أسئلة الوحدة الخامسة

1 في ΔXYZ، إذا كانَ $XM = 4, XN = 6, NZ = 9, \overline{NM} \parallel \overline{YZ}$ ، فأجدُ XY.

$$\frac{NZ}{XN} = \frac{MY}{XM} \rightarrow \frac{9}{6} = \frac{MY}{4}$$

$$MY = \frac{36}{6} = 6$$

$$XY = 4 + 6 = 10$$

2 في ΔPRS، إذا كانَ $PR = 30, QR = 9, PT = 12, PS = 18$، فأُحدِّدُ إذا كانَ $\overline{QT} \parallel \overline{RS}$، مُبرِّرًا إجابتي.

إذا انطبقت نظرية التناسب فإنهما متوازيان .

$PQ = 30 - 9 = 21$

$TS = 18 - 12 = 6$

$$\frac{12}{6} \stackrel{?}{=} \frac{21}{9} \rightarrow \frac{2}{1} \neq \frac{7}{3}$$

(غير متوازيين)

13

14

13) $3X = \frac{1}{2}(54)$

$3X = 27 \rightarrow X = 9$

14) $2X = \frac{X+9}{2}$

$4X = X + 9 \rightarrow 3X = 9$

$X = 3$

15) $3X - 16 = \frac{X^2 - 6X + 3}{2}$

$6X - 32 = X^2 - 6X + 3$

$X^2 - 12X + 35 = 0$

$(X - 7)(X - 5) = 0$

$X = 7 \quad / \quad X = 5$

أجدُ كلَّ قياسٍ ممّا يأتي:

AB

$7X - 16 = 3X + 8$

$4X = 24$

$X = 6 \rightarrow AB = 3(6) + 8 = \boxed{26}$

FG

$5X - 17 = 3X + 1$

$2X = 18$

$X = 9 \rightarrow FG = 5(9) - 17 = \boxed{28}$

أجدُ معادلةَ المُنصِّفِ العموديِّ للقطعةِ المستقيمةِ $\overline{PQ}$ المعطى نهايتاها في كلٍّ ممّا يأتي:

6 $P(-2, 0), Q(6, 12)$

إحداثيات منتصف (PQ) : (2 , 6)

$$m_{PQ} = \frac{12-0}{6--2} = \frac{12}{8} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

ميل العمودي على (PQ) يساوي سالب مقلوب ميل PQ ويساوي : $\frac{-2}{3}$

المعادلة : $\boxed{(Y-6) = \frac{-2}{3}(X-2)}$

أجدُ كلَّ قياسٍ ممّا يأتي:

8 $m\angle MFZ$

9 TU

8) $2X - 1 = X + 9$

$\boxed{X = 10}$

9) $2X + 5 = 7X$

$5X = 5 \rightarrow \boxed{X = 1}$

إذا كانَتِ النقطةُ W هيَ مركزَ ΔQRS، وكانَ $RX = 48, QW = 30$،
فأجدُ كُلًّا ممّا يأتي:

1. RW
2. WX
3. QZ
4. WZ

1) $RW = \frac{2}{3} \times 48 = 32$

2) $WX = 48 - 32 = 16$

3) $QZ = 30 + 15 = 45$

4) $WZ = 15$

9. يظهرُ المُثلَّثُ ΔABC في المستوى الإحداثيِّ المُجاوِرِ.
أجدُ إحداثيَيْ مركزِ هذا المُثلَّثِ.

إحداثيات منتصف (AB) هي : $M(1, 3)$

$MC = 3$

$CP = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \rightarrow P(1, 2)$

11. $A(5, 5), B(11, -3), C(-1, 1)$

إحداثيات منتصف (BC) هي : $M(5, -1)$

$AM = 6$

$AP = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \rightarrow P(5, 1)$

أجدُ إحداثيَّ ملتقى ارتفاعاتِ المُثلَّثِ المعطاةِ إحداثياتُ رؤوسِهِ في كلٍّ ممّا يأتي:

16 $X(-2, -2), Y(6, 10), Z(6, 6)$

$$m_{XY} = \frac{10 - -2}{6 - -2} = \frac{12}{8} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

$$m_{XZ} = \frac{6 - -2}{6 - -2} = \frac{8}{8} = \boxed{1}$$

لكتابة معادلة العمودي على (XY) :

ميل العمودي : $m = \frac{-2}{3}$

ويمر بالنقطة : $(6 , 6)$

معادلة العمودي : $(y-6) = \frac{-2}{3}(x-6)$

$y - 6 = \frac{-2}{3}x + 4$

$\boxed{y = \frac{-2}{3}x + 10}$

ميل العمودي : $m = -1$

ويمر بالنقطة : $(6 , 10)$

معادلة العمودي :

$(y-10) = -1(x-6)$

$y - 10 = -x + 6$

$\boxed{y = -x + 16}$

حل المعادلتين بالحذف :

$\boxed{y = \frac{-2}{3}x + 10}$

$-$

$\boxed{y = -x + 16}$

$0 = \frac{1}{3}x - 6 \rightarrow x = 18 / y = -2$

أجدُ قِيَمَ النسبِ المُثلَّثيةِ الثلاثِ للزاويةِ A في كلٍّ ممّا يأتي، تاركًا إجابتي في صورةِ كسرٍ:

