

تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

===== القسم الإلكتروني =====

1- تقدير طول القوس على منحنى دالة معطاة.

في التمارين 7 إلى 12, قدر طول المنحنى $y = f(x)$ في الفترة المحددة باستخدام:

(a) $n = 4$ (b) $n = 8$ قطع مستقيمة. (c) إذا تمكنت من برمجة حاسبة أو حاسب آلي, استخدم n أكبر وخصم الطول الفعلي للمنحنى.

7. $f(x) = \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

8. $f(x) = \sin x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

9. $f(x) = \sqrt{x+1}$, $0 \leq x \leq 3$

10. $f(x) = \frac{1}{x}$, $1 \leq x \leq 2$

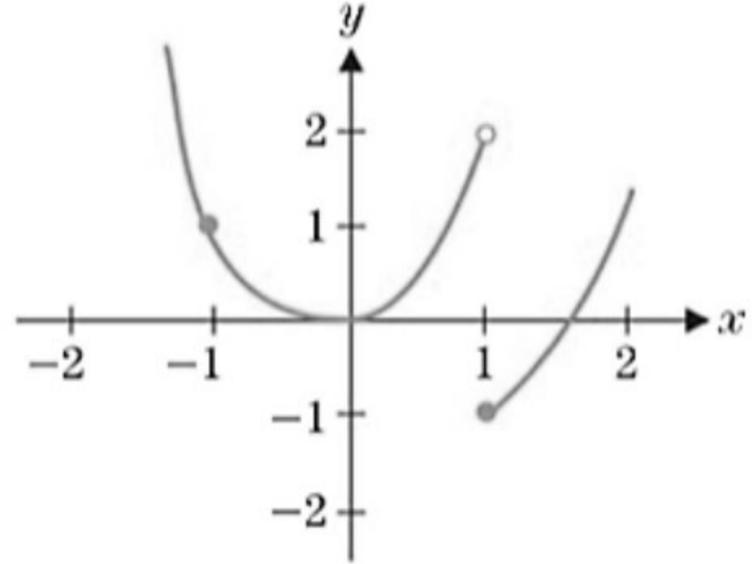
11. $f(x) = x^2 + 1$, $-2 \leq x \leq 2$

12. $f(x) = x^3 + 2$, $-1 \leq x \leq 1$

2) إيجاد قيمة نهاية دالة ما جبرياً وبيانياً, إن وجدت.

استخدم التمثيل البياني لتحديد

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x), \lim_{x \rightarrow -1} f(x), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$



3) إيجاد نهاية الدوال كثيرة الحدود والنسبية والمثلثية باستخدام نظريات النهايات.

في التمارين 1 - 28, أوجد قيمة النهاية المشار إليها, إذا وجدت. على فرض أن

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 3x + 1)$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{2x + 1}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos^{-1}(x^2)$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 5}{x^2 + 4}$

5. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2x - 3}$

تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\tan x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^{-2x+1}}{x^2 + x}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \csc^2 x$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{3 - \sqrt{x+9}}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 - 64}{x - 4}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{x} - \frac{2}{|x|} \right)$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{1 - e^x}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin|x|}{x}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 2} f(x) , \text{ حيث } f(x) = \begin{cases} 2x , & x < 2 \\ x^2 , & x \geq 2 \end{cases}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -1} f(x) , \text{ حيث } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 , & x < -1 \\ 3x + 1 , & x \geq -1 \end{cases}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow -1} f(x) , \text{ حيث } f(x) = \begin{cases} 2x + 1 , & x < -1 \\ 3 , & -1 < x < 1 \\ 2x + 1 , & x > 1 \end{cases}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 1} f(x) , \text{ حيث } f(x) = \begin{cases} 2x + 1 , & x < -1 \\ 3 , & -1 < x < 1 \\ 2x + 1 , & x > 1 \end{cases}$$

$$25. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h}$$

$$26. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 - 1}{h}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x^2 - 4)}{x^2 - 4}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{5x}$$

تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

(4) إيجاد نهاية الدوال كثيرة الحدود والنسبية والمثلثية باستخدام نظريات النهايات

مثال 3.7 نهاية ناتج ضرب ليس بناتج ضرب النهايات

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \cot x)$$

الحل قد يكون رد فعلك الأول أن تقول أن نهاية ناتج ضرب لا بد أن تكون ناتج ضرب النهايات:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (x \cot x) &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} x \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \cot x \right) \quad \text{غير صحيح} \\ &= 0 \cdot ? = 0 \end{aligned}$$

وحيث أنه لا يبدو أن أي من القواعد يمكن تطبيقها، نرسم تمثيلاً بيانياً (انظر الشكل 2.17) ونحسب بعض قيم الدوال. بناء على هذه، نتصور أن

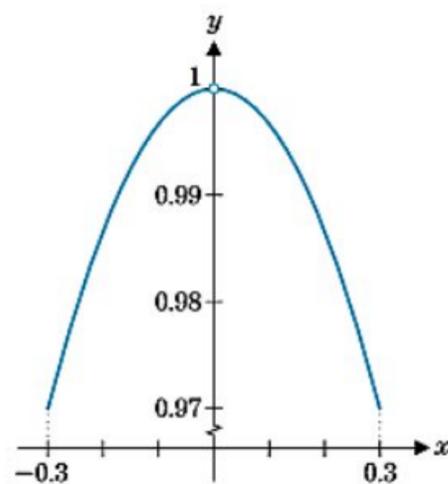
$$\lim_{x \rightarrow 0} (x \cot x) = 1$$

أي أن النهاية لا تساوي 0 على الإطلاق. كما كنت تشك في البداية، يمكنك أن تفكر في النهاية كذلك على النحو التالي:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} (x \cot x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(x \frac{\cos x}{\sin x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \cos x \right) \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right) \left(\lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x}{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}} = \frac{1}{1} = 1, \end{aligned}$$

حيث إن $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$ وحيث إننا استخدمنا التخمين الذي وضعناه في المثال 2.6 بأن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (تحقق من صحة التخمين الأخير في القسم 2.6 باستخدام نظرية الشطيرة والتي تلي ذلك).

وعند هذه النقطة، سنقدم أداة تساعد على تحديد عدد من النهايات الهامة.



الشكل 2.17
 $y = x \cot x$

x	$x \cot x$
± 0.1	0.9967
± 0.01	0.999967
± 0.001	0.99999967
± 0.0001	0.9999999967
± 0.00001	0.999999999967

(5) إيجاد خطوط التقارب الرأسية والأفقية والمائلة باستخدام النهايات

في التمارين 23 - 28، حدد كل خطوط التقارب الأفقية والرأسية. ثم لكل جانب من جوانب خط التقارب الرأسي، حدد إذا كانت $f(x) \rightarrow \infty$ أم $f(x) \rightarrow -\infty$.

23. (a) $f(x) = \frac{x}{4 - x^2}$ (b) $f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

24. (a) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 + x^2}}$ (b) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$

25. $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^2 - 2x - 3}$ 26. $f(x) = \frac{1 - x}{x^2 + x - 2}$

