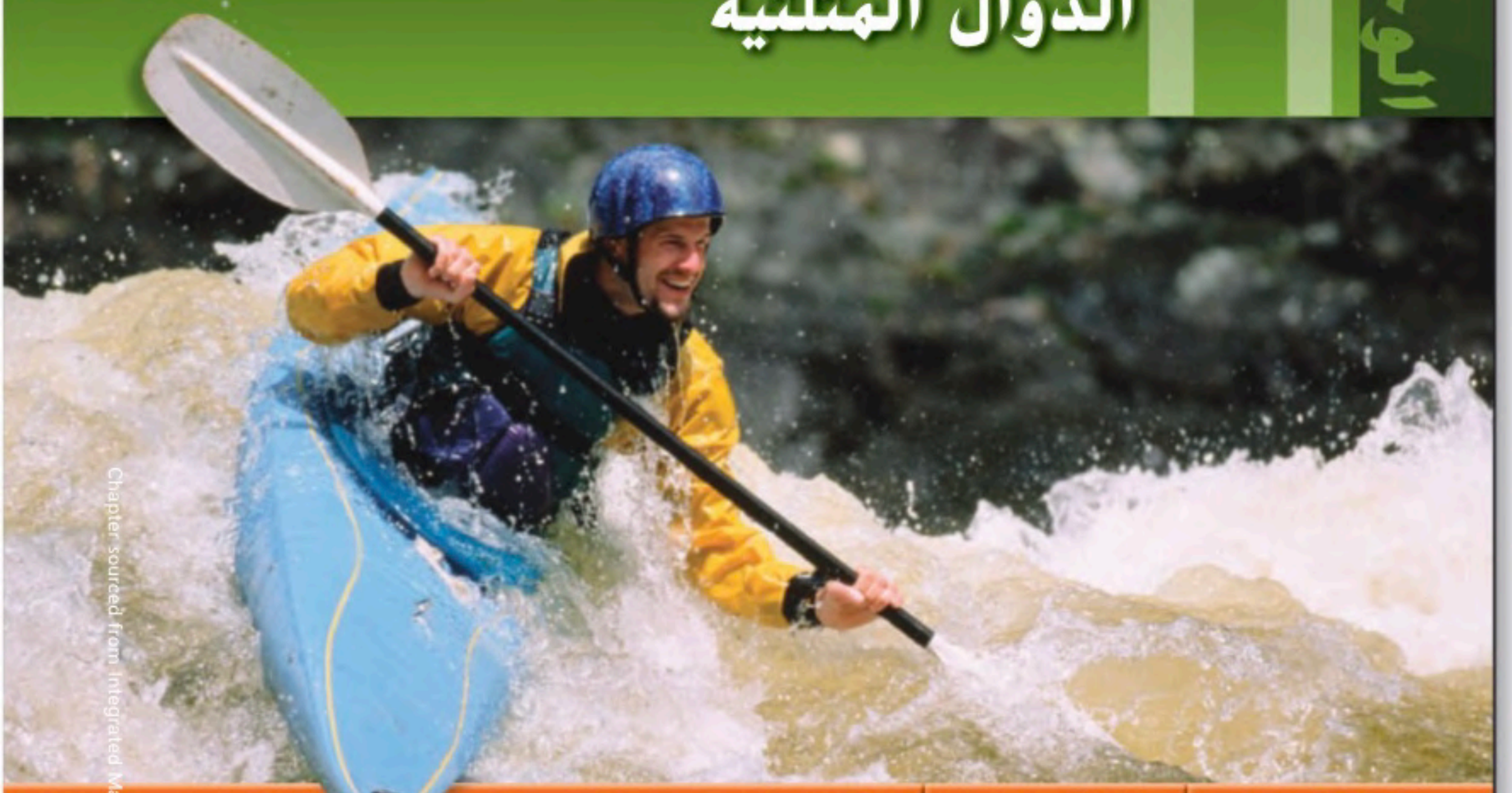
الوحدة 11: الدوال المثلثية



Chapter sourced from Integrated Math III Chapter 11 © 2012 McGraw-Hill Education

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © 2012 Integrated Math III Chapter 11

مشروع الوحدة

كن أو لا تكون

يستخدم الطلاب ما تعلموه عن حساب المثلثات لإكمال مشروع معين.

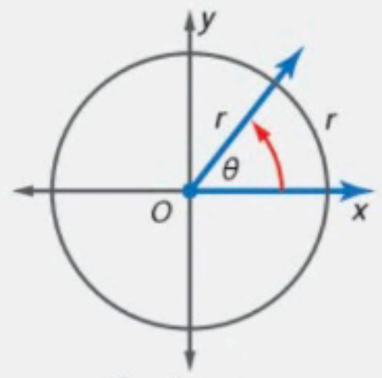
يتناول مشروع هذه الوحدة الوعي المعرفي البيئي، والعديد من المهارات الخاصة الضرورية لنجاح الطالب في إطار عمل التعلم في القرن الواحد والعشرين.

المفردات الأساسية قدّم المفردات الأساسية في الوحدة متبعًا النظام التالي.

تعريف: الراديان الواحد عبارة عن قياس زاوية θ في الوضع المعياري ويقطع شعاعيها قوس بطول وحدة واحدة على دائرة الوحدة.

اطرح السؤال التالي: ما الذي يقيسه الراديان؟ الزاوية

مثال:



راديان $\theta = 1$

السابق

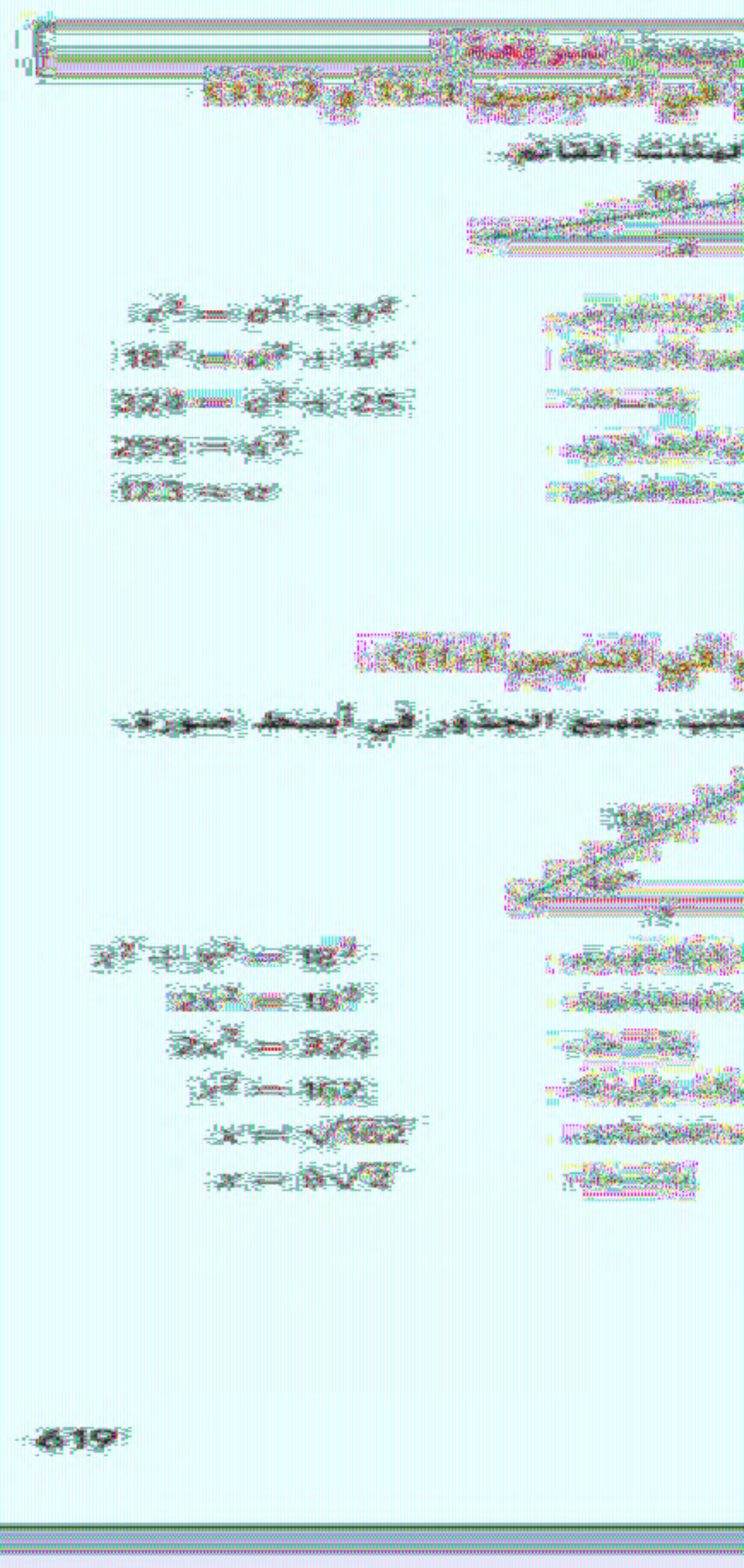
- لقد مثلت الدوال بيانيًا وحللتها.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرًا على:
  - إيجاد قيم الدوال المثلثية.
  - حل المسائل باستخدام حساب مثلثات المثلث القائم.
  - حل المثلثات باستخدام قانون sine وقانون cosine.
  - تمثيل الدوال المثلثية بيانيًا.

لماذا؟

- **الرياضات المائية** لمعرفة الدوال المثلثية تطبيقات عملية في الرياضات المائية. يمكنك مثلاً استخدام حساب مثلثات المثلث القائم في إيجاد المسافة التي قطعها قارب الكاياك في النهر. وإذا كنت ماهرًا في الزوايا وقياساتها، فستفهم بشكل أفضل مدى روعة أن تتمكن من عمل دورة 540° على لوح التزلج على الماء.



م حساب المثلثات؟ الإجابة
ات مثل مساطل الإحتناء والاستقصاء

حدة

مفردات جديدة أثناء دراستك للوحدة 11. ولكي
تنظم مواردك.

مساعدتك في تنظيم
ية. وابدأ بأربع ورقات من

حساب المثلثات	trigonometry
جيب الزاوية	sine
cosine	cosine
ظل الزاوية	tangent
قاطع التمام	cosecant
القاطع	secant
ظل التمام	cotangent
زاوية الارتفاع	angle of elevation
زاوية الانخفاض	angle of depression
الوضع القياسي	standard position
راديان	radian
sine قانون	Law of Sines
حالة مبهمة	ambiguous case
cosine قانون	Law of Cosines
دائرة الوحدة	unit circle
دالة دائرية	circular function
دالة دورية	periodic function
دورة	cycle
فترة	period
سعة	amplitude
التردد	frequency

الدالة علاقة يقترن فيها كل عنصر من المجال بعنصر واحد بالتحديد في المدى
الدالة العكسية تكون الدالتان f و g متعاكستين إذا وفقط إذا كان تركيبهما عبارة عن الدالة المحايدة.

1 التركيز

الهدف استخدام ورقة بيانات لاستكشاف نسب أطوال الأضلاع في المثلثات قائمة الزاوية الخاصة.

المواد الخاصة لكل طالب

- برنامج ورقة البيانات وجهاز الكمبيوتر

نصيحة للتدريس

اطلب من الطلاب ممارسة مهاراتهم في استخدام ورقة بيانات عن طريق إدخال البيانات في مثال. وكلفهم بتنسيق الخلايا قبل البدء في إدخال البيانات. وذلك باستخدام أمر تنسيق الخلايا (Format Cells). نسّق الأعمدة C و E و F للأعداد التي بها 9 منازل عشرية. ونسّق الأعمدة A و B و D للأعداد الصحيحة.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

اطلب من الطلاب التعاون مع زملائهم، وامزج القدرات بحيث تجمع الطالب الذي لديه معرفة أكثر بأوراق البيانات مع طالب لديه خبرة أقل.

تدريب كلف الطلاب بإكمال النشاط والتمارين 3-1.

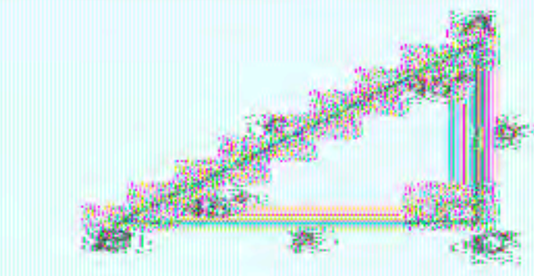
3 التقويم

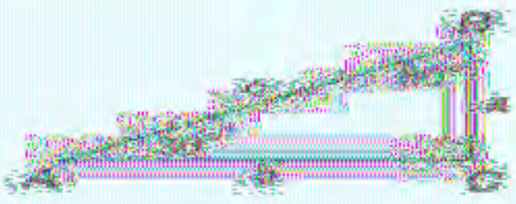
التقويم التكويني

استخدم التمرين 1 لتقويم مدى فهم الطلاب لطريقة إدخال البيانات في ورقة بيانات.

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب وصف القاعدة أو النمط أو الصيغة لمختلف الخلايا في ورقة البيانات.







طلاب المقارنة بين مثلثين قياس
9 – 60° – 30°. ما وجه التشابه؟
ختلاف؟ قياسات الزوايا كلها واحدة،
ت الأضلاع مختلفة. فالمثلثان
كن ليسا متطابقين.

1 النسب المثلثية للزوايا الحادة

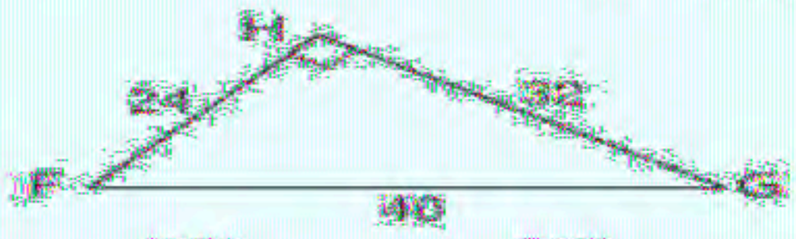
المثال 1 يوضح طريقة إيجاد قيم الدوال المثلثية الست لزاوية. **المثال 2** يوضح طريقة استخدام نسبة مثلثية واحدة لزاوية في إيجاد زاوية أخرى.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

أمثلة إضافية

1 أوجد قيم النسب المثلثية الست للزاوية G.



2 إذا كان $\tan A = \frac{5}{12}$ فأوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الخمس المتبقية لـ A.

إرشاد للمعلمين الجدد

الاستنتاج الأطوال النسبية لأضلاع المثلثين الخاصين في مربع "المفهوم الأساسي" في هذه الصفحة مهمة للغاية. اطلب من الطلاب تعلم كيفية إعادة رسم هذه المثلثات من ذاكراتهم. ويمكنهم من هذه المثلثات إنتاج القيم الموضحة في مربع "المفهوم الأساسي".

على tangent و cosine و sine ب

$$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

حاتم. إذا. تعتمد الدوال المثلثية في

س المتبقية لـ B.

المثلثات.

30°–60°–90°

$\sin 30° = \frac{1}{2}$ $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

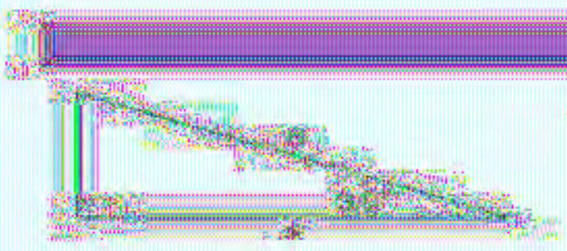
$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos 60° = \frac{1}{2}$

45°–45°–90°

تخدام التكنولوجيا

ة التفاعلية ارسم مثلثًا قائم الزاوية
كتب أطوال كل ضلع. ولكتابة
. اسحب القياس من ضلع المثلث

استخدام التشابه المثلثي يمكنك استخدام النسب المثلثية لإيجاد أطوال الأضلاع الناقصة وقياسات زوايا الناقصة في المثلثات القائمة.



إيجاد طول الضلع الناقص

استخدم دالة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

ل الوتر هو 8. القياس الناقص هو الضلع المجاور للزاوية 30°. استخدم
cosine لإيجاد x.

cosine دالة

ض من θ بـ 30°، وهو adj بـ x، وهو hyp بـ 8.

$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

اضرب كل طرف في 8.

استخدم آلة حاسبة.

ين الموجة

3A. 7

3B. 14.1

استخدام الآلة الحاسبة لإيجاد أطوال الأضلاع الناقصة في المثلثات التي ليس لها زوايا بقياس 30° أو 60°



إيجاد طول الضلع الناقص

اني لحساب ارتفاع مبنى، سار مازن مسافة 60 مترًا من قاعدة المبنى ستخدم أداة الميزان لقياس الزاوية من عينيه إلى قمة المبنى. إذا كان مستوى نيه هو مترين، فكم يبلغ ارتفاع المبنى؟

وية المتبقية هي 76°. الضلع المجاور للزاوية يبلغ 60 مترًا. القياس الناقص الضلع المقابل للزاوية. استخدم دالة Tangent لإيجاد d.

Tangent دالة

ض من θ بـ 76°، وهو opp بـ d، وهو adj بـ 60.

اضرب كل طرف في 60.

ستخدم آلة حاسبة للتبسيط. 60 TAN 76 ENTER

قياس الميزان يبلغ مترين أعلى مستوى الأرض. فارتفاع المبنى هو 242 مترًا تقريبًا.

ين الموجة

استخدم دالة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر. 27.0

المثلثات القائمة

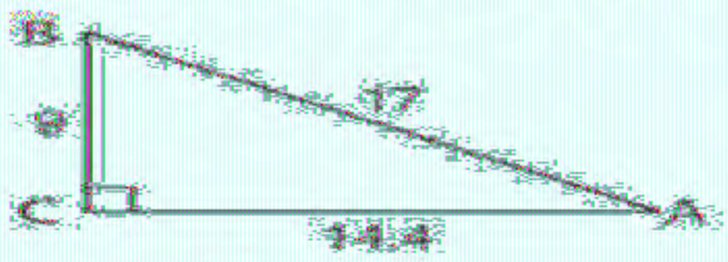
لى علم بكيفية إيجاد قيم الدوال المثلثية لأية زاوية. ولكن حتى هذه على نسب الأضلاع في المثلث قائم الزاوية. وهذا يعني أن التعريفات ن لاحقًا للحالة الأكثر شمولاً عند تناول زوايا المرجع.

تدريس الرياضيات في المرحلة المتوسطة

الدقة يستخدم الطلاب المتفوقون في الرياضيات تعريفات واضحة في مناقشاتهم مع الآخرين وفي استنتاجهم. فقد تعلموا التحقق من الافتراضات واستخدام التعريفات استخدامًا صريحًا. لذا ذكّر الطلاب أن الرموز المستخدمة في النسب المثلثية العكسية تتشابه مع الرموز المستخدمة في الدوال العكسية.

مثال إضافي

5 أوجد قياس كل زاوية. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



a. $\angle A$ 32°

b. $\angle B$ 58°

يجاد x. يمكنك أيضا

عطاة لـ x هو قياس ∠A.

sin

لـ x هو قياس ∠A.

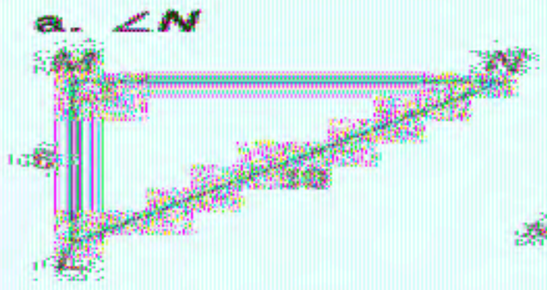
co

س المقابل لـ x هو قياس ∠A.

tan A =

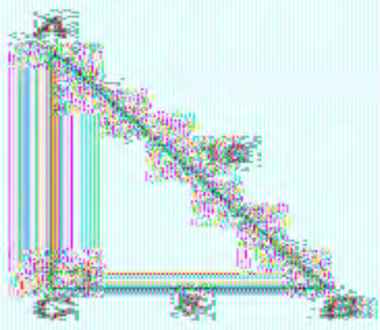
ة يمكنك استخدام آلة حاسبة لإيجاد

a. ∠N



ل لـ ∠N
.sine

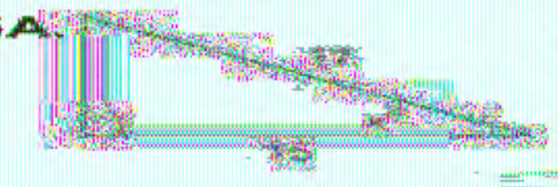
b. ∠B



ذا لزم الأمر.

28.1

5A.



ي مجموعة من الكتب
ة سيارة لعبة دون
ث قائم الزاوية.

كل المبين على اليسار. الزاوية التي يصنعها
رؤية السباح ومستقيم موازٍ للأفق تسمى
الارتفاع. الزاوية التي يصنعها مستقيم رؤية
الانخفاض.

الجولف يقف لاعب الجولف عند قاعدة الكرة وينظر لأعلى إلى العشب الذي يكسو التل. إذا كانت القاعدة أدنى من العشب 36 مترًا وزاوية الارتفاع من القاعدة إلى الحفرة تساوي 12°. فأوجد المسافة من القاعدة إلى الحفرة.

اكتب معادلة باستخدام دالة مثلثية تتضمن نسبة الارتفاع الرأسي (الضلع المقابل لزاوية 12°) والمسافة من قاعدة الكرة إلى الحفرة (الوتر).

$\sin \theta =$

اضرب كل طرف في x.

اقسم كل طرف على $\sin 12°$.

استخدم آلة حاسبة.

إذًا، المسافة من قاعدة الكرة إلى الحفرة هي حوالي 173.2 مترًا.

قطار الملاهي تل قطار الملاهي له زاوية هبوط، أو زاوية انخفاض، تساوي 60°. وهبوط رأسي يبلغ 60 مترًا. قدّر طول التل.

اكتب معادلة باستخدام دالة مثلثية تتضمن نسبة الهبوط الرأسي (الضلع المقابل لزاوية 60°) وطول التل (الوتر).

$\sin \theta =$

اضرب كل طرف في x.

اقسم كل طرف على $\sin 60°$.

استخدم آلة حاسبة.

إذًا، طول التل هو حوالي 70 مترًا.

تحقق من معقولية الحل

9. السلالم منحدر مستخدم لتحريك شاحنة منقولات له زاوية ارتفاع 32°. إذا كانت قمة المنحدر ترتفع عن الأرض 1.2 متر، فقدّر طول المنحدر.

10. السلالم إذا وضع سلم طوله 14 مترًا في مخزل بزاوية ارتفاع 72°. فما ارتفاع قمة السلم عن الأرض؟

حوالي 2.2 m

حوالي 13.3 m

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

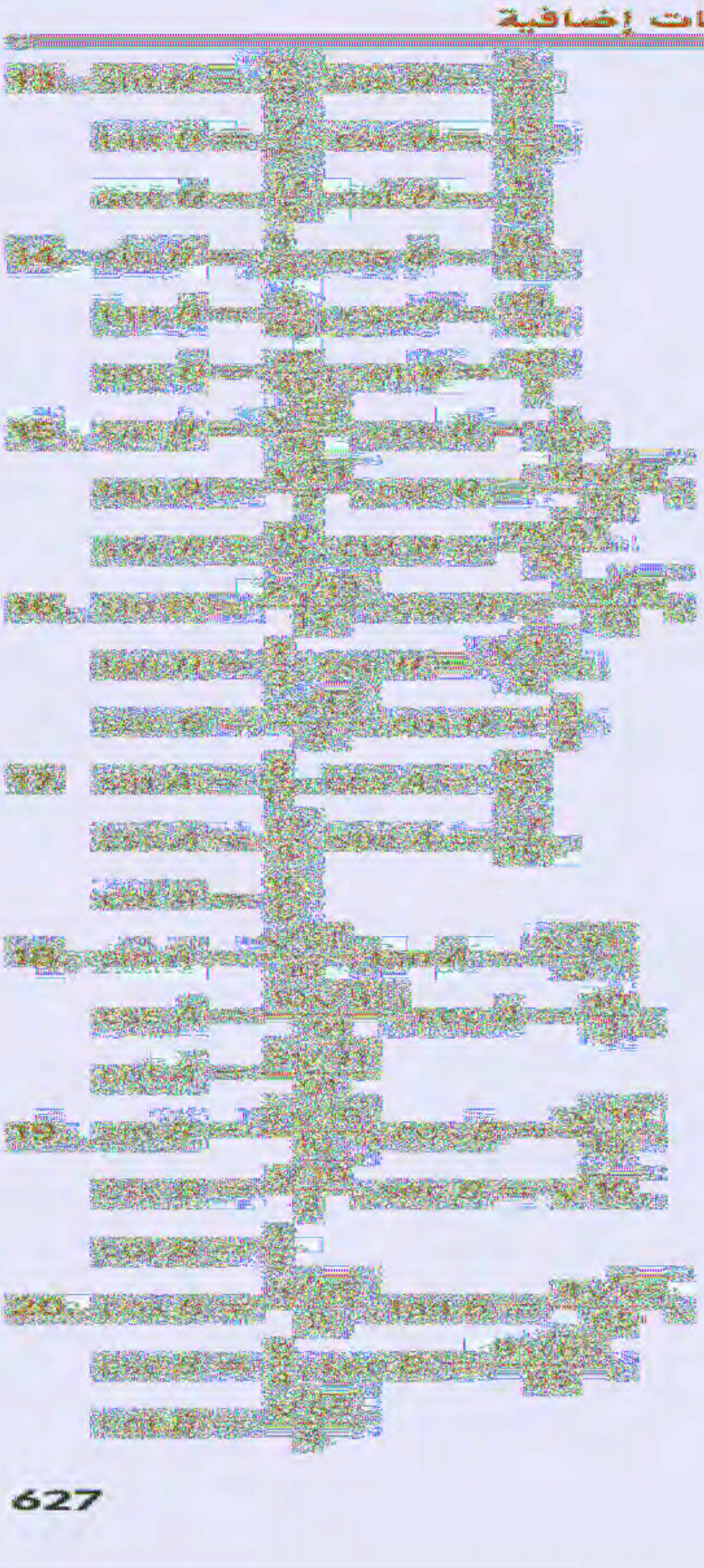
3 التمرين

التقويم التكويني

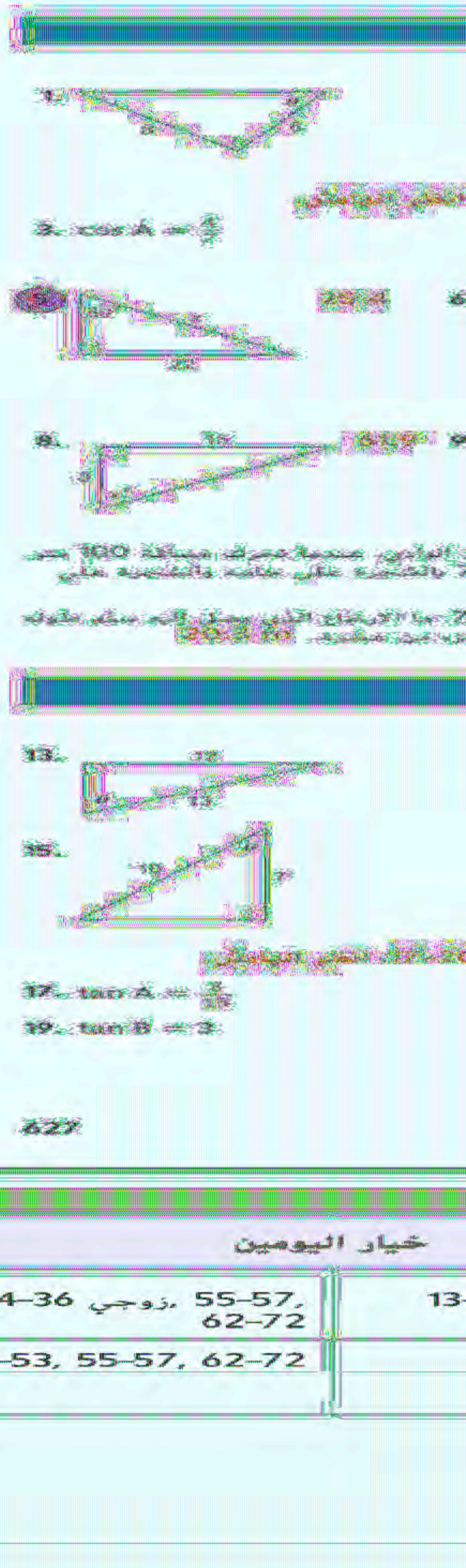
استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية



627



خيار اليومين	
14–36 ،زوجي 55–57، 62–72	13
37–53، 55–57، 62–72	

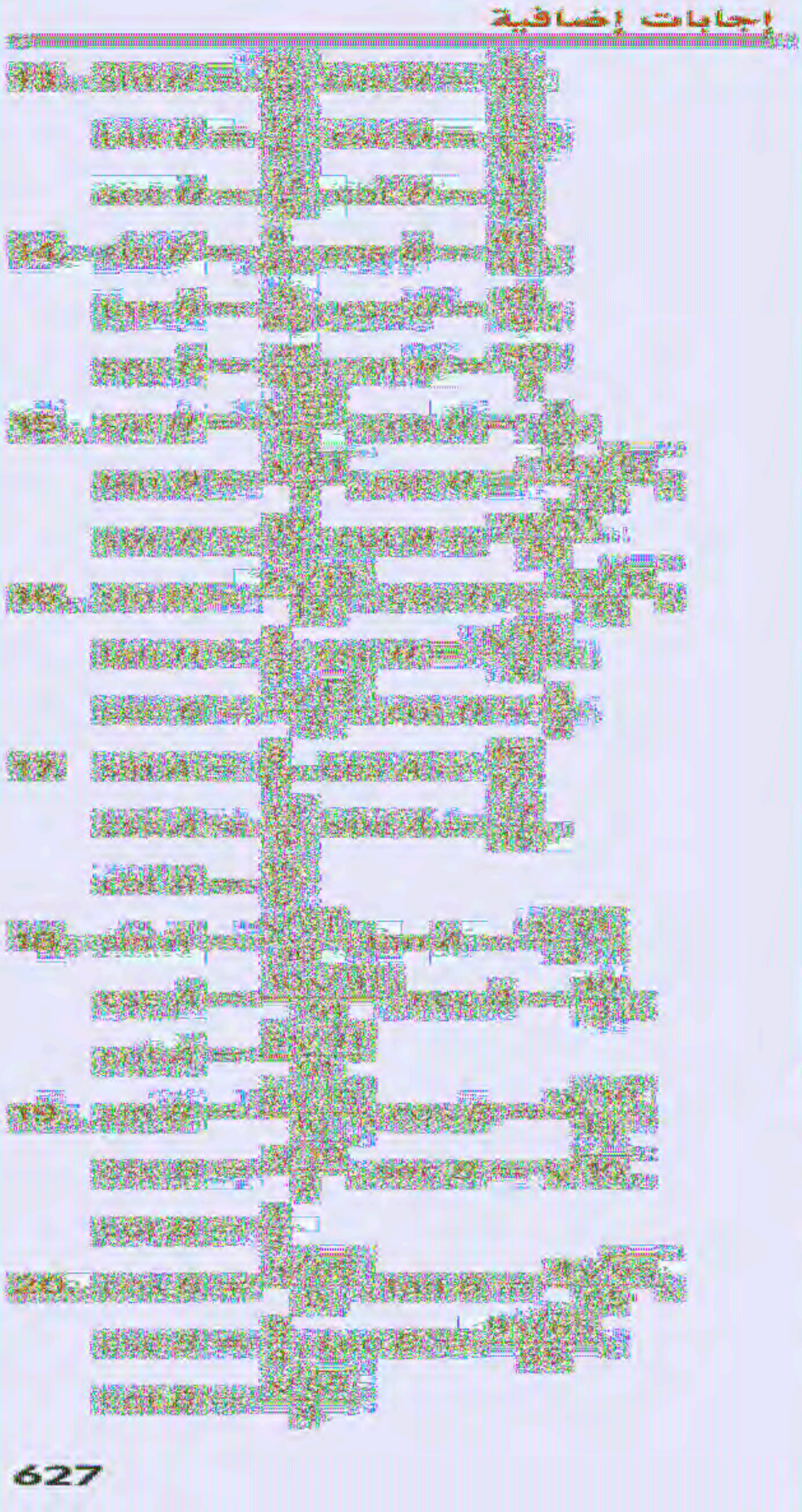
3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 12 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

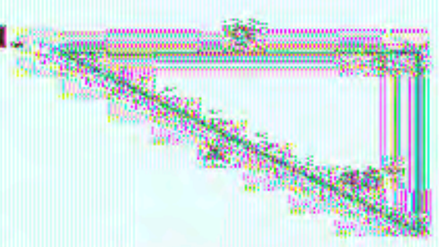
إجابات إضافية





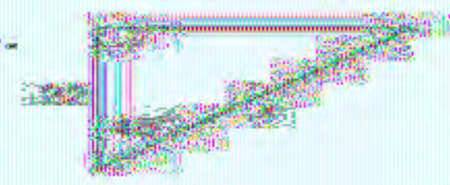
خيار اليومين	
14–36 ،زوجي 55–57, 62–72	13-
37–53, 55–57, 62–72	

لإيجاد كل قيمة لـ x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

21.  12.7

22.  3.6



24.  32.9

25.  8.7

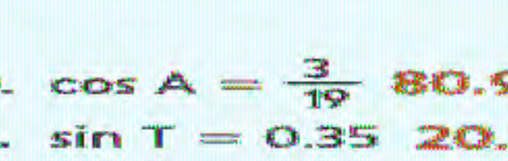
26. 



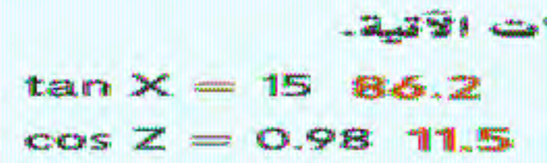
مسألة ارجع إلى بداية الدرس والشكل الموضح على اليسار.
تفاع الشخص المتزلج، إذا كان حبل السحب طوله 75 مترًا
قياسها °32. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. 41.3 m

رغب علي في بناء جسر من حبال بين منزل الشجرة الخاص به ومنزل الشجرة الخاص بخالد. افترض
الخاص بعلي يقع خلف نظيره الخاص بخالد مباشرة. وعلى مسافة 20 مترًا على اليسار من منزل
بعلي، توجد زاوية قياسها °52 بين المنزلين. أوجد طول الحبال. 25.6 m

لى أقرب جزء من عشرة.

29.  30

30.  67.2

31. 

32. 55.2

33. 32.5

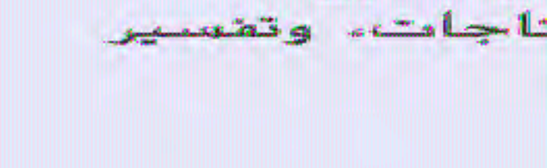
34. 23.6

جب الطائرة البالغة تستطيع أن تصنع قفزة منزلقة من ارتفاع 50 مترًا. إذا طار ستحاب
د رأسية تبلغ 50 مترًا وزاوية هبوط °9. فأوجد التغير في ارتفاع الستحاب. 7.6 m
ي قفزت طائرة شراعية بزاوية ارتفاع °20. أوجد التغير في ارتفاع هذه الطائرة إذا
خية تبلغ 18 مترًا. 6.5 m

شة لإيجاد قيمتي x و y. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

37.

38.

39. 

ت الآتية.

40. $\cos A = \frac{3}{19}$ 80.9

41. $\sin N = \frac{9}{11}$ 54.9

42. $\tan X = 15$ 86.2

43. $\sin T = 0.35$ 20.5

44. $\tan G = 0.125$ 7.1

45. $\cos Z = 0.98$ 11.5

ي المثلثات العامة

غوقون في
رفوته لحل
وتحليل
احات، وتفسير

التخطيطي.



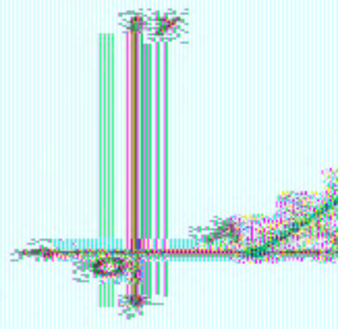
ال الأضلاع وقياسات

50. $m\angle B$

50. $m\angle A = 36°$, $a = 12$

52. $a = 8$, $c = 17$

$m\angle A = 28.1°$, $m\angle B = 61.$



يمكنك استنتاج

ة الحي
. انظر الهامش.

629

ك إلى 5 حافظات للكتب
تب السنوية حافظة الكتاب
تخفيض 10% على طلب
وق للكتب السنوية حافظة
AED مع تخفيض 15% على
التفوق للكتب السنوية

لى الكتب السنوية؟

عزف قمصانًا وقبعات
باعوه 105 سلع
كلفة القبعة 10 AED
قميصًا بيعت؟

G 24

60. كشك شطائر يقدم الشطيرة بسعر x والمشروب بسعر y. وتبلغ تكلفة شطيرتين ومشروب واحد AED 4.50. وثلاث شطائر ومشروبين AED 7.25. أي مصفوفة يمكن ضربها في $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ لإيجاد قيمة x و y؟

A $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ B $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

C $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ D $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

61. SAT/ACT طول مستطيل وعرضه تمثلهما النسبة 5:12. إذا كانت مساحة المستطيل 240 سنتيمترًا مربعًا، فما طول قطره، بالسنتيمتر؟

F 24 H 28 K 32

G 26 J 30

كل عبارة. ثم حدد أي عبارة تمثل الافتراض.

نزله إلى المتجر بدراجته يستغرق أقل من 10 دقائق. (الافتراض) $H_0: \mu \geq 10$; $H_a: \mu < 10$

ك الرومي البالغة 30 سنتيمترًا تحتوي على تسعين جرامًا من اللحم. (الافتراض) $H_0: \mu = 3$ $H_a: \mu \neq 3$

ى الأقل لإعداد كعكة. (الافتراض) $H_0: \mu \geq 15$ $H_a: \mu < 15$

حمام سباحة عام التي يقوم بها 425 عضوًا في العام موزع طبيعيًا باستخدام المتوسط 90

حماء الذين ذهبوا إلى حمام السباحة 45 مرة على الأقل؟ 99.85%

يكون ذهب إلى حمام السباحة أكثر من 120 مرة؟ 2.5%

ن ذهبوا إلى حمام السباحة ما بين 75 و105 مرات؟ 64%

ترغب في تقدير عدد الأشخاص المؤيدين لقانون بيئي جديد. تجري الشركة استطلاعها على شخص المؤيد للقانون هو 0.5.

ضبط مؤيدين للقانون الجديد؟ 0.12

أيدين للقانون؟ 10

الوحدات المناسبة في إجابتك.

22.704 68. 8 لترات 64 ml 69. 21 مترًا 35 درهمًا

71. 65 درجة 72.10 دقائق

70. 86.4 cm^3 71. 216

المثلثات الحادة

ب قيمة $\sin^2 x + \cos^2 x$ لإيجاد بعض قيم x. واطلب منهم تخمين قيمة التعبير
ة في إثبات تخمينهم. القيمة دائمًا تساوي 1.

حسب نظرية فيثاغورس

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

1 التركيز

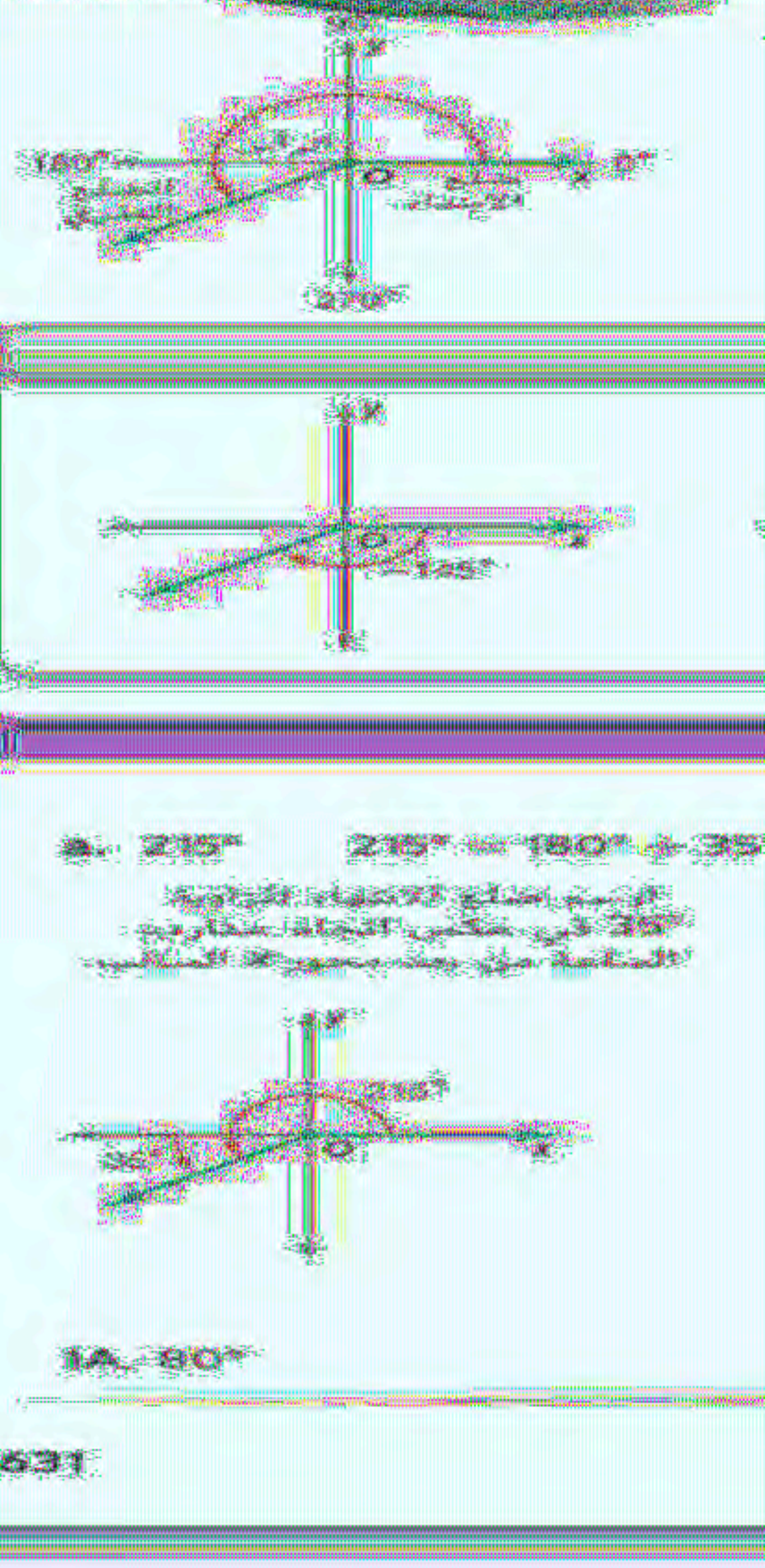
التخطيط الرأسي

قبل الدرس 2-11 استخدام الزوايا مع قياساتها بالدرجات.

الدرس 2-11 رسم الزوايا وإيجاد قياساتها في الوضع القياسي. التحويل بين القياسات بالدرجة والقياسات بالراديان.

بعد الدرس 2-11 استكشاف التمثيلات البيانية لدوال sine و cosine.





2 التدريس

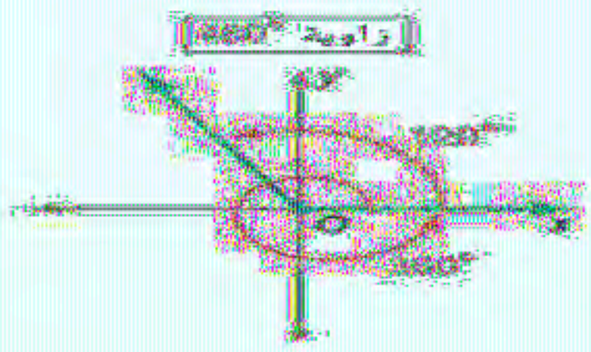
الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- في أي اتجاه تتجه نقطة الظل في الصباح؟ الغرب
- في أي وقت تحصل على أقصر طول للظل؟ وقت الظهيرة
- اشرح لماذا يتحرك الظل بمقدار 15° كل ساعة. "يعود" الظل إلى أي موضع معين كل 24 ساعة، ومقياس الدائرة كاملة، مقسومًا على 24، يساوي 360° ÷ 24، أو 15°.

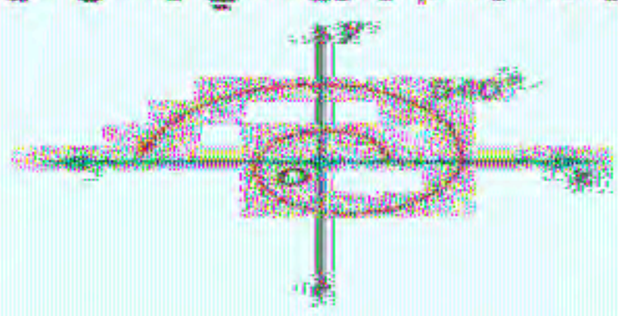
ع ضلع الانتهاء لأي زاوية إتمام أكثر من دورة كاملة
على سبيل المثال، الدوران الكامل بزاوية 360° زائد
زاوية 120° يشكلان زاوية قياسها 360° + 120°
.48



ع 2 من الحياة اليومية رسم الزوايا في وضع قياسي

لج المائي بالألواح التزلج على الماء بالألواح يجمع بين ركوب الأمواج والتزلج
ى الألواح والتزلج على الجليد بالألواح والتزلج على الماء. وتتمثل إحدى مناورات
لج في الدوران بزاوية 540 درجة في الهواء. ارسم زاوية في وضع قياسي قياسها 540°.

540° = 360° + 18



م ضلع الانتهاء
وية 180° من بعد محور
الموجب.

ت موجّهة

ارسم زاوية في وضع قياسي قياسها 600°. انظر التمرين 3.



ت توجد زاويتان أو أكثر في وضع قياسي وتشترك في ضلع
. فهي تسمى **زوايا مشتركة في ضلع الانتهاء** على سبيل
الزوايا التي يكون قياسها 60° و 420° و −300°، تكون زوايا
ة في ضلع الانتهاء. كما هو موضح في الشكل على اليسار.
يجاد الزاوية التي تكون مشتركة في ضلع الانتهاء مع زاوية أخرى،
ريق الجمع إلى مضاعف 360° أو الطرح منه.

- 60° + 360° = 420°
- 60° − 360° = −300°

إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء

عد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

a. 130°

130° + 360° = 490° زاوية موجبة، أجمع إلى 360°.

130° − 360° = −230° زاوية سالبة، أطرح 360°.

b. −200°

−200° + 360° = 160° زاوية موجبة، أجمع إلى 360°.

−200° − 360° = −560° زاوية سالبة، أطرح 360°.

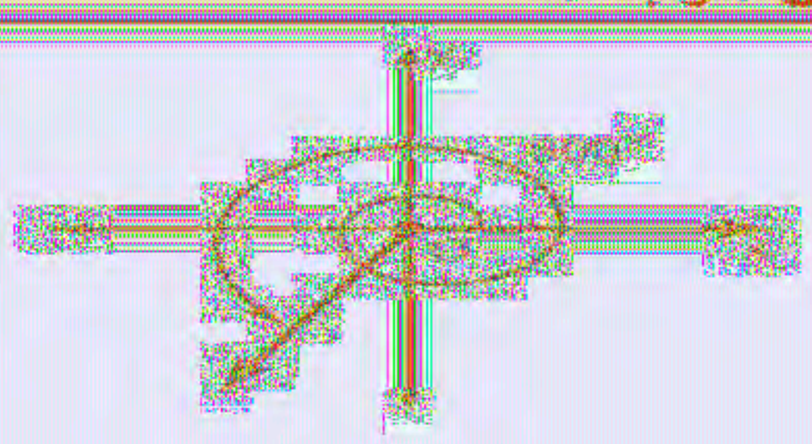
3A. 15° 375°, − 345°

3B. −45° 315°, − 405°

ت موجّهة

إجابة إضافية (تمرين موجه)

2.



ن أهمية تمييز
تدل على

مثال إضافي

3 أوجد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

a. $210°$ الإجابات النموذجية: $570°$, $-150°$

b. $-120°$ الإجابات النموذجية: $240°$, $-480°$

التدريس باستخدام التكنولوجيا

الرسائل الفورية اطلب من الطلاب العمل في مجموعات ثنائية. وينبغي أن يرسل أحدهما رسالة تتضمن قياس زاوية. وينبغي للطالب الآخر أن يرد بقياسي الزاويتين المشتركتين في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. وعندئذ ينبغي للطلاب تبادل الأدوار وتكرار النشاط.

2 التحويل بين الدرجات والراديان

المثال 4 يوضح طريقة التحويل بين الدرجات والراديان. **والمثال 5** يوضح طريقة التحويل واستخدام قياسات الزوايا في موقف من الحياة اليومية.

تدريس الممارسات في الرياضيات

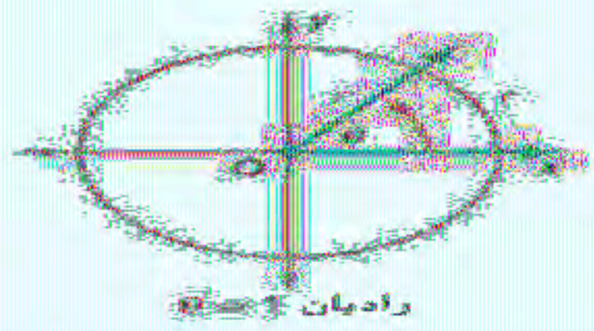
البنية ينظر الطلاب المتفوقون في الرياضيات عن قرب لتمييز نمط أو بنية ما. وجه الطلاب إلى "ملخص المفهوم" ووضح أن قياسات الزوايا مرتبة عكس اتجاه عقارب الساعة.

مثال إضافي

4 أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

a. $30°$

b. $\frac{5\pi}{3}$



بالوحدات
ع قياسي
طر الدائرة.
راديان.
ط بينهما

$180° =$

راديان إلى درجات

ن راديان إلى درجات. اضرب عدد الراديان في

$\frac{180°}{\pi}$

راديان

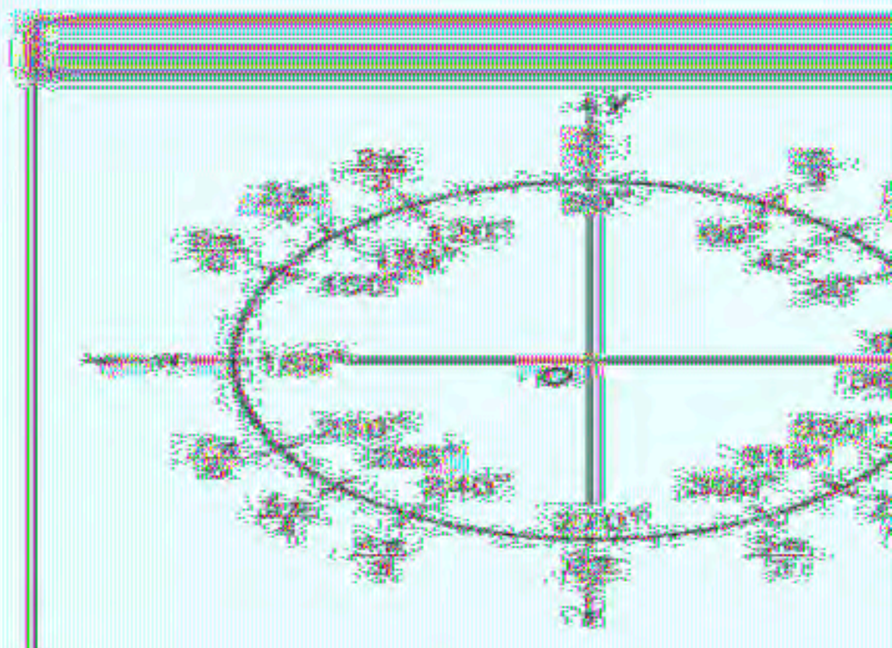
.ة.

a. $-30°$

$-30° = -30° \cdot \frac{180°}{\pi}$

$= -\frac{30\pi}{180} = -\frac{\pi}{6}$ راديان

4A. $120°$

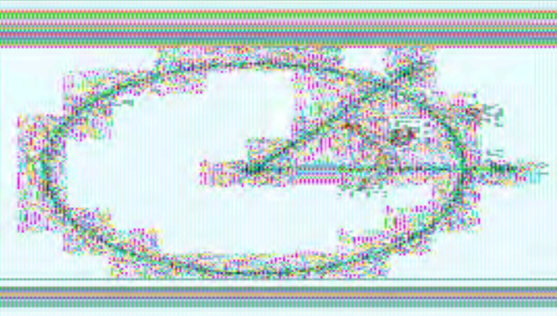


ي ضلع الانتهاء.

باستخدام قلمي
ى سالبة. أقل أو أكثر
المماثلة.



الزاوية المركزية للدائرة هي زاوية يقع رأسها عند مركز
. إذا كنت تعلم قياس الزاوية المركزية ونصف قطر
، فإنه يمكنك إيجاد طول القوس الذي تقطعه هذه الزاوية.



طول القوس

بالنسبة لدائرة نصف قطرها r وزاويتها المركزية θ (بالراديان)، **طول القوس** s يساوي ناتج ضرب r و θ.	النموذج
$s = r\theta$	

سيتم رد هذه الصيغة في التدريب 52.

مثال 5: من الحياة اليومية إيجاد طول القوس

واسنات إذا كان نصف قطر إطارات الشاحنة الكبيرة يساوي 82 سنتيمترًا. فما المسافة التي تقطعها
حنة كبيرة بالمتر بعد ثلاثة أرباع قفلة من دوران الإطار؟

الحل

أوجد الزاوية المركزية بالراديان.

الزاوية تساوي $\frac{3}{4}$ دورة كاملة. $\theta = \frac{3}{4} \cdot 2\pi = \frac{3\pi}{2}$

الحل

استخدم نصف القطر والزاوية المركزية لإيجاد طول القوس.

اكتب صيغة لطول القوس. $s = r\theta$

عوّض عن r بـ 82 وعن θ بـ $\frac{3\pi}{2}$ $= 82 \cdot \frac{3\pi}{2}$

≈ 388.8 cm

≈ 3.9 m

اقسم على 100 للتحويل إلى أمتار.

تقطع الشاحنة حوالي 3.9 أمتار بعد ثلاثة أرباع من دوران الإطار.

تحقق من فهمك

دائرة قطرها 9 سنتيمترات. أوجد طول القوس إذا كانت الزاوية المركزية تساوي 60°.
قرب إلى أقرب جزء من عشرة. 4.7 cm

تمرين موجّه

قياسي حسب القياس المُعطى. 3–1. انظر الهامش.

1. 140° 2. −60° 3. 390°

ن موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

4. 25° 5. 175° 6. −100° 385°, −335°

الدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

7. $\frac{\pi}{4}$ 45° 8. 225° 9. $-\frac{2\pi}{9}$ −40°

لاعب تنس دورة بيده تحركت على امتداد مسار قوس. إذا كان نصف قطر دائرة القوس هو
دوران هي 100°. فما طول القوس؟ قرب إلى أقرب جزء من عشرة.
2.1 m

13.

تدريس المارسات في الرياضيات

الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في المواقف المذكورة في المسائل. يتبع التفكير الكمي عادات، مثل وضع الطالب تمثيلاً منطقيًا للمسألة التي يحلها، والتفكير في الوحدات المستخدمة في المسألة، والاهتمام بمعاني الكميات. وليس فقط بكيفية حسابها، ومعرفة الخصائص المختلفة للعمليات والأشياء واستخدامها بمرونة.

3 التمرين

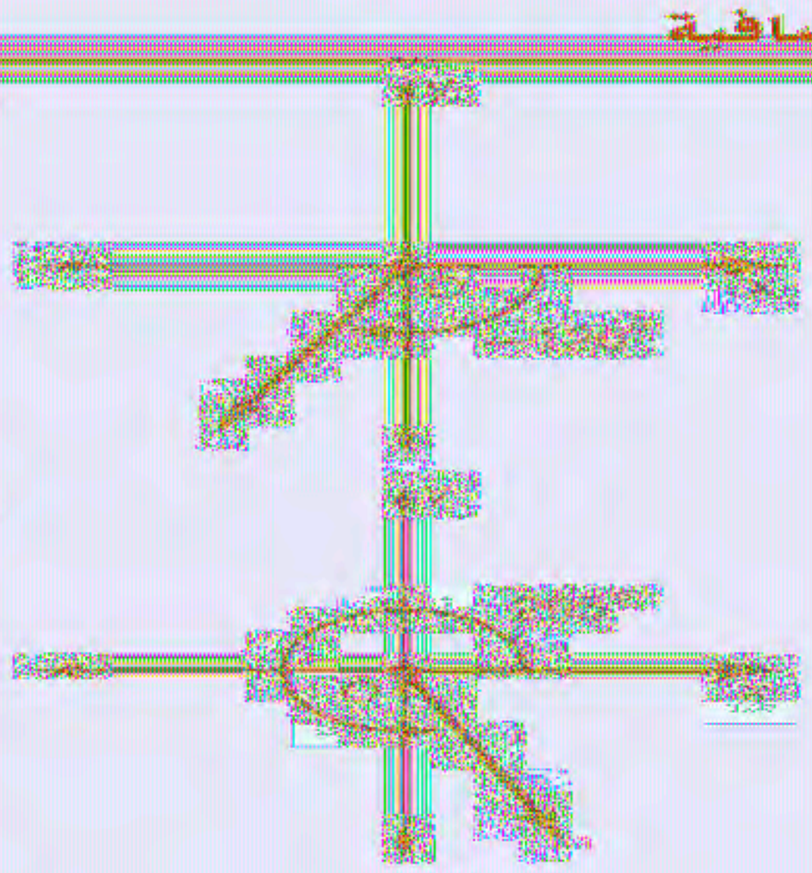
التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–10 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

14.



15.

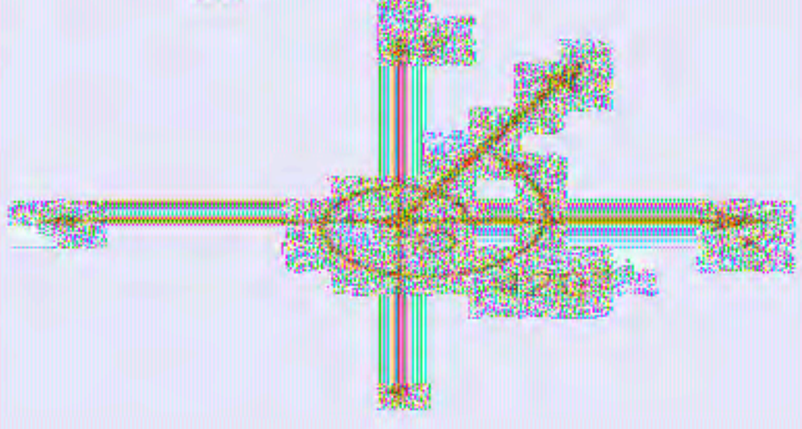
16.



17.



18.



635

خيار اليوميين

12–34 ،زوجي ،48 ،50–53، 58–67	
35–48، 50–53، 58–67	

دوران الأرجوحة قياسيا 165°.

في وضع قياسي. **انظر الهامش.**

زاوية بالراديان.

سل الأرجوحة طولها مترين. فما طول القوس الذي تصنعه الأرجوحة؟ قرب إلى أقرب
ع. **5.8 m**

يتغير طول القوس إذا تمت مضاعفة أطوال سلاسل الأرجوحة.

تمثيلة تأمل $A(-4, 0)$ و $B(-4, 6)$ و $C(6, 0)$ و $D(6, 8)$.

$\triangle EAB$ و $\triangle ECD$ مع جعل E عند نقطة الأصل. **انظر الهامش.**

قيمة كلاً من tangent لـ $\angle BEA$ و tangent لـ $\angle DEC$.

ميل [redacted] و [redacted] ميل [redacted]

ستنتاجات التي يمكنك التوصل إليها بشأن العلاقة بين الميل وزاوية الميل؟

الدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

43. [redacted] 472.5° 44. 124° 45. −200° 46. 5



صنع لعبة الدوّارة 5 دورات في الدقيقة.
لها مقاعد الركاب في الصف الخارجي لها
ي 5.2 أمتار. والدائرة التي تشكلها مقاعد
ف الداخلي لها نصف قطر يساوي 3.9 أمتار.

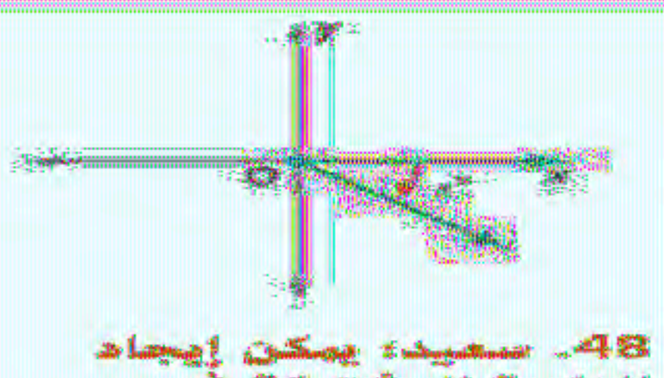
ة بالراديان التي تدورها الدوّارة في ثانية واحدة.

ة. ما الفرق بين طول القوسين لمقاعد الركاب في
ي ومقاعد الركاب في الصف الداخلي؟ **0.6 m**

استخدام مهارات التفكير البصري

يكتب سعيد وأيوب تعبيرًا لقياس زاوية مشتركة
مع الزاوية الموضحة على اليسار.
ن صواب؟ اشرح استنتاجك.





48. سعيد: يمكن إيجاد الزاوية المشتركة في ضلع الانتهاء عن طريق الجمع إلى مضاعف القياس 360° أو الطرح منه. طرح أيوب الزاوية الأصلية من 360° بشكل خاطئ.

صنع زاوية قياسها راديان مع محور x الموجب عند
أوجد معادلة لهذا المستقيم. $x = 2$

ن الدورة بالدرجات والراديان. اشرح استنتاجك.
360° يساوي 45° و من 2π يساوي

ة الإجابة ارسم زاوية حادة في وضع قياسي مع تسميتها.
داهما موجبة والأخرى سالبة، تشتركان في ضلع الانتهاء مع الزاوية. **انظر الهامش.**

طول القوس. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

سيات استخدم دائرة نصف قطرها r لوصف ما تمثله درجة واحدة وراديان واحد. ثم
وصل بين الخاصين. **انظر ملحق إجابات الوحدة 11.**

ة

التمثيلات المتعددة

في التمرين 42. يستخدم الطلاب هندسة الإحداثيات وحساب المثلثات والجبر والتحليل لربط ميل المستقيم بظل الزاوية التي يكونها مع المحور الأفقي x.

انتبه!
تحليل الخطأ فيما يتعلق بالتمرين 48، إذا كان الطلاب يعتقدون أن أيوب على صواب، فوضح أنه إذا كان قياس الزاوية الموضحة باتجاه عقارب الساعة، فإن قياس الزاوية x يكون سالبًا والقياس $(360 - x)°$ سيكون أكبر من القياس $360°$، وليس أقل منه.

4 التقويم

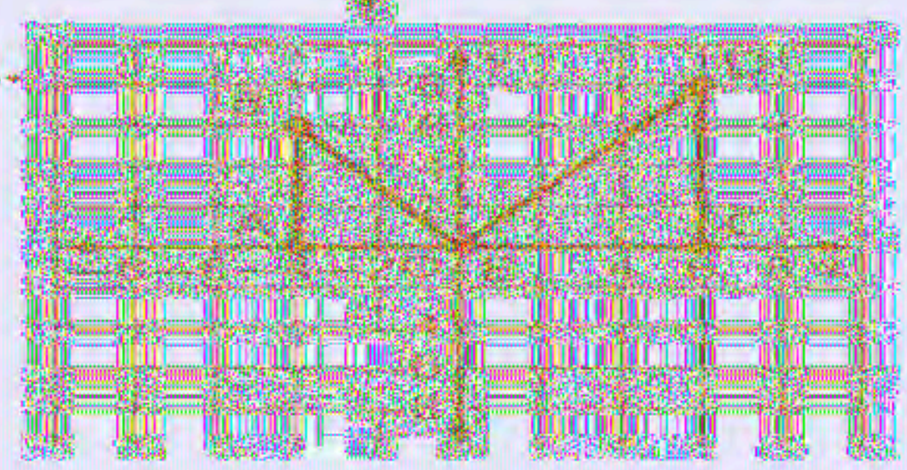
حصاد الأمس اطلب من الطلاب شرح كيف ساعدهم درس الأمس عن الزوايا في المثلثات قائمة الزاوية في فهم وتوضيح درس اليوم عن الزوايا في الوضع القياسي.

إجابات إضافية

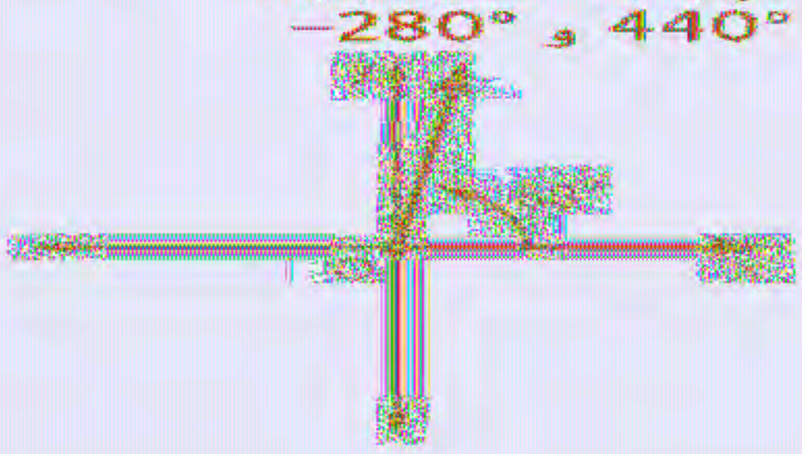
41a.



42a.



51. الإجابة النموذجية:
$440°$ و $-280°$



حة الشكل هي 60 وحدة
G ؟

ن من المتتالية هو 6−. وكل حد
ر بمقدار 8 من الحد السابق له
رقم 101؟ B

A 788
B 794
C 802

ة 11.

58.

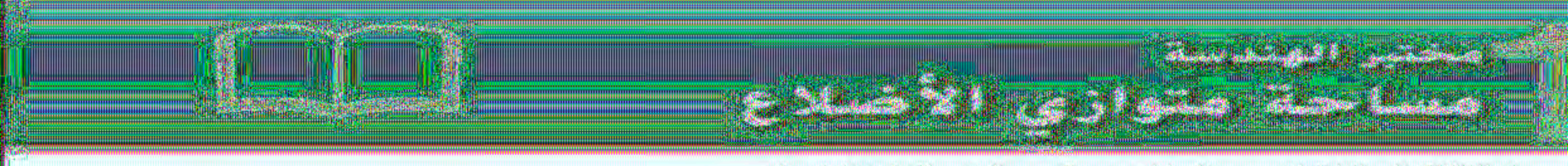
ملّيمتر واحد.
رضها 122 ملّيمترًا. (الدرس 2-11)

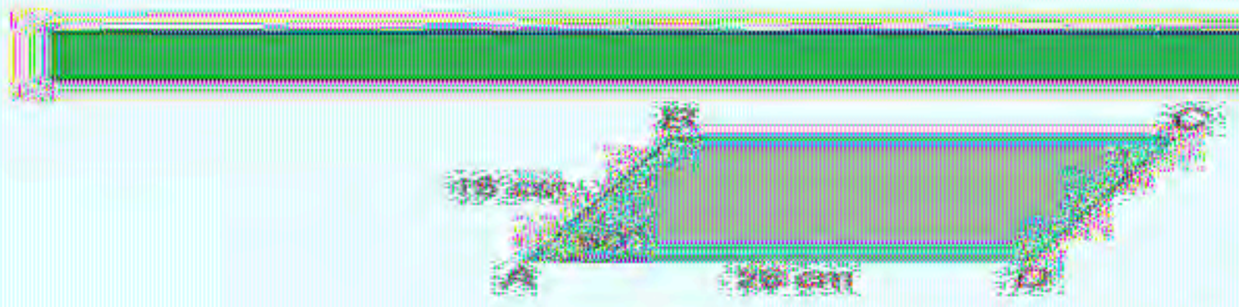
ع أن يكون قطرها

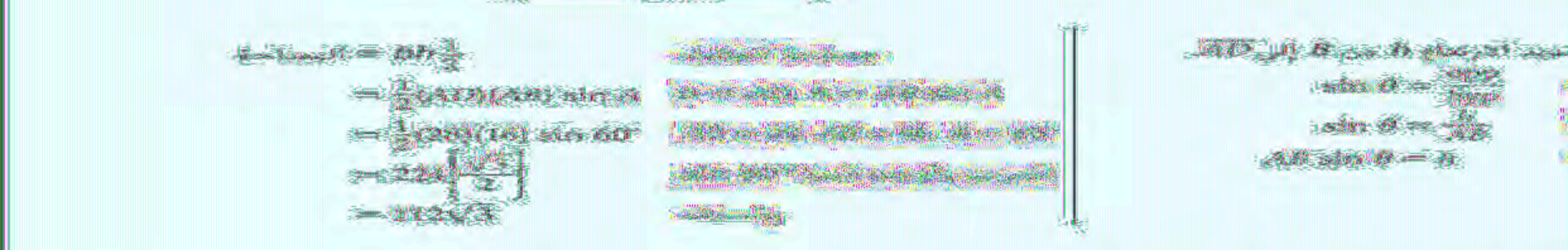
ت؟ 25

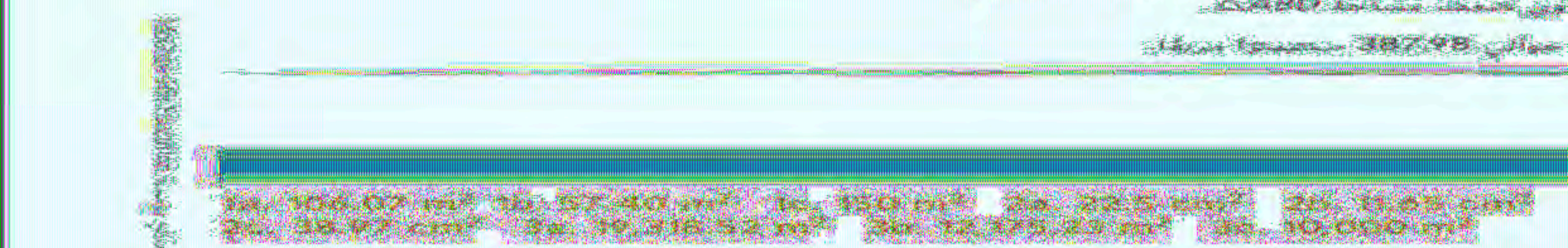
طريق
إذا حلل

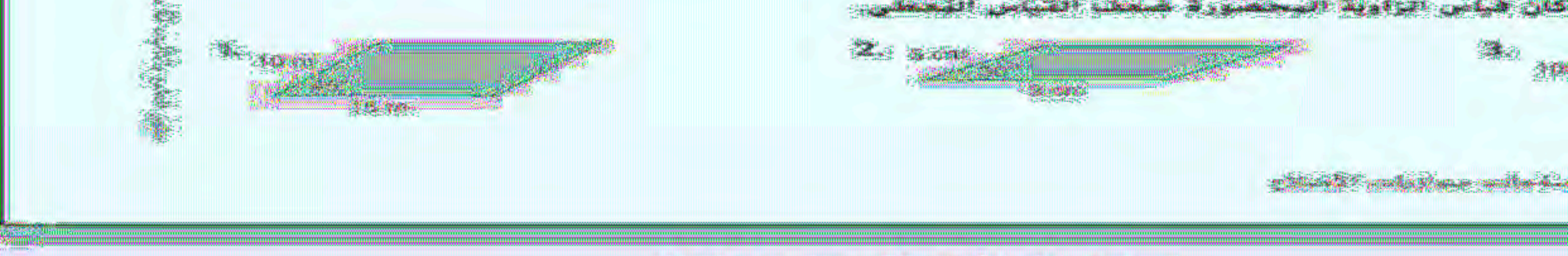
زاوية محددة. اطلب
ضلع الانتهاء مع

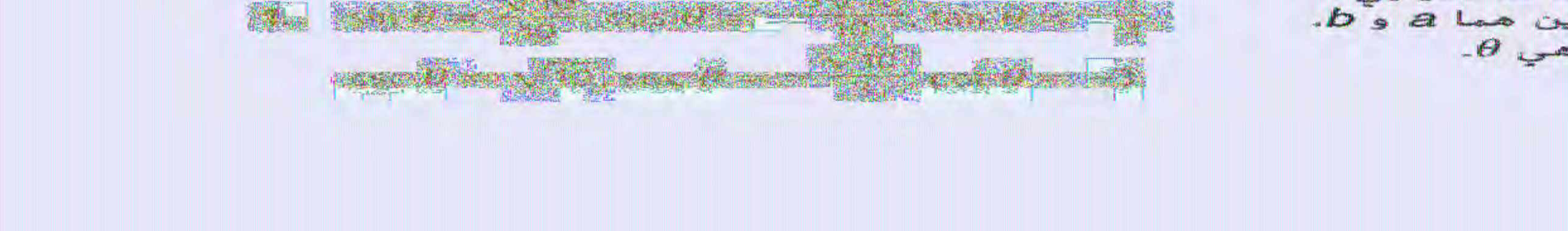












1 التركيز

المخطط الرأسي

قبل الدرس 3-11 إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا الحادة.

الدرس 3-11 إيجاد قيم النسب المثلثية للزوايا العامة. إيجاد قيم النسب المثلثية باستخدام زوايا المرجع.

بعد الدرس 3-11 استكشاف التمثيلات البيانية لدوال ظل الزاوية وقاطع التمام والقاطع وظل التمام.

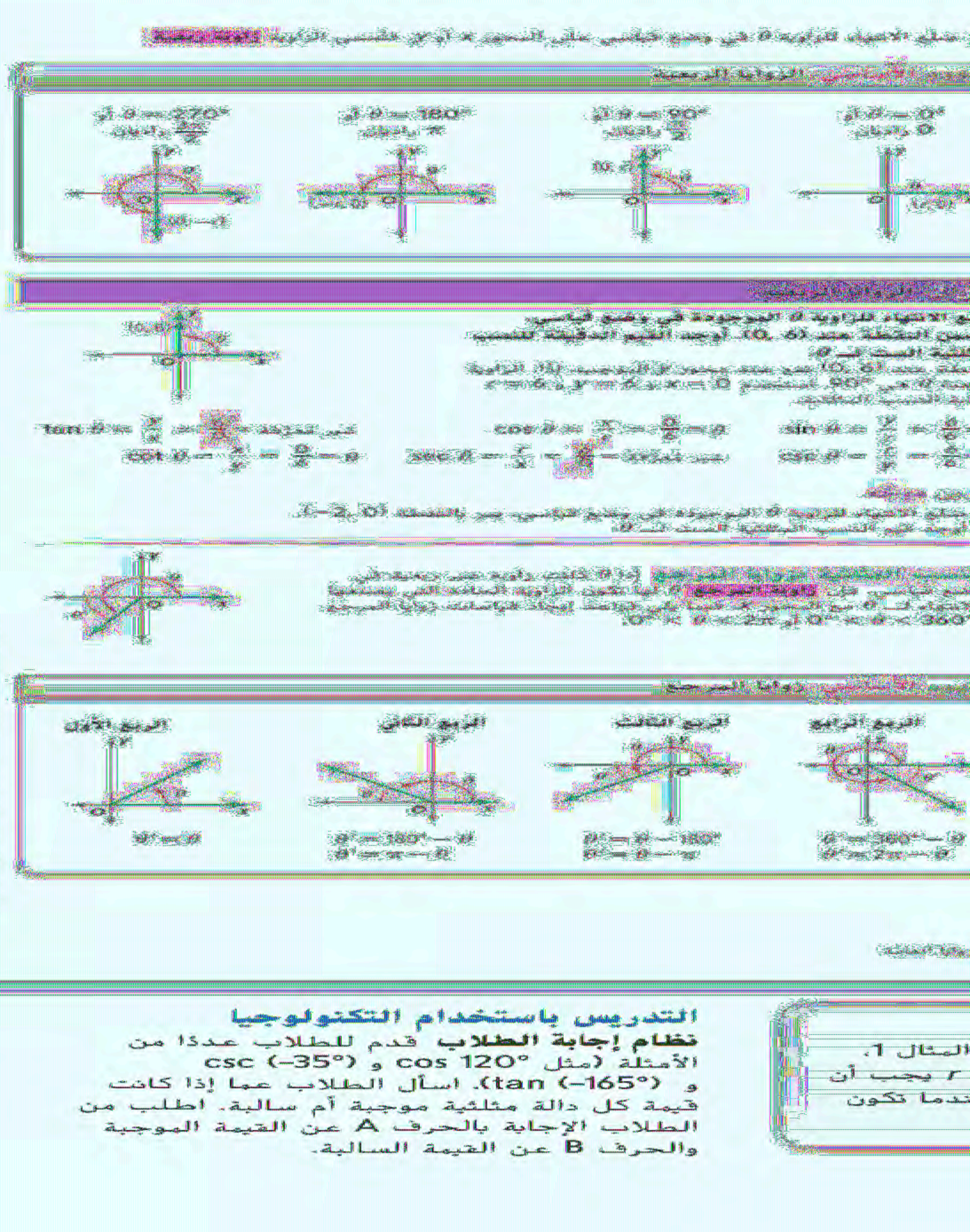
2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم لماذا؟ في الدرس وأخبرهم أن موضعي الذراعين هما 220° في اتجاه عقارب الساعة و 50° عكس اتجاه عقارب الساعة من الوضع القياسي.

اطرح السؤال التالي:

- ما الربع المشار إليه بـ 20°- في اتجاه عقارب الساعة؟ الربع الرابع
- ما الربع المشار إليه بـ 200°- عكس اتجاه عقارب الساعة؟ الربع الثالث
- كيف يمكنك وصف الموضع 20°- في اتجاه عقارب الساعة" بالنسبة إلى الدوران عكس اتجاه عقارب الساعة؟ 340° عكس اتجاه عقارب الساعة


الزاوية الربعية
الربع الأول
الربع الثاني
الربع الثالث
الربع الرابع
التدريس باستخدام التكنولوجيا
نظام إجابة الطلاب
المثال 1،

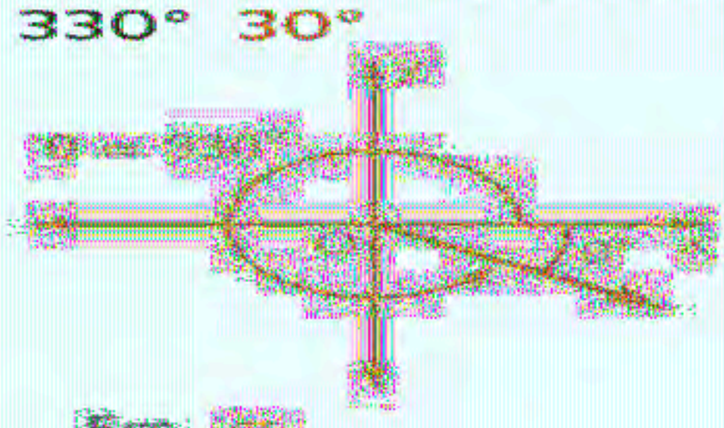
2 الدوال المثلثية مع زوايا المرجع

المثال 3 يوضح كيفية إيجاد زاوية المرجع لزاوية معينة. و**المثال 4** يوضح كيفية استخدام زاوية المرجع لإيجاد قيمة مثلثية. في حين أن **المثال 5** يوضح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية تتضمن زوايا مرجع.

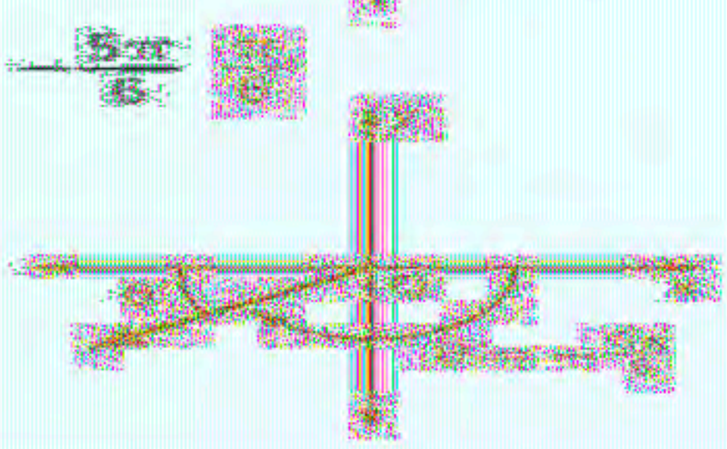
مثال إضافي

3 ارسم كل زاوية مما يلي، ثم أوجد زاوية المرجع لها.

a. 330° 30°

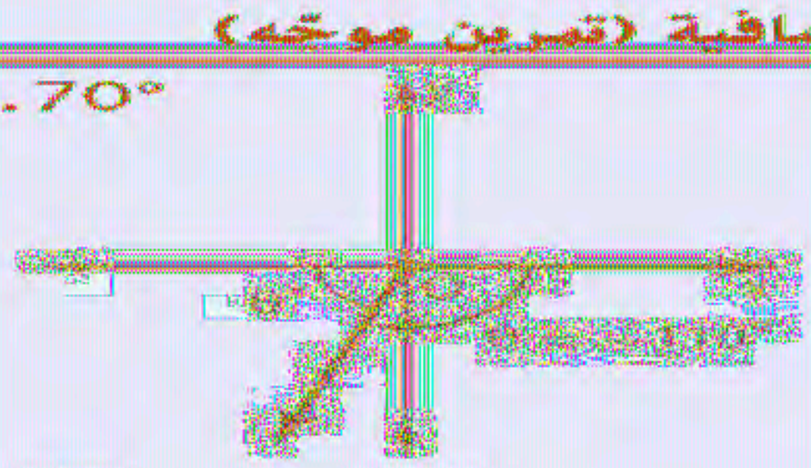


b. $-\frac{5\pi}{6}$ $\frac{\pi}{6}$

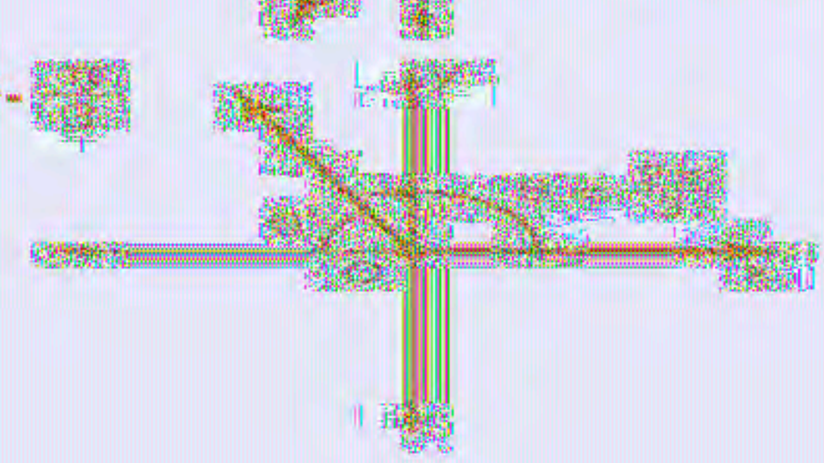


إجابات إضافية (تمرين موجه)

3A. 70°



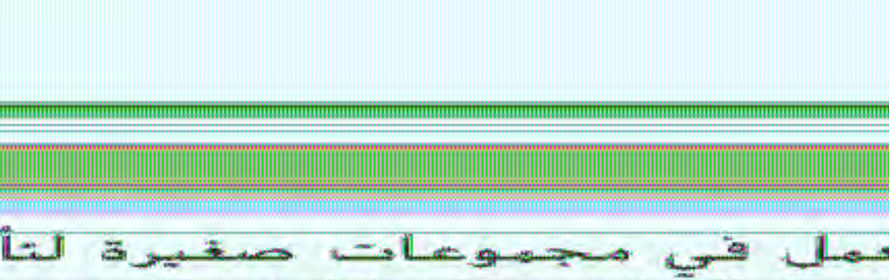
3B.











السمعية/الموسيقية اطلب من الطلاب العمل في مجموعات صغيرة لتأليف أغنية
ب أو قصيدة قصيرة تساعدهم على تذكر القيم المثلثية للزوايا الخاصة.

3 التمرين

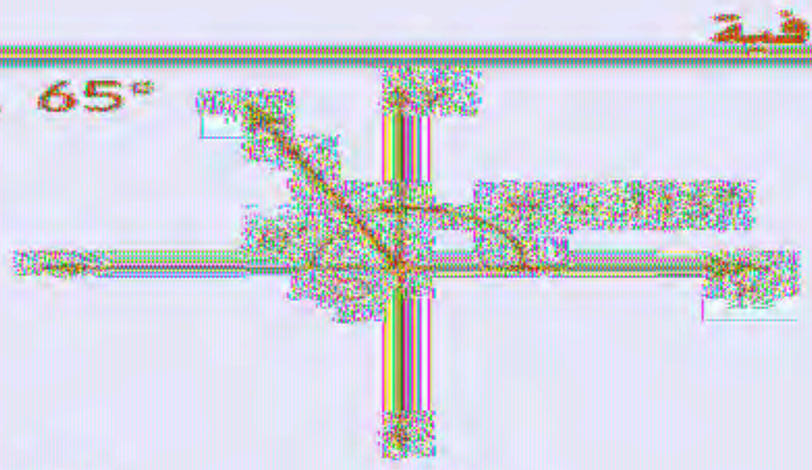
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 11 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

5. 65°

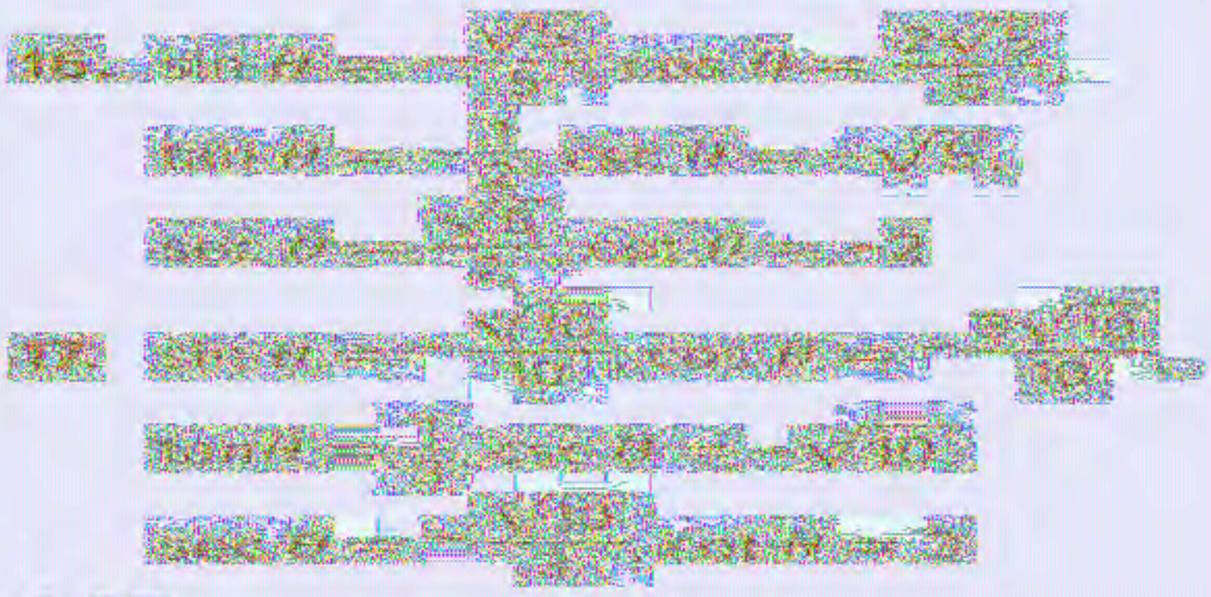


6.



sin θ = 0, cos θ = 1, tan θ = .14
sec θ = غير معرف، 0, csc θ =
غير معرف 1, cot θ =

sin θ = −1, cos θ = 0, tan θ = .15
csc θ = −1, sec θ = غير معرف،
cot θ = 0 غير معرف،



خيار اليومين

48–51, زوجي 12–32 56–78	
33–46, 48–51, 56–78	

4 التقويم

الكرة البلورية اطلب من الطلاب الانتقال إلى الدرس 4-11. واطلب منهم أن يكتبوا رأيهم بشأن العلاقة بين ما تعلموه اليوم وموضوع الدرس 4-11.

إجابات إضافية

49. الإجابة النموذجية: تعرف أن

بما أن $\sin 180° = 0$، فيجب أن يكون صحيحًا أن $x = 0$. ومن ثم، فإن $\cot 180°$ = وهو غير مُعرف.

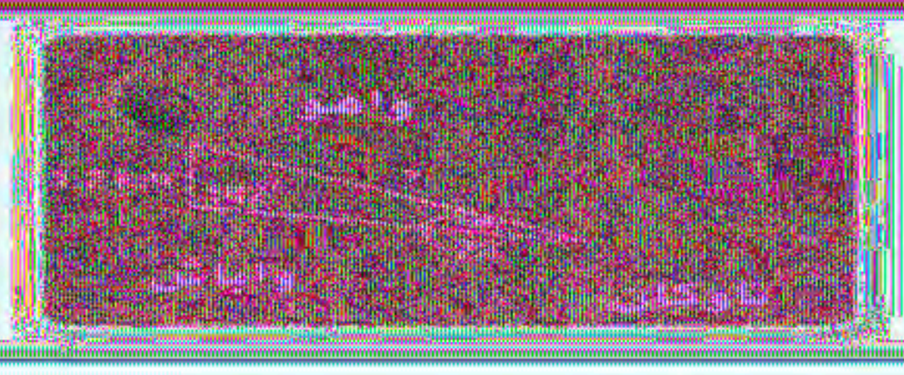
51. الإجابة النموذجية: أولاً، ارسم الزاوية وحدد في أي ربع تقع. ثم استخدم القاعدة المناسبة لإيجاد زاوية المرجع لها θ'. وزاوية المرجع هي الزاوية الحادة التي تتكون بين ضلع الانتهاء للزاوية θ والمحور الأفقي x. وبعد ذلك، أوجد قيمة الدالة المثلثية للزاوية θ'. وأخيرًا، استخدم موقع الربع لتحديد علامة قيمة الدالة المثلثية للزاوية θ.

زاوية المرجع. اطلب

قانون الـ sine

لماذا؟

يوجد في كوكب المريخ مئات الآلاف من الفوهات التي سميت بأسماء أشهر العلماء ومؤلفي قصص الخيال العلمي وأسماء المدن على كوكب الأرض. يوضح الشكل الفوهات "واهو" و"واباش" و"ظوكان". يمكنك استخدام حساب المثلثات في إيجاد المسافة بين "واهو" و"ظوكان"



ساحة مثلث
م ضلعين
حصورة.
قانون الـsine
المثلثات.

جاد مساحة مثلث في المثلث الموجود على
سار: $h = c \sin A$ أو $h = b \sin C$.

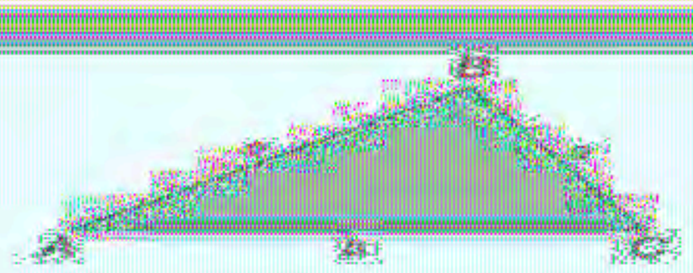
قانون مساحة المثلث = المساحة
ستبدل بـ = المساحة
بسّط. = المساحة



استخدام هذه الصيغة وصيغتين أخريين في إيجاد مساحة المثلث إذا علمت طولي ضلعيه وقياس المحصورة.

مساحة المثلث

مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب ضلعين و sine الزاوية المحصورة بينهما.



ز: المساحة $= \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}bc \sin A$

إيجاد مساحة مثلث

جد مساحة المثلث $\triangle ABC$ لأقرب عشرة.

$\triangle ABC$. $a = 8$ و $b = 9$ و $C = 104°$.



بحسب الدراسات السابقة.
استخدم صيغة المساحة المثلث.
التعويض
بسّط.

المساحة $= \frac{1}{2}ab \sin C$
$= \frac{1}{2}(8)(9) \sin 104°$
≈ 34.9 cm²

تحقق الذهني قرب sine 104° إلى sine 90° لأن sine 90° يساوي 1.

$\frac{1}{2}(8)(9) \sin 90° = \frac{1}{2}(8)(9)(1) = 36$

وهذا قريب من الإجابة 34.9 سنتيمترا مكعبا.

أوجد مساحة $\triangle ABC$ مع التقريب إلى أقرب عشرة إذا كانت $A = 31°$، و $b = 18$ مترا، و $c = 22$ مترا. 102.0 m^2

1 إيجاد مساحة المثلث

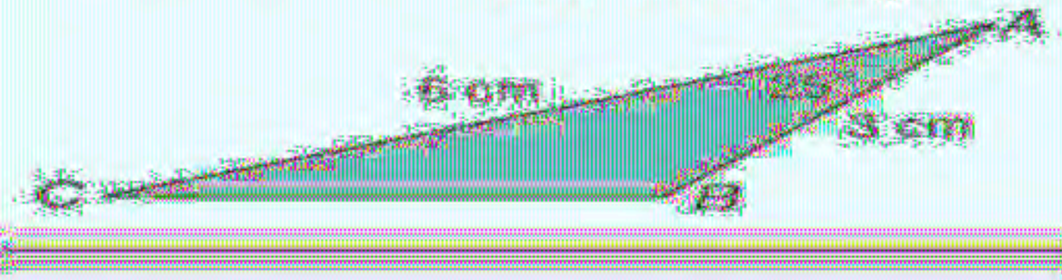
المثال 1 يوضح كيفية استخدام sine الزاوية لإيجاد مساحة المثلث.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1 أوجد مساحة المثلث $\triangle ABC$ مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة. $3.8\ cm^2$

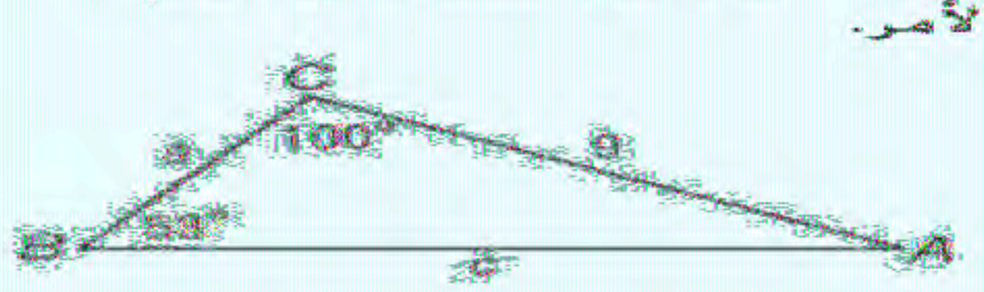


2 استخدام قانون الـ Sine في حل المثلثات

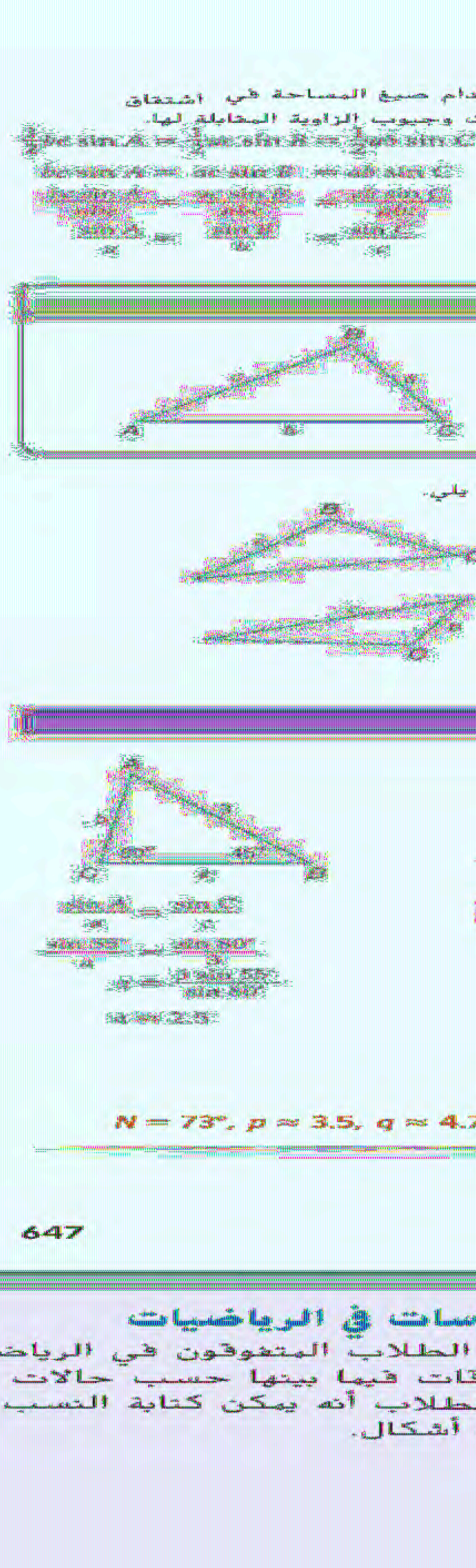
المثال 2 يوضح كيفية استخدام قانون الـ Sine لحل مثلث عند معرفة قياس زاويتين وطول ضلع. و**المثال 3** يبين كيفية استخدام قانون الـ Sine لحل مثلث ليس له حل أو له حل واحد أو حلان. في حين يبين **المثال 4** كيفية استخدام قانون الـ Sine لحل مسألة من الحياة اليومية.

مثال إضافي

2 أوجد حل $\triangle ABC$. وقرب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.



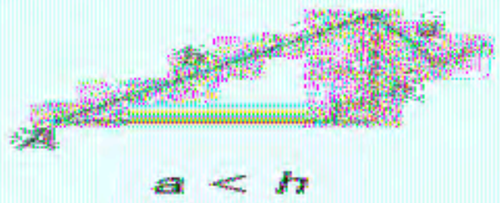
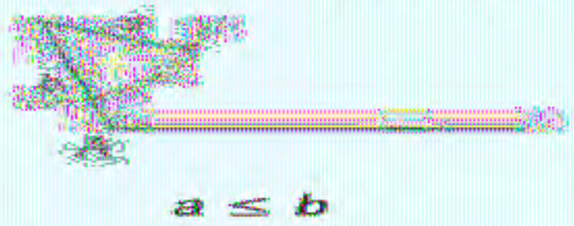
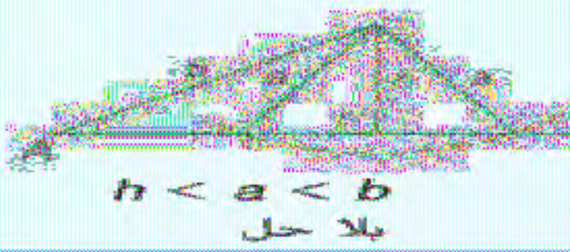
$A = 27°,\ a \approx 5.1,\ c \approx 11.1$



ت قياسات زاويتين وضلع. فسيمكنك حل مثلث واحد تحديدًا. ولكن، إذا علمت قياسات ضلعين
المقابلة لأي منهما، يمكن أن تحصل على صفر مثلث، أو مثلث واحد، أو اثنين. وتُعرف هذه الحالة
إذًا، عند حل مثلث باستخدام الحالة ضلع–ضلع–زاوية، يمكن الحصول على الحل صفر
أو اثنين.

المثلثات المحتملة في حالة ضلع–ضلع–زاوية

تأمل المثلث عند معرفة a و b و $m\angle A$.

$\angle A$ زاوية حادة.		$\angle A$ زاوية قائمة أو منفرجة.	
	$a < h$ بلا حل		$a \leq b$ بلا حل
	$a = h$ حل واحد		$a > b$ حل واحد
	$h < a < b$ بلا حل		$a \geq b$ حل واحد

الآن $\frac{1}{2}ab\sin C$ يمكنك استخدام $h = b \sin A$ في إيجاد h في المثلثات الحادة.

حل المثلث عند معرفة ضلعين وزاوية

حدد ما إذا كان كل مثلث بلا حل، أو له حل واحد، أو حلين. ثم حل المثلث. وقرّب أطوال أضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

في $\triangle RST$، $R = 105°$ و $r = 9$ و $s = 6$.

بما أن $\angle R$ زاوية منفرجة و $6 < 9$. فلهذا تعلم أن هناك حلاً واحدًا للمثلث.

الخطوة 1 طبّق قانون الـsine في إيجاد قيمة $m\angle S$.

قانون الـ Sine

اضرب كل طرف في 6.

استخدم حاسبة.

استخدم نسبة

$\sin S \approx 0.6440$

الخطوة 2 أوجد $m\angle T$.

$m\angle T \approx 180 - (105 + 40)$ أو $= 35°$

الخطوة 3 طبّق قانون الـsine لإيجاد قيمة t.

قانون الـ Sine

حل لإيجاد t.

استخدم الحاسبة.

إذًا، $T \approx 35°$، $S \approx 40°$، $t \approx 5.3$.

التركيز على محتوى الرياضيات

قانون الـ Sine في إحدى الحالات التي قد يُستخدم فيها قانون الـ Sine، ربما يكو هناك أكثر من حل واحد لمسألة المثلث. وبالنسبة لهذه الحالة المبهمة، يجب إجراء عملية حل المثلث مرتين. ولكن قد لا يبقى سوى حل واحد للمثلث.

ك مثلثان يمكن حلهما

ة 2 **B∠ زاوية منفرجة.**



أوجد $m\angle B$.

د الsine لها أيضا قيمة موجبة في الربع
ي. إذا، أوجد زاوية حادة B قيمة sin
$B \approx 0.6748$.

$m\angle B \approx 180° - 42°$ أو = 13

أوجد $m\angle C$.

$m\angle C \approx 180 - (35 + 138)$ أو =

أوجد c.

د الـ Sine

جد قيمة c.

بتبسيط.

لحل الثاني هو

ل المثلث. وقرّب أطوال الأضلاع إلى

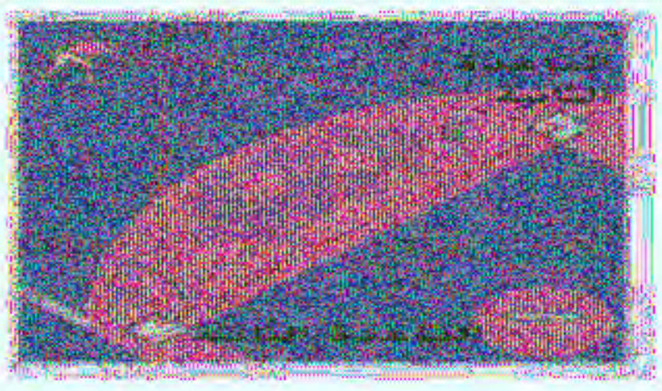
حل

$P \approx 18°, M \approx 130°, m \approx 10.$

ثر الملاحظات اليومية عن
لا تزال لديهم عن الدرس.

استخدام قانون الـ sine في حل المسألة

ة الزيتون. تضرب كرة البيسبول بين القاعدتين الثانية
الثة وتلتقط عند النقطة B، مثلما هو موضح في الشكل.
تبعد نقطة التقاط الكرة عن القاعدة الثانية؟



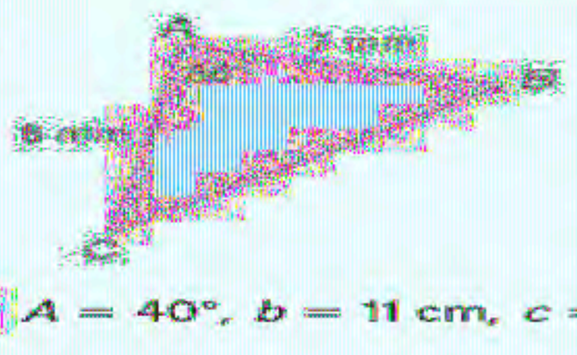
قانون الـ Sine
المضرب التقاطي
حل لإيجاد قيمة x.
استخدم الحاسبة.

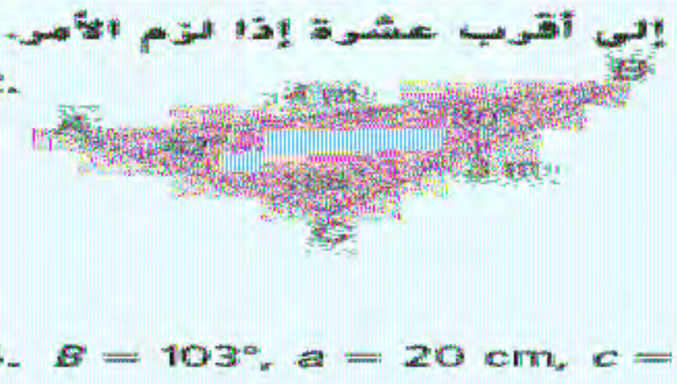
تبعد المسافة 19.4 مترًا تقريبًا.

بين المرتكزات

كم تبعد نقطة التقاط الكرة عن القاعدة الثالثة؟ 25.8 m

مع التقريب إلى أقرب عشرة إذا لزم الأمر.

1.  27.9 mm²

2.  3 m²

3. $A = 40°$, $b = 11$ cm, $c = 6$ cm 21.2 cm²

4. $B = 103°$, $a = 20$ cm, $c = 18$ cm 175.

أطوال الأضلاع إلى أقرب عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

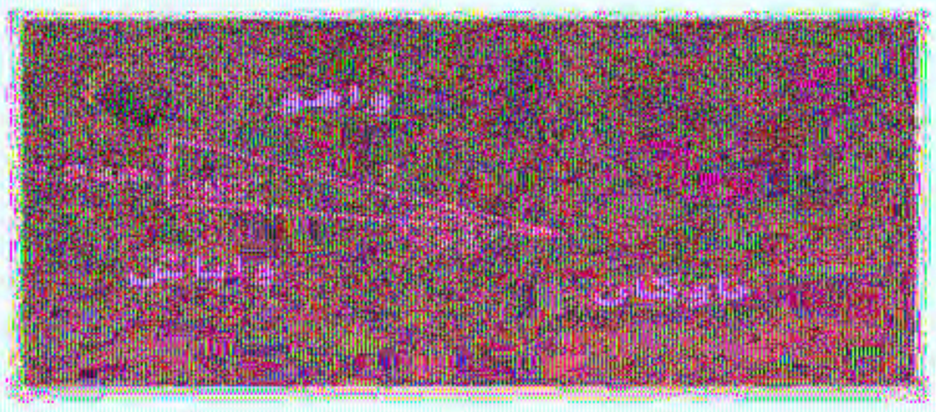
5. 

6. 

$\triangle FGH$. إذا كانت $G = 80°$ و $H = 40°$ و $g = 14$.
$F = 60°$, $f \approx 12.3$, $h \approx 9.1$

مثلث $\triangle ABC$ بلا حل، أم له حل واحد، أم له حلان. ثم أوجد حل المثلث. قرب أطوال
ة. وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة. 8. واحد: $B \approx 39°$, $C \approx 46°$, $c \approx 13.7$

8. $A = 95°$, $a = 19$, $b = 12$
9. $A = 60°$, $a = 15$, $b = 24$ بلا حل
10. $A = 34°$, $a = 8$, $b = 13$
11. $A = 30°$, $a = 3$, $b = 6$



ية الدرس. أوجد المسافة بين قوهة وأهو
س كوكب المريخ. 3 كيلومترات

تدريس المارسات في الرياضيات

الاستنتاج يستوعب الطلاب المتفوقون في الرياضيات الكميات وعلاقاتها في المواقف المذكورة في المسائل. يتبع التفكير الكمي عادات، مثل وضع الطالب تمثيلاً منطقيًا للمسألة التي يحلها، والتفكير في الوحدات المستخدمة في المسألة؛ والاهتمام بمعاني الكميات، وليس فقط بكيفية حسابها؛ ومعرفة الخصائص المختلفة للعمليات والأشياء واستخدامها بمرونة.

13. 10.6 km²



15. 36.8 m



17. $C = 25°$, $a = 4$ m, $b = 7$ m 5.

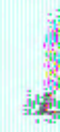
19. $B = 92°$, $a = 14.5$ m, $c = 9$ m

ى أقرب درجة.

21.



23.



$K = 1$

$N = 14°$, $p \approx$

$B = 63°$,

$A = 20°$, a

$C \approx 56°$

29. $A =$

31. $A =$

33. $A =$

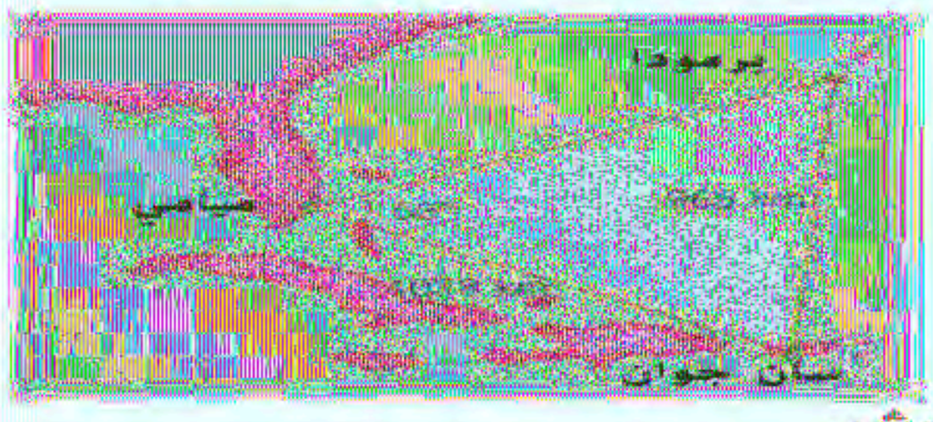
35. $A =$

خيار اليومين	
14–38 , 43, 46–48, 53–69	13–
39–43, 46–48, 53–69	

واي، تقدر المسافة من "هيلو" إلى "كايلوا" بـ 57 كيلومترًا،
ى "كابتن كوك" بـ 55 كيلومترًا.
لمتكونة عند "هيلو"؟ **28° تقريبًا**
كايلوا" و"كابتن كوك"؟ **27.2 km تقريبًا**



صافرات إنذار الأعاصير A و B، و C محطة مثلثية الشكل في إحدى مناطق المدينة.
ذار A و B عن بعضهما 8 كيلومترات. وقياس الزاوية المتكونة عند صافرة الإنذار A تساوي 112°.
عند صافرة الإنذار B تساوي 40°. ما المسافة بين الصافرتين B و C؟ **15.8 km تقريبًا**

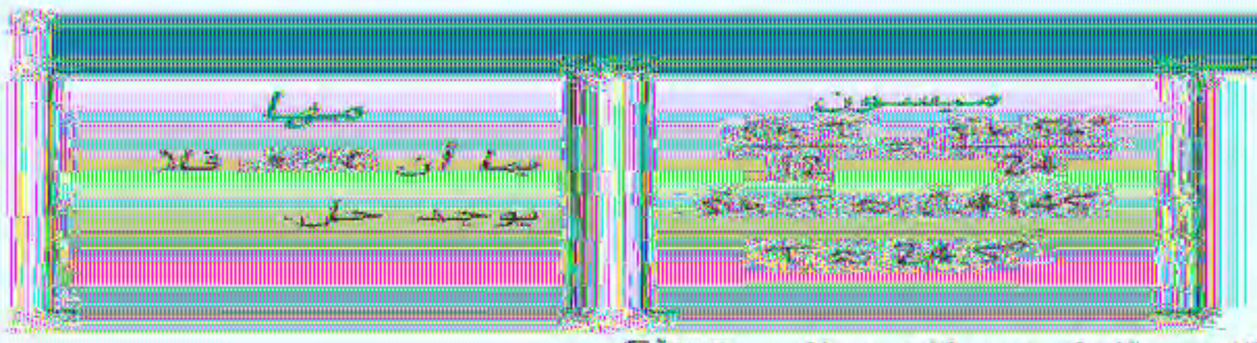


ودا هو محطة في المحيط
رمودا، وميامي، وفلوريدا.
تو ريكو. ولقد أشيع عنه أن السفن
ي فيه في ظروف غامضة.
ن ميامي وبرمودا؟ **1120.3 km تقريبًا**
لث برمودا تقريبًا؟ **464,366.1 km² تقريبًا**

حلول الضلع في مسار ركوب الدراجة المثلث
كيلو مترات. والزاوية المقابلة لهذا الضلع تساوي
زاوية أخرى في المسار المثلثي قياسها 66°.
وقف، وقم بتسمية الأضلاع الناقصة a و b. **انظر الهامش.**
ت التي يمكن استخدامها في إيجاد أطوال الأضلاع الناقصة.
سار؟ **11.5 km تقريبًا**



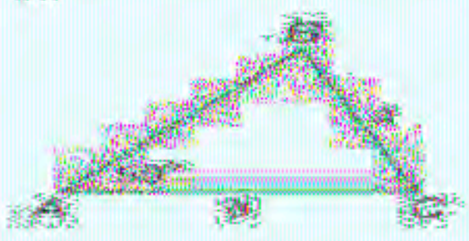
عيد (المشار إليه بالرمز S) وماجد (المشار إليه بالرمز M)
ة 2.4 متر بعيدًا عن بعضهما البعض أمام حائط مستقيم
و موضح في الشكل على اليسار. ما ارتفاع الحائط؟ قرب
5.7 m



ي المثلث $\triangle RST$، $R = 56°$ و
t. تستخدم ميسون ومها قانون
هل أي منهما على صواب؟ فسّر
ة حادة و $t < r$.
واحد.
ة الإجابة ابتكر مسألة تطبيق تتضمن مثلثات قائمة الزاوية وقانون الـ Sine.
وصمم رسمًا تخطيطيًا إذا لزم الأمر. **راجع عمل الطلاب.**



شكل الموضح على اليسار. استنبط الصيغة $\frac{1}{2}bc \sin A$ = المساحة
حايات الوحدة 11.



طوال أضلاع مثلثين مختلفين ABC التي يمكن تكوينها
A و $C = 20°$.

سبات استخدم قانون الـsine في توضيح لماذا a و b ليست لهما
شكل الموضح.

ة الإجابة إذا علمت أن $E = 62°$ و $d = 38$. فأوجد قيمة e
مثلث DEF. فسّر استنتاجك.

تدريس الممارسات في الرياضيات

فقد يُمكن للطلاب المتفوقين في مادة الرياضيات أيضًا المقارنة بين كفاءة فرضيتين مقبولتين والتفريق بين المنطق السليم والمنطق الخاطئ، وفي حالة وجود خطأ في فرضية ما، يستطيعون توضيح ماهية هذا الخطأ.

انتبه!

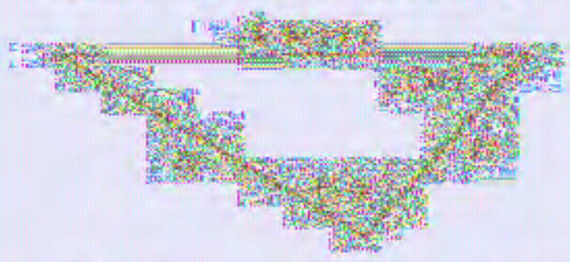
تحليل الخطأ بالنسبة إلى التمرين 43. يجب أن يرى الطلاب أن مها خاطئة لأن هذه الحالة ليست "بلا حل". اشرح للطلاب أن الحالة التي "ليس لها حل" تنشأ عندما يكون طول الضلع المقابل للزاوية المعطاة θ أقل من $\sin \theta$ مرة قدر طول الضلع المجاور للزاوية θ.

4 التقويم

عيّن مصطلح الرياضيات اطلب من الطلاب ذكر الخطوات اللازمة لحل مثلث عند معرفة طول ضلع وقياسي زاويتين.

إجابات إضافية

41a. الإجابة النموذجية:



47. الإجابة النموذجية: في المثلث، $B = 115°$. باستخدام قانون الـ Sine

لا يمكن حل هذه المعادلة لوجود قيمتين مجهولتين. ولحل مثلث باستخدام قانون الـ Sine، يجب معرفة طول ضلعين وقياس زاوية أو قياس زاويتين وطول ضلع مقابل لإحداهما.

48. الإجابة النموذجية: $e = 30$، وحتى لا يوجد مثلث، فإن طول الضلع المقابل للزاوية E يجب أن يكون أقل من 33.6 ليتوافق مع قانون الـ Sine.

$f(x) = x^3 - 7x^2 - 6x$

ت العوامل للتعبير

G

F $(x - 6)(x + 3)(x + 4)$

F $(x - 6)(x + 3)(x + 4)$

H $(x + 6)(x + 3)(x - 4)$

J $(x + 12)(x - 1)(x - 4)$

أشخاص AED 48,000

5. ما قيمة المبلغ صاحب

A AED 12,000

B AED 16,000

C AED 20,000

D

E

69.

2-11

66.

دالة تصف دخل

د. فما رقم المبيعات الذي

يوجد حل

90.

يبتعد الأرض

ض، معتبرًا

64.

3-4 باستخدام صيغة المساحة

ايا الثلاث في المثلث. 6، 6، 6

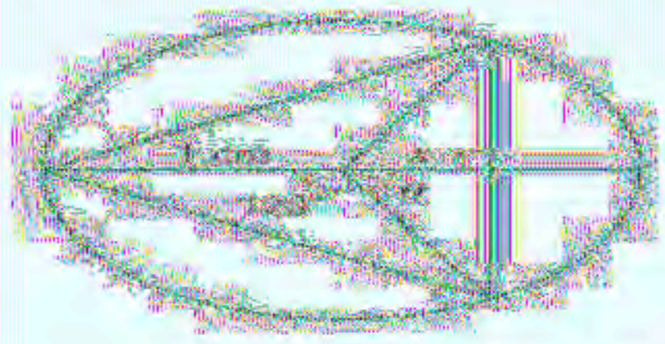


لاستكشاف خواص المضلعات
لع المنتظم يكون محاطًا بدائرة
ائرة.

ع نصف قطرها سنتيمتر واحد.
ع بدائرة. وللقيام بذلك، استخدم مدلة
ز مركز الدائرة. حيث إن [redacted]
لع أضلاع الزوايا مع الدائرة باستخدام مسطرة.

قطعة مستقيمة مرسومة من مركز المضلع وتكون
استخدم θ cosine لإيجاد طول العامد.
طيطي.

ون طول عامد المثلث المتساوي الأضلاع. وأدخل كل مضلع منتظم مذكور في الجدول، في دائرة نصف
الجدول.



عدد الأضلاع، n	θ	a
7	25.7	0.90
8	[redacted]	0.92
9	20	0.94
10	18	0.95

تزايد عدد أضلاع المضلع المحاط؟ **قياس θ يتناقص.**
طول العامد يزداد كلما ازداد عدد الأضلاع. مقتربًا من 1.
ًا منتظمًا من 30 ضلعًا بدائرة. أوجد قياس الزاوية θ. **6°**
وية θ لمضلع عدد أضلاعه n. **$\theta = 360 \div 2n$ أو $\theta = 180 \div n$**
لع منتظم محاط بدائرة نصف قطرها سنتيمتر واحد. **$a = \cos \theta$**
التدريب 6 إذا لم يكن نصف قطر الدائرة سنتيمترًا واحدًا؟ **اختر الوامش.**

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

إجابة إضافية

ت المنتظمة
ردد المساحة.
حة؟ مساحة

7. لإيجاد طول العامد، تحتاج إلى كتابة المعادلة
[redacted]
إذا كان نصف القطر يساوي 1، فإن $a = \cos \theta$.
وإذا كان نصف القطر لا يساوي 1، فإن
$a =$ [redacted] $\cos \theta$.

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 5-11 إيجاد حل المثلثات باستخدام قانون الـ Sine.

الدرس 5-11 استخدام قانون الـ Cosine لحل المثلثات. اختيار طرق حل المثلثات.

بعد الدرس 5-11 استخدام قانون الـ Sine وقانون الـ Cosine لحل المسائل.

2 التدريس

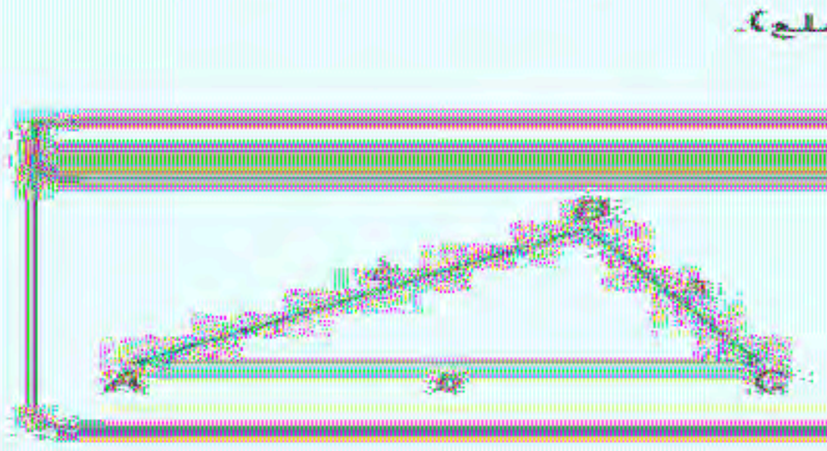
الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم لماذا؟ الوارد في هذا الدرس.

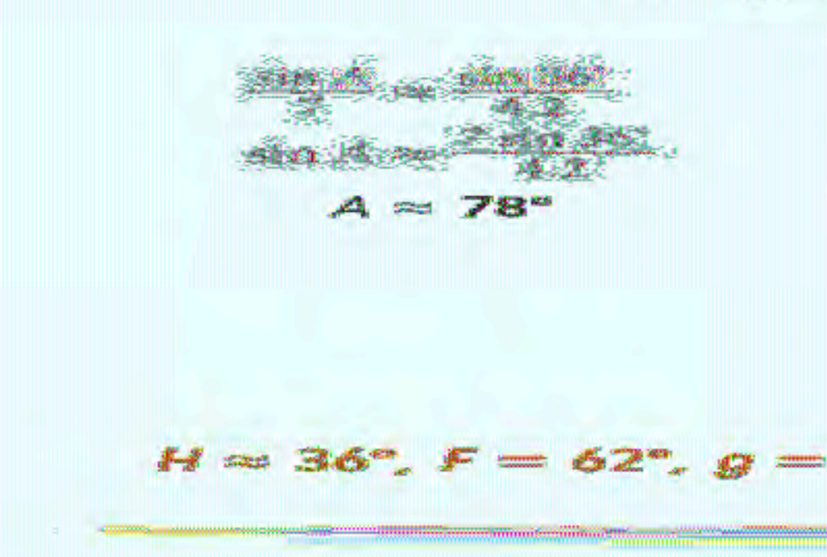
اطرح السؤال التالي:

- هل المثلث في الرسم التخطيطي حاد أم قائم أم منفرج الزاوية؟ حاد الزاوية
- اشرح لماذا يكون للزاوية التي رأسها عند حطام السفينة قياس أكبر من الزاوية التي رأسها عند السفينة. لأن الضلع المقابل للزاوية التي رأسها عند حطام السفينة يكون أطول.
- اشرح لماذا يجب أن تكون المسافة بين السفينة وحطام السفينة أقل من 858 مترًا. تخبرنا متباينة المثلث أن الضلع الثالث في المثلث يجب أن يكون أقل من $520 + 338 = 858$ m.









تعلم فقط أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث. يمكنك حل المثلث باستخدام قانون الـ Cosine. تمثل
ة الأولى في إيجاد قياس الزاوية الأكبر. ويتم ذلك لضمان أن الزاويتين الأخريين حادتان عند استخدام
ال Sine.

حل المثلث عند معرفة الأضلاع الثلاثة

مد حل $\triangle ABC$.



خطوة 1 استخدم قانون cosine لإيجاد قياس الزاوية الأكبر، $\angle A$.

قانون الـ Cosine

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$16^2 = 9^2 + 10^2 - 2(9)(10) \cos A$

اطرح 9^2 و 10^2 من كل طرف.

$16^2 - 9^2 - 10^2 = -2(9)(10) \cos A$

اقسم كل طرف على

$\frac{16^2 - 9^2 - 10^2}{-2(9)(10)} = \cos A$

استخدم آلة حاسبة للتبسيط.

$-0.4167 \approx \cos A$

استخدم الدالة

$115° \approx A$

خطوة 2 استخدم قانون الـ Sine لإيجاد قياس $\angle B$.



اضرب كل طرف في 9.

استخدم آلة حاسبة.

استخدم الدالة

$\sin B \approx 0.5098$

$B \approx 31°$

خطوة 3 أوجد قياس $\angle C$.

$m\angle C \approx 180° - (115° + 31°)$ أو حوالي $= 34°$

$C \approx 34°$ و $B \approx 31°$ و $A \approx 115°$.

تأكد من فهمك

أوجد حل $\triangle ABC$ إذا كان $a = 5$ و $b = 11$ و $c = 8$. $A = 24.6°, B = 113.6°, C = 41.8°$

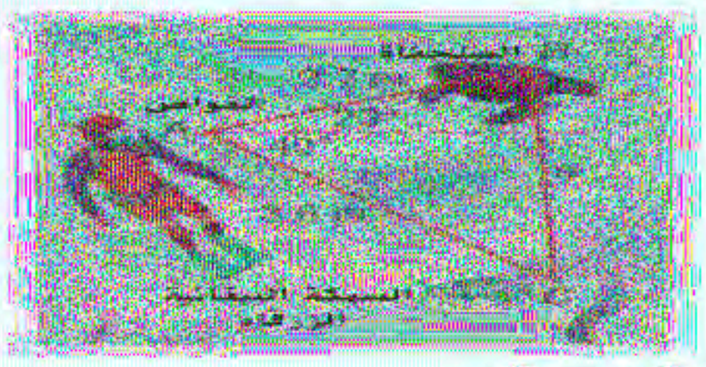
اختيار طريقة لحل المثلثات يمكنك استخدام قانون الـ Sine وقانون cosine لحل مسائل تشتمل على مثلثات ماطة. وتحتاج إلى معرفة قياس ضلع واحد على الأقل وأي جزأين آخرين. إذا كان له حل، فيجب أن تحدد ما إذا كنت ستستخدم قانون الـ Sine أم قانون cosine لحل المثلث.

حل المثلثات المائلة

المعطيات	ابدأ باستخدام
ان وأي أضلاع	قانون الـ Sine
ان وزاوية مقابلة لأحدهما	قانون الـ Sine
ان وزاوية محصورة بينهما	قانون الـ Cosine
أضلاع	قانون الـ Cosine

قانون
عرفة أطوال
ي ضلعين
حالات قانون
ات يمكن
فإن هذا الحل

2.7 متر منه. ثم نظر لأسفل بزاوية
ة الفارقة بين السلحفاة والسمكة



$a^2 = b^2 + c^2 -$
$a^2 = 3.6^2 + 2.7^2 -$
$a^2 = 10.53$
$a \approx 3.2$

مسافة حوالي 3.2 أمتار.
$C \approx 46°$ و B.

م انحطت بزاوية 79° وركضت
حطة البداية لها؟ حوالي 8.3 km

أقرب درجة.

1.



3. $a = 5, b = 8, c = 12$
Cosi. ثم حل المثلث.

5.



Sines; B ≈
C ≈ 33°, c ≈

S ≈ 114°,
مترًا. ودار بزاوية 40° لرؤية
ادفين؟ حوالي 12.9 m

مثلث.

يفية اختيار الطريقة التي
تي استخدموها ووضع شرح
تشارك استنتاجاتها مع الصف.

2 اختيار طريقة لحل المثلثات

المثال 3 يوضح كيفية تطبيق قانون الـ Cosine لحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال إضافي

13 **المطار** طياران في طائرة غير متحركة في المطار ينظرون بزاوية 38° إلى اليسار من المدرج وبرون حافلة على بعد 75 مترًا. وينظران إلى اليمين بزاوية 28° من المدرج وبرون شاحنة على بعد 110 أمتار. فكم تبعد الحافلة عن الشاحنة؟ حوالي 105 m

التدريس باستخدام التكنولوجيا

كاميرا المستندات عين عدة مسائل للصف الدراسي. وامنح الطلاب بعض الوقت لحلها. ثم اختر عددًا من الطلاب لمشاركة حلهم وشرحه للصف. وتأكد من رسم الطلاب رسمًا تخطيطيًا وشرح كيف قرروا ما إذا كانوا سيستخدمون قانون الـ Sine أم قانون الـ Cosine لحل المسألة.

انتبه!

تجنب الأخطاء عندما يجب على الطلاب تحديد الطريقة التي يستخدمونها في الحل، فإنه يتعين مراقبة الطلاب الذين يعتقدون أن الزاوية محصورة. راجع تعريف الزوايا المحصورة معهم.

تدريس الممارسات في الرياضيات

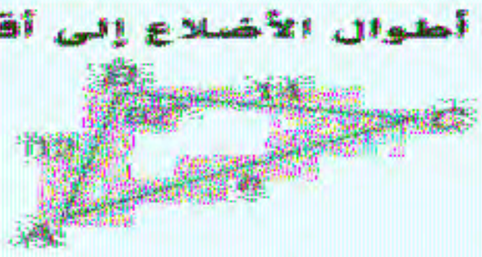
الدقة يحاول الطلاب المتفوقون في الرياضيات استخدام تعريفات واضحة في استنتاجاتهم، والحساب بدقة وكفاءة، والاستعادة بشكل واضح من التعريفات.

أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

9.



10.



11.



12.



13. $A = 116°,\ b = 5,\ c = 3$

14. $C = 80°,\ a = 9,$

15. $f = 10,\ g = 11,\ h = 4$

16. $w = 20,\ x = 13,$

ثلث ينبغي حله بدءًا بقانون الـ *Sine* أم قانون الـ *Cosine*. ثم حل المثلث.

17.



18.



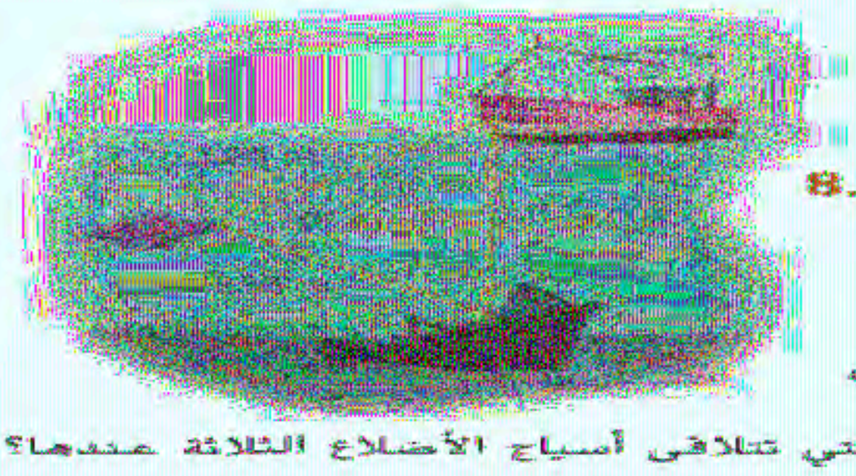
19.



20.



$k = 23$ و $j = 10$ و $h = 18$. $\triangle HJK$ في 22. $a = 2$ و $c = 7$ و $C = 8$



عد المسافة بين السفينة وحطام السفينة الموضحين
بيطي. قرب إلى أقرب جزء من عشرة. **514.2 m**

أضلاع به ضلعان طوليهما 8 سنتيمترات
توجد زاوية محصورة بينهما قياسها 42°.
لأقصر مع التقريب إلى أقرب جزء من عشرة؟ **8.1 cm**

اق ريمي على شكل مثلث أطوال أضلاعه هي
ومتران و1.2 كيلومتر. ما الزوايا التي يشكلها كل
81°, 36°, 63°

زرعة على قطعة أرض مثلثية الشكل قياسها 0.9 في
لومتر.

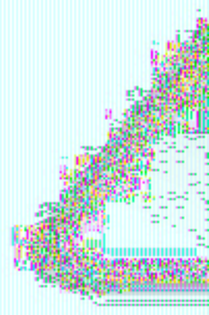
ة الأرض محاطة بسياج. فماذا سيكون قياس الزوايا التي تتلاقى أسياج الأضلاع الثلاثة عندها؟ قرب إلى
19°, 37°, 124°

قعة الأرض؟ **حوالي 0.19 km²**

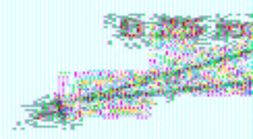
ض على شكل مثلث. المسافات بين كل رأس في المثلث هي 140 m و 210 m و 300 m على
قانون cosine لإيجاد مساحة الأرض مع التقريب إلى أقرب متر مربع. **حوالي 13,148 m²**

(Hubble Heritage Team (STScI/AURA) بصورة تتيح لها تلسكوب هابل الفضائي

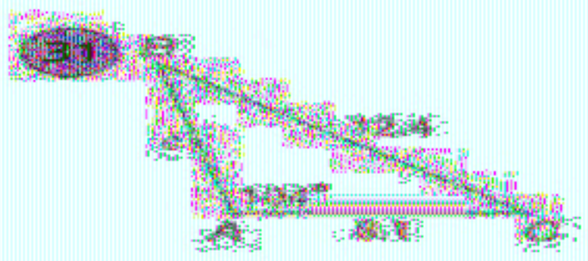
خيار اليومين	الواجب
10–24 تطبيقية، 35–37، 42–55	9–23 فردية، 38–41
25–33، 35–37، 42–55	9–24، 38–41
	9–23 فردية، 25–
	25–52، (

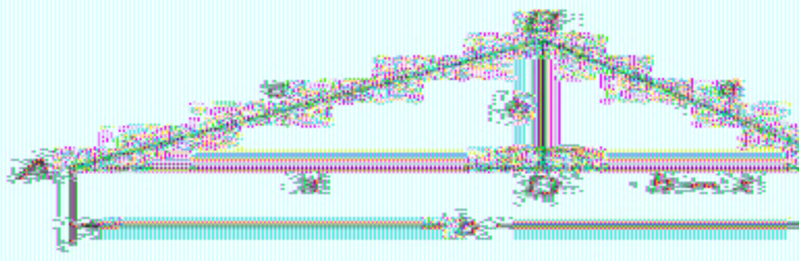


ار
ستار من السيارة 2.
7ع



أقرب درجة.
32

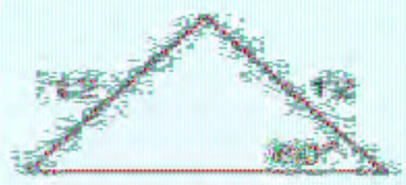




سنتيمتر1. اشرح كيفية
ع.
Cosine. ثم

659

40. **الهندسة** أوجد محيط الشكل. C



A 24 B 30 C 36 D 48

41. **الإجابة القصيرة** حلّ المعادلة أدناه لإيجاد x.



...دين صحيحين موجبين
...كل القيم الممكنة لـ c؟ D

A 6
B 10
C 15

G

F $\log 12 - \log 6$
G

أقرب جزء من عشرة. (الدرس 4-11)

42.



65.2 cm^2

43.



44. 7.5 m^2

...ضع قياسي، يتضمن كل فقطة. أوجد القيم الدقيقة للنسب المثلثية
...4. انظر الهامش.

45. (8, 5)

46. (−4, −2)

47. (6,

...واقية من الأحذية الرياضية موضحة أدناه. (الدرس 2-11)

السعر (بالدرهم)				
70	300	400	250	250
150	120	250	100	70
150	160	200	170	300

...لإنشاء مخطط رسم صندوقي، ثم صف شكل التوزيع. انظر الهامش.
...استخدام إما المتوسط والانحراف المعياري أو ملخص

...شركة "الوسائط الدولية" عائدا قدره AED 2700 من
...سطوانات DVD. وخلال موسم تخفيضات شهر يوليو،
AED 10. وبلغ العائد من بيع هذه المجموعة AED 3750 في
...عما تم بيعه في يونيو. أوجد سعر مجموعة أسطوانات DVD
AED 6

...حدد إذا ما كان التمثيل البياني لكل معادلة قطعًا مكافئًا أم دائرةً أم

50. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 5 = 0$
دائرة

51. $3x^2 - 2y^2 + 32y - 134 = 0$
قطع زائد

52. y^2
...ع

...نها. 55–53. انظر الهامش.

53. 245°

54. −15°

55. $\frac{5}{4}$

48b. الإجابة النموذجية: التوزيع ملتوٍ إيجابيًا، لذا؛ استخدم ملخص الأعداد الخمسة. المدى هو AED 70 إلى AED 400. الوسيط هو AED 190 ونصف البيانات تقع بين AED 120 و AED 250.

...دام قانون الـ Cosine في محاولة حل "مثلث" أطوال أضلاعه 5 و
...طلب منهم شرح ما اكتشفوه ومعناه. سيحصل الطلاب على خطأ عند
...ن القيمة ليست بين −1 و 1. وهذا الأمر يعني أنه لا وجود لهذا المثلث.

التقويم التكويني

استخدم اختبار نصف الوحدة لتقويم مدى تقدم الطلاب في النصف الأول من الوحدة.

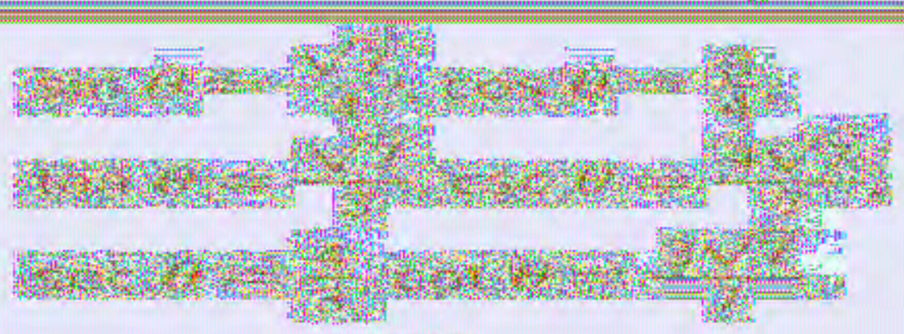
بالنسبة للمسائل المجاب عنها بشكل خاطئ، كلّف الطلاب بمراجعة الدروس المشار إليها بين الأقواس.

تنظيم الدراسة

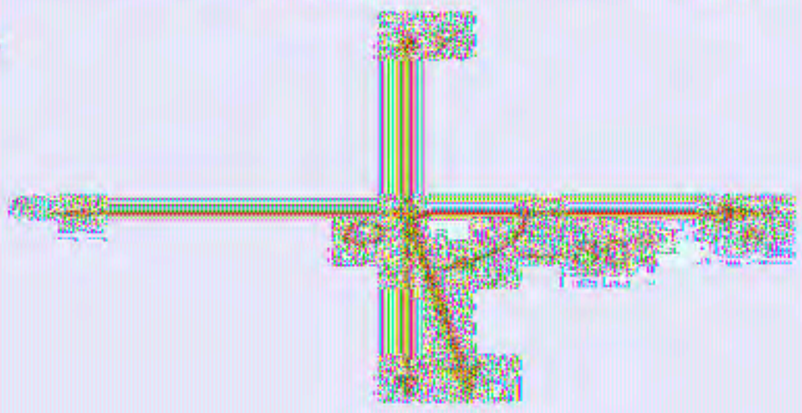
قبل أن ينتهي الطلاب من اختبار نصف الوحدة، شجعهم على مراجعة معلومات الدروس من 11-1 إلى 11-5 المكتوبة في مطوياتهم.

إجابات إضافية

3.



4.



ص أن θ زاوية في وضع قياسي حيث
/ أرباع بقع ضلع الانتهاء لـ θ؟

ة على شكل مثلث كما هو موضح
ريد تغطية الحديقة بتربة سطحية. فما
(11-4) حوالي $38.8\ m^2$



بلا حل، أو له حل واحد، أو حلّان.
ال الأضلاع إلى أقرب جزء من
أقرب درجة. (الدرس 11-4)

16. $A = 38°,\ a = 18,\ c = 25$
17. $A = 65°,\ a = 5,\ b = 7$ حل
18. $A = 115°,\ a = 12,\ b = 8$

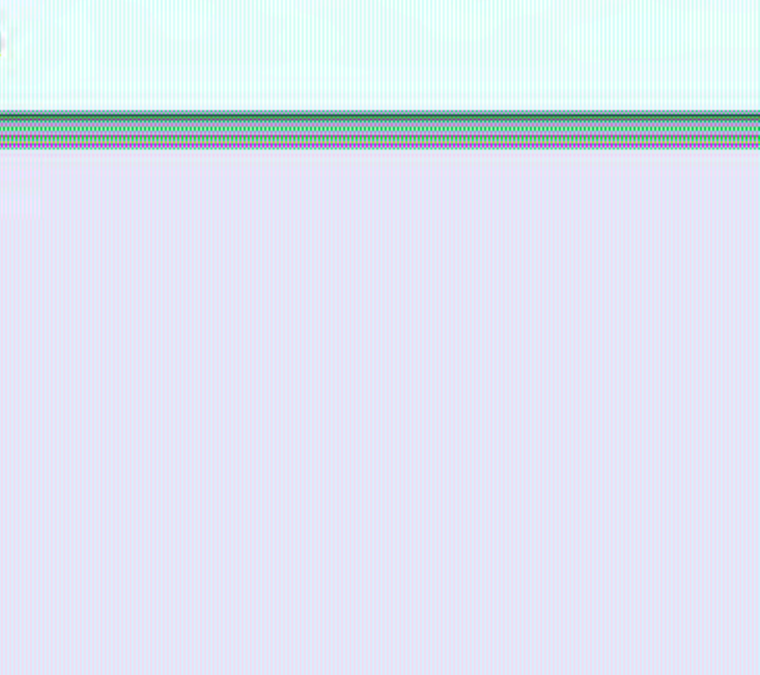
ال الأضلاع إلى أقرب جزء من
أقرب درجة. (الدرس 11-5)

19.



20.

د. ترك عدنان عبيد عند موقع التخييم
انعطف بزاوية 120° وسار 2.5 كيلومتر.
نفذا إلى عبيد. فما المسافة التي
(11-5) حوالي 6.1 km



661

لماذا؟

ر الدوال
باستخدام دائرة

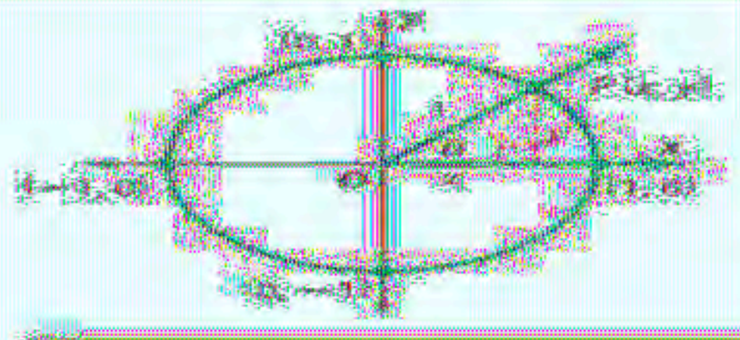
خصائص
دورية لإيجاد
دال المثلثية.

تدور دواسات الدراجة أثناء قيادتها. ويكون ارتفاع الدواسة دالة زمن. كما هو موضح بالشكل على اليسار.

لاحظ أن الدواسة تصنع دورة كاملة كل ثانيتين.



دوال الدائرية دائرة الوحدة هي دائرة يبلغ نصف قطرها
دة واحدة ومركزها نقطة الأصل على المستوى الإحداثي.
استخدام النقطة P على دائرة الوحدة لتعميم دوال sine و cosine.



ة $\sin\theta$ وقيمة $\cos\theta$ هما الإحداثي y والإحداثي x على التوالي.
ة التي يتقاطع فيها ضلع الانتهاء لـ θ مع دائرة الوحدة.

الدوال على دائرة وحدة

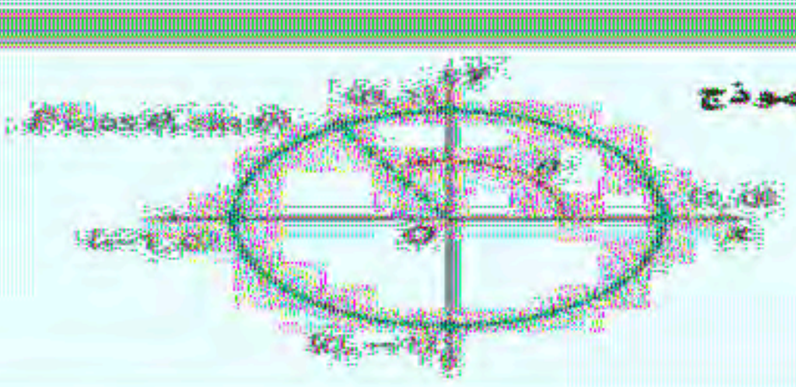
ح

إذا كان ضلع الانتهاء لزاوية θ يتقاطع في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة في النقطة $P(x, y)$، فإن $\cos\theta = x$ و $\sin\theta = y$.

ذ

إذا كانت $\theta = 120°$، فإن

النموذج



دالة لـ θ. ولأنه تم تحديدهما باستخدام دائرة وحدة، فإنه يُطلق عليهما

إيجاد sine و cosine لزوايا متعلقة على دائرة الوحدة

اطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي مع
رة الوحدة عند النقطة أوجد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.

ن المثلث

يتقاطع ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي
ع دائرة الوحدة عند النقطة أوجد $\cos\theta$ و $\sin\theta$.



الأصل: حقوق الطبع محفوظة لمؤسسة محمد بن راشد آل مكتوم

1 الدوال الدائرية

المثال 1 يوضّح كيفية إيجاد sine و cosine لنقطة على دائرة الوحدة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

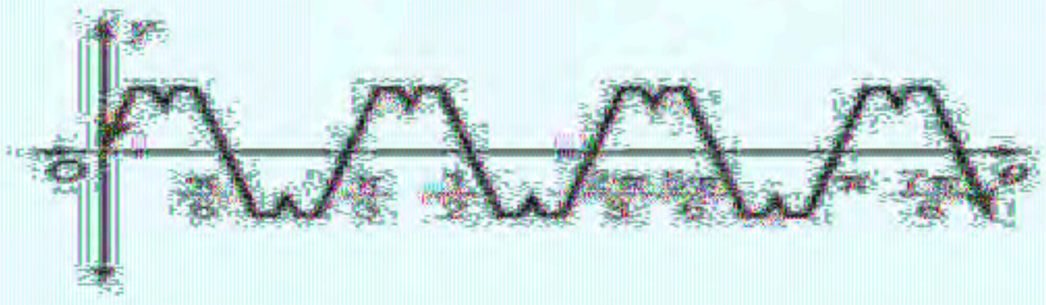
1 ضلع الانتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي يتقاطع مع دائرة الوحدة عند $\left(\frac{\sqrt{7}}{4}, \frac{3}{4}\right)$. أوجد قيمة $\cos\theta$ و $\sin\theta$.

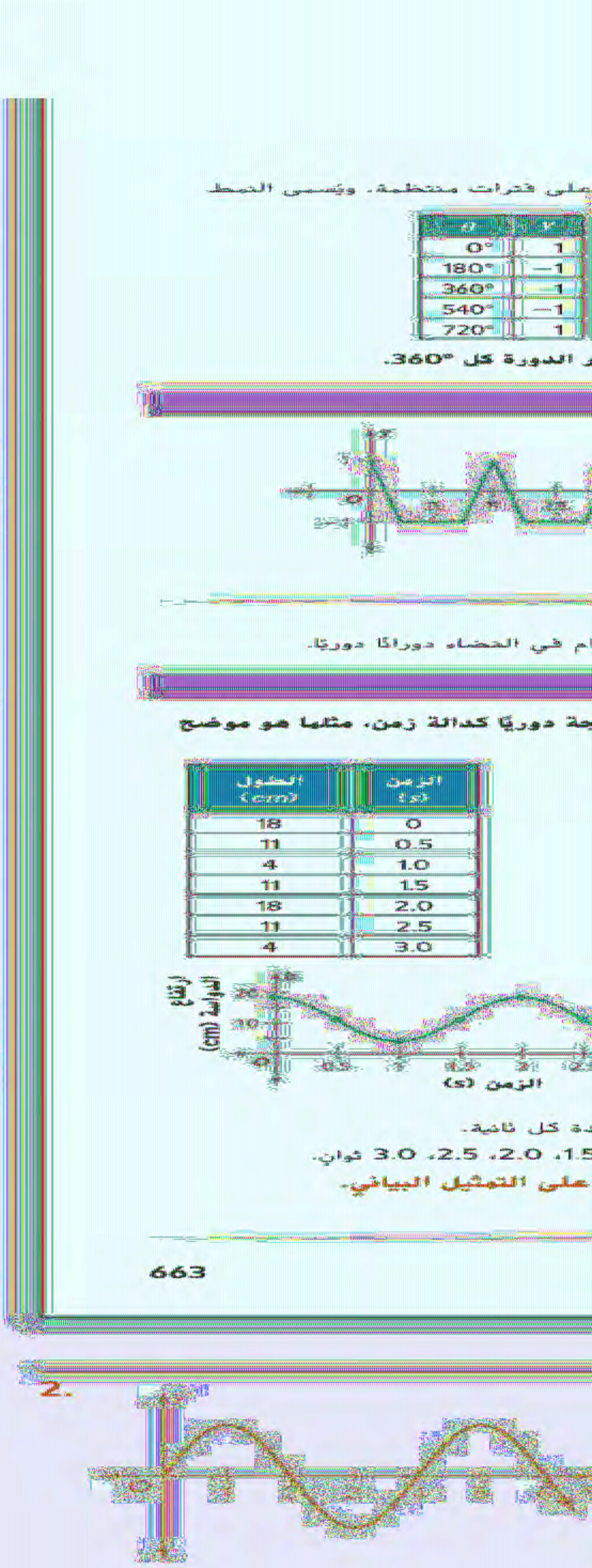
2 الدوال الدورية

المثال 2 يوضّح كيفية استخدام التمثيل البياني لتحديد فترة الدالة. **والمثال 3** يوضّح كيفية حل مسألة من الحياة اليومية باستخدام الطبيعة الدورية للدوال المثلثية. في حين أن **المثال 4** يوضّح كيفية إيجاد قيمة دالة مثلثية باستخدام فترة الدالة.

مثال إضافي

2 حدّد فترة الدالة.





على فترات منتظمة. ويُسمى النمط

x	y
0°	1
180°	−1
360°	1
540°	−1
720°	1

ر الدورة كل 360°.

ام في الحضاء دورانًا دوريًا.

ة دوريًا كدالة زمن، مثلما هو موضح

الزمن (ث)	الطول (سم)
0	18
0.5	11
1.0	4
1.5	11
2.0	18
2.5	11
3.0	4

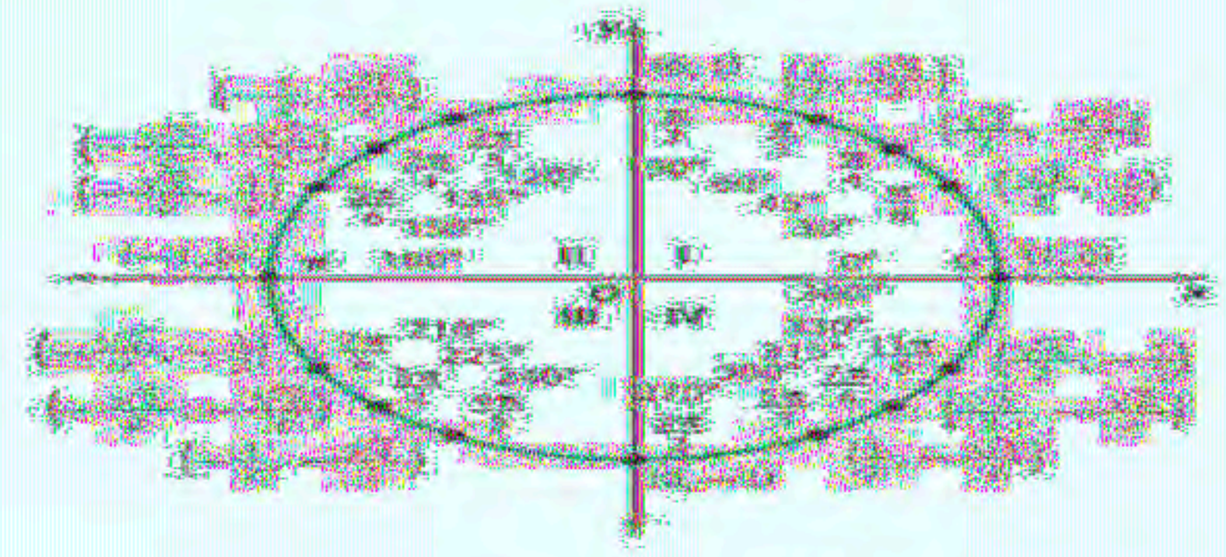
ة كل ثانية.
1.5، 2.0، 2.5، 3.0 ثوانٍ.
على التمثيل البياني.

663

على دائرة الوحدة المبينة على اليسار القيم
لكل من $\cos\theta$ و $\sin\theta$ للزوايا الخاصة.
cosin هي الإحداثي x للنقاط الواقعة
رة الوحدة. أما قيم sine فهي الإحداثي y.

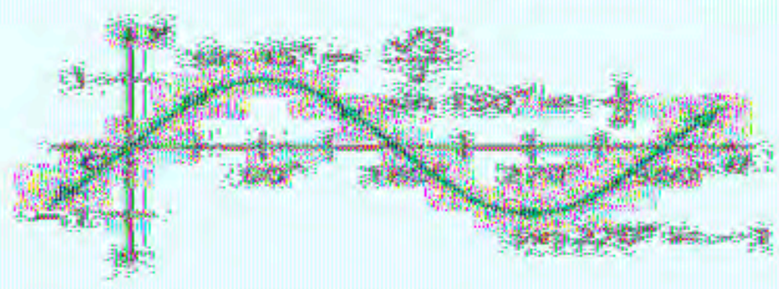
استخدام هذه المعلومات لتمثيل دوال sine
و cosine بيانيًا. وذلك بفرض أن
الأفقي يمثل قيم θ والمحور الرأسي
يم $\sin\theta$ أو $\cos\theta$.

دورة دوال sine و cosine
360. ولذا، فهي دوال دورية. وفترة كل
ي $360°$ أو 2π.



نقاط الواردة على دائرة الوحدة عندما تكون
$\theta = 150°$ و $\theta = 270°$.

وضح هذه النقاط أيضًا على تمثيلات بيانية لدوال sine و cosine.





ن فترة دوال sine و cosine هي $360°$، فإن القيم تتكرر كل $360°$.
$\sin(x + 360°) = \sin$ و $\cos(x + 360°) = \cos x$.

إيجاد قيم التعابير المثلثية

د القيمة الدقيقة لكل تعبير.

b. $\sin\frac{11\pi}{4}$

$\sin\frac{11\pi}{4} = \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{8\pi}{4}\right)$

$= \sin\frac{3\pi}{4}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}$

a. $\cos 480°$

$\cos 480° = \cos(120° + 360°)$

$= \cos 120°$

$= -\frac{1}{2}$

4B. $\sin 120°$

4A. $\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$

من الموجهة



دورية

اطلب من الطلاب البحث في الأنواع المختلفة للتقويمات الدائرية.
من الهنود الحمر للتنبؤ بأحوال الطقس وتحديد الوقت الأنسب لزراعة

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

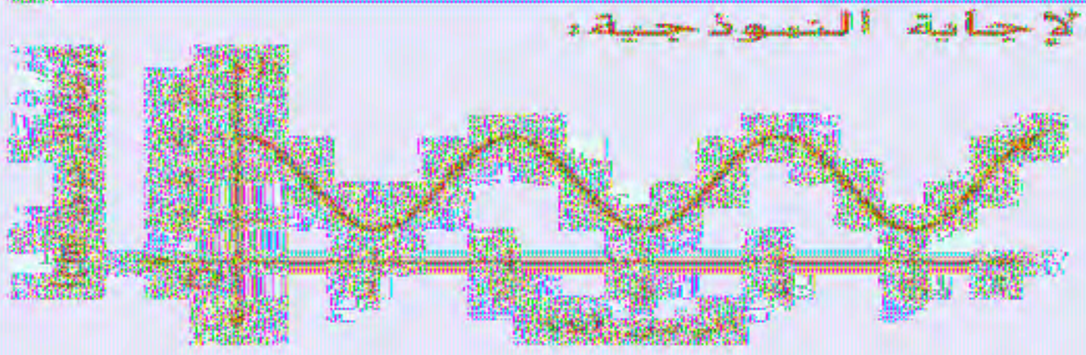
ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

تدريس المهارسات في الرياضيات

البنية يدقق الطلاب البارعون في مادة الرياضيات لتمييز نمط أو بنية.

إجابة إضافية

5b. الإجابة النموذجية:



ن نقطة P. أوجد cos θ و sin θ.

3.



وتصل إلى نقطة بارتفاع 6 أمتار. والزمن المستغرق للتأرجح من

4 ثوانٍ

6.

P. أوجد cos θ و sin θ.

9.

13.



15.



665

خيار اليومين

10–24 الزوجي، 37، 39–41، 47–62	9–
26–37، 39–41، 47–62	

665

17. 

180°

18. 

2π

متوسط درجة الحرارة الشهرية			
الشهر	درجة الحرارة (°F)	الشهر	درجة الحرارة (°F)
يناير	2	يوليو	29
فبراير	5	أغسطس	28
مارس	11	سبتمبر	26
أبريل	18	أكتوبر	19
مايو	23	نوفمبر	11
يونيو	28	ديسمبر	5

المصدر: The Weather Channel

الجدول متوسط درجة الحرارة
شهر لإحدى المدن.
ياتيا للدالة يمثل هذه
الهامش.
الة. 1 yr أو 12 mo

لكل تعبير مما يلي.

20. $\sin\frac{\pi}{3}$

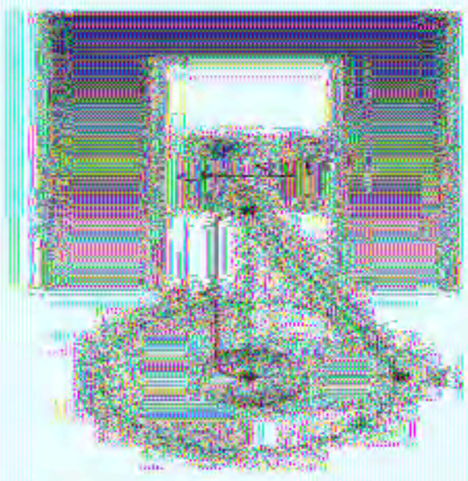
21. $\cos(-60)$

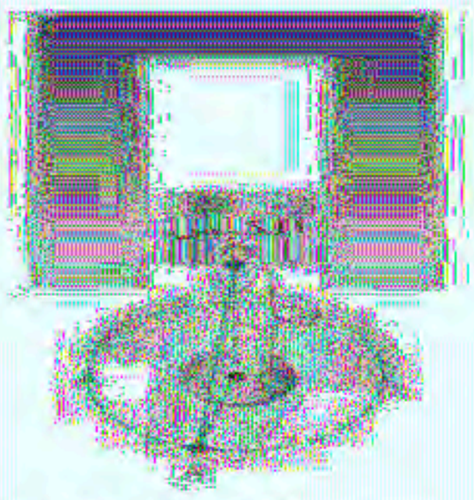
22. $\cos 180°$

23. $\sin\frac{5\pi}{4}$

24. $\sin(-30)$

25. $\cos 270°$





شي في صورة المحرك الموضحة
ى المسافة d الواقعة بين المكبس
عمود المرفقي، وهي عبارة عن دالة
كبس. وتدور النقطة R الواقعة على
15 لفة في الثانية.



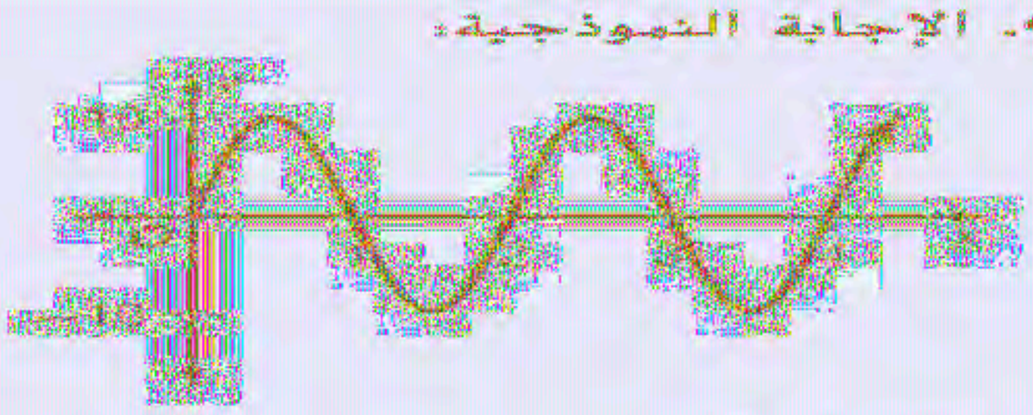
الة على هيئة جزء من الثانية.
ى مسافة d هي 0.5 سنتيمتر.
ة هي 3.5 سنتيمترات. ارسم
دالة مع فرض أن المحور
الزمن t، والمحور الرأسي
d. انظر الهامش.

صاهرة إنذار الأعاصير 2.5 لفة في الدقيقة ويصل نصف قطر شعاع الصوت 1 كيلومتر. يقع منزل
ى بعد 1 كيلومتر من الصافرة. ويختلف بعد الشعاع الصوتي عن منزلها دوريًا على هيئة دالة زمن.
الة بالثواني. 24 ثانية

بيانيًا للدالة مع فرض أن المحور الأفقي يمثل الزمن t من 0 ثانية حتى 60 ثانية. وفرض أن المحور
المسافة d بين الشعاع الصوتي ومنزل السيدة هدى في زمن t. انظر الهامش.

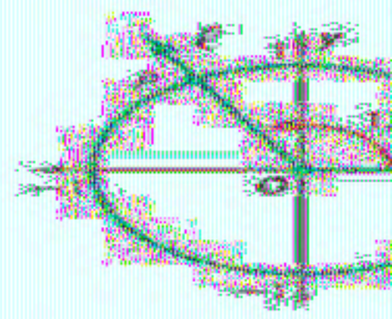
دوارة يصل قطر عجلة دوارة في الصين إلى 155 مترًا تقريبًا. ويعد ارتفاع المقصورة h دالة للزمن t.
ة واحدة كاملة حوالي 30 ثانية. افترض أن الارتفاع عند مركز العجلة يمثل الارتفاع عند
ثيلاً بيانيًا للدالة. انظر الهامش.

40. الإجابة النموذجية:





العشرة: 2



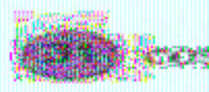
ر ملحق إجابات الوحدة 11.

ن بين أعلى وأدنى نقطتين له هو

و اذكر فترة الدالة بالتواني.

داية لديه. افترض أن نقطة البداية
ي يمثل الزمن t بالثواني وأن

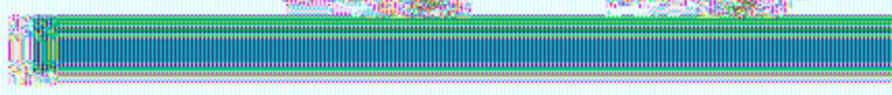
30a. الإجابة النموذجية:
المتغير المستقل: الزمن
t بالثواني؛ المتغير التابع:
الارتفاع h بالقدم؛
الفترة: 1.2 ثانية



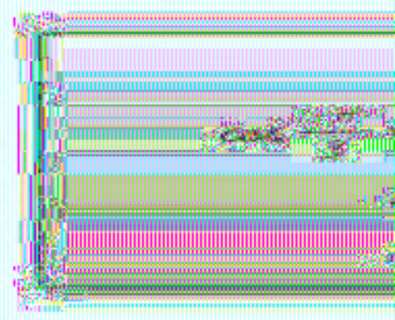
33.

35.

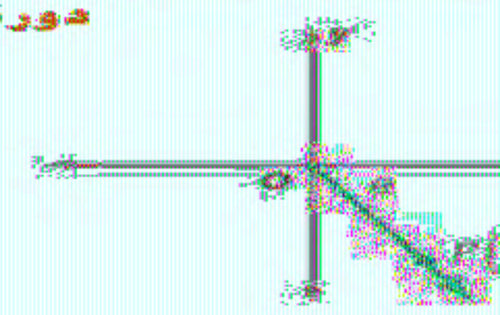
نأ أن



فضل أي منهما على صواب؟ اشرح



41. فترة الدالة الدورية هي المسافة الأفقية للجزء غير المتكرر من التمثيل البياني. كل جزء غير متكرر من التمثيل البياني عبارة عن دورة واحدة.



ع تضمين وصف للدورة.

تمثيل البياني
البياني للدالة
ر الهامش.

السكاني لمدينة
$P(t) = 24{,}000e$.
24,0 هو عدد السكان
داد السكان 10,000؟

A 14 B 104

44. SAT/ACT إذا كان $d^2 + 8 = 21$، فإن $d^2 - 8 =$ ؟ **G**

F 0 H 13 K 161
G 5 J 31

45. الإحصائيات إذا كان متوسط ثلاثة أعداد صحيحة موجبة مختلفة هو 65، فما أكبر قيمة محتملة لواحد من هذه الأعداد الصحيحة؟ **A**

A 192 B 193 C 194 D 195

46. الإجابة الشبكية إذا كان $8xy + 3 = 3$، فما قيمة xy؟ **0**

إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة. (الدرس 5-11)

47.



$A \approx 34°, C \approx 64°, c \approx 12.7$

48.



$a \approx 16.1, B \approx 49°, C \approx 21°$

49.

حل واحد، أو حلان. ثم حل المثلث، وقرب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة
من 4-11)

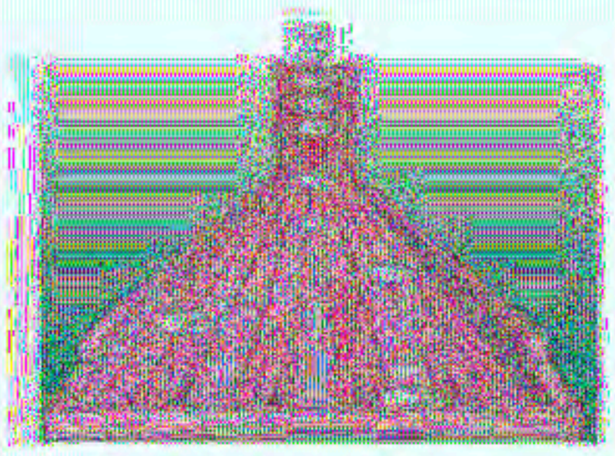
50. $A = 72°, a = 6, b = 11$
لا يوجد حل

51. $A = 46°, a = 10, b = 8$
51. حل واحد: $B \approx 35°$، $C \approx 99°, c \approx 13.7$
52. حل واحد: $B \approx 31°$، $C \approx 39°, c \approx 6.0$

52. A
70%. وهناك 10 محاولات.
0.
الأقل؟ 0.6496
ة؟ 7

لوحة إحدى الألعاب التي يتم فيها إسقاط كرات
سامير والحواجز، تتجه الكرات في مسارات مختلفة
كل قسم، كم عدد المسارات الموجودة باللوحة التي
1, 2

AED 40,000 في العام. وداخا ما تكون الزيادة
في ذلك الوقت. فماذا سيكون راتبه إذا حصل
؟4 AED 46,794.34



58.

59.

60.

61.

62.

دورية

اليانية لكل من $y = \cos x$ و $y = \cos 2x$ و $y = \cos 3x$. اطلب
$y = \cos kx$ واطلب منهم تحديد الفترة للدالة 360°، 180°،

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 7-11 دراسة الدوال الدورية.

الدرس 7-11 وصف دوال sine و cosine وظل الزاوية وتمثيلها بيانيا. وصف الدوال المثلثية الأخرى وتمثيلها بيانيا.

بعد الدرس 7-11 تمثيل الدوال بيانيا وتفسيرها من حيث سحنها وتردداتها وفترتها وإزاحة طورها.

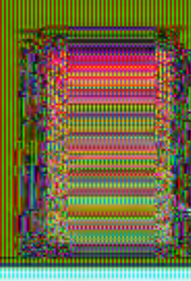
2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم لماذا؟ الوارد في هذا الدرس.

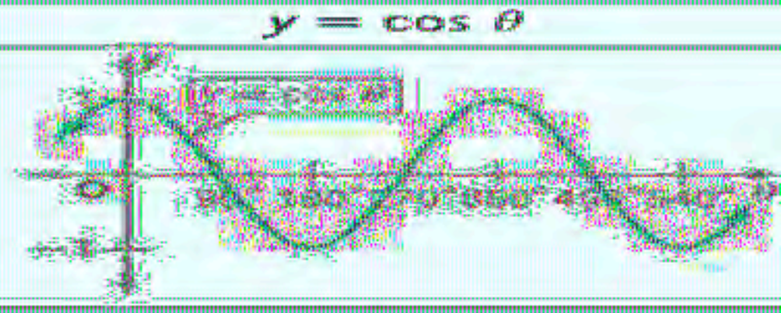
اطرح السؤال التالي:

- كيف تقاس أطوال الموجات في الرسم التخطيطي؟ في الرسم التخطيطي، تقاس أطوال الموجات بين أعلى نقطتين في موجتين متسلسلتين.
- اذكر طريقة أخرى لقياس طول الموجة. يمكن أن تقاس أطوال الموجات عن طريق حساب المسافة بين أي نقطتين متناظرتين لموجتين متتابعتين.
- في الرسم التخطيطي، كم عدد أطوال الموجات الينفسجية المكافئة لطول موجة واحدة حمراء؟ 3



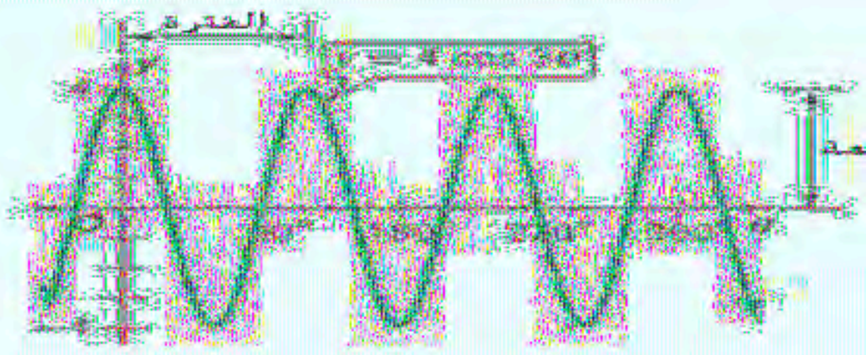
الدوال المثلثية بيانيا على المستوى
دورة، أو دورات. يسمى الطول الأفقي لكل
الفارق بين القيمة العظمى والقيمة

$y = \cos \theta$



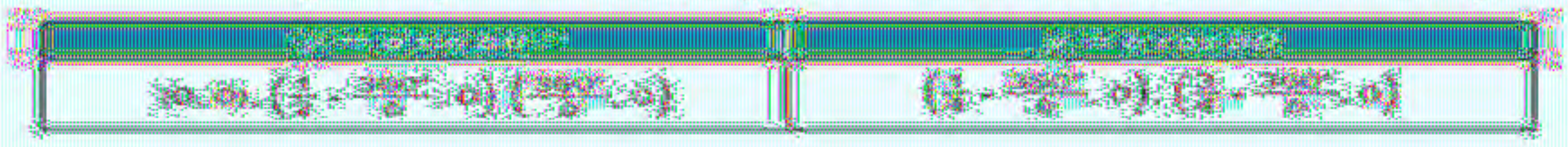
{جميع الأعداد الحقيقية}
$\{y \mid -1 \leq y \leq 1\}$
1
360°

بالنسبة للتمثيلات البيانية لكل من



م التمثيلات البيانية للدوال الأصلية لتمثيل $y = a \sin b\theta$ و $y = a \cos b\theta$ بيانيًا. ثم استخدم السعة
لرسم المنحنيات الصحيحة لـ sine و cosine. يمكنك أيضًا استخدام نقاط تقاطع θ لمساعدتك
شيل الدوال بيانيًا.

تقاطع θ في $y = a \sin b\theta$ و $y = a \cos b\theta$ في دورة واحدة هي كالآتي.



التمثيل البياني لدالة sine ودالة cosine

كل دالة بيانيًا.

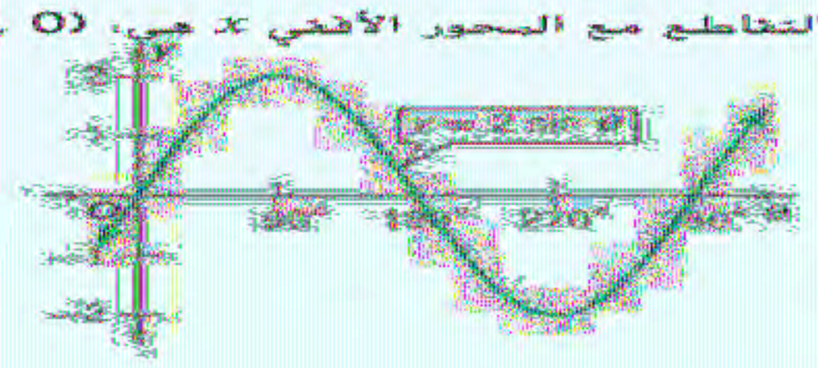
a. $y = 2 \sin \theta$

أوجد السعة والفترة ونقاط التقاطع مع المحور الأفقي عند $a = 2$ و $b = 1$.

السعة: $|a| = |2| = 2$ — التمثيل البياني ممدد رأسيًا. ولذا فالقيمة العظمى هي 2 والقيمة الصغرى هي -2.

الفترة: $\frac{360°}{|b|} = \frac{360°}{|1|} = 360°$ — دورة واحدة لها طول يساوي $360°$.

نقاط التقاطع مع المحور الأفقي عند x هي، $(0, 0)$



b. $y = \cos 4\theta$



السعة: $|a| = |1| = 1$

الفترة: $\frac{360°}{|b|} = \frac{360°}{|4|} = 90°$

نقاط التقاطع مع المحور الأفقي عند x:

$(0, 0)$، $(90, 0)$، $(180, 0)$، $(270, 0)$، $(360, 0)$

2A. $y = 3 \cos 6\theta$ **2B. $y = \frac{1}{2} \sin 2\theta$** انظر الهامش. 2B, 2A

دوال المثلثية في تمثيل الحركة الدورية بالحياة اليومية، مثل الموجات الكهرومغناطيسية أو الموجات
ة. وغالبًا ما توصف هذه الموجات باستخدام التردد. والتردد هو عدد الدورات في وحدة زمنية محددة.

لتمثيل البياني للدالة هو المعكوس الضربي لفترة هذه الدالة.
كانت فترة الدالة تساوي $\frac{1}{100}$ من الثانية، فإن التردد يساوي 100 دورة في الثانية.

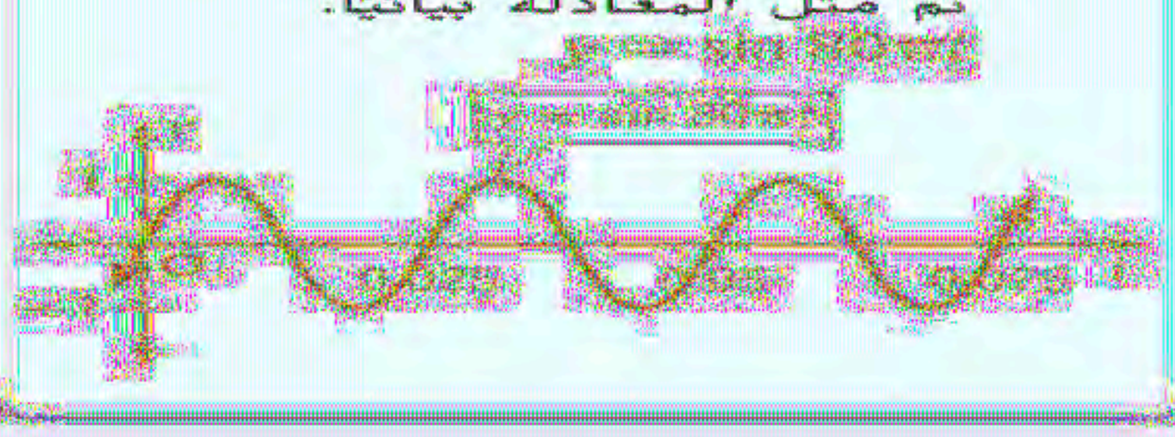
وال المثلثية

ي/المكاني اطلب من الطلاب العمل في مجموعات لصنع ملصقات
دوال المثلثية الست. شجّع الطلاب على تلوين الميزات الأساسية
المرقزة، بما فيها الفترة والسعة والخطوط المقاربة وهكذا.

3 الصوت يمكن للبشر سماع الأصوات من فئة التردد 40 Hz.

a. أوجد فترة الدالة التي تمثل الموجات الصوتية. أو 0.025 ثانية

b. افترض أن السعة تساوي وحدة واحدة. اكتب معادلة sine لتمثيل موجة الصوت y على هيئة دالة للزمن t. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.



التركيز على محتوى الرياضيات

السعة والفترة التمثيلات البيانية لدوال sine و cosine لها سعة. أما التمثيلات البيانية للدوال المثلثية الأخرى فليست لها سعة، بسبب عدم وجود قيم صغرى أو عظمى. والفترة هي المسافة على امتداد المحور الأفقي اللازمة للتمثيل البياني ليكمل دورة واحدة. ويمكن تحديد الفترة بسهولة من التمثيل البياني.

إرشاد للمعلمين الجدد

التمثيل بيانيًا قد ترغب في جعل الطلاب يرسمون تمثيلاتهم البيانية الخاصة بهم لدوال sine و cosine وظل الزاوية. ويمكن أن يحتوي هذا التعقيب الفوري على فائدة من حيث مساعدة الطلاب في اكتساب المهارات اللازمة لتمثيل الدوال المثلثية بيانيًا، لا سيما وأنها أكثر تعقيدًا من معظم التمثيلات البيانية التي نفذها الطلاب حتى هذه المرحلة.

...سم الصوت دون السمعي. تستطيع ...تصل إلى 5 هرتز (Hz)، أو 5 دورات

...رة واحدة.

...يل الموجات الصوتية y على هيئة دالة



...إلى 20 هرتز.

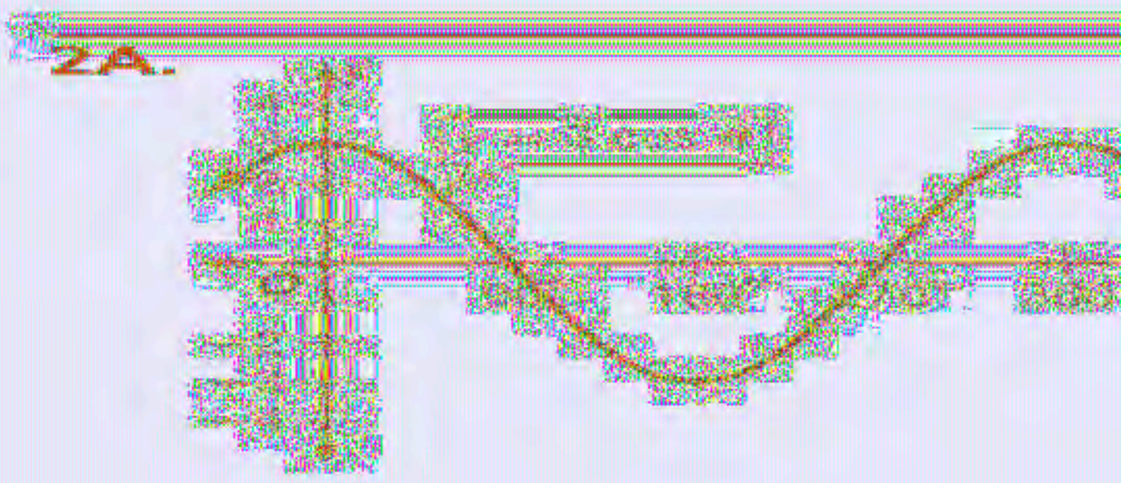
...ل لتمثيل الموجات الصوتية. ثم مثل

إجابات الوحدة 11

...يا البيانية خطوط مقاربة.



...سعة وخطوط المقاربة هي مضاعفات



دالة الظل Tangent



مثال 1 أوجد فترة $y = \tan 2\theta$ ثم مثل الدالة بيانيا.

الفترة: $\frac{180°}{|b|} = \frac{180°}{|2|} = 90°$

الخطوط المقاربة: $\theta = \frac{180°n}{2b} = \frac{180°n}{2(2)}$

رسم خطوط المقاربة عند $\theta = -45°$ أو $45°$، $\theta = 45°$ أو $135°$، وهكذا.

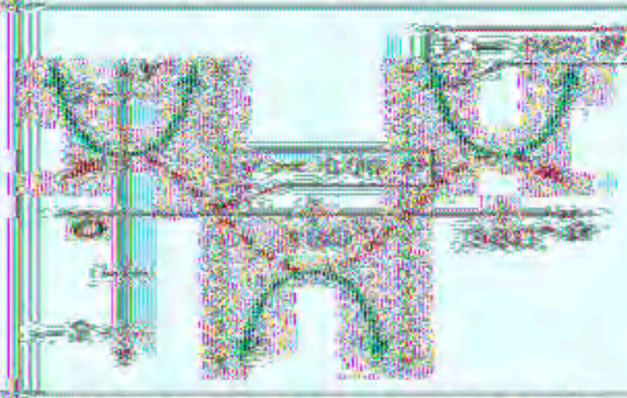
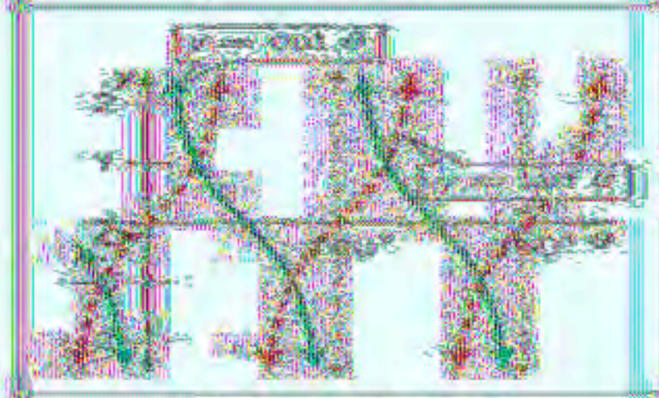
استخدم $y = \tan \theta$ ولكن ارسم دورة واحدة كل $90°$.

تحقق من فهمك

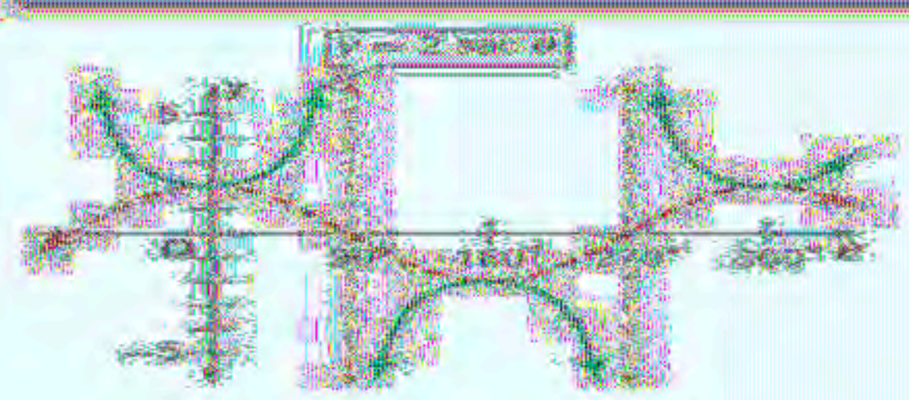
أوجد فترة $y = \tan \frac{\theta}{2}$ ثم مثل الدالة بيانيا. انظر الهامش.

تمثيلات البيانية للدوال المثلثية الأخرى ترتبط التمثيلات البيانية لدوال Tangent و secant و cotangent بالتمثيلات البيانية لدوال sine و cosine وظل الزاوية.

دوال Cosecant و Secant و Cotangent

الدالة الأصلية	$y = \csc \theta$	$y = \sec \theta$	$y = \cot \theta$
التمثيل البياني			
المجال	$\{\theta \mid \theta \neq 180n\}$ n عدد صحيح	$\{\theta \mid \theta \neq 90 + 180n\}$ n عدد صحيح	$\{\theta \mid \theta \neq 180n\}$ n عدد صحيح
المدى	$\{y > 1 \text{ أو } y < -1\}$	$\{y > 1 \text{ أو } y < -1\}$	{جميع الأعداد الحقيقية}
التقعر	غير معرفة	غير معرفة	غير معرفة
الدورة	360°	360°	180°

مثال 2 أوجد الفترة θ ثم مثل الدالة بيانيا.



بما أن $\sec \theta$ معكوس ضربي لـ $\cos \theta$، فالتمثيلات البيانية لها الفترة نفسها، 360°. وتحدث خطوط المقاربة الرأسية عند النقاط التي يكون فيها $\cos \theta = 0$، إذا: $\theta = 90°$ و $\theta = 270°$. ارسم خطوط المقاربة عندما تكون θ.

ارسم $y = 2 \cos \theta$ واستخدمها لتمثيل $y = 2 \sec \theta$ بيانيا.

تحقق من فهمك

أوجد فترة $y = \csc 2\theta$ ثم مثل الدالة بيانيا. انظر الهامش.



3 التمرين

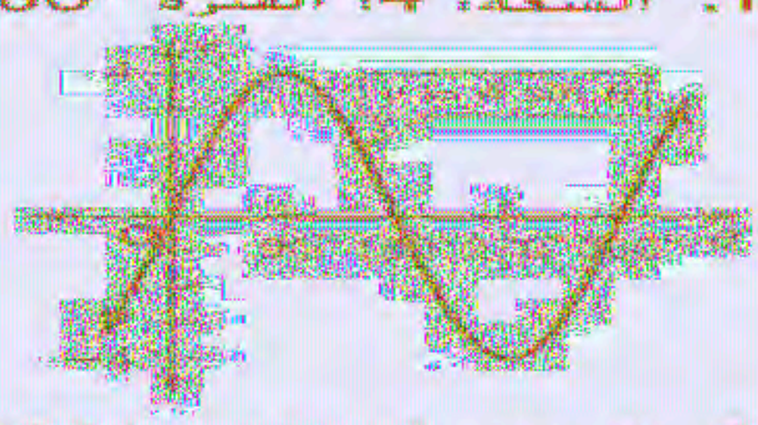
التقويم التكويني

استخدم التمارين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

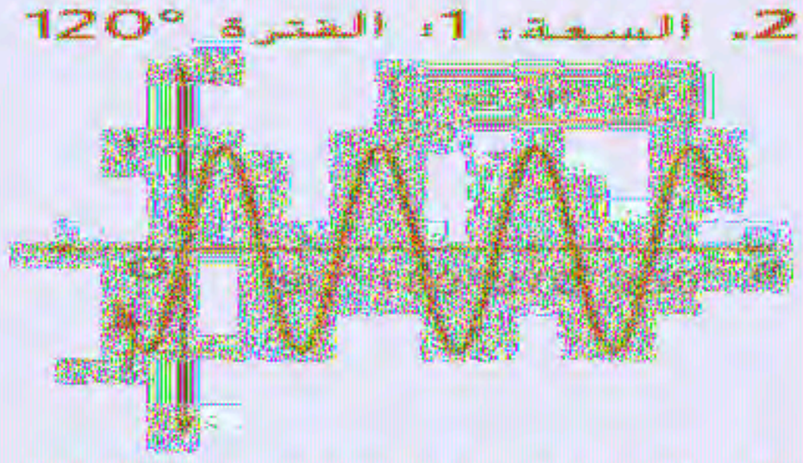
استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

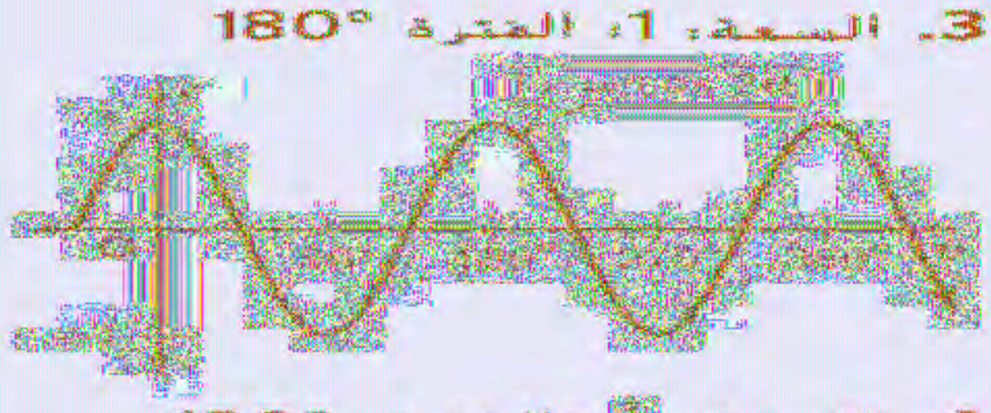
1. السعة: 4؛ الفترة 360°



2. السعة: 1؛ الفترة 120°



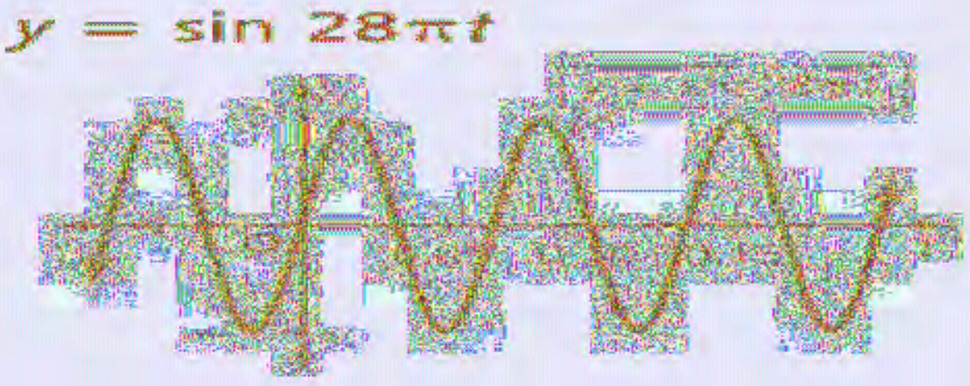
3. السعة: 1؛ الفترة 180°



4. السعة: 1؛ الفترة 120°



5b. $y = \sin 28\pi t$



محطة لرصد الزلازل موجة زلزال ترددها 0.5 هرتز وسعتها 1 متر. **b. انظر الهامش.**

تتضمن sine لتمثيل ارتفاع الموجة h في صورة دالة للزمن t. افرض أن نقطة توازن الموجة. $h = \sin \pi t$
المنتصف بين أعلى نقطة وأسفل نقطة.

يا. ثم حدد ارتفاع الموجة بعد مرور 20.5 ثانية.



علق في زنبرك كما هو موضح على اليسار. وهو
معادلة $y = 20 \cos \pi t$. حيث تكون y هي
السنتيمترات من موضع نقطة التوازن في الزمن t.

جسم بإيجاد ما يلي. السعة مقاسة بالسنتيمترات.
بعدد الاهتزازات في الثانية الواحدة.
د بالثواني.

30a. السعة: 20 cm؛ التردد: 0.5 اهتزازة في الثانية؛ الفترة: ثانيتان

حوالي 14.1 cm

التي يقطعها الجسم من نقطة توازنه عندما تكون ثانية.

تمثل سرعة

ن t. أوجد السرعة عندما تكون ثوان. **تقريبًا 44.4 cm/s—**

البيانو بتردد 130 هرتز.

باستخدام cosine ومثلها بيانيًا لتمثيل اهتزاز الوتر y في صورة دالة
ض أن السعة تساوي وحدة واحدة.

د الاهتزاز قد تضاعف. فهل تظل السعة والفترة كما هي أم تزيد أم تقل؟ اشرح.

ت، والفترة لكل دالة. ثم مثل الدالة بيانيًا.

31b. ستبقى السعة كما هي وتتناقص الفترة لأنها المعكوس الضربي للتردد.

32. $y = 3 \sin \frac{1}{3}\theta$

33. $y = \frac{1}{2} \cos \frac{1}{2}\theta$

34. $y = 4 \tan \frac{1}{4}\theta$

35. $y = 5 \csc 5\theta$

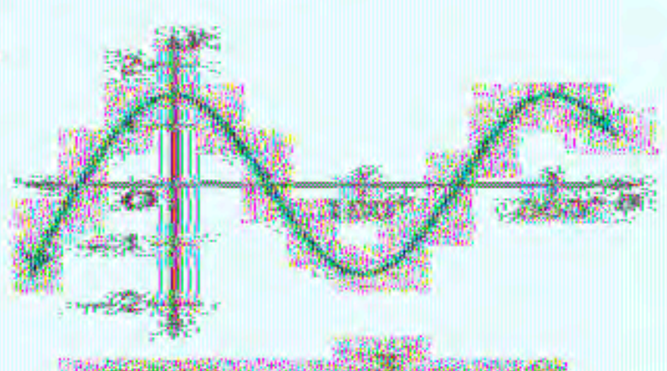
36. $y = 6 \sec 6\theta$

37. $y = 2 \cot 6\theta$

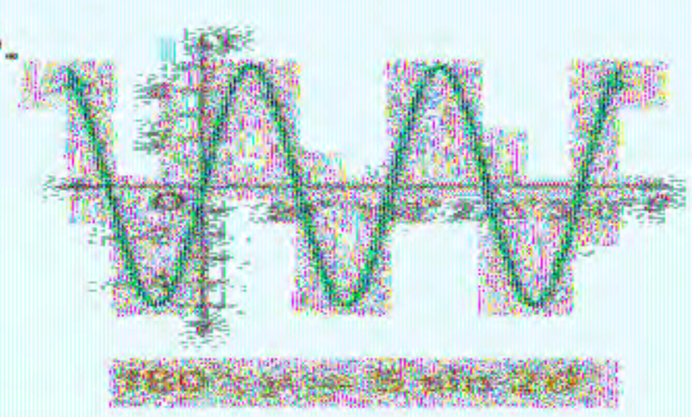
ملحق 11.

ياني واكتب معادلة كل دالة.

38.



39.



40.



استخدام مجالات التحدي العليا

ل ومدى $y = a \cos \theta$ و $y = a \sec \theta$. حيث a هي أي عدد حقيقي موجب.

ين التمثيلات البيانية لـ θ و $y =$

ة الإجابة اكتب دالة مثلثية لها سعة 3 وفترة 180°. ثم مثل الدالة بيانيًا. انظر الهامش.

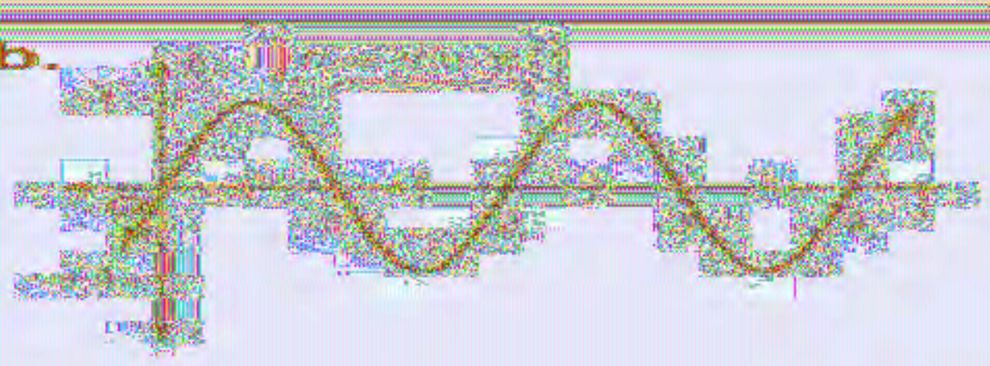
الرياضيات كيف يمكنك استخدام خواص دالة مثلثية من أجل رسم تمثيلها البياني؟

ابات الوحدة 11.

وال المتلثية

إجابة إضافية

29b.

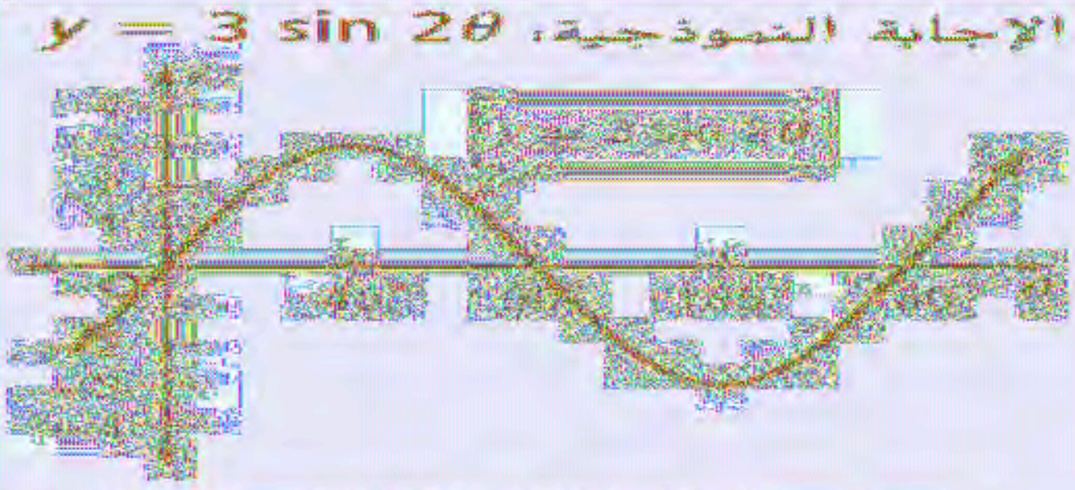


بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب

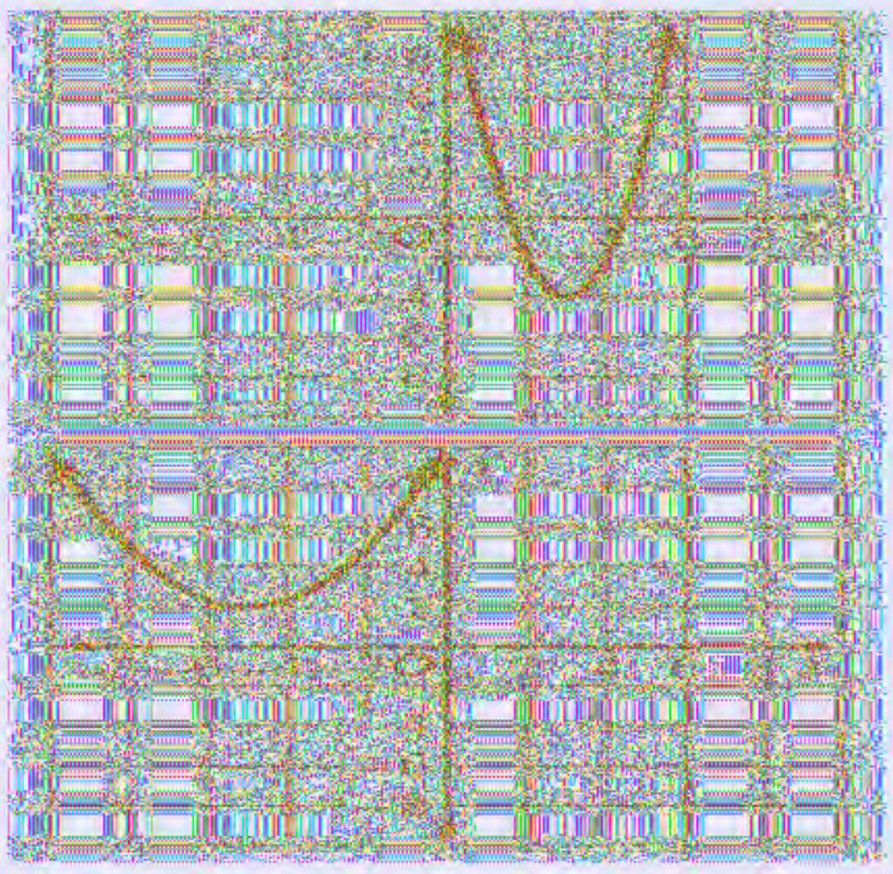
أطلب من الطلاب كتابة دالة بالصيغة $y = a \sin b\theta$ أو $y = a \cos b\theta$. ثم اطلب منهم ذكر السعة والفترة للتمثيل البياني.

إجابات إضافية

43. الإجابة النموذجية: $y = 3 \sin 2\theta$



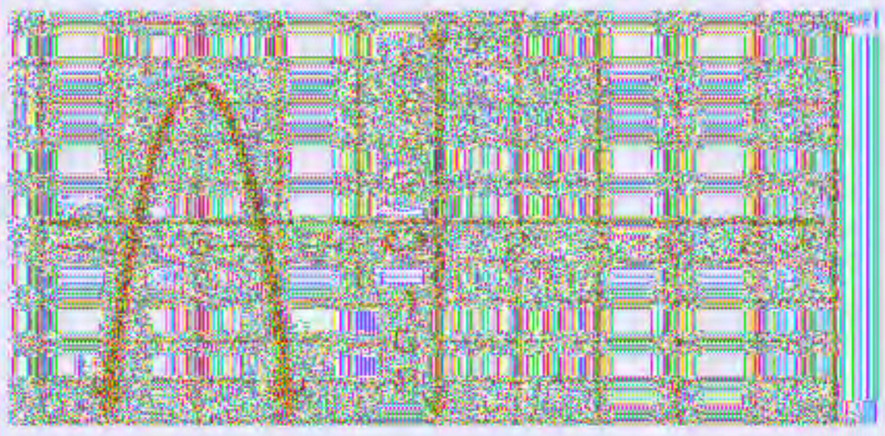
61.



62.



63.



مدينتك 312,430 منذ عشرة
الحالي هو 418,270. فما
أعوام ماضية؟ G

F 25% G 34% H

$h + 4 = b$ —. فإن

A $h^2 + 4$
B $b^2 - 6b + 3$
C $b^2 - 18b + 81$

49. $\cos 12\theta = \sin 30\theta$ أثبت

مرين 5-11)

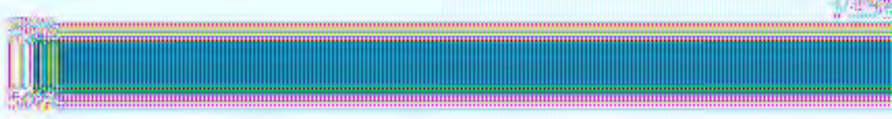
52.



سابقة إلى حسابها بمقدار 3% من

سابها بنهاية عدد n من الأعوام.





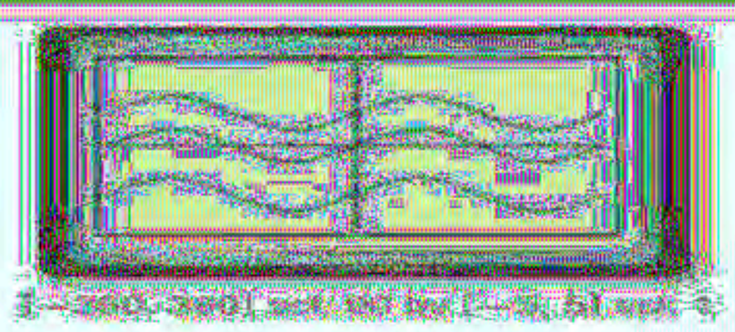
$y = \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ و $y = \sin$

رحها من θ تحدد مسافة إزاحة

الاستكشاف تحويلات

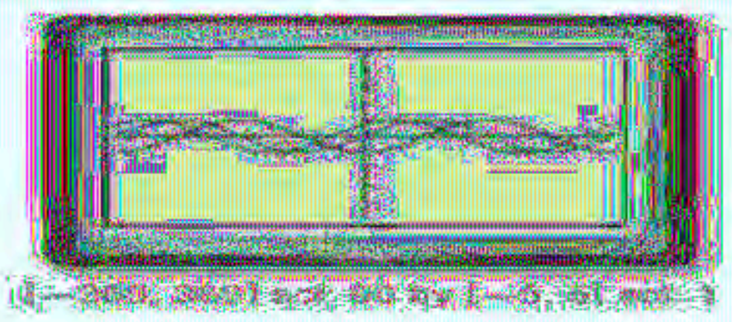
ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

= y و 3 — sin θ = y على المستوى الإحداثي
ف بين التمثيلات البيانية.
الموضحة على اليسار.
.Y3 = sin θ — 3 ، Y2 = si



كن بمواضع رأسية مختلفة.

= y



y = sin و y = sin (θ — 90°) على
وجه تشابه أو اختلاف بين التمثيلات البيانية.
.Y3 = sin (θ — 90) ، Y2 = sin
ا من النقاط 1.

كن بمواضع أفقية مختلفة.

2. الإجابة النموذجية: يؤدي إضافة ثابت لدالة مثلثية إلى إزاحة التمثيل البياني للدالة رأسيًا.

tang الزاوية.

ن 1 و 2 ومداما؟ انظر ملحق إجابات الوحدة 11.

الإجابة النموذجية: يؤدي إضافة ثابت إلى θ إلى إزاحة التمثيل البياني للدالة أفقيًا.

المثلثية؟

دقة بين كل زوجين من التمثيلات البيانية.

