السؤال (١) :- جد النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{١}{س^{٣} - ٢٧} - \left(\frac{٢}{س - ٢} - \frac{١٠}{س^{٢} - ٤} \right) \right)$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{(٣س - ١)^{٤} - ١٦}{س^{٢} - س}$

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{(س^{٢} - س - ٢)^{٧}}{(س^{٣} - ١٢س + ١٦)^{٤}}$

ب)

١) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٣س + ٤} - ٢}{\sqrt[٣]{٧س + ١} - ٢}$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{٢ - س\sqrt{٣س + ١}}{س^{٢} - ٩(س + ٢)}$

٣) $\lim_{س \to ١} \frac{(\sqrt{س^{٣} - ١})(\sqrt{س - ١})}{س^{٢} - ٢س + ١}$

جـ)

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س + ١٤} - [\frac{١}{٢}س]}{س - ٣\sqrt{س}}$

٢) $\lim_{س \to ٣^{+}} \frac{س^{٢}[\frac{س}{٣} + \frac{١}{٢}] - ٣٢}{|س - [٩ - س]|}$

د) ١) $\lim_{س \to ٣^{+}} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٦س + ٩}}{س^{٣} - ٢٧}$

٢) $\lim_{س \to ٣^{+}} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٣س} - \sqrt{٩ - ٣س}}{\sqrt{س - ٣}}$

هـ) ١) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^{٥} - ١}{(٢٥)س^{٣} + ٢(٥)س^{٤} - ١١}$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٣س^{٣} + ٤(٣)^{س} - ٥}{س^{٣} - ١}$

و) ١) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٣س} - (١ + س)^{٤} - ١٦}{١ - س}$

٢) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س - ٧\sqrt{س}} - ٤}{٨ - س}$

السؤال (٢) :-

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} - ٢س + ب}{٢ - س} = -٦$ جد قيمة ب

٢) اذا كانت $\lim_{س \to ٤} \frac{ق(س) - ٦}{٤ - س} = ٥$

فجد $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{٣س} - ٢}{١٢ - ٢ق(س)}$

رافت ابراهيم صافي

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ٤}{٢ - س} = ٥$ جد

$\lim_{س \to ٢} \left(\frac{س^{٢} + س - ٢}{ق(س) - ٤} + \frac{١٢}{ق(س)} \right)$

٤) $\lim_{س \to ٢} \left(\frac{ب}{٤ - س^{٢}} - \frac{ق}{٢ - س} \right) = \frac{١}{٤}$ جد قيمة ق، ب

٥) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٣س - ب} - ق}{١ - س} = \frac{٣}{٢}$ جد قيمة ق، ب

٦) $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ٤}{س - ٢} = ٥$ وكانت $\lim_{س \to ٢} (٣ق(س) - ٤ق(س) + ٢) = ١٢$

جد ق(٢)

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٢٣٤٦٤

Scanned by CamScanner

السؤال (٣) :- جد نهايات التالية:-

أ) ١) $\lim_{س \to 0} \frac{٢ - ٢ \text{قا}^{٢} س}{\text{ظتا}^{٢} س - ١}$ — النفريق

٢) $\lim_{س \to 0} ٣س (\text{قتا}^{٤} س + \text{ظتا}^{٢} س)$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{٧ - ٧ \text{قتا}^{٤} س}{\text{قا}^{٢} س - \text{ظتا}^{٢} س}$

ب) ١) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{قا}^{٢} ٦س - ١}{٣س^{٢} - ٥س}$ — التعويض المباشر

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{ظا}٨س - ٧س}{\text{ظا}^{٢}٣س + ٥س + \text{ظا}٣س}$

ج) ١) $\lim_{س \to 0} \frac{٦س \text{ظا}٥س}{\text{قا}٤س - ١}$

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}^{+}} \frac{١ + \text{جتا}س}{\text{ظا}س}$ — المرافقة

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}٦س}{س^{٢} + ٣س \text{ظا}٢س}$

٤) $\lim_{س \to 0} \frac{(٢س + \text{ظا}٣س)^{٢}}{٤ - ٤ \text{جتا}٦س}$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{٢ - \text{قا}^{٢} س - \text{جتا}٢س}{س \text{ظا}٤س}$

٦) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}^{+}} \frac{\text{ظا}٢س}{١٢ - \text{ظا}س}$

هـ) ١) $\lim_{س \to 0} \frac{٧ \text{ظا}٢س \text{ظا}س + ١ - \text{جتا}٤س}{\text{ظا}^{٢}٣س}$ — متطابقات

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{٣ + س \text{ظا}س - ٣\text{جتا}٢س}{س \text{ظا}س}$ — التجميع

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{٥ - \text{جتا}٣س - ٤ \text{جتا}س}{س^{٢}}$

و) ١) $\lim_{س \to ١} \frac{٣ - س - ٣}{\text{ظا}\pi س}$ — الضرب في المرافق

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{٢س^{٢} - ٨}{\text{ظا}\pi س}$

٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جتا}٣س + \frac{١}{٢}}{\frac{\pi}{٤} - س}$

٤) $\lim_{س \to ١} \frac{\text{ظا}\frac{\pi}{٥}}{س - ١}$

ز) ١) $\lim_{س \to ٢٧} \frac{\text{ظا}(٣ - \sqrt[٣]{س})}{س^{٢} - ٢٧س}$ *

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{١ + \text{جتا}٢س}{١ - \text{ظا}س}$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٣٤٦

* لم تطرح فكرتها في الوزارة

Scanned by CamScanner

السؤال (٤) :-

١) اذا كانت :-

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{ح(س) - ح(٢)}{س^{٣} - ٨} = \frac{١}{٥} \text{ جد } (٢)$$

٢) $$\text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}٣س}{س} = \text{نها}_{س \to 0} \frac{\text{جا}٥س}{س \text{ جتا}٢س} = \frac{٣}{٤}$$

جد $ق$ ، $ب$

٣) اذا كانت $$\text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{ق \text{ جا}(س)}{٣ + ٣ \text{ جتا}٢س} = \frac{٤}{٥}$$

$$\text{مجد نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جا}س - ١}{\text{جا}(س)}$$

رافت ابراهيم صافي

السؤال (٥) :-

ابحث اتصال الاقترانات التاليه :-

١) $$ق(س) = \begin{cases} \frac{|س^{٢} - ١|}{١ - س} & ، س < ١ \\ ل[٣ - س] & ، س \geq ١ \end{cases}$$ عند $س = ١$

٢) $$ق(س) = \begin{cases} \frac{س - ٤}{\frac{١}{٢}س^{٢} - س + ١} & ، س > ٢ \\ \frac{٩ - (س+١)^{٢}}{س - ٢} & ، س < ٢ \\ -٨س + ٢٢ & ، س = ٢ \end{cases}$$

عند $س = ٢$

٣) $$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٣} - ٣س - ٢}{س^{٢} - ٤} & ، س \neq ٢ \\ ٤س + ١ & ، س = ٢ \end{cases}$$

عند $س = ٢$

٤) $$ق(س) = \begin{cases} |س| + س^{٢} - ٥ & ، س \leq ٠ \\ \frac{٣ \text{ جا}س + ٢س}{س - ط٤س} & ، س > ٠ \end{cases}$$

عند $س = ٠$

السؤال (٦) :-

١) $$ق(س) = \begin{cases} \frac{\text{جا}أس - ب س^{٢}}{س \text{ جا}س} & ، س < ٠ \\ \frac{س^{٢} + ٥س}{س + ٣س} & ، س > ٠ \\ ٢ & ، س = ٠ \end{cases}$$

جد $ق$ ، $ب$ حيث $ق$ متصل عند $س = ٠$

٢) $$ل(س) = \begin{cases} \frac{١}{١ - س} - \frac{٢}{١ - س^{٢}} & ، س < ١ \\ \frac{ب}{٢} & ، س = ١ \\ \frac{س^{٢} - (أ+١)س + أ}{١ - س} & ، س > ١ \end{cases}$$

جد $أ$ ، $ب$ حيث $ق$ متصل عند $س = ١$

السؤال (٧) :-

١) $ق(س) = [\![١ + \frac{س}{٣}]\!]$

$ه(س) = (س - ٣)^{٢}$ ابحث اتصال

$ل(س)$ عند $س = ٣$ حيث $ل(س) = ق(س) \times ه(س)$

٢) $$ق(س) = \frac{[\![\frac{س}{٢}]\!] + ١}{٧ + س}$$

$$ه(س) = \begin{cases} \frac{س + ٦}{١ + ٣س} & ، س < ٢ \\ \frac{س^{٢} + ٥}{س + ٥} & ، س \geq ٢ \end{cases}$$

ابحث اتصال $ق + ه$ عند $س = ٢$

٣) $$ق(س) = \begin{cases} ٣س^{٢} & ، س \leq ١ \\ س^{٣} + ٢س & ، س > ١ \end{cases}$$ ، $$ه(س) = \begin{cases} س + ١ & ، س \leq ١ \\ ٢س & ، س > ١ \end{cases}$$

