الوحدة
7

المقاديرُ الجبريةُ النسبيةُ
Rational Algebraic Expressions

www.jnob-jo.com

مُخطَّط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
الدرس 1: ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها	• تعرُّف المقدار الجبري النسبي. • تبسيط مقادير جبرية نسبية بالتحليل إلى العوامل. • ضرب مقدارين جبريّين نسبيّين. • قسمة مقدارين جبريّين نسبيّين. • تعرُّف الكسر الجبري المُركَّب. • تبسيط كسر جبري مُركَّب.	المقدار الجبري النسبي. الكسر الجبري المُركَّب.	• أقلام لوح مُلوّنة.	4
الدرس 2: جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها	• إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقادير الجبرية. • جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها. • تبسيط كسر جبري مُركَّب يحتوي بسطه أو مقامه أو كلاهما على عملية جمع أو طرح.		• أقلام لوح مُلوّنة.	3
الدرس 3: حل المعادلات النسبية	• تعرُّف المعادلة النسبية. • حل معادلات تحتوي مقادير جبرية نسبية باستعمال الضرب التبادلي. • حل معادلات تحتوي مقادير جبرية نسبية باستعمال المضاعف المشترك الأصغر. • حل مسائل حياتية يمكن نمذجتها باستعمال المعادلات النسبية.	المعادلة النسبية.	• أقلام لوح مُلوّنة. • أجهزة حاسوب. • برمجية جيوجبرا.	4
عرض نتائج مشروع الوحدة				1
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع:				13 حصة

www.jnob-jo.com

الوحدة 7

نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرّف الطلبة في هذه الوحدة مفهوم المقادير الجبرية النسبية، وكيفية كتابتها بأبسط صورة باستعمال التحليل إلى العوامل، وسيتعلّمون إجراء العمليات الحسابية على المقادير الجبرية النسبية.

وسيتعرّف الطلبة أيضًا الكسر الجبري المُركَّب وكيفية كتابته بأبسط صورة، إضافة إلى حل المعادلات النسبية باستعمال الضرب التبادلي وباستعمال المضاعف المشترك الأصغر.

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السابع

- جمع الحدود الجبرية وطرحها.
- ضرب المقادير الجبرية.
- تبسيط المقادير الجبرية بمتغيّر واحد باستخدام خصائص العمليات الحسابية.
- حل التناسبات.

الصف الثامن

- تحليل المقادير الجبرية إلى العوامل.
- تبسيط المقادير الجبرية النسبية.

الصف التاسع

- تعرُّف المقدار الجبري النسبي.
- تبسيط مقادير جبرية نسبية بالتحليل إلى العوامل.
- ضرب مقدارين جبريّين نسبيّين، وقسمتها.
- تعرُّف الكسر الجبري المُركَّب، وتبسيطه.
- إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقادير الجبرية.
- جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها.
- تعرُّف المعادلة النسبية.
- حل معادلات تحتوي مقادير جبرية نسبية باستعمال الضرب التبادلي، وباستعمال المضاعف المشترك الأصغر.
- حل مسائل حياتية يمكن نمذجتها باستعمال المعادلات النسبية.

الصف العاشر

- تعرُّف الاقترانات النسبية، وتحديد مجالها.
- إيجاد خطوط التقارب لاقترانات نسبية، وتمثيلها بيانيًّا.
- تركيب اقترانات نسبية.
- إيجاد الاقتران العكسي لاقترانات نسبية.

الصف الثاني عشر

- تجزئة مقادير جبرية نسبية عوامل المقام فيها كثيرات حدود خطية مختلفة.
- تجزئة مقادير جبرية نسبية عوامل المقام فيها كثيرات حدود أحدها مُكرَّر.
- تجزئة مقادير جبرية نسبية عوامل المقام فيها كثيرات حدود أحدها تربيعي غير قابل للتحليل (مُميِّزه سالب).

www.jnob-jo.com

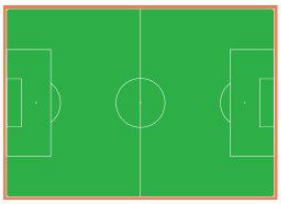
مشروعُ الوحدةِ

ملعبُ كرةِ القدمِ

فكرةُ المشروعِ توظيفُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ في تصميمِ ملعبِ كرةِ قدمٍ.

الموادُّ والأدواتُ قطعةٌ كبيرةٌ منَ الكرتونِ، أدواتٌ هندسيةٌ، ألوانٌ، مِقَصٌّ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:



1. أُصمِّمُ على قطعةِ الكرتونِ نموذجًا لملعبِ كرةِ قدمٍ يحيطُ بهِ مِضْمارٌ كما في الشكلِ المُجاورِ.
2. أُعبِّرُ عنْ طولِ الملعبِ معَ المِضْمارِ بمقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ يحوي مُتغيِّرًا واحدًا فقطْ، ثمَّ أُعبِّرُ عنْ عرضِ الملعبِ والمِضْمارِ بمقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ آخرَ يحوي المُتغيِّرَ نفسَهُ.
3. أجدُ مساحةَ الملعبِ معَ المِضْمارِ بدلالةِ المُتغيِّراتِ التي تحويها المقاديرُ الجبريةُ النسبيةُ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ.
4. أجدُ مساحةَ الملعبِ بدلالةِ المُتغيِّراتِ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ.
5. أجدُ مساحةَ المِضْمارِ بدلالةِ المُتغيِّراتِ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ.
6. أجدُ محيطَ الملعبِ معَ المِضْمارِ بدلالةِ المُتغيِّراتِ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ.
7. أجدُ محيطَ الملعبِ بدلالةِ المُتغيِّراتِ، ثمَّ أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ.
8. أجدُ الفرقَ بينَ محيطِ الملعبِ معَ المضمارِ ومحيطِ الملعبِ.
9. أفترضُ مساحةً للملعبِ الذي أنشأتُهُ، ثمَّ أجدُ قيمةَ المُتغيِّرِ بحَلِّ المعادلةِ النسبيةِ الناتجةِ.
10. أُعِدُّ مطويةً أُدرِجُ فيها الأبعادَ الأولمبيةَ لملعبِ كرةِ القدمِ، وتاريخَ اللعبةِ، وأهميتَها في تقاربِ ثقافاتِ الشعوبِ.

عرضُ النتائجِ:

- أُعِدُّ عرضًا تقديميًّا يتضمَّنُ صورًا تُوضِّحُ خطواتِ العملِ في المشروعِ، وعلاقتَهُ بما تعلَّمْتُهُ في الوحدةِ.
- أعرضُ المطويةَ أمامَ طلبةِ الصفِّ، مُوضِّحًا العملياتِ الحسابيةَ التي اعتمدْتُها في تصميمِ ملعبِ كرةِ القدمِ.

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تصميم نموذج لملعب كرة قدم يحيط به مضمار.			
2	إيجاد مساحة الملعب مع المضمار بدلالة المتغيّرات.			
3	إيجاد محيط الملعب مع المضمار.			
4	حل المعادلة النسبية الناتجة من المساحة المُفترَضة للملعب.			
5	التعاون والعمل بروح الفريق.			
6	إعداد المشروع في الوقت المحدّد.			
7	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
8	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 إنجاز المهمة بوجود أكثر من خطأ.
2 إنجاز المهمة بوجود خطأ بسيط.
3 إنجاز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ.

مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى تصميم نموذج ملعب كرة قدم يحيط به مضمار والتعبير عن أطواله بمقادير جبرية نسبية، وإجراء العمليات الحسابية عليها وحل المعادلات.

يهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المُنتَج النهائي المطلوب منهم، وأؤكّد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور.
- أذكّر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

لعرض نتائج المشروع، أبيّن للطلبة ما يأتي:

- إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
- اختيار كل مجموعة واحدًا منها؛ للوقوف أمام أفراد المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثّل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة).
- الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلّب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حل المشكلات.

www.jnob-jo.com

الدرس 1

نتاجات الدرس

- تعرُّف المقدار الجبري النسبي.
- تبسيط مقادير جبرية نسبية بالتحليل إلى العوامل.
- ضرب مقدارين جبريّين نسبيّين.
- قسمة مقدارين جبريّين نسبيّين.
- تعرُّف الكسر الجبري المُركَّب.
- تبسيط كسر جبري مُركَّب.

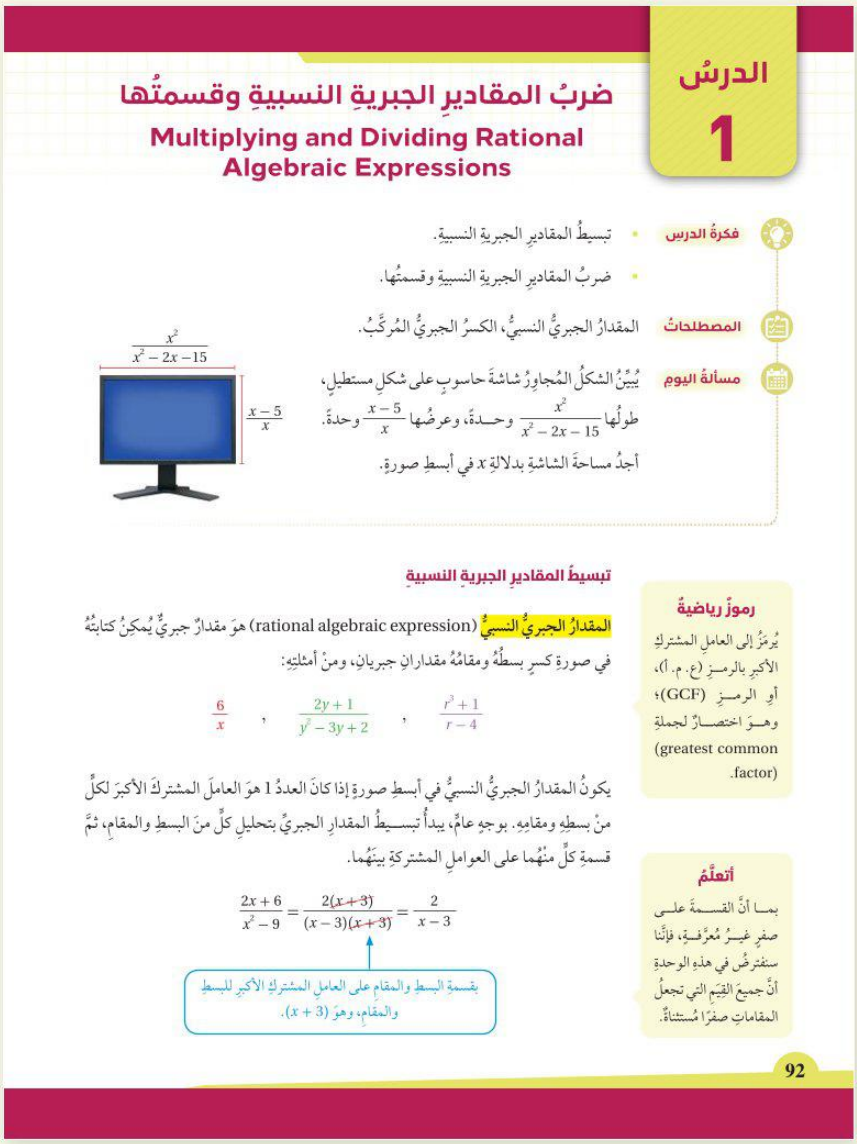
نتاجات التعلُّم القبلي:

- تحليل المقادير الجبرية إلى العوامل.
- تبسيط المقادير الجبرية النسبية.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

- أوجّه الطلبة في بداية كل حصة إلى الفقرة (الفقرات) المرتبطة بما سيقدَّم من موضوعات الدرس في الحصة (إنْ وجدت) في صفحات (**أستعد لدراسة الوحدة**) في كتاب التمارين، ثم أطلب إليهم حل تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية.
- أتجوّل بين الطلبة؛ لمتابعتهم أثناء الحل، وتحديد نقاط ضعفهم، وأوجّههم إلى مراجعة المثال عندما يواجهون صعوبة في الحل.

www.jnob-jo.com



الدرس 1

ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وقسمتُها

Multiplying and Dividing Rational Algebraic Expressions

فكرةُ الدرس
- تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ.
- ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وقسمتُها.

المصطلحاتُ: المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ، الكسرُ الجبريُّ المُرَكَّبُ.

مسألةُ اليوم: يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ شاشةَ حاسوبٍ على شكلِ مستطيلٍ، طولُها $\frac{x^2}{x^2-2x-15}$ وحدةً، وعرضُها $\frac{x-5}{x}$ وحدةً. أجدُ مساحةَ الشاشةِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.

تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ (rational algebraic expression) هوَ مقدارٌ جبريٌّ يُمكِنُ كتابتُهُ في صورةِ كسرٍ بسطُهُ ومقامُهُ مقداراِن جبريانِ، ومنْ أمثلتِهِ:

$$\frac{6}{x} \quad , \quad \frac{2y+1}{y^2-3y+2} \quad , \quad \frac{r^3+1}{r-4}$$

يكونُ المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَ العددُ 1 هوَ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لكلٍّ منْ بسطِهِ ومقامِهِ. بوجهٍ عامٍّ، يبدأُ تبسيطُ المقدارِ الجبريِّ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ، ثمَّ قسمةِ كلٍّ منْهُما على العواملِ المشتركةِ بينَهُما.

$$\frac{2x+6}{x^2-9} = \frac{2(x+3)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2}{x-3}$$

بقسمةِ البسطِ والمقامِ على العاملِ المشتركِ الأكبرِ للبسطِ والمقامِ، وهوَ $(x+3)$.

رموزٌ رياضيةٌ

يُرمَزُ إلى العاملِ المشتركِ الأكبرِ بالرمزِ (ع. م. أ)، أوِ الرمزِ (GCF)؛ وهوَ اختصارٌ لجملةِ (greatest common factor).

أتعلَّمُ

بما أنَّ القسمةَ على صفرٍ غيرُ مُعرَّفةٍ، فإنَّنا سنفترضُ في هذهِ الوحدةِ أنَّ جميعَ القيمِ التي تجعلُ المقاماتِ صفرًا مُستثناةٌ.

ملاحظاتي

1 التهيئة

- أكتب على اللوح المقادير الجبرية الآتية:

$8r + 2t$	$x^3 + 8$
$4a - 12ab$	$16\,ab + 12\,b$
$7acd - 5abc$	$t^2 + 6t + 8$
$x^2 - x - 2$	$8x^3 - 27$

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إلى كل مجموعة تحليل المقادير الجبرية المكتوبة على اللوح.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أناقش الحل مع الصف كاملًا.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**مسألة اليوم**)، ثم أسألهم:
  - ما شكل شاشة الحاسوب؟ مستطيلة.
  - ما طول شاشة الحاسوب؟ $\frac{x^2}{x^2 - 2x - 15}$ وحدة.
  - ما عرض شاشة الحاسوب؟ $\frac{x - 5}{x}$ وحدة.
  - كيف يمكن إيجاد مساحة الشاشة؟ لماذا؟ بضرب طول الشاشة في عرضها؛ لأن الشاشة مستطيلة الشكل.
  - هل ستكون المساحة الناتجة عددًا حقيقيًّا؟ لماذا؟ لا؛ لأن طول الشاشة وعرضها بدلالة x؛ لذا ستكون المساحة الناتجة بدلالة x.
  - ما مساحة الشاشة بدلالة x في أبسط صورة؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - مَن يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- المجال العاطفي لا يقل أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا يجب ألّا أقول للطالب/ للطالبة: (إجابتك خطأ)، بل أقول له/ لها: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمنْ يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره/ أشكرها على محاولة الإجابة عن السؤال. بعد ذلك أطلب إلى غيره/ غيرها الإجابة عن السؤال؛ لتعرّف الإجابة الصحيحة، وأعزّزه/ أعزّزها، ثم أطلب إلى الطالب الأوّل/ الطالبة الأولى الإجابة عن السؤال مرّة أخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت مَن أجاب عن السؤال نفسه إجابة صحيحة.

www.jnob-jo.com

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بمفهوم المقدار الجبري، وأطلب إليهم إعطاء أمثلة على مقادير جبرية.
- أوضّح للطلبة مفهوم المقدار الجبري النسبي، وأعطي لهم أمثلة على ذلك.
- أوضّح للطلبة أن المقدار الجبري النسبي يكون في أبسط صورة إذا كان العامل المشترك الأكبر بين بسطه ومقامه هو 1، ثم أدوّن على اللوح بعض الأمثلة للمقادير الجبرية النسبية في أبسط صورة، وبعض اللاأمثلة، نحو:

مقادير جبرية نسبية في أبسط صورة	مقادير جبرية نسبية ليست في أبسط صورة
$\frac{x}{2x+4}$	$\frac{2x}{4x+8}$
$\frac{x^2}{x^3-y}$	$\frac{x^2}{x^3-xy}$
$\frac{5ab}{23hc}$	$\frac{5ab}{23bc}$

- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة ولاأمثلة مشابهة، مع إعطاء التبرير، وأعالج الأخطاء التي يمكن أن تظهر في إجاباتهم.
- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، باتباع الخطوات الواردة في كتاب الطالب، وأؤكّد ضرورة تبرير خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال 1

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{2x-10}{2x^2-11x+5}$

$\frac{2x-10}{2x^2-11x+5} = \frac{2(x-5)}{(2x-1)(x-5)}$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

$= \frac{2(x-5)}{(2x-1)(x-5)}$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $(x-5)$

$= \frac{2}{2x-1}$ بالتبسيطِ

2) $\frac{x^3-2x^2+9x-18}{6x^3-24x^2+24x}$

$\frac{x^3-2x^2+9x-18}{6x^3-24x^2+24x} = \frac{(x^3-2x^2)+(9x-18)}{6x(x^2-4x+4)}$ بتجميعِ الحدودِ ذاتِ العواملِ المشتركةِ في البسطِ، وإخراجِ العاملِ المشتركِ في المقامِ

$= \frac{x^2(x-2)+9(x-2)}{6x(x^2-4x+4)}$ بإخراجِ العاملِ المشتركِ منْ كلِّ تجميعٍ في البسطِ

$= \frac{(x^2+9)(x-2)}{6x(x-2)(x-2)}$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

$= \frac{(x^2+9)(x-2)}{6x(x-2)(x-2)}$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $(x-2)$

$= \frac{x^2+9}{6x(x-2)}$ بالتبسيطِ

أتذكَّرُ

يُمكِنُ تحليلُ بعضِ المقاديرِ الجبريةِ التي تحوي أربعةَ حدودٍ أوْ أكثرَ باستعمالِ طريقةِ التجميعِ.

