اسئله هيكل رياضيات الموضوعية

1	Identify and evaluate functions and state their domains التعرف على الدوال وإيجاد قيمها وتحديد مجالاتها	(39-46)	10

حدد المجال لكل دالة. (المثال 5)

39. $f(x) = \dfrac{8x + 12}{x^2 + 5x + 4}$

40. $g(x) = \dfrac{x + 1}{x^2 - 3x - 40}$

41. $g(a) = \sqrt{1 + a^2}$

42. $h(x) = \sqrt{6 - x^2}$

43. $f(a) = \dfrac{5a}{\sqrt{4a - 1}}$

44. $g(x) = \dfrac{3}{\sqrt{x^2 - 16}}$

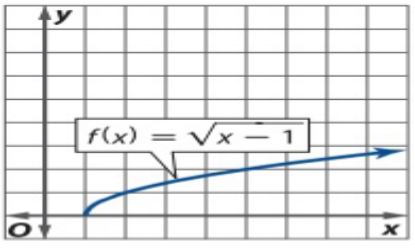
45. $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{4}{x+1}$

46. $g(x) = \frac{6}{x+3} + \frac{2}{x-4}$

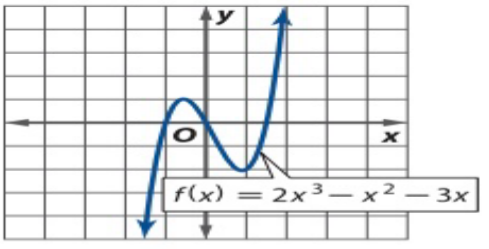
2	Use graphs of functions to estimate function values استخدام التمثيلات البيانية للدوال في تقدير قيم الدوال	(16-23)	20

استخدم التمثيل البياني لكل دالة في إيجاد تقاطعها مع المحور الرأسي y وكذلك إيجاد أصفارها. ثم جـد هذه القيم جبريًا. (المثالان 3 و 4)

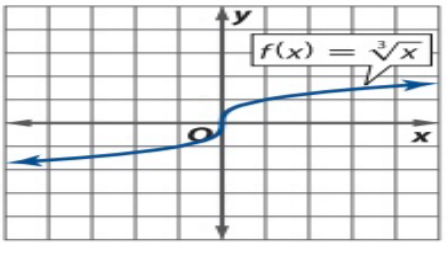
16.



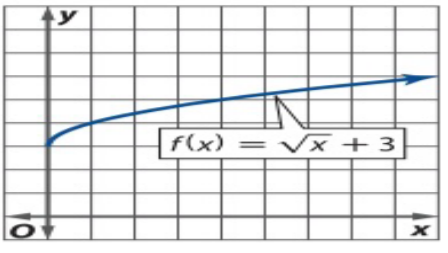
17.



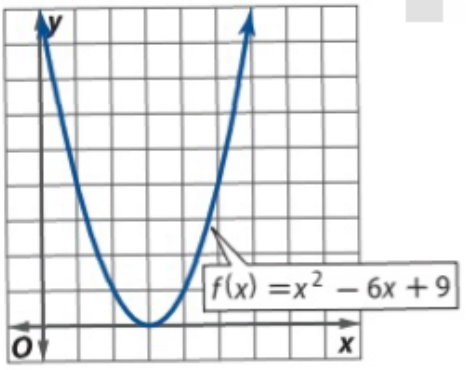
18.

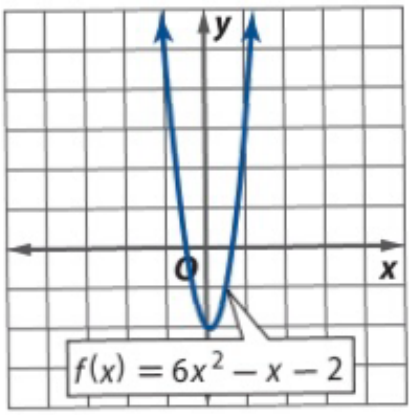


19.

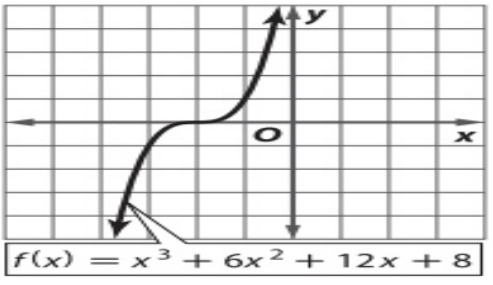


20.

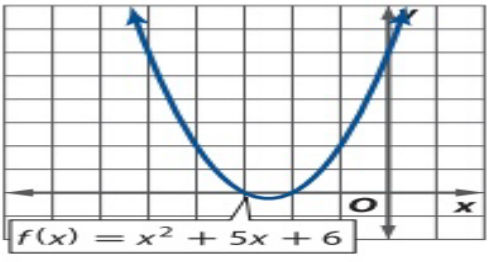




22.

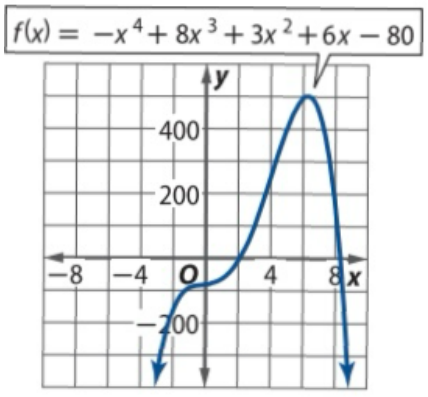


23.



مثال 4 التمثيلات البيانية التي تقترب من ما لانهاية

استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = -x^4 + 8x^3 + 3x^2 + 6x - 80$ لوصف سلوكها الطرفي. ادعم فرضيتك بالأرقام.



التحليل بيانيًا

في التمثيل البياني لـ $f(x)$، يظهر أن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$.

الدعم بالأرقام

ضع جدولاً بالقيم لاستكشاف قيم الدالة مع تزايد $|x|$. بمعنى، استكشف قيمة $f(x)$ بينما تصبح x أكبر وأكبر أو تصبح سالبة بدرجة أكبر.

x تقترب من $-\infty$ ← → x تقترب من ∞

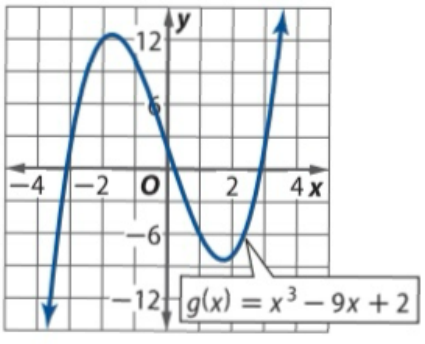
x	−10,000	−1000	−100	0	100	1000	10,000
$f(x)$	$-1 \cdot 10^{16}$	$-1 \cdot 10^{12}$	$-1 \cdot 10^{8}$	−80	$-1 \cdot 10^{8}$	$-1 \cdot 10^{12}$	$-1 \cdot 10^{16}$

يشير نمط المخرجات إلى أنه مع اقتراب x من $-\infty$، فإن $f(x)$ تقترب من $-\infty$ ومع اقتراب x من ∞، فإن $f(x)$ تقترب من $-\infty$. ويدعم هذا الفرضية.

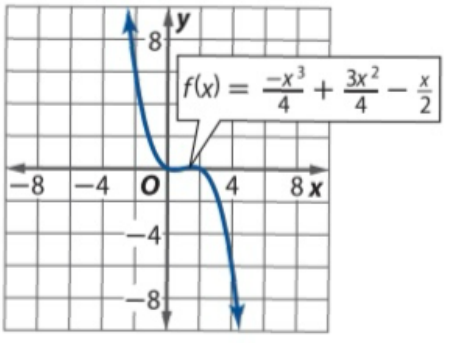
تمرين موجّه

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام.

4A.

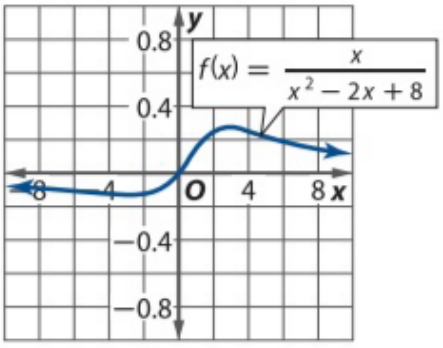


4B.



مثال 5 التمثيلات البيانية التي تقترب من قيمة محددة

استخدم التمثيل البياني لـ $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x + 8}$ لوصف سلوكها الطرفي. ادعم الفرضية بالأرقام.



التحليل بيانيًا

في التمثيل البياني لـ $f(x)$، يظهر أن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$.

الدعم بالأرقام

x تقترب من $-\infty$ ← x تقترب من ∞ →

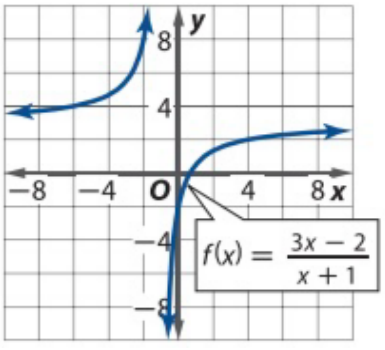
x	−10,000	−1000	−100	0	100	1000	10,000
$f(x)$	$-1 \cdot 10^{-4}$	−0.001	−0.01	0	0.01	0.001	$1 \cdot 10^{-4}$

يشير نمط المخرجات إلى أنه مع اقتراب x من $-\infty$، فإن $f(x)$ تقترب من 0 ومع اقتراب x من ∞، فإن $f(x)$ تقترب من 0. ويدعم هذا الفرضية.

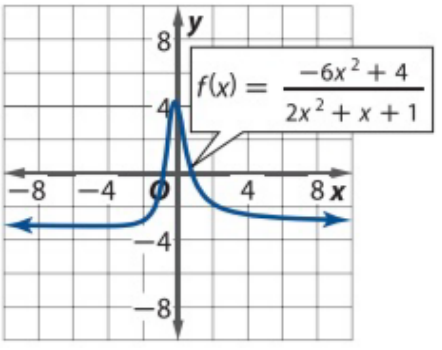
تمرين موجّه

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام.

5A.

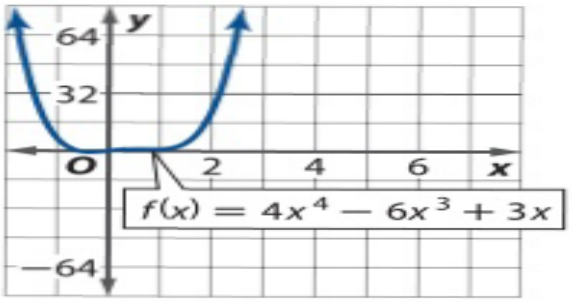


5B.