1

1) $169 = 25 + (AB)^2$

$(AB)^2 = 144 \rightarrow \boxed{AB = 12}$

$\sin A = \frac{5}{13}$

$\cos A = \frac{12}{13}$

$\tan A = \frac{5}{12}$

2

2) $(AB)^2 = 49 + 576$

$(AB)^2 = 625 \rightarrow \boxed{AB = 25}$

$\sin A = \frac{7}{25}$

$\cos A = \frac{24}{25}$

$\tan A = \frac{7}{24}$

3

3) $225 = 64 + (AB)^2$

$(AB)^2 = 161 \rightarrow \boxed{AB = \sqrt{161}}$

$\sin A = \frac{8}{15}$

$\cos A = \frac{\sqrt{161}}{15}$

$\tan A = \frac{8}{\sqrt{161}}$

28 في المُثلَّثِ المُجاوِرِ، إذا كانَ $\sin A = \frac{8}{17}$، فأجدُ $\cos A$.

الطريقة الأولى

$\sin A = \frac{8}{17} = \frac{CB}{AB}$

$CB = 8 \quad / \quad AB = 17$

$289 = 64 + (AC)^2$

$(AC)^2 = 225 \rightarrow \boxed{AC = 15}$

$\cos A = \frac{15}{17}$

الطريقة الثانية

$(\sin A)^2 + (\cos A)^2 = 1$

$\frac{64}{289} + (\cos A)^2 = 1$

$(\cos A)^2 = 1 - \frac{64}{289}$

$(\cos A)^2 = \frac{225}{289} \rightarrow \boxed{\cos A = \frac{15}{17}}$

30 إذا كانَ $\sin 78^\circ = 0.9781$، فأجدُ $\cos 12^\circ$ ، و $\sin 12^\circ$.

$12^\circ + 78^\circ = 90^\circ$

$\cos 12^\circ = \sin 78^\circ = 0.9781$

$\boxed{\cos 12^\circ = 0.9781}$

$(\sin 12^\circ)^2 + (\cos 12^\circ)^2 = 1$

$(\sin 12^\circ)^2 + 0.9567 = 1$

$(\sin 12^\circ)^2 = 0.433$

$\boxed{\sin 12^\circ \approx 0.208}$

أجدُ قيمةَ x في كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ مئةٍ:

1

$\sin 24 = 0.41$

$0.14 = \frac{x}{13}$

$x = 0.14 \times 13 \approx 5.33\ cm$

2

$\sin 36 = 0.59$

$0.59 = \frac{59}{x}$

$0.59x = 59 \rightarrow x \approx 100\ cm$

3

$\sin 75 = 0.97$

$0.97 = \frac{15}{x}$

$0.97x = 15 \rightarrow x \approx 15.46\ cm$

4

$\cos 48 = 0.67$

$0.67 = \frac{x}{8}$

$x = 0.67 \times 8 \approx 5.36\ cm$

5

$\cos 49 = 0.66$

$^{c}0.66 = \frac{6.5}{x}$

$0.66x = 6.5 \rightarrow x \approx 9.85\ cm$

6

$\cos 52 = 0.62$

$^{c}0.62 = \frac{x}{14}$

$x = 0.62 \times 14 \rightarrow x \approx 8.68\ cm$

أجدُ قيمةَ x في كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي، مُقرِّبًا إجابتي إلى أقربِ جزءٍ منْ عشرةٍ:

10

$\sin x = \frac{3}{8} = 0.375$

$\sin^{-1}(0.375) \approx 22^{\circ}$

11

$\sin x = \frac{8}{15} = 0.53$

$\sin^{-1}(0.53) \approx 32^{\circ}$

12

$\cos x = \frac{1}{4} = 0.25$

$\cos^{-1}(0.25) \approx 75.5^{\circ}$

أستعملُ النسبَ المُثلَّثيةَ لإيجادِ قيمةِ x في كلِّ مُثلَّثٍ ممّا يأتي:

17

$\cos 30 = 0.87$

$0.87 = \frac{50}{x}$

$0.87x = 50 \rightarrow x \approx 57$

18

$\boxed{5+5\sqrt{3}}$

الضلع المجاور 60 يساوي نصف الوتر ويساوي 5

$(5\sqrt{3})^2 + (5\sqrt{3})^2 = x^2$

$75 + 75 = x^2$

$x = \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$

19

الضلع المجاور 60 يساوي نصف الوتر ويساوي 10

$\boxed{x = 30 - 10 = 20}$

23 وقفَ عصفورٌ على شجرةٍ ارتفاعُها 12 m، مُراقِبًا دودةً على سطحِ الأرضِ بزاويةِ انخفاضٍ مقدارُها 34°. أجدُ المسافةَ بينَ الدودةِ والعصفورِ.