ابحث اتصال $ق + ه$ عند $س = ١$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥١٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

السؤال (٨) :-

١) $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^٣ - ٢}{س - ٢} & ، -١ \le س \le \frac{١}{٢} \\ \frac{٣}{١٢ - ٢س} & ، \frac{١}{٢} < س < ١ \\ س^٢ + س + ١ & ، ١ \le س \le ٢ \end{cases}$

الحل/ اتصال $ق(س)$ على مجاله

٢) $ق(س) = \begin{cases} |س - ١| & ، |س| \le ٢ \\ \frac{٣}{س^٢ - ١} & ، |س| > ٢ \end{cases}$

الحل/ اتصال $ق(س)$ على مجاله

٣) $ق(س) = س^٢ - ٤$

$ص(س) = ٢ - [\frac{س}{٢}]$ الحل/ اتصال $\frac{ق}{ص}$ على $(-١٢، ٥)$

٤) $ق(س) = \begin{cases} [٣ - س] & ، ٠ < س < ٢ \\ |٢س - ٤| & ، ٢ \le س \le ٤ \\ \frac{٤}{س + ٣} & ، ٤ < س \le ٦ \end{cases}$

الحل/ اتصال $ق(س)$ على $(٠، ٦]$

٥) $ق(س) = \begin{cases} س + [س] & ، ٠ \le س < ١ \\ |س - ٣| & ، ١ \le س < ٢ \\ \frac{س^٢ - ٤}{س - ٢} & ، س > ٢ \end{cases}$

الحل/ اتصال $ق(س)$ في $[٠، ∞)$

٦) $ق(س) = \begin{cases} س + [س] & ، ٠ \le س < ٢ \\ \frac{٣}{٢}س^٢ + ١ & ، ٢ \le س \le ٤ \end{cases}$

الحل/ اتصال $ق(س)$ على $[-١، ٤]$

السؤال (٩) :-

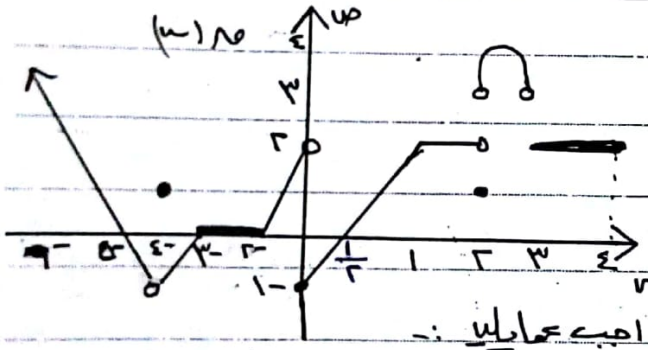
١) $ق(س) = \begin{cases} -٢ جا س & ، س \le -\frac{\pi}{٢} \\ ٩ جا س + ب & ، -\frac{\pi}{٢} \le س \le \frac{\pi}{٢} \\ جتا س & ، س > \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

جد $ب$، $ب$ حيث $ق$ متصل على مجاله

٢) $ق(س) = \frac{٣س^٣ - ٨س + ١}{س^٢ - ٢س + ب}$

جد $(ب)$ حيث $ق$ متصل على (٢)

السؤال (١٠) :- $ق$ معرف على $[٠، ٥]$



اجب عما يلي :-

١) جد قيم $(هـ)$ حيث $\lim_{س \to هـ} ق(س)$ غير موجود

٢) جد قيم $(ρ)$ حيث $\lim_{س \to ρ} ق(س) =$ صفراً

٣) جد $\lim_{س \to ٣^+} ق(٤ - س)$

٤) $ل(س)$ كثير حدود يعرف (١٥) جد $\lim_{س \to ١} \frac{ل(س)}{ق(٣ - س)}$

٥) $هـ(س)$ كثير حدود يمر بالنقطة $(٣، -٩)$ جد $\lim_{س \to ٣^+} \frac{هـ(س)}{١ + |ق(س)|}$

٦) جد قيم $(س)$ والتي عندها $ق$ غير متصل

٧) جد $\lim_{س \to ١^+} \frac{[س + ١] ق(س)}{|س - ٤|}$

Scanned by CamScanner

"أسئلة إضافية على الوحدة الأولى"

١) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س^٣ + ٧} - ٢}{\frac{٨}{س+١} - ٤}$

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{١ - ٢ جا س}{\frac{\pi}{٦} - س}$

٣) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{٢س^٢ + ٢} - ٢}{س^٣ - ٨}$

٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٣س \, ظتا ٥س - جا ٣س}{٢س \, ظا ٧س (جا ٢س - جا س)}$

٥) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{(س^٢ - ٤)(س - ٢)}}{س - ٢}$

٦) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ٤}{س - ٢} = ٧$

$\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٦$ جد $\lim_{س \to ٢} (٣ق(س) - ق(س+١))$

٧) جد $\lim_{س \to ٠} \frac{ظتا^٢ ٣س - ظتا ٨س}{٥س^٢}$

٨) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ & ، س \leq ٢ \\ ٢س - ٢ & ، س > ٢ \end{cases}$ جد $\lim_{س \to ٠} ق(س+٤)$

٩) جد $\lim_{س \to ٢}$ (إن وجدت) حيث:

$\lim_{س \to ٢} \sqrt{س^٢ - ٦} - س$ غير موجودة

١٠) $ق(س) = \begin{cases} \frac{١}{\sqrt{٣ - س}} - \frac{١}{٣ - \frac{س}{٣}} & ، س < ٩ \\ \frac{|٢س - ١٢| - ٦}{٩ - س} & ، س > ٩ \end{cases}$

جد $\lim_{س \to ٩} (ق(س) + ٢س)$

١١) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ط(\pi س)}{١ - س} = \lim_{س \to ٢} \frac{ط ٣س - ٢٢}{\pi س - ٢ ط \pi س}$

جد $(ط)$

١٢) $ق(س) = \begin{cases} ط + \frac{\sqrt{٢ + س} - ٢}{س - ٢} & ، س < ٢ \\ \frac{|س - ١| - ب[٢ + \frac{س}{٣}]}{٢٧ - (١ + س)^٣} & ، س > ٢ \end{cases}$

جد $ط$ ، $ب$ حيث $\lim_{س \to ٢} ق(س)$ موجودة

١٣) $\lim_{س \to ط} [\sqrt{٢س} - ١] = ٥$ جد قيم الثابت $(ط)$

١٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ٦}{س^٢ - ٩} = ٤$ جد $\lim_{س \to ٣} \frac{س ق(س) - ١٨}{س - ٣}$

١٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٢ + ٣ب س} - ١}{جا س} = \lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٣٦ + ٣ب^٢ س} - ٤}{س}$

جد $(ب)$

١٦) جد نقط عدم الاتصال لـ:

١) $ق(س) = \frac{١ - س}{(س^٢ - ٤س)(س^٢ + ١)} - \frac{٨}{٩ - س^٢}$

٢) $ق(س) = \frac{١ - ق ٣س}{١ - ظ س}$ ، $س \in (٠ ، \frac{\pi}{٢})$

٩) إذا كان باقي قسمة $ه$ على $س + ٦$ يساوي ٥

وكانت $\lim_{س \to ٤} (ه(س) + ه(٤ - س)) = ١٥$ مجد

$\lim_{س \to ٣} (\frac{ه}{ه} + ١)$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٢٣٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

اسئلة الوزارة

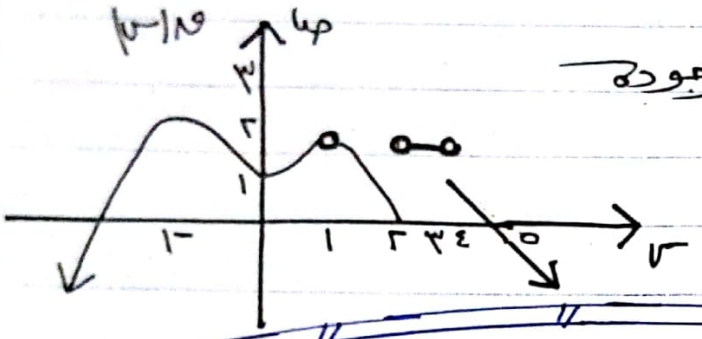
السؤال الأول

اعتماداً الشكل المجاور والذي يمثل منحنى $ق(س)$، $س \in ح$

أ) اذا كانت $\lim_{س \to ب} ق(س) = ٢$ جد قيم الثابت $(ب)$

ب) اذا كانت $\lim_{س \to ب} ق(س)$ غير موجودة

جد قيم الثابت $(ب)$



السؤال الثاني

أ) اذا كانت $\lim_{س \to -١} \frac{ب س^٢ + ٢س - ٥}{س + ١} = -٧$ جد قيمة $ب$

ب) $ق(س) = \begin{cases} ٢س^٢ + \frac{١}{س} + [\![\frac{س}{٣}]\!] & ، ١ \leq س \leq ٣ \\ \frac{|س - ٣|}{٩ - س^٢} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$

