

كتاب التمارين

الوحدة 3: حلّ المعادلات **استعدّد لدراسة الوحدة**

مثال: احلّ المعاد $16x^2 - 25 = (4x)^2 - (5)^2$
 بكتابة المعاد على صورة فرق بين مربعين
 وحلّ الفرق بين مربعين

حلّ المعادلات باستعمال الجذر التربيعي (الدرس 2)
 احلّ كلّاً من المعادلات الآتية، والتحقّق من صحّة الحلّ:

1) $y^2 = 2.25 \pm 1.5$
 2) $t^2 = \frac{64}{100} \pm \frac{8}{10}$

1) $x^2 = \frac{16}{100} \pm \frac{4}{10}$
 2) $y^2 = 0.0144 \pm 0.12$

مثال: احلّ كلّاً من المعادلات الآتية، والتحقّق من صحّة الحلّ:

a) $x^2 = 144$
 $x^2 = 144$
 $x = \pm \sqrt{144}$
 $= \pm 12$
 عندما $x = -12$
 $(-12)^2 \stackrel{?}{=} 144$
 $144 = 144 \checkmark$

b) $t^2 = \frac{1}{36}$
 $t^2 = \frac{1}{36}$
 $t = \pm \sqrt{\frac{1}{36}}$
 $= \pm \frac{1}{6}$

المعادلة الأصلية
 تعريف الجذر التربيعي
 الجذرية الحليّة
 التحقّق من صحّة الحلّ
 عندما $x = 12$
 $(12)^2 \stackrel{?}{=} 144$
 $144 = 144 \checkmark$

المعادلة الأصلية
 تعريف الجذر التربيعي
 الجذرية الحليّة

28

الوحدة 3: حلّ المعادلات **استعدّد لدراسة الوحدة**

اخترّ معلوماتي بحلّ التدريبات لولا، وفي حال عدم تأقدي من الإجابة، استعين بالمثال المعطى.

التحليل بإخراج العامل المشترك (الدرس 2)
 احلّ كلّ معاد جبريّ متناهي تحليلاً كاملاً:

1) $3x + 21 = 3(x + 7)$ 2) $6x - 14x^2 = 2x(3 - 7x)$ 3) $5x^2 - 10x^2 + 25x = 5x(x^2 - 2x + 5)$

مثال: احلّ المعاد $36x^2 + 54x$ تحليلاً كاملاً
 الخطوة 1: اجذّ العامل المشترك الأكبر للحدين $54x$ و $36x^2$
 احلّ كلّ حدّ من عبارتي الأربعة، واحلّ العوامل الأربعة المشتركة.

الخطوة 2: اجذّ العامل المشترك الأكبر؛ فهو $18x$: $x = 2 \times 3 \times 3 \times x$
 الخطوة 3: أخرج العامل المشترك الأكبر خارج القوس
 لإخراج العامل المشترك الأكبر

$36x^2 + 54x = 18x(2x + 3)$

تحليل ثلاثي الخدود $x^2 + bx + c$ (الدرس 2)
 احلّ كلّاً من المعاد الآتية:

1) $x^2 + 2x - 24 = (x - 4)(x + 6)$ 2) $x^2 + 16x + 28 = (x + 2)(x + 14)$ 3) $x^2 - 22x + 72 = (x - 4)(x - 18)$

مثال: احلّ المعاد $x^2 - 10x + 16$ بالقسمة
 بكتابة القاسم
 بنسب $m = -2, n = -8$

$x^2 - 10x + 16 = (x + m)(x + n)$
 $= (x - 2)(x - 8)$

تحليل الفرق بين مربعين (الدرس 2)
 احلّ كلّاً من المعاد الآتية:

1) $x^2 - 64 = (x - 8)(x + 8)$ 2) $4x^2 - 100 = (2x - 10)(2x + 10)$ 3) $64x^2 - 1 = (8x + 1)(8x - 1)$

27

الوحدة 3: حلّ المعادلات **استعدّد لدراسة الوحدة**

التحقّق من صحّة الحلّ:

عندما $x = -\frac{1}{6}$
 $(-\frac{1}{6})^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$
 $\frac{1}{36} = \frac{1}{36} \checkmark$

عندما $x = \frac{1}{6}$
 $(\frac{1}{6})^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$
 $\frac{1}{36} = \frac{1}{36} \checkmark$

هرب المقادير الجبرية (الدرس 3)
 أجدّ ناتج ضرب كلّ متناهي بأبسط صورة:

1) $(x-3)(x+5) = x^2 - 2x - 15$ 2) $(12-4x)(1+2x) = -8x^2 + 20x + 12$ 3) $(2x-5)(4x-8x^2) = -16x^3 + 48x^2 - 20x$
 4) $(3x+4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$ 5) $(x^2+7)^2 = x^4 + 14x^2 + 49$ 6) $(3x-1)(3x+1) = 9x^2 - 1$

مثال: أجدّ ناتج ضرب $(2x+1)(3x-4)$ بأبسط صورة:
 بحلّ المقادير $(2x+1)$ إلى حلين، ثمّ ضرب كلّ منهما في $(3x-4)$ باستعمال خاصيّة التوزيع
 جميع الحدود المتشابهة

$(2x+1)(3x-4) = 2x(3x-4) + 1(3x-4)$
 $= 6x^2 - 8x + 3x - 4$
 $= 6x^2 - 5x - 4$

التحليل بالتجميع (الدرس 6)
 احلّ كلّ معاد جبريّ متناهي تحليلاً كاملاً:

1) $5x^2 - 15x^2 + 4x - 12 = 5x^2(x-3) + 4(x-3) = (x-3)(5x^2+4)$ 2) $5x - 10x^2 + 2y - 4xy = 5x(1-2x) + 2y(1-2x) = (1-2x)(5x+2y)$

مثال: احلّ المعاد $4xy + 8y + 3x + 6$ تحليلاً كاملاً:
 بصيغ المبرور تابه العرسي المشترك
 تحليل كلّ ناتج بإخراج العامل المشترك الأكبر
 بإخراج $(x+2)$ عاملاً مشتركاً

$4xy + 8y + 3x + 6 = (4xy + 8y) + (3x + 6)$
 $= 4y(x + 2) + 3(x + 2)$
 $= (x + 2)(4y + 3)$

29

كتاب التمارين

الدرس 2

حلُّ المُعادلات التربيعية بالتحليل (1)

Solving Quadratic Equations by Factoring (1)

أحلُّ المُعادلات الآتية بالتحليل:

- $9m^2 - 18m = 0$ $m = 0, 2$
- $x^2 - 11x + 18 = 0$ $x = -2, -9$
- $x^2 - 6x + 8 = 0$ $x = 4, 2$
- $x^2 - 2x - 15 = 0$ $x = -3, 5$
- $x^2 + 10x = -24$ $x = -6, -4$
- $a^2 - 14a + 49 = 0$ $a = 7$
- $16t^2 - 1 = 0$ $t = \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$
- $(2x - 1)^2 = 81$ $x = 5, -4$
- $4(x - 2)^2 = 25$ $x = \frac{9}{2}, -\frac{1}{2}$
- $t^2 + 4t - 12 = 0$ $t = -6, 2$
- $x^2 + 4x + 4 = 0$ $x = -2$
- $27 - 3y^2 = 0$ $y = -3, 3$

هدسة: بيّن الشكل الجائز مسطلياً مساحة 44 cm^2 أجد أبعاده:

الطول 11، العرض 4

أجد عددين زوجيين متتالين حاصل ضربهما 168 العدد الأول 12، العدد الثاني 14
أو العدد الأول -12، العدد الثاني -14

بيّن الشكل الشجور متوازي مستطيلات طوله يساوي 4 أمثال عرضه وحجمه 320 m^3 أجد طولاً وعرضه.

العرض 4، الطول 16

اكتشف الخطأ: حلّ معاداة التربيعية $2x^2 - 33 = 39$ كما تمّ مبيناً أدناه. اكتشف الخطأ في حلّه، واصحّهُ.

الخطأ في حلّ عامر أنه عد أحد الجذر التربيعي لطرفي المعاداة $36 = 36$ اكتفى بالحل $x = 6$ للمعاداة وأصل $-6 = -6$ والصواب أن تكون حلول المعاداة $x = \pm 6$

الدرس 1

حلُّ المُعادلات التربيعية بيانياً

Solving Quadratic Equations by Graphing

أحلُّ مُعادلات المُعادلات الآتية بيانياً:

- للمعاداة $x^2 + 7x + 12 = 0$ جذور: $-3, -4$
- للمعاداة $x^2 - x - 12 = 0$ جذور: $4, -3$
- للمعاداة $x^2 - 4x - 5 = 0$ جذور: $5, -1$
- للمعاداة $x^2 - 7x - 10 = 0$ جذور: $10, -2$
- للمعاداة $x^2 - 2x = -1$ جذور: $1, 1$
- للمعاداة $x^2 + 6x = -8$ جذور: $-2, -4$

أعدّاد: عدنان صحبان مجموعتهما 2، وحاصل ضربهما -8 يمكن استعمال المعاداة $x^2 + 2x + 8 = 0$ لتحديد مئتين العددين.

أحلُّ الاقتران التربيع بالمعاداة $x^2 + 2x + 8 = 0$ بيانياً.

استعمل الشكل البياني لإيجاد العددين: $2, -4$

اختيار: من متعدد: أيّ مما يأتي يعدّ الشكل البياني للشحن الاقتران التربيع بالمعاداة $-4x + 12 = x^2$ ؟

-
-
-
-

الدرس 3

حلُّ المُعادلات التربيعية بالتحليل (2)

Solving Quadratic Equations by Factoring (2)

أحلُّ مُعادلات المُعادلات الآتية بالتحليل:

- $3m^2 + 5m - 2$
 $(3m - 1)(m + 2)$
- $2x^2 + 3x + 1$
 $(2x + 1)(x + 1)$
- $3x^2 - x - 2$
 $(3x + 2)(x - 1)$
- $5b^2 - 13b + 6$
 $(5b - 3)(b - 2)$
- $30x^2 - 25x - 30$
 $5(3x + 2)(2x - 3)$
- $21x^2 + 2x - 3$
 $(7x + 3)(3x - 1)$
- $3x^2 + 8x - 3 = 0$
 $x = \frac{1}{3}, -3$
- $3t^2 - 14t + 8 = 0$
 $t = \frac{2}{3}, 4$
- $6x^2 - 5x - 4 = 0$
 $x = \frac{4}{3}, -\frac{1}{2}$
- $24x^2 - 19x + 2 = 0$
 $x = \frac{1}{8}, \frac{2}{3}$
- $15k^2 + 4k - 35 = 0$
 $k = \frac{7}{5}, -\frac{5}{3}$
- $6x^2 + 30 = 5 - 3x^2 - 30x$
 $x = -\frac{5}{2}$
- $2k^2 - 5k - 18 = 0$
 $k = \frac{9}{2}, -2$
- $12m^2 + 11m = 15$
 $m = -\frac{5}{4}, \frac{3}{4}$
- $40m^2 - 70m + 15 = 0$
 $m = \frac{1}{4}, \frac{3}{2}$

هدسة: اعرض الشكل الشجور، وأحلّ السؤالين الآتيين يانها:

أجد مساحةً مُستطيل الجائز بدلالة x : $A = 2x^2 + 6x + 4$

إذا كانت مساحة المُستطيل 40 وحدة مربعة، فأجد قيمة x : $x = 3$

رياضة: إذا كان الاقتران $h(t) = -16t^2 + 8t + 24$ يمثّل ارتفاع قوسٍ مسلح الماء، بعد t ثانية من قفوه عن بقائه القف، فما الزمن الذي يستغرقه للوصول إلى سطح الماء؟ $t = \frac{3}{2} \text{ min}$

الخطأ في إخراج العامل المشترك والصواب هو:

اكتشف الخطأ: اكتشف الخطأ في الحلّ الآتي، واصحّهُ.

$2x^2 - 2x - 24 = 2(x^2 - 2x - 24)$
 $= 2(x - 6)(x + 4)$

الدرس 3

حلُّ المُعادلات التربيعية بالتحليل (2)

Solving Quadratic Equations by Factoring (2)

أحلُّ مُعادلات المُعادلات الآتية بالتحليل:

- $3m^2 + 5m - 2$
 $(3m - 1)(m + 2)$
- $2x^2 + 3x + 1$
 $(2x + 1)(x + 1)$
- $3x^2 - x - 2$
 $(3x + 2)(x - 1)$
- $5b^2 - 13b + 6$
 $(5b - 3)(b - 2)$
- $30x^2 - 25x - 30$
 $5(3x + 2)(2x - 3)$
- $21x^2 + 2x - 3$
 $(7x + 3)(3x - 1)$
- $3x^2 + 8x - 3 = 0$
 $x = \frac{1}{3}, -3$
- $3t^2 - 14t + 8 = 0$
 $t = \frac{2}{3}, 4$
- $6x^2 - 5x - 4 = 0$
 $x = \frac{4}{3}, -\frac{1}{2}$
- $24x^2 - 19x + 2 = 0$
 $x = \frac{1}{8}, \frac{2}{3}$
- $15k^2 + 4k - 35 = 0$
 $k = \frac{7}{5}, -\frac{5}{3}$
- $6x^2 + 30 = 5 - 3x^2 - 30x$
 $x = -\frac{5}{2}$
- $2k^2 - 5k - 18 = 0$
 $k = \frac{9}{2}, -2$
- $12m^2 + 11m = 15$
 $m = -\frac{5}{4}, \frac{3}{4}$
- $40m^2 - 70m + 15 = 0$
 $m = \frac{1}{4}, \frac{3}{2}$

هدسة: اعرض الشكل الشجور، وأحلّ السؤالين الآتيين يانها:

أجد مساحةً مُستطيل الجائز بدلالة x : $A = 2x^2 + 6x + 4$

إذا كانت مساحة المُستطيل 40 وحدة مربعة، فأجد قيمة x : $x = 3$

رياضة: إذا كان الاقتران $h(t) = -16t^2 + 8t + 24$ يمثّل ارتفاع قوسٍ مسلح الماء، بعد t ثانية من قفوه عن بقائه القف، فما الزمن الذي يستغرقه للوصول إلى سطح الماء؟ $t = \frac{3}{2} \text{ min}$

الخطأ في إخراج العامل المشترك والصواب هو:

اكتشف الخطأ: اكتشف الخطأ في الحلّ الآتي، واصحّهُ.

$2x^2 - 2x - 24 = 2(x^2 - 2x - 24)$
 $= 2(x - 6)(x + 4)$

كتاب التمارين

حلّ المعادلات التربيعية باستخدام القانون العام

Solving Quadratic Equations Using the Quadratic Formula

الدرس 5

أحلّ المعادلات الآتية بالقانون العام، واقرب إجابتها لأقرب جزء من عشرة (إذا لزم):

1 $x^2 + 3x - 3 = 0$ $x \approx 0.8, x \approx -3.8$	2 $x^2 - 43x = -6$ $x \approx 42.9, x \approx 0.1$	3 $4x^2 - 20x = -25$ $x = 2.5$
4 $5x + 6 - x^2 = 0$ $x = 6, x = -1$	5 $-6x - x^2 = 9$ $x = -3$	6 $-2x^2 + 3x = -4$ $x \approx -0.9, x \approx 2.4$
7 $3x^2 - 5 + 14x = 0$ $x = -5, x = \frac{1}{3}$	8 $2x^2 - 5x = 11$ $x = -1.4, x \approx 3.9$	9 $7 - 4x^2 = 16x$ $x = -4.4, x = 0.4$

أحلّ كل معادلة مما يلي باستخدام أي طريقة، وأبزر حسب اختيار الطريقة: (10-15) انظر الهامش.

10 $x^2 + 3x + 2 = 0$	11 $x^2 - 9 = 0$	12 $x^2 - 5x - 7 = 0$
13 $x^2 - 6x = 0$	14 $(x - 4)^2 = 13$	15 $x^2 + 10x = 1$

16 أرفقاً: أرفض على أرضية على شكل متوازي أضلاع طول قاعدته $(5x - 2)$ m، وارتفاعه $(3x + 1)$ m. إذا كانت مساحة الأرضية 130 m^2 ، فما طول قاعدة المتوازي وما ارتفاعه؟ $x = 3$ ، طول القاعدة 13 m ، الارتفاع 10 m .

استعمل المساحة المشعطة في كل مما يلي لأجدة قيمة x ، واقرب إجابتها لأقرب جزء من عشرة:

17 $A = 150 \text{ cm}^2$ $x = 7$	18 $A = 45 \text{ cm}^2$ $x = 4$
-----------------------------------	----------------------------------

19 اكتشف الخطأ حلّ كل معادلة تربيعية باستخدام القانون العام كما هو مبين أعلاه. اكتشف الخطأ في حلّ كل مربع، واستمطه.

الخطأ في حلّ الترميم أنه عند تعريفه من 0 بالمحدد (-7) نسي القانون العام لم يجعل (-4) تساوي 7 ، ونسي حال التعويض الصحيح أن يكون جذرا للمعادلة: $3, -\frac{2}{3}$.

$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(-6)}}{2(3)}$
 $= \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{6}$
 $x = \frac{3}{2}$ or $x = -3$

حلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

Solving Quadratic Equations by Completing the Square

الدرس 4

اجعل كل مقدار مما يلي مربعاً كاملاً، ثم احلّ المربع الكامل لأقرب العدد الناتج:

1 $x^2 - 9x$ $x^2 - 9x + \frac{81}{4} = (x - \frac{9}{2})^2$	2 $x^2 + 10x$ $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$	3 $x^2 + 13x$ $x^2 + 13x + \frac{169}{4} = (x + \frac{13}{2})^2$
4 $x^2 - 18x$ $x^2 - 18x + 81 = (x - 9)^2$	5 $x^2 - \frac{1}{2}x$ $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = (x - \frac{1}{4})^2$	6 $x^2 + 5x$ $x^2 + 5x + \frac{25}{4} = (x + \frac{5}{2})^2$

أحلّ المعادلات الآتية باستخدام المربع، واقرب إجابتها لأقرب جزء من عشرة (إذا لزم):

7 $x^2 + 2x - 7 = 0$ $x = -1.8, x = -3.8$	8 $x^2 = 3x + \frac{29}{4}$ $x = \frac{3}{2}$	9 $x^2 = 8x - 16$ $x = 4$
10 $x^2 - 11x = 0$	11 $x^2 - 5x = 0.5$ $x = -0.1, x = 5.1$	12 $5x^2 + 20x = 10$ $x = -4.4, x = 0.4$
13 $2x^2 + 14 = 16x$ $x = 1, x = 7$	14 $4x = x^2 - 4x - 32$ $x = 10.9, x = -2.9$	15 $x + 1 = 6x - x^2$ $x = 0.2, x = 4.8$

16 تبين النقاط الآتية خطوات حلّ المعادلة $x^2 + 6x + 7 = 0$ بطريقة إكمال المربع. أرفض هذه الخطوات من الخطوات الأولى في الحل إلى الخطوة الأخيرة.

1. اصنع 9 طرفي المعادلة. (الخطوة 2)	2. اطرح 7 من طرفي المعادلة. (الخطوة 1)	3. اكتب $x^2 + 6x + 9 = 2 + 9$ على صورة $(x + 3)^2 = 11$. (الخطوة 3)	4. تأخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة. (الخطوة 4)
-------------------------------------	--	---	---

17 هندسة: بين الشكل المتوازي متساوية مساحته 108 m^2 . أجد قيمة x واقرب إجابتها لأقرب جزء من عشرة. $x = 12 \text{ m}$.

18 حديقة: حديقة مربعة مسطبة الشكل طولها 9 m وعرضها 6 m ، مشاعاً بنمط عرض $x \text{ m}$ إذا كانت مساحتها مساوية لمساحة المثلث، فأجد عرض المثلث. $x = 1.5 \text{ m}$.

إجابة الأسئلة في كتاب التمارين (الدرس 5):

- 10 أحلها باستعمال طريقة التحليل إلى العوامل؛ لأن الحد الثابت يساوي صفراً بعد إعادة كتابة المعادلة بالصورة القياسية. جذرا المعادلة هما: $3, 0$.
- 11 أحلها باستعمال الجذور التربيعية؛ لأن الحد bx غير موجود. جذرا المعادلة هما: $3, \pm 3$.
- 12 أحلها باستعمال القانون العام؛ لأن معامل x فردي، ولا يمكن تحليلها إلى العوامل. جذرا المعادلة هما: $1.1, -6.1$.
- 13 أحلها باستعمال طريقة التحليل إلى العوامل؛ لأن الحد الثابت يساوي صفراً. جذرا المعادلة هما: $0, 6$.
- 14 أحلها باستعمال الجذور التربيعية؛ لأن المعادلة مكتوبة على الصورة $(x + a)^2 = c$ ، حيث $c \geq 0$. جذرا المعادلة هما: $0.4, 7.6$.
- 15 أحلها باستعمال طريقة إكمال مربع؛ لأن معامل x^2 يساوي 1 ، ومعامل x زوجي. جذرا المعادلة هما: $0.1, -10.1$.

حلّ معادلات خاصة

Solving Special Equations

الدرس 6

أحلّ المعادلات الآتية:

1 $24x^2 + 10x = 0$ $x = 0, x = -\frac{5}{12}$	2 $x^2 - 2x^2 - 24x = 0$ $x = 0, x = -4, x = 6$	3 $3x^2 = 192x^3$ $x = 0, x = 8, x = -8$
4 $2x^3 - 20x^2 + 5x - 90 = 0$ $x = 10$	5 $x^3 - 3x^2 + 6x = 30$ $x = 5$	6 $16x^3 + 32x^2 - x - 2 = 0$ $x = -2, x = \frac{1}{4}, x = -\frac{1}{4}$
7 $x^2 + 512 = 0$ $x = -8$	8 $3x^2 - 192x^3 = 0$ $x = 0, x = 4$	9 $3x + 1 = x^2 + 3x^3$ $x = -\frac{1}{3}, x = \pm 1$
10 $2x^2 + 2x^2 - 144x = 0$ $x = 0, x = -9, x = 8$	11 $x^3 - 3x^2 - 28 = 0$ $x = \pm\sqrt{7}$	12 $16x^2 - 81 = 0$ $x = \pm\frac{9}{4}$
13 $4x^2 - 32x^2 + 48x^2 = 0$ $x = 0, x = \sqrt{2}, x = \sqrt{6}$	14 $4x^3 - 7x^2 - 16x + 28 = 0$ $x = \frac{7}{2}, x = \pm 2$	15 $4x^3 - 25 = 0$ $x = \pm\sqrt[3]{\frac{25}{4}}$

16 هندسة: بين الشكل المتوازي متوازي متساوية مساحته 96 m^2 . أجد أبعاده.

$x = 4$ ، الطول: 12 m ، العرض: 4 m ، الارتفاع: 2 m .

17 اكتب معادلة تربيعية يمتص الاقواس المشتمل عليها في الشكل المتوازي، وأبزر إجابتها.

توجد ثلاثة حلول للمعادلة عسي: $x = 0, x = -2, x = 2$. يجب أن يكون تحليل المعادلة على $(x-2)(x+2) = 0$ ، وتم فإن صحة المعادلة يمكن أن تكون: $x^2 - 4 = 0$.

18 دوّن أسماكاً بين الشكل المتوازي عرضاً للأسماك.

على شكل متوازي متساوية مساحته 12 dm^2 . أجد أبعاده.

الطول 6 dm ، العرض 1 dm ، الارتفاع 2 dm .