وزارة التربيـــة والتعليـــم والتعليـــم العالـــي
Ministry of Education and Higher Education
State of Qatar • دولـــة قطـــر

الفيزياء

مدرسة قطر التقنية الثانوية

كتاب الطالب

المستوى الثاني عشر

PHYSICS

STUDENT BOOK

GRADE 12

الفصل الدراسي الأول

FIRST SEMESTER

طبعة 1446 - 2024

وزارة التربيـــة والتعليـــم والتعليـــم العالـــي
Ministry of Education and Higher Education
State of Qatar • دولـــة قطـــر

تمّ إعداد الكتاب بالتّعاون مع شركة تكنولاب.

التأليف: فريق من الخبراء بقيادة الدكتور توم سو وبالتّعاون مع شركة باسكو العلميّة.

التّرجمة: مطبعة جامعة كامبريدج.

النشيد الوطني

قَسَمًا بِمَنْ رَفَعَ السَّمَاءْ   قَسَمًا بِمَنْ نَشَرَ الضِّيَاءْ
قَطَرٌ سَتَبْقَى حُرَّةً   تَسْمُو بِرُوحِ الأَوْفِيَاءْ
سِيرُوا عَلَى نَهْجِ الأُلَى   وَعَلَى ضِيَاءِ الأَنْبِيَاءْ
قَطَرٌ بِقَلْبِي سِيرَةٌ   عِزٌّ وَأَمْجَادُ الإِبَاءْ
قَطَرُ الرِّجَالِ الأَوَّلِين   حُمَاتُنَا يَوْمَ النِّدَاءْ
وَحَمَائِمٌ يَوْمَ السَّلَامْ   جَوَارِحٌ يَوْمَ الفِدَاءْ

وزارة التربيـــة والتعليـــم والتعليـــم العالـــي
Ministry of Education and Higher Education
State of Qatar • دولـــة قطـــر

المراجعة والتّدقيق العلميّ والتّربويّ

إدارة المناهج الدّراسيّة ومصادر التّعلّم

خبرات تربويّة وأكاديميّة من المدارس

الإشراف العلميّ والتربويّ

إدارة المناهج الدّراسيّة ومصادر التّعلّم

المقدّمة

يعدّ كتاب الطّالب مصدرًا مثيرًا لاهتمام الطّلاب من ضمن سلسلة كتب العلوم لدولة قطر، فهو يستهدف جميع المعارف والمهارات الّتي يحتاجون إليها للنّجاح في تنمية المهارات الحياتيّة وبعض المهارات في الموادّ الأخرى.

وبما أنّنا نهدف إلى أن يكون طلّابنا مميّزين، نودّ منهم أن يتّسموا بما يأتي:

- البراعة في العمل ضمن الفرق المختلفة.
- امتلاك الفضول العلميّ عن العالم من حولهم، والقدرة على البحث عن المعلومات وتوثيق مصادرها.
- القدرة على التّفكير بشكلٍ ناقدٍ وبنّاء.
- الثّقة بقدرتهم على اتّباع طريقة الاستقصاء العلميّ، عبر جمع البيانات وتحليلها، وكتابة التّقارير، وإنتاج الرّسوم البيانيّة، واستخلاص الاستنتاجات، ومناقشة مراجعات الزّملاء.
- الوضوح في تواصلهم مع الآخرين لعرض نتائجهم وأفكارهم.
- التّمرّس في التّفكير الإبداعيّ.
- التّمسّك باحترام المبادئ الأخلاقيّة والقيم الإنسانيّة.

يتجسّد في المنهج الجديد العديد من التّوجّهات مثل:

- تطوير المنهج لجميع المستويات الدّراسيّة بطريقة متكاملة، وذلك لتشكيل مجموعة شاملة من المفاهيم العلميّة الّتي تتوافق مع أعمار الطّلاب، والّتي تسهم في إظهار تقدّمهم بوضوح.
- مواءمة محتوى المصادر الدّراسيّة لتتوافق مع الإطار العامّ للمنهج الوطنيّ القطريّ بغية ضمان حصول الطّلّاب على المعارف والمهارات العلميّة وتطوير المواقف (وهو يُعرف بالكفايات) ممّا يجعل أداء الطّلاب يصل إلى الحدّ الأقصى.
- الانطلاق من نقطة محوريّة جديدة قوامها مهارات الاستقصاء العلميّ، ما أسّس للتّنوّع في الأنشطة والمشاريع في كتاب الطّالب.
- توزّع المعرفة والأفكار العلميّة المخصّصة لكلّ عام دراسيٍّ ضمن وحدات بطريقة متسلسلة مصمّمة لتحقيق التّنوّع والتّطوّر.

- تعدّد الدّروس في كلّ وحدة، بحيث يعالج كلّ درس موضوعًا جديدًا، منطلقًا ممّا تمّ اكتسابه في الدّروس السّابقة.
- إتاحة الفرصة للطّلّاب، في كلِّ درسٍ، للتّحقّق الذّاتيّ من معارفهم ولممارسة قدرتهم على حلّ المشكلات.
- احتواء كلّ وحدة على تقويم للدّرس وتقويم الوحدة الّتي تمكِّن الطّلّاب والأهل والمدرّسين من تتبّع التّعلّم والأداء.

العلوم مجموعة من المعارف الّتي تشمل الحقائق والأشكال والنّظريّات والأفكار. ولكنَّ العالِم الجيّد يفهم أنّ «طريقة العمل» في العلوم أكثر أهمّيّة من المعرفة الّتي تحتويها.

سوف يساعد هذا الكتاب الطُّلّاب على تقدير جميع هذه الأبعاد واعتمادها ليصبحوا علماء ناجحين وليواجهوا مجموعة واسعة من التّحدّيات في حياتهم المهنيّة المستقبليّة.

مفتاح كفايات الإطار العام للمنهج التّعليمي الوطني لدولة قطر

- الاستقصاء والبحث
- التّعاون والمشاركة
- التّواصل
- التّفكير الإبداعيّ والناقد
- حلّ المشكلات
- الكفاية العددية
- الكفاية اللغويّة

الفيزياء

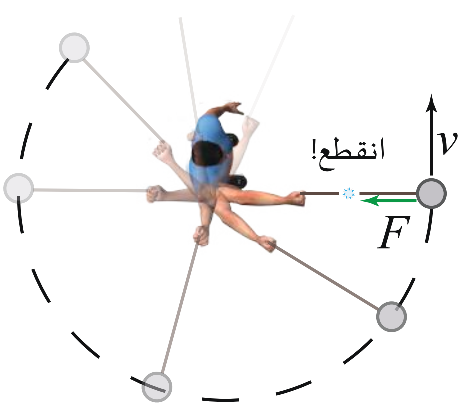
ماذا ستتعلّم من هذا الكتاب

بينما يظلّ كوكب الأرض في حركة دائمة، يمكنك أن تقرأ هذه الصفحة واقفًا أو جالسًا. هل أنت في حالة حركة أم في حالة سكون؟ الإجابة ليست بسيطة. كما قد تحسب. ذلك أن الأرض تتحرّك باستمرار في نوعَيْن من الحركة الدائرية: تكون الحركة الأولى مدارية سنوية حول الشمس بسرعة مُتَوسِّطة 29,780 m/s ، أو حوالي 107,000 km/h . والحركة الثانية دورانًا يوميًّا للكوكب حول نفسه مرَّة واحدة كل 24 ساعة. عند خط العرض المار في مدينة الدوحة (25.3 درجة شمالًا)، يمنحك دوران الأرض سرعة 420 m/s، أو 1515 km/h في الاتِّجاه من الغرب إلى الشرق.

نوعان من الحركة الدائرية للأرض

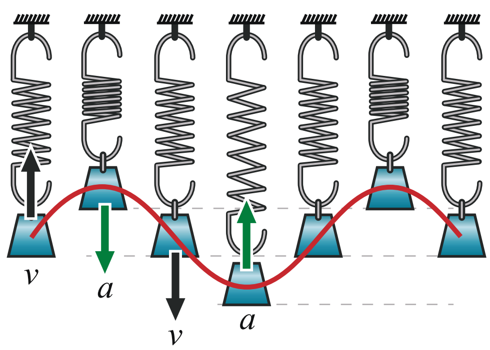
تتناول الوحدة الأولى من هذا الفصل الدراسي الحركة الدائرية، كالحركة المدارية للأرض حول الشمس ودورانها اليومي حول نفسها. تبدأ الوحدة بمناقشة مفاهيم جديدة مثل الراديان والسرعة الزاوية والقوة المركزية. ثم تناقش قانون الجذب العام لنيوتن ومفهوم جهد الجاذبية.

وتُختتم الوحدة بمُقدِّمة عن الحركة المدارية، بما في ذلك الأقمار الاصطناعية والكواكب.



هناك حاجة إلى قوة مركزية ثابتة المقدار لإبقاء الجسم في حركة دائرية

وتتحدَّث الوحدة الثانية من الفصل الأول عن الحركة التوافُقيَّة والموجات والرنين. تتواجد الحركة التوافقية في الكثير من الظواهر الطبيعة والتطبيقات التكنولوجية. سوف ندرس اهتزازيَن كلاسيكيَّين: البندول ونظام الكتلة والنابض. يتم البحث أيضًا في أفكار الرنين والتردُّد الطبيعي. فقد يؤدّي الرنين إلى سعة اهتزاز كبيرة جدًّا للحركة، حتى عندما تكون القوى التي تُسبِّب الحركة صغيرة نسبيًا.

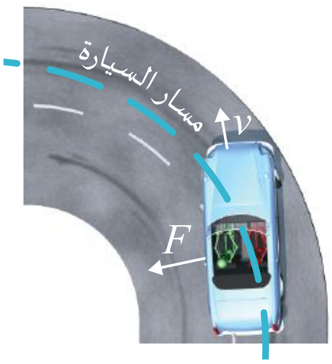


اهتزاز كتلة مُعلّقة بنابض

بعض أقسام هذا الكتاب

الرّسوم التّوضيحيّة

مفاهيم مهمّة وبيانات وأمثلة على كل فكرة جديدة معروضة من خلال الإيضاحات المُفصَّلة والشروحات



أسئلة للمناقشة

لماذا تندفع إلى الخارج أثناء وجودك في سيّارة تسير في دوّار؟

أسئلة المناقشة تزوّد طلّاب الصفّ بفرصة مناقشة المفاهيم والمعلومات.

شريط الأفكار المهمّة

طاقة الوضع التجاذبية تنتج من الشغل المبذول ضد قوة الجاذبية.

تحديد النقاط الرّئيسة وتذكُّرها.

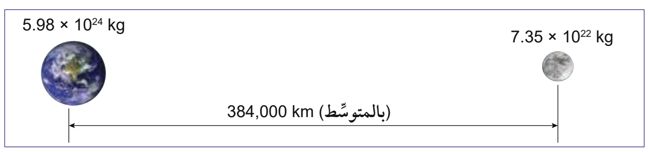
العلاقات والمعادلات

8-1	القوة المركزية		
	$F_c = \frac{mv_t^2}{r}$	F_c	القوة المركزية (N)
		m	الكتلة (kg)
		v_t	السرعة المماسية (m/s)

مُثلِّت علاقات الكميّات الفيزيائيّة من خلال المُتغيّرات ووحدات قياسها بشكل واضح.

الأمثلة

مثال 11



احسب طاقة الوضع التجاذبية لنظام الأرض والقمر إذا كانت كتلة الأرض 5.98×10^{24} kg، وكتلة القمر

تُظهر الأمثلة جميع خطوات الحلّ والتفسير للحصول على حسابات صحيحة.

العلم والعلماء

ضوء على العلماء

محمد الخوارزمي (780-850)

يُعدّ محمد بن موسى الخوارزمي أبا الجبر وجَدّ علوم الحاسوب. كان عالمًا مسلمًا رياضيًّا وفل
وجغرافيًّا. وُلِد في بلاد فارس وعمل في بيت الحكمة في بغداد. كان بيت الحكمة معهدًا تعليميًّا وبح
شهيرًا في ذلك الوقت. وقد أُنشئ أثناء حكم الخليفة العبّاسي السادس.

طوّر الخوارزمي أفكارًا عن الخوارزميات والجبر، وقد تضمّن كتابه «حساب الجبر والمقابلة» حل
لمعادلات تربيعية عديدة.

أوجد الخوارزمي أساليب لحساب الأراضي وتقسيمها وفق الميراث. وقد قال: «الحساب أس
وأكثر فائدة، فهو ما يحتاج إليه الناس باستمرار في حالات الميراث والتركات وتقسيمها وكذلك
الدعاوى القضائية والتجارة، وفي جميع معاملاتهم، كذلك بما يتعلّق بقياس الأراضي وحفر القنو

تمّ تطوير معارفنا العلميّة على مدى أكثر من ثلاثة آلاف عام. تُطلعُنا هذه المقالات على إلهام الإنسان وتبصُّرِه في التعامُل مع العلم والتكنولوجيا.

الصّفّ
12

الفصل الدّراسي 1

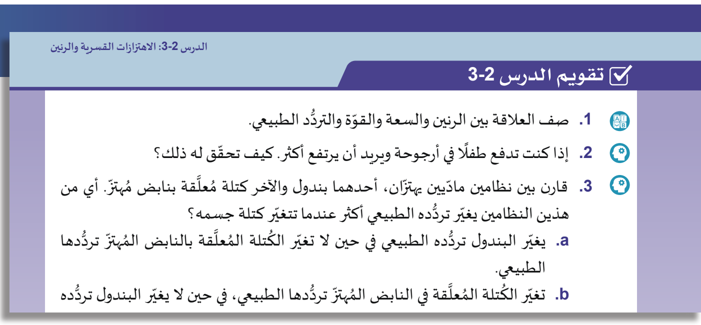
الفيزياء

الأنشطة والمراجعة والتّقويم

الأنشطة

التدرُّب العملي من خلال المُختبر والمشاريع البحثيّة وسواهما من الأنشطة التي تُرسّخ معاني الأفكار الجديدة وتطوُّر العمل المخبري.

تقويم الدّرس

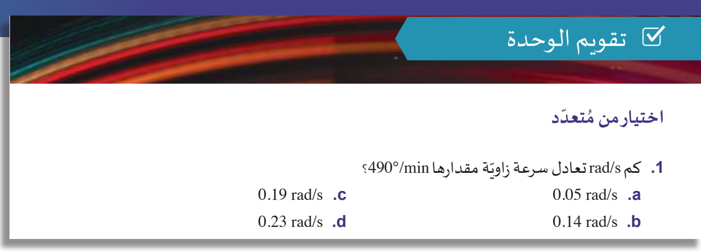


يتميّز كل درس بعرض يحتوي على الأسئلة التي تُغطّي جميع المفاهيم والمعلومات في هذا الدرس.

مراجعة الوحدة

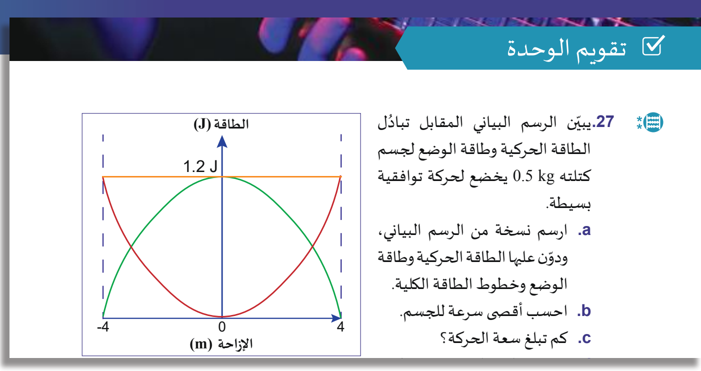
ملخّص قصير عند نهاية كل وحدة، وهو مرجع سريع للأفكار والمُصطلحات الرئيسية.

تقويم الوحدة



زوّدت كل وحدة بمجموعة من الأسئلة ذات الخيارات المتعددة كعينة تحضّر الطالب لاختبار نموذجي.

تقويم الوحدة



أسئلة الإجابة القصيرة وأسئلة الإجابة المطوّلة بُنيتا على مُستويات ثلاثة من الصعوبة في نهاية كل وحدة.

مخطّط المادّة

الوحدة 1 الجاذبية والحركة الدائرية

ما الذي يجعل جسمًا يدور حول نفسه؟ ما الذي يجعله يتحرّك في مسار دائري؟ ما مدى سرعة دورانه؟ تتطلب الإجابات عن كل هذه الأسئلة فهم الحركة الدائرية وفكرة القوّة المركزية المُتّصلة بها. تتسارع الأجسام التي تتّبع مسارًا دائريًا رُغم أنها قد تسير بسرعة ثابتة المقدار. تنقلنا هذه الوحدة من فهم الحركة الخطّية إلى الحركة الدورانية، بما في ذلك قانون نيوتن للجذب العام. تُبقي قوّة جاذبية الشمس الكواكب في مداراتها حول الشمس، تمامًا مثلما تجذب الأرض القمر وتبقيه في مداره حول الأرض. لقد سمح لنا فهم الحركة الدائرية بإطلاق آلاف الأقمار الاصطناعية في الفضاء.

الوحدة 2 الاهتزازات والخصائص المُتقدِّمة للموجات

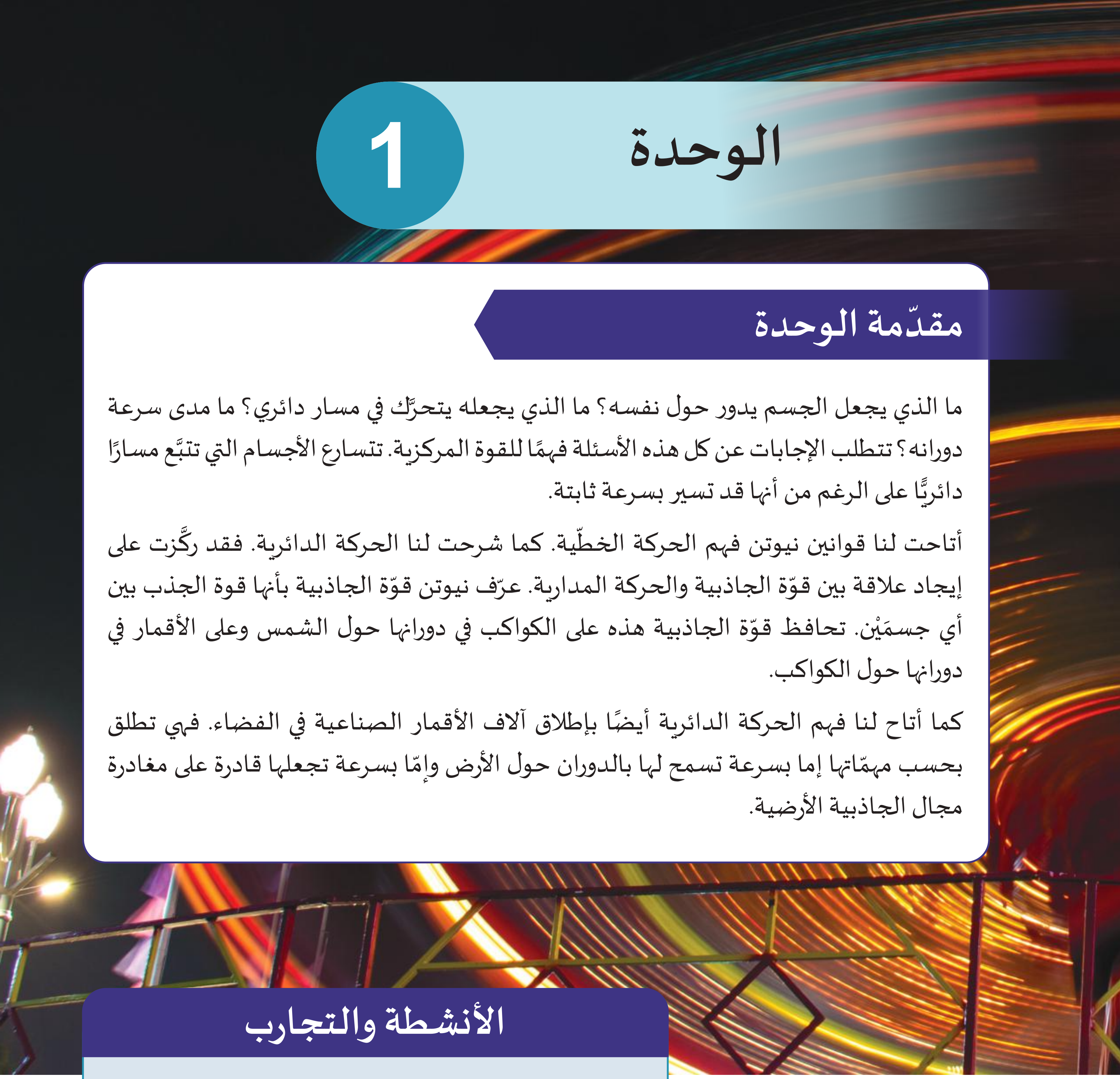
تحدث الحركة التوافُقيّة عندما تتكرَّر الحركة مرارًا وتكرارًا في أنماط مُتطابقة تُسمّى الاهتزازات. يُعّد كلّ من اهتزاز خيط، وتمايل جسر تحت تأثير الرياح وحتى اهتزازات الذرّات في المواد الصلبة حول مواضع ثابتة، أشكالًا من الحركة التوافقية. يتم استخدام البندول والكُتلة المهتَّزة المعلقة بطرف نابض لمعرفة خصائص الاهتزازات. هناك العديد من التطبيقات العملية، مثل الاهتزازات التي تحدث في المباني والجسور بسبب الرياح العاتية. إذ يتمّ تصميم الهياكل الآمنة بحيث لا يتطابق اهتزاز المبنى مع اهتزاز الرياح. وتُمثِّل ظاهرة الرنين مفهومًا مُهمًّا في استيعاب فكرة الاهتزازات. ومعلوم أن جميع الأنظمة التي تهتز لها تردُّد طبيعي واحد أو أكثر. وتصبح أنظمة الاهتزاز، كمولِّد الميكروويف، فعّالة جدًّا في تجميع الطاقة عند تردُّدها الطبيعي. يُستخدم الرنين في العديد من التقنيات، منها الهواتف المحمولة.

جدول المحتويات

الوحدة 1
الجاذبية والحركة الدائرية
Gravity and Circular Motion

في هذه الوحدة

P1201
P1202



الوحدة 1

مقدّمة الوحدة

ما الذي يجعل الجسم يدور حول نفسه؟ ما الذي يجعله يتحرّك في مسار دائري؟ ما مدى سرعة دورانه؟ تتطلب الإجابات عن كل هذه الأسئلة فهمًا للقوة المركزية. تتسارع الأجسام التي تتبّع مسارًا دائريًّا على الرغم من أنها قد تسير بسرعة ثابتة.

أتاحت لنا قوانين نيوتن فهم الحركة الخطّية. كما شرحت لنا الحركة الدائرية. فقد ركّزت على إيجاد علاقة بين قوّة الجاذبية والحركة المدارية. عرّف نيوتن قوّة الجاذبية بأنها قوة الجذب بين أي جسمَيْن. تحافظ قوّة الجاذبية هذه على الكواكب في دورانها حول الشمس وعلى الأقمار في دورانها حول الكواكب.

كما أتاح لنا فهم الحركة الدائرية أيضًا بإطلاق آلاف الأقمار الصناعية في الفضاء. فهي تطلق بحسب مهمّاتها إما بسرعة تسمح لها بالدوران حول الأرض وإمّا بسرعة تجعلها قادرة على مغادرة مجال الجاذبية الأرضية.

الأنشطة والتجارب

- **1-1** الحركة الدورانية
- **2-1** حساب تسارع الجاذبية (g)
- **a3-1** الجاذبية والمدارات
- **b3-1** جهد الجاذبية
- **4-1** استكشاف المدارات

الدرس 1-1

الحركة الدائرية

Circular Motion

لنفرض أن سائلًا ساكنًا يحتوي على جسيمات مختلفة الكثافات. سوف تستقر الجسيمات الأكثر كثافة في القاع. يحدث ذلك بسبب قوة الجاذبية ولكنَّه يستغرق وقتًا طويلاً. يتم تحقيق التأثير نفسه في المختبر باستخدام جهاز الطرد المركزي الذي يقوم بتدوير السوائل حول محور بسرعة كبيرة جدًّا. يؤدّي الدوران السريع جدًّا كما في **الشكل 1-1** إلى استقرار الجُسَيمات في قاع الأنبوب بشكل أسرع بكثير من تأثير قوّة الجاذبية بمفردها.

غالبًا ما تُستخدَم أجهزة الطرد المركزي لفصل خلايا الدم الحمراء والصفائح الدموية والبلازما. عندما توضع عيّنة الدم في جهاز الطرد المركزي تستقرّ خلايا الدم الحمراء في الأسفل وتنشأ طبقة من خلايا الدم البيضاء والصفائح الدموية في الأعلى تليها البلازما. تستخدم أجهزة الطرد المركزي أيضًا لتنقية عيّنات المياه التي تحتوي على رواسب.

الشكل 1-1 جهاز الطرد المركزي.

المفردات

Circular motion	حركة دائرية
Uniform circular motion	حركة دائرية منتظمة
Angular displacement	ازاحة زاوية
Radian	راديان
Angular velocity	سرعة زاويّة
Centripetal acceleration	تسارع مركزي
Centripetal force	قوة جذب مركزيّة
Centrifugal force	قوة طرد مركزيّة

مخرجات التّعلُّم

P1201.1 يعبر عن الإزاحة الزاوية بوحدة الراديان (rad)، ويصف نوعيًا وكمّيًّا الحركة في مسار دائري بسبب قوة عمودية على اتجاه الحركة والتي تُسبّب تساراعا مركزيا.

P1201.2 يستخدم مفهوم السرعة الزاوية ويحل مسائل حسابية في حالات مختلفة باستخدام الصيغ الآتية:

$$v = r\omega \text{ ، } a = r\omega^2 \text{ ، } a = \frac{v^2}{r}$$

لمَ لا ينسكب الماء من دلو دوّارة؟

من المفاهيم الخاطئة الشائعة أن دوران دلو فوق رأسك، سوف يؤدي إلى انسكاب الماء. لكنّ الواقع غير ذلك إذا تمّ الحفاظ على سرعة دوران مُناسِبة، فلن ينسكب الماء. من الممتع أن تجرّب ذلك بنفسك.

الشكل 1-2 اتّجاه دوران الدلو.

الخطوات

1. املأ دلو إلى منتصفها بالماء.

2. أمسك بمقبض الدلو وقم بتدويرها إلى جانبك وذلك بأن ترفعها إلى أعلى ثم إلى أسفل كما في **الشكل 1-2**.

3. يجب تدوير الدلو بسرعة كبيرة وثابتة.

4. بعد بضع دورات , قلّل من سرعة الدوران أثناء تحريك الدلو للأسفل لايقافه عن الدوران.

5. جرِّب ذلك مرة أخرى. دوِّر الدلو بسرعة ثابتة. ولكن بعد بضع دورات زد سرعة الدوران.

يؤدّي القصور الذاتي للماء إلى بقائه في الدلو. لكنَّ الماء لا يبقى في الدلو مع خفض سرعة الدوران.

يتم استخدام التأثير نفسه لجعل ركوب الألعاب في مدينة الألعاب ممتعًا وآمنًا فالألعاب التي تشتمل على دوران سريع يتم فيها دفع الأشخاص إلى الجوانب وبالتالي تثبيتهم. كلما ازدادت سرعة الدوران زاد تأثير الالتصاق بالجوانب. لا يعني ذلك أننا لسنا بحاجة إلى أحزمة الأمان. نحتاج إلى التثبيت مع زيادة سرعة الركوب أو خفضها. وهذا مشابه لحالة الماء في الدلو. إذ يؤدي تغيير السرعة فجأة أو إيقاف الدوران فجأة إلى انسكاب المياه.

هل يبقى الماء داخل الدلو عند دورانه بسرعة ثابتة؟

ماذا يحدث عندما تتباطأ سرعة الدلو؟ ماذا يحدث مع زيادة سرعة الدوران؟ ولماذا؟

هل ستكون نتائج هذه التجربة مختلفة إذا تم استبدال الماء في الدلو بكُرة معدنية صغيرة؟

كيف يمكن الإستفادة من هذا التأثير في حياتنا اليومية؟

الحركة الدائرية

حركة الكواكب حول الشمس ودوران السيارة في الدُّوّارِ وحركة اللعبة الدوارة في مدينة الالعاب تُعدّ أمثلة على الحركة الدائرية (**الشكل 1-3**).

الشكل 1-3 الحركة الدائرية في اللعبة الدوارة.

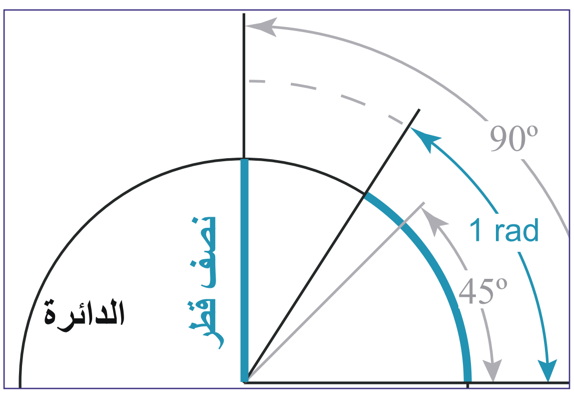
وتكون **الحركة دائرية Circular motion** عندما يتحرَّك جسم في مسار دائري أو يدور حول محور. تتَّخذ مُتغيرات الحركة من موقع وإزاحة وسرعة وتسارع أشكالًا مختلفة في حالة الحركة الدائرية. عندما يتحرَّك جسم في حركة دائرية بسرعة ثابتة المقدار فإن الحركة تسمّى **الحركة الدائرية المنتظمة Uniform circular motion**. سندرس هذه الحركة فقط في هذه الوحدة.