4. $y = \sin \theta + 4$
$y = \sin (2\theta) + 4$

5. $y = \cos \left(\frac{1}{2}\theta\right)$
$y = \cos \frac{1}{2}(\theta + 45°)$

6. $y = 2 \sin \theta$
$y = 2 \sin \theta - 1$

7. $y = \cos \theta - 3$
$y = \cos (\theta - 90°) - 3$

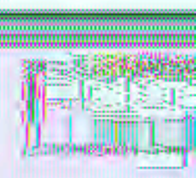
دة 11.

tangent و cosin الزاوية بعد التغيرات
ي h. والوضع الرأسي k. $y = a \sin (b\theta - h) + k$

التمثيل البياني: التمثيلات البيانية المثلثية

من العملي إلى النظري

اطلب من الطلاب ذكر كيف أن قيمة n تؤثر في التمثيلين البيانيين لكل من $y = \sin \theta + n$ و$y = \sin(\theta + n)$ إذا كانت n تساوي عددًا صحيحًا موجبًا. التمثيل البياني لـ $y = \sin \theta + n$ هو بمقدار n من الوحدات فوق $y = \sin \theta$؛ والتمثيل البياني لـ $y = \sin(\theta + n)$ هو بمقدار n من الوحدات إلى يسار $y = \sin \theta$.



ذا كان يوسع
، دالة مثلثية

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 8-11 إزاحة الدوال الأساسية.

الدرس 8-11 تمثيل الإزاحات الأفقية للتمثيلات البيانية المثلثية وإيجاد إزاحات الطور. التمثيل البياني للإزاحات الرأسية للتمثيلات البيانية المثلثية.

بعد الدرس 8-11 استخدام حساب المثلثات في مجموعة متنوعة من التطبيقات والمسائل الكلامية.

2 التدريس

الأسئلة الدافعة

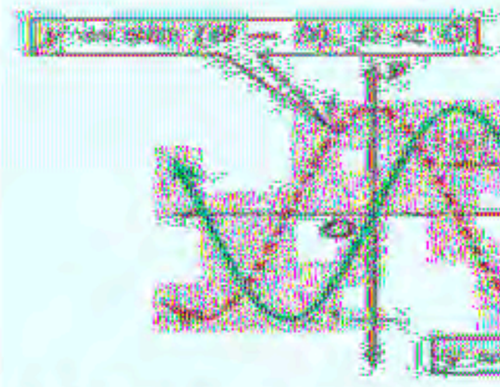
اطلب من الطلاب قراءة القسم "لماذا؟" الوارد في هذا الدرس.

اطرح السؤال التالي:

- قارن بين موجتي المد والجزر من حيث الفترات والسعات.
للموجتين الفترة والسعة ذاتهما.
- ما الذي يمثله المحور الأفقي؟ المحور الأفقي يمثل الزمن مقدرًا بالثواني.
- ما الذي يمثله المحور الرأسي؟ المحور الرأسي يعرض الارتفاع فوق قاع الخليج، مقيسًا بالسنتيمترات.
- بحسب الرسم التخطيطي، هل أعلى مستوى في تيار الجزر أكبر من أقل مستوى في تيار المد؟ لا

من مكان إلى آخر على المستوى
س إزاحة الطور

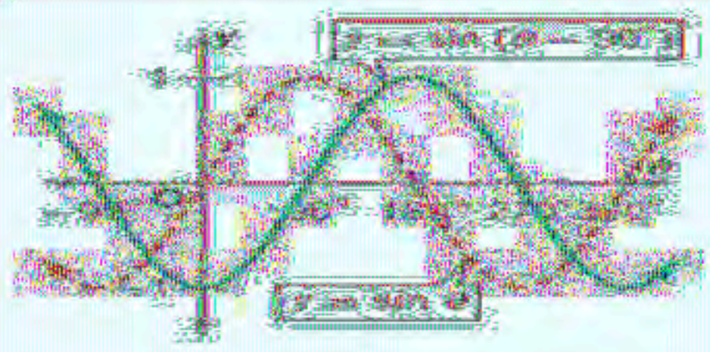
$y = a \cos b$



$h < 0$، فإن الإزاحة تكون $|h|$
إلى اليسار.

$y = co$
$y = ta$

باستخدام الدوائر نفسها.

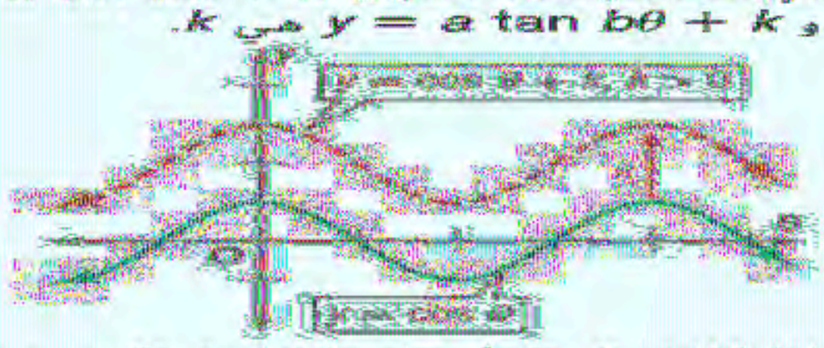


ثم مثل الدالة بيانيًا.
ساعد على التمثيل البياني.

إزاحة الرأسية تذكر أن التمثيل البياني للدالة $y = x^2 + 5$ هو التمثيل البياني للدالة الأصلية $y = x^2$ مزاحا 5 وحدات لأعلى. وبالمثل، يمكن إزاحة التمثيلات البيانية للدوال المثلثية رأسيا باستخدام

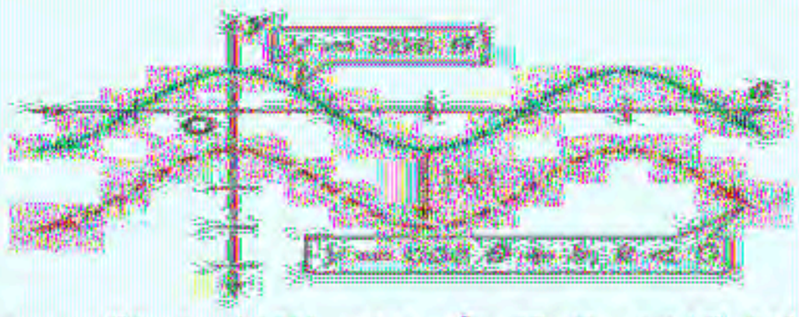
الإزاحة الرأسية

الإزاحة الرأسية للدوال $y = a \sin b\theta + k$، $y = a \cos b\theta + k$ و $y = a \tan b\theta + k$ هي k.



إذا كانت $k > 0$، فإن الإزاحة تكون عدد k من الوحدات لأعلى.

الإزاحة الرأسية تكون 4 وحدات لأعلى.



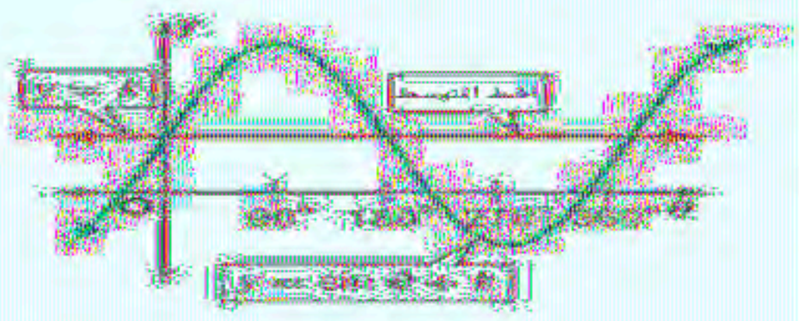
إذا كانت $k < 0$، فإن الإزاحة تكون عدد $|k|$ من الوحدات لأسفل.

$y = \sin \theta + 4$

$y = \tan \theta - 3$

الإزاحة الرأسية تكون 3 وحدات لأسفل.

يمكن تمثيل secant، cotangent، cosecant بيانيا باستخدام الخواص نفسها.



الإزاحة دالة مثلثية رأسيا عدد k من الوحدات. المستقيم $y = k$ المحور الأفقي الجديد الذي التمثيل البياني حوله. ويسمى هذا المستقيم **المتوسط**. ويمكن استخدامه للمساعدة م الإزاحة الرأسية.

التمثيل البياني للإزاحات الرأسية

ذكر السعة والفترة والإزاحة الرأسية ومعادلة الخط المتوسط للدالة $y = \frac{1}{2} \cos \theta - 2$ مثل الدالة بيانيا.



سعة، $|a| = \frac{1}{2}$

فترة، $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi$

زاحة الرأسية، $k = -2$

خط المتوسط، $y = -2$

ثيل $y = \frac{1}{2} \cos \theta - 2$ بيانيا، ارسم أولاً خط المتوسط. ثم استخدمه في تمثيل $y = \frac{1}{2} \cos \theta$ يا بعد إزاحة وحدتين لأسفل.

Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Prentice Hall. All rights reserved.

دون مرجعك

اذكر السعة والفترة والإزاحة الرأسية ومعادلة الخط المتوسط للدالة $y = \tan \theta + 3$. ثم مثل الدالة بيانيا. **انظر الهامش.**

ياضية للدوال المثلثية

وبة في إزاحات التمثيلات البيانية المثلثية.

ستخدام شريط لاصق ضعه على أرضية الصف الدراسي. أعط من حبل واطلب منهم الوقوف على امتداد المحور الأفقي x، بحيث ل البياني لـ $y = \sin x$. وعندما تذكر معادلات الدوال ذات التمثيلات أطوار أفقية للتمثيل البياني لـ $y = \sin x$، يمكن للطلاب أن يتحركوا و إلى اليمين بما يعبر عن التمثيل البياني المزاح. وبالطريقة ذاتها، اذكر ية التي بها إزاحات رأسية للتمثيل البياني $y = \sin x$.

المتضمنة إزاحات طور وإزاحات رأسية.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

الموجة الجيبية sine عالميًا في الفيزياء ومعالجة الإشارات والموسيقى والهندسة الكهربية والعديد من
ت الأخرى.

تمثيل الدوال المثلثية — مثال 4 من الحياة اليومية

ام السباحة يتذبذب ارتفاع الماء في حمام السباحة بين قيمة عظمى قدرها 13 مترًا وقيمة صغرى
رها 5 أمتار. ويضخ مولد الموجات 6 موجات في الدقيقة. اكتب دالة sine التي تمثل
فاع الماء في الزمن t ثانية. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

الخطوة 1 اكتب معادلة للخط المتوسط. وحدد الإزاحة الرأسية.

يقع خط التوسط في المنتصف بين القيمتين العظمى والصغرى.

$$y = \frac{13 + 5}{2} = 9$$

بما أن الخط المتوسط هو $y = 9$، فإن الإزاحة الرأسية تساوي $k = 9$.

الخطوة 2 أوجد السعة.

أوجد الفرق بين قيمة الخط المتوسط والقيمة العظمى.

$$|a| = |13 - 9| = 4$$

إذن $a = 4$.

الخطوة 3 أوجد الفترة.

بما أنه يتم توليد 6 موجات في الدقيقة، فهناك موجة واحدة كل 10 ثوانٍ. إذن،
الفترة هي 10 ثوانٍ.

$$\text{الفترة} = \frac{2\pi}{|b|} \qquad 10 = \frac{2\pi}{|b|}$$

أوجد الحل لـ $|b|$.

$$|b| = \frac{2\pi}{10}$$

بتبسيط.

$$b = \pm\frac{\pi}{5}$$

الخطوة 4 اكتب معادلة للدالة.

اكتب معادلة sine التي تربط بين الارتفاع h والزمن t.

$$h = a \sin b(t - h) + k$$

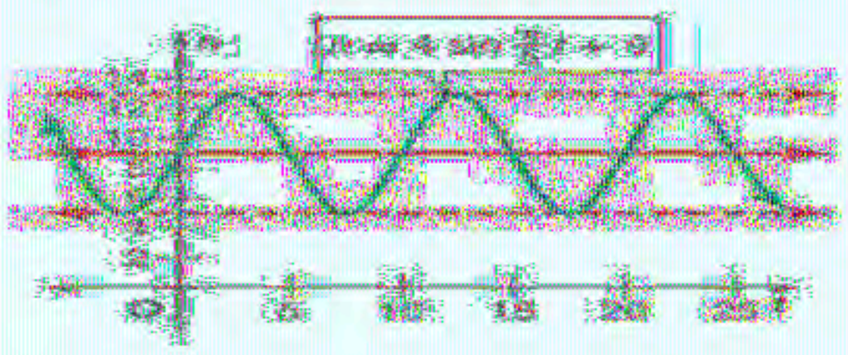
بالتعويض: $a = 4$، $b = \frac{\pi}{5}$، $h = 0$، $k = 9$

$$= 4 \sin \frac{\pi}{5}(t - 0) + 9$$

بتبسيط.

$$= 4 \sin \frac{\pi}{5}t + 9$$

ثم مثّل الدالة بيانيًا.



تحقق من فهمك

تمثيل أمواج اصطناعية يتردد ارتفاع الماء في مسبح أمواج اصطناعية بين 14 مترًا كحد أقصى و
6 أمتار كحد أدنى. تضخ ماكينة توليد الأمواج 5 موجات في الدقيقة. اكتب دالة cosine التي تمثل
ارتفاع الماء في زمن t ثانية. ثم مثّل الدالة بيانيًا. **انظر الهامش.**



3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمارين 1–13 للتحقق من استيعاب الطلاب.

استخدم المخطط أسفل هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

إجابات إضافية

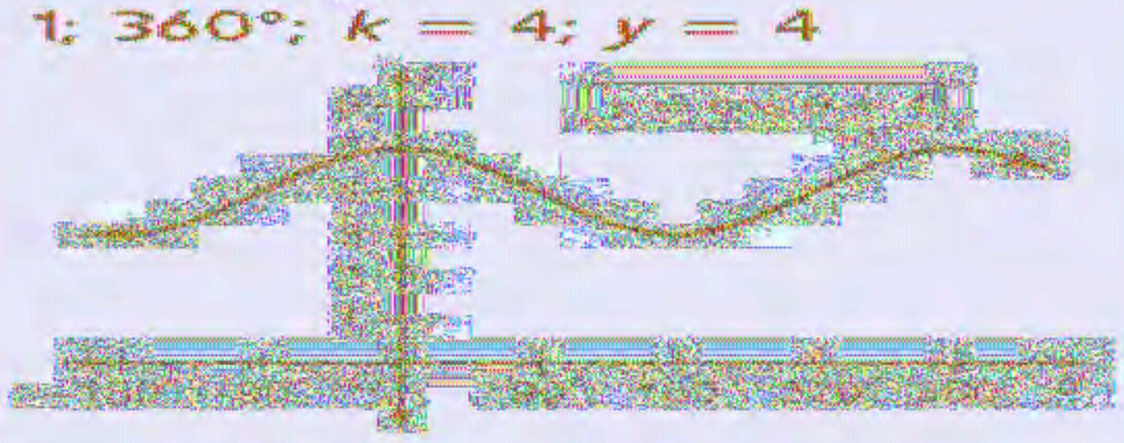
3. 1; 2π; $h = \frac{\pi}{2}$



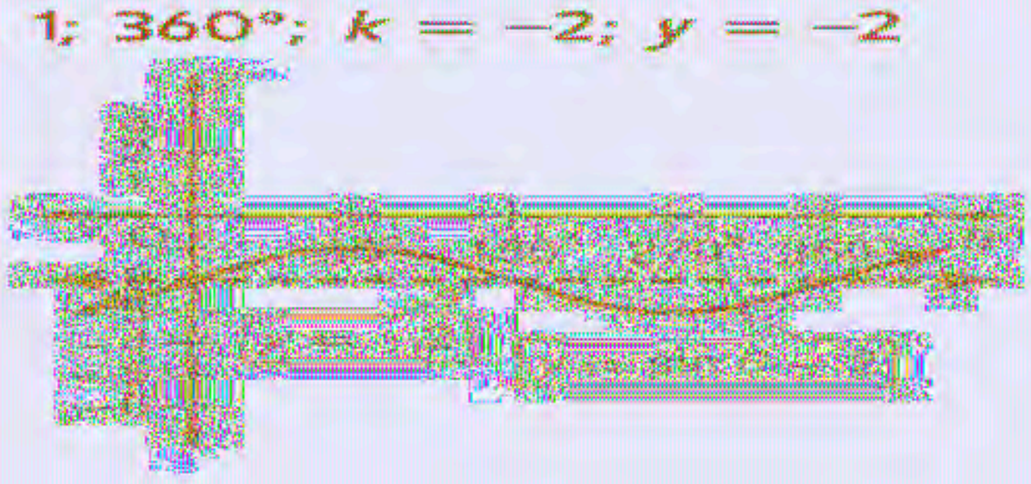
4. $\frac{1}{2}$; 360°; $h = -90°$



5. 1; 360°; $k = 4$; $y = 4$



6. 1; 360°; $k = -2$; $y = -2$



ـمش.

1. $y = \sin(\theta - 180°)$
3. $y = \sin(\theta - \frac{\pi}{2})$

انيا. 5–8. انظر الهامش.

5. $y = \cos\theta + 4$
7. $y = \frac{1}{2}\tan\theta + 1$

الة بيانيا.

9. $y = 2\sin(\theta + 45°) + 1$
11. $y = \frac{1}{4}\tan 2(\theta + 30°) + 3$

ن قيمة عظمى قدرها 130
د. اكتب معادلة sine التي

ات الوحدة 11.

حق إجابات الوحدة 11.

14. $y = \cos(\theta + 180°)$
16. $y = \sin(\theta + \pi)$
18. $y = \tan\frac{1}{2}(\theta + 30°)$

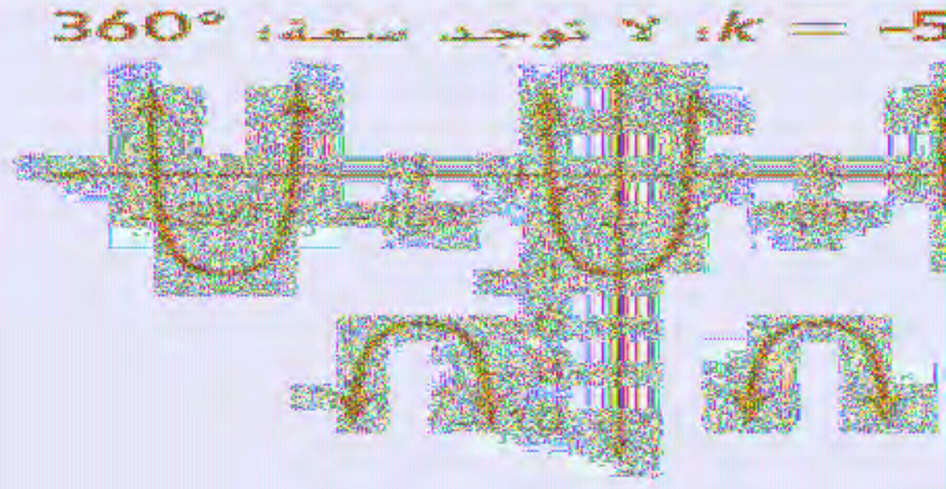
اني.

20. $y = \cos\theta + 3$
22. $y = \tan\theta + \frac{1}{2}$
24. $y = 2\sin\theta - 4$

26. $y = 4\sin(\theta - 60°) - 1$
28. $y = \tan(\theta + 30°) - 2$
30. $y = \frac{1}{2}\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) + 4$
32. $y = 3 + 5\sin 2(\theta - \pi)$

مترا في تمام
3:0 صباحا.
يه الماء في

$k = -5$؛ لا توجد سعة؛ 360°



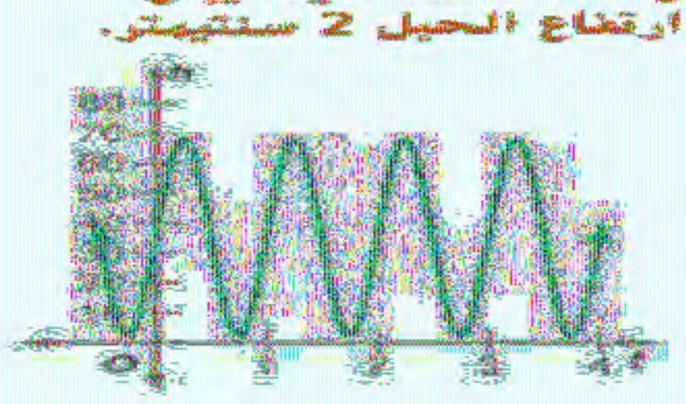
تحدد مساحة السباحة في إحدى البحيرات تتزحلق كلما مر بها قارب سريع. ومساهتها
من قاع البحيرة ممثلة بالمعادلة
$d = 1.8$. حيث إن t هي الوقت مقاس بالثواني. مثل الدالة بيانيا. صف
ل مسافة للعوامة من قاع البحيرة عندما يمر بها القارب. **انظر الهامش.**

افترض أن الأرجوحة الدوارة لها قطر قياسه 520 مترا تقريبًا وتصنع دورة كاملة خلال
أن العربة السفلية في الأرجوحة تبعد مسافة 5 أمتار من الأرض. افترض أن الارتفاع أعلى
ل الارتفاع عندما يكون الزمن 0. اكتب معادلة لارتفاع العربة h في صورة دالة للزمن t
دالة بيانيا. **انظر الهامش.**

حة.

ات إلى اليمين و 3 وحدات لأعلى $y = \sin(x - 4) + 3$
دات إلى اليسار ووحدتين لأسفل $y = \cos(x + 5) - 2$
الوحدات إلى اليمين و 2.5 وحدة لأعلى $y = \tan(x - \pi) + 2.5$

يل البياني الموضح على اليسار يقرب ارتفاع حبل القفز h مقاسًا
صورة دالة للزمن t مقاسًا بالثواني. أعلى نقطة على التمثيل
(1.25, 40a. عند 1.25 ثانية، يبلغ ارتفاع الحبل 68 سنتيمترًا.
وأسفل نقطة هي (2.75, 2). وعند 2.75 ثانية، يبلغ ارتفاع الحبل 2 سنتيمتر.
أقصى نقطة وأسفل نقطة في سياق الموقف.



خط المتوسط والسعة والفترة للدالة؟ $y = 35;\ 33,\ 1$
للدالة. $h = 33 \sin 2\pi t + 35$

حصان في لعبة الدوارات يعلو ويهبط 3 مرات كلما أتمت لعبة الدوارات
صى ارتفاع يصل إليه الحصان هو 55 سم. وأقل ارتفاع هو 37 سم.
ارات مرة كل 21 ثانية. افترض أن الحصان يبدأ ويتوقف عند ارتفاعه
a. $h = 9 \sin \frac{2\pi}{7} t +$
ة لتمثيل ارتفاع الحصان h في صورة دالة للزمن t ثانية.
بيانيا. **انظر الهامش.**

يل البياني لتقدير ارتفاع الحصان بعد 8 ثوان. ثم استخدم الحاسبة لإيجاد الارتفاع مقربًا
من عشرة. **الإجابة النموذجية: 53.0 cm ;8 s**

شهر واحد، تتراوح درجة الحرارة في الخارج بين 40°C و 50°C. بتقريب منحنى cosine
ي درجة الحرارة، مع ارتفاع يصل إلى 50°C يتحقق كل أربعة أيام.
الفترة والخط المتوسط في الدالة التي تقرب درجة الحرارة y في اليوم d. $5;\ 4;\ y = 45$
cosin لتقدير درجة الحرارة y في اليوم d. $y = 5 \cos \frac{\pi}{2} d + 45$
بيانيا للدالة. **انظر الهامش.**
جة الحرارة في اليوم السابع من الشهر 45°C تقريبًا

يمثل قيمة عظمى لكل تمثيل بياني.

43. $y = -2 \cos(x - \frac{\pi}{2})$ $(\frac{3\pi}{2}, 2)$
44. $y = 4 \sin(x + \frac{\pi}{3})$ $(\frac{\pi}{6}, 4)$
45. $y = 3 \tan(x + \frac{\pi}{2}) + 2$ **لا توجد قيمة عظمى**
46. $y = -3 \sin(x - \frac{\pi}{4}) - 4$ $(\frac{7\pi}{4}, -1$

Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Prentice Hall

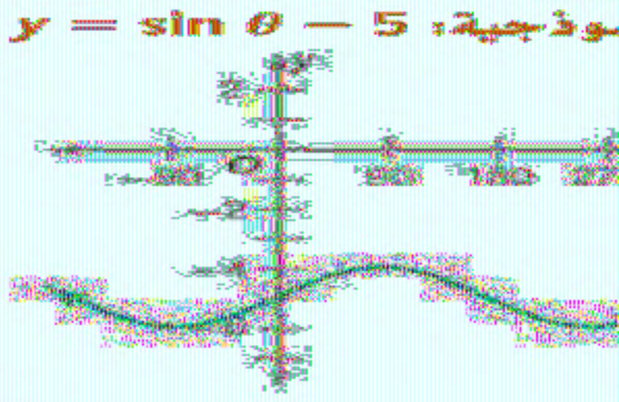
ياضية للدوال المثلثية

جيب	خيار اليومين
15–39, فردي 65–68	16–38, زوجي 61–64, 69–85
15–39, 65–68	40–59, 61–64, 69–85
15–39, فردي	
40–79, (	

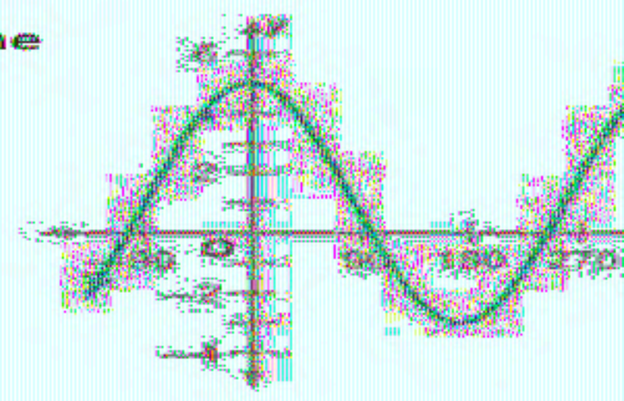
ض على المحور الأفقي x.
طايتة.
قة.

دة.
وذجية: $y = \sin \theta - 5$

50. sine



52. cosine

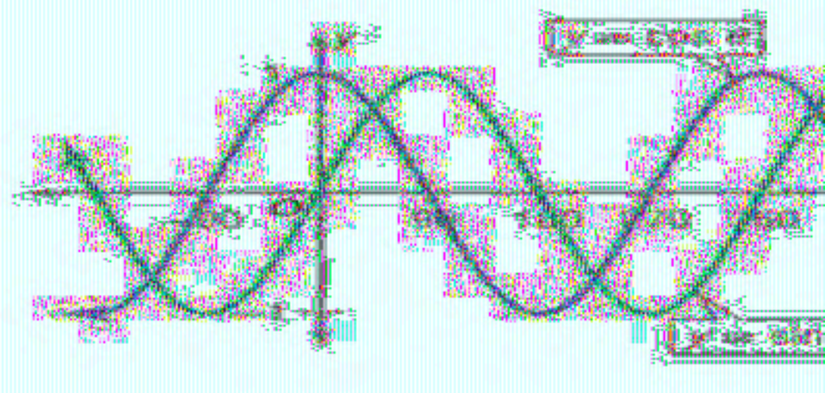


54. $y = \csc(\theta + \pi)$

56. $y = \cot\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - 2$

58. $y = 2 \sec \frac{1}{2}(\theta - 90°)$

داكة. أم غير ممكن أيًا



التعبير $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^4$ يساوي

A $a^4 - b^4$
B $a^4 - 4ab + b^4$
C $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2$
D $a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2$

67. أوجد حل $\sqrt{x-3}+\sqrt{x+2}=5$

F 7
G 13
H لا يوجد حل
J 22

68. **الهندسة** باستخدام الأشكال الموضحة أدناه، ما متوسط a و b و c و d و f؟

A 21 B 45 C 56 D 84

اختيار على 100 طالب: المجتمع الإحصائي: جميع الطلاب الذين يعملون في وظائف بدوام جزئي

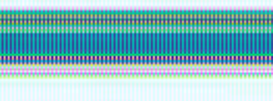
مثل الدالة بيانيًا. (الدرس 3-11) **69–71. انظر الهامش.**

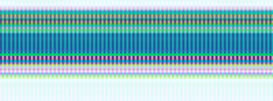
69. $y = 2\cos\theta$

70. $y = 3\sin\theta$

71. $y =$

(الدرس 2-11)

72. 

73. 

74.

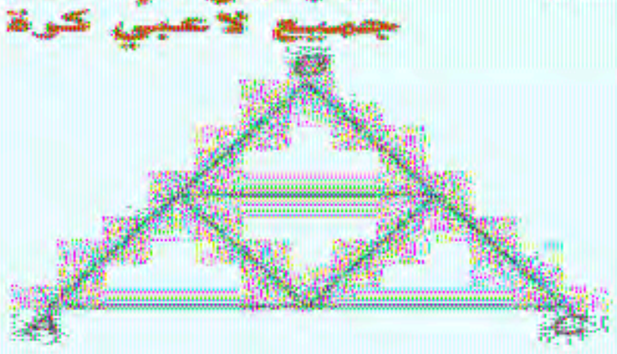
ع رأي أو تجربة أو دراسة وصفية. ثم حدد العينة، واقترح مجتمعًا إحصائيًا يتم الاختيار منه.

ارسون الرياضة لمدة ساعة في اليوم: المجتمع الإحصائي: جميع البالغين

75. **استطلاع رأي:**
العينة: اللاعبون الذين تسلموا الاستبيان.
المجتمع الإحصائي: جميع لاعبي كرة القدم

بالغا بطريقة عشوائية إلى مجموعتين. مجموعة تمارس التمارين لمدة ساعة
مقارنة مؤشرات كتلة الجسم حينئذ.

به بشكل عشوائي وقدم لهم استبيانًا يسألهم فيه عن عاداتهم اليومية في النوم.
واتي يعملون في وظائف بدوام جزئي وقارن درجاتهم.



AB محيطه 39 سم. إذا كانت نقاط المنتصف
ث متساوي الأضلاع أصغر. افرض أن عملية اتصال
مثلثات جديدة مستمرة بلا انقطاع.

مجموع محيطات جميع المثلثات.
$39 + 19.5 + 9.75 + \ldots$
مثلثات.

78 cm

لدفع غرامة عن كل يوم تأخر فيه عن إكمال الجسر. وسوف تكون
عن اليوم الأول ثم تزيد بمقدار AED 1000 كل يوم. وبحسب الميزانية،
أكثر من AED 60000 إجمالاً. فما أقصى عدد من الأيام يمكنها أن تتأخره؟

8 أيام

رجة.

80. $\sin\theta =$ 61°

81. $\tan\theta = \frac{9}{10}$ 42°

82. co

83. $\cos\theta =$  37°

84. $\sin\theta = \frac{5}{6}$ 56°

85. tan

ياضية للدوال المثلثية

إزاحة رأسية وسعة وفترة وإزاحة طور وأن يكتبوا دالة بحسب هذه

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 9-11 تمثيل الدوال المثلثية بيانيًا.

الدرس 9-11 إيجاد قيم الدوال المثلثية المعكوسة. إيجاد حل المعادلات باستخدام الدوال المثلثية العكسية.

بعد الدرس 9-11 تحديد الدوال المثلثية العكسية وتمثيلها بيانيًا.

2 التدريس

الأسئلة الداعمة

اطلب من الطلاب قراءة القسم الموارد في هذا الدرس.

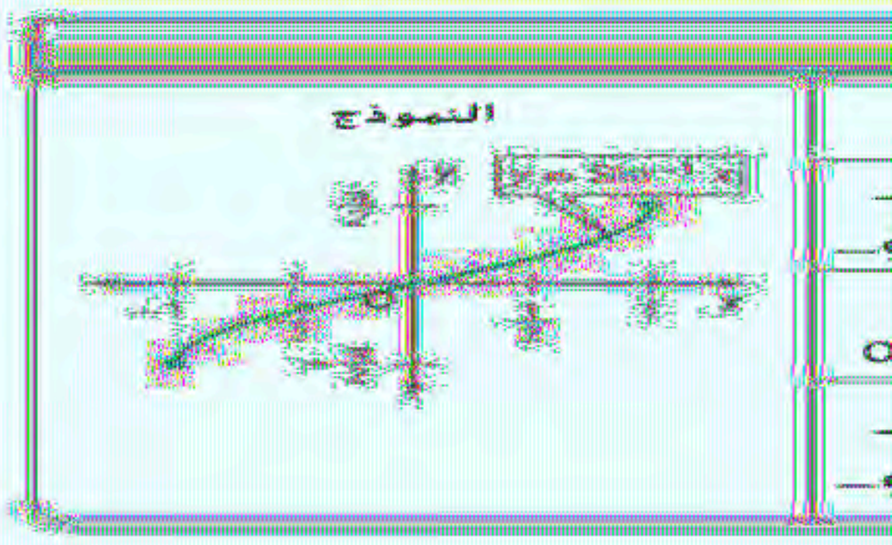
اطرح السؤال التالي:

- كيف يمكنك إيجاد طول رف الكتب المائل؟ أوجد ذلك الطول.
استخدم نظرية فيثاغورس؛
$s^2 = 40^2 + 200^2$; $s^2 = 41600$;
$s \approx 204$ cm



- ما النسبة التي تمثل $\sin \theta$؟
- ما النسبة التي تمثل $\cos \theta$؟
- استخدم القيم التي أوجدتها لـ $\sin \theta$ و $\cos \theta$ في إيجاد θ. هل تحصل على القيمة ذاتها؟ يتم الحصول على القيمة ذاتها لـ θ: $\theta \approx 309.11°$. من استخدام $\sin \theta$ و $\cos \theta$.





685

لاحظ $x = \cos^{-1} y$، إذا كان $x = \frac{1}{2}$، فإن $y = 60°$ و $300°$ وجميع الزوايا التي تشترك في ضلع الانتهاء
ه الزوايا. في الدالة $x = \text{Cos}^{-1} y$، إذا كان $x = \frac{1}{2}$، فإن $y = 60°$ فقط.

إيجاد قيمة الدوال المثلثية العكسية

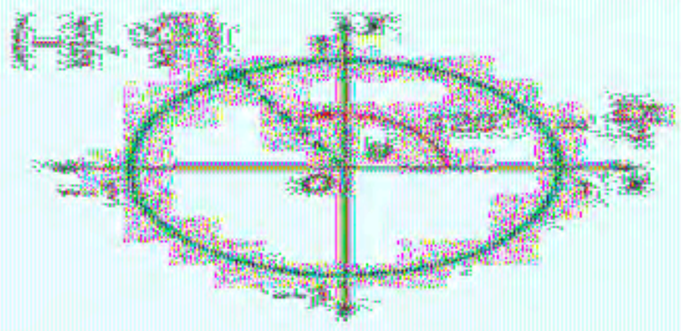
د كل قيمة مما يلي. اكتب قياسات الزوايا بالدرجات والراديان.

a. $\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$

وجد الزاوية θ حيث $0° \le \theta \le 180°$ التي تساوي قيمة Cosine لها $-\frac{1}{2}$.

الحل 1 استخدام دائرة الوحدة.

أوجد نقطة على دائرة الوحدة تكون
قيمة إحداثي x لها هي $-\frac{1}{2}$.



عندما تكون $\theta = 120°$، فإن $\cos\theta = -\frac{1}{2}$.
إذاً، $\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$ أو $\frac{2\pi}{3}$.

الحل 2 استخدام الحاسبة.

خطوات العملية على الحاسبة: 120 [2nd] [COS] 1 [÷] 2 [)] [ENTER] [2nd] [$\cos^{-1}$]

إذاً، $\text{Cos}^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = 120°$ أو $\frac{2\pi}{3}$.

b. Arctan 1

وجد الزاوية θ حيث $-90° < \theta < 90°$ التي تساوي قيمة ظلها 1.

خطوات العملية على الحاسبة: 45 [2nd] [TAN] 1 [)] [ENTER] إذاً، $\text{Arctan } 1 = 45°$ أو $\frac{\pi}{4}$.

تحقق من فهمك

1A. $\text{Cos}^{-1} 0$ $90°; \frac{\pi}{2}$

1B. $\text{Arcsin}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ $-45°; -\frac{\pi}{4}$

جاد قيمة مع وجود عدة دوال مثلثية، استخدم ترتيب العمليات للحل.

إيجاد القيمة المثلثية

د $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2}\right)$. قرب إلى أقرب جزء من مئة.

خدم حاسبة.

طوات العملية على الحاسبة: 1.732050808 [TAN] [2nd] [COS] 1 [÷] 2 [)] [ENTER]

$\tan\left(\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2}\right) \approx 1.73$

حقق $\text{Cos}^{-1}\frac{1}{2} = 60°$ و $\tan 60° \approx 1.73$، إذاً الإجابة صحيحة.

تحقق من فهمك

د قيمة كل مما يلي. وقرب إلى أقرب جزء من مئة.

2A. $\sin\left(\text{Tan}^{-1}\frac{3}{8}\right)$ 0.35

2B. $\cos\left(\text{Arccos} -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ −0.71

كسية

المثلثية العكسية تكون دورية، فإنّ العديد من الزوايا تتوافق مع القيمة
من الدوال المثلثية ليس دالة (لأن قيمة المعكوس لن تكون وحيدة).
زمنية ملائمة. فإنّ المعكوس يكون دالة. وفي حين أنّ هناك الكثير من
تصلح، فقد تم اختيار الفترات القياسية (التي مركزها O أو هو نقطة

Copyright © McGraw-Hill Education. Permission is granted to reproduce for classroom use.

2 حل المعادلات باستخدام المثلثية

المثال 3 يعرض كيفية حل معادلة باستخدام دالة مثلثية عكسية. ويعرض **المثال 4** كيفية تطبيق دالة مثلثية عكسية لحل مسألة من الحياة اليومية.

أمثلة إضافية

3 مثال على الاختبار المعياري

إذا كان $\cos \theta = -0.86$، فأوجد θ.

D

A $-149.3°$ C $59.3°$

B $-59.3°$ D $149.3°$

4 التزلج على الماء في المثال 4، افترض أن عرض منحدر الانزلاق يبلغ 5.5 أمتار وطوله 12 مترًا. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها لإيجاد قيمة θ. ثم أوجد قياس θ. قرب إلى أقرب جزء من عشرة.



كتابة المعادلات المثلثية بالحل لإيجاد

A $-20.5°$ B $-0.6°$

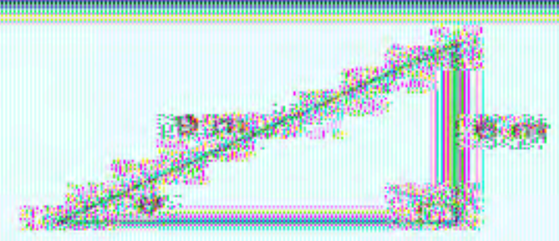
Arcsin (−

[SIN⁻¹]

F $0.03°$ G $29.1°$

خفاض والارتفاع.

لعكسية



$\sin \theta = \frac{6}{9}$

$\theta = \sin$

$\theta \approx 41.8$



قيمة Arcsin 2. وإذا كانوا
= x لتوضيح سبب ظهور رسالة
من 1 أو أقل من −1.

ي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.

1. $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 60°

2. $\arctan(-\sqrt{3})$ $-\frac{\pi}{3}$

3. $\arccos(-1)$ π

ي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

4. $\cos(\arcsin\frac{1}{3})$ 0.94

5. $\tan(\cot^{-1}\frac{1}{2})$ 0.5

6. $\sin(\sin^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2})$ 0.71

ه إذا كان $\sin\theta = 0.422$. فأوجد θ. A

a. 25° b. 65° c. 45° d. 42°

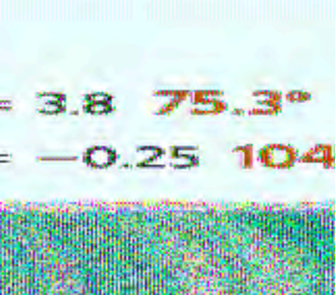
يلي. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

8. $\cos\theta = 0.9$ 25.8°

9. $\sin\theta = -0.46$ −27.4°

10. $\tan\theta = 2.1$ 64.5°

طبيب يوضح إلى اليسار محلول مرضي لأنبوب ضخم للتر حلق على الجليد.
عكسية يمكن استخدامها لإيجاد θ، الزاوية التي تصف انحدار
جد ذلك. أوجد قياس الزاوية لأقرب درجة. $\arctan\frac{6.2}{18}$؛ 19°



ي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.

12. $\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 45°

13. $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 30°

14. $\sin^{-1}(-1)$ $-\frac{\pi}{2}$

15. $\tan^{-1}\sqrt{3}$ 60°

16. $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 120°

17. $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ $-\frac{\pi}{3}$

ي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

18. $\tan(\cos^{-1}\frac{1}{3})$ 2.83

19. $\tan\left[\arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)\right]$ −0.35

20. $\cos(\tan^{-1}\frac{1}{3})$ 0.95

21. $\sin(\arctan\sqrt{3})$ 0.87

22. $\cos(\sin^{-1}\frac{1}{3})$ 0.94

23. $\sin\left[\cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)\right]$ 0.94

يلي. وقرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

24. $\tan\theta = 3.8$ 75.3°

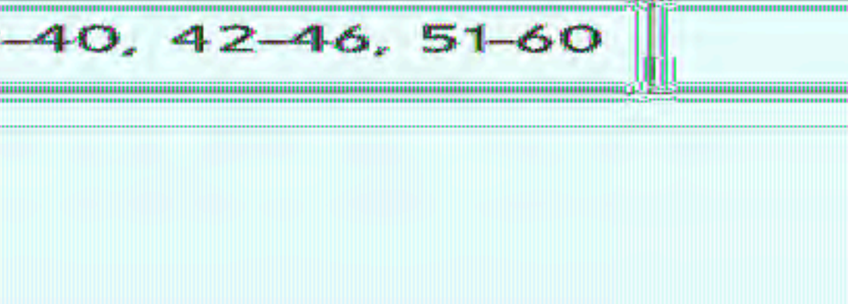
25. $\sin\theta = 0.9$ 64.2°

26. $\sin\theta = -2.5$ لا حل

27. $\cos\theta = -0.25$ 104.5°

28. $\cos\theta = 0.56$ 55.9°

29. $\tan\theta = -0.2$ −11



قي يتحرك قارب غربًا عبر نهر يبلغ عرضه 190 مترًا.
في بالقارب المطاف عند النقطة Q والتي تبعد 59 مترًا
P. اكتب دالة مثلثية عكسية يمكن استخدامها لإيجاد
حرف بها القارب جنوب المحور الأفقي. ثم أوجد قياس
إلى أقرب جزء من عشرة.