3) $\frac{1-u^2}{u^2+4u-5}$

$\frac{1-u^2}{u^2+4u-5} = \frac{(1-u)(1+u)}{(u-1)(u+5)}$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

$= \frac{-(u-1)(1+u)}{(u-1)(u+5)}$ $1-u=-(u-1)$

$= \frac{-(u-1)(1+u)}{(u-1)(u+5)}$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $(u-1)$

$= \frac{-(u+1)}{u+5}$ بالتبسيطِ

أتذكَّرُ

يُمكِنُ إخراجُ (-1) عاملًا مشتركًا منَ البسطِ أوِ المقامِ لتسهيلِ اختصارِ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**رموز رياضية**) الوارد في الصفحة 92 من كتاب الطالب؛ لما له من أهمية في تعريف الطلبة بالرمز الخاص بالعامل المشترك الأكبر.
- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتعلّم**) الوارد في الصفحة 92 من كتاب الطالب؛ لما له من أهمية في تأكيد أن القسمة على صفر تعطي قيمة غير مُعرَّفة؛ لذا استُثنِيَت من هذه الوحدة جميع القيم التي تجعل من المقامات صفرًا.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكّر الطلبة أنه يمكن استعمال التجميع لتحليل المقادير الجبرية التي تحوي أربعة حدود أو أكثر.

www.jnob-jo.com

أتحقّقُ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\frac{6x-18}{x^4-81} \quad \frac{6}{(x+3)(x^2+9)}$ b) $\frac{x^3+8}{x^2+6x+8} \quad \frac{x^2-2x+4}{x+4}$ c) $\frac{3x-3x^2}{x^2+4x-5} \quad \frac{-3x}{x+5}$

ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

يُمكِنُ ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ بطريقةٍ مُشابِهةٍ لطريقةِ ضربِ الكسورِ، وذلكَ بضربِ البسطِ في البسطِ وضربِ المقامِ في المقامِ، ثمَّ كتابةِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ الناتجِ في أبسطِ صورةٍ.

مفهومٌ أساسيٌّ — ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

بالكلماتِ: لضربِ مقدارينِ جبريينِ نسبيينِ، يُضرَبُ البسطُ في البسطِ، ثمَّ يُضرَبُ المقامُ في المقامِ.

بالرموزِ: إذا كانَتْ a, b, c, d مقاديرَ جبريةً، حيثُ: $b \neq 0, d \neq 0$، فإنَّ:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

مثالٌ:

$$\frac{3x}{y} \times \frac{2x}{(y+2)} = \frac{6x^2}{y^2+2y}$$

مثال 2

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{12ac}{15b} \times \frac{5ab^2}{6c^2}$

$$\frac{12ac}{15b} \times \frac{5ab^2}{6c^2} = \frac{2\times6\times a\times c}{3\times5\times b} \times \frac{5\times a\times b\times b}{6\times c\times c}$$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

$$= \frac{2\times\cancel{6}\times a\times\cancel{c}}{3\times\cancel{5}\times\cancel{b}} \times \frac{\cancel{5}\times a\times\cancel{b}\times b}{\cancel{6}\times\cancel{c}\times c}$$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ

$$= \frac{2a^2b}{3c}$$ بالتبسيطِ

أتعلَّمُ

أتحقَّقُ منَ اختصارِ جميعِ العواملِ المشتركةِ بينَ البسطِ والمقامِ قبلَ إجراءِ عمليةِ الضربِ؛ تسهيلًا للحساباتِ.

إرشاد: عند مناقشة حل المثال 2 مع الطلبة، أوضّح لهم أهمية اختصار جميع العوامل المشتركة بين البسط والمقام في كلا الكسرين قبل إجراء عملية الضرب؛ لما لذلك من أهمية في تسهيل الحسابات، وضمان أن يكون الناتج في أبسط صورة؛ لذا أوجّههم إلى تحليل كل من البسط والمقام إلى العوامل أولًا.

تنويع التعليم

يساعد استعمال قلم مُلوَّن عند اختصار العوامل المشتركة بين البسط والمقام الطلبة على تمييز العوامل المشتركة التي تم اختصارها، وضمان إيجاد الناتج بصورة صحيحة، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند اختصار المقدار الجبري النسبي $\frac{1-u}{u-1}$ بجعل نتيجة الاختصار (1) بدلًا من (1−)، ولعلاج ذلك أوجّه الطلبة إلى إمكانية إخراج (1−) عاملًا مشتركًا من البسط أو المقام؛ لتسهيل عملية الاختصار وإجرائها بشكل صحيح.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

مثال 2

- أكتب مجموعة من المسائل على ضرب الكسور على اللوح، مثل الآتي:
  - $\frac{5}{7} \times \frac{3}{8}$
  - $\frac{8}{11} \times \frac{9}{14}$
  - $\frac{15}{20} \times \frac{7}{12}$
- أطلب إلى الطلبة إيجاد ناتج ضرب الكسور في المسائل المكتوبة على اللوح في مجموعات ثنائية، ثم أناقش الحل مع الصف كاملًا.
- أوضّح للطلبة أنه يمكن ضرب المقادير الجبرية النسبية بطريقة مشابهة لطريقة ضرب الكسور، ثم أقدّم لهم الطريقة بالكلمات والرموز بالاستعانة بصندوق (**مفهوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 2 على اللوح، باتباع الخطوات الواردة في كتاب الطالب، وأؤكّد أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

www.jnob-jo.com

2 $\frac{x^2+x-6}{x^2+6x+9} \times \frac{x+3}{x^2-6x+8}$

$\frac{x^2+x-6}{x^2+6x+9} \times \frac{x+3}{x^2-6x+8} = \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x+3)} \times \frac{x+3}{(x-2)(x-4)}$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

$= \frac{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x+3)}\cancel{(x+3)}} \times \frac{\cancel{x+3}}{\cancel{(x-2)}(x-4)}$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ

$= \frac{1}{x-4}$ بالتبسيطِ

اتحقَّقْ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\frac{8x}{5y^2} \times \frac{20xy}{6b}$ $\frac{16x^2}{3yb}$

b) $\frac{d^2-36}{d^2+5d-6} \times \frac{d-1}{d^2-7d+6}$ $\frac{1}{d-1}$

مثال 3 : منَ الحياةِ

هندسةٌ معماريةٌ: يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ مُخطَّطًا لأحدِ المنازلِ على شكلِ مستطيلٍ. أجدُ مساحةَ المنزلِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.

$\frac{x^2-x-6}{4x^3}$

$\frac{2x^2+2x}{x^2+5x+6}$

$A = l \times w$ صيغةُ مساحةِ المستطيلِ الذي طولُهُ l وعرضُهُ w

$= \frac{2x^2+2x}{x^2+5x+6} \times \frac{x^2-x-6}{4x^3}$ بتعويضِ $l = \frac{2x^2+2x}{x^2+5x+6}$, $w = \frac{x^2-x-6}{4x^3}$

$= \frac{2x(x+1)}{(x+2)(x+3)} \times \frac{(x-3)(x+2)}{2x \times 2x^2}$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

$= \frac{\cancel{2x}(x+1)}{\cancel{(x+2)}(x+3)} \times \frac{(x-3)\cancel{(x+2)}}{\cancel{2x} \times 2x^2}$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ

$= \frac{(x+1)(x-3)}{2x^2(x+3)}$ بالتبسيطِ

إذنْ، مساحةُ المنزلِ هيَ $\frac{(x+1)(x-3)}{2x^2(x+3)}$ وحدةً مُربَّعةً.

مثال إضافي:

أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:

1 $\frac{x^2+5x+6}{4} \times \frac{2}{x+2}$ $\frac{x+3}{2}$

2 $\frac{4a^2bc^3}{a} \times \frac{6b^3}{21a^3c}$ $\frac{8b^4c^2}{7a^2}$

3 $\frac{5x^2}{x^2-2x} \times \frac{x^2-4}{x^2+2x}$ 5

مثال 3: من الحياة

- أوضّح للطلبة أنه يمكن استعمال ضرب المقادير الجبرية النسبية في حل مسائل عملية وحياتية.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة نص المثال 3، ثم أسأل:
  - ما شكل المخطط؟ مستطيل.
  - ما طول المخطط؟ $\frac{2x^2+2x}{x^2+5x+6}$
  - ما عرض المخطط؟ $\frac{x^2-x-6}{4x^3}$
  - كيف يمكن إيجاد مساحة المخطط؟ لماذا؟ بضرب طول المخطط في عرضه؛ لأن المخطط مستطيل الشكل.
  - هل ستكون المساحة الناتجة عددًا حقيقيًّا؟ لماذا؟ لا؛ لأن طول المخطط وعرضه بدلالة x؛ لذا ستكون المساحة الناتجة بدلالة x.
- أناقش الطلبة في حل المثال على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير خطوات الحل.

www.jnob-jo.com

مثال 4

- أكتب مجموعة من المسائل على قسمة الكسور على اللوح، مثل الآتي:
  - » $\frac{7}{10} \div \frac{2}{8}$
  - » $\frac{14}{22} \div \frac{25}{18}$
  - » $\frac{4}{30} \div \frac{2}{9}$
- أطلب إلى الطلبة إيجاد ناتج قسمة الكسور في المسائل المكتوبة على اللوح في مجموعات ثنائية، ثم أناقش الحل مع الصف كاملًا.
- أوضّح للطلبة أنه يمكن قسمة المقادير الجبرية النسبية بطريقة مشابهة لطريقة قسمة الكسور، ثم أقدّم لهم الطريقة بالكلمات والرموز بالاستعانة بصندوق **(مفهوم أساسي)** الوارد في كتاب الطالب.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 4 على اللوح، باتباع الخطوات الواردة في كتاب الطالب، وأؤكّد أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

أتحقَّق من فهمي

قهوة: تضعُ إحدى الشركاتِ مُنتَجَها مـنَ القهوةِ في علبٍ، أبعادُها تعطى بدلالةِ x كما في الشكلِ المُجاوِرِ.

أجدُ حجمَ علبةِ القهوةِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.

$\frac{(x-3)\pi}{(x+5)^2(x+4)}$

أتذكَّرُ

إذا كانَ ناتجُ ضربِ عددينِ هوَ 1، فـإنَّ كُلًّا منْهما يُسمّى نظيرًا ضربيًّا للآخرِ، أوْ مقلوبًا للآخرِ.

قسمةُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

يُمكِنُ قسمةُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ بطريقةٍ مُشابِهةٍ لطريقةِ قسمةِ الكسورِ، وذلكَ بضربِ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ، ثمَّ كتابةِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ الناتجِ في أبسطِ صورةٍ.

مفهومٌ أساسيٌّ قسمةُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ

بالكلماتِ: لقسمةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ على آخرَ، يُضرَبُ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ.

بالرموزِ: إذا كانَتْ a, b, c, d مقاديرَ جبريةً، حيثُ: $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$، فإنَّ:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

مثالٌ:

$$\frac{4x}{y} \div \frac{5}{y+1} = \frac{4x}{y} \times \frac{y+1}{5} = \frac{4x(y+1)}{5y}$$

أفكِّرُ

لماذا لا يُشترَطُ أنْ يكونَ $a \neq 0$؟

مثال 4

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{24x^2y}{5c^2d} \div \frac{16xy^3}{10c^2d^2}$

$\frac{24x^2y}{5c^2d} \div \frac{16xy^3}{10c^2d^2} = \frac{24x^2y}{5c^2d} \times \frac{10c^2d^2}{16xy^3}$ بضربِ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ

$= \frac{3\times8\times x\times x\times y}{5\times c^2\times d} \times \frac{5\times2\times c^2\times d\times d}{2\times8\times x\times y\times y^2}$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

www.jnob-jo.com

$$= \frac{3\times 8\times x\times x\times x\times y}{5\times e^2\times d} \times \frac{5\times 2\times e^2\times d\times d}{2\times 8\times x\times y\times y^2}$$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ

$$= \frac{3xd}{y^2}$$ بالتبسيطِ

2 $\dfrac{x^2-36}{y^2+3y-4} \div \dfrac{x^2-9x+18}{8y+32}$

$$\frac{x^2-36}{y^2+3y-4} \div \frac{x^2-9x+18}{8y+32} = \frac{x^2-36}{y^2+3y-4} \times \frac{8y+32}{x^2-9x+18}$$ بضربِ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليهِ

$$= \frac{(x-6)(x+6)}{(y+4)(y-1)} \times \frac{8(y+4)}{(x-3)(x-6)}$$ بتحليلِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ إلى العواملِ

$$= \frac{\cancel{(x-6)}(x+6)}{\cancel{(y+4)}(y-1)} \times \frac{8\cancel{(y+4)}}{(x-3)\cancel{(x-6)}}$$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ

$$= \frac{8(x+6)}{(y-1)(x-3)}$$ بالتبسيطِ

أتحقَّقُ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\dfrac{24b^3}{14x^2y^2} \div \dfrac{16bc^2}{21x^4y^3}$ $\dfrac{9b^2x^2y}{4c^2}$

b) $\dfrac{x^2-9x+20}{y^2+10y+21} \div \dfrac{2x^2-9x+4}{4y+28}$ $\dfrac{4(x-5)}{(y+3)(2x-1)}$

الكسرُ الجبريُّ المُرَكَّبُ

الكسرُ الجبريُّ المُرَكَّبُ (complex algebraic fraction) هوَ كسرٌ يحتوي بسطُهُ أوْ مقامُهُ أوْ كلاهُما على مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ، ومنْ أمثلتِهِ:

$$\frac{\frac{x}{4}}{y} \quad , \quad \frac{a-6}{\frac{4}{a}} \quad , \quad \frac{\frac{y+1}{y-8}}{\frac{y-7}{5}} \quad , \quad \frac{\frac{2}{d}+8}{\frac{10}{d}+8}$$

إرشاد: أُدير نقاشًا مع الطلبة حول إجابة السؤال الموجود في صندوق (**أفكّر**) المجاور لصندوق (**مفهوم أساسي**) في الصفحة 96 من كتاب الطالب، وأتوصّل معهم إلى أنه لو كان المقدار الجبري a يساوي صفرًا فإن ذلك يجعل المقدار الجبري النسبي $\frac{a}{b}$ يساوي صفرًا، أما بقية المقادير b و c و d فإذا كان أحدها يساوي صفرًا فإننا سنحصل على قيمة غير مُعرَّفة.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند قسمة مقدار جبري نسبي على آخر بالضرب بالمقسوم عليه وليس في نظيره الضربي؛ لذا أؤكّد وبشكل مستمر على ذلك.

www.jnob-jo.com

توجدُ أربعُ خطواتٍ يتعيَّنُ اتِّباعُها لتبسيطِ الكسورِ الجبريةِ المُركَّبةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **خطواتُ تبسيطِ الكسورِ الجبريةِ المُركَّبةِ**

يُمكِنُ تبسيطُ الكسورِ الجبريةِ المُركَّبةِ باتِّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

الخطوةُ 1: كتابةُ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ في صورةِ كسرٍ واحدٍ إنْ كانَ ذلكَ ضروريًّا.

الخطوةُ 2: كتابةُ الكسرِ الجبريِّ المُركَّبِ الناتجِ منَ الخطوةِ 1 في صورةِ قسمةِ مقدارينِ جبريينِ نسبيينِ.

الخطوةُ 3: ضربُ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ.

الخطوةُ 4: قسمةُ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ، والتبسيطُ.

مثال 5

أكتبُ $\dfrac{\frac{a^2-b^2}{a^2-25}}{\frac{b-a}{a+5}}$ في أبسطِ صورةٍ.