المطلوب إيجاد طول الوتر

(المسافة بين الدودة والعصفور هي الوتر)

$\sin 34 = 0.56$

$0.56 = \frac{12}{x}$

$0.56x = 12 \rightarrow \boxed{x = 21.4\ m}$

مراجعة الامتحان النهائي رياضيات للصف التاسع
الأستاذ هيثم العزام
تدريس الرياضيات لجميع المراحل الدراسية
0785556591

أسئلة الوحدة السادسة

أكتبُ كُلّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ أيًّا منَ المُتغيِّراتِ لا يساوي صفرًا:

❶ $(3a^3b^2)(4a^2b)$ $=12a^5b^3$	❷ $(7a^4b^5)(4ab^3)$ $=28a^5b^8$	❸ $(5x^2b^4)(2ab^{-3})$ $=10x^2ab^1$ $=10x^2ab$
❹ $(x^5y^3)^3(xy^5)^2$ $=(x^{15}y^9)(x^2y^{10})$ $=x^{17}y^{19}$	❺ $(x^4)^5(x^3y^2)^5$ $=x^{20}(x^{15}y^{10})$ $=x^{35}y^{10}$	❻ $(5a^3b^5)^4$ $=5^4a^{12}b^{20}$ $=625a^{12}b^{20}$

❿ $\frac{12a^2b^3}{6ab}$ $=2ab^2$	⓫ $\frac{12a^{-3}b^4}{3a^2b^{-3}}$ $=4a^{-5}b^7$ $=\frac{4b^7}{a^5}$	⓬ $\frac{(2a^2bc^2)(6abc^3)}{4ab^0c}$ $=\frac{12a^3b^2c^5}{4ab^0c}$ $=3a^2b^2c^4$
⓭ $\left(\frac{v}{w^{-2}}\right)^3$ $=\left(vw^2\right)^3$ $=v^3w^6$	⓮ $\left(\frac{6x^2y^4}{3x^4y^3}\right)^{-2}$ $=\left(\frac{3x^4y^3}{6x^2y^4}\right)^2=\left(\frac{x^2y^{-1}}{2}\right)^2$ $=\left(\frac{x^4y^{-2}}{2}\right)=\frac{x^4}{2y^2}$	⓯ $\frac{30a^{-2}b^{-6}}{60a^{-4}b^{-8}}$ $=\frac{a^4b^2}{2}$

أكتبُ كُلًا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

❶ $\sqrt{4x^6}$

$= \sqrt{4} \times (x)^{\frac{6}{2}}$

$= 2x^3$

❷ $\sqrt[3]{a^3 b^6}$

$= a^{\frac{3}{3}} b^{\frac{6}{3}}$

$= ab^2$

❸ $\sqrt{144x^3 y^4 z^5}, x > 0, z > 0$

$= 12\sqrt{x^2 x^1 y^4 z^4 z^1}$

$= 12xy^2 z^2 \sqrt{xz}$

❹ $\sqrt[3]{-24x^{13} y^6}$

$= \sqrt[3]{-8 \times 3x^{12} x^1} y^{\frac{6}{3}}$

$= -2x^4 y^2 \sqrt[3]{3x}$

❺ $\sqrt[4]{625u^5 v^8}, u > 0$

$= 5\sqrt[4]{u^4 u^1} \times v^{\frac{8}{4}}$

$= 5uv^2 \sqrt[4]{u}$

❻ $\sqrt[6]{25r^6 q^8}$

$= r\sqrt[6]{25q^6 q^2}$

$= rq\sqrt[6]{25q^2}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ أعدادٌ حقيقيةٌ موجبةٌ:

❿ $\frac{\sqrt[3]{192x^8}}{\sqrt[3]{3x}}$

$= \sqrt[3]{\frac{192}{3} x^{8-1}}$

$= \sqrt[3]{64x^7} \rightarrow = 4\sqrt[3]{x^6 x^1}$

$= 4\sqrt[3]{x}(x)^{\frac{6}{3}} \rightarrow = \boxed{4x^2 \sqrt[3]{x}}$

⓫ $\frac{5}{\sqrt[3]{9a^2}}$

$= \frac{5}{\sqrt[3]{9a^2}} \times \frac{\sqrt[3]{3a}}{\sqrt[3]{3a}}$

$= \frac{5\sqrt[3]{3a}}{\sqrt[3]{27a^3}} = \frac{5\sqrt[3]{3a}}{3a}$

⓬ $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{9z}}$

$= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{9z}} \times \frac{\sqrt{9z}}{\sqrt{9z}}$

$= \frac{3\sqrt{6z}}{9z} = \frac{\sqrt{6z}}{3z}$

أُبسِّطُ كُلًّا منَ المقاديرِ الجذريةِ الآتيةِ، علمًا بأنَّ جميعَ المُتغيِّراتِ حقيقيةٌ موجبةٌ:

⓰ $\sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{12}$

$= \sqrt{4 \times 2} + \sqrt{4 \times 5} - \sqrt{4 \times 3}$

$= 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$

$= 2\left(\sqrt{2} + \sqrt{5} - \sqrt{3}\right)$

⓱ $5\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}$

$= 5\sqrt[3]{8 \times 2} + \sqrt[3]{27 \times 2}$

$= 5 \times 2\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2}$

$= 10\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} \rightarrow = \boxed{13\sqrt[3]{2}}$