27. $f(x) = 4 \tan^{-1} x - 1$ 28. $f(x) = \ln(1 - \cos x)$

تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

في التمارين 29 - 32, حدد كل خطوط التقارب الرأسية والمائلة

29. $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$

30. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$

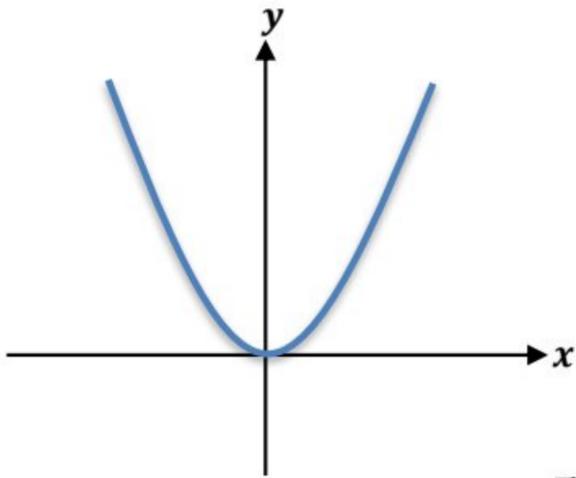
31. $y = \frac{x^3}{x^2 + x - 4}$

32. $y = \frac{x^4}{x^3 + 2}$

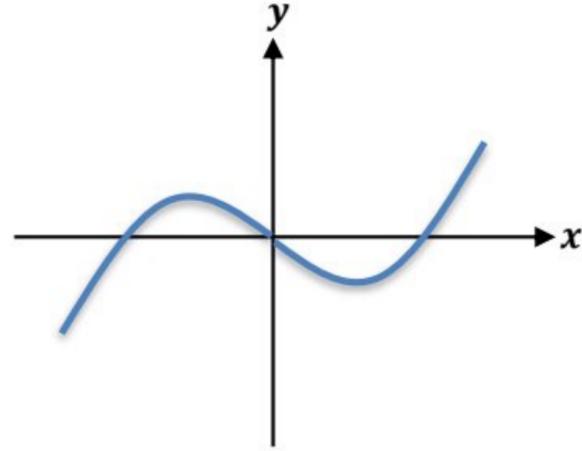
6 رسم منحنى الدالة اعتماداً على التمثيل البياني لمشتقتها .

في التمارين 13 - 16, استخدم التمثيل البياني الموضح لـ f لرسم التمثيل البياني لمشتقة الدالة.

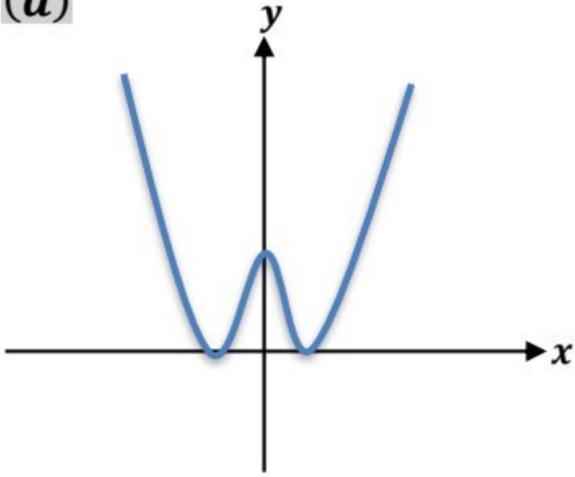
13. (a)



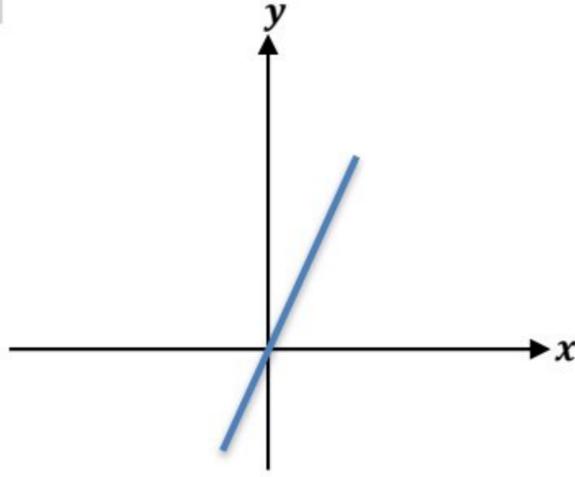
(b)



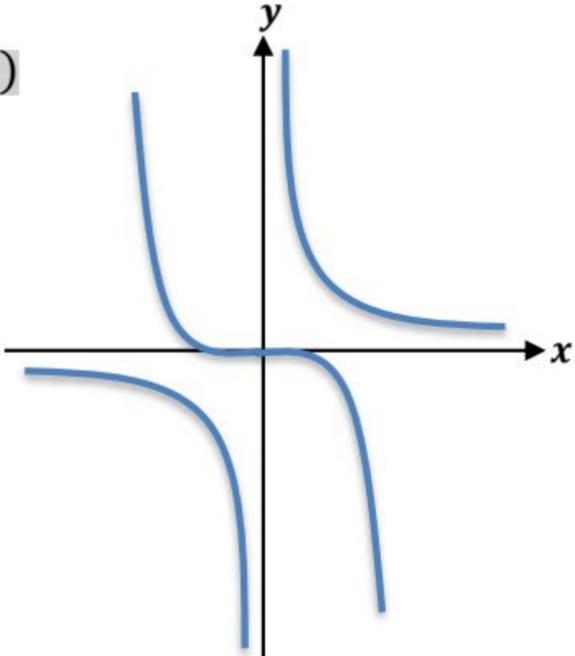
14. (a)



