الممتدة او الموسعة).

$$(1) \quad f(x) = \frac{|x-2|-1}{x-3} \quad x \neq 3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \quad f(x) = \frac{x+3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{3}} \quad x \neq -3$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اكتب الدالة الموسعة للدالة $f(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin x}$ حتى تصبح متصلة عند $x = 0$

(2) اكتب الدالة الموسعة للدالة $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x-1}$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية

(3) لتكن: $f(x) = \frac{x^3-4x}{x^2-2x}$

(أ) اوجد نقاط انفصال الدالة وحدد نوعها:

(ب) اكتب الدالة الموسعة للدالة $f(x)$ حتى تصبح متصلة على مجموعة الأعداد الحقيقية:

(1) اوجد قيمة الثابت a لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 2$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2 & , x < 2 \\ a & , x \geq 2 \end{cases}$$

$$(2) \text{ لتكون : } G(x) = \begin{cases} ax + 6 & , x > 3 \\ bx^2 - a & , x < 3 \\ 9 & , x = 3 \end{cases}$$

دالة متصلة عند $x = 3$ أوجد قيم الثوابت a, b .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x} & , x > 0 \\ b & , x = 0 \\ \frac{|x|}{x} & , x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + a}{x^2 + 1} & , x < 0 \\ a + b & , x = 0 \\ \sqrt{x + 4 + b} & , x > 0 \end{cases}$$

(2) ما قيم الثوابت a, b التي تجعل الدالة :

متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + 5 & , x > -1 \\ 7 & , x = -1 \\ x - b & , x < -1 \end{cases}$$

(2) اوجد قيمة الثوابت a, b لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & , x \leq 1 \\ x^2 - 2x & , 1 < x < 3 \\ b - a & , x \geq 3 \end{cases}$$

(3) اوجد قيمة الثوابت a, b لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , x \leq 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , 0 < x < 2 \\ x^2 - x + b & , x \geq 2 \end{cases}$$

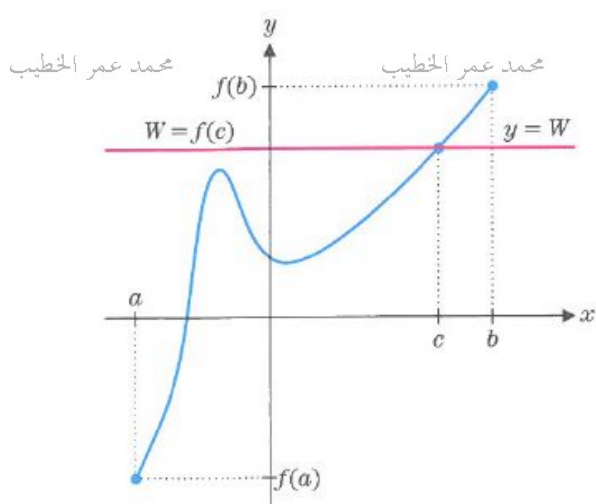
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2x}{x} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ b \cos x + e^x & , x > 0 \end{cases}$$

(2) اوجد قيمة الثوابت a , b لتجعل الدالة $f(x)$ متصلة مجالها حيث:

$$f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , x < 0 \\ 2b^{bx} + 1 & , 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x-2) + x^2 & , x > 3 \end{cases}$$

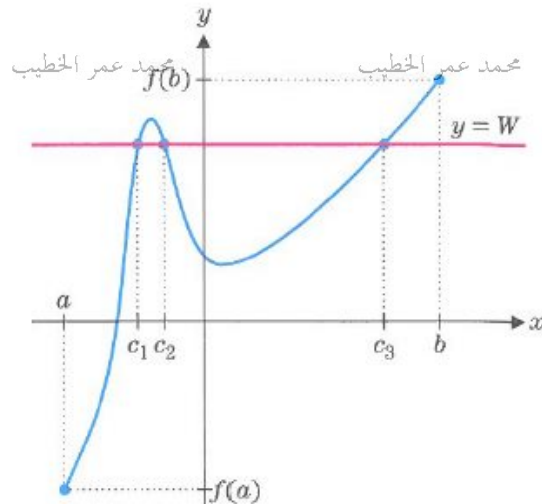
نظرية القيمة الوسيطة

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، وكانت W أي عدد يقع بين $f(a)$ و $f(b)$ فإنه يوجد عدد على الأقل مثل c ينتمي إلى الفترة $[a, b]$ بحيث $f(c) = W$



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $f(x) = x^3 - x + 3$ دالة متصلة على الفترة $[1, 2]$ فاوجد التقريب الثاني للعدد c والذي تنتمي إلى الفترة ويحقق $f(c) = 4$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$ ، وكانت $f(a)$ و $f(b)$ لهما اشارتان مختلفتان فإنه يوجد عدد على الاقل مثل c ينتمي الى الفترة $[a, b]$ بحيث $f(c) = 0$

(1) إذا كانت $f(x) = x^2 - 7$ دالة متصلة على الفترة $[2, 3]$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً

لأقرب منزلتين عشريتين .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $f(x) = \cos x - x$ دالة متصلة على الفترة $[0, 1]$ فاوجد التقريب الثاني لجذر الدالة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) إذا كانت $f(x) = e^x + x$ دالة متصلة على الفترة $[-1, 0]$ فاوجد قيمة تقريبية لصفر الدالة مقرباً لأقرب منزلتين عشريتين .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

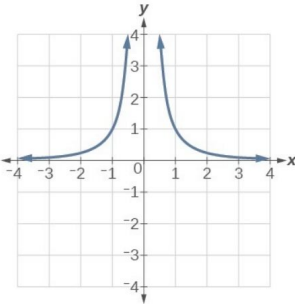
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أولاً: نهاية الدالة عند ما تساوي ملانهاية

ملاحظة:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty$$



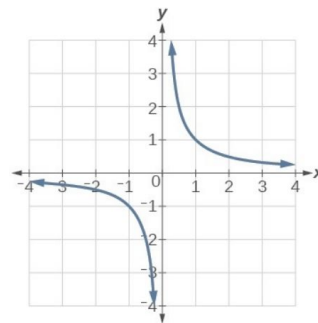
ملاحظة:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$$

غير موجودة

$$2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$$



أوجد قيمة كل مما يأتي

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{x-2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x-2}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^2}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-2x}{x^2-1}$$

الكميات المعينة

$$\frac{a}{0} = \pm\infty, \quad \frac{a}{\pm\infty} = 0 \quad \text{if } a \neq 0$$

$$\infty \pm a = \infty, \quad \infty + \infty = \infty$$

$$a \times \infty = \pm\infty$$

$$a^0 = 1, \quad \infty^\infty = \infty$$

$$a^\infty = \infty \text{ if } a > 1, \quad a^\infty = 0 \text{ if } 0 < a < 1$$

الكميات غير المعينة

$$\frac{0}{0}, \quad \frac{\pm\infty}{\pm\infty}$$

$$\infty - \infty$$

$$0 \times \infty$$

$$0^0, \quad \infty^0, \quad 1^\infty$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{(x^2-1)^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -1^-} (x^2 - 2x - 3)^{-2/3}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} e^{\frac{1}{x}}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(7) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(9) \lim_{x \rightarrow 0} \cot x$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} x \sec^2 x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} e^{\tan x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} e^{-\tan x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x)$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x \sin x)$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^+} \tan^{-1}(\ln x)$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

إذا كانت الدالة : $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$ أو $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ حيث عدد حقيق L فان للدالة $f(x)$ خط تقارب أفقي معادلتة $y = L$

ملاحظات مهمة :

(1) إذا كانت k عدد حقيق لا يساوي صفر فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} k = k$

(2) إذا كانت n عدد صحيح موجب فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{k}{x^n} = 0$ حيث k عدد حقيقي لا يساوي صفر

(3) إذا كانت n عدد صحيح موجب زوجي فان : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n = \begin{cases} \infty & , a > 0 \\ -\infty & , a < 0 \end{cases}$

(4) إذا كانت n عدد صحيح موجب فردي فان :

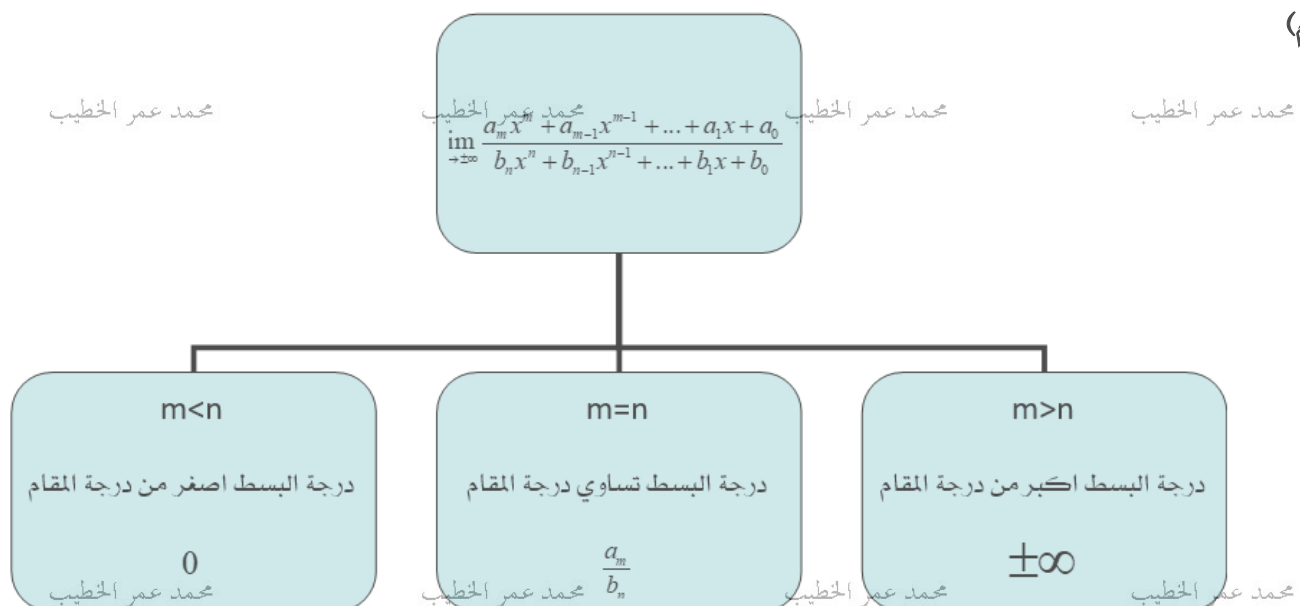
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} ax^n = \begin{cases} -\infty & , a > 0 \\ \infty & , a < 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n = \begin{cases} \infty & , a > 0 \\ -\infty & , a < 0 \end{cases}$$

(5) إذا كانت $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ كثيرة حدود فان :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} ax^n$$

(6) نهاية الدالة النسبية تكون حسب القاعدة التالية أو (نقسم كل من البسط والمقام على أعلى درجة في

المقام)



$$(1) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x^2 - 5x + 3$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} -x^7 - 5x^4 + 8$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 - 5x^5 + 7$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} e^x + x$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} 2^{-x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} (0.8)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} b^x = \begin{cases} \infty & , b > 1 \\ 0 & , 0 < b < 1 \end{cases}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5 - \frac{2}{x}$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} x - \frac{3}{x}$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x}$$

$$(10) \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2}$$

$$(11) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 5)^{-2/3}$$

$$(12) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 + 4x - 5}{x^4 - 1}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 5x^2}{10x^2 - 5x + 1}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + x^5}{x^4 + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin x}{2x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x}{2x^2 + \cos x}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{2x + \sin x}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x^2 + 1}{x - 5}\right)$$

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln\left(\frac{x + 1}{x^2 - 5}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \ln(e^x - 2) - \ln(x + 4)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} x)$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sec^{-1}\left(\frac{x^2 + 1}{x + 1}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-1/(x^2 + 1)}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{(x+1)/(x^2 + 1)}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{\cos(1/x)}$$

$$(7) \lim_{x \rightarrow -\infty} 4 \tan^{-1}(3x - 1)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(8) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a \quad a \neq 0$$

$$(9) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{80x^{-0.3} + 60}{2x^{-0.3} + 5}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{300}{9(0.8)^x + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 2x$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

$$(1) f(x) = \frac{2}{x-3} + 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 6}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) f(x) = \frac{x^2 + 4x - 2}{x + 1}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) f(x) = 3 \tan^{-1} x - 2$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت للدالة $f(x) = \frac{2}{x-a} - b$ خط تقارب رأسي معادلة $x = 1$ وخط تقارب أفقي

معادلة $y = -3$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت للدالة $f(x) = \frac{ax}{bx+1}$ خط تقارب رأسي معادلة $x = -2$ وخط تقارب أفقي معادلة $y = -2$ فاوجد قيمة الثوابت a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تعريف النهاية

إذا كانت الدالة $f(x)$ معرفة على فترة مفتوحة تحتوي النقطة a فإن $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ إذا تحقق الشرط التالي

$$\text{لكل } \varepsilon > 0 \text{ يوجد } \delta > 0 \text{ إذا كان } |x - a| < \delta \text{ فإن } \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) - l \right| < \varepsilon$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 3x - 1 = 5$$

التي تجعل ε

التي تتوافق مع δ

استخدام تعريف النهاية لإيجاد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$$

التي تجعل ε

التي تتوافق مع δ

استخدام تعريف النهاية لإيجاد قيمة

$$\lim_{x \rightarrow 1} 5x = 5$$

التي تجعل $\varepsilon = 0.01$

التي تتوافق مع δ

استخدام تعريف النهاية لإيجاد قيمة

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{e^x - 1} =$$

- (a) 2 (b) -2 (c) 1 (d) ∞

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{|x|} - [x] =$$

- (a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) -4

$$(3) \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x =$$

- (a) 0 (b) 1 (c) $-\infty$ (d) ∞

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin(\tan^{-1} 2x) =$$

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) 2

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} =$$

- (a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

$$(6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x =$$

- (a) 2 (b) -2 (c) e^2 (d) e^{-2}

$$(7) \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x^2 + x) - \ln x =$$

- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) ∞

(8) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\ln \frac{x-3}{x^2-9}}{x-3}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{-1}{6}$

(b) $\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{9}$

(d) $\frac{-1}{9}$

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right)$

(a) $\frac{\pi}{2}$

(b) $-\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{6}$

(d) $-\frac{\pi}{6}$

(10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

(11) $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x^2}$

(a) 1

(b) -1

(c) ∞

(d) 0

(12) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2+2} - x)$

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

(13) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - |x|}{|x| - 2x}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 1

(b) -1

(c) 2

(d) 0

(14) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{3 + \tan^{-1} \frac{1}{x}}$

(a) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(b) $\sqrt{3 - \frac{\pi}{2}}$

(c) $\sqrt{3 + \frac{\pi}{2}}$

(d) غير موجودة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(15) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2 + 10^{1/x}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{12}$

(c) $\frac{-1}{2}$

(d) غير موجودة

(16) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin 2(x^2 - 9)}{x^2 - 9}$

(a) 6

(b) 1

(c) 2

(d) 3

(17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 8x^3}{4x^3}$

(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 4

(18) $\lim_{x \rightarrow 0} 2x^2 \sin \frac{3}{x^3}$

(a) 0

(b) 3

(c) 2

(d) 6

(19) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\sin x + 1} - 1}{x}$

(a) $\frac{1}{2}$

(b) $-\frac{1}{2}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) $-\frac{1}{4}$

(20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 3x^5}{2|x^5| + x}$

(a) $\frac{3}{2}$

(b) $-\frac{3}{2}$

(c) $\frac{5}{2}$

(d) $\frac{2}{3}$

(21) ان قيمة a التي تجعل النهاية $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 3}$ موجودة هي

(a) 1

(b) -1

(c) 5

(d) -5

(22) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \cos^{-1}(x+1)$ متصلة هي

- (a) $[0, \pi]$ (b) $[0, 4]$ (c) $[0, 2]$ (d) $[-1, 1]$

(23) الفترة التي تكون عليها الدالة $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$ متصلة هي

- (a) $[0, 2]$ (b) $(0, 2]$ (c) $[0, 2)$ (d) $(0, 2)$

(24) للدالة $g(x) = \frac{2x-6}{x^2-9}$ انقطاع لانهاائي عند

- (a) 3 (b) -3 (c) 3, -3 (d) -9

(25) خط التقارب الافقي للدالة $g(x) = e^{1/x} - 1$ هو

- (a) $y = 0$ (b) $y = -1$ (c) $y = 1$ (d) $y = e$

(26) خط التقارب الرأسي للدالة $g(x) = \frac{3}{e^x - 2}$ هو

- (a) $x = 0$ (b) $x = 2$ (c) $x = 3$ (d) $x = \ln 2$

(27) اذا كان للدالة $f(x)$ خط التقارب رأسي عند $x = 3$ وخط مقارب افقي عند $y = 2$ فان