أسئلة الوحدة السابعة

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

1. $\frac{6x(x+3)}{9x^2} = \frac{2(x+3)}{3x}$

2. $\frac{b^2+5b+4}{b^2-2b-24} = \frac{(b+1)(b+4)}{(b-6)(b+4)} = \frac{(b+1)}{(b-6)}$

3. $\frac{2x^3-18x}{6x^3-12x^2-18x} = \frac{2x(x^2-9)}{6x(x^2-2x-3)} = \frac{(x-3)(x+3)}{3(x-3)(x+1)} = \frac{(x+3)}{3(x+1)}$

4. $\frac{x^3-8}{x^2-4} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+2x+4}{x+2}$

5. $\frac{x^3-9x^2}{x^2-3x-54} = \frac{x^2(x-9)}{(x-9)(x+6)} = \frac{x^2}{x+6}$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

7. $\frac{3x^2y}{14c^2d} \times \frac{28cd}{12x^3y^2} = \frac{1}{2cxy}$

8. $\frac{2d+2}{d^2+8d+16} \times \frac{d^2+d-12}{d+1} = \frac{2(d+1)}{(d+4)(d+4)} \times \frac{(d-3)(d+4)}{(d+1)} = \frac{2(d-3)}{(d+4)}$

9. $\frac{x^2-16}{3x^3} \times \frac{x^2}{x^2+x-12} = \frac{(x-4)(x+4)}{3x^3} \times \frac{x^2}{(x+4)(x-3)} = \frac{(x-4)}{3x(x-3)}$

10. $\frac{x^2-3x}{x-2} \times \frac{x^2+x-6}{x} = \frac{x(x-3)}{(x-2)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{x} = (x-3)(x+3)$

11. $\frac{x^2-4x}{x-1} \times \frac{x^2+3x-4}{2x} = \frac{x(x-4)}{(x-1)} \times \frac{(x+4)(x-1)}{2x} = \frac{(x-4)(x+4)}{2}$

12. $\frac{b^2+12b+11}{b^2-9} \times \frac{b^3+27}{b^2+20b+99} = \frac{(b+1)(b+11)}{(b-3)(b+3)} \times \frac{(b+3)(b^2-3b+9)}{(b+9)(b+11)} = \frac{(b+1)(b^2-3b+9)}{(b-3)(b+9)}$

أجدُ المضاعفَ المشتركَ الأصغرَ للمقاديرِ أوِ الحدودِ الجبريةِ المعطاةِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $4mt^2, 8m^3t, 12m^4t$

$2^2 \times m \times t^2$

$2^3 \times m^3 \times t$

$2^2 \times m^4 \times t \times 3$

$LCM = 2^3 \times 3 \times m^4 \times t^2 = 24m^4t^2$

2. $x^2 + 2x - 15, x^2 + 6x + 5$

$(x+5)\times(x-3)$

$(x+5) \qquad \times(x+1)$

$LCM = (x+5)(x-3)(x+1)$

3. $c^3 + 5c^2 + 4c, c(c+1)^2$

$c\times(c^2+5c+4) = c\times(c+4)\times(c+1)$

$c\times(c+1)^2 \qquad = c\times \qquad (c+1)^2$

$LCM = c(c+4)(c+1)^2$

4. $9x^2 - 16, 3x^2 + x - 4$

$(3x-4)\times(3x+4)$

$\times(3x+4)\times(x-1)$

$LCM = (3x-4)(3x+4)(x-1)$

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

5. $\frac{6y}{3x^3} + \frac{2}{7y^2x}$

$3\times x^3$

$x\times y^2\times 7$

$LCM = 3\times 7\times x^3\times y^2 = 21y^2x^3$

$$\frac{6y}{3x^3}\times\frac{7y^2}{7y^2} + \frac{2}{7y^2x}\times\frac{3x^2}{3x^2}$$

$$= \frac{42y^3+6x^2}{21x^3y^2} = \frac{6(7y^3+x^2)}{21x^3y^2} = \frac{2(7y^3+x^2)}{7x^3y^2}$$

6. $\frac{b}{b+3} + \frac{5}{b-2}$

$LCM = (b+3)(b-2)$

$$\frac{b}{(b+3)}\times\frac{(b-2)}{(b-2)} + \frac{5}{(b-2)}\times\frac{(b+3)}{(b+3)}$$

$$= \frac{b^2-2b+5b+15}{(b+3)(b-2)} = \frac{b^2+3b+15}{(b+3)(b-2)}$$

7. $\frac{m}{2m-14} + \frac{m^2}{m^2-49}$

$2\times(m-7)$

$(m-7)\times(m+7)$

$LCM = 2(m-7)(m+7)$

8 $\frac{1}{4x^2-12x+9}-\frac{x}{2x^2-x-3}$

$$\frac{1}{(2x-3)(2x-3)}-\frac{x}{(x+1)(2x-3)}$$

$$=\frac{1}{(2x-3)^2}\times\frac{(x+1)}{(x+1)}-\frac{x}{(x+1)(2x-3)}\times\frac{(2x-3)}{(2x-3)}$$