جد $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ إن أمكن

السؤال الثالث :- جد النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{س + ١} - ١ \right)$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{٣(س+٢)} - \frac{١}{٨} \right)$

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٣ + ٣س + ٣} - \sqrt{٤س + ١}}{س - ٢}$

٤) $\lim_{س \to ٣^+} \frac{س + ٣}{\sqrt{س^٢ + ٧س + ٩} - ٩ - س^٢}$

٥) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س + ٣}{٣ - س} - \frac{س^٢ + ٢٧}{٩ - س^٢} \right)$

٦) $\lim_{س \to -٢\sqrt{٣}} \frac{\sqrt{٩ - س^٢} - ٦}{س^٢ + ٣\sqrt{٣}}$

٧) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ٣س^٢ - ٤س - ١٢}{س^٢ - ٤}$

٨) $\lim_{س \to ١} \frac{(س + ١)^٢ - ٤)^٢}{(س^٢ - ٢س + ١)^٢}$

Scanned by CamScanner

السؤال الرابع

اذا كانت $\lim_{س \to 0} \frac{ظا ٣س}{٥س} = \lim_{س \to 0} \frac{ا ظا ٦س}{ب س - ٣س} = ٢$ جد ا، ب

السؤال الخامس : جد قيمة النهايات الآتية :-

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - جتا ٨س - ٢ جا^٢ س}{١٠ س^٢}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{٢س (س + ظا ٨س - ظا ٤س)}{جا^٢ ٣س - س}$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا س - جا س}{٣ س^٣}$

٤) $\lim_{س \to 0} \frac{٤ - ٣ ظا س - ٤ جتا س}{٣ جا ٤س - س}$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{٢ ظا ٢س - جا ٤س}{٣ س^٣}$

٦) $\lim_{س \to 0} \frac{جتا^٢ س - جا^٢ س - ١ جتا ٢س}{٢ س^٢}$

٧) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا ٢س}{س^٢ - \frac{\pi}{٢} س}$

٨) $\lim_{س \to \pi} \frac{١ + جتا س}{(س - \pi)^٢}$

السؤال السادس

١) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ١ & ، س \leq ٢ \\ [س + ٣] & ، س > ٢ \end{cases}$ ابحث اتصال $ق(س)$ عند $س = ٢$

٢) $ق(س) = \begin{cases} (س - ٣)^٢ & ، س \leq ٤ \\ \frac{|[س] - س| + [س - ٤]}{س - ٤} & ، س > ٤ \end{cases}$ ابحث اتصال $ق(س)$ عند $س = ٤$

٣) $ق(س) = \begin{cases} \frac{|\frac{١}{س - ٤}| - \frac{١}{٣}}{س - ١} & ، ٠ < س < ١ \\ \frac{[\frac{١}{٢} س + ١]}{س - ٩} & ، ١ \leq س < ٢ \end{cases}$ ابحث اتصال $ق(س)$ عند $س = ١$

٤) $ق(س) = \begin{cases} \frac{(٥ - س^٢) - [٣ + س^٢]}{١ - س} & ، ٠ < س < ١ \\ |س^٢ - ١| - س & ، ١ \leq س < ٢ \end{cases}$ ابحث اتصال $ق(س)$ عند $س = ١$

Scanned by CamScanner

السؤال السابع

١) اذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢ + ٢س ، س \leq ١ \\ ٣ - س^٢ ، س > ١ \end{cases}$ ، $هـ(س) = \begin{cases} س ، س \leq ١ \\ س^٢ ، ١ < س \leq ٢ \end{cases}$

ابحث اتصال $(ق + هـ)(س)$ عند $س = ١$

٢) $ل(س) = \begin{cases} \frac{ا ب س^٢ - ٩ - س^٢}{س ا هـ س} ، -\frac{\pi}{٦} \leq س < ٠ \\ \frac{س^٢ + (ب - ٢) س}{س - ب} ، ٠ < س < \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

اقتران متصلاً عند $س =$ صفر عندما قيم كل من الثابتين $ا$ ، $ب$

السؤال الثامن

١) $ق(س) = \begin{cases} س^٢ + ٦ - س ، -١ \leq س < ٠ \\ ل[س] + ٥ س - ٢ ، ٠ \leq س \leq ١ \end{cases}$

ابحث اتصال $ق(س)$ على الفترة $[-١ ، ١]$

٢) $ق(س) = \begin{cases} \sqrt[٣]{س} + |س| ، -٢ \leq س < ٠ \\ \frac{٤}{س + ١} ، ٠ \leq س < ٣ \\ \frac{٦}{٣} ، س = ٣ \end{cases}$

ابحث اتصال $ق$ على الفترة $[-٢ ، ٣]$

٣) $ق(س) = \begin{cases} ٥ - س ، س \leq ٢ \\ [٢ - \frac{١}{٢} س] ، ٢ < س \leq ٤ \\ |س - ٤| ، س > ٤ \end{cases}$

ابحث في اتصال $ق(س)$ على مجموعة الاعداد الحقيقية

٤) $ق(س) = س + ٢$ ، $هـ(س) = [٥ - س]$ ابحث اتصال $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ في الفترة $(٤ ، ٧)$

٥) $ق(س) = \frac{س^٢ - ٣ س - ٥}{س^٢ - ٢ س + ٢٩}$ متصلاً على ح حد قيم الثابت $(ا)$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

السؤال (١) :-

١) $ف(س) = س^{٢} - هـ(س)$ اذا كان معدل تغير $ف(س)$ في $[٤، ٦]$ يساوي $\frac{٥}{٣}$ جد معدل تغير $هـ(س)$ على نفس الفترة

٢) $هـ(س) = ف(٣س) + س^{٢}$ اذا كان مقدار التغير في $ف(س)$ في $[٣، ٦]$ يساوي ٤ جد معدل تغير $هـ(س)$ في $[١، ٢]$

٣) اذا كان معدل تغير $ف(س)$ في $[٤، ٦]$ يساوي ٥ وكان $ف(١) + ف(٤) = ٣$ جد معدل تغير $هـ(س) = ف^{٢}(س) + ٣س$ في $[٤، ٦]$

٤) اذا تغير طول ضلع مثلث متساوي الاضلاع من ٢ سم الى ٤ سم جد معدل التغير في مساحته

٥) متحرك جسم حسب العلاقة :-
$ف(ن) = جتا ٢ن + ٣$ جد السرعة المتوسطة في $[٠، ٢\pi]$

٦) $هـ(س) = ٢ ف(س) + ب س^{٢}$ اذا كان معدل تغير $ف(س)$ في $[٣، ٦]$ يساوي ٨ وكان مقدار التغير في $هـ(س)$ يساوي ٥٠ في $[٣، ٦]$ و جد قيمة الثابت (ب)

٧) اذا كان المماس لقاطع المار بـ $(١، ف(١))$ و $(٤، ف(٤))$ يصنع زاوية قياسها $١٣٥°$ مع $س$ موجب فجد $ف'(١)$

٨) $ف(س) = (س + س^{-١})$ اذا كان مقدار التغير في $ف$ عندما تتغير $س$ من ١ الى $س$ يساوي $\frac{-١}{٣}$ جد قيمة $س$

السؤال (٢) :- جد المشتقة الاولى باستخدام تعريف المشتقة لكل مما يلي :

١) $ف(س) = ٨ + ٧\sqrt{٩ - ٢س}$

٢) $ف(س) = \frac{٢}{س - ٧} + ٥$ عند $س = ٩$

٣) $ف(س) = ٨س - ٣\sqrt{س}$ عند $س = ٤$

٤) $ف(س) = ٢\sqrt{س} + \frac{٤}{س}$

٥) $ف(س) = \frac{٨}{س - ٥} + ٢$ عند $س = ٣$

٦) $ف(س) = \frac{٣}{٤ + \sqrt{س}}$ عند $س = ٤$

٧) $ف(س) = \frac{\sqrt{س}}{س + ١}$ عند $س = ٢$

٨) $ف(س) = ٥س^{٢} + \frac{٤}{س}$

٩) $ف(س) = ٢س\sqrt{١ + س}$ عند $س = ٨$

١٠) $ف(س) = \frac{٥س}{٤س - ١}$ $س \neq \frac{١}{٤}$

١١) $ف(س) = |س^{٢} - ٢س|$ عند $س = ٢$

١٢) $ف(س) = س^{٢}[١ + \frac{١}{س}] + ٣$ عند $س = ٤$

١٣) $ف(س) = \frac{\sqrt{س} + ١}{\sqrt{س} - ١}$ عند $س = ٤$

١٤) $ف(س) = \frac{س + ١}{س - ١}$

Scanned by CamScanner

السؤال (٣)

١) اثبت ان :-

$$\lim_{س \to ٤} \frac{٣ق(٤) - ٣س ق(س) + ٣س ق(س) - ٤ق(س)}{٤ - س} = ٣ق(س) + ٣س ق'(س)$$