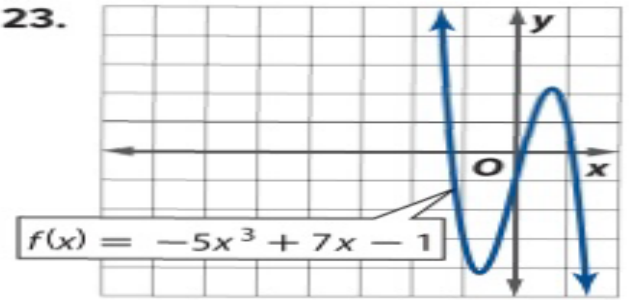


استخدم التمثيل البياني لكل دالة لوصف سلوكها الطرفي. وادعم الفرضية بالأرقام. (المثالان 4 و 5)

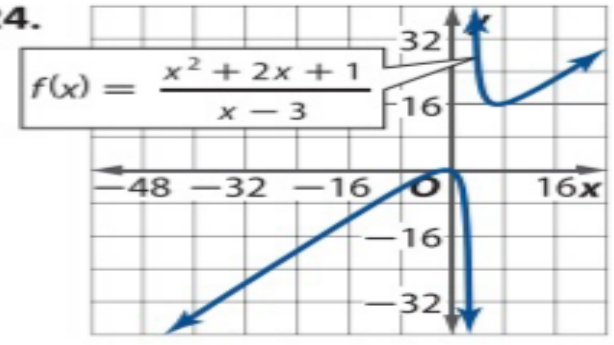
22.



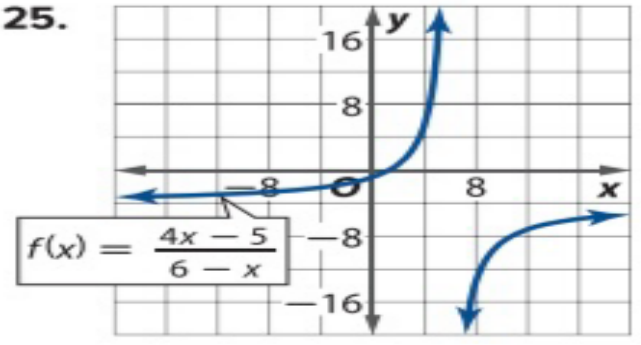
23.



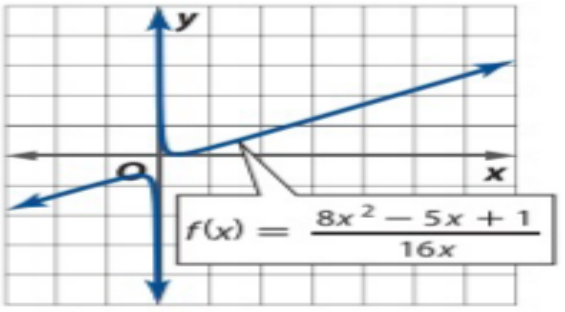
24.



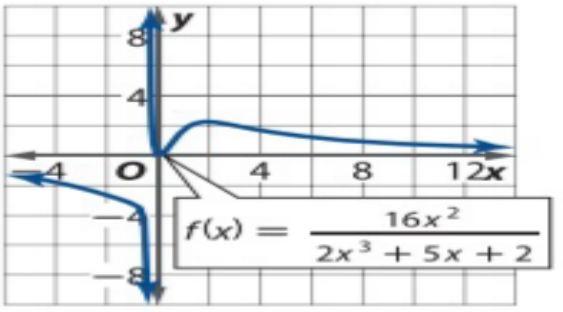
25.



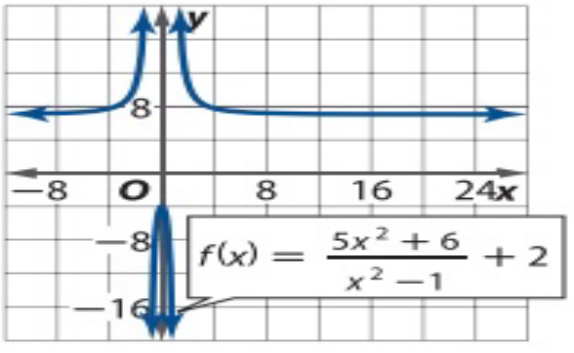
26.


y
O
x
$f(x) = \frac{8x^2 - 5x + 1}{16x}$

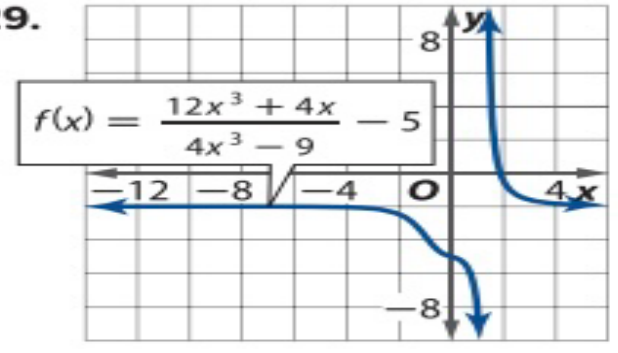
27.


y
8
4
−4
O
4
8
12x
−4
−8
$f(x) = \frac{16x^2}{2x^3 + 5x + 2}$

28.


y
8
−8
O
8
16
24x
−8
−16
$f(x) = \frac{5x^2 + 6}{x^2 - 1} + 2$

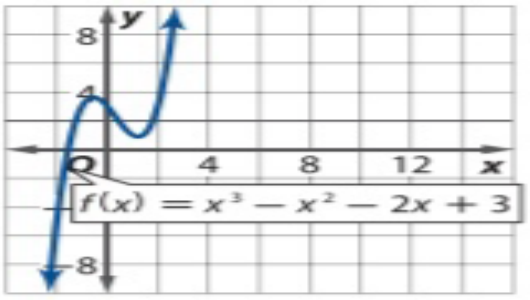
29.


y
8
$f(x) = \frac{12x^3 + 4x}{4x^3 - 9} - 5$
−12
−8
−4
O
4x
−8

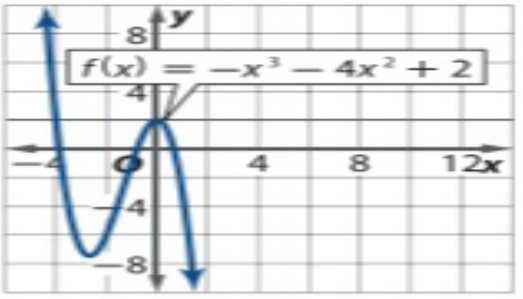
4	Find intervals on which functions are increasing, constant, or decreasing تحديد الفترات التي تكون عندها الدوال متزايدة أو ثابتة أو متناقصة	(1-10)	40

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتقدير الفترات مقربةً إلى أقرب 0.5 وحدة والتي تكون عندها الدالة متزايدة أو متناقصة أو ثابتة. ادعم إجابتك عدديًا. (مثال 1)

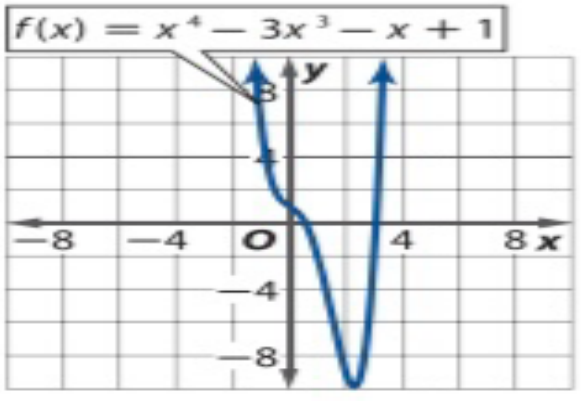
1.



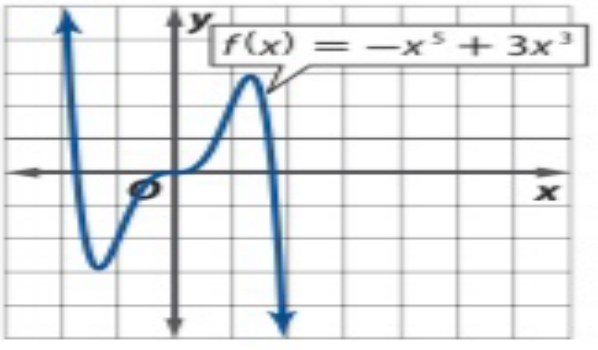
2.



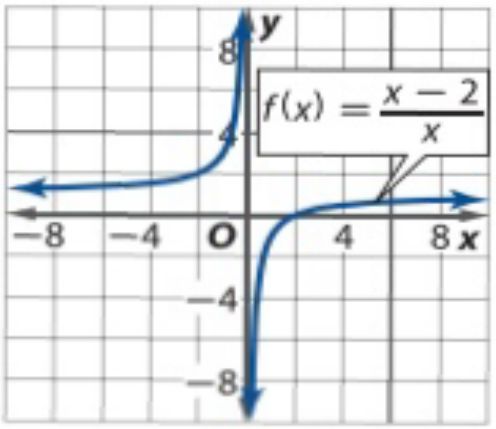
3.



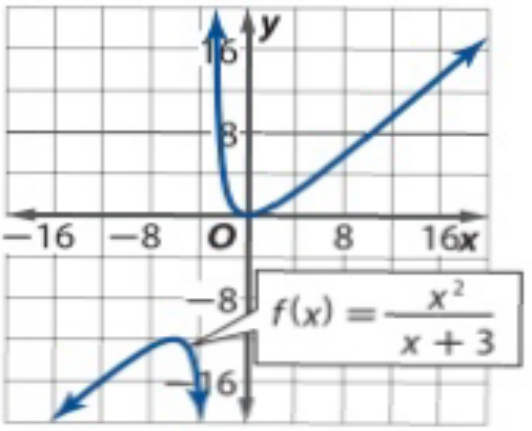
4.



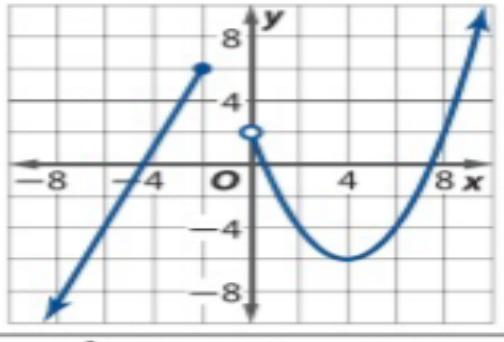
5.



6.

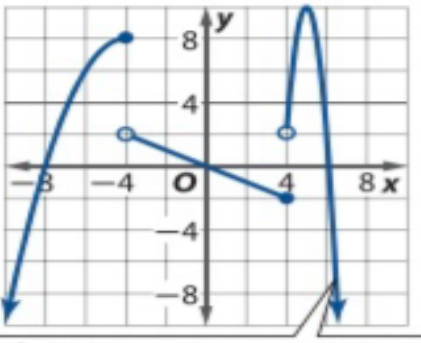


7.



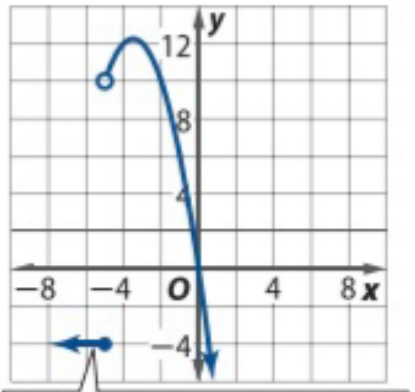
$$f(x) = \begin{cases} 2.5x + 11 & \text{if } x \leq -2 \\ 0.5x^2 - 4x + 2 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

8.