$$=\frac{x+1-2x^2+3x}{(x+1)(2x-3)^2}=\frac{-2x^2+4x+1}{(x+1)(2x-3)^2}$$

9 $\frac{x+3}{x^2-1}-\frac{x+2}{x-1}$

$$=\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}-\frac{x+2}{x-1}$$

$$=\frac{x+3}{(x-1)(x+1)}-\frac{x+2}{(x-1)}\times\frac{(x+1)}{(x+1)}$$

$$=\frac{x+3-(x^2+x+2x+2)}{(x-1)(x+1)}=\frac{x+3-(x^2+3x+2)}{(x+1)(x-1)}$$

$$=\frac{x+3-x^2-3x-2}{(x+1)(x-1)}=\frac{-x^2-2x+1}{(x-1)(x+1)}$$

11 $\frac{2}{6z-9}-\frac{z+1}{2z^2-3z}$

$$=\frac{2}{3(2z-3)}-\frac{z+1}{z(2z-3)}$$

$$=\frac{2}{3(2z-3)}\times\frac{z}{z}-\frac{(z+1)}{z(2z-3)}\times\frac{3}{3}$$

$$=\frac{2z-3z-3}{3z(2z-3)}=\frac{-z-3}{3z(2z-3)}=\frac{-(z+3)}{3z(2z-3)}$$

12 $\frac{1}{x-y}+\frac{1}{y-x}$

$$=\frac{1}{(x-y)}+\frac{1}{-(x-y)}$$

$$=\frac{1}{(x-y)}-\frac{1}{(x-y)}=0$$

أحُلُّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1 $\frac{3y}{y+1}=\frac{y}{3-y}$

$3y(3-y)=y(y+1)$
$9y-3y^2=y^2+y$

$-4y^2+8y=0$
$-4y(y-2)=0$

$-4y=0 \rightarrow \boxed{y=0}$
$or \quad y-2=0$
$\boxed{y=2}$

2 $\frac{2}{x+5}=\frac{10}{3x+7}$

$2\times(3x+7)=10\times(x+5)$
$6x+14=10x+50$

$4x+36=0$

$x=\frac{-36}{4}=\boxed{-9}$

3 $\frac{6}{y-1}=\frac{y}{7}$

$y\times(y-1)=6\times7$
$y^2-y=42$

$y^2-y-42=0$

$(y-7)(y+6)=0$

$\boxed{y=7} \quad or \quad \boxed{y=-6}$

4 $\frac{9}{y-1}=\frac{3y}{2}$

$3y\times(y-1)=9\times2$

$3y^2-3y=18$
$3y^2-3y-18=0$

$3(y^2-y-6)=0$

$3(y-3)(y+2)=0$

$\boxed{y=3} \quad or \quad \boxed{y=-2}$

5 $\frac{w}{w+1}=\frac{2w}{w+6}$

$w\times(w+6)=2w\times(w+1)$

$w^2+6w=2w^2+2w$

$w^2-4w=0$

$w(w-4)=0$
$\boxed{w=0} \quad or \quad \boxed{w=4}$

6 $\frac{x^2+4}{x-1}=\frac{5}{x-1}$

$(x^2+4)\times(x-1)=5\times(x-1)$

$(x^2+4)(x-1)-5(x-1)=0$

$(x-1)(x^2+4-5)=0$

$(x-1)(x^2-1)=0$

$\boxed{x=1} \quad \boxed{x=\pm1}$

تهمل $x=1$ ، لأنها تجعل المقام يساوي صفر ويصبح المقدار غير معرف

أحُلّ كُلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

8 $\frac{4}{y}+\frac{3}{8}=\frac{6}{y}$

$LCM=8y$

$\frac{4}{y}\times(8y)+\frac{3}{8}\times(8y)=\frac{6}{y}\times(8y)$

$32+3y=48$

$3y=16$

$\boxed{y=\frac{16}{3}}$

9 $\frac{4}{y-2}-1=\frac{9}{y}$

$LCM=y(y-2)$

$\frac{4}{(y-2)}\times y(y-2)-1\times y(y-2)=\frac{9}{y}\times y(y-2)$

$4y-y(y-2)=9\times(y-2)$

$4y-y^2+2y=9y-18$

$6y-y^2=9y-18$

$-y^2-3y+18=0\rightarrow y^2+3y-18=0$

$(y-3)(y+6)=0$

$\boxed{y=3}$ *or* $\boxed{y=-6}$

11 $\frac{3}{x-2}+\frac{2x}{x+2}=\frac{3x^2}{x^2-4}$

$LCM=(x-2)(x+2)$

$\frac{3}{(x-2)}\times(x-2)(x+2)+\frac{2x}{(x+2)}\times(x-2)(x+2)=\frac{3x^2}{(x-2)(x+2)}\times(x-2)(x+2)$

$3\times(x+2)+2x(x-2)=3x^2$

$3x+6+2x^2-4x=3x^2$

$x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$\boxed{x=-3}$ *or* $\boxed{x=2}$

تهمل $x=2$ ، لأنها تجعل المقام يساوي صفر ويصبح المقدار غير معرف

14 $\frac{1}{x+5}-\frac{1}{x^2+5x}=\frac{4}{x^2+5x}$

$LCM=x(x+5)$

$\frac{1}{(x+5)}\times(x)(x+5)-\frac{1}{x(x+5)}\times(x)(x+5)=\frac{4}{x(x+5)}\times(x)(x+5)$