$\dfrac{\frac{a^2-b^2}{a^2-25}}{\frac{b-a}{a+5}} = \dfrac{a^2-b^2}{a^2-25} \div \dfrac{b-a}{a+5}$ بكتابةِ الكسرِ الجبريِّ المُركَّبِ في صورةِ قسمةِ مقدارينِ نسبيينِ

$= \dfrac{a^2-b^2}{a^2-25} \times \dfrac{a+5}{b-a}$ بضربِ المقسومِ في النظيرِ الضربيِّ للمقسومِ عليْهِ

$= \dfrac{-(b-a)(a+b)}{(a-5)(a+5)} \times \dfrac{a+5}{b-a}$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على العواملِ المشتركةِ

$= -\dfrac{(a+b)}{(a-5)}$ بالتبسيطِ

أتحقَّقُ منْ فهمي

أكتبُ $\dfrac{\frac{x^2-y^2}{y^2-36}}{\frac{x-y}{2y+12}}$ في أبسطِ صورةٍ. $\dfrac{2(x+y)}{y-6}$

مثال 5

- أوضّح للطلبة مفهوم الكسر الجبري المُركَّب، وأقدّم لهم أمثلة عليه، ثم أطلب إليهم تقديم أمثلة عليه أيضًا.
- أوضّح للطلبة أن تبسيط الكسور الجبرية المُركَّبة يمرّ بأربع خطوات، ثم أقدّم لهم الخطوات الأربع بالاستعانة بصندوق (**مفهوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب، وأدوّن الخطوات بصورة مختصرة على اللوح.
- أناقش مع الطلبة خطوات تبسيط الكسر الوارد في المثال 5 على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تبسيط الكسور الجبرية المُركَّبة؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، وأنوّه بضرورة اتباع خطوات التبسيط الأربع.

مثال إضافي:

أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:

1. $\dfrac{\frac{6xy^4}{25z^3}}{\frac{18y}{5xz^2}}$ $\quad \dfrac{x^2y^3}{15z}$

2. $\dfrac{\frac{x^2-5x+4}{2x-8}}{\frac{3x^2-3x}{2}}$ $\quad \dfrac{1}{3x}$

www.jnob-jo.com

أتدرّبُ وأحلُّ المسائل

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{6x(x+3)}{9x^2}$ $\frac{2(x+3)}{3x}$

2) $\frac{b^2+5b+4}{b^2-2b-24}$ $\frac{b+1}{b-6}$

3) $\frac{2x^3-18x}{6x^3-12x^2-18x}$ $\frac{x+3}{3(x+1)}$

4) $\frac{x^3-8}{x^2-4}$ $\frac{x^2+2x+4}{x+2}$

5) $\frac{x^3-9x^2}{x^2-3x-54}$ $\frac{x^2}{x+6}$

6) $\frac{32x^4-50}{4x^3-12x^2-5x+15}$ $\frac{2(4x^2+5)}{x-3}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

7) $\frac{3x^2y}{14c^2d}\times\frac{28cd}{12x^3y^2}$ $\frac{1}{2xyc}$

8) $\frac{2d+2}{d^2+8d+16}\times\frac{d^2+d-12}{d+1}$ $\frac{2(d-3)}{d+4}$

9) $\frac{x^2-16}{3x^3}\times\frac{x^2}{x^2+x-12}$ $\frac{x-4}{3x(x-3)}$

10) $\frac{x^2-3x}{x-2}\times\frac{x^2+x-6}{x}$ $(x-3)(x+3)$

11) $\frac{x^2-4x}{x-1}\times\frac{x^2+3x-4}{2x}$ $\frac{1}{2}(x-4)(x+4)$

12) $\frac{b^2+12b+11}{b^2-9}\times\frac{b^3+27}{b^2+20b+99}$ $\frac{(b+1)(b^2-3b+9)}{(b-3)(b+9)}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

13) $\frac{21x^3y^2}{12ab^2}\div\frac{3x^2y^2}{24a^3}$ $\frac{14xa^2}{b^2}$

14) $\frac{x^2+x-2}{x^2+5x+6}\div\frac{x^2+2x-3}{x^2+7x+12}$ $\frac{x+4}{x+3}$

15) $\frac{p}{p-4}\div\frac{p^2}{p^2-5p+4}$ $\frac{p-1}{p}$

16) $\frac{g^2-4g-21}{4g^2+12g}\div(g-7)$ $\frac{1}{4g}$

17) $\frac{x^2-25}{2x-2}\div\frac{x^2+10x+25}{x^2+4x-5}$ $\frac{x-5}{2}$

18) $\frac{x+2}{3x+12}\div\frac{x+2}{x^2-16}$ $\frac{x-4}{3}$

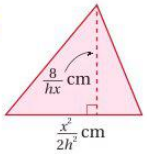
أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

19) $\frac{\frac{x^3y^3}{cd^4}}{\frac{x^2y}{c^2d}}$ $\frac{xcy^2}{d^3}$

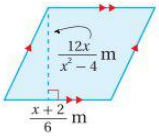
20) $\frac{\frac{4a-8}{a^2-9}}{\frac{a^2-a-2}{a^2+7a+12}}$ $\frac{4(a+4)}{(a-3)(a+1)}$

21) $\frac{\frac{8x^2-10x-3}{10x^2+35x-20}}{\frac{2x^2+x-6}{4x^2+18x+8}}$ $\frac{2(4x+1)(2x+1)}{5(2x-1)(x+2)}$

أجدُ مساحةَ كلٍّ منَ الشكلينِ الآتيينِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ:

22) 

$\frac{2x}{h^3}$ cm^2

23) 

$\frac{2x}{x-2}$ m^2

4 التدريب

أتدرّب وأحل المسائل

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (21 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

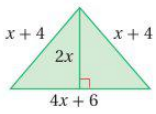
- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (30 – 27).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 28 (**أكتشف المختلف**)، أوجّه الطلبة إلى تبسيط المقادير الجبرية النسبية جميعها؛ لتحديد المختلف منها.
- في السؤال 22 (**تحدٍّ**)، أناقش الطلبة في المقدار النسبي المكافئ للمقدار $\frac{1}{\frac{x^2-4y^2}{x+2y}}$، وأتوصّل معهم إلى أن المقدار النسبي المكافئ له هو: $\frac{x+2y}{x^2-4y^2}$، وأطلب إليهم كتابته في أبسط صورة.

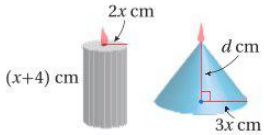
www.jnob-jo.com

24 أكتبُ النسبةَ بينَ محيطِ الشكلِ المُجاورِ ومساحتِهِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ.



محيط $(6x+14)$، مساحة $2x\,(2x+3)$، النسبة المطلوبة $\frac{3x+7}{x(2x+3)}$

25 شموعٌ: في الشكلِ المُجاورِ شمعتانِ لهُما الحجمُ نفسُهُ، وإحداهُما أسطوانيةٌ، والأُخرى مخروطيةٌ. أكتبُ مقدارًا نسبيًّا يُمثِّلُ ارتفاعَ الشمعةِ المخروطيةِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.



$d = \frac{4(x+4)}{3}$

26 أحُلُّ المسألةَ الواردةَ بدايةَ الدرسِ. $\frac{x}{x+3}$ وحدة مربعة.

مهاراتُ التفكيرِ العليا

27 مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ مقدارًا نسبيًّا أبسطُ صورةٍ لهُ هيَ: $\frac{1}{2x+1}$. إجابة ممكنة $\frac{2x+1}{4x^2+4x+1}$

28 أكتشفُ المختلفَ: أيُّ المقاديرِ النسبيةِ الآتيةِ مختلفٌ، مُبرِّرًا إجابتي؟

$\frac{x^2-x+1}{x^2+4x}$ $\quad$ $\frac{x+8}{4x^2}$ $\quad$ $\frac{x^2+6x+8}{x^2+4x}$ $\quad$ $\frac{x-2}{x^2}$

المقدار $\frac{x^2+6x+8}{x^2+4x}$ ليس بأبسط صورة وما تبقى من المقادير بأبسط صورة.

29 أكتشفُ الخطأَ: أكتشفُ الخطأَ في الحَلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$= \frac{x+2}{x-2} \times \frac{x^2-4}{x^2+x-2}$$
$$= \frac{x+2}{x-2} \times \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-1)}$$
$$= \frac{2}{-1}$$

✗

اختُصر x في البسط مع x في المقام في المقدار $\frac{x+2}{x-1}$ وهذا خطأ.

الناتج الصحيح هو: $\frac{x+2}{x-1}$.

30 تحدٍّ: هلْ يُعَدُّ المقدارُ $x-2y$ مُكافِئًا للمقدارِ $\frac{1}{\frac{x^2-4y^2}{x+2y}}$؟ أُبرِّرُ إجابتي.

الإجابة: لا. أبسط صورة للمقدار $\frac{1}{\frac{x^2-4y^2}{x+2y}}$ هي: $\frac{1}{2x-y}$، وهي مقلوب $2x-y$

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 22, 23, 29 كتاب التمارين: 1, 2, 5, 6, 7, 12
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 23, 24, (26 – 28) كتاب التمارين: 3, 4, 8, 9, 10, 11, 13
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (25 – 30) كتاب التمارين: 10, 11, (14 – 18)

5 الإثراء

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

» أكتب كسرًا جبريًّا مُركَّبًا أبسط صورة له $\frac{x-1}{x+4}$

إجابة ممكنة: $\frac{\frac{x^2-1}{x^2+x}}{1+\frac{4}{x}}$

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (1 – 4) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أطلب إلى كل طالب/ طالبة كتابة 3 معلومات أساسية مُتعلَّمة في هذا الدرس على ورقة، ثم أجمع الأوراق، وأُعدّ قائمة تحوي المعلومات الأساسية المشتركة التي كتبها الطلبة؛ بُغية تقييم تعلّمهم، ومعالجة مواطن الضعف لديهم.

www.jnob-jo.com

الدرس 2

نتاجات الدرس

- إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقادير الجبرية.
- جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها.
- تبسيط كسر جبري مُركَّب يحتوي بسطه أو مقامه أو كلاهما على عملية جمع أو طرح.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعددين.
- ضرب المقادير الجبرية.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

- أوجّه الطلبة في بداية كل حصة إلى الفقرة (الفقرات) المرتبطة بما سيقدَّم من موضوعات الدرس في الحصة (إنْ وجدت) في صفحات (**أستعد لدراسة الوحدة**) في كتاب التمارين، ثم أطلب إليهم حل تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية.
- أتجوّل بين الطلبة؛ لمتابعتهم أثناء الحل، وتحديد نقاط ضعفهم، وأوجّههم إلى مراجعة المثال عندما يواجهون صعوبة في الحل.

1 التهيئة

- أكتب على اللوح المسائل الآتية:

a. $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$ **b.** $\frac{2}{7}+\frac{1}{8}$

c. $\frac{3}{4}-\frac{3}{10}$ **d.** $\frac{8}{9}-\frac{2}{3}$

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أطلب إلى كل مجموعة إيجاد ناتج كل مسألة على دفاترهم.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أناقش الحل مع الصف كاملًا.

الدرسُ 2

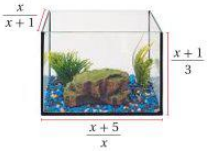
جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها

Adding and Subtracting Rational Algebraic Expressions

فكرةُ الدرسِ
- إيجادُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاديرِ الجبريةِ.
- جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها.

مسألةُ اليومِ

يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ حوضَ أسماكٍ مفتوحًا منَ الأعلى على شكلٍ متوازي مستطيلاتٍ، أبعادُهُ مُبيَّنةٌ كما في الشكلِ. أجدُ مساحةَ سطحِ زجاجِ الحوضِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.



المضاعفُ المشتركُ الأصغرُ للمقاديرِ الجبريةِ

تعلَّمْتُ سابقًا إيجادَ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لعددينِ. والآنَ سأتعلَّمُ بطريقةٍ مُشابهةٍ كيفَ أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ لحدَّينِ، وذلكَ بتحليلِ كلٍّ منْهُما تحليلًا كاملًا، ثمَّ كتابةِ العواملِ المُتكرِّرةِ بالصورةِ الأُسّيَّةِ، عندئذٍ يكونُ المضاعفُ المشتركُ الأصغرُ (LCM) هوَ ناتجَ ضربِ جميعِ قوى العواملِ التي لها الأُسُّ الأكبرُ.

يُمكِنُ أيضًا إيجادُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لمقدارينِ جبريينِ، وذلكَ بتحليلِ كلٍّ منْهُما إلى العواملِ، عندئذٍ يكونُ المضاعفُ المشتركُ الأصغرُ (LCM) هوَ ناتجَ ضربِ جميعِ قوى العواملِ التي لها الأُسُّ الأكبرُ.

رموزٌ رياضيةٌ

يُرمَزُ إلى المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ بالرمزِ (م. م. أ)، أوْ بالرمزِ (LCM)؛ وهوَ اختصارٌ لِـ (least common multiple).

مثال 1

أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ للمقاديرِ أوِ الحدودِ الجبريةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1) $6ab, 8a^3, 12ab^5$

الخطوةُ 1: تحليلُ الحدودِ الجبريةِ تحليلًا كاملًا، ثمَّ كتابةُ العواملِ المُتكرِّرةِ بالصورةِ الأُسّيَّةِ.

$6ab = 2 \times 3 \times a \times b$

$8a^3 = 2^3 \times a^3$

$12ab^5 = 2^2 \times 3 \times a \times b^5$

بتحليلِ الحدودِ الجبريةِ تحليلًا كاملًا، ثمَّ كتابةِ العواملِ المُتكرِّرةِ بالصورةِ الأُسّيَّةِ.

أتذكَّرُ

تحليلُ الحدِّ الجبريِّ تحليلًا كاملًا يعني أنَّهُ يُكتَبُ في صورةِ حاصلِ ضربِ أعدادٍ أوّليةٍ ومُتغيِّراتٍ، كلٌّ منْها مرفوعٌ إلى الأُسِّ 1.

www.jnob-jo.com

ملاحظاتي

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**مسألة اليوم**)، ثم أسألهم:
  - ما شكل حوض الأسماك؟ متوازي مستطيلات.
  - ما أبعاده؟ $\frac{x}{x+1}$, $\frac{x+1}{3}$, $\frac{x+5}{x}$
  - كيف يمكن إيجاد مساحة سطح زجاج الحوض؟ بإيجاد مجموع مساحات أوجه الجانبية بالإضافة إلى مساحة قاعدة الحوض.
  - هل ستكون مساحة سطح الزجاج الناتجة عددًا حقيقيًّا؟ لماذا؟ لا؛ لأن أبعاد الحوض بدلالة x؛ لذا ستكون المساحة الناتجة بدلالة x.
  - كيف نجد المساحة الجانبية لسطح زجاج الحوض؟ باستعمال الصيغة: $L.A=Ph$، حيث P محيط القاعدة، و h ارتفاع متوازي المستطيلات.
- أطلب إلى أحد الطلبة إيجاد محيط القاعدة المستطيلة على اللوح، وبعد كتابته المقدارَ $\frac{2x}{x+1}+\frac{2x+10}{x}$ أسأل الطلبة:
  - كيف يمكن إيجاد ناتج المقدار $\frac{2x}{x+1}+\frac{2x+10}{x}$ في أبسط صورة؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - مَن يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

مثال 1

- أوضّح للطلبة أن جمع أو طرح المقادير الجبرية النسبية يشبه جمع الكسور وطرحها، وأنه إذا أردنا جمع أو طرح مقدارين جبريّين غير متساويين في المقام، فإننا بحاجة إلى توحيد المقام أولًا، ويكون ذلك بإيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامين، وبما أن المقامين مقداران جبريان، فإنه يلزمنا تعرُّف كيفية إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لمقدارين جبريّين.
- أوضّح للطلبة أنه يمكن إيجاد المضاعف المشترك الأصغر لمقدارين جبريّين باتباع الخطوات الآتية:
  - تحليل كل من المقدارين الجبريّين تحليلًا كاملًا.
  - كتابة العوامل المتكررة في كل من المقدارين بالصورة الأُسّية.
  - إيجاد ناتج ضرب جميع قوى العوامل التي لها الأُسّ الأكبر.

www.jnob-jo.com

- أناقش الطلبة في حل المثال 1 على اللوح، باتباع الخطوات الواردة في كتاب الطالب، وأؤكّد ضرورة تبرير خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (رموز رياضية) الوارد في الصفحة 101 من كتاب الطالب؛ لما له من أهمية في تعريف الطلبة بالرمز الخاص بالمضاعف المشترك الأصغر.
- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوقي (أتذكّر) الواردين في هامش المثال 1 من كتاب الطالب؛ لما له من أهمية في تذكير الطلبة بمفهوم كل من تحليل الحد الجبري، وتحليل المقدار الجبري.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكّر الطلبة بأنه لتحليل المقدار الجبري $x^4 - 7x^3 + 12x^2$ نحتاج أولًا إلى إخراج العامل المشترك الأكبر بين حدود المقدار، ثم تحليل المقدار ثلاثي الحدود الناتج بعد إخراج العامل المشترك إلى عوامله.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

الخطوة 2: إيجادُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ.

بضربِ قوى العواملِ التي لها الأُسُّ الأكبرُ: $\text{LCM} = 2^3 \times 3 \times a^3 \times b^5$

بالتبسيط: $= 24a^3b^5$

2 $x^4 - 7x^3 + 12x^2 , x^2 - 2x - 3$

الخطوة 1: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ إلى عواملِها.

بتحليلِ المقاديرِ الجبريةِ إلى عواملِها:

$x^4 - 7x^3 + 12x^2 = x^2(x-3)(x-4)$

$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$

أتذكّرُ

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ يعني أنَّهُ يُكتَبُ في صورةِ حاصلِ ضربِ عواملِهِ.

الخطوة 2: إيجادُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ.