؟ ما الفرق بين الإزاحة الزاوية والإزاحة الخطيّة؟ ما أوجه التشابه وأوجه الاختلاف بينهما؟

عندما يتحرك جسم في مسار دائري، تُسمّى الزاويّة التي يقطعها بالإزاحة الزاوية θ وتقاس بالراديان (rad). يمكن حساب الإزاحة الزاويّة **بالمعادلة 1-1**.

1-1	الإزاحة الزاويّة	θ	الإزاحة الزاويّة (rad)
	$$\theta = \frac{s}{r}$$	s	المسافة المقطوعة (طول القوس) (m)
		r	نصف قطر الدائرة (m)

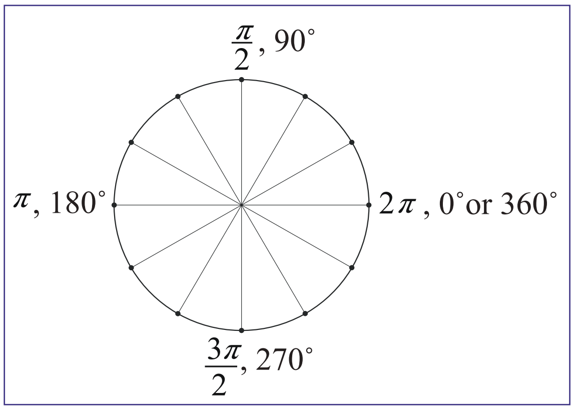
الراديان الواحد هو الزاوية الناتجة عندما تكون المسافة المقطوعة مساوية لنصف قطر الدائرة $r = S$ (**الشكل 1-4**). يساوي الراديان الواحد $57.3°$ تقريبًا. نلاحظ من **المعادلة 1-1** أن الراديان نسبة بين طولَيْن.



الشكل 1-4 عندما تكون المسافة المقطوعة تساوي نصف القطر تكون الزاوية المقطوعة راديانًا واحدًا.

الراديان مقياس للزاوية وهو نسبة بين طولين.

تحويل وحدة الدرجات إلى راديان



الشكل 5-1 الدوران بدلالة π راديان والدرجات.

يتحرك جسم في مسار دائري؛ عندما يكمل نصف دورة، فإنه يكون قد قطع إزاحة زاويّة تساوي °180. ويكون القياس بالراديان

$$\frac{180^\circ}{57.3^\circ} = 3.14 \text{ rad}$$

يمكن التعبير عن المقدار 3.14 راديان بالرمز π. لذلك يكون قياس الإزاحة الزاوية خلال دورة كاملة، هو 360 درجة، وبالراديان

$$\frac{360^\circ}{57.3^\circ} = 6.28 \text{ rad}$$

يمكن أيضًا التعبير عن المقدار 6.28 بالرمز 2 π كما في **الشكل 5-1**.

مثال 1

يركض طالب حول مسار دائري قطره 8.5 m .

a. احسب الإزاحة الزاويّة إذا قطع الطالب مسافة 60 m على المسار. أعطِ إجابتك بالراديان والدرجات.

b. كم دورةً قطع الطالب خلال المسار؟

المطلوب: **a.** الإزاحة الزاويّة θ

b. كم دورةً قطع الطالب.

المُعطى: المسافة المقطوعة $s = 60 \text{ m}$

قطر الدائرة $d = 8.5 \text{ m}$

العلاقة: $\theta = \frac{s}{r}$; $1 \text{ rad} = 57.3^\circ$

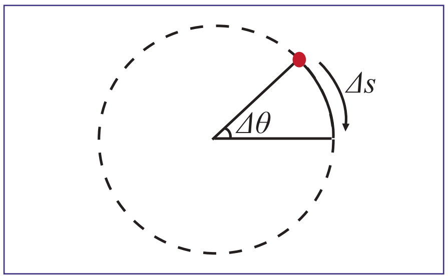
الحل: **a.** نصف القطر: $r = \frac{8.5}{2} = 4.25 \text{ m}$

$$\theta = \frac{s}{r} = \frac{60}{4.25} = \boxed{14.12 \text{ rad}} \qquad 14.12 \text{ rad} \times \frac{57.3^\circ}{1 \text{ rad}} = 809^\circ$$

b. عدد الدورات $809^\circ \times \frac{1\ cycle}{360^\circ} = 2.25$

السرعة الزاويّة

يُعرف مُعدّل تغير زاوية دوران الجسم بالنسبة للزمن باسم السرعة الزاويّة، التي يشار إليها بالرمز (ω) وتلفظ أوميجا. لنفرض أن جسمًا يدور قاطعًا زاوية $\Delta\theta$ خلال زمن Δt (كما هو موضح **الشكل 1-6**)، فإن السرعة الزاويّة يمكن حسابها **بالمعادلة 1-2**.



الشكل 1-6 حركة جسم على مسار دائري.

إذا قيست الزاوية بالراديان والزمن بالثانية فإن وحدة قياس السرعة الزاويّة تكون بالراديان لكل ثانية (rad/s).

كما أن السرعة الخطّيّة هي مُتَّجه كذلك السرعة الزاويّة. تعتمد إشارة السرعة الزاويّة على اتجاه الحركة الدورانية. يكون الدوران موجبًا إذا كان بعكس اتجاه دوران عقارب الساعة وسالبًا إذا كان باتجاه دوران عقارب الساعة.

1-2	السرعة الزاويّة	ω	السرعة الزاويّة (rad/s)
	$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$	$\Delta\theta$	التغيّر في الإزاحة الزاوية (rad)
		Δt	تغيُّر الزمن (s)

التردُّد والزمن الدوري

التردُّد هو عدد الدورات التي يدورها الجسم في وحدة الزمن، ونحصل عليه بقسمة عدد الدورات الكاملة التي يقطعها الجسم على الزمن المُستغرَق لقطعها (**المعادلة 1-3**) ويستخدم لقياس التردد وحدة هيرتز (Hz).

1-3	التردد	f	التردُّد (Hz)
	$$f = \frac{n}{t}$$	n	عدد الدورات
		t	الزمن المُستغرَق (s)

الزمن الدوري

الزمن الدوري هو الزمن اللازم لقطع دورة كاملة وهو مقلوب التردُّد **المعادلة 1-4**

1-4	الزمن الدوري	T	الزمن الدوري (s)
	$$T = \frac{t}{n}$$	n	عدد الدورات
		t	الزمن المُستغرَق (s)

السرعة الزاويّة بدلالة الزمن الدوري

إذا كانت الإزاحة الزاوية لدورة كاملة 2π فإن الزمن المستغرق هو الزمن الدوري. ولذلك فإن السرعة الزاويّة هي $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

؟ ما الفرق بين السرعة الزاويَّة و السرعة الخطّيّة؟ ما أوجه التشابه وأوجه الاختلاف بينهما؟

مثال 2

a. احسب السرعة الزاويّة للأرض بوحدة (rad/s) عند دورانها حول محورها.

b. احسب السرعة الزاويّة للأرض بوحدة (rad/s) عند دورانها حول الشمس.

الشكل 7-1 **(a)** دوران الأرض حول محورها. **(b)** دوران الأرض حول الشمس.

المطلوب: السرعة الزاويّة ω

المُعطى: **a.** الزمن الدوري 24 ساعة

b. الزمن الدوري 365 يومًا.

العلاقات: $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = \dfrac{2\pi}{T}$

الحل: **a.** نحوّل الزمن الدوري من ساعات إلى ثوان.

$$T = (24\ \text{hr})\left(\frac{60\ \text{min}}{1\ \text{hr}}\right)\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\right) = 86{,}400\ \text{s}$$

$$\omega = \frac{1\ \text{rotation}}{1\ \text{day}} = \frac{2\pi\ \text{rad}}{86{,}400\ \text{s}} = 7.27\times10^{-5}\ \text{rad/s}$$

b. نحوّل الزمن الدوري من أيام إلى ثوان.

$$T = (365\ \text{days})\left(\frac{24\ \text{hr}}{1\ \text{day}}\right)\left(\frac{60\ \text{min}}{1\ \text{hr}}\right)\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\right) = 31.5\times10^{6}\ \text{s}$$

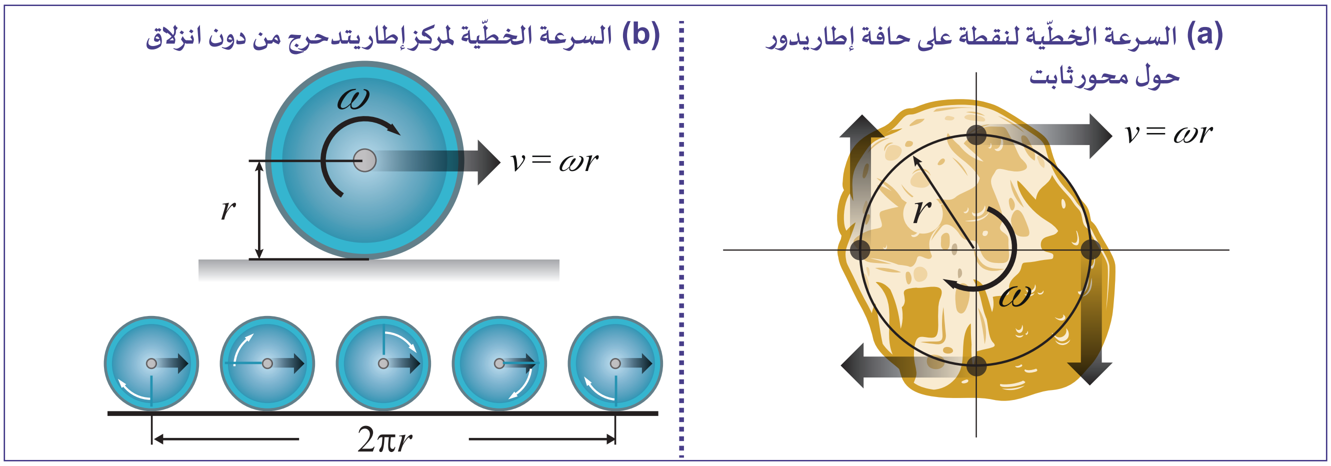
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{31.5\times10^{6}} = 2\times10^{-7}\ \text{rad/s}$$

السرعة الخطّية في الحركة الدائرية

عندما يتحرَّك جسم في حركة دائرية، تكتسب كلّ نقطة من نقاطه سرعة خطية و تسمى أيضًا سرعة مماسية. ونميز هذه السرعة الخطّية في حالتين. تربط **المعادلة 5-1** بين هذه السرعة الخطّية v والسرعة الزاويّة ω في كلتا الحالتين.

a. لكل نقطة من نقاط الجسم الذي يدور حول محور ثابت، سرعة خطية (سرعة مماسية) لدائرة نصف قطرها r وهو بُعد النقطة عن المحور، كما في **الشكل 1-8a**.

b. يكون للإطار الذي يتدحرج دون انزلاق، سرعة خطّية لمركزه تعتمد على نصف قطره، وعلى سرعته الزاويّة، كما في **الشكل 1-8b**.



الشكل 1-8 معنيان للسرعة الخطّية في الحركة الدائرية.

5-1	السرعة الخطية		
	$v = \omega r$	v	السرعة الخطّية (m/s)
		ω	السرعة الزاويَّة (rad/s)
		r	نصف قطر الدائرة (m)

مثال 3

يبلغ نصف قطر إطار سيارة 30 cm. احسب السرعة الزاويّة لإطار السيارة بوحدة (rad/s) و بوحدة (دورة لكل دقيقة) إذا كانت السرعة الخطّية للسيارة 30 m/s.

المطلوب: السرعة الزاويّة ω بوحدة rad/s و rpm

المُعطى: نصف القطر $r = 0.3\ m$ السرعة $v = 30\ \text{m/s}$

العلاقات: السرعة الخطّية $v = \omega r$ الدورة الواحدة = $2\pi = 6.28$ radians

الحل:

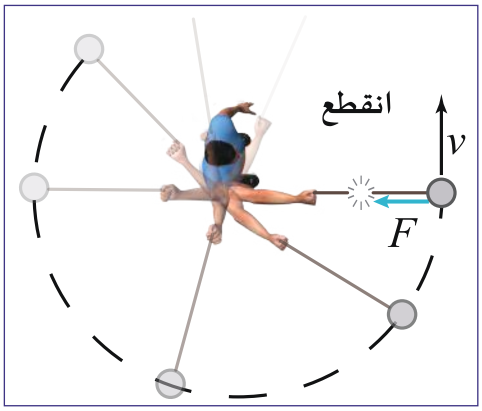
$$\omega = \frac{v}{r} = \left(\frac{30\ \text{m/s}}{0.3\ \text{m}}\right) = 100\ \text{rad}/\ s$$

للتحويل من $\frac{\text{rad}}{s}$ لوحدة rpm

$$\omega = \frac{v}{r} = \left(\frac{100\ \text{rad}}{s}\right) \times \left(\frac{60\ s}{1\ \text{min}}\right) \times \left(\frac{\text{rev}}{2\pi\ \text{rad}}\right) = \boxed{955\ \text{rpm}}$$

التسارع المركزي

حتى يواصل الجسم حركته في مسار دائري، فإنه حسب القانون الثاني لنيوتن يلزم أن تؤثر فيه قوة بشكل دائم. لفهم ذلك افترض أنَّك تربط جسمًا صغيرًا بخيط وتُحرّكه بحركة دائرية فوق رأسك. مع أن الجسم يدور بسرعة ثابتة المقدار فإن اِتّجاهها يتغيَّر باستمرار. هذا التغيُّر في السرعة المُتَّجهة يعني وجود تسارع. يُسمّى التسارع الناتج عن الحركة الدائرية **بالتسارع المركزي Centripetal acceleration**.



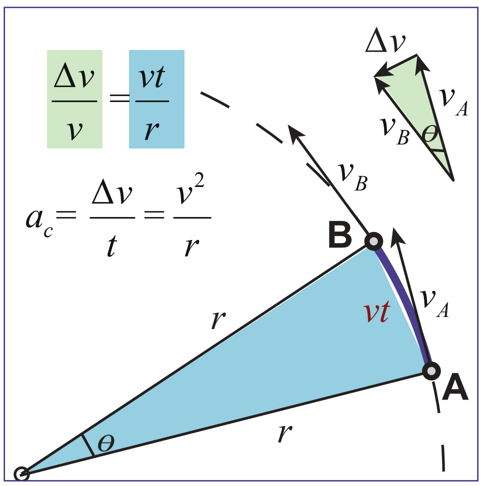
الشكل 9-1 في أي اتجاه سيتحرك الجسم؟

تخيَّل انقطاع الخيط المربوط بالجسم الدوّار. في أي اتجاه سيتحرك هذا الجسم؟ (**الشكل 9-1**). يفيد القانون الأول لنيوتن، أنّ الجسم المُتحرِّك سيتابع حركته في خط مستقيم ما لم تكن هناك قوة تؤثر فيه. كان الجسم يدور في دائرة لأن قوة الشدّ في الخيط كانت تُغيِّر اتجاه سرعته. الآن بعد انقطاع الخيط وعدم وجود قوة شد سوف يتحرك الجسم في خط مستقيم مماس للدائرة.

يكون اتجاه التسارع دائمًا في اتّجاه التغيّر في السرعة. بما أن التغيّر في السرعة موجَّه نحو مركز الدائرة. فإن التسارع يكون مركزيًّا أيضًا.

كيف يرتبط التسارع $a = \dfrac{\Delta v}{t}$ بالسرعة في الحركة الدائرية؟ يــوضِّــح (**الشكل 10-1**) أن المثلَّثــين الأزرق والأخضــر متشابهان (كلاهما مثلث متساوي الساقين بالزاوية الرأسية نفسها). لمّا كانت الســاقــان متساويتان، يمكنــنا القــول إن: $v_A = v_B = v$. نستخدم خصائص المثلثات المتشابهة:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{vt}{r} \Rightarrow \frac{\Delta v}{t} = \frac{v^2}{r}$$



الشكل 10-1 تغيُّر السرعة في الحركة الدائرية.

المعادلة 6-1 تُستخدَم لحساب التسارع المركزي.

6-1	التسارع المركزي		
	$a_c = \dfrac{v_t^2}{r}$	a_c	التسارع المركزي (m/s^2)
		v_t	السرعة المماسية (m/s)
		r	نصف قطر الدائرة (m)

التسارُع المركزي بدلالة السرعة الزاوية

يعتمد التسارُع المركزيّ على السرعة المماسّية (الخطّية) ونصف القطر. إذا كانت السرعة الزاويّة وحدها معلومة، يمكن حساب التسارع المركزيّ (**المعادلة 1-7**).

إذا كانت السرعة المماسية $v_t = \omega r$، نستنتج أن:

$$a_c = \frac{v_t^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r$$

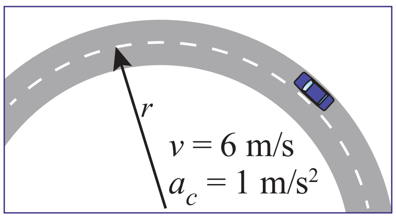
7-1	**التسارع المركزي**	a_c	التسارُع المركزي (m/s^2)
	$a_c = \omega^2 r$	ω	السرعة الزاويّة (rad/s)
		r	نصف قطر الدائرة (m)

مثال 4

يحتاج المهندس المدني لتصميم دوّار يسمح بتسارع مركزي $1\ m/s^2$.

a. ما أقصر نصف قطر ممكن للدوّار إذا كانت السرعة المتوقَّعة للسيّارة عليه 6 m/s؟

b. احسب السرعة الزاويّة المطلوبة للسيارة.



الشكل 1-11 كم يجب أن يكون أقل نصف قطر ممكن؟

المطلوب: نصف القطر r، السرعة الزاويّة ω

المُعطى: السرعة $v = 6\ m/s$ والتسارع المركزي $a_c = 1\ m/s^2$

العلاقات: $a_c = \omega^2 r$ ؛ $a_c = v^2/r$.

الحل: **a.** لحساب نصف القطر، نستخدم معادلة التسارع المركزي:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v^2}{a_c}$$

$$r = \frac{(6\ m/s)^2}{1\ m/s^2} = \boxed{36\ m}$$

أدنى نصف قطر = 36 m

b. $$a_c = \omega^2 r \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \boxed{0.167\ rad/s}$$

القوة المركزية

يفيد القانون الثاني لنيوتن بالآتي: لا بُدّ من وجود قوة مؤثرة في الجسم ليكتسب تسارعًا. إذا كانت القوة في اتِّجاه حركة الجسم فإنَّها تُسبِّب زيادة مقدار سرعته. لكن إذا كانت في الاتِّجاه المعاكس لحركة الجسم، فإنَّها تُسبِّب نقصان مقدار السرعة. أخيرًا إذا كانت القوة مُتعامِدة مع اتِّجاه الحركة فإنَّها تُسبِّب تسارعًا مركزيًّا وتُسمّى القوة عندها **بالقوة المركزية Centripetal force**. يكون اتّجاه القوة المركزية نحو مركز الدائرة، الأمر الذي يجعل الجسم يتحرك في مسار دائري. لحساب القوة نستخدم المعادلة $F = ma$. الجسم الذي يتأثَّر بقوة مركزية يكون تسارعه مركزياً. بما أن التسارع مركزي يساوي $a_c = \frac{v^2}{r}$ فإن مقدار القوة المركزية يُعطى **بالمعادلة 1-8**.

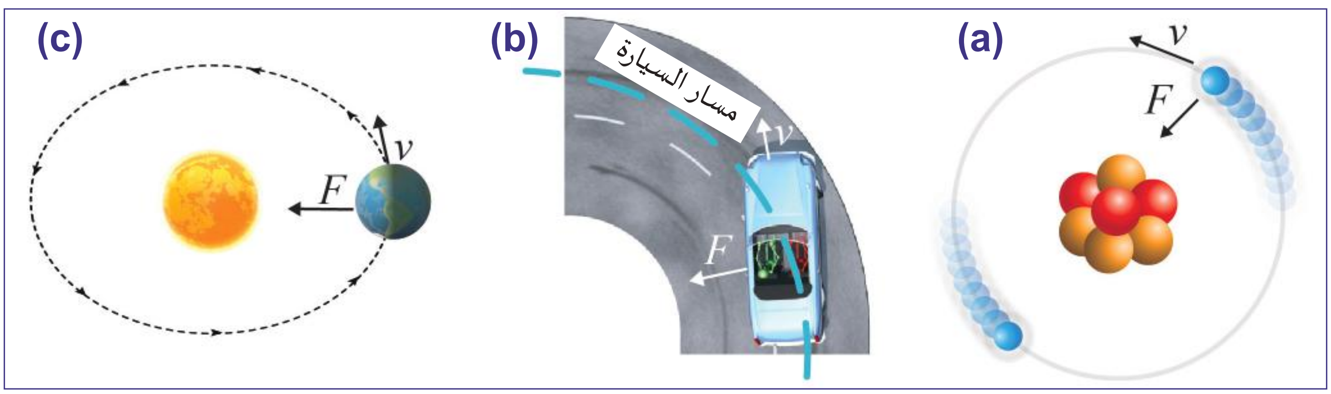
8-1	القوة المركزية		
	$$F_c = \frac{mv_t^2}{r}$$	F_c	القوة المركزية (N)
		m	الكتلة (kg)
		v_t	السرعة المماسية (m/s)
		r	نصف القطر (m)

والتعبير الآخر للقوة المركزية يكون باستخدام $a_c = \omega^2 r$. بالتعويض في القانون الثاني لنيوتن نحصل على **المعادلة 1-9**.

9-1	القوة المركزية		
	$$F_c = m\omega^2 r$$	F_c	القوة المركزية (N)
		m	الكتلة (kg)
		ω	السرعة الزاوية (rad/s)
		r	نصف القطر (m)

أمثلة على القوة المركزية

يمكن أن تنتج الحركة الدائرية عن قوىً مختلفة. تختلف القوى التي تُسبِّب حركة جسم في مسار دائري أو منحنٍ. فالقوة الكهربائية الساكنة تُسبِّب دوران الإلكترونات حول النواة. وقوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والأرض تساعد على التفاف السيارة حول المنعطفات. أما قوة الجاذبية فتجعل الكواكب تدور حول الشمس.



الشكل 1-12 (a) القوة الكهربائية الساكنة بين الإلكترونات والنواة. (b) قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والأرض. (c) قوة الجاذبية بين الأرض والشمس.

مثال 5

كُرة كُتلتها 2 kg مربوطة بحبل تتحرك في مسار دائري نصف قطره 1.5 m القيمة القصوى لقوّة الشد 50 N، احسب السرعة القصوى للكُرة.

المطلوب: السرعة القصوى v_t

المُعطى: الكتلة $m = 2$ kg ؛ $F_c = 50$ N ؛ $r = 1.5$ m

العلاقات:
$$F_c = \frac{mv_t^2}{r}$$

الحل: نحصل على القيمة القصوى للسرعة عندما تكون قوّة شد الحبل عند قيمتها القصوى. نستخدم معادلة القوة المركزية:

$$F_c = \frac{mv_t^2}{r} \Rightarrow v_t = \sqrt{\frac{F_c r}{m}}$$

$$v_t = \sqrt{\frac{50 \times 1.5}{2}} = \boxed{6.1 \text{ m/s}}$$

مثال 6

تسير سيارة على طريق منحني نصف قطره 500 m بسرعة زاويّة مقدارها 0.05 rad/s. احسب أقل قيمة ممكنة لمعامل الاحتكاك بين إطارات السيارة وأرضية الشارع.

المطلوب: مُعامِل الاحتكاك

المُعطى: نصف القطر $r = 500$ m السرعة الزاويّة = 0.05 rad/s

العلاقات:
$$f = \mu_s F_N \qquad F_c = \frac{mv_t^2}{r}$$

الحل: قوة الاحتكاك التي تمكّن السيارة من الدوران على المنحنى هي قوة الاحتكاك بين إطارات السيارة والأرض.

$$F_c = f \Rightarrow m\omega^2 r = \mu_s F_N$$

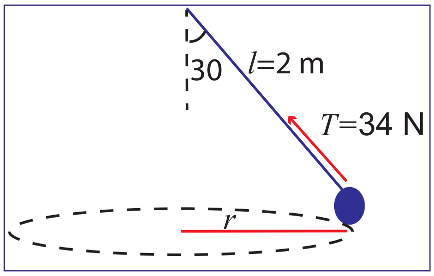
$$\cancel{m}\omega^2 r = \mu_s \cancel{m} g$$

$$\mu_s = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{(0.05)^2 \times 500}{9.8} = \boxed{0.128}$$

نستنتج أن معامل الاحتكاك لا يعتمد على الكتلة، أي أنه يناسب جميع السيارات.

مثال 7

كرة مربوطة بخيط تدور بشكل دائري كما هو موضح في **الشكل 1-13**. إذا كانت قوة الشد 34 N وكتلة الكرة 3 kg احسب السرعة المماسّية للكُرة.



الشكل 1-13 كتلة تدور بواسطة خيط.

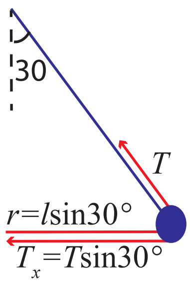
المطلوب: السرعة المماسّية v_t

المُعطى: الكتلة $m = 3$ kg، قوة الشد $T = 34$ N، طول الحبل $l = 2$ m

العلاقات:

$$F_c = \frac{mv_t^2}{r}$$

الحل: يفيدنا الرسم البياني أن الكرة تدور في مستوى أفقي. وبالتالي تؤثِّر القوة المركزية في الاتجاه الأفقي أيضًا.لحساب سرعة الكرة نحتاج إلى معرفة المُركَّبة الأفقية لقوَّة الشد.



$$T_x = T\sin 30° = 34\sin 30° = 17 \text{ N}$$

المُركَّبة الأفقية لقوة الشد هي القوة المركزية التي تُسبِّب الحركة الدائرية.

$$F_c = T_x$$

$$\frac{mv_t^2}{r} = 17 \text{ N}$$

قبل حل باقي المعادلة، نحتاج إلى حساب نصف قطر المسار الدائري الذي تتحرَّك عليه الكرة. بما أن طول الخيط 2 m يمكن حساب نصف قطر الدائرة على النحو التالي: r = 2sin30° = 1 m.

نعوِّض نصف القطر في المعادلة السابقة:

$$\frac{mv_t^2}{r} = 17 \text{ N} \Rightarrow \frac{3v_t^2}{1} = 17 \text{ N}$$

$$v_t^2 = 5.67 \Rightarrow v_t = \boxed{2.38 \text{ m/s}}$$

قوة الطرد المركزية

إذا كانت القوة المركزية تتَّجه نحو مركز الدائرة التي يدور حولها جسم ما فلمَ لا يتمّ سحب الأجسام باتِّجاه مركز الدائرة؟

لِمَ تندفع إلى الخارج في اللعبة الدوّارة بمدينة الألعاب أو أثناء القيادة حول دوار؟

لنفرض أن لعبة دوّارة تدور كما في **الشكل 1-14**. أثناء دوران المغزل يتم دفع الأطفال باتجاه جدرانه الخلفية رغم وجود قوة في اتجاه المركز. إلّا أن الأطفال لا يندفعون إلى الداخل نحو مركز الدائرة. يبدو الأمر كما لو أن هناك قوة تدفع الأطفال بعيدًا عن مركز المغزل الدائري. هذه القوة معاكسة للقوة المركزية التي تسبّب الحركة. لكن لا يمكن قياس أي قوة فعلية تدفع الأطفال نحو الخارج بعيدًا عن مركز المغزل الدائري مقابل القوة المركزية. إنها مجرد تأثير يُسمّى بقوَّة **الطرد المركزية Centrifugal force**.

الشكل 1-14 لعبة دوّارة في مدينة الألعاب.

قوة الطرد المركزية ليست قوة حقيقية بل تأثير يشعر به الجسم عند الدوران في مسار دائري.

إذا لم تكن قوة الطرد المركزية قوة حقيقية، فلمَ نشعر بها؟ ينصّ قانون نيوتن للقصور الذاتي (القانون الأول) على أن كتلة الجسم تقاوم التغيير في الحركة. عندما يتحرّك جسم فإنه يستمر في التحرّك بخط مستقيم. عند الدوران بشكل دائري يحاول جسمك الاستمرار في خط مستقيم. يقاوم جسمك الاستمرار في الدوران بسبب قصوره الذاتي (كتلته). تدفعك جدران اللعبة الدوّارة لتمنعك من السير في خط مستقيم وتجبرك على الاستمرار في مسار دائري. لذلك يضغط جسمك على جدران اللعبة الدوارة.

تطبيق على تأثير قوة الطرد المركزية (تأثير القصور الذاتي للأجسام التي تتحرك في مسار دائري)

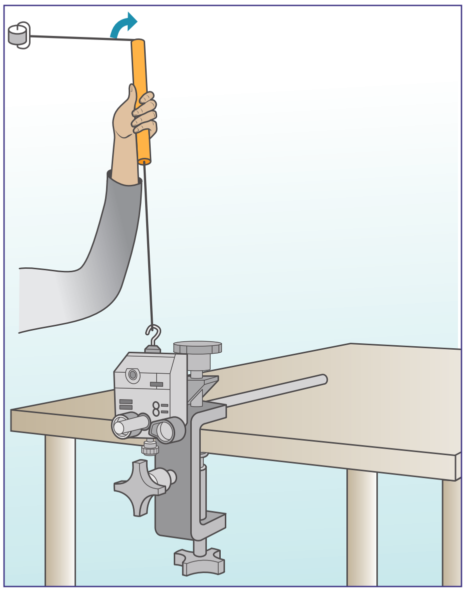
على الرَغم من أن قوة الطرد المركزية ليست قوة حقيقية فإن تأثيرها فعّال للغاية ويستخدم في العديد من التطبيقات. يوضِّح **الشكل 1-15** فاصل الكريمة (القشدة). يوضع الحليب في فاصل الكريمة. ويدور الفاصل بسرعة كبيرة. تمتلك جزيئات الحليب الثقيلة الخالية من الدسم مزيدًا من القصور الذاتي حيث يتم دفعها إلى جوانب الوعاء، فتخرج من الفتحة الجانبية السفلى. يترك ذلك الجسيمات الأخفّ من الحليب وهي الكريمة (القشدة) في المركز، فتخرج من الفتحة الجانبية العليا.

