الوحدة 6

المقاديرُ الأُسِّيَّةُ والمقاديرُ الجذريةُ
Exponential and Radical Expressions

www.jnob-jo.com

مُخطَّط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
الدرس 1: تبسيط المقادير الأُسّيّة	• تعرّف الشروط التي ينبغي توافرها في المقدار الأسّي لكي يُعدّ في أبسط صورة. • كتابة المقادير الأسّية في أبسط صورة باستعمال خصائص ضرب القوى. • كتابة المقادير الأسّية في أبسط صورة باستعمال خصائص قسمة القوى. • كتابة المقادير الأسّية في أبسط صورة باستعمال خاصيتي: الأسّ الصفري، والأسّ السالب.		• أقلام لوح ملوّنة. • ورقة المصادر 7	4
الدرس 2: العمليات على المقادير الجذرية	• تعرّف الشروط التي ينبغي توافرها في المقدار الجذري لكي يُعدّ في أبسط صورة. • كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال خاصية ضرب الجذور. • كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال خاصية قسمة الجذور. • كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة بإجراء عمليتي الجمع والطرح للمقادير الجذرية المتشابهة. • كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال خصائص الضرب والقسمة. • كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال إنطاق المقام (الضرب في المرافق).	المقادير الجذرية. إنطاق المقام. المرافق.	• أقلام لوح ملوّنة.	5
الدرس 3: حل المعادلات الجذرية	• حلّ المعادلات الجذرية. • التحقق من صحة حل المعادلات الجذرية جبريًّا وبيانيًّا باستعمال أدوات التكنولوجيا. • تمييز الحل الدخيل للمعادلة الجذرية.	المعادلات الجذرية. الحلول الدخيلة.	• ورقة المصادر 1 • أقلام لوح ملوّنة. • جهاز حاسوب. • برمجية جيوجبرا.	4
عرض نتائج مشروع الوحدة				1
اختبار نهاية الوحدة				1
المجموع:				15 حصة

www.jnob-jo.com

الوحدة 6

نظرة عامة على الوحدة:

سيتعرّف الطلبة في هذه الوحدة الشروط الأساسية الواجب توافرها في المقادير الأسّية والمقادير الجذرية لكي تُعدّ هذه المقادير في أبسط صورة، وسيستعملون خصائص العمليات على الأسس الصحيحة وخصائص العمليات على الجذور لكتابة تلك المقادير في أبسط صورة.

إضافةً إلى ما سبق، سيتعرّف الطلبة المعادلات الجذرية، ويحلّونها، ويتحقّقون من صحة حلها جبريًّا وبيانيًّا باستعمال الأدوات التكنولوجية مثل برمجية جيوجبرا، ويميّزون الحلول الدخيلة التي تنتج بسبب استعمال بعض التقنيات الجبرية أثناء الحل (مثل تربيع طرفي المعادلة).

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف الثامن

- إيجاد قيمة الجذر التربيعي لعدد، واستخدامه في حل مسائل حياتية.
- تقدير قيمة الجذر التربيعي لعدد، وتعرّف الجذور الصمّاء.
- الربط بين الأسس النسبية والجذور، والتحويل بينهما.
- استعمال قوانين الأسس الصحيحة لكتابة العبارة الأسّية في أبسط صورة.
- استعمال ضرب الأسس النسبية وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحوي أسسًا نسبية وتبسيطها.
- كتابة الأعداد الكلية والعشرية بالصيغة العلمية، وإجراء عمليتي الضرب والقسمة عليها.

الصف التاسع

- استعمال خصائص الأسس الصحيحة لتبسيط المقادير الأسّية.
- تبسيط المقادير الجذرية.
- تعرّف مفهوم المرافق، واستعماله لإنطاق مقامات الكسور التي تتضمن جذورًا.
- إجراء العمليات على المقادير الجذرية.
- حل معادلات تحوي مقادير جذرية، وتمييز الحل الدخيل.

الصف العاشر

- التحويل بين الصيغة الأسّية والصيغة الجذرية.
- تطبيق خصائص ضرب القوى وقسمتها لكتابة مقادير أسّية نسبية في أبسط صورة.
- حل معادلات أسّية.
- حل أنظمة معادلات أسّية.

www.jnob-jo.com

مشروع الوحدة:

هدف المشروع: يهدف مشروع الوحدة إلى استعمال الطلبة المقادير الأسّية والمقادير الجذرية في التعبير عن أبعاد مجسّمات يصمّمونها، وتوظيف ما يتعلمونه لتبسيط المقادير الأسّية والمقادير الجذرية باستعمال خصائص الأسس والعمليات عليها وخصائص الجذور والعمليات عليها.

ويهدف مشروع الوحدة أيضًا إلى تنمية مهارتي التواصل والعمل الجماعي وتعزيزهما، وتطوير مهارات تحديد المشكلة، والمثابرة على تقديم حلول لها.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات، وأؤكّد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وتوزيع المهام في ما بينهم.
- أوضّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المُنتَج النهائي المطلوب منهم، وأؤكّد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أوّلًا بأوّل، وتعزيزها بالصور والنشرات واللوحات وغيرها.
- أذكّر الطلبة بالعودة إلى المشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يجب إنجازه من خطوات تنفيذ المشروع.
- أبيّن للطلبة سلفًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

لعرض نتائج المشروع، أبيّن للطلبة ما يأتي:

- إمكانية استعمال التكنولوجيا في عرض نتائج المشروع، مثل: المطوية، وبرمجية العروض التقديمية.
- اختيار كل مجموعة واحدًا منها؛ للوقوف أمام أفراد المجموعات الأخرى، وعرض البيانات التي جمعها مع أفراد مجموعته (تتمثّل أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة).
- الطلب إلى أفراد المجموعات ذكر بعض الصعوبات التي واجهوها أثناء تنفيذ المشروع، وكيف تمكّنوا من التغلّب عليها؛ تعزيزًا لمهاراتهم في حل المشكلات.

مشروعُ الوحدةِ

المُجسَّماتُ والمقاديرُ الأُسِّيَّةُ والجذريةُ

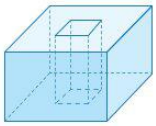
فكرةُ المشروعِ تصميمُ مُجسَّماتٍ، وتوظيفُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ والمقاديرِ الجذريةِ في التعبيرِ عنْ أبعادِها.

الموادُّ والأدواتُ قطعٌ منَ البولسترينِ، أدواتٌ هندسيةٌ، مِقَصٌّ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

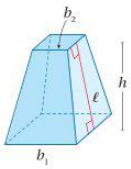
المهمةُ 1:

1. أصنعُ منْ قطعِ البولسترينِ مُكعَّبًا، وأُعبِّرُ عنْ طولِهِ بمقدارٍ أُسِّيٍّ يحوي مُتغيِّرينِ على الأقلِّ.
2. أجدُ حجمَ المُكعَّبِ ومساحةَ سطحِهِ في أبسطِ صورةٍ بدلالةِ مُتغيِّراتِ المقدارِ الأُسِّيِّ.
3. أُنشِئُ في وسطِ المُكعَّبِ متوازيَ مستطيلاتٍ قاعدتُهُ مُربَّعةٌ، وطولُ ضلعِها يقلُّ بمقدارِ 5 cm عنْ طولِ ضلعِ المُكعَّبِ.
4. أجدُ حجمَ متوازي المستطيلاتِ الذي أنشأتُهُ في الخطوةِ السابقةِ.
5. أجدُ مساحةَ سطحِ المُكعَّبِ بعدَ إنشاءِ متوازي المستطيلاتِ داخلَهُ في أبسطِ صورةٍ.
6. أُعبِّرُ عنْ طولِ ضلعِ المُكعَّبِ بمقدارٍ جبريٍّ آخرَ، وليكنْ مقدارًا جذريًّا.
7. أجدُ حجمَ المُكعَّبِ ومساحةَ سطحِهِ بدلالةِ المقدارِ الجذريِّ في أبسطِ صورةٍ.



المهمةُ 2:

1. أصنعُ منْ قطعِ البولسترينِ هرمًا قاعدتُهُ مُربَّعةٌ.
2. أقصُّ الهرمَ منَ الأعلى بموازاةِ القاعدةِ كما في الشكلِ المُجاورِ.
3. أجدُ علاقةً يُمكِنُ بها إيجادُ الارتفاعِ الجانبيِّ للمُجسَّمِ، مُفترِضًا أنَّ طولَ قاعدتِهِ الكبيرةِ هوَ b_1، وطولَ قاعدتِهِ الصغيرةِ هوَ b_2، وارتفاعَهُ هوَ h، وارتفاعَهُ الجانبيَّ هوَ ℓ.
4. أقيسُ طولَ القاعدةِ الكبيرةِ، وطولَ القاعدةِ الصغيرةِ، والارتفاعَ الجانبيَّ للمُجسَّمِ إلى أقربِ سنتيمترٍ، ثمَّ أستعملُ العلاقةَ التي توصَّلْتُ إليْها في الفرعِ السابقِ لإيجادِ ارتفاعِ المُجسَّمِ.



عرضُ النتائجِ:

- أُعِدُّ عرضًا تقديميًّا يتضمَّنُ صورًا تُوضِّحُ خطواتِ العملِ في المشروعِ.
- أعرضُ المُجسَّماتِ التي صمَّمْتُها أمامَ طلبةِ الصفِّ، مُوضِّحًا كيفَ وظَّفْتُ ما تعلَّمْتُهُ في الوحدةِ في تنفيذِ هذا المشروعِ.

61

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تصميم المجسّمات المطلوبة بدقّة.			
2	استعمال مقادير أسّية مناسبة لتمثيل الأبعاد في المجسّمات.			
3	حساب الحجوم ومساحات الأسطح للمجسمات بدلالة المقادير الأسّية بشكل صحيح.			
4	التعاون والعمل بروح الفريق.			
5	إعداد المشروع في الوقت المحدّد.			
6	عرض المشروع بصورة واضحة (مهارة التواصل).			
7	استعمال التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 إنجاز المهمة بوجود أكثر من خطأ.
2 إنجاز المهمة بوجود خطأ بسيط.
3 إنجاز المهمة بصورة صحيحة من دون خطأ.

www.jnob-jo.com

الدرس 1

نتاجات الدرس

- تعرّف الشروط التي ينبغي توافرها في المقدار الأسّي لكي يُعدّ في أبسط صورة.
- كتابة المقادير الأسّية في أبسط صورة باستعمال خصائص ضرب القوى.
- كتابة المقادير الأسّية في أبسط صورة باستعمال خصائص قسمة القوى.
- كتابة المقادير الأسّية في أبسط صورة باستعمال خاصيتي الأسّ الصفري والأسّ السالب.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- استعمال قواعد ضرب القوى الصحيحة وقسمتها لتبسيط عبارات أسّية.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

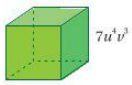
- أوجّه الطلبة في بداية كل حصة إلى الفقرة (الفقرات) المرتبطة بما سيقدَّم من موضوعات الدرس في الحصة (إنْ وجدت) في صفحات (**أستعد لدراسة الوحدة**) في كتاب التمارين، ثم أطلب إليهم حل تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية.
- أتجوّل بين الطلبة؛ لمتابعتهم أثناء الحل، وتحديد نقاط ضعفهم، وأوجّههم إلى مراجعة المثال عندما يواجهون صعوبة في الحل.

الدرسُ 1

تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ
Simplifying Exponential Expressions

فكرةُ الدرس استعمالُ خصائصِ الأُسسِ الصحيحةِ لتبسيطِ مقاديرَ أُسِّيَّةٍ.

مسألةُ اليوم يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ مُكعَّبًا طولُ ضلعِهِ $7u^4v^3$ وحدةً. أجدُ حجمَ المُكعَّبِ بدلالةِ u وv في أبسطِ صورةٍ.



تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ باستعمالِ خصائصِ ضربِ القُوى

تعلَّمْتُ سابقًا كيفَ أستعملُ الأُسسَ للتعبيرِ عنِ الضربِ المُتكرِّرِ لعددٍ في نفسِهِ. وتعلَّمْتُ أيضًا أنَّ عددَ مرّاتِ تكرارِ الضربِ يُسمّى **الأُسَّ**، وأنَّ العددَ نفسَهُ يُسمّى الأساسَ، وأنَّ كُلًّا منَ الأساسِ والأُسِّ معًا يُسمّى **القوَّةَ**.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

الأُسُّ — الأساسُ

مراجعةُ المفهومِ

الصيغةُ الأُسِّيَّةُ

إذا كانَ a عددًا حقيقيًّا، وكانَ n عددًا صحيحًا موجبًا، فإنَّ:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ مَرَّةً}}$$

حيثُ:
a: الأساسُ.
n: الأُسُّ.

أتذكَّرُ
الصيغةُ الأُسِّيَّةُ هيَ صيغةٌ يُكتَبُ فيها الضربُ المُتكرِّرُ باستعمالِ الأُسسِ.

تعلَّمْتُ أيضًا كيفَ أستعملُ خاصيةَ ضربِ القوى، وقوَّةِ القوَّةِ، وقوَّةِ ناتجِ الضربِ إذا كانَ الأساسُ عددًا حقيقيًّا. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ أستعملُ خصائصَ ضربِ القُوى هذهِ لتبسيطِ مقاديرَ أُسِّيَّةٍ تحوي مُتغيِّراتٍ.

www.jnob-jo.com

ملاحظاتي

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية أو رباعية، وأطلب إليهم الإجابة عن السؤال الوارد في **ورقة المصادر 7: الصيغة الأسّية**.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أختار بعض الطلبة ممن أجابوا بشكل صحيح، وأطلب إليهم إكمال الجدول على اللوح.
- أطلب إلى باقي الطلبة إبداء آرائهم في الإجابة التي تُدوَّن على اللوح، وتصحيح حلولهم.
- أناقش الحل مع الصف كاملًا، وأسألهم: لماذا نستعمل الصيغة الأسّية؟ وما الفائدة منها؟
- أتقبّل إجابات الطلبة بصرف النظر عن دقّتها، وأعزّزها بتقديم التغذية الراجعة المناسبة.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**مسألة اليوم**)، ثم أسألهم:
  - ما حجم المكعّب الذي طول ضلعه 5 cm؟ $125\ \text{cm}^3$
  - ما حجم المكعّب الذي طول ضلعه x cm؟ $x^3\ \text{cm}^3$
  - كيف نجد حجم المكعّب الذي طول ضلعه معطى في المسألة؟ إجابة محتملة: نكعّب المقدار $7u^4v^3$
  - ما أبسط صورة للمقدار $(7u^4v^3)^3$؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - مَن يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.
- المجال العاطفي لا يقل أهمية عن المجال المعرفي؛ لذا يجب ألّا أقول للطالب/ للطالبة: (إجابتك خطأ)، بل أقول له/ لها: (لقد اقتربت من الإجابة الصحيحة، فمنْ يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، ثم أشكره/ أشكرها على محاولة الإجابة عن السؤال. بعد ذلك أطلب إلى غيره/ غيرها الإجابة عن السؤال؛ لتعرّف الإجابة الصحيحة، وأعزّزه/ أعزّزها، ثم أطلب إلى الطالب الأوّل/ الطالبة الأولى الإجابة عن السؤال مرّة أخرى، وأعزّزه/ أعزّزها كما عزّزت مَن أجاب عن السؤال نفسه إجابة صحيحة.

www.jnob-jo.com

خصائصُ ضربِ القُوى

مفهومٌ أساسيٌّ

إذا كانَ a وb عددينِ حقيقيينِ أوْ مقدارينِ جبريينِ، وكانَ m وn عددينِ صحيحينِ، فإنَّ:

الخاصيةُ		مثالٌ
1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$	ضربُ القوى	$x^3 \times x^7 = x^{3+7} = x^{10}$
2) $(a^m)^n = a^{mn}$	قوَّةُ القوَّةِ	$(y^4)^5 = y^{4\times5} = y^{20}$
3) $(ab)^m = a^m b^m$	قوَّةُ ناتجِ الضربِ	$(6g)^3 = 6^3 g^3 = 216\,g^3$

يكونُ المقدارُ الأُسّيُّ في أبسطِ صورةٍ إذا توافرَتْ فيهِ شروطٌ مُعيَّنةٌ.