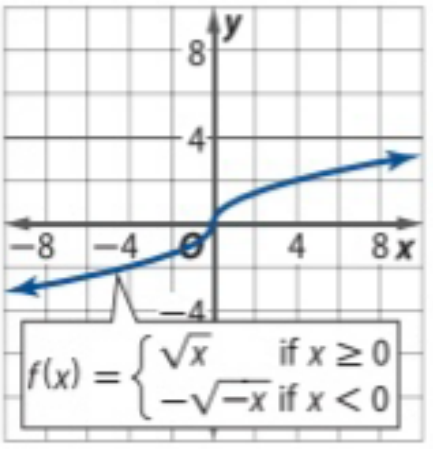
$$f(x) = \begin{cases} -0.5x^2 - 4x & \text{if } x \leq -4 \\ -0.5x & \text{if } -4 < x \\ -8x^2 + 80x - 190 & \text{if } x > 4 \end{cases}$$

9.



$$f(x) = \begin{cases} -4 & \text{if } x \le -5 \\ -x^2 - 7x & \text{if } x > -5 \end{cases}$$

10.



$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{if } x \ge 0 \\ -\sqrt{-x} & \text{if } x < 0 \end{cases}$$

5	Graph and analyze radical functions and solve radical equations تمثيل الدوال الجذرية بيانيًا وتحليلها وحل المعادلات الجذرية	Example-6 -مثال+(6A,6B,6C) (44-55)	91 93

مثال 6 حل المعادلات الجذرية

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

a. $2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$

$2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$	المعادلة الأصلية
$2x + 2 = \sqrt{100 - 12x}$	اعزل الجذر.
$4x^2 + 8x + 4 = 100 - 12x$	قم بتربيع كل طرف من طرفي المعادلة للتخلص من الجذر.
$4x^2 + 20x - 96 = 0$	اطرح $100 - 12x$ من كل طرف.
$4(x^2 + 5x - 24) = 0$	حلل.
$4(x + 8)(x - 3) = 0$	حلل.
$x - 3 = 0 \quad = \quad x + 8 = 0$	خاصية الناتج الصفري
$x = -8 \qquad x = 3$	حل.

$x = -8$ تحقق

$$2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$$
$$-16 \stackrel{?}{=} \sqrt{100 - 12(-8)} - 2$$
$$-16 \stackrel{?}{=} \sqrt{196} - 2$$
$$-16 \neq 12 \ \times$$

$x = 3$ تحقق

$$2x = \sqrt{100 - 12x} - 2$$
$$6 \stackrel{?}{=} \sqrt{100 - 12(3)} - 2$$
$$6 \stackrel{?}{=} \sqrt{64} - 2$$
$$6 = 6 \ \checkmark$$

ثبت صحة أحد الحلول بينما الآخر لم تثبت صحته. إذًا، الحل هو 3.

b. $\sqrt[3]{(x-5)^2} + 14 = 50$

$\sqrt[3]{(x-5)^2} + 14 = 50$	المعادلة الأصلية
$\sqrt[3]{(x-5)^2} = 36$	اعزل الجذر.
$(x-5)^2 = 46{,}656$	ارفع طرفي المعادلة إلى الأس 3. (الدليل هو 3.)
$x - 5 = \pm 216$	خذ الجذر التربيعي لكل طرف.
$x = 211$ أو -221	اجمع 5 إلى كل طرف.

التحقق من الحلين في المعادلة الأصلية يؤكد أنهما صحيحان.

c. $\sqrt{x-2} = 5 - \sqrt{15 - x}$

$\sqrt{x-2} = 5 - \sqrt{15 - x}$	المعادلة الأصلية
$x - 2 = 25 - 10\sqrt{15 - x} + (15 - x)$	قم بتربيع كل طرف.
$2x - 42 = -10\sqrt{15 - x}$	اعزل الجذر.
$4x^2 - 168x + 1764 = 100(15 - x)$	قم بتربيع كل طرف.
$4x^2 - 168x + 1764 = 1500 - 100x$	استخدم خاصية التوزيع
$4x^2 - 68x + 264 = 0$	اجمع الحدود المتشابهة.
$4(x^2 - 17x + 66) = 0$	حلل.
$4(x-6)(x-11) = 0$	حلل.
$x - 11 = 0 \quad = \quad x - 6 = 0$	خاصية الناتج الصفري
$x = 11 \qquad x = 6$	حل.

التحقق من الحلول في المعادلة الأصلية يؤكد أن الحلين صحيحان.

تمرین موجّه

6A. $3x = 3 + \sqrt{18x - 18}$

6B. $\sqrt[3]{4x + 8} + 3 = 7$

6C. $\sqrt{x + 7} = 3 + \sqrt{2 - x}$

حُلّ كل من المعادلات التالية. (مثال 6)

44. $4 = \sqrt{-6 - 2x} + \sqrt{31 - 3x}$

45. $0.5x = \sqrt{4 - 3x} + 2$

46. $-3 = \sqrt{22 - x} - \sqrt{3x - 3}$

47. $\sqrt{(2x - 5)^3} - 10 = 17$

48. $\sqrt[4]{(4x + 164)^3} + 36 = 100$

49. $x = \sqrt{2x - 4} + 2$

50. $7 + \sqrt{(-36 - 5x)^5} = 250$

51. $x = 5 + \sqrt{x + 1}$

52. $\sqrt{6x-11}+4=\sqrt{12x+1}$

53. $\sqrt{4x-40}=-20$

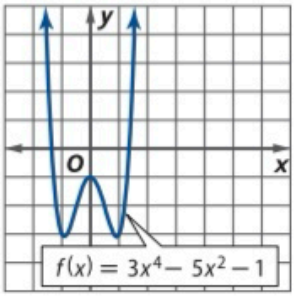
54. $\sqrt{x+2}-1=\sqrt{-2-2x}$

55. $7+\sqrt[5]{1054-3x}=11$

مثال 2 تطبيق اختبار الحد الرئيس

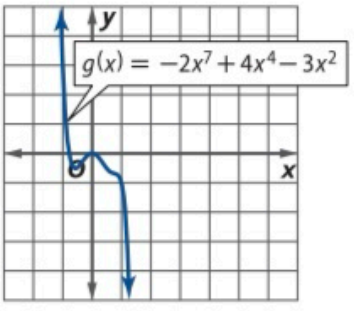
وضّح السلوك الطرفي للتمثيل البياني لكل دالة كثيرة الحدود باستخدام الحدود.
اشرح استدلالك باستخدام اختبار الحد الرئيس.

a. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 - 1$



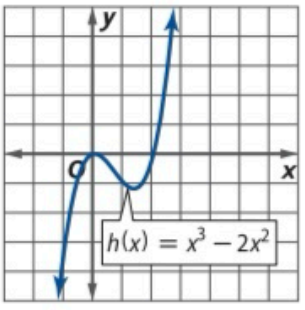
الدالة من الدرجة 4 ومعامل الحد الرئيس يساوي 3. بما أن الدرجة زوجية ومعامل الحد الرئيس موجب. إذًا $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

b. $g(x) = -3x^2 - 2x^7 + 4x^4$



اكتب بصيغة قياسية $g(x) = -2x^7 + 4x^4 - 3x^2$ والدالة هنا من الدرجة 7 ومعامل الحد الرئيس يساوي 2−. بما أن الدرجة فردية ومعامل الحد الرئيس سالب. إذًا $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$

c. $h(x) = x^3 - 2x^2$



الدالة من الدرجة 3 ومعامل الحد الرئيس يساوي 1. بما أن الدرجة فردية ومعامل الحد الرئيس موجب. إذًا $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

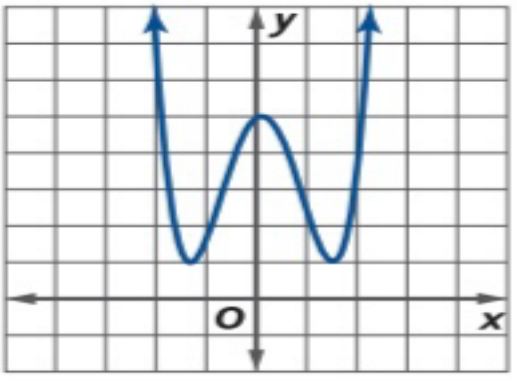
تمرين موجّه

2A. $g(x) = 4x^5 - 8x^3 + 20$

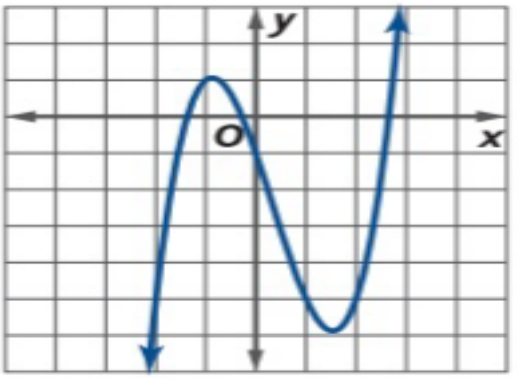
2B. $h(x) = -2x^6 + 11x^4 + 2x^2$

حدد هل درجة n في الدالة كثيرة الحدود لكل تمثيل بياني زوجية أم فردية وهل معامل الحد الرئيس فيها a_n موجبًا أم سالبًا.

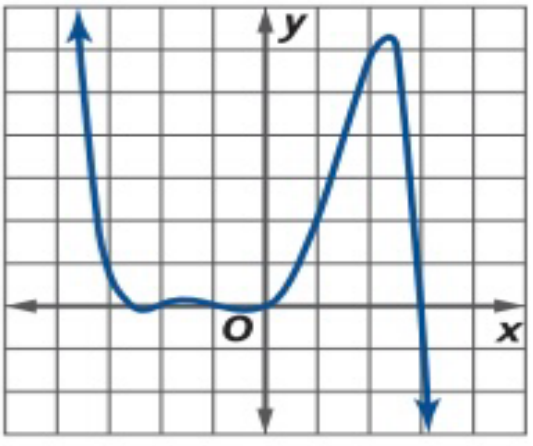
64.



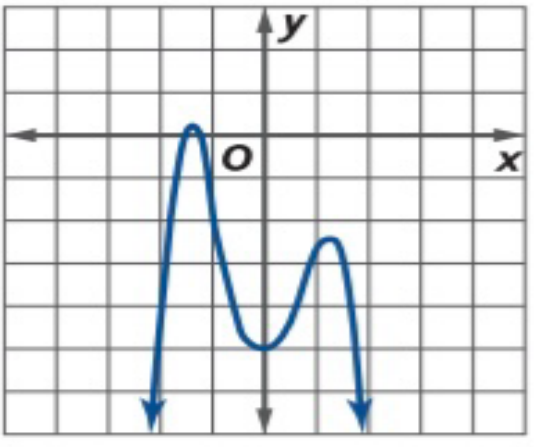
65.



66.



67.