$x-1=4$

$x=4+1$

$x=5$

أسئلة الوحدة الثامنة

أمطارٌ: في ما يأتي عددُ الأيامِ الماطرةِ منْ شهرِ شباطَ في إحدى المدنِ على مدارِ سبعةِ أعوامٍ متتاليةٍ:

18, 20, 11, 13, 5, 12, 14

1. أجدُ تباينَ عددِ الأيامِ الماطرةِ في الأعوامِ السبعةِ.
2. أجدُ الانحرافَ المعياريَّ لعددِ الأيامِ الماطرةِ في الأعوامِ السبعةِ.

$$\mu = \frac{\sum x}{n} = \frac{18+20+11+13+5+12+14}{7} = \frac{93}{7} = 13.3$$

x	x^2
18	324
20	400
11	121
13	169
5	25
12	144
14	196
المجموع	١٣٧٩

أُلاحِظُ أنَّ الوسطَ الحسابيَّ عددٌ غيرُ صحيحٍ؛ لذا يُفضَّلُ إيجادُ التباينِ باستعمالِ الصيغةِ الآتيةِ:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \mu^2$$

$$1)\ \sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \mu^2$$

$$= \frac{1379}{7} - \left(\frac{93}{7}\right)^2 \approx 20.45$$

$$2)\ \sigma \approx \sqrt{20.45} \approx 4.52$$

أطفالٌ: يُبيِّنُ الجدولُ الآتي عددَ الأطفالِ في 35 عائلةً:

عددُ الأطفالِ	0	1	2	3	4	5
عددُ العائلاتِ	6	12	9	4	3	1

7 أجدُ تباينَ عددِ الأطفالِ في هذهِ العائلاتِ.

8 أجدُ الانحرافَ المعياريَّ لعددِ الأطفالِ في هذهِ العائلاتِ.

x	f	$x \times f$	x^2	$x^2 \times f$
0	6	0	0	0
1	12	12	1	12
2	9	18	4	36
3	4	12	9	36
4	3	12	16	48
5	1	5	25	25
المجموع	35	59	55	157

$$\mu = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{59}{35}$$

$$7)\sigma^2 = \frac{\sum\left(x^2 \times f\right)}{\sum f} - \mu^2 = \frac{157}{35} - \left(\frac{59}{35}\right)^2 = 1.6441$$

$$8)\sigma = \sqrt{1.6441} \approx 1.28$$

ألاحِظُ أنَّ الوسطَ الحسابيَّ عددٌ غيرُ صحيحٍ، لذا يُفضَّلُ إيجادُ التباينِ باستعمالِ الصيغةِ الآتيةِ:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x^2 \times f)}{\sum f} - \mu^2$$

عياداتٌ طبيةٌ: في ما يأتي أعمارُ المُراجِعينَ لعيادةٍ في إحدى المستشفياتِ خلالَ أحدِ الأيامِ:

44	64	41	53	58	45	55	54	62	51
50	47	58	37	49	52	43	47	52	49
52	58	53	50	47	44	56	62	51	58

5 أُنظِّمُ البياناتِ في جدولٍ تكراريٍّ ذي فئاتٍ متساويةِ الطولِ.

6 أستعملُ الجدولَ التكراريَّ لوصفِ توزيعِ البياناتِ.

أعمار المراجعين	الاشارات	التكرار
37 – 42	//	2
43 – 48	~~////~~ //	7
49 – 54	~~////~~ ~~////~~ //	12
55 – 60	~~////~~ /	6
61 – 66	//	3

أزهارٌ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ توزيعًا لأطوالِ مجموعةٍ منْ أزهارِ النرجسِ، مُقرَّبةً إلى أقربِ سنتيمترٍ:

أطوالُ أزهارِ النرجسِ (t)	
الطولُ (cm)	التكرارُ
$10 \le t < 14$	21
$14 \le t < 18$	57
$18 \le t < 22$	65
$22 \le t < 26$	52
$26 \le t < 30$	12

8 أُقدِّرُ الوسطَ الحسابيَّ لأطوالِ الأزهارِ.

9 أُقدِّرُ منوالَ أطوالِ الأزهارِ.

10 أُقدِّرُ وسيطَ أطوالِ الأزهارِ.

الطول	f	x	$f \times x$
$10 \le t < 14$	21	12	252
$14 \le t < 18$	57	16	912
$18 \le t < 22$	65	20	1300
$22 \le t < 26$	52	24	1248
$26 \le t < 30$	12	28	336
المجموع	207		4048

$$8)\ \mu = \frac{\sum(x \times f)}{\sum f} = \frac{4048}{207} \approx 19.6$$

لتقديـــرِ المنوالِ، أبحثُ عنْ مركزِ الفئـــةِ الأكثرَ تكرارًا.

