

الوحدة الثامنة : الإحصاء والاحتمالات

الدرس 1 : مقاييس التشتت

أتحقق من فهمي

مثال (1)

a) $\sigma^2 \approx 707.71$

b) $\sigma \approx 26.6$

مثال (2)

a) $\sigma^2 \approx 16.41$

b) $\sigma \approx 4.05$

مثال (3)

$\sigma \approx 1.02$, $\sigma^2 \approx 1.05$

مثال (4)

a) $\mu_y = 19$, $\sigma_y \approx 4.67$

b) $\mu_x \approx 31.9$, $\sigma_x \approx 0.47$

مثال (5)

a) $\mu_x \approx 39.65$

b) $\sigma_x \approx 11.79$

أُتدرب وأحل مسائل

1) $\sigma^2 \approx 20.5$

2) $\sigma \approx 4.5$

3) $\sigma^2 \approx 72.6$

4) $\sigma \approx 8.5$

5) $\sigma^2 \approx 153.5$, $\sigma \approx 12.4$

6) $\sigma^2 \approx 13.14$, $\sigma \approx 3.62$

7) $\sigma^2 \approx 1.6$,

8) $\sigma \approx 1.3$

9) $\sigma^2 \approx 44$

10) $\sigma \approx 6.6$

11) $\mu_y \approx 66.9$, $\sigma_y \approx 32.5$

12) $\mu_x \approx 56.7$, $\sigma_x \approx 3.6$

13) $\mu_x \approx 8.2$

14) $\sigma_x^2 \approx 6.5$, $\sigma_x \approx 2.5$

15) $\sigma_x \approx 97$

16) $k = 4$

17) $\sigma^2 = 10.5$, $\sigma \approx 3.2$

18) (1) : $\sigma^2 = 1.84$, (2) $\sigma \approx 1.4$

مهارات التفكير العليا

19) التمثيل a لأن القيم فيه متقاربة أكثر من القيم في التمثيل b.

20) $y = 3x - 1$, $\mu_y = 5.3$, $\mu_x = 2.1$, $2.1 = \frac{\sum x}{10}$, $\sum x = 21$

21) يمكن أن يكون الانحراف المعياري صفراً إذا كانت القيم متساوية. حيث يكون انحراف كل قيمة عن وسطها صفراً ومربعها صفراً ومجموع مربعات الانحرافات عن وسطها صفراً.

22) أفرض أن m عدد النقاط التي يتعين على يوسف تسجيلها في المرحلة السابعة ليكون الانحراف المعياري $10\sqrt{2}$.

$$\frac{9302 + m^2}{7} - \left(\frac{230 + m}{7}\right)^2 = (10\sqrt{2})^2$$

بحل المعادلة $m = 71$

الدرس 2 : الجداول التكرارية ذات الفئات

أتحقق من فهمي

a)

الكتلة (kg)	الإشارات	التكرار
$40 \leq m < 50$	///	3
$50 \leq m < 60$	— / / / /	6
$60 \leq m < 70$	— / / / / / / /	9
$70 \leq m < 80$	— / / / / /	7
$80 \leq m < 90$	//	2

b) أغلب كتل المشتركين تتراوح بين 50 kg و 80 kg وعدد قليل من الكتل أقل من ذلك أو أكثر.

a)

عدد الكتب المعارة	الإشارات	التكرار
20 – 29	/	1
30 – 39	### /	6
40 – 49	###	5
50 – 59	///	4
60 – 69	/	2

b) حوالي 80% من الأيام أعير فيها كتباً يتراوح عددها بين 30 و 59 كتاباً. عدد قليل من الأيام أعير فيها عدداً أقل من ذلك أو أكبر.

a) 490 g

b) 450

c) 450

1)

أطوال أوراق الشجر (ℓ)		
الطول (cm)	الإشارات	التكرار
$3 \leq \ell < 6$	/	1
$6 \leq \ell < 9$	///	9
$9 \leq \ell < 12$	///	8
$12 \leq \ell < 15$	///	4
$15 \leq \ell < 18$	//	2

2) أغلب أطوال الأوراق أكبر من أو يساوي 6 وأقل من 15 وعددا قليلا منه طوله أقل من ذلك أو أكثر.

3)

عدد كلمات مقالات الطلبة		
عدد الكلمات	الإشارات	التكرار
480 – 489	//	2
490 – 499	///	5
500 – 509	///	5
510 – 519	///	3
520 – 529	//	2
530 – 539	/	1

4) ثلثي المقالات تقريبا تتضمن كلمات من 490 كلمة إلى 519 كلمة وأن عددا قليلا من المقالات تتضمن كلمات عددها أقل من ذلك أو أكبر.

أعمار المراجعين لعيادة طبية (n)		
العمر (سنة)	الإشارات	التكرار
$34 \leq n < 42$	//	2
$42 \leq n < 50$	### ///	9
$50 \leq n < 58$	###### //	12
$58 \leq n < 66$	### //	7

6) حوالي 93% من المراجعين لا تقل أعمارهم عن 42 عام والباقي تقل عن 42 عام .

أعمار المراجعين لعيادة طبية (n)		
العمر (سنة)	الإشارات	التكرار
$36 \leq n < 41$	/	1
$41 \leq n < 46$	###	5
$46 \leq n < 51$	### //	7
$51 \leq n < 56$	### ///	9
$56 \leq n < 61$	###	5
$61 \leq n < 66$	///	3

عرض البيانات في هذا الجدول أفضل لأن أغلب البيانات توزعت على 4 فئات بدل 3 فئات في فرع 5 فيكون وصف البيانات في هذا الجدول أكثر دقة.

8) 19.6

9) 20

10) 20

11) 5.24

12) 2

13) 5

(1) (14)

الزمن المستغرق لإنهاء لعبة تركيب (t)		
الزمن (دقيقة)	الإشارات	التكرار
$48 \leq t < 76$	///	5
$76 \leq t < 104$	/// ///	9
$104 \leq t < 132$	///	3
$132 \leq t < 160$		0
$160 \leq t < 188$	///	3

(2) أغلب الزمن المستغرق في إنهاء لعبة التركيب يقل عن 132 دقيقة وقليل منها يزيد عن ذلك.

مهارات التفكير العليا

15) 187.5

16) 193.25

17) 31%

18) لا، لأن النسبة المئوية للمصابيح التي متوسط عمرها الافتراضي أكبر من 200 ساعة يساوي 31% وهو أقل من 50% .

19) فيصل لأن القيم متصلة أما جدول رامي فيصلح لتمثيل بيانات قيم منفصلة.

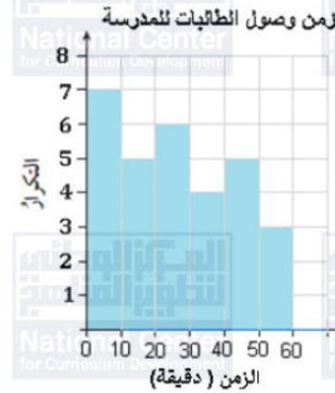
20) تدرب بشكل كاف لأن الوسط الحسابي للتدريب اليومي يساوي 11.7 km وهذا يزيد عن ثلث مسافة المسابق (7 km) التي يجب أن يتدربها يوميا.

الدرس 3 : المدرجات التكرارية

أتحقق من فهمي
مثال (1)

a)

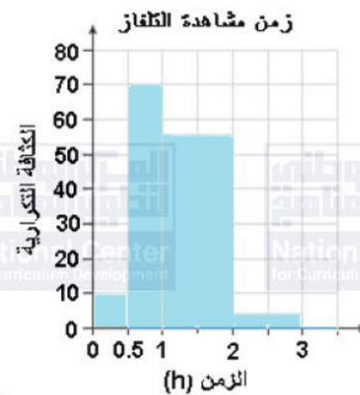
الزمن (دقيقة)	التكرار
$0 \leq t < 10$	7
$10 \leq t < 20$	5
$20 \leq t < 30$	6
$30 \leq t < 40$	4
$40 \leq t < 50$	5
$50 \leq t < 60$	3



b) 90% من الطالبات يصلن للمدرسة بزمن يقل عن 50 دقيقة وعدد قليل منهن يصلن بزمن أكبر من ذلك.