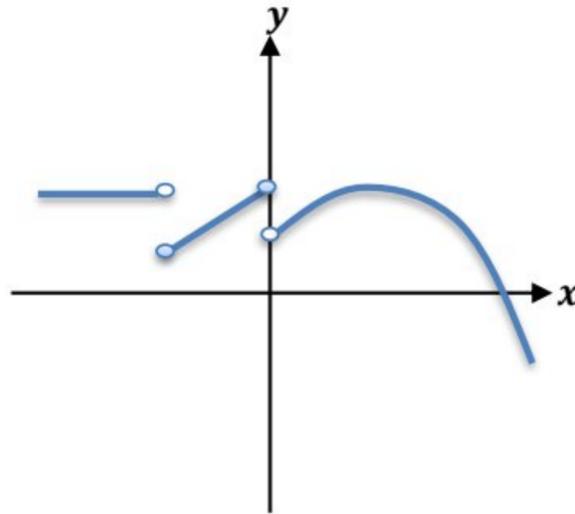
(b)



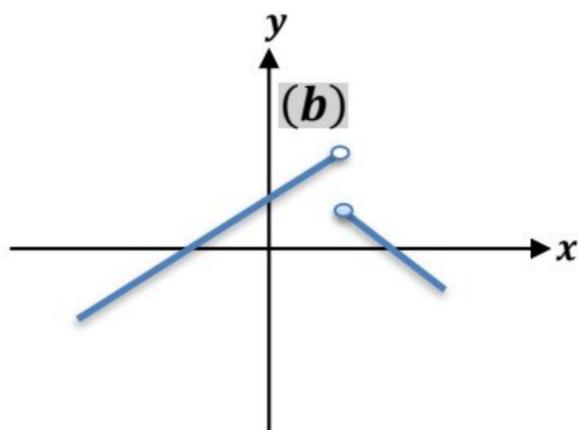
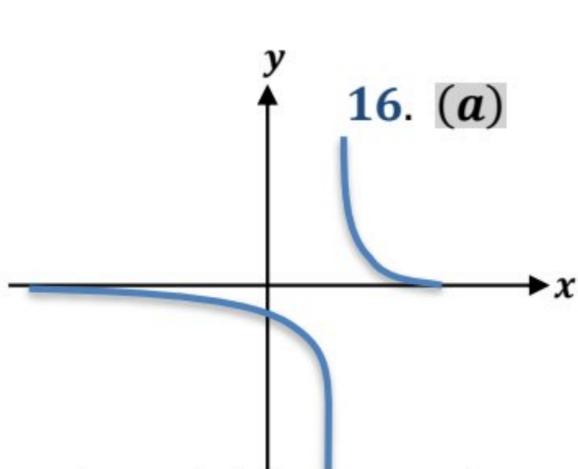
15. (a)



(b)