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2f(x) \text{ تساوي}$$

- (a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 4

(28) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{1-x} & x > 1 \\ a & x \leq 1 \end{cases}$ متصلة عند $x = 1$ هي

- (a) -1 (b) 2 (c) -2 (d) 0

(29) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{4x} & x > 0 \\ a & x \leq 0 \end{cases}$ عند $x = 0$ هي

- (a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

(30) اذا كانت الدالة $f(x) = \frac{1}{x+1}$ و $g(x) = x^2 - 5$ فان مجموعة قيم x التي تجعل الدالة

$f(g(x))$ غير متصلة هي

- (a) $-1, 1$ (b) $\pm\sqrt{5}$ (c) $-1, \sqrt{5}$ (d) $-2, 2$

(31) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - x}{[x] - 1} = 3$ فان $f(3)$ تساوي

- (a) 6 (b) 9 (c) 0 (d) 1

(32) اذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على R حيث $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{\sin x}{x}\right) - 1 = 3$ فان $f(1)$ تساوي

- (a) 3 (b) 4 (c) 2 (d) 0

(33) اي من الدوال التالية له نقطة انفصال عند $x = 0$ ويمكن التخلص منه

(a) $f(x) = \frac{x^2 + x}{x}$ (b) $g(x) = \frac{x+1}{x^2 + x}$ (c) $h(x) = e^{1/x}$ (d) $k(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x \leq 0 \end{cases}$

(34) اي من الدوال التالية متصلة على الفترة $[0, 1]$

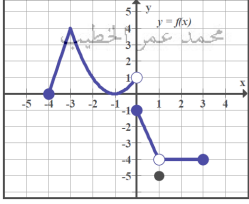
(a) $f(x) = [x + 1]$ (b) $g(x) = \frac{\sin x}{x}$ (c) $h(x) = \sqrt{1 - x}$ (d) $k(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq x \leq 1 \end{cases}$

(35) عند تقدير طول منحنى الدالة $f(x) = x^2$ على الفترة $[0,1]$ باستخدام قطعتين مستقيمتين فإنه يكون

- (a) 1.46 (b) 1.24 (c) 0.92 (d) 0.55

(36) عند استخدام تعريف النهاية في اثبات ان $\lim_{x \rightarrow 10} 2x = 20$ حيث قيمة $\varepsilon = 0.01$ فان δ تكون

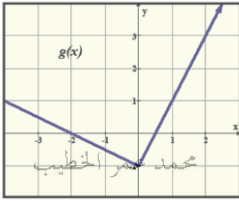
- (a) 0.01 (b) 0.05 (c) 0.005 (d) 0.5



محمد عمر الخطيب

(37) في الشكل المجاور ان قيمة $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$ محمد عمر الخطيب

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) 0 (b) 1 (c) -1 (d) غير موجودة

(39) للدالة $f(x) = \frac{|2-x|}{2x-4}$ نقطة انفصال عند $x = 2$ نوعها

- (a) فجوة (b) قفزه (c) لانهائي (d) تنذبني

(40) عدد خطوط التقارب الرأسية للدالة $f(x) = \tan x$ هي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) واحد (b) اثنان (c) لانهائي (d) لا يوجد

(41) التقريب الثاني لجذر الدالة $f(x) = x - \cos x$ على الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ هو

- (a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{8}$ (c) $\frac{3\pi}{8}$ (d) $\frac{5\pi}{8}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(42) أي من الدوال التالية تحقق نظرية القيمة الوسيطة ويكون لها جذر في الفترة $[0,1]$ هو الخطيب

(a) $f(x) = x^2 - 1$ (b) $g(x) = x - \log x$ (c) $h(x) = x - e^x$ (d) $r(x) = x(x-2)^{-1}$

(43) إذا كانت الدالة $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[-1,3]$ حيث $f(-1) = -2, f(1) = -1, f(3) = 4$ فإن التقريب الثاني لجذر الدالة في الفترة $[-1,3]$ هو

(a) -1.5 (b) 0.5 (c) 2 (d) 2.5

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(44) ان قيمة a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-a}-3}{x-1}$ موجودة هي

(a) 1 (b) 8 (c) -8 (d) -10

(45) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ موجودة حيث $g(x) = \begin{cases} a^2x + 4, & x \geq 1 \\ 4a, & x < 1 \end{cases}$ هي

(a) $2, -2$ (b) -2 (c) 2 (d) $0, -4$

(46) إذا كانت: $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{\sin^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} a[x]$ فأ قيمة a تساوي

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $-\frac{1}{3}$

(47) إذا كانت: $|g(x)| \leq M$ حيث M عدد حقيقي موجب فإن: $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 g(x)$ تساوي

(a) 0 (b) 1 (c) $-M$ (d) M

(48) ان قيمة a التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1}-1}{\sin 3x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ متصلة عند $x=0$ هي

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $-\frac{2}{3}$ (c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(49) ان قيمة (قيم) a التي تجعل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|a|x^3 - 4}{2 + 3x^3} = 1$ هي

(a) 3

(b) 1

(c) 1, -1

(d) -3, 3

(50) عدد نقاط انفصال الدالة $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - x} & x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$ هي

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) 4

1	B	11	D	21	B	31	A	41	B
2	D	12	A	22	C	32	B	42	D
3	A	13	B	23	D	33	A	43	C
4	B	14	B	24	B	34	C	44	C
5	C	15	A	25	B	35	A	45	C
6	D	16	C	26	D	36	C	46	B
7	B	17	C	27	D	37	B	47	A
8	B	18	A	28	C	38	D	48	A
9	C	19	A	29	B	39	B	49	D
10	B	20	A	30	D	40	C	50	C

إنتهت الوحدة الثانية بحمد الله

واعتذر للجميع عن أي تقصير أو خطأ.

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

الصف الثاني عشر متقدم

2019/2018

الوحدة الثالثة

التفاضل

1-3 المماسات والسرعة المتجهة

2-3 الاشتقاق

3-3 حساب المشتقات : قاعدة القوى

4-3 قاعدة الضرب والقسمة

5-3 قاعدة السلسلة

6-3 مشتقات الدوال المثلثية

7-3 اشتقاق الدوال الأسية والدوال المثلثية اللوغاريتمية

8-3 الاشتقاق الضمني والدوال المثلثية المعكوسة

9-3 دوال القطع الزائد

10-3 نظرية القيمة المتوسطة

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب

تعريف المشتقة:

يسمى ميل المنحنى عند النقطة $x = a$ بمشتقة الدالة عند تلك النقطة ويرمز لها بالرمز $f'(a)$ حيث:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

ويمكن استخدام التعريف البديل:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

ومشتقة الدالة f هي الدالة f' حيث:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تكون الدالة قابلة للاشتقاق عند النقطة إذا كانت النهاية موجودة

يجب ان تكون الدالة متصلة عند النقطة التي نبحث في اشتقاقها

ملاحظة:

مشتقة دالة عند نقطة.

= معدل التغير للدالة عند تلك النقطة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

= ميل المماس للدالة عند تلك النقطة.

= السرعة اللحظية المتجهة عند تلك النقطة.

$$f'(x) = y' = \frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت $f(x) = x^2 - 4x$ فأوجد $f'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة او التعريف البديل.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $f(x) = \sqrt{2x+1}$ فأوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) إذا كانت: $f(x) = \frac{2}{3x+1}$ فأوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت: $f(x) = \sqrt[3]{x} \sin x$ فأوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة . محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $f(x) = \cos x$ فأوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة . محمد عمر الخطيب

(3) إذا كان: $f'(3) = 4$ فأوجد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3) - 2f(3+h)}{h}$ محمد عمر الخطيب

(4) إذا كان: $f'(3) = 4$ فأوجد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+3) - f(3)}{h[h-0.5]}$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(5) إذا كان: $f'(2) = 3$ فأوجد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

تكون الدالة: $y = f(x)$ قابلة للاشتقاق عند النقطة a اذا كانت المشتقة على يمين النقطة a

وهي $f'(a^+)$ والمشتقة على يسار النقطة a وهي $f'(a^-)$ متساويتان

$$f'(a^+) = f'(a^-) \text{ : اي ان}$$

حيث:

$$f'(a^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$f'(a^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases} \quad \text{إذا كانت:}$$

فأوجد $f'(1)$ باستخدام تعريف المشتقة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت: $f(x) = x|x|$ فأوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(2) إذا كانت: $f(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ x^3 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \end{cases}$ فأوجد $f'(0)$ باستخدام تعريف المشتقة.

(3) إذا كانت: $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 2x & x < 0 \end{cases}$ فأثبت باستخدام تعريف المشتقة أن $f'(0)$ غير موجودة.

(1) إذا كانت f دالة قابلة للاشتقاق على مجموعة الأعداد الحقيقية حيث:

$$f(x+h) = x^2h + 3xh^2 + f(x)$$

و h هو مقدار التغير في x فاوجد : $f'(3)$.

(2) إذا كانت: $f(x+y) = f(x)f(y)$ وكان $f(0) = f'(0) = 1$

فأثبت ان: $f(x) = f'(x)$ لجميع قيم x .

مساعدة: استخدم التعريف

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

العلاقة بين الرسوم البيانية للدالة ومشتقاتها.

ملاحظة: محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

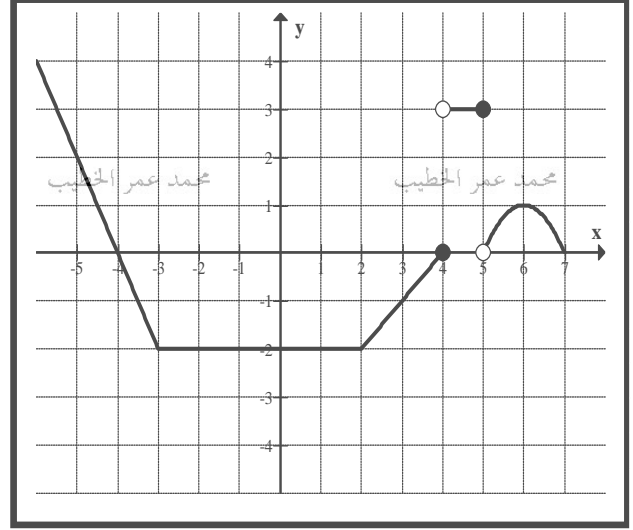
مشتقة دالة عند نقطة

=

ميل المماس للدالة عند تلك النقطة.

(أولاً) الرسم البياني للدالة $f'(x)$ من بيان الدالة $f(x)$.

اعتمد على الشكل المجاور للإجابة عن الاسئلة التالية



(1) $f'(6) =$

(2) $f'(3) =$

محمد عمر الخطيب

(3) $f'(-4) =$

(4) $f'(5^-) =$

(5) $f'(2^-) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) $f'(2^+) =$

(7) $f'(2) =$

(8) $f'(-3^+) =$

(9) $f'(-3^-) =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(10) $f'(-3) =$

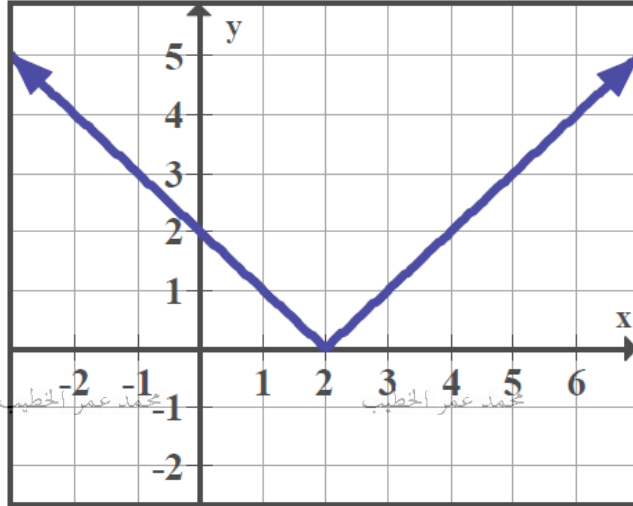
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = f'(a)$$



$$(1) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

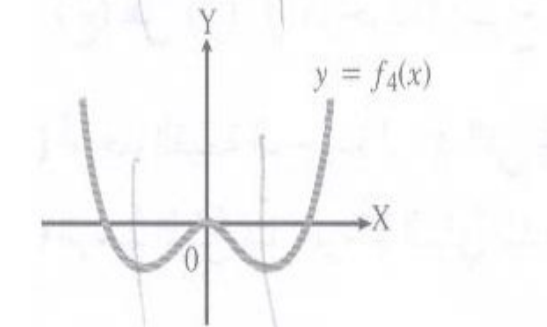
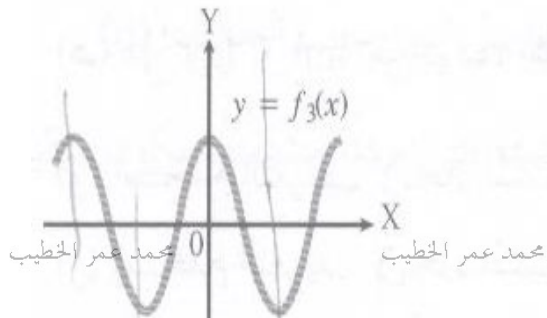
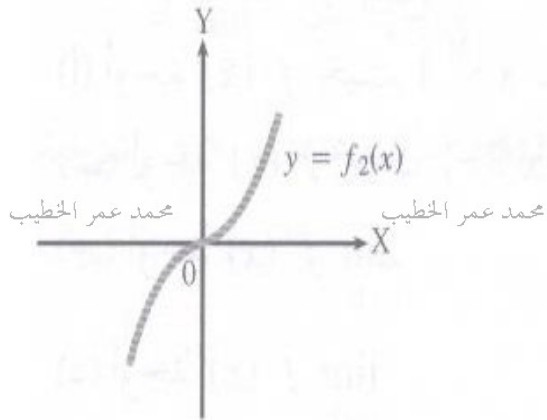
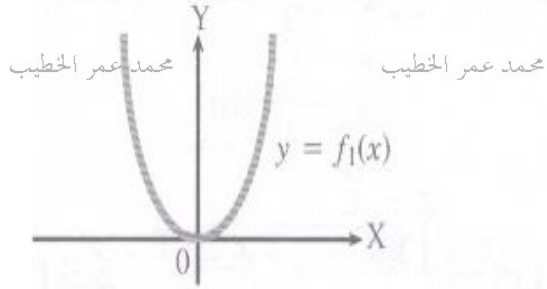
$$(4) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{2h}$$

$$(5) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2f(3) - 2f(3+h)}{h}$$

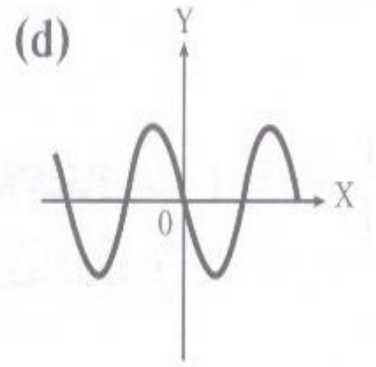
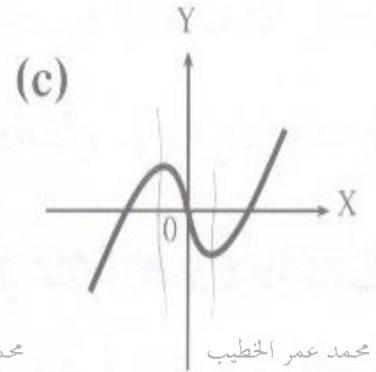
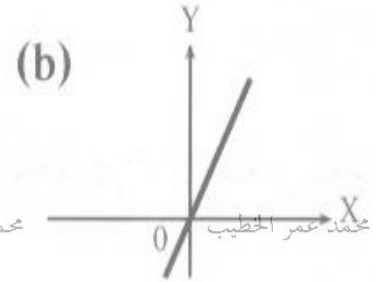
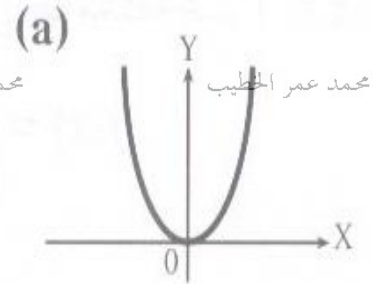
صل بين كل رسم بياني يمثل الدالة f من المجموعة A بالرسم البياني الذي يمثل مشتقتها من المجموعة B .