الشكل 1-15 فاصل الكريمة.

نشاط 1-1 الحركة الدورانية

سؤال الاستقصاء	كيف تؤثِّر سرعة جسم يسير في دائرة في القوة المركزية المؤثّرة في الجسم؟
الموادّ المطلوبة	نظام قارئ البيانات؛ مستشعر قوة؛ سدادة مطاطية؛ خيط؛ أنبوب بلاستيكي؛ مشابك؛ ميزان.

خطوات التجربة



الشكل 1-16 جهاز حركة دورانية.

1. ثبِّت مُستشعِر القوة على الطاولة.
2. وصِّلْ مُستشعِر القوة بنظام قارئ البيانات.
3. جد كتلة السدادة المطاطية.
4. اربط أحد طرفي الخيط بالسدادة المطاطية. مرِّر الطرف الآخر للخيط عبر الأنبوب البلاستيكي واربط طرفه الحر بمستشعر القوة.
5. شغِّل نظام قارىء البيانات.
6. أمسك بالأنبوب البلاستيكي. وحرِّك السدادة فوق رأسك على مسار دائري. حاول الحفاظ على ثبات السرعة من خلال الحفاظ على ثبات قوة مُستشعِر القوة.
7. استخدم ساعة إيقاف لقياس الزمن اللازم لقطع 10 دورات ثم املأ جدول البيانات في ورقة العمل.
8. كرِّر التجربة باستخدام سرعة أعلى قليلاً ثم سجِّل النتائج والبيانات في ورقة العمل.

الأسئلة

a. احسب التسارُع المركزي للسدادة المطاطية لكلتا السرعتين.

b. ارسم مخطَّطًا لدوران السدادة ثم ارسم عليه أسهمًا تمثل التسارع المركزي والقوة المركزية والسرعة.

c. باستخدام العلاقة $F = ma$ وقيمة التسارع في الفرع (a)، احسب القوة المركزية (لكلتا السرعتين). كيف تقارن القوة المحسوبة مع القوة المقيسة بواسطة مُستشعر القوة؟

d. ما العلاقة بين السرعة والقوة المركزية لجسم يتحرَّك في حركة دائرية منتظمة؟

تقويم الدرس 1-1

1. هل الراديان أصغر من الدرجة أم أكبر منها؟

2. أجرِ التحويلات التالية لهذه الزوايا في الدائرة:
   a. 45 درجة إلى راديان.
   b. 0.5236 راديان إلى درجات.
   c. 270 درجة إلى راديان.
   d. 7.85 راديان إلى درجات.
   e. 585 درجة إلى راديان

3. يدور إطار درّاجة بمعدَّل 30 دورة في الدقيقة. ما الزاوية التي تقطعها نقطة على الإطار في ثانية واحدة؟ أعط إجابتك بالدرجات وبالراديان.

4. ما التسارع المركزي لجسم يتحرك في دائرة نصف قطرها 2.45 m ليكمل 3.5 دورة في الثانية؟

5. تتحرّك سيارة سباق بسرعة 200 km/h على جزء دائري من مسار السباق الذي يبلغ نصف قطره 300 m. تبلغ كتلة السيارة والسائق 800 kg.
   a. ما مقدار التسارع المركزي الذي يشعر به السائق؟
   b. ما مقدار القوة المركزية التي تؤثّر في السيارة؟

6. تتحرَّك دراجة بسرعة 30 km/h. إذا كان نصف قطر كل من إطاري الدراجة 35 cm ما هي السرعة الزاويّة للإطارين؟

7. ركب طالب كتلته 62 kg عجلة فيريس الدورانية التي يبلغ قطرها 50 m، بحيث يقوم بدورة واحدة كاملة كل 35 ثانية.
   a. ما الزمن الدوري للعجلة؟
   b. ما تردد حركة العجلة؟
   c. ما السرعة الزاوية للعجلة بوحدة rad/ s ؟
   d. ما السرعة الخطية للطالب بوحدة m/s ؟
   e. ما القوة المركزية المؤثرة في الطالب؟

8. يتم استخدام فكرة القوة المركزية و القصور الذاتي في الحركة الدائرية في تصنيع الغسّالات الكهربائية. اشرح كيف يتم فصل الماء عن الملابس.

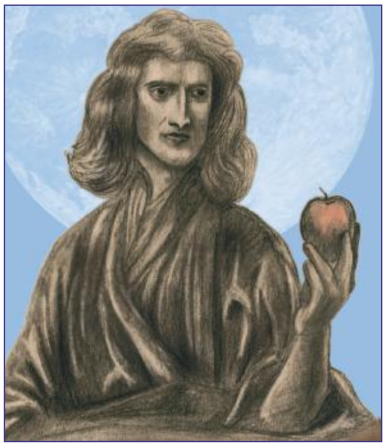
الدرس 2-1

قانون نيوتن للجاذبية

Newton's Law of Gravitation

يدور القمر حول الأرض بفعل جاذبية الأرض. فقوة التجاذب بين الأرض والقمر هي التي تجعله يدور حولها. اقترح هذه الفكرة لأول مرة السير إسحاق نيوتن. ومع أن الفكرة تبدو سهلة الفهم جدًّا اليوم، فإنها لم تكن كذلك في زمن نيوتن.

يشير مؤرِّخو العلوم إلى تفسير نيوتن للمدارات من خلال قانون الجاذبية كنقطة تحوُّل في فهم حركة الأجرام السماوية في عصر النهضة.



الشكل 1-17 السير إسحاق نيوتن

تقول القصة أن نيوتن لاحظ سقوط تفّاحة من شجرة ورأى أنَّها تتسارع عند سقوطها. كان يعلم بضرورة وجود قوة تُسبِّب هذا التسارع. كلّما كانت الشجرة أعلى ازدادت سرعة التفاحة أكثر عند وصولها إلى الأرض. يعني ذلك ان تأثير القوة يكون أكبر عندما يكون ارتفاع الشجرة أعلى. فتساءل نيوتن: الى أي مدى للأعلى يستمر تأثير هذه القوى؟ لا بُدّ من أنها تصل إلى أبعد بكثير من ارتفاع الأشجار. فهل يصل تأثيرها إلى القمر مثلاً؟ إذا حدث ذلك فإن مدار القمر حول الأرض قد يكون نتيجة للقوة نفسها التي تسبَّبت في سقوط التفاحة من الشجرة.

مخرجات التّعلُّم

P1202.1 يتذكر ويطبق قانون نيوتن في الجاذبية بالصيغة: $F = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

P1202.2 يعرف مفهوم شدة مجال الجاذبية الناتجة من كتلة بأنها قوة الجاذبية لكل وحدة كتل.

المفردات

قوّة الجاذبية	Gravity
قانون نيوتن للجاذبية	Newton's law of gravitation
ثابت الجذب العام	Universal gravitational constant
مجال الجاذبية	Gravitational field
شدّة مجال الجاذبية	Gravitational field strength

لمَ يحدث كلّ من المد والجزر مرتين في اليوم، وليس مرة واحدة؟

الشكل 1-18 الكورنيش.

الشكل 1-19 نظام الأرض والقمر.

عندما تمشي على الكورنيش في الدوحة خلال أوقات مختلفة من اليوم تلاحظ أن مستوى الماء يختلف بين وقت وآخر. يحدث المد ويرتفع مستوى الماء مرتين في اليوم. كذلك يحدث الجزر وينخفض مستوى الماء مرتين في اليوم.

دعونا نفحص المد أوّلًا. ترتفع المياه لأن جاذبية القمر تسحب مياه المحيط إلى الأعلى. يُسمّى هذا المد «المُواجِه للقمر». لكن كيف نفسِّر المد الذي يحدث كل يوم على الجانب الآخر من الأرض (**الشكل 1-a19**)؟

تتجاذب الأرض مع القمر بقوتين متساويتَي المقدار ومتعاكستي الاتجاه. مع ذلك فإن الأرض ليست ثابتة في الفضاء! يدور كل من الأرض والقمر حول نقطة تعرف باسم مركز كتلتهما المشتركة. يبعد مركز الكتلة هذا عن القمر حوالي $\frac{3}{4}$ المسافة بينه وبين الأرض (**الشكل 1-b19**).

لفهم ظاهرتي المد والجزر في اليوم فكِّر في المدارين.

- يدور القمر حول مركز الكتلة كل 27.3 يومًا تقريبًا على مسافة متوسطة 384000 km.
- يدور جانب الأرض المُواجِه للقمر أيضًا حول مركز الكتلة خلال فترة 27.3 يومًا أيضًا، ولكن على مسافة 8385 km من مركز الكتلة. تبلغ السرعة الخطّيّة لسطح الأرض حوالي 22 m/s أو 80 km/h على الجانب المُقابِل للقمر!

هل تتذكَّر الدلو في الحركة الدائرية التي أبقت الماء فيها «قوة الطرد المركزية» حتى وهي مقلوبة؟ يفسّر تأثير الطرد المركزي نفسه المد على جانب الأرض المعاكس للقمر. هنا التأثير أقلّ، وهو ما يفسِّر أيضًا لماذا يكون المد الثاني أصغر من المد في الجهة المقابلة للقمر.

قوّة الجاذبية

يشار إلى قوّة الجاذبية عادة باسم قوة سحب الأرض. مع ذلك فإن **قوّة الجاذبية Gravity** هي ببساطة القوة التي تجذب جسمين أحدهما نحو الآخر. تضمن قوّة الجاذبية بيننا وبين الأرض ألّا نطير بعيدًا. كما ان قوّة الجاذبية هي التي تُبقي الأرض في دورانها حول الشمس.

ماذا نعني بقوة الجاذبية؟ كيف تتغيَّر قوّة الجاذبية على الكواكب الأخرى؟

تعتمد قوّة الجاذبية على كتلة كل من الجسمَيْن والمسافة بينهما. وبالنظر إلى وجود قوّة الجاذبية بين جميع الأشياء، فهناك قوّة تجذبك إلى مكتبك لكن بما أن كتلة المكتب وكتلتك صغيرتان، تكون قوّة الجاذبية بينك وبين المكتب صغيرة جدًّا أيضًا.

تعلم أن كتلة القمر أصغر من كتلة الأرض. لذلك يكون للأجسام الساقطة نحو الأرض تسارع مقداره $9.802\ m/s^2$، بينما تسقط الأجسام على سطح القمر بتسارع $1.62\ m/s^2$. يجعل التسارع الأبطأ لقوّة الجاذبية على القمر رواد الفضاء يبدون كأنّهم يقفزون صعودًا ونزولًا في حركة بطيئة (**الشكل 1-20**).

الشكل 1-20 قوّة الجاذبية على القمر.

يوضِّح **الجدول 1-1** مقارنة لتسارع الجاذبية على الكواكب ذات الكتل المختلفة. كلما كان الكوكب أكبر كتلة كان التسارع أكبر بسبب قوّة الجاذبية على هذا الكوكب.

الجدول 1-1 مقارنة التسارعات الناتجة عن قوّة جاذبية الكواكب المختلفة.

الكوكب	كتلة الكوكب	تسارع الجاذبية
عُطارِد	3.28×10^{23} kg	$3.70\ m/s^2$
الزُّهرَة	4.88×10^{24} kg	$8.87\ m/s^2$
الأرض	5.98×10^{24} kg	$9.81\ m/s^2$
المُرّيخ	6.39×10^{23} kg	$3.93\ m/s^2$
المُشتري	1.90×10^{27} kg	$24.79\ m/s^2$
زُحَل	5.68×10^{26} kg	$10.44\ m/s^2$
اورانوس	8.68×10^{25} kg	$8.69\ m/s^2$
نبتون	1.02×10^{26} kg	$11.15\ m/s^2$

قانون نيوتن للجاذبية

ينصّ قانون نيوتن للجاذبية على وجود قوة تجاذب بين أي كتلتين. يتناسب مقدار هذه القوة طرديًا مع حاصل ضرب الكتلتين وعكسيًا مع مُربع المسافة بين مركزيهما. وثابت التناسب هو ثابت الجذب العام $G = 6.67 \times 10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$ كما في **المعادلة 10-1**.

- تتناسب قوة الجاذبية بين جسمَيْن طرديًّا مع حاصل ضرب كتلتيهما (a).
- تتناسب قوة الجاذبية عكسيًّا مع مُربَّع المسافة بين مركزي الجسمَيْن (b).
- الجمع بين العلاقتين يعطينا العلاقة (c).

(a) $F \propto Mm$

$+$

(b) $F \propto \dfrac{1}{r^2}$

$\downarrow$

(c) $F \propto \dfrac{Mm}{r^2}$

10-1	قانون نيوتن للجاذبية		
	$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$ $$G = 6.667 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$$	F	قوة الجاذبية (N)
		G	ثابت الجذب العام
		M	كتلة الجسم 1 (kg)
		m	كتلة الجسم 2 (kg)
		r	المسافة بين مركزَيْ كتلتَي الجسمَين (m)

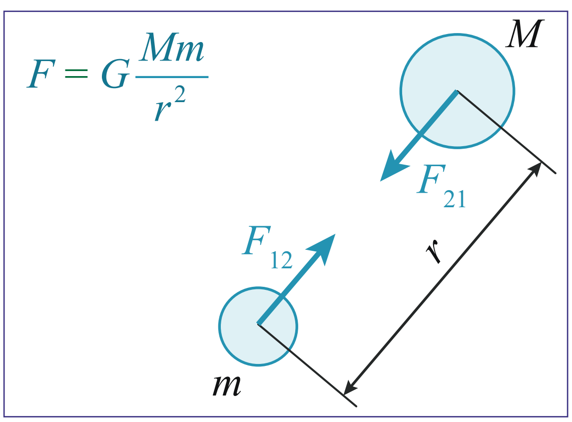
ثابت الجذب العام

يُعرف ثابت التناسب G، في **المعادلة 10-1** باسم ثابت الجذب العام. تُظهِر التجارب أن قيمة ثابت الجذب العام هي $6.667 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$. تم قياس هذا الثابت لأول مرة على يد هنري كافنديش عام 1798. يكون اتجاه قوة الجاذبية بين جسمين دائمًا على طول الخط الذي يربط مركزَيْ كتلتَيهما. مع تحرُّك الأجسام تُغيِّر قوة الجاذبية اتجاهها لتبقى على طول الخط الذي يصل بين المركزَيْن (**الشكل 21-1**).

احسبْ قوة الجاذبية بينك وبين حقيبتك المدرسية. ابعدْ عن حقيبتك مسافة 2m ثم احسب قوة الجاذبية مرَّة ثانية. هل تستطيع أن تشعربهذه القوة؟

قوة الجاذبية والقانون الثالث

قوة الجاذبية بين جسمَيْن هي فعل ورد فعل كما في **الشكل 21-1**. فالقوة التي تؤثّر بها الكتلة m في الكتلة M تساوي وتعاكس قوة M التي تؤثر في m.



الشكل 21-1 قانون نيوتن للجاذبية.

مثال 8

a. احسب قوة الجاذبية بين الأرض وطالب يقف على سطحها كتلته 75 kg.

b. كيف تصبح هذه القوة إذا كان الطالب يركب طائرة على ارتفاع 12,000 m فوق سطح الأرض؟

كتلة الأرض 5.98×10^{24} kg ونصف قطرها 6.38×10^{6} m.

المطلوب: قوة الجاذبية F

المُعطى: كتلة الأرض $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg

نصف قطر الأرض $R = 6.38 \times 10^{6}$ m

كتلة الطالب $m = 75$ kg

ارتفاع الطائرة $h = 12{,}000$ m

العلاقات:

$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

الحل: **a.** يمكن حساب قوة الجاذبية بين الأرض والطالب باستخدام قانون الجاذبية لنيوتن. المسافة بين الطالب والأرض تساوي نصف قطر الأرض.

$$F = G\frac{Mm}{R^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{\left(5.98\times10^{24}\right)(75)}{\left(6.38\times10^{6}\right)^2}$$

$$= \boxed{734.6\ \text{N}}$$

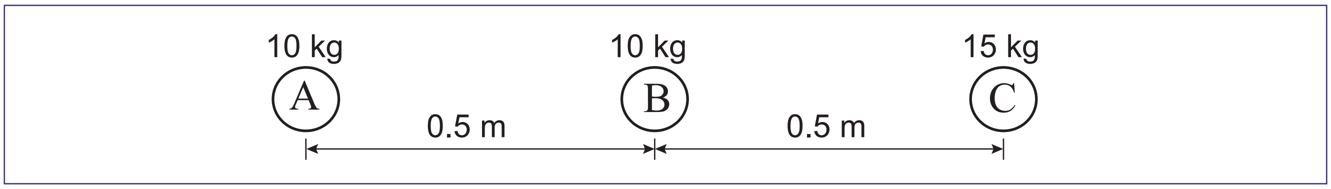
b. عندما يكون الطالب في طائرة على ارتفاع 12,000 m، تتغيَّر المسافة من مركز الأرض. ستكون المسافة هي مجموع نصف قطر الأرض وارتفاع الطائرة. باستخدام قانون الجاذبية لنيوتن نحسب:

$$F = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{\left(5.98\times10^{24}\right)(75)}{\left(6.38\times10^{6}+12{,}000\right)^2}$$

$$= \boxed{731.8\ \text{N}}$$

مثال 9

وَضعت ثلاثة أجسام A و B و C تفصل بين الجسم والآخر مسافة 0.5 m على خط أفقي كما هو موضَّح في **الشكل 1-22**. ما محصِّلة قوى الجاذبية على B والناتجة من A و C.



الشكل 1-22 قوى التجاذب على B من الجسمين A و C.

المطلوب: مُحصِّلة قوى الجاذبية F المؤثرة في الجسم B

المُعطى:

$m_A = 10$ kg ، $m_B = 10$ kg ، $m_C = 15$ kg

$r_{AB} = 0.5$ m ، $r_{BC} = 0.5$ m

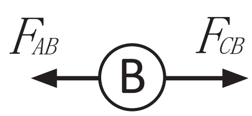
العلاقات:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

الحل:

مُحصِّلة قوّتَي الجاذبية لجسمَيْن على جسم واحد هي الجمع الاتجاهي لهاتين القوتين.

سنقوم أوَّلًا بحساب القوة على B الناتجة من A.



$$F_{AB} = G\frac{m_A m_B}{r_{AB}^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{(10)(10)}{(0.5)^2} = 2.67\times10^{-8}\ \text{N}$$

قوة الجاذبية على B الناتجة من C.

$$F_{CB} = G\frac{m_B m_C}{r_{BC}^2} = 6.667\times10^{-11}\frac{(10)(15)}{(0.5)^2} = 4\times10^{-8}\ \text{N}$$

القوَّتان متعاكستان وتقعان على المحور نفسه. لذلك تكون محصّلتهما على هذا المحور ويكون مقدارها:

$$F_{net} = \left(2.67\times10^{-8}\cos180^\circ\right) + \left(4\times10^{-8}\cos0^\circ\right)$$
$$= -2.67\times10^{-8} + 4\times10^{-8} = \boxed{1.33\times10^{-8}\ \text{N}}$$

مجال الجاذبية

كتب نيوتن بنفسه أنه لا يستطيع أن يفسِّر كيف تنتقل قوة الجاذبية من جسم إلى آخر. مثلًا، إذا تحرّكت الشمس فجأة فهل ستشعر الأرض بالتغيُّر في الجاذبية على الفور أم سيكون هناك بعض التأخير الزمني؟ الجواب هو أن تأثير الجاذبية يحدث من خلال خطوتين.

1. ينشأ حول الكتلة M **مجال جاذبية Gravitational field** في الفضاء ينتشر بسرعة الضوء.
2. يُنشِئ مجال الجاذبية قوّة على أي كتلة أخرى m تتحرَّك عبر الفضاء. لمجال الجاذبية (g) وحدة نيوتن من القوة لكل كيلوجرام من الكتلة. يعطينا دمج هذا مع **المعادلة 1-10** معادلة شدّة مجال الجاذبية للكتلة M على مسافة r منها.

$$g = \frac{F_G}{m} \quad \text{and} \quad F_G = G\frac{Mm}{r^2} \quad \rightarrow \quad g = G\frac{M}{r^2}$$

يمكننا تطبيق هذه المعادلة فورًا لإيجاد شدَّة مجال الجاذبية على سطح الأرض. تبلغ كتلة الارض $M = 5.972 \times 10^{24}$ kg ويبلغ نصف قطرها $R = 6.38 \times 10^{6}$ m.

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

$$g = 6.667 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2}\ \frac{5.972 \times 10^{24}\ \text{kg}}{(6.38 \times 10^{6}\ \text{m})^2}$$

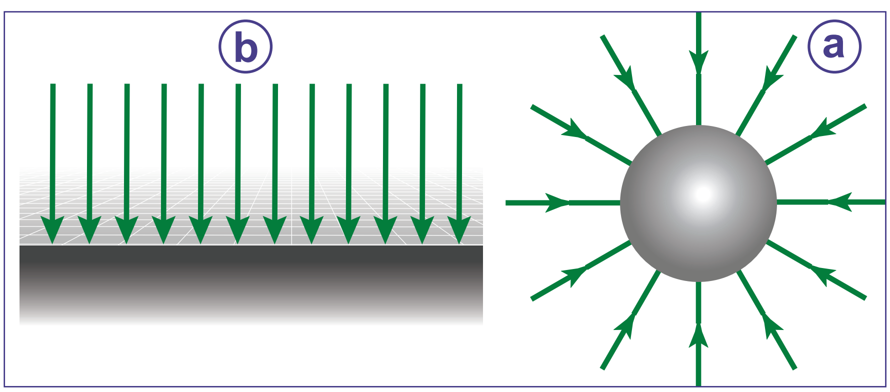
$$g = 9.8\ \text{N/kg}$$

من أين يأتي الرقم 9.8 N/kg؟

خطوط مجال الجاذبية

يمكن استخدام خطوط المجال لتمثيل مجال الجاذبية. بخصوص جسم كروي مثل الأرض تكون خطوط المجال باتجاه نصف قطر الكرة ونحو مركزها كما هو موضح في **الشكل 1-23a**. كلما ازداد بعد الجسم عن سطح الأرض قل تأثير مجال الجاذبية.

أما للكتلة ذات السطح المستوي واللامتناهي، فتكون خطوط مجال الجاذبية متوازية **(الشكل 1-23b)** . فبالقرب من سطح الأرض تكون خطوط المجال متوازية تقريبا كما هي في حالة السطح اللامتناهي.



الشكل 1-23 شدة مجال الجاذبية على سطح كرة **(a)** وعلى سطحٍ مستوٍ **(b)**.

مثال 10

احسب التسارع الناتج عن الجاذبية (g) على كوكب كتلته أكبر من الأرض بعشر مرات ويبلغ نصف قطره 20 مرة أكبر من نصف قطر الأرض.

المطلوب: تسارع الجاذبية g

المُعطى: كتلة الكوكب $m = 10M$ kg

كتلة الأرض $M = 5.98 \times 10^{24}$kg

نصف قطر الكوكب $r = 20R$ m

نصف قطر الأرض $R = 6.38 \times 10^{6}$ m

العلاقات:

$$g = G\frac{m}{r^2}$$

الحل: باستخدام علاقة شدّة مجال الجاذبية

$$g = G\frac{m}{r^2} = G\frac{(10M)}{(20R)^2} = \frac{10}{400}\left(\frac{GM}{R^2}\right)$$

$$g = \left(\frac{10}{400}\right)\left(\frac{(6.667\times10^{-11})(5.98\times10^{24})}{(6.38\times10^{6})^2}\right)$$

$$= \boxed{0.245 \text{ N/kg}}$$

نشاط 1-2 حساب تسارع الجاذبية الأرضية (g)

سؤال الاستقصاء	حساب تسارع الجاذبية الأرضية بطريقتين
الموادّ المطلوبة	كرة، ورقة ملصقات كبيرة، شريط قياس، كاميرا هاتف جوال، قلم اللوح الابيض، بوابة ذكية، قارئ جمع البيانات، شريط بلاستيكي شفاف مقوى مرسوم عليه خطوط سوداء المسافات بينها متساوية.

خطوات التجربة

الطريقة 1

1. ضع ورقة ملصق على جدار ثمّ علّق عليه شريط القياس.
2. ضع إشارة على ارتفاع 1 m وإشارة أخرى على 0 m.
3. قم بتشغيل الكاميرا ثم حرر الكرة لتبدأ الحركة من ارتفاع (1m).
   تابع التسجيل بالكاميرا حتى تصل الكرة إلى إشارة 0 m.
4. استخدم الفيديو لتحليل الزمن الذي تستغرقه الكرة لقطع مسافة 1 m.
5. كرِّر الخطوات من 1 إلى 4 مرتين.
6. سجّل البيانات على جدول ثم احسب g باستخدام المعادلة:

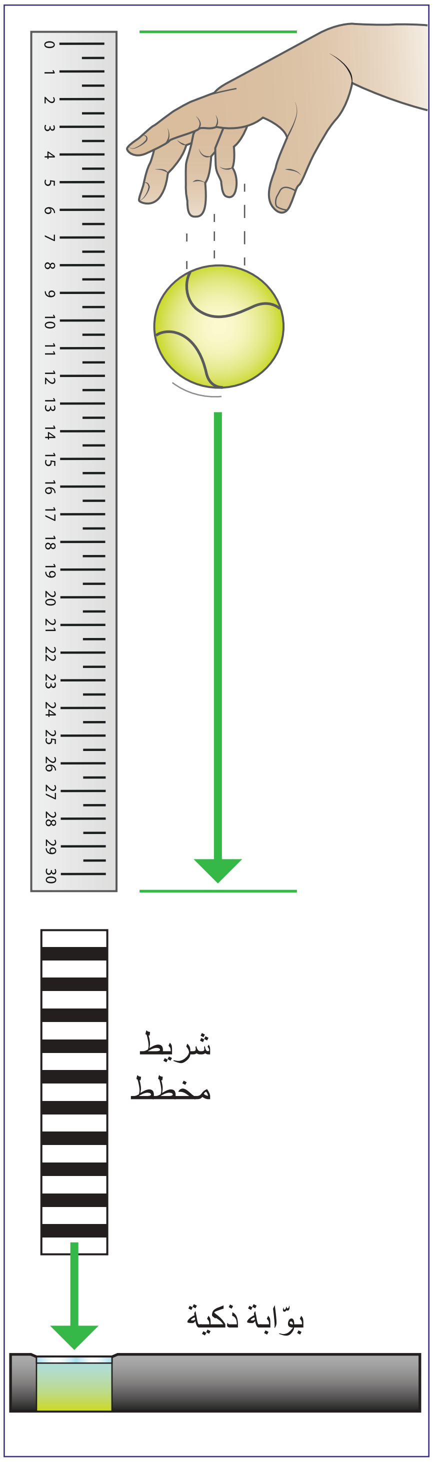
$$d = v_i t + \frac{1}{2} g t^2$$

الطريقة 2

1. تثبّت البوابة الذكية على حامل مشبك ثمّ وصِّلها بنظام جمع البيانات. اضبط عملية جمع البيانات على التسارع.
2. حرِّر الشريط المخطط من خلال البوابة الذكية ثم سجِّل التسارع.
3. كرِّر الخطوتين 1 و 2.

الأسئلة

a. أي الطريقتين أعطت نتيجة أكثر دقة؟
b. ما العوامل التي أثرت في دقة نتائجك؟



الشكل 1-24 تجهيزات النشاط.

تقويم الدرس 1-2

1. صف بأسلوبك تغيُّر مقدار قوة الجاذبية بين جسمَيْن إذا تحركا:
   a. أحدهما نحو الآخر.
   b. أحدهما بعيدًا عن الآخر.

2. لمَ نشعر بجاذبية الأرض ولا نشعر بجاذبية الشمس، رغم أن الشمس أكبر كتلة من الأرض بكثير؟

3. احسب قوة الجاذبية بين كرتين كتلة كل منهما $100\ kg$ والمسافة بين مركزيهما $2\ m$. قارن بين هذه القوة و وزن أيّ من الكُرتين.

4. تبلغ كتلة القمر $7.35 \times 10^{22}\ kg$ ونصف قطره $1.74 \times 10^{6}\ m$. ما مقدار تسارع الجاذبية على سطح القمر؟ كم يبلغ وزنك على سطح القمر؟

5. تبلغ كتلة الشمس $2 \times 10^{30}\ kg$. يقف شخص كتلته $70\ kg$ على سطح الأرض تفصله عن الشمس مسافة $1.52 \times 10^{11}\ m$. ما قوة جذب الشمس لهذا الشخص؟

6. يبلغ نصف قطر كوكب 1.5 مرة نصف قطر الأرض وكتلته تساوي كتلة الأرض. احسب شدَّة مجال الجاذبية على سطح ذلك الكوكب.

7. ابحث عن نصف قطر نبتون وأثبت أن شدة مجال الجاذبية على سطحه تبلغ $14.07\ N/kg$.

8. للنجم القزم كتلة تساوي كتلة شمسنا لكن نصف قطره يساوي نصف قطر قمرنا.

احسب تسارع الجاذبية على سطح ذلك النجم(كتلة الشمس $2 \times 10^{30}\ kg$، ونصف قطر القمر $1.74 \times 10^{6}\ m$).

9. احسب ارتفاع نقطة فوق سطح الأرض إذا كانت شدة مجال الجاذبية عندها تساوي $\frac{1}{10}$ من شدة مجال الجاذبية على سطح الأرض.

الدرس 3-1

جهد الجاذبية

Gravitational Potential

تلزمنا طاقة لتحريك كتلة ضدّ قوّة الجاذبية. قد تكون كمية الطاقة اللازمة لتحريك الكتلة كبيرة جدًّا بحيث يحتاج صاروخ أن يحرق kg (10-20) من الوقود لكل كيلوجرام من الكتلة التي يرفعها إلى مدار حول الأرض. ما يهمّ مهندسي الصواريخ هو كتلة «الحِمل» التي يجب أن تصل إلى الفضاء من أجل تنفيذ المهمّات، بما في ذلك روّاد الفضاء. يشكّل الوقود ما نسبته 95% من كتلة معظم الصواريخ ولا يتجاوز الحِمل 4%.