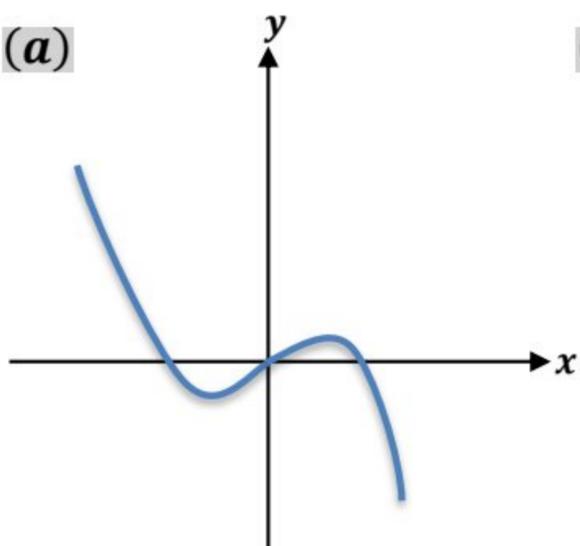


تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

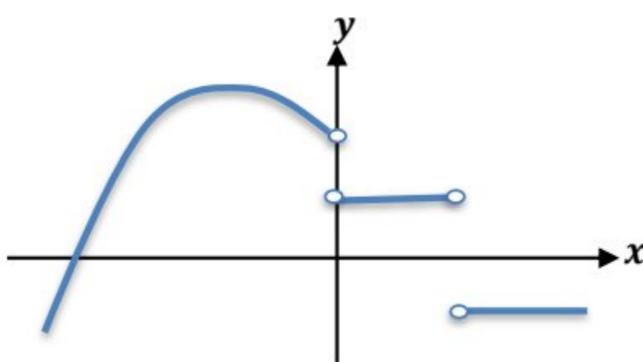


في التمرينين 17 و 18, استخدم التمثيل البياني الموضح لـ f' لرسم تمثيل بياني معقول لدالة متصلة f .

17. (a)



(b)



7 فهم العلاقة بين الاتصال والاشتقاق .

في التمارين 19 - 22, أحسب المشتقة في الطرف الأيمن

$$D_+f(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(h) - f(0)}{h}$$

والمشتقة في الطرف الأيسر:

$$D_-f(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(h) - f(0)}{h}$$

هل $f'(0)$ موجودة؟

19. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , x < 0 \\ 3x + 1 & , x \geq 0 \end{cases}$

20. $f(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 2x & , x \geq 0 \end{cases}$

21. $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 0 \\ x^3 & , x \geq 0 \end{cases}$

22. $f(x) = \begin{cases} 2x & , x < 0 \\ x^2 + 2x & , x \geq 0 \end{cases}$

تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

(8) إيجاد السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية عند نقطة معطاة .

في التمارين 21 - 24, استخدم دالة الموقع المعطاة لإيجاد دالتي السرعة المتجهة والتسارع.

21. $s(t) = -16t^2 + 40t + 10$

22. $s(t) = -4.9t^2 + 12t - 3$

23. $s(t) = \sqrt{t} + 2t^2$

24. $s(t) = 10 - \frac{10}{t}$

(9) تطبيق قاعدة السلسلة في الاشتقاق .

في التمرينين 31 و 32, استخدم المعلومات ذات الصلة لحساب المشتقة $h(x) = f(g(x))$.

31. $h'(1)$ حيث:

$$f'(2)=3, f'(1)=4, g(1)=2, f(1)=3, g'(1)=-2, g'(3)=5$$

32. $h'(2)$ حيث:

$$f'(3)=-3, f'(2)=-1, g(2)=3, f(2)=1, g'(1)=2, g'(2)=4$$

الدالة f تكون دالة زوجية إذا كان $f(-x) = f(x)$ لكل x وتكون دالة فردية إذا كان $f(-x) = -f(x)$ لكل x . إثبت أن مشتقة دالة الزوجية هي دالة فردية، وأن مشتقة دالة الفردية هي دالة زوجية.

إذا كان التمثيل البياني للدالة العاقلة للإشتقاق f متماثلاً حول المستقيم $x = a$, فماذا يمكنك القول عن تماثل التمثيل البياني لـ f' ؟

في التمارين 35-38 أوجد المشتقة للدالة f .

35. (a) $f(x^2)$ (b) $[f(x)]^2$ (c) $f(f(x))$

36. (a) $f(\sqrt{x})$ (b) $\sqrt{f(x)}$ (c) $f(xf(x))$

37. (a) $f(1/x)$ (b) $1/f(x)$ (c) $f\left(\frac{x}{f(x)}\right)$

38. (a) $1 + f(x^2)$ (b) $[1 + f(x)]^2$ (c) $f(1 + f(x))$

تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

10) إيجاد مشتقة معكوس دالة باستخدام قاعدة السلسلة.