المنوال هو 20 تقريبا

الطول	التكرار التراكمي
$10 \le t < 14$	21
$14 \le t < 18$	$21+57=78$
$18 \le t < 22$	$21+57+65=143$
$22 \le t < 26$	$21+57+65+52=195$
$26 \le t < 30$	$21+57+65+52+12=207$

رتبة الوسيط :

$$\frac{n+1}{2} = \frac{207+1}{2} = \frac{208}{2} = 104$$

لتقديرِ وســيطِ بياناتٍ مُنظَّمةٍ في جداولَ تكراريةٍ ذاتِ فئاتٍ، أجــدُ مركزَ الفئةِ التي تكرارُها التراكميُّ هوَ أوَّلُ تكرارٍ تراكميٍّ أكبرَ منْ أوْ يساوي : $\frac{n+1}{2}$، حيثُ n مجموعُ التكراراتِ.

الوسيط هو $\frac{18+22}{2} = \frac{40}{2} = 20$ تقريبا

أُنشِئُ جدولًا تكراريًّا لكلٍّ منَ المُدرَّجاتِ التكراريةِ الآتيةِ:

الكثافة التكرارية	f	طول الفئة
4	4	1
6	12	2
4	8	2
3	9	3
2.5	5	2
1	1	1

$$\text{الكثافة التكرارية} = \frac{\text{التكرار}}{\text{طول الفئة}}$$

الكثافة التكرارية	f	طول الفئة
8	160	20
10	200	20
12	120	10
6	120	20
4	200	50

شـــركاتٌ: يُبيِّنُ المُدرَّجُ التكراريُّ المجـــاورُ الزمنَ (بالدقائقِ) الذي يستغرقُهُ موظفو إحدى الشركاتِ للوصولِ إلى مكانِ العملِ:

7 أجدُ عددَ موظفي الشركةِ.

8 أجدُ عددَ الموظفينَ الذيـــنَ يصلونَ إلى مكانِ العملِ بأقلَّ منْ 15 دقيقةً.

9 أجدُ عددَ الموظفينَ الذينَ يستغرقُ وصولُهُمْ إلى مكانِ العملِ زمنًا يتراوحُ بينَ 20 دقيقةً و 30 دقيقةً.

10 أجدُ عددَ الموظفينَ الذينَ يصلونَ إلى مكانِ العملِ بزمنٍ أكثرَ منْ 30 دقيقةً.

$$7)\ (4\times10)+(10.6\times5)+(16\times5)+(12.4\times5)+(2\times15)=\boxed{265}$$

$$8)\ (4\times10)+(10.6\times5)=\boxed{93}$$

$$9)\ (12.4\times5)+(2\times5)=\boxed{72}$$

$$10)\ (2\times10)=\boxed{20}$$

أُعبِّرُ بالرموزِ عنِ الحادثِ الذي تُمثِّلُهُ المنطقةُ المُظلَّلةُ في كلٍّ منْ أشكالِ فِنْ الآتيةِ:

1

$\overline{B} \cup A$

2

$A - B$

3

$A \cap B \cap C$

4

$A \cup B \cup C$

كُتِبَتِ الأعدادُ الصحيحةُ منْ 0 إلى 9 على مجموعةٍ منَ البطاقاتِ المُتطابِقةِ، ثمَّ اختيرَتْ بطاقةٌ عشوائيًّا، ومُثِّلَ الفضاءُ العينيُّ لهذهِ التجربةِ العشوائيةِ التي تحوي الحادثينِ A و B في شكلِ فِنْ المجاورِ. أجدُ كُلًّا منَ الاحتمالاتِ الآتيةِ:

$\Omega = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

5 $P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

6 $P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

7 $P(A \cap B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

8 $P(A \cup B) = \frac{6}{10} = 0.6$

9) $A = \{2,4,6,8\}$

$\overline{A} = \{7,9,3,1,0,5\}$

$P(\overline{A}) = \frac{6}{10} = 0.6$

11) $A \cap B = \{6,8\}$

$\overline{A \cap B} = \{7,9,2,4,0,5,1,3\}$

$P(\overline{A \cap B}) = \frac{8}{10} = 0.8$

يحتوي صندوقٌ على بطاقاتٍ مُتطابِقةٍ، ومُرقّمةٍ منْ 1 إلى 100. إذا سُحِبَتْ بطاقةٌ عشوائيًّا، فأجدُ احتمالَ كلِّ حادثٍ ممّا يأتي باستعمالِ أشكالِ فِنْ:

14 أنْ يكونَ العددُ المُدوَّنُ على البطاقةِ منْ مضاعفاتِ العددِ 15، ومضاعفاتِ العددِ 10.

$$14)\ A=\{15,30,45,60,75,90\}$$

$$B=\{10,20,30,40,50,60,70,80,90,100\}$$

$$A\cap B=\{30,60,90\}$$

$$P(A\cap B)=\frac{3}{100}$$

15 أنْ يكونَ العددُ المُدوَّنُ على البطاقةِ منْ مضاعفاتِ العددِ 15 أوْ مضاعفاتِ العددِ 10.

$$A\cup B=\{15,30,45,60,75,90,10,20,40,50,70,80,100\}$$

$$P(A\cup B)=\frac{13}{100}$$

16 أنْ يكونَ العددُ المُدوَّنُ على البطاقةِ منْ مضاعفاتِ العددِ 10، وليسَ منْ مضاعفاتِ العددِ 15.

$$B-A=\{10,20,40,50,70,80,100\}$$

$$P(B-A)=\frac{7}{100}$$

17 ألّا يكونَ العددُ المُدوَّنُ على البطاقةِ منْ مضاعفاتِ العددِ 10، ومضاعفاتِ العددِ 15.

$$P(\overline{AUB})=1-P(A\cup B)=1-\frac{13}{100}=\frac{87}{10}$$

24 قرصٌ دائريٌّ مُقسَّمٌ إلى 6 قطاعاتٍ غيرِ مُتطابِقةٍ، وهيَ مُرقَّمةٌ بالأرقامِ: 1, 2, 3, 4, 5, 6. إذا كانَ الجدولُ المجاورُ يُبيِّنُ احتمالَ توقُّفِ المُؤشِّرِ عندَ كلِّ رقمٍ منْ هذهِ الأرقامِ، فأجدُ قيمةَ x.