الشكل 1-25 يشكِّل الوقود معظم كتلة الصواريخ في الغالب.

أول عمل يبدأ به مهندسوا الصواريخ هو حسابات الطاقة اللازمة لتنفيذ المهمة. يتطلّب رفع قمر اصطناعي كتلته 1 kg إلى مدار متزامن مع دوران الأرض على ارتفاع 36,000 km عن سطحها 53,000,000 J من الطاقة. فالوقود الكيميائي للصاروخ كالهيدرازين مثلًا يمتلك أقصى كفاءة نظرية للطاقة تصل إلى 1,600,000 J/kg. لنفترض أن لديك صاروخًا مثاليًّا يحوّل 100% من الطاقة الكيميائية إلى طاقة وضع جاذبية، فالأمر يتطلّب 34 kg من وقود الهيدرازين لرفع كل 1 kg من القمر الاصطناعي إلى مدار متزامن مع دوران الأرض. هذه الحالة المثالية لا تأخذ في الحسبان كتلة الصاروخ الحقيقية! في الحقيقة يتطلّب الأمر مقدارًا أقرب إلى 90 kg من الوقود لكل 1 kg من الحِمل.

المفردات

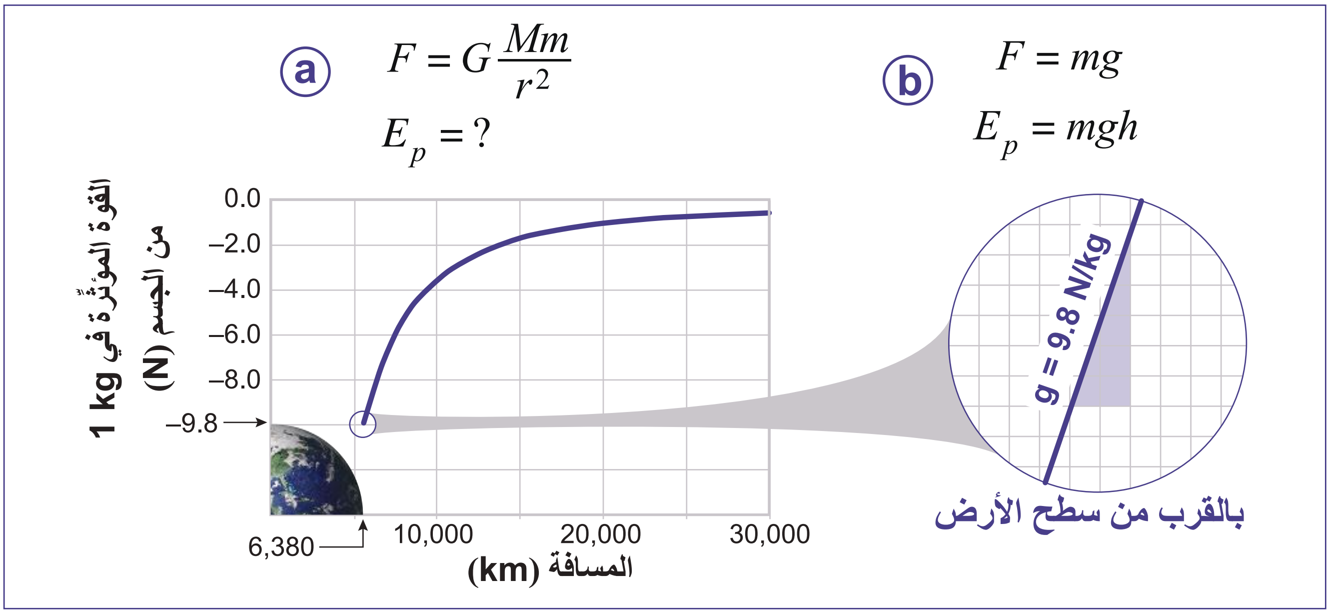
جهد الجاذبية	Gravitational potential

مخرجات التّعلُّم

P1202.3 يعرّف جهد الجاذبية عند نقطة في مجال جاذبية ناتج من كتلة كروية الشكل، باستخدام العلاقة $V = \frac{-GM}{r}$، ويحل مسائل حسابية باستخدام هذه الصيغة.

طاقة الوضع التجاذبية

كيف يمكننا حساب طاقة الوضع التجاذبية (E_p) لجسم بعيد جدًّا عن الأرض، كمكوك فضائي أو قمر اصطناعي؟ يخبرنا قانون الجاذبية لنيوتن أن قوة الجاذبية بين جسمَيْن تخضع لقانون الجاذبية (**الشكل 28-1 a**) تدلّ الإشارة السالبة على أن القوة إلى أسفل أيْ باتِّجاه مركز الأرض.



الشكل 26-1 (a) شدة مجال الجاذبية بالبعد عن مستوى سطح الأرض. (b) شدّة مجال الجاذبية ثابتة قرب سطح الأرض.

يمكن حساب الاختلافات في طاقة الوضع التجاذبية على الأرض باستخدام المعادلة $E_p = mgh$. إلا أن هذه المعادلة في الواقع هي معادلة تقريبية تنطبق على الارتفاعات الصغيرة (h) فوق سطح الأرض بحيث تكون أقلّ بكثير من نصف قطر الأرض. في هذه الحالة تكون شدة مجال الجاذبية g ثابتةً (**الشكل 28-1 b**).

طاقة الوضع التجاذبية تنتج من الشغل المبذول ضد قوة الجاذبية.

لحساب طاقة الوضع التجاذبية، لا بد من معرفة الشغل المبذول ضد قوة الجاذبية. إذا تحرَّكنا مسافة r في اتجاه القوة F يكون الشغل المبذول $W = Fr$. ومع أن قوة الجاذبية تتغيَّر بتغيُّر المسافة، فإن نتيجة **المعادلة 11-1** تبقى صحيحة للجُسَيمات ولأي جسمَيْن كرويَّيْن كتلتاهما M و m والمسافة بين مركزيهما r.

11-1	**طاقة الوضع التجاذبية**	E_p	طاقة الوضع التجاذبية (J)
	$$E_P = -G\frac{Mm}{r}$$	G	ثابت الجذب العام $6.667 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
		M	كتلة الجسم 1 (kg)
		m	كتلة الجسم 2 (kg)
		r	المسافة بين مركزي الجسمين (m)

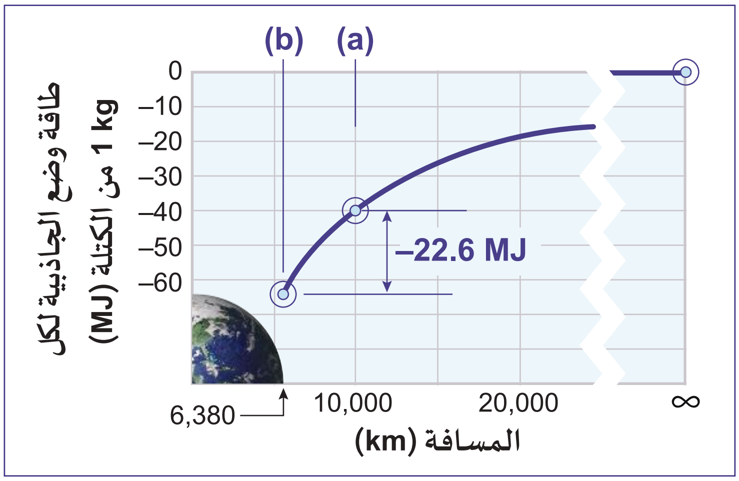
خذ في الحسبان نقاط المفاهيم المهمة الآتية حول طاقة الوضع التجاذبية.

1. تنتج طاقة الوضع التجاذبية بين كتلتَيْ جسمَيْن على الأقل. لا يمكن أن يكون للجسم المعزول طاقة وضع جاذبية.

2. يجب أن تكون طاقة الوضع التجاذبية لنظام من الكتل صفرًا عندما تكون الكتل متباعدة بعدًا لانهائيًا. يحدث ذلك عندما تكون القوى بينها صفرًا.

ترتبط طاقة الوضع التجاذبية بنظام من الكتل وليس بكتلة واحدة.

لماذا تكون طاقة الوضع التجاذبية سالبة؟



الشكل 1-27 تحليل لتغيُّر طاقة الوضع التجاذبية.

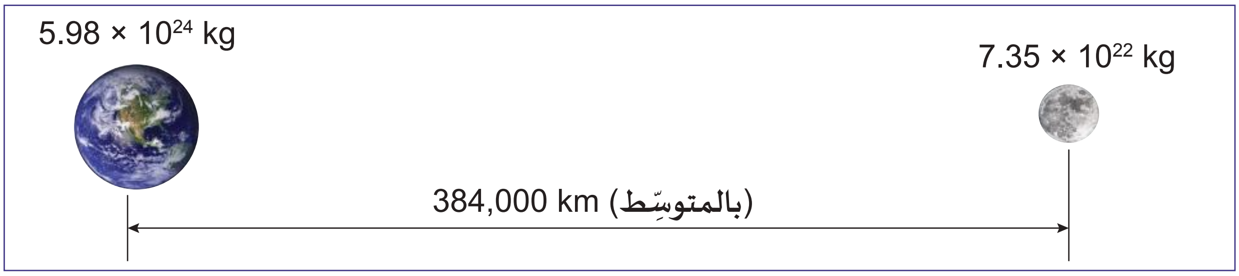
ماذا يحدث لجسم عندما يسقط باتِّجاه كوكب تحت تأثير قوة الجاذبية؟

ما طاقة الوضع التجاذبية لنظام يتكوَّن من جسمين تفصل بينهما مسافة لا نهائية؟

افترض سقوط جسم كتلته 1 kg من ارتفاع 10,000 km فوق سطح الأرض. يبيّن **الشكل 1-29** تغيّر طاقة الوضع التجاذبية من (a) إلى (b) بمقدار 22.6 MJ-. عندما يسقط الجسم فإنه يتسارع ويكتسب طاقة حركية. تأتي هذه الطاقة الحركية من طاقة الوضع التجاذبية لنظام الأرض والجسم. لزيادة الطاقة الحركية يجب أن تقل طاقة الوضع التجاذبية للنظام بمقدار مساوٍ.

تقل طاقة الوضع التجاذبية للنظام كلما تقاربت الكتل أيضًا وتصبح سالبة أكثر. لحفظ الطاقة الكليّة للنظام يجب أن تزيد أشكال أخرى من الطاقة في النظام بالمقدار نفسه الذي تقل فيه طاقة الوضع التجاذبية. تتضمّن أشكال الطاقة الأخرى التي قد تزداد: الطاقة الحركية أو الطاقة الحرارية (الحرارة) أو الضوء أو الضغط أو خليط من كل هذه الأشكال.

مثال 11



احسب طاقة الوضع التجاذبية لنظام الأرض والقمر إذا كانت كتلة الأرض 5.98×10^{24} kg، وكتلة القمر 7.35×10^{22} kg والمسافة بين الأرض والقمر 384,400 km.

المطلوب: طاقة الوضع التجاذبية E_p

المُعطى: كتلة الأرض $M = 5.98 \times 10^{24}$ kg.

كتلة القمر $m = 7.35 \times 10^{22}$ kg.

المسافة بين الأرض والقمر $r = 384,000$ km

العلاقات:

$$E_P = -G\frac{Mm}{r}$$

الحل: لإيجاد طاقة الوضع التجاذبية للأرض نحتاج أولًا إلى تحويل المسافة من كيلومترات إلى أمتار ثم نستخدم معادلة طاقة الوضع التجاذبية للتوصُّل إلى الإجابة.

$$r = 384,000 \text{ km} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 3.84 \times 10^{8} \text{ m}$$

$$E_P = -G\frac{Mm}{r} = -6.667 \times 10^{-11} \frac{\left(5.98 \times 10^{24}\right) \times \left(7.35 \times 10^{22}\right)}{\left(3.84 \times 10^{8}\right)}$$

$$= \boxed{-7.63 \times 10^{28}} \text{ J}$$

تقويم الدرس 1-3

1. اشرح الفرق بين جهد الجاذبية وطاقة الوضع التجاذبية.

2. ما مقدار طاقة الوضع التجاذبية لجسم كتلته 60 kg يرتفع 500 km عن سطح الأرض؟

3. a. احسب طاقة الوضع التجاذبية لجسم كتلته 90 kg على سطح الأرض.

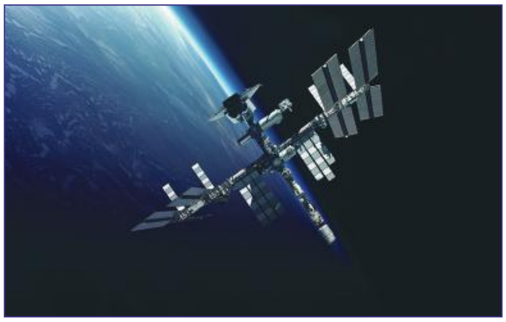
b. ما مقدار طاقة الوضع التجاذبية للجسم الذي كتلته 90 kg عندما يدور في الفضاء على ارتفاع فوق سطحها يساوي مِثلَي نصف قطر الأرض؟

b. احسب سرعة الإفلات للمِرّيخ إذا كانت كتلته 6.39×1023 kg، ونصف قطره 3,389.5 km.

الدرس 4-1

الحركة المدارية

Orbital Motion



الشكل 28-1 محطّة الفضاء الدولية.

أُطلق إلى الفضاء حوالي 8,378 قمرًا اصطناعيًّا. أمّا القمر الاصطناعي الذي يعرفه الجميع فهو محطّة الفضاء الدولية (ISS)، الهيكل الأكبر لمشروع أرسله البشر إلى الفضاء بتعاون 15 دولة في العالم.

تدور محطة الفضاء الدولية حول الأرض على ارتفاع 400 km من سطحها. وتكمل دورةً واحدةً كل 92 دقيقة أي تكمل 15.5 دورةً حول الأرض في يوم واحد. من المتوقَّع أن تستمرّ هذه المحطة في عملها حتى العام 2030.

كان الغرض الأساسي من محطَّة الفضاء الدولية أن تعمل كمُختبر وقاعدة للمُهمّات المختلفة إلى القمر والمِرّيخ. رغم عدم تحقيق المحطة لجميع تلك الأغراض، لا تزال تُستخدم كمختبر للبحوث حيث يقوم روّاد الفضاء والعلماء باختبارات في مجالات متعدِّدة تشمل علوم الأحياء والفيزياء وعلم الفلك والأرصاد الجوية وسواها من المجالات. استخدم روّاد الفضاء والعلماء في الآونة الأخيرة محطّة الفضاء الدولية لدراسة تكيُّف جسم الإنسان للعيش والعمل في الفضاء. تُعدّ هذه الدراسة مفيدة للغاية حيث تستعدّ ناسا لإرسال روّاد فضاء لفترات أطول في مُهمّات تستهدف القمر والمِرّيخ.

مخرجات التّعلُّم

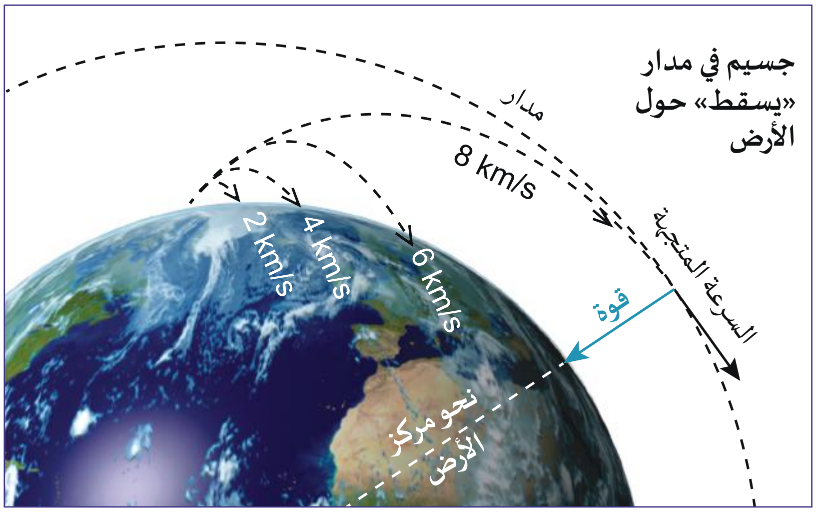
P1202.4 يربط قوة الجاذبية بالتسارع المركزي الذي تسببه، مع إشارة خاصة إلى مدارات الأقمار الاصطناعية التابعة للأرض.

المفردات

Kepler's laws of planetary motion	قوانين كبلر لحركة الكواكب
Orbital period	الزمن الدوريّ المداري
Geosynchronous	متزامن مع الأرض
Geostationary	ثابت بالنسبة إلى الأرض
Polar orbit	مدار قطبي

كيف تعمل المدارات؟

ألَّف العالِم إسحاق نيوتن أحد كتبه عن تجربة خيالية لكُرة مدفع. طلب نيوتن من القرّاء أن يتخيّلوا مدفعًا يُطلق كُرة من جبل مُرتفع جدًّا (**الشكل 1-33**). من الواضح أن كرة المدفع بعد أقصى ارتفاع تتسارع للأسفل وتسقط نحو الأرض. لكن ماذا سيحدث عندما تصبح كرة المدفع أسرع وأسرع؟ ستكون سرعة كرة المدفع في النهاية كبيرة بما يكفي لتكون متزامنة باستمرار مع سرعة دوران سطح الأرض المنحني. إذا أُطلقت كرة المدفع بسرعة كافية فإنّها ستسقط في دائرة مُستمرَّة حول الأرض إلى الأبد. وصف نيوتن هذا المسار بأنه «مدار».



الشكل 1-29 نموذج لسقوط كُرة مدفع. تُطلق سرعات مختلفة وتسير بدون احتكاك.

استخدم نيوتن هذه التجربة ليشرح سبب دوران القمر حول الأرض. استنتج نيوتن الآتي: عندما يُطلق جسم ما بسرعة كبيرة فسوف يدور حول الأرض على ارتفاع عالٍ. افترضَ الأمر الآتي: إذا كانت السرعة كبيرة بما يكفي فإن الجسم سيغادر مجال جاذبية الأرض أيضًا. تُسمّى هذه السرعة بسرعة الإفلات.

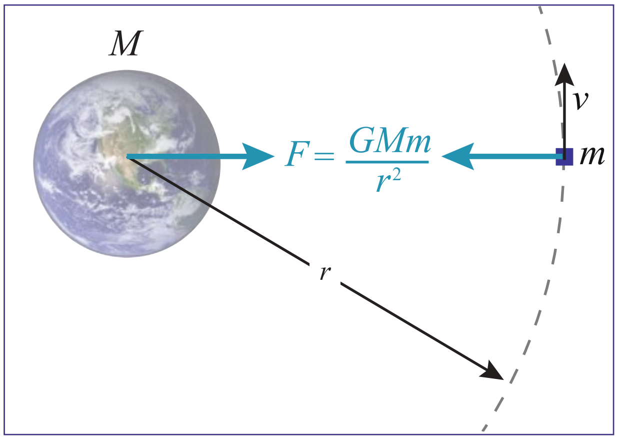
لا تقتصر علاقة نيوتن الخاصة بالسرعة والمسارات على الأقمار الاصطناعية فحسب، بل تنطبق على أي جسم يتحرَّك في مجال الجاذبية سواءً كان قمرًا أو مركبة فضائية أو حَتّى دوران الأرض حول الشمس. أي جسم يُطلق بسرعة تقل عن 11182 m/s سيعود إلى الأرض. وبالمقارنة، تكون السرعة المدارية لمحطة الفضاء الدولية 7,660 m/s.

اكتشفْ

1. خذ جسمًا صغيرًا مربوطًا بخيط. وحاول تدويره حول رأسك ببطء شديد. قدّر سرعة دورانه من خلال قياس زمن 10 دورات.
2. زدّ سرعته تدريجيًّا حتى يدور الجسم حول يدك.
3. كرّر الخطوتين 1 و 2 لكن باستخدم خيط أطول.
4. هل تحتاج إلى سرعة أكبر لجعل الجسم يدور في «مدار» بالخيط الأطول مقارنة بالخيط الأقصر؟
5. كرّر الخطوتين 1 و 2 باستخدام خيط أقصر.

الحركة المدارية

اعتمدت قوانين كبلر على المشاهدات فقط. لكن كبلر لم يستطع تفسير سلوك الكواكب. يشرح قانون نيوتن للجاذبية وقوانين نيوتن للحركة معًا ذلك السلوك. تسمح لنا قوانين نيوتن حساب سرعات الأقمار الاصطناعية **والزمن الدوريّ المداريّ orbital period** لها، وهو الزمن الذي يستغرقه جسم مداريّ لإكمال دورة واحدة كاملة. افترض أن جسمًا صغيرًا كتلته m (قمرًا اصطناعيًّا) يدور حول الأرض التي كتلتها M (**الشكل 1-36**). إذا كان القمر الاصطناعي يتّبع مسارًا دائريًا فيجب أن تؤثر فيه قوة معيّنة وأن يكون له تسارع أيضًا. يتعين أيضًا وجود قوة جاذبية تُسبِّب تسارعًا مركزيًّا لأي جسم يدور حول جسم آخر أكبر منه. يمكننا كتابة القانون رياضيًّا كما يأتي: $F_G = ma_c$



الشكل 1-30 قوة الجاذبية المؤثرة في القمر الاصطناعي.

بما أن القوة المؤثّرة هي قوة الجاذبية والتسارع المركزي الناتج يساوي $\frac{v^2}{r}$ نحصل بالتبسيط على **المعادلة 1-15** التي يمكن استخدامها لحساب السرعة المدارية.

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GMm}{r^2} \implies v^2 = \frac{GM}{r}$$

12-1	السرعة المدارية		
	$v^2 = \frac{GM}{r}$	v	السرعة المدارية (m/s)
		G	ثابت الجذب العام $6.667 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
		M	كتلة مصدر الجاذبية (kg)
		r	نصف قطر المدار (m)

السرعة تساوي طول محيط الدائرة مقسومًا على الزمن الدوريّ المداريّ. $$v = \frac{2\pi r}{T}$$

بتعويض قيمة السرعة بـ v^2 وإعادة ترتيب الزمن الدوريّ المداريّ: $$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r}$$

يمكن الحصول على **المعادلة 1-16** بعد تبسيط معادلة الزمن الدوريّ المداريّ. $$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

13-1	الزمن الدوريّ المداريّ		
	$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$	T	الزمن الدوريّ المداريّ (s)
		G	ثابت الجذب العام $6.667 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
		M	كتلة مصدر الجاذبية (kg)
		r	نصف قطر المدار (m)

يمكننا ملاحظة أن العلاقة بين الزمن الدوريّ المداريّ ونصف قطر الجسم المداري تتوافق مع القانون الثالث لكبلر أي إن T^2 يتناسب طرديًا مع r^3.

مثال 12

يكمل قمر اصطناعي ثابت بالنسبة إلى الأرض مداره في 24 ساعة. احسب ارتفاعه عن سطح الأرض إذا علمت أن كتلة الأرض 6.0×10^{24} kg و نصف قطرها 6.4×10^{6} m.

المطلوب: ارتفاع القمر الاصطناعي عن سطح الأرض h

المُعطى: كتلة الأرض $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg

نصف قطر الأرض $R = 6.4 \times 10^{6}$ m

الزمن الدوريّ المداريّ للقمر $T = 24$ h

العلاقات:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

الحل: لحلّ المثال سنحوّل الزمن إلى ثوان:

$$T = 24 \text{ hr} \times \frac{3{,}600 \text{ s}}{1 \text{ hr}} = 86{,}400 \text{ s}$$

بإعادة ترتيب المعادلة وحلّها نجد r:

$$r^3 = \frac{T^2 GM}{4\pi^2} = \frac{(86{,}400)^2 (6.667 \times 10^{-11})(6 \times 10^{24})}{4\pi^2} = 7.56 \times 10^{22}$$

$$r = \sqrt[3]{7.56 \times 10^{22}} = 4.23 \times 10^{7} \text{ m}$$

يبلغ نصف قطر مدار القمر الاصطناعي 4.23×10^{7} m. لحساب المسافة من سطح الأرض نحتاج إلى إيجاد الفرق بين نصف قطر الأرض ونصف قطر مدار القمر الاصطناعي.

$$h = r - R = (4.23 \times 10^{7}) - (6.4 \times 10^{6}) = \boxed{3.59 \times 10^{7} \text{ m}}$$

يوضع القمر الاصطناعي الثابت بالنسبة إلى الأرض فوق خط الاستواء على ارتفاع يقارب 35,800 km. يبلغ نصف قطر مدار القمر الاصطناعي حوالي 42,000 km ويدور في الاتجاه نفسه الذي تدور فيه الأرض.

تقويم الدرس 1-4

1. افترض أن قمرًا اصطناعيًا يدور على ارتفاع 5,900 km فوق سطح الأرض.
   a. احسب سرعته المماسية.
   b. احسب الزمن الدوريّ لدورانه.
2. إذا كان الزمن الدوريّ لدوران الأرض حول نفسها 86,164 ثانية، احسب نصف قطر مدار القمر الاصطناعي المُتزامِن مع الأرض.
3. احسب كتلة الشمس إذا علمت أن نصف قطر مدار الأرض حول الشمس 1.5×10^{8} km وأن الأرض تُكمِل مدارها في 365 يومًا وأن كتلة الأرض تبلغ 6×10^{24} kg.
4. a. احسب المسافة بين كوكب والشمس إذا كان زمنه الدوري المداريّ 8 سنوات.
   b. احسب المسافة بين أحد الكواكب والشمس إذا كان زمنه الدوريّ المداريّ 45.6 سنة.
5. تبعد الأرض 1.5×10^{8} km عن الشمس. فإذا اكتُشف كوكب يبعد عن الشمس 14 مرة ضعفًا من بعد الأرض عنها، فكم سيكون الزمن الدوريّ المداريّ له؟ اعتبر الزمن الدوريّ المداريّ للأرض 365 يومًا.
6. تدور الأقمار الاصطناعية الثابتة بالنسبة إلى الأرض على ارتفاع 36,000 km عن سطح الأرض (أي على بعد 42,300 km من مركز الأرض).
   a. افترض أن طول يوم الأرض كان 12 ساعة (وليس 24 ساعة) فهل سيكون ارتفاع القمر الاصطناعي الثابت بالنسبة إلى الأرض أعلى من 36,000 km أو أدنى منه أو يساويه؟
   b. لنفترض أن الأرض قد تكوّنت منذ ما يقرب من خمسة مليارات سنة بكتلة تبلغ مِثلَي كتلتها الحالية فهل سيكون ارتفاع القمر الاصطناعي الثابت بالنسبة إلى الأرض أعلى من 36,000 km أو أدنى منه أو يساويه؟

محمد الخوارزمي (780-850)

يُعدّ محمد بن موسى الخوارزمي أبا الجبر وجَدَّ علوم الحاسوب. كان عالمًا مسلمًا رياضيًّا وفلكيًّا وجغرافيًّا. وُلد في بلاد فارس وعمل في بيت الحكمة في بغداد. كان بيت الحكمة معهدًا تعليميًّا وبحثيًّا شهيرًا في ذلك الوقت. وقد أُنشئ أثناء حكم الخليفة العبّاسي السادس.

طوّر الخوارزمي أفكارًا عن الخوارزميات والجبر، وقد تضمّن كتابه «حساب الجبر والمقابلة» حلولًا لمعادلات تربيعية عديدة.

أوجد الخوارزمي أساليب لحساب الأراضي وتقسيمها وفق الميراث. وقد قال: «الحساب أسهل وأكثر فائدة، فهو ما يحتاج إليه الناس باستمرار في حالات الميراث والتركات وتقسيمها وكذلك في الدعاوى القضائية والتجارة، وفي جميع معاملاتهم، كذلك بما يتعلّق بقياس الأراضي وحفر القنوات والحسابات الهندسية وفي مختلف الأشياء والأصناف الأخرى ذات العلاقة».

على الرغم من أن الخوارزمي كان معروفًا بمُساهماته في الرياضيات فقد عمل على نطاق واسع في مجال علم الفلك. حسب الخوارزمي الحسابات الفلكية والتقويمية وجمّعها في مجموعة تُسمّى «الجداول الفلكية في زيج السند هند». تتألف هذه المجموعة من جداول تسجّل حركات الشمس والقمر والكواكب. كانت آنذاك خمسة كواكب معروفة فقط. استندت معظم الحسابات التي أجريت في زِيج السند هند إلى أعمال فلكية هندية كانت محفوظة في بيت الحكمة.

قام الخوارزمي بتحسين تصميم المزاول الشمسية والأسطرلابات باستخدام معرفته بالرياضيات وعلم الفلك. كذلك صنع جداول لهذه الساعات الشمسية التي جعلت حساباتها أكثر سرعة. كانت مزاول الخوارزمي الشمسية سهلة جدًّا في استخدامها لدرجة أن المساجد احتفظت بها لتحديد وقت الصلاة واتجاه القِبلة.

مراجعة الوحدة

الدرس 1-1: الحركة الدائرية

- الجسم الذي يتحرك على مسار دائري يقطع زاوية معيَّنة. تسمّى الزاوية التي يمسحها **الإزاحة الزاويَّة** للجسم.
- تُقاس الإزاحة الزاويَّة بوحدة **الراديان**، وهي نسبة بين طولين. الراديان الواحد هو الزاوية الناتجة من دوران جسم حول محيط دائرة، مسافةً تساوي نصف قطرها.
- معدّل تغيّر زاوية الدوران لجسم دوّار يسمّى **السرعة الزاوية**.
- الجسم الذي يدور يكون متسارعًا حتى لو كان مقدار سرعته ثابتًا. يُسمَّى هذا التسارع **التسارع المركزي**. والقوة التي تسبِّب التسارع المركزي هي **القوة المركزية**.