في التمارين 17-22. f لها معكوس g . استخدم النظرية 5.2 لإيجاد $g'(a)$.

17. $f(x) = x^3 + 4x - 1, a = -1$

18. $f(x) = x^5 + 4x - 2, a = -2$

19. $f(x) = x^5 + 3x^3 + x, a = 5$

20. $f(x) = x^3 + 2x + 1, a = -2$

21. $f(x) = \sqrt{x^3 + 2x + 4}, a = 2$

22. $f(x) = \sqrt{x^5 + 4x^3 + 3x + 1}, a = 3$

11) إيجاد مشتقات الدوال المثلثية

في التمارين 19-22. أوجد مشتقة كل دالة.

19. (a) $f(x) = \sin x^2$

20. (a) $f(x) = \cos \sqrt{x}$

(b) $f(x) = \sin^2 x$

(b) $f(x) = \sqrt{\cos x}$

(c) $f(x) = \sin 2x$

(c) $f(x) = \cos \frac{1}{2}x$

21. (a) $f(x) = \sin x^2 \tan x$

22. (a) $f(x) = \sec x^2 \tan x^2$

(b) $f(x) = \sin^2(\tan x)$

(b) $f(x) = \sec^2(\tan x)$

(c) $f(x) = \sin(\tan^2 x)$

(c) $f(x) = \sec(\tan^2 x)$

12) إيجاد مشتقات الدوال اللوغارتمية الطبيعية.

أوجد مشتقة كل دالة.

1. $f(x) = x^3 e^x$

2. $f(x) = e^{2x} \cos 4x$

3. $f(t) = t + 2^t$

4. $f(t) = t^{4^{3t}}$

5. $f(x) = 2e^{4x+1}$

6. $f(x) = (1/e)^x$

7. $h(x) = (1/3)^{x^2}$

8. $h(x) = 4^{-x^2}$

9. $f(u) = e^{u^2+4u}$

10. $f(u) = 3e^{\tan u}$

11. $f(w) = \frac{e^{4w}}{w}$

12. $f(w) = \frac{w}{e^{6w}}$

13. $f(x) = \ln 2x$

14. $f(x) = \ln \sqrt{8x}$

استخدام الاشتقاق الضمني في إيجاد مشتقات الدوال المثلثية العكسية.

في التمارين 29 - 34, أوجد مشتقة كل دالة.

29. (a) $f(x) = \sin^{-1}(x^3 + 1)$ (b) $f(x) = \sin^{-1}(\sqrt{x})$

30. (a) $f(x) = \cos^{-1}(x^2 + x)$ (b) $f(x) = \cos^{-1}\left(\frac{2}{x}\right)$

31. (a) $f(x) = \tan^{-1}(\sqrt{x})$ (b) $f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$

32. (a) $f(x) = \sqrt{2 + \tan^{-1} x}$ (b) $f(x) = e^{\tan^{-1} x}$

33. (a) $f(x) = 4 \sec(x^4)$ (b) $f(x) = 4 \sec^{-1}(x^4)$

34. (a) $f(x) = \sin^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ (b) $f(x) = \csc^{-1} x$

14) إيجاد التقريب الخطي:

في التمارين 1-6, جد التقريب الخطي للدالة $f(x)$ عند $x = x_0$. استخدم التقريب الخطي لتقدير العدد المعطى.

1. $f(x) = \sqrt{x}, x_0 = 1, \sqrt{1.2}$
 2. $f(x) = (x + 1)^{1/3}, x_0 = 0, \sqrt[3]{1.2}$
 3. $f(x) = \sqrt{2x + 9}, x_0 = 0, \sqrt{8.8}$
 4. $f(x) = 2/x, x_0 = 1, 2/0.99$
 5. $f(x) = \sin 3x, x_0 = 0, \sin(0.3)$
 6. $f(x) = \sin x, x_0 = \pi, \sin(3.0)$
-

في التمارين 1-40، جد النهايات المعطاة.