أبسطُ صورةٍ للمقدارِ الأُسّيِّ

مفهومٌ أساسيٌّ

يكونُ المقدارُ الأُسّيُّ في أبسطِ صورةٍ إذا توافرَتْ فيهِ الشروطُ الآتيةُ:

- أنْ يظهرَ الأساسُ مَرَّةً واحدةً فقطْ، وأنْ تكونَ الأُسسُ جميعُها موجبةً، وصحيحةً في المقامِ.
- ألّا يتضمَّنَ المقدارُ قوَّةَ القوَّةِ.
- أنْ تكونَ الكسورُ جميعُها في أبسطِ صورةٍ.

أتعلَّمُ

كتابةُ المقدارِ الأُسّيِّ في أبسطِ صورةٍ تتطلَّبُ كتابةَ مقدارٍ مُكافِئٍ للمقدارِ الأُسّيِّ، تتوافرُ فيهِ الشروطُ الواردةُ في الصندوقِ المُجاورِ.

مثالٌ 1

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $(3ry^5)(6r^2y^3)$

$(3ry^5)(6r^2y^3) = (3\times6)(r \times r^2)(y^5 \times y^3)$ بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيِّراتِ

$= (3 \times 6)(r^{1+2})(y^{5+3})$ ضربُ القوى

$= 18r^3y^8$ بالتبسيطِ

أتعلَّمُ

إذا لمْ يظهرْ أُسٌّ فوقَ المُتغيِّرِ، فإنَّ أُسَّهُ يكونُ 1؛ أيْ إنَّ:

$r = r^1$

3 التدريس

مثال 1

- أذكّر الطلبة بالصيغة الأسّية، وأستعمل الأقلام المُلوَّنة لتمييز الأساس والأسّ.
- أؤكّد للطلبة أن الصيغة الأسّية توفّر لنا طريقة سهلة ومُختصَرة للتعبير عن الأعداد عندما تكون كبيرة جدًّا أو صغيرة جدًّا.
- أذكّر الطلبة بخصائص ضرب القوى ذات الأسس الصحيحة بالاستعانة بصندوق (**مفهوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب.
- أدوّن في زاوية اللوح الشروط الواجب توافرها في المقدار الأسّي لكي يُعدّ مكتوبًا في أبسط صورة، وأحتفظ بهذه الشروط مُدوَّنةً على اللوح أثناء مناقشة الأمثلة.
- أناقش مع الطلبة حل الفرعين 1 و 2 من المثال 1 على اللوح، وأوجّههم إلى التأكد من توفر الشروط في الناتج النهائي.
- أختار طالبين/ طالبتين لمناقشة الفرعين: 3 و 4 من المثال 1 على اللوح أمام بقية طلبة الصف، وأقدّم التغذية الراجعة اللازمة لحلّهما.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

✓ إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتعلّم**) المجاور لصندوق (مفهوم أساسي، أبسط صورة للمقدار الأسّي)، وأؤكّد أن أبسط صورة للمقدار الأسّي هي صورة مكافئة للمقدار الأصلي.
- أناقش مع الطلبة مضمون صندوق (**أتعلّم**) المجاور للمثال 1؛ لما له من أهمية في تذكير الطلبة بعدم الحاجة إلى كتابة الأسّ عندما يكون العدد 1.
- يمكن تكليف بعض الطلبة بعمل لوحة من الكرتون المقوّى توضّح شروط أبسط صورة للمقدار الأسّي، تُعلَّق داخل الغرفة الصفية؛ بهدف تسهيل الوصول إلى الشروط عند الحاجة إلى التذكير بها.

www.jnob-jo.com

2 $((x^2)^5)^8$

$((x^2)^5)^8 = (x^{2\times5})^8$ قوّةُ القوّةِ

$= (x^{10})^8$ بالتبسيطِ

$= x^{10\times8}$ قوّةُ القوّةِ

$= x^{80}$ بالتبسيطِ

3 $(-2a^2b)^3$

$(-2a^2b)^3 = (-2)^3(a^2)^3b^3$ قوّةُ ناتجِ الضربِ

$= -8a^6b^3$ بالتبسيطِ

4 $(4x^5y^3)(-3xy^5)^2$

$(4x^5y^3)(-3xy^5)^2 = (4x^5y^3)((-3)^2(x)^2(y^5)^2)$ قوّةُ ناتجِ الضربِ

$= (4x^5y^3)(9x^2y^{10})$ قوّةُ القوّةِ

$= (4\times9)(x^5\times x^2)(y^3\times y^{10})$ بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيّراتِ

$= 36x^7y^{13}$ ضربُ القوى

أتحقّقُ من فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $(2m^5n^{11})(m^2n^4)$ $2m^7n^{15}$

b) $((v^2)^6)^9$ v^{108}

c) $(5x^3y^7)^4$ $625x^{12}y^{28}$

d) $(5a^3b^4)(ab^2)^7$ $5a^{10}b^{18}$

تبسيطُ المقاديرِ الأُسّيّةِ باستعمالِ خصائصِ قسمةِ القُوى

تعلّمْتُ سابقًا كيفَ أستعملُ خاصيةَ قسمةِ القوى، وخاصيةَ قوّةِ ناتجِ القسمةِ إذا كانَ الأساسُ عددًا حقيقيًّا. والآنَ سأتعلّمُ كيفَ أستعملُ هاتينِ الخاصيتينِ اللتينِ هما منْ خصائصِ قسمةِ القُوى لتبسيطِ مقاديرَ أُسّيّةٍ تحوي مُتغيّراتٍ.

64

تنويع التعليم:

أستعمل الأقلام المُلوَّنة عند كتابة المقادير الأسّية لتمييز القوى؛ لما لذلك من أثر في إكساب الطلبة مهارة التبسيط، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة فيستعملون الضرب للأسس عند تطبيق خاصية ضرب القوى، أو يستعملون جمع الأسس عند تطبيق خاصية قوة القوة، ويمكن الاستعانة بالأمثلة العددية والأقلام الملوّنة لتوضيح هاتين الخاصيتين ومعالجة مثل هذه الأخطاء، كما في المثال الآتي:

$2^3\times2^4 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^7 = 2^{3+4}$

$(2^3)^2 = 2^3\times2^3 = 2\times2\times2\times2\times2\times2 = 2^6 = 2^{3\times2}$

مثال إضافي:

أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:

1 $(3x^2y)(-2xy^2)^3$ $-24x^5y^7$

2 $\left((-a^3b^2)^4\right)^3$ $a^{36}b^{24}$

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

www.jnob-jo.com

مفهومٌ أساسيٌّ خصائصُ قسمةِ القُوى

إذا كانَ a و b عددينِ حقيقيينِ أوْ مقدارينِ جبريينِ، حيثُ: $a \neq 0$ و $b \neq 0$، وكانَ m و n عددينِ صحيحينِ، فإنَّ:

الخاصيةُ		مثالٌ
1) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	قسمةُ القوى	$\frac{x^7}{x^3} = x^{7-3} = x^4$
2) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	قوّةُ ناتجِ القسمةِ	$\left(\frac{6}{g}\right)^3 = \frac{6^3}{g^3} = \frac{216}{g^3}$

مثال 2

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيّراتِ لا يساوي صفرًا:

1) $\frac{u^2 v^6}{uv^2}$

$\frac{u^2 v^6}{uv^2} = \left(\frac{u^2}{u}\right)\left(\frac{v^6}{v^2}\right)$ بإعادةِ تجميعِ المُتغيّراتِ

$= (u^{2-1})(v^{6-2})$ قسمةُ القوى

$= uv^4$ بالتبسيطِ

2) $\left(\frac{-2x^3}{x^2y^5}\right)^4$

$\left(\frac{-2x^3}{x^2y^5}\right)^4 = \left(\frac{-2x^{3-2}}{y^5}\right)^4$ قسمةُ القوى

$= \left(\frac{-2x}{y^5}\right)^4$ بالتبسيطِ

$= \frac{(-2)^4 x^4}{(y^5)^4}$ قوّةُ ناتجِ القسمةِ

$= \frac{16x^4}{y^{20}}$ قوّةُ القوّةِ

أفكّرُ

هلْ يُمكنُ حَلُّ الفرعِ 2 منَ المثالِ بطريقةٍ أخرى؟ أُبرّرُ إجابتي.

أتحقّقُ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيّراتِ لا يساوي صفرًا:

a) $\frac{m^4 n^5}{m^2 n^3}$ $m^2 n^2$

b) $\left(\frac{a^8 b^6}{a^4}\right)^5$ $a^{20} b^{30}$

مثال 2

- أذكّرُ الطلبةَ بخصائصِ قسمةِ القوى ذاتِ الأسسِ الصحيحةِ كما وردتْ في صندوقِ (**مفهوم أساسي**) الوارد في كتابِ الطالبِ.
- أناقشُ الطلبةَ في حلِّ المثالِ 2 باتباعِ الإجراءاتِ الآتيةِ:
  - أوزّعُ الطلبةَ إلى أربعِ مجموعاتٍ، ثمّ أطلبُ إلى أفرادِ كلِّ مجموعةٍ مناقشةَ أحدِ فرعيِ المثالِ.
  - أتابعُ عملَ المجموعاتِ، وأقدّمُ لهمُ التغذيةَ الراجعةَ اللازمةَ.
  - أناقشُ حلَّ المثالِ معَ الصفِّ كاملًا.
- أوجّهُ الطلبةَ إلى صندوقِ (**أفكّر**) المجاورِ للمثالِ 2، وأطلبُ إليهمْ حلَّ الفرعِ 2 منَ المثالِ بطريقةٍ أخرى، وتبريرَ الحلِّ عندَ مقارنةِ الناتجِ منْ طريقتي الحلِّ.

إرشاد: يمكنُ توزيعُ الطلبةِ إلى ستِّ مجموعاتٍ أوْ ثماني مجموعاتٍ أوْ مجموعاتٍ ثنائيةٍ إذا كانَ عددُ طلبةِ الصفِّ كبيرًا، بحيثُ تحلُّ نصفُ المجموعاتِ الفرعِ 1، وتحلُّ باقي المجموعاتِ الفرعِ 2.

www.jnob-jo.com

تبسيطُ المقاديرِ الأُسِّيَّةِ باستعمالِ الأُسِّ الصفريِّ والأُسِّ السالبِ

تعلَّمْتُ سابقًا أنَّ أيَّ عددٍ حقيقيٍّ غيرَ الصفرِ مرفوعًا إلى الأُسِّ صفرٍ يساوي 1، وأنَّ القوَّةَ ذاتَ الأساسِ غيرِ الصفريِّ والأُسِّ السالبِ هيَ مقلوبُ القوَّةِ ذاتِ الأساسِ غيرِ الصفريِّ والأُسِّ الموجبِ، والعكسُ صحيحٌ. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ أستعملُ هاتينِ الخاصيتينِ لتبسيطِ مقاديرَ أُسِّيَّةٍ تحوي مُتغيِّراتٍ.

مفهومٌ أساسيٌّ — **الأُسُّ الصفريُّ والأُسُّ السالبُ**

إذا كانَ a عددًا حقيقيًّا أوْ مقدارًا جبريًّا، حيثُ: $a \neq 0$، وكانَ n عددًا صحيحًا، فإنَّ:

الخاصية		مثال
1) $a^0 = 1$	الأُسُّ الصفريُّ	$(2x^2)^0 = 1, x \neq 0$
2) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	الأُسُّ السالبُ	$h^{-4} = \frac{1}{h^4}, h \neq 0$

مثال 3

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

1) $\frac{4x^5y^{-4}}{2x^3y^2}$

$\frac{4x^5y^{-4}}{2x^3y^2} = \left(\frac{4}{2}\right)\left(\frac{x^5}{x^3}\right)\left(\frac{y^{-4}}{y^2}\right)$ — بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ

$= \left(\frac{4}{2}\right)(x^{5-3})(y^{-4-2})$ — قسمةُ القوى

$= 2(x^2)(y^{-6})$ — بالتبسيطِ

$= 2(x^2)\left(\frac{1}{y^6}\right)$ — تعريفُ الأُسِّ السالبِ

$= \frac{2x^2}{y^6}$ — بالضربِ

مثال 3

- أذكّر الطلبة بخاصّيتي الأسّ الصفري والأسّ السالب، وأؤكد في الخاصيتين أن الأساس لا يمكن أن يساوي صفرًا.
- أناقش مع الطلبة حل فرعي المثال 3 على اللوح.
- أوجّه الطلبة إلى الانتباه إلى صندوق (**أتذكّر**) عند تكليفهم حل أسئلة بند (**أتحقّق من فهمي**)، إذ يمكنهم قلب الكسر بجعل بسطه مقامًا ومقامه بسطًا عندما يكون الكسر مرفوعًا لأسّ سالب مع تغيير إشارة الأسّ إلى موجب.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

إرشاد:

- يمكن توضيح الخاصّية في صندوق (**أتذكّر**) استنادًا إلى خاصّية الأسّ السالب على النحو الآتي:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \frac{a^{-m}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

مثال إضافي:

أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة، علمًا بأن أيًّا من المتغيّرات لا يساوي صفرًا:

1) $\frac{6x^2y^{-3}z^4}{3x^{-1}z}$ $\quad \frac{2x^3z^3}{y^3}$

2) $\left(\frac{a^3b^2}{a^0bc}\right)^{-2}$ $\quad \frac{c^2}{a^6b^2}$

تنويع التعليم:

أستعمل الأقلام المُلوَّنة عند كتابة المتغيّرات المتشابهة في البسط والمقام باللون نفسه؛ لما لذلك من أثر في تثبيت المفهوم لدى الطلبة، وبخاصة أولئك الذين يتمتّعون بذكاء بصري.

www.jnob-jo.com

2 $\frac{3x^4y^{-1}z^{-2}}{x^2y^0}$

$\frac{3x^4y^{-1}z^{-2}}{x^2y^0} = \frac{3x^4y^{-1}z^{-2}}{x^2}$ — $y^0 = 1$

$= 3\left(\frac{x^4}{x^2}\right)(y^{-1})(z^{-2})$ — بإعادةِ تجميعِ المُتغيِّراتِ

$= 3(x^{4-2})(y^{-1})(z^{-2})$ — قسمةُ القوى

$= 3(x^2)\left(\frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{z^2}\right)$ — تعريفُ الأُسِّ السالبِ

$= \frac{3x^2}{yz^2}$ — بالضربِ

أتحقَّقُ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

a) $\frac{2h^3j^{-3}k^4}{3jk}$ $\frac{2h^3k^3}{3j^4}$

b) $\left(\frac{x^{-2}y^4}{x^0y^5}\right)^{-3}$ x^6y^3

أتذكَّرُ

إذا كانَ a و b عددينِ حقيقيينِ أوْ مقداريـنِ جبريـنِ، حيثُ: $a \neq 0$ و $b \neq 0$، وكانَ m عددًا صحيحًا، فإنَّهُ يُمكِنُ كتابةُ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-m}$ بالصورةِ الآتيةِ: $\left(\frac{b}{a}\right)^{m}$.

أتدرَّبُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

1) $(3a^3b^2)(4a^2b)$ $12a^5b^3$

2) $(7a^4b^5)(4ab^3)$ $28a^5b^8$

3) $(5x^2b^4)(2ab^{-3})$ $10x^2ab$

4) $(x^5y^3)^3(xy^5)^2$ $x^{17}y^{19}$

5) $(x^4)^5(x^3y^2)^5$ $x^{35}y^{10}$

6) $(5a^3b^5)^4$ $625a^{12}b^{20}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

7) $(6a^2b^3)(5a^{-4}b^{-5})$ $\frac{30}{a^2b^2}$

8) $((-3x^2)^4)^{-7}\frac{1}{(-3)^{28}x^{56}}$

9) $(m^{-3}n^4)^{-5}$ $\frac{m^{15}}{n^{20}}$

10) $\frac{12a^2b^3}{6ab}$ $2ab^2$

11) $\frac{12a^{-3}b^4}{3a^2b^{-3}}$ $\frac{4b^7}{a^5}$

12) $\frac{(2a^2bc^2)(6abc^3)}{4ab^0c}$ $3a^2b^2c^4$

13) $\left(\frac{v}{w^{-2}}\right)^3$ v^3w^6

14) $\left(\frac{6x^2y^4}{3x^4y^3}\right)^{-2}$ $\frac{x^4}{4y^2}$

15) $\frac{30a^{-2}b^{-6}}{60a^{-6}b^{-8}}$ $\frac{a^4b^2}{2}$

4 التدريب

أتدرّب وأحل المسائل

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (15 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المُتميِّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (23 – 19).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

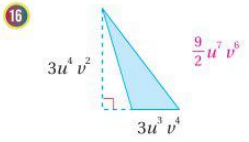
الواجب المنزلي:

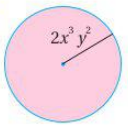
أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: (18 – 16) كتاب التمارين: (9 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (20 – 18) كتاب التمارين: (17 – 10)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (23 – 20) كتاب التمارين: (20 – 10)

www.jnob-jo.com

أجدُ مساحةَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

16 

17 

$4\pi x^6 y^4$

18 أحُلُّ المسألةَ الواردةَ بدايةَ الدرسِ. $343u^{12} v^9$

مهاراتُ التفكيرِ العليا

19 **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحَلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$\frac{2a^2b}{(-2ab^3)^{-2}} = \frac{2a^2b}{(-2)^{-2}a(b^3)^{-2}} = \frac{2a^2b}{4ab^{-6}} = \frac{2a^2bb^6}{4a} = \frac{ab^7}{2}$$ ✗

الخطأ الأول: لم يرفع a إلى -2، والصحيح أن $(a)^{-2} = \frac{1}{a^2}$

الخطأ الثاني: $(-2)^{-2} = 4$، والصحيح أن $(-2)^{-2} = \frac{1}{4}$.

الإجابة النهائية الصحيحة: $8a^4 b^7$

20 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أجدُ مقدارينِ أُسَيَّينِ ناتجُ ضربِهما هوَ $18x^3 y^4$ (أحُلُّ المسألةَ بطريقتينِ مختلفتينِ).

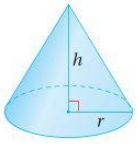
إجابات ممكنة:
1) $(2xy^2)(3xy)^2$
2) $(36y^4)\left(\frac{1}{2x^{-3}}\right)$

تحدٍّ: إذا كانَ $y = x^n$، فأُجيبُ عنِ السؤالينِ الآتيينِ تباعًا:

21 أُثبِتُ أنَّ $x^{2n+1} = xy^2$. $x^{2n+1} = x(x)^{2n} = x(x^n)^2 = xy^2$

22 أجدُ مقدارًا بدلالةِ x و y يُكافِئُ المقدارَ x^{2n-1}. $x^{2n-1} = \frac{x^{2n}}{x} = \frac{y^2}{x}$

23 **تبريرٌ:** يُعبِّرُ المقدارُ $27\pi x^3$ عنْ حجمِ المخروطِ المُجاوِرِ بالوحداتِ المُكعَّبةِ. أكتبُ مقدارًا جبريًّا أُسَيًّا بدلالةِ x يُعبِّرُ عنْ كلٍّ منْ r و h، مُبرِّرًا إجابتي.



إجابة محتملة: $r = 9x^{-2}, h = x^7$
أو: $r = 3x, h = 9x$

إرشادات:

- في السؤال 21 (**تحدّ**)، أوجّه الطلبة إلى أنه يمكنهم البدء بالطرف الأيسر، ثم إعادة كتابة المقدار الأسي للحصول على x^n واستبدالها بـ y، أو البدء بالطرف الأيمن وتبسيطه للوصول إلى الطرف الأيسر.
- في السؤال 23 (**تبرير**)، أذكّر الطلبة بأن حجم المخروط الذي طول نصف قطر قاعدته r وارتفاعه h، هو: $\frac{\pi}{3} r^2 h$

5 الإثراء

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

» أجد حجم الأسطوانة التي طول نصف قطر قاعدتها $2x^2 y$، وارتفاعها $\frac{1}{2} x^3 y^2$ في أبسط صورة. $V = 2\pi x^7 y^4$

تعليمات المشروع:

- أعرّف الطلبة بمادة البولسترين بإحضار عيّنة منها، وأوضّح لهم المطلوب في المهمة 1 من المشروع.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ المهمة 1، والاحتفاظ بأعمالهم لتقييمها عند انتهاء هذه الوحدة الدراسية.

6 الختام

- أتحقّق من فهم الطلبة موضوع الدرس، بطرح التدريب الآتي عليهم:

» **أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة، علمًا بأن أيًّا من المتغيّرات لا يساوي صفرًا:**

1 $\left(-6a^{-3} b^{-2}\right)\left(-\frac{1}{3} a^3 b^4\right)$ $2b^2$

2 $\left(\frac{n^5 m^{-1}}{(n^{-5} m)^3}\right)^{-2}$ $\frac{m^8}{n^{40}}$

www.jnob-jo.com

الدرس 2

نتاجات الدرس

- تعرّف الشروط التي ينبغي توافرها في المقدار الجذري لكي يُعدّ في أبسط صورة.
- كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال خاصية ضرب الجذور.
- كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال خاصية قسمة الجذور.
- كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة بإجراء عمليتي الجمع والطرح للمقادير الجذرية المتشابهة.
- كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال خصائص الضرب والقسمة.
- كتابة المقادير الجذرية في أبسط صورة باستعمال إنطاق المقام (الضرب في المرافق).

نتاجات التعلُّم القبلي:

- تبسيط مقادير عددية تحوي جذورًا صمّاء.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

- أوجّه الطلبة في بداية كل حصة إلى الفقرة (الفقرات) المرتبطة بما سيقدَّم من موضوعات الدرس في الحصة (إنْ وجدت) في صفحات (**أستعد لدراسة الوحدة**) في كتاب التمارين، ثم أطلب إليهم حل تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية.
- أتجوّل بين الطلبة؛ لمتابعتهم أثناء الحل، وتحديد نقاط ضعفهم، وأوجّههم إلى مراجعة المثال عندما يواجهون صعوبة في الحل.

الدرسُ 2

العملياتُ على المقاديرِ الجذريةِ
Operations with Radical Expressions

فكرةُ الدرسِ
- تبسيطُ المقاديرِ الجذريةِ.
- إجراءُ العملياتِ على المقاديرِ الجذريةِ.

المصطلحاتُ المقاديرُ الجذريةُ، إنطاقُ المقامِ، المُرافِقُ.

مسألةُ اليومِ يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ مُثلَّثًا مساحتُهُ $20\ cm^2$. أجدُ ارتفاعَ المُثلَّثِ في أبسطِ صورةٍ.

أتذكَّرُ

رمزُ الجذرِ ← دليلُ الجذرِ: $\sqrt[n]{a}$ ← المجذورُ

تبسيطُ المقاديرِ الجذريةِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ

يُطلَقُ على المقاديرِ العدديةِ أوِ المقاديرِ الجبريةِ التي تحوي جذورًا اسمُ **المقاديرِ الجذريةِ** (radical expressions)، ويكونُ كلٌّ منْها في أبسطِ صورةٍ إذا توافرَتْ فيهِ الشروطُ الآتيةُ:

- ألّا يتضمَّنَ أيُّ مجذورٍ عواملَ (ما عدا العددَ 1) يُمكِنُ كتابتُها في صورةِ قوى دليلِ الجذرِ.
- ألّا يتضمَّنَ أيُّ مجذورٍ كسورًا.
- ألّا يتضمَّنَ أيُّ كسرٍ مقامًا يحوي جذورًا.

تعلَّمْتُ في الصفِّ الثامنِ خاصيةَ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ أستعملُ هذهِ الخاصيةَ لتبسيطِ المقاديرِ الجذريةِ، علمًا بأنَّهُ يُمكِنُ بطريقةٍ مُشابهةٍ ضربُ أيِّ جذرينِ لهُما الدليلُ نفسُهُ.

مفهومٌ أساسيٌّ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

لأيِّ عددينِ حقيقيينِ a وb، ولأيِّ عددٍ صحيحٍ n، حيثُ: $n > 1$:

1) إذا كانَ n عددًا زوجيًّا، وكانَ $a \geq 0, b \geq 0$، فإنَّ: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$.

2) إذا كانَ n عددًا فرديًّا، فإنَّ: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$.

مثالانِ: $\sqrt[3]{27 \times 4} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{4} = 3\sqrt[3]{4}$ ، $\sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

www.jnob-jo.com

ملاحظاتي

1 التهيئة

- أذكّر الطلبة بـ: رمز الجذر، والمجذور، ودليل الجذر، عن طريق الشكل الآتي:

- أدوّن على اللوح قيمًا جذرية مثل الآتية:

$$\sqrt[3]{8} \quad , \quad \sqrt[4]{81} \quad , \quad \sqrt{100} \quad , \quad \sqrt{8}$$

- أطلب إلى بعض الطلبة تحديد كل من: المجذور، ودليل الجذر، لكل قيمة جذرية دوّنتها على اللوح.
- أطلب إلى الطلبة حساب قيمة كل جذر دوّنته على اللوح.
- أسأل الطلبة: أي من القيم الجذرية يُسمّى جذرًا أصمَّ؟ لماذا؟ $\sqrt{8}$؛ لأن ناتجه ليس عددًا نسبيًّا، ويساوي 2.83 تقريبًا.
- أطلب إلى الطلبة كتابة $\sqrt{8}$ بصورة مكافئة بإعادة كتابة العدد 8 بوصفه عوامل لها قوة دليل الجذر.
$\sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$
- أُخبر الطلبة أن الصورة $2\sqrt{2}$ هي صورة أبسط من $\sqrt{8}$؛ لأن المجذور أصبح عددًا لا يتضمن عوامل أولية يمكن كتابتها في صورة قوى دليل الجذر.
- أكلّف الطلبة في مجموعات ثنائية تبسيط كل من $\sqrt{50}$ و $\sqrt[3]{81}$ بالطريقة نفسها. $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$، $\sqrt[3]{81} = 3\sqrt[3]{3}$
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أوضّح للطلبة أنه يمكن جمع أو طرح الجذور المتشابهة بالطريقة نفسها التي تُجمَع أو تُطرَح بها الحدود الجبرية المتشابهة، مثل:

$$2\sqrt{2} + \sqrt{2} - 4\sqrt[3]{3} + 6\sqrt[3]{3} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt[3]{3}$$

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**مسألة اليوم**)، ثم أسألهم:
  - ما القاعدة التي تعطي مساحة المثلث؟ نصف × طول القاعدة × الارتفاع.
  - ما المعطيات وما المطلوب في المسألة؟ المعطيات: مساحة المثلث، وطول قاعدته. والمطلوب: ارتفاع المثلث.
  - كيف نجد ارتفاع المثلث في هذه المسألة؟ إجابة محتملة: نقسم مِثْلَي المساحة على طول القاعدة فيكون الناتج $\frac{40}{5-\sqrt{10}}$
  - هل هذا الناتج في أبسط صورة؟
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال الأخير في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - مَن يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة.

www.jnob-jo.com

3 التدريس

مثال 1

- أوضّح للطلبة مفهوم المقدار الجذري، والشروط التي ينبغي توفّرها فيه لكي يُعدّ في أبسط صورة، ثم أدوّن على جانب من اللوح تلك الشروط؛ لكي يسهل الرجوع إليها أثناء الدرس.
- أوضّح للطلبة خاصية ضرب الجذور بالاستعانة بصندوق (**مفهوم أساسي**)، مع تأكيد أهمية كون المجذور أكبر من أو يساوي صفرًا عندما يكون دليل الجذر عددًا زوجيًّا.
- أؤكّد ضرورة كتابة القيمة المُطلَقة عند تبسيط الجذور التي دليلها عدد زوجي والمجذور له أسّ زوجي من مضاعفات دليل الجذر والناتج له أسّ فردي، ما لم يرد ما يشير إلى أن المتغيّر كمية موجبة، مثل: $\sqrt{x^2}=|x|$ و $\sqrt[4]{x^{20}}=|x^5|$، أما إذا كان الناتج له أسّ زوجي فلا حاجة إلى القيمة المُطلَقة، مثل: $\sqrt{x^4}=x^2$ و $\sqrt[4]{x^{16}}=x^4$
- أؤكّد أنه لا حاجة إلى القيمة المُطلَقة عند تبسيط الجذور التي دليلها عدد فردي مهما كان أسّ الناتج، ومهما كانت إشارة المتغيّر، مثل: $\sqrt[3]{-x^3}=-x$ و $\sqrt[5]{x^{10}}=x^2$
- أناقش مع الطلبة حل المثال 1 على اللوح.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال إضافي:

أكتب المقدار الجذري: $\sqrt{32x^8y^{11}}, y>0$ في أبسط صورة.

$4x^4y^5\sqrt{2y}$

إذا أُريدَ تبسيطُ جذرٍ زوجيٍّ لمقدارٍ جبريٍّ أُسُّهُ زوجيٌّ، وكانَ أُسُّ المقدارِ الجبريِّ الناتجُ منَ التبسيطِ فرديًّا، فإنَّهُ يتعيَّنُ أخذُ القيمةِ المُطلَقةِ للناتجِ، وبذلكَ لا يكونُ الجوابُ عددًا سالبًا؛ لأنَّ الجذورَ الزوجيةَ لا تكونُ سالبةً، مثلَ:

$\sqrt{x^2}=|x|$, $\sqrt{x^4}=x^2$, $\sqrt[4]{x^{12}}=|x^3|$, $\sqrt[6]{(x-5)^6}=|x-5|$

أتعلَّمُ

- إذا كانَ n عددًا فرديًّا، فإنَّ: $\sqrt[n]{a^n}=a$.
- إذا كانَ n عددًا زوجيًّا، فإنَّ: $\sqrt[n]{a^n}=|a|$.

مثال 1

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1 $\sqrt{40x^4y^3}, y>0$

$\sqrt{40x^4y^3}=\sqrt{2^2\times2\times5\times x^4\times y^2\times y}$ بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ

$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{x^4}\times\sqrt{y^2}\times\sqrt{y}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$=2\times\sqrt{2}\times\sqrt{5}\times x^2\times|y|\times\sqrt{y}$ بالتبسيطِ

$=2x^2y\sqrt{10y}$ $y>0$

2 $\sqrt[4]{81(x+1)^{12}}$

$\sqrt[4]{81(x+1)^{12}}=\sqrt[4]{3^4\times((x+1)^3)^4}$ بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مرفوعةٍ إلى الأُسِّ 4

$=\sqrt[4]{3^4}\times\sqrt[4]{((x+1)^3)^4}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$=3|(x+1)^3|$ بالتبسيطِ

3 $\sqrt[5]{m^{10}n^7}$

$\sqrt[5]{m^{10}n^7}=\sqrt[5]{(m^2)^5\times n^5\times n^2}$ بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مرفوعةٍ إلى الأُسِّ 5

$=\sqrt[5]{(m^2)^5}\times\sqrt[5]{n^5}\times\sqrt[5]{n^2}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$=m^2n\sqrt[5]{n^2}$ بالتبسيطِ

أتعلَّمُ

إنَّ تحليلَ ما يُمكِنُ تحليلُهُ في المقدارِ الجبريِّ إلى عواملَ مُربَّعةٍ يُسهِّلُ عمليةَ تبسيطِ المقدارِ الجذريِّ التربيعيِّ.

أتعلَّمُ

وردَ في السؤالِ أنَّ $y>0$؛ لذا لا توجدُ ضرورةٌ لكتابةِ رمزِ القيمةِ المُطلَقةِ.