الدرس 1-2: قانون نيوتن للجاذبية

- **الجاذبية** هي قوة التجاذب بين جسمين.وتعتمد على كتلتي الجسمين والمسافة بين مركزي كتلتيهما.
- **قانون نيوتن في الجاذبية** يُعرَّف رياضيًّا كما يأتي: تتناسب قوة الجاذبية طرديًا مع حاصل ضرب كتلتي الجسمين وعكسيًّا مع مُربَّع المسافة بين مركزيهما.
- الثابت G في قانون نيوتن للجاذبية يسمى **ثابت الجذب العام**، وقيمته $6.667 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$.
- المنطقة المحيطة بجسم، التي يتأثّر فيها جسم آخر بقوة الجاذبية تُسمّى **مجال الجاذبية**.

الدرس 1-3: جهد الجاذبية

- **جهد الجاذبية** هو طاقة الوضع التجاذبية التي تُؤثِّر في كتلة مقدارها 1 kg في موقع مُعيَّن من مجال الجاذبية.

الدرس 1-4: الحركة المدارية

- تصف **قوانين كبلر لحركة الكواكب** حركة الأجسام التي تدور في مدارات حول جسم آخر. استخدم نيوتن قانون كبلر الثالث لصياغة قانون الجاذبية.
- الفترة الزمنية التي يكمل بها جسم دورة واحدة في مداره تُسمّى **الزمن الدوريّ المداريّ**.

تقويم الوحدة

اختيار من مُتعدّد

1. كم rad/s تعادل سرعة زاويّة مقدارها 490°/min؟
   a. 0.05 rad/s
   b. 0.14 rad/s
   c. 0.19 rad/s
   d. 0.23 rad/s

2. كم تبلغ السرعة الزاويّة بوحدة الراديان لكل ثانية لإطار دائري نصف قطره a يدور بسرعة خطية b؟
   a. $\omega = \frac{a}{b}$
   b. $\omega = \frac{b}{a}$
   c. $\omega = 2\pi \frac{a}{b}$
   d. $\omega = 2\pi \frac{b}{a}$

3. علامَ تعتمد السرعة المدارية للكواكب حول الشمس؟
   a. الزمن الدوريّ لحركتها
   b. كتلة الكوكب
   c. حجم الكوكب
   d. بعد الكوكب عن الشمس

4. نجمان يدور أحدهما حول الآخر وفق قانون نيوتن للجاذبية. إذا تضاعفت كتلة أحد النجمين وتضاعفت المسافة بينهما أيضًا، فماذا يحدث لقوة الجاذبية بين النجمين؟
   a. تتضاعف قوة الجاذبية.
   b. تظل قوة الجاذبية كما هي.
   c. تنخفض قوة الجاذبية إلى النصف.
   d. تصبح قوة الجاذبية أكبر بأربع مرّات.

5. كم تبلغ السرعة الخطّية لمركز قرص متدحرج قطره 4 m، يدور بسرعة زاويّة 2π rad/s؟
   a. 4.0 m/s
   b. 6.3 m/s
   c. 12.6 m/s
   d. 25.1 m/s

6. يتحرّك قمر اصطناعي في مدار دائري بسرعة ثابتة المقدار حول الأرض. أي من التالي يعتبر القوّة المسببة لدورانه في المدار الدائري؟
   a. القوة تساوي صفرًا.
   b. القوة تساوي أي قوة يتأثر بها صاروخ القمر الإصطناعي.
   c. القوة نفسها هي قوة الجاذبية المؤثّرة في القمر الاصطناعي
   d. القوة هي مجموع قوة الجاذبية والقوة المركزية المؤثّرة في القمر الاصطناعي.

7. أي ممّا يلي يُعدّ التفسير الأفضل لكون المِرّيخ يستغرق زمنًا أطول من الأرض في دورانه حول الشمس؟
   a. المِرّيخ أبعد مسافة (مداره أطول).
   b. يدور المِرّيخ بشكل أبطأ (سرعته أقل).
   c. كلا الإجابتين a و b صحيحة.
   d. كلا الإجابتين a و b خاطئة.

8. كم تبلغ قوة الجاذبية بين بروتون (كتلة البروتون 1.7×10^{-27} kg) والكترون في ذرة الهيدروجين (كتلة الإلكترون 9.1×10^{-31} kg) إذا كان البعد بينهما 2.5×10^{-11} m؟
   a. 1.6×10^{-46} N
   b. 3.5×10^{-46} N
   c. 6.4×10^{-46} N
   d. 8.9×10^{-46} N

9. ما مقدار السرعة التي يدور بها قمر اصطناعي كتلته 1 kg إذا كان على ارتفاع 1,400 km عن سطح الأرض؟ (كتلة الأرض 6.0×10^{24} kg ونصف قطرها 6,400 km).
   a. 7,161 m/s
   b. 230,000 m/s
   c. 130,000 m/s
   d. 68,000 m/s

10. افترض أن كلًّا من كتلتك وكتلة صديقك تساوي 80 kg وأنكما تطفوان من دون حركة في الفضاء وأن البعد بينكما 1.5 m. ما مقدار قوة الجاذبية بينكما؟
   a. 2.9×10^{-6} N
   b. 1.9×10^{-7} N
   c. 2.4×10^{-9} N
   d. 3.6×10^{-9} N

الدرس 1-1: الحركة الدائرية

11. إذا تحرَّك جسم في مسار دائري بسرعة ثابتة المقدار فهل ستكون هناك قوى مُؤثِّرة في الجسم؟ وضّح إجابتك.

12. يدور قرص فرن ميكروويف بسرعة زاوية 6 rev/min. احسب سرعته الزاويَّة بوحدة rad/s.

13. يتدحرج إطار صغير وآخر كبير على الأرض بالسرعة الزاوية نفسها. أي من السرعتين الخطيتين لمركزي الإطارين أكبر؟

14. في يوم هادئ تدور شفرة طاحونة هوائية طولها 4 m بزاوية 0.75 rad كل 3 s. كم تبلغ السرعة الخطّية لطرف الشفرة؟

15. تبلغ سرعة سيّارة سباق على مسار 150 m/s. قطر كل من العجلتين الخلفيتين للسيارة 2 m، بينما قطر كل من العجلتين الأماميتين 40 cm. ما هي السرعة الزاوية للعجلات الأمامية والخلفية على التوالي؟

16. سيّارة مُتحرِّكة كتلتها 1,400 kg تدخل بسرعة 35 m/s في طريق منحنٍ يبلغ نصف قطره 100 m.

a. كم تبلغ القوة المركزية التي تحتاج إليها السيارة لتبقى في حركتها على الطريق المنحني؟

b. احسب نسبة القوة المركزية من الجزء a إلى وزن السيارة.

c. هل ستتمكَّن السيّارة من مُتابعة السير في الطريق المنحني؟ وضّحْ إجابتك.

17. تبلغ سرعة صبي على أرجوحة دورانية 4.5 m/s والتسارع المركزي للجزء السفلي من الأرجوحة $8.1\ m/s^2$. ما طول كل حبل من حبال الأرجوحة.

الدرس 1-2: قانون نيوتن للجاذبية

18. تدور محطّة الفضاء الدولية على ارتفاع 42,000 km عن سطح الأرض. لمَ لا تسقط هذه المحطّة إلى الأرض بالرغم من وجود الجاذبية عند ذلك الارتفاع؟

19. سفينتان فضائيّتان متماثلتان تدور إحداهما حول الأرض والأخرى حول المِرّيخ. فإذا كان نصفا قطر مداريهما متماثلين أيضًا فأي منهما ستتحرّك بسرعة خطية أكبر؟ وضّح إجابتك.

20. * افترض أن نصف قطر كوكب مُعيَّن ضعفَيْ نصف قطر الأرض. إذا كانت شدَّة مجال الجاذبية على سطح ذلك الكوكب مساوية لشدة مجال جاذبية الأرض، فكم تبلغ كتلة هذا الكوكب؟

21. كتلة القمر 7.3×10^{22} kg ونصف قطره 1.7×10^{6} m. ما شدة مجال الجاذبية على سطح القمر؟

22. تبعد الأرض 1.5×10^{11} m عن الشمس، إذا كانت كتلة الشمس 2.0×10^{30} kg، فكم تبلغ شدة مجال الجاذبية على الأرض والناتجة عن كتلة الشمس؟

23. نصف قطر المِرّيخ 3,400 km وتسارع الجاذبية على سطحه 0.38 ممّا هو على سطح الأرض. احسب كتلة المِرّيخ.

24. تبلغ كتلة الشمس 2.0×10^{30} kg. وكتلة المُشتري 1.9×10^{27} kg وهو يدور حول الشمس على بعد 7.5×10^{8} km. لنفترض أن مداره دائري.

a. كم تبلغ قوة الجاذبية بين المُشتري والشمس؟

b. كم تبلغ سرعة دوران المُشتري حول الشمس؟

c. كم تبلغ السرعة الزاويّة للمُشتري؟

d. كم راديانًا يتحرّك المُشتري في سنة أرضية واحدة؟ وكم يتحرَّك بالدرجات.

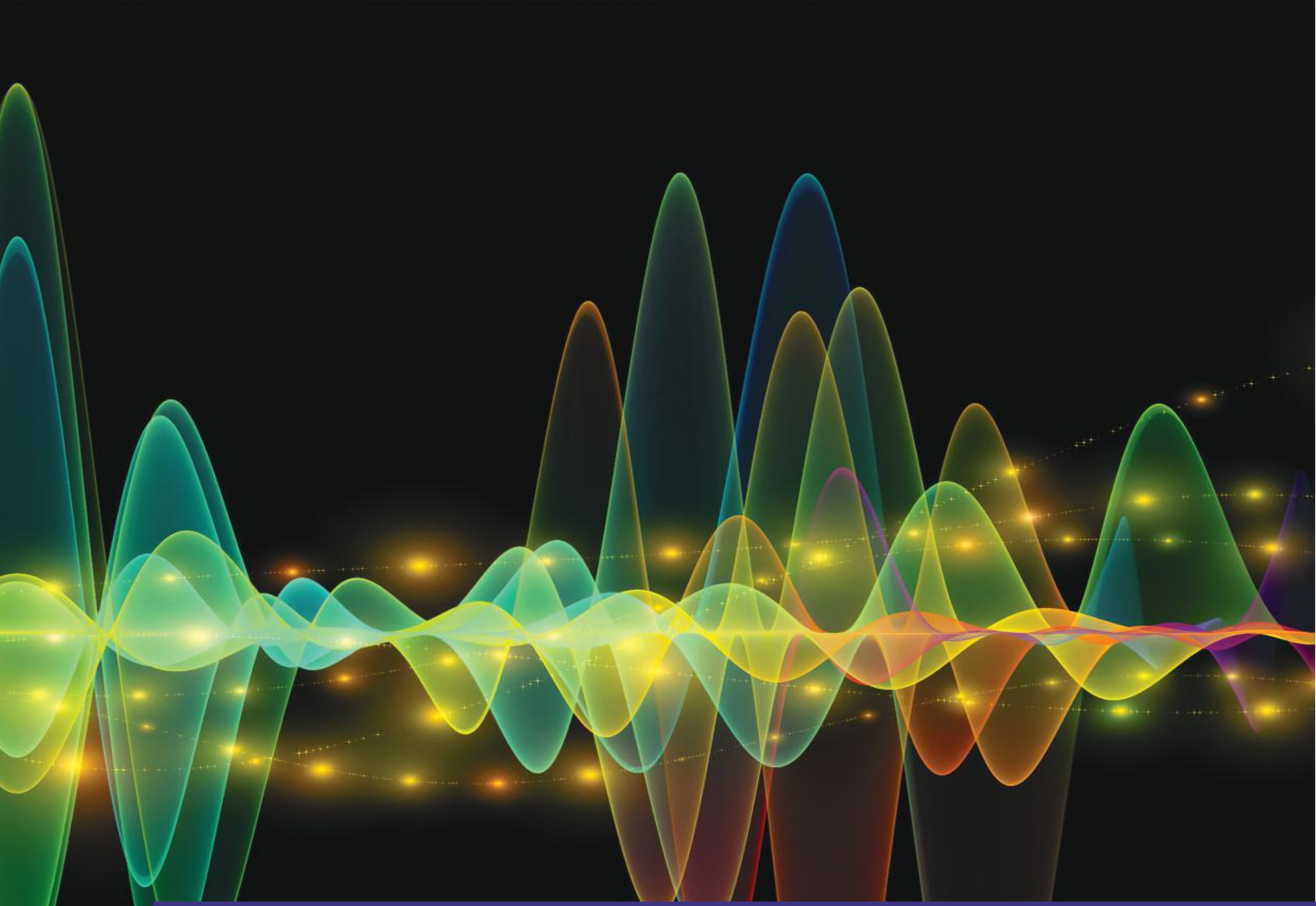
تقويم الوحدة

الدرس 1-3: جهد الجاذبية

25. احسب طاقة الوضع التجاذبية لجسم كتلته 1200 kg يرتفع 200 km عن سطح الأرض؟

الدرس:1-4 الحركة المدارية

26. لكوكب زحل العديد من الحلقات التي تحيط به وهي تتكوَّن من جُسَيمات صغيرة تدور حوله. فإذا كانت كتلة زُحل تبلغ 5.69×10^{26} kg والقطر الخارجي لإحدى الحلقات 2.72×10^{8} m فكم يبلغ الزمن الدوريّ المداريّ لجُسَيم على الحافة الخارجية للحلقة كي يُكمِل مداره عليها؟



الوحدة 2

الاهتزازات والخصائص المُتقدِّمة للموجات

Oscillations and Advanced Properties of Waves

في هذه الوحدة

P1203

P1204

الوحدة 2

مقدّمة الوحدة

تحدث الحركة التوافقية عندما تتكرّر الحركة كثيرًا وفق أنماط مُتطابِقة تُسمّى الاهتزازات.

نجد في حياتنا اليومية كثيرًا من الأمثلة على الحركة التوافقية كاهتزاز خيط وتأرجح جسر تحت تأثير الرياح. وحتى الذرّات في المواد الصلبة التي تهتز حول مواضع ثابتة هي أحد أشكال الحركة التوافقية.

يمكن استخدام الكتلة المهتزّة في نابض أو البندول أو الشريط المطّاطي لمحاكاة الاهتزازات المختلفة ودراسة تغيُّرات الطاقة التي تحدث أثناء الحركة التوافقية. يتعيَّن على المهندسين دراسة الاهتزازات التي يمكن أن تحدث في المباني والجسور بسبب الرياح العاتية. يتم تصميم الهياكل لضمان عدم تطابُق اهتزازات المباني مع اهتزازات هبوب الرياح.

يستخدم العلماء أيضًا مبدأ الرنين والتردُّد الطبيعي عند بناء ساعة ذرّية. فإذا استخدموا أشعة ميكرويف ترددها مساوٍ للتردُّد الطبيعي للسيزيوم -133، فإن اهتزازات ذرات السيزيوم تتحكم في اهتزاز دائرة كهربائية، تقوم بدورها بتشغيل الساعة الذرّية.

الأنشطة والتجارب

1-2	تحديد تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط
a2-2	بندول بارتون
b2-2	الحصول على الرنين عمليًا

الدرس 2-1

الحركة التوافقية البسيطة

Simple Harmonic Motion

كيف تُقدّر ساعة التوقيت مرور ثانية واحدة بالضبط من الزمن؟ إذا دقّقت، ستلاحظ أن أي ساعة توقيت تشتمل على جهاز يهتز. فتحديد الوقت هو في الأساس حساب اهتزازات نظام ما. لكل نوع من أنواع ساعات اليد والحائط وساعات الكمبيوتر جزء يحسب الاهتزازات. تحتوي ساعات الحائط القديمة على بندول يمكنك رؤيته يتأرجح ذهابًا وإيابًا بزمن دوري مقداره ثانيتان. يتحرّك عقرب الدقائق دورة كاملة واحدة كل 30 دورة من دورات البندول.

الشكل 2-1 ساعة كوارتز.

تستخدم معظم الساعات الحديثة، بما في ذلك الساعات الموجودة في أجهزة الكمبيوتر، بلّورة كوارتز. تهتزّ بلّورة الكوارتز بدقّة وانتظام شديدين بتردُّد 32 kHz عند تعريضها لمجال أو فرق جهد كهربائي. يتم حساب هذه الاهتزازات وتحويلها إلى نبضة واحدة في الثانية بواسطة رقاقة صغيرة. ترسل الرقاقة الصغيرة إشارة إلى مُحرِّك يدير التروس أو المسننات على مدار الساعة. ونتيجة دوران التروس، تتحرّك عقارب الساعة. تعتبر ساعة الكوارتز أكثر دقة من الساعة الميكانيكية (ساعة البندول) حيث يصل مقدار الخطأ في ساعة الكوارتز إلى ثانية واحدة كل مئة عام تقريبًا. تستخدم خاصّيّة التردُّد الثابت والزمن الدوري الثابت لبلّورة الكوارتز للحصول على ساعة توقيت جيدة ودقيقة. يبقى الزمن الدوري ثابتًا بمرور الوقت وعند درجات حرارة مختلفة، وحتّى عندما يتغيَّر فرق الجهد قليلًا. على عكس ساعة البندول، لا تحتاج ساعات الكوارتز إلى الضبط يوميًّا.

مخرجات التّعلُّم

P1203.1 يصف أمثلة للاهتزازات الحرة، ويعرف المقصود بالمصطلحات: السعة، والتردد، والزمن الدوري، والتردد الزاوي، وفرق الطور.

P1203.2 يستخدم معادلات تمثل الإزاحة، والزمن الدوري، والسرعة، والتسارع في الحركة التوافقية البسيطة ويمثلها بيانيًّا.

المفردات

Cycle	دورة
Oscillator	جسم مُهتزّ
Simple harmonic motion	حركة توافقية بسيطة
Period	زمن دوري
Frequency	تردّد
Amplitude	سعّة
Phase	طور
Angular frequency	تردُّد زاوي

الاهتزازات

ما أنواع الأنظمة التي تهتز؟

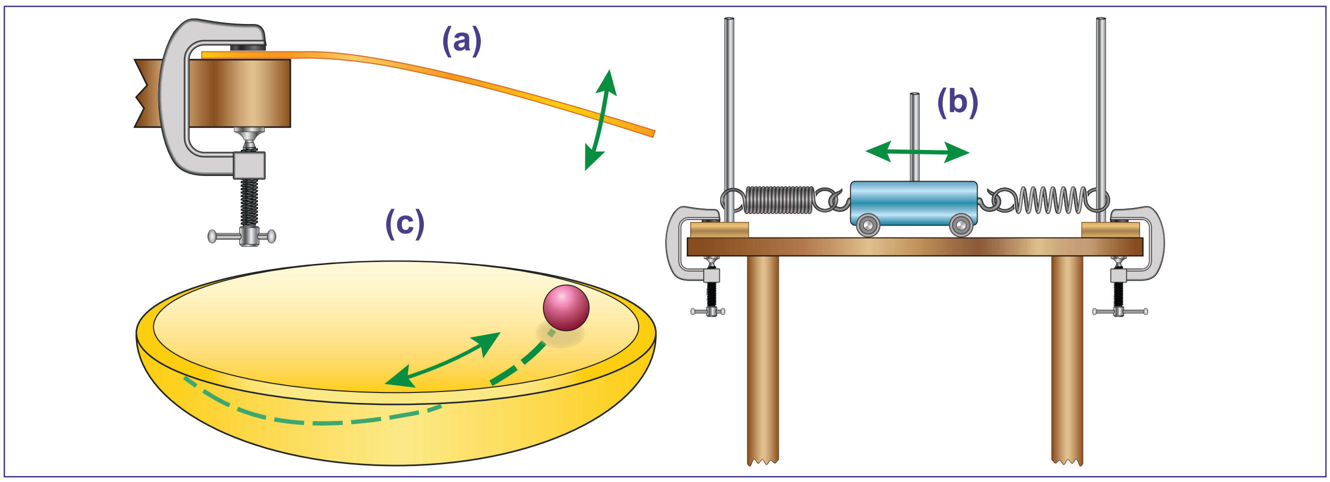
كيف يبدأ الاهتزاز؟

لديك مسطرة مُثبَّتة على طاولة (**الشكل 2-2 a**). تكون المسطرة في حالة سكون. ولكن إذا سحبتَ طرفها الحُرّ إلى أسفل وتركتَه، فسوف تهتز المسطرة إلى أعلى وأسفل. تُشبه المسطرة في حركتها جميع الأنظمة التي تهتز بحيث:

1. النظام له موضع اتّزان.
2. وجود قوّة تحرّك النظام وتدفعه بعيداً عن موضع الاتّزان.
3. وجود قوّة إرجاع تحاول دائمًا إعادة النظام إلى موضع اتزانه.

عربة فوق طاولة تتصل عند طرفَيها بنابضين (**الشكل 2-2 b**). إذا تم سحب العربة بأحد الاتّجاهين، فإن قوّة الإرجاع من النابضين تحاول إعادتها إلى الخلف. ونتيجة امتلاك العربة للزخم، فإنها تواصل الحركة إلى الجانب الآخر بعيدًا عن موضع الاتّزان. تعيد قوّة الإرجاع العربة إلى الخلف فتهتز.

مثال آخر على الاهتزاز، هو كُرة تهتز في وعاء نصف كروي. (**الشكل 2-2 c**). إذا حُرِّكت الكُرة من مركز الوعاء ثم تُركت، فسوف تهتزّ ذهابًا وإيابًا تحت تأثير قوّة الإرجاع من جوانب الوعاء.



الشكل 2-2 أمثلة على الاهتزازات.

استكشف

1. كيف تتغيَّر إزاحة الجسم المُهتز بالنسبة إلى موضع الاتّزان خلال حركته الاهتزازية؟
2. كيف نقيس بدقّة الزمن الدوري لجسم مُهتز؟
3. أي جسم مُهتز يسهل قياس زمنه الدوري بدقَّة؟ لماذا؟
4. هل تتسارع الأجسام المُهتزة؟
5. ما هو اتّجاه تسارُع الجسم المُهتز؟
6. متى تكون سرعة الجسم المُهتز عند قيمتها القصوى؟ ومتى تكون عند قيمتها الدنيا؟

الأنظمة المهتزة والحركة التو افقية البسيطة

النظام الذي يهتز عند تحريكه من موضع اتّزانه يُسمّى **جسمًا مُهتزًا Oscillator**. يكون للنظام المُهتزّ الخصائص التالية:

1. للنظام موضع اتّزان يكون فيه مُستقرًا.
2. يمتلك النظام مصدرًا لقوّة إرجاع تمَيل إلى إعادة النظام دائمًا باتّجاه موضع الاتّزان.
3. يحتوي النظام على خاصيّة القصور الذاتي التي تُساهم في استمرار اهتزازه بعيدًا عن موضع اتّزانه قبل أن تُعيده قوّة الإرجاع باتّجاه موضع الاتّزان.

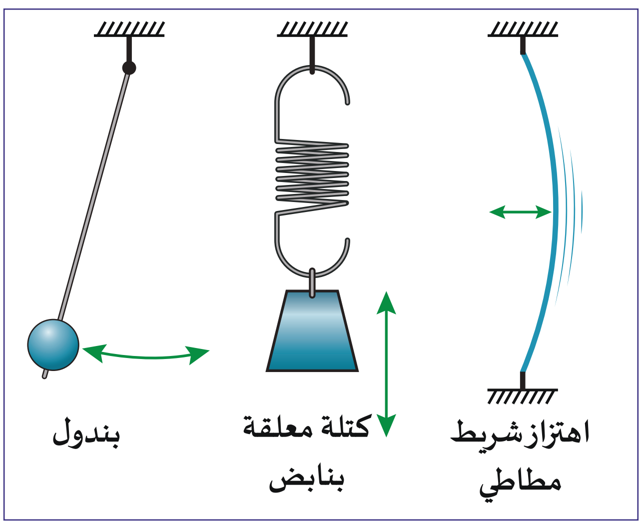
لفهم قوّة الإرجاع، فكّر في **الشكل 2-3a** الذي يبيّن كُرة في وعاء نصف كروي. إذا تم نقل هذه الكُرة إلى أحد الجوانب، فإن الوعاء يولد قوّة ارجاع تُعيد الكُرة مرَّة أخرى باتّجاه موضع الاتّزان في قعر الوعاء. قارن هذه الحالة بالكُرة الموجودة على قمّة الوعاء المقلوب في **الشكل 2-3b**. تبدأ حركة الكُرة في كلتا الحالتين من موضع الاتّزان. يكون اتّزان الكُرة في **الشكل 2-3a** اتّزانًا مُستقرًا لأنها تتمتع بقوّة إرجاع. تهتز الكُرة في هذه الحالة حول موضع الاتّزان. أما في **الشكل 2-3b** فهو غير مستقر، وبالتالي لن تهتز، ولا يمكنها العودة إلى موضع اتزانها.

الشكل 2-3 (a) اتّزان مُستقرّ (b) حالة عدم استقرار

تهتز الأنظمة عند وجود قوة إرجاع.

الحركة التو افُقية البسيطة

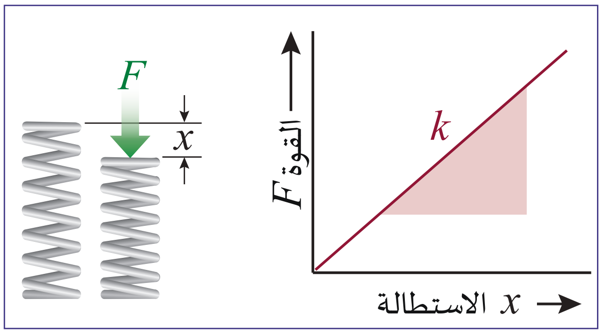
يكون النظام في **حركة تو افقية بسيطة Simple harmonic motion** عندما يتناسب مقدار قوة الإرجاع طرديا مع الإزاحة من موضع الاتزان وتكون في الاتجاه المعاكس. هذا يعني أنّ مضاعفة إزاحة جسم ما، ستُضاعف قوة الإرجاع أيضًا. تتضمَّن بعض الأمثلة الشائعة على الأنظمة الموجودة في مختبر الفيزياء البندول وكتلة مُعلَّقة بنابض وشريط مطاطي مُهتزّ (**الشكل 2-4**). كل نظام يتحرك حركةً توافقية بسيطة يهتز بتردده الخاص به.



الشكل 2-4 أمثلة على الحركة التوافقية البسيطة.

قوى الإرجاع في النابض والبندول

ينصّ قانون هوك (**المُعادَلة 2-1**) على أن القوّة F التي يُطبّقها النابض تتناسب طرديًّا مع استطالته (أو انضغاطه) x يوضّح الرسم البياني في **الشكل 2-5** استطالة النابض مع ازدياد قوّة الشد فيه. يُسمّى مَيل الرسم البياني بثابت النابض، k، وهو يقيس مدى «صلابة» النابض. وحدة قياس ثابت النابض تساوي حاصل قسمة وحدة قياس القوة على وحدة قياس الطول، أي N/m.



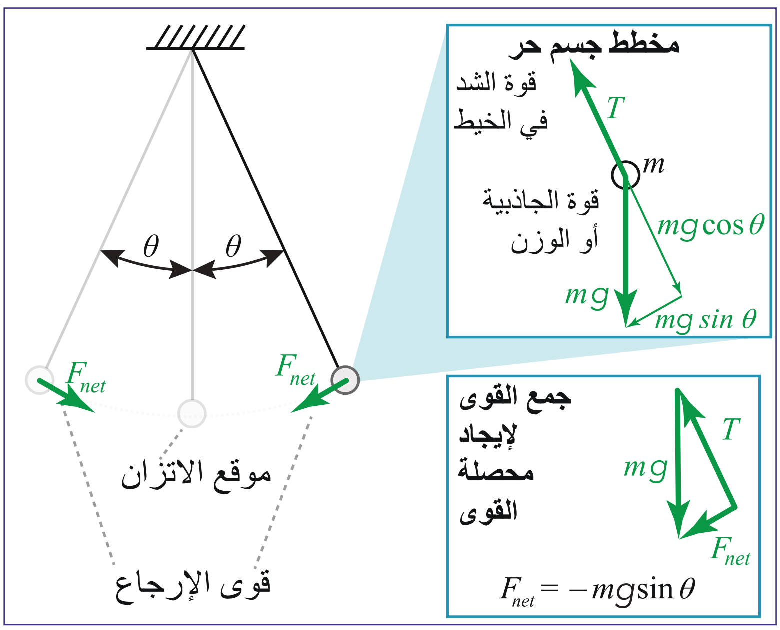
الشكل 2-5 القوّة والاستطالة لنابض.

2-1	**قانون هوك وقوة الإرجاع**	F	قوة الإرجاع (N)
	$F=-kx$	k	ثابت النابض (N/m)
		x	الاستطالة (m)

تفيدنا الإشارة السالبة في قانون هوك أن قوة الإرجاع تكون دائمًا في الاتّجاه المعاكس للإزاحة. وينطبق ذلك على جميع الأنظمة التي تهتز.

في جميع أنظمة الاهتزاز يكون اتّجاه قوى الإرجاع بعكس اتّجاه الإزاحة

يُشكّل الوزن، mg، قوّة الإرجاع في البندول؛ وهو يُؤثّر عموديًّا إلى الأسفل (**الشكل 2-6**). تؤثّر قوّة الشد، T، على امتداد طول الخيط. وعند أي زاوية θ باتّجاه اليمين، يكون اتّجاه مُحصِّلة القوى F المؤثرة في الكُتلة، باتّجاه موضع الاتّزان. عندما يمَيل الخيط بزاوية إلى اليسار، يكون اتّجاه مُحصِّلة القوى في الاتّجاه المعاكس، ونحو موضع الاتّزان أيضًا. تُعطي **المُعادَلة 2-2** قوّة الإرجاع في البندول.

