4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

حساب المثلّثات قائمة الزوايا

المفهوم الأساسي النسب المثلثية

افترض أن θ زاوية حادة في مثلث قائم والاختصارات opp, adj, hyp تشير إلى طول الضلع المقابل لـ θ. وطول الضلع المجاور لـ θ. وطول الوتر. على التوالي.

وبالتالي تكون النسب المثلثية الست لـ θ محددة على النحو الآتي:

sine $(\theta) = \sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$

cosecant $(\theta) = \csc\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}}$

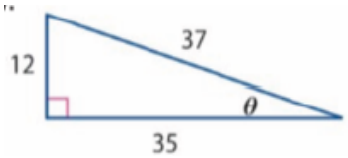
cosine $(\theta) = \cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$

secant $(\theta) = \sec\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}}$

tangent $(\theta) = \tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$

cotangent $(\theta) = \cot\theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}}$

1 أوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.



.....
.....
.....
.....
.....

2 إذا كان $\sin\theta = \frac{1}{2}$. فأوجد القيم الصحيحة للنسب المثلثية للزاوية الحادة θ.

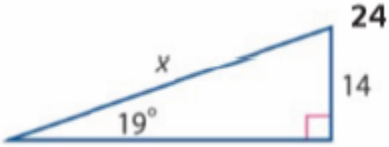
.....
.....
.....
.....
.....

4 الدوال المثلثية

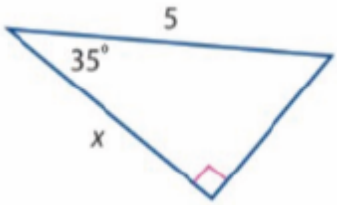
الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

3 أوجد قيمة x. قرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

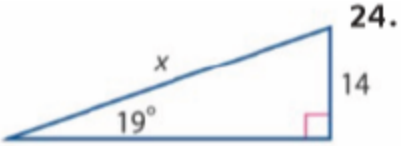
24.



22.



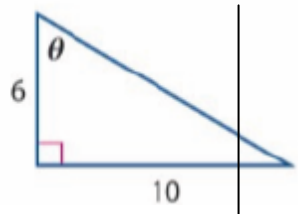
24.



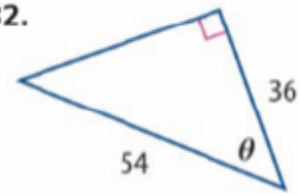
.....
.....
.....
.....
.....

3 أوجد قياس زاوية θ. قرب إلى أقرب درجة إذا تتطلب الأمر.

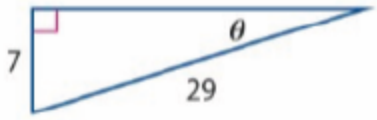
35.



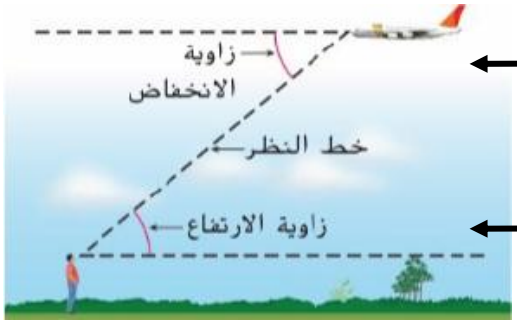
32.



31.



.....
.....
.....
.....
.....



زاوية الانخفاض

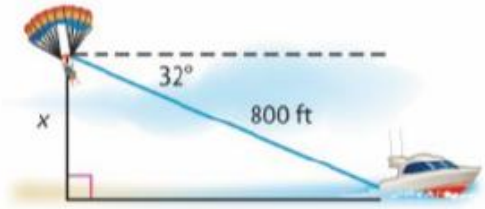
زاوية الارتفاع

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

4

التزلج الهوائي قررت إيمان أن تجرب التزلج الهوائي. فتم ربطها بمظلة يجرها يخت. يربط مظلتها بالقارب حبل طوله 800 قدم. يتخذ أسفلها زاوية انخفاض قدرها 32°. فكم كان ارتفاع إيمان فوق المياه؟ (مثال 6)

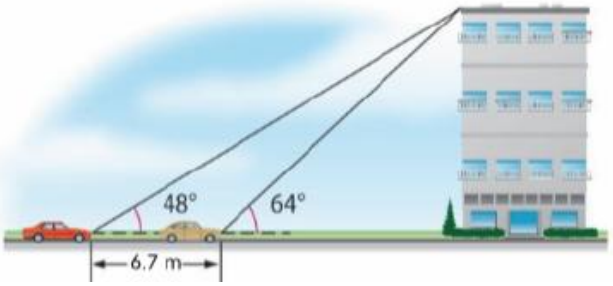


.....
.....
.....
.....
.....