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-4}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+2}{x^2-4}$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x^2+4x+3}$

5. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t}-1}{t}$

6. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{e^{3t}-1}$

7. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan^{-1} t}{\sin t}$

8. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{\sin^{-1} t}$

9. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\sin x}$

10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^{-1} x}{x^2-1}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$

===== القسم الورقي =====

16 (البحث في اتصال دالة + ايجاد النهايات التي تؤول إلى اللانهاية .

29. افترض أنّ القانون الضريبي في دولة ما ينص على أنّ الالتزام الضريبي المفروض على x من الدولارات من الدخل الخاضع للضريبة موضح بـ

$$T(x) = \begin{cases} 0 & , & x \leq 0 \\ 0.14x & , & 0 < x < 10,000 \\ c + 0.21x & , & 10,000 \leq x. \end{cases}$$

حدّد الثابت c الذي يجعل هذه الدالة متصلة لجميع قيم x . قدّم سببًا منطقيًا لكون أن هذه الدالة يجب أن تكون متصلة.

30. افترض أنّ القانون الضريبي في دولة ما ينص على أنّ نسبة الالتزام الضريبي تبلغ 12% على أول AED 20,000 من الأرباح الخاضعة للضريبة و 16% على الباقي. أوجد الثابتين a و b للدالة الضريبية

$$T(x) = \begin{cases} 0 & , & x \leq 0 \\ a + 0.12x & , & 0 < x \leq 20,000 \\ b + 0.16(x - 20,000) & , & x > 20,000 \end{cases}$$

بحيث تكون $T(x)$ متصلة لجميع قيم x .

31. في المثال 4.8، أوجد b و c لإكمال الجدول.

32. في المثال 4.8، وضح أن $T(x)$ متصلة عند $x = 6000$.

في التمارين 39-41، حدّد قيم a و b التي تجعل الدالة المعطاة متصلة.

$$39. f(x) = \begin{cases} \frac{2 \sin x}{x} & , x < 0 \\ a & , x = 0 \\ b \cos x & , x > 0 \end{cases}$$

$$40. f(x) = \begin{cases} ae^x + 1 & , x < 0 \\ \sin^{-1} \frac{x}{2} & , 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - x + b & , x > 2 \end{cases}$$

$$41. f(x) = \begin{cases} a(\tan^{-1} x + 2) & , x < 0 \\ 2e^{bx} + 1 & , 0 \leq x \leq 3 \\ \ln(x - 2) + x^2 & , x > 3 \end{cases}$$

67. لنفترض أن طول حيوان صغير بعد t أيام من الولادة هو $h(t) = \frac{300}{1 + 9(0.8)^t}$ mm. فما طول الحيوان عند الولادة؟ ما الطول النهائي للحيوان (أي، الطول عندما $t \rightarrow \infty$)؟

68. لنفترض أن طول حيوان صغير بعد t أيام من الولادة هو $h(t) = \frac{100}{2 + 3(0.4)^t}$ mm. فما طول الحيوان عند الولادة؟ ما الطول النهائي للحيوان (أي، الطول عندما $t \rightarrow \infty$)؟

69. لنفترض أن جسمًا له سرعة متجهة أولية $v_0 = 0$ ft/s وكتلة m (ثابتة) يتسارع بقوة ثابتة F رطلًا ل t ثوانٍ. وفقًا لقوانين نيوتن للحركة، ستكون سرعة الجسم $v_N = Ft/m$. وفقًا لنظرية النسبية لأينشتاين، ستكون سرعة الجسم $v_E = Fct / \sqrt{m^2c^2 + F^2t^2}$. حيث c هي سرعة الضوء. احسب $\lim_{t \rightarrow \infty} v_E$ و $\lim_{t \rightarrow \infty} v_N$.

تجميع أسئلة هيكل 12 متقدم - أ. عبد العزيز الشملان

70. بعد تناول حقنة، يختلف تركيز الدواء في العضلات وفقاً لدالة الزمن $f(t)$. لنفترض أن t يُقاس بالساعات و $f(t) = e^{-0.02t} - e^{-0.42t}$. أوجد نهاية $f(t)$ على حد سواء عندما $t \rightarrow 0$ و $t \rightarrow \infty$. وفسّر كلتا النهايتين من حيث تركيز الدواء.