بضربِ قوى العواملِ التي لها الأُسُّ الأكبرُ: $\text{LCM} = x^2(x-3)(x-4)(x+1)$

أتحقّقُ منْ فهمي

أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ للمقاديرِ أوِ الحدودِ الجبريةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

a) $6b^2, 12ab, 18ab^4$ $36ab^4$

b) $3b^2 - 15b - 18, b^3 - 7b^2 + 6b$ $3b(b-6)(b+1)(b-1)$

جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها

يُمكِنُ جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها بطريقةٍ مُشابِهةٍ تمامًا لطريقةِ جمعِ الكسورِ وطرحِها. فعندَ الجمعِ أوِ الطرحِ لمقداريْنِ جبريينِ نسبيينِ متساويينِ في المقامِ، يُجمَعُ البسطانِ أوْ يُطرَحانِ، ويبقى المقامُ المشتركُ، ثمَّ يُبَسَّطُ الناتجُ إنْ كانَ ذلكَ ضروريًّا.

مفهومٌ أساسيٌّ جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها

بالكلماتِ: لجمعِ مقدارينِ جبريينِ نسبيينِ لهُما المقامُ نفسُهُ أوْ طرحِهما، يُجمَعُ البسطانِ أوْ يُطرَحانِ، ويبقى المقامُ نفسُهُ.

بالرموزِ: إذا كانَتْ a, b, c مقاديرَ جبريةً، حيثُ: $c \neq 0$، فإنَّ:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad , \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

مثالٌ:

$$\frac{3x}{y+2} + \frac{x}{y+2} = \frac{3x+x}{y+2} = \frac{4x}{y+2}$$

www.jnob-jo.com

يُمكِنُ أيضًا الجمعُ أو الطرحُ لمقدارينِ جبريينِ نسبيينِ غيرِ متساويينِ في المقامِ، وذلكَ بتوحيدِ المقامينِ أوّلًا عنْ طريقِ إيجادِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقامينِ، ثمَّ ضربِ البسطِ والمقامِ لكلِّ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في العواملِ اللازمةِ لجعلِ المقامِ مساويًا للمضاعفِ المشتركِ الأصغرِ، ثمَّ تبسيطِ الناتجِ إنْ كانَ ذلكَ ضروريًّا.

مثال 2

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{y}{x(y-1)}-\frac{1}{x(y-1)}$

$\frac{y}{x(y-1)}-\frac{1}{x(y-1)}=\frac{y-1}{x(y-1)}$ — بجمعِ البسطين

$=\frac{\cancel{y-1}}{x(\cancel{y-1})}=\frac{1}{x}$ — بالتبسيطِ

2) $\frac{2x}{3y^3}+\frac{5b}{6x^2y}$

$\frac{2x}{3y^3}+\frac{5b}{6x^2y}=\frac{2x}{3y^3}\times\frac{2x^2}{2x^2}+\frac{5b}{6x^2y}\times\frac{y^2}{y^2}$ — بتوحيدِ المقامينِ باستعمالِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لهما، وهوَ: $6x^2y^3$

$=\frac{4x^3}{6x^2y^3}+\frac{5by^2}{6x^2y^3}$ — بالضربِ

$=\frac{4x^3+5by^2}{6x^2y^3}$ — بجمعِ البسطين

3) $\frac{3x-2}{x^2+4x-12}-\frac{5}{2x+12}$

$\frac{3x-2}{x^2+4x-12}-\frac{5}{2x+12}=\frac{3x-2}{(x+6)(x-2)}-\frac{5}{2(x+6)}$ — بتحليلِ المقامينِ إلى عواملِهما

$=\frac{3x-2}{(x+6)(x-2)}\times\frac{2}{2}-\frac{5}{2(x+6)}\times\frac{x-2}{x-2}$ — بتوحيدِ المقاماتِ باستعمالِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لها، وهوَ: $2(x+6)(x-2)$

$=\frac{6x-4-5x+10}{2(x+6)(x-2)}$ — بطرحِ البسطين

$=\frac{x+6}{2(x+6)(x-2)}$ — بالتبسيطِ

مثال 2

- أذكّر الطلبة أنه عند جمع كسرين لهما المقام نفسه أو طرحهما فإن البسطين يُجمَعان أو يُطرَحان، ويبقى المقام المشترك، وهذا ينطبق على جمع أو طرح مقدارين جبريّين نسبيّين متساويين في المقام، ثم أقدّم لهم هذا المفهوم بالكلمات والرموز، بالاستعانة بصندوق (**مفهوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب، ثم أبيّن لهم أنه يمكن جمع أو طرح مقدارين جبريّين غير متساويين في المقام باتباع الخطوات الآتية:
  - إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامين.
  - ضرب البسط والمقام لكل مقدار جبري نسبي في العوامل اللازمة؛ لجعل المقام مساويًا للمضاعف المشترك الأصغر.
  - تبسيط الناتج (إن كان ضروريًّا).
- أناقش مع الطلبة حل المثال 2 على اللوح، باتباع الخطوات الواردة في كتاب الطالب، وأؤكّد أهمية تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتذكّر**) الوارد في هامش المثال 2 من كتاب الطالب؛ لما له من أهمية في تذكير الطلبة بمفهوم كتابة المقدار الجبري النسبي في أبسط صورة.

www.jnob-jo.com

مثال إضافي

أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:

1 $\frac{a^2}{a-b}+\frac{b^2}{b-a}$ $\quad a+b$

2 $\frac{3y}{y^2-7y+10}-\frac{2y}{y^2-8y+15}$

$\frac{y}{(y-2)(y-3)}$

مثال 3: من الحياة

- أوضّح للطلبة أنه يمكن استعمال جمع أو طرح المقادير الجبرية النسبية في حل مسائل عملية وحياتية.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة نص المثال 3، ثم أسأل:
  - ما شكل الملصق؟ مستطيل.
  - ما طول الملصق؟ $\frac{9}{y-4}$
  - ما عرض الملصق؟ $\frac{y}{y+5}$
  - كيف يمكن إيجاد طول الإطار اللازم لإحاطة الملصق؟ لماذا؟ باستعمال صيغة محيط المستطيل؛ لأن المخطط مستطيل الشكل.
  - هل سيكون طول الإطار الناتج عددًا حقيقيًّا؟ لماذا؟ لا؛ لأن طول الملصق وعرضه بدلالة y؛ لذا سيكون طول الإطار الناتج بدلالة y.
- أناقش الطلبة في حل المثال على اللوح، وأؤكّد ضرورة تبرير خطوات الحل.

$= \frac{x+6}{2(x+6)(x-2)}$ بقسمة كلٍّ من البسط والمقام على $(x+6)$

$= \frac{1}{2(x-2)}$ بالتبسيط

أتذكّرُ

لكتابة مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ، أقسمُ البسطَ والمقامَ على العواملِ المشتركةِ.

أتحقّقُ من فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\frac{2x}{x^2(2x+5)}+\frac{5}{x^2(5+2x)}$ $\quad \frac{1}{x^2}$

b) $\frac{5y}{6b^2a}+\frac{3b^2}{8a^2}$ $\quad \frac{20ay+9b^4}{24a^2b^2}$

c) $\frac{5}{8x+8}-\frac{x-4}{12x^2+4x-8}$ $\quad \frac{13x-2}{8(x+1)(3x-2)}$

مثال 3 : منَ الحياةِ

بيئةٌ: صمَّمَتْ ميساءُ مُلصَقًا على شكلِ مستطيلٍ للتوعيةِ بأهميةِ إعادةِ التدويرِ، وكانَتْ أبعادُهُ كما في الشكلِ المُجاورِ. ترغبُ ميساءُ في إحاطةِ المُلصَقِ بإطارٍ. أجدُ طولَ الإطارِ اللازمَ لذلكَ بدلالةِ y في أبسطِ صورةٍ.

$\frac{y}{y+5}$ cm

$\frac{9}{y-4}$ cm

لإيجادِ طولِ الإطارِ، أجدُ محيطَ المُلصَقِ:

$P = 2l + 2w$ صيغةُ محيطِ المستطيلِ

$= 2\left(\frac{9}{y-4}\right)+2\left(\frac{y}{y+5}\right)$ بتعويضِ $l=\frac{9}{y-4}$, $w=\frac{y}{y+5}$

$= \frac{18}{y-4}+\frac{2y}{y+5}$ بالتبسيطِ

$= \frac{18}{y-4}\times\frac{y+5}{y+5}+\frac{2y}{y+5}\times\frac{y-4}{y-4}$ بتوحيدِ المقاماتِ باستعمالِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لها، وهوَ: $(y+5)(y-4)$

$= \frac{2y^2-8y+18y+90}{(y+5)(y-4)}$ بجمعِ البسطينِ

$= \frac{2y^2+10y+90}{(y+5)(y-4)}$ بالتبسيطِ

إذنْ، طولُ الإطارِ اللازمُ لإحاطةِ المُلصَقِ بهِ هوَ: $\frac{2y^2+10y+90}{(y+5)(y-4)}$ cm .

أفكّرُ

هلْ يُمكِنُني تحليلُ: $2y^2+10y+90$؟

www.jnob-jo.com

معلومة

تحتفلُ مُنظَّمةُ الصحَّةِ العالميةِ في 31 آيارَ منْ كلِّ عامٍ باليومِ العالميِّ للامتناعِ عنِ التدخينِ، وتحرصُ في هذا اليومِ على إبرازِ المخاطرِ الصحّيةِ المُرتبطةِ بالتدخينِ.

أتحقَّقُ منْ فهمي

صحَّةٌ: صَمَّمَ خالدٌ مُلصَقًا على شكلِ مستطيلٍ للتوعيةِ بأضرارِ التدخينِ في اليومِ العالميِّ للامتناعِ عنِ التدخينِ، وكانَتْ أبعادُهُ كما في الشكلِ المُجاورِ. يرغبُ خالدٌ في إحاطةِ المُلصَقِ بإطارٍ. أجدُ طولَ الإطارِ اللازمَ لذلكَ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.

$\frac{2x}{x+1}$ cm

$\frac{9}{x-3}$ cm

$\frac{4x^2+6x+18}{(x-3)(x+1)}$

تبسيطُ الكسرِ المُركَّبِ

تعلَّمْتُ في الدرسِ السابقِ تبسيطَ الكسرِ المُركَّبِ الذي يحتوي بسطُهُ أوْ مقامُهُ أوْ كلاهُما على مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ أُبسِّطُ الكسرَ المُركَّبَ الذي يحتوي بسطُهُ أوْ مقامُهُ أوْ كلاهُما على عمليةِ جمعٍ أوْ عمليةِ طرحٍ، وذلكَ بطريقتينِ؛ إحداهُما: كتابةُ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ أوْ كليْهِما في صورةِ كسرٍ واحدٍ (إنْ لَزِمَ). والأُخرى: إيجادُ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاماتِ التي في البسطِ والمقامِ جميعِها، ثمَّ ضربُ كلٍّ منْ بسطِ المقدارِ الجبريِّ النسبيِّ ومقامِهِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ، والتبسيطُ.

مثال 4

أُبسِّطُ المقدارَ الآتيَ: $\frac{\frac{x}{y}-1}{\frac{1}{x}+2}$.

الطريقة 1: أُبسِّطُ المقدارَ بكتابةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ في صورةِ كسرٍ واحدٍ.

المضاعفُ المشتركُ الأصغرُ لمقامي البسطِ هوَ y
المضاعفُ المشتركُ الأصغرُ لمقامي المقامِ هوَ x

$$\frac{\frac{x}{y}-1}{\frac{1}{x}+2}=\frac{\frac{x}{y}-\frac{y}{y}}{\frac{1}{x}+\frac{2x}{x}}$$

بتبسيطِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ

$$=\frac{\frac{x-y}{y}}{\frac{1+2x}{x}}$$

بكتابةِ الكسرِ المُركَّبِ في صورةِ قسمةِ مقدارينِ نسبيينِ

$$=\frac{x-y}{y}\div\frac{1+2x}{x}$$

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي سؤال (**أتحقّق من فهمي**) الذي يلي المثال 3، أعزّز الوعي الصحي لدى الطلبة بتعريفهم بأضرار التدخين على صحة الجسم، ثم أطلب إليهم ابتكار ملصق للتوعية بهذه المخاطر، وعرضه أمام الصف في اليوم التالي، وأعزّز الملصقات المُبتكَرة.

مثال 4

- أذكّر الطلبة بمفهوم الكسر الجبري المُركَّب، وأوضّح لهم أن بعض الكسور الجبرية المُركَّبة يحتوي بسطها أو مقامها أو كلاهما على عملية جمع أو طرح، ثم أوضّح لهم الطريقتين اللّتين يمكن من خلالهما تبسيط هذا النوع من الكسور المُركَّبة.
- أناقش مع الطلبة تبسيط المقدار الجبري الوارد في المثال 4 على اللوح، باتباع الطريقتين الواردتين في كتاب الطالب.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

تنويع التعليم:

قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في تبسيط الكسر الجبري المُركَّب الذي يحتوي بسطه أو مقامه أو كلاهما على عملية جمع أو طرح؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، وأقدّم لهم المساعدة اللازمة أثناء حل هذا النوع من المسائل.

www.jnob-jo.com

4 التدريب

أتدرّب وأحل المسائل

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (19 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (27 – 24).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

بالضرب في النظير الضربيّ للمقسوم عليه: $= \frac{x-y}{y} \times \frac{x}{1+2x}$

بالتبسيط: $= \frac{x^2-xy}{y+2xy}$

الطريقة 2: أُبسّطُ المقدارَ بإيجادِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لمقاماتِ البسطِ والمقامِ.

بضرب البسط والمقام في المضاعف المشترك الأصغر لجميع المقامات التي في البسط والمقام، وهو: xy

$$\frac{\frac{x}{y}-1}{\frac{1}{x}+2} = \frac{\frac{x}{y}-1}{\frac{1}{x}+2} \times \frac{xy}{xy}$$

بالتبسيط: $= \frac{x^2-xy}{y+2xy}$

أتحقّقُ من فهمي

أُبسّطُ المقدارَ الآتيَ: $\frac{2+\frac{1}{y}}{\frac{4}{x}-\frac{3}{y}}$. $\frac{2xy+x}{4y-3x}$

أتدرّبُ وأحُلُّ المسائل

أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ للمقاديرِ أوِ الحدودِ الجبريةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $4mt^2, 8m^3t, 12m^4t$ — $24m^4t^2$
2. $x^2+2x-15, x^2+6x+5$ — $(x+5)(x-3)(x+1)$
3. $c^3+5c^2+4c, c(c+1)^2$ — $c(c+4)(c+1)^2$
4. $9x^2-16, 3x^2+x-4$ — $(3x+4)(3x-4)(x-1)$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

5. $\frac{6y}{3x^3}+\frac{2}{7y^2x}$ — $\frac{14y^3+2x^2}{7x^3y^2}$
6. $\frac{b}{b+3}+\frac{5}{b-2}$ — $\frac{b^2+3b+15}{(b+3)(b-2)}$
7. $\frac{m}{2m-14}+\frac{m^2}{m^2-49}$ — $\frac{3m^2+7m}{2(m-7)(m+7)}$
8. $\frac{1}{4x^2-12x+9}-\frac{x}{2x^2-x-3}$ — $\frac{-2x^2+4x+1}{(2x-3)^2(x+1)}$
9. $\frac{x+3}{x^2-1}-\frac{x+2}{x-1}$ — $\frac{-x^2-2x+1}{x^2-1}$
10. $3s^2-\frac{s+1}{s^2-1}$ — $\frac{3s^3-3s^2-1}{s-1}$
11. $\frac{2}{6z-9}-\frac{z+1}{2z^2-3z}$ — $\frac{-z-3}{3z(2z-3)}$
12. $\frac{1}{x-y}+\frac{1}{y-x}$ — zero
13. $\frac{3w-1}{2w^2+w-3}-\frac{2-w}{w-1}$ — $\frac{2w^2+2w-7}{(2w+3)(w-1)}$
14. $\frac{x+2}{x^2+3x-10}+\frac{3}{2-x}$ — $\frac{2x+13}{(x+5)(2-x)}$
15. $\frac{2p+3}{p^2-7p+12}-\frac{2}{p-3}$ — $\frac{11}{(p-3)(p-4)}$
16. $\frac{3c+1}{c-1}+\frac{c+1}{c^2-4c+3}\div\frac{c-1}{c-3}$ — $\frac{3c^2-c}{(c-1)^2}$

إرشادات:

- في السؤال 26 (**تبرير**)، أذكّر الطلبة أنه يمكن إيجاد معامل التكبير بقسمة الطول في الصورة على الطول المُناظِر له في الشكل الأصلي.
- في السؤال 27 (**تبرير**)، أذكّر الطلبة بأن $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$، ولكن يلزم كتابة المقدار الجبري $1+\frac{1}{x}$ على صورة مقدار نسبي أولًا، ثم استعمال هذه القاعدة.

www.jnob-jo.com

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

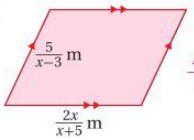
19 $\dfrac{\frac{x}{x-2}+1}{\frac{3}{x^2-4}-1}$ $\dfrac{2(x+2)(x-1)}{7-x^3}$

18 $\dfrac{\frac{6}{x-4}-\frac{x}{2x+3}}{\frac{2}{2x+3}+\frac{2x}{x-4}}$ $\dfrac{-x^2+16x+18}{4x^2+8x-8}$

17 $\dfrac{6+\frac{a}{b}}{2-\frac{6}{b}}$ $\dfrac{6b+a}{(2b-6)}$

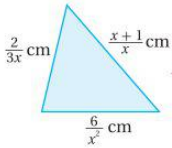
أجدُ محيطَ كلٍّ منَ الشكلينِ الآتيينِ:

21



$\dfrac{4x^2-2x+50}{(x+5)(x-3)}$ cm

20



$\dfrac{3x^2+5x+18}{3x^2}$ cm

22 **رحلةٌ:** قرّرَ مُهنّدٌ الذهابَ في رحلةٍ بحافلةٍ تسيرُ بسرعةِ (x) km/h، وتقطعُ مسافةَ 60 km، ثمَّ إكمالَ الرحلةِ بسيّارةٍ تسيرُ بسرعةِ $(x+20)$ km/h، وتقطعُ مسافةَ 140 km. أكتبُ الزمنَ الذي سيستغرقُهُ مُهنّدٌ في الحافلةِ والسيّارةِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ. $\dfrac{200x+1200}{x(x+20)}$

23 أحُلُّ المسألةَ الواردةَ بدايةَ الدرسِ. $\dfrac{4x^3+19x^2+37x+10}{3x(x+1)}$

مهاراتُ التفكيرِ العليا

24 **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$\frac{y}{y+1}+\frac{7}{y-3}=\frac{y+7}{(y+1)(y-3)}$$ ✗

الخطأ: جُمِعَ البسطان، مع أن المقامين مختلفان. في حالة كون LCM وهو $(y+1)(y-3)$ مقام مشترك للمقامين يكون ناتج الجمع: $\dfrac{y^2+4y+7}{(y+1)(y-3)}$

25 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أجدُ مقدارينِ جبريينِ ناتجُ طرحِهما هوَ $\dfrac{x-1}{x+3}$.

