

الرياضيات

الصف الحادي عشر - المسار الأكاديمي

الفصل الدراسي الأول

11

إجابات التمارين

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

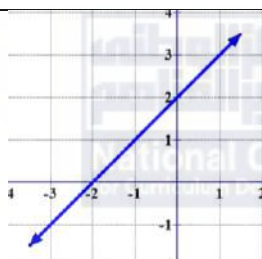
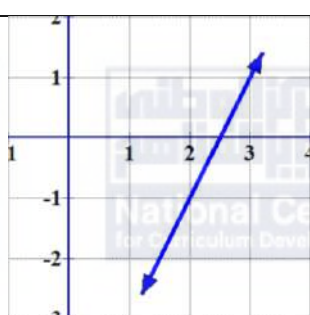
📌 @nccd_jor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo



إجابات كتاب التمارين الصف الحادي عشر - المسار الأكاديمي - خطة جديدة ف1

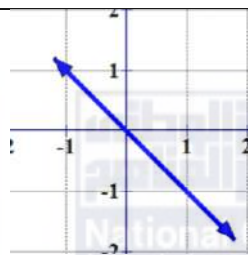
الوحدة الأولى: الاقترانات المتشعبة والمتاليات والمتسلسلات

أستعد لدراسة الوحدة

إيجاد قيمة اقتران عند قيمة معطاة صفحة 6	
1	$g(-5) = 10 - (-5) = 15$
2	$g(3) + 6 = 10 - (3) + 6 = 13$
3	$g(x) = -35 \Rightarrow 10 - x = -35 \Rightarrow x = 45$
4	$f(0) = 5(0) - 3 = -3$
5	$f(5) = 5(5) - 3 = 22$
6	$25 - f(-2) = 25 - (5(-2) - 3) = 38$
7	$f(2) + f(-1) = 5(2) - 3 + 5(-1) - 3 = -1$
تمثيل الاقتران الخطي بيانياً صفحة 7	
8	
9	
10	



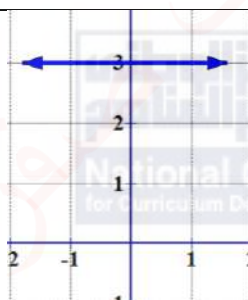
11



12

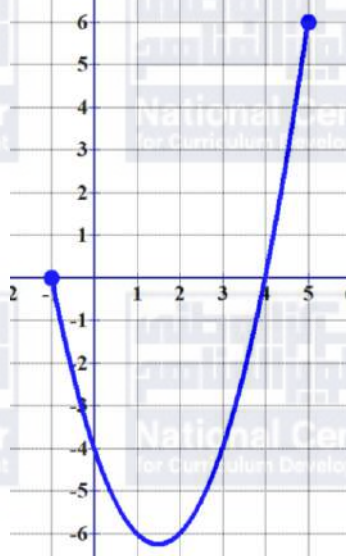


13



تمثيل كثير حدود معرّف على فترة بيانياً وتحديد مجاله ومداه صفحة 8

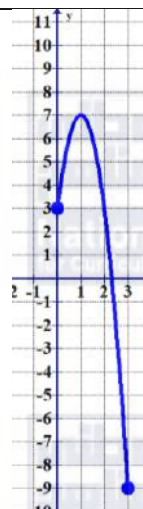
14



المجال: $[-1, 5]$ ، المدى $[-6.25, 6]$

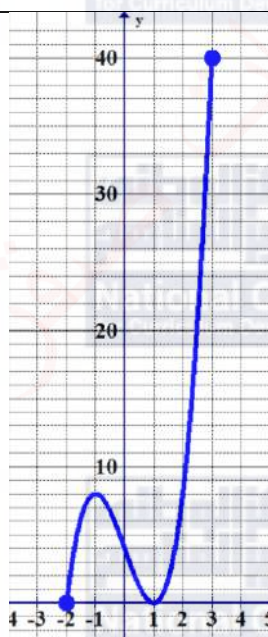


15



المجال: $[0, 3]$ ، المدى $[-9, 7]$

16



المجال: $[-2, 3]$ ، المدى $[0, 40]$



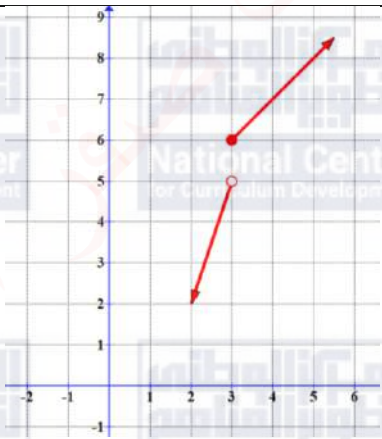
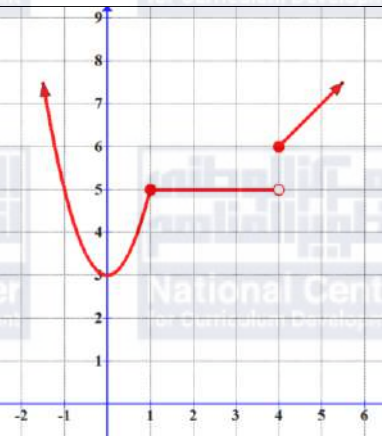
17	
إيجاد معادلة مستقيم ممثل بيانيًا صفحة 10	
18	$y = -\frac{4}{5}x + 4$
19	$y = 2x$
إيجاد قيمة مقدار جبري يتضمن قيمة مطلقة عند قيمة معطاة صفحة 11	
20	$ -4 - 2 + 10 = 16$
21	$-2 3(-1) + 1 = -4$
22	$ 3(0) - 5 + 0 - 1 = 6$
23	$5 2 - 2 + 4 = 4$
24	$ -10 + 10 = 20$
25	$-4 - 4 2(-4) + 11 = -16$
إيجاد حدود متتالية معطى حدها العام صفحة 12	
26	$a_1 = 3(1) + 1 = 4$ $a_2 = 3(2) + 1 = 7$ $a_3 = 3(3) + 1 = 10$ $a_4 = 3(4) + 1 = 13$ $a_5 = 3(5) + 1 = 16$



27	$a_1 = (1)^2 - 1 = 0$ $a_2 = (2)^2 - 1 = 3$ $a_3 = (3)^2 - 1 = 8$ $a_4 = (4)^2 - 1 = 15$ $a_5 = (5)^2 - 1 = 24$
28	$a_1 = 4(1) + 2 = 6$ $a_2 = 4(2) + 2 = 10$ $a_3 = 4(3) + 2 = 14$ $a_4 = 4(4) + 2 = 18$ $a_5 = 4(5) + 2 = 22$
إكمال نمط عددي معطى صفحة 12	
29	4,6,8,10,12,14,16
30	3,6,9,12,15,18,21
31	2,4,8,16,32,64,128
إيجاد الحد العام للمتتاليات صفحة 13	
32	$a_n = 7n - 4$
33	$a_n = n^2 + 1$
34	$a_n = n^2 + 4$



الدرس الأول: الاقترانات المتشعبة

1	$f(x) = 5x - 4 = \begin{cases} 4 - 5x, & x < \frac{4}{5} \\ 5x - 4, & x \geq \frac{4}{5} \end{cases}$
2	$f(x) = 3 - 2x - 6 = \begin{cases} 3 - 2x - 6, & x < \frac{3}{2} \\ 2x - 3 - 6, & x \geq \frac{3}{2} \end{cases} = \begin{cases} -3 - 2x, & x < \frac{3}{2} \\ 2x - 9, & x \geq \frac{3}{2} \end{cases}$
3	$f(x) = \left \frac{3}{2}x + 3 \right $
4	$f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0 \\ \frac{1}{3}x + 2, & x > 0 \end{cases}$
5	 المجال $(-\infty, \infty)$ ، المدى $(-\infty, 5) \cup [6, \infty)$
6	 المجال $(-\infty, \infty)$ ، المدى $[3, \infty)$

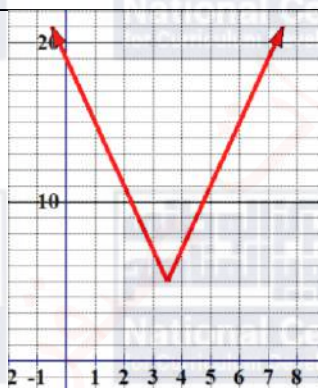


7



المجال $(-\infty, \infty)$ ، المدى $[3, \infty)$

8



المجال $(-\infty, \infty)$ ، المدى $[5, \infty)$

9

$$f(x) = \begin{cases} 1.2 + 0.121x, & x \leq 2000 \\ 1.2 + 0.121(2000) + 0.176(x - 2000), & x > 2000 \end{cases}$$