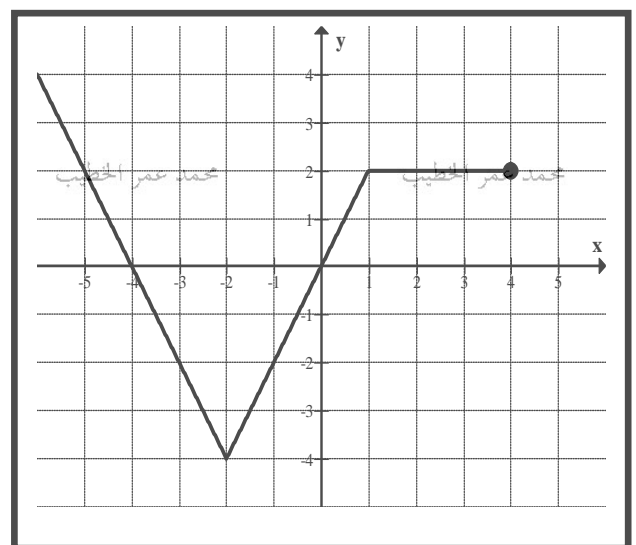
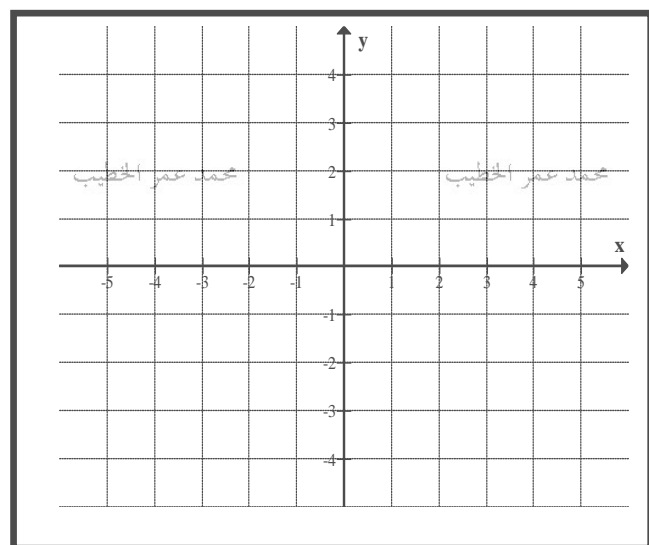
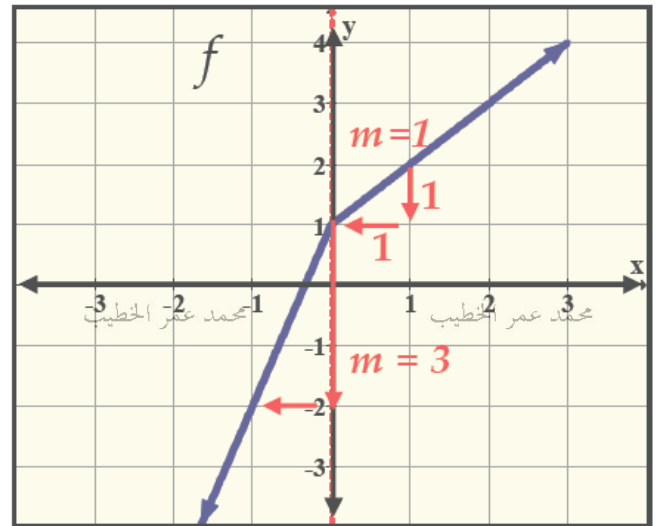
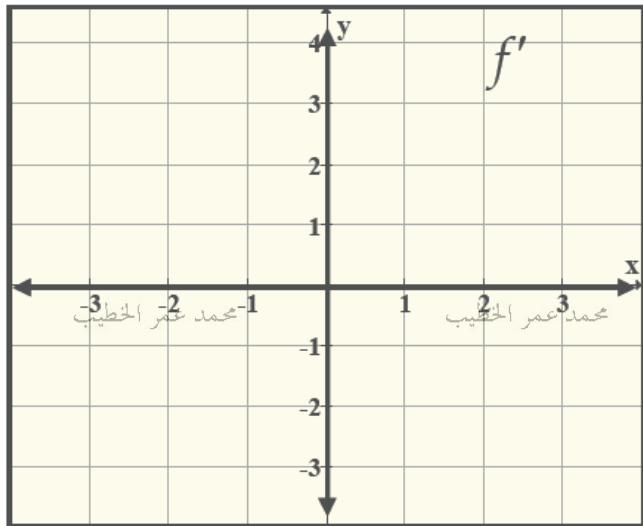
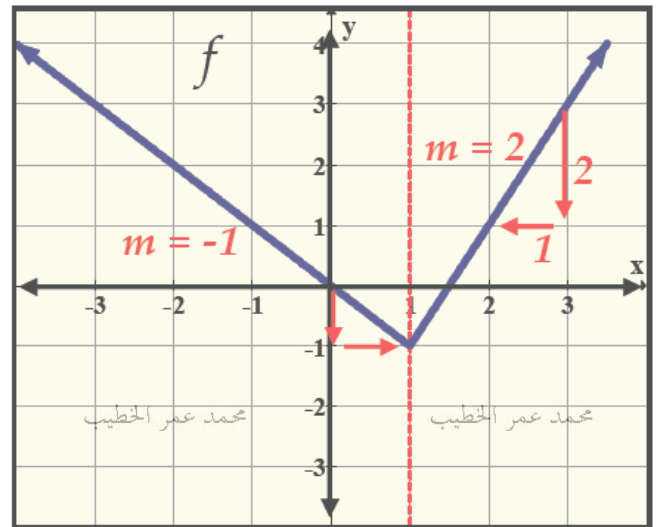
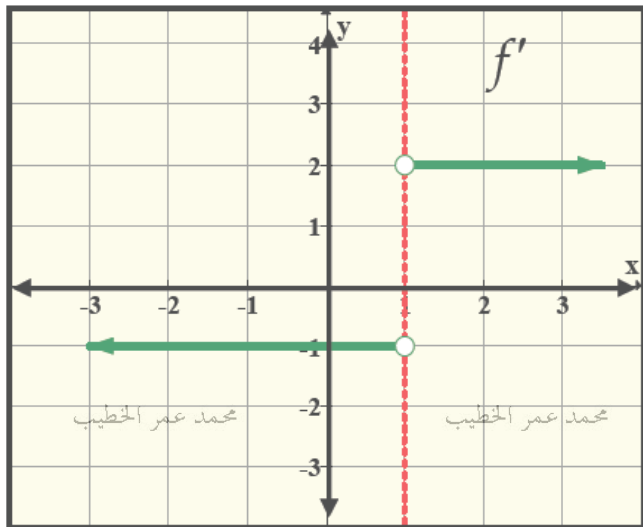
ملاحظة: عدد المماسات الافقية في بيان الدالة $f(x)$ يساوي عدد المقاطع السينية في بيان الدالة $f'(x)$

A

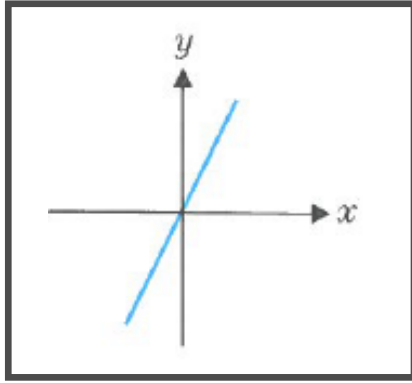


B



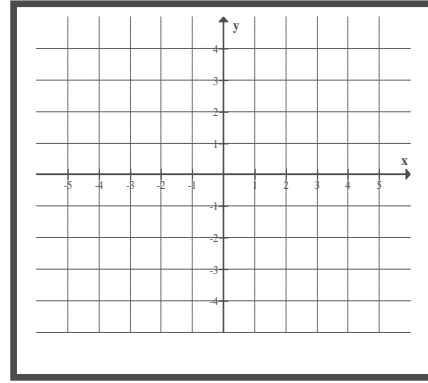


الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة f استقد من ذلك لرسم بيان تقريبي الدالة f' محمد عمر الخطيب



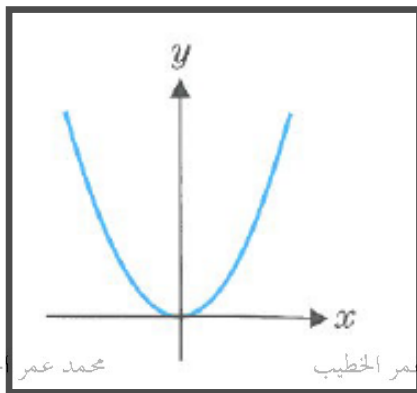
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



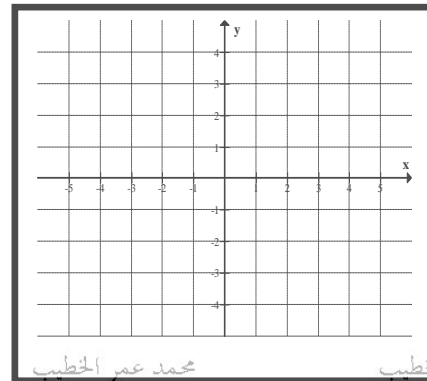
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



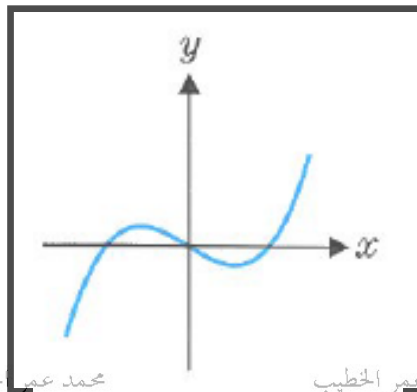
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



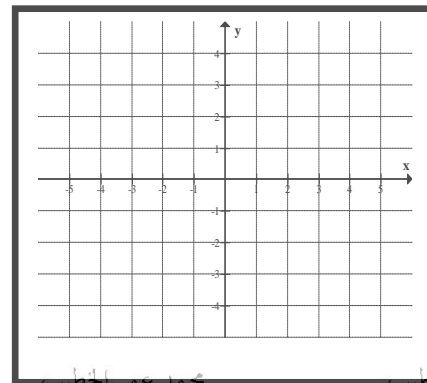
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



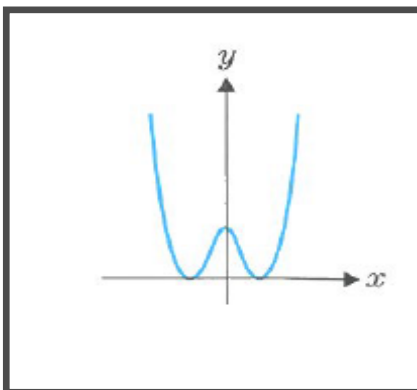
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



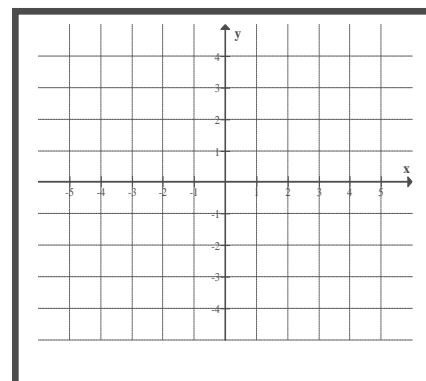
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



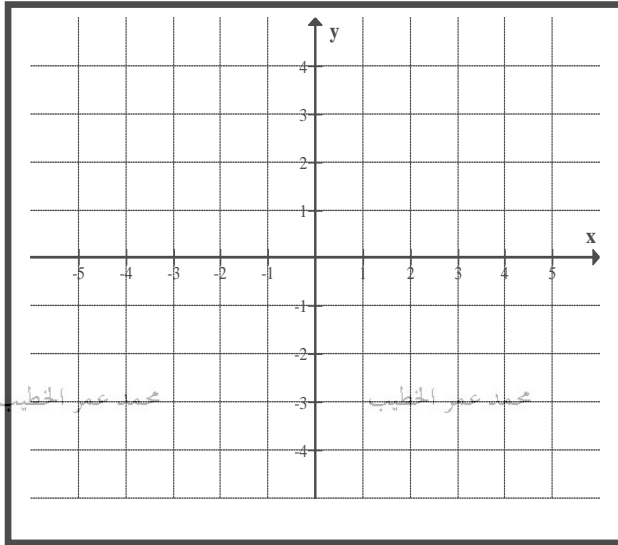
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

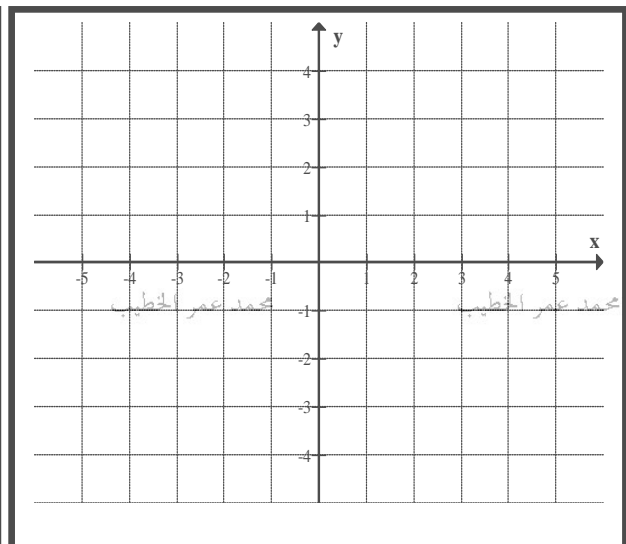
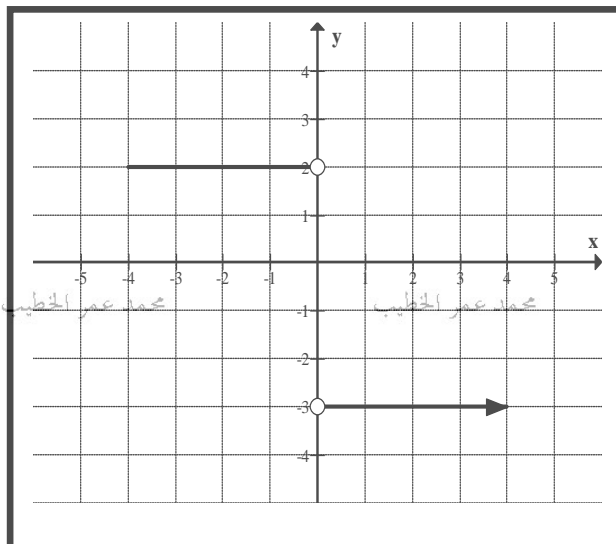
(1) ارسم بيان الدالة: f بالشروط الآتية:الدالة f متصلة.

$$f(0) = -1$$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ -2 & x \geq 0 \end{cases}$$

(2) ارسم صورة تقريبية للرسم البياني للدالة f والتي لها الخواص الآتية:

$$f(0) = 1$$

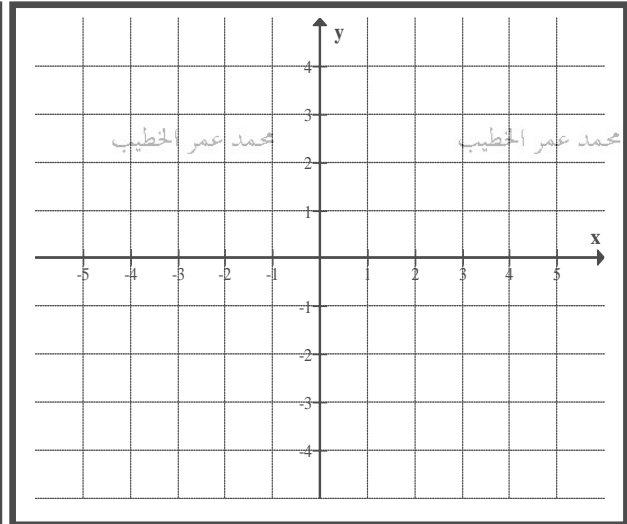
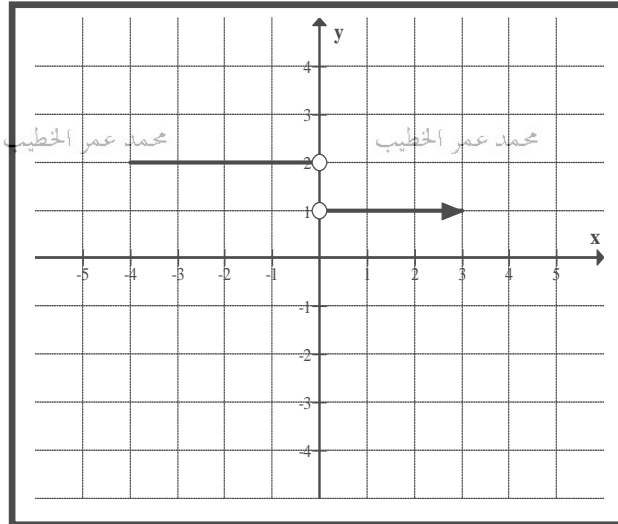
الرسم البياني للدالة f' (مشتقة الدالة f) كما هو بالشكل. f متصلة لكل x على مجالها.