إجابة ممكنة: $\dfrac{2x-1}{x+3}-\dfrac{x}{x+3}$

26 **تبريرٌ:** مُثلّثٌ مُتطابقُ الأضلاعِ، طولُ ضلعِهِ هوَ $\dfrac{7}{6(x-3)}-\dfrac{1}{x-3}$. تمدّدَ المُثلّثُ مُحافظًا على شكلِهِ، فأصبحَ طولُ ضلعِهِ هوَ $\dfrac{5}{6(x-3)}-\dfrac{x^2}{x-3}$. أجدُ معاملَ التكبيرِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ، مُبرِّرًا إجابتي.

معامل التكبير $=\dfrac{\text{الطول الجديد}}{\text{الطول القديم}}$، معامل التكبير بدلالة x هو: $6x^2-5$

27 **تحدٍّ:** أُبسّطُ المقدارَ الآتيَ: $\dfrac{x}{1-\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-1}}$. x^2+x

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 20, 21, 24 كتاب التمارين: 1, 2, 5, 6, 7, 12
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 21, 23, 24 كتاب التمارين: 3, 4, 8, 9, 10, 11, 13
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 22, (25 – 27) كتاب التمارين: 10, 11, (14 – 18)

5 الإثراء

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

» أبسّط المقدار $\dfrac{\frac{5x^{-2}-\frac{x+1}{x}}{4}}{\frac{4}{3-x^{-1}}+6x^{-1}}$

$\dfrac{-3x^3-2x^2+16x-5}{16x^3+72x^2-24x}$

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات (8 – 5) من خطوات تنفيذ المشروع.

6 الختام

- أتحقّق من فهم الطلبة موضوع الدرس، بتوجيه السؤال الآتي إليهم:

» **أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:**

1 $\dfrac{5ab}{a^2-b^2}-\dfrac{a-b}{a+b}$ $\dfrac{7ab-a^2-b^2}{(a-b)(a+b)}$

2 $\dfrac{2}{y+3}+\dfrac{y}{y-1}$ $\dfrac{y^2+5y-2}{(y+3)(y-1)}$

3 $\dfrac{\frac{2}{x-3}-\frac{1}{x-1}}{\frac{3x+3}{x^2+3x-4}}$ $\dfrac{x+4}{3(x-3)}$

www.jnob-jo.com

الدرس 3

نتاجات الدرس

- تعرُّف المعادلة النسبية.
- حل معادلات تحتوي مقادير جبرية نسبية باستعمال الضرب التبادلي.
- حل معادلات تحتوي مقادير جبرية نسبية باستعمال المضاعف المشترك الأصغر.
- حل مسائل حياتية يمكن نمذجتها باستعمال المعادلات النسبية.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- حل المعادلات الخطية.
- حل المعادلات التربيعية.
- حل التناسبات.
- جمع المقادير النسبية وطرحها.
- ضرب المقادير الجبرية وقسمتها.
- تبسيط المقادير الجبرية.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

- أوجّه الطلبة في بداية كل حصة إلى الفقرة (الفقرات) المرتبطة بما سيقدَّم من موضوعات الدرس في الحصة (إنْ وجدت) في صفحات (**أستعد لدراسة الوحدة**) في كتاب التمارين، ثم أطلب إليهم حل تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية.
- أتجوّل بين الطلبة؛ لمتابعتهم أثناء الحل، وتحديد نقاط ضعفهم، وأوجّههم إلى مراجعة المثال عندما يواجهون صعوبة في الحل.

الدرسُ 3

حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ
Solving Rational Equations

فكرةُ الدرس حَلُّ معادلاتٍ نسبيةٍ.

المصطلحاتُ المعادلةُ النسبيةُ.

مسألةُ اليوم يُنتِجُ مصنعٌ سبائكَ منَ النحاسِ والفِضَّةِ، نسبةُ الفِضَّةِ فيها هيَ 2 : 5. كمْ غرامًا منَ الفِضَّةِ يجبُ إضافتُها إلى خليطِ منَ النحاسِ والفِضَّةِ، كتلتُـهُ 800 g، وكتلة الفِضَّةِ فيهِ 200 g؛ لكيْ تكونَ النسبةُ اللازمةُ لصنعِ السبيكةِ هيَ 2 : 5؟

حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ بالضربِ التبادليّ

يُطلَقُ على المعادلةِ التي تحوي مقدارًا جبريًّا نسبيًّا أوْ أكثرَ اسمُ **المعادلةِ النسبيةِ** (rational equation)، ومنْ أمثلتِها:

$$\frac{x+3}{x-2}=6 \quad , \quad \frac{1}{x+4}=\frac{5}{2x-3} \quad , \quad \frac{x}{x+6}=\frac{72}{x^2-36}+5$$

يُمكِنُ استعمالُ الضربِ التبادليِّ لحَلِّ المعادلاتِ النسبيةِ إذا كانَتْ كلٌّ منْها في صورةِ تناسبٍ فقطْ.

أتذكَّرُ

في أيِّ تناسبٍ: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$، حيثُ: $b\neq 0, d\neq 0$، فإنَّ حاصلَ ضربِ طرفي التناسبِ يكونُ مُساويًا لحاصلِ ضربِ وسطي التناسبِ: $a\times d=b\times c$، وتُسمّى هذهِ الخاصيةُ الضربَ التبادليَّ.

$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}$

مثال 1

أحُلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي:

1) $\frac{4}{x+1}=\frac{6}{x-1}$

$\frac{4}{x+1}=\frac{6}{x-1}$	المعادلةُ الأصليةُ
$6(x+1)=4(x-1)$	بالضربِ التبادليِّ
$6x+6=4x-4$	باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ
$2x=-10$	بالتبسيطِ
$x=-5$	بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 2

www.jnob-jo.com

ملاحظاتي

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إلى كل مجموعة حل التناسبات الآتية على ورقة:

a. $\frac{150}{b} = \frac{0.7}{12}$ **b.** $\frac{x}{1.5} = \frac{2}{0.3}$ **c.** $\frac{7}{4} = \frac{a}{3}$

- أطلب إلى المجموعات تبادل أوراقهم، ومناقشة الإجابات المختلفة؛ لتحديد الإجابات الصحيحة منها، وأقدّم لهم التغذية الراجعة المناسبة إن لزم الأمر.
- أناقش حل المسائل مع الصف كاملًا.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**مسألة اليوم**)، ثم أسألهم:
  - » هل تعرفون ما السبيكة؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » ممّ تتكوّن السبائك التي يصنعها المصنع في المسألة؟ من الفضة والنحاس.
  - » ما نسبة الفضة في السبائك التي يصنعها المصنع؟ 2:5
  - » ماذا تعني هذه النسبة؟ إجابة ممكنة: أن السبيكة تتكوّن من 5 أجزاء؛ جزأين منها للفضة، و3 أجزاء للنحاس.
  - » كم غرامًا من الفضة يجب إضافته إلى خليط من النحاس والفضة كتلته 800 g، وكتلة الفضة فيه 200 g؛ لكي تكون النسبة اللازمة لصنع السبيكة 2:5؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَن يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

3 التدريس

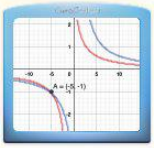
مثال 1

- أذكّر الطلبة بما تعلّموه سابقًا حول التناسب وخواصّه، وأنه يمكن استعمال خاصية الضرب التبادلي لحل التناسبات.
- أذكّر الطلبة بمفهوم المقدار الجبري النسبي الذي تعلّموه في الدرس الأول من هذه الوحدة، ثم أوضّح لهم مفهوم المعادلة النسبية، وهي المعادلة التي تحوي مقدارًا جبريًّا نسبيًّا أو أكثر، ثمّ أقدّم لهم أمثلة مختلفة على معادلات نسبية، ثم أطلب إليهم تقديم أمثلة عليها.
- أوضّح للطلبة أنه يمكن حل المعادلات النسبية التي على صورة تناسب باستعمال خاصية الضرب التبادلي كما في حل التناسبات، ثم أناقش معهم حل فرعَي المثال 1 على اللوح، وأوضّح لهم ضرورة تبرير كل خطوة من خطوات الحل، وأؤكّد ضرورة التحقّق من صحة الحل.

www.jnob-jo.com

الدعمُ البيانيُّ:

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\frac{4}{x+1}$، والمعادلةِ: $y=\frac{6}{x-1}$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ عندما $x=-5$.



أتحقَّقُ: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$\frac{4}{x+1}=\frac{6}{x-1}$
بتعويضِ $x=-5$	$\frac{4}{-5+1}\stackrel{?}{=}\frac{6}{-5-1}$
بالتبسيطِ	$-1=-1$ ✓

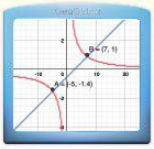
إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=-5$.

2 $\frac{7}{x}=\frac{x-2}{5}$

المعادلةُ الأصليةُ	$\frac{7}{x}=\frac{x-2}{5}$
بالضربِ التبادليِّ	$x(x-2)=35$
باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ	$x^2-2x=35$
بطرحِ 35 منْ طرفي المعادلةِ	$x^2-2x-35=0$
بالتحليلِ إلى العواملِ	$(x-7)(x+5)=0$
خاصيةُ الضربِ الصفريِّ	$x-7=0$ or $x+5=0$
بحلِّ كلِّ معادلةٍ	$x=7$ $\quad$ $x=-5$

الدعمُ البيانيُّ:

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\frac{7}{x}$، والمعادلةِ: $y=\frac{x-2}{5}$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ عندما $x=-5$، و $x=7$.



أتحقَّقُ: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمتيْ x الناتجتينِ في المعادلةِ الأصليةِ.

عندما $x=7$

$\frac{7}{x}=\frac{x-2}{5}$

$\frac{7}{7}\stackrel{?}{=}\frac{7-2}{5}$

$1=1$ ✓

عندما $x=-5$

$\frac{7}{x}=\frac{x-2}{5}$

$\frac{7}{-5}\stackrel{?}{=}\frac{-5-2}{5}$

$-\frac{7}{5}=-\frac{7}{5}$ ✓

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=-5$، و $x=7$.

أتحقَّقُ منْ فهمي

أحُلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي:

a) $\frac{4}{x}=\frac{3}{x-2}$ أنظر تحقّق الطلبة. 8

b) $\frac{4}{x+4}=\frac{x}{x+1}$ أنظر تحقّق الطلبة. $x=\pm 2$

إرشادات:

- في المثال 1، أوضّح للطلبة أن التحقّق من صحة الحل يكون بتعويض قيمة المتغيّر الناتجة في المعادلة الأصلية، فإذا تساوى طرفا المعادلة بعد التعويض، فإن قيمة المتغيّر تُعَدّ حلًّا للمعادلة.
- أوجّه الطلبة إلى صندوقي (**الدعم البياني**) الموجودين في هامش المثال 1، واللذين يوضحان كيفية التحقّق من صحة حل المعادلات النسبية باستعمال برمجية جيوجبرا، ثم أطلب إليهم الاستعانة بالخطوات الواردة في الصندوقين؛ للتحقّق من صحة حلهم عند حل سؤالَي بند (**أتحقّق من فهمي**) الذي يلي المثال.
- في الفرع 2 من المثال 1، أذكّر الطلبة بأنه لحل أي معادلة تربيعية نجرّب طريقة التحليل إلى العوامل قبل باقي الطرائق.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

www.jnob-jo.com

أتذكّرُ

النسبةُ هيَ طريقةٌ لمقارنةِ عددٍ بآخرَ، أوْ مقارنةِ كمّيةٍ بأُخرى.

تُكتَبُ النسبةُ بثلاثِ طرائقَ مختلفةٍ، هيَ: $a : b$، $\frac{a}{b}$، a إلى b.

إضافةً إلى حَلِّ المعادلاتِ النسبيةِ، يُمكِنُ استعمالُ مفهومِ النسبةِ في كثيرٍ منَ التطبيقاتِ الحياتيةِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

طلاءٌ: تُخلَطُ الألوانُ بنسبٍ مُحدَّدةٍ وصولًا إلى الدرجةِ المطلوبةِ منْ لونٍ مُعيَّنٍ. أَعَدَّ سعيدٌ خليطًا منَ الألوانِ بمزجِ مكيالينِ منَ اللونِ الأزرقِ بمكيالينِ منَ اللونِ الأخضرِ. إذا كانَتْ درجةُ اللونِ التي يرغبُ سعيدٌ في الحصولِ عليْها مشروطةً بأنْ تكونَ نسبةُ اللونِ الأزرقِ إلى الخليطِ هيَ 3 : 4، فأجدُ عددَ مكاييلِ اللونِ الأزرقِ التي يتعيَّنُ على سعيدٍ إضافتُها إلى الخليطِ لكيْ يحصلَ على الدرجةِ المطلوبةِ منَ اللونِ.

أفترضُ أنَّ x هوَ عددُ مكاييلِ اللونِ الأزرقِ التي يجبُ إضافتُها إلى الخليطِ لإيجادِ النسبةِ المطلوبةِ.

ومنْ ثَمَّ، فإنَّ:

$$\frac{\text{عددُ مكاييلِ اللونِ الأزرقِ}}{\text{عددُ المكاييلِ الكلّيُّ}}\ \frac{x+2}{x+4} = \frac{3}{4}\ \leftarrow \text{نسبةُ اللونِ الأزرقِ في الخليطِ}$$

لإيجادِ عددِ مكاييلِ اللونِ الأزرقِ التي يجبُ إضافتُها إلى الخليطِ، يجبُ حَلُّ المعادلةِ النسبيةِ أعلاهُ:

المعادلةُ الأصليةُ	$\frac{x+2}{x+4} = \frac{3}{4}$
بالضربِ التبادليِّ	$3(x+4) = 4(x+2)$
باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ	$3x + 12 = 4x + 8$
بالتبسيطِ	$x = 4$

أتحقَّقُ: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$\frac{x+2}{x+4} = \frac{3}{4}$
بتعويضِ $x = 4$	$\frac{4+2}{4+4} \stackrel{?}{=} \frac{3}{4}$
بالتبسيطِ	$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ ✓

إذنْ، يتعيَّنُ على سعيدٍ إضافةُ 4 مكاييلَ منَ اللونِ الأزرقِ إلى الخليطِ لكيْ يحصلَ على الدرجةِ المطلوبةِ منَ اللونِ.

معلومةٌ

يُطلَقُ على اللونِ الناتجِ منْ خلطِ اللونِ الأزرقِ واللونِ الأخضرِ اسمُ اللونِ الفيروزيِّ، ويُمكِنُ خلطُ نسبٍ مختلفةٍ منْ هذينِ اللونينِ للحصولِ على بعضِ درجاتِ (ظِلالِ) اللونِ الفيروزيِّ.