71. تجاهل مقاومة الهواء، أقصى ارتفاع يصل إليه صاروخ تم

$$إطلاقه بسرعة ابتدائية v_0 هو $h = \frac{v_0^2 R}{19.6R - v_0^2}$ m/s$$

حيث R هو نصف قطر الأرض. في هذا التمرين، نفسّر هذا كدالة v_0 اشرح لماذا ينبغي تقييد مجال هذه الدالة إلى $v_0 \geq 0$. هناك قيد إضافي. أوجد القيمة (الموجبة) v_e بحيث يكون h غير محدد. ارسم تمثيلاً بيانياً محتملاً عند h مع $0 \leq v_0 < v_e$ وناقش أهمية خط التقارب الرأسي عند v_e . اشرح لماذا تُسمى v_e سرعة الإفلات.

17) اشتقاق + كتابة معادلة مماس

في التمارين 1-4، احسب $f'(a)$ باستخدام النهايتين (2.1) و (2.2).

1. $f(x) = 3x + 1, a = 1$

2. $f(x) = 3x^2 + 1, a = 1$

3. $f(x) = \sqrt{3x+1}, a = 1$

4. $f(x) = \frac{3}{x+1}, a = 2$

في التمارين 5-12، احسب الدالة المشتقة f' باستخدام تعريف المشتقة.

5. $f(x) = 3x^2 + 1$

6. $f(x) = x^2 - 2x + 1$

7. $f(x) = x^3 + 2x - 1$

8. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

9. $f(x) = \frac{3}{x+1}$

10. $f(x) = \frac{2}{2x-1}$

11. $f(t) = \sqrt{3t+1}$

12. $f(t) = \sqrt{2t+4}$

في التمارين 5 - 16 أوجد المشتقة $y'(x)$ ضمنياً.

5. $x^2y^2 + 3y = 4x$

6. $3xy^3 - 4x = 10y^2$

7. $\sqrt{xy} - 4y^2 = 12$

8. $\sin xy = x^2 - 3$

9. $\frac{x+3}{y} = 4x + y^2$

10. $3x + y^3 - \frac{4y}{x+2} = 10x^2$

11. $e^{x^2y} - e^y = x$

12. $xe^y - 3y \sin x = 1$

13. $y^2\sqrt{x+y} - 4x^2 = y$

14. $x \cos(x+y) - y^2 = 8$

15. $e^{4y} - \ln(y^2 + 3) = 2x$

16. $e^{x^2}y - 3\sqrt{y^2 + 2} = x^2 + 1$

19 - التعرف على نظرية القيمة المتوسطة واستخدامها في التطبيقات.

في التمارين 1-6، تحقق من فرضيات نظرية رول ونظرية القيمة المتوسطة، وجد قيمة c الذي يجعل الاستنتاج الخاص بالنظريتين صحيحًا. اشرح الاستنتاج برسم تمثيل بياني.

1. $f(x) = x^2 + 1, [-2, 2]$

2. $f(x) = x^2 + 1, [0, 2]$

3. $f(x) = x^3 + x^2, [0, 1]$

4. $f(x) = x^3 + x^2, [-1, 1]$

5. $f(x) = \sin x, [0, \pi/2]$

6. $f(x) = \sin x, [-\pi, 0]$

جد المشتقة من 30 إلى 40

$$29. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cot x}$$

$$31. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$$

$$33. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$35. \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{\frac{x}{x+1}}\right)$$

$$37. \lim_{x \rightarrow 0^+} (1/x)^x$$

$$39. \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{t-3}{t+2}\right)^t$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{\ln x}$$

$$32. \lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x - x)$$

$$34. \lim_{x \rightarrow \infty} \left|\frac{x+1}{x-2}\right|^{\sqrt{x^2-4}}$$

$$36. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5-x}-2}{\sqrt{10-x}-3}$$

$$38. \lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos x)^{1/x}$$

$$40. \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{t-3}{2t+1}\right)^t$$