(1) ارسم صورة تقريبية للرسم البياني للدالة: f والتي لها الخواص الآتية:

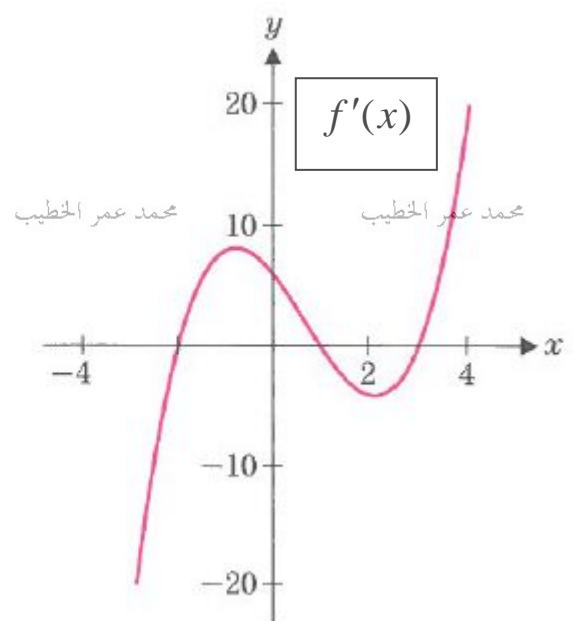
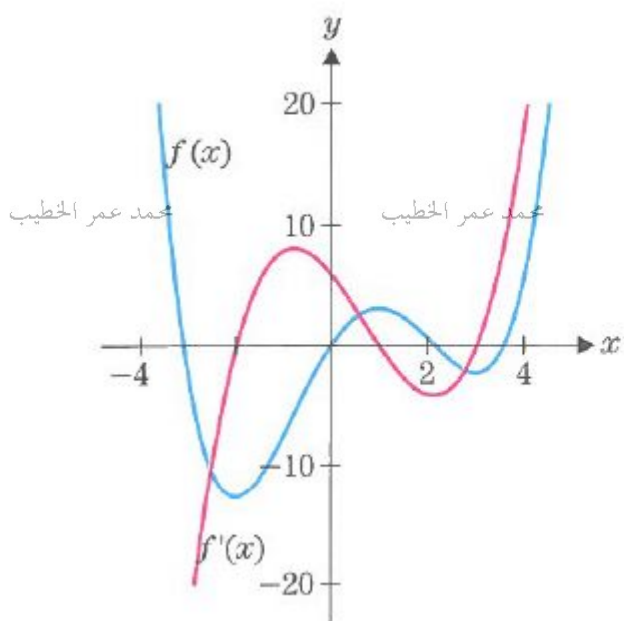
$$f(-1) = 1$$

الرسم البياني للدالة f' (مشتقة الدالة f) كما هو بالشكل.

f متصلة لكل x على مجالها.



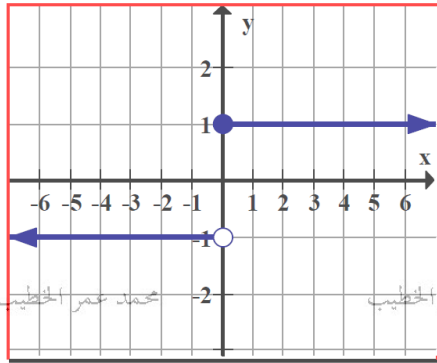
(2) ارسم صورة تقريبية للرسم البياني للدالة: f



- (1) إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند نقطة $x = a$ فألها تكون متصلة عند النقطة a
- (2) إذا كانت الدالة f غير متصلة عند $x = b$ فإن الدالة تكون غير قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = b$
- (3) إذا كانت الدالة f متصلة عند النقطة $x = c$ فإنه توجد حالتان :
- الأولي الدالة تكون غير قابلة للاشتقاق عند النقطة $x = c$
- الثانية الدالة قابلة للاشتقاق عند $x = c$

الحالات التي تكون مشتقة الدالة $f'(x)$ غير موجودة عند نقطة

مـتى تكون $f'(a)$ غير موجودة



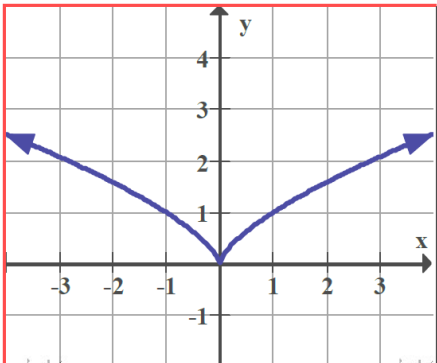
عدم الاتصال

(1) فجوة

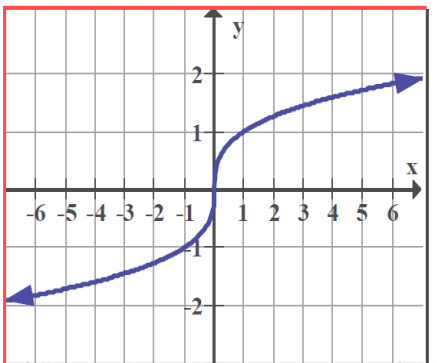
(2) قفزة

(3) لانهائي

(4) تذبذبي

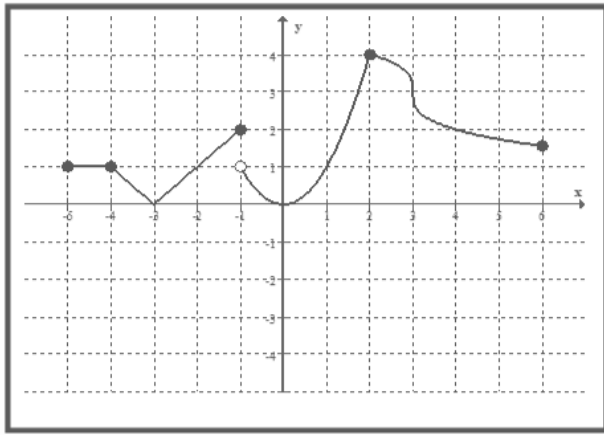


رأس مدبب



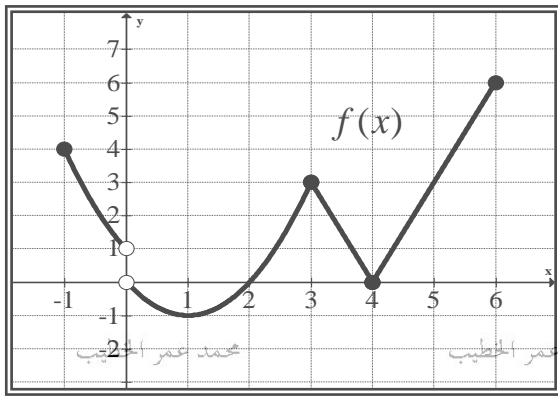
مماس رأسي

(1) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة: $f(x)$ للإجابة عن الأسئلة التالية: محمد عمر الخطيب



مجموعة قيم x التي تكون عندها:
 $f'(x)$ غير موجودة مع بيان السبب.

(2) اعتمد على الرسم البياني التالي الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ للإجابة عن الأسئلة التالية: محمد عمر الخطيب



أولاً: أوجد عند أي من نقاط المجال يمكن أن تكون :

(أ) الدالة متصلة وغير قابلة للاشتقاق .

(ب) الدالة غير متصلة و غير قابلة للاشتقاق .

(ج) نقاط انفصال الدالة وبين هل يمكن التخلص منها أم لا ؟ مع التوضيح .

ثانياً: أوجد

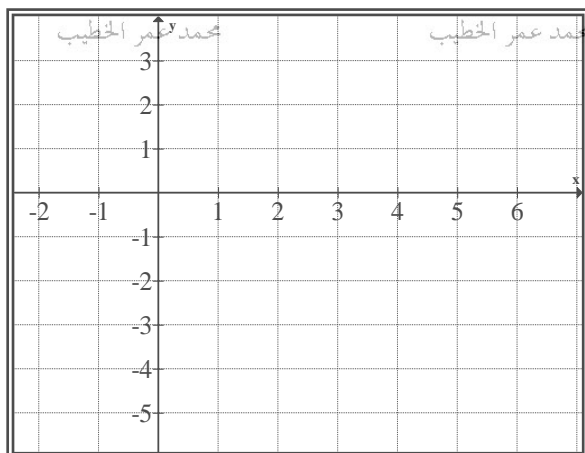
$$(1) \lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$(3) f'(1) =$$

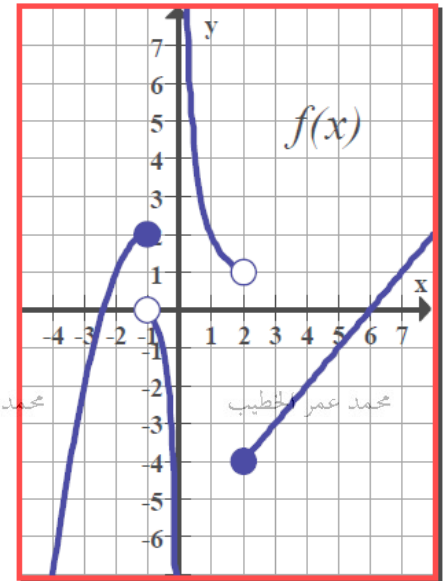
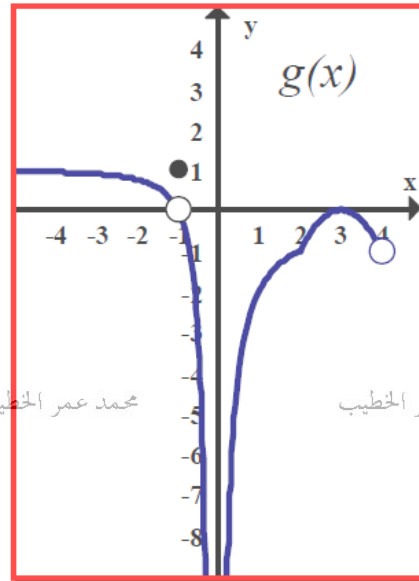
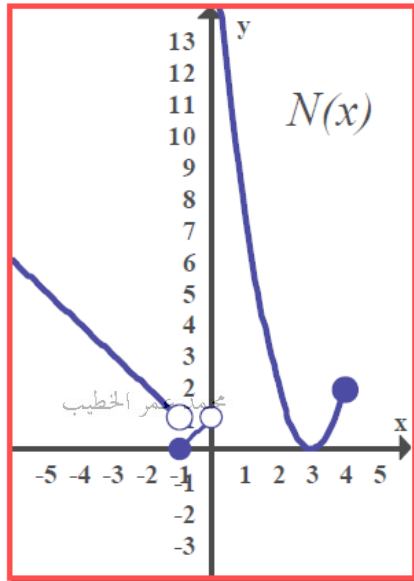
$$(4) f'(5) =$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] f(x) =$$



ثالثاً: ارسم بيان مشتقة الدالة $f(x)$ في الفترة $[3, 6]$

الرسومات البيانية التالية تمثل بيان كل من الدوال : $N(x)$ محمد عمر الخطيب , $g(x)$ محمد عمر الخطيب , $f(x)$ محمد عمر الخطيب



اقرأ جيداً ثم املأ الفراغات في الجدول التالي بوضع (نعم) أو (لا) :

$N(x)$ محمد عمر الخطيب	$g(x)$ محمد عمر الخطيب	$f(x)$ محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
.....	متصلة عند $x = 1$
.....	لها انفصال لا نهائي عند $x = 0$
.....	قابلة للإشتقاق عند $x = -2$
.....	معدل التغير عند $x = 3$ يساوي صفراً
.....	تكون فقط النهاية لجهة اليسار موجودة عند $x = 4$
.....	لها انفصال يمكن التخلص منه عند $x = -1$

الدالة التي تحقق جميع ما سبق هي :

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

قواعد الاشتقاق

$$\frac{d}{dx}c = 0$$

$$\frac{d}{dx}ax = a$$

$$\frac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$$

$$\frac{d}{dx}[c \times f(x)] = c \times f'(x)$$

$$\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = f'(x) \pm g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}[f(x) \times g(x)] = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x) \times g(x) - f(x) \times g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$\frac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{a}{f(x)}\right] = \frac{-a \times f'(x)}{[f(x)]^2}$$

a) $y = 2x^7$

b) $y = -3x$

c) $y = 5^2$
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

d) $y = \frac{x}{2}$

e) $y = \frac{2}{x^3}$
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

f) $y = \sqrt{x}$

g) $y = \sqrt[3]{x^2}$
☐

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

h) $y = e^2$

i) $y = \cos \pi$

a) $y = 2x^3 + \frac{1}{x^2} + 7x - 3\pi$

b) $y = -5x^4 - 2x^{-3} + 4x^4 - \cos \frac{\pi}{4}$

c) $y = 3x^2 - \frac{3}{x^3} + \sqrt{x} - \frac{1}{2}$

d) $y = 2x - \frac{4}{x^2} + x^{\frac{5}{7}} + \sqrt{x}$

a) $y = (x^2 + 5)(1 - x^5)$

b) $y = (x^2 + 5)(x^2 - 5)$

c) $y = x(x + 1)(2x - 5)$

d) $y = (x^2 + 1)^2$

a) $y = \frac{x^2 - 4}{x + 3}$

b) $y = \frac{x + 1}{x^2 - x - 2}$

c) $y = \frac{3}{x^2 + 1}$

d) $y = (x^2 + 3)(2x - 5)^{-1}$ □

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & , x \geq 1 \\ 3x & , x < 1 \end{cases} \quad \text{لتكن:}$$

(1) هل الدالة: $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ ؟ وضح مدى ارتباط ذلك بوجود $f'(1)$.

(2) اوجد $f'(x)$ حيث $x > 1$.

(3) اوجد $f'(x)$ حيث $x < 1$.

(4) اوجد $f'(x)$

$$(1) \text{ لتكن : } g(x) = \begin{cases} 2x^3 & , x \geq 1 \\ 3x - 1 & , x < 1 \end{cases}$$

وضح ما إذا كانت الدالة $g(x)$ متصلة عند $x = 1$.

ابحث قابلية الاشتقاق للدالة: $g(x)$ عند $x = 1$.

$$(2) \text{ لتكن : } g(x) = \frac{d}{dx}|x|$$

اوجد نقاط انفصال الدالة $g(x)$ وبين نوع الانفصال.

$$(3) \text{ لتكن : } g(x) = \begin{cases} 5x^2 & , x \neq -1 \\ 5 & , x = -1 \end{cases}$$

هل يوجد نقاط انفصال الدالة $g(x)$ $\frac{d}{dx} g(x)$

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	5	-4

أوجد :

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) =$

فسر إجابتك

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\frac{d}{dx} (3f(x) + \frac{1}{4}g(x)) \quad x = 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\frac{d}{dx} (f(x) \times g(x)) \quad x = 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $\frac{d}{dx} (f(2) \times g(x)) \quad x = 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا علمت أن: $f(x) \times g(x) = f(x) + 2g(x)$ حيث أن كلا من $f(x)$, $g(x)$ محمد عمر الخطيب

دالتان قابلتان للاشتقاق وأن $g'(1) = 3$, $g(1) = 2$.

أوجد:

(1) $f(1)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 4}{x - 1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كان: $h'(1) = 2$, $h(1) = 1$, $f'(1) = 2$, $f(1) = 1$.