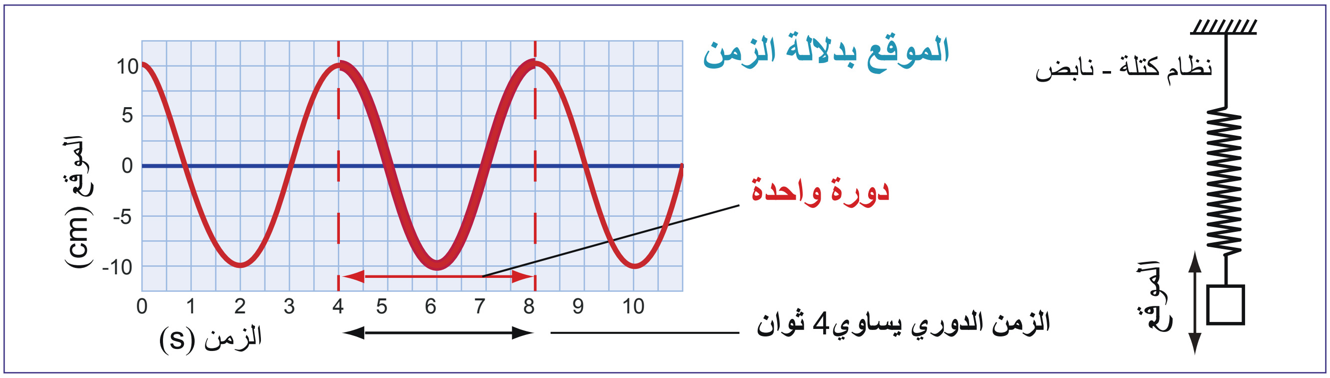


الشكل 2-6 قوى الإرجاع في البندول.

2-2	**قوة الإرجاع في البندول**	F	قوة الإرجاع (N)
	$F=-mg\sin\theta$	m	الكتلة (kg)
		g	تسارع الجاذبية (N/kg)
		θ	زاوية الإزاحة (°)

التردُّد والزمن الدوري

تشكّل **الدورة Cycle** اهتزازة كاملة. يُسمّى الزمن اللازم لقطع دورة واحدة **بالزمن الدوري Period** T. يوضّح الرسم البياني في **الشكل 2-7** الموقع بدلالة الزمن لكتلة تتدلّى من نابض وتهتز إلى أعلى وأسفل. لاحظ أن دورة كاملة تحدث في فترة زمنية تمتد من نهاية الثانية الرابعة إلى بداية الثانية الثامنة.



الشكل 2-7 الزمن الدوري لكتلة تهتز وهي مُعلّقة بنابض.

يُمثّل **التردُّد** f **Frequency** للنظام المهتز عدد الدورات في كل ثانية. يتم قياس التردُّد بوحدة هيرتز Hz. علمًا أن 1 Hz يساوي دورة واحدة في الثانية. يمكننا اختبار مجموعة كبيرة من الترددات في البيئة المحيطة بنا. يتراوح تردُّد نبض قلب الإنسان بين 1 Hz و1.67 Hz. وقد يكون تردُّد الشريط المطاطي المُهتزّ 50 Hz.

ومعلوم أن كلًّا من التردُّد والزمن الدوري يساوي مقلوب الآخر (**المُعادَلة 2-3**). فإذا كان الزمن الدوري لنظام الكُتلة والنابض في **الشكل 2-7** يبلغ 4 s، يكون تردُّده $0.25\ \text{Hz} = \frac{1}{4}$. فالاهتزازات ذات الزمن الدوري الكبير تردداتها منخفضة. بينما تكون الاهتزازت السريعة مثل أوتار الجيتار، ذات تردُّدات أعلى.

2-3	التردد والزمن الدوري		
	$f = \frac{1}{T}$	f	التردُّد (Hz)
		T	الزمن الدوري (s)

مثال 1

نابض يكمل اهتزازة واحدة كل 0.33 ثانية. ماهو تردد النابض؟

المطلوب: تردُّد النابض f

المُعطى: الزمن الدوري $T = 0.33\ \text{s}$

العلاقات: $f = \frac{1}{T}$

الحل:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.33\ \text{s}} \boxed{= 3.0\ \text{Hz}}$$

الترددُّ الزاوي

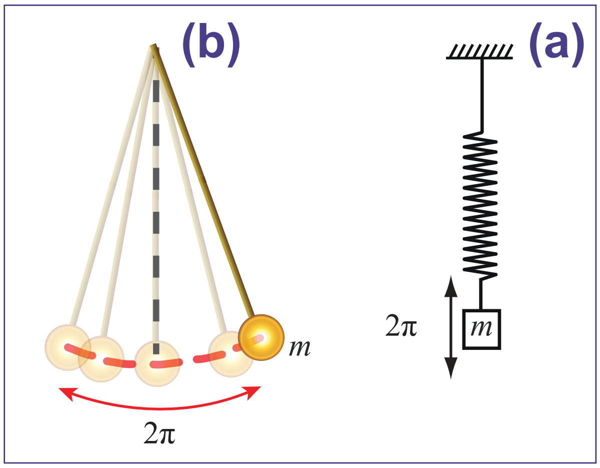
الترددُّ الزاوي ω Angular frequency هو الترددُّ المعبر عنه بوحدات الطور 2π لكل دورة. تُعادِل الدورة الكاملة 2π راديان وبالتالي فإن الترددُّ الزاوي هو حاصل ضرب 2π بالتردّد (**المُعادَلة 4-2**). فالترددُّ 1 Hz يقابله الترددُّ الزاوي 2π rad/s.

4-2	الترددُّ الزاوي	ω	الترددُّ الزّاوي (rad/s)
	$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\quad$ $\omega = 2\pi f$	f	الترددُّ (Hz)
		T	الزمن الدوري (s)

يمكن أيضًا حساب الترددُّ الزاوي من الزمن الدوري: $\omega = \frac{2\pi}{T}$. لاحظ أن π مُجرَّد رقم بلا وحدات. لذا تكون وحدة الترددُّ الزاوي ω هي s^{-1}، كوحدة الترددُّ العادي، f. غالبًا ما نكتب وحدة قياس الترددُّ الزاوي على أنها rad/s فقط لتذكيرنا بالعامل 2π.

في **الشكل 8-2 (a)**، يكمل نظام الكُتلة والنابض دورة واحدة (2π rad) في زمن 0.65 s. وبالتالي يكون تردده 1.54 Hz وتردده الزاوي 9.67 rad/s.

بينما يُكمِل البندول في **الشكل 8-2 (b)**، دورة واحدة خلال 0.7 s فيكون ترددُّه 1.43 Hz وتردده الزاوي 8.98 rad/s.



الشكل 8-2 مثالان على التردد الزاوي.

مثال 2

عندما تهتز أوتار الجيتار، تعود إلى موضع اتّزانها من أقصى إزاحة لها خلال 0.00227 s، احسب الترددُّ والترددُّ الزاوي لتلك الاوتار.

المطلوب: تردُّد الأوتار f والترددُّ الزاوي ω.

المُعطى: $\frac{T}{4} = 0.00227$ s

العلاقات: $f = \frac{1}{T}$، $\omega = 2\pi f$

الحل: 0.00227 s هو الزمن الذي تستغرقه الأوتار للعودة إلى موضع اتّزانها من أقصى إزاحة لها. يعني ذلك أن: $T = 0.00227 \times 4 = 0.00908$s.

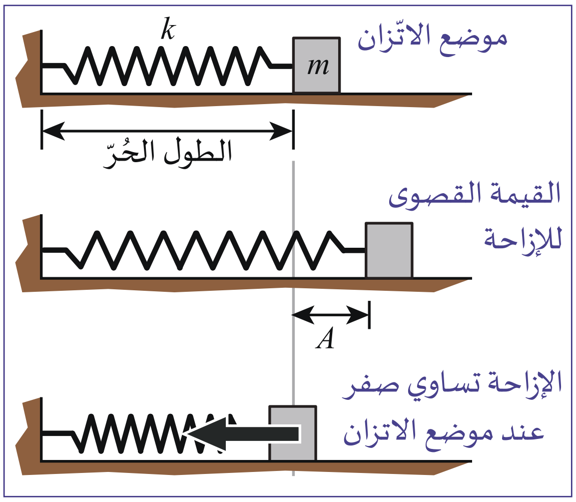
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.00908} = 110\ \text{Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(110) = 691\ \text{rad/s}$$

الإزاحة والسعة

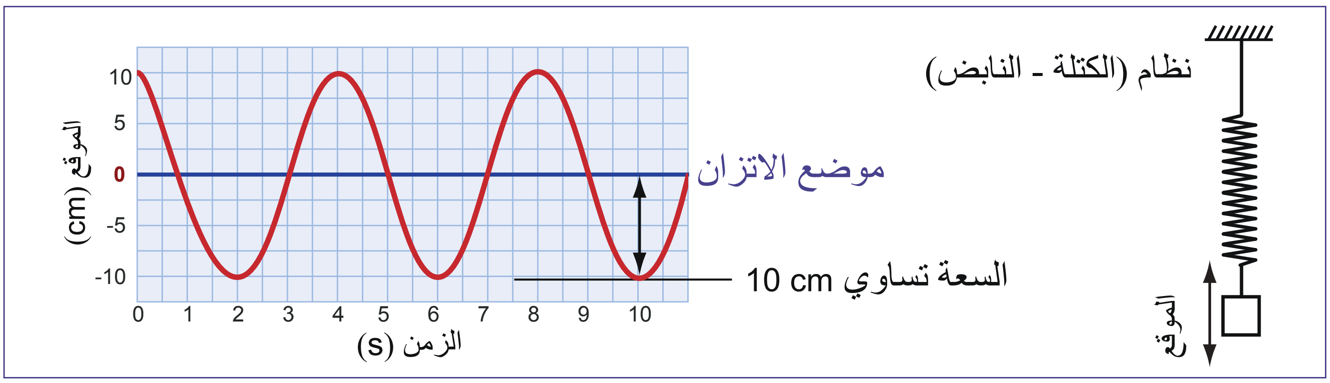
تُشكّل إزاحة النظام المهتز (الكتلة - النابض) المسافة التي تفصله عن موضع الاتّزان عند أي لحظة زمنية. الإزاحة كمّية مُتَّجِهة.

تهتزّ الكُتلة في **الشكل 2-9**. وتكون إزاحتها x من موضع الاتّزان. في حين أن الإزاحة إلى يسار موضع الاتزان هي $-x$. أما **السعة** A **Amplitude** فهي الإزاحة القصوى عن موضع اتّزان الجسم المُهتزّ. وفي النظام عديم الاحتكاك، تكون سعة الحركة التوافقية البسيطة ثابتة.



الشكل 2-9 إزاحة الكتلة عن موضع الاتّزان.

يتم قياس السعة بوحدة تتطابق مع شكل الاهتزاز. ففي حالة نظام الكُتلة والنابض تكون السعة هي المسافة المقطوعة. أما في حالة اهتزاز البندول فتكون السعة هي زاوية الانحراف. وقد تكون السعة جهدًا أو ضغطًا بالنسبة إلى أنظمة مهتزة أخرى.



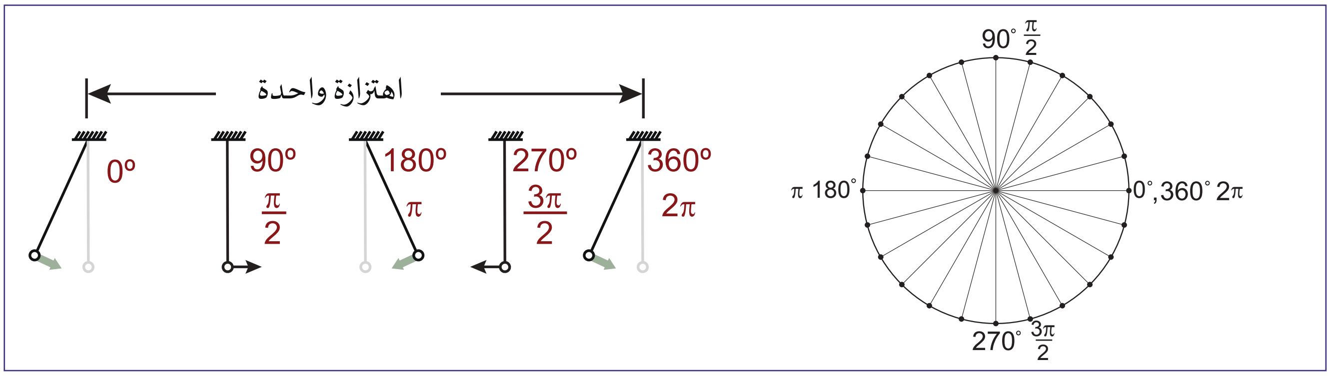
الشكل 2-10 سعة اهتزاز الكتلة المُعلَّقة بنابض.

ما الفرق بين السعة والإزاحة؟

تكمن أهمية السعة في أنها خاصّية ثابتة للاهتزاز. فالكُتلة المُعلَّقة بالنابض مثلًا تتحرَّك صعودًا ونزولًا بسعة 10 cm. بينما تعتمد الإزاحة على الزمن وتتغيَّر في كل ثانية. قد تكون الإزاحة +2 cm في لحظة ما، و -1 cm بعد ثوانٍ. يوضّح الرسم البياني في **الشكل 2-10** الكُتلة التي تتحرك على النابض بين +10 cm و -10 cm، وبالتالي فإنّ سعتها 10 cm.

الطَّور

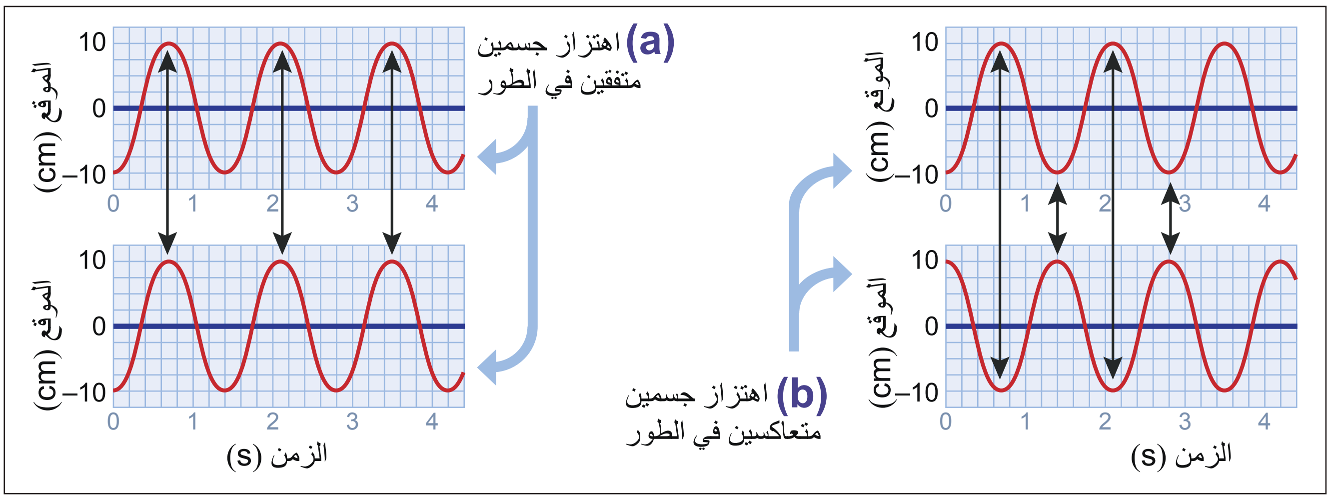
تصف كلمة **الطَّور Phase** موقع الجسم المُهتزّ في لحظة معيَّنة بالنسبة إلى دورته الكاملة. نجد أن تقسيم الدائرة الى أجزاء متساوية يمثل فكرة جيدة لوصف موقع الجسم المهتز أثناء دورته بدلالة الطور. إذا فرضنا أن اهتزازة (دورة) واحدة تساوي 360 درجة، فإن ربع الاهتزازة يساوي 90 درجة. وباستخدام وحدة rad، فإن الاهتزازة الكاملة تساوي 2π rad، وربعها $\frac{\pi}{2}$ rad . ويكون طَور الجسم المهتز كما في البندول بعد قطعه ربع اهتزازة $90°$ أو $\frac{\pi}{2}$ rad (**الشكل 2-11**).



الشكل 2-11 أطوار الجسم المهتز.

اهتزاز جسمين متفقين في الطور

قد يكون لجسمَين مُهتزّين الزمن الدوري نفسه ولكن يكون لهما طوران مختلفان. مثلًا إذا بدأنا بتحريك بندولين متماثلين معًا، فسوف تبدو الرسوم البيانية لموقعهما بدلالة الزمن كما في **الشكل 2-12a**. يكون البندولان في هذه الحالة متَّفقين في الطور، لأن كلًّا منهما يكون في الموقع نفسه عند اللحظة الزمنية نفسها.



الشكل 2-12 (a) اهتزاز جسمين متَّفقين في الطور. (b) اهتزاز جسمين متعاكسين في الطور.

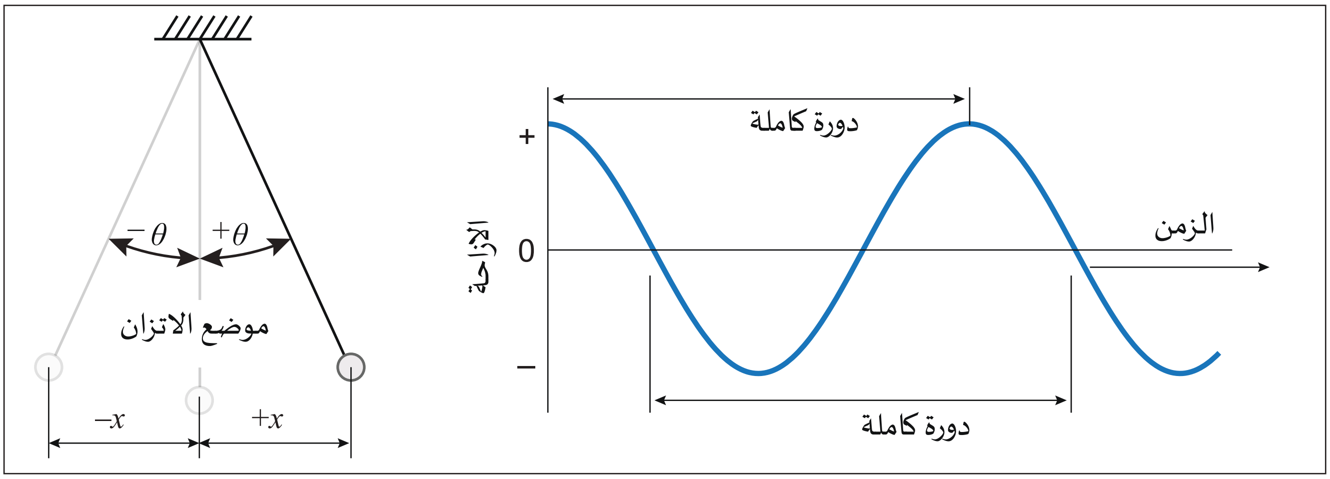
اهتزاز جسمين متعاكسين في الطور

لاحظ الرسم البياني في **الشكل 2-12b** حيث يبدأ كلا البندولين الحركة باللحظة نفسها، لكن احدهما يبدأ من اليسار، والثاني يبدأ من اليمين . عندما يكون البندول الأول في أقصى اليسار، يكون البندول الثاني في أقصى اليمين. ويكون لمنحنيي الموقع بدلالة الزمن، الزمن الدوري نفسه والسعة نفسها ولكنّهما يكونان متعاكسين في الطور. يكون فرق الطور بين البندولين 180 درجة أي π rad دائمًا (**الشكل 2-12b**). نَصِفُ هذين البندولين بأنهما متعاكسان في الطور بمقدار 180 درجة أو نصف دورة.

الحركة التوافقية البسيطة لبندول

إذا كنتَ قد استخدمت أرجوحة من قبل، تكون لديك تجربة مباشرة في الحركة التوافقية. تُعدّ الأرجوحة واحدًا من أمثلة البندول، وهي عبارة عن كتلة مُعلَّقة أسفل نقطة مركزية تمثّل محور الدوران، بواسطة حبل أو قضيب أو سلسلة. يمكن أن تهتز الكُتلة ذهابًا وإيابًا تحت تأثير قوّة الجاذبية.

- يكون البندول مُتَّزنًا عندما تكون الكُتلة في وضع السكون مباشرة تحت محور الدوران.
- الزمن الدوري هو الزمن الذي يستغرقه البندول لإكمال دورة كاملة ذهابًا وإيابًا.
- السعة هي أقصى إزاحة تنتقل إليها الكُتلة إلى جانبي موضع الاتّزان.



الشكل 2-13 دورة بندول.

يمكن وصف اهتزازات البندول بتحديد الزاوية θ أو المسافة x. لاحظ أن بالإمكان «حساب» دورة كاملة من أي نقطة في دورة معينة إلى النقطة المماثلة لها في الدورة التالية. تكون الدورة الكاملة مثلًا، من القمة إلى القمة، أو من الصفر إلى الصفر في الاتّجاه نفسه.

يتحرك البندول بحركة توافقية بسيطة عندما لا تتجاوز سعته الزاويّة $5°$.

لا يعتمد الزمن الدوري للبندول على الكُتلة بل يعتمد على طول الخيط فقط، على اعتبار أن تسارع الجاذبية ثابت. تعطي **المُعادَلة 2-5** الزمن الدوري لبندول معروف الطول عندما لا تكون سعة الاهتزاز كبيرة.

ما المتغيّرات التي تؤثّر في الزمن الدوري للبندول؟ ماذا سيحدث لهذا الزمن إذا كان البندول موجودًا فوقَ قمة إيفرست التي ترتفع 8000 م؟ وكيف سيتغيَّر الزمن الدوري إذا أُخِذ البندول إلى القمر؟

5-2	الزمن الدوري لبندول	T	الزمن الدوري (s)
	$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$	L	طول الخيط (m)
		g	تسارع الجاذبية (m/s^2)

نظام اهتزاز الكتلة -النابض

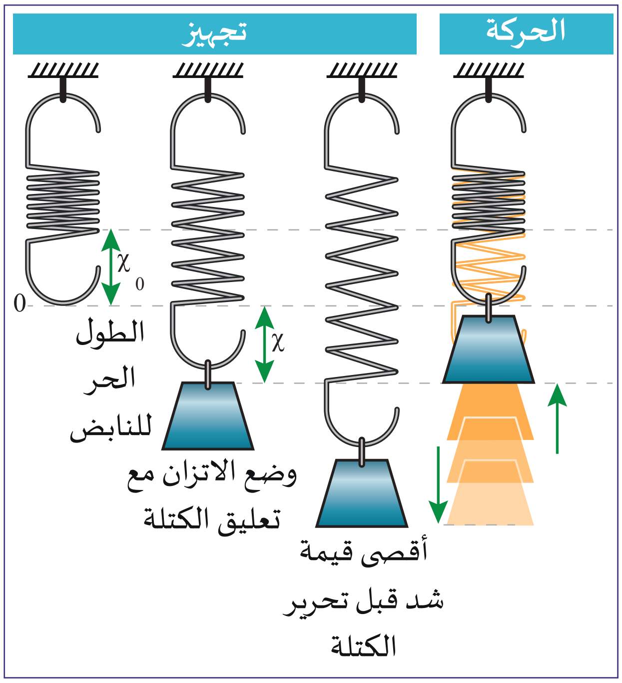
هو نظام توافُقيّ بسيط شائع، حيث تتَّصل الكُتلة بنابض يهتزّ بحُرّية. في نظام الكُتلة - النابض الرأسي، يكون موضع الاتّزان حيث تكون قوّة شد النابض مساوية لوزن الكُتلة. تعمل قوتا الجاذبية والشد في النابض معًا للحصول على قوّة إرجاع تحاول إعادة الكُتلة أو سحبها باتّجاه موضع الاتّزان. كما توجد أنظمة مادّية حقيقية كثيرة مشابهة لنظام الكُتلة - النابض، بما في ذلك الآلات الموسيقية والتراكيب الجيولوجية في الزلازل، وحتى الذرّات في المواد الصلبة.

خصائص نظام اهتزاز الكتلة -النابض

بعد ملاحظة اهتزاز الكُتلة - النابض في المختبر، نجد ما يلي:

- يزداد التردُّد عندما يصبح النابض أكثر صلابة (أي عندما يكون ثابت النابض k أكبر).
- يقل التردُّد بازدياد الكُتلة.
- لا يعتمد التردُّد على السعة ما دامت السعة صغيرة.

يعتمد التردُّد والزمن الدوري لنظام اهتزاز الكُتلة - النابض على الكُتلة وثابت النابض. تُظهر **المُعادَلة 2-6** أن الزمن الدوري يتناسب مع الجذر التربيعي لنسبة الكُتلة على ثابت النابض. لاحظ أن ذلك يختلف عن الزمن الدوري للبندول الذي يكون مستقلًا عن الكُتلة.



الشكل 2-14 قوة الإرجاع لنظام اهتزاز الكتلة والنابض.

كيف يمكن تغيير الزمن الدوري لنظام الكتلة - النابض؟ ما تأثير زيادة الكتلة على اهتزاز الكتلة - النابض؟ كيف يؤثر استخدام نابض يمتلك ثابت نابض صغير على حركة النظام المهتز؟

6-2	الزمن الدوري لنظام اهتزاز الكتلة - النابض	T	الزمن الدوري (s)
	$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$	m	الكتلة (kg)
		k	ثابت النابض (kg/s^2) أو (N/m)

مثال 3

كم يبلغ طول بندول إذا كان زمنه الدوري 1.3 s؟

المطلوب: طول البندول L

المُعطى: الزمن الدوري $T = 1.3\ \text{s}$

العلاقات:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

الحل: لنفترض تسارع الجاذبية $g = 9.8\ \text{m/s}^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2\left(\frac{L}{g}\right)$$

$$L = \frac{g\,T^2}{4\pi^2} = \frac{9.8(1.3)^2}{4\pi^2} = \boxed{0.42\ \text{m}}$$

مثال 4

تتدلّى كتلة مقدارها 1.5 kg من نابض رأسي ثابت النابض له 175 N/m. يُسبّب اضطرابٌ ما اهتزاز الكُتلة. كم يبلغ الزمن الدوري والتردُّد للاهتزاز؟

المطلوب: الزمن الدوري T، التردُّد f

المُعطى: الكُتلة $m = 1.5\ \text{kg}$، ثابت النابض $k = 175\ \text{N/m}$.

العلاقات:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\ ; \quad f = \frac{1}{T}$$

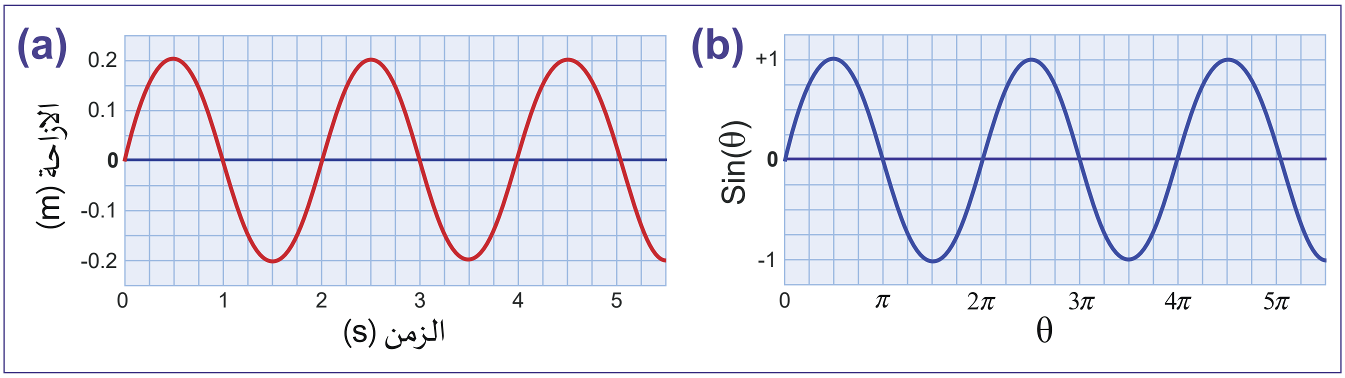
الحل:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.5}{175}} = \boxed{0.582\ \text{s}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.582} = \boxed{1.72\ \text{Hz}}$$

الإزاحة في الحركة التوافقية البسيطة

نظام كتلة - نابض يتحرك حركة توافقية بسيطة. تبلغ سعة الاهتزاز $0.2\ m$ وتستغرق الدورة 2 s. يُظهِر **الشكل 2-15a** الرسم البياني للإزاحة بدلالة الزمن لهذا النظام. بما أن دورة الاهتزاز تكتمل في ثانيتين، فإن تردُّد الاهتزاز يساوي 0.5 Hz.



الشكل 2-15 دالّة موقع الاهتزاز لنظام الكُتلة - النابض ودالّة جيب الزاوية.

تختلف المُعادلات التي تصف الحركة الاهتزازية اختلافًا جوهريًا عن معادلات الحركة الخطية. ذلك أنه في الحركة الاهتزازية تكون السرعة والتسارُع ليسا ثابتين كما يمكن أن يكونا في حالة الحركة الخطّية. بدلاً من ذلك تكون الثوابت في الحركة التوافقية عادةً: السعة والتردُّد والطَّور.

يوضّح **الشكل 2-15b** رسمًا بيانيًّا للدالّة الجيبية $\sin\theta$. لاحظ أن الرسم البياني لجيب الزاوية مطابق للرسم البياني لإزاحة الاهتزاز إذا:

1. افترضنا أن $\theta = 2\pi$ عندما تكون اللحظة الزمنية $t = 2$ s

2. ضربنا الدالّة الجيبية في السعة.

وبالتالي تكون مُعادَلة الإزاحة:

$$x = 0.2\sin\pi\, t$$

نلاحظ أن زاوية دالّة الجيب تعتمد على التردُّد الزاوي. في **الشكل 2-15**، تكون الإزاحة 0 عندما يكون $t = 0$، أي أن الجسم المُهتزّ يكون في حالة اتّزان. لدراسة الحالة عندما لا تكون الإزاحة في البداية 0، يمكننا إزاحة الموجة بإضافة ثابت الطور. باستخدام المعامل A للسعة نحصل على **المُعادَلة 2-7** وهي معادلة الإزاحة في الحركة التوافقية البسيطة.