مثال 2: من الحياة

- أوضّح للطلبة أنه يمكن استعمال مفهوم النسبة إضافة إلى حل المعادلات النسبية في كثير من التطبيقات الحياتية، مثل خلط الألوان بنسب محددة وصولًا إلى الدرجة المطلوبة من لون معين، ثم أسألهم:
  - » ما أشهر الألوان التي تنتج من مزج لونين معًا؟ ستختلف إجابات الطلبة.
  - » كيف يمكن الحصول على درجات مختلفة من مزج لونين مختلفين معًا؟ إجابة ممكنة: بمزج اللونين بنسبة محدّدة للحصول على الدرجة المطلوبة.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة نص المثال 2، ثم أطلب إلى آخر تحديد المعطيات والمطلوب.
- أوجّه الطلبة إلى افتراض أن المتغيّر x يمثّل عدد مكاييل اللون الأزرق التي يجب إضافتها إلى الخليط لإيجاد النسبة المطلوبة، ثم أسألهم:
  - » ما المقدار الذي يعبّر عن عدد مكاييل اللون الأزرق التي أصبحت في الخليط بعد إضافة x مكيالًا من اللون الأزرق إليها؟ $x + 2$.
  - » ما المقدار الذي يعبّر عن عدد المكاييل الكلّي في الخليط بعد إضافة x مكيالًا من اللون الأزرق إليه؟ $x + 4$.
  - » ما المقدار الجبري النسبي الذي يعبّر عن نسبة اللون الأزرق إلى الخليط بعد إضافة x مكيالًا من اللون الأزرق إليه؟ $\frac{x+2}{x+4}$
  - » ما المعادلة النسبية التي يمكن من خلالها حساب عدد المكاييل من اللون الأزرق التي أضيفت؟ $\frac{x+2}{x+4} = \frac{3}{4}$
- أطلب إلى أحد الطلبة حل المعادلة النسبية وإيجاد قيمة x، ثم أطلب إلى آخر التحقّق من صحة الحل.

إرشاد: أوجّه الطلبة إلى قراءة المعلومة الواردة في صندوق (**معلومة**) الوارد في هامش المثال 2، والذي يبين كيفية الحصول على اللون الفيروزي من اللونين الأزرق والأخضر.

www.jnob-jo.com

أتحقَّقُ من فهمي

طلاءٌ: وُضِعَ في خـلّاطٍ متجرٍ للطلاءِ مكيالٌ منَ اللونِ الأحمـرِ و4 مكاييلَ منَ اللونِ الأصفرِ لإنتاجِ لونٍ مُعيَّنٍ. إذا كانَتْ درجةُ هذا اللونِ مشروطةً بأنْ تكونَ نسبةُ اللونِ الأحمرِ إلى الخليطِ هيَ 3 : 1، فأجدُ عـددَ مكاييلِ اللونِ الأحمرِ التي يتعيَّنُ إضافتُهـا إلى الخليطِ للحصولِ على الدرجةِ المطلوبةِ منَ اللونِ. مكيال واحد من اللون الأحمر.

حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ باستعمالِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ

تعلَّمْتُ في المثالِ السابقِ حَلَّ المعادلةِ النسبيةِ التي تكونُ في صورةِ تناسبٍ باستعمالِ الضربِ التبادليِّ. والآنَ سـأتعلَّمُ كيفَ أحُلُّ المعادلةَ النسـبيةَ التي لا تكونُ في صورةِ تناسبٍ، وذلكَ بضربِ طرفـيْ هذهِ المعادلةِ في المضاعفِ المشـتركِ الأصغرِ للمقامـاتِ؛ تخلُّصًا منْ هذهِ المقاماتِ.

في بعضِ الأحيـانِ، تظهرُ حلولٌ دخيلةٌ عندَ ضـربِ طرفي المعادلةِ النسـبيةِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ؛ لذا يجبُ التحقُّقُ دائمًا منْ تحقيقِ أيِّ حَلٍّ ناتجٍ للمعادلةِ الأصليةِ.

أتذكَّرُ

الحَلُّ الدخيلُ هوَ حَلٌّ لا يُحقِّقُ المعادلةَ الأصليةَ.

ومـنَ المُلاحَـظِ فـي المعـادلاتِ النسـبيةِ أنَّ الحَلَّ الدخيلَ يجعلُ أحدَ مقاماتِ المعادلةِ صفرًا.

مثال 3

أحُلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي:

1 $\frac{2}{x-1}+\frac{3}{4}=\frac{7}{20}$

المعادلةُ الأصليةُ	$\frac{2}{x-1}+\frac{3}{4}=\frac{7}{20}$
بضـربِ طرفـيِ المعادلـةِ في المضاعفِ المشـتركِ الأصغرِ للمقاماتِ، وهوَ: $20(x-1)$	$20(x-1)\times\frac{2}{x-1}+20(x-1)\times\frac{3}{4}=20(x-1)\times\frac{7}{20}$
بالقسمةِ على العواملِ المشتركةِ	$40+15x-15=7x-7$
بالتبسيطِ	$25+15x=7x-7$
بالتبسيطِ	$8x=-32$
بقسمةِ طرفَيِ المعادلةِ على 8	$x=-4$

أفكِّرُ

هلْ يُمكِنُ حَـلُّ الفرعِ 1 مـنَ المثـالِ 3 بطريقـةٍ أخرى؟ أُبرِّرُ إجابتي.

تنويع التعليم:

في المثال 2، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في التعبير عن المسألة اللفظية جبريًّا؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أمثلة سـهلة عند اللزوم، وأنوّه بضرورة قراءة المسألة برويّة؛ ما يساعدهم على حل المسائل بسهولة.

توسعة:

أطلب إلى الطلبة البحث في شـبكة الإنترنت عن الألوان الناتجة من مزج الألوان الأساسـية معًا، والألوان الناتجة من مزج الألوان الأساسـية مع الثانوية، ثـم أطلب إليهم إعداد مطوية عن ذلك وتدعيمها بالصور.

مثال 3

- أكتب المعادلة الآتية (الواردة في الفرع 1 من المثال 3) على اللوح:

$$\frac{2}{x-1}+\frac{3}{4}=\frac{7}{20}$$

- أسأل الطلبة:
  - هل هذه المعادلة في صورة تناسب؟ لا.
  - لمـاذا؟ إجابة ممكنة: لأنها ليسـت على صورة $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$.
  - هل يمكن حل هذه المعادلة باسـتعمال الضرب التبادلي؟ لا.
  - كيف يمكن حل مثل هـذا النوع من المعادلات النسبية؟
- أوضّـح للطلبة أنه يمكن حل المعادلات النسـبية التي ليسـت في صـورة تناسـب؛ بضـرب طرفـي المعادلة فـي المضاعـف المشـترك الأصغـر للمقامـات أولًا؛ للتخلّـص مـن هـذه المقامـات، ثـم أبيّن لهـم أن هذا الإجراء قد يتسـبّب في ظهور حلـول دخيلة للمعادلة؛ لـذا يلـزم التحقّـق مـن أن أي حـل يحقّـق المعادلـة الأصلية.
- أناقـش الطلبة في حل المعادلة على اللوح (التي تمثّل الفـرع 1 مـن المثال 3)، ثم أناقش معهـم حل الفرع 2 من المثال، وأؤكّد ضرورة التحقّق من صحة الحل.

www.jnob-jo.com

الدعمُ البيانيُّ:

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\frac{2}{x-1}+\frac{3}{4}$، والمعادلةِ: $y=\frac{7}{20}$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ عندما $x=-4$.

أتحقَّقُ: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

المعادلةُ الأصليةُ $\frac{2}{x-1}+\frac{3}{4}=\frac{7}{20}$

بتعويضِ $x=-4$ $\frac{2}{-4-1}+\frac{3}{4}\stackrel{?}{=}\frac{7}{20}$

بالتبسيطِ $\frac{7}{20}=\frac{7}{20}$ ✓

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=-4$.

2 $\frac{36}{x^2-9}=\frac{2x}{x+3}-1$

المعادلةُ الأصليةُ $\frac{36}{x^2-9}=\frac{2x}{x+3}-1$

$(x-3)(x+3)\times\frac{36}{x^2-9}=(x-3)(x+3)\times\frac{2x}{x+3}-(x-3)(x+3)\times 1$

بضربِ طرفي المعادلةِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاماتِ، وهوَ: $(x-3)(x+3)$

بالقسمةِ على العواملِ المشتركةِ $36=2x(x-3)-(x+3)(x-3)$

بالتبسيطِ $36=x^2-6x+9$

بالتبسيطِ $x^2-6x-27=0$

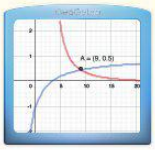
بالتحليلِ إلى العواملِ $(x-9)(x+3)=0$

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ $x-9=0$ or $x+3=0$

بحَلِّ كلِّ معادلةٍ $x=9$ $x=-3$

الدعمُ البيانيُّ:

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\frac{36}{x^2-9}$، والمعادلةِ: $y=\frac{2x}{x+3}-1$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ عندما $x=9$.



أتحقَّقُ: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمتيْ x الناتجتينِ في المعادلةِ الأصليةِ.

عندما $x=9$

$\frac{36}{x^2-9}=\frac{2x}{x+3}-1$

$\frac{36}{(9)^2-9}\stackrel{?}{=}\frac{2(9)}{(9)+3}-1$

$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ ✓

عندما $x=-3$

$\frac{36}{x^2-9}=\frac{2x}{x+3}-1$

$\frac{36}{(-3)^2-9}\stackrel{?}{=}\frac{2(-3)}{(-3)+3}-1$

$\frac{36}{0}=\frac{-6}{0}-1$ ✗

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=9$.

إرشادات:

- أناقش مع الطلبة حل السؤال الوارد في صندوق (**أفكّر**) الموجود في هامش الفرع 1 من المثال 3، وأتوصّل معهم إلى أنه يمكن حل المعادلة بطرح الكسر $\frac{3}{4}$ من طرفي المعادلة أولًا، ثم حل المعادلة المكافئة الناتجة باستعمال الضرب التبادلي.
- أوجّه الطلبة إلى صندوقي (**الدعم البياني**) الموجودين في هامش المثال 3، اللذين يوضّحان كيفية التحقّق من صحة حل المعادلات النسبية باستعمال برمجية جيوجبرا، ويتضمنان تمثيلًا بيانيًّا لكل معادلة في المثال باستعمال البرمجية، وأطلب إليهم ملاحظة أن للمعادلة الثانية حلًّا واحدًا فقط، وهذا يتوافق مع أن أحد الحلول الناتجة من الحل الجبري يُعَدّ حلًّا دخيلًا، ثم أطلب إلى الطلبة الاستعانة بالخطوات الواردة في الصندوقين للتحقّق من صحة حلهم عند حل سؤال بند (**أتحقّق من فهمي**) الذي يلي المثال.

مثال إضافي

أحل كلّ معادلة ممّا يأتي:

1 $\frac{5}{x-2}+2=\frac{17}{6}$ $x=8$

2 $\frac{2x}{x+5}-\frac{x^2-x-10}{x^2+8x+15}=\frac{3}{x+3}$ $x=1$

www.jnob-jo.com

مثال 4: من الحياة

- أذكّر الطلبة بما تعلّموه سابقًا عن الفرق بين المعدّل ومعدّل الوحدة، ثم أوضّح لهم أنّنا نحتاج في بعض الأمثلة الحياتية إلى استعمال معدّل الوحدة لكتابة معادلة نسبية لتحديد الزمن اللازم لإنجاز عمل معيّن ثم حلها.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المثال 4، ثم أطلب إلى آخر تحديد المعطيات والمطلوب.
- أسأل الطلبة:
  - إذا افترضنا أن x يمثّل عدد الساعات التي يستغرقها أحمد في تنظيف المنزل، فكم ينظّف أحمد من المنزل في الساعة الواحدة؟ $\frac{1}{x}$.
  - كم تنظّف رغد من المنزل في الساعة الواحدة؟ لماذا؟ $\frac{2}{x}$؛ لأن سرعة رغد مِثْلا سرعة أحمد؛ لذا فهي تنظّف مِثْلَي ما ينظّفه أحمد من المنزل في الساعة الواحدة.
  - كم ساعة يحتاج أحمد ورغد لتنظيف المنزل إذا عملا معًا؟ 4 ساعات.
  - كم ينظّف أحمد ورغد من المنزل معًا في الساعة الواحدة؟ $\frac{1}{4}$
  - ما المعادلة التي تمثّل معدّل الوحدة لإنجاز رغد وزوجها أحمد المنزل معًا؟ $\frac{1}{x}+\frac{2}{x}=\frac{1}{4}$
- أطلب إلى أحد الطلبة حل المعادلة النسبية التي تمثّل معدّل الوحدة لإنجاز أحمد ورغد العمل، ثم أطلب إلى آخر التحقّق من صحة الحل.

تنويع التعليم:

في المثال 4، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في التعبير عن المسألة اللفظية جبريًّا؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأقدّم لهم أمثلة سهلة عند اللزوم، وأنوّه بضرورة قراءة المسألة برويّة؛ ما يساعدهم على حل المسائل بسهولة.

أتذكّرُ

المُعدَّلُ هوَ نسبةٌ يُقارَنُ فيها بينَ كمّيتينِ مختلفتينِ في الوحدةِ. أمّا مُعدَّلُ الوحدةِ فهوَ تبسيطُ المُعدَّلِ ليُصبحَ مقامُهُ وحدةً واحدةً.

أتحقّقُ منْ فهمي

أحُلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي: أنظر تحقق الطلبة.

a) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$ $\frac{17}{9}$

b) $\frac{x}{x-2}+\frac{1}{3x-1}=\frac{x}{3x^2-7x+2}$ $x=1,-\frac{2}{3}$

تتطلّبُ تطبيقاتٌ حياتيةٌ عِدَّةٌ تحديدَ الزمنِ اللازمِ لإنجازِ عملٍ مُعيَّنٍ؛ ما يُحتِّمُ تحديدَ مُعدَّلِ الوحدةِ لإنجازِ العملِ، ثمَّ استعمالَهُ لكتابةِ معادلةٍ نسبيةٍ ثمَّ حلِّها.

مثال 4 : منَ الحياةِ

أعمالٌ منزليةٌ: يستغرقُ تنظيفُ المنزلِ منْ رغدَ وزوجِها أحمدَ 4 ساعاتٍ منَ العملِ. إذا كانَتْ سرعةُ رغدَ هيَ مثليْ سرعةِ أحمدَ في التنظيفِ، فأجدُ الوقتَ الذي تستغرقُهُ رغدُ في تنظيفِ المنزلِ وحدَها.

الخطوة 1: أُحدِّدُ مُعدَّلَ الوحدةِ لإنجازِ العملِ لكلٍّ منْ رغدَ وأحمدَ.

- أفترضُ أنَّ x هوَ عددُ الساعاتِ التي يستغرقُها أحمدُ في تنظيفِ المنزلِ وحدَهُ. وبما أنَّ أحمدَ يُنظِّفُ المنزلَ في x ساعةً، فإنَّهُ يُنظِّفُ $\frac{1}{x}$ منَ المنزلِ في الساعةِ الواحدةِ.
- بما أنَّ سرعةَ رغدَ هيَ مثلا سرعةِ أحمدَ، فإنَّها تُنظِّفُ $\frac{2}{x}$ منَ المنزلِ في الساعةِ الواحدةِ.
- بما أنَّ رغدَ وأحمدَ يُنظِّفانِ المنزلَ في 4 ساعاتٍ إذا عملا معًا، فإنَّهُما يُنظِّفانِ $\frac{1}{4}$ المنزلِ في الساعةِ الواحدةِ.

الخطوة 2: أكتبُ معادلةً تُمثِّلُ مُعدَّلَ وحدةِ إنجازِهما العملَ معًا، ثمَّ أحُلُّها.

بما أنَّ رغدَ وأحمدَ يُنظِّفانِ معًا $\frac{1}{4}$ المنزلِ في الساعةِ الواحدةِ، فإنَّهُ يُمكِنُني كتابةُ المعادلةِ الآتيةِ:

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{x}=\frac{1}{4}$$

بحَلِّ المعادلةِ، يُمكِنُ إيجادُ عددِ الساعاتِ التي يستغرقُها أحمدُ في تنظيفِ المنزلِ وحدَهُ:

المعادلةُ الأصليةُ $\frac{1}{x}+\frac{2}{x}=\frac{1}{4}$

بضربِ طرفي المعادلةِ في المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ للمقاماتِ، وهوَ: $4x$ $4x\times\frac{3}{x}=4x\times\frac{1}{4}$

بالقسمةِ على العواملِ المشتركةِ $x=12$

معلومة

كانَ النبيُّ صلّى اللهُ عليْهِ وسلَّمَ المَثَلَ والقدوةَ معَ أهلِهِ في بيتِهِ؛ فقدْ سُئِلَتِ السيّدةُ عائشةُ رضيَ اللهُ عنْها: ما كانَ يصنعُ النبيُّ في بيتِهِ؟ فقالَتْ: كانَ يكونُ في مهنةِ أهلِهِ (تعني خدمةَ أهلِهِ)، فإذا حضرَتِ الصلاةُ خرجَ إلى الصلاةِ. رواهُ البخاريُّ.

المفاهيم العابرة للمواد:

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. ففي المثال 4، أعزّز وعي الطلبة حول أهمية المساعدة في أعمال المنزل اقتداءً بسنة سيدنا رسول الله ﷺ الذي يمثّل القدوة والمثل مع أهله في بيته.

www.jnob-jo.com

وبذلكَ، فإنَّ أحمدَ بحاجةٍ إلى 12 ساعةً منَ العملِ لتنظيفِ المنزلِ وحدَهُ.

بما أنَّ سرعةَ رغدَ في التنظيفِ هيَ مثلا سرعةِ أحمدَ، فإنَّها بحاجةٍ إلى 6 ساعاتٍ منَ العملِ لتنظيفِ المنزلِ وحدَها.