الرقمُ	1	2	3	4	5	6
الاحتمالُ	0.2	0.25	0.15	x	0.15	0.1

$$0.2+0.25+0.15+x+0.15+0.1=1$$

$$0.85+x=1$$

$$x=1-0.85$$

$$x=0.15$$

مُعتمِدًا الشـكلَ المجاورَ، إذا اختيرَتْ عشـوائيًّا نقطةٌ تقعُ على $\overline{WZ}$، فأجدُ كُلًّا ممّا يأتي:

1 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{XZ}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{XZ}$ هو A

$$P(A)=\frac{XZ}{WZ}=\frac{5+3}{2+5+3}=\frac{8}{10}=0.8$$

2 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{XY}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{XY}$ هو B

$$P(B)=\frac{XY}{WZ}=\frac{5}{2+5+3}=\frac{5}{10}=0.5$$

3 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{WX}$ أوْ $\overline{YZ}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{WX}$ أو $\overline{YZ}$ هو C

$$P(C)=\frac{WX+YZ}{WZ}=\frac{2+3}{2+5+3}=\frac{5}{10}=0.5$$

4 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{WY}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{WY}$ هو K

$$P(K)=\frac{WY}{WZ}=\frac{5+2}{2+5+3}=\frac{7}{10}=0.7$$

5 احتمالُ عدمِ وقوعِ النقطةِ على $\overline{XY}$.

نفترض أن حادث عدم وقوع النقطة على $\overline{XY}$ هو الحادث المتمم للحادث B

$$P(\overline{B})=1-P(B)=1-0.5=0.5$$

مُعتمِدًا الشكلَ المجاورَ، إذا اختيرَتْ عشوائيًّا نقطةٌ تقعُ على $\overline{RS}$، فأجدُ كُلًّا ممّا يأتي:

6 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{RT}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{RT}$ هو A

$$P(A)=\frac{RT}{RS}=\frac{5}{10}=0.5$$

7 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{TS}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{TS}$ هو B

$$P(B)=\frac{TS}{RS}=\frac{5}{10}=0.5$$

8 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{RT}$ أوْ $\overline{US}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{US}$ أو $\overline{RT}$ هو C

$$P(C)=\frac{RT+US}{RS}=\frac{5+3}{10}=\frac{8}{10}=0.8$$

9 احتمالُ وقوعِ النقطةِ على $\overline{UR}$.

نفترض أن حادث وقوع النقطة على $\overline{UR}$ هو D

$$P(D)=\frac{UR}{RS}=\frac{7}{10}=0.7$$

10 احتمالُ عدمِ وقوعِ النقطةِ على UR.

نفترض أن حادث عدم وقوع النقطة على $\overline{UR}$ هو الحادث المتمم للحادث D

$$P(\overline{D})=1-P(D)=1-0.7=0.3$$

مُعتمِـدًا زوايا القطاعاتِ الظاهـرةَ على القرصِ المجاورِ، أجـدُ كُلًّ ممّا يأتي بعدَ تدويرِ مُؤشِّرِ القرصِ:

21 احتمالُ توقُّفِ مُؤشِّرِ القرصِ عندَ القطاعِ البنفسجيِّ.

نفرض أن حادث توقف المؤشر عند القطاع البنفسجي هو A

$$P(A)=\frac{30}{360}=\frac{1}{12}$$

22 احتمالُ توقُّفِ مُؤشِّرِ القرصِ عندَ القطاعِ الأصفرِ أوِ القطاعِ الأخضرِ.

نفرض أن حادث توقف المؤشر عند القطاع الأصفر أو القطاع الأخضر هو B

$$P(B)=\frac{90+125}{360}=\frac{215}{360}=\frac{43}{72}$$

23 احتمالُ عدمِ توقُّفِ مُؤشِّرِ القرصِ عندَ القطاعِ الأحمرِ.

نفرض أن حادث توقف المؤشر عند القطاع الأحمر هو C

$$P(C)=\frac{55}{360}=\frac{11}{72}$$

$$P(\overline{C})=1-\frac{11}{72}=\frac{61}{72}$$

بالتوفيق للجميع ان شاء الله

ملاحظة مهمة: المصدر الأول لدراسة الامتحان هو الكتاب لذا قبل دراسة هذه الأسئلة التي هي أسئلة التمارين يجب دراسة كل درس من الكتاب وفهم امثلة الكتاب كاملة قبل كل شيء

منتديات

صقر الجنوب

التعليمية