٢) اثبت ان :-

$$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٦ + ٥هـ) - ق(٦ - ٢هـ)}{هـ} = ٧ق'(٦)$$

٣) اذا كان مقدار التغير في $ق(س)$ عندما تتغير $س$ من ٤ الى $٤ + ل$ يساوي $ل^٢ - ١٦$

جد $ق'(٤)$

٤) اذا كان مقدار التغير في $ق(س)$ عندما تتغير $س$ من $س$ الى $س + هـ$

يساوي $٥س^٢هـ + ٨سهـ^٢$ جد $ق'(٣)$

٥) $ق(س) = س^٢ هـ(س)$ جد $ق'(٢)$

باستخدام تعريف المشتقة حيث :

$هـ(٢) = ٣ ، هـ'(٢) = ٢$

٦) $ص = (٥س - ٤)(س^٣ + ٥)$

جد $\frac{دص}{دس}$ عند $س = \frac{\pi}{٣}$

٧) $هـ(س) = س^٣ - ٣س^٢ + \frac{٢}{ق(س)}$

جد $هـ'(٢)$ حيث $ق'(٢) = ٤$

$ق(٢) = ٢$ باستخدام تعريف المشتقة

السؤال (٤) :-

١) اذا كانت $ق(٣) = \frac{١}{٢}$ ، $ق'(٣) = ٣$

جد $\lim_{س \to ٣} \frac{٤ق(س) - س}{(س - ٣) ق(س)}$

رافت صافي

٢) جد $\lim_{س \to ٣} \frac{٣ق(س) - س ق(٣)}{٢س - ٦}$ حيث

$ق(٣) = ٥ ، ق'(٣) = ٢$

٣) $ق(٢) = ٣ ، ق'(٢) = ٥$ جد

$\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢ + هـ) - ق(٢)}{٢هـ}$

٤) جد $\lim_{س \to ٩} \frac{ق(س) - ق(٣)}{س^٢ - ١٨}$

السؤال (٤) :-

١) $ق(س) = \begin{cases} س + \sqrt{س} & ، س \geq ١ \\ \frac{٤}{س + ١} & ، س < ١ \end{cases}$

ابحث في قابلية $ق(س)$ للاشتقاق عند $س = ١$

٢) $ق(س) = |س + ٥| + |س^٢ - ٢٥|$ اثبت ان قابلية $ق$ للاشتقاق عند $س = -٥$

٣) $ق(س) = س\sqrt{س^٢ - ٢س + ١}$ اثبت ان قابلية $ق$ للاشتقاق عند $س = ١$ باستخدام تعريف المشتقة

٤) $ق(س) = |٤س - ٣|$ ابحث في قابلية $ق$ للاشتقاق عند $س = ٣$

٥) $ق(س) = ٣\sqrt{س} + |س - ٥|$ ابحث في قابلية $ق$ للاشتقاق عند $س = ٥$ ، $س \in (٠ ، ٦)$

Scanned by CamScanner

السؤال (٥) :-

٤)

١) $ق(س) = \dfrac{س^3 + [س]}{|٢س - ١|}$ جد $ق'(\frac{٥}{٢})$

٢) $ق(س) = \begin{cases} (س-١)^2 + ٣ & ، س \le ١ \\ [س+١] & ، ١ < س < ٣ \\ |س^2 - ٣س + ٩| & ، س \ge ٣ \end{cases}$

جد $ق'(س)$

٣) ١) $ق(س) = \begin{cases} س^2 + ب س + ٣ & ، س < ٢ \\ ٩ - ٥س^2 & ، س \ge ٢ \end{cases}$

جد $ب$ ، $ق'(٢)$ موجودة

٢) $ق(س) = \begin{cases} س^2 + ب س + ٣ & ، س < ٢ \\ ٩ - ٥س + جـ & ، س \ge ٢ \end{cases}$

اذا علمت ان $ق(س)$ قابلاً للاشتقاق عند $س = ٢$ ، معدل تغير $ق(س)$ عندما تتغير $س$ من ١ الى ٥ هـ اوجد ٣ ثم $ب$ ، $جـ$

٣) $ق(س) = \begin{cases} ٩ - ب س^3 & ، س < ١ \\ هـ س^2 + ٤ & ، س < ١ \\ ٦س & ، س = ١ \end{cases}$

جد $ب$ ، $جـ$ حيث $ق'(١)$ موجودة

٥) ١) $ق(س) = \dfrac{[١ + \frac{س^3}{٢}]}{س هـ(س) + ٣س}$

جد $ق'(١)$ حيث $هـ(١) = ١$

$هـ'(١) = ٢$

٦) ١) $ق(س) = \dfrac{س^3 + ٥}{س^2 \times ل(س)}$ جد $ق'(١)$

حيث $ق(١) = ٢$ ، $ل'(١) = ٣$

٢) $ق(س) = \dfrac{س^2 \times هـ(س)}{٣س^2 + ل(س)}$ جد $هـ'(١)$

حيث $هـ(١) = ل'(١) = ٢$ ، $ل(١) = ق'(١) = ٣$

٧) ١) $ق(س) = ٦س^2 + ٣$ جد $\lim_{هـ \to ٠} \dfrac{ق(١+٣هـ) - ق(١)}{ق(٤+هـ) - ق(٤)}$

٢) $ق(س) = ٩ - ٣س^2$ جد $\lim_{هـ \to ٠} \dfrac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{(هـ+٤)^2 - ١٦}$

٣) $ق(س) = ٣س^2 - ١$ جد $\lim_{هـ \to ٠} \dfrac{ق(\frac{١}{١+هـ}) - ق(١)}{هـ}$

٤) $ق(س) = \sqrt[٣]{س^2}$ جد $\lim_{س \to ١} \dfrac{ق(س+١) - ق(٢)}{ق(س) - ق(١)}$

٨) $هـ(١) = ق(س) = ٢س^2 + س$ ، $هـ(١) = ٢$ ، $هـ'(١) = ١$

جد :-

$* \left(\dfrac{ق+هـ}{١+هـ}\right)'(١)$ $* \left(\dfrac{ق}{٣} + \dfrac{٣}{هـ}\right)'(١)$

٩) $ق(س) = \begin{cases} س^3 + ٤س & ، س \ge ١ \\ ٧س - ٢ & ، س < ١ \end{cases}$

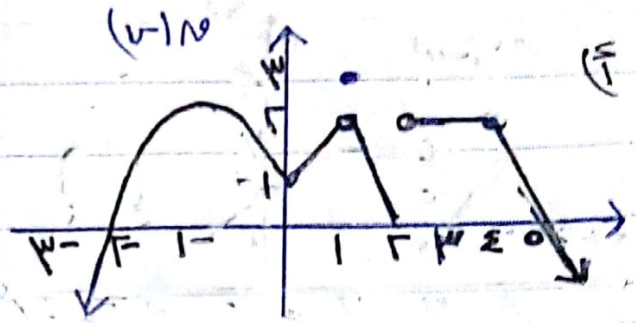
$هـ(س) = س^2 + ٧$ جد $(ق \times هـ)'(١)$

١٠) جد معدل تغير مساحة دائرة بالنسبة الى قطرها عند نقه $= ٦$ سم

١١) محفوظ ارتفاعه ضعف نصف قطره ، جد معدل تغير حجمه بالنسبة الى نصف قطره عند نقه $= ٣$ سم

Scanned by CamScanner

السؤال السادس :-

أ) 

اعتماداً على منحنى م(س) أجبها يلي

١) جد م'(-١) ، م'(٣) ، م'(٥)

٢) جد متى (س) ولما عندها م'(س) غير موجودة

٣) جد (م × م')'(٥)

٤) جد ميقه (س) ولما عندها م متصل وغير قابل للاشتقاق.

٥) جد متى (س) ولما عندها م'(س) = صفراً

٦) جد متى (س) ولما عندها م'(س) > ٠

ب) ١) م(س) = $\frac{س}{أ س^{٢} + ب}$ جد (ب)

حيث م'(١) = ٠

٢) م(س) = $\frac{س^{٢} - ٢س}{ب}$ ، م'(٠) = $-\frac{١}{٢}$

معدل تغير م في [١ ، ٢] يساوي (-٦)

جد أ ، ب

٣) جد اصغر (اشتقة) لـ م(س)

حيث م(س) = $س^{٣} - ٣س^{٢} - ٩س$ ، س ∈ [-٢ ، ٣]

٤) م(س) = $هـ س^{٢} + ٣س$ جد (هـ)

حيث $\lim_{هـ \to ٠} \frac{م(٢ + هـ) - م(٢)}{هـ} = -٩$

٥) م(س) = $|٢س - س^{٢}|$ ، س ∈ [-١ ، ١]

جد متى (س) ولما عندها م'(س) غير موجودة

السؤال (٧) :-

أ) م(س) = $\begin{cases} أ س^{٢} + ب س + هـ & ، س \leq ١ \\ س^{٣} & ، س > ١ \end{cases}$

جد أ ، ب ، هـ حيث م''(١) موجودة

ب) م(س) = $س^{٣} - ٦س^{٢} + ٩س + ١$ جد متى (س)

حيث م''(س) > ٠

جـ ١) م(س) = $س^{٣}$ ، هـ(١) = -١ ، هـ'(١) = ٢

جد: * (م ∘ هـ)'(١)

* $(\frac{م}{هـ})'(١)$

٢) م(س) = $٣س^{٣} - ٩$ حيث هـ(س) = $\frac{٥هـ(٢+س) - ٤هـ}{س}$

٣) م(س) = $٢س^{٣} + س^{٢} - ٢س$ ، إذا كان

$\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{م'(٢) - م'(س)} = ٣$ جد (أ)

د) ١) م(س) = $س^{ن+١}$ جد (ن) حيث $م^{(٣)}(س) = ٦٠ س^{ن-٢}$

٢) م(س) = $٢س^{ن}$ ، $م^{(٤)}(س) = أ س^{٤}$ جد (أ)

٣) م(س) = $\frac{١}{١٠} س^{ن}$ ، $م^{(٣)}(س) = أ س^{٢}$ جد (أ)

هـ) جد قاعدة كثير حدود من الدرجة الثانية

علماً م(١) = ٣ ، م'(١) = -٢ ، م''(١) = ٤

Scanned by CamScanner

السؤال (٨) :-

أ) ١) $ص = \frac{س^2 \tan س}{3 + 4 \sin س}$ ، أوجد $\frac{د ص}{د س}$

٢) $ق(س) = \begin{cases} 6 \sin س + 8 س & ، س \geq \frac{\pi}{4} \\ ب - 2\sqrt{2} \cos س & ، س < \frac{\pi}{4} \end{cases}$

أوجد $ب$ حيث $ق'(\frac{\pi}{4})$ موجودة

٣) $ق(س) = 8 \tan س - 2س$ أوجد (8)

حيث $ق'(\frac{\pi}{6}) = \lim_{هـ \to 0} \frac{ق(\frac{\pi}{6} + هـ) - ق(\frac{\pi}{6})}{هـ}$

٤) $ق(س) = \sin س + 3\sqrt{2} \cos س$

أوجد $ق'(س)$ وأوجد عندما $ق'(س) = 0$

حيث $س \in (0, 2\pi)$

ب) أوجد المشتقة الأولى باستخدام تعريف المشتقة :-

١) $ق(س) = 4 \tan س$

٢) $ق(س) = 2س \sin س$

٣) $ق(س) = \sqrt{5 + 4 \sin س}$

٤) $ق(س) = 4 \sin س$

٥) $ق(س) = \cos^2 س$

٦) $ق(س) = \frac{\cos س + \sin س}{5}$ عند $س = 0$

٧) $ق(س) = س^2 + 2 \cos س$

٨) $ق(س) = هـ^2(س) + \sqrt{س}$ عند $س = 1$

حيث $هـ(1) = 2$ ، $هـ'(1) = 3$

جـ) اكتب معادلة $ق(س)$ للاستقامة

١) $ق(س) = س |\sin س|$ عند $س = \frac{\pi}{2}$

٢) $ق(س) = |\sin س| + |\cos س|$ عند $س = \frac{\pi}{2}$

٣) $ق(س) = س |\sin 3س|$ ، عند $س = \frac{\pi}{3}$

٤) $ق(س) = \frac{|\cos س|}{س}$ عند $س = \frac{\pi}{2}$

٥) $ق(س) = |\sin س|$ عند $س = \pi$

السؤال (٩) :-

أ) ١) $ص = \frac{س^5}{(3س^2 + 1)^5} + \sin^3(\tan 2س)$

أوجد $\frac{د ص}{د س}$

٢) $ص = \sqrt[3]{\sin 3س + 3} + \frac{\tan 2س}{\sqrt{5}}$

أوجد $\frac{د ص}{د س}$

٣) $ص = س^2 (\cos 3س + 1)^5 + \sin 4س$

أوجد $\frac{د ص}{د س}$

ب) ١) $ق(س) = \sqrt[4]{س^3 - 3س^2 + 5}$

$هـ(س) = س^2 (س^2 - 3)^3$

أوجد $(\frac{ق}{هـ})'(2)$

٢) $ل(س) = \sqrt{س^2 - س + 1}$

$م(س) = (4 - س)^2$ أوجد

$(\sqrt{ل(س) + م(س)})'(1)$

٣) $هـ(س) = \sqrt[3]{3 \cos س + 5}$

$ق(0) = 5$ ، $ق'(0) = 3$

أوجد $(هـ \times ق)'(0)$

Scanned by CamScanner

هـ) ١) $م(س) = \sqrt{س^2 + ١}$

$ه(س) = |س^2 - ٤|$

جد $(م \circ ه)'(١)$

٢) $م'(س) = ٢ظا س قا^2 س$

$ه(س) = \frac{٥س - ٣}{٦}$

جد $(ه \circ م)'(\frac{\pi}{٣})$

٣) $م(س) = \sqrt[٣]{س^2 - ٢}$ ، $ه(س) = \sqrt{س + ٣}$

جد $(م \circ ه)'(٢)$

د) ١) $م(س) = س^2 + ١$ ، $ه(س) = ٢ظتا س$

جد $ع$ حيث $(م \circ ه)'(\frac{\pi}{٤}) = -١٦$

٢) $م(س) = (٢س - ٥)^٥$

$م(س) = ظا \frac{س}{٤}$ جد $ع$

حيث $(م \circ م)'(\frac{\pi}{٣}) = ١٠$

٣) $م(س) = ظا س$ ، $ه(س) = ٤س(\frac{١}{س} + س)$

جد $ع$ حيث $(ه \circ م)'(\frac{\pi}{٤}) = ٢ع^2 + ٣$

٤) $م(س) = جا س جتا س$

$ه(س) = ع س^2 - ١$ جد $(ع)$ حيث

$(ه \circ م)'(\frac{\pi}{٧}) = -٣\sqrt{٢}$

و) ١) $م(س) = \sqrt{س + ١}$

$ه(س) = |س^2 - ٤|$

جد $(م \circ ه)'(١)$

٢) $م'(س) = ٢ظا س قا^2 س$

$ه(س) = \frac{٥س - ٣}{٦}$

جد $(ه \circ م)'(\frac{\pi}{٤})$

٣) $م(س) = \sqrt[٣]{س^2 - ٢}$ ، $ه(س) = \sqrt{س + ٣}$

جد $(م \circ ه)'(٢)$

ز) ١) $م(س) = س^3 + ٥$ ، $(م \circ ه)'(١) = ٤٧$

جد $ع$ حيث $ه(س) = ع س + ٥$

٢) $م(س) = ٢ظا س - ٣$

جد $(م \circ ه)'(\frac{\pi}{٣})$ حيث $ه(س) = \frac{\pi}{٦}$

٣) $م(س) = \sqrt{س^2 + ٢س}$ ، $ه(س) = ٥$

جد $ه'(٥)$

٤) $م(س) = \sqrt{س + ٣}$ ، $ه(س) = ٤س - ٣$

جد $(م \circ ه)'(٢)$

٥) $م(س) = \frac{-٨}{س^2}$ ، $(م \circ ه)'(٣) = -٣$

جد $ه(٣)$

٦) $ه(س) = \frac{١}{٤}س^2 + ٢س$

$ه(س) = \sqrt{س + ٢}$ ، $م'(٥) = ٤٥$

جد ٥

ح) ١) $م(س) = \sqrt[٣]{س^2 + ١}$

$ه(س) = ٥س^3 + ٥$ ، $(م \circ ه)'(١) = ٧٤$

جد ميقة/ثابت (٥).

ط) ١) $م(س) = س$ ظا س

جد $م'(\frac{\pi}{٤})$ حيث $٠ < س < \frac{\pi}{٢}$

٢) $م(س^2) = ه(س^2 + ١)$

$ه'(٥) = ٨$ جد $م'(٤)$

٣) $م(س) = \sqrt{٢س^2 + ٨}$ ، $ه(س) = (٣ - ٢س)^٤$

جد $ل'(-١)$ حيث $ل(س) = م^3(س) \times ه(٢ - س)$

٤) $م(\frac{س^2}{٣ - ٢س}) = س^3 + س^2 + س$ حيث $س > ٠$ جد $م'(١)$

٥) $م(٤س^3) = \frac{س}{٤}(س^4 + \frac{٤س}{٣}(س^2 + ٥س))$

جد $م'(٤)$

٦) $ه(س) = م^2(ظا ٢س)$ جد $ه'(\frac{\pi}{٤})$

حيث $م(١) = ٣$ ، $م'(١) = \frac{١}{٣}$

Scanned by CamScanner

٧) $ق'(س-١) = \left([\frac{س}{٢}+١]+|س-\frac{١}{٢}|\right)^{٢}$
جد $ق'(١)$

٨) $ل(٢س+١) = \frac{ق(س)}{ق'(س)}$ جد $ل'(٣)$
حيث $ق(١)=٢$ ، $ق'(١)=٥$ ، $ل(٣)=٤$

٩) $ق(٤س+١) = -س^{٢}$ ظا$\frac{\pi}{٤}$ $-س$ جد $ق'(٥)$

١٠) $ق(ظا\pi س) = \frac{س}{٥}$ جد $ق'(١)$
حيث $س \in (٠، \frac{\pi}{٣})$

٥) ١) $ق(س^{٣}) = ٣س^{٢}+س$
جد $ق'''(٨)$

٢) $ق(س) = -س^{٣}$ ، $ص(٢)=٣$
$ص'(٢)=-٢$ ، $ص''(٢)=٥$
جد $(ق٥ص)''(٢)$

ز) $ص = \sqrt[٣]{(٤س+٢)^{٢}}$ ، $ع = \frac{س}{س^{٢}+٣}$
جد $\frac{دص}{دس}$ عند $س=١$

٢) $ص = ن$ ظا$ن$ ، $س = ص(ن)+ن$
جد $\frac{دص}{دس}$ عند $ن=\pi$ حيث $ص'(\pi)=٢$

٣) $ص = ٩ن^{٢}-٤ن+١$ ، $ن = ٢س$
جد (٩) حيث $\frac{دص}{دس}$ عند $س=-١$
ياوي ١٢

٤) $ص = ق(ظا٤)$ ، $ع = ٢س-\pi$
جد $\frac{دص}{دس}$ عند $ع=\pi$ حيث $ق'(١)=٦$ ، $ق(١)=٣$

٥) $ص = ن$ ، $ن = ٧ع-\frac{ع^{٣}}{٧}$ ، $ع = ٢س+٣$
جد $\frac{دص}{دس}$ عند $ص=٠$

٦) $س = ق$ ، $ص = ظا$ن$ ، جد $\frac{دص}{دس}$
عند $س=\frac{\pi}{٣}$ حيث $ن \in (٠، \frac{\pi}{٢})$

٤) ١) $ق(١+س^{٣}) = ٣س^{٢}-٢$
جد $\lim_{س \to ٩} \frac{٩ق(س)-س ق(٩)}{س-٩}$

٢) $ق(\frac{س}{٢}) = س^{٢}+٨س+١$ جد
$\lim_{ص \to ٠} \frac{ق(١+٣ص)-ق(١)}{٣ص}$

٣) $ق(١+س^{٣}) = ٩+$ جتا$(\frac{\pi}{١+س})$
جد $\lim_{ص \to ٠} \frac{ق(٢+٨ص)-ق(٢-ص)}{٤ص}$

٤) $ق(٢س^{٢}-١) = \sqrt[٣]{(٦+س)^{٤}}$
جد $\lim_{ص \to ٠} \frac{ق(٨+٣ص)-ق(٨)}{٥ص}$ ٩٨٧٠

٥) $ق(س) = \sqrt[٣]{٣س^{٢}-٢س}$
جد $\lim_{ص \to ٠} \frac{ق'(٢+٣ص)-ق'(٢)}{٤ص}$.

Scanned by CamScanner

ط) ١) جد معدل تغير مساحة الدائرة بالنسبة الى محيطها عندما يكون محيطها π سم

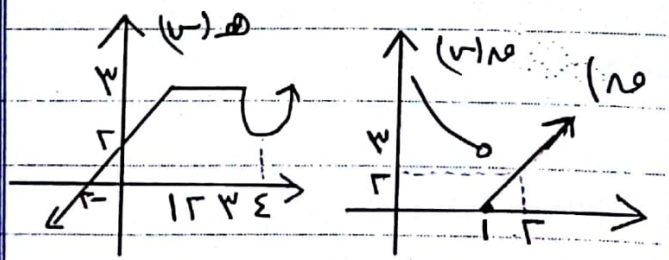
٢) اسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها مثلي ذهف قطر قاعدتها جد معدل تغير حجمها بالنسبة لطول حرفها الجانبي عندما يكون ذهف قطرها ٣ سم

ك) ١) جد $\lim_{س \to ٦} \frac{ق(\frac{\pi}{٢}ظا س) - ٢}{س - ٦}$

حيث $ق'(\frac{١}{٢}) = ٧$ ، $ق(\frac{١}{٢}) = ٢$

٢) جد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ل(٣+هـ) - ق(ل(٣))}{٤هـ}$

حيث $ق(س) = ٥ + س^٢$ ، $ل(٣) = ٢س + ١$



ل) اعتماداً على الرسم المجاور جد :-

١) $(ق \circ هـ)'(٠)$

٢) $\frac{د}{دس}(\sqrt{٧س + ق(س)})$ عند $س = ٢$

ل) $ل(س) = \begin{cases} (ب + ٣س)^{٥} & ، س \leq ٠ \\ ٦س + ظا ٢س & ، س > ٠ \end{cases}$

جد $ب$ حيث $ل'(٠)$ موجودة

السؤال (١٠) :-

م) ١) $ص^٣ + س^٣ - ٤س ص = ٣٤$

جد $\frac{دص}{دس}$

٢) $س ظا ص = ظتا ص$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند $ص = \frac{\pi}{٤}$

٣) $ظا(س^٢ ص^٢) = ٨س + ٣$

جد $\frac{دص}{دس}$

٤) $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص + س} = ص$ جد $\frac{دص}{دس}$

٥) $(س^٢ + ص)^{٣} = س^٢ + ٤$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند $س = ٢$

٦) $٠.١ص - ٢ = (ص^٣ + س^٣)^{٣}$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند $ص = ١$

٧) $ظا ص + ظتا س = ظا(س ص)$ جد $\frac{دص}{دس}$

ن) ١) $س = ظتا ٢ص$ جد $\frac{د^٢ص}{دس^٢}$ عند $ص = \frac{\pi}{٨}$

٢) $س = ظا ص$ جد $ص''$ عند $ص = \frac{\pi}{٨}$

٣) $ص^٤ + س^٢ = ٢$ جد $\frac{د^٢ص}{دس^٢}$ عند $(١، ١)$

٤) $\frac{دص}{دس} = س^٢ ص + ١$ جد $\frac{د^٢ص}{دس^٢}$ عند $(٢، ١)$

Scanned by CamScanner

هـ) ١) $ص^{٣} = م(٤ - س^{٢} - س)$

$م'(٥) = ٤ \times ٧ \times م(٥) = -٨$

$\frac{دص}{دس}$ عند $س = -١$

٢) $٣ - س^{٢} = م(٥ص)$ $\frac{دص}{دس}$

عند $ص = ٢$ حيث $م(١٠) = ٢٧ \times م'(١٠) = ٧$

٣) $م(٢ص^{٢} + ١) = (-س^{٢} + ٣س)^{٢} + س^{٢} م(٣ص)$

$\frac{دص}{دس}$ عند $(١٩ - ٢)$ حيث $م'(٩) = ٢$

$م'(-٦) = -٣ \times م(-٦) = ٤$

د) ١) $ص = \sqrt{٦ن^{٢} - ٢}$

$س = ٣ن^{٢} + ١$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند $ن = ١$

٢) $ص = ٢ن + ن^{٣}$ ، $\frac{دس}{دن} = ٤ن$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ عند $ن = ١$

٣) $س = ظتا٢ن$ ، $ص = ظا٢ن$

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$

هـ) جد النقطة على منحنى العلاقة

$\sqrt{س} + ٧ص = ٣$ التي يكون

عندها المماس $\perp$ أفقياً.

السؤال (١١)

ك) ١) $س + ٧ + ص = ظتاص$ اثبت ان

$ص'' = (ص')^{٣} ظتاص$

٢) $س = ظاص + ظتاص$ اثبت ان

$ص'' = -س(ص')^{٣}$

٣) $\frac{س}{ص} + \frac{ص}{س} = ٢$ اثبت ان

$ص'' = ٠$

٤) $س + ص = ص س$ اثبت ان

$ص'' = \frac{٢ص^{٣}}{س^{٣}}$

٥) $س = ظتاص$ أثبت ان

$ص'' = \frac{ظا٢ص}{١ + س^{٢}}$

٦) $س^{٢} + ص^{٢} = ٢ص$ اثبت ان

$ص'' = \frac{-١}{(ص - ١)^{٣}}$

٧) $س^{٢} + ص = ٣ص^{٢}$ اثبت ان

$ص'' = \frac{٦(ص')^{٢} - ٢}{١ - ٦ص}$

و) ١) $ظاص = ظاس$ اثبت ان

$ص'' ظتاص = (ص')^{٢} - ١$

٢) $ص^{٢} + س^{٢} = ٢ - ص$ اثبت ان $|ص' - ١| = \sqrt{ص(٢ - ص)}$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٢٣٤٣٦٤

Scanned by CamScanner

٣) $\tan\theta = \sin\theta$ اثبت ان
$\frac{\theta''}{1-(\theta')^2} = \tan\theta$

٤) $\theta = \sqrt{5+2\sin\theta}$ اثبت ان
$2\theta\theta'' + 2(\theta')^2 + \theta^2 = 5$

٥) $\theta + \sin\theta = \theta\sin\theta$ اثبت ان
$-2(\theta')^2\tan\theta = \theta''(\sin\theta+\theta)$

٩) $\tan\theta = \theta\sin\theta$ اثبت ان
$(\theta')^2 = \theta''\tan\theta + \tan^2\theta$

هـ١) $\theta = \theta\sin\theta$ اثبت ان
$\theta'' (1+\theta^2)^2 = -2\theta$

٢) $\theta^2 - \theta\theta^2 = 1$ اثبت ان
$\theta''\theta^3 + 1 = 0$

د) ١) $\theta = \theta\sin(\theta\theta)$ اثبت ان
$\theta' = \frac{\theta+\theta\theta^3}{1-\theta(1+\theta\theta^2)}$

٢) $(\theta+1)^3 = (\theta-2)^2$ اثبت ان
$9(\theta+1)(\theta')^2 = 4$

٣) $\theta\sin\theta = \theta$ اثبت ان :-
$\theta' = \frac{1}{1+2\theta}$

٤) $\theta\sin\theta = 1$ اثبت ان
$\theta' = \tan\theta - \tan\theta$

٥) $\sin\theta = 2\sin\theta$ اثبت ان
$(\theta')^2 = 3\tan^2\theta + 1$

٦) $\theta'' = (1+\theta)^{12}$ اثبت ان
$\theta' = \frac{12}{11}\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)$

٧) $\theta = \sqrt{\theta+\sqrt{1+2\theta}}$ اثبت ان
$2\sqrt{1+2\theta}\,\theta' = \theta$

٨) $\tan\theta = 3\sin\theta$ اثبت ان
$(\theta')^2 = 8\tan^2\theta + 1$

٩) $(\theta+\theta)^5 = \theta^2\theta^3$ اثبت ان
$\frac{d\theta}{d\theta} = \frac{\theta}{\theta}$

١٠) $\theta = \sqrt{\theta - \frac{1}{\theta}}$ اثبت ان
$\frac{d\theta}{d\theta} = \frac{2\theta\theta^2}{1+\theta\theta^2}$

هـ١) $\theta = \frac{1}{1-\theta}$ ، $\theta \neq 1$
اثبت ان $(\theta-1)^2\frac{d\theta}{d\theta} + 1 = 0$

٢) $\theta = \sin\theta$ ، $\theta = \tan\theta$ اثبت ان
$\frac{d^2\theta}{d\theta^2} \times \sin\theta + (\frac{d\theta}{d\theta})^2 = -1$

Scanned by CamScanner

"أسئلة إضافية على الوحدة الثانية"

١) $ظا ص + س^2 = 3$ جد $\frac{د^2 ص}{د س^2}$ عند $س = 1$

٢) $ه(س) = \sqrt[3]{ب + س^3}$ ، $و(س) = 1 + ظا س$
جد $(ب)$ حيث $(ه \circ و)'(\pi) = \frac{-1}{3}$

٣) $ع = ص^3 - ص س^2 + 7$ ، $ص^2 = س^3 + 2$
جد $\frac{د ع}{د س}$ عند $ص = 1$

٤) $و(س) = \begin{cases} \frac{1}{س} + 1 & ، [س] = 3 \\ |س^2 - 3| & ، |س| < 3 \end{cases}$
جد $و'(س)$

٥) $و(س) = ظا^3 2س + \sqrt[3]{ظا س}$
جد $\lim_{ه \to 0} \frac{و(س + ه) - و(س)}{ه}$

٦) $ص = ظا^2 م$ ، $س = \frac{1 - ظا^2 م}{ظا^2 م}$
جد $\frac{د^2 ص}{د س^2}$ عند $م = \frac{\pi}{3}$

٧) $و(س) = 3 ه(س^2 + 5)$ جد $و'(1)$
باستخدام تعريف المشتقة
حيث $ه'(7) = 3$

٨) $و(س) = \begin{cases} \frac{1}{س} & ، س \geq 1 \\ -س + 2 & ، س < 1 \end{cases}$
$ه(س) = -س \, و(س) + و(س^2)$ جد
معادلة تمس $ه(س)$ في $[0, 2]$

٩) $و(س) = \sqrt[3]{س^3 + س^2 - 2}$
$ه(2) = 3$ ، $ه'(2) = 5$ ، $ه''(2) = 2$
جد $\left(\frac{ه و}{ه}\right)'(2)$

١٠) $ص = \sqrt{\frac{3}{5} + 3ع}$ ، $ع = (س - 2)^2$
$\frac{د ص}{د س}$ عند $س = 1$ تساوي (3) جد (P)

١١) $و(س + ص) = س^2 + س ص$
$و'(3) = 7$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند $\begin{matrix} ص = 2 \\ س = 1 \end{matrix}$

Scanned by CamScanner

أسئلة الوزارة

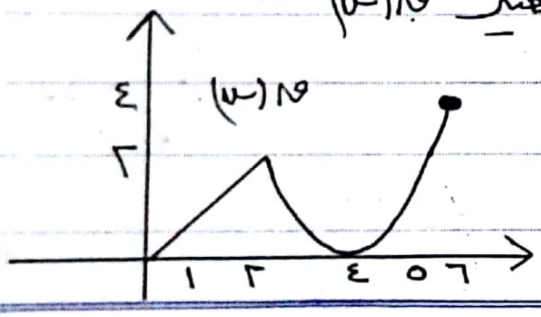
السؤال الأول :-

١) اذا كان معدل تغير f على الفترة $[٣، ٧]$ يساوي ٨ فجد معدل تغير h حيث $h(س) = ١ + \frac{١}{٢} f(س)$ على الفترة نفسها

٢) اذا كان معدل التغير في الاقتران $f(س) = P س^٢ - ١$ في $[-٣، ١]$ يساوي ٤ فجد (P)

٣) $f(س) = (س^٢ + س)^{-١}$ فجد مقدار التغير في الاقتران $f(س)$ اذا تغيرت $س$ من $س_١ = ١$ الى $س_٢ = ٢$

٤) بالاعتماد على الشكل المجاور فجد معدل تغير $f(س)$ في الفترة $[٢، ٦]$



السؤال الثاني :-

١) $f(س) = ١ + \sqrt{٣س - ٢}$ فجد $f'(س)$ باستخدام تعريف المشتقة

٢) $f(س) = س - \sqrt{س}$ فجد $f'(٤)$ باستخدام تعريف المشتقة

٣) $f(س) = \sqrt{س} + \frac{١}{س}$ فجد $f'(١)$ باستخدام تعريف المشتقة

٤) $f(س) = ١ + \frac{٢}{٣ - س}$ فجد $f'(١)$ باستخدام تعريف المشتقة

٥) $f(س) = \frac{١}{١ + \sqrt{س}}$ فجد $f'(٩)$ باستخدام تعريف المشتقة

٦) $f(س) = \frac{س^٢}{١ - س}$ فجد $f'(-٢)$ باستخدام تعريف المشتقة

٧) $f(س) = س^٢ + \frac{٣}{س}$ فجد $f'(-١)$ باستخدام تعريف المشتقة

٨) $f(س) = س\sqrt{٣س + ١}$ فجد $f'(٣)$ باستخدام تعريف المشتقة.

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٧٥٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

السؤال الثالث

اذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ٤ق(س)}{(س-٢)ق(س)}$ حد نهائي ، $ق(٢) = \frac{١}{٢}$ ، $ق'(٢) = ١$ جد $\lim_{س \to ٢}$

السؤال الرابع

١) $ق(س) = س|س-٣|$ ابحث في قابلية اشتقاق الاقتران $ق(س)$ عندما $س = ٣$ باستخدام تعريف المشتقة

٢) $ق(س) = \sqrt{س-١} + |س-٢|$ ، $س \in (٠, ٤)$ ابحث في قابلية $ق(س)$ للاشتقاق عند $س = ٢$ باستخدام تعريف المشتقة

٣) $ق(س) = س|\text{جا}س|$ ، $س \in [٠, ٢\pi]$ ابحث في قابلية ق للاشتقاق عند $س = \pi$

السؤال الخامس :-

$$ق(س) = \begin{cases} ٩س^{٢} + ٤ب س - ٨ & ، س < ١ \\ ٩س^{٣} - ب س + ٢ & ، س \geq ١ \end{cases}$$

ق'(١) موجودة حد ميقة ٩، ب

السؤال السادس

١) اذا كان $ق(س) = \frac{م(س)}{ل(س)(س^{٢}+١)}$ وكان $م(١) = ٢$

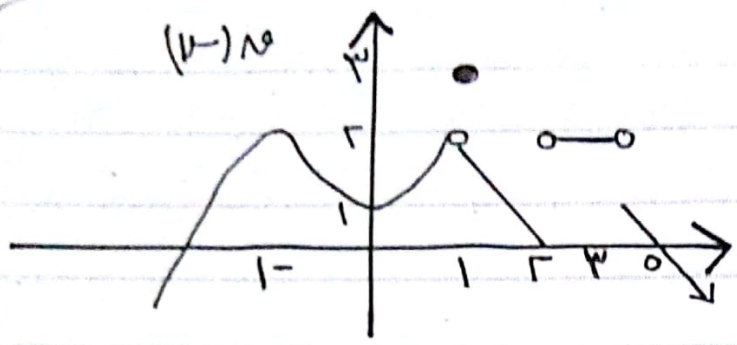
$م'(١) = ل(١) = -١$ ، $ق'(١) = ٣$ جد $ل'(١)$

٢) اذا كان $ق(س) = \frac{ل(س)}{س \, هـ(س)}$ وكان $ق'(٢) = ل(٢) = ٣$

$ل'(٢) = هـ(٢) = ١$ جد $ص'(٢)$.