أتحقَّقُ منْ فهمي

جدارٌ: يتعيَّنُ على يوسفَ وإبراهيمَ العملُ 6 ساعاتٍ لطلاءِ جدارٍ في حديقةٍ منزليةٍ. إذا كانَتْ سرعةُ يوسفَ هيَ ثلاثةَ أمثالِ سرعةِ إبراهيمَ في إنجازِ العملِ، فأجدُ الوقتَ الذي يستغرقُهُ يوسفُ في طلاءِ الجدارِ وحدَهُ. يحتاج إبراهيم إلى 24 ساعة، ويحتاج يوسف إلى 8 ساعات.

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائل

أحلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $\frac{3y}{y+1}=\frac{y}{3-y}$ $y=0, y=2$
2. $\frac{2}{x+5}=\frac{10}{3x+7}$ $x=-9$
3. $\frac{6}{y-1}=\frac{y}{7}$ $y=7, y=-6$
4. $\frac{9}{y-1}=\frac{3y}{2}$ $y=3, y=-2$
5. $\frac{w}{w+1}=\frac{2w}{w+6}$ $w=0, w=4$
6. $\frac{x^2+4}{x-1}=\frac{5}{x-1}$ $x=-1$ (1 حل دخيل)

7. أشجارٌ: تحتوي مزرعةٌ للحمضياتِ على 120 شجرةً، منْها 30 شجرةَ ليمونٍ. أجدُ عددَ أشجارِ الليمونِ التي يَلزمُ زراعتُها لتُصبحَ نسبةُ أشجارِ الليمونِ في المزرعةِ 3 : 1 15

أحلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

8. $\frac{4}{y}+\frac{3}{8}=\frac{6}{y}$ $y=\frac{16}{3}$
9. $\frac{4}{y-2}-1=\frac{9}{y}$ $y=3, y=-6$
10. $\frac{1}{z}+\frac{1}{z-4}=\frac{z-3}{z-4}$ $z=1$ (4 حل دخيل)
11. $\frac{3}{x-2}+\frac{2x}{x+2}=\frac{3x^2}{x^2-4}$ $x=-3$ (2 حل دخيل)
12. $\frac{x^2-3x-4}{x^3-x^2}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-2}{x^2}$ $x=-5$
13. $10+\frac{14}{1-x}=\frac{12}{1-x^2}$ $x=-\frac{3}{5}, x=2$
14. $\frac{1}{x+5}-\frac{1}{x^2+5x}=\frac{4}{x^2+5x}$ $x=5$
15. $1=\frac{n-2}{n-1}+\frac{3}{n^2+3n-4}$ $n=-1$
16. $\frac{16}{x-5}=2-\frac{6}{x}$ $x=1, x=15$

4 التدريب

أتدرّب وأحل المسائل

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (13 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (24 – 21).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 22 (**أكتشف الخطأ**)، أوجّه الطلبة إلى التحقّق من أن ديمة ضربت جميع حدود المعادلة في المضاعف المشترك الأصغر للمقامات أم لا.
- في السؤال 24 (**تحدٍّ**)، أوجّه الطلبة إلى تبسيط المقدار الجبري النسبي المُركَّب أولًا؛ تمهيدًا لحل المعادلة.

www.jnob-jo.com

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (18 – 16) كتاب التمارين: (6 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 14, 19, 20, 21 كتاب التمارين: 8, 9, 11, 12
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (24 – 22) كتاب التمارين: 7, 8, 10, 13

5 الإثراء

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

» أحل المعادلة الآتية:

$$\frac{1+\frac{9}{x}+\frac{2}{x^2}}{1-\frac{25}{x^2}}=\frac{x+4}{x-5}$$

ليس لها حل؛ لأن حل المعادلة الناتجة من تبسيط هذه المعادلة هو: $x=5$، ولكن هذا الحل يجعل الطرف الأيمن من المعادلة الأصلية غير مُعرَّف $\left(\frac{9}{0}\right)$.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوتين 9 و10 من خطوات تنفيذ المشروع.
- أذكّر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكّد أنّ عناصره كافّة متوافرة يوم العرض.

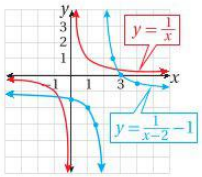
6 الختام

- أتحقّق من فهم الطلبة موضوع الدرس، بتوجيه السؤال الآتي إليهم:

» أحل كلًّا من المعادلات الآتية:

1. $\frac{8}{x+1}=\frac{7}{x}$ $x=7$
2. $\frac{5}{x+2}-\frac{3}{x-2}=\frac{12}{x^2-4}$ $x=14$

يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ التمثيلَ البيانيَّ لمنحنى كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\frac{1}{x}$، والمعادلةِ: $y=\frac{1}{x-2}-1$:



$\frac{1}{x}=\frac{1}{x-2}-1$

17. أكتبُ معادلةً حَلُّها هوَ الإحداثيُّ x لنقطةِ تقاطعِ منحنيي المعادلتينِ.
18. أحُلُّ المعادلةَ التي كتبْتُها في السؤالِ السابقِ جبريًّا. $1\pm\sqrt{3}$

19. **مسبحٌ**: يستغرقُ مِلْءُ مسبحٍ بالماءِ 45 دقيقةً باستعمالِ خرطومِ المياهِ الأزرقِ، في حينِ يستغرقُ مِلْئُهُ بالماءِ 20 دقيقةً باستعمالِ هذا الخرطومِ وخرطومِ المياهِ ذي اللونِ الأسودِ معًا. أجدُ عددَ الدقائقِ التي يستغرقُها الخرطومُ الأسودُ في مِلْءِ المسبحِ بالماءِ. 36
20. أحُلُّ المسألةَ الواردةَ بدايةَ الدرسِ. 200 g

مهاراتُ التفكيرِ العليا

21. **مسألةٌ مفتوحةٌ**: أكتبُ معادلةً نسبيةً يُمكِنُ حَلُّها بضربِ طرفي المعادلةِ في $3(x-1)$. إجابة ممكنة: $\frac{1}{3}+\frac{1}{x-1}=1$
22. **أكتشفُ الخطأَ**: يُمثِّلُ التالي الخطوةَ الأولى منَ حَلِّ ديمةَ لمعادلةٍ نسبيةٍ. أكتشفُ الخطأَ في هذهِ الخطوةِ، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$\frac{2x-1}{x}+6=\frac{3x+4}{5x-2}$$
$$x(5x-2)\times\frac{2x-1}{x}+6=x(5x-2)\times\frac{3x+4}{5x-2}$$ ✗

لم تضرب ديمة العدد 6 الموجود في الطرف الأيسر من المعادلة في المضاعف المشترك الأصغر للمقامات.

23. **تبريرٌ**: هلْ يُمكِنُ حَلُّ المعادلةِ: $\frac{6x}{x+4}+4=\frac{2x+2}{x-1}$ باستعمالِ الضربِ التبادليِّ؟ أُبرِّرُ إجابتي.

لا يمكن حل المعادلة باستعمال الضرب التبادلي بوضعها الحالي، ولكن يمكن حلها بالضرب التبادلي إذا كُتِب الطرف الأيسر على شكل مقدار نسبي واحد.

24. **تحدٍّ**: أحُلُّ المعادلةَ الآتيةَ: $\frac{\frac{x+3}{x-2}\times\frac{x^2+x-2}{x+5}}{x-1}+2=0$.

$x=-\frac{14}{3}$

($x=1$ حل دخيل)

www.jnob-jo.com

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 المقدارُ الجبريُّ النسبيُّ الذي في أبسطِ صورةٍ هوَ:

a) $\frac{x^2-x-6}{x^2+3x+2}$ b) $\frac{x^2+6x+8}{x^2+2x-3}$

c) $\frac{x^2-6x+8}{x^2-x-2}$ d) $\frac{x^2+3x-4}{x^2+x-2}$

2 مُكعَّبٌ طولُ ضلعِهِ $2x$ وحدةً. النسبةُ بينَ مساحةِ سطحِهِ الكليةِ وحجمِهِ في أبسطِ صورةٍ هيَ:

a) $\frac{6}{x^2}$ b) $\frac{3}{2x}$

c) $\frac{2}{x}$ d) $\frac{3}{x}$

3 أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{2w+8}{3} \times \frac{6}{w^2+6w+8}$ هيَ:

a) $\frac{4}{w+2}$ b) $\frac{2}{3(w+2)}$

c) $\frac{4(w+4)}{w+2}$ d) $\frac{2}{w+2}$

4 أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{x-3}{6x^2} \div \frac{x-3}{2x}$ هيَ:

a) $\frac{1}{6x}$ b) $3x$

c) $\frac{1}{3x}$ d) $\frac{1}{3x^2}$

5 أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{5}{6cd} + \frac{c}{8d^2}$ هيَ:

a) $\frac{5+c}{6cd+8d^2}$ b) $\frac{20d+c^2}{24cd^2}$

c) $\frac{5d+3c^2}{24cd^2}$ d) $\frac{20d+3c^2}{24cd^2}$

6 حَلُّ المعادلةِ: $\frac{x}{x+2} = \frac{4}{x+6}$ هوَ:

a) $x=-4, 2$ b) $x=-4, 0$

c) $x=4, -2$ d) $x=-2, -6$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

7 $\frac{2x^2-10x+8}{3x^2-7x+4}$ $\frac{2(x-4)}{3x-4}$

8 $\frac{7x^3-32x^2+16x}{4x-16}$ $\frac{x(7x-4)}{4}$

9 $\frac{8y^3+1}{2y^2+21y+10}$ $\frac{4y^2-2y+1}{y+10}$

10 $\frac{x^2+3x+2}{4x-12} \times \frac{x^2-5x+6}{x^2-4}$ $\frac{x+1}{4}$

11 $\frac{x^2-9}{x^2+x-20} \times \frac{x^2-8x+16}{3x+9}$ $\frac{(x-3)(x-4)}{3(x+5)}$

12 $\frac{3x^2+5x-2}{x^2+3x+2} \div \frac{6x^2+x-1}{x^2-3x-4}$ $\frac{x-4}{2x+1}$

13 $\frac{x^2+3x-10}{x^2+6x+5} \times \frac{2x^2-x-3}{2x^2+x-6} \div \frac{8x+20}{6x+15}$ $\frac{3(x-2)}{4(x+2)}$

14 $\frac{2x+7}{x^2-2x-3} + \frac{3x-2}{x^2+6x+5}$ $\frac{5x^2+6x+41}{(x-3)(x+1)(x+5)}$

15 $\frac{x+1}{x-4} - \frac{x+1}{x^2-7x+12}$ $\frac{(x+1)}{(x-3)}$

16 $\frac{2x}{x^2-1} - \frac{3}{x^2+5x+4}$ $\frac{2x+3}{(x-1)(x+4)}$

17 $\frac{2r}{r^2-s^2} + \frac{1}{r+s} - \frac{1}{r-s}$ $\frac{2}{r+s}$

18 $\frac{n-7}{n^2-2n-35} \div \frac{9n+54}{10n+50}$ $\frac{10}{9(n+6)}$

19 $\frac{10x^2-20x}{40x^3-80x^2} \times \frac{16x^3+80x^2}{6x+30}$ $\frac{2x}{3}$

20 $\frac{\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}}{\frac{1}{x}}$ $\frac{1-x}{x+1}$

21 $\frac{\frac{1}{x-1}}{\frac{x+1}{3}+\frac{4}{x-1}}$ $\frac{3}{x^2+11}$

اختبار نهاية الوحدة:

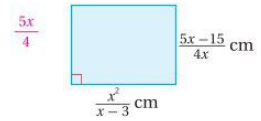
- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (15 – 1) فرديًّا، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ المسائل (25 – 16)، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

www.jnob-jo.com

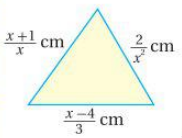
تدريب على الاختبارات الدولية:

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثم أوجّههم إلى حلّ الأسئلة في بند (**تدريب على الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثمّ أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجّع الطلبة على الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكلّ جدّيّة، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

22 أجدُ مساحةَ المستطيلِ الآتي بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.



23 أجدُ محيطَ المُثلَّثِ المُجاوِرِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.



$\frac{x^3-x^2+3x+6}{3x^2}$

24 إذا كانَ حجمُ الأسطوانةِ المُجاوِرةِ هوَ $(x^2+2x-8)\pi\ \text{cm}^3$، فأجدُ ارتفاعَ الأسطوانةِ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.

$h = x - 2$

25 صمَّمَتْ أحلامُ مُلصَقًا على شكلِ مستطيلٍ للتوعيةِ بأهميةِ ترشيدِ استهلاكِ المياهِ، وكانَتْ أبعادُهُ كما في الشكلِ التالي. ترغبُ أحلامُ في إحاطةِ المُلصَقِ بإطارٍ. أجدُ طولَ الإطارِ اللازمَ لذلكَ بدلالةِ x في أبسطِ صورةٍ.

$\frac{2(2x-5)}{(x-2)(x-3)}$

$\frac{5}{x^2+x-6}$

$\frac{2x}{x^2-9}$

تدريبٌ على الاختباراتِ الدوليةِ

26 يُمثِّلُ الشكلُ التالي ملعبًا لكرةِ القدمِ مساحتُهُ: x^2-4. المقدارُ الجبريُّ الذي يُمثِّلُ عَرْضَ الملعبِ هوَ:

a) $x-2$
b) $(x+2)(x-2)^2$
c) $x+2$
d) $(x+2)(x-2)$

27 أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{\frac{1}{a}+\frac{2}{b}}{1+\frac{4}{b}}$ هيَ:

a) $\frac{b+2a}{ab+4}$
b) $\frac{b+2a}{a(b+4)}$
c) $\frac{ab+2a}{a(b+4)}$
d) $\frac{ab+2}{a(b+4)}$

28 عددُ حلولِ المعادلةِ: $\frac{5}{x-2}=\frac{x}{3}$ هوَ:

a) حَلٌّ واحدٌ.
b) حَلّانِ.
c) ثلاثةُ حلولٍ.
d) لا توجدُ حلولٌ للمعادلةِ.

29 يستغرقُ العاملُ الماهرُ 26 ساعةً في بناءِ سقفِ أحدِ المنازلِ، في حينِ يستغرقُ العاملُ المُبتدِئُ 39 ساعةً في بناءِ السقفِ نفسِهِ. إلى كمْ ساعةً يحتاجُ العاملانِ لبناءِ سقفِ المنزلِ معًا؟ 15.6

www.jnob-jo.com

كتاب التمارين

أختبرُ معلوماتي بحَلِّ التدريباتِ الآتيةِ. وفي حالِ عدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمثالِ المعطى.

تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ إلى العواملِ (الدرسُ 1)

أُحلِّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

1. $x^2 + 15x + 44$ $(x+11)(x+4)$
2. $x^2 + 2x - 15$ $(x+5)(x-3)$
3. $x^3 - 2x^2 + 9x - 18$ $(x-2)(x^2+9)$
4. $2x^2 - x - 6$ $(2x+3)(x-2)$
5. $10x^2 + 3x - 1$ $(5x-1)(2x+1)$
6. $6x^3 + 9x^2 + 3x$ $3x(2x+1)(x+1)$
7. $100 - 16y^2$ $(10-4y)(10+4y)$
8. $7x^3y - 63xy^3$ $7xy(x-3y)(x+3y)$
9. $27x^3 + 64$ $(3x+4)(9x^2-12x+16)$

مثالٌ: أُحلِّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

a) $x^2 + 5x - 6$

في ثلاثيِّ الحدودِ المعطى، فإنَّ $b = 5$، و$c = -6$، وهذا يعني أنَّ إشارةَ $n + m$ موجبةٌ، وأنَّ إشارةَ nm سالبةٌ.

إذنْ، يجبُ أنْ تكونَ إشارةُ n أوْ إشارةُ m سالبةً، وليسَ كلتاهُما معًا.

أُنشِئُ قائمةً مُنظَّمةً منْ أزواجِ عواملِ العددِ (-6) بحيثُ تكونُ إشاراتُها مختلفةً، ثمَّ أُحدِّدُ زوجَ العواملِ الذي مجموعُهُ 5

مجموعُ العاملينِ	أزواجُ عواملِ العددِ (-6) المختلفةُ في الإشارةِ
-5	$1, -6$
5	$-1, 6$ ← العاملانِ الصحيحانِ

بكتابةِ القاعدةِ: $x^2 + 5x - 6 = (x + m)(x + n)$

بالتبسيطِ: $= (x - 1)(x + 6)$

b) $6x^2 + 11x + 4$

بما أنَّ $a = 6$، و$b = 11$، و$c = 4$، فإنَّني أبحثُ عنْ عددينِ حاصلُ ضربِهما $6 \times 4 = 24$، ومجموعُهُما 11.