2-7	إزاحة الحركة التوافقية البسيطة	x	الازاحة (m)
	$x = A\sin(\omega t)$	ω	التردّد الزاوي (rad/s)
		A	السعة (m)
		t	الزمن (s)

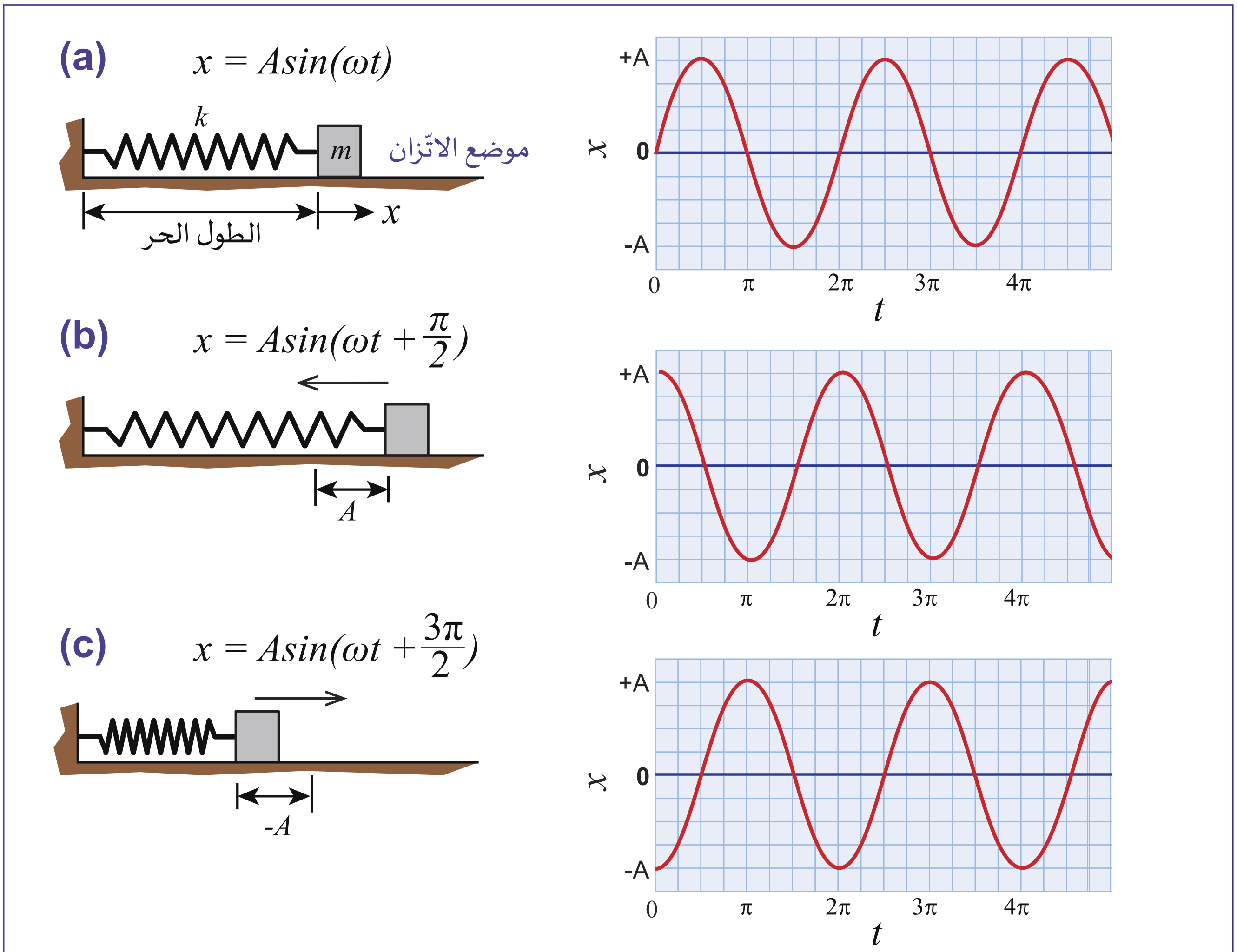
الاهتزازات مع اختلاف الطَّور

تبدأ دالّة الجيب دورتها من الصفر لأن $\sin(0)=0$. ومع ذلك قد لا يبدأ الاهتزاز دورته عند الصفر. ولكي نطابق دورة دالّة الجيب مع حركة الاهتزاز نضيف ثابت طور ϕ. ليكن لدينا نظام الكُتلة - النابض المُهتزّ في **الشكل 2-16**.

a. يبدأ الاهتزاز عند اللحظة $t=0$، ويكون طور البداية $\phi=0$. وتكون مُعادَلة الإزاحة: $x=A\sin(\omega t)$. يظهر الرسم البياني الذي يمثّل هذه الحركة في **الشكل 2-16a**.

b. يبدأ الاهتزاز ربع دورة $(\frac{\pi}{2}\text{ rad})$ قبل الاهتزاز في البند (a). ولكي نطابق دالّة الجيب مع الحركة، نحتاج إلى إضافة ثابت طور $\frac{\pi}{2}$ لمُعادَلة الإزاحة، فتصبح $x=A\sin(\omega t+\frac{\pi}{2})$. يَظهر الرسم البياني للحركة في **الشكل 16-2b**.

c. يبدأ الجسم المُهتزّ ثلاث أرباع دورة $(\frac{3\pi}{2}\text{ rad})$ قبل الاهتزاز في (a). ولكي نطابق دالّة الجيب، نضيف ثابت طَور أكبر، $\phi=\frac{3\pi}{2}$، فتصبح مُعادَلة الإزاحة: $x=A\sin(\omega t+\frac{3\pi}{2})$. يظهر الرسم البياني في **الشكل 2-16c**.



الشكل 2-16 الرسوم البيانية لإزاحة حركة اهتزازية تبدأ بزوايا طَور مختلفة.

السرعة في الحركة التوافقية البسيطة

تتغيَّر سرعة الجسم المُهتزّ باستمرار. يمكننا استنتاج شكل الرسم البياني (السرعة - الزمن) من الرسم البياني (الإزاحة - الزمن) عبر تطبيق خاصّية رياضية للدالّة الجيبية (التفاضل (الإشتقاق)).

- السرعة في أي لحظة هي مَيل منحنى الرسم البياني للإزاحة بدلالة الزمن في تلك اللحظة.
- مَيل الدالّة $A\sin(k\theta)$ يساوي رياضيًّا $kA\cos(k\theta)$ بعد الإشتقاق.

يوضّح **الشكل 2-17** الرسم البياني لكل من الازاحة والسرعة لجسم مهتز.

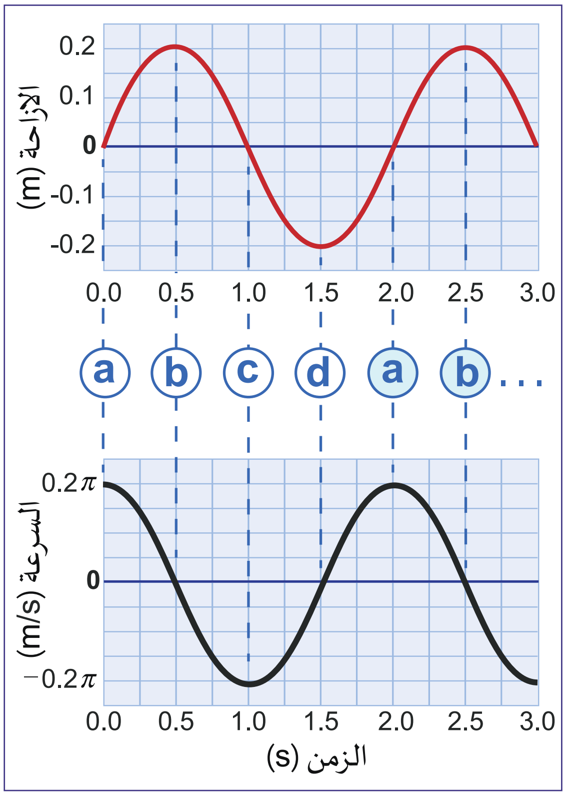
a. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t موجبًا، تكون السرعة ذات قيمة موجبة قصوى.

b. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t صفرًا، تكون السرعة صفرًا.

c. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t سالبًا، تكون السرعة ذات قيمة سالبة قصوى.

d. عندما يكون مَيل الإزاحة d بدلالة الزمن t صفرًا، تكون السرعة صفرًا.

e. تتكرَّر الدورة بالنمط نفسه.



الشكل 2-17 رسمان بيانيان للإزاحة والسرعة لنظام (الكتلة - النابض) في الشكل 2-15.

تُعطي **المُعادَلة 2-8** السرعة v بدلالة الزمن t.

لجسم مُهتزّ إزاحة وفقًا **للمُعادَلة 2-8**. نلاحظ أربع نقاط مهمة هي الآتية:

1. تتغير السرعة بتردُّد الإزاحة نفسه.

2. تتناسب السرعة القصوى طرديًّا مع التردُّد. فإذا تضاعف التردُّد، تتضاعف السرعة القصوى.

3. تتناسب السرعة القصوى طرديًّا مع السعة أيضًا. إذا تضاعفت السعة، تتضاعف السرعة القصوى.

4. يتخلّف طَور السرعة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ عن طَور الإزاحة.

8-2	السرعة في الحركة التوافقية البسيطة	v	السرعة (m/s)
	$v = \omega A\cos(\omega t)$ $v_{max} = \omega A$	v_{max}	السرعة القصوى (m/s)
		ω	التردّد الزاوي (rad/s)
		A	السعة (m)
		t	الزمن (s)

السرعة اللحظية بدلالة الإزاحة

يمكن حساب سرعة الجسم المُهتزّ عند أي لحظة بدلالة التردد الزاوي والسعة والزمن. يمكن أيضًا استخدام **المُعادَلة 2-8** لاشتقاق مُعادَلة السرعة بدلالة الإزاحة.

مُعادَلة السرعة بدلالة الزمن: $v = \omega A \cos(\omega t + \phi)$

تربيع طرفَي المُعادَلة : $v^2 = \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \phi)$

ووفقًا لقوانين المثلثات: $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

وكذلك: $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

يمكن لمُعادَلة السرعة أن تكتب: $v^2 = \omega^2 A^2 \left(1 - \sin^2(\omega t + \phi)\right)$

بتوزيع الضرب على القوسين نحصل على: $v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi)$

باستخدام مُعادَلة الإزاحة 2-7 نحصل على: $v^2 = \omega^2 A^2 - \omega^2 x^2$

يؤدي أخذ الجذر التربيعي لطرفي المُعادَلة إلى **المُعادَلة 2-9**، والتي يمكن استخدامها لحساب سرعة الجسم المُهتزّ عندما لا يكون الزمن معروفًا ولكن إزاحته معروفة. لاحظ أن هناك إشارة موجبة أو سالبة في المُعادَلة، وذلك لأن الاهتزاز يمكن أن يكون في أي من الاتجاهين عند أي موقع معين.

2-9	السرعة بدلالة الإزاحة		
	$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$	v	السرعة (m/s)
		ω	التردّد الزاوي (rad/s)
		A	السعة (m)
		x	الإزاحة (m)

مثال 5

الإزاحة لجُسَيم يتحرَّك حركة توافقية بسيطة تُعطى بالمعادلة: $x = 0.005 \cos(2t)$ (m)
احسب قيمة الإزاحة للجسيم عندما تكون سرعته 6 mm/s.

المطلوب: إزاحة الجُسَيم x

المُعطى: $x = 0.005 \cos(2t)$

العلاقات: $v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$

الحل: باستخدام معادلة السرعة

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow v^2 = \omega^2\left(A^2 - x^2\right)$$

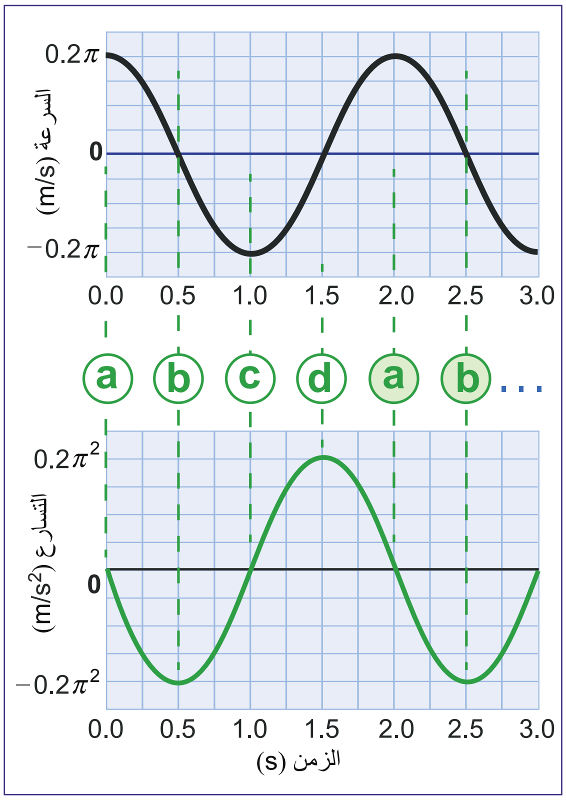
$$\omega = 2 \text{ rad/s} \;,\quad A = 0.005 \text{ m}$$

$$-x^2 = \frac{v^2}{\omega^2} - A^2 = \frac{0.006^2}{2^2} - 0.005^2 = -1.6\times10^{-5} \Rightarrow x = \boxed{0.004 \text{ m}}$$

التسارُع في الحركة التو افقية البسيطة

إذا كانت السرعة تتغيّر باستمرار، فيجب أن يتغيّر التسارُع باستمرار. تمامًا كما فعلنا مع السرعة، يمكننا استنتاج شكل الرسم البياني للتسارُع من الرسم البياني للسرعة.

- التسارُع في أي لحظة هو مَيل منحنى الرسم البياني للسرعة بدلالة الزمن في تلك اللحظة.
- يساوي مَيل الدالّة $A\cos(k\theta)$ رياضيًّا بالإشتقاق $-kA\sin(k\theta)$.



الشكل 2-18 رسوم بيانية للسرعة والتسارُع للجسم المُهتزّ في الشكل 2-15.

يوضّح **الشكل 2-18** الرسوم البيانية لكل من السرعة والتسارُع لجسم مهتز.

a. عندما يكون مَيل السرعة بدلالة الزمن صفرًا، يكون التسارُع صفرًا.

b. عندما يكون مَيل السرعة سالبًا، يكون التسارُع سالبًا وعند قيمته القصوى.

c. عندما يكون المَيل صفرًا، يكون التسارُع صفرًا.

d. عندما يكون المَيل موجبًا، يكون التسارُع موجبًا وعند قيمته القصوى.

تُعطي **المُعادَلة 2-10** التسارُع بدلالة الزمن t، لجسم مُهتزّ تكون إزاحته وفقًا للمُعادَلة 2-7. لاحظ أربع نقاط مُهمّة هي الآتية:

1. يتغيَّر التسارُع بتردُّد يساوي تردُّد كل من الإزاحة والسرعة.

2. القيمة القصوى للتسارُع تتناسب طرديًا مع مُربَّع التردُّد. إذا تضاعف التردُّد، تزداد القيمة القصوى للتسارُع أربعة أضعاف.

3. تتناسب القيمة القصوى للتسارُع طرديا مع السعة. إذا تضاعفت السعة، تتضاعف القيمة القصوى للتسارُع.

4. طور الرسم البياني للتسارُع يتخلف بمقدار $\frac{\pi}{2}$ بالنسبة للرسم البياني للسرعة وبمقدار π بالنسبة للرسم البياني للإزاحة.

10-2 التسارع في الحركة التو افقية البسيطة

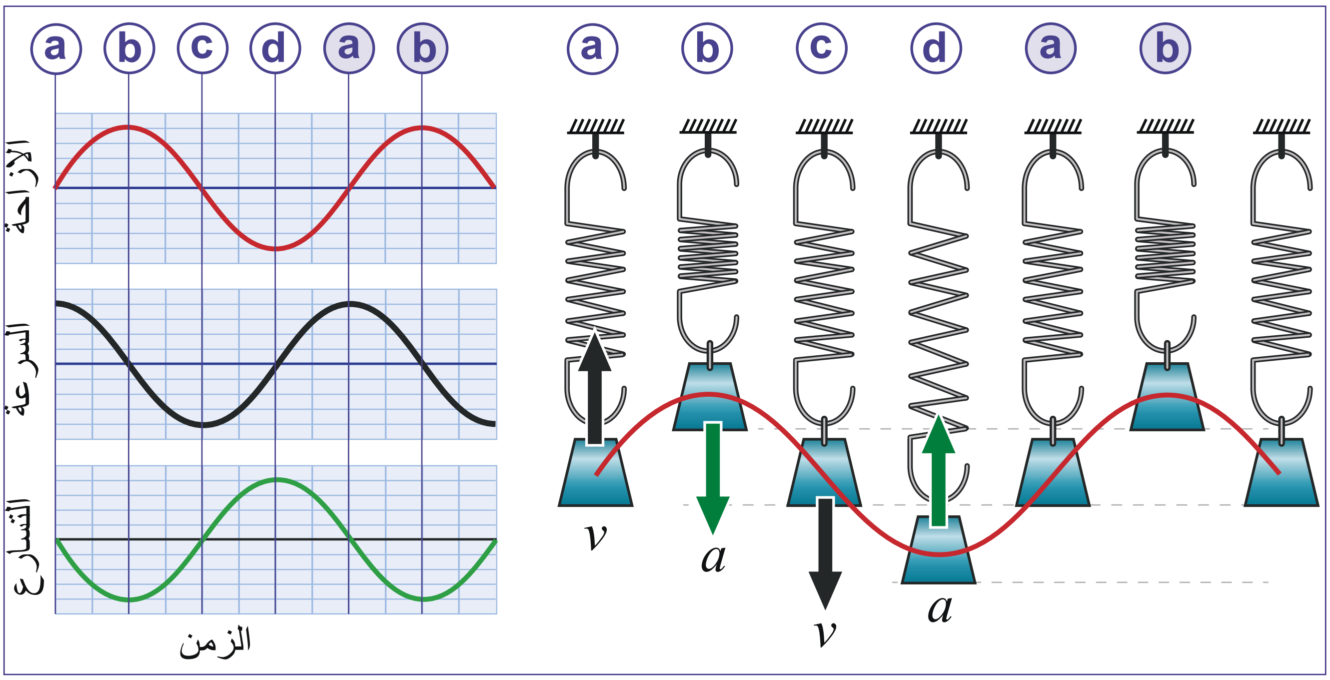
$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t)$$
$$a_{max} = \omega^2 A$$

a	التسارع (m/s^2)
a_{max}	القيمة القصوى للتسارع (m/s^2)
ω	التردّد الزاوي (rad/s)
A	السعة (m)
t	الزمن (s)

الرسوم البيانية الموجزة للحركة التو افقية البسيطة

ينصّ القانون الثاني لنيوتن على أن التسارُع يتناسب طرديا مع مُحصّلة القوى. وتكون أقصى قيمة لقوّة الإرجاع في الحركة الاهتزازية عندما تكون الإزاحة عند قيمتها القصوى بالنسبة إلى موقع الاتّزان ولكن في الاتّجاه المعاكس. ويكون التسارُع صفرًا عندما تكون قوّة الإرجاع صفرًا. يحدث ذلك عند مرور الجسم المُهتزّ في موضع الاتّزان.

عندما تهتز الكُتلة، تصل إلى سرعتها القصوى لحظة مرورها بموضع الاتّزان. وتكون سرعتها 0 m/s عندما تصل إلى أقصى إزاحة لها. يوضّح **الشكل 2-19** الرسوم البيانية للمتغيّرات الثلاثة وعلاقتها بطَور الجسم المُهتزّ بحركة توافقية بسيطة.



الشكل 2-19 الرسوم البيانية للحركة التوافقية البسيطة.

التسارُع الأقصى لنظام الكُتلة - النابض

يتم حساب القيمة القصوى لتسارع نظام الكتلة - النابض من معادلة الزمن الدوري والتردُّد الزاوي.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$a_{max} = \frac{k}{m}A$$

التسارُع الأقصى للبندول البسيط

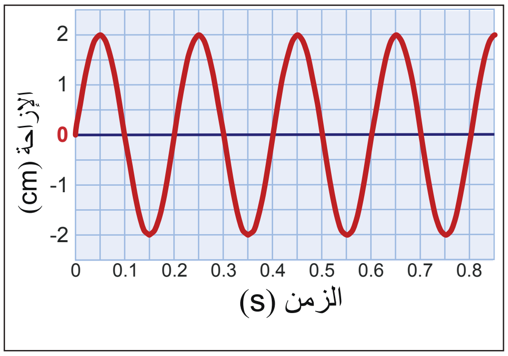
يمكن أيضًا حساب القيمة القصوى لتسارع البندول من معادلة الزمن الدوري والتردد الزاوي. لنفرض A السعة الأفقية للاهتزازات ذات الزاوية الصغيرة التي تقل عن $5°$.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$a_{max} = \frac{g}{L}A$$

مثال 6



الشكل 2-20 إزاحة الحركة لكتلة مهتزة.

يُظهر الرسم البياني حركة كتلة تهتز حول نقطة اتّزان ثابتة.
استخدم الرسم البياني لتحديد ما يلي:

a. الزمن الدوري والتردد الزاوي.
b. السرعة القصوى للكتلة.
c. أقصى تسارُع للكتلة.

المطلوب: **a.** الزمن الدوري T والتردد الزاوي ω.
b. السرعة القصوى للكُتلة v_{max}
c. أقصى تسارُع للكُتلة a_{max}

المُعطى: الرسم البياني

العلاقة: $v_{max} = \omega A$
$a_{max} = \omega^2 A$

الحل: **a.** يمكن ملاحظة الزمن الدوري للحركة من الرسم البياني. تُكمِل الكُتلة دورة واحدًة في زمن 0.2 s. لحساب ω، نستخدم العلاقة مع الزمن الدوري:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{0.2} = 31.4 \text{ rad/ s}$$

b. السعة A تساوي 2 cm = 0.02 m.

$$v_{max} = \omega A = (31.4)(0.02) = \boxed{0.628 \text{ m/s}}$$

c. لحساب أقصى تسارُع نستخدم العلاقة:

$$a_{max} = \omega^2 A$$

$$a_{max} = (31.4)^2 (0.02) = \boxed{19.7 \text{ m/s}^2}$$

مثال 7

يتحرك جسم حركةً توافقية بسيطة، وتُعطى إزاحته بالمُعادَلة:

$x = 0.05\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ حيث تقاس x بالمتر.

a. كم تبلغ سعة الحركة وتردُّدها الزّاوي وزمنها الدوري وثابت طَوْرها؟

b. أوجد مُعادلتَي السرعة والتسارُع بدلالة الزمن.

c. استخدم نتائجك لتمثيل إزاحة الحركة على الرسم البياني.

المطلوب: **a.** السعة A؛ والتردُّد الزاوي ω، والزمن الدوري T، وثابت الطور ϕ.

b. معادلتا السرعة والتسارُع.

c. الرسم البياني للازاحة

المُعطى: $x = 0.05 \sin (2\pi t + \frac{3\pi}{2})$

العلاقات:

$x = A\sin (\omega t + \phi)$ $\quad v_{max} = \omega A$

$v = \omega A\cos (\omega t + \phi)$ $\quad a_{max} = \omega^2 A$

$a = -\omega^2 A\cos (\omega t + \phi)$

الحل: **a.** يمكننا الحصول على قيم A و ω و ϕ من معادلة الإزاحة:

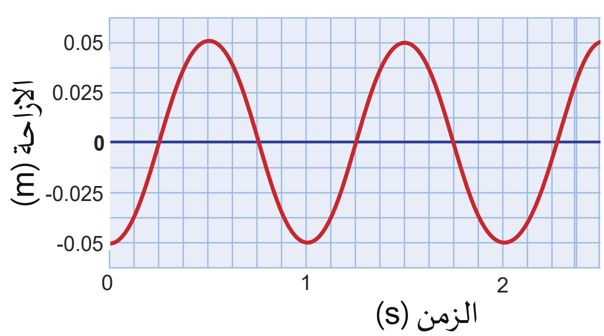
$$A = 0.05 \text{ m} \qquad \omega = 2\pi \qquad \phi = \frac{3\pi}{2} \qquad T = \left(\frac{2\pi}{\omega}\right) = \left(\frac{2\pi}{2\pi}\right) = 1 \text{ s}$$

b. بالتعويض عن جميع القيم نحصل على:

$$v = 2\pi(0.05 \text{ m})\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \qquad v = 0.1\pi\cos\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$a = -(2\pi)^2(0.05 \text{ m})\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right) \qquad a = -0.2\pi^2\sin\left(2\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$$

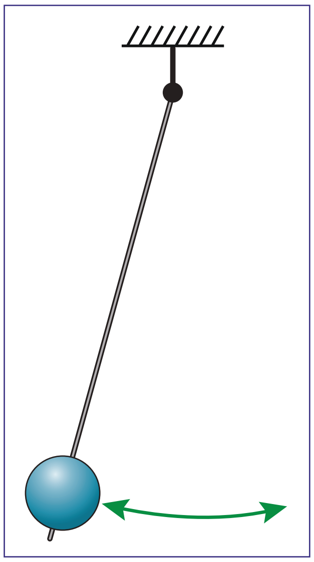
c. ثابت الطور $\frac{3\pi}{2}$ يعني أن الجسم قد أكمل ثلاثة أرباع الدورة عند $t = 0$. يكون الرسم البياني للإزاحة:



نشاط 2-1 تحديد تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط

سؤال الاستقصاء	احسب تسارُع الجاذبية g باستخدام بندول بسيط
الموادّ المطلوبة	حامل، خيط، ساعة إيقاف، كتلة مُعلَّقة.

خطوات التجربة



الشكل 2-21 بندول بسيط.

1. صمّم بندولاً بسيطًا بندول بسيط كما هو موضَّح في **الشكل 2-21**. اجعل طول خيط البندول أقلّ من متر واحد.
2. اسحب كتلة البندول بزاوية $5°$ مع الاتّجاه الرأسي، ثم دعْها لكي تهتز. قس الزمن اللازم لحركة البندول لإنهاء عشر اهتزازات. اقسم هذا الزمن على عشرة لحساب الزمن الدوري لاهتزازة واحدة للبندول.
3. استخدم المُعادَلة:
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$
لحساب تسارُع الجاذبية
4. كرّر التجربة مرتين مع تغيير طول الخيط إلى قيم أخرى أقل من 1m.

الأسئلة

a. هل يمكننا حساب الزمن الدوري بقياس زمن اهتزازة واحدة مباشرة، بدلاً من قياس زمن 10 اهتزازات؟ لماذا لا يفضل استخدام هذه الطريقة؟
b. املأ جدول البيانات بالقيم المحسوبة لثلاثة أطوال مختلفة.
c. احسب التردُّد الزاوي لكل طول.
d. احسب تسارُع الكُتلة لكل طول.

بندول الساعة

1. قم ببناء بندول بسيط يكون زمنه الدوري ثانية واحدة بالضبط.
2. باستخدام النوابض والكتل المتاحة في المختبر المدرسي، صمّم نظام كتلة-نابض يكون زمنه الدوري ثانية واحدة فقط.
3. هل تتفق نتائجك مع التجربة العملية؟

تقويم الدرس 1-2

1. يبلغ الزمن الدوري لبلّورة الكوارتز في ساعة يد 0.00350 s. كم يبلغ تردُّدها بوحدة Hz؟

2. إذا كان تردُّد جسم مُهتزّ 60 Hz، فكم يبلغ عدد الدورات الكاملة التي ينجزها في ثانيتين؟

3. تهتزّ أرجوحة ذهابًا وإيابًا 21 مرة خلال 30 ثانية.
   a. كم يبلغ الزمن الدوري للحركة؟
   b. كم يبلغ تردُّد الحركة؟
   c. كم يبلغ التردُّد الزاويّ للحركة؟

4. استخدم العلاقة البيانية أدناه لإيجاد الآتي:

   a. ما عدد الاهتزازات التي تحدث خلال 10 s؟
   b. كم تبلغ سعة الحركة؟
   c. ما مقدار الزمن الدوري للحركة وما تردُّدها؟
   d. ما مقدار التردُّد الزاويّ للحركة وما القيمة القصوى لتسارعها؟

5. تتعرّض كتلة لحركة توافقية بسيطة سعتها 4 mm وتردُّدها 0.32 Hz. تتساوى إزاحة الكتلة مع سعتها عند $t = 0$ s.
   a. ما المعادلة التي تصف إزاحة هذه الحركة؟
   b. ما المعادلة التي تصف سرعة هذه الحركة؟

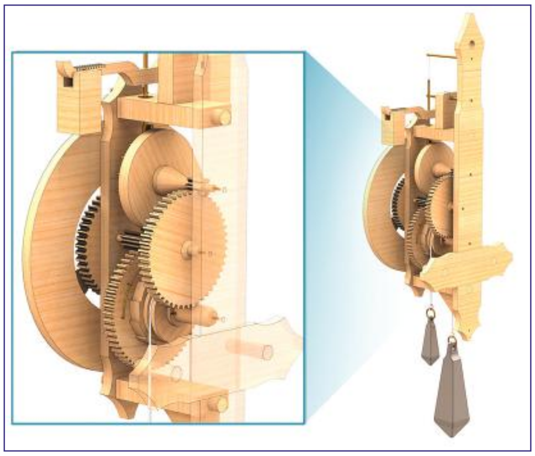
6. تتأرجح كتلة 0.45 kg من الطرف السفلي لنابض رأسي، فتنجز اهتزازة واحدة كل 0.55 s. يتم ضغط النابض مسافة 10 cm ثم تحريره عند اللحظة $t = 0$ s.
   a. اكتب المعادلة التي تصف إزاحة هذه الحركة.
   b. ما الزمن اللازم للكتلة المهتزة كي تعود إلى موضع اتّزانها لأوّل مرة؟

الدرس 2-2

الاهتزازات القسرية والرنين

Forced Oscillations and Resonance

نظريًّا، وفي غياب أي مقاومة للهواء وأي احتكاك، يمكن للجسم المُهتزّ أن يهتزّ إلى الأبد. ومع ذلك فإن الوجود الدائم لمقاومة الهواء والاحتكاك يُسبّب تخامُد الاهتزازات وإجبارها على التوقُّف بسرعة معقولة. والسؤال الذي يطرح نفسه: كيف تعمل الساعات ذات البندول؟ ولماذا لا يتوقَّف البندول عن الاهتزاز بعد ثوان؟



الشكل 2-22 التروس داخل الساعة ذات البندول.