اقسم باستخدام القسمة المطولة. (المثالان 2 و 3)

9. $(5x^4 - 3x^3 + 6x^2 - x + 12) \div (x - 4)$

10. $(x^6 - 2x^5 + x^4 - x^3 + 3x^2 - x + 24) \div (x + 2)$

11. $(4x^4 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 12) \div (2x + 4)$

12. $(2x^4 - 7x^3 - 38x^2 + 103x + 60) \div (x - 3)$

13. $(6x^6 - 3x^5 + 6x^4 - 15x^3 + 2x^2 + 10x - 6) \div (2x - 1)$

14. $(108x^5 - 36x^4 + 75x^2 + 36x + 24) \div (3x + 2)$

15. $(x^4 + x^3 + 6x^2 + 18x - 216) \div (x^3 - 3x^2 + 18x - 54)$

16. $(4x^4 - 14x^3 - 14x^2 + 110x - 84) \div (2x^2 + x - 12)$

17. $\dfrac{6x^5 - 12x^4 + 10x^3 - 2x^2 - 8x + 8}{3x^3 + 2x + 3}$

18. $\dfrac{12x^5 + 5x^4 - 15x^3 + 19x^2 - 4x - 28}{3x^3 + 2x^2 - x + 6}$

اقسم باستخدام القسمة التركيبية. (المثال 4)

19. $(x^4 - x^3 + 3x^2 - 6x - 6) \div (x - 2)$

20. $(2x^4 + 4x^3 - 2x^2 + 8x - 4) \div (x + 3)$

21. $(3x^4 - 9x^3 - 24x - 48) \div (x - 4)$

22. $(x^5 - 3x^3 + 6x^2 + 9x + 6) \div (x + 2)$

23. $(12x^5 + 10x^4 - 18x^3 - 12x^2 - 8) \div (2x - 3)$

24. $(36x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 30x - 12) \div (3x + 1)$

25. $(45x^5 + 6x^4 + 3x^3 + 8x + 12) \div (3x - 2)$

26. $(48x^5 + 28x^4 + 68x^3 + 11x + 6) \div (4x + 1)$

27. $(60x^6 + 78x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 25x - 20) \div (5x + 4)$

28. $\dfrac{16x^6 - 56x^5 - 24x^4 + 96x^3 - 42x^2 - 30x + 105}{2x - 7}$

مثال 4 إيجاد حل متباينة نسبية

حُلّ المتباينة: $\frac{4}{x-6} + \frac{2}{x+1} > 0$

$\frac{4}{x-6} + \frac{2}{x+1} > 0$ متباينة أصلية

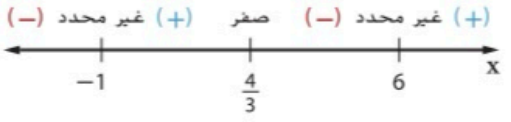
$\frac{4x+4+2x-12}{(x-6)(x+1)} > 0$ استخدم المقام المشترك الأصغر، $(x-1)(x+6)$، لإعادة كتابة كل كسر. ثم اجمع.

$\frac{6x-8}{(x-6)(x+1)} > 0$ بسّط.

لنفترض أن $f(x) = \frac{6x-8}{(x-6)(x+1)}$. إن الأصفار والنقاط غير المحددة في المتباينة تمثل أصفار البسط، $\frac{4}{3}$، والمقام، 6 و -1. قم بإنشاء جدول إشارات

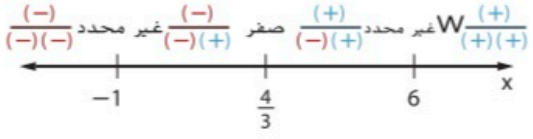
باستخدام هذه الأعداد. بعد ذلك اختر قيم المحور الأفقي x في كل فترة واختبره لتحديد هل $f(x)$ موجبة أم سالبة.

$$f(x) = \frac{6x-8}{(x-6)(x+1)}$$



$$f(x) = \frac{6x-8}{(x-6)(x+1)}$$

اختبار $x=-2$ اختبار $x=0$ اختبار $x=$. اختبار $x=7$



تساوي مجموعة حل المتباينة الأصلية اتحاد تلك الفترات التي تكون لها $f(x)$ موجبة. $\left(-1, \frac{4}{3}\right) \cup (6, \infty)$ ويدعم التمثيل البياني لـ $f(x) = \frac{4}{x-6} + \frac{2}{x+1}$ في الشكل 1.6.1 هذا الاستنتاج.

تمرين موجّه

جد حلًا للمتباينات التالية.

4A. $\frac{x+6}{4x-3} \geq 1$ **4B.** $\frac{x^2-x-11}{x-2} \leq 3$ **4C.** $\frac{1}{x} > \frac{1}{x+5}$

حُلّ كل من المتباينات التالية. (المثال 4)

18. $\frac{x-3}{x+4} > 3$

19. $\frac{x+6}{x-5} \leq 1$

20. $\frac{2x+1}{x-6} \geq 4$

21. $\frac{3x-2}{x+3} < 6$

22. $\frac{3-2x}{5x+2} < 5$

23. $\frac{4x+1}{3x-5} \geq -3$

24. $\frac{(x+2)(2x-3)}{(x-3)(x+1)} \leq 6$

25. $\frac{(4x+1)(x-2)}{(x+3)(x-1)} \leq 4$

26. $\frac{12x+65}{(x+4)^2} \geq 5$

27. $\frac{2x+4}{(x-3)^2} < 12$

مثال 6 التحولات البيانية للدوال اللوغاريتمية

استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x) = \log x$ لوصف التحويل الذي ينتج عنه كلّ دالة. ثم مثّل الدّوال بيانيًا.

a. $k(x) = \log (x + 4)$

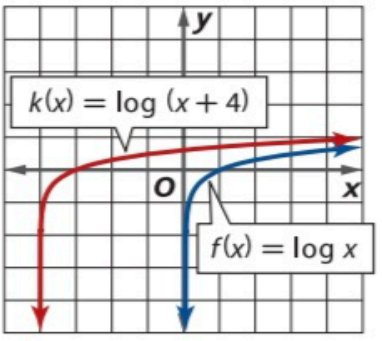
تأخذ هذه الدالة الصيغة $k(x) = f(x + 4)$ لذلك فإن التمثيل البياني لـ $k(x)$ هو التمثيل البياني لـ $f(x)$ مع إزاحة بمقدار 4 وحدات إلى اليسار (الشكل 2.2.1).

b. $m(x) = -\log x - 5$

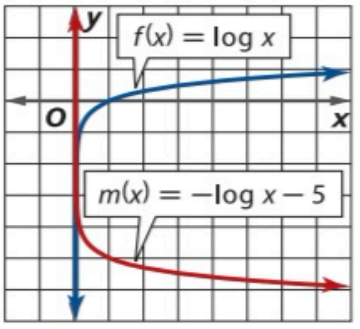
تأخذ الدالة الصيغة $m(x) = -f(x) - 5$ لهذا، فإن التمثيل البياني للدالة $m(x)$ هو التمثيل البياني للدالة $f(x)$ معكوسًا في المحور الأفقي x ومزاحًا بعد ذلك بمقدار 5 وحدات نحو الأسفل (الشكل 2.2.2).

c. $p(x) = 3 \log (x + 2)$

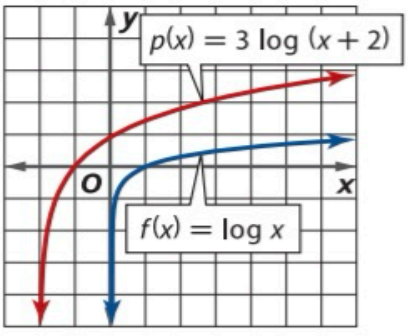
تأخذ الدالة الصيغة $p(x) = 3f(x + 2)$ لهذا، فإن التمثيل البياني للدالة $p(x)$ هو التمثيل البياني للدالة $f(x)$ متمددًا رأسيًا بمعامل قدره 3 ومزاحًا بعد ذلك بمقدار وحدتين إلى اليسار. (الشكل 2.2.3).



الشكل 2.2.1



الشكل 2.2.2



الشكل 2.2.3

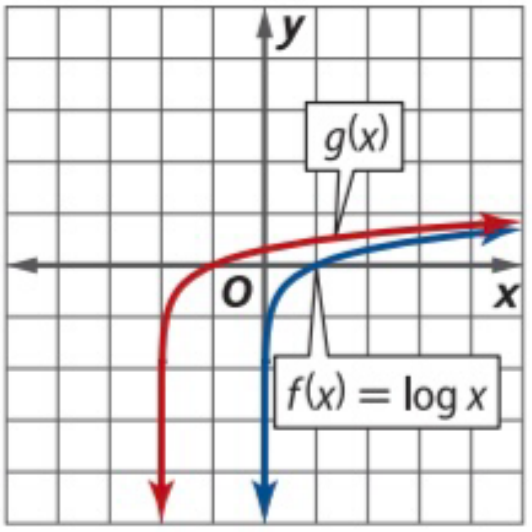
تمرين موجّه

استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x) = \log x$ لتصف التحول الذي ينتج عن كل دالة. ثم مثّل الدّوال بيانيًا.

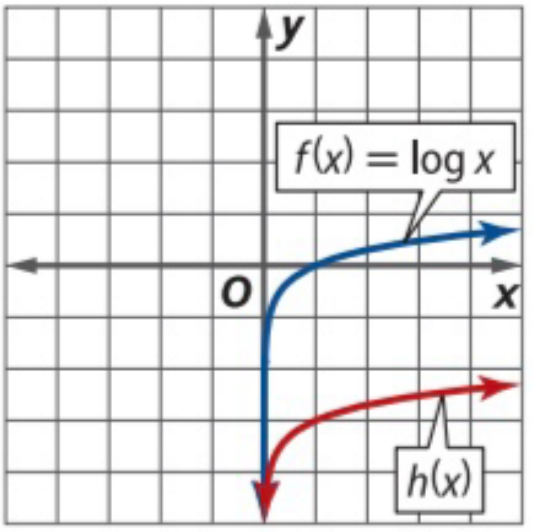
6A. $a(x) = \ln (x - 6)$ **6B.** $b(x) = 0.5 \ln x - 2$ **6C.** $c(x) = \ln (x + 4) + 3$

استخدم التمثيل البياني الأصلي $f(x) = \log x$ للتوصل إلى المعادلة الخاصة بكلّ دالة.

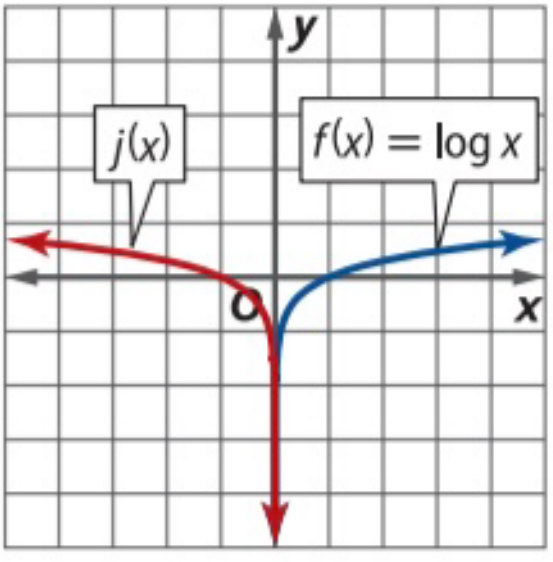
60.