وبما أنَّ إشارةَ كلٍّ منْ b وc موجبةٌ، فإنَّني أُنشِئُ جدولًا أُنظِّمُ فيهِ أزواجَ عواملِ العددِ 24 الموجبةَ، ثمَّ أُحدِّدُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهُما 11

مجموعُ العاملينِ	أزواجُ عواملِ العددِ 24
14	2, 12
11	$3, 8$ ← العاملانِ الصحيحانِ

بكتابةِ القاعدةِ: $6x^2 + 11x + 4 = 6x^2 + mx + nx + 4$

بتعويضِ $m = 3, n = 8$: $= 6x^2 + 3x + 8x + 4$

بتجميعِ الحدودِ ذاتِ العواملِ المشتركةِ: $= (6x^2 + 3x) + (8x + 4)$

بتحليلِ كلِّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ: $= 3x(2x + 1) + 4(2x + 1)$

بإخراجِ $(3x + 4)$ عاملًا مشتركًا: $= (2x + 1)(3x + 4)$

c) $2x^3 + x^2 + 14x + 7$

بتجميعِ الحدودِ ذاتِ العواملِ المشتركةِ: $2x^3 + x^2 + 14x + 7 = (2x^3 + x^2) + (14x + 7)$

بتحليلِ كلِّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ: $= x^2(2x + 1) + 7(2x + 1)$

بإخراجِ $(2x + 1)$ عاملًا مشتركًا: $= (2x + 1)(x^2 + 7)$

تبسيطُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ (الدرسُ 1)

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

10. $\frac{16x^4y}{24xy^3}$ $\frac{2x}{3y^2}$
11. $\frac{4 - y^2}{y^2 - 3y - 10}$ $\frac{2 - y}{y - 5}$
12. $\frac{6n^2 + 12n}{9n^2 + 18n^2}$ $\frac{2}{3n}$

مثالٌ: أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\frac{3x^2}{6x^2 - 42x}$

بإخراجِ $6x^2$ عاملًا مشتركًا منْ حدودِ المقامِ: $\frac{3x^2}{6x^2 - 42x} = \frac{3x^2}{6x^2(x - 7)}$

العاملُ المشتركُ الأكبرُ للبسطِ والمقامِ $(3x^2)$: $= \frac{3x^2}{2 \times 3x^2 \times (x - 7)}$

بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $3x^2$: $= \frac{3x^2}{2 \times 3x^2 \times (x - 7)}$

بالتبسيطِ: $= \frac{1}{2(x - 7)}$

b) $\frac{1 - z^2}{z - 1}$

بتحليلِ البسطِ إلى العواملِ: $\frac{1 - z^2}{z - 1} = \frac{(1 - z)(1 + z)}{z - 1}$

بكتابةِ $(1 - z)$ في صورةِ $-(z - 1)$: $= \frac{-(z - 1)(1 + z)}{z - 1}$

بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $(z - 1)$: $= \frac{-(z-1)(1 + z)}{z-1}$

بالتبسيطِ: $= -1 - z$

ضربُ المقاديرِ الجبريةِ (الدرسُ 2)

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $6 \times (-3b)$ $-18b$
2. $-2 \times (4w)$ $-8w$
3. $-2u \times 5u$ $-10u^2$
4. $8d \times (-7d)$ $-56d^2$
5. $3xy \times (-xy^2)$ $-3x^2y^3$
6. $(-dq^3)(-3qd)$ $3d^2q^4$
7. $(b + 4)(b + 1)$ $b^2 + 5b + 4$
8. $(3x - 1)(4x - x^2 + 2)$ $-3x^3 + 13x^2 + 2x - 2$
9. $(4 - p)(2p - p^2 + 1)$ $p^3 - 6p^2 + 7b + 4$

مثالٌ: أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $2x(3x - y)$

بضربِ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ: $2x(3x - y) = 6x^2 - 2xy$

b) $(x + 4)(x + 3)$

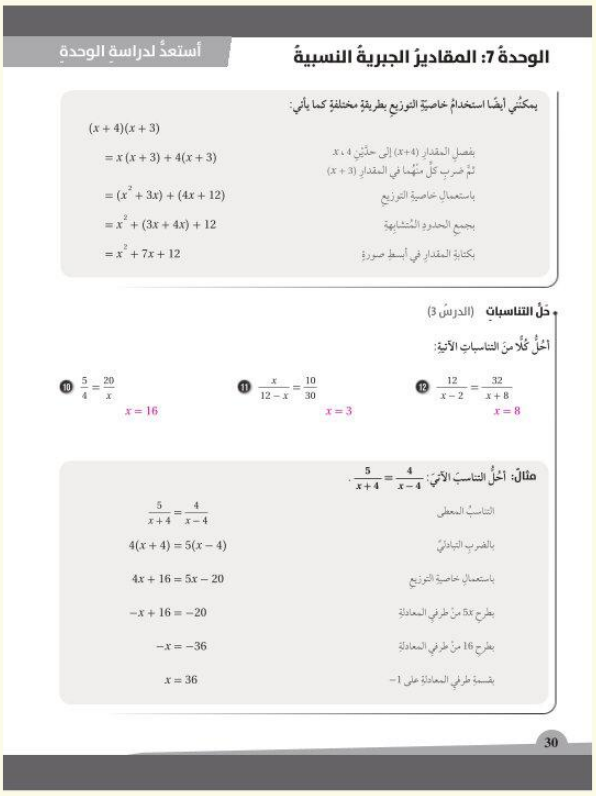
$(x + 4)(x + 3) = (x^2 + 3x) + (4x + 12)$

$= x^2 + (3x + 4x) + 12$

$= x^2 + 7x + 12$

www.jnob-jo.com

كتاب التمارين



الوحدةُ 7: المقاديرُ الجبريةُ النسبيةُ

أستعدُّ لدراسةِ الوحدةِ

يمكنُني أيضًا استخدامُ خاصيّةِ التوزيعِ بطريقةٍ مختلفةٍ كما يأتي:

$(x+4)(x+3)$

$= x(x+3) + 4(x+3)$ — بفصلِ المقدارِ $(x+4)$ إلى حدَّيْنِ x ، 4 ثمَّ ضربِ كلٍّ منهُما في المقدارِ $(x+3)$

$= (x^2+3x) + (4x+12)$ — باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ

$= x^2 + (3x+4x) + 12$ — بجمعِ الحدودِ المُتشابهةِ

$= x^2 + 7x + 12$ — بكتابةِ المقدارِ في أبسطِ صورةٍ

حَلُّ التناسباتِ (الدرسُ 3)

أحُلُّ كُلًّا مِنَ التناسباتِ الآتيةِ:

10 $\frac{5}{4} = \frac{20}{x}$ ، $x = 16$

11 $\frac{x}{12-x} = \frac{10}{30}$ ، $x = 3$

12 $\frac{12}{x-2} = \frac{32}{x+8}$ ، $x = 8$

مثالٌ: أحُلُّ التناسبَ الآتيَ: $\frac{5}{x+4} = \frac{4}{x-4}$.

التناسبُ المعطى: $\frac{5}{x+4} = \frac{4}{x-4}$

بالضربِ التبادليِّ: $4(x+4) = 5(x-4)$

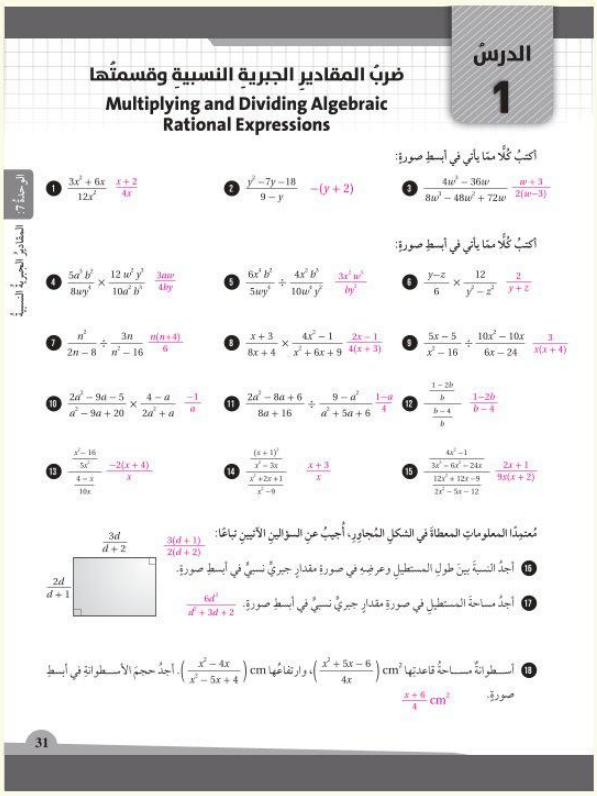
باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ: $4x + 16 = 5x - 20$

بطرحِ $5x$ مِنْ طرفَيِ المعادلةِ: $-x + 16 = -20$

بطرحِ 16 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ: $-x = -36$

بقسمةِ طرفَيِ المعادلةِ على -1: $x = 36$

30



الوحدةُ 7: المقاديرُ الجبريةُ النسبيةُ

الدرسُ 1

ضربُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وقسمتُها

Multiplying and Dividing Algebraic Rational Expressions

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1 $\frac{3x^2+6x}{12x^2}$ ، $\frac{x+2}{4x}$

2 $\frac{y^2-7y-18}{9-y}$ ، $-(y+2)$

3 $\frac{4w^3-36w}{8w^3-48w^2+72w}$ ، $\frac{w+3}{2(w-3)}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

4 $\frac{5a^3b^2}{8uv^3} \times \frac{12u^2y^2}{10a^2b^2}$ ، $\frac{3auv}{4by}$

5 $\frac{6x^4b^2}{5uv^2} \div \frac{4x^2b^2}{10u^2y^2}$ ، $\frac{3x^2u^3}{by^2}$

6 $\frac{y-z}{6} \times \frac{12}{y^2-z^2}$ ، $\frac{2}{y+z}$

7 $\frac{n^2}{2n-8} \div \frac{3n}{n^2-16}$ ، $\frac{n(n+4)}{6}$

8 $\frac{x+3}{8x+4} \times \frac{4x^2-1}{x^2+6x+9}$ ، $\frac{2x-1}{4(x+3)}$

9 $\frac{5x-5}{x^2-16} \div \frac{10x^2-10x}{6x-24}$ ، $\frac{3}{x(x+4)}$

10 $\frac{2a^2-9a-5}{a^2-9a+20} \times \frac{4-a}{2a^2+a}$ ، $\frac{-1}{a}$

11 $\frac{2a^2-8a+6}{8a+16} \div \frac{9-a^2}{a^2+5a+6}$ ، $\frac{1-a}{4}$

12 $\frac{\frac{1-2b}{b}}{\frac{b-4}{b}}$ ، $\frac{1-2b}{b-4}$

13 $\frac{\frac{x^2-16}{5x^2}}{\frac{4-x}{10x}}$ ، $\frac{-2(x+4)}{x}$

14 $\frac{\frac{(x+1)^2}{x^2-3x}}{\frac{x^2+2x+1}{x^2-9}}$ ، $\frac{x+3}{x}$

15 $\frac{\frac{4x^2-1}{3x^3-6x^2-24x}}{\frac{12x^2+12x-9}{2x^2-5x-12}}$ ، $\frac{2x+1}{9x(x+2)}$

تُعتمِدُ المعلوماتُ المعطاةُ في الشكلِ المُجاورِ، أُجيبُ عنِ السؤالينِ الآتيينِ تباعًا:

16 أجدُ النسبةَ بينَ طولِ المستطيلِ وعرضِهِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ. ، $\frac{3(d+1)}{2(d+2)}$

17 أجدُ مساحةَ المستطيلِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ. ، $\frac{6d^2}{d^2+3d+2}$

18 أسطوانةٌ مساحةُ قاعدتِها $\left(\frac{x^2+5x-6}{4x}\right)\text{cm}^2$، وارتفاعُها $\left(\frac{x^2-4x}{x^2-5x+4}\right)\text{cm}$. أجدُ حجمَ الأسطوانةِ في أبسطِ صورةٍ. ، $\frac{x+6}{4}\text{cm}^2$

31

ملاحظاتي

www.jnob-jo.com

كتاب التمارين

الدرسُ 2
جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وطرحُها
Adding and Subtracting Rational Expressions

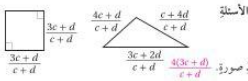
أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ للمقاديرِ أو الحدودِ الجبريةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. x^2y^3z, xy^2z^4 — $x^2y^3z^4$
2. $x+1, x^2+x-6$ — $(x+1)(x-2)(x+3)$
3. $w^2+w, 3w+3, w+1$ — $3w(w+1)$
4. $6r+2, 3r, 3r^2+7r+2$ — $6r(3r+1)(r+2)$
5. y^2+4y+3, y^2-4y-5 — $(y+3)(y+1)(y-5)$
6. $x^4-8x^3+7x^2, x^2+2x-3$ — $x^2(x-7)(x+3)(x-1)$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

7. $\frac{1}{3y^2d}+2y$ — $\frac{1+6y^3d}{3y^2d}$
8. $\frac{3}{2x^2y^2}+\frac{5}{4x^3y}$ — $\frac{6x^2+5y^2}{4x^3y^2}$
9. $\frac{1}{9c^2d^2}-\frac{3}{c^2d^3}$ — $\frac{d^2-24c}{9c^2d^3}$
10. $\frac{3}{x-2}+\frac{5}{x^2-4}$ — $\frac{3x+11}{x^2-4}$
11. $\frac{5}{w^2+4w-12}+\frac{2}{2w+12}$ — $\frac{w+3}{(w+6)(w-2)}$
12. $\frac{2r+4}{r-3}-\frac{1-4r}{2-r}$ — $\frac{2r^2-13r+11}{(r-3)(2-r)}$
13. $\frac{8}{c^2-2c-15}-\frac{1}{3c-15}$ — $\frac{21-c}{3(c-5)(c+3)}$
14. $\frac{y+1}{y^2-5y-6}+\frac{y}{y^2-3y-18}$ — $\frac{(2y+3)}{(y-6)(y+3)}$
15. $\frac{h-3}{h^2-7h+10}-\frac{6}{h^2-4}$ — $\frac{h^2-7h+24}{(h-2)(h+2)(h-5)}$
16. $\frac{\frac{3}{c-d}+\frac{1}{c+d}}{\frac{4}{c-d}}$ — $\frac{2c+d}{2(c+d)}$
17. $\frac{1}{y^2+7y-8}-\frac{2}{2y-2}\times\frac{y+8}{2}$ — $\frac{-y^2-16y-62}{2(y-1)(y+8)}$
18. $\frac{\frac{w^2+5w+4}{w^2+3w}}{\frac{2}{w}-\frac{w-1}{w+3}}$ — $\frac{(w+4)(w+1)}{3w-w^2+6}$

مُعتمِدًا المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المُجاورِ، أُجيبُ عنِ الأسئلةِ التاليةِ تباعًا:



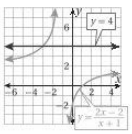
19. أجدُ محيطَ المُربَّعِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ. $\frac{4(3c+d)}{c+d}$
20. أجدُ محيطَ المُثلَّثِ في صورةِ مقدارٍ جبريٍّ نسبيٍّ في أبسطِ صورةٍ. $\frac{8c+7d}{c+d}$
21. أطرحُ محيطَ المُثلَّثِ منْ محيطِ المُربَّعِ، ثمَّ أكتبُ المقدارَ الجبريَّ النسبيَّ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ. $\frac{4c-3d}{c+d}$

الدرسُ 3
حَلُّ المعادلاتِ النسبيةِ
Solving Rational Equations

أحلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $\frac{12}{x-1}+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ — $x=5$
2. $\frac{x}{1-x}-\frac{4}{3}=x$ — $x=\frac{2}{3}, -2$
3. $\frac{4}{x+1}+1=\frac{x+1}{2}$ — $x=\pm3$
4. $\frac{y+9}{y^2+3}=\frac{3}{y}$ — $y=\frac{3}{2}, 3$
5. $\frac{w}{w+2}=\frac{5w-4}{2w+1}$ — $w=\frac{-8}{3}, 1$
6. $\frac{1}{y-3}+\frac{1}{y+3}=\frac{3}{y^2-9}$ — $y=\frac{3}{2}$
7. $\frac{1}{b-4}+\frac{b}{2b+2}=\frac{b}{2b^2-6b-8}$ — $b=1, 2$
8. $\frac{1}{x+1}-\frac{x}{1-x}=\frac{x^2+1}{x^2-1}$ — $\varnothing$ (حلٌ دخيلٌ $x=1$)
9. $\frac{1}{2c+1}+\frac{2}{c+2}=1$ — $c=1, -1$

10. **حيواناتٌ:** يوجدُ في مزرعةٍ للحيواناتِ 140 حيوانًا، منْها 10 أرانبَ. أجدُ عددَ الأرانبِ التي يَلزمُ شراؤُها لتُصبحَ نسبةُ الأرانبِ في المزرعةِ 1 : 6. 16 أرنبًا.



يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ التمثيلَ البيانيَّ لمنحنى كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=4$، والمعادلةِ: $y=\frac{2x-2}{x+1}$.

11. أكتبُ معادلةً حلُّها هوَ الإحداثيُّ x لنقطةِ تقاطعِ منحنيَي المعادلتينِ. $\frac{2x-2}{x+1}=4$
12. أحلُّ المعادلةَ التي كتبْتُها في السؤالِ السابقِ جبريًّا. $x=-3$

13. **تبليطٌ:** يستغرقُ تبليطُ حديقةِ منزلِ منْ خالدٍ وسعيدٍ 8 ساعاتٍ منَ العملِ. إذا كانَتْ سرعةُ خالدٍ هيَ ثلاثةَ أمثالِ سرعةِ سعيدٍ في التبليطِ، فأجدُ الوقتَ الذي يستغرقُهُ خالدٌ في تبليطِ حديقةِ المنزلِ وحدَهُ. $\frac{32}{3}$ ساعةٍ.

ملاحظاتي

www.jnob-jo.com

المملكة الأردنية الهاشمية
منتديات صقر الجنوب