أتعلَّمُ

لا أستعملُ القيمةَ المُطلَقةَ في هذهِ المسألةِ؛ لأنَّ دليلَ الجذرِ فرديٌّ.

www.jnob-jo.com

أتحقَّقُ من فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\sqrt{12x^3y^2}\,,\ x>0$ — $\dfrac{2\sqrt{3x}\ x\,|y|}{}$

b) $\sqrt[6]{64(x^2-3)^6}$ — $\dfrac{2|x^2-3|}{}$

c) $\sqrt[7]{98\,r^8\,q^9}$ — $\dfrac{rq\sqrt[7]{98rq^2}}{}$

تبسيطُ المقاديرِ الجذريةِ باستعمالِ خاصيةِ القسمةِ

تعلَّمْتُ في الصفِّ الثامنِ خاصيةَ قسمةِ الجذورِ التربيعيةِ. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ أستعملُ هذهِ الخاصيةَ لتبسيطِ المقاديرِ الجذريةِ، علمًا بأنَّهُ يُمكِنُ بطريقةٍ مُشابِهةٍ قسمةُ أيِّ جذرينِ لهُما الدليلُ نفسُهُ.

مفهومٌ أساسيٌّ — **خاصيةُ قسمةِ الجذورِ**

لأيِّ عددينِ حقيقيينِ a وb، ولأيِّ عددٍ صحيحٍ n، حيثُ: $n>1$:

1) إذا كانَ n عددًا زوجيًّا، وكانَ $a\geq 0, b>0$، فإنَّ: $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.

2) إذا كانَ n عددًا فرديًّا، وكانَ $b\neq 0$، فإنَّ: $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.

مثالان: $\sqrt[3]{\dfrac{8}{-27}}=\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{-27}}=\dfrac{2}{-3}$ ، $\sqrt{\dfrac{25}{4}}=\dfrac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}=\dfrac{5}{2}$

تعلَّمْتُ سابقًا أنَّ المقدارَ الجذريَّ لا يكونُ في أبسطِ صورةٍ إذا احتوى أيُّ مقامٍ فيهِ على جذورٍ. والآنَ سأتعلَّمُ كيفَ يُمكِنُ التخلُّصُ منَ الجذرِ الذي في المقامِ عنْ طريقِ عمليةٍ تُسمّى **إنطاقَ المقامِ** (rationalizing the denominator)، وتتضمَّنُ ضربَ البسطِ والمقامِ في مقدارٍ جذريٍّ، بحيثُ لا يحوي ناتجُ الضربِ جذورًا في المقامِ كما في الجدولِ الآتي:

مثالٌ	ضربُ البسطِ والمقامِ في	المقامُ
$\dfrac{7}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\dfrac{7\sqrt{5}}{5}$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
$\dfrac{7}{\sqrt[3]{5}}\times\dfrac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}}=\dfrac{7\sqrt[3]{5^2}}{5}$	$\sqrt[n]{a^{n-m}}$	$\sqrt[n]{a^m}$

إرشادات:

- في فقرة (**مسألة اليوم**) أذكّر الطلبة بأن مساحة المثلث تساوي نصف طول قاعدة المثلث مضروبًا في ارتفاعه.
- أناقش مع الطلبة مضامين صناديق (**أتعلّم**) الواردة في هامش صفحة المثال 1 في كتاب الطالب؛ لما لها من أهمية في فهم تبسيط المقادير الجذرية.
- أتأكّد من تدوين الشروط جميعها التي ترد في المفاهيم الأساسية عند مناقشتها، مثل: دليل الجذر n عدد صحيح و $n>0$

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

www.jnob-jo.com

مثال 2

- أوضّح للطلبة خاصية قسمة الجذور بالاستعانة بصندوق (**مفهوم أساسي**)، وأذكّرهم بعملية إنطاق المقام، وأُخبرهم أنه يمكن استعمال خاصية قسمة الجذور وعملية إنطاق المقام لتبسيط المقادير الجذرية، وأستعين بأمثلة عددية مناسبة، مثل:

$$\sqrt{\frac{16}{9}}\ ,\ \sqrt[3]{\frac{-8}{125}}\ ,\ \frac{3}{\sqrt{2}}\ ,\ \frac{5}{\sqrt[3]{4}}$$

- أوضّح للطلبة أنه في حال كان الكسر مكتوبًا بالصورة $\frac{a}{\sqrt[n]{b^m}}$، فإنه يمكن إنطاق المقام بضرب كل من البسط والمقام في $\sqrt[n]{b^{n-m}}$

فمثلًا: لإنطاق المقام للكسر $\frac{5}{\sqrt[3]{4}}$، نضرب كلًّا من البسط والمقام في $\sqrt[3]{4^2}$؛ ليصبح الكسر الناتج في أبسط صورة، أي: $\frac{5\sqrt[3]{2}}{2}$

- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 2 على اللوح، مع مراعاة تدوين التبرير أمام كل خطوة في الحل.

- أكلّف أحد الطلبة حل الفرع 2 من المثال 2 على اللوح، وأطلب إليه تبرير كل خطوة من خطوات حله.

- أناقش الطلبة في حل الفرع 3 من المثال 2 على اللوح مع ذكر التبرير لكل خطوة شفويًّا.

مثال 2

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

1 $\frac{\sqrt{7x}}{\sqrt{8}}$

$\frac{\sqrt{7x}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{7x}}{\sqrt{2\times 2^2}}$ — بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ

$= \frac{\sqrt{7x}}{2\sqrt{2}}$ — بالتبسيطِ

$= \frac{\sqrt{7x}}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ — بإنطاقِ المقامِ

$= \frac{\sqrt{14x}}{4}$ — خاصيةُ ضربِ الجذورِ

2 $\sqrt{\frac{x}{y^5}}$

$\sqrt{\frac{x}{y^5}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y^5}}$ — خاصيةُ قسمةِ الجذورِ

$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{(y^2)^2\times y}}$ — بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ

$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{(y^2)^2}\times\sqrt{y}}$ — خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= \frac{\sqrt{x}}{y^2\times\sqrt{y}}$ — بالتبسيطِ

$= \frac{\sqrt{x}}{y^2\times\sqrt{y}} \times \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{y}}$ — بإنطاقِ المقامِ

$= \frac{\sqrt{xy}}{y^3}$ — $\sqrt{y}\times\sqrt{y} = y$

أتذكَّرُ

إذا كانَ a عددًا حقيقيًّا، حيثُ: $a \geq 0$، فإنَّ: $\sqrt{a}\times\sqrt{a} = a$، وهذا منْ خصائصِ الجذورِ التربيعيةِ.

www.jnob-jo.com

3 $\sqrt[3]{\frac{2n}{9m}}$

$\sqrt[3]{\frac{2n}{9m}} = \frac{\sqrt[3]{2n}}{\sqrt[3]{9m}}$ خاصيةُ قسمةِ الجذورِ

$= \frac{\sqrt[3]{2n}}{\sqrt[3]{9m}} \times \frac{\sqrt[3]{3m^2}}{\sqrt[3]{3m^2}}$ بإنطاقِ المقامِ

$= \frac{\sqrt[3]{6nm^2}}{\sqrt[3]{27m^3}}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= \frac{\sqrt[3]{6nm^2}}{3m}$ $\sqrt[3]{27m^3} = 3m$

أتحقَّقُ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

a) $\frac{\sqrt{5x^2}}{\sqrt{18}}$ $\frac{\sqrt{10}\,x}{6}$ b) $\sqrt{\frac{12x^3}{y^3}}$ $\frac{2x^2\sqrt{3y}}{y^2}$ c) $\sqrt[5]{\frac{7}{16x^3}}$ $\frac{\sqrt[5]{14x^2}}{2x}$

العملياتُ على المقاديرِ الجذريةِ

يُطلَقُ على الجذورِ التي لها الدليلُ نفسُهُ والمجذورُ نفسُهُ اسمُ الجذورِ المُتشابهةِ، ويُمكِنُ جمعُ المقاديرِ الجذريةِ وطرحُها بطريقةٍ مُشابهةٍ لطريقةِ جمعِ المقاديرِ الجبريةِ وطرحِها.

$\sqrt[3]{2c}$ ، $\sqrt{2c}$
جذرانِ غيرُ مُتشابهينِ.

$5\sqrt[3]{2c}$ ، $-4\sqrt[3]{2c}$
جذرانِ مُتشابهانِ.

أتذكَّرُ

المجذورُ هوَ المقدارُ العدديُّ أوِ المقدارُ الجبريُّ الذي يوجدُ أسفلَ رمزِ الجذرِ.

مثال 3

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

1 $\sqrt[4]{162} + \sqrt[4]{2}$

$\sqrt[4]{162} + \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^4 \times 2} + \sqrt[4]{2}$ بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مرفوعةٍ إلى الأُسِّ 4

$= \sqrt[4]{3^4} \times \sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{2}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

تنويع التعليم

توسعة:

أطلب إلى الطلبة المتميزين حل الفرع 3 من المثال 2 بطريقة أخرى.

طريقة أخرى للحل:

$$\sqrt[3]{\frac{2n}{9m}} = \sqrt[3]{\frac{2n}{9m} \times \frac{3m^2}{3m^2}} = \frac{\sqrt[3]{6nm^2}}{\sqrt[3]{27m^3}} = \frac{\sqrt[3]{6nm^2}}{3m}$$

إرشاد: ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (أتذكّر) الوارد في هامش المثال 2؛ لما له من أهمية في تذكير الطلبة بالخاصّية: $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a, a \geq 0$

أخطاء شائعة:

- قد يخطئ بعض الطلبة فيكتبون: $\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{a} = a$ قياسًا على خاصّية الجذور التربيعية: $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a, a \geq 0$، ولعلاج ذلك أوضّح لهم الفرق بين الحالتين بتذكيرهم بصورة الأسس النسبية المكافئة وقوانين الأسس.
- قد يخطئ بعض الطلبة فيكتبون: $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = x + y$، ولعلاج ذلك أذكّرهم بمربع مجموع حدّين حيث:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

www.jnob-jo.com

مثال 3

- أبيّن للطلبة أنه يمكن جمع الجذور المتشابهة وطرحها بالطريقة نفسها التي تُجمَع بها الحدود الجبرية المتشابهة وتُطرَح، وأؤكّد أن الجذور تُعدّ متشابهة إذا كان لها الدليل نفسه والمجذور نفسه، وأوضّح ذلك بأمثلة ولاأمثلة عددية مناسبة، مثل:

جذور متشابهة: $3\sqrt{2}, \sqrt{2}, -4\sqrt{2}$

جذور غير متشابهة: $\sqrt{2}, \sqrt[3]{2}, 2\sqrt[3]{3}$

- أناقش الطلبة في حل فرعي المثال 3 على اللوح.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتذكّر**) الذي يسبق المثال 3؛ لتذكيرهم بالمجذور.
- أذكّر الطلبة بأهمية الانتباه إلى دليل الجذر عند التفكير بتحليل المجذور إلى عوامل لها أسّ مماثل لدليل الجذر أو من مضاعفاته.

$= 3\sqrt[4]{2} + \sqrt[4]{2}$ بالتبسيط

$= 4\sqrt[4]{2}$ بجمع الجذور المُتشابهة

2 $\sqrt[3]{24x} - \sqrt[3]{81x}$

$\sqrt[3]{24x} - \sqrt[3]{81x} = \sqrt[3]{2^3 \times 3x} - \sqrt[3]{3^3 \times 3x}$ بتحليل ما يُمكن تحليلُهُ إلى عوامل مرفوعة إلى الأُسّ 3

$= \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{3x} - \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{3x}$ خاصيةُ ضربِ الجذور

$= 2\sqrt[3]{3x} - 3\sqrt[3]{3x}$ بالتبسيط

$= -\sqrt[3]{3x}$ بطرحِ الجذورِ المُتشابهةِ

أتحقّقُ من فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

a) $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{375}$ $8\sqrt[3]{3}$

b) $\sqrt{160xy} - \sqrt{40xy}$ $2\sqrt{10xy}$

يُمكِنُ ضربُ المقاديرِ الجذريةِ وقسمتُها بطريقةٍ مُشابِهةٍ لطريقةِ ضربِ المقاديرِ الجبريةِ وقسمتِها.

مثال 4

أكتبُ كُلًّا منَ المقاديرِ الجذريةِ الآتيةِ في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

1 $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{24}$

$\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{9 \times 24}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= \sqrt[3]{3^2 \times 2^3 \times 3}$ بالتحليلِ إلى العواملِ الأوّليةِ

$= \sqrt[3]{3^3 \times 2^3}$ بتجميعِ العواملِ في صورةِ أُسسٍ تكعيبيةٍ

$= \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{2^3}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= 3 \times 2 = 6$ بالتبسيط

أفكّرُ

هلْ يُمكِنُ حَلُّ الفرعِ 1 منَ المثالِ بطريقةٍ أُخرى؟ أُبرِّرُ إجابتي.

www.jnob-jo.com

أفكّرُ

هلْ يُمكِنُ حَـلُّ الفرعِ 2 منَ المثالِ بطريقةٍ أُخرى؟ أُبرِّرُ إجابتي.

2 $\sqrt{40} \div \sqrt{5}$

$\sqrt{40} \div \sqrt{5} = \sqrt{\frac{40}{5}}$ خاصيةُ قسمةِ الجذورِ

$= \sqrt{8}$ بالتبسيطِ

$= \sqrt{2^2 \times 2}$ بتحليلِ ما يُمكِنُ تحليلُهُ إلى عواملَ مُربَّعةٍ

$= \sqrt{2^2} \times \sqrt{2}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= 2\sqrt{2}$ بالتبسيطِ

3 $(3\sqrt{5} - \sqrt{3})(2 + 4\sqrt{3})$

باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ

$(3\sqrt{5}-\sqrt{3})(2+4\sqrt{3}) = 3\sqrt{5} \times 2 + 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{3} - \sqrt{3} \times 2 - \sqrt{3} \times 4\sqrt{3}$

$= 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5 \times 3} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3^2}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= 6\sqrt{5} + 12\sqrt{15} - 2\sqrt{3} - 12$ بالتبسيطِ

4 $2\sqrt[3]{2x^2y^2} \times 5\sqrt[3]{4x^5y}$

$2\sqrt[3]{2x^2y^2} \times 5\sqrt[3]{4x^5y} = 2 \times 5 \times \sqrt[3]{2x^2y^2 \times 4x^5y}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= 10 \times \sqrt[3]{2x^2y^2 \times 2^2 \times x^5y}$ بتحليلِ الثوابتِ

$= 10 \times \sqrt[3]{2^3 \times x^6 \times x \times y^3}$ بتجميعِ العواملِ في صورةِ أُسسٍ تكعيبيةٍ

$= 10 \times \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{x^6} \times \sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{y^3}$ خاصيةُ ضربِ الجذورِ

$= 10 \times 2 \times x^2 \times \sqrt[3]{x} \times y$ بالتبسيطِ

$= 20x^2y\sqrt[3]{x}$ بالتبسيطِ

أتحقَّقُ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا منَ المقاديرِ الجذريةِ الآتيةِ في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

a) $\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{80}$ $4\sqrt[3]{5}$

b) $\sqrt{50} \div \sqrt{8}$ $\frac{5}{2}$

c) $(5\sqrt{3} - 6)(5\sqrt{3} + 6)$ 39

d) $4\sqrt[3]{50x^2y^5} \times 2\sqrt[3]{15x^3y^2}$ $40xy^2\sqrt[3]{6x^2y}$

مثال 4

- أُخبر الطلبة أنه يمكن ضرب المقادير الجذرية وقسمتها بطريقة مشابهة لطريقة ضرب المقادير الجبرية وقسمتها.
- أناقش مع الطلبة حل الفروع 1 و 2 و 3 من المثال 4 على اللوح، وأحرص على تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- أذكّر الطلبة بخاصّية التوزيع وكيفية تطبيقها أفقيًّا وعموديًّا عند مناقشة حل الفرع 3 من المثال 4
- أطلب إلى أحد الطلبة حل الفرع 4 من المثال 4 على اللوح، وأحثّه على تبرير كل خطوة من خطوات حله.