أوجد:

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f \times h)(x) - 1}{x - 1} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

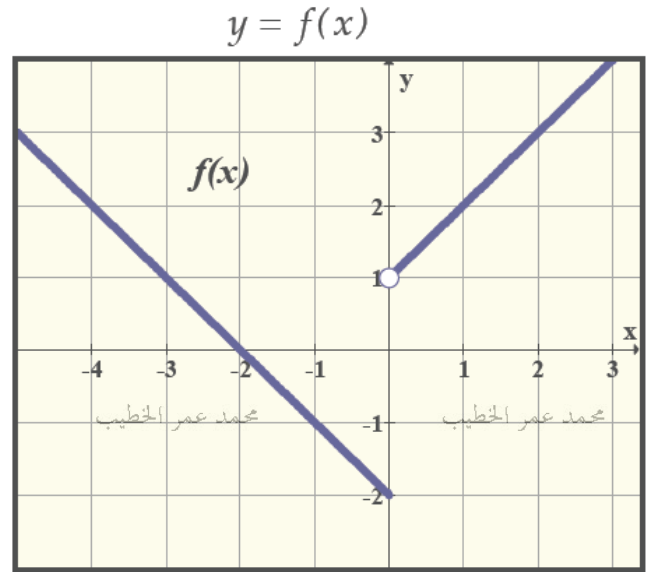
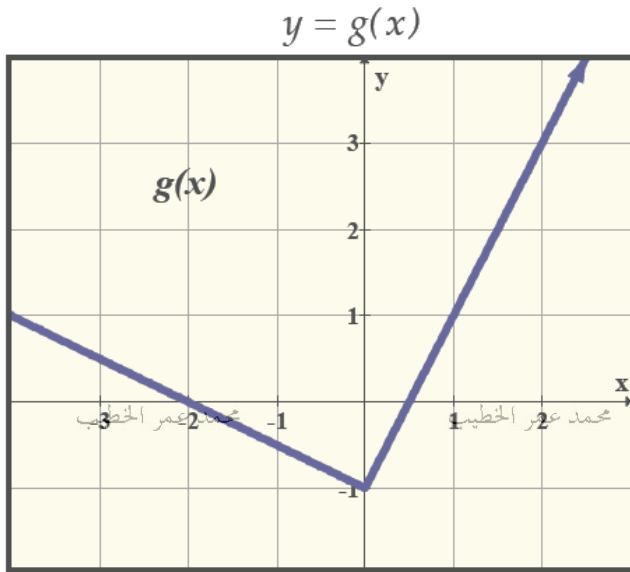
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

استخدم الأشكال البيانية الموضحة أدناه في إيجاد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



أوجد

(1) $\frac{d}{dx} (2g - 3f)$, $x = 1$ عند

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) $\frac{d}{dx} (f \cdot g)$, $x = 1$ عند

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - 6}{x - 2} =$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$y' = \frac{dy}{dx} \quad \text{المشتقة الأولى:}$$

$$y'' = \frac{dy'}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2} \quad \text{المشتقة الثانية:}$$

$$y''' = \frac{dy''}{dx} = \frac{d^3 y}{dx^3} \quad \text{المشتقة الثالثة:}$$

$$y^n = \frac{d}{dx} y^{(n-1)} = \frac{d^n y}{dx^n} \quad \text{المشتقة النونية:}$$

$$(1) \text{ إذا كانت: } y = x^4 - 3x^2 + 5 \text{ فأوجد: } \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$(2) \text{ إذا كانت: } f(x) = x^5 - 6x^3 + 2x + 8 \text{ فأوجد:}$$

$$(a) \quad f^4(x)$$

$$(b) \quad f^{10}(x)$$

(1) إذا كانت $y = \frac{1}{x}$ فأوجد $\frac{d^5 y}{dx^5}$ ثم اكتب نمطاً لـ $\frac{d^n y}{dx^n}$ (حيث n عدد صحيح موجب)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $f(x) = xg(x)$ اوجد $f^n(x)$ (المشتقة ذات الرتبة n).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) أوجد قيمة k التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ 3x + k & x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$.

(2) أوجد كل من a, b التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} ax + b & x < 1 \\ x^2 + 5 & x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$.

(3) أوجد كل من a, b التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} 3 - x & , x < 1 \\ ax^2 + bx & , x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$.

(1) أوجد كل من a, b التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} 3-x, & x < 1 \\ ax^2 + bx, & x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

(2) إذا كانت $f(x) = x^3 - ax$ حيث $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3) - f(3)}{h} = 22$ فاوجد قيمة a

إذا كان m_1 ميل المستقيم L_1 وكان m_2 ميل المستقيم L_2 فإن

$$L_1 // L_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$$

$$L_1 \perp L_2 \Leftrightarrow m_2 = \frac{-1}{m_1} \quad oR \quad m_1 \times m_2 = -1$$

معادلة المستقيم بدلالة نقطة وميل هي : $y - y_1 = m(x - x_1)$

ملاحظة: ميل المماس للدالة عند نقطة يساوي ظل الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع محور السينات

لتكن: $f(x) = x^2 - 3x$ أوجد :

(1) ميل منحنى الدالة $f(x)$ عند النقطة $(1, -2)$.

(2) معادلة المماس عند النقطة $(1, -2)$.

(3) معادلة العمودي على المماس عند النقطة $(1, -2)$.

(4) عند أي نقاط يكون المماس أفقي؟

(1) ميل القاطع PQ حيث $Q = (0, -1)$, $P = (2, 1)$.

(2) ميل المماس عند $x = 2$. محمد عمر الخطيب

(3) معادلة المماس للمنحنى عند $x = 2$.

(4) اوجد الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس مع محور السينات عند $x = 2$.

(5) معادلة الخط العمودي على المماس عند $x = 2$. محمد عمر الخطيب

(1) أوجد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الدالة : $y = \frac{8}{x^2 + 4}$ عند $x = 2$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت : $f(x) = \frac{1}{x}$ فأوجد جميع النقاط التي يكون عندها الميل يساوي $-\frac{1}{4}$ ثم اوجد معادلة المماس عند كل نقطة؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) أوجد جميع النقاط التي يكون المماس للدالة : $f(x) = x^2 + 4x - 1$ أفقيا ثم أوجد معادلة هذا المماس؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) أوجد جميع النقاط التي يكون المماس للدالة: $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ أفقياً ثم أوجد معادلة هذا المماس؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة: $y = x^2 + 2x$ عند النقطة التي يكون المماس عندها موازياً للمستقيم الذي معادلته: $y = 4x + 1$.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) من السؤال السابق (3) اوجد الزاوية الموجبة للمماس المرسوم عند $x = -1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) من السؤال السابق (3) اوجد الزاوية الموجبة للمماس المرسوم عند $x = -\frac{3}{2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان منحنى الدالة: $y = 2x^3 + kx + 2$ له مماس أفقي عند $x = -1$, احسب قيمة k

ثم اوجد معادلة المماس عند هذه النقطة.

(2) إذا كان المستقيم الذي معادلته: $y = 3x - a$ مماساً لمنحنى الدالة: $f(x) = 2x^2 - x + 1$

فاوجد قيمة الثابت a

(3) لتكن $f(x) = \sqrt{x}$

(أ) اوجد قيمة b التي تجعل المماس عند $x = 4$ موازياً للوتر المار بالنقطتين: $(1, f(1))$ و $(b, f(b))$

(ب) اوجد قيمة a اذا كان ميل المماس عندها يساوي $\frac{1}{4}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ج) ماذا يحدث للمماس عندما تقترب a من ملانهايه

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان للدالتين $f(x) = cx - x^2$ و $g(x) = x^2 + ax + b$ مماسا مشتركا عند النقطة $(1,0)$ اوجد قيمة الثوابت a, b, c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت للدالة $g(x) = \frac{2x+k}{(x-1)^2} + a$ مماس افقي عند النقطة $(0,6)$ فاوجد قيمة الثوابت a, k

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

الحركة على خط مستقيم

العلاقة بين المسافة s والسرعة v والعجلة a والفترة j .

إذا كانت المسافة s دالة في الزمن t فإن :

$$v = \frac{ds}{dt} = s'(t) \quad \text{السرعة } v \text{ هي المشتقة الأولى :}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = s''(t) \quad \text{التسارع } a \text{ هي المشتقة الثانية الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب}$$

$$|v| = \left| \frac{ds}{dt} \right| \quad \text{ملاحظة: السرعة اللحظية (السرعة المتجهة) } v = \frac{ds}{dt} \text{ ، والسرعة العددية}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

وصف حركة جسيم يتحرك على خط

الفترة	[a , b]	[b , c]	[c , d]	[d , e]
v	+	-	-	+
a	-	-	+	+
وصف الحركة	- الجسيم صاعد . - الجسيم تباطؤ . - الجسيم يتحرك بعيداً عن نقط البدء .	- الجسيم هابط . - تسارع الجسيم . - يتحرك في اتجاه نقطة البدء .	- الجسيم هابط . - الجسيم تباطؤ . - الجسيم يتحرك بعيداً عن نقط البدء .	- الجسيم صاعد . - الجسيم تسارع . - الجسيم يتحرك في اتجاه نقطة البدء .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

إذا كانت إشارة السرعة المتجهة موجبة (+) يكون الجسم متجهاً لليمين

إذا كانت إشارة السرعة المتجهة سالبة (-) يكون الجسم متجهاً لليسار

يكون الجسم متسارعاً إذا كانت للسرعة والتسارع نفس الإشارة (+ و +) أو (- و -)

يكون الجسم متباطئاً إذا كانت السرعة والتسارع مختلفات في الإشارة (- و +) أو (+ و -)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار .

(1) اوجد موقع الجسيم بعد مرور 3 ثواني.

(2) اوجد موقع الجسيم بعد مرور 8 ثواني.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اوجد السرعة المتجهه للجسيم بعد مرور 4 ثواني.

(4) اوجد السرعة المتجهه للجسيم بعد مرور 9 ثواني.

(5) اوجد تسارع الجسيم بعد مرو 5 ثواني.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) اوجد أقصى ارتفاع يصل إليه الجسيم.

(7) أوجد سرعة الجسيم عندما يكون على ارتفاع 100 m .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(8) أوجد سرعة الجسيم عندما يرتطم بالأرض.

(9) في الثانية السابعة هل كان الجسيم صاعداً أم هابطاً؟

(10) ارسم حركة الجسم على خط الاعداد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تحرك جسم على خط مستقيم بحيث يعطى موقعه y في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: محمد عمر الخطيب

$$y = t^2 - 10t + 12 \text{ حيث } y \text{ بالقدم, } t \text{ بالثانية}$$

فأوجد:

(1) إزاحة الجسم خلال أول 10 ثواني.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) السرعة المتوسطة للجسم في الفترة $[2, 5]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) معدل السرعة عند الثانية الثالثة.

(4) متى تعدم سرعة الجسم.

(5) ما قيم التسارع في أي لحظة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(6) صف حركة الجسم (متى يتحرك لليمين ومتى لليسار, متى يكون متسارعاً ومتى متباطئاً)

t	
إشارة $v(t)$	
إشارة $a(t)$	

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث يعطى موقعه S في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: محمد عمر الخطيب

$$s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 2$$

حيث S الأمتار , t بالثانية

(1) اوجد السرعة المتوسطة خلال الفترة $[1, 4]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) ادرس إشارة السرعة:

t	
إشارة $v(t)$	

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) ادرس إشارة التسارع:

t	
إشارة $a(t)$	

(4) أكمل الجدول ثم صف حركة الجسم:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

t	
إشارة $v(t)$	
إشارة $a(t)$	
وصف الحركة	

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) جسيم يتحرك في خط مستقيم بحيث أن : $s(t) = t\sqrt{t} + 6t$ حيث s المسافة بالأمتار و t الزمن بالثانية

أ) اوجد تسارع هذا الجسيم عندما تكون سرعته 12 m/sec .

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ب) متى يكون الجسم متسارعا ومن يكون متباطئاً:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) تتحرك سيارتان على خط مستقيم بحيث يعطى موقعهما في اي لحظة $t \geq 0$ بالذالتين

موقع السيارة الأولى a : $s_a = 3t^2 + 2t + 2$

موقع السيارة الثانية b : $s_b = t^2 + 8t$ حيث t الزمن بالثواني ، s بالامتار

اوجد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أ) الزمن الذي تكون عندها السرعة اللحظية للسيارتان متساوية

ب) اي السيارتان لها تسارع اكبر عند $t = 2$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

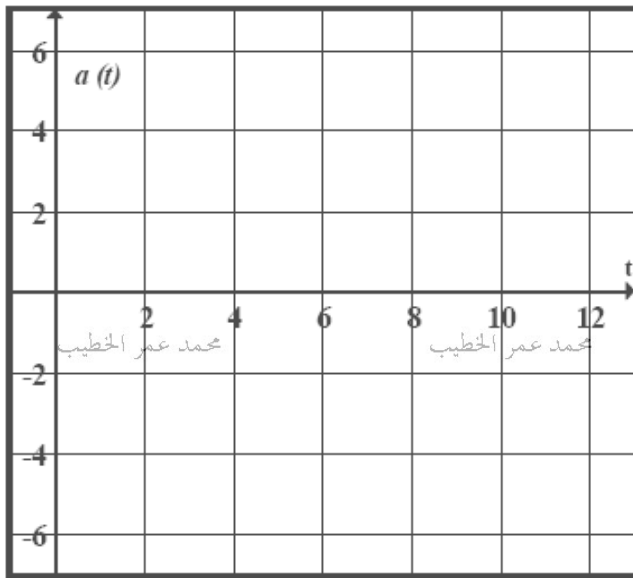
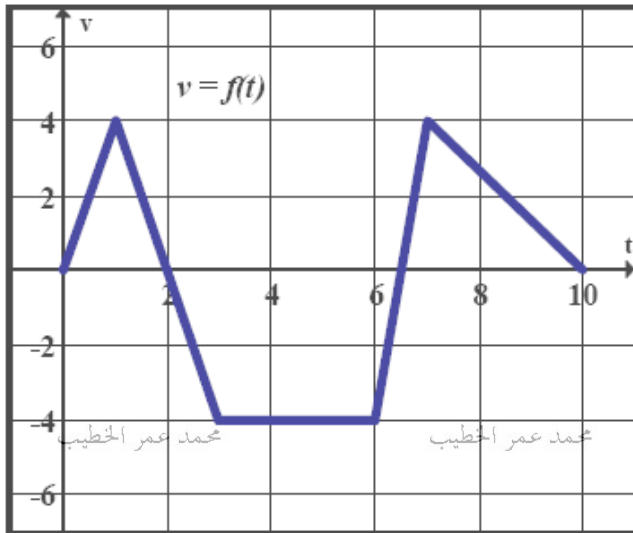
اجب عما يلي

(1) اكتب الفترة التي يتحرك فيها الجسم

لليمين والفترة التي يتحرك فيه لليسار

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

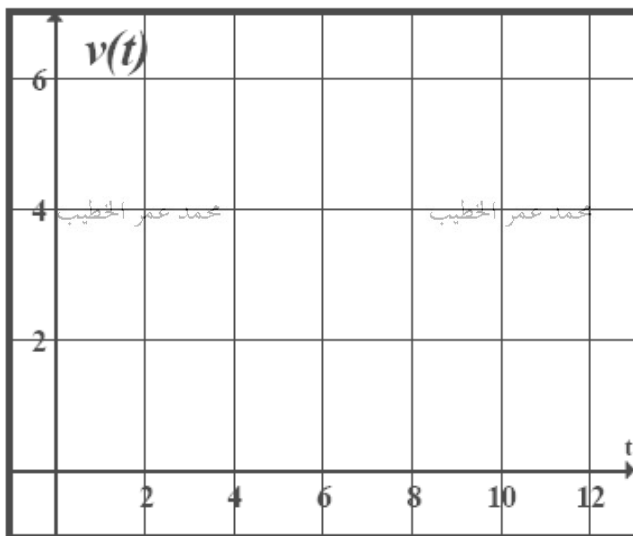


محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) ارسم دالة التسارع ثم اكتب الفترة التي

ينعدم فيها التسارع



محمد عمر الخطيب

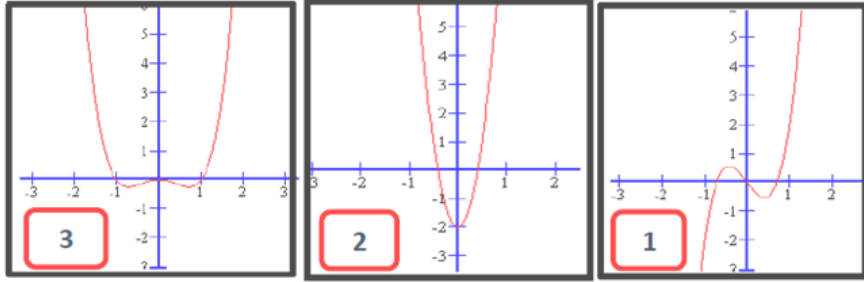
محمد عمر الخطيب

(3) ارسم الدالة التي تعبر عن سرعة الجسم

(1) في الشكل المقابل ايأ من المنحنيات يمثل:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



دالة الموضع (الازاحة)

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.