تمرين **موجّه**

7. مبان زاوية الارتفاع من السيارة لأعلى شقة بالمبنى هي 48°. إذا كانت زاوية الارتفاع من سيارة أخرى أمام السيارة الأولى مباشرة بمسافة 6.7 متراً هي 64°. فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟

5

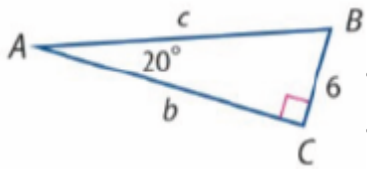


.....
.....
.....
.....
.....

6

أوجد حل كل مثلث. وقرّب طول الضلع لأقرب جزء من عشرة، وقرّب قياس الزاوية إلى أقرب درجة.

47.



.....
.....
.....
.....
.....

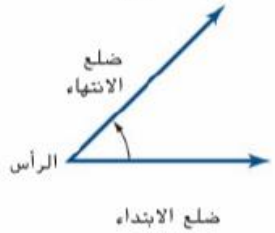
4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

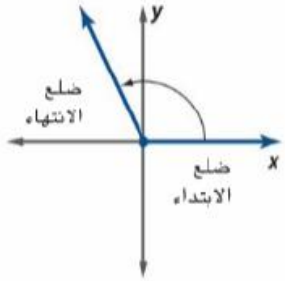
الدرجات والراديان

1 الزوايا وقياساتها من الهندسة، ربما تتذكر أن الزاوية كانت تُعرّف بشعاعين غير متداخلين يشتركان في نقطة تعرف بـ **الرأس**. يمكن أن نفكر في الزاوية أيضًا باعتبارها تكونت من حركة دوران الشعاع حول نقطة الرأس. من وجهة النظر الديناميكية هذه، يكوّن موقع بداية الشعاع **ضلع الابتداء** للزاوية، بينما يكوّن موقع الشعاع بعد الدوران **ضلع الانتهاء** للزاوية. في المستوى الإحداثي، الزاوية التي يقع رأسها عند نقطة الأصل وضلع الابتداء على المحور الأفقي X يقال إنها في **وضع قياسي**.

زاوية

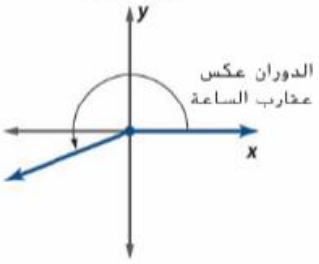


زاوية في الوضع القياسي

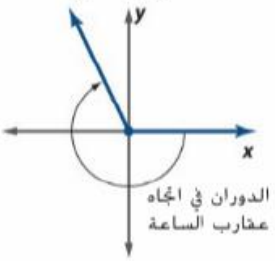


يبين قياس الزاوية كمية واتجاه الدوران الضروري للتحرك من ضلع الابتداء إلى ضلع الانتهاء للزاوية. تنشأ *الزاوية الموجبة* عن الدوران عكس عقارب الساعة وتنشأ الزاوية السالبة عن الدوران في اتجاه عقارب الساعة.

زاوية موجبة



زاوية سلبية



7 **ل قياس درجة عشرية في صيغة DMS (درجة، دقيقة وثانية) وكل قياس DMS في درجة عشرية لأقرب جزء من المئة.**

1A. 213.875°

1B. 89° 56′ 7″

.....
.....
.....
.....
.....

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

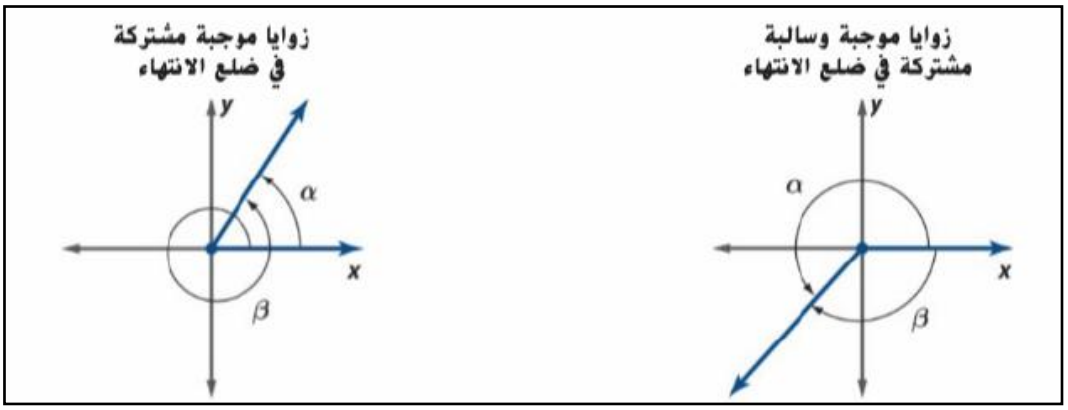
المفهوم الأساسي قواعد التحويل بين قياس الدرجة والراديان

1. للتحويل من الدرجات إلى الراديان، اضرب في $\frac{\text{راديان } \pi}{180^\circ}$.
2. للتحويل من راديان إلى درجة، اضرب في $\frac{180^\circ}{\text{راديان } \pi}$.

8 قياس من الدرجات إلى الراديان كمضاعف لـ π وبالعكس.

2A. 210° **2B.** -60° **2C.** $\frac{4\pi}{3}$ **2D.** $-\frac{\pi}{6}$

.....
.....



9 حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم أوجد مع الرسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة.

3A. -30° **3B.** $\frac{3\pi}{4}$

.....
.....

10 أوجد طول القوس المحصور في كل دائرة

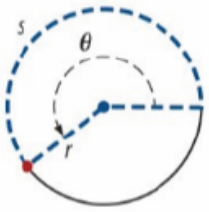
4A. $\frac{2\pi}{3}, r = 2$ m **4B.** $135^\circ, r = 0.5$ m

.....
.....

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

المفهوم الأساسي السرعة الخطية والزاوية



لنفترض أن جسمًا تحرك بسرعة ثابتة على ممر دائري نصف قطره r.

إذا كانت s هي طول القوس الذي يقطعه الجسم في حركته خلال الزمن t،
إذا فسرعة الجسم *الخطية* v يتم إيجادها بالمعادلة $v = \frac{s}{t}$.

إذا كانت θ هي سرعة الدوران (بالراديان) التي يتحرك الجسم فيها خلال الزمن t،
فإن *السرعة الزاوية* ω للجسم يتم إيجادها بالمعادلة $\omega = \frac{\theta}{t}$.

11

تمرين موجّه

الوسائط **لاحظ جهاز DVD المبين.**

5A. أوجد السرعة الزاوية لجهاز DVD بالراديان لكل ثانية إذا كان القرص يدور بمعدل 3.5 دورة في الثانية.

5B. إذا كان مشغل DVD قد سخن بشدة وبدأ دوران القرص يبطئ بمعدل 3 دورة في الثانية، فأوجد السرعة الخطية للقرص بالمتر لكل دقيقة.

.....
.....
.....
.....
.....

أوجد مساحة القطاع الدائري بواسطة الزاوية المركزية المعطاة θ ونصف القطر r.

12

6A. $\theta = \frac{3\pi}{4}, r = 1.5$ ft

6B. $\theta = 50°, r = 6$ m

.....
.....
.....

4 الدوال المثلثية

الاسم : ..... أ. غسان الشعبان

النسب المثلثية على دائرة الوحدة

تمرين موجّه

النقطة المعطاة تقع على ضلع الإنتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي. أوجد قيم النسب المثلثية الست لـ θ.

13

1A. $(4, 3)$ **1B.** $(-2, -1)$

.....

.....

.....

الزوايا الربعية

14 **أوجد القيمة الدقيقة لكل دالة مثلثية.**

2A. $\cos 270^\circ$ **2B.** $\csc \frac{\pi}{2}$ **2C.** $\cot(-90^\circ)$

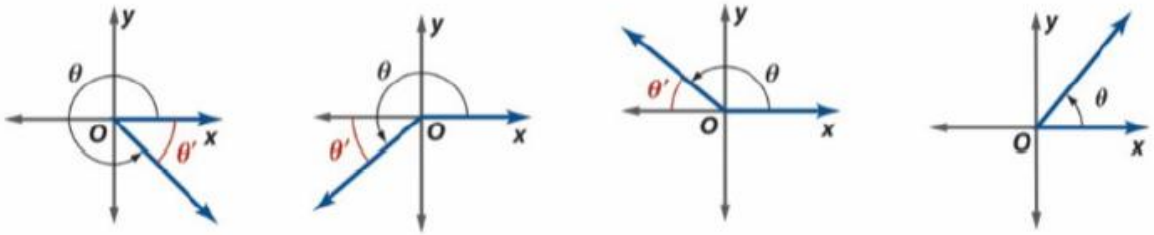
.....

.....

.....

المفهوم الأساسي قواعد زاوية مرجع

إذا كانت θ هي زاوية في الوضع القياسي، وزاوية المرجع لها θ' هي زاوية حادة شكّلها ضلع الإنتهاء لـ θ والمحور الأفقي x.
زاوية المرجع θ' لأي زاوية $0^\circ < \theta < 360^\circ$, أو $0 < \theta < 2\pi$. يتم تعريفها كما يلي.



الربع 1	الربع II	الربع III	الربع IV
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180^\circ - \theta$	$\theta' = \theta - 180^\circ$	$\theta' = 360^\circ - \theta$
	$\theta' = \pi - \theta$	$\theta' = \theta - \pi$	$\theta' = 2\pi - \theta$

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

15 ارسم كل زاوية. ثم أوجد زاوية المرجع.

3A. $\frac{5\pi}{4}$ **3B.** -240° **3C.** 390°

.....
.....
.....

16 أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.

4A. $\tan\frac{5\pi}{3}$ **4B.** $\sin\frac{5\pi}{6}$ **4C.** $\sec(-135^\circ)$

.....
.....
.....

17 أوجد القيم الدقيقة للنسب الخمسة المثلثية المتبقية للزاوية θ.

5A. $\sec\theta = \sqrt{3}, \tan\theta < 0$ **5B.** $\sin\theta = \frac{5}{7}, \cot\theta > 0$

.....
.....
.....

18 أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.

7A. $\cos\frac{\pi}{4}$ **7B.** $\sin 120^\circ$ **7C.** $\cot 210^\circ$

.....
.....

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

تمثيل دوال sine و cosine الزاوية بيانيًا

المفهوم الأساسي خواص دوال الـ sine, cosine

دالة الـ sine

المجال: $(-\infty, \infty)$ **المدى:** $[-1, 1]$

التقاطع مع المحور الرأسي y: 0

التقاطع مع المحور الأفقي x: $n\pi, n \in \mathbb{Z}$

الاتصال متصلة على $(-\infty, \infty)$

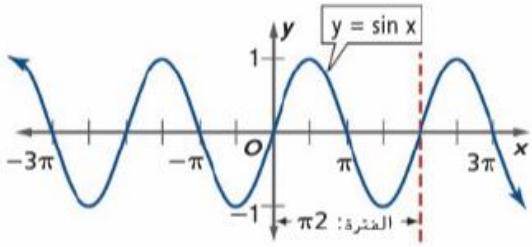
التناظر نقطة الأصل (دالة فردية)

القيم القصوى قيمة عظمى 1 عند $x = \frac{\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

قيمة صغرى -1 عند $x = \frac{3\pi}{2} + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

السلوك الطرفي $\lim_{x\to-\infty} \sin x$ و $\lim_{x\to\infty} \sin x$ غير موجودة.

التذبذب: بين -1 و 1



دالة الـ cosine

المجال: $(-\infty, \infty)$ **المدى:** $[-1, 1]$

التقاطع مع المحور الرأسي y: 1

التقاطع مع المحور الأفقي x: $\frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$

الاتصال متصلة على $(-\infty, \infty)$

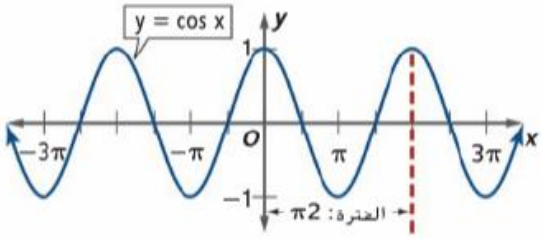
التناظر المحور y (دالة زوجية)

القيم القصوى قيمة عظمى 1 عند $x = 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

قيمة صغرى -1 عند $x = \pi + 2n\pi, n \in \mathbb{Z}$

السلوك الطرفي $\lim_{x\to-\infty} \cos x$ و $\lim_{x\to\infty} \cos x$ غير موجودة.

التذبذب: بين -1 و 1

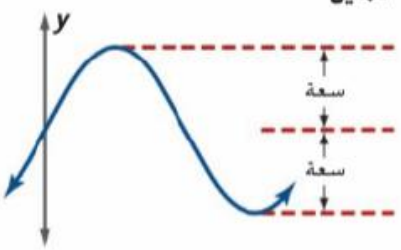


المفهوم الأساسي تكرار دوال الـ sine , cosine

الشرح **سعة** الدالة الجيبية (sinusoid) هي نصف المسافة بين القيم العظمى والصغرى من الدالة، أو نصف ارتفاع التموج.

الرموز عندما يكون $y = a \sin(bx + c) + d$ و $y = a \cos(bx + c) + d$، تكون السعة $= |a|$.

التمثيل



4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

19 حدد السعة، والدورة والتكرار وإزاحة الطور لكل دالة. ثم مثل بيانيًا دورتين للدالة.

5A. $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$ **5B.** $y = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

.....
.....
.....

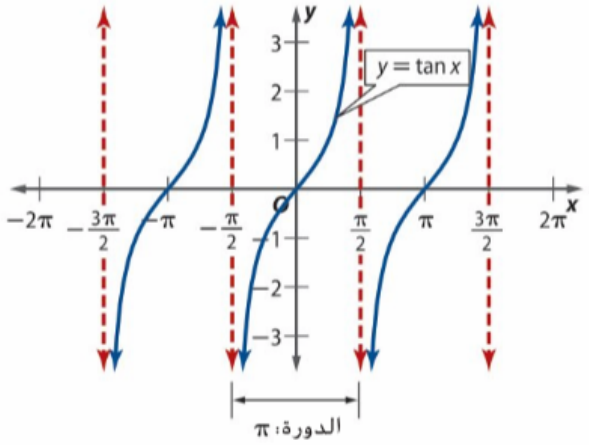
20 حدد السعة، الدورة، التكرار، إزاحة الطور، الإزاحة الرأسية لكل دالة

19. $y = \sin\left(x + \frac{5\pi}{6}\right) + 4$ **17.** $y = \sin 3x - 2$ **16.** $y = 0.25\cos x + 3$

.....
.....
.....

التمثيل البياني للدوال المثلثية الأخرى

المفهوم الأساسي خصائص دالة tan



المجال:	$x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
المدى:	$(-\infty, \infty)$
التقاطعات مع المحور الأفقي x:	$n\pi, n \in \mathbb{Z}$
التقاطع مع المحور الرأسي y:	0
الاتصال:	انفصال لانهائي عند $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
خطوط التقارب:	$x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
التناظر	الأصل (دالة فردية)
قيم قصوى:	لا يوجد
السلوك الطرفي:	$\lim_{x\to\infty} \tan x$ و $\lim_{x\to-\infty} \tan x$ غير موجود. تذبذب الدالة ما بين $-\infty$ و ∞.

4 الدوال المثلثية

الاسم : ..... أ. غسان الشعبان

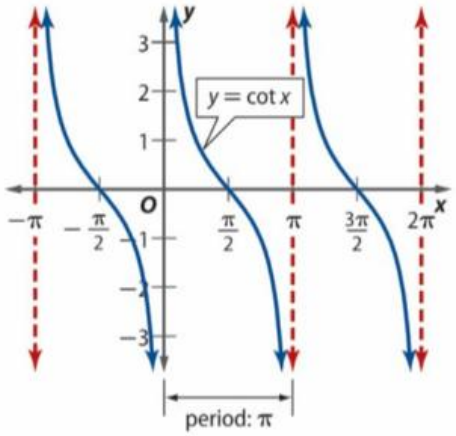
21 حدد خطوط التقارب الرأسية للدالة، ثم مَثل بيانيًا $y = \tan 2x$.

2B. $y = -\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

.....

.....

المفهوم الأساسي خصائص دالة الـ Cotan



المجال:	$x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$
المدى:	$(-\infty, \infty)$
التقاطعات مع المحور الأفقي x:	$\frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
التقاطع مع المحور الرأسي y:	لا يوجد
الاتصال:	انفصال لانهائي عند $x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$
خطوط التقارب:	$x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$
التناظر:	نقطة الأصل (دالة فردية)
القيم القصوى:	لا يوجد
السلوك الطرفي:	$\lim_{x \to \infty} \cot x$ و $\lim_{x \to -\infty} \cot x$ غير موجودة. تتذبذب الدالة ما بين $-\infty$ و ∞.

22 حدد خطوط التقارب الرأسية، ومثل بيانيا كل دالة.

3B. $y = 3 \cot \frac{x}{2}$

.....

.....

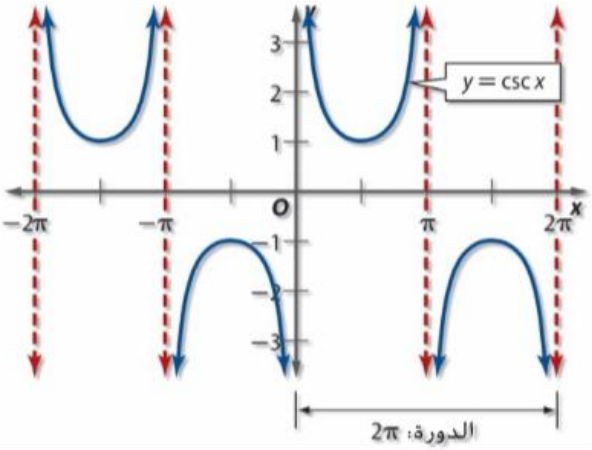
4 الدوال المثلثية

الاسم : ..... أ. غسان الشعبان

المفهوم الأساسي خصائص دوال cosecant و دوال secant

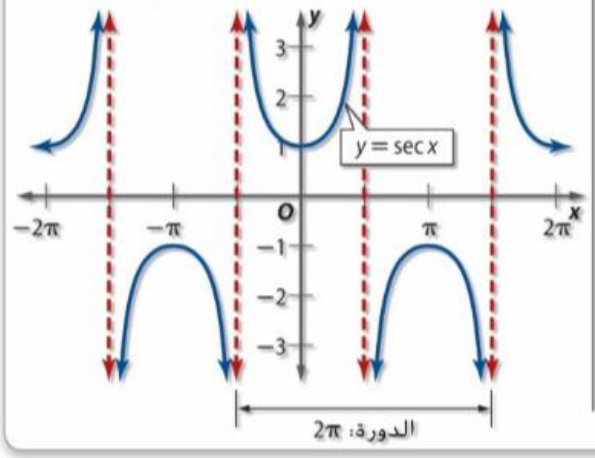
دالة cosecant

المجال:	$x \in \mathbb{R}, x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}$
المدى:	$(-\infty, -1]$ و $[1, \infty)$
التقاطعات مع المحور الأفقي x:	لا يوجد
التقاطع مع المحور الرأسي y:	لا يوجد
الاتصال:	انفصال لانهائي عند $x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$
خطوط التقارب:	$x = n\pi, n \in \mathbb{Z}$
التناظر:	نقطة الأصل (دالة فردية)
السلوك الطرفي:	$\lim_{x\to-\infty} \csc x$ و $\lim_{x\to\infty} \csc x$ غير موجودتين. تتذبذب الدالة ما بين $-\infty$ و ∞.



دالة secant

المجال:	$x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
المدى:	$(-\infty, -1]$ و $[1, \infty)$
التقاطعات مع المحور الأفقي x:	لا يوجد
التقاطع مع المحور الرأسي y:	1
الاتصال:	انقطاع الاتصال عند $x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
خطوط التقارب:	$x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$
التناظر:	محور رأسي y (الدالة الزوجية)
السلوك:	$\lim_{x\to-\infty} \sec x$ و $\lim_{x\to\infty} \sec x$ غير موجودتين. تتذبذب الدالة ما بين $-\infty$ و ∞.



23 حدد خطوط التقارب الرأسية، ومثل بيانيا كل دالة.

a. $y = \csc\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

.....

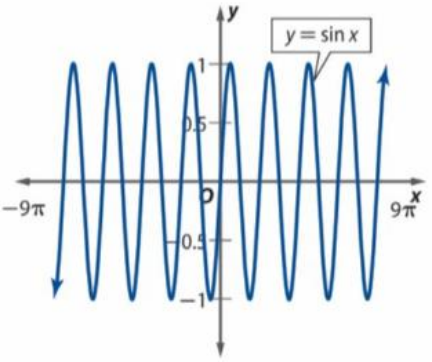
.....

4 الدوال المثلثية

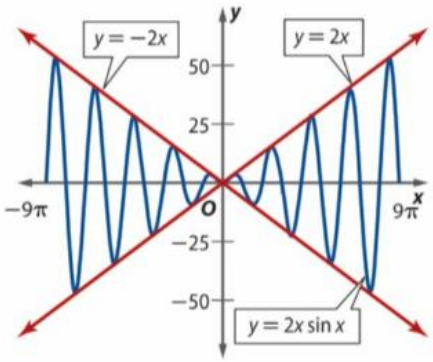
الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

2 الدوال المثلثية المتضائلة

عندما تكون دالة الـ sin مضروبة بدالة أخرى $f(x)$، يكون التمثيل البياني للناتج مترددًا بين التمثيلات البيانية لـ $y = f(x)$ و$y = -f(x)$. عندما يقلل هذا الناتج سعة موجة دالة الـ sin الأصلية، يطلق عليه **تذبذب متضائل**. وينتج عن الدالتين ما يُعرَف باسم **الدالة المثلثية المتضائلة**. يمكن رؤية هذا التغير في الذبذبات في الأشكال 3.5.3 و 3.5.4 للتمثيلات البياني للدالة $y = \sin x$ و $y = 2x \sin x$.



الشكل 3.5.3



الشكل 3.5.4

وتأخذ الدالة المثلثية المتضائلة الشكل $y = f(x) \sin bx$ أو $y = f(x) \cos bx$. حيث $f(x)$ هو **عامل التضاؤل**.

ويحدث التذبذب المتضائل عندما يقترب x من $\pm\infty$ أو عندما يقترب x من 0 من كلا الاتجاهين.

24 حدد عامل التضاؤل $f(x)$ في كل دالة.

5A. $y = 5x \sin x$

5B. $y = \frac{1}{x} \cos x$

5C. $y = 3^x \sin x$

.....

.....

المفهوم الأساسي الحركة التوافقية التضاؤلية

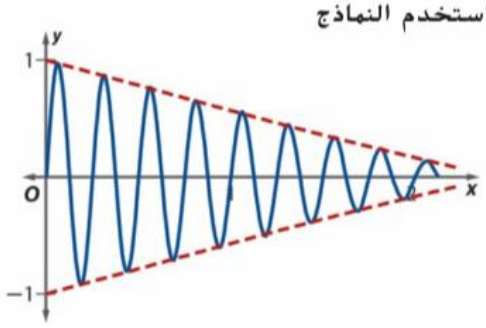
الكلمات

يكون الجسم في حالة **حركة توافقية تضاؤلية** عندما تحدد سعته بالدالة $a(t) = ke^{-ct}$.