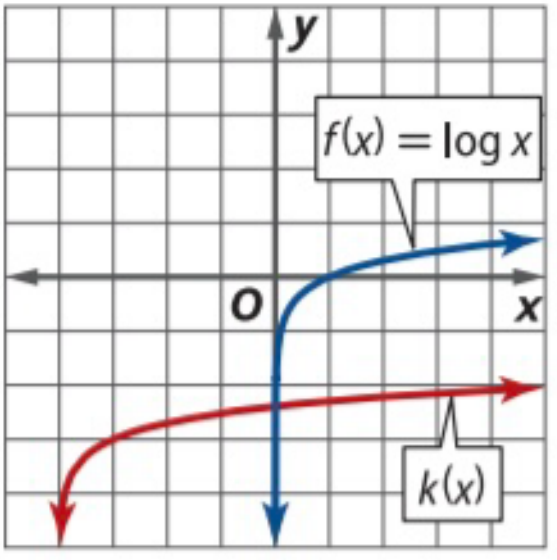
61.



62.



63.



10	Apply properties of logarithms تطبيق خصائص اللوغاريتمات	Example-4 -مثال+(4A,4B)	183
		(39-48)	185

مثال 4 تبسيط التعابير اللوغاريتمية

قم بتبسيط كل تعبير مما يلي.

a. $4 \log_3 x - \frac{1}{3} \log_3 (x + 6)$

$$4 \log_3 x - \frac{1}{3} \log_3 (x + 6) = \log_3 x^4 - \log_3 (x + 6)^{\frac{1}{3}}$$ خاصية الأس الثابت

$$= \log_3 x^4 - \log_3 \sqrt[3]{x + 6}$$ $(x + 6)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x + 6}$

$$= \log_3 \frac{x^4}{\sqrt[3]{x + 6}}$$ خاصية ناتج القسمة

$$= \log_3 \frac{x^4 \sqrt[3]{(x + 6)^2}}{x + 6}$$ اجعل المقام نسبيًا.

b. $6 \ln (x - 4) + 3 \ln x$

$$6 \ln (x - 4) + 3 \ln x = \ln (x - 4)^6 + \ln x^3$$ خاصية الأس الثابت

$$= \ln x^3 (x - 4)^6$$ خاصية ناتج الضرب

تمرين موجّه

4A. $-5 \log_2 (x + 1) + 3 \log_2 (6x)$

4B. $\ln (3x + 5) - 4 \ln x - \ln (x - 1)$

بسّـــط كل تعبير مما يلي. (مثال 4)

39. $3 \log_5 x - \frac{1}{2} \log_5 (6 - x)$

40. $5 \log_7 (2x) - \frac{1}{3} \log_7 (5x + 1)$

41. $7 \log_3 a + \log_3 b - 2 \log_3 (8c)$

42. $4 \ln (x + 3) - \frac{1}{5} \ln (4x + 7)$

43. $2 \log_8 (9x) - \log_8 (2x - 5)$

44. $\ln 13 + 7 \ln a - 11 \ln b + \ln c$

45. $2 \log_6 (5a) + \log_6 b + 7 \log_6 c$

46. $\log_2 x - \log_2 y - 3 \log_2 z$

47. $\frac{1}{4} \ln (2a - b) - \frac{1}{5} \ln (3b + c)$

48. $\log_3 4 - \frac{1}{2} \log_3 (6x - 5)$

11	Convert degree measures of angles to radian measures and vice versa and apply to finding arc length تحويل قياسات الزوايا من الدرجات إلى الراديان والعكس بالعكس والتطبيق في إيجاد طول القوس	Example-3 -مثال+(3A,3B)	236
		(18-25)	240

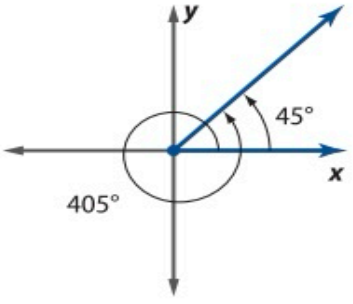
مثال 3 إيجاد الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء ورسمها

حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم جد مع رسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة مع ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة.

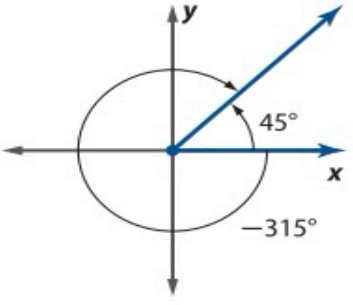
a. $45°$

كل الزوايا ذات القياس $45° + 360n°$ مشتركتان في ضلع الانتهاء مع زاوية ذات قياس $45°$. افترض أن $n = 1$ ،-1.

$$45° + 360(1)° = 45° + 360° = 405°$$



$$45° + 360(-1)° = 45° - 360° = -315°$$

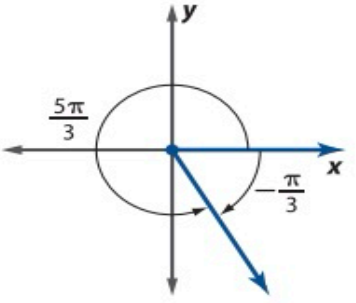


b. $-\frac{\pi}{3}$

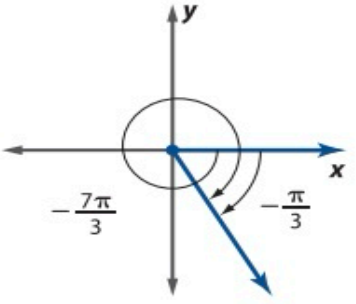
كل الزوايا ذات القياس $-\frac{\pi}{3} + 2n\pi$ مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية $-\frac{\pi}{3}$.

افترض أن $n = 1$ ،-1.

$$-\frac{\pi}{3} + 2(1)\pi = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = \frac{5\pi}{3}$$



$$-\frac{\pi}{3} + 2(-1)\pi = -\frac{\pi}{3} - 2\pi = -\frac{7\pi}{3}$$



تمرين موجّه

3A. $-30°$

3B. $\frac{3\pi}{4}$

الراديان

حدد جميع الزوايا المشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المعطاة. ثم جد مع الرسم زاوية موجبة وزاوية سلبية مشتركة في ضلع الانتهاء مع الزاوية المُعطاة. (المثال 3)

18. 120°

19. -75°

20. 225°

21. -150°

22. $\frac{\pi}{3}$

23. $-\frac{3\pi}{4}$

24. $-\frac{\pi}{12}$

25. $\frac{3\pi}{2}$

النقطة المعطاة تقع على ضلع الإنتهاء للزاوية θ في الوضع القياسي. جد قيم النسب المثلثية الست لـ θ. (المثال 1)

1. $(3, 4)$

2. $(-6, 6)$

3. $(-4, -3)$

4. $(2, 0)$

5. $(1, -8)$

6. $(5, -3)$

7. $(-8, 15)$

8. $(-1, -2)$

جد قيمة كل نسبة مثلثية، إذا كانت مُعرَّفة. إذا لم تكن مُعرَّفة، فاكتب غير مُعرَّفة. (المثال 2)

9. $\sin \frac{\pi}{2}$

10. $\tan 2\pi$

11. $\cot(-180^\circ)$

12. $\csc 270^\circ$

13. $\cos(-270^\circ)$

14. $\sec 180^\circ$

15. $\tan \pi$

16. $\sec\left(-\frac{\pi}{2}\right)$

ارسم كل زاوية. ثم جد زاوية المرجع. (المثال 3)

17. 135°

18. 210°

19. $\frac{7\pi}{12}$

20. $\frac{11\pi}{3}$

21. -405°

22. -75°

23. $\frac{5\pi}{6}$

24. $\frac{13\pi}{6}$

جد قيمة كل تعبير مما يلي. (المثال 4)

25. $\cos \frac{4\pi}{3}$

26. $\tan \frac{7\pi}{6}$

27. $\sin \frac{3\pi}{4}$

28. $\cot (-45^\circ)$

29. $\csc 390^\circ$

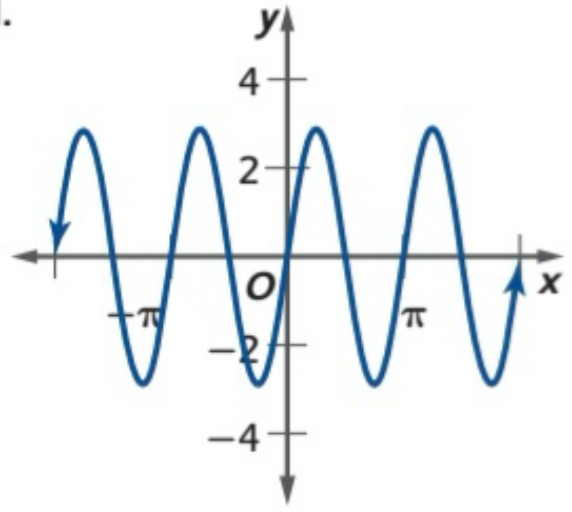
30. $\sec (-150^\circ)$

31. $\tan \frac{11\pi}{6}$

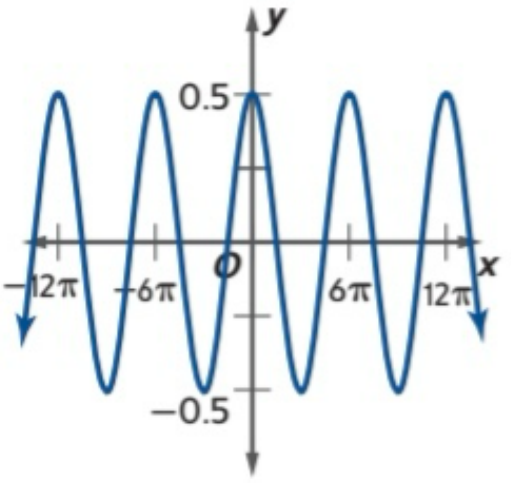
32. $\sin 300^\circ$

اكتب معادلة تماثل كل تمثيل بياني.

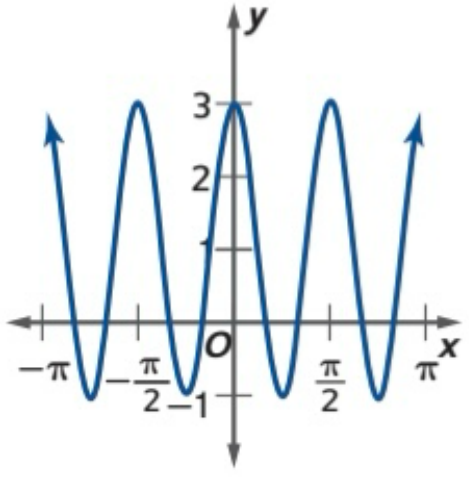
31.



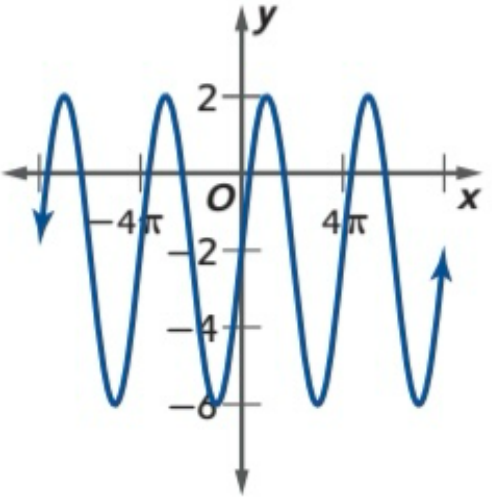
32.



33.



34.



مثال 6 استخدام خصائص الدوال المثلثية العكسية

جد قيمة كل تعبير مما يلي، إن وُجدت.

a. $\sin\left[\sin^{-1}\left(-\frac{1}{4}\right)\right]$

تطبق خواص الدوال المثلثية العكسية لأن $-\frac{1}{4}$ تقع في الفترة $[-1, 1]$.

ومن ثم، فإن $\sin\left[\sin^{-1}\left(-\frac{1}{4}\right)\right] = -\frac{1}{4}$.

b. $\arctan\left(\tan\frac{\pi}{2}\right)$

وبما أن $\tan x$ غير محددة عندما يكون $x = \frac{\pi}{2}$، فإن $\arctan\left(\tan\frac{\pi}{2}\right)$ غير موجودة.

c. $\arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{4}\right)$

لاحظ أن الزاوية $\frac{7\pi}{4}$ لا تقع في الفترة $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. ومع ذلك، $\frac{7\pi}{4}$ مشتركة في ضلع الانتهاء مع $\frac{7\pi}{4} - 2\pi$ أو $-\frac{\pi}{4}$.

والتي تقع في الفترة $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{4}\right) = \arcsin\left[\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right] \qquad \sin\frac{7\pi}{4} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= -\frac{\pi}{4} \qquad \text{بما أن } -\frac{\pi}{2} \le -\frac{\pi}{4} \le \frac{\pi}{2}\text{، فإن } \arcsin(\sin x) = x$$

ومن ثم، فإن $\arcsin\left(\sin\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\pi}{4}$.

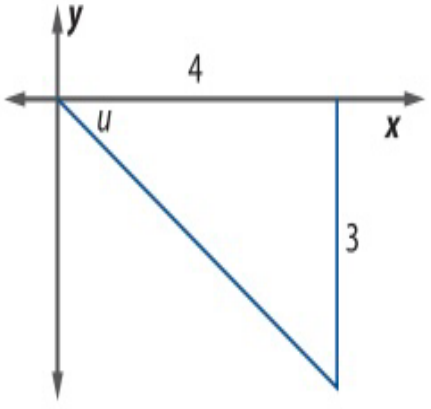
تمرين موجّه

6A. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{\pi}{3}\right)$ **6B.** $\cos^{-1}\left(\cos\frac{3\pi}{4}\right)$ **6C.** $\arcsin\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

مثال 7 إيجاد قيمة تركيب الدوال المثلثية

جد قيمة $\cos\left[\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$.

لتحويل التعبير إلى أبسط صورة، افترض أن $u = \tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)$، ومن ثم تكون $\tan u = -\frac{3}{4}$.



وبما أن دالة ظل الزاوية سالبة في الربع الثاني و والرابع، ومجال دالة معكوس ظل الزاوية مقيد في الربع الأول والرابع، يجب أن تكون u في الربع الرابع.

باستخدام مبرهنة فيثاغورس، ستجد أن طول الوتر هو 5. والآن، عليك حل المسألة لإيجاد $\cos u$.

$$\cos u = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$ دالة cosine

$$= \frac{4}{5}$$ $\text{hyp} = 5$ و $\text{adj} = 4$

ومن ثم، فإن $\cos\left[\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)\right] = \frac{4}{5}$.

تمرين موجّه

جد القيمة الدقيقة لكل تعبير مما يلي.

7A. $\cos^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{3}\right)$

7B. $\sin\left(\arctan\frac{5}{12}\right)$

جد قيمة كل تعبير مما يلي، إن وُجدت.
(المثالان 6 و7)

29. $\sin\left(\sin^{-1}\frac{3}{4}\right)$

30. $\sin^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)$

31. $\cos\left(\cos^{-1}\frac{2}{9}\right)$

32. $\cos^{-1}(\cos\pi)$

33. $\tan\left(\tan^{-1}\frac{\pi}{4}\right)$

34. $\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)$

35. $\cos(\tan^{-1}1)$

36. $\sin^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{2}\right)$

37. $\sin\left(2\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

38. $\sin\left(\tan^{-1}1 - \sin^{-1}1\right)$

39. $\cos\left(\tan^{-1}1 - \sin^{-1}1\right)$

40. $\cos\left(\cos^{-1}0 + \sin^{-1}\frac{1}{2}\right)$

مثال 7 إعادة الكتابة لحذف الكسور

أعد كتابة $\frac{1}{1+\cos x}$ في صورة تعبير لا يضم كسرًا.

$$\frac{1}{1+\cos x} = \frac{1}{1+\cos x} \cdot \frac{1-\cos x}{1-\cos x}$$

اضرب البسط والمقام في مُرافق $1+\cos x$، وهو $1-\cos x$.

$$= \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

جد حاصل الضرب.

$$= \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$$

متطابقة فيثاغورس

$$= \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}$$

اكتب بصيغة توضح الفارق بين كسرين.

$$= \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos x}{\sin x} \cdot \frac{1}{\sin x}$$

حلل.

$$= \csc^2 x - \cot x \csc x$$

متطابقات المقلوب والمتطابقات النسبية

تمرين موجه

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسرًا.

7A. $\frac{\cos^2 x}{1-\sin x}$

7B. $\frac{4}{\sec x + \tan x}$

أعد الكتابة في صورة تعبير لا يضم كسرًا. (مثال 7)

38. $\dfrac{\sin x}{\csc x - \cot x}$

39. $\dfrac{\csc x}{1 - \sin x}$

40. $\dfrac{\cot x}{\sec x - \tan x}$

41. $\dfrac{\cot x}{1 + \sin x}$

42. $\dfrac{3 \tan x}{1 - \cos x}$

43. $\dfrac{2 \sin x}{\cot x + \csc x}$

44. $\dfrac{\sin x}{1 - \sec x}$

45. $\dfrac{\cot^2 x \cos x}{\csc x - 1}$

46. $\dfrac{5}{\sec x + 1}$

47. $\dfrac{\sin x \tan x}{\cos x + 1}$

الاسئلة المقالية

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال (1-12)	57 61
	b) Find compositions of functions إيجاد تركيب الدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B) (30-39)	60 61
	c) Find inverse functions algebraically and graphically إيجاد الدوال العكسية جبريًا وبيانيًا	Example-4 -مثال + (4A,4B) (38-43)	68 & 69 70

مثال 1 العمليات على الدوال

بفرض أن $f(x) = x^2 + 4x$، و $g(x) = \sqrt{x+2}$، و $h(x) = 3x - 5$، جـد كل دالة ومجالها.

a. $(f+g)(x)$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$
$$= (x^2 + 4x) + \left(\sqrt{x+2}\right)$$
$$= x^2 + 4x + \sqrt{x+2}$$

مجال f هو $(-\infty, \infty)$. ومجال g هو $[-2, \infty)$.
إذًا. مجال $(f+g)$ هو تقاطع هذين المجالين.
أو $[-2, \infty)$.

b. $(f-h)(x)$

$$(f-h)(x) = f(x) - h(x)$$
$$= (x^2 + 4x) - (3x - 5)$$
$$= x^2 + 4x - 3x + 5$$
$$= x^2 + x + 5$$

مجالا f و h هما $(-\infty, \infty)$.
إذًا مجال $(f-h)$ هو $(-\infty, \infty)$.

c. $(f \cdot h)(x)$

$$(f \cdot h)(x) = f(x) \cdot h(x)$$
$$= (x^2 + 4x)(3x - 5)$$
$$= 3x^3 - 5x^2 + 12x^2 - 20x$$
$$= 3x^3 + 7x^2 - 20x$$

مجالا f و h هما $(-\infty, \infty)$. إذًا مجال $(f \cdot h)$ هو $(-\infty, \infty)$.

d. $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$

$$\left(\frac{h}{f}\right)(x) = \frac{h(x)}{f(x)} \text{ أو } \frac{3x-5}{x^2+4x}$$

مجالا h و f هما $(-\infty, \infty)$، لكن $x = 0$
أو $x = -4$ ينتج عنهما صفر في مقام $\left(\frac{h}{f}\right)$. إذًا. مجال
$\left(\frac{h}{f}\right)$ هو $(-\infty, -4) \cup (-4, 0) \cup (0, \infty)$.

جـــد $(f+g)(x)$، و $(f-g)(x)$، و $(f \cdot g)(x)$، و $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ لكل من $f(x)$ و $g(x)$. اذكر مجال كل دالة جديدة. (المثال 1)

1. $f(x) = x^2 + 4$
   $g(x) = \sqrt{x}$

2. $f(x) = 8 - x^3$
   $g(x) = x - 3$

3. $f(x) = x^2 + 5x + 6$
$g(x) = x + 2$

4. $f(x) = x - 9$
$g(x) = x + 5$

5. $f(x) = x^2 + x$
$g(x) = 9x$

6. $f(x) = x - 7$
$g(x) = x + 7$

7. $f(x) = \frac{6}{x}$

$g(x) = x^3 + x$

8. $f(x) = \frac{x}{4}$

$g(x) = \frac{3}{x}$

9. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$
$g(x) = 4\sqrt{x}$

10. $f(x) = \frac{3}{x}$
$g(x) = x^4$

11. $f(x) = \sqrt{x + 8}$
$g(x) = \sqrt{x + 5} - 3$

12. $f(x) = \sqrt{x + 6}$
$g(x) = \sqrt{x - 4}$

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال	57
		(1-12)	61
	b) Find compositions of functions إيجاد تركيب الدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B)	60
		(30-39)	61
	c) Find inverse functions algebraically and graphically إيجاد الدوال العكسية جبريًا وبيانيًا	Example-4 -مثال + (4A,4B)	68 & 69
		(38-43)	70

مثال 4 تحليل دالة مركبة

جـد الدالتين f و g بحيث تكون $h(x) = [f \circ g](x)$، على ألا تكون إحدى الدالتين هي الدالة المحايدة $f(x) = x$.

a. $h(x) = \sqrt{x^3 - 4}$

لاحظ أن h تعرّف باستخدام الجذر التربيعي لـ $x^3 - 4$. إذًا، الطريقة الأولى لكتابة h على أنها دالة مركبة من دالتين تكون بفرض أن $g(x) = x^3 - 4$ و $f(x) = \sqrt{x}$. ثم

$$h(x) = \sqrt{x^3 - 4} = \sqrt{g(x)} = f[g(x)] \text{ أو } [f \circ g](x).$$

b. $h(x) = 2x^2 + 20x + 50$

$h(x) = 2x^2 + 20x + 50$ لاحظ أن $h(x)$ قابلة للتحليل.

$= 2(x^2 + 10x + 25) = 2(x + 5)^2$ عامل.