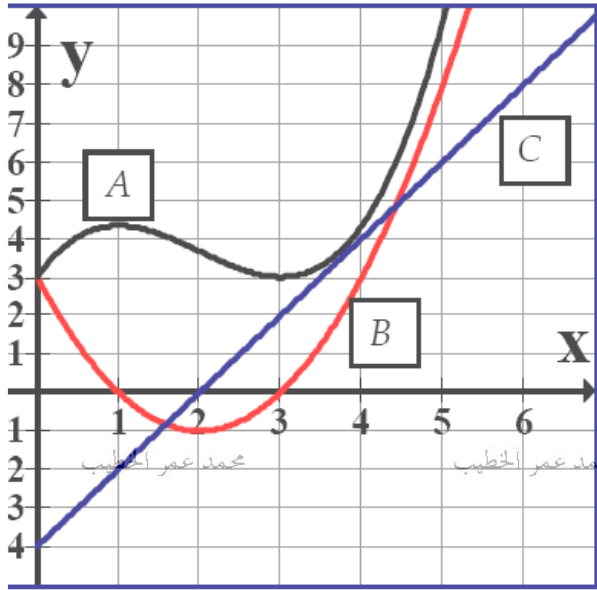
(2) في الشكل المقابل ايأ من المنحنيات يمثل:

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب



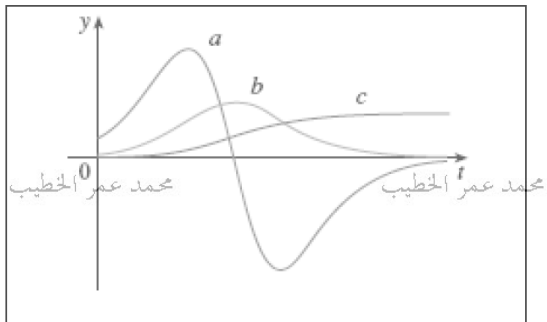
دالة الموضع. (الازاحة)

دالة السرعة المتجهة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

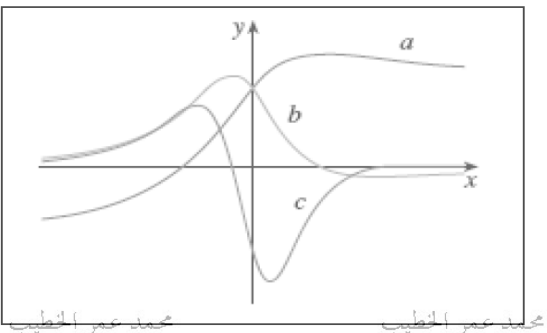
(3) في الشكل المقابل ايأ من المنحنيات يمثل:



دالة الموضع. (الازاحة)

دالة السرعة المتجهة.

دالة التسارع.



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

ملاحظة: معدل التغير = المشتقة

(1) في بستان فاكهة به أشجار خوخ، وجد أن الكمية P من الخوخ السليم بالكيلو غرام تنتجها شجرة متوسطة الإنتاج يتوقف على عدد الكيلو غرامات x من المبيد الحشري المستخدم لرش الشجرة حسب العلاقة:

محمد عمر الخطيب

$$P(x) = 300 - \frac{100}{x}$$

محمد عمر الخطيب

أوجد معدل التغير لإنتاج الشجرة عند استخدام 4 كيلو من المبيد الحشري.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) تشير دراسة بيئية لأحد المدن أن تركيز أول أكسيد الكربون في الهواء يعطى بالعلاقة:

$$Q(t) = 0.05t^2 + 0.1t + 3.4$$

حيث Q تقاس بالجزء من المليون، t تقاس بالسنوات

أوجد

محمد عمر الخطيب

(أ) متوسط التغير في تركيز أول أكسيد الكربون في الفترة $[1, 10]$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) معدل التغير في تركيز غاز أول أكسيد الكربون بعد 3 سنوات

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استأجر أعضاء احد النوادي بركة سباحة لمدة 10 سنوات. وتم تقسيم الايجار بالتساوي على الاعضاء المساهمين. وكان هناك 80 عضواً. حيث ايجار البركة 8000 درهم سنوياً. فإذا كان عدد الاعضاء يتزايدون بمعدل 20 عضواً في السنة و ايجار البركة يتزايد بمعدل 1000 درهم سنوياً. ما المعدل اللحظي للتغير في نصيب كل واحد من الاعضاء المشاركين من ايجار بركة السباحة.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) قسم أعضاء احد النوادي إيجار خيمة بالتساوي على عدد الأعضاء. فإذا كان هناك 65 عضواً وكان إيجار الخيمة 250 درهم سنوياً. فإذا كانت قيمة الخيمة تتزايد بمعدل 10 درهم كل سنة وأعضاء النادي يتزايد بمعدل 6 أعضاء سنوياً.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد معدل التغير في نصيب كل عضو من قيمة إيجار الخيمة السنوي.

(3) مزرعة دواجن تحتوي على 290 دجاجة تبيض كل دجاجة 8 بويضات اسبوعياً، أراد صاحب المزرعة أن يزيد من عدد دجاج المزرعة بمعدل 20 دجاجة اسبوعياً، وقد كان المتوسط الاسبوعي للبيض بعد التحسين 3.5 بيضة اسبوعياً لكل دجاجة.

أوجد المعدل اللحظي في الإنتاج الاسبوعي من البيض بعد التحسين.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مشتقات الدوال المثلثية

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx} \csc x = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$$

(استخدم قواعد الاشتقاق).

إذا كان: $y = \tan x$ فاثبت أن: $\frac{dy}{dx} = \sec^2 x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y = 1 + x - \cos x$$

$$(2) \quad y = \tan x - \sin \frac{\pi}{2}$$

$$(3) \quad y = \sin x + \cot x - \frac{2}{x}$$

$$(4) \quad y = \sin x \cos x$$

$$(5) \quad y = x^3 \tan x$$

$$(6) \quad y = \frac{x}{1 + \cos x}$$

$$(1) \quad y = \sin^2 x + \cos^2 x$$

$$(2) \quad y = \frac{\sin x}{\sec x + x}$$

$$(3) \quad y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$(4) \quad y = \frac{x}{1 + \cot x}$$

$$(5) \quad y = \frac{\csc x}{x^2 - 1}$$

$$(1) \quad y = \frac{-2}{1 + \sec x}$$

$$(2) \quad y = \frac{\cot x}{x} - \sec x$$

$$(3) \quad y = \frac{\sec^2 x - \tan^2 x}{\sec x}$$

$$(4) \quad y = (3x^2 + 1) \cot x$$

فاوجد:

$$(1) \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$(2) \frac{d^{10} y}{dx^{10}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \frac{d^{263} y}{dx^{263}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \frac{d^{801} y}{dx^{801}}$$

$$(5) \frac{d^{1000} y}{dx^{1000}} \frac{d^{502} y}{dx^{502}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(6) \frac{d^{1000}}{dx^{1000}} \left(\frac{d^{404} y}{dx^{404}} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كان: $y = \sec x$ فاوجد $\frac{d^2 y}{dx^2}$

(2) إذا كانت: $f(x) = x \sin x + \cos x$

فأثبت أن: $xf''(x) + xf'(x) - 2f(x) = 0$

أوجد:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - 1}{x}$$

$$(3) \frac{d^{203}}{dx^{203}} f(x)$$

$$(4) f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x)$$

$$(1) \text{ إذا كانت : } g(x) = \begin{cases} \sin x & , x \geq \pi \\ a x + b & , x < \pi \end{cases}$$

اوجد قيمة كل من الثابتين a, b بحيث تكون الدالة $g(x)$ قابلة للاشتقاق عند $x = \pi$.

$$(2) \text{ اوجد معادلة المماس للدالة : } y = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \text{ عند } x = \frac{\pi}{2}.$$

قاعدة السلسلة الأولى

(الشكل الأول)

$$\frac{d}{dx}[f(x)]^n = n \times [f(x)]^{n-1} f'(x)$$

(الشكل الثاني)

$$\frac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x)) \times g'(x)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

قاعدة السلسلة الثانية

(الشكل الأول)

$$y = f(u) \quad , \quad u = g(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(الشكل الثاني)

$$y = f(t) \quad , \quad x = g(t)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$$

المعادلات البارمتريّة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدالة العكسية

$$\frac{d}{dx}[f^{-1}(x)] = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

او

$$\frac{d}{dx}[g(x)] = \frac{1}{f'(g(x))}$$

حيث $g(x) = f^{-1}(x)$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) $y = (x^2 + 3)^5$

(2) $y = \frac{3}{(x^3 - 5x + 8)^3}$

(3) $y = (2x + 1)^5 (2x - 1)^5$

(4) $y = x^5 (4x - 1)^3$

(5) $y = \left(\frac{x^2 + 3}{2x - 4}\right)^3$

(6) $y = \sqrt{x^2 - 5x + 1}$

(7) $y = (\sin x - x)^5$

(1) $y = \sin^2 x$

(2) $y = \sec^5 x$

(3) $y = \tan \sqrt{x^3 + 1}$

(4) $y = \sin(\cos 4x)$

(5) $y = \cos(\sqrt{x} + 1)$

(6) $y = \sin^2(2x)$

(1) $y = \cot^2 x^3$

(2) $y = x \cos^2 x$

(3) $y = \cos\left(\frac{1}{\cos x}\right)$

(4) $y = \frac{2}{\cot(\sin x)}$

(5) $y = x\sqrt{\sin x}$

(6) $y = \sqrt{\tan x^2 + 2}$

(1) اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(a) $y = u^2 + \cos u$, $u = x^2 - 2$

(b) $y = u^5$, $u = x^2 + \tan x$

(2) اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي عند النقطة المشار إليها:

(a) $y = u^2 + \frac{1}{\cos x}$, $u = \pi x^2$, $x = \frac{1}{2}$

(b) $y = u^3 + u$, $u = \cos 3w$, $w = 5x - 10$, $x = 2$

(c) $y = u^2 - \frac{8}{u}$, $u = 2x\sqrt{x}$, $y = 0$

(1) اذا كانت: $x = t^2 + 1$, $y = t^3 + 2\sqrt{t}$, اوجد $\frac{dy}{dx}$ محمد عمر الخطيب

(2) اذا كانت: $x = 3t^2 - t$, $y = \tan(t + \frac{\pi}{4})$, اوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $t = 0$ محمد عمر الخطيب

(3) لتكن: $y = x^2 + 7x - 5$ احسب قيمة $\frac{dy}{dt}$ عندما $x = 1$ و $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{3}$ محمد عمر الخطيب

بفرض أن الدوال: $f(x)$, $g(x)$ ومشتقاتهما لهم القيم التالية عند $x = 2$ محمد عمر الخطيب

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	1	3	2	-4

اوجد $h'(2)$ في الحالات التالية

(1) $h(x) = 4f(x) + g(x)$ محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(2) $h(x) = f^3(x) + \frac{1}{g(x)}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(3) $h(x) = \sqrt{f(x) + 2g(x)}$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

(4) $h(x) = f(g(x))$

محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب محمد عمر الخطيب

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
2	3	7	4	6
4	2	- 5	9	- 3

أوجد $h'(x)$ عند القيمة المشار إليها:

$$(1) \quad h(x) = f(\sqrt{x})$$

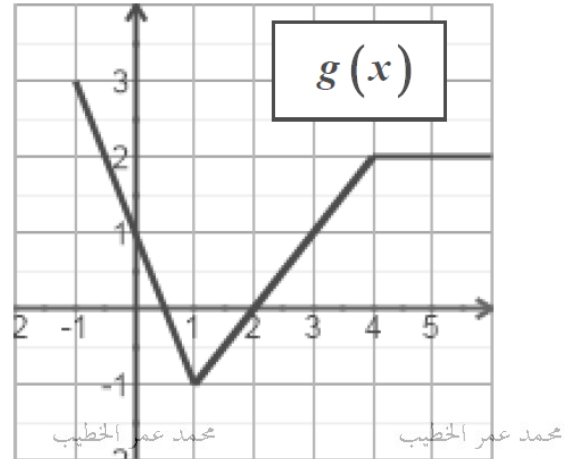
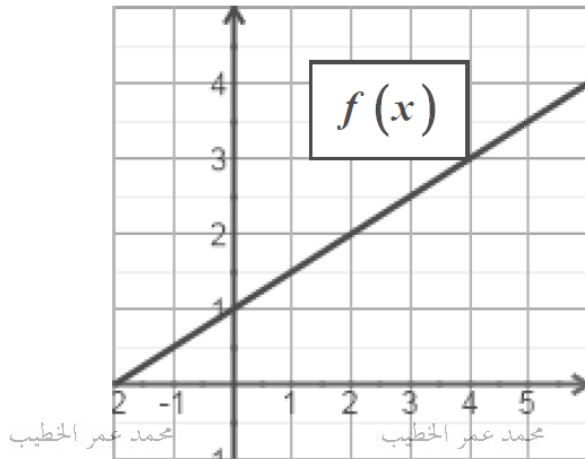
$$x = 4$$

$$(2) \quad h(x) = f(g(x)) \quad x = 2$$

$$(3) \quad h(x) = f^3(x^2) \quad x = 2$$

$$(4) \quad h(x) = \sqrt[3]{g(x) + 9x} \quad x = 2$$

$$(5) \quad h(x) = f^{-1}(x) \quad x = 1$$

(1) اوجد $h'(0)$ حيث

$$h(x) = f(g(x))$$

(2) اوجد $h'(2)$ حيث

$$h(x) = g(g(x))$$

(3) اوجد $h'(1)$ حيث

$$h(x) = g(f(x))$$

(4) اوجد $h'(3)$ حيث

$$h(x) = f^{-1}(x)$$

(1) إذا كان $y = f(x^2 + x)$ وكان $f'(-2) = -1$ ، فأوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$

$g(-2)$	$f'(3)$	$g'(-2)$
محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب	محمد عمر الخطيب
-1	-4	2

(2) إذا علمت ان: $h(x) = f(x^2 + g(x))$ اوجد $h'(-2)$

(3) إذا علمت ان: $f(x) = x^3 g(x) + h(g(x))$ فأوجد $f'(1)$ حيث $h(x) = 2x^2 + 1$

$g(1)$	$g'(1)$
1	4

(4) إذا كانت $f(x) = x^3 + 4x - 1$ وكانت $g(x) = f^{-1}(x)$ ، فأوجد $g'(-1)$

(2) إذا كان $f\left(\frac{1}{x}\right) = 2x^3 - 3x + 1$ فأوجد $f'(3)$.

(3) إذا علمت أن $y = u^3 - 5u$ ، $u = \frac{1}{f(x)} - 3$ وكان $f'(1) = 2$ ، $f(1) = 1$ أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$

$$(1) \text{ إذا كانت } x = \sec t, \frac{dt}{dv} = 5, \text{ فأوجد } \frac{dx}{dv} \text{ عندما } t = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

$$(2) \text{ إذا كان } x = \sqrt{t+3} \text{ وكانت } t = \cos y + \tan y \text{ أوجد } \frac{dy}{dx} \text{ عند } y = 0$$

$$(3) \text{ لتكن: } y = x^2 + 7x - 5 \text{ احسب قيمة } \frac{dy}{dt} \text{ عندما } x = 1 \text{ و } \frac{dx}{dt} = \frac{1}{3}$$

(1) إذا كانت: $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + a}$ وكانت $f(3) = \frac{4}{9}$ فاوجد قيمة a ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $f(x) = (a + 3x)^2$, وكانت $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 12$ فاوجد قيمة a

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) لتكن: $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos 2x & , x \geq \frac{\pi}{4} \\ a + bx & , x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

دالة قابلة للاشتقاق عند $x = \frac{\pi}{4}$ فاوجد قيمة كل من a, b

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$h(x) = [f(x)]^4 + 1 \quad \text{و أن :} \quad f'(0) = \frac{8}{5}, \quad f(0) = \frac{1}{2}$$

(2) اوجد معادلة المماس للمنحنى الذي معادلته :

$$y = 4\sqrt{2} \sin t \quad \text{عند} \quad t = \frac{\pi}{4}$$

$$x = 3\sqrt{2} \cos t$$

(3) اوجد قيم x على المنحنى : $f(x) = x - \sin 2x$ والتي يكون المماس عندها موازياً لمحور السينات .

(4) اوجد قيمة x التي يكون يصنع عندها المماس لمنحنى الدالة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية مقدارها 45°

يتحرك جسم على محور السينات حسب العلاقة: $S(t) = 10\cos(t + \frac{\pi}{4})$ حيث S بالمتري و t بالثانية

اجب عما يلي:

(1) ما الموضع الابتدائي للجسم

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) احسب أبعد نقطة يصل إليها الجسم من جهة اليمين.

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) احسب أبعد نقطة يصل إليها الجسم من جهة اليسار.

(4) متى يصل الجسم إلى نقطة الأصل (أول مرة).

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5) احسب سرعته المتجهة وتسارعة عند زمن الوصول إلى نقطة الأصل

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$x = 3t - t^2$$

محمد عمر الخطيب
إذا كان

$$y = t^3 + 2t$$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ عندما $t = 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد $\frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dx} \right)$ كدالة في t (بسط إجابتك)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدوال الاسية

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \times \ln a$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} e^{f(x)} = e^{f(x)} \times f'(x)$$

$$\frac{d}{dx} a^{f(x)} = a^{f(x)} \times f'(x) \times \ln a$$

محمد عمر الخطيب

$$a^x = e^{x \ln a}$$

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدوال اللوغارتمية

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \times \ln a}$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \ln f(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a f(x) = \frac{f'(x)}{f(x) \times \ln a}$$

محمد عمر الخطيب

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$$

محمد عمر الخطيب

اوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يلي :

(1) $y = 2e^{-3x}$

(2) $y = e^{x^2-1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $y = e^{\sin x}$

(4) $y = 2^{\tan x}$

(5) $y = 3^{\sqrt{x}}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) $y = \frac{x^2}{e^{3x}}$

(2) $y = x^2 e^{\cos x} + \ln x$

(3) $y = 5^{2x} + \ln(x^2 - 5x)$

(4) $y = e^{\sqrt{x}} + \ln(2 - \cos x)$

(5) $y = \ln(\sec x + \tan x)$

(6) $y = \ln\left(\frac{1}{x}\right) + \ln(e^{\sec x}) + e^{\ln x}$

(7) $y = x \ln(x) - x$

(1) $y = x \ln(\sqrt{x^2 + 1}) - (\ln x)^2$

(2) $y = e^{\tan x} \ln(x) + e^{2 \ln x}$

(3) $y = e^{x^3} + \ln(x \sin x) + e^{e^x}$

(4) $y = \sqrt[3]{\ln(x^2 - 1)}$

(5) $y = \ln\left(\frac{x + \sin x}{1 - \cos x}\right)$

$$(1) \quad y = \ln(\sqrt{e^x + \sin x} + \sqrt{\sin x}) + \ln(\sqrt{e^x + \sin x} - \sqrt{\sin x})$$

تذكر ان

$$a^x = e^{x \ln a}$$

$$(2) \quad y = x^x$$

$$(3) \quad y = (\sin x)^{\ln x}$$

$$(4) \quad y = x^{\sqrt{x}}$$

(أ) احسب السرعة المتجهة عند أي لحظة

(ب) احسب موقع الزنبرك عندما تتعدم السرعة

(2) اوجد معادلة المماس للدالة $f(x) = 3^{\tan x}$ عند $x = \frac{\pi}{4}$

الاشتقاق الضمني:

تسمى الدالة التي على الصورة $y = f(x)$ دالة صريحة وغير ذلك تسمى علاقة ضمنية

$$\frac{d}{dx} g(y) = g'(y) \times \frac{dy}{dx}$$

اشتقاق العلاقات الضمنية

(1) إذا كان: $x^2 + y^2 = 2xy + e^y$ حيث $x \neq y$, اوجد $\frac{dy}{dx}$

(2) إذا كان: $x^2 y + \ln y = xy + 1$ حيث $x \neq y$, اوجد $\frac{dy}{dx}$

(1) إذا كان $x: e^{x^{2y}} - e^y = x$, اوجد $\frac{dy}{dx}$

(2) إذا كان $x: e^{4y} - \ln(y^2 + 3) = 2x$, اوجد $\frac{dy}{dx}$

(3) إذا كان $x \cos(x + y) - y^2 = 8$, اوجد $\frac{dy}{dx}$

(4) إذا كان $x^2 = \frac{x-y}{x+y}$ حيث $x \neq -y$, اوجد $\frac{dy}{dx}$

(1) إذا كان: $xy + y^2 = 1$, اوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ عند $(0, -1)$. محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت: $x^2 + y^2 = 25$, فأثبت أن: $(y')^2 + yy'' + 1 = 0$.

(3) إذا كانت $x^2 + y^2 = 1$, فأثبت أن: $y^3y'' + 1 = 0$.

$$(2) \text{ إذا كانت } xy = \sin x, \text{ فأثبت أن: } 2y' + x(y + y'') = 0$$

$$(3) \text{ إذا كان } x = \tan y \text{ اثبت أن } \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^2 + 1}$$

(1) $y^2 - xy + x = 5$, $(-1, 2)$

(2) $y = 1 + \cos(\pi x + y)$, $(-1, 0)$

(3) $\sqrt{xy} = 2$, $(1, 4)$

$$(a) \quad x^2 - \sqrt{3}xy + 2y^3 = 5 \quad x = \sqrt{3}$$

$$(b) \quad 2xy + \pi \sin y = 2\pi \quad , \left(1, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(c) \quad x \sin 2x = y \cos 2x \quad , \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(2) \text{ اوجد مواقع (معادلات) كل المماسات الافقية والراسية للمعادلة } x^2 + y^2 - y = 3$$

(1) اوجد ميل المماس لكل منحنى من المنحنيين التاليين عند النقطة (0,0) ثم حدد الزاوية المحصورة بين المماسين

(a) $y = x\sqrt{x+4}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $2y + x + y^5 = x^5$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اوجد ميل المماس لكل منحنى من المنحنيين التاليين عند نقطة التقاطع ثم حدد الزاوية المحصورة بين المماسين

(a) $y = x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $y = \frac{1}{x^2}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \sin^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1$$

$$\frac{d}{dx} \cos^{-1} x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad |x| < 1$$

$$\frac{d}{dx} \tan^{-1} x = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{d}{dx} \cot^{-1} x = \frac{-1}{x^2 + 1}$$

$$\frac{d}{dx} \sec^{-1} x = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}, \quad |x| > 1$$

$$\frac{d}{dx} \csc^{-1} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}, \quad |x| > 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

$$(1) \quad y = \sin^{-1} x^2$$

$$(2) \quad y = \cos^{-1} e^{2x}$$

$$(3) \quad y = \tan^{-1} \left(\frac{1}{x^2} \right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(1) \quad y = \sec^{-1} \ln x$$

$$(2) \quad y = \cot^{-1} \sin x$$

$$(3) \quad y = \csc^{-1}(\sqrt{x})$$

$$(4) \quad y = \sin^{-1}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\right)$$

$$(5) \quad y + \sin^{-1} xy = x$$

$$(1) \quad f(x) = \sin^{-1}(2x-1)$$

$$(2) \quad f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \quad f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(4) \quad f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(5) \quad f(x) = \sqrt{\frac{\pi}{4} + \tan^{-1} x}$$

الدوال الزائدية

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

محمد عمر الخطيب

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$$

محمد عمر الخطيب

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x}$$

$$\operatorname{csch} x = \frac{1}{\sinh x}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدوال الزائدية

$$\frac{d}{dx} \sinh x = \cosh x$$

$$\frac{d}{dx} \cosh x = \sinh x$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \tanh x = \operatorname{sech}^2 x$$

$$\frac{d}{dx} \cosh x = -\operatorname{csch}^2 x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sech} x = -\operatorname{sech} x \tanh x$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{csch} x = -\operatorname{csch} x \coth x$$

محمد عمر الخطيب

مشتقة الدوال الزائدية العكسية

$$\frac{d}{dx} \sinh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\frac{d}{dx} \cosh^{-1} x = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \tanh^{-1} x = \frac{1}{1 - x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \coth^{-1} x = \frac{1}{1 - x^2}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\frac{d}{dx} \operatorname{sech}^{-1} x = \frac{-1}{x\sqrt{1 - x^2}}$$

$$\frac{d}{dx} \operatorname{csch}^{-1} x = \frac{-1}{|x|\sqrt{1 + x^2}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$$

$$\cosh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad , |x| \geq 1$$

$$\tanh^{-1} x = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) \quad |x| < 1$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تذكر ان

$$(a) \sinh^{-1} 1 =$$

$$(b) \cosh^{-1} 2 =$$

$$(c) \tanh^{-1} \frac{1}{2} =$$

$$(2) \text{ أوجد } \frac{dy}{dx} \text{ في كل مما يأتي:}$$

$$(a) y = \sinh x^2$$

$$(b) y = \cosh^4 x$$

$$(c) y = \tanh^{-1}(x^2)$$

$$(d) y = \operatorname{sech} \sqrt{x}$$

$$(e) y = x^2 \cosh^2 x$$

(a) $y = \sinh e^{2x}$

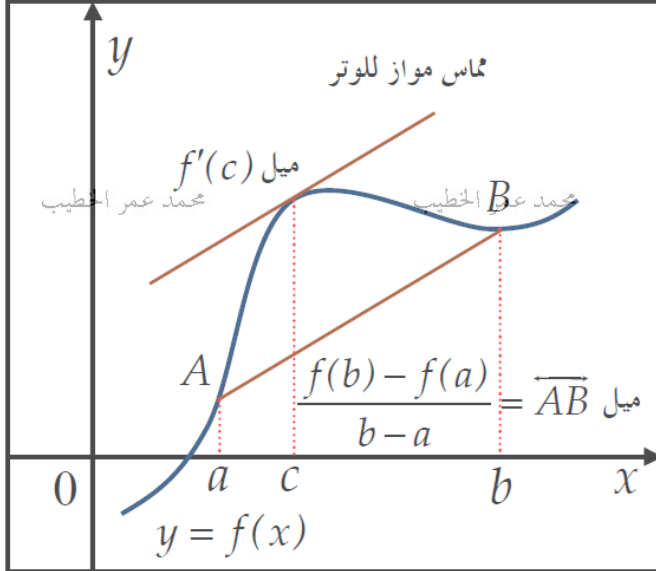
(b) $y = x \cosh x$

(c) $y = \tanh^{-1} \sin x$

(d) $y = \sqrt{\sinh x + 1}$

(2) اوجد قانون صريح للدالة $\sinh^{-1} x$

نظرية القيمة المتوسطة للمشتقات



- إذا كانت الدالة $y = f(x)$
- متصلة على الفترة المغلقة $[a, b]$
 - قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a, b)
- فانه توجد نقطة واحدة علي الأقل c في الفترة (a, b) يكون عندها
- $$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

الدالة لا تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة إذ لم يتحقق أحد الشرطين أو كلاهما بمعنى إذا كانت الدالة غير متصلة على الفترة $[a, b]$ أو غير قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة (a, b)

نظرية رول

في نظرية القيمة المتوسطة اذا كانت $f(a) = f(b)$ فإن يوجد c على الاقل تنتمي الى (a, b) التي تحقق $f'(c) = 0$ وتسمى نظرية رول

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب
ملاحظات مهمة

إذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a, b) ويوجد n من الجذور للدالة $f(x)$ في الفترة $[a, b]$ فإن للدالة $f'(x)$ على الاقل $n - 1$ من الجذور تنتمي الى الفترة (a, b)

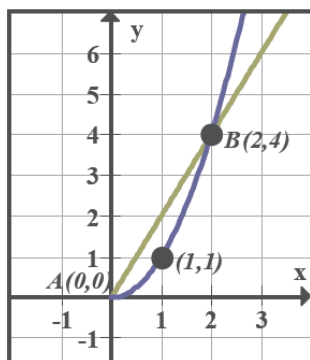
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) بين أن الدالة $f(x) = x^2$ تحقق شروط القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 2]$. ثم أوجد c في المعادلة:



$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \text{ على هذه الفترة .}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) بين أن الدالة $f(x) = x^3 + 1$ تحقق شروط القيمة المتوسطة على الفترة $[-3, 1]$. ثم أوجد قيمة c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) بين أن الدالة $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$ تحقق شروط القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 2]$. ثم أوجد قيمة c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

أثبت أن الدالة f تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

$$f'(c) = \frac{f(4) - f(0)}{4} \quad \text{أوجد قيمة } C \text{ في الفترة } (0, 4) \text{ بحيث}$$

(2) إذا كانت $f(x) = 4 - x + \sin x$ حيث x تقع في الفترة $[-\pi, \pi]$

اثبت ان الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على هذه الفترة ثم اوجد قيمة C

(3) إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ بين أن الدالة تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

ثم اوجد كل قيمة من c التي تعينها النظرية .

اي من الدوال التالية تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0,3]$ مع ذكر السبب؟ الخطيب

(1) $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$

(2) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) $f(x) = |x+1|$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x > 2 \\ 5x - 4 & x \leq 2 \end{cases}$

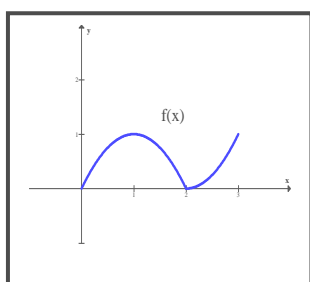
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(5)



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) بفرض أن $f(x)$ دالة متصلة على الفترة $[2, 5]$ وقابلة للاشتقاق على الفترة $(2, 5)$ محمد عمر الخطيب
أجب عن ما يلي .

(أ) هل $f(x)$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة ؟

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) إذا كانت $2 \leq f'(x) \leq 5$ من أجل جميع قيم x في الفترة $(2, 5)$.
أثبت أن $6 \leq f(5) - f(2) \leq 15$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $f(x) = x^2 + ax$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 3]$ وكان $f'(c) = 1$

حيث $c \in (0, 3)$ اوجد

(أ) قيمة الثابت a

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(ب) قيمة الثابت c

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) إذا كانت $f(x) = x^3 + x^2$ فاوجد قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول على الفترة $[-1, 1]$ الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) إذا كانت $f(x) = \sin x + \cos x$ فاوجد قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول على الفترة $[0, \pi]$ الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) إذا كانت: $f(x) = x + \frac{4}{x}$ اوجد قيمة c التي تحقق نظرية رول على الفترة $[1, 4]$ الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) اثبت ان للدالة $f(x) = x^5 + 4x - 1$ لها جذر واحد فقط

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) اثبت ان للدالة $f(x) = x^3 + 4x - 3$ لها جذر واحد

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اثبت ان للمعادلة $x^4 + 6x - 1 = 0$ حلان بالضبط

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(1) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $|\sin x| \leq |x|$ لكل $x \neq 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(2) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لاثبات ان $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$ لكل $x \neq y$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(3) اذا كانت $f(x)$ دالة متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a, b) حيث $f(a) = a, f(b) = b$ فأثبت انه يوجد عدد مثل c على الاقل تنتمي الى (a, b) بحيث $f(c) = 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(4) اذا كانت $f(x), g(x)$ دوال متصلة على $[a, b]$ وكانت قابلة للاشتقاق على (a, b) حيث $f(a) = g(a), f(b) = g(b)$ فأثبت ان للدالتين مماسان متوازيان عند نقطة ما في الفترة (a, b)

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

تمارين عامة على الوحدة الثانية

اجابات التمارين العامة موجودة

في آخر صفحة بالوحدة

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

اختر الاجابة الصحيحة لكل فقرة من الفقرات التالية

$$(1) \frac{d}{dx}[e^x \ln x] =$$

$$(a) \frac{1}{x} e^x$$

$$(b) e^x + \frac{1}{x}$$

$$(c) \frac{e^x}{x} + \ln x$$

$$(d) \frac{e^x}{x} + e^x \ln x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(2) \frac{d}{dx}[\sin^3 3x] =$$

$$(a) 3\sin^2 3x \cos 3x$$

$$(b) 6\sin^2 3x \cos 3x$$

$$(c) 3\sin^2 3x$$

$$(d) 6\sin^2 3x$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(3) \frac{d}{dx}[x^x] =$$

$$(a) x^x \ln x$$

$$(b) e^x [1 + \ln x]$$

$$(c) x^x [1 + \ln x]$$

$$(d) x^x [1 + x]$$

$$(4) \frac{d}{dx}[\tan^{-1} x^2] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{1}{x^4 + 1}$$

$$(b) \frac{x}{x^4 + 1}$$

$$(c) \frac{4x^3}{x^4 + 1}$$

$$(d) \frac{2x}{x^4 + 1}$$

$$(5) \frac{d}{dx} [2^{\sin x}] =$$

(a) $2^{\cos x}$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $2^{\sin x} \cos x$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $2^{\sin x} \cos x \ln 2$