الرموز

بالنسبة لـ $y = ke^{-ct} \sin \omega t$ و $y = ke^{-ct} \cos \omega t$. حيث k هو الإزاحة. c ثابت التضاؤل $c > 0$. t هو الزمن، و ω هي الفترة.

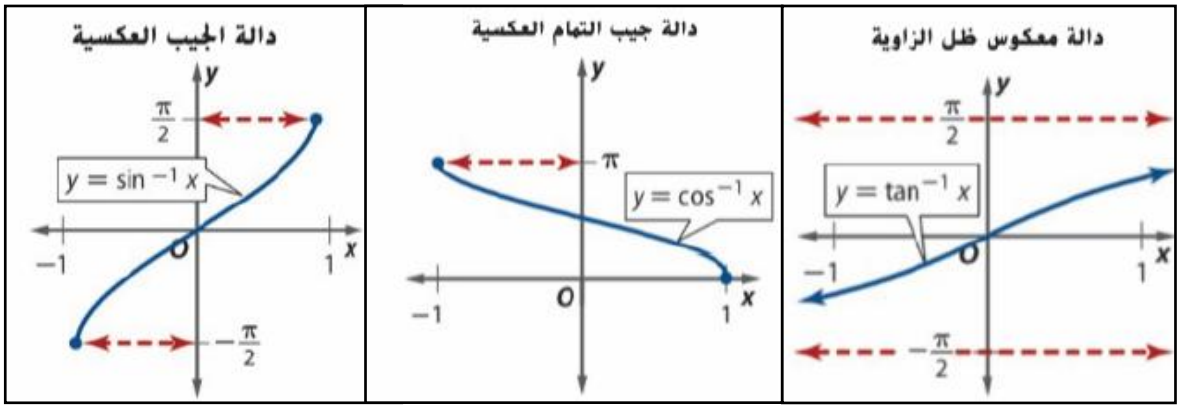
استخدم النماذج



4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

الدوال المثلثية العكسية



25 أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي، إن وُجدت.

2A. $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **2B.** $\arccos 2.5$ **2C.** $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

.....

.....

1A. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **1B.** $\sin^{-1}(-2\pi)$ **1C.** $\arcsin(-1)$

.....

.....

3A. $\arctan\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ **3B.** $\tan^{-1}(-1)$

.....

.....

المفهوم الأساسي مجال تركيب الدوال المثلثية

$f[f^{-1}(x)] = x$	$f^{-1}[f(x)] = x$
إذا كان $-1 \le x \le 1$، يكون $\sin(\sin^{-1} x) = x$.	إذا كان $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$، يكون $\sin^{-1}(\sin x) = x$.
إذا كان $-1 \le x \le 1$، يكون $\cos(\cos^{-1} x) = x$.	إذا كان $0 \le x \le \pi$، يكون $\cos^{-1}(\cos x) = x$.
إذا كان $-\infty < x < \infty$، يكون $\tan(\tan^{-1} x) = x$.	إذا كان $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$، يكون $\tan^{-1}(\tan x) = x$.

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

المفهوم الأساسي الدوال المثلثية العكسية

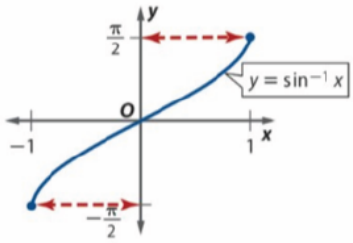
معكوس sin x

الشرح الزاوية (أو القوس) بين $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$ بقيمة $\sin x$.

الرموز $y = \sin^{-1} x$ إذا كان فقط $\sin y = x$ بالنسبة لـ $-1 \le x \le 1$ و $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$.

المجال: $[-1, 1]$

المدى: $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$



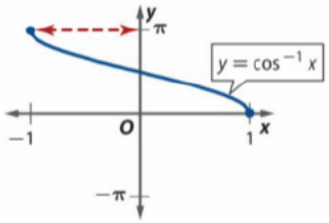
معكوس cos x

الشرح الزاوية (أو القوس) بين 0 و π بقيمة $\cos x$.

الرموز $y = \cos^{-1} x$ إذا كان فقط $\cos y = x$ بالنسبة لـ $-1 \le x \le 1$ و $0 \le y \le \pi$.

المجال: $[-1, 1]$

المدى: $[0, \pi]$



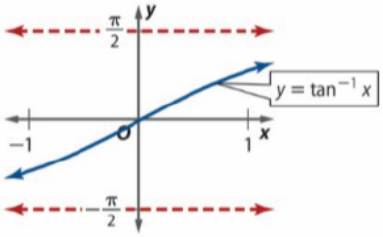
معكوس tan x

الشرح الزاوية (أو القوس) بين $-\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{2}$ بقيمة $\tan x$.