يتَّصل البندول في الساعة بتروس (مُسنَّنات) وهي التي تُدير عقارب الساعة. يتَّصل أيضًا بتروس أخرى مُتَّصلة بكتلة ثقيلة مُعلَّقة بها. كلّما اهتز البندول كما في (**الشكل 2-22**) تدور التروس، فتؤدّي إلى إنزال الكُتلة مسافة صغيرة إلى أسفل. عندما تحرِّر تلك الكُتلة طاقة وضع تجاذبية تنتقل إلى البندول. هذا المصدر الإضافي من الطاقة يمكن أن يُبقي الساعة ذات البندول تعمل لعدة أيام قبل أن يتم رفع الكُتلة مرة أخرى.

مخرجات التّعلُّم

P1204.1 يصف أمثلة عملية للاهتزازات القسرية والرنين، ويوضح كيف تتغير سعة الاهتزاز القسري عندما يصبح التردُّد قريبًا من أو يساوي التردُّد الطبيعي للنظام.

P1204.3 يصف الظروف التي يكون الرنين مرغوبًا فيه، والظروف الأخرى التي لا يكون فيها الرنين مرغوبًا فيه.

المفردات

قوة دورية	Periodic force
رنينّ	Resonance

الاحتكاك والتخامُد

معظم الأنظمة الحقيقية ليست أنظمة مغلقة. يعني ذلك أن الاحتكاك يؤثّر في أي تحوُّل أو تبادُل للطاقة. يحوّل الاحتكاك الطاقة الحركية إلى حرارة وأشكال أخرى من الطاقة. ومع انخفاض طاقة النظام المُهتزّ بسبب الاحتكاك تنخفض السعة. يُطلق على الانخفاض في السعة بسبب الاحتكاك اسم **التخامُد Damping**. وبمرور الزمن، يقلّل التخامُد من سرعة النظام المهتز تدريجيًّا إلى أن يتوقف النظام عن الحركة.

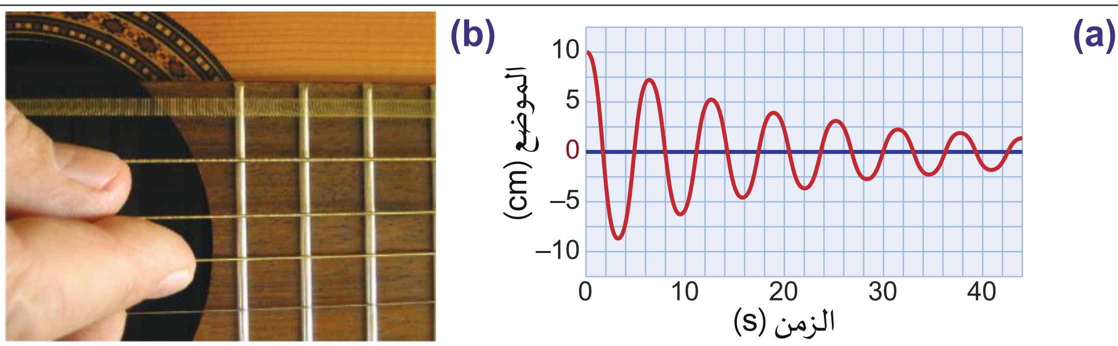
يقلل التخامد من سعة الاهتزازة.

أنظمة التخامد تحت الحد

يُظهِر الرسم البياني للموقع بدلالة الزمن في **الشكل 2-23a** تناقص السعة على امتداد عدد من الدورات، بسبب التخامُد. فالنظام الذي تقلّ فيه السعة بمرور الزمن، مع بقاء التردُّد كما هو، يُعرَف بنظام **التخامُد تحت الحدّ Underdamped**.

برغم أن التخامُد يبدو أمرًا غير مرغوب فإن هناك مواقف كثيرة تتطلَّب التخامُد. فمثلًا:

- تُصدر خيوط الجيتار وأجراسه أصواتًا لطيفَةً لأن التخامُد منخفض (تحت الحد). ويمكن أن يكون هناك العديد من الاهتزازات بالتردُّدات نفسها كما في **الشكل 2-23b**.
- ألواح الغوص تكون في تخامد تحت الحدّ، وتعود إلى الاتّزان بعد العديد من الاهتزازات.



الشكل 2-23 **(a)** التخامُد يقلّل من السعة، **(b)** اهتزاز أوتار الجيتار.

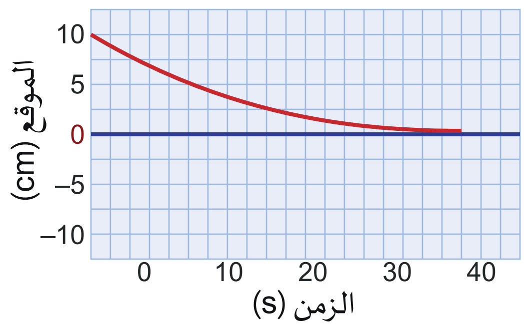
الحصول على أنظمة مُتخامِدة

1. كيف نُنشئ نظامًا مُتخامِدًا؟ وكيف تبدو خصائصه؟
2. أَنشئ بندولًا في حالة تخامُد تحت الحدّ.
3. أنشئ بندولًا آخر بحيث يمكن التقليل من تخامده.
4. ما الفرق الرئيسي بين البندولَين؟

أنظمة التخامُد فوق الحَدّ

لا يُسمح للنظام في بعض الحالات بالإهتزاز ويُرغَم النظام للعودة إلى الاتزان خلال فترة زمنية طويلة جدًا. يسمى هذا النظام في هذه الحالة بنظام **تخامُد فوق الحدّ Overdamped**. يُبيّن **الشكل 2-a24** كيف يتغيَّر موقع النظام بمرور الزمن في نظام تخامُد فوق الحدّ. تُعدّ مُخمّدات حركة الأبواب مثالًا شائعًا على نظام تخامُد فوق الحدّ يُسبّب إغلاق الأبواب ببطء وهدوء **الشكل 2-b24**. قد يتخطّى النظام في حالة التخامُد فوق الحدّ أحيانًا موضع الاتّزان.

(a)



(b)

الشكل 2-24 **(a)** رسم بياني لنظام تخامُد فوق الحدّ، **(b)** مُخمّد باب.

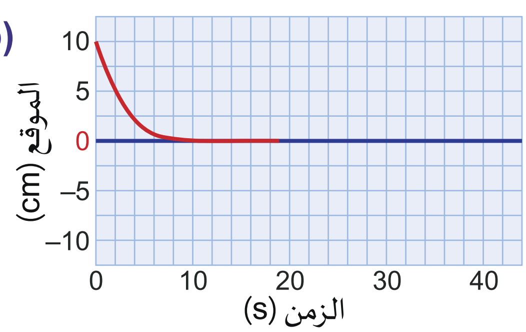
أنظمة التخامُد الحرج

في التخامد الحرج يعود النظام إلى حالة الاتزان في اقصر وقت ممكن. يُظهر الرسم البياني في **الشكل 2-a25** نظام تخامُد حرج.

فيما يلي بعض الأمثلة على أنظمة التخامُد الحرج:

- يتكوّن نظام التعليق في السيّارة من ممتصّات صدمات لضمان عودة السيّارة إلى الاتّزان بسرعة كبيرة بعد عبور حفرة أو مطبّ في الطريق (**الشكل 2-25**).
- تهتز الآلات الثقيلة في المصانع أثناء عملها، وقد يؤدّي هذا الاهتزاز إلى إتلاف الآلات. تُستخدم وسائد تخامُد أسفل الآلات لإيقاف الاهتزاز.

(a)



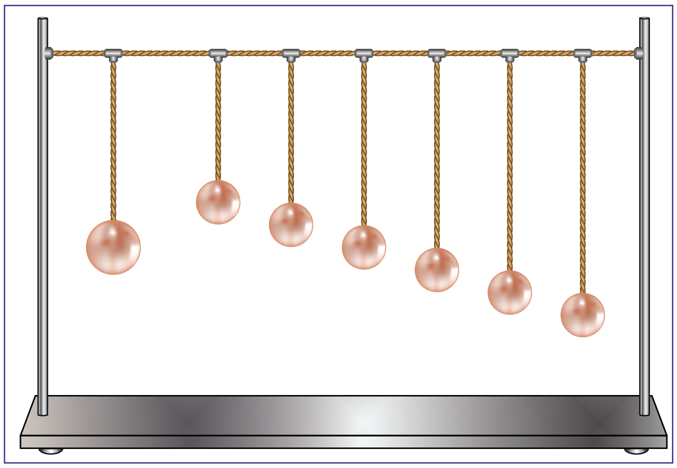
(b)

الشكل 2-25 **(a)** رسم بياني لنظام تخامد حرج، **(b)** ممتص صدمات.

نشاط 2-3a بندول بارتون

سؤال الاستقصاء	كيف يعمل بندول بارتون؟
الموادّ المطلوبة	حامل قائم، كتل متساوية المقادير، كتلة واحدة أكبر، خيوط

خطوات بندول بارتون



الشكل 2-26 بندول بارتون.

1. ركّب بندول بارتون كما هو مبيّن في **الشكل 2-26**.
2. تأكّد من أن الخيط الأول رُبِطت به الكُتلة الأكبر، وأن بقية الخيوط رُبِطت بكل منها كُتلة من الكُتل المتساوية الأخرى.
3. يُعرَف البندول الأول ذو الكُتلة الأثقل باسم بندول القيادة. ويجب أن يكون هناك بندول واحد آخر في المجموعة له طول بندول القيادة.
4. أزح أحد البندولات ودوّن الزمن الدوريّ له. لا تزح بندول القيادة الآن. أزح البندول نفسه الآن أكثر من قبل، سوف تلاحظ أن الزمن الدوريّ يجب أن يبقى نفسه.
5. أزح بندولًا آخر ودوّن الزمن الدوريّ. لاحظ أن جميع البندولات لها أزمان دوريّة مختلفة، وبالتالي تردُّدات مختلفة.
6. أزح الآن بندول القيادة. لاحظ أنه وهو يتحرَّك تهتزّ جميع البندولات الأخرى أيضًا، ولكن هناك بندولًا واحدًا يهتزّ أكثر.

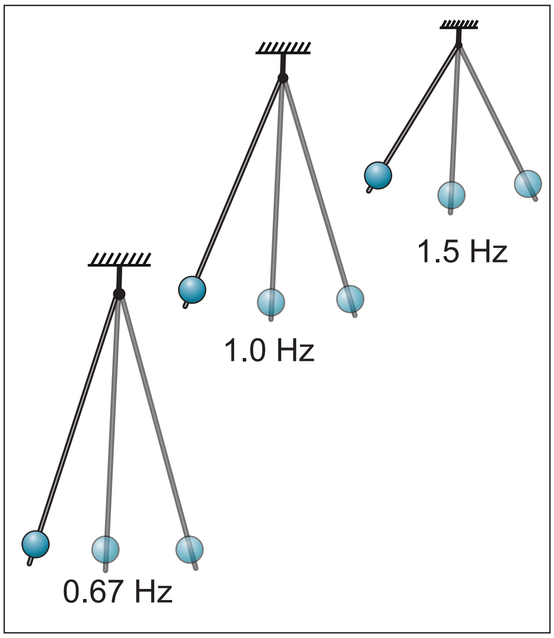
اكتشف

1. ما وجه التشابه بين بندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا؟
2. هل لبندول القيادة والبندول الأكثر اهتزازًا الطَّور نفسه؟ وإذا كانا خارج الطور، فهل يمكنك ملاحظة فرق الطور بينهما؟
3. لماذا لا تهتزّ بقية البندولات بالمقدار نفسه؟
4. كيف يمكن استخدام تبدُّد الطاقة هذا في تطبيقات الحياة اليومية؟

التردُّد الطبيعي

يهتز البندول دائما بنفس الزمن الدوري والتردد ما لم تؤثر فيه قوة خارجية. ويُسمّى تردُّد الاهتزاز لأي نظام **بالتردُّد الطبيعي Natural frequency** للنظام f_0 ذلك أن أي جسم قابل للاهتزاز يكون له تردُّد طبيعي، ومن الجدير بالذكر أن معظم الأنظمة لها أكثر من تردُّد طبيعي واحد.

يعتمد التردُّد الطبيعي على التوازن بين شدّة قوى الإرجاع ومقدار القصور الذاتي في النظام. يبيّن **الشكل 2-27** أنه كلّما زاد طول خيط البندول يقلّ تردُّد البندول ويزداد زمنه الدوريّ.



الشكل 2-27 التردُّد الطبيعي للبندول.

أمثلة على استخدام التردُّد الطبيعي

للتردد الطبيعي فوائد عدة حيث أن العديد من الاختراعات صُمِّمت للعمل على تردُّد محدّد. من الأمثلة على ذلك:

- يُضبَط وتر الجيتار الذي يعزف النوتة الوسطى C ليكون تردُّده الطبيعي 262 Hz. فعملية الضبط تمثّل تعديلًا للتردُّد الطبيعي لاهتزاز الوتر.
- تعتمد الساعات وأجهزة الحواسيب وكثير من الأجهزة الأخرى على التردُّد الطبيعي الدقيق لبلّورة الكوارتز المُهتزّة. ويحتوي جهاز الحاسوب الذي يعمل بتردُّد 2.6 GHz على ساعة كوارتز داخلية تهتز عند تردُّد 2.6 مليار دورة كل ثانية.

الشكل 2-28 ضبط أوتار الجيتار يغيّر تردُّدها الطبيعي.

كيف يمكن تغيير التردُّد الطبيعي لأوتار الجيتار؟

هل هناك أنظمة أخرى يمكن تعديل التردُّد الطبيعي لها؟

يمكن ضبط التردُّد الطبيعي في بعض الأنظمة على قيم مختلفة.

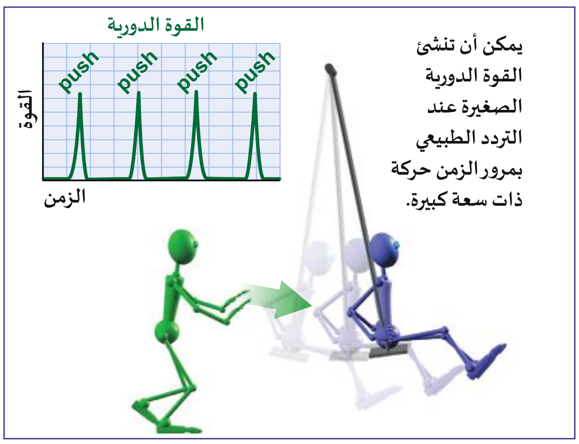
الاهتزازات القسرية

تكون العلاقة بين القوة والحركة في الحركة التوافقية البسيطة أكثر تعقيدًا ممّا هي في الحركة الخطّية. والفرق بينهما هو أن القوى يمكن أن تكون دورية. تُعرَّف **القوة الدورية Periodic force** بأنّها قوة خارجيّة تتكرّر كما في حالة الدفع المُتكرّر لأرجوحة: دفع- انتظار- دفع- انتظار. وعند استخدام قوّة دورية لجعل نظام يهتز تُعرف الاهتزازات الناتجة بالاهتزازات القسرية.

لا تزال قوانين نيوتن تُطبّق على القوى الدورية، ولكن تردُّد القوة الدورية هو متغيّر جديد يمكن أن يُحدث فرقًا كبيرًا. فعندما يتطابق تردُّد القوة الدورية مع التردُّد الطبيعي للنظام تتمكّن القوة ولو كانت صغيرة، من إنتاج اهتزاز كبير بشكل لافت. يُعرَف هذا التأثير باسم **الرنين Resonance**، وهو موجود في في كثير من الظواهر الطبيعية والتطبيقات التكنولوجية.

أمثلة على القوة الدورية

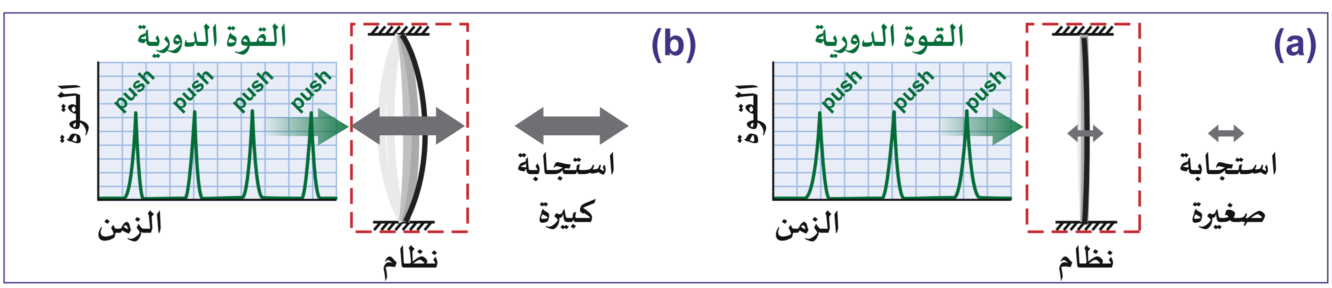
فكّر في شخص ما يدفع أرجوحة يمكن اعتبارها بندولًا له تردُّد طبيعي. فلكي تزيد سعة الاهتزاز، ادفع الأرجوحة قليلًا في كل مرة تصل فيها إلى نهاية دورتها، كما هو مبيّن في **الشكل 2-39**. تُعدّ الدفعات المُتكرّرة في لغة الفيزياء قوّة دورية لها التردُّد الطبيعي للأرجوحة. تحصل الأرجوحة من خلال الدفعات المُتكرّرة على سعة كبيرة للحركة، في حين أن أي دفعة بمفردها لن يكون لها تأثير في حد ذاتها.



الشكل 29-2 القوّة الدورية المؤثّرة في أُرجوحة.

الرنين

عندما يتطابق تردُّد القوة الدورية مع التردُّد الطبيعي للنظام، فإن كل دفعة تأتي في اللحظة المُناسِبة تزيد السعة بشكل كبير. يُعرَف هذا السلوك باسم الرنين. يحدث الرنين عندما يتطابق تردُّد القوة الدورية مع التردُّد الطبيعي للنظام. يبيّن **الشكل a30-2** عدم وجود رنين بسبب عدم تطابق تردُّد القوة الدافعة مع التردُّد الطبيعي للنظام. ويبيّن **الشكل b30-2** حدوث الرنين في حال تطابُق تردُّد القوة الدافعة مع التردُّد الطبيعي للنظام.

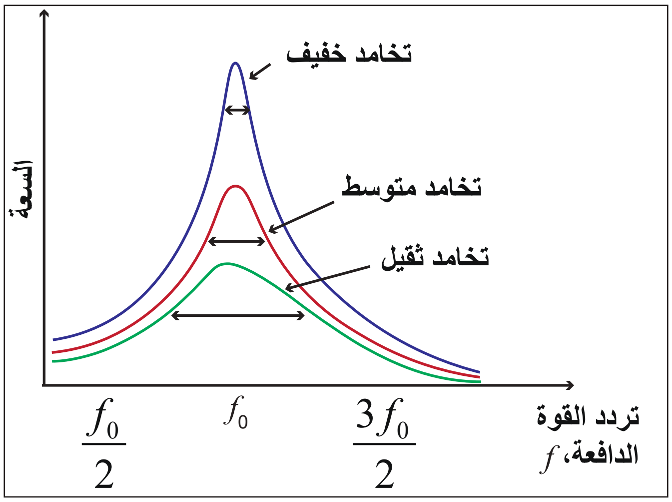


الشكل 30-2 **(a)** لا يوجد رنين، **(b)** تأثير الرنين.

التخامُد والرنين

افترض أن قوة دفع قد طُبّقت على نظام مُهتزّ. تعتمد سعة الاهتزازة لنظام الدفع على عاملين هما:

1. مقارنة تردُّد القوة الدافعة بالتردُّد الطبيعي للنظام، فإذا لم يتطابقا فإن سعة الاهتزازة تنخفض.
2. يؤثّر تخامُد النظام على السعة، فالأنظمة ذات التخامُد الأصغر تصل إلى سعة أعلى.



الشكل 2-31 السعة مقابل تردد الحركة التوافقية.

يُبيّن **الشكل 2-31** العلاقة بين السعة وتردُّد القوة الدافعة. ويُسمّى هذا الرسم البياني «منحنى الرنين».

كذلك يبيّن الرسم البياني في **الشكل 2-31** ما يأتي:

- تكون السعة صفرًا عند التردُّدات العالية.
- تكون سعة النظام المدفوع مساوية لسعة النظام الدافع عند التردُّدات المنخفضة جدًّا.
- تكون سعة النظام المدفوع عند قيمتها القصوى عندما تكون $f_0 = f$ (تردُّد النظام الدافع يساوي التردُّد الطبيعي للنظام المدفوع).

تجنُّب الرنين الميكانيكي

يهتمّ المهندسون دائمًا بتأثير الرنين عند تصميم إنشاءات، كالمباني والجسور. فالرياح القوية والزلازل قد تُسبّب اهتزازات تؤدّي إلى كوارث إذا كان تردُّدها يتطابق مع التردُّد الطبيعي للمنشأت. يستخدم جهاز Tuned mass dumper (TMD) للحفاظ على اتزان المباني عند حصول اهتزازات ذات سعات كبيرة. إحدى التقنيات المتّبعة هي تعليق بندول ضخم في المبنى، مع اختلاف في الطور بينه وبين الاهتزاز الطبيعي للمبنى. قوة رد الفعل للبندول المهتز تقلل من سعة اهتزاز المبنى. يتكوَّن برج أسباير (شعلة الدوحة) في الدوحة من نظام مهتز مخمِّد كتلة مضبوطة بتردُّد 0.22 Hz، وتبلغ كتلة النظام المهتز حوالي 14×10^4 kg.

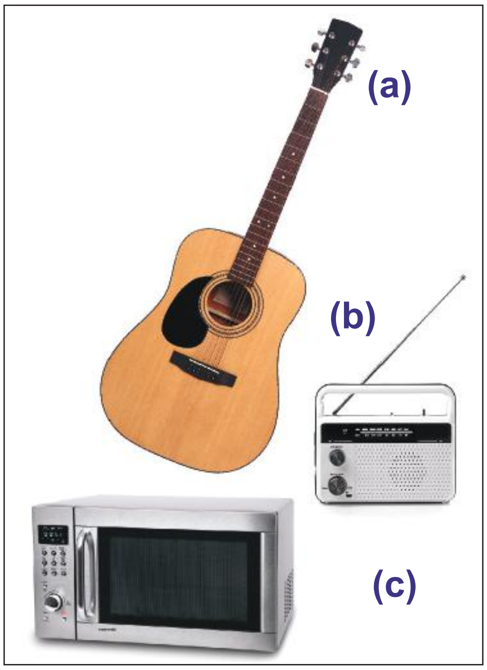
الشكل 2-32 برج أسباير الدوحة (شُعلة الدوحة).

يمكن أن يُسبّب الرنين آثارًا مرغوبة وآثارًا غير مرغوبة.

أمثلة مرغوبة للرنين

لندرس كيف يمكن أن يكون الرنين مفيدًا (**الشكل 2-33**).

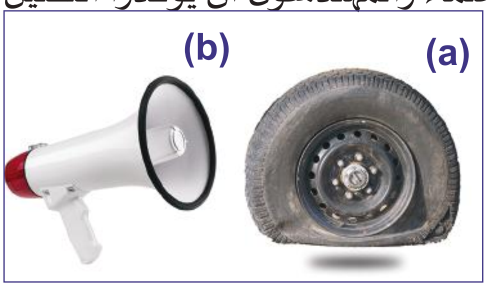
- عندما يُنقر وتر في الجيتار؛ يحدث رنينٌ للهواء في جوف الجيتار ويتضخَّم الصوت.
- يعمل المذياع على مبدأ الرنين أيضًا. فعندما تختار محطة إذاعية، يتغيّر التردُّد الطبيعي لجهاز الاستقبال ليتناسب مع تردُّد جهاز الإرسال.
- تنقل أفران الميكرويف الموجات الميكروية بتردُّدات مختلفة لتتناسب مع تردُّد الجُزيئات داخل الطعام. لذلك يكون لدى أجهزة الميكرويف الحديثة خيارات لتسخين أنواع الطعام مثل الفشار والبطاطس واللحوم. يضمن اختيار الطعام تطابُق تردُّد الفرن مع تردُّد الطعام للتسخين المناسب.



الشكل 2-33 الرنين المرغوب **(a)** الجيتار، **(b)** المذياع، **(c)** فرن الميكرويف.

أمثلة غير مرغوبة للرنين

نصادف كثيرًا من الحالات يكون فيها الرنين ضارًّا. لذلك يحاول العلماء والمهندسون أن يؤكدوا التقليل من آثار الرنين في مثل تلك المواقف (**الشكل 2-34**).



الشكل 2-34 الرنين غير المرغوب فيه **(a)** عجلة فارغة من الهواء، **(b)** مكبّر صوت.

- قد تبدأ السيّارة التي تكون إحدى عجلاتها فارغة من الهواء بالاهتزاز إذا كانت تُقاد بسرعة مُعيَّنة. يحدث ذلك خلال حركة السيارة لأن العجلة الفارغة من الهواء توفّر دفعة دورية تُنشىء تأثيرًا رنينيًّا.
- قد يكون لمُكبّرات الصوت تردُّد رنين أيضًا، حيث تُصمّم مُكبّرات الصوت ليكون تردُّد الرنين الخاصّ بها أقل من التردُّدات الأخرى التي سترسلها. **الشكل 2-44** يُمثّل الرنين غير المرغوب فيه كما في عجلة فارغة من الهواء **(a)**، أو مُكبّر صوت **(b)**.

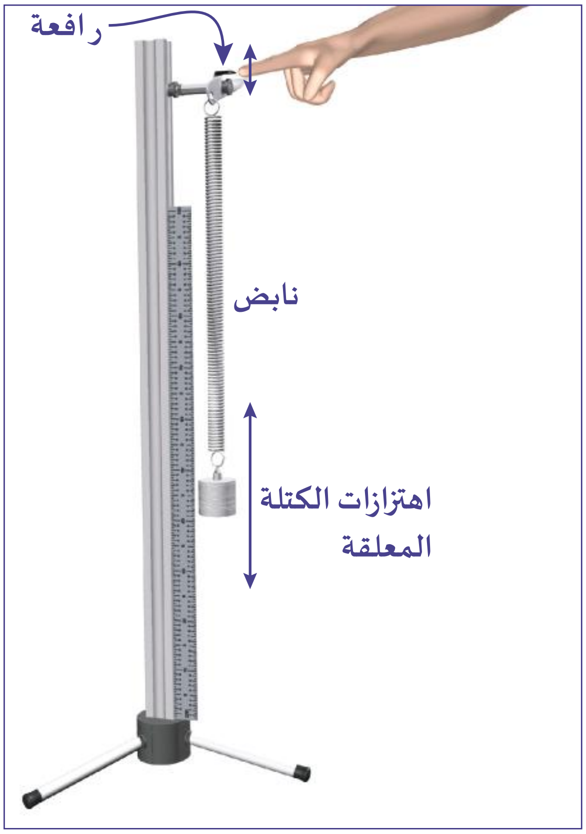
جسر تاكوما

اهتزّ جسر تاكوما ناروز في ولاية واشنطن سنة 1940. والتوى وسط رياح سرعتها 64.38 km/h؛ الأمر الذي أدى إلى انهياره المُثير الذي التقط بالفيديو. هل كان ذلك مثالًا حقيقيًا على الرنين القسري حيث التردُّد الاهتزازي للرياح تطابَق مع التردُّد الطبيعي للجسر؟

نشاط b3-2 الحصول على الرنين عمليًا

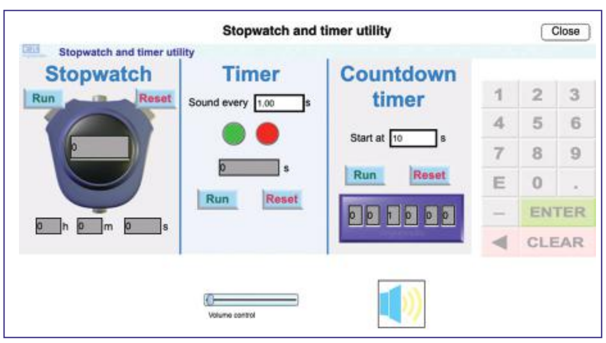
سؤال الاستقصاء	كيف يمكن جعل كتلة مُعلَّقة بنابض مُهتزّ تُحدث رنينًا إذا عُرف تردُّدها الطبيعي؟
الموادّ المطلوبة	حامل قائم، نابض، كتلة بخطّاف، مسطرة، ساعة إيقاف عادية أو رقمية.

الخطوات



الشكل 2-35 اهتزاز كتلة معلقة في نابض.

1. اربط الكُتلة ذات الخطاف بالنابض، ثم علّق النابض بالرافعة وثبّت كل ذلك بالحامل، كما هو مبيّن في **الشكل 2-35**.
2. ثبِّت مسطرة على الحامل، بحيث يكون منتصفها عند الكُتلة المُعلَّقة. اسحب الكُتلة قليلاً إلى أسفل لتبدأ اهتزازها.
3. قس زمن 10 اهتزازات. ثم اقسم على 10 للحصول على الزمن الدوري.
4. حوّل الزمن الدوريّ إلى تