الوحدةُ 3

المعادلاتُ الخطّيةُ بمتغيّرينِ

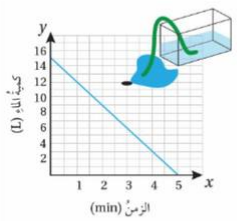
ما أهميّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُستعملُ المعادلاتُ الخطيّةُ في نمذجةِ المواقفِ العلميّةِ والحياتيّةِ، ويقدّمُ لنا مفهومُ مَيلِ مُنْحنى المعادلةِ الخطيّةِ تفسيرًا لكيفيّةِ تَغيُّرِ كميّةٍ بالنسبةِ إلى كميّةٍ أخرى، مثلَ تحديدِ شدّةِ انحدارِ الطرقِ بإيجادِ نسبةِ تغيُّرِ الارتفاعِ إلى المسافةِ الأفقيّةِ المقطوعةِ؛ وذلك لتنبيهِ السائقينَ على الحذرِ عندَ القيادةِ في الطرقِ الشديدةِ الانحدارِ، مثلَ طريقِ وادي الموجبِ جنوبِ الأردنِّ.

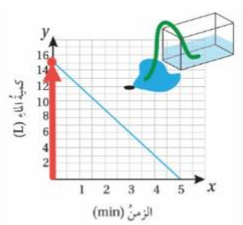
حلول جميع أسئلة كتاب
الطالب التمارين
وحدة المعادلات الخطية
بمتغيرين لمادة الرياضيات
الصف الثامن الفصل الاول

الدرس الأول: المعادلة الخطية بالصورة القياسية

➢ أستكشف: يبين التمثيل البياني المجاور العلاقة بين كمية الماء المتبقية في حوض باللترات والزمن المنقضي بالدقائق منذ بدء تصريف الماء في الحوض.

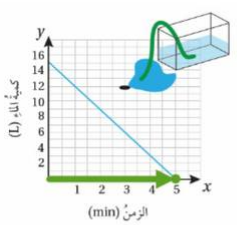


1) ما كمية الماء التي كانت في الحوض عند بدء التصريف؟



15 لتر

2) كم دقيقة يحتاج إليها تصريف الحوض من الماء تصريفاً كاملاً



5 دقائق

أتحقق من فهمي صفحة 107:

➢ أحدد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا:

5) $2x = 1 - 3y$

$2x + 3y = 1$

يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By = C$، حيث $A = 2, B = 3, C = 1$، إذن فهي معادلة خطية.

6) $x^2 - 8y = 3$

بما أن المتغير x مرفوع للأس 2، فإنه لا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By$، إذن فهي ليست خطية.

7) $\frac{1}{5}y = 2$

$0x + \frac{1}{5}y = 2$

يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By = C$، حيث $A = 0, B = \frac{1}{5}, C = 2$، إذن فهي معادلة خطية.

أتحقق من فهمي صفحة 108:

3) أمثل المعادلة $y = 3x$ بيانياً.

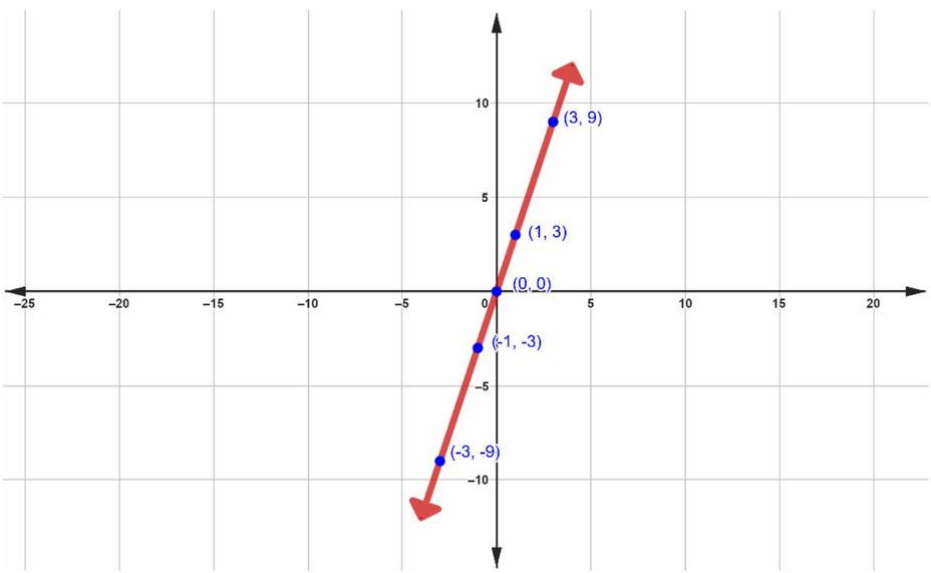
أولاً: أحل المعادلة بالنسبة إلى y:

$$\boxed{y = 3x}$$

ثانياً: أنشىء جدول قيم:

x	-3	-1	0	1	3
$y = 3x$	$3(-3)$	$3(-1)$	$3(0)$	$3(1)$	$3(3)$
y	-9	-3	0	3	9
(x, y)	$(-3, -9)$	$(-1, -3)$	$(0, 0)$	$(1, 3)$	$(3, 9)$

ثالثاً: أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يمر بها جميعاً.



3) أمثل المعادلة $2y - 4x = 6$ بيانياً:

أولاً: أحل المعادلة بالنسبة إلى y:

$$2y - 4x = 6$$

$$2y = 6 - 4x$$

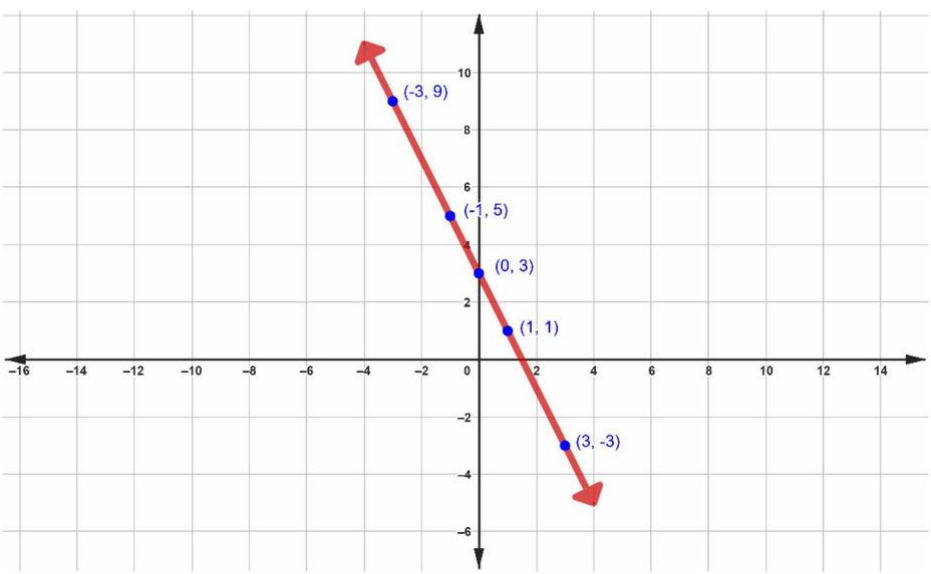
$$\frac{2y}{2} = \frac{6 - 4x}{2}$$

$$\boxed{y = 3 - 2x}$$

ثانياً: أنشىء جدول قيم:

x	-3	-1	0	1	3
$y = 3 - 2x$	$3 - 2(-3)$	$3 - 2(-1)$	$3 - 2(0)$	$3 - 2(1)$	$3 - 2(3)$
y	9	5	3	1	-3
(x, y)	$(-3, 9)$	$(-1, 5)$	$(0, 3)$	$(1, 1)$	$(3, -3)$

ثالثاً: أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يمر بها جميعاً.



أتحقق من فهمي صفحة 110:

➢ أمثل كل معادلة مما يأتي بيانياً باستعمال المقطع x والمقطع y:

4) $4x - y = 1$

المقطع x (تعويض $y = 0$ في المعادلة الأصلية)

$4x - y = 1$

$4x - 0 = 1$

$4x = 1$

$x = \frac{1}{4}$

$x = 0.25$

$(x, y) = (0.25, 0)$

المقطع y (تعويض $x = 0$ في المعادلة الأصلية)

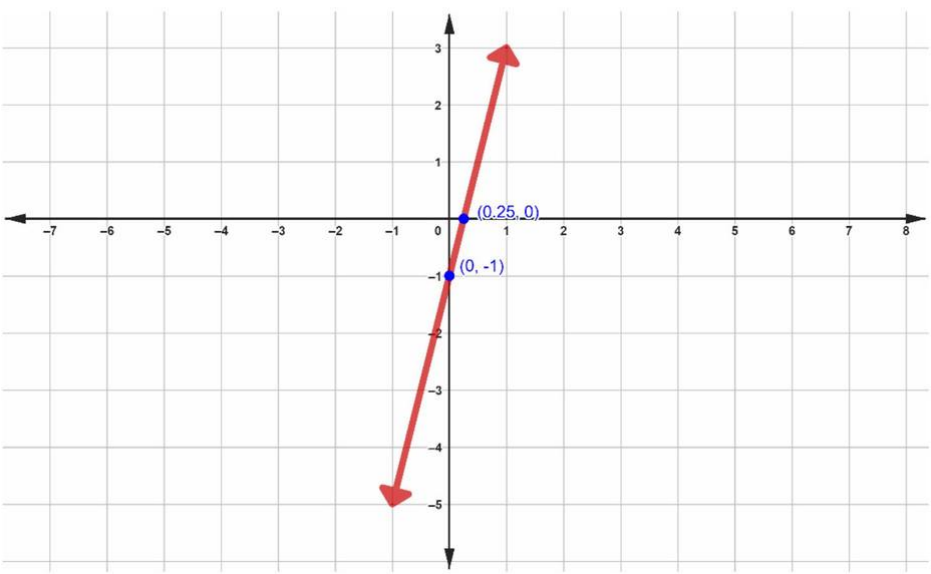
$4x - y = 1$

$4(0) - y = 1$

$-y = 1$

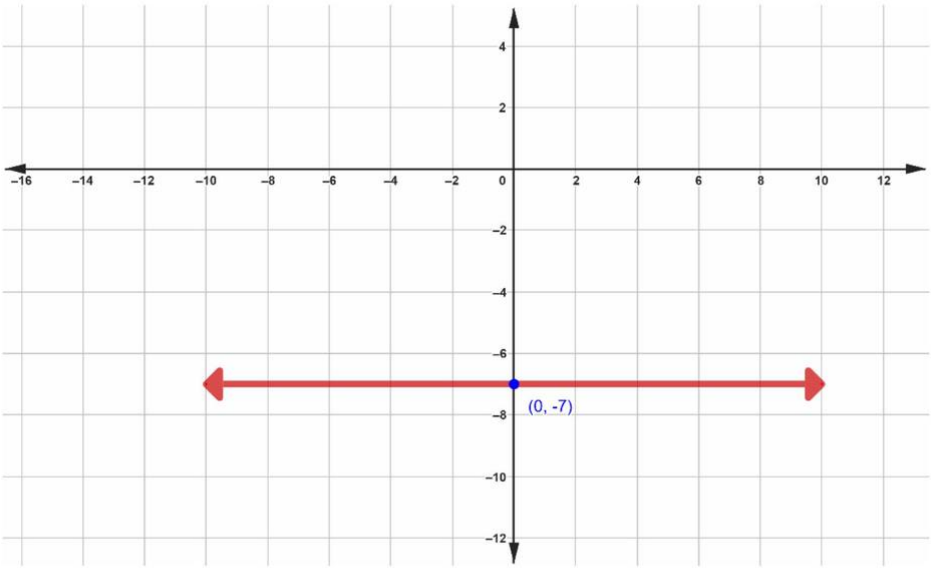
$y = -1$

$(x, y) = (0, -1)$



5) $y = -7$

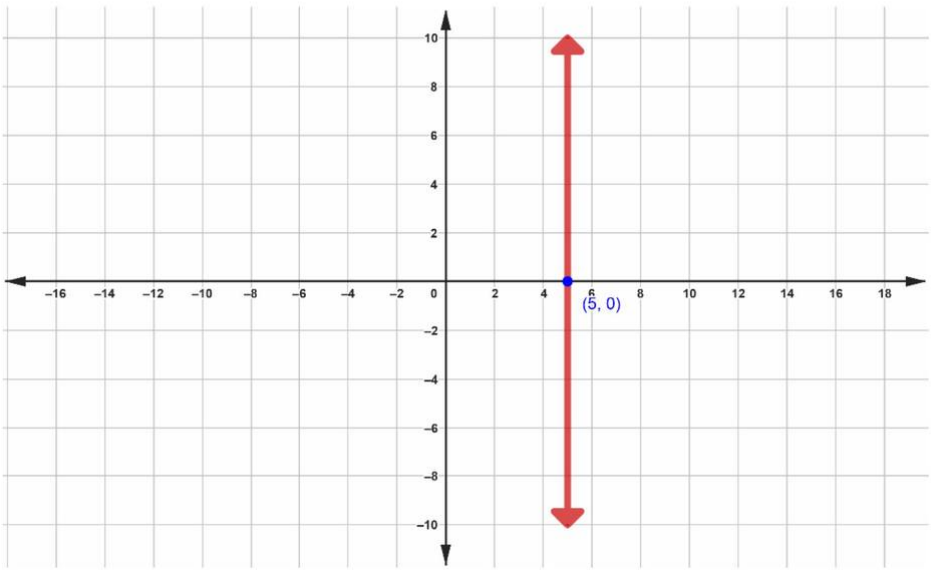
لا يوجد مقطع x، والتمثيل البياني هو مستقيم أفقي يقطع المحور y في النقطة $(0, -7)$.



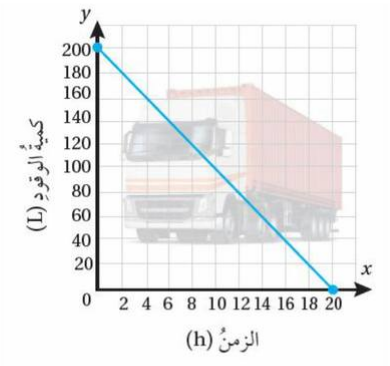
---

6) $x = 5$

لا يوجد مقطع y، والتمثيل البياني هو مستقيم رأسي يقطع المحور x في النقطة $(5, 0)$.



أتحقق من فهمي صفحة 111:



➢ وقود: يبين التمثيل البياني المجاور العلاقة بين عدد لترات الوقود المتبقية في خزان شاحنة وعدد ساعات قيادتها.

4) أجد المقطع x والمقطع y للعلاقة.

المقطع x هو 20 (قيمة $x = 20$ عندما $y = 0$).

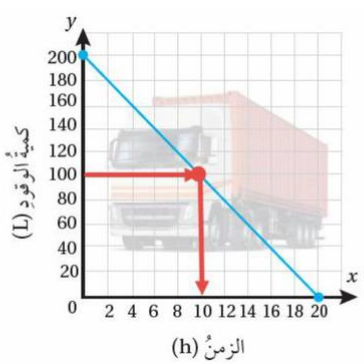
المقطع y هو 200 (قيمة $y = 200$ عندما $x = 0$).

5) أصف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

المحور x هو عدد ساعات قيادة الشاحنة والمحور y هو كمية الوقود في خزان الشاحنة

المقطع $y = 200$ ويعني أن كمية الوقود في خزان الشاحنة عند بداية تشغيل الشاحنة هو 200 لتر، المقطع $x = 20$ ويعني أنه بعد قيادة الشاحنة 20 ساعة فإن خزان وقود الشاحنة يكون فارغاً تماماً من الوقود.

6) بعد كم ساعة قيادة يبقى في خزان الشاحنة 100 L من الوقود؟



أحدد 100 L على المحور y، ثم أحدد النقطة التي تقابلها على المستقيم، وأحدد الإحداثي x للنقطة وهو 10.

إذن تكون كمية الوقود 100 L في خزان الشاحنة بعد 10 ساعات من بدء قيادتها.

حل أسئلة أتدرب وأحل المسائل

➢ أحدد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا:

1) $2x = 7y$

$2x - 7y = 0$

يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By = C$، حيث $A = 2, B = -7, C = 0$، إذن فهي معادلة خطية.

2) $y = 1 - x^2$

بما أن المتغير x مرفوع للأس 2، فإنه لا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By$، إذن فهي ليست خطية.

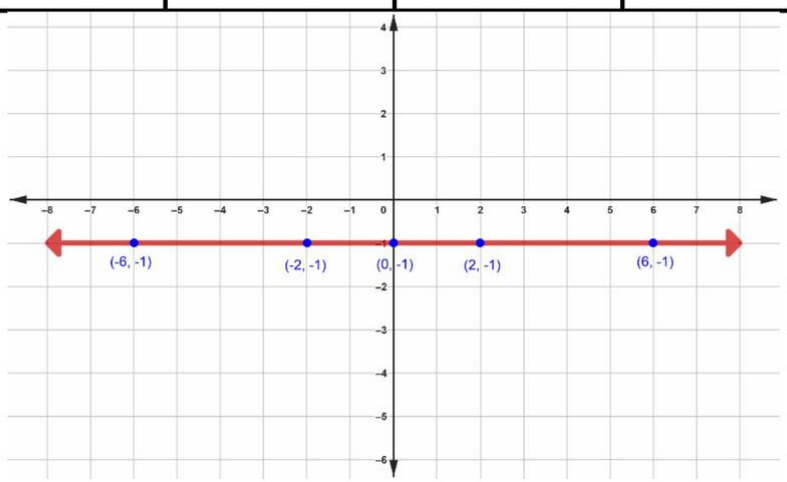
3) $9xy + 11x = 6$

بما أن الحد $9xy$ فيه متغيران، فإنه لا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax + By$، إذن فهي ليست خطية.

➢ أمثل كل معادلة مما يأتي بيانياً بإنشاء جدول قيم:

4) $y = -1$

x	-6	-2	0	2	6
y	-1	-1	-1	-1	-1
(x, y)	$(-6, -1)$	$(-2, -1)$	$(0, -1)$	$(2, -1)$	$(6, -1)$



5) $y - x = 8$

أولاً: أحل المعادلة بالنسبة إلى y:

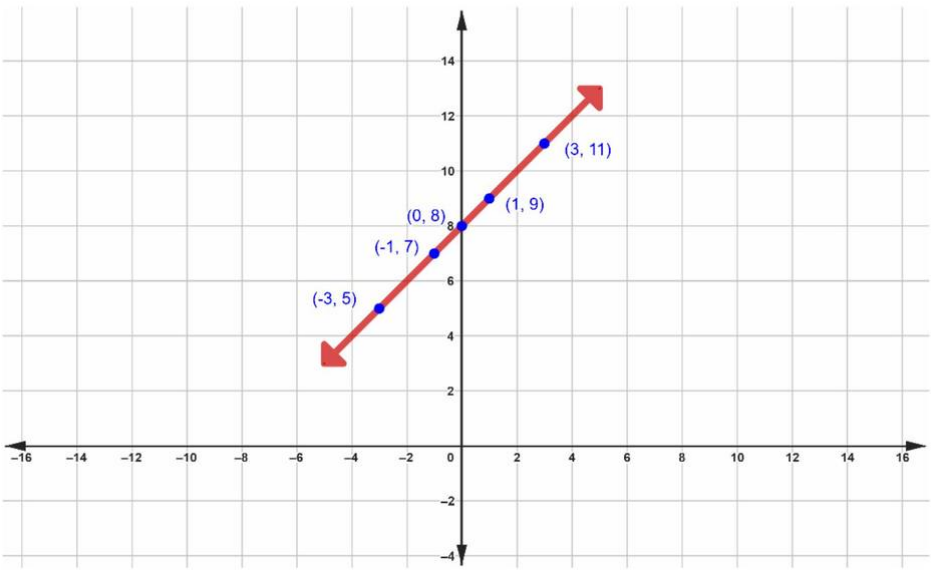
$$y - x = 8$$

$$\boxed{y = 8 + x}$$

ثانياً: أنشىء جدول قيم:

x	-3	-1	0	1	3
$y = 8 + x$	$8 + (-3)$	$8 + (-1)$	$8 + 0$	$8 + 1$	$8 + 3$
y	5	7	8	9	11
(x, y)	$(-3, 5)$	$(-1, 7)$	$(0, 8)$	$(1, 9)$	$(3, 11)$

ثالثاً: أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يمر بها جميعاً.



6) $3x + 2y = 15$

أولاً: أحل المعادلة بالنسبة إلى y:

$$3x + 2y = 15$$

$$2y = 15 - 3x$$

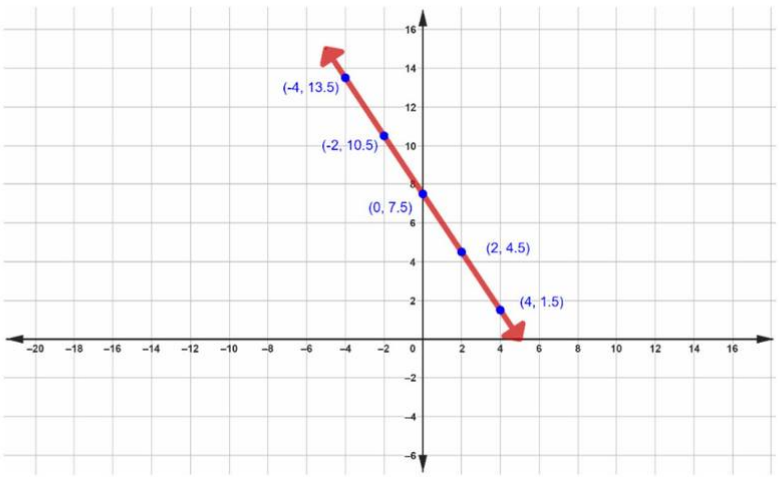
$$\frac{2y}{2} = \frac{15 - 3x}{2}$$

$$\boxed{y = \frac{15}{2} - \frac{3}{2}x}$$

ثانياً: أنشىء جدول قيم:

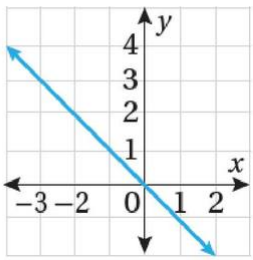
x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{15}{2} - \frac{3}{2}x$	$\frac{15}{2} - \frac{3}{2}(-4)$	$\frac{15}{2} - \frac{3}{2}(-2)$	$\frac{15}{2} - \frac{3}{2}(0)$	$\frac{15}{2} - \frac{3}{2}(2)$	$\frac{15}{2} - \frac{3}{2}(4)$
y	13.5	10.5	7.5	4.5	1.5
(x, y)	$(-4, 13.5)$	$(-2, 10.5)$	$(0, 7.5)$	$(2, 4.5)$	$(4, 1.5)$

ثالثاً: أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، ثم أرسم مستقيماً يمر بها جميعاً.



➢ أجد المقطع x والمقطع y لكل معادلة مما يأتي:

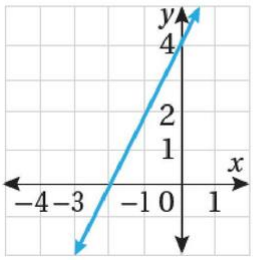
8)



المقطع x هو 0 (قيمة $x = 0$ عندما $y = 0$).

المقطع y هو 0 (قيمة $y = 0$ عندما $x = 0$).

7)



المقطع x هو -2 (قيمة $x = -2$ عندما $y = 0$).

المقطع y هو 4 (قيمة $y = 4$ عندما $x = 0$).

➢ أمثل كل معادلة مما يأتي بيانياً باستعمال المقطع x والمقطع y:

9) $x = 4y - 6$

المقطع x (تعويض $y = 0$ في المعادلة الأصلية)

$x = 4y - 6$

$x = 4(0) - 6$

$x = -6$

$(x, y) = (-6, 0)$

المقطع y (تعويض $x = 0$ في المعادلة الأصلية)

$x = 4y - 6$

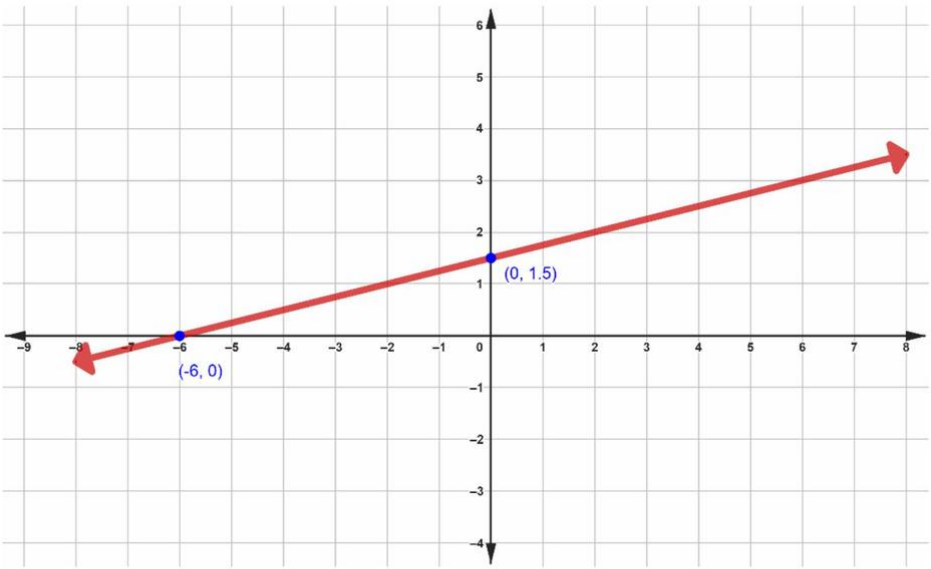
$0 = 4y - 6$

$-4y = -6$

$y = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$

$y = 1.5$

$(x, y) = (0, 1.5)$

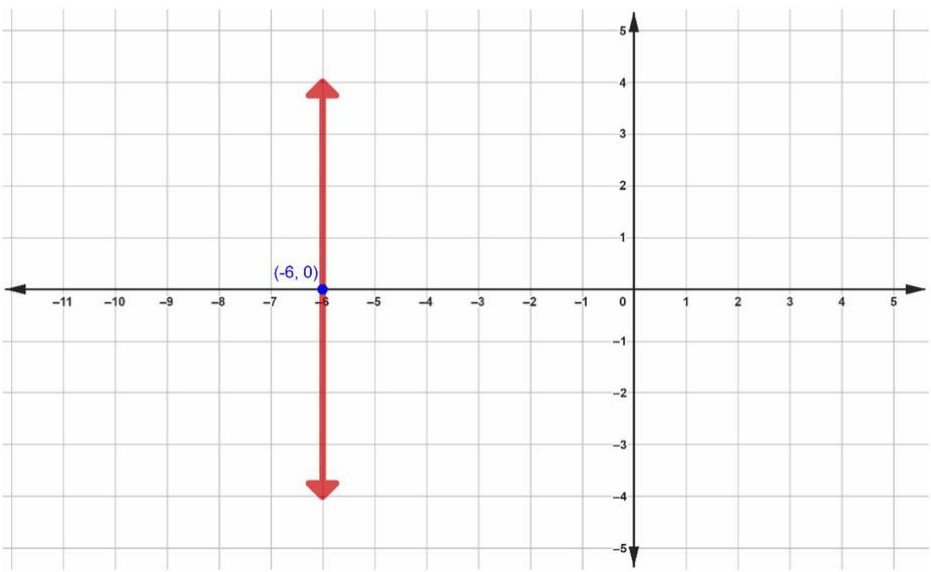


---

10) $x + 6 = 0$

$x = -6$

لا يوجد مقطع y، والتمثيل البياني هو مستقيم رأسي يقطع المحور x في النقطة $(-6, 0)$.



$$11)\ \frac{4x}{3}=\frac{3y}{4}+1$$

المقطع x (تعويض $y=0$ في المعادلة الأصلية)

$$\frac{4x}{3}=\frac{3y}{4}+1$$

$$\frac{4x}{3}=\frac{3(0)}{4}+1$$

$$\left(\frac{4}{3}x=1\right)\times\frac{3}{4}$$

$$x=\frac{3}{4}$$

$$x=0.75$$

$$(x,y)=(0.75,0)$$

المقطع y (تعويض $x=0$ في المعادلة الأصلية)

$$\frac{4x}{3}=\frac{3y}{4}+1$$

$$\frac{4(0)}{3}=\frac{3y}{4}+1$$

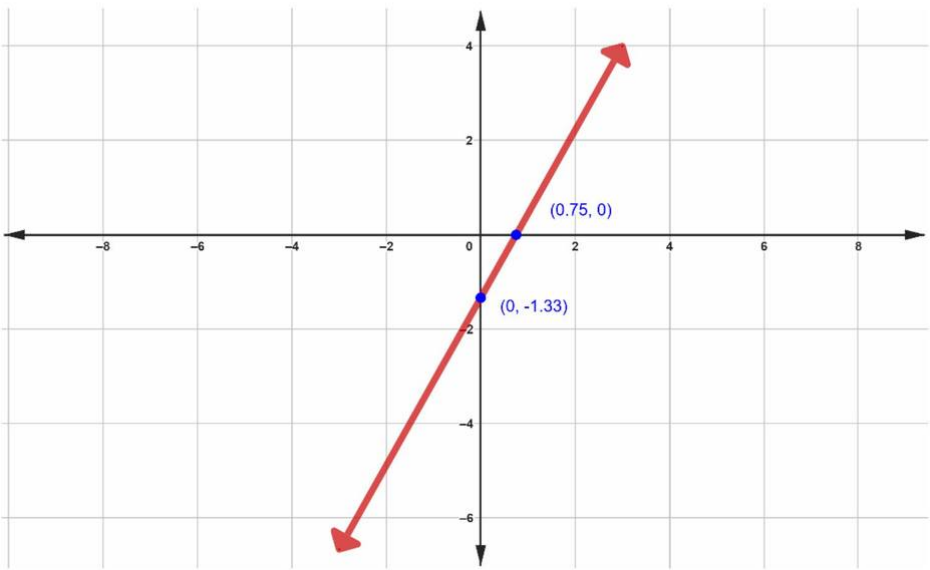
$$0=\frac{3}{4}y+1$$

$$\left(\frac{3}{4}y=-1\right)\times\frac{4}{3}$$

$$y=-\frac{4}{3}$$

$$y\approx-1.33$$

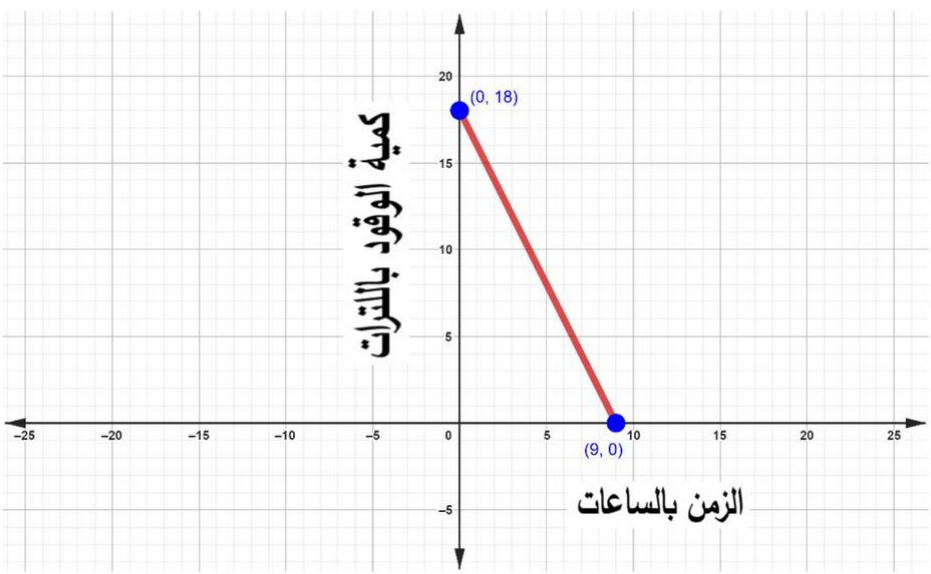
$$(x,y)=(0,-1.33)$$



- رحلة: ملأ رامي خزان سيارته بالوقود استعداداً لرحلة إلى مدينة العقبة.
والمعادلة $y = 18 - 2x$ تعطي كمية الوقود باللترات المتبقية في خزان السيارة بعد قيادتها x ساعة.

12) أجد المقطع x والمقطع y للمعادلة المعطاة، ثم استعمل المقطعين لتمثيل المعادلة بيانياً.

المقطع x (تعويض $y = 0$ في المعادلة الأصلية)	المقطع y (تعويض $x = 0$ في المعادلة الأصلية)
$y = 18 - 2x$	$y = 18 - 2x$
$0 = 18 - 2x$	$y = 18 - 2(0)$
$2x = 18$	$y = 18$
$x = 9$	$(x, y) = (0, 18)$
$(x, y) = (9, 0)$	



13) أصف مدلول كل من المقطعين في هذه الحالة.

المحور x هو عدد ساعات قيادة السيارة والمحور y هو كمية الوقود المتبقية في خزان السيارة

المقطع $y = 18$ ويعني أن كمية الوقود في خزان السيارة عند بداية تشغيل السيارة هو 18 لتر، المقطع $x = 9$ ويعني أنه بعد قيادة السيارة 9 ساعات فإن خزان وقود السيارة يكون فارغاً تماماً من الوقود.

14) بعد كم ساعة من قيادة السيارة يتبقى $\frac{1}{4}$ الوقود في الخزان؟

كمية الوقود في الخزان عند بداية تشغيل السيارة هو 18 لتر

ربع كمية الوقود يعني $18 \times \frac{1}{4} = 4.5$ أي أن المطلوب إيجاد الزمن عندما تكون كمية الوقود في الخزان 4.5 لتر.

طريقة (1):

$$y = 18 - 2x$$

$$4.5 = 18 - 2x$$

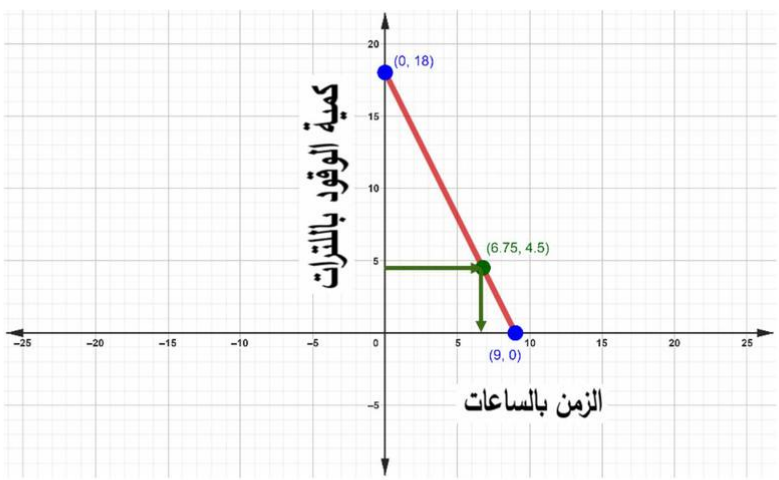
$$2x = 18 - 4.5$$

$$2x = 13.5$$

$$x = \frac{13.5}{2}$$

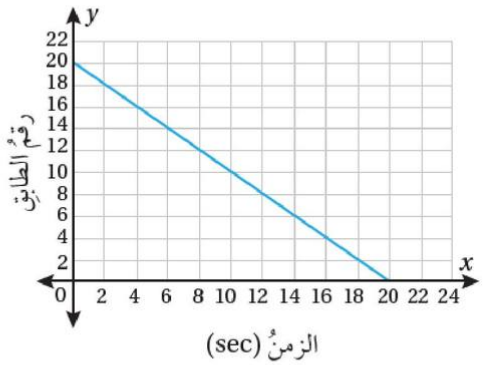
$$x = 6.75$$

طريقة (2):



أي أنه يتبقى ربع كمية الوقود في الخزان بعد 6.75 h أو بعد قيادة السيارة 7 ساعات و 15 دقيقة.

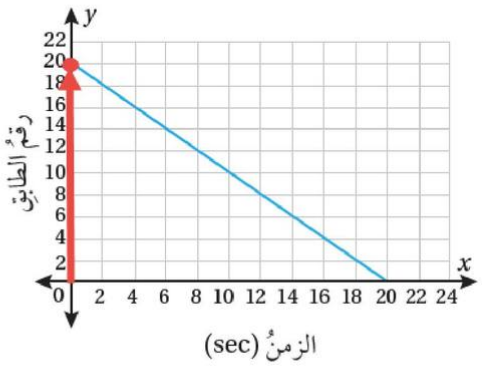
➢ بناية: يبين التمثيل البياني المجاور العلاقة بين رقم الطابق في أحد الأبراج التجارية والزمن الذي يقضيه الراكب بالثواني في المصعد حتى يصل إلى هذا الطابق. فإذا علمت أن رقم الطابق الأرضي 0، فأجيب عن كل مما يأتي:



15) من أي طابق صعد الراكب إلى المصعد؟

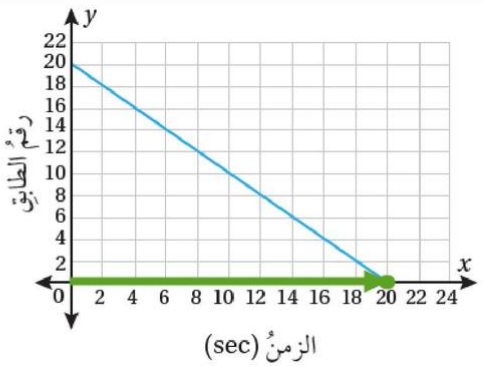
صعد الراكب أي أن الزمن يساوي صفراً

إذن من الطابق الـ 20 صعد الراكب إلى المصعد.



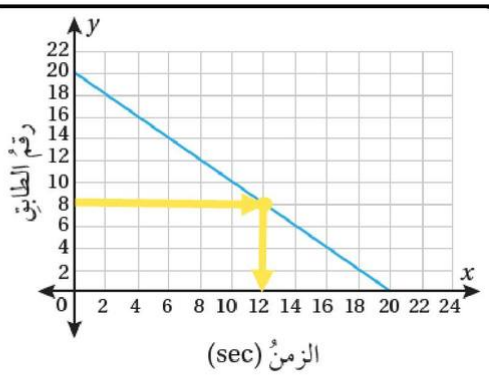
16) بعد كم ثانية وصل الراكب إلى الطابق الأرضي؟

بعد 20 ثانية.



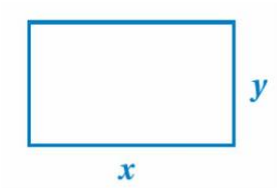
17) بعد كم ثانية وصل الراكب إلى الطابق الثامن؟

بعد 12 ثانية.



➢ هندسة: محيط المستطيل في الشكل المجاور $12\ cm$

18) أكتب معادلة بالصورة القياسية تمثل محيط المستطيل.



$C = 2l + 2w$

$12 = 2x + 2y$

$\frac{12}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{2y}{2}$

$\boxed{x + y = 6}$

19) أجد المقطع x والمقطع y للتمثيل البياني لمعادلة محيط المستطيل.

المقطع x (تعويض $y = 0$ في المعادلة الأصلية)

$x + y = 6$

$x + 0 = 6$

$x = 6$

$(x, y) = (6, 0)$

المقطع y (تعويض $x = 0$ في المعادلة الأصلية)

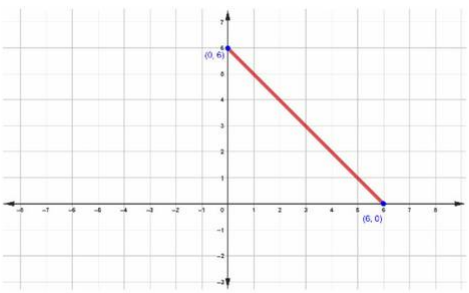
$x + y = 6$

$0 + y = 6$

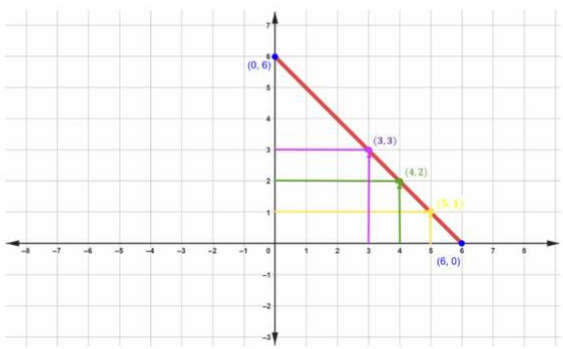
$y = 6$

$(x, y) = (0, 6)$

20) أمثل المعادلة بيانياً.



21) أجد ثلاثة أزواج مرتبة تمثل أبعاد المستطيل، على أن تكون قيم x و y أعداداً كلية.



(x, y)

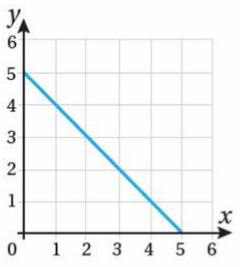
$(5, 1)$

$(4, 2)$

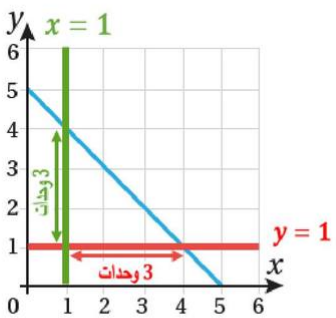
$(3, 3)$

حل أسئلة مهارات التفكير العليا

22) تحد: يبين التمثيل البياني المجاور المستقيم $x + y = 5$.



أرسم مستقيماً على الصورة $x = a$، ومستقيماً على الصورة $y = b$، على أن تكون المساحة بين المستقيمات الثلاثة 4.5 وحدات مربعة



المستقيمان هما: $x = 1,\ y = 1$

$$A = \frac{1}{2} \times l \times h$$

$$\left(4.5 = \frac{1}{2} lh\right) \times 2$$

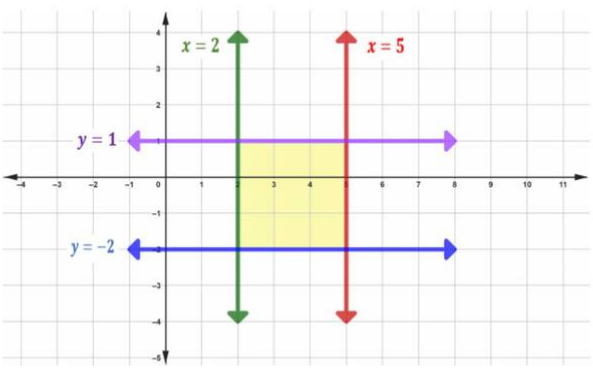
$$lh = 9$$

$9 =$ الأرتفاع $\times$ طول القاعدة

$$3 \times 3 = 9$$

---

23) أمثل المعادلات $x = 5, x = 2, y = -2, y = 1$ في المستوى الإحداثي نفسه، ثم أحدد الشكل الهندسي المغلق الناتج عن المستقيمات. أبرر إجابتي.



الشكل الهندسي المغلق الناتج هو مربع لإن أطوال أضلاعه متساوية وهي ثلاث وحدات وزواياه قائمة لإنها ناتجة عن تقاطع مستقيم أفقي مع مستقيم رأسي.

---

24) كيف أكتب معادلة خطية بالصورة القياسية؟

الصورة القياسية للمعادلة الخطية هي: $Ax + By = C$، حيث A, B, C أعداد حقيقية، ولا تكون قيمتا A و B معاً صفراً.

حل أسئلة كتاب التمارين

➢ أحدد ما إذا كانت كل معادلة مما يأتي خطية أم لا:

1) $\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=8$

$x^{-1}+4y^{-1}=8$

بما أن المتغير x مرفوع للأس -1، فإنه لا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax+By$، إذن فهي ليست خطية.

---

2) $\frac{x}{3}=2+\frac{y}{5}$

$\frac{x}{3}-\frac{y}{5}=2$

$\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}y=2$

يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax+By=C$، حيث $A=\frac{1}{3}, B=-\frac{1}{5}, C=2$، إذن فهي معادلة خطية.

---

3) $\frac{5}{x}=y-1$

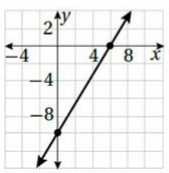
$5x^{-1}=y-1$

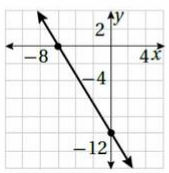
بما أن المتغير x مرفوع للأس -1، فإنه لا يمكن كتابة المعادلة على الصورة $Ax+By$، إذن فهي ليست خطية.

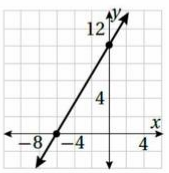
---

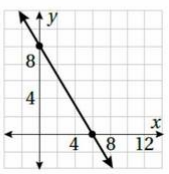
4) أصل بين المعادلة والتمثيل البياني المناسب لها:

$5x+3y=30$ $5x+3y=-30$ $5x-3y=30$ $5x-3y=-30$





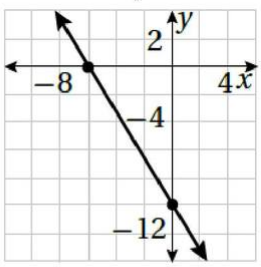




- لحل السؤال نجد المقطع x والمقطع y لكل معادلة:

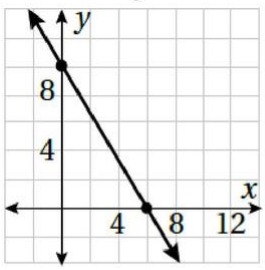
$5x + 3y = -30$

المقطع x:	المقطع y:
$5x + 3(0) = -30$	$5(0) + 3y = -30$
$5x = -30$	$3y = -30$
$x = -6$	$y = -10$
$(x, y) = (-6, 0)$	$(x, y) = (0, -10)$



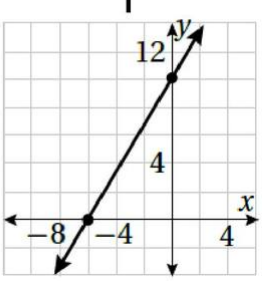
$5x + 3y = 30$

المقطع x:	المقطع y:
$5x + 3(0) = 30$	$5(0) + 3y = 30$
$5x = 30$	$3y = 30$
$x = 6$	$y = 10$
$(x, y) = (6, 0)$	$(x, y) = (0, 10)$



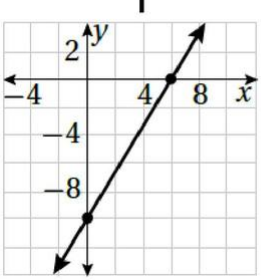
$5x - 3y = -30$

المقطع x:	المقطع y:
$5x - 3(0) = -30$	$5(0) - 3y = -30$
$5x = -30$	$-3y = -30$
$x = -6$	$y = 10$
$(x, y) = (-6, 0)$	$(x, y) = (0, 10)$



$5x - 3y = 30$

المقطع x:	المقطع y:
$5x - 3(0) = 30$	$5(0) - 3y = 30$
$5x = 30$	$-3y = 30$
$x = 6$	$y = -10$
$(x, y) = (6, 0)$	$(x, y) = (0, -10)$



➢ أمثل كل معادلة مما يأتي باستعمال المقطع x والمقطع y:

5) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=\frac{3}{2}$

المقطع x:

$\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}(0)=\frac{3}{2}$

$\left(\frac{1}{2}x=\frac{3}{2}\right)\times\frac{2}{1}$

$x=3$

$(x,y)=(3,0)$

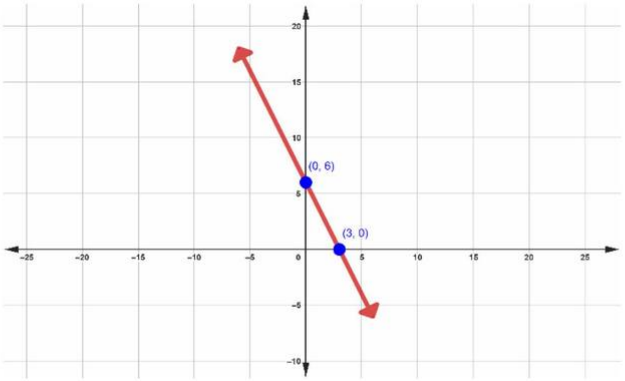
المقطع y:

$\frac{1}{2}(0)+\frac{1}{4}y=\frac{3}{2}$

$\left(\frac{1}{4}y=\frac{3}{2}\right)\times\frac{4}{1}$

$y=6$

$(x,y)=(0,6)$



6) $y=-x+7$

المقطع x:

$0=-x+7$

$x=7$

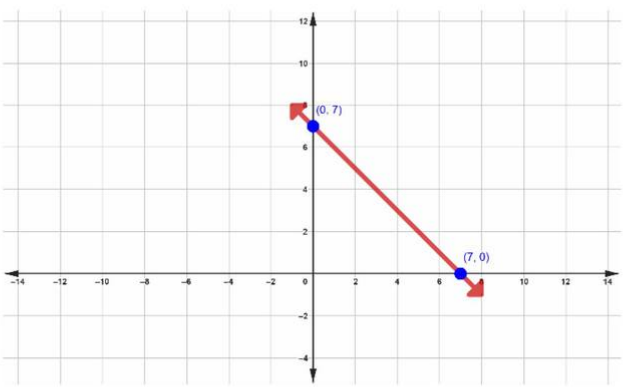
$(x,y)=(7,0)$

المقطع y:

$y=-(0)+7$

$y=7$

$(x,y)=(0,7)$



7) $y=3x+9$

المقطع x:

$0=3x+9$

$3x=-9$

$x=-3$

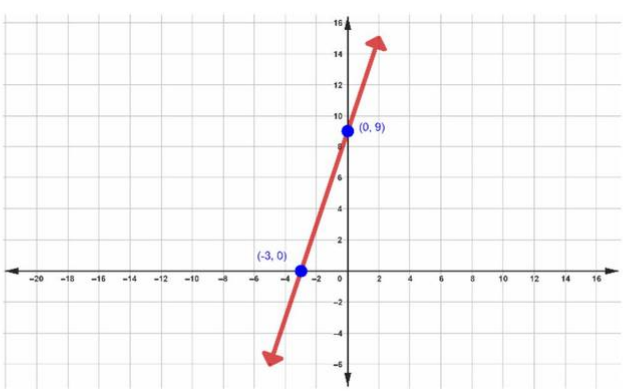
$(x,y)=(-3,0)$

المقطع y:

$y=3(0)+9$

$y=9$

$(x,y)=(0,9)$



8) $1 = 10 - 3y$

المقطع x:

لا يوجد

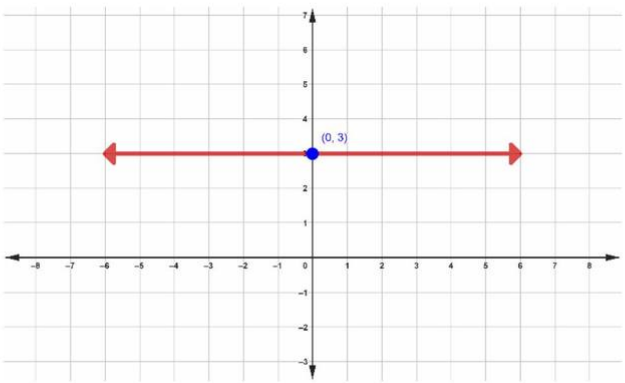
المقطع y:

$1 = 10 - 3y$

$-9 = -3y$

$y = 3$

$(x, y) = (0, 3)$



لا يوجد مقطع x، والتمثيل البياني هو مستقيم أفقي يقطع المحور y في النقطة $(0, 3)$.

---

9) $4x - 7y = 14$

المقطع x:

$4x - 7(0) = 14$

$4x = 14$

$x = 3.5$

$(x, y) = (3.5, 0)$

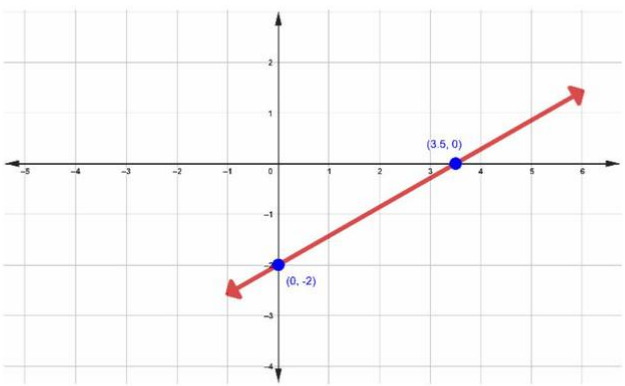
المقطع y:

$4(0) - 7y = 14$

$-7y = 14$

$y = -2$

$(x, y) = (0, -2)$



---

10) $y = 5 - x$

المقطع x:

$0 = 5 - x$

$x = 5$

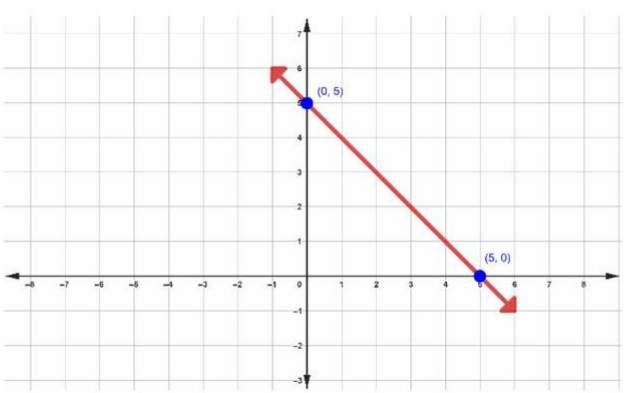
$(x, y) = (5, 0)$

المقطع y:

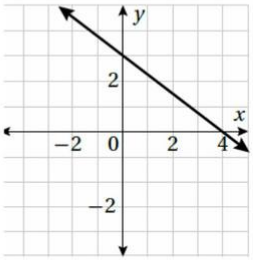
$y = 5 - (0)$

$y = 5$

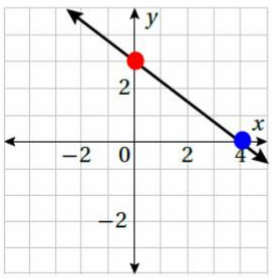
$(x, y) = (0, 5)$



11) يمثل كل من التمثيل البياني والجدول الآتيين معادلتين، بم تتشابه المعادلتان؟ وفيم تختلفان؟



x	-4	-2	0	2	4
y	5	4	3	2	1



x	-4	-2	0	2	4	6
y	5	4	3	2	1	0

المقطع x: $x = 4$

المقطع y: $y = 3$

المقطع x: $x = 6$

المقطع y: $y = 3$

إذن تتشابه المعادلتان بالمقطع y، وتختلفان بالمقطع x.

---

12) أكتب معادلة بالصورة القياسية يكون فيها المقطع x لتمثيلها البياني 3 والمقطع y هو 5

$Ax + By = C$

$5x + 3y = 15$

$(y = 5) \times 3$

$3y = 15$

$A(0) + 3y = 15$

$B = 3$

$(x = 3) \times 5$

$5x = 15$

$5x + B(0) = 15$

$A = 5$

---

13) أجد المقطعين x و y للتمثيل البياني للمعادلة $Ax + By = C$

المقطع x:

$Ax + B(0) = C$

$Ax = C$

$x = \frac{C}{A}$

المقطع y:

$A(0) + By = C$

$By = C$

$y = \frac{C}{B}$

الملف منقول

تجميع ورفع

منتديات صقر الجنوب