مثال (2)

الزمن (h)	التكرار	طول الفئة	الكثافة التكرارية
$0 \leq h < 0.5$	5	0.5	10
$0.5 \leq h < 1$	35	0.5	70
$1 \leq h < 1.5$	56	1	56
$1.5 \leq h < 2$	4	1	4



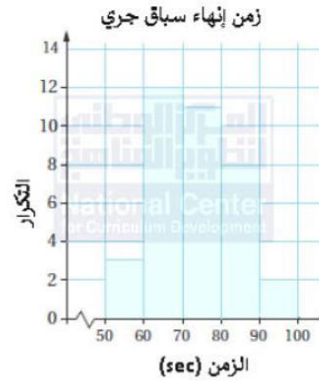
مثال (3)

a) 320 b) 72 c) 110

أُتدرب وأُحل مسائل

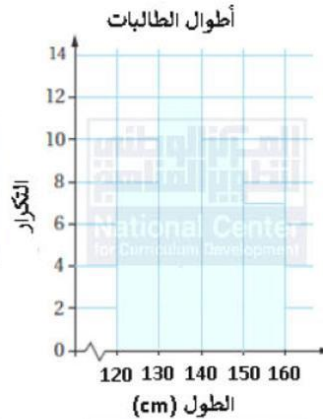
1)

زمن إنهاء سباق جري (t)	
الزمن (sec)	التكرار
$50 \leq t < 60$	3
$60 \leq t < 70$	12
$70 \leq t < 80$	11
$80 \leq t < 90$	8
$90 \leq t < 100$	2



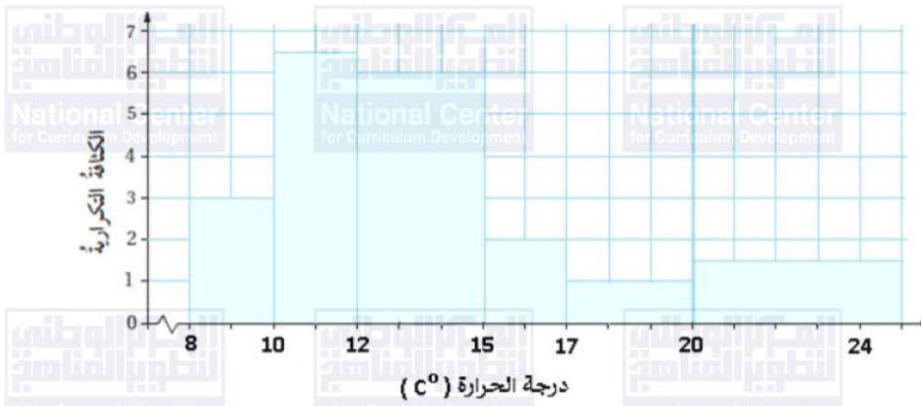
2) أغلب الطلبة استغرقوا وقتاً لا يقل عن 60 ثانية و يقل عن 90 ثانية لإنهاء السباق و عدد قليل من الطلبة أنهوا السباق بزمان أقل من ذلك أو أكثر.

3)



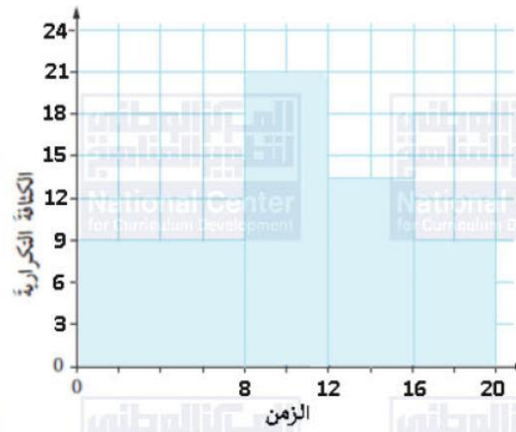
4)