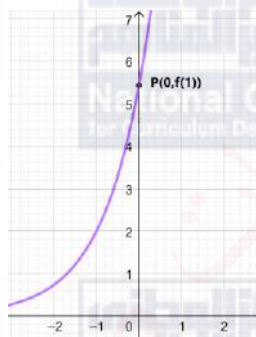


الدرس الثاني: التحويلات الهندسية للاقتدرات

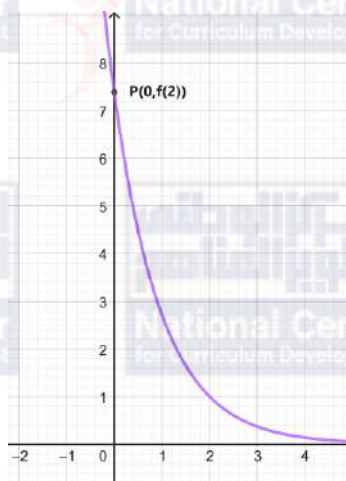
1 $g(x) = f(x) + 1$



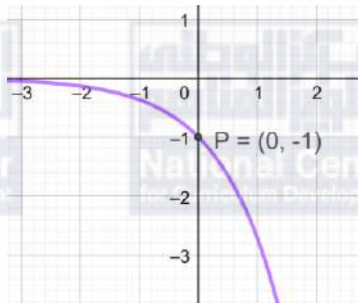
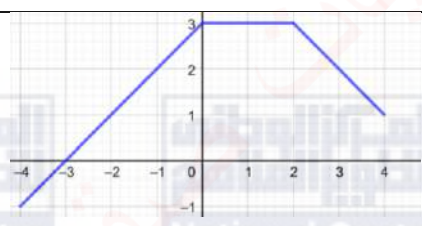
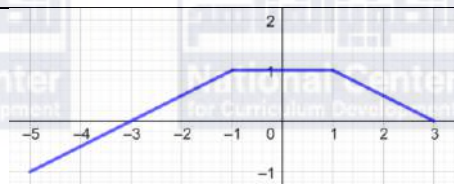
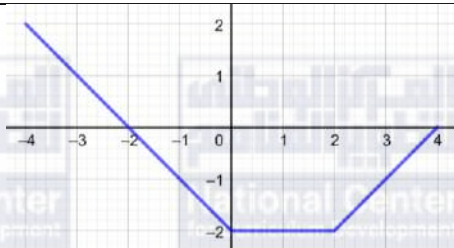
2 $h(x) = 2f(x + 1)$



3 $m(x) = f(-x + 2)$

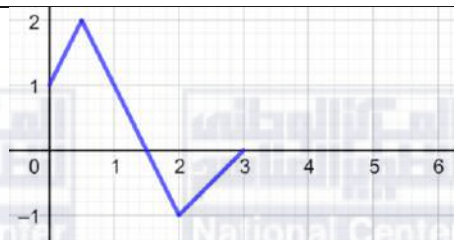




4	$p(x) = -f(x)$ 
5	انعكاس حول المحور x، تمدد رأسي معاملته 3، انسحاب نحو اليمين بمقدار وحدتين ونحو الأعلى بمقدار 5 وحدات.
6	انعكاس حول المحور y، تمدد رأسي معاملته 2، انسحاب نحو اليمين 4 وحدات ونحو الأسفل 3 وحدات.
7	
8	
9	
10	
11	تضييق رأسي معاملته 0.1 وانسحاب للأعلى مقداره 3000 وحدة



12



13





الدرس الثالث: المتتاليات والمتسلسلات

1	$1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{5}$
2	$4 + 10 + 18 + 28 + 40 + 54 + 70 + 88 + 108$
3	$\frac{1}{3} + \frac{3}{5} + \frac{5}{7} + \frac{7}{9}$
4	$a_n = 4n$
5	$\sum_{k=1}^{20} 4k = 840$
6	$a_n = (n - 1)^2$
7	$a_n = -6n + 28$, $a_{20} = -92$
8	$a_n = 5n - 12$, $a_{20} = 88$
9	$a_n = 1.5n + 23.5$, $a_{20} = 53.5$
10	$S_{10} = \frac{10}{2}(6 + 60) = 330$
11	$S_{100} = \frac{100}{2}(2(1) + (100 - 1) \times 2) = 10000$
12	$14 - 12 = 2$, $12 - 10 = 2$ المتتالية حسابية أساسها 2
13	$a_n = 2n + 8$
14	$S_{14} = \frac{14}{2}(10 + 36) = 322$
15	$S_{20} = 10(2a_1 + 19d) = 730 \Rightarrow 2a_1 + 19d = 73$ $S_{30} = 15(2a_1 + 29d) = 1545 \Rightarrow 2a_1 + 29d = 103$ $\Rightarrow a_1 = 8$
16	$d = 3$
	$a_n = 3n + 5$
17	$3n + 5 < 101 \Rightarrow n < 32$ $\Rightarrow n = 31$



18	$a_{10} = 2a_4 \Rightarrow a_1 + 9d = 2(a_1 + 3d)$ $\Rightarrow a_1 = 3d$ $a_{18} = 50 \Rightarrow a_1 + 17d = 50$ $\Rightarrow 3d + 17d = 50$ $\Rightarrow d = 2.5$ $\Rightarrow a_1 = 7.5$
19	$\dots, x, y, \dots$ $d = y - x$ $a = y + (y - x) = 2y - x$
20	$a_8 = a_1 + 7d = a_1 + 7(y - x)$ $x = a_1 + 7(y - x) \Rightarrow a_1 = 8x - 7y$



الوحدة الثانية: النهايات والمشتقات

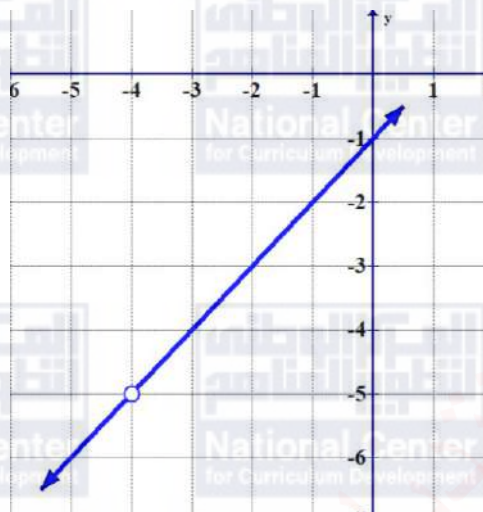
أستعد لدراسة الوحدة

1	$3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$
2	$x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$
3	$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$
4	$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$
5	$x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$
6	$2x^2 - 6x + 4 = 2(x - 1)(x - 2)$
7	$x^3 - 27 = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$
8	$2x^3 + 128 = 2(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$
9	$16 - x^2 = (4 - x)(4 + x)$
10	$\frac{2x + 2}{2} = x + 1$
11	$\frac{16x^2 + 8x}{2x + 1} = \frac{8x(2x + 1)}{2x + 1} = 8x$
12	$\frac{x - 2x^2}{8 - 16x} = \frac{x(1 - 2x)}{8(1 - 2x)} = \frac{x}{8}$
13	$\frac{x^2 - 36}{x - 6} = \frac{(x - 6)(x + 6)}{x - 6} = x + 6$
14	$\frac{x^2 + 7x + 12}{x + 3} = \frac{(x + 4)(x + 3)}{x + 3} = x + 4$
15	$\frac{9 - 3x}{x^2 - 9} = \frac{3(3 - x)}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{-3}{x + 3}$



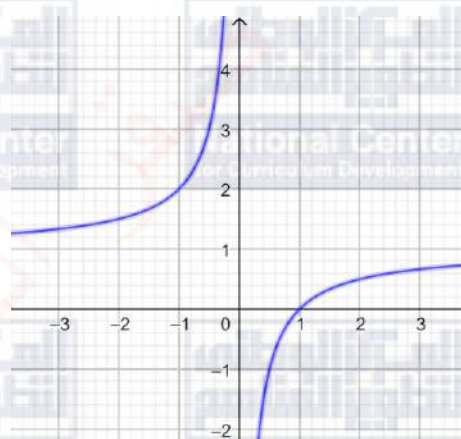
16

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4} = \frac{(x + 4)(x - 1)}{x + 4} = x - 1, \quad x \neq -4$$



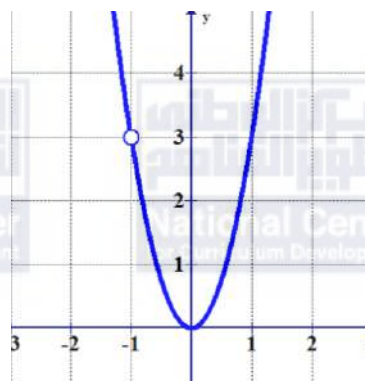
17

$$f(x) = \frac{-x^2 + x^3}{x^3} = \frac{x^2(-1 + x)}{x^3} = \frac{x - 1}{x}, \quad x \neq 0$$



18

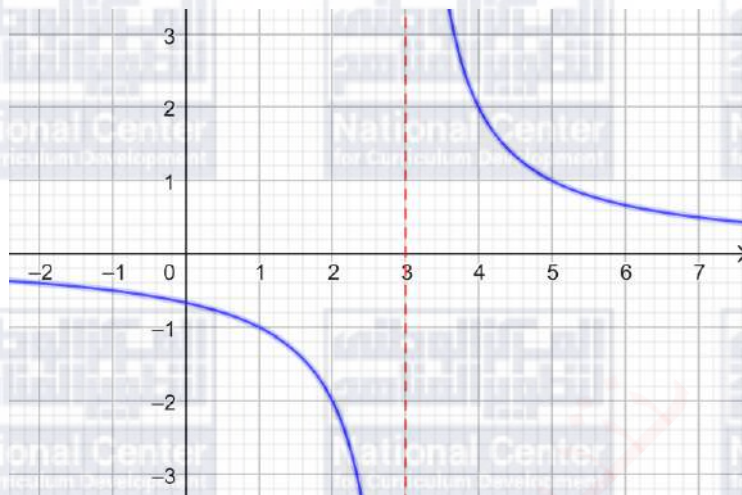
$$f(x) = \frac{3x^4 + 6x^3 + 3x^2}{x^2 + 2x + 1} = \frac{3x^2(x^2 + 2x + 1)}{x^2 + 2x + 1} = 3x^2, \quad x \neq -1$$





19

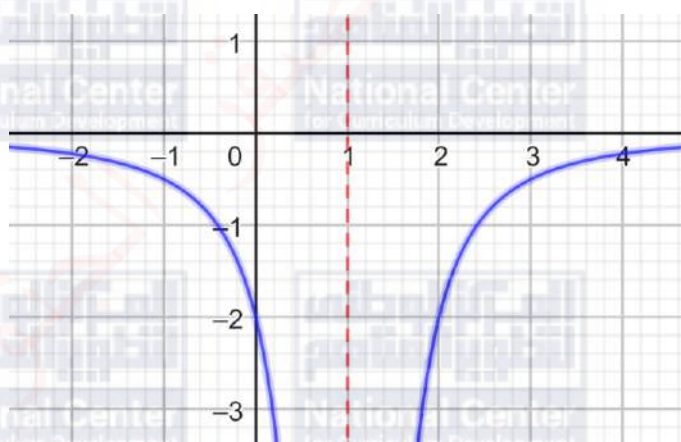
$$f(x) = \frac{2}{x-3}$$



المجال $(-\infty, 3) \cup (3, \infty)$ ، المدى $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

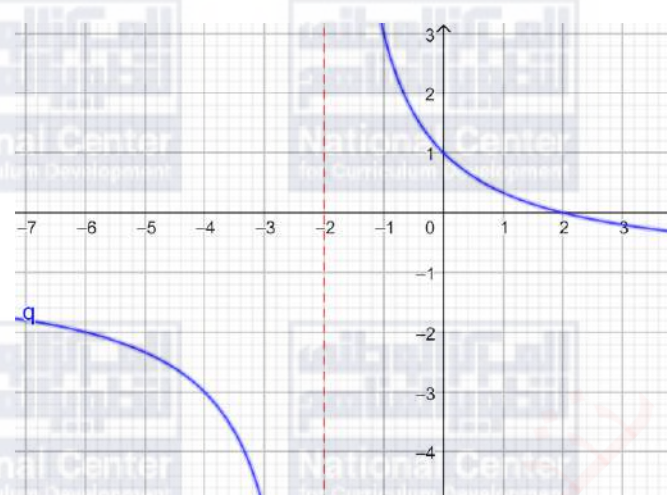
20

$$h(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$$



المجال $(-\infty, 1) \cup (1, \infty)$ ، المدى $(-\infty, 0)$



21	$g(x) = \frac{4}{x+2} - 1$  المجال $(-\infty, -2) \cup (-2, \infty)$ ، المدى $(-\infty, -1) \cup (-1, \infty)$
22	$p^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{p}$
23	$\sqrt[8]{u} = u^{\frac{1}{8}}$
24	$9^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{9}$
25	$\sqrt[5]{-8} = (-8)^{\frac{1}{5}}$
26	$w^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{w^8}$
27	$\sqrt[6]{v^5} = v^{\frac{5}{6}}$
28	$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3}$
29	$\sqrt[5]{(-35)^9} = (-35)^{\frac{9}{5}}$
30	$\frac{4^3 \times 8^4}{4^5 \times 8^2} = \frac{8^2}{4^2} = \frac{64}{16} = 4$
31	$3^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6 = \frac{3^5}{3^6} = \frac{1}{3}$
32	$(7-4)^3 \times 3^{-8} = 3^3 \times 3^{-8} = 3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{243}$



33	$\frac{4^2}{4^5} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$
34	$f(x) = 2x^3 + 6$ $f'(x) = 6x^2$
35	$f(x) = x^5 - 5x^2 + 6x - 10$ $f'(x) = 5x^4 - 10x + 6$
36	$f(x) = x^4 + 8x^2$ $f'(x) = 4x^3 + 16x$
37	$f(x) = 5x^2 + 25x - 9$ $f'(x) = 10x + 25$ $m = f'(-2) = -20 + 25 = 5$
38	$f'(x) = 0 \Rightarrow 10x + 25 = 0$ $\Rightarrow x = -2.5$
39	$g(x) = 3x^3 - x^2 - 7x + 4$ $3(-2)^3 - (-2)^2 - 7(-2) + 4 = b \Rightarrow b = -2$
40	$g'(x) = 9x^2 - 2x - 7$ $g'(x) = 0 \Rightarrow 9x^2 - 2x - 7 = 0$ $\Rightarrow (9x + 7)(x - 1) = 0$ $\Rightarrow x = -\frac{7}{9}, x = 1$
41	$x^2 + 5x - 24 = 0$ $(x + 8)(x - 3) = 0$ $x = -8, x = 3$
42	$15x^2 - 30x - 120 = 0$ $x^2 - 2x - 8 = 0$ $(x + 2)(x - 4) = 0$ $x = -2, x = 4$



43

$$x^3 - 5x^2 + 6x = 0$$

$$x(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 0, x = 2, x = 3$$

44

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$$

x	1	2	3
$f'(x)$	-2	0	2
إشارة الميل	سالبة	موجبة	موجبة

تتغير إشارة الميل حول $x = 2$ من سالبة إلى موجبة، لذا توجد قيمة محلية صغرى هي:

$$f(2) = -1$$

45

$$f(x) = x^2 + 6x - 3$$

$$f'(x) = 2x + 6$$

$$2x + 6 = 0 \Rightarrow x = -3$$

x	-4	-3	0
$f'(x)$	-2	0	6
إشارة الميل	سالبة	موجبة	موجبة

تتغير إشارة الميل حول $x = -3$ من سالبة إلى موجبة، لذا توجد قيمة محلية صغرى هي:

$$f(-3) = -9$$



46

$$f(x) = 1 + 5x - x^2$$

$$f'(x) = 5 - 2x$$

$$5 - 2x = 0 \Rightarrow x = 2.5$$

x	2	2.5	3
$f'(x)$	1	0	-1
إشارة الميل	موجبة		سالبة

تتغير إشارة الميل حول $x = 2.5$ من موجبة إلى سالبة، لذا توجد قيمة محلية عظمى هي:

$$f(2.5) = 7.25$$

47

$$f(x) = x^3 + 1.5x^2 - 18x$$

$$f'(x) = 3x^2 + 3x - 18$$

$$3x^2 + 3x - 18 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = -3, x = 2$$

x	-4	-3	0
$f'(x)$	18	0	-18
إشارة الميل	موجبة		سالبة

x	0	2	3
$f'(x)$	-18	0	18
إشارة الميل	سالبة		موجبة

تتغير إشارة الميل حول $x = -3$ من موجبة إلى سالبة، لذا توجد قيمة محلية عظمى هي:

$$f(-3) = 50.5$$

تتغير إشارة الميل حول $x = 2$ من سالبة إلى موجبة، لذا توجد قيمة محلية صغرى هي:

$$f(2) = -22$$



48

$$f(x) = 18x^2 - x^4$$

$$f'(x) = 36x - 4x^3$$

$$36x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(9 - x^2) = 0$$

$$\Rightarrow 4x(3 - x)(3 + x) = 0$$

$$\Rightarrow x = -3, x = 0, x = 3$$

x	-4	-3	-1
$f'(x)$	112	0	-32
إشارة الميل	موجبة		سالبة

x	-1	0	1
$f'(x)$	-32	0	32
إشارة الميل	سالبة		موجبة

x	1	3	4
$f'(x)$	32	0	-112
إشارة الميل	موجبة		سالبة

تتغير إشارة الميل حول $x = -3$ من موجبة إلى سالبة، لذا توجد قيمة محلية عظمى هي:

$$f(-3) = 36$$

تتغير إشارة الميل حول $x = 0$ من سالبة إلى موجبة، لذا توجد قيمة محلية صغرى هي:

$$f(0) = 0$$

تتغير إشارة الميل حول $x = 3$ من موجبة إلى سالبة، لذا توجد قيمة محلية عظمى هي:

$$f(3) = 36$$

49

$$f(x) = 2x^3 - 6x + 4$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 1$$

x	-2	-1	0
$f'(x)$	18	0	-6
إشارة الميل	موجبة		سالبة

x	0	1	2
$f'(x)$	-6	0	18
إشارة الميل	سالبة		موجبة

تتغير إشارة الميل حول $x = -1$ من موجبة إلى سالبة، لذا توجد قيمة محلية عظمى هي:

$$f(-1) = 8$$

تتغير إشارة الميل حول $x = 1$ من سالبة إلى موجبة، لذا توجد قيمة محلية صغرى هي:

$$f(1) = 0$$

50

$$s(t) = t^3 - 6t + 3$$

$$v(t) = 3t^2 - 6$$

51

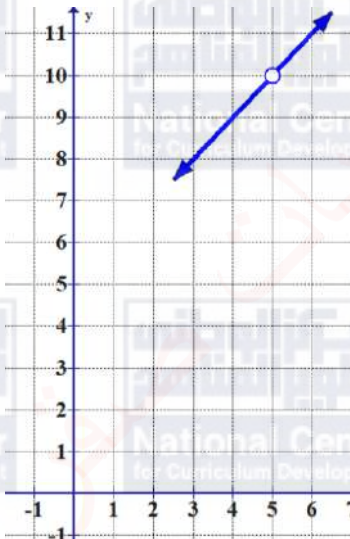
$$v(3) = 3(3)^2 - 6 = 21 \text{ m/s}$$



52	$v(t) = 6 \Rightarrow 3t^2 - 6 = 6$ $\Rightarrow t^2 = 4$ $\Rightarrow t = -2, t = 2$											
53	$a(t) = 6t$											
54	$a(5) = 6 \times 5 = 30 \text{ m/s}^2$											
55	$12x + 10y = 180 \Rightarrow y = \frac{180 - 12x}{10} = 18 - 1.2x$											
56	$A = (4x)(2y) = 4x(36 - 2.4x)$ $\Rightarrow A(x) = 144x - 9.6x^2$											
57	$A'(x) = 144 - 19.2x$											
	$144 - 19.2x = 0 \Rightarrow x = \frac{144}{19.2} = 7.5$											
	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>7.5</td><td>8</td></tr><tr><td>$A'(x)$</td><td>144</td><td>0</td><td>-9.6</td></tr><tr><td>إشارة الميل</td><td>موجبة</td><td></td><td>سالبة</td></tr></table>	x	0	7.5	8	$A'(x)$	144	0	-9.6	إشارة الميل	موجبة	
x	0	7.5	8									
$A'(x)$	144	0	-9.6									
إشارة الميل	موجبة		سالبة									
58	تتغير إشارة الميل حول $x = 7.5$ من موجبة إلى سالبة، لذا توجد قيمة محلية عظمى عند $x = 7.5$ فتكون المساحة الكلية للحظائر أكبر ما يمكن عندما $x = 7.5$ أكبر مساحة كلية ممكنة للحظائر هي: $A(7.5) = 540 \text{ m}^2$											



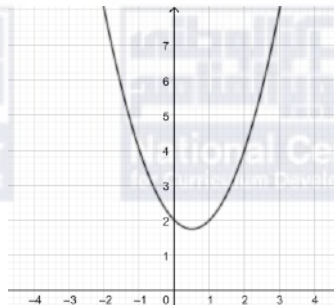
الدرس الأول: النهايات والاتصال

1	$\lim_{t \rightarrow -2} f(t) = 0$																																
2	$\lim_{t \rightarrow -1} f(t) = -1$																																
3	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \text{غير موجودة}$																																
4	$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x^2 - 25}{x - 5} \right) = 10$ 																																
<table><tr><td></td><td colspan="3">اليسار ←</td><td>5</td><td colspan="3">اليمين →</td></tr><tr><td>x</td><td>4.9</td><td>4.99</td><td>4.999</td><td></td><td>5.001</td><td>5.01</td><td>5.1</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>9.9</td><td>9.99</td><td>9.999</td><td></td><td>10.001</td><td>10.01</td><td>10.1</td></tr><tr><td></td><td colspan="3">اليسار ←</td><td>10</td><td colspan="3">اليمين →</td></tr></table>			اليسار ←			5	اليمين →			x	4.9	4.99	4.999		5.001	5.01	5.1	$f(x)$	9.9	9.99	9.999		10.001	10.01	10.1		اليسار ←			10	اليمين →		
	اليسار ←			5	اليمين →																												
x	4.9	4.99	4.999		5.001	5.01	5.1																										
$f(x)$	9.9	9.99	9.999		10.001	10.01	10.1																										
	اليسار ←			10	اليمين →																												



5

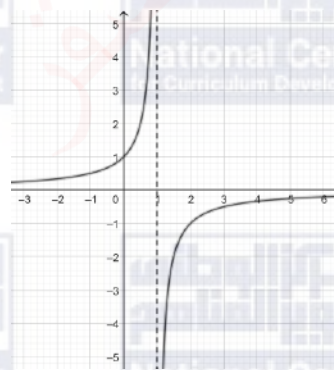
$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - x + 2) = 8$$



	اليسار →			-2	اليمن ←		
x	-2.1	-2.01	-2.001		-1.999	-1.99	-1.9
$f(x)$	7.9	7.99	7.999		8.001	8.01	8.1
	→ اليسار			8	اليمن ←		

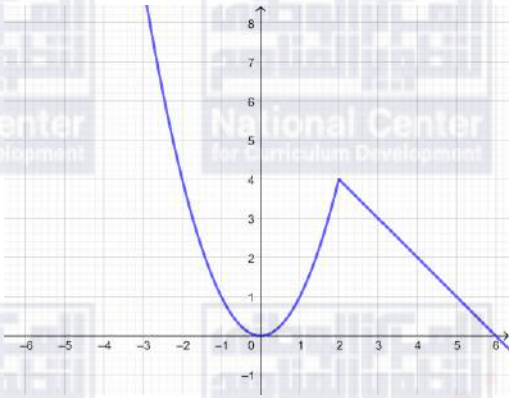
6

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} \right) \text{ غير موجودة}$$



	اليسار →			1	اليمن ←		
x	0.9	0.99	0.999		1.001	1.01	1.1
$f(x)$	10	100	1000		-1000	-100	-10
	→ اليسار				اليمن ←		



7	$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2 \\ 6 - x, & x > 2 \end{cases}$ 
8	$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow 6} f(x) = 0$
9	$\lim_{x \rightarrow -7} (2x + 5) = -14 + 5 = -9$
10	$\lim_{x \rightarrow 2} (-x^2 + 5x - 2) = -4 + 10 - 2 = 4$
11	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{x + 6} = \frac{2 + 3}{2 + 6} = \frac{5}{8}$
12	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x - 2}{1 - x} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2(x - 1)}{1 - x} \right) = -2$
13	$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x - 6}{x + 5} \right) = \frac{6 - 6}{3 + 5} = 0$
14	$\lim_{z \rightarrow -4} \sqrt[3]{2z - 8} = \sqrt[3]{-16}$
15	$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{2x^2 - 18}{x^3 - 27} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x^2 - 9)}{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)} = \frac{2(3 + 3)}{(9 + 9 + 9)} = \frac{4}{3}$
16	$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x^2 - 7x + 10}{25 - 5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x - 5)(x - 2)}{5(5 - x)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x - 2)}{5} = \frac{-3}{5}$



17	$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x(\sqrt{3x+1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{(\sqrt{3x+1} + 1)} = \frac{3}{2}$
18	$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{2 - x}, & x < 2 \\ x - 6, & x \geq 2 \end{cases} = \begin{cases} -x - 2, & x < 2 \\ x - 6, & x \geq 2 \end{cases}$ $f(2) = 2 - 6 = -4$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (-x - 2) = -4$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x - 6) = -4$ بما أن $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -4$ إذن f متصل عند $x = 2$



الدرس الثاني: مشتقة اقتران القوة

1

$$\begin{aligned}f(x) &= 5x, x = 0 \\f'(0) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h - 0}{h} \\&= 5\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}f(x) &= x, x = -3 \\f'(-3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-3+h) - f(-3)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3+h+3}{h} \\&= 1\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}f(x) &= 6x + 3, x = 2 \\f'(2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6(2+h) + 3 - 15}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6h}{h} \\&= 6\end{aligned}$$



4

$$f(x) = 5x^2, x = 1$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(1+h)^2 - 5}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5(1 + 2h + h^2) - 5}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5 - 10h + 5h^2 - 5}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (10 + 5h)$$

$$= 10$$

5

$$f(x) = 3x^2 + 4x, x = 1$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(1+h)^2 + 4(1+h) - 7}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(1 + 2h + h^2) + 4 + 4h - 7}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{10h + 3h^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} (10 + 3h)$$

$$= 10$$



6	$f(x) = x^2 - 5x + 7, x = 2$ $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 5(2+h) + 7 - 1}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4 + 4h + h^2) - 10 - 5h + 6}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 - h}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} (h - 1)$ $= -1$
7	$s = 10\sqrt{t} = 10t^{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow \frac{ds}{dt} = 5t^{-\frac{1}{2}}$
8	$s = \frac{50}{t} + 10 = 50t^{-1} + 10$ $\Rightarrow \frac{ds}{dt} = -50t^{-2} = -\frac{50}{t^2}$
9	$s = 10t^2 - \frac{10}{t^2} = 10t^2 - 10t^{-2}$ $\Rightarrow \frac{ds}{dt} = 20t + 20t^{-3} = 20t + \frac{20}{t^3}$
10	$y = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 1$ $x = 1 \Rightarrow y = \sqrt{1} = 1$ $(1,1)$



11	$\frac{dy}{dx} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ $x = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$
12	$y = \frac{(x+a)^2}{x} = \frac{x^2 + 2ax + a^2}{x} = \frac{x^2}{x} + \frac{2ax}{x} + \frac{a^2}{x} = x + 2a + a^2x^{-1}$ $\frac{dy}{dx} = 1 - a^2x^{-2} = 1 - \frac{a^2}{x^2}$ $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{a^2}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{a^2}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm a$ $x = a \Rightarrow y = \frac{(a+a)^2}{a} = 4a$ $(a, 4a)$ $x = -a \Rightarrow y = \frac{(-a+a)^2}{-a} = 0$ $(-a, 0)$
13	$f(x) = \frac{2x+5}{x} = \frac{2x}{x} + \frac{5}{x} = 2 + 5x^{-1}$ $\frac{dy}{dx} = -5x^{-2} = -\frac{5}{x^2}$ $\left.\frac{dy}{dx}\right _{x=10} = -\frac{5}{100} = -\frac{1}{20}$



14	$\frac{dy}{dx} = -5 \Rightarrow -\frac{5}{x^2} = -5 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ $x = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{2+5}{1} = 7$ $(1, 7)$ $x = -1 \Rightarrow f(-1) = \frac{-2+5}{-1} = -3$ $(-1, -3)$
15	$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}, \quad x = 8$ $f(8) = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow (8, 2)$ $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ $f'(8) = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{12}$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = \frac{1}{12}(x - 8)$ $y - 2 = \frac{1}{12}x - \frac{2}{3}$ $y = \frac{1}{12}x + \frac{4}{3}$ معادلة المماس:



16

$$f(x) = \frac{4+x}{x} = \frac{4}{x} + \frac{x}{x} = 4x^{-1} + 1$$

$$f(8) = \frac{4+8}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(8, \frac{3}{2}\right)$$

$$f'(x) = -4x^{-2} = \frac{-4}{x^2}$$

$$f'(8) = \frac{-4}{(8)^2} = \frac{-4}{64} = -\frac{1}{16}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{16}(x - 8)$$

$$y - \frac{3}{2} = -\frac{1}{16}x + \frac{1}{2}$$

معادلة المماس:

$$y = -\frac{1}{16}x + 2$$

17

$$f(x) = \frac{8}{\sqrt{x}} = 8x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f(4) = \frac{8}{\sqrt{4}} = 4 \Rightarrow (4, 4)$$

$$f'(x) = -4x^{-\frac{3}{2}} = -\frac{4}{\sqrt{x^3}}$$

$$f'(4) = -\frac{4}{\sqrt{4^3}} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}x + 2$$

معادلة المماس:

$$y = -\frac{1}{2}x + 6$$



18	$f'(x) = 15x^2 + 2x$ $f'(-1) = 15 - 2 = 13$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y_1 = f(-1) = 5(-1)^3 + (-1)^2 - 2 = -6$ $y - (-6) = -\frac{1}{13}(x + 1)$ $y + 6 = -\frac{1}{13}x - \frac{1}{13}$ $y = -\frac{1}{13}x - \frac{79}{13}$
19	$f(5) = 2(5)^2(6 - 5) = 50 \rightarrow (5, 50)$ $f'(x) = (2x^2)(-1) + (6 - x)(4x)$ $f'(5) = (50)(-1) + (6 - 5)(20) = -30$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 50 = \frac{1}{30}(x - 5)$ $y - 50 = \frac{1}{30}x - \frac{1}{6}$ $y = \frac{1}{30}x + \frac{299}{6}$



مماس المنحنى أفقي أي $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 12x^5 - 4x^3$$

$$12x^5 - 4x^3 = 0$$

$$4x^3(3x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ أو } x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

20

$$f(0) = 2(0)^6 - (0)^4 - 2 = -2$$

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$$

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$$

النقاط هي $(0, -2), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right)$

لإيجاد إحداثيي نقاط التقاطع بين $f(x)$ و $g(x)$ نحل المعادلة $f(x) = g(x)$

المستقيم الذي معادلته $2y = x + 5$ تصبح $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$$x^2 - 4x + 7 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{9}{2} = 0$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ أو } x = 3$$

21

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{2}\right) + 7 = \frac{9}{4} - 6 + 7 = \frac{13}{4}$$

$$f(3) = (3)^2 - 4(3) + 7 = 9 - 12 + 7 = 4$$

$$A\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right), B(3, 4)$$



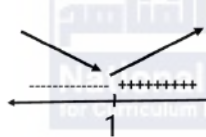
22	معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة $A\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$ $f'(x) = 2x - 4$ $f'\left(\frac{3}{2}\right) = 2\left(\frac{3}{2}\right) - 4 = -1$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - \frac{13}{4} = -\left(x - \frac{3}{2}\right)$ $y - \frac{13}{4} = -x + \frac{3}{2}$ $y = -x + \frac{19}{4}$ معادلة المماس:
23	معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة $B(3,4)$ $f'(3) = 2(3) - 4 = 2$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 4 = 2(x - 3)$ $y - 4 = 2x - 6$ معادلة المماس: $y = 2x - 2$ معادلة المماس: $f(x) = x^2 - 5x + 10$ $f'(x) = 2x - 5$ $m = f'(1) = 2(1) - 5 = -3$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 6 = -3(x - 1)$ $y - 6 = -3x + 3$ معادلة المماس: $y = -3x + 9$ نحسب المقطع x لهذا المماس: $y = -3(0) + 9 = 9$ نحسب المقطع y لهذا المماس: $0 = -3x + 9 \Rightarrow x = 3$ مساحة المثلث المطلوبة هي: $A = \frac{1}{2}(9)(3) = \frac{27}{2}$



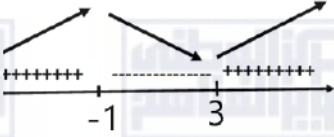
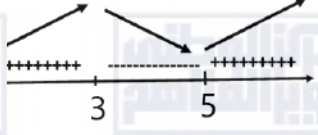
الدرس الثالث: القيم العظمى والصغرى

1	$f(x) = x^2 - 8x$ $f'(x) = 2x - 8$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 8 = 0$ $\Rightarrow x = 4$ النقطة الحرجة للاقتران f هي: $(4, -16)$
2	$f(x) = 3x^2 + 6x + 4$ $f'(x) = 6x + 6$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 6x + 6 = 0$ $\Rightarrow x = -1$ النقطة الحرجة للاقتران f هي: $(-1, 1)$
3	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$ $f'(x) = 3x^2 - 12x$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0$ $\Rightarrow 3x(x - 4) = 0$ $\Rightarrow x = 0, x = 4$ النقاط الحرجة للاقتران f هي: $(0, 6), (4, -26)$
4	$f(x) = 4x - \frac{1}{3}x^3$ $f'(x) = 4 - 2x^2$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 4 - 2x^2 = 0$ $\Rightarrow x^2 = 2$ $\Rightarrow x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}$ النقاط الحرجة للاقتران f هي: $(-\sqrt{2}, -\frac{10\sqrt{2}}{3}), (\sqrt{2}, \frac{10\sqrt{2}}{3})$

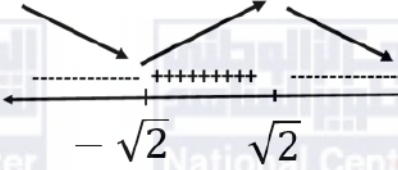


5	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$ $f'(x) = x^2 - 2x - 3$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ $\Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0$ $\Rightarrow x = 3, x = -1$ النقاط الحرجة للاقتران f هي: $(-1, \frac{20}{3}), (3, -4)$
6	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $\Rightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$ $\Rightarrow x = 1, x = 3$ النقاط الحرجة للاقتران f هي: $(1, 5), (3, 1)$
7	$f(x) = 2x^2 - 4x$ $f'(x) = 4x - 4$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4 = 0$ $\Rightarrow x = 1$  الاقتران f متناقص على $(-\infty, 1)$ و متزايد على $(1, \infty)$



8	$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$ $f'(x) = x^2 - 2x - 3$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ $\Rightarrow (x - 3)(x + 1) = 0$ $\Rightarrow x = 3, x = -1$  الاقتران f متناقص على $(-1, 3)$ و متزايد على $(-\infty, -1), (3, \infty)$
9	$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x$ $f'(x) = 3x^2 - 24x + 45$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 24x + 45 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 8x + 15 = 0$ $\Rightarrow (x - 5)(x - 3) = 0$ $\Rightarrow x = 5, x = 3$  الاقتران f متناقص على $(3, 5)$ و متزايد على $(-\infty, 3), (5, \infty)$



10	$f(x) = 4x - \frac{1}{3}x^3$ $f'(x) = 4 - 2x^2$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 4 - 2x^2 = 0$ $\Rightarrow x^2 = 2$ $\Rightarrow x = -\sqrt{2}, x = \sqrt{2}$  الاقتران f متزايد على $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ومتزايد على $(\sqrt{2}, \infty)$ ومتزايد على $(-\infty, -\sqrt{2})$
11	$f(x) = x^3 + kx^2 - 8x + 3$ $f'(x) = 3x^2 + 2kx - 8$ $f'(-2) = 0 \Rightarrow 3(-2)^2 + 2k(-2) - 8 = 0$ $\Rightarrow 12 - 4k - 8 = 0$ $\Rightarrow 4 - 4k = 0$ $\Rightarrow k = 1$
12	$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $\Rightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$ $\Rightarrow x = 1, x = 3$ $x = 1 \Rightarrow f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) = 4 \Rightarrow A(1,4)$



الدرس الرابع: المشتقة الثانية وتطبيقاتها

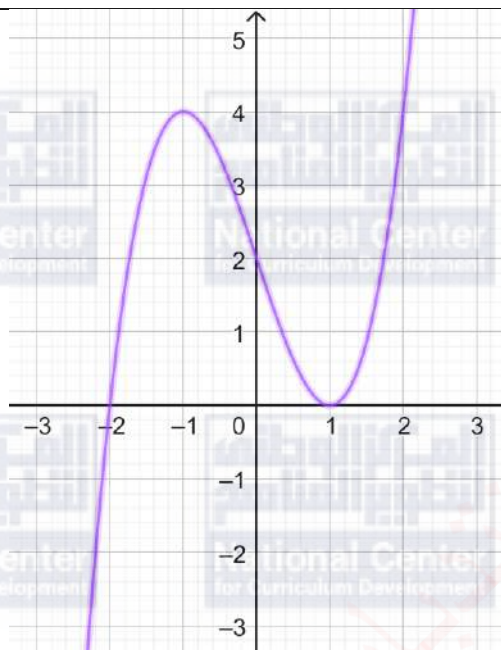
1	$f'(x) = 15x^2 + 4$ $f''(x) = 30x$
2	$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ $f''(x) = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}} = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^5}}$
3	$f(x) = (x-1)(2x+3) = 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 2x^2 + x - 3$ $f'(x) = 4x + 1$ $f''(x) = 4$
4	$f(x) = \frac{4}{3x} = \frac{4}{3}x^{-1}$ $f'(x) = -\frac{4}{3}x^{-2}$ $f''(x) = \frac{8}{3}x^{-3} = \frac{8}{3x^3}$ $f''(2) = \frac{8}{3(2)^3} = \frac{1}{3}$
5	$f'(x) = -14x$ $f''(x) = -14$ $f''(-3) = -14$
6	$f'(x) = 4ax^3 - 6x$ $f''(x) = 12ax^2 - 6$ $f''(2) = 12a(2)^2 - 6$ $42 = 48a - 6$ $48 = 48a$ $a = 1$



7	$f(x) = (x - 1)^2(x + 2) = (x^2 - 2x + 1)(x + 2) = x^3 - 3x + 2$ $f(x) = 0 \Rightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$ $\Rightarrow (x - 1)(x^2 + x - 2) = 0$ $\Rightarrow (x - 1)(x + 2)(x - 1) = 0$ $\Rightarrow x = -2, x = 1$ $(-2, 0), (1, 0)$
8	$f'(x) = 3x^2 - 3$ $f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 = 0$ $\Rightarrow 3(x^2 - 1) = 0$ $\Rightarrow 3(x - 1)(x + 1) = 0$ $\Rightarrow x = 1, x = -1$ $x = 1 \Rightarrow f(1) = (1)^3 - 3(1) + 2 = 0$ $x = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) + 2 = 4$ النقاط الحرجة لهذا الاقتران هي: $(-1, 4), (1, 0)$ $f''(x) = 6x$ $f''(-1) = 6(-1) = -6 < 0$ إذن، $(-1, 4)$ نقطة عظمى محلية $f''(1) = 6(1) = 6 > 0$ إذن، $(1, 0)$ نقطة صغرى محلية



9



10

$$f'(x) = 4x + 4$$

$$4x + 4 = 0 \rightarrow x = -1$$

توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = -1$

$$f''(x) = 4$$

$$f''(-1) = 4 > 0$$

إذن توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = -1$ هي:

$$f(-1) = 2(-1)^2 + 4(-1) - 3 = -5$$



$$f(x) = x^3(x - 2) = x^4 - 2x^3$$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2$$

$$4x^3 - 6x^2 = 0$$

$$2x^2(2x - 3) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{أو} \quad x = \frac{3}{2}$$

توجد قيمتان حرجتان هما $x = \frac{3}{2}$ و $x = 0$

$$f''(x) = 12x^2 - 12x$$

$$f''\left(\frac{3}{2}\right) = 12\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 12\left(\frac{3}{2}\right) = 9 > 0$$

إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = \frac{3}{2}$ ، هي $-\frac{27}{16}$

$$f''(0) = 12(0)^2 - 12(0) = 0$$

يفشل اختبار المشتقة الثانية في تحديد نوع النقطة الحرجة $(0, 0)$ لذلك نلجأ لاختبار المشتقة الأولى:

$$f'(-1) = 4(-1)^3 - 6(-1)^2 = -4 - 6 = -10 < 0$$

$$f'(1) = 4(1)^3 - 6(1)^2 = 4 - 6 = -2 < 0$$

إشارة $f'(x)$ سالبة على يسار $x = 0$ وعلى يمينها، فالنقطة $(0, 0)$ ليست نقطة قيمة قصوى.



12	$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$ $3x^2 - 10x + 3 = 0$ $(3x - 1)(x - 3) = 0$ $x = \frac{1}{3} \text{ أو } x = 3$ توجد قيمتان حرجتان هما $x = \frac{1}{3}$ و $x = 3$ $f''(x) = 6x - 10$ $f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6\left(\frac{1}{3}\right) - 10 = -8 < 0$ $f''(3) = 6(3) - 10 = 8 > 0$ إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = 3$ ، هي: $f(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + 3(3) + 1 = -8$ وتوجد قيمة عظمى عندما $x = \frac{1}{3}$ هي: $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{40}{27}$
13	$v(t) = 12t - 2$ $v(5) = 12(5) - 2 = 58 \text{ m/s}$
14	$a(t) = 12$ $a(5) = 12 \text{ m/s}^2$
15	تكون السيارة في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعتها 0 $v(t) = 12t - 2 = 0 \rightarrow 12t = 2 \rightarrow t = \frac{1}{6}$



الدرس الخامس: تطبيقات القيم القصوى

1	$V = lwh = yx(2x) = 2x^2y$ $A = 2xy + (2x + 2y)(2x) = 6xy + 4x^2$ $600 = 6xy + 4x^2$ $600 - 4x^2 = 6xy$ $y = \frac{600 - 4x^2}{6x}$ $V(x) = 2x^2 \left(\frac{600 - 4x^2}{6x} \right)$ $V(x) = 200x - \frac{4}{3}x^3$	حجم القالب: مساحة سطح القالب: حجم القالب بدلالة x:
2	$V'(x) = 200 - 4x^2$ $200 - 4x^2 = 0$ $200 = 4x^2$ $x^2 = \frac{200}{4} = 50 \rightarrow x = \pm 5\sqrt{2}$ $x = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ لكن الطول لا يكون سالبا، لذا فإن $x = 5\sqrt{2} \text{ cm}$ $V''(x) = -8x$ $V''(5\sqrt{2}) = -40\sqrt{2} < 0$ توجد قيمة عظمى عندما $x = 5\sqrt{2}$ ، ويكون حجم القالب أكبر ما يمكن عندما $x = 5\sqrt{2} \text{ cm}$	
3	$s(x) = 150 - 0.5x$ $R(x) = x(150 - 0.5x) = 150x - 0.5x^2$	سعر البذلة الواحدة اقتران الإيراد:
4	$R'(x) = 2C'(x)$ $150 - x = 2(0.5x)$ $150 - x = x$ $2x = 150$ $x = 75$	الإيراد الحدي: $R'(x) = 150 - x$ التكلفة الحدية: $C'(x) = 0.5x$
5	$P(x) = R(x) - C(x)$ $= 150x - 0.5x^2 - 4000 - 0.25x^2$ $= 150x - 0.75x^2 - 4000$	اقتران الربح:



6	$P'(x) = 150 - 1.5x$ $150 - 1.5x = 0$ $150 = 1.5x$ $x = \frac{150}{1.5} = \frac{1500}{15} = 100$ توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = 100$ $P''(x) = -1.5$ $P''(100) = -1.5 < 0$ توجد قيمة عظمى لهذا الاقتران عندما $x = 100$ ويكون أكبر ربح ممكن عندما تكون عدد البدلات المباعة 100، ويكون أكبر ربح ممكن هو: $P(100) = 150(100) - 0.75(100)^2 - 4000$ $= 15000 - 7500 - 4000 = 3500$
7	ويكون حينها سعر البدلة الواحدة: $s(100) = 150 - 0.5(100) = 100$
8	$8 = 2x + 2y + \pi x \Rightarrow y = \frac{8 - 2x - \pi x}{2}$ $A = 2xy + \frac{1}{2}\pi r^2 = 2x \left(\frac{8 - 2x - \pi x}{2} \right) + \frac{1}{2}\pi x^2 = 8x - 2x^2 - \pi x^2 + \frac{1}{2}\pi x^2$ $A'(x) = 8 - 4x - 2\pi x + \pi x = 8 - x(4 + \pi)$ $A'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{4 + \pi}$ $A''(x) = -4 - \pi$ $A''\left(\frac{8}{4 + \pi}\right) = -4 - \pi < 0$ يمر الحد الأقصى من الضوء عندما $x = \frac{8}{4 + \pi}, y = \frac{8}{4 + \pi}$



حجم المنشور الثلاثي القائم = مساحة القاعدة المثلثة $\times$ ارتفاع المنشور

مساحة المثلث = نصف طول القاعدة المثلث $\times$ ارتفاع المثلث

مساحة المثلث:

$$A_1 = \frac{1}{2}x(x) = \frac{1}{2}x^2$$

$$V = \frac{1}{2}x^2l$$

حجم المنشور:

$$1000 = \frac{1}{2}x^2l$$

$$2000 = x^2l$$

$$l = \frac{2000}{x^2}$$

مساحة سطح القالب = مساحتي القاعدتين المثلثيتين + مساحتي الوجهين المستطيلين اللذين إحدى حافتيهما ضلع القائمة x

$$A = 2\left(\frac{1}{2}x^2\right) + 2(xl) = x^2 + 2xl$$

$$A(x) = x^2 + 2x\left(\frac{2000}{x^2}\right)$$

$$= x^2 + \frac{4000}{x}$$

$$A'(x) = 2x - \frac{4000}{x^2}$$

$$2x - \frac{4000}{x^2} = 0$$

$$2x = \frac{4000}{x^2}$$

$$2x^3 = 4000$$

$$x^3 = 2000$$

$$x = \sqrt[3]{2000}$$

توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = \sqrt[3]{2000}$

$$A''(x) = 2 + \frac{8000}{x^3}$$

$$A''(\sqrt[3]{2000}) = 2 + \frac{8000}{(\sqrt[3]{2000})^3} = 2 + \frac{8000}{2000} = 2 + 4 = 5 > 0$$

توجد قيمة صغرى عندما $x = \sqrt[3]{2000}$

إذن أبعاد القالب التي تجعل المواد المستعملة لصنعه أقل ما يمكن هي:

$$x = \sqrt[3]{2000} \text{ cm}, \quad l = \frac{2000}{x^2} = \frac{2000}{(\sqrt[3]{2000})^2} = \sqrt[3]{2000} \text{ cm}$$



الدرس السادس: قاعدة السلسلة

1	$y = (1 - x + x^2 - x^3)^4$ $\frac{dy}{dx} = 4(1 - x + x^2 - x^3)^3 \times (-1 + 2x - 3x^2)$
2	$y = (x + x^2)^{\frac{3}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}(x + x^2)^{\frac{1}{2}} \times (1 + 2x)$
3	$y = \frac{\sqrt{5 + 4x^2}}{2} = \frac{1}{2}(5 + 4x^2)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4}(5 + 4x^2)^{-\frac{1}{2}} \times 8x = \frac{2x}{\sqrt{5 + 4x^2}}$
4	$y = \sqrt{1 + \sqrt{3x + 4}} = \left(1 + (3x + 4)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}\left(1 + (3x + 4)^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \frac{1}{2}(3x + 4)^{-\frac{1}{2}} \times 3 = \frac{3}{4\sqrt{3x + 4}\sqrt{1 + \sqrt{3x + 4}}}$ $\left.\frac{dy}{dx}\right _{x=0} = \frac{3}{4\sqrt{0 + 4}\sqrt{1 + \sqrt{0 + 4}}} = \frac{3}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{8}$
5	$y = (2x - 3)^3$ $\frac{dy}{dx} = 6(2x - 3)^2$ $\frac{dy}{dx} = 24 \Rightarrow 6(2x - 3)^2 = 24 \Rightarrow (2x - 3)^2 = 4 \Rightarrow 2x - 3 = \pm 2$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2}, x = \frac{5}{2}$ $x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = (1 - 3)^3 = -8 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, -8\right)$ $x = \frac{5}{2} \Rightarrow y = (5 - 3)^3 = 8 \Rightarrow \left(\frac{5}{2}, 8\right)$



6	$y = f(x^2 + 3x - 5)$ $\frac{dy}{dx} = (2x + 3)f'(x^2 + 3x - 5)$ $\frac{dy}{dx}\bigg _{x=1} = 5f'(-1) = 5 \times 2 = 10$
7	$y = (x^3 - 7)^5$ نقطة التماس $x = 2 \Rightarrow y = (8 - 7)^5 = 1 \Rightarrow (2, 1)$ $\frac{dy}{dx} = 15x^2(x^3 - 7)^4$ $m_{\text{التماس}} = \frac{dy}{dx}\bigg _{x=2} = 60$ $y - 1 = 60(x - 2)$ $y - 1 = 60x - 120$ $\Rightarrow y = 60x - 119$ معادلة المماس



8	$y = \sqrt{x+9} = (x+9)^{\frac{1}{2}}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(x+9)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x+9}}$ $m_{\text{المماس}} = \left. \frac{dy}{dx} \right _{x=16} = \frac{1}{2\sqrt{16+9}} = \frac{1}{10}$ $y - 5 = \frac{1}{10}(x - 16)$ $y - 5 = \frac{1}{10}x - \frac{8}{5}$ $\Rightarrow y = \frac{1}{10}x + \frac{17}{5} \quad \text{معادلة المماس}$ $y = 0 \Rightarrow \frac{1}{10}x + \frac{17}{5} = 0 \Rightarrow x = -34 \Rightarrow A(-34, 0)$ $m_{\text{العمودي}} = \frac{-1}{m_{\text{المماس}}} = -10$ $y - 5 = -10(x - 16)$ $y - 5 = -10x + 160$ $\Rightarrow y = -10x + 165 \quad \text{معادلة العمودي}$ $y = 0 \Rightarrow -10x + 165 = 0 \Rightarrow x = \frac{165}{10} \Rightarrow A\left(\frac{165}{10}, 0\right)$ $AB = \frac{165}{10} + 34 = \frac{505}{10}$	
9	$\frac{dr}{dt} = 0.3 \text{ cm/s}$ $\left. \frac{dA}{dt} \right _{r=5 \text{ cm}}$ $A = \pi r^2$ $\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dr} \times \frac{dr}{dt} = 2\pi r \times \frac{dr}{dt}$ $= 10\pi \times 0.3 = 3\pi \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$	معدل التغير المعطى: معدل التغير المطلوب: العلاقة التي تربط مساحة الدائرة بطول نصف قطرها:
10	$\frac{dV}{dA} = \frac{dV}{dr} \times \frac{dr}{dA} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{\frac{dA}{dr}} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{8\pi r} = \frac{r}{2}$	



الدرس الأول: قاعدة السلسلة

1	$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x-1}} = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$
2	$f(x) = 3(3-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = -\frac{3}{2}(3-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x) = \frac{3x}{\sqrt{(3-x^2)^3}}$
3	$f'(x) = \frac{5}{2}(3+4x)^{\frac{3}{2}}(4) = 10(3+4x)^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{(3+4x)^3}$
4	$f'(x) = 100(8-x)^{99}(-1) = -100(8-x)^{99}$
5	$f'(x) = 2x + 2(200-x)^1(-1) = 2x - 2(200-x)$ $= 2x - 400 + 2x$ $= 4x - 400$
6	$f(x) = (x^2-3)^{-3}$ $f'(x) = -3(x^2-3)^{-4}(2x) = \frac{-6x}{(x^2-3)^4}$
7	$f'(x) = 12x^2 + 4(x-2)^3$ $f'(2) = 12(4) + 4(2-2)^3 = 48$
8	$f'(x) = \frac{2x+8}{2\sqrt{x^2+8x}} = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x}}$ $f'(8) = \frac{8+4}{\sqrt{64+64}} = \frac{12}{\sqrt{128}} = \frac{12}{8\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$
9	$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 14u$ $\frac{du}{dx} = 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= (3u^2 - 14u) \times 2x$ $= 6x(x^2+3)^2 - 28x(x^2+3)$



10	$\frac{dy}{du} = \frac{-3}{2\sqrt{7-3u}}$ $\frac{du}{dx} = 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= \frac{-3}{2\sqrt{7-3u}} \times 2x$ $= \frac{-3x}{\sqrt{7-3(x^2-9)}} = \frac{-3x}{\sqrt{34-3x^2}}$
11	$P'(t) = 3\left(t^{\frac{1}{4}} + 3\right)^2 \times \frac{1}{4}t^{-\frac{3}{4}} = \frac{3\left(t^{\frac{1}{4}} + 3\right)^2}{4t^{\frac{3}{4}}} = \frac{3\left(t^{\frac{1}{4}} + 3\right)^2}{4^4\sqrt{t^3}}$
12	$P'(16) = \frac{3(2+3)^2}{4(8)} = \frac{75}{32} \approx 2.34$
13	$f'(x) = g'(h(x)) \times h'(x)$ $f'(5) = g'(h(5)) \times h'(5)$ $= g'(-2) \times 6$ $= 4 \times 6 = 24$
14	$f'(x) = 8(h(x)) \times h'(x)$ $f'(5) = 8(h(5)) \times h'(5)$ $= 8 \times -2 \times 6 = -96$



الوحدة الثالثة: الاحتمالات

أستعد لدراسة الوحدة

استعمال مخطط الشجرة لعد النواتج الممكنة لتجربة عشوائية صفحة 38

$(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (H, 5), (H, 6)$

$(T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)$

$(1, H), (2, H), (3, H), (4, H), (5, H), (6, H)$

$(1, T), (2, T), (3, T), (4, T), (5, T), (6, T)$

استعمال مخطط الاحتمال لعد النواتج الممكنة لتجربة عشوائية صفحة 38

أحمر	×	×	×	×
أزرق	×	×	×	×
أبيض	×	×	×	×
	1	2	3	4

إيجاد احتمال الحوادث المستقلة، والحوادث غير المستقلة صفحة 39

$$1 \quad \frac{43}{91}$$

$$2 \quad \frac{48}{91}$$

إيجاد احتمال متممة الحادث صفحة 39

$$5 \quad P(\text{تتأخر الحافلة}) = 1 - \frac{9}{11} = \frac{2}{11}$$

$$6 \quad P(\text{عدم الإصابة بالسكري}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$7 \quad P(\text{لا يخسر الفريق المباراة}) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$8 \quad P(\text{لا ترتدي نظارة}) = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$9 \quad P(\text{لا يفوز الفريق}) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$10 \quad P(\text{لديه إخوة}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

إيجاد احتمال الحوادث المتنافية صفحة 40



11	0
12	$0.5 + 0.3 = 0.8$
	إيجاد احتمال الحوادث المتنافية الشاملة صفحة 41
13	$x = 1 - (0.3 + 0.4) = 0.3$
14	$x = 1 - (0.2 + 0.25 + 0.15 + 0.15 + 0.1) = 0.15$



الدرس الأول: التباديل والتوافيق

1	$\frac{8!}{4!} = 1680$
2	${}_7P_3 = 210$
3	${}_7C_3 = 35$
4	${}_9C_0 = 1$
5	${}_5P_5 = 120$
6	$\frac{6! \cdot 4C_2}{10C_3} = 36$
7	192
8	${}_{20}C_2 = 190$
9	${}_8C_2 \times {}_{12}C_2 + {}_8C_1 \times {}_{12}C_3 + {}_{12}C_4 = 4103$
10	${}_7C_3 \times {}_{12}C_5 + {}_7C_4 \times {}_{12}C_4 + {}_7C_5 \times {}_{12}C_3 = 49665$
11	$P(A) = \frac{7}{168}$
12	$P(A) = \frac{144}{720} = 0.2$
13	$P(A) = \frac{240}{720} \approx 0.3$



الدرس الثاني: المتغيرات العشوائية

1	$X = \{1, 2, 3, 4\}$						
2	$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$						
3	$X = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 14\}$						
4	X	0	1	2			
	P(X)	$\frac{121}{144}$	$\frac{22}{144}$	$\frac{1}{144}$			
5	$b + 0.4 + 2b + 0.12 = 1 \rightarrow b = 0.16$						
6	$P(Y \geq 2) = 1 - P(Y = 1) = 1 - 0.16 = 0.84$						
7	$P(1 < Y \leq 7) = 1 - P(Y = 1) = 1 - 0.16 = 0.84$						
8	$E(X) = -1 \times 0.15 + 0 \times 0.25 + 2 \times 0.35 + 3 \times 0.25 = 1.3$						
	$Var(X) = 1 \times 0.15 + 0 \times 0.25 + 4 \times 0.35 + 9 \times 0.25 - (1.3)^2 = 2.11$						
9	X	1	2	3	4	5	6
	P(X)	$\frac{35}{520}$	$\frac{55}{520}$	$\frac{105}{520}$	$\frac{140}{520}$	$\frac{110}{520}$	$\frac{75}{520}$
10	$E(X) = \frac{35}{520} + \frac{110}{520} + \frac{315}{520} + \frac{560}{520} + \frac{550}{520} + \frac{450}{520} = \frac{2020}{520} = 3.88$						

المملكة الاردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم



السلام عليكم ورحمة الله وبركاته

نرحب بكم في

[موقع ومنتديات صقر الجنوب التعليمية](#)

[منهاج المملكة الأردنية الهاشمية](#)

ويسعدنا ويشرفنا ان نستمر معكم في تقديم

كل ما هو جديد للمنهاج المحدث المطورة ولجميع

المستويات والمواد

ملفات نجمها من كل مكان ونضعها لكم في مكان واحد

ليسهل تحميلها

علما ان جميع ما ننشر مجاني 100%

أخي الزائر - أختي الزائرة ان دعمكم لنا هو انمامكم لنا

فهو شرف كبير

[صفحتنا على الفيس بوك هنا](#)

[مجموعتنا على الفيس بوك هنا](#)

[قناتنا على اليوتيوب هنا](#)

جميع ملفاتنا نرفعها على مركز تحميل خاص في [صقر الجنوب](#)

نحن نسعى دائما الى تقديم كل ما هو أفضل لكم و هذا وعد منا ان شاء الله

شجعونا دائما حتى نواصل في العطاء و [نسال](#) الله ان يوفقنا و يسدد خطانا

في حال واجهتك اي مشكلة في تحميل اي ملف

من [منتديات صقر الجنوب](#) [المنهاج الاردني](#)

[صفحة اتصل بنا](#)