إرشادات:

- أناقش مع الطلبة السؤالين الواردين في صندوقي (**أفكّر**) المجاورين للفرع 1 وللفرع 2 من المثال 4، وأحثّ الطلبة على تبرير إجاباتهم.
- أؤكّد للطلبة أهمية التفكير في حل الأسئلة بأكثر من طريقة؛ بهدف تنمية مهارة التحقق من صحة الحل التي تُعدّ من الخطوات الأساسية لحل المسائل (أفهم- أخطط- أنفذ- أتحقّق).

www.jnob-jo.com

مثال 5

- أوضّح للطلبة تحليل الفرق بين مربعين $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$، وأن كلًّا من المقدارين $(a-b)$ و $(a+b)$ يُسمّى مرافقًا للمقدار الآخر، وفي حالة المقادير الجذرية، فإن $a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$ يُسمّى كل منهما مرافقًا للآخر، ويكون حاصل ضربهما هو a^2b-c^2d، ويلاحظ أن حاصل الضرب هذا يخلو من الجذور، فمثلًا: المقدار $3\sqrt{2}-\sqrt{3}$ مرافقه هو $3\sqrt{2}+\sqrt{3}$، وحاصل ضربهما هو:

$$(3\sqrt{2}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})=$$
$$(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2=18-3=15$$

- أُخبر الطلبة أن الضرب في المرافق يمكن استعماله لإنطاق المقامات في الكسور التي تحوي مقاماتها مقادير جذرية.
- أناقش مع الطلبة حل الفرع 1 من المثال 5 على اللوح، وأؤكّد في الخطوة الأولى ضرورة ضرب كل من البسط والمقام في مرافق المقام، وأحرص على تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- أكلّف أحد الطلبة حل الفرع 2 من المثال 5 على اللوح، وأحثّه على تبرير كل خطوة من خطوات الحل.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال إضافي

أكتب المقدار: $\frac{-6}{2-3\sqrt{2}}$ في أبسط صورة. $\frac{6+9\sqrt{2}}{7}$

يُسمّى كلٌّ من $a\sqrt{b}+c\sqrt{d}$ و $a\sqrt{b}-c\sqrt{d}$ **مُرافِقًا** (conjugate) للآخر؛ لأنَّ ناتجَ ضربِهما لا يحوي جذورًا. فمثلًا، كلٌّ من $3+\sqrt{2}$ و $3-\sqrt{2}$ هوَ مُرافِقٌ للآخرِ؛ لأنَّ:

$$(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=(3)^2-(\sqrt{2})^2 \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
$$=9-2 \quad (3)^2=9,\ (\sqrt{2})^2=2$$
$$=7 \quad \text{بالتبسيط}$$

أتعلَّمُ
يُسمّى المقدارُ a^2-b^2 فرقًا بينَ مُربَّعين.

يُستعمَلُ المُرافِقُ لإنطاقِ بعضِ المقاماتِ في المقاديرِ الجذريةِ، وذلكَ بضربِ البسطِ والمقامِ في مُرافِقِ المقامِ، ثمَّ تبسيطِ الناتجِ.

مثال 5

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

1 $\frac{2}{6+\sqrt{3}}$

$$\frac{2}{6+\sqrt{3}}=\frac{2}{6+\sqrt{3}}\times\frac{6-\sqrt{3}}{6-\sqrt{3}} \quad \text{بضربِ البسطِ والمقامِ في مُرافِقِ المقامِ}$$
$$=\frac{2(6-\sqrt{3})}{6^2-(\sqrt{3})^2} \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
$$=\frac{2(6-\sqrt{3})}{36-3} \quad 6^2=36,\ (\sqrt{3})^2=3$$
$$=\frac{12-2\sqrt{3}}{33} \quad \text{باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ، والتبسيطِ}$$

أتذكَّرُ
إذا كانَ المقدارُ الجذريُّ في أبسطِ صورةٍ، فإنَّهُ لا يتضمَّنُ مقامًا يحوي جذورًا.

2 $\frac{x}{1-\sqrt{x}}$

$$\frac{x}{1-\sqrt{x}}=\frac{x}{1-\sqrt{x}}\times\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \quad \text{بضربِ البسطِ والمقامِ في مُرافِقِ المقامِ}$$
$$=\frac{x(1+\sqrt{x})}{1^2-(\sqrt{x})^2} \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2$$
$$=\frac{x(1+\sqrt{x})}{1-x} \quad 1^2=1,\ (\sqrt{x})^2=x$$
$$=\frac{x+x\sqrt{x}}{1-x} \quad \text{باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ، والتبسيطِ}$$

www.jnob-jo.com

اتحقَّقُ منْ فهمي

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

a) $\frac{7}{4-\sqrt{5}}$ $\frac{28+7\sqrt{5}}{11}$

b) $\frac{8}{3+\sqrt{x}}$ $\frac{24-8\sqrt{x}}{9-x}$

أتدرَّبُ وأحُلُّ المسائل

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1) $\sqrt{4x^6}$ $2|x^3|$

2) $\sqrt[3]{a^3b^6}$ ab^2

3) $\sqrt{144x^3y^4z^5},\ x>0, z>0$ $12xy^2z^2\sqrt{xz}$

4) $\sqrt[3]{-24x^{13}y^6}$ $-2x^4y^2\sqrt[3]{3x}$

5) $\sqrt[4]{625u^5v^8},\ u>0$ $5uv^2\sqrt[4]{u}$

6) $\sqrt[6]{25r^6q^8}$ $\sqrt[6]{25q^2}\ |r|\,|q|$

7) $\sqrt[5]{160x^8z^4}$ $2x\sqrt[5]{5x^3z^4}$

8) $\sqrt{121(z-2)^{14}}$ $11\times|(z-2)^7|$

9) $\sqrt[3]{37(2x-5)^{15}}$ $\sqrt[3]{37}\,(2x-5)^5$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

10) $\frac{\sqrt[3]{192x^9}}{\sqrt[3]{3x}}$ $4x^2\sqrt[3]{x}$

11) $\frac{5}{\sqrt[3]{9a^2}}$ $\frac{5\sqrt[3]{3a}}{3a}$

12) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{9z}}$ $\frac{\sqrt{6z}}{3z}$

13) $\sqrt{\frac{5x^4}{2x^2y^3}}$ $\frac{\sqrt{10yx}}{2y^2}$

14) $\sqrt[4]{\frac{16t^4}{y^8}}$ $\frac{2t}{y}$

15) $\sqrt[5]{\frac{3}{y}}$ $\frac{\sqrt[5]{3y^4}}{y}$

أكتبُ كُلًّا منَ المقاديرِ الجذريةِ الآتيةِ في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

16) $\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{2}$ $2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

17) $5\sqrt[3]{16}+\sqrt[3]{54}$ $10\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}=13\sqrt[3]{2}$

18) $\sqrt[3]{54xy^3}-y\sqrt[3]{128x}$ $-y\sqrt[3]{2x}$

19) $\sqrt[4]{5w^{10}}-6\sqrt[4]{405w^6}$ $w^2\sqrt[4]{5w^2}-18w\sqrt[4]{5w^2}$

20) $5\sqrt{2xy^6}\times2\sqrt{2x^3y}$ $20x^2y^3\sqrt{y}$

21) $(3+\sqrt{7})(2+\sqrt{6})$ $6+3\sqrt{6}+2\sqrt{7}+\sqrt{42}$

22) $\sqrt[5]{8xy^7}\times\sqrt[5]{6x^6}$ $xy\sqrt[5]{48x^2y^2}$

23) $\frac{2\sqrt{x}\times\sqrt{x^3}}{\sqrt{9x^{10}}}$ $\frac{2}{3x^3}$

24) $\frac{\sqrt[3]{y^8}}{\sqrt[3]{27y}\times\sqrt[3]{y^{11}}}$ $\frac{1}{3y^2}$

25) $\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ $\sqrt{2}-1$

26) $\frac{4}{3-\sqrt{3}}$ $2+\frac{2}{3}\sqrt{3}$

27) $\frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ $\frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-1}$

الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 19, 22, 25, 29 كتاب التمارين: 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: 20, 23, 26, 28 كتاب التمارين: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 22
فوق المتوسط	كتاب الطالب: 21, 24, 27, (30–33) كتاب التمارين: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 22

4 التدريب

أتدرّب وأحل المسائل

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (18 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المقدّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (33 – 30).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشاد:

في السؤال 30 (**أكتشف المختلف**)، أوجّه الطلبة إلى التفكير في أبسط صورة للمقادير الجذرية المعطاة.

www.jnob-jo.com

5 الإثراء

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة الإثرائية الآتية:

» أجد ناتج:

$$\left(\sqrt{3-\sqrt{8}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}\right)^2+\sqrt{4-2\sqrt{3}}\times\sqrt{4+2\sqrt{3}}$$

في أبسط صورة. 10

» أُثبت (من دون استعمال الآلة الحاسبة) أن:

$$\sqrt{18+\sqrt{180}}=\sqrt{3}+\sqrt{15}$$

$$\sqrt{18+\sqrt{180}}=\sqrt{3+15+\sqrt{4\times3\times15}}$$

$$=\sqrt{3+15+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{15}}$$

$$=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{15})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{15}}$$

$$=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{15})^2}$$

$$=\sqrt{3}+\sqrt{15}$$

تعليمات المشروع:

- أوجّه الطلبة إلى العمل ضمن مجموعاتهم التي نفّذت المهمة 1.
- أذكّر الطلبة بمجسّم الهرم الرباعي وقاعدته وارتفاعه، وأوضّح لهم معنى قصّ الهرم بموازاة قاعدته.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ المهمة 2، والاحتفاظ بأعمالهم؛ لتقييمها عند انتهاء هذه الوحدة الدراسية.

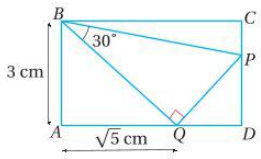
6 الختام

- أتحقّق من فهم الطلبة موضوع الدرس، بتوجيه السؤال الآتي إليهم:

» **أكتب كلًّا مما يأتي في أبسط صورة:**

1. $\sqrt[4]{\frac{16}{10000}x^{12}y^8}$ — $\frac{1}{5}|x^3|y^2$
2. $\frac{3a}{\sqrt[3]{9a^2}}$ — $\sqrt[3]{3a}$
3. $\frac{4}{2+\sqrt{2}}$ — $4-2\sqrt{2}$

28 يظهرُ المستطيلُ $ABCD$ في الشكلِ المُجاورِ. أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ لإيجادِ طولِ $\overline{PQ}$ في أبسطِ صورةٍ. $\frac{\sqrt{42}}{3}$



29 أحُلُّ المسألةَ الواردةَ بدايةَ الدرسِ. $\frac{40+8\sqrt{10}}{3}$

مهاراتُ التفكيرِ العليا

30 **أكتشفُ المختلفَ:** أيُّ المقاديرِ الجذريةِ الآتيةِ مختلفٌ، مُبرِّرًا إجابتي؟

$\sqrt[5]{7yx^8}$ غير مكتوب في أبسط صورة، والباقي في أبسط صورة.

$\frac{\sqrt{xy}}{y^3}$ — $\sqrt[5]{7yx^8}$

$\sqrt[4]{xy^3}$ — $\sqrt{5yx}$

31 **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحَلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$\sqrt[6]{64h^{12}g^6}=\sqrt[6]{2^6\times(h^2)^6\times g^6}$$

$$=\sqrt[6]{2^6}\times\sqrt[6]{(h^2)^6}\times\sqrt[6]{g^6}$$

$$=2h^2g$$

يجب أن يظهر في الناتج $|g|$ بدل g في الإجابة النهائية؛ لأن $\sqrt[6]{g^6}=|g|$

32 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مقدارًا جذريًّا مُكافِئًا للمقدارِ $8|x|y^2$ إجابة ممكنة: $\sqrt{64x^2y^4}$

33 **تحدٍّ:** أجدُ قيمةَ: $\frac{\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}-\frac{3}{2\sqrt{7}-1}$ في أبسطِ صورةٍ. $\frac{23\sqrt{7}-65}{18}$

www.jnob-jo.com

الدرس
3

نتاجات الدرس

- حلّ المعادلات الجذرية.
- التحقّق من صحة حل المعادلات الجذرية جبريًّا وبيانيًّا باستعمال أدوات التكنولوجيا.
- تمييز الحل الدخيل للمعادلة الجذرية.

نتاجات التعلُّم القبلي:

- حل المعادلات الخطية والمعادلات التربيعية.

مراجعة التعلّم القبلي ومعالجة الفاقد التعليمي:

- أوجّه الطلبة في بداية كل حصة إلى الفقرة (الفقرات) المرتبطة بما سيقدَّم من موضوعات الدرس في الحصة (إنْ وجدت) في صفحات (**أستعد لدراسة الوحدة**) في كتاب التمارين، ثم أطلب إليهم حل تدريباتها داخل الغرفة الصفية بصورة فردية.
- أتجوّل بين الطلبة؛ لمتابعتهم أثناء الحل، وتحديد نقاط ضعفهم، وأوجّههم إلى مراجعة المثال عندما يواجهون صعوبة في الحل.

1 التهيئة

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأوزّع على كل مجموعة **ورقة المصادر 1: مسابقة المعادلات الخطية والمعادلات التربيعية**.
- أوجّه الطلبة إلى أن لديهم 5 دقائق للتوصّل إلى حلول أكبر عدد ممكن من المعادلات المعطاة في العمود الأيمن من الجدول.
- أتابع عمل المجموعات، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة.
- أطلب كتابة اسمَي الطالبين/ الطالبتين عند نهاية الدقائق الخمس في نهاية الورقة، وتبادل الأوراق بين المجموعات.

- أناقش الحل مع الصف كاملًا، وأطلب إلى المجموعات تصحيح الحلول في الأوراق التي بين أيديهم.
- أجمع الأوراق من المجموعات، ثم أُعلن فوز ثلاث من المجموعات حصلت على أكبر عدد من الإجابات الصحيحة.
- أعزّز الطلبة في المجموعات الفائزة، وأُثني على جهود الطلبة جميعهم.

الدرسُ
3

حَلُّ المعادلاتِ الجذريةِ
Solving Radical Equations

فكرةُ الدرسِ حَلُّ معادلاتٍ تحوي مقاديرَ جذريةً.

المصطلحاتُ المعادلاتُ الجذريةُ، الحلولُ الدخيلةُ.

مسألةُ اليومِ تعطى سرعةُ الصوتِ بالمترِ لكلِّ ثانيةٍ قربَ سطحِ الأرضِ بالمعادلةِ الآتيةِ: $V = 20\sqrt{t + 273}$، حيثُ t درجةُ الحرارةِ بالسلسيوس. إذا كانَتْ سرعةُ الصوتِ هيَ 340 m/s، فما درجةُ الحرارةِ عندئذٍ؟

المعادلاتُ الجذريةُ

يُطلَقُ على المعادلاتِ التي تحوي مُتغيِّرًا تحتَ الجذرِ اسمُ **المعادلاتِ الجذريةِ** (radical equations)، ومنْ أمثلتِها:

$$\sqrt[3]{x+4} = -8 \quad , \quad 2x + 3 = \sqrt{1 - 7x} \quad , \quad 5\sqrt{x+1} = 3$$

توجدُ أربعُ خطواتٍ يتعيَّنُ اتِّباعُها لحَلِّ المعادلاتِ الجذريةِ.

أتعلَّمُ

تنتجُ معادلةٌ أُخرى (خطيةٌ، أوْ تربيعيةٌ مثلًا) منْ رفعِ طرفي المعادلةِ إلى أُسٍّ مساوٍ لدليلِ الجذرِ، ويُمكِنُ حَلُّ هذهِ المعادلةِ باستعمالِ طرائقِ حَلِّ المعادلاتِ التي تعلَّمْتُها سابقًا.

مفهومٌ أساسيٌّ خطواتُ حَلِّ المعادلاتِ الجذريةِ

يُمكِنُ حَلُّ المعادلاتِ الجذريةِ باتِّباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

الخطوةُ 1: جعلُ الجذرِ وحدَهُ أحدَ طرفي المعادلةِ إنْ كانَ ذلكَ ضروريًّا.

الخطوةُ 2: رفعُ طرفي المعادلةِ إلى أُسٍّ مساوٍ لدليلِ الجذرِ؛ تخلُّصًا منَ الجذرِ.

الخطوةُ 3: حَلُّ المعادلةِ الناتجةِ.

الخطوةُ 4: التحقُّقُ منْ صحَّةِ الحَلِّ.

www.jnob-jo.com

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في بند (**مسألة اليوم**)، ثم أسألهم:
  - » ما وحدة قياس سرعة الصوت في المسألة؟ متر لكل ثانية.
  - » ما الذي يمثله المتغيّر t في المعادلة المعطاة؟ درجة الحرارة بالسلسيوس.
  - » كيف تؤثّر قيمة درجة الحرارة t في قيمة سرعة الصوت V؟ كلما زادت قيمة t ازدادت قيمة V.
  - » كيف نجد قيمة V عندما تُعطى قيمة t؟ بتعويض قيمة t في المعادلة.
  - » كيف نجد قيمة t عندما تكون قيمة V معطاة وتساوي 340 m/s؟ نحل المعادلة $20\sqrt{t+273}=340$
  - » ماذا تُسمّى المعادلة: $20\sqrt{t+273}=340$؟ وكيف نحلّها؟ ستختلف إجابات الطلبة.
- أُخبر الطلبة أنّهم سيتعرّفون إجابة السؤال السابق في هذا الدرس.
- أناقش الطلبة في إجاباتهم، ثمّ أسألهم:
  - » ما رأيكم في إجابة زميلكم/ زميلتكن؟
  - » مَن يتفق مع إجابة زميله/ زميلتها؟
- أعزّز الإجابات الصحيحة، وأتقبّل إجابات الطلبة كافّة.

مثال 1

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1 $\sqrt{x}+4=12$

المعادلةُ الأصليةُ	$\sqrt{x}+4=12$
بطرحِ 4 منْ طرفي المعادلةِ	$\sqrt{x}=8$
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	$x=64$

أتحقّق: للتحقُّقِ منْ صحّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$\sqrt{x}+4=12$
بتعويضِ $x=64$	$\sqrt{64}+4\stackrel{?}{=}12$
بالتبسيطِ	$12=12$ ✓

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=64$.

الدعمُ البيانيُّ:

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\sqrt{x}+4$، والمعادلةِ: $y=12$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ عندما $x=64$.

2 $2\sqrt{3x+4}=8$

المعادلةُ الأصليةُ	$2\sqrt{3x+4}=8$
بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 2	$\sqrt{3x+4}=4$
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	$3x+4=16$
بطرحِ 4 منْ طرفي المعادلةِ	$3x=12$
بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 3	$x=4$

www.jnob-jo.com

أتحقَّق: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$2\sqrt{3x+4}=8$
بتعويضِ $x=4$	$2\sqrt{3(4)+4}\stackrel{?}{=}8$
بالتبسيطِ	$8=8$ ✓

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=4$.

الدعمُ البيانيُّ:

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=2\sqrt{3x+4}$، والمعادلةِ: $y=8$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ عندما $x=4$.

3 $\sqrt[3]{2x-9}-6=-3$

المعادلةُ الأصليةُ	$\sqrt[3]{2x-9}-6=-3$
بجمعِ 6 إلى طرفي المعادلةِ	$\sqrt[3]{2x-9}=3$
بتكعيبِ طرفي المعادلةِ	$2x-9=27$
بجمعِ 9 إلى طرفي المعادلةِ	$2x=36$
بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 2	$x=18$

أتحقَّق: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ x الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$\sqrt[3]{2x-9}-6=-3$
بتعويضِ $x=18$	$\sqrt[3]{2(18)-9}-6\stackrel{?}{=}-3$
بالتبسيطِ	$-3=-3$ ✓

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=18$.

3 التدريس

مثال 1

- أوضّح للطلبة المقصود بالمعادلات الجذرية مع تدوين أمثلة عليها على اللوح، مثل: $3\sqrt{x-5}=12$، ثم أختار واحدة منها لأوضّح خطوات حلها بالاستعانة بالخطوات الواردة في صندوق (**مفهوم أساسي**) الوارد في كتاب الطالب، مع تأكيد أهمية الخطوة الأخيرة المُتمثِّلة بالتحقق من صحة الحل بتعويضه في المعادلة الأصلية.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 1 من المثال 1 على اللوح، وأؤكّد لهم أهمية التحقّق من صحة الحل.
- أستعين ببرمجية جيوجبرا لتأكيد صحة الحل بيانيًّا، وأذكّر الطلبة أن الإحداثي x لنقطة التقاطع يمثّل حل المعادلة.
- أكلّف أحد الطلبة حل الفرع 2 من المثال 1 على اللوح.
- أناقش الطلبة في حل الفرع 3 من المثال 1 على اللوح.
- إن لزم الأمر، أناقش الطلبة في مزيد من الأمثلة؛ للتحقّق من إتقانهم هذه المهارة.

مثال إضافي:

أحل المعادلة: $\frac{1}{2}\sqrt[5]{2x+4}=-1$

$x=-18$

www.jnob-jo.com

الدعمُ البيانيُّ:

أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y = \sqrt[3]{2x-9} - 6$، والمعادلةِ: $y = -3$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ عندما $x = 18$.

أتحقَّقُ منْ فهمي

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

a) $2 + \sqrt{x} = 8$ — أنظر تحقق الطلبة، $x = 36$

b) $4\sqrt{7x+1} - 2 = 14$ — أنظر تحقق الطلبة، $x = \frac{15}{7}$

c) $2\sqrt[4]{x-3} = 4$ — أنظر تحقق الطلبة، $x = 19$

الحَلُّ الدخيلُ

ينتجُ أحيانًا منْ رفعِ طرفي المعادلةِ إلى أُسٍّ ما حَلٌّ لا يُحقِّقُ المعادلةَ الأصليةَ، ويُسمّى **الحَلَّ الدخيلَ** (extraneous solution)؛ لذا يجبُ التحقُّقُ دائمًا منْ تحقيقِ أيِّ حَلٍّ ناتجٍ للمعادلةِ الجذريةِ الأصليةِ.

يظهرُ الحَلُّ الدخيلُ غالبًا عندَ حَلِّ معادلةٍ تحوي مُتغيِّرًا في كلا طرفيها.

مثال 2

أحُلُّ المعادلةَ: $x - 4 = \sqrt{3x-2}$.

المعادلةُ الأصليةُ	$x - 4 = \sqrt{3x-2}$
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	$(x-4)^2 = 3x - 2$
مُربَّعُ الفرقِ بينَ حدَّيْنِ	$x^2 - 8x + 16 = 3x - 2$
بطرحِ $3x$ منْ طرفي المعادلةِ، وجمعِ 2 إلى طرفيْها	$x^2 - 11x + 18 = 0$
بالتحليلِ إلى العواملِ	$(x-9)(x-2) = 0$

أتذكَّرُ

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتعلّم**) المجاور لصندوق (مفهوم أساسي، خطوات حل المعادلات الجذرية) في كتاب الطالب، وأؤكّد أهمية المعلومات التي يتضمّنها في توضيح أفكار الدرس.
- إذا توفر في المدرسة جهاز العرض (Data Show)، فأستعمله لعرض التمثيلات عند تقديم الدعم البياني للتحقّق من صحة حل المعادلات الجذرية، مما يساعد على توفير الوقت والجهد في رسمها ولو بشكل تقريبي على اللوح.

أخطاء شائعة:

قد يخطئ بعض الطلبة عند التحقّق من صحة الحل فيعوّضون في المعادلة الناتجة من رفع طرفي المعادلة الجذرية إلى أسّ مساوٍ لدليل الجذر؛ لذا أؤكّد أن التعويض يكون في المعادلة الجذرية الأصلية.

تعزيز اللغة ودعمها:

أكرّر المصطلحات الرياضية الوارد ذكرها في الدرس بكلّ من اللغة العربية واللغة الإنجليزية، وأحفّز الطلبة على استعمالها.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل التدريب الوارد في بند (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، ثم أختار بعض الإجابات التي تحوي أخطاء مفاهيمية لمناقشتها على اللوح، ولا أذكر اسم مَن أخطأ في الإجابة؛ تجنّبًا لإحراجه.

www.jnob-jo.com

خاصيةُ الضربِ الصفريّ: $x-2=0$ or $x-9=0$

يحلُّ كلُّ معادلةٍ: $x=2$ $\quad x=9$

أتحقّقُ: للتحقُّقِ منْ صحّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمتيْ x الناتجتينِ في المعادلةِ الأصليةِ.

عندما $x=9$

$x-4=\sqrt{3x-2}$

$(9)-4\stackrel{?}{=}\sqrt{3(9)-2}$

$5=5$ ✓

عندما $x=2$

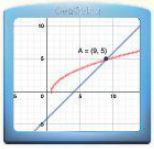
$x-4=\sqrt{3x-2}$

$(2)-4\stackrel{?}{=}\sqrt{3(2)-2}$

$-2=2$ ✗

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x=9$.

الدعمُ البيانيُّ:



أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=x-4$، والمعادلةِ: $y=\sqrt{3x-2}$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ عندما $x=9$.

أتحقّقُ منْ فهمي

أحُلُّ المعادلةَ: $x=\sqrt{x+6}$. $x=3$ $x=-2$ (حل دخيل)، أنظر تحقّق الطلبة.

تعلَّمْتُ في المثالِ السابقِ أنَّ الحَلَّ الدخيلَ يظهرُ غالبًا عندَ حَلِّ معادلاتٍ تحوي مُتغيِّرًا في طرفيْ كلٍّ منْها. والآنَ سأتعلَّمُ أنَّ الحَلَّ الدخيلَ يُمكِنُ أنْ يظهرَ أيضًا عندَ حَلِّ معادلةٍ تحوي جذرًا في كلا طرفيْها.

أتعلَّمُ

منْ أسبابِ وجودِ حَلٍّ دخيلٍ في أثناءِ حَلِّ المعادلةِ الجذريةِ رفعُ الطرفينِ إلى أُسٍّ زوجيٍّ؛ لأنَّ القِيَمَ السالبةَ تلغى إشارتُها عندئذٍ، ما يُؤثِّرُ في الحَلِّ الأصليِّ.

مثال 2

- أوضّح للطلبة مفهوم الحل الدخيل، وأؤكد لهم أنه يظهر غالبًا عند حل المعادلات الجذرية التي تحوي المتغيّر في طرفيها.
- أنتقل إلى مناقشة خطوات الحل للمثال 2، وأتّبع التسلسل الوارد في كتاب الطالب، مع ذكر التبرير في كل خطوة.
- أوضّح للطلبة أنه عند تعويض الحل الدخيل في المعادلة الجذرية الأصلية ينتج من ذلك التعويض تناقض مع حقيقة عددية، مثل: $-2=2$ أو $5=-4$
- أستعين ببرمجية جيوجبرا لتأكيد صحة الحل بيانيًّا، وألفت انتباههم إلى وجود نقطة تقاطع واحدة، وهذا يدل على وجود حل وحيد وهو قيمة x لنقطة التقاطع.

إرشادات:

- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتذكّر**) المجاور لخطوات حل المثال 2، وأذكّرهم بكيفية تربيع قوس ذي حدّين.
- ألفت انتباه الطلبة إلى صندوق (**أتعلّم**) المجاور لخطوة التحقّق من صحة حل المثال 2، وأوضّح للطلبة أن سبب ظهور الحل الدخيل في أثناء الحل هو رفع طرفي المعادلة إلى أسّ زوجي، والذي تسبب بظهور الأسّ الزوجي على المتغيّر x فنتج من ذلك معادلة لها حلّان، أحدهما حل دخيل لا يحقّق المعادلة الجذرية الأصلية.

www.jnob-jo.com

مثال 3

- أُخبر الطلبة أنّ الحل الدخيل يمكن أن ينتج عند حل معادلة جذرية يظهر الجذر في طرفيها.
- أنتقل إلى مناقشة خطوات حل المثال 3، وأتّبع التسلسل الوارد في كتاب الطالب، مع ذكر التبرير في كل خطوة.
- أذكّر الطلبة أنه عند تعويض الحل الدخيل في المعادلة الجذرية الأصلية ينتج من ذلك التعويض تناقض مع حقيقة عددية.
- أستعين ببرمجية جيوجبرا لتأكيد صحة الحل بيانيًّا، وألفت انتباه الطلبة إلى وجود نقطة تقاطع واحدة، وهذا يدل على وجود حل وحيد وهو قيمة x لنقطة التقاطع.

إرشادات:

- عند استعمال برمجية جيوجبرا لتقديم التحقّق من صحة الحل بيانيًّا، أذكّر الطلبة بمجال الاقتران الجذري عندما يكون دليل الجذر زوجيًّا.
- ألفت انتباه الطلبة إلى أن المعادلة الجذرية يمكن أن يكون حلها هو المجموعة الخالية $\varnothing$ عندما يكون دليل الجذر عددًا زوجيًّا والناتج سالبًا، مثل: $\sqrt{x} = -1$، حيث x من مجموعة الأعداد الحقيقية.

مثال 3

أحُلُّ المعادلةَ: $\sqrt{3x+1} = \sqrt{5x} - 1$.

المعادلةُ الأصليةُ	$\sqrt{3x+1} = \sqrt{5x} - 1$
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	$3x + 1 = 5x - 2\sqrt{5x} + 1$
بالتبسيطِ	$2\sqrt{5x} = 2x$
بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 2	$\sqrt{5x} = x$
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	$5x = x^2$
بطرحِ $5x$ منْ طرفي المعادلةِ	$x^2 - 5x = 0$
بإخراجِ العاملِ المشتركِ	$x(x-5) = 0$
خاصيةُ الضربِ الصفريِّ	$x = 0$ or $x - 5 = 0$
بحَلِّ المعادلةِ	$x = 5$

أتحقَّقُ: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمتيْ x الناتجتينِ في المعادلةِ الأصليةِ.

عندما $x = 5$:

$\sqrt{3x+1} = \sqrt{5x} - 1$

$\sqrt{3(5)+1} \stackrel{?}{=} \sqrt{5(5)} - 1$

$4 = 4$ ✓

عندما $x = 0$:

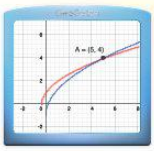
$\sqrt{3x+1} = \sqrt{5x} - 1$

$\sqrt{3(0)+1} \stackrel{?}{=} \sqrt{5(0)} - 1$

$1 = -1$ ✗

إذنْ، حَلُّ المعادلةِ هوَ: $x = 5$.

الدعمُ البيانيُّ:



أستعملُ برمجيةَ جيوجبرا للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، وذلكَ بتمثيلِ كلٍّ منَ المعادلةِ: $y = \sqrt{3x+1}$، والمعادلةِ: $y = \sqrt{5x} - 1$ بيانيًّا، وملاحظةِ أنَّ منحنيي المعادلتينِ يتقاطعانِ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ عندما $x = 5$.

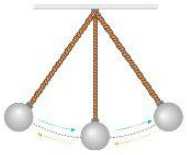
www.jnob-jo.com

أتحقَّقُ منْ فهمي

أحُلُّ المعادلةَ: $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}+1$. $x=-1$ ($x=2$ حل دخيل)، أنظر تحقّق الطلبة.

مثال 4 : منَ الحياةِ

فيزياءُ: تُمثِّلُ المعادلةُ: $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$ الزمنَ (بالثواني) الذي يستغرقُهُ بندولٌ طولُهُ L قدمًا حتّى يتحرَّكَ حركةً تذبذبيةً مَرَّةً واحدةً ذهابًا وإيابًا. أجدُ طولَ البندولِ إذا تحرَّكَ حركةً تذبذبيةً مَرَّةً واحدةً ذهابًا وإيابًا في 4 ثوانٍ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ عددٍ صحيحٍ.



المعادلةُ الأصليةُ	$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$
بتعويضِ $T=4$	$4=2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$
بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 2π	$\frac{4}{2\pi}=\sqrt{\frac{L}{32}}$
بالتبسيطِ	$\frac{2}{\pi}=\sqrt{\frac{L}{32}}$
بتربيعِ طرفي المعادلةِ	$\frac{4}{\pi^2}=\frac{L}{32}$
بضربِ طرفي المعادلةِ في 32	$\frac{128}{\pi^2}=L$
باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ	$L\approx 13$

أتحقَّقُ: للتحقُّقِ منْ صحَّةِ الحَلِّ، أُعوِّضُ قيمةَ L الناتجةَ في المعادلةِ الأصليةِ.