الواجبات المنزلية

واجب	خيار اليومين
12	12–30 زوجي, 42–46, 51–60
13–39 فردي,	13–31 فردي, 47–50
32–56, زوجي)	32–40, 42–46, 51–60
	12–31, 47–50



ركة السيارات بأمان بسرعة
شخص. ما قياس الزاوية

ترا في الثانية. ويمثل
ع لها. في التعبير. تمثل
في 1.0 ثانية. فما قياس

34. $\csc \theta = 1$ $\frac{\pi}{2}$ 35

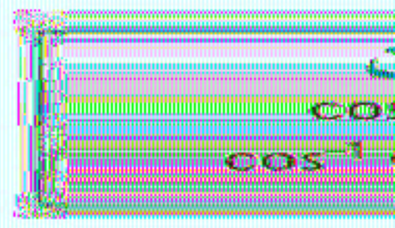
37. $\csc \theta = \frac{1}{2}$ لا يوجد حل 38

قرب إلى أقرب جزء من

هامش.

كان خطأ. فقدم مثالاً

9. هل أي منهما على



تتضمن كلاهما نفس

689

49. إذا كان $f(x) = 2x^2 - 3x$, $g(x) = 4 - 2x$ فما $g[f(x)]$؟

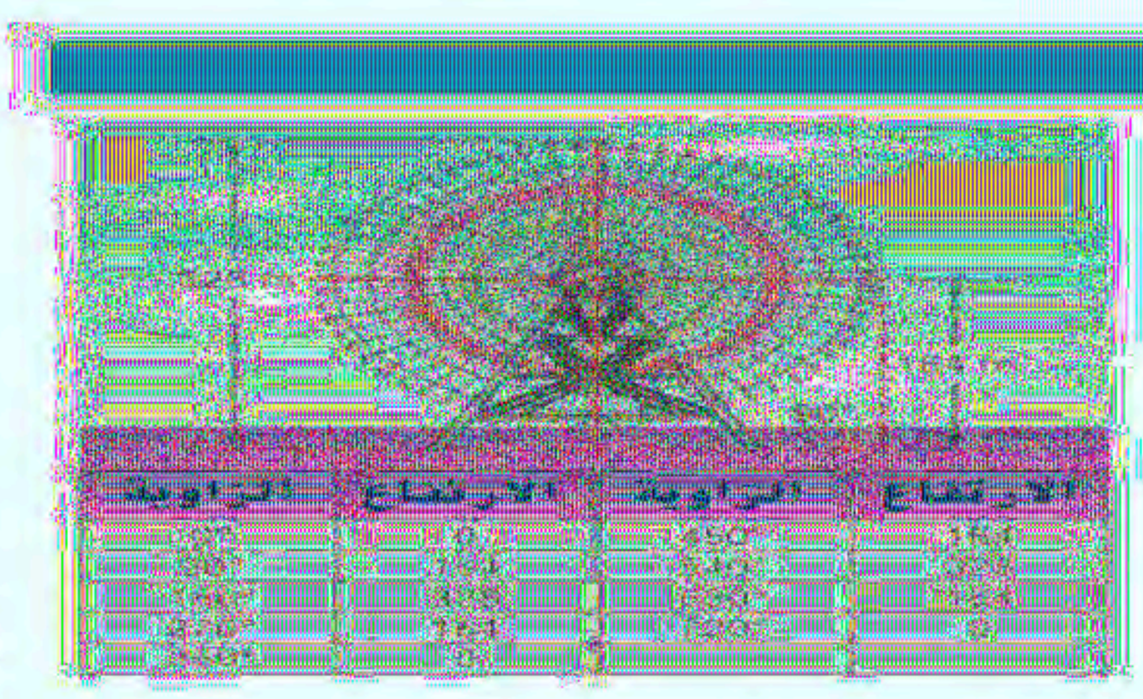
G

A
B
C
D

50. إذا كان g عددًا موجبًا، فأي مما يلي يساوي $12g$؟

D

A
B
C
D



في عجلة دوارة ضخمة بمدينة ملاهي
افترض أن راكبًا دخلها عند ارتفاع 0 متر.
ساعة. يوضح الجدول قياسات زوايا الدورات
الأرض. (الدرس 11-3)

$y = 164 \cdot [\sin (x - 90°)] + 164$
الفترة وإزاحة الطور للتمثيل البياني.

مثل موقع الراكب على عجلة فيينا العملاقة في
متر. تحقق بتعيين التقاطع والمعادلة بحاسبة تمثيل

$y = 100 [\sin$

مسجل يبلغه المد في حوض مياس، بتوفا سكوشا
جزر 16.4 مترًا. ويكون المد والجزر في موضع توازنه عندما يكون بمستواه الطبيعي أي
له. اكتب معادلة تمثل الارتفاع h للمد والجزر. افترض أن المد والجزر يكون عند موضع
المد، وأن المد يكمل دورة كاملة في 12 ساعة. (الدرس 11-7)

53. $\log_3 5 + \log_3 x = \log_3 10$ 2

54. $\log_4 a + \log_4 9 = \log$

55. $\log_{10} 16 - \log_{10} 2r = \log_{10} 2$ 4

56. $\log_7 24 - \log_7 (y + 5$

ما يلي.

57. $\cos 3\pi$ -1

58. $\tan 120°$ $-\sqrt{3}$

59. $\sin 300°$ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

كسية

الدالة $y = \sin^{-1} x + \cos^{-1} x$ ومن ثم إكمال الجدول.

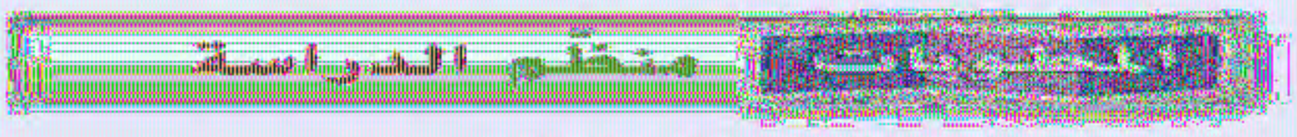
x	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$
y					

صوص الدالة $y = \sin^{-1} x + \cos^{-1} x$.

نهم أن يقدموا تخمينًا بخصوص الدالتين $y = \tan^{-1} x + \cot^{-1} x$
دالتين تساويان 1 لجميع قيم x.

التقويم التكويني

المفردات الأساسية تشير مراجع الصفحة بعد كل كلمة إلى المكان الذي ذكر فيه المصطلح لأول مرة. إذا واجه الطلاب صعوبة في الإجابة عن الأسئلة 6–1، فذكرهم باستخدام هذه الصفحات المرجعية لإنعاش ذاكراتهم بشأن المفردات.



المطويات® دينا زايك

اطلب من الطلاب إلقاء نظرة على الوحدة للتأكد من أنهم قد أضافوا بعض الأمثلة إلى مطوياتهم. واقترح عليهم إبقاء مطوياتهم بجانبهم أثناء إكمال صفحات دليل الدراسة والمراجعة، مشيرًا إلى أن المطويات تعدّ بمثابة أداة مراجعة سريعة عند المذاكرة من أجل اختبار الوحدة.

period فترة
periodic function دالة دورية
phase shift إزاحة الطور
principal values قيم أساسية
quadrantal angle زاوية ربعية
radian راديان
reference angle زاوية مرجع
secant القاطع
sine
solving a triangle حل المثلث
standard position الوضع القياسي
tangent ظل الزاوية
terminal side ضلع الانتهاء
trigonometric function دالة مثلثية
trigonometric ratio النسبة المثلثية
trigonometry حساب المثلثات
unit circle دائرة الوحدة
vertical shift إزاحة رأسية

La

ما يلي صواب أم خطأ. وإذا
طلح الموجود تحته خط بحيث

Cosi في حل المثلثات عند معرفة قيم
أ. قانون الـ Sines

المستوى الإحداثي تكون في الضلع
عند نقطة الأصل وكان أحد شعاعيها
ي x الموجب. صواب

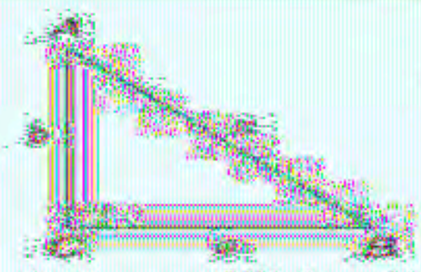
الانتصاف هي زوايا في الوضع القياسي
صواب

ة لدالة دورية إزاحة الطور. صواب

لة cosecant

خطأ. دالة قوس Arcsine
ي لدالة sine أو دالة Cosine نصف
والقيمة الصغرى للدالة. خطأ. التسعة

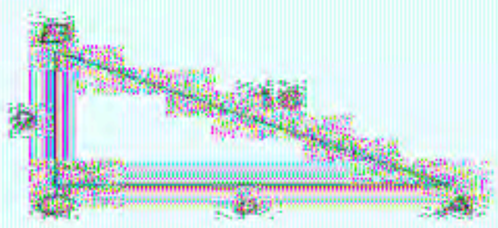
ياسات
إلى أقرب
إلى أقرب



12. حركة مترا عن الأرض. ما
لية المنحدر الممتد من طهير
حدر 20؟ حوالي 3 m

مثال 1

أوجد حل $\triangle ABC$ باستخدام القياسات المعطاة. قرّب قياسات الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.



أوجد قيمة b.

$b^2 = 9^2 + 10^2 - 2(9)(10)\cos 56°$

$b \approx \sqrt{173.2}$

$b \approx 13.2$

أوجد قيمة A. $\frac{\sin A}{9} = \frac{\sin 56°}{13.2}$

استخدم حاسبة.

قياس الزاوية إلى أقرب درجة. $A = 34°$

أوجد قيمة B. $A + B + 56° = 180°$

$B = 90°$

إذا، $b \approx 13.2$، $A \approx 34°$ و $B \approx 56°$.

رادیان وكل قياس بالراديان

14. $\frac{\pi}{3}$

16. $-\frac{3\pi}{4}$

جب وزاوية واحدة ذات
لانتهاء.

18. $\frac{\pi}{2}$



ات

س

مثال 2

أعد كتابة $160°$ بالراديان.

$160° = 160°\left(\frac{\text{راديان}}{180°}\right)$

$= \frac{160\pi}{180}$ راديان $= \frac{8\pi}{9}$

مثال 3

أوجد زاوية واحدة ذات قياس موجب وزاوية واحدة ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء لزاوية $150°$.

زاوية موجبة:

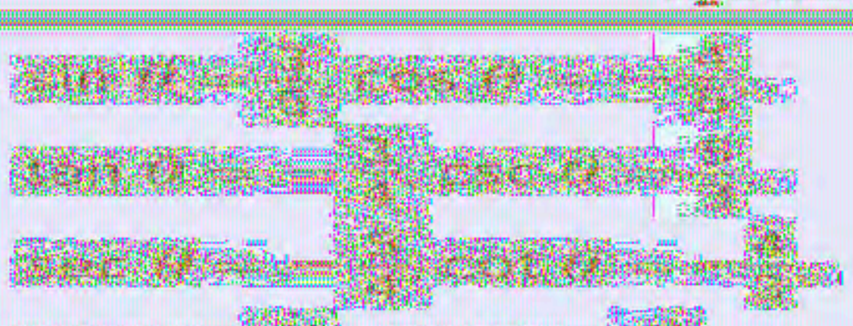
اجمع $360°$. $150° + 360° = 510°$

زاوية سالبة:

اطرح $360°$. $150° - 360° = -210°$

جعة

إجابات إضافية

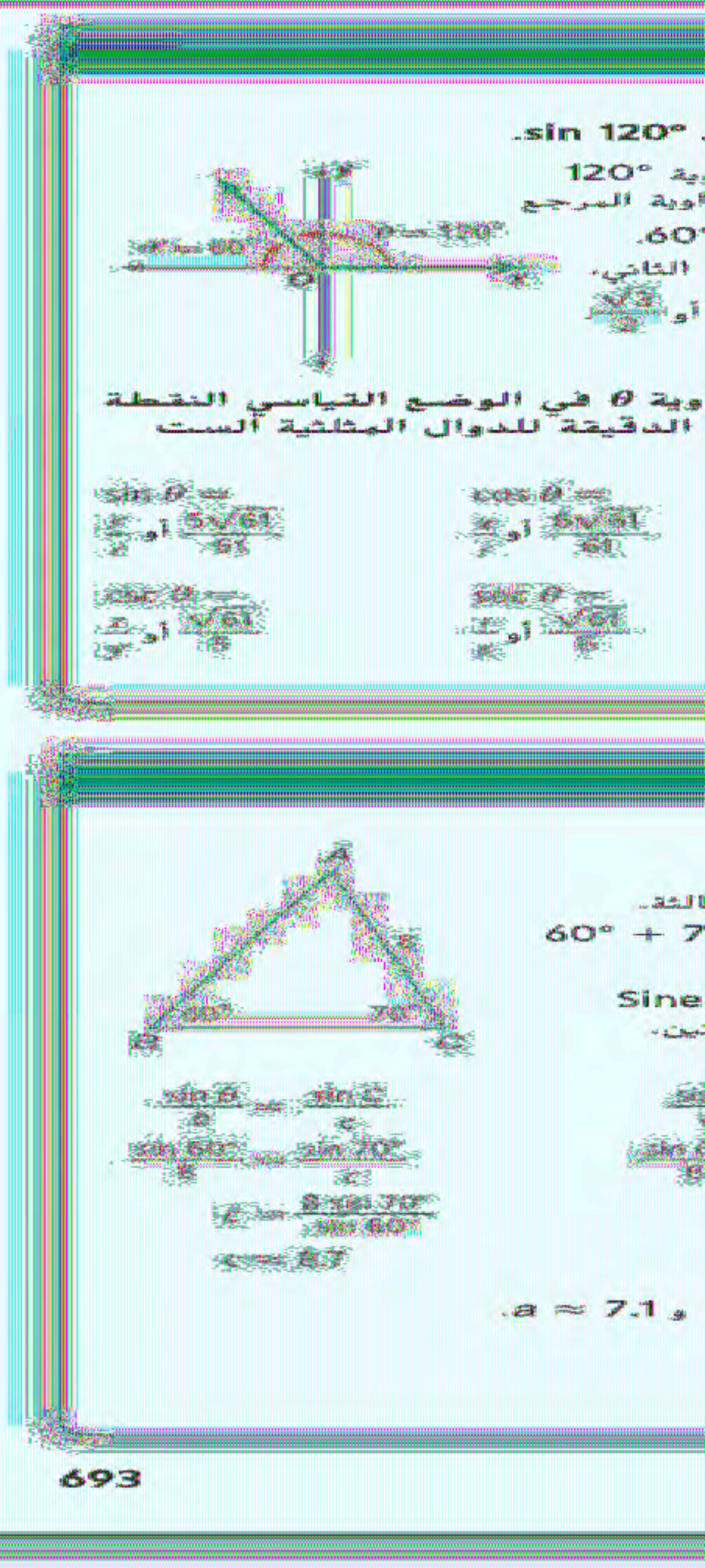
26. 

27. 

28. 

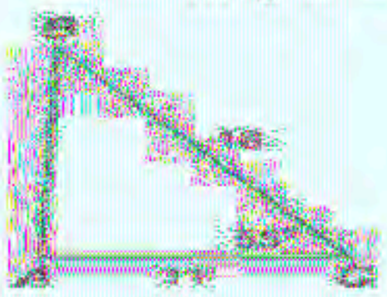
30. حل واحد: $A \approx 21°$, $B \approx 41°$, $b \approx 7.4$

31. يوجد حلان، الحل الأول: $C = 30°$, $B = 125°$, $b = 29.1$؛ الحل الثاني: $C = 150°$, $B = 5°$, $b = 3.1$



مثال 2

أوجد حل $\triangle ABC$ حيث $C = 55°$ و $b = 11$ و $a = 18$.



تذكر لك المعطيات قياس ضلعين وزاوية محصورة. ابدأ بتصميم رسم تخطيطي واستخدام قانون الـ Cosines لتحديد c.

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$c^2 = 18^2 + 11^2 - 2(18)(11)\cos 55°$

$c^2 \approx 219.9$

$c \approx 14.8$

ثانيًا، يمكنك استخدام قانون الـ Sines لإيجاد قياس الزاوية A.

$\frac{\sin A}{18} = \frac{\sin 55°}{14.8}$

$\sin A \approx \frac{18 \sin 55°}{14.8}$ أو A تساوي حوالي $85.0°$

يساوي قياس الزاوية B تقريبًا
$180 - (85.0 + 55) = 40.0°$
وبالتالي، $c \approx 14.8$ و $A \approx 85.0°$ و $B \approx 40.0°$.

34.









مثال 3

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 510°$.

$\sin 510° = \sin(360° + 150°)$

$= \sin 150°$

$= \frac{1}{2}$

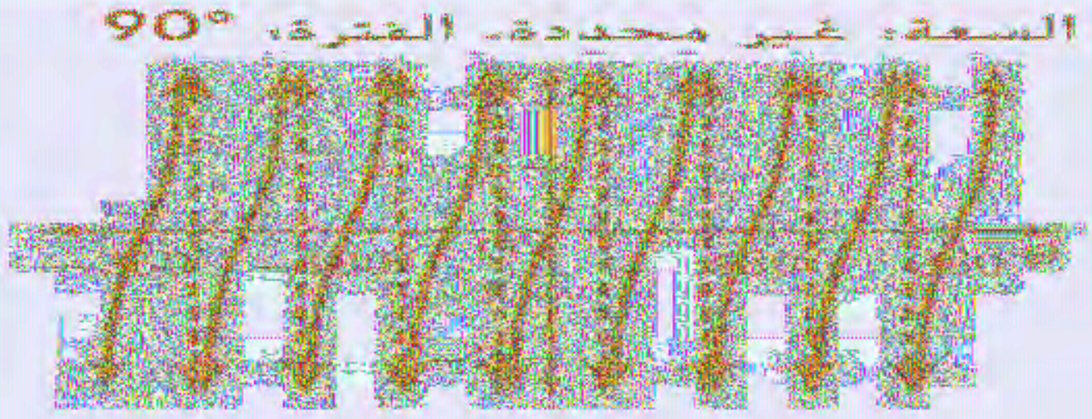
مثال 4

حدد فترة الدالة أدناه.



يتكرر النمط نفسه عند $x = 2\pi$. وهكذا، إذًا، الفترة هي

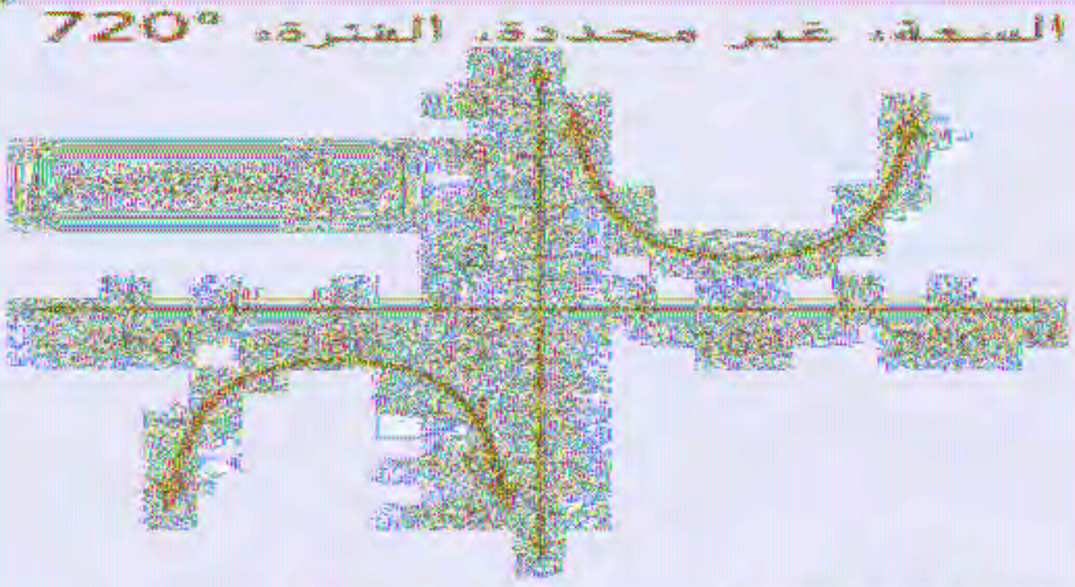
50. السعة: غير محددة. الفترة: $90°$



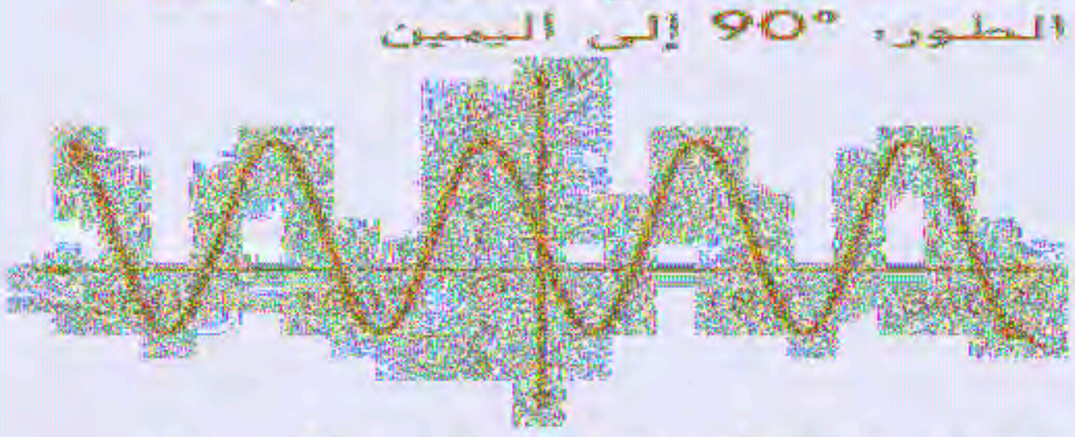
36

إجابات إضافية

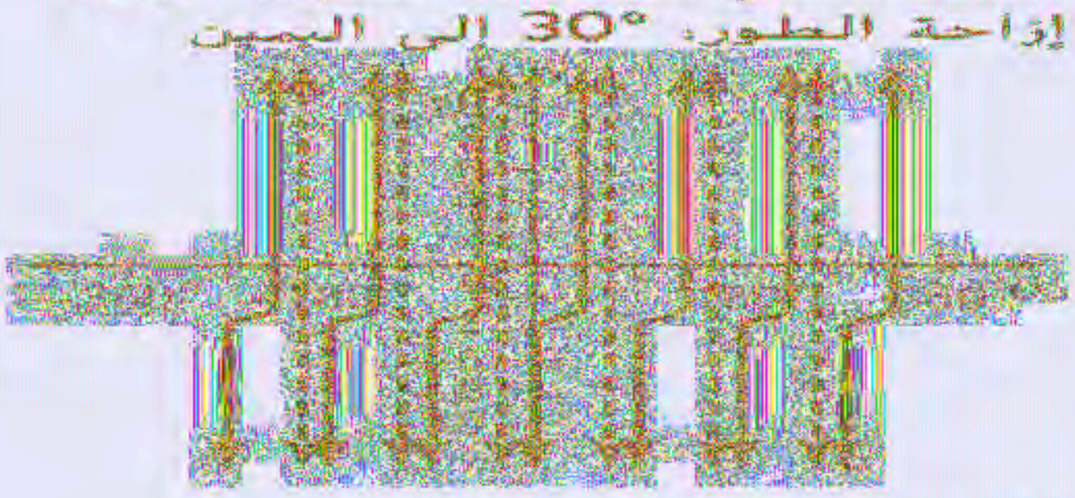
51. السعة: غير محددة. الفترة: 720°



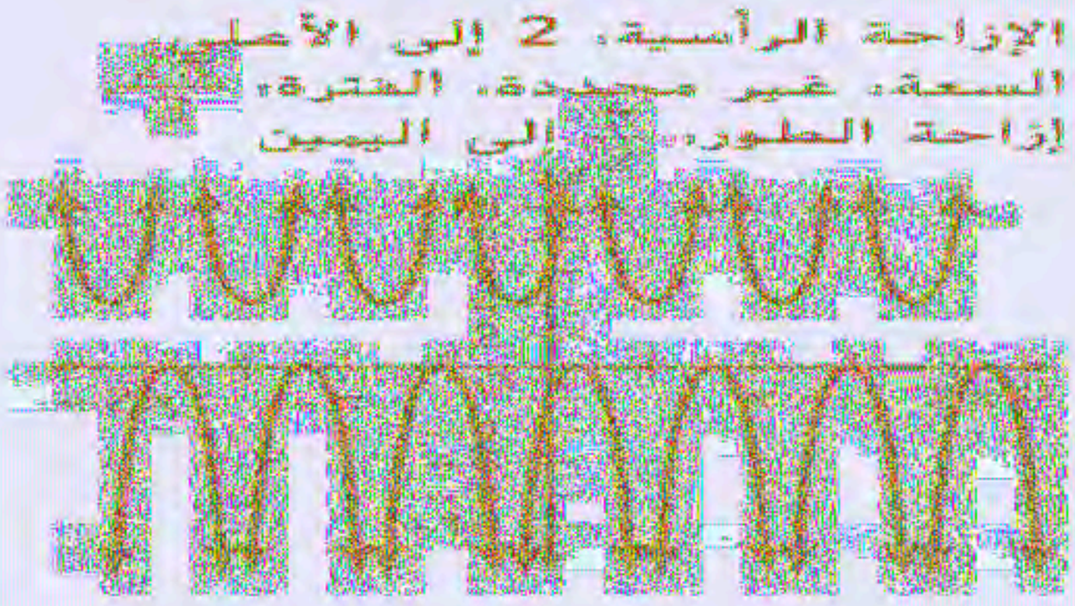
53. الإزاحة الرأسية: 1 إلى الأعلى.
السعة: 3. الفترة: 180°. إزاحة الطور: 90° إلى اليمين



54. الإزاحة الرأسية: 3 إلى الأسفل.
السعة: غير محددة. الفترة: 90°.
إزاحة الطور: 30° إلى اليمين



55. الإزاحة الرأسية: 2 إلى الأعلى.
السعة: غير محددة. الفترة:
إزاحة الطور: إلى اليمين



ة. اكتب قياسات الزوايا

58. $\sin^{-1}(\frac{\sqrt{3}}{2})$

60. $\arctan(0)$

61. $\arccos(\frac{\sqrt{2}}{2})$

62. $\cos$

63. $\tan^{-1}$

64. $\arccos 0$

درجات 5 أمتار ويبلغ طوله
تب دالة مثلثية عكسية يمكن
اوية التي يشكلها المنحدر مع

قرب إلى أقرب جزء من

65. $\tan(\cos^{-1}$

67. $\sin(\arccos$

68. $\sin(\tan^{-1}(0.$

إلى أقرب جزء من عشرة

69. $\tan\theta =$

70. $\sin\theta = 0.$

71. $\cos\theta = 0.$

المثال 12

أوجد قيمة $\cos\frac{\pi}{3}$. اكتب قياسات الزوايا بالدرجات والراديان.

أوجد الزاوية θ لـ $0° \le \theta \le 180°$ التي تساوي قيمة cosine لها $\frac{\pi}{3}$

استخدام دائرة الوحدة.



أوجد نقطة على دائرة الوحدة التي يكون الإحداثي x لها يساوي $\frac{1}{2}$ عندما يكون $\theta = 60°$. $\cos\theta = \frac{1}{2}$.

إذا، $\cos^{-1}\frac{1}{2} = 60°$ أو $\frac{\pi}{3}$.

المثال 13

أوجد قيمة $\sin(\tan^{-1}\frac{2}{3})$ قرّب إلى أقرب جزء من المئة.

استخدم حاسبة.

خطوات العملية على الحاسبة:

[2nd] [Ans] [TAN] 2 ÷ 3 [=] [SIN]

0.4472135955

إذا، $\sin(\tan^{-1}\frac{2}{3}) \approx 0.45$

المثال 14

إذا كان $\cos\theta = 0.72$. فأوجد θ.

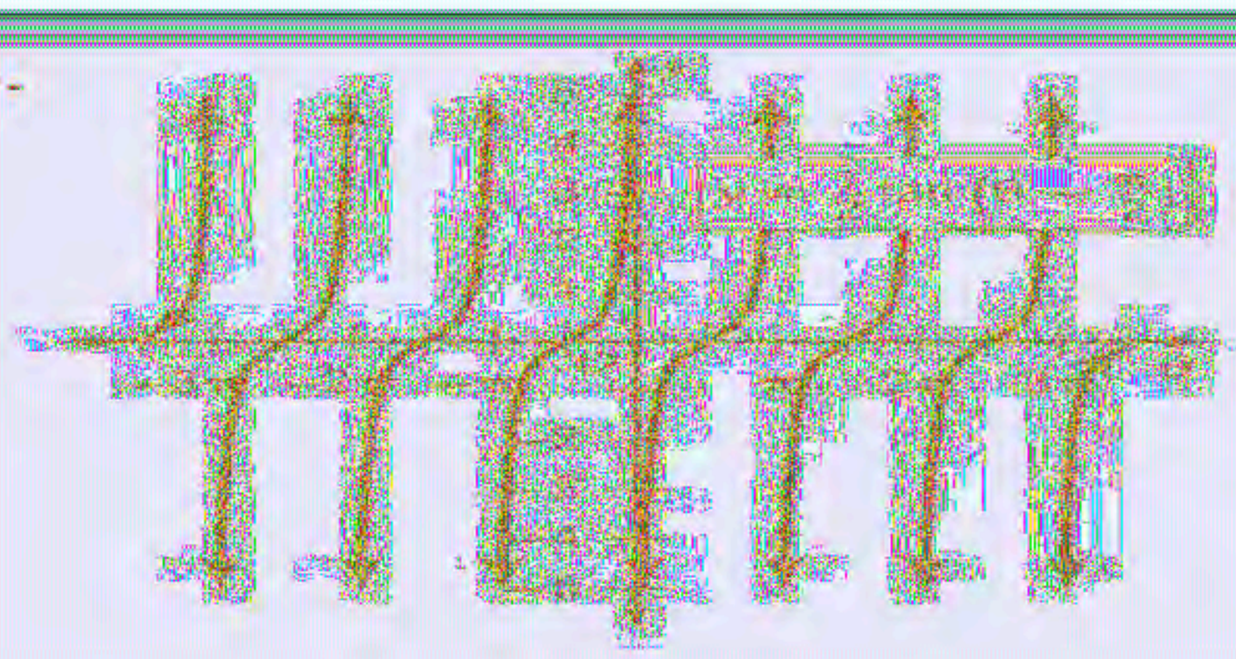
استخدم حاسبة.

خطوات العملية على الحاسبة:

[2nd] [COS] 0.72 [=] 43.94553563

إذا، $\theta \approx 43.9°$.

24.



25.



والسفن المسافة بالأميال البحرية. ويمكن
بحري $= 31\cos 2\theta - 6077$ قدم
ة بالدرجات، في إيجاد الطول التقريبي
عرض معين. أوجد طول الميل البحري
ي يساوي $120°$. **6092.5 ft**

ة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

لاطلاع على التمثيلات البيانية.

19. $y = 2\sin 3\theta$ 20.

فترة الدالة $y = 3\cot\theta$ G

F $120°$
G $180°$
H $360°$
J $1080°$

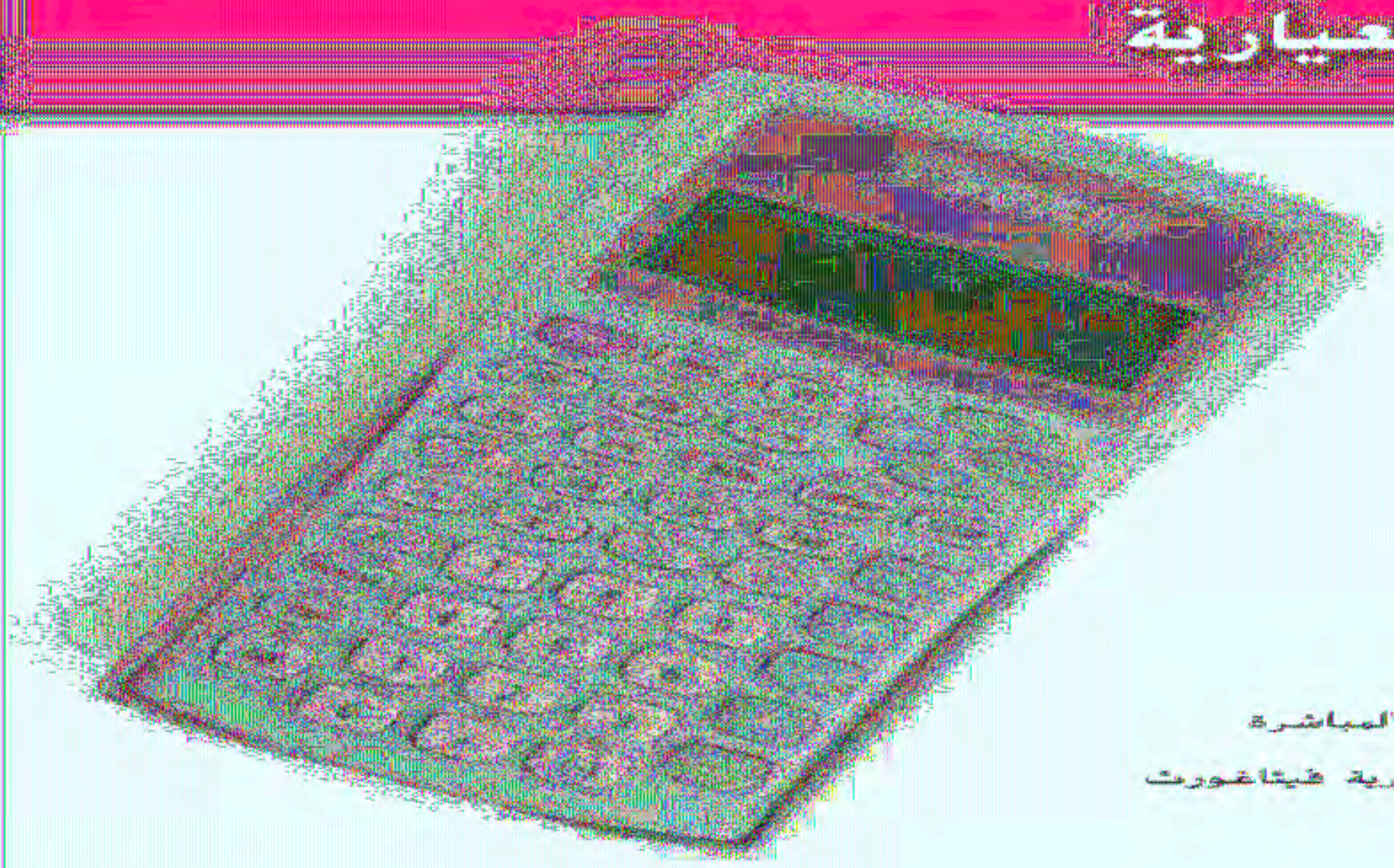
ثل $\triangle XYZ$ الذي محيطه $y = 15$
عبر البدء بقانون الـ Sines أم قانون
المثلث. وقرّب قياسات الأضلاع إلى
قياسات الزوايا إلى أقرب درجة.
$Z \approx 27°$ ، $x \approx 19.4$ ، $Y \approx 48°$

لطور لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

23. $y = \cos(\theta + 180)$ 24.

طرها 20 مترًا. وتكمل دورة كاملة في
رتفاع عند أعلى السافية يمثل الارتفاع
اكتب معادلة ارتفاع النقطة h في
كدالة للزمن t. ثم مثّل الدالة بيانيًا.
$h = 10\cos 8t$؛
انظر الهامش للاطلاع
على التمثيلات البيانية.

للاختبارات المعيارية



ية

يل البياني من الأدوات الفعالة
ض مسائل الاختبارات التي
تتطلب استخدام

لمية

م بها الحاسبة العلمية إلى جانب المواقف

كبيرة

ائل النمو والاضمحلال والمرابحة المركبة

ة بالزوايا والمثلثات ومسائل القياسات غير المباشرة

ية m—المسافة على المستوى الإحداثي. نظرية فيثاغورث

شيل البياني في حل المسألة.

الكفاءة. فيمكن إجراء بعض الخطوات ذهنيا أو باليد، بينما في
حاسبة.

ك.

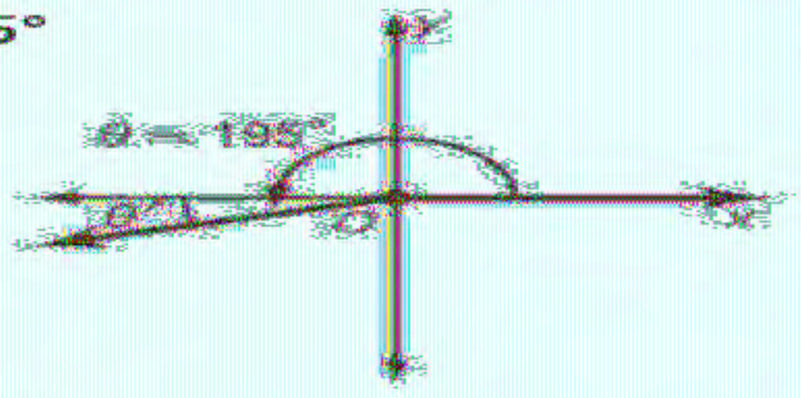
ـ. ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

مترًا من قاعدة شجرة، فإنها تشكل زاوية مقدارها 57° من أعلى
ب جزء من عشرة؟

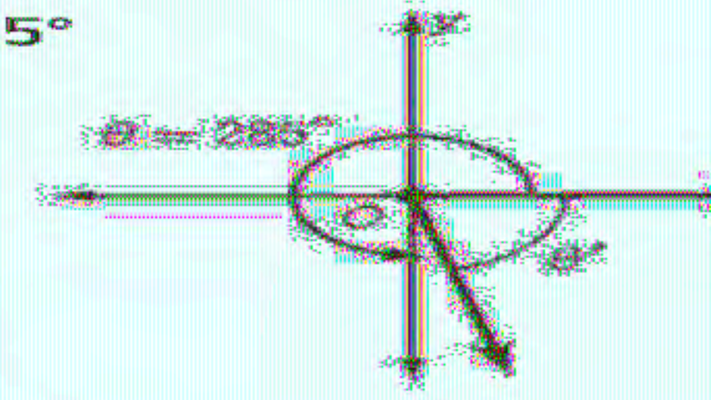
A 27.7 m
B 28.5 m
C 29.2 m
D 30.1 m

حقوق الطبع محفوظة © لشركة ماكجروهيل للتعليم

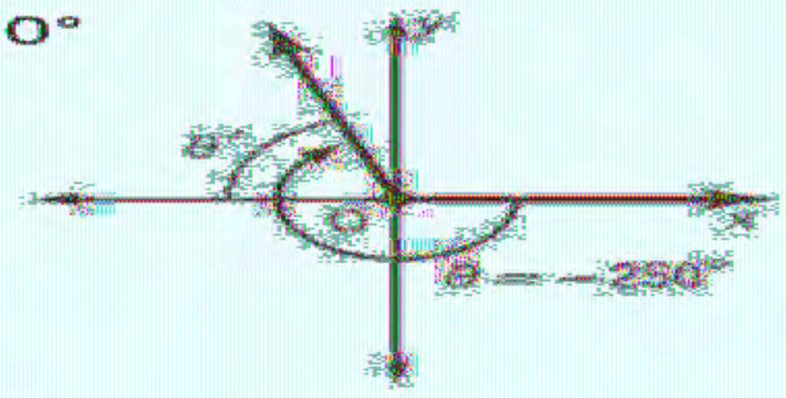
18. $15°$



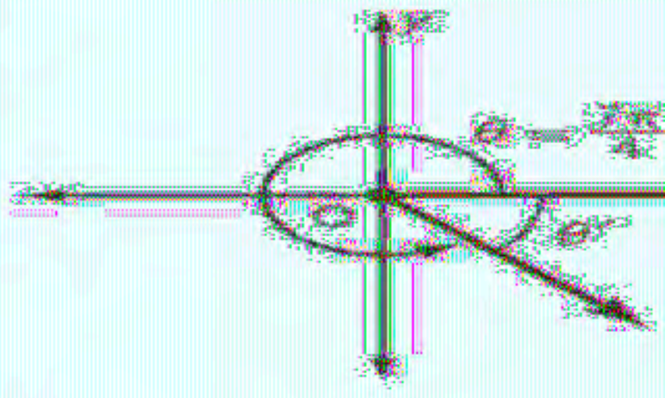
19. $75°$



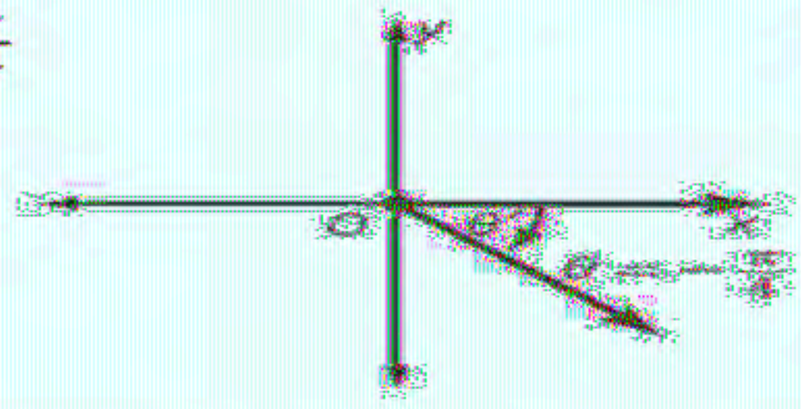
20. $70°$



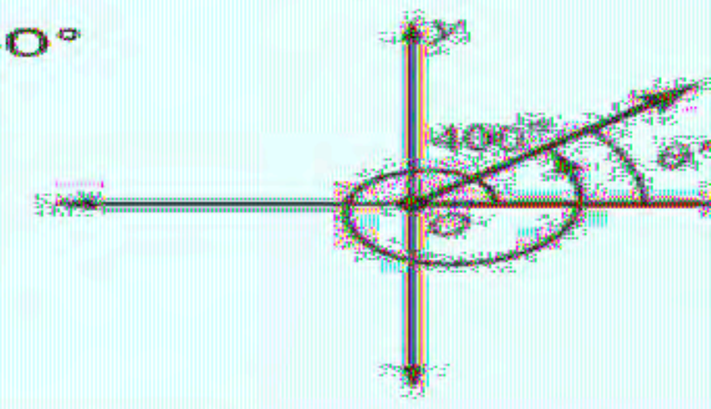
21. $\frac{\pi}{4}$



22. $\frac{\pi}{4}$



23. $40°$



الإجابة النموذجية:

الخطوة 1: هناك 6 قرميدات في الصف العلوي، و $6 = 1^2 + 5(1)$.
إذًا فإن الصيغة صحيحة عندما تكون $n = 1$.

الخطوة 2: افترض أن هناك $k^2 + 5k$ من القرميد في الصفوف العلوية k عند قيمة صحيحة موجبة k.

الخطوة 3: لأن كل صف فيه قطعتي قرميد أكثر من الذي فوقه، فإنّ عدد القرميدات في الصفوف تشكّل متتالية حسابية. عدد القرميدات في الصف $(k + 1)$ هو $6 + [(k + 1) - 1](2)$ أو $2k + 6$. إذًا فإن عدد القرميدات في الصفوف العليا $k + 1$ هو $k^2 + 5k + (2k + 6)$ أو $k^2 + 7k + 6$. $(k + 1)^2 + 5(k + 1) = k^2 + 7k + 6$، وهي الصيغة التي يتم إثباتها عندما يكون $n = k + 1$. وهكذا فإنّ الصيغة تكون صحيحة عندما يكون $n = k + 1$. لذلك فإن عدد القرميدات في الصفوف n العليا في $n^2 + 5n$ لجميع القيم الصحيحة الموجبة n.

س 4-11

الإجابة النموذجية:

تعريف sine $\sin A = \frac{\text{الضلع المقابل}}{\text{الوتر}}$

h = الضلع المقابل، c = الوتر $\sin A = \frac{h}{c}$

اضرب الطرفين بـ c. $c \sin A = h$

مساحة المثلث $= \frac{1}{2}$ · القاعدة · الارتفاع

b = القاعدة، h = الارتفاع $= \frac{1}{2}bh$

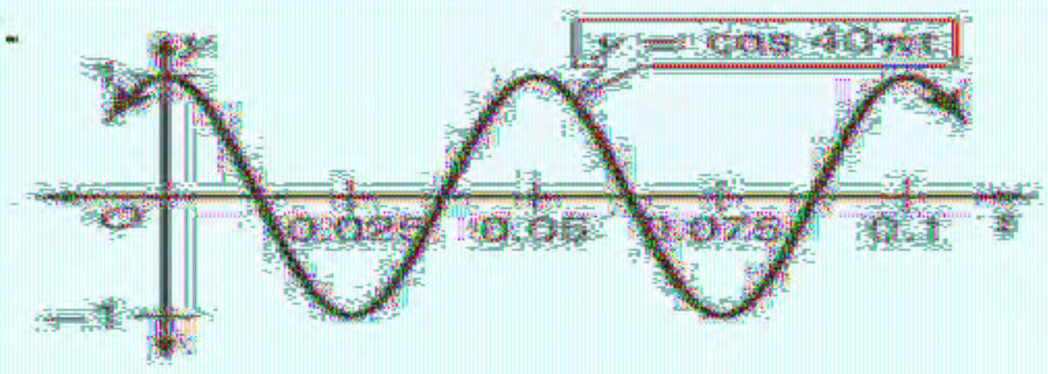
بالتعويض $= \frac{1}{2}bc \sin A$

Copyright © by Pearson Education, Inc. All rights reserved. PEARSON ADVANCED MATHEMATICS

29c. الإجابة النموذجية: يتوافق الميل مع ظل الزاوية. وعندما تكون $\theta = 120°$، يكون الإحداثي x بالنسبة لـ P هو $-\frac{1}{2}$ والإحداثي y هو $\frac{\sqrt{3}}{2}$ والميل $= \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$ لأن التغير في $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ والتغير في $x = -\frac{1}{2}$
والميل $= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$ أو نحو 1.7−.

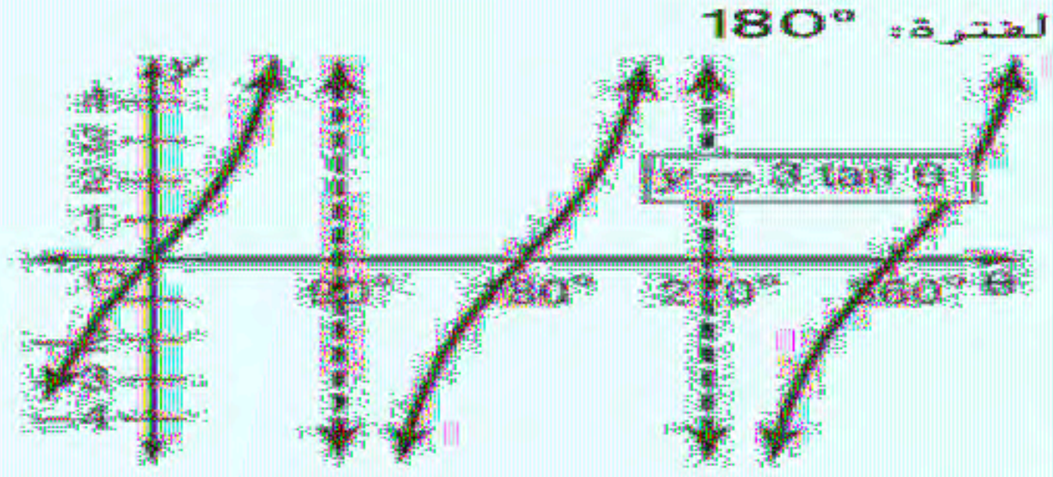
الدرس 7-11 (تمرين موجّه)

3B.

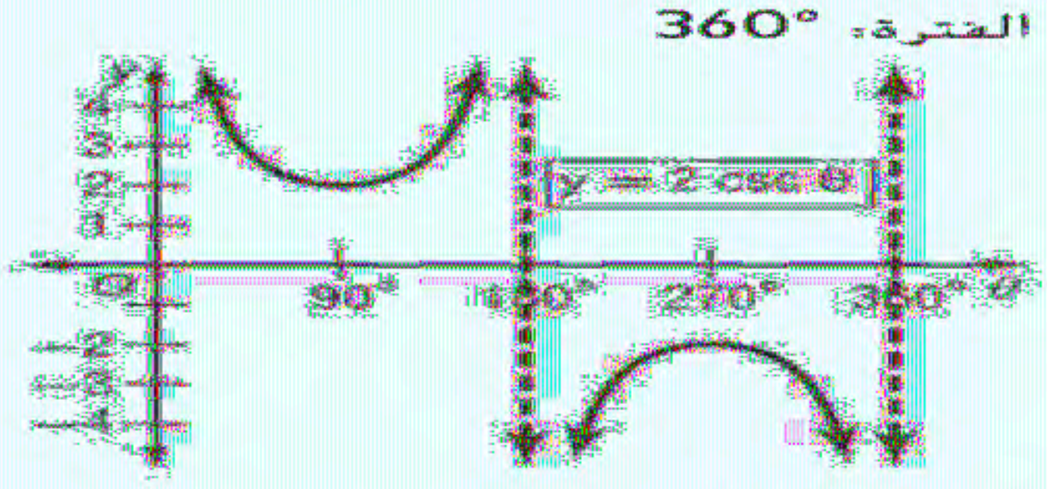


الدرس 7-11

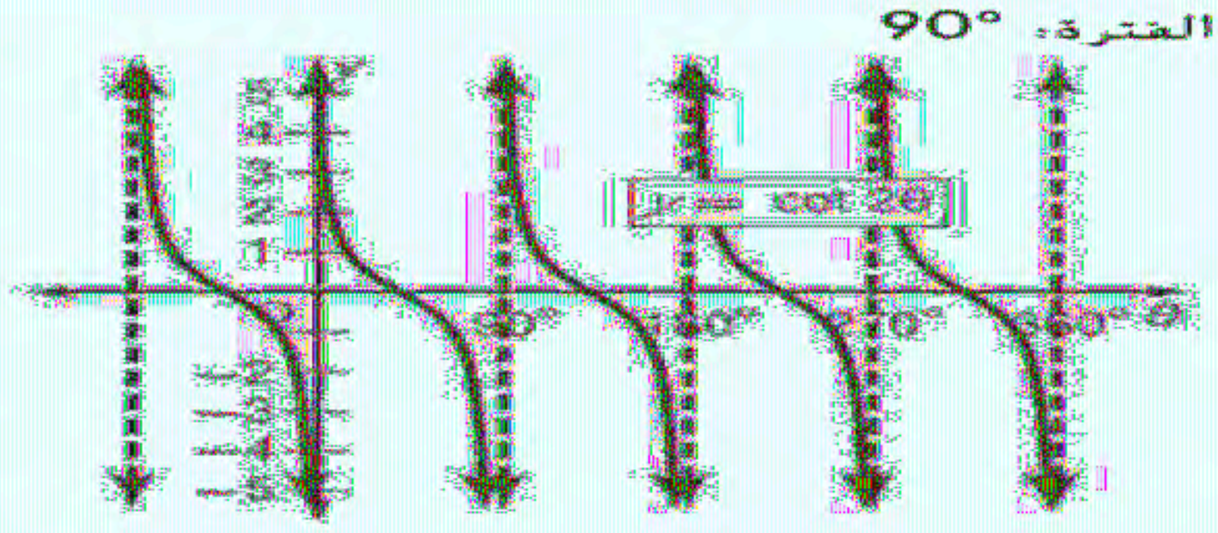
6. الفترة: 180°



7. الفترة: 360°



8. الفترة: 90°



السعة: $\frac{1}{2}$، الفترة: 360°

السعة: $\frac{1}{2}$، الفترة: 360°

السعة: $\frac{1}{2}$، الفترة: 180°

السعة: 4، الفترة: 180°

السعة: 3، الفترة: 180°

هذه الصورة من عمل المؤلف (Lucas Vieira) وهي مرخصة بموجب رخصة المشاع الإبداعي النسبة-المشاركة بالمثل 3.0 غير الموطنة

25. الفترة: 180°

26. الفترة: 720°

21b.

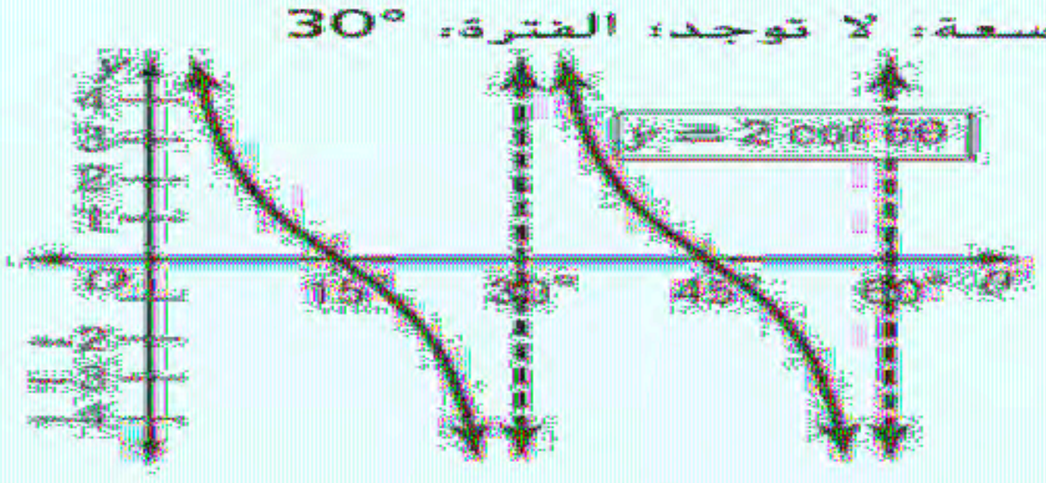
22b

27. الفترة: 180°

28. الفترة: 1080°

31a.

السعة: لا توجد؛ الفترة: 30°



الإجابة النموذجية: حدد سعة الدالة وفترتها. ثم أوجد أي نقاط تقاطع مع المحور x وقيم قصوى وخطوط مقاربة ومثلها بيانيًا. واستخدم الدالة الأصلية لرسم التمثيل البياني.

استكشاف 8-11

{جميع الأعداد الحقيقية} = D :Y1، $R = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$،
{جميع الأعداد الحقيقية} = D :Y2، $R = \{y \mid 1 \le y \le 3\}$،
{جميع الأعداد الحقيقية} = D :Y3، $R = \{y \mid -4 \le y \le 2\}$،
{جميع الأعداد الحقيقية} = D :Y4—Y8، $R = \{y \mid -1 \le y \le 1\}$

الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \sin(2\theta) + 4$ يمر عبر دورتين بقياس 360°، والتمثيل البياني لـ $y = \sin\theta + 4$ يمر عبر دورة واحدة بقياس 360°.

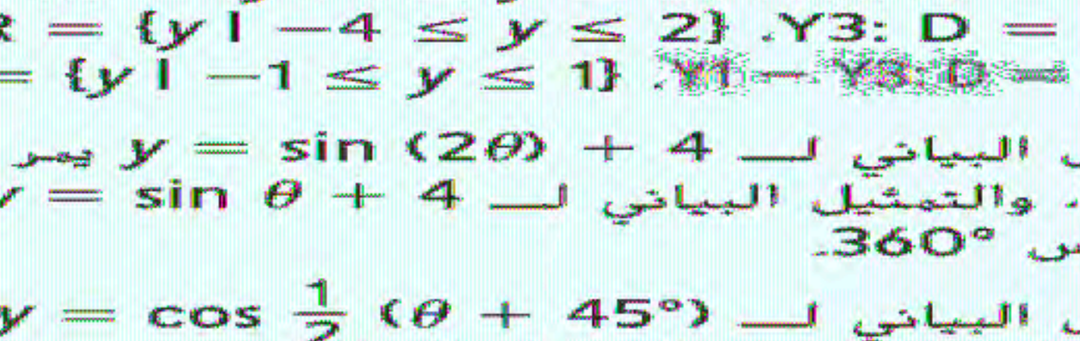
الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \cos\frac{1}{2}(\theta + 45°)$ قد تمت إزاحته بمقدار 45° يسارًا عن التمثيل البياني لـ $y = \cos\left(\frac{1}{2}\theta\right)$.

الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = 2\sin\theta - 1$ قد تمت إزاحته للأسفل بمقدار وحدة واحدة عن التمثيل البياني لـ $y = 2\sin\theta$.

الإجابة النموذجية: التمثيل البياني لـ $y = \cos(\theta - 90°) - 3$ قد تمت إزاحته بمقدار 90° يمينًا عن التمثيل البياني لـ $y = \cos\theta - 3$.

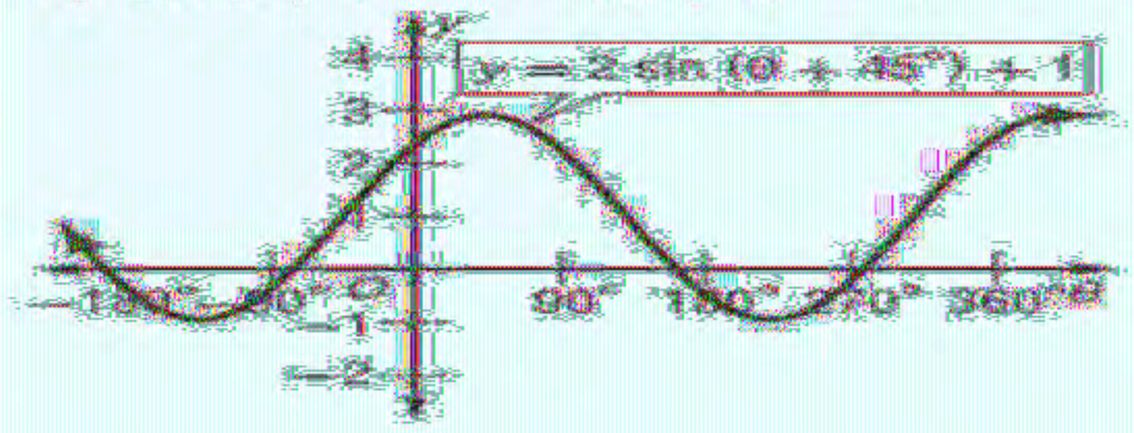
تمرين موجّه 8-11

1.



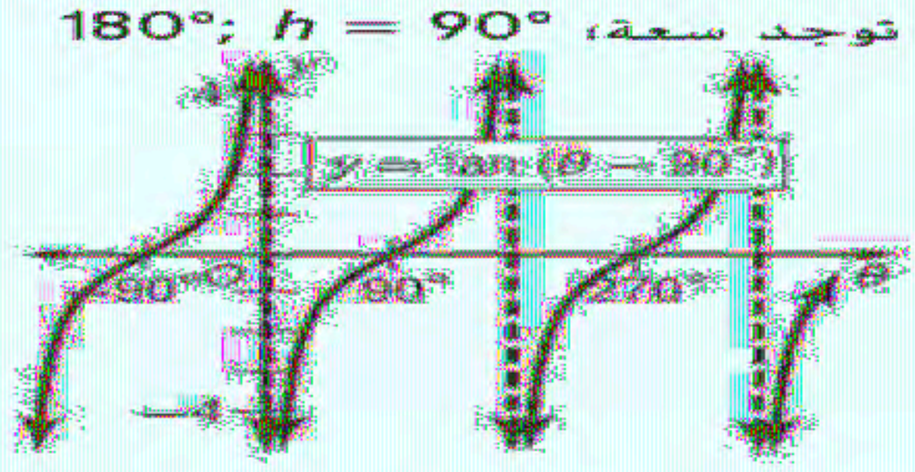
تمرين 8-11

9. 2; 360°; $h = -45°$; $k = 1$

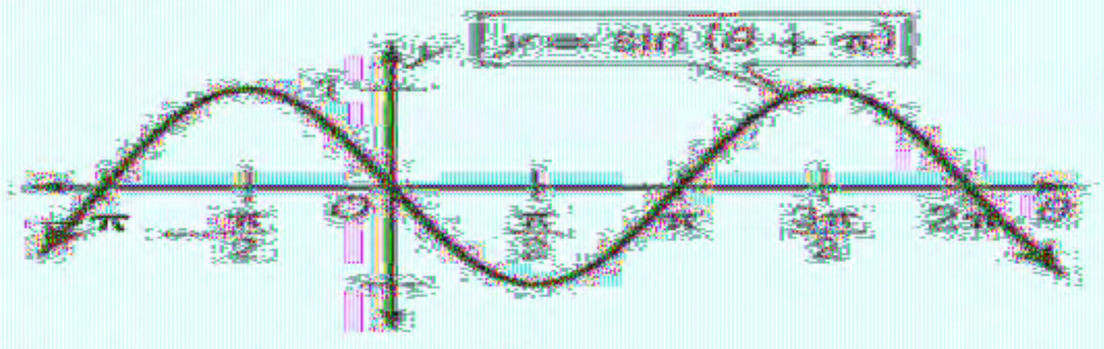


Copyright © Pearson Education, Inc. or its affiliates. All Rights Reserved.

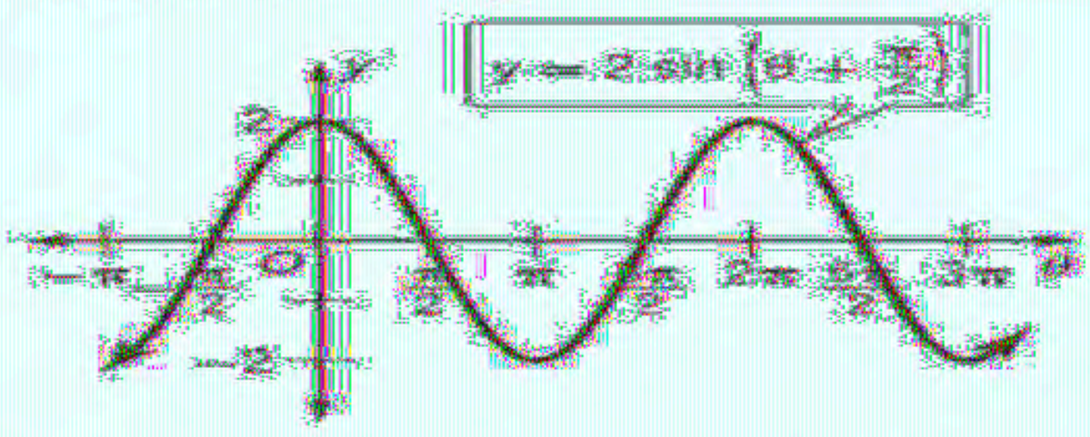
15. لا توجد سعة؛ $180°$; $h = 90°$



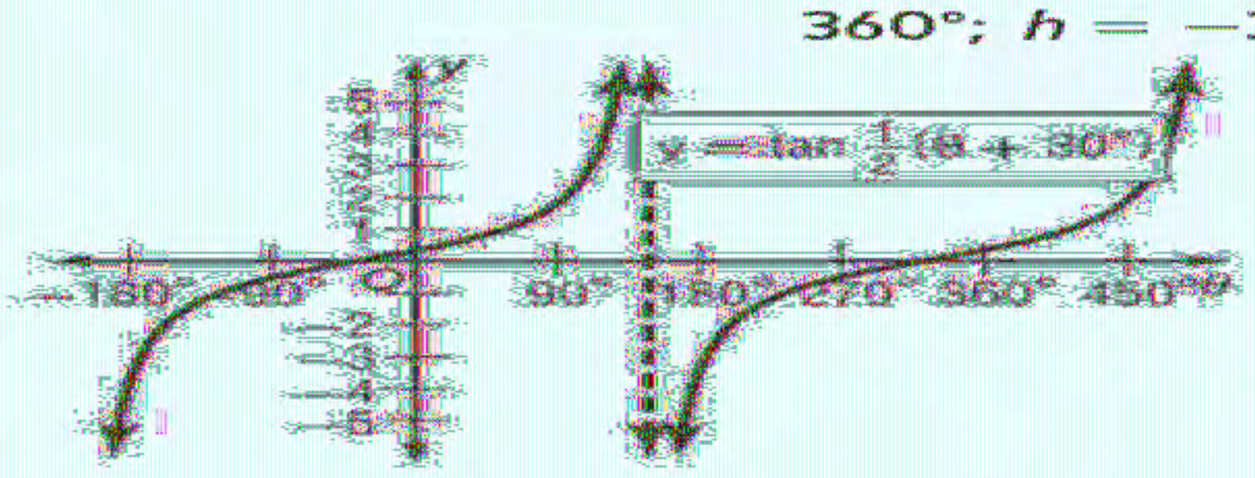
16. 1; 2π; $h = -\pi$



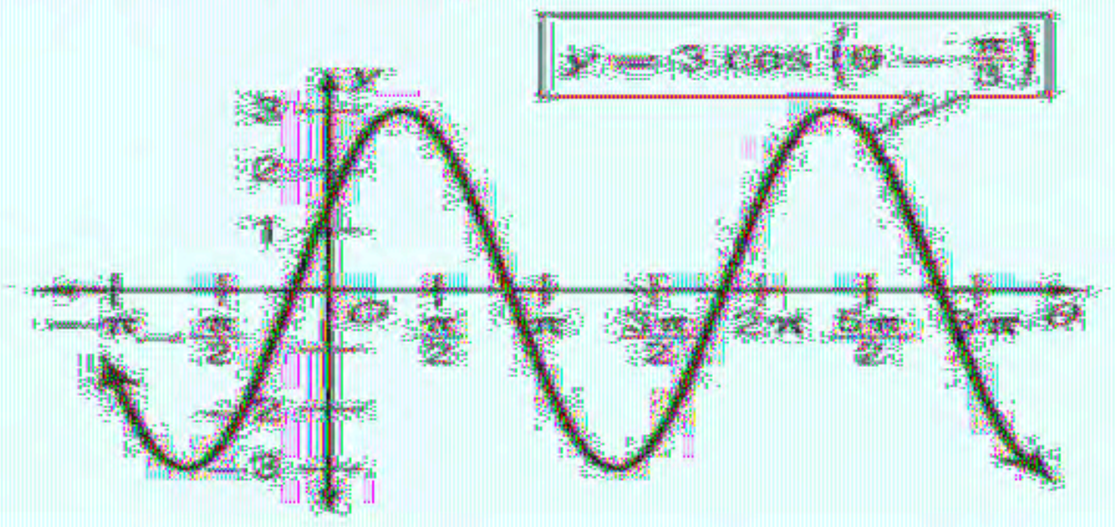
17. 2; 2π; $h = -\frac{\pi}{2}$



18. لا توجد سعة؛ $360°$; $h = -30°$



19. 3; 2π; $h = \frac{\pi}{3}$



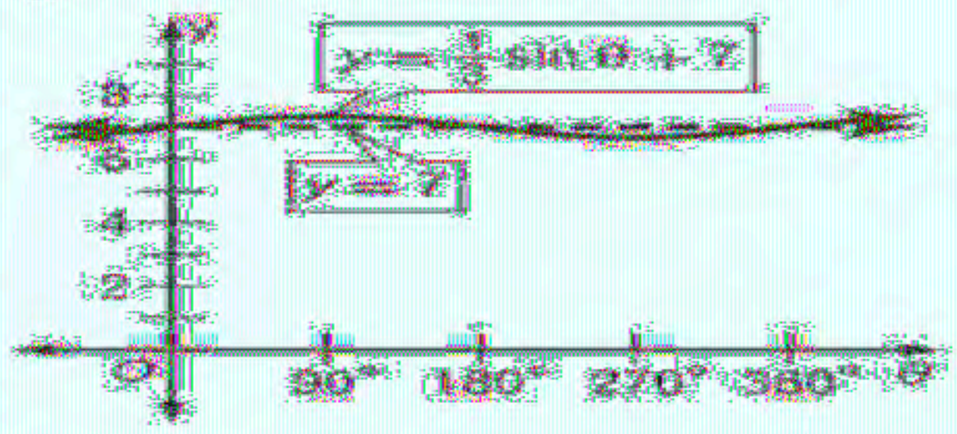
10.

12.

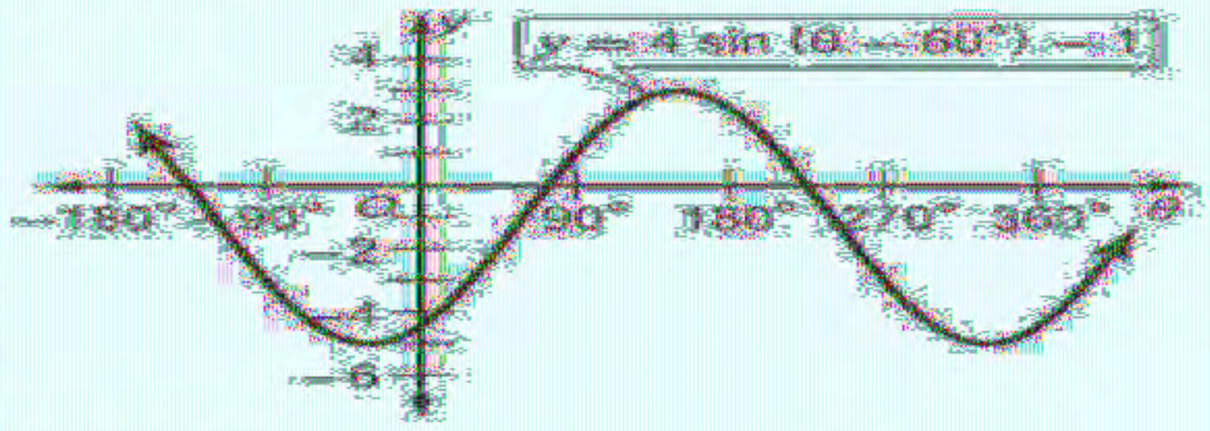
13.

14.

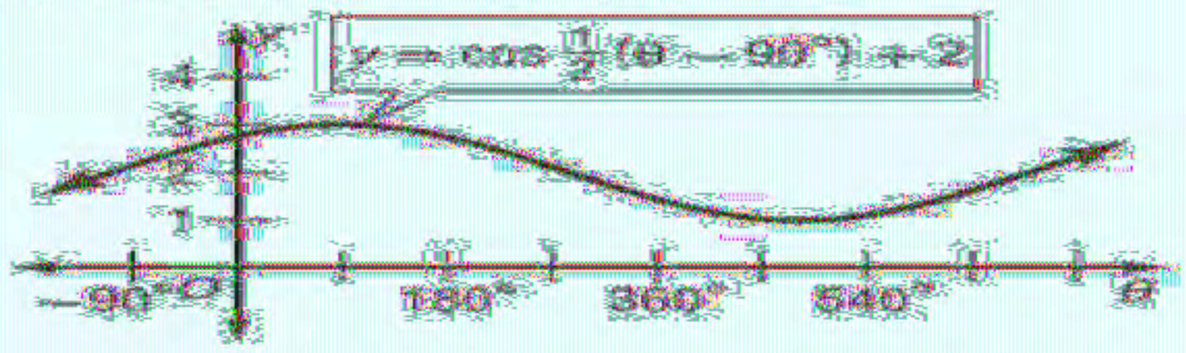
25. $\frac{1}{3}$; 360°; $k = 7$; $y = 7$



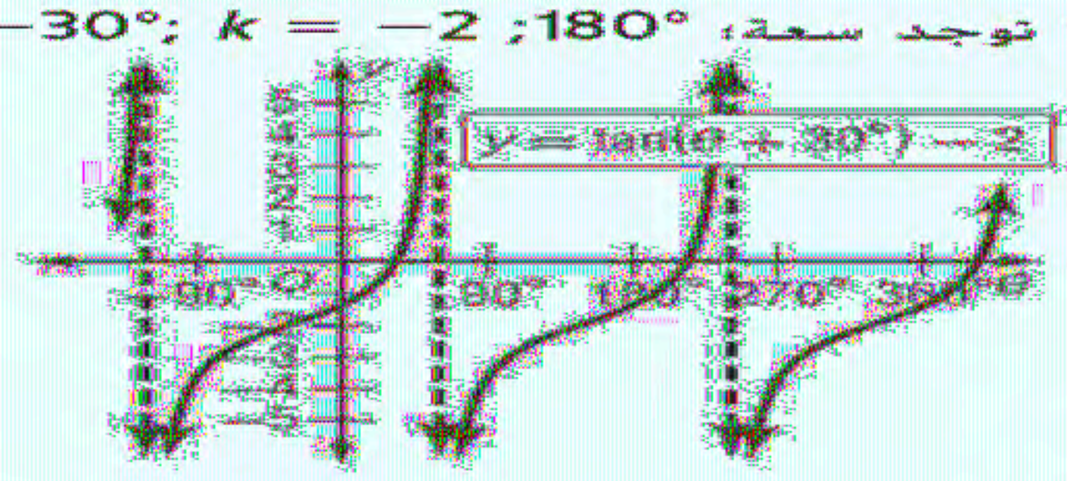
26. 4; 360°; $h = 60°$; $k = -1$



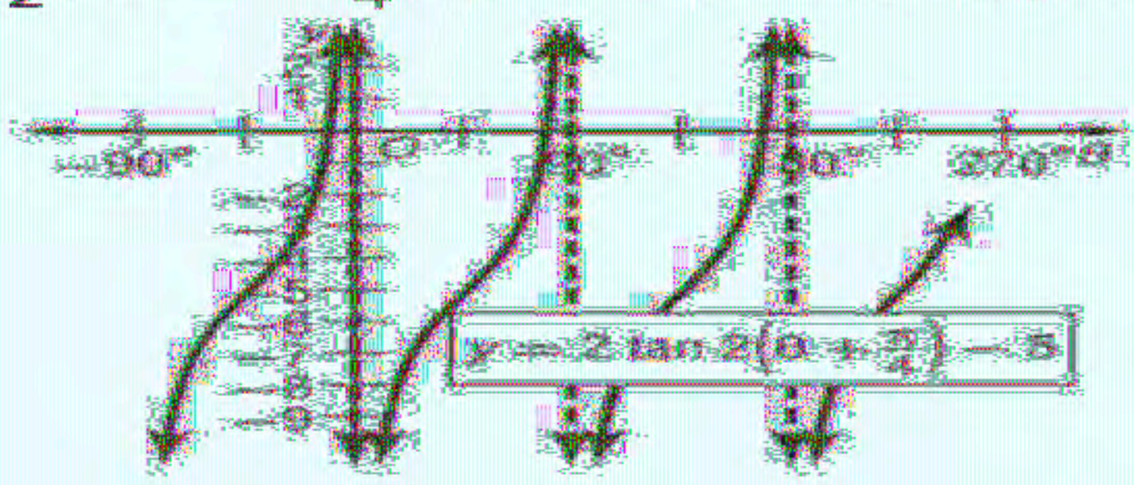
27. 1; 720°; $h = 90°$; $k = 2$



$h = -30°$; $k = -2$;180° لا توجد سعة:

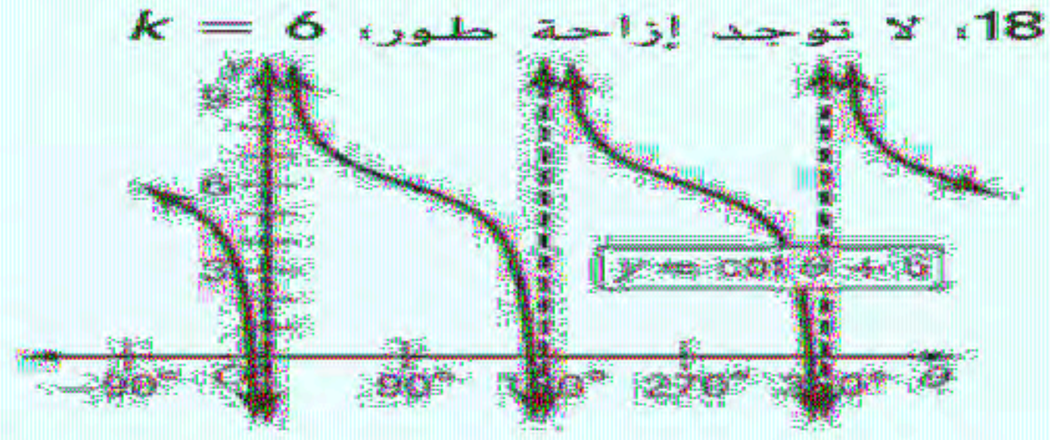


$\frac{\pi}{2}$; $h = -\frac{\pi}{4}$; $k = -5$ لا توجد سعة:

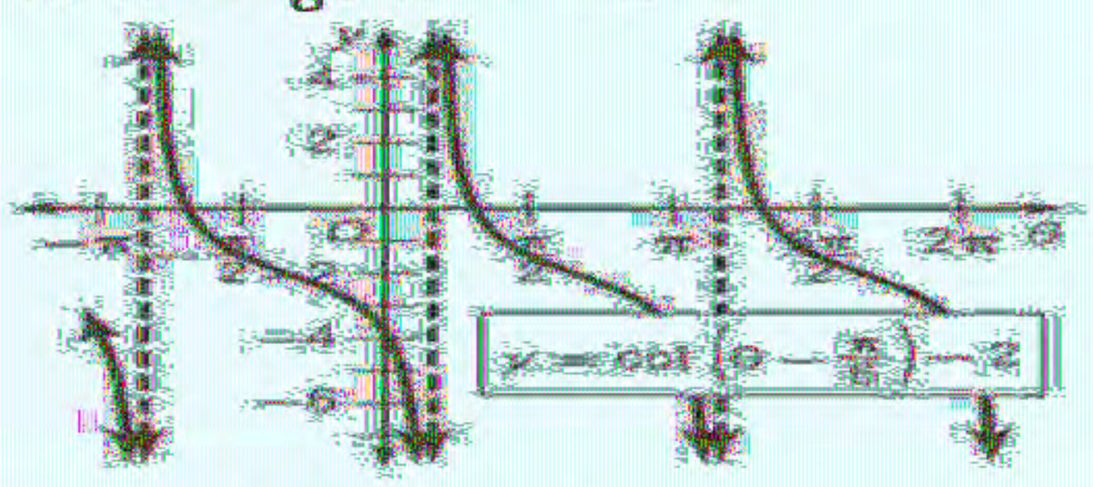


Copyright © Saudi Curriculum and Assessment Authority (SCAA) - All rights reserved

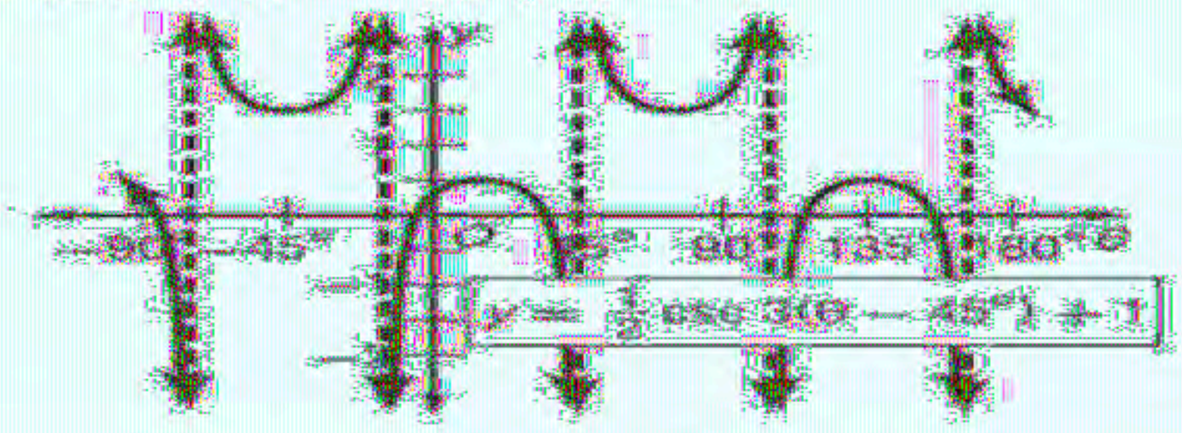
55. 180°، لا توجد إزاحة طور؛ $k = 6$



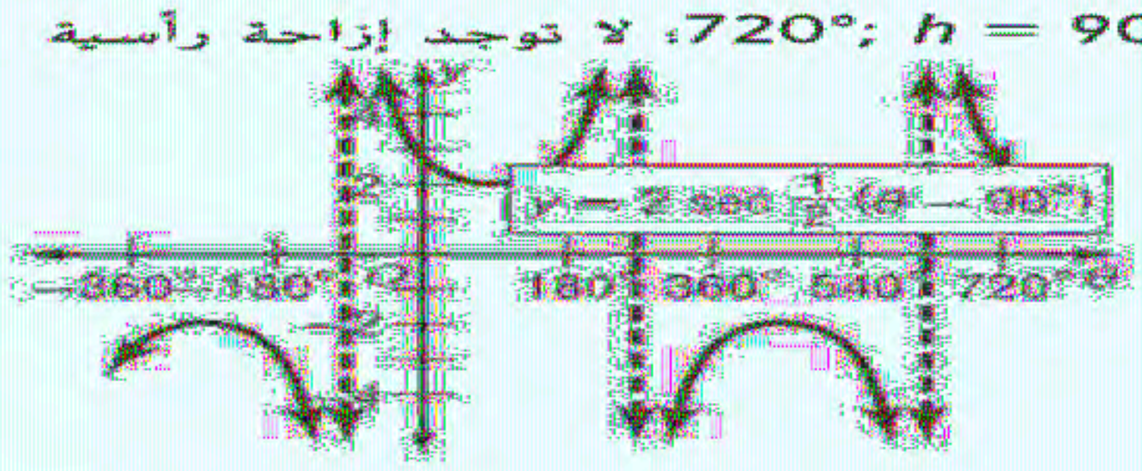
56. π; $h = \frac{\pi}{6}$; $k = -2$



57. 120°; $h = 45°$; $k = 1$



58. 720°; $h = 90°$، لا توجد إزاحة رأسية



59. π; $h = -\frac{\pi}{2}$; $k = -3$