(d) $-2^{\sin x} \cos x \ln 2$

$$(6) \frac{d}{dx} [\sqrt{x^2 + 1}] =$$

(a) $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $\frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}}$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(d) $\frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

$$(7) \frac{d}{dx} [\csc^3 3x] =$$

(a) $-3 \csc^3 3x \cot 3x$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) $-9 \csc^3 3x \cot 3x$ محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) $-27 \csc^3 3x \cot 3x$

(d) $9 \csc^3 3x \cot 3x$

$$(8) \frac{d}{dx} [e^{-\ln x}] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 1

(b) -1

(c) $\frac{1}{x^2}$

(d) $-\frac{1}{x^2}$

$$(9) \frac{d}{dx} \left[\ln(\sqrt{e^x + \sin x} + \sqrt{\sin x}) + \ln(\sqrt{e^x + \sin x} - \sqrt{\sin x}) \right]$$

(a) 1 محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(b) e محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) -1

$$(10) \frac{d}{dx} [\tanh^{-1} \sin x] =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $\sec x$

(b) $\csc x$

(c) $\sin x$

(d) $\cos x$

$$(11) \frac{d^2}{dx^2} [\sin^2 x]$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) $-2 \cos 2x$

(b) $2 \cos 2x$

(c) $-2 \sin 2x$

(d) $2 \sin 2x$

$$(12) \sinh^{-1} 2 =$$

(a) $\ln[2 + \sqrt{5}]$

محمد عمر الخطيب

(b) $\ln[2 + \sqrt{3}]$

محمد عمر الخطيب

(c) $\ln[5 + \sqrt{2}]$

محمد عمر الخطيب

(d) $\ln[\sqrt{5} - 2]$

محمد عمر الخطيب

$$(13) \frac{d}{dx} [\ln \sqrt{x^2 + 1}] =$$

محمد عمر الخطيب

$$(a) \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(b) \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(c) \frac{x}{x^2 + 1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$(14) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(x+h)}{3h} =$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) 3f'(x)$$

محمد عمر الخطيب

$$(b) -3f'(x)$$

محمد عمر الخطيب

$$(c) \frac{1}{3}f'(x)$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) -\frac{1}{3}f'(x)$$

(15) اي من الدوال التالية قابلة للاشتقاق عند $x = 1$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) f(x) = \sqrt[3]{x-1}$$

محمد عمر الخطيب

$$(b) g(x) = |x-1|$$

محمد عمر الخطيب

$$(c) h(x) = \begin{cases} 2x & , x > 1 \\ x^2 & , x \leq 1 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) k(x) = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ 3 & , x \leq 0 \end{cases}$$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

$$(a) 3$$

محمد عمر الخطيب

$$(b) 20$$

محمد عمر الخطيب

$$(c) 0$$

محمد عمر الخطيب

$$(d) -2$$

$$(16) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - f'(1)}{x-1} = \text{فإن } f(x) = x^5 - 2x \text{ إذا كانت}$$

(17) إذا كانت $f'(4) = -8$ فإن $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{\sqrt{x} - 2}$

(a) -2 محمد عمر الخطيب

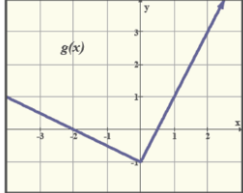
محمد عمر الخطيب

(b) 2 محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(c) 0

(d) -32



محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 0

(b) -2

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $-\frac{1}{2}$

(19) ان قيمة x التي يكون عندها المماسان للدالتين $y = x^2 + 1$, $y = x$ متوازيان هي

(a) $\frac{1}{2}$ محمد عمر الخطيب

(b) $-\frac{1}{2}$ محمد عمر الخطيب

(c) $\frac{1}{4}$ محمد عمر الخطيب

(d) $-\frac{1}{4}$ محمد عمر الخطيب

(20) إذا كانت $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}$ ولها الدالة العكسية $g(x)$ فإن $g'(2)$

(a) 1

(b) 2

(c) 4

(d) 8

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(21) إذا كانت $f(3) = 2, f'(3) = -1, f''(3) = 4$ فإن معادلة العمودي على المماس للدالة $g(x)$ عند $x = 3$ هي

(a) $y = -x + 5$

(b) $y = x - 1$

(c) $y = 4x - 9$

(d) $y = -4x + 1$

محمد عمر الخطيب

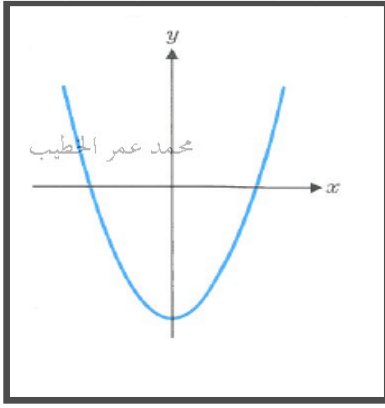
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(22) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f'(x)$

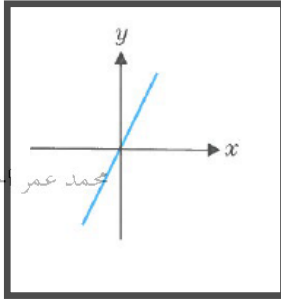
في تحديد بيان الدالة $f(x)$



محمد عمر الخطيب

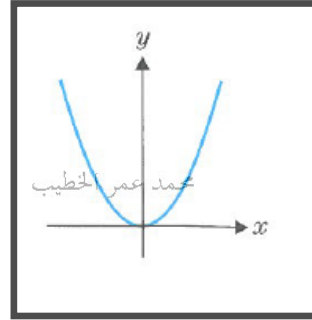
محمد عمر الخطيب

(a)



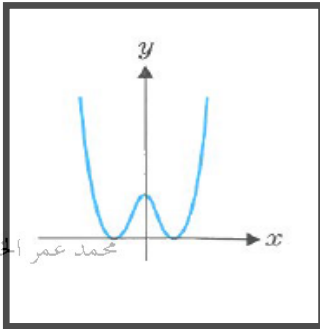
محمد عمر الخطيب

(b)



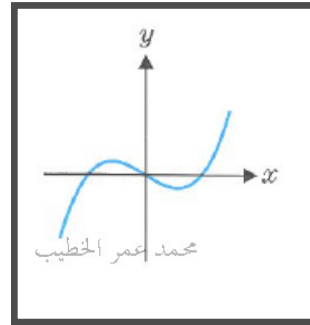
محمد عمر الخطيب

(c)



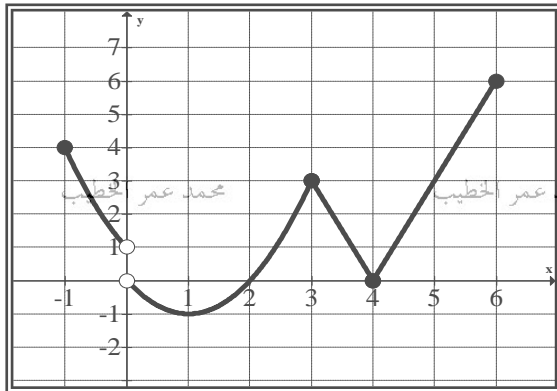
محمد عمر الخطيب

(d)



محمد عمر الخطيب

(23) اعتمد على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$ في تحديد اي الفقرات التالية صحيحة



(a) الدالة متصلة وقابلة للاستقاق عند $x = 3$

(b) ميل المماس عند $x = 4$ يساوي صفر

(c) معدل التغير عند $x = 5$ يساوي 3

(d) نوع الانفصال عند $x = 0$ يمكن التخلص منه

(24) معادلة المماس للعلاقة $x^2 + 2y^2 = 6$ عند النقطة $(2,1)$ هي

- (a) $y = -x$ محمد عمر الخطيب (b) $y = -x + 3$ محمد عمر الخطيب (c) $y = x + 2$ محمد عمر الخطيب (d) $y = x - 2$ محمد عمر الخطيب

(25) ان قيمة (قيم) c التي تحقق نظرية رول للدالة $f(x) = x + \frac{1}{x}$ على الفترة $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ هي

- (a) $1, -1$ (b) -1 (c) 1 (d) 1.25

(26) اذا كانت $f(x) = ax^2 - 5x$ تحقق نظرية رول على الفترة $[1, 3]$ فان قيمة a هي

- (a) $\frac{4}{5}$ محمد عمر الخطيب (b) $\frac{5}{4}$ محمد عمر الخطيب (c) $\frac{20}{9}$ محمد عمر الخطيب (d) $\frac{9}{20}$ محمد عمر الخطيب

(27) موقع المماس الرأسى للعلاقة $x^2 + y^2 - 2y = 0$ تكون عند

- (a) $y = 1$ (b) $y = -1$ (c) $x = 1$ (d) $x = -1$

(28) يسقط جسم من قمة برج و تحدد موقعة الدالة $s(t) = 64 - 16t^2$ حيث t بالثواني و s بالامتار

فأن متوسط السرعة المتجهه في الفترة الزمنية $[1, 2]$ هي

- (a) $-48 m / s$ محمد عمر الخطيب (b) $48 m / s$ محمد عمر الخطيب (c) $2 m / s$ محمد عمر الخطيب (d) $1 m / s$ محمد عمر الخطيب

(29) ان قيمة k التي تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} x^3 & x < 1 \\ 3x + k & x \geq 1 \end{cases}$ قابلة للاشتقاق عند $x = 1$ هي

- (a) -3 محمد عمر الخطيب (b) 3 محمد عمر الخطيب (c) 2 محمد عمر الخطيب (d) -2 محمد عمر الخطيب

(30) إذا علمت أن: $f(x) \times g(x) = f(x) + 2g(x)$ حيث أن كلاً من $f(x)$, $g(x)$

دالتان قابلتان للاشتقاق وأن $g'(1) = 3$, $g(1) = 2$ فإن $f'(1)$ تساوي

- (a) 6 (b) -6 (c) -4 (d) 4

(31) إذا كانت $f(x) = x^3 - ax$ حيث $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+3) - f(3)}{h} = 22$ فإن قيمة a تساوي

- (a) -5 (b) 49 (c) 1 (d) 5

(32) إذا كان منحنى الدالة: $y = 2x^3 - kx + 2$ له مماس افقي عند $x = -1$ ، فإن قيمة k

تساوي

- (a) 6 (b) -6 (c) 0 (d) 2

(33) إن الزاوية الموجبة التي يصنعها المماس لمنحنى الدالة: $y = x^2 + 2x$ مع محور السينات الموجب

عند $x = \frac{-3}{2}$ هي

- (a) $\frac{\pi}{2}$ (b) $\frac{\pi}{4}$ (c) $\frac{3\pi}{4}$ (d) $\frac{2\pi}{3}$

(34) قذف جسيم رأسياً لأعلى فتحرك حسب العلاقة $s(t) = 60t - 5t^2$ حيث t بالثواني و s بالأمتار

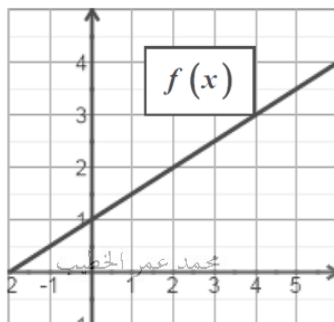
محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم هو

- (a) 60m (b) 180m (c) 360m (d) 120m

(35) إذا كان الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $f(x)$



فإن $g'(1)$ حيث $g = f^{-1}$ يساوي

- (a) 2 (b) 4 (c) 1 (d) -2

(36) إذا كانت : $x = 3t^2 - t$, $y = \tan(t + \frac{\pi}{4})$, فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $t = 0$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(a) 2

(b) -2

(c) $-\sqrt{2}$

(d) $\sqrt{2}$

(37) يبيع محل ملابس اطفال القطعة بسعر 20 درهم ويبيع سنوياً 25000 قطعة اذا كان السعر القطعة يزداد بمعدل 2 درهم سنوياً وتتنقص المبيعات بمعدل 800 قطعة سنوياً فان معدل تغير الايراد السنوي يساوي

(a) 34000

(b) -34000

(c) 50000

(d) 16000

(38) $\frac{d}{dx}[\sinh x + \cosh x] =$

(a) 1

(b) e^{-x}

(c) e^x

(d) $2e^x$

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(39) إذا كانت : $y = xe^x$, فإن $\frac{d^n y}{dx^n}$ يعطى بالعلاقة

(a) $(2n + x)e^x$

(b) $n(1 + x)e^x$

(c) $(n + x)e^x$

(d) $(n - x)e^x$

محمد عمر الخطيب

(40) إذا كانت : $y = e^{xy}$, فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة (0,1) يساوي

(a) 0

(b) e

(c) -1

(d) 1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(41) إذا كانت : $y = x^3 + \sin x$, فإن $\frac{d^{2018}y}{dx^{2018}}$ يساوي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) $\sin x$ (b) $-\sin x$ (c) $\cos x$ (d) $-\cos x$

(42) عدد الحلول الحقيقية للمعادلة : $x^5 + 4x - 1 = 0$ هو

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 5

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(43) إذا كانت : $f(x) = \begin{cases} 1 + \cos 2x & , x \geq \frac{\pi}{4} \\ a + bx & , x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$ دالة قابلة للاشتقاق عند $x = \frac{\pi}{4}$

فإن قيمة b تساوي

- (a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) -1

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

(44) ان الزاوية المحصورة بين المستقيم $y = x$ والمماس المرسوم للدالة $y = \frac{1}{x}$ عند النقطة (1,1) تساوي

- (a) 45° (b) 90° (c) 180° (d) 135°

(45) ان اذا كان $x = \tan y$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

محمد عمر الخطيب

- (a) $\frac{1}{x^2 + 1}$ (b) $\frac{x}{x^2 + 1}$ (c) $\frac{1}{y^2 + 1}$ (d) $\frac{y}{y^2 + 1}$

(46) يتم وصف حركة زنبرك معين بالدالة $f(t) = e^{-t} \cos t$ فإن أول مرة تتعدم السرعة عند الموقع

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$ (b) $\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$ (c) $-\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$ (d) $-\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{3\pi}{4}}$

(47) إذا كانت $f(x) = x^2 + ax$ تحقق نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 3]$ وكان $f'(c) = 1$

حيث $c \in (0, 3)$ فإن قيمة a تساوي

- (a) 2 (b) -2 (c) 1 (d) -1

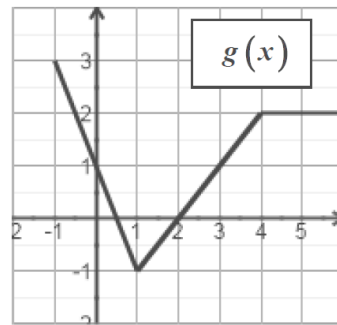
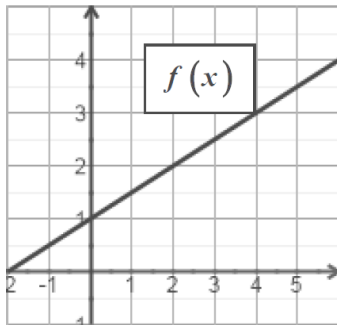
(48) إذا كان $y = u^2 - \frac{8}{u}$, $u = 2x\sqrt{x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $y = 0$ تساوي

- (a) 8 (b) 18 (c) 24 (d) 48

(49) إذا كانت $f\left(\frac{1}{x}\right) = 4x^3 - 7x + 1$ فإن $f'(2)$ تساوي

- (a) 1 (b) -1 (c) -4 (d) 4

(50) الرسم البياني المجاور يمثل بيان للدالة $f(x), g(x)$



حيث $h(x) = f(g(x))$ فإن $h'(0)$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

1	D	11	B	21	B	31	D	41	B
2	B	12	A	22	D	32	A	42	A
3	C	13	C	23	C	33	C	43	B
4	D	14	D	24	B	34	B	44	B
5	C	15	D	25	C	35	A	45	A
6	A	16	B	26	B	36	B	46	C
7	B	17	D	27	A	37	A	47	B
8	D	18	C	28	A	38	C	48	B
9	A	19	A	29	D	39	C	49	A
10	A	20	B	30	B	40	D	50	D

إنتهت الوحدة الثالثة بحمد الله

واعذر للجميع عن أي تقصير أو خطأ.

مع تمنياتي لكم بالنجاح والتفوق

إعداد : محمد عمر الخطيب