المعادلةُ الأصليةُ	$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{32}}$
بتعويضِ $T=4, L\approx 13$	$4\overset{?}{\approx}2\pi\sqrt{\frac{13}{32}}$
بالتبسيطِ	$4\approx 4$ ✓

مثال 4: من الحياة

- أنتقل إلى مناقشة خطوات الحل في المثال 4 الذي يوضّح أحد التطبيقات الفيزيائية للمعادلة الجذرية، وأوضّح أن المتغيّر في مثل هذه الحالة هو طول البندول L، وأن تغيّر قيمته يغيّر قيمة الزمن T الذي يستغرقه البندول في أثناء حركته التذبذبية.
- أذكّر الطلبة بأن القيمة التقريبيّة للعدد غير النسبي π هي 3.14، وأوضّح لهم أن خطوة التحقّق تعطي قيمًا تقريبيّة بسبب التعويض عن π بقيمتها التقريبيّة.

تنويع التعليم:

في المثال 4، قد يواجه بعض الطلبة من ذوي المستوى دون المتوسط صعوبة في فهم المسألة اللفظية؛ لذا أمنحهم بعض الوقت، وأنوّه بضرورة قراءة المسألة برويّة؛ لتحديد معطيات المسألة والمطلوب فيها، ما يساعدهم على حل المسائل بسهولة، وفي مثل هذا النوع من المسائل يمكن استعمال استراتيجية رسم شكل تقريبي لنمذجة المسألة بطريقة بصرية، أو الاستعانة بنموذج حقيقي للبندول في حال توفّره.

www.jnob-jo.com

4 التدريب

أتدرّب وأحل المسائل

- أوجّه الطلبة إلى بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (18 – 1) ضمن مجموعات ثنائية داخل الغرفة الصفية؛ فهذه المسائل تحديدًا ترتبط ارتباطًا مباشرًا بأمثلة الدرس، وهي تُستعمَل خاصةً لتدريب الطلبة على المفاهيم نفسها، بصرف النظر عمّا إذا كانت الأسئلة فردية أم زوجية.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أيّة مسألة، فإنّني أختار أحد الطلبة ممّن تمكّنوا من حل المسألة؛ لمناقشة استراتيجيته/ استراتيجيتها في حل المسألة على اللوح، وأحفّز الطلبة على طرح أيّ تساؤل عن خطوات الحل المُقدَّمة من الزميل/ الزميلة.

تنويع التعليم:

- إذا واجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في حل أسئلة بند (**أتدرّب وأحل المسائل**)، فإنّني أضع كلًّا منهم مع طالب آخر/ طالبة أخرى من ذوي المستوى المتوسط أو مع أحد الطلبة المتميّزين؛ ليتشاركا في حل الأسئلة.

مهارات التفكير العليا

- أوجّه الطلبة إلى بند (**مهارات التفكير العليا**)، ثم أطلب إليهم حل المسائل (26 – 24).
- أرصد أيّة أفكار غير تقليدية من الطلبة، ثم أطلب إلى هؤلاء الطلبة كتابة هذه الأفكار على اللوح.

إرشادات:

- في السؤال 24 (**أكتشف المختلف**)، أذكّر الطلبة أنه لا يمكن أن يكون ناتج الجذر التربيعي سالبًا.
- في السؤال 26 (**مسألة مفتوحة**)، ألفت انتباه الطلبة إلى وجود عدد لا نهائي من الحلول الصحيحة.

أتحقّقُ من فهمي

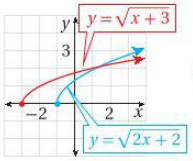
مُعتمِدًا المعادلةَ في المثالِ **4**، أجدُ طولَ البندولِ إذا تحرَّكَ حركةً تذبذبيةً مَرَّةً واحدةً ذهابًا وإيابًا في **8** ثوانٍ، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ. $52 \approx L$، أنظر تحقّق الطلبة.

أتدرّبُ وأحُلُّ المسائل

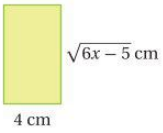
أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $\sqrt{3x-5}=7$ $x=48$
2. $\sqrt[3]{1-2x}=-3$ $x=14$
3. $\sqrt[4]{4x+1}=2$ $x=\frac{15}{4}$
4. $6-\sqrt{y-5}=3$ $y=14$
5. $\sqrt{2-x}+3=x+7$ $x=-2$
6. $\sqrt{5x+4}=3\sqrt{x}$ $x=1$
7. $\sqrt{2p+3}=\sqrt{5p-3}$ $p=2$
8. $\sqrt{4x-1}-4\sqrt{2-5x}=0$ $x=\frac{11}{28}$
9. $\sqrt[3]{1-3x}+5=3$ $x=3$
10. $12-\sqrt{2v-1}=4$ $v=32.5$
11. $\sqrt{45-6n}=n-3$ $n=6$
12. $\sqrt{4k-4}=k-1$ $k=1, k=5$
13. $\sqrt{x+1}=2-\sqrt{x}$ $x=\frac{9}{16}$
14. $r+6=\sqrt{-4r-19}$ $r=-5$
15. $\sqrt[3]{7y-2}=\sqrt[3]{y+4}$ $y=1$
16. $\sqrt{5m-16}=m-2$ $m=4, m=5$
17. $\sqrt{9x^2+4x-4}=3x$ $x=1$
18. $\sqrt{x^2+5x}=\sqrt{6}$ $x=1, x=-6$

يُبيِّنُ الشكلُ المُجاورُ التمثيلَ البيانيَّ لمنحنى كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\sqrt{x+3}$، والمعادلةِ: $y=\sqrt{2x+2}$:



19. أكتبُ معادلةً حَلُّها هوَ الإحداثيُّ x لنقطةِ تقاطعِ منحنيي المعادلتينِ. $\sqrt{x+3}=\sqrt{2x+2}$
20. أحُلُّ المعادلةَ التي كتبْتُها في السؤالِ السابقِ جبريًّا. $x=1$
21. إذا كانَ محيطُ المستطيلِ المُجاورِ هوَ 22 cm، فأجدُ قيمةَ x. $x=9$

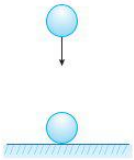


الواجب المنزلي:

أستعين بالجدول الآتي لتحديد الواجب المنزلي للطلبة بحسب مستوياتهم:

المستويات	الأسئلة
دون المتوسط	كتاب الطالب: 19, 20, 23 كتاب التمارين: (9 – 1)
ضمن المتوسط	كتاب الطالب: (19 – 22), 25 كتاب التمارين: (16 – 10)
فوق المتوسط	كتاب الطالب: (26 – 22) كتاب التمارين: (19 – 13)

www.jnob-jo.com



22 **فيزياءُ:** تعطى سرعةُ الجسمِ الساقطِ سقوطًا حُرًّا منَ ارتفاعِ قدرُهُ d قدمًا عندَ وصولِهِ سطحَ الأرضِ بالمعادلةِ الآتيةِ: $v = \sqrt{64\,d}$، حيثُ v سرعةُ الجسمِ بالقدمِ لكلِّ ثانيةٍ. أجدُ الارتفاعَ الذي سقطَ منهُ الجسمُ إذا كانَتْ سرعتُهُ عندَ وصولِهِ سطحَ الأرضِ هيَ 150 ft/s. 351.6 قدمًا تقريبًا.

23 أحُلُّ المسألةَ الواردةَ بدايةَ الدرسِ. 16°C

مهاراتُ التفكيرِ العليا

24 **أكتشفُ المختلفَ:** أيُّ المعادلاتِ الآتيةِ مختلفةٌ، مُبرِّرًا إجابتي؟

$\sqrt{x+8}-1=10$ $\sqrt{x+3}-1=5$ $\sqrt{x+7}+1=10$ $\sqrt{x+5}+1=2$

$\sqrt{x+5}+1=2$ مجموعة حلّها $\varnothing$، وما تبقى من المعادلات لها حلول حقيقية.

25 **أكتشفُ الخطأَ:** حَلَّتْ بيانُ المعادلةَ: $x=\sqrt{12-4x}$ على النحوِ الآتي، قائلةً إنَّ للمعادلةِ حَلَّينِ اثنينِ، هما: $x=2$، و $x=-6$:

$$x=\sqrt{12-4x}$$
$$x^2=12-4x$$
$$x^2+4x-12=0$$
$$(x-2)(x+6)=0$$
$$x=2 \quad \text{or} \quad x=-6$$

✗

أكتشفُ الخطأَ في قولِ بيانَ، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

الخطأ أن $x=-6$ حل دخيل لا يحقّق المعادلة.

26 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ معادلةً جذريةً حَلُّها هوَ $x=6$.

إجابة ممكنة: $\sqrt{5x-14}=4$

5 الإثراء

- أطلب إلى الطلبة حل السؤال الإثرائي الآتي:

» **أحل كلًّا من المعادلات الآتية، وأحدّد الحل الدخيل (إن وجد):**

1 $x+\sqrt{x^2+20x+100}=5$ $x=\frac{-5}{2}$

2 $\sqrt{2x}-\sqrt{x+1}=x-1$

$x=0, x=1$ ($x=8$ حل دخيل)

تعليمات المشروع:

- أوجّه الطلبة إلى العمل ضمن مجموعاتهم التي نفّذت المهمّتين 1 و 2 إلى إنهاء أعمالهم في مشروع الوحدة؛ استعدادًا لتقييمها.
- أذكّر الطلبة بأنّ موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا يتعيّن عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكّد من أنّ عناصره كافّة متوافرة يوم العرض.

6 الختام

- أتحقّق من فهم الطلبة موضوع الدرس، بتوجيه السؤال الآتي إليهم:

» **أحل كلًّا من المعادلات الآتية:**

1 $15=12+\sqrt[3]{x-1}$ $x=28$

2 $\sqrt{2x+1}=2\sqrt{x}-1$ $x=4$

www.jnob-jo.com

الوحدة 6

اختبار نهاية الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة (1 – 5) فرديًّا، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أناقشهم جميعًا في حلّ بعض المسائل على اللوح.
- أوزّع الطلبة إلى مجموعات رباعية، ثمّ أطلب إليهم حلّ مسائل منتقاة من المسائل (6 – 43)، وأحرص على انتقاء مسائل تتضمن أفكارًا متنوعة تغطي النتاجات الخاصة للوحدة، وأتجوّل بينهم؛ لأساعدهم وأرشدهم وأوجّههم، وأقدّم لهم التغذية الراجعة اللازمة، ثمّ أحدّد المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها؛ لمناقشتها على اللوح.

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1 أبسطُ صورةٍ للمقدارِ $\frac{(2x^2)^3}{12x^4}$ هيَ:

a) $\frac{2x^2}{3}$ b) $\frac{2x}{3}$

c) $\frac{1}{2x^2}$ d) $\frac{x}{2}$

2 أبسطُ قيمةٍ للمقدارِ $\sqrt[3]{-24a^5}$ هيَ:

a) $2a\sqrt[3]{3a^2}$ b) $2a^2\sqrt[3]{3a}$

c) $-2a\sqrt[3]{3a^2}$ d) $-2a^2\sqrt[3]{3a}$

3 أبسطُ قيمةٍ للمقدارِ $\sqrt[4]{\frac{16t^4}{y^8}}$ هيَ:

a) $\frac{2t}{y}$ b) $\frac{2|t|}{y}$

c) $\frac{2t}{y^2}$ d) $\frac{2|t|}{y^2}$

4 أبسطُ قيمةٍ للمقدارِ $\sqrt{20x^3}+\sqrt{45x^3}$ هيَ:

a) $5x\sqrt{5x^3}$ b) $5|x|\sqrt{5x}$

c) $5\sqrt{5x^3}$ d) $5\sqrt{5x}$

5 حَلُّ المعادلةِ: $\sqrt{3x-11}+2=9$ هوَ:

a) 44 b) 6

c) 20 d) 22

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

6 $\frac{p^{-3}}{p^{-2}q^{-9}}$ $\frac{q^9}{p}$

7 $(2x^{-2}y^3)^4$ $\frac{16y^{12}}{x^8}$

8 $\left(\frac{4s^5t^{-7}}{-2s^{-2}t^4}\right)^3$ $\frac{-8s^{21}}{t^{33}}$

9 $(-2r^3s^2)^4(3rs^5)^{-2}$ $\frac{16r^{10}}{9s^2}$

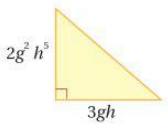
10 $\frac{x^4y^{-8}z^{-2}}{x^{-1}y^8z^{-10}}$ $\frac{x^5z^8}{y^{14}}$

11 $\left(\frac{x^{-3}y}{xz^{-4}}\right)^{-2}$ $\frac{x^8}{z^8y^2}$

12 $\left(\frac{m^4n^{-1}}{n^{-2}}\right)^0$ 1

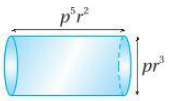
13 $\left(\frac{2a^3b^{-2}}{c^3}\right)^5$ $\frac{32a^{15}}{c^{15}b^{10}}$

14 أجدُ مساحةَ المُثلَّثِ المُجاورِ في أبسطِ صورةٍ. $3g^3h^6$

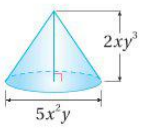


أجدُ حجمَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

15 $\frac{\pi p^7 r^8}{4}$



16 $\frac{25\pi x^5y^5}{6}$



www.jnob-jo.com

اختبارُ نهايةِ الوحدةِ

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

17 $\sqrt[3]{64y^6}$ $4y^2$

18 $\sqrt[5]{4a^8b^{14}c^5}$ $ab^2c\sqrt[5]{4a^3b^4}$

19 $\frac{x}{\sqrt[3]{y^8}}$ $\frac{x\sqrt[3]{y}}{y^3}$

20 $\sqrt[3]{\frac{3a}{4b^4c}}$ $\frac{\sqrt[3]{6ab^2c^2}}{2b^2c}$

21 $\sqrt[4]{1024x^9y^{12}}$ $4x^2y^3\sqrt[4]{4x}$

22 $\sqrt{45x^2y^5z^8}$ $3xy^2z^4\sqrt{5y}$

23 $\sqrt[4]{16(y+x)^4}$ $2(y+x)$

24 $3\sqrt[4]{x^4y^8}$ $3xy^2$

25 $\sqrt[3]{125r^4s^9t^7}$ $5rs^3t^2\sqrt[3]{rt}$

26 $\sqrt[3]{\frac{250f^7g^5}{2f^2g}}$ $5f\sqrt[3]{f^5g^2}$

27 $\frac{\sqrt[5]{64x^8}}{\sqrt[5]{2x}}$ $2x$

28 $\sqrt[3]{12}\times\sqrt[3]{4}$ $2\sqrt[3]{6}$

29 $\sqrt{x^5y^5}\times3\sqrt{2x^7y^6}$ $3x^6y^5\sqrt{2y}$

30 $4\sqrt[3]{81}-2\sqrt[3]{72}-\sqrt[3]{24}$ $10\sqrt[3]{3}-4\sqrt[3]{9}$

31 $(3\sqrt{x}-\sqrt{5})(\sqrt{x}+5\sqrt{5})$ $3x+14\sqrt{5x}-25$

32 $\sqrt[4]{3x^3y^2}\times\sqrt[4]{27xy^2}$ $3xy$

33 $\frac{4-\sqrt{8}}{\sqrt{8}+\sqrt{2}}$ $\frac{2}{3}\sqrt{2}-\frac{2}{3}$

34 $\frac{4-\sqrt{x^3}}{2+2\sqrt{x}}$ $\frac{4-4\sqrt{x}-x\sqrt{x}+x^2}{2-2x}$

35 أجدُ محيطَ المستطيلِ الآتي في أبسطِ صورةٍ.

$(3+6\sqrt{2})$ cm

$\sqrt{8}$ cm

$6+16\sqrt{2}$

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

36 $\sqrt{b-5}=2$ $b=9$

37 $17=7+\sqrt{5x}$ $x=20$

38 $\sqrt{3n+25}=\sqrt{-7-n}$ $n=-8$

39 $\sqrt{21}-\sqrt{5x-4}=0$ $x=5$

40 $4\sqrt[3]{2x+11}-2=10$ $x=8$

41 $\sqrt[4]{3-x}=3$ $x=-78$

42 $\sqrt{2x+5}-\sqrt{3x-2}=1$ $x=2$ (حل دخيل $x=22$)

43 $\sqrt{2x-7}=\sqrt{3x-12}$ $x=5$

تدريبٌ على الاختباراتِ الدوليةِ

44 إذا كانَتْ مساحةُ المُثلَّثِ المُجاورِ هيَ $(4+\sqrt{2})\ \text{cm}^2$، فأجِدُ ارتفاعَهُ في أبسطِ صورةٍ.

$\sqrt{8}$ cm

$2\sqrt{2}+1$

45 إذا كانَتِ المساحةُ الكليةُ لسطحِ المُكعَّبِ المُجاورِ هيَ $6a^2$، فأجِدُ حجمَهُ.

a^3

46 يُطلَقُ على الزمنِ الذي يظلُّ فيهِ الجسمُ في الهواءِ بعدَ القفزِ اسمُ زمنِ التحليقِ، وهوَ يعطى بالمعادلةِ الآتيةِ: $t=0.5\sqrt{h}$، حيثُ t الزمنُ بالثواني، وh ارتفاعُ القفزةِ بالأقدامِ. إذا قفزَ لاعبُ كرةِ يدٍ، وكانَ زمنُ تحليقِهِ هوَ 0.72 منَ الثانيةِ تقريبًا، فأجِدُ ارتفاعَ قفزةِ اللاعبِ.

$x\approx2.1$

89

تدريب على الاختبارات الدولية:

- أعرّف الطلبة بالاختبارات الدولية، وأبيّن لهم أهميتها، ثم أوجّههم إلى حلّ الأسئلة في بند (**تدريب على الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثمّ أناقشهم في إجاباتها على اللوح.
- أشجّع الطلبة على الاهتمام بحلّ مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكلّ جدّيّة، وأحرص على تضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

www.jnob-jo.com

كتاب التمارين

استعمالُ قواعدِ ضربِ القوى الصحيحةِ وقسمتِها لتبسيطِ عباراتٍ أُسّيّةٍ (الدرسُ 1)

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

1. $5^7 \times 5^3$ $5^7 = 3125$
2. $(8^6 \times 8^2)^{-1}$ $\frac{1}{64}$
3. $(85 - 2^7) \div (3^2 - 2 \times 3)$ 27
4. $(12 - 3^2) \times (2^2 - 4 \times 5)$ -48
5. $\frac{2 + 1 \times 3^2}{4 - 3}$ 11
6. $\left(\frac{20}{6-2}\right)^3 - 2^3$ 117

مثالٌ: أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

a) $3^2 \times 3^3$

$3^2 \times 3^3 = 3^{(2+3)}$ — قاعدةُ ضربِ القوى
$= 3^5$ — بجمعِ الأُسسِ
$= 243$ — بالتبسيطِ

b) $\frac{9^7}{9^5}$

$\frac{9^7}{9^5} = 9^{(7-5)}$ — قاعدةُ قسمةِ القوى
$= 9^2$ — بطرحِ الأُسسِ
$= 81$ — بالتبسيطِ

c) $(4^2)^{-3}$

$(4^2)^{-3} = 4^{2 \times -3}$ — قاعدةُ قوّةِ القوّةِ
$= 4^{-6}$ — بضربِ الأُسسِ
$= \frac{1}{4^6}$ — تعريفُ الأُسسِ السالبةِ
$= \frac{1}{4096}$ — بالتبسيطِ

تبسيطُ مقاديرَ عدديةٍ تحوي جذورًا صمّاءَ (الدرسُ 2)

أُبَسِّطُ كُلًّا ممّا يأتي:

7. $\sqrt{24}$ $2\sqrt{6}$
8. $\sqrt{\frac{45}{100}}$ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
9. $\frac{3}{\sqrt{5}}$ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
10. $\sqrt{18} + \sqrt{32} - 5\sqrt{2}$ $2\sqrt{2}$
11. $\sqrt{3}(4 - \sqrt{3})$ $4\sqrt{3} - 3$
12. $(2 + \sqrt{5})^2$ $9 + 4\sqrt{5}$

مثالٌ: أُبَسِّطُ كُلًّا ممّا يأتي:

a) $\sqrt{90}$

$\sqrt{90} = \sqrt{9 \times 10}$ — بتحليلِ العددِ 90 إلى عاملين، أحدُهُما مُربّعٌ كاملٌ
$= \sqrt{9} \times \sqrt{10}$ — خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ
$= 3\sqrt{10}$ — بالتبسيطِ

b) $\sqrt{\frac{28}{3}}$

$\sqrt{\frac{28}{3}} = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}}$ — خاصيةُ قسمةِ الجذورِ التربيعيةِ
$= \frac{\sqrt{4 \times 7}}{\sqrt{3}}$ — بتحليلِ العددِ 28 إلى عاملين، أحدُهُما مُربّعٌ كاملٌ
$= \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ — خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ
$= \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ — بالتبسيطِ
$= \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ — بإنطاقِ المقامِ
$= \frac{2\sqrt{21}}{3}$ — خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

c) $\sqrt{3}(2 - \sqrt{5})$

$\sqrt{3}(2 - \sqrt{5}) = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}\sqrt{5}$ — خاصيةُ التوزيعِ
$= 2\sqrt{3} - \sqrt{15}$ — خاصيةُ ضربِ الجذورِ التربيعيةِ

حَلُّ المعادلاتِ الخطيةِ والمعادلاتِ التربيعيةِ (الدرسُ 3)

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

13. $x + 4 = 60$ $x = 56$
14. $5 + 4y = 15$ $y = \frac{5}{2}$
15. $\frac{t-5}{2} = 3$ $t = 11$
16. $2(x + 5) = 16$ $x = 3$
17. $2(3x + 11) = 10$ $x = -2$
18. $4a - 3 = 3a + 4$ $a = 7$
19. $4(3b - 1) + 6 = 5(2b + 4)$ $b = 9$
20. $x^2 - 18 = -32$ ليس لها حل حقيقي.
21. $3x^2 + 8x - 3 = 0$ $\frac{1}{3}, -3$

مثالٌ: أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

a) $5x + 4 = 3x + 10$

$5x + 4 = 3x + 10$ — المعادلةُ المعطاةُ
$2x + 4 = 10$ — بطرحِ $3x$ منْ طرفي المعادلةِ
$2x = 6$ — بطرحِ 4 منْ طرفي المعادلةِ
$x = 3$ — بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 2

b) $3(2x + 5) + x = 2(2 - x) + 2$

$3(2x + 5) + x = 2(2 - x) + 2$ — المعادلةُ المعطاةُ
$6x + 15 + x = 4 - 2x + 2$ — باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ
$7x + 15 = 6 - 2x$ — بالتبسيطِ
$9x + 15 = 6$ — بجمعِ $2x$ لطرفي المعادلةِ
$9x = -9$ — بطرحِ 15 منْ طرفي المعادلةِ
$x = -1$ — بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 9

c) $x^2 + 6x + 5 = 0$

$x^2 + 6x + 5 = 0$ — المعادلةُ المعطاةُ
$(x + 5)(x + 1) = 0$ — بالتحليلِ إلى العواملِ
$x + 5 = 0$ or $x + 1 = 0$ — خاصيةُ الضربِ الصفريُّ
$x = -5$ $x = -1$ — بحلِّ كلِّ معادلةٍ

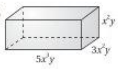
الدرسُ 1

تبسيطُ المقاديرِ الأُسّيّةِ
Simplifying Exponential Expressions

اكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيّراتِ لا يساوي صفرًا:

1. $(7a^3b^2)(2ab^3)$ $14a^4b^5$
2. $(4a^3b^2)(5a^1b^{-1})$ $20a^3b^1$
3. $\frac{12a^2b^{-7}}{4ab}$ $\frac{3a^1}{b^8}$
4. $\left(\frac{5x^3}{b^5}\right)^{-2}$ $\frac{b^{10}}{25x^6}$
5. $\frac{(yx^{-1})^0}{y^3 \times 2y^{-2}}$ $\frac{1}{2y^1}$
6. $\frac{45x^3y^4z^5}{150x^5y^1z^3}$ $\frac{3z^2}{10x^2}$
7. $\left(\frac{15x^{-2}y^5}{18x^2y^3}\right)^{-1}$ $\frac{6x^4}{5y^2}$
8. $\frac{-p^{-1}q^{-1}}{-3pq^{-3}}$ $\frac{q^2}{3p^2}$
9. $\frac{p^{-3}q^{-2}}{q^{-3}r^2}$ $\frac{q}{p^3r^2}$
10. $(a^3b^4)^{-2}(a^{-3}b^{-3})^{-4}$ a^6b^{12}
11. $\left(\frac{5a^0b^4}{c^{-3}}\right)^2$ $25c^6b^8$
12. $3a(5a^2b)(6ab^3)$ $90a^4b^4$
13. $(8y^3)(-3x^2y^2)\left(\frac{3}{8}xy^2\right)$ $-9y^8x^3$
14. $\left((4r^2t)^3\right)^2$ $4096r^{12}t^6$
15. $\frac{g^0h^2j^{-2}}{g^{-2}h^4j^{-2}}$ g^2h^{-2}

أجدُ حجمَ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

16. $\frac{32}{3}\pi s^6$
17.  $15x^7y^3$

مسألةٌ مفتوحةٌ: أحُلُّ كُلًّا منَ المسألتينِ الآتيتينِ بطريقتينِ مختلفتينِ:

18. أجدُ مقدارينِ أُسّيَّينِ ناتجُ ضربِهما هوَ $12x^5y^3$. 1) $(4xy^2)(3xy^1)$ 2) $(12x^5)\left(\frac{y^3}{y^{-2}}\right)$
19. أجدُ مقدارينِ أُسّيَّينِ ناتجُ قسمةِ أحدِهما على الآخرِ هوَ $12x^5y^3$. 1) $(12x^5) \div (y^{-3})$ 2) $(6xy)^3 \div (3y^{-3})$

20. **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$\frac{y^5 \times y^3}{y^4} = \frac{y^8}{y^4}$ ✗
$= y^2$

الخطأ: قسمةُ الأُسِّ 8 علـى الأُسِّ 4.
والصحيحُ طرحُ أحدِهما مـن الآخرِ.
الإجابةُ الصحيحةُ: $y^{8-4} = y^4$

www.jnob-jo.com

كتاب التمارين

الدرسُ 2
العملياتُ على المقاديرِ الجذريةِ
Operations with Radical Expressions

الوحدة 4: المقاديرُ الأُسّيةُ والمقاديرُ الجذريةُ

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $\sqrt[3]{224p^3q^{10}}$ $2\sqrt[3]{7}\,pq^3$
2. $\sqrt[3]{-135x^6y^3}$ $-3xy\sqrt[3]{5x^3}$
3. $\sqrt[4]{648x^5y^7z^2}$ $3|x|\,|y|\sqrt[4]{8xy^3z^2}$
4. $\sqrt{512a^6b^2}$ $16a^3|b|\sqrt{2}$
5. $\sqrt{180u^5v}$, $u>0$ $6u\sqrt{5uv}$
6. $2\sqrt[5]{375u^2v^8}$ $10v^2\sqrt[5]{3u^2v^3}$
7. $\sqrt[8]{v^8g^{16}}$ $|v|\,|g^2|$
8. $\sqrt[6]{729a^{24}b^{18}}$ $3a^4|b^3|$
9. $\sqrt[4]{-32(y-6)^{20}}$ $-2(y-6)^4$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

10. $\sqrt[3]{\frac{160m^5}{n^3}}$ $\frac{2m\sqrt[3]{5mn^3}}{n^2}$
11. $\frac{\sqrt[3]{v^5}}{\sqrt[3]{u^2}}$ $\frac{v\sqrt[3]{v^2}\times\sqrt[3]{u}}{u}$
12. $\sqrt{\frac{48x^3}{3x}}$ $4x$
13. $\sqrt{\frac{162}{6a^3}}$ $\frac{3\sqrt{3a}}{a^2}$
14. $\frac{3\sqrt[3]{2a^3}}{\sqrt[3]{6a^2}}$ $\frac{\sqrt[3]{27a^3}}{a}$
15. $\sqrt{\frac{7x^2}{4b^2}}$ $\frac{\sqrt[4]{28x^2b^2}}{2b}$

أُبسّطُ كُلًّا ممّا يأتي، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

16. $2\sqrt[3]{176}+5\sqrt[3]{11}$ $9\sqrt[3]{11}$
17. $2\sqrt{32a^3b^3}\times\sqrt{8a^2b^3}$ $32a^2b^3\sqrt{b}$
18. $6\sqrt{45y^2}-4\sqrt{420y^2}$ $18y\sqrt{5}-8y\sqrt{105}$
19. $\frac{\sqrt{7}}{3+\sqrt{5}}$ $\frac{3\sqrt{7}-\sqrt{35}}{4}$
20. $\frac{1}{1-\sqrt{3}}$ $\frac{1+\sqrt{3}}{-2}$
21. $\frac{1-2\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}}$ $\frac{2x-7\sqrt{x}+3}{9-x}$

22. **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$\frac{1}{5+\sqrt{2}}=\frac{1}{5+\sqrt{2}}\times\frac{5-\sqrt{2}}{5-\sqrt{2}}$$
$$=\frac{5-\sqrt{2}}{25+2}$$
$$=\frac{5-\sqrt{2}}{27}$$

✗

حاصل الضرب $(5+\sqrt{2})(5-\sqrt{2})$ يساوي $25-2$ وليس $25+2$

الجواب الصحيح: $\frac{5-\sqrt{2}}{23}$

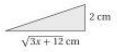
الدرسُ 3
حَلُّ المعادلاتِ الجذريةِ
Solving Radical Equations

الوحدة 4: المقاديرُ الأُسّيةُ والمقاديرُ الجذريةُ

أحلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

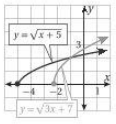
1. $\sqrt{3r+2}=2\sqrt{3}$ $r=\frac{10}{3}$
2. $\sqrt{3b-2}+19=24$ $b=9$
3. $\sqrt{26-n}=7$ $n=-23$
4. $\sqrt{2x}=\sqrt{x+7}-1$ $x=2$ (حلّ دخيل $x=18$)
5. $2x=\sqrt{4x^2+6x-12}$ $x=2$
6. $\sqrt{x-2}+\sqrt{x-13}=11$ $x=38$
7. $\sqrt{x-2}-\sqrt{x+2}+2=0$ $x=2$
8. $\sqrt[3]{2x-9}=3$ $x=45$
9. $\sqrt[4]{x^2+4}-2=0$ $x=\pm2$
10. $3\sqrt{x-2}+2=x$ $x=11,2$
11. $-10\sqrt{v-10}=-60$ $v=46$
12. $\sqrt{2n-88}=\sqrt{\frac{n}{6}}$ $n=48$
13. $2x=\sqrt{17x-15}$ $x=3,\frac{5}{4}$
14. $r+4=\sqrt{-4r-11}$ $r=-3$ (حلّ دخيل $x=-9$)
15. $-3g=\sqrt{-18-27g}$ $g=-1,-2$

16. إذا كانَتْ مساحةُ المُثلّثِ المُجاورِ هيَ $\sqrt{5x-4}\ \text{cm}^2$، فأجدُ قيمةَ x.



$x=8$

يُبيّنُ الشكلُ المُجاورُ التمثيلَ البيانيَّ لمنحنى كلٍّ منَ المعادلةِ: $y=\sqrt{3x+7}$، والمعادلةِ: $y=\sqrt{x+5}$



17. أكتبُ معادلةً حلُّها هوَ الإحداثيُّ x لنقطةِ تقاطعِ منحنيي المعادلتينِ.

$\sqrt{x+5}=\sqrt{3x+7}$

18. أحلُّ المعادلةَ التي كتبْتُها في الفرعِ السابقِ جبريًّا. $x=-1$

19. **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في الحلِّ المُجاورِ، ثمَّ أُصحِّحُهُ.

$$2+5\sqrt{x}=12$$
$$5\sqrt{x}=10$$
$$5x=100$$
$$x=20$$

✗

الخطأ: عند تربيع الطرفين لم يربّع 5، وعند تربيع 5 تصبح الإجابة: $x=4$

ملاحظاتي

www.jnob-jo.com

المملكة الأردنية الهاشمية
منتديات صقر الجنوب