Scanned by CamScanner

السؤال السابع :-



معتمداً على الشكل المجاور :-

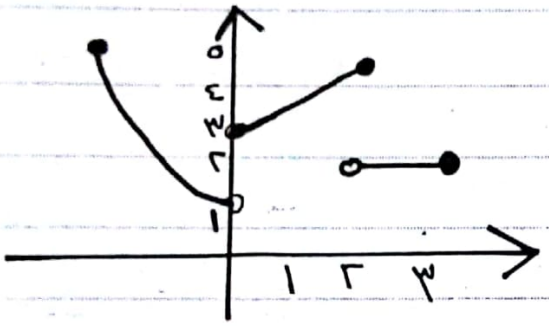
١) جد ق'(-١) ، ق'(٣) ، ق'(٥)

٢) جد قيم (س) التي يكون عندها ق'(س) غير موجودة

السؤال الثامن :-

١) ق(س) = $\frac{١}{٤}$ س^{ن} ، ن ∈ ح اذا كان ق$^{(٤)}$(س) = (ب+١) س^{٣} جد (ب)

٢) معتمداً الشكل المجاور جد (ق × ق')'(١)



السؤال التاسع :-

١) ق(س) = $\frac{س + ظاس}{جاس}$ جد ق'($\frac{\pi}{٤}$).

٢) ق(س) = ط٢ س جد ق'(س) باستخدام تعريف المشتقة.

السؤال العاشر :-

١) هـ(س) = $\sqrt[٣]{س^{٤} - ٨س - ١}$ ، ق(-١) = ٣ ، ق'(-١) = ٢ وكان

د(س) = $\frac{هـ(س)}{ق(س)}$ جد د'(-١)

٢) ص = (ن + ١)^{٢} ، س = $\frac{ن - ١}{ن + ١}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ∴

Scanned by CamScanner

السؤال الحادي عشر

١) $ق(س) = (٤ - ٢س)^{٣}$ ، $هـ(س) = ٢س - ٧\sqrt{س}$ جد $(ق \circ هـ)'(٩)$

٢) $(ق \circ هـ)(س) = س$ وكان $ق'(س) = ١ + (ق(س))^{٢}$ جد $هـ'(س)$

السؤال الثاني عشر :-

١) $ق(س) = ٩ ما س$ ، $هـ(س) = \frac{س^{٣}}{١ + ٢س}$ ، $٩ \neq ٠$

وكان $(هـ \circ ق)'(\frac{\pi}{٦}) =$ صفراً جد (٩)

٢) $(ق \circ هـ)(س) = \frac{٩ + ٣س}{١ + س} + \frac{١}{٢}$ ، $س \neq -١$ وكان $ق'(س) = \sqrt[٣]{٧ + ٢س}$

$هـ'(١) = ٤$ ، $هـ(١) = ١$ جد صيغة الثابت (٩)

السؤال الثالث عشر :-

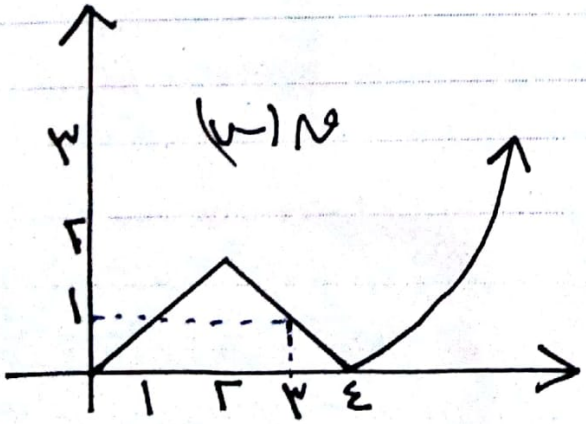
١) اذا كان $ق(٢س - ١) = ما(\frac{\pi}{١٨}(٤ - ٢س))$ فأثبت ان $ق'(٣) = \frac{\pi}{٣٦}$

٢) $ق(٣س + ٥) = \sqrt[٣]{٧ + ٢س}$ ، $س > ٠$ جد $\lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(٨ + ٢هـ) - ق(٨)}{٥هـ}$

٣) $ق(س) = \begin{cases} (٩ + ٢س)^{\frac{١}{٢}} & ، س \leq ٩ \\ \frac{س^{٢}}{٢٧} + ب & ، س > ٩ \end{cases}$

$ق'(٩)$ موجودة

جد ٩ ، $ب$



٤) معتمداً الشكل المجاور جد :-

$\left| \frac{د}{د س} \sqrt{٣س + ق(س)} \right|_{س = ٣}$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٧٥٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

السؤال الرابع عشر :-

١) $ص^٢ + س = ٣ص س$ جد $\frac{دص}{دس}$ عندما $ص = ١$

٢) $\frac{٢}{س} + \frac{٥}{ص} = ٢ص س$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند $(\frac{١}{٢}، ٥)$

٣) $\frac{١}{٢س} + \frac{١}{٢ص} = ٢ص س$ جد $\frac{دص}{دس}$

٤) $ظا(ص س) = \frac{ظا ٢س + ظا ٢ص}{٢}$ جد $\frac{دص}{دس}$ حيث $س ، ص > ٠$

٥) $س = ٢ص^٢ + ٣ص$ جد $\frac{دص}{دس}$ عندما $س = ٢$

السؤال الخامس عشر :-

١) $ص^٢ = س ق(س^٢)$ ، $ص > ٠$ ، $ق(١) = ٤$ ، $ق'(١) = ١$

جد $\frac{دص}{دس}$ عند $س = ١$

٢) $س = جتا(٣ن) + \frac{١}{٢}$ ، $ص = جا(٣ن) + \frac{١}{٢}$ جد $\frac{د^٢ص}{دس^٢}$ عند $س = \frac{\pi}{٢}$

السؤال السادس عشر :-

١) $ص = س جتا ص$ اثبت ان $(ص')^٢ = -ص''(قا^٢ ص + ظا ص)$

٢) $س ص - ٣ص = ٢س + ١٥$ اثبت ان $(س - ٣)ص'' + ٢ص' = ٠$

٣) $ص^٢ = ٤ + ٢جا س$ جتا $س$ اثبت ان $ص ص'' + (ص')^٢ + ٢ص^٢ = ٨$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٧٥٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner

السؤال السابع عشر :-

١) $ص = ن^{٤}(ن+٣)$ اثبت ان $\frac{د ص}{د ن} = \frac{ص(ن+٣)}{ن(ن+٣)}$

٢) $(ص+١)^{٣} = (ن-٢)^{٢}$ اثبت ان $(\frac{٣}{٢}ص)^{٢} = \frac{١}{ص+١}$

٣) $ظا^{٢}٣ن = (١-ص^{٢})^{٦}$ اثبت ان $٢ص ص' = ظتا٣ن(ص^{٢}-١)$

السؤال الثامن عشر :-

$٣ص = -\sqrt{(ع+١)^{٣} - \sqrt{(ع-١)^{٣}}}$ ، $ع = ٢ن$

بيّن ان $|\frac{د ص}{د ن}| = \sqrt{ن^{٤}+٢\sqrt{ن^{٤}-١}}$

السؤال التاسع عشر :-

$ص = \frac{ظا ن}{٢+ظتا ن}$ اثبت ان $ص'' = \frac{ظا ن}{(١+ظتا ن)^{٢}}$

السؤال العشرون :-

١) برهن صحة النظرية : اذا كان $ص = ن^{\frac{م}{ن}}$ حيث $\frac{م}{ن}$ عدد نسبي فان $\frac{د ص}{د ن} = \frac{م}{ن} ن^{\frac{م}{ن}-١}$

٢) اثبت انه اذا كان $ق(ن) = ن^{ن}$ ، حيث $ن \neq ٠$ ، ن عدد صحيح سالب فان $ق'(ن) = ن ن^{ن-١}$

رافت ابراهيم صافي بكالوريوس رياضيات ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

Scanned by CamScanner