درجة الحرارة (t)	التكرار	طول الفئة	الكثافة التكرارية
$8 \leq t < 10$	6	2	3
$10 \leq t < 12$	13	2	6.5
$12 \leq t < 15$	18	3	6
$15 \leq t < 17$	4	2	2
$17 \leq t < 20$	3	3	1
$20 \leq t < 24$	6	4	1.5



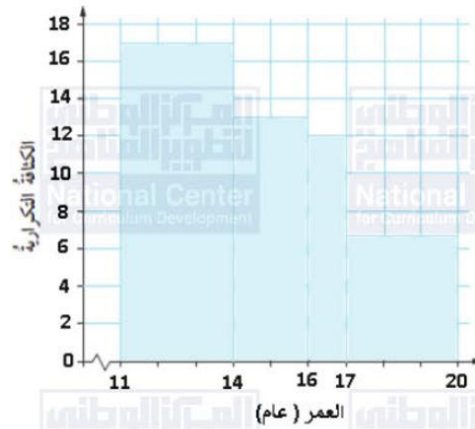
5)

الزمن	$0 \leq t < 8$	$8 \leq t < 12$	$12 \leq t < 16$	$16 \leq t < 20$
التكرار	72	84	54	36
طول الفئة	8	4	4	4
الكثافة التكرارية	9	21	13.5	9



6)

العمر (عام)	$11 \leq a < 14$	$14 \leq a < 16$	$16 \leq a < 17$	$17 \leq a < 20$
التكرار	51	36	12	20
طول الفئة	3	2	1	3
الكثافة التكرارية	17	13	12	$6\frac{2}{3}$



7) 270

8) 95

9) 75

10) 20

11)

العمر (عام)	التكرار
$9 \leq x < 10$	4
$10 \leq x < 12$	12
$12 \leq x < 14$	8
$14 \leq x < 17$	9
$17 \leq x < 19$	5
$19 \leq x < 20$	1

12)

الكتلة (kg)	التكرار
$50 \leq t < 70$	160
$70 \leq t < 90$	200
$90 \leq t < 100$	120
$100 \leq t < 120$	120
$120 \leq t < 170$	200

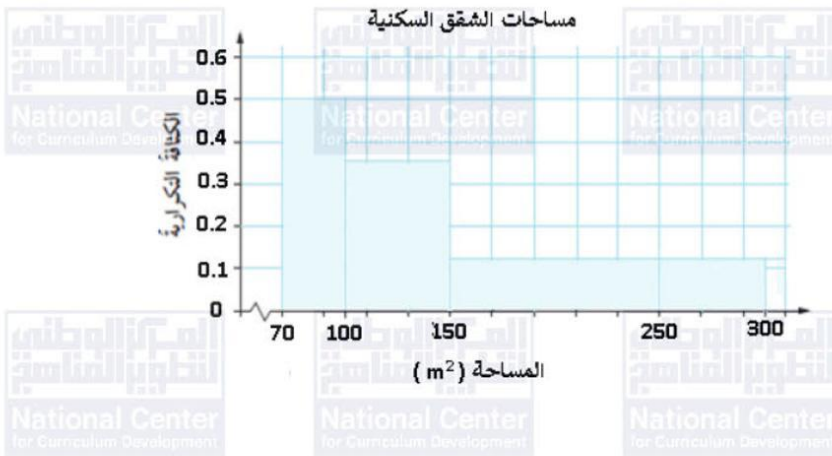
13)

السرعة	التكرار
$0 \leq y < 40$	80
$40 \leq y < 50$	10
$50 \leq y < 60$	40
$60 \leq y < 70$	110
$70 \leq y < 80$	60
$80 \leq y < 100$	60

14) 360

15)

المساحة (m ²)	$70 \leq t < 100$	$100 \leq t < 150$	$150 \leq t < 250$	$250 \leq t < 300$
التكرار	15	18	12	6
طول الفئة	30	50	100	50
الكثافة التكرارية	0.5	0.36	0.12	0.12



مهارات التفكير العليا

16) عدد الطلبة الذين حصلوا على أقل من 90 : 100 ، العدد الكلي للطلبة 320 .