الطريقة الأولى لكتابة $h(x)$ على أنها دالة مركبة تكون بفرض أن $f(x) = 2x^2$ و $g(x) = x + 5$.

$$h(x) = 2(x + 5)^2 = 2[g(x)]^2 = f[g(x)] \text{ أو } [f \circ g](x).$$

تمرين موجّه

4A. $h(x) = x^2 - 2x + 1$

4B. $h(x) = \dfrac{1}{x + 7}$

جـــد الدالتين f و g بحيث تكون $h(x) = [f \circ g](x)$، على ألا تكون إحدى الدالتين هي الدالة المحايدة $f(x) = x$. (المثال 4)

30. $h(x) = \sqrt{4x + 2} + 7$

31. $h(x) = \frac{6}{x + 5} - 8$

32. $h(x) = |4x + 8| - 9$

33. $h(x) = [\![-3(x - 9)]\!]$

34. $h(x) = \sqrt{\dfrac{5 - x}{x + 2}}$

35. $h(x) = (\sqrt{x} + 4)^3$

36. $h(x) = \dfrac{6}{(x + 2)^2}$

37. $h(x) = \dfrac{8}{(x - 5)^2}$

38. $h(x) = \dfrac{\sqrt{4 + x}}{x - 2}$

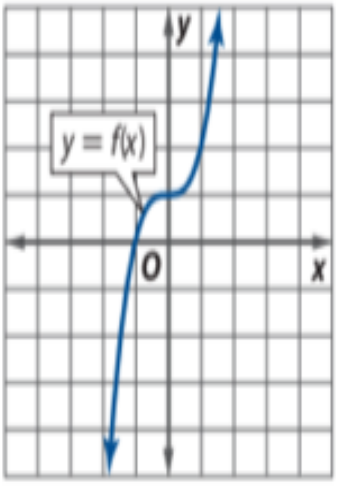
39. $h(x) = \dfrac{x + 5}{\sqrt{x - 1}}$

16	a) Perform operations with functions إجراء العمليات على الدوال	Example-1 -مثال	57
		(1-12)	61
	b) Find compositions of functions إيجاد تركيب الدوال	Example-4 -مثال+(4A,4B)	60
		(30-39)	61
	c) Find inverse functions algebraically and graphically إيجاد الدوال العكسية جبريًا وبيانيًا	Example-4 -مثال + (4A,4B)	68 & 69
		(38-43)	70

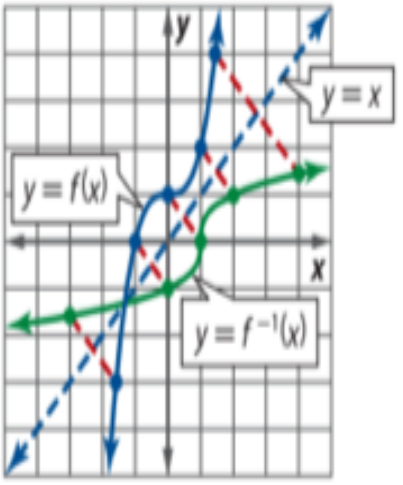
مثال 4 إيجاد الدوال العكسيّة بيانيًا

استخدم التمثيل البياني للدالة $f(x)$ في الشكل 1.7.3 لتمثيل $f^{-1}(x)$ بيانيًا.

مثّل المستقيم $y = x$ بيانيًا. حدّد مواقع بضع نقاط على التمثيل البياني للدالة $f(x)$. واعكس هذه النقاط في المستقيم $y = x$، ثم صل بينها بمنحنى منتظم يعكس انحناء الدالة $f(x)$ في المستقيم $y = x$ (الشكل 1.7.4).



الشكل 1.7.3

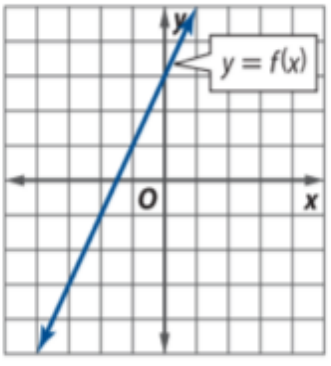


الشكل 1.7.4

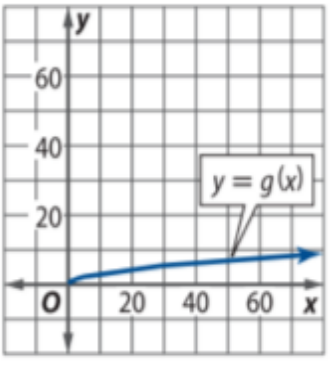
تمرين موجّه

استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتمثيل دالتها العكسيّة بيانيًا.

4A.

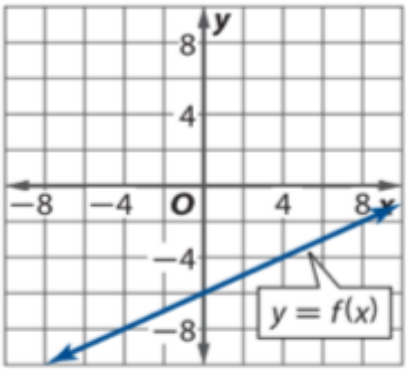


4B.

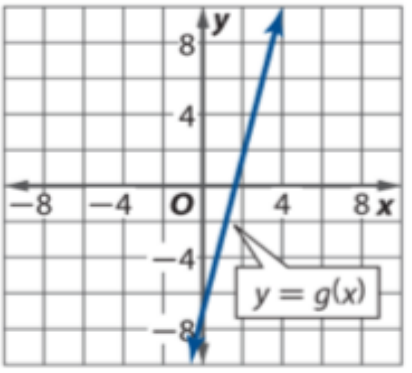


استخدم التمثيل البياني لكل دالة لتمثيل دالتها العكسيّة بيانيًا. (المثال 4)

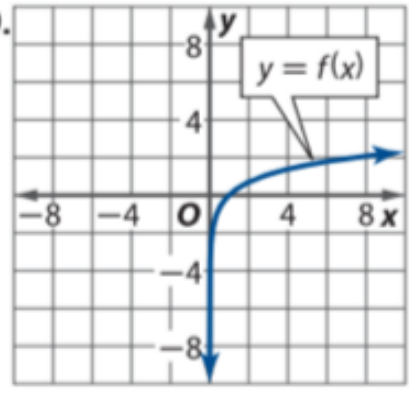
38.



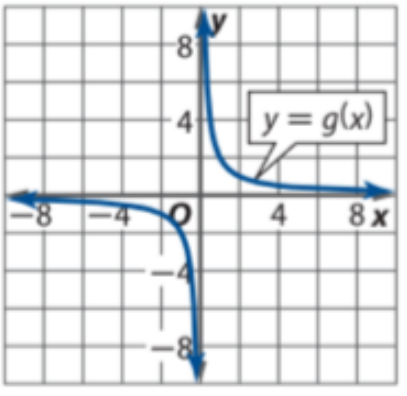
39.



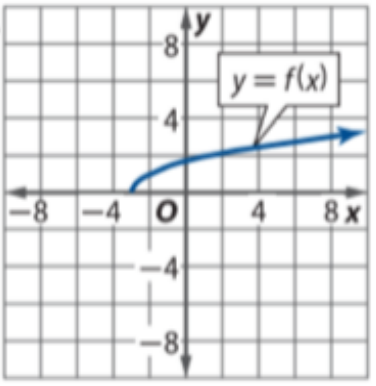
40.



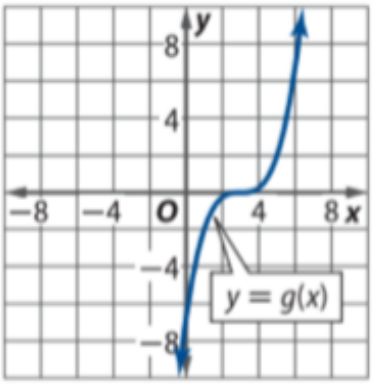
41.



42.



43.



Mc

مثال 6 إيجاد دالة كثيرة الحدود أصفارها معلومة

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تتضمن 2− و 4 و $3 - i$ كأصفار.

بما أن $3 - i$ هو صفرًا للدالة ويجب أن تحتوي الدالة كثيرة الحدود على معاملات حقيقية، إذًا تعرف أن $3 + i$ يجب أن تكون صفرًا أيضًا. باستخدام نظرية التحليل إلى العوامل الخطية والأصفار 2− و 4 و $3 - i$ و $3 + i$. يمكنك كتابة $f(x)$ كما يلي.

$$f(x) = a[x - (-2)](x - 4)[x - (3 - i)][x - (3 + i)]$$

في حين أن a يمكن أن يكون عددًا حقيقيًا غير الصفر، من الأسهل أن نفرض أن $a = 1$. ثم بسّط الدالة.

$f(x) = (1)(x + 2)(x - 4)[x - (3 - i)][x - (3 + i)]$ لنفرض أن $a = 1$

$= (x^2 - 2x - 8)(x^2 - 6x + 10)$ اضرب

$= x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 28x - 80$ اضرب

وبالتالي، تصبح الدالة ذات أقل درجة التي تحتوي على 2− و 4 و $3 - i$ و $3 + i$ كأصفار هي $f(x) = x^4 - 8x^3\ 14x^2 + 28x - 80$ أو أي مضاعف غير صفري للدالة $f(x)$.

تمرين موجّه

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية مع الأصفار الموضحة.

6A. $-3, 4i, 1$ مكرر مرتين

6B. $2\sqrt{3}, -2\sqrt{3}, 1 + i$

اكتب دالة كثيرة الحدود من أقل درجة ذات معاملات حقيقية بالصيغة القياسية التي تشتمل على الأصفار الموضحة. (المثال 6)

32. 3, -4, 6, -1

33. -2, -4, -3, 5

34. -5, 3, $4 + i$

35. -1, 8, $6 - i$

36. $2\sqrt{5}$, $-2\sqrt{5}$, -3, 7

37. -5, 2, $4 - \sqrt{3}$, $4 + \sqrt{3}$

40. $2 + \sqrt{3}.\ 2 - \sqrt{3}.\ 4 + 5i$

41. $6 - \sqrt{5}.\ 6 + \sqrt{5}.\ 8 - 3i$

38. $\sqrt{7}.\ -\sqrt{7}.\ 4i$

39. $\sqrt{6}.\ -\sqrt{6}.\ 3 - 4i$

18	Solve problems involving exponential growth and decay	Example -5-مثال+(5)	163
	حل مسائل تتضمن نموًا وتضاءلًا أسيين	(21-26)(Continuously parts-أجزاء المستمرة)	166
	Apply the One -to -One Property of Exponential Functions to solve equations	Example-1 -مثال+(1A,1B)	190
	تطبيق خاصية واحد لواحد للدوال الأسية لحل المعادلات	(1-10)	196

مثال 5 استخدم نسبة المرابحة المركبة المستمرة

المعرفة المالية **افترض أن حليمة وجدت حسابًا سيسمح لها باستثمار مبلغ AED 300 الخاص بها بنسبة مرابحة 6% تتم إضافتها باستمرار. وإذا لم تكن هناك إيداعات أو سحوبات أخرى، فكم سيبلغ رصيد حساب حليمة بعد 20 عامًا؟**

قاعدة نسبة المرابحة المركبة المستمرة $A = Pe^{rt}$

$P = 300 = r = 0.06,\ t = 20$ $= 300e^{(0.06)(20)}$

بسّط. ≈ 996.04

عند إضافة نسبة المرابحة المركبة باستمرار، سيبلغ رصيد حساب مريم بعد 20 عامًا AED 996.04.