الرموز $y = \tan^{-1} x$ إذا كان فقط $\tan y = x$ بالنسبة لـ $-\infty < x < \infty$ و $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$.

المجال: $(-\infty, \infty)$

المدى: $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$



24 أوجد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي، إن وُجدت.

6A. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{\pi}{3}\right)$ **6B.** $\cos^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{4}\right)$ **6C.** $\arcsin\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

.....
.....

7A. $\cos^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)$ **7B.** $\sin\left(\arctan\frac{5}{12}\right)$

.....
.....

25 اكتب كل تعبير في صورة تعبير جبري لـ x لا يحتوي على دوال مثلثية.

8A. $\sin(\arccos x)$ **8B.** $\cot[\sin^{-1} x]$

.....
.....
.....

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

المتطابقات المثلثية

مفهوم أساسي — **المتطابقات المثلثية الأساسية**

المتطابقات النسبية:

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta},\ \cos\theta \neq 0 \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta},\ \sin\theta \neq 0$$

متطابقات المقلوب:

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta},\ \csc\theta \neq 0 \qquad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta},\ \sin\theta \neq 0$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta},\ \sec\theta \neq 0 \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta},\ \cos\theta \neq 0$$

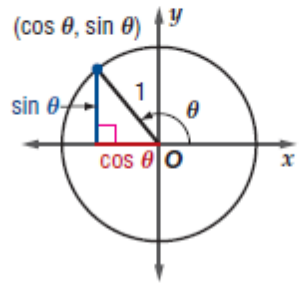
$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta},\ \cot\theta \neq 0 \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta},\ \tan\theta \neq 0$$

متطابقات فيثاغورس:

$$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$



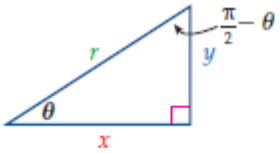
حسب نظرية فيثاغورس $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

متطابقات الزاويتين المتتامتين:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$



$\sin\theta = \frac{y}{r} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

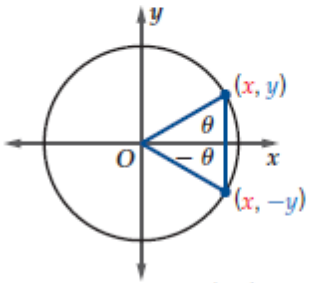
$\tan\theta = \frac{y}{x} = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

متطابقات الدوال الزوجية والدوال الفردية:

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$



$\sin\theta = y$ $\quad \sin(-\theta) = -y$

$\cos\theta = x$ $\quad \cos(-\theta) = x$

26 أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sin\theta$ إذا كان $\cos\theta = \frac{1}{3}$ ، $270° < \theta < 360°$.

.....

.....

.....

27 أوجد القيمة الدقيقة لِـ $\sec\theta$ إذا كان $\sin\theta = -\frac{2}{7}$ ، $180° < \theta < 270°$.

.....

.....

.....

28 بسّط العبارة : $\frac{\sin\theta \csc\theta}{\cot\theta}$. $\csc\theta - \cos\theta \cot\theta$ $\frac{\sec\theta}{\sin\theta}(1 - \cos^2\theta)$

.....

.....

.....

29 أثبت صحة المتطابقة $\cos\theta \cot\theta = \csc\theta - \sin\theta$

.....

.....

.....

❖ $\csc^2\theta - \cot^2\theta = \cot\theta \tan\theta$.

.....

.....

.....

حل المعادلات المثلثية

29 حُلّ المعادلة $4\sin x = 2\sin x + \sqrt{2}$

.....

.....

.....

30 حُلّ المعادلة $2\sin\theta = -1$

.....

.....

.....

4 الدوال المثلثية

الاسم : .....
أ. غسان الشعبان

مفهوم أساسي متطابقات المجموع والفرق

متطابقات المجموع

- $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$
- $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

متطابقات الفرق

- $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
- $\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$
- $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$

31 أوجد القيمة الدقيقة لكل مما يأتي:

1A $\sin 15°$ **1B** $\cos(-15°)$

.....

مفهوم أساسي المتطابقات المثلثية لضعف الزاوية

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم θ جميعها:

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

32 أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 2\theta$ إذا كان $\sin\theta = \frac{2}{3}$ ، $0° < \theta < 90°$.

.....
.....
.....

مفهوم أساسي المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية

المتطابقات الآتية صحيحة لقيم θ جميعها:

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}},\ \cos\theta \neq -1$$

32 أوجد القيمة الدقيقة لكلٍّ مما يأتي علمًا بأن $90° < \theta < 180°;\ \cos\theta = -\frac{1}{3}$:

2A $\cos 2\theta$ **2B** $\tan 2\theta$

.....
.....
.....