نسبة الذين أخفقوا % 31.3 تقريبا.

17) 9

18) 71%

أتحقق من فهمي

مثال (1)

a) $\overline{A \cap B}$

b) $B - A$

مثال (2)

a) $\frac{3}{8}$

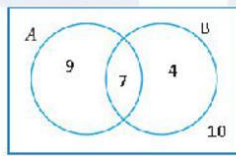
b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{8}$

مثال (3)

a)



A : لون الشعر أسود
B : لون العيون بني

b) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

c) $\frac{4}{30} = \frac{2}{15}$

d) $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$

مثال (4)

a) zero

b) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

c) $\frac{3}{10}$

مثال (5) : $x = 0.3$

أنتدرب وأحل مسائل

1) $\overline{B - A}$

2) $A - B$

3) $A \cap B \cap C$

4) $A \cup B \cup C$

5) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

6) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

7) $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

8) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

9) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

10) $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

11) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

12) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

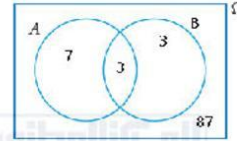
13) $\frac{7}{10}$

14) $p(A \cap B) = \frac{3}{100}$

15) $p(A \cup B) = \frac{13}{100}$

16) $p(A - B) = \frac{7}{100}$

17) $p(\overline{A \cap B}) = \frac{97}{100}$

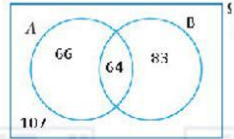


A : العدد من «ملاحظات» 10
B : العدد من «ملاحظات» 15

18) $p(A \cap B) = \frac{64}{320} = \frac{1}{5}$

19) $p(B - A) = \frac{83}{320}$

20) $p(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{107}{320}$



A : تراجع اختصاصي التدريس
B : يمارس الرياضة

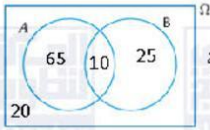
21) zero

22) $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

23) $\frac{27}{30} = \frac{9}{10}$

24) $x = 0.15$

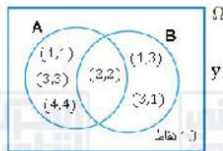
25) $p(A - B) = \frac{65}{120} = \frac{13}{24}$



A : يدسون لغة كورية
B : يدسون لغة فرنسية

مهارات التفكير العليا

26)



A : النقطة تقع على $y = x$
B : النقطة تقع على $y = 4 - x$

27) يوجد نقطة واحدة تقع على المستقيمين معا وهي (2, 2)

$p(A \cap B) = \frac{1}{16}$

28) B لأن B محتواة في A (29) A لأن B محتواة في A (30) لا يوجد عناصر في B وليست في A.

31) إجابة ممكنة ، التجربة رمي حجر نرد

A : ظهور عدد زوجي أكبر من 3 ، B : ظهور عدد فردي ، C : ظهور العدد 2

الدرس 5: الإحتمال الهندسي

أتحقق من فهمي

a) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{11}{18}$

c) $\frac{7}{18}$

مثال (1)

مثال (2): 0.15

مثال (3)

a) $\frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{2}$

1) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

2) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

3) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

4) $\frac{7}{10}$

5) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

6) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

7) $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

8) $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

9) $\frac{7}{10}$

10) $\frac{3}{10}$

11) $\frac{4}{121}$

12) $\frac{5}{121}$

13) $\frac{82}{121}$

14) $\frac{78}{121}$

15) $\frac{13}{45}$

16) 0.21

17) 0.39

18) 0.21

19) $\frac{3}{17}$

20) $\frac{1}{2}$

21) $\frac{1}{12}$

22) 0.6

23) 0.85

24) $0.3 = \frac{MN}{20}$, $MN = 6$

مهارات التفكير العليا

25) مساحة متوازي الأضلاع 6 وحدة مربعة ، مساحة الدائرة 4π وحدة مربعة ، مساحة المثلث 4.5 وحدة مربعة.