تمرين موجّه

5. **المعاملات البنكية عبر الإنترنت** إذا تم استثمار AED 1000 في حساب استثماري يحقق مكسباً يبلغ 8% في العام و تتم إضافته كمرابحة مركبة باستمرار، فكم سيبلغ الحساب في نهاية مدة 10 أعوام إذا لم تكن هناك أي إيداعات أو سحوبات أخرى؟

المعرفة المالية انسخ الجدول أدناه وأكمله لإيجاد قيمة الاستثمار A لرأس المال P والمعدل r والزمن t إذا تمت إضافة المرابحة المركبة n مرات سنويًا. (المثالان 4 و5)

n	1	4	12	365	مستمرة
A					

21. $P = \text{AED } 500,\ r = 3\%,\ t = 5$ أعوام

n	1	4	12	365	مستمرة
A					

22. $P = \text{AED } 1000,\ r = 4.5\%,\ t = 10$ أعوام

n	1	4	12	365	مستمرة
A					

23. $P = \text{AED } 1000,\ r = 5\%,\ t = 20$ عامًا

n	1	4	12	365	مستمرة
A					

24. $P = \text{AED } 5000,\ r = 6\%,\ t = 30$ عامًا

25. **المعرفة المالية** حصل أحمد على ميراث بقيمة AED 20000 في عمر 8 أعوام. لكنه لن يتمكن من إجراء المعاملات عليه قبل أن يبلغ 18 عامًا. (المثالان 4 و5)

a. إذا تم وضع ميراثه في حساب ادخاري يحقق 4.6% كمرابحة مركبة شهريًا. فكم ستبلغ قيمة ميراث أحمد في يوم عيد ميلاده الثامن عشر؟

b. كم ستبلغ قيمة استثمارها إذا تمت إضافة المرابحة المركبة باستمرار لشهادة الإيداع لمدة 5 أعوام؟

26. **المعرفة المالية** تستثمر خولة مبلغ AED 1200 في شهادة إيداع. يوضح الجدول معدلات المرابحة التي يقدمها البنك على شهادات الإيداع لمدة 3 و5 أعوام. (المثالان 4 و5)

عروض شهادات الإيداع		
الأعوام	3	5
المرابحة	3.45%	4.75%
مركبة	مستمرة	شهريًا

a. كم ستبلغ قيمة استثمارها مع كل خيار؟

b. كم ستبلغ قيمة ميراث أحمد إذا تم وضعه في حساب يحقق مرابحة مركبة بنسبة 4.2% باستمرار؟

18	Solve problems involving exponential growth and decay	Example -5-مثال+(5)	163
	حل مسائل تتضمن نموًا وتضاءلًا أسيين	(21-26)(Continuously parts-أجزاء المستمرة)	166
	Apply the One -to -One Property of Exponential Functions to solve equations	Example-1 -مثال+(1A,1B)	190
	تطبيق خاصية واحد لواحد للدوال الأسية لحل المعادلات	(1-10)	196

مثال 1 حل المعادلات الأسيّة باستخدام خاصية واحد لواحد

حُل كل من المعادلات التالية.

a. $36^{x+1} = 6^{x+6}$

$36^{x+1} = 6^{x+6}$	المعادلة الأصلية
$(6^2)^{x+1} = 6^{x+6}$	$6^2 = 36$
$6^{2x+2} = 6^{x+6}$	قوة أسيّة
$2x + 2 = x + 6$	خاصية واحد لواحد
$x + 2 = 6$	اطرح x من كل طرف.
$x = 4$	اطرح 2 من كل طرف. تحقق من هذا الحل في المعادلة الأصلية.

b. $\left(\frac{1}{2}\right)^c = 64^{\frac{1}{2}}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^c = 64^{\frac{1}{2}}$	المعادلة الأصلية
$2^{-c} = (2^6)^{\frac{1}{2}}$	$2^{-1} = \frac{1}{2}, 2^6 = 64$
$2^{-c} = 2^3$	قوة أسيّة
$-c = 3$	خاصية واحد لواحد
$c = -3$	جد قيمة c. تحقق من هذا الحل في المعادلة الأصلية.

تمرين موجّه

1A. $16^{x+3} = 4^{4x+7}$

1B. $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-5} = \left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{3x}{4}}$

حُـلّ كل من المعادلات التالية. (مثال 1)

1. $4^{x+7} = 8^{x+3}$

2. $8^{x+4} = 32^{3x}$

3. $49^{x+4} = 7^{18-x}$

4. $32^{x-1} = 4^{x+5}$

5. $\left(\frac{9}{16}\right)^{3x-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{5x+4}$

6. $12^{3x+11} = 144^{2x+7}$

7. $25^{\frac{x}{3}} = 5^{x-4}$

8. $\left(\frac{5}{6}\right)^{4x} = \left(\frac{36}{25}\right)^{9-x}$

9. **الإنترنت** يمكن تمثيل عدد الأشخاص P بالمليون والذين يستخدمون محركين للبحث في الإنترنت بعد t من الأسابيع على إنشاء محرك البحث بواسطة المعادلتين $P_1(t) = 1.5^{t+4}$ و $P_2(t) = 2.25^{t-3.5}$ على التوالي. خلال أي أسبوع تم استخدام كل محرك بواسطة نفس العدد من الأشخاص؟ (مثال 1)

10. **المعرفة المالية** يخطط خلف لاستثمار 5000 AED وتدرس فتح حسابين للاستثمار. الحساب الأول مركب بشكل مستمر ويقدم معدل مرابحة 3%. والحساب الثاني مركب سنويًا ويقدم كذلك معدل مرابحة 3%. لكن المصرف سوف يكافئ 4% من الاستثمار الأولي. (مثال 1)

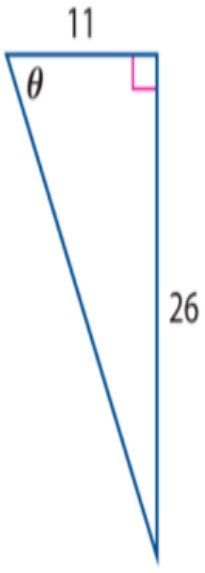
a. اكتب معادلة لرصيد كل حساب مدخرات بعد t من الأعوام.

b. كم عدد الأعوام التي يستغرقها الحساب المركب بشكل مستمر للحاق بحساب الاستثمار المركب سنويًا؟

c. إذا خطط خلف لإيداع المال في الحساب لمدة 30 عامًا. فما الحساب الذي ينبغي عليه اختياره؟

المثال 5 إيجاد قياس الزاوية المجهولة

استخدم النسب المثلثية لإيجاد قياس θ. قرّب إلى أقرب درجة إن تطلب الأمر.



بما أن قياسات الأضلاع المقابلة والمجاورة لـ θ معطاة، استخدم نسبة tan.

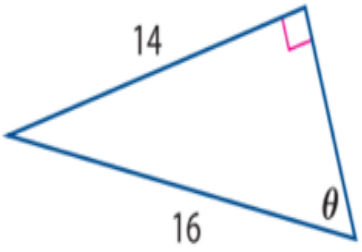
$\tan \theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$ نسبة tan

$\tan \theta = \frac{26}{11}$ $\text{opp} = 26, \text{adj} = 11$

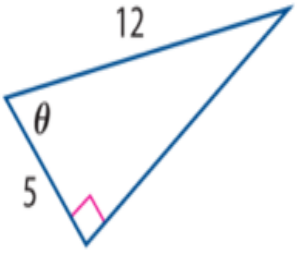
$\theta = \tan^{-1} \frac{26}{11}$ أو حوالي $67°$ تعريف معكوس tan

تمرين موجّه

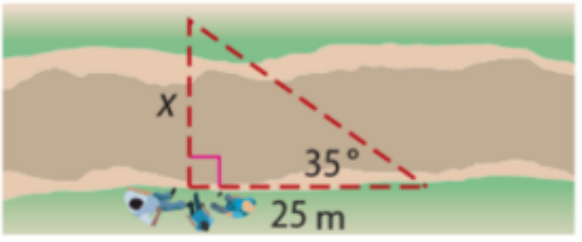
5A.



5B.



27 **تسلق الجبال** يجب أن يحدد فريق من المتسلقين عرض الوادي لتجهيز الأدوات اللازمة لعبوره. إذا سار المتسلقون 25 m خلال الوادي من نقطة عبورهم، ونظروا إلى نقطة العبور من الجهة البعيدة للوادي بزاوية قدرها 35°، فكم يكون عرض الوادي؟ (المثال 4)



28. **التزلج** بنى أحمد منحدرًا للتزلج بارتفاع 1 m ومنحدرًا بزاوية 18°. (المثال 4)

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

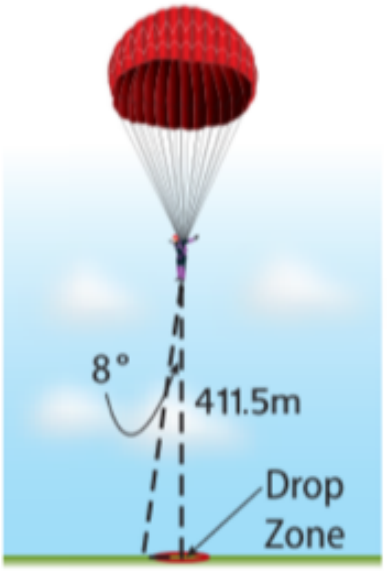
b. حدد طول المنحدر.

29. **المنعطف** يتحول المرور من نقطة A على شارع النصر يسارًا 0.8 mi على شارع الاتحاد، ثم يمينًا على شارع حصة، الذي يتقاطع مع شارع النصر بزاوية 32°. (المثال 4)

a. ارسم مخططًا يمثل هذه الحالة.

b. حدد المسافة التقريبية من النقطة **A** الى نقطة الإلتقاء .

30. **الإسقاط** يواجه مِظلي ريحًا أقوى من المتوقع في أثناء سقوطه من ارتفاع 411.5 متراً، مما يتسبب في انحرافه بزاوية قدرها 8°. كم يبعد المِظلي عن منطقة الإنزال عند هبوطه؟ (المثال 4)



أثبت صحة كل متطابقة. (الأمثلة 1-3)

1. $(\sec^2\theta - 1)\cos^2\theta = \sin^2\theta$

2. $\sec^2\theta(1 - \cos^2\theta) = \tan^2\theta$

3. $\sin\theta - \sin\theta\cos^2\theta = \sin^3\theta$

4. $\csc\theta - \cos\theta\cot\theta = \sin\theta$

5. $\cot^2\theta\csc^2\theta - \cot^2\theta = \cot^4\theta$

6. $\tan\theta \csc^2\theta - \tan\theta = \cot\theta$

7. $\dfrac{\sec\theta}{\sin\theta} - \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \cot\theta$

8. $\dfrac{\sin\theta}{1-\cos\theta} + \dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta} = 2\csc\theta$

9. $\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta} + \tan\theta = \sec\theta$

10. $\dfrac{\sin\theta}{1-\cot\theta} + \dfrac{\cos\theta}{1-\tan\theta} = \sin\theta + \cos\theta$

11. $\dfrac{1}{1-\tan^2\theta}+\dfrac{1}{1-\cot^2\theta}=1$

12. $\dfrac{1}{\csc\theta+1}+\dfrac{1}{\csc\theta-1}=2\sec^2\theta\sin\theta$

13. $(\csc\theta-\cot\theta)(\csc\theta+\cot\theta)=1$

14. $\cos^4\theta-\sin^4\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

15. $\dfrac{1}{1-\sin\theta}+\dfrac{1}{1+\sin\theta}=2\sec^2\theta$

16. $\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta}+\dfrac{\cos\theta}{1-\sin\theta}=2\sec\theta$

17. $\csc^4\theta-\cot^4\theta=2\cot^2\theta+1$

18. $\dfrac{\csc^2\theta+2\csc\theta-3}{\csc^2\theta-1}=\dfrac{\csc\theta+3}{\csc\theta+1}$