$$\frac{100 - (6 + 4\pi + 4.5)}{100} \approx 0.77$$

26) A : وقوع النقطة على $\overline{AD}$ ، B : وقوع النقطة على $\overline{BE}$ ، C : وقوع النقطة على $\overline{DE}$ أو $\overline{AC}$

اختبار نهاية الوحدة

1) a

2) d

3) b

4) b

5) $\sigma_x^2 \approx 0.45$

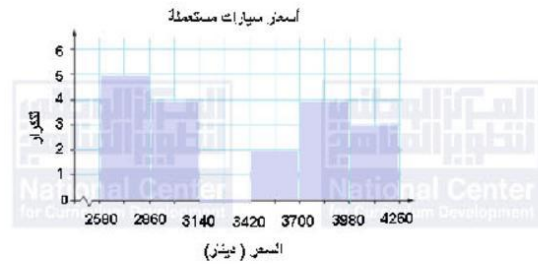
6) $\sigma_x \approx 0.67$

7) $\mu_x = 67.3$

8) $\sigma_x \approx 6.6$

9)

أسعار سيارات مستعملة (p)	
التكرار	السعر (دينار)
5	$2580 \leq p < 2860$
4	$2860 \leq p < 3140$
0	$3140 \leq p < 3420$
2	$3420 \leq p < 3700$
4	$3700 \leq p < 3980$
3	$3980 \leq p < 4260$

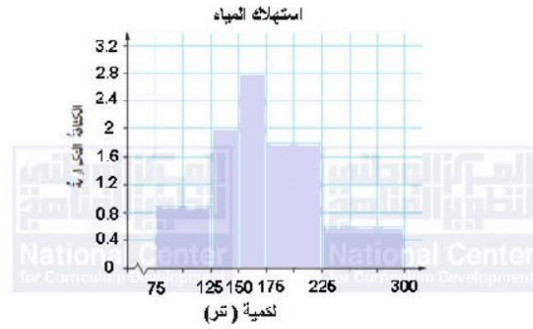


10) أغلب أسعار السيارات تقل عن 3140 دينار أو لا تقل عن 3700 دينار وعدد قليل منها سعره يختلف عن ذلك.

11) $\mu_x = 89.3$ 12) المنوال 88 13) فترة الوسيط 86 - 90

14)

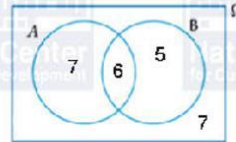
استهلاك المياه			
الكمية (لتر)	التكرار	طول الفئة	الكثافة التكرارية
$75 \leq s < 125$	45	50	0.9
$125 \leq s < 150$	50	25	2
$150 \leq s < 175$	70	25	2.8
$175 \leq s < 225$	90	50	1.8
$225 \leq s < 300$	45	75	0.6



15) $p(A \cup B) = \frac{18}{25}$

16) $p(B - A) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

17) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{7}{25}$



A: يمارسون لعبة كرة السلة
B: يمارسون لعبة كرة القدم

18) $\frac{40}{160} = \frac{1}{4}$

19) 0.46

20)

المسافة (km)	$0 \leq x < 20$	$20 \leq x < 35$	$35 \leq x < 45$	$45 \leq x < 60$	$60 \leq x < 65$
طول الفئة	20	15	10	15	5
التكرار	40	75	100	90	5

21)

درجة الحرارة (°C)	$10 \leq x < 11$	$11 \leq x < 12$	$12 \leq x < 14$	$14 \leq x < 16$	$16 \leq x < 19$	$19 \leq x < 21$
طول الفئة	1	1	2	2	3	2
التكرار	15	15	50	40	45	20

22) $\frac{1}{6}$

23) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

24) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

25) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

26) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

27) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

28) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

29) 55

30) 278

31) $\sigma_x^2 \approx 58.08$

32) $\sigma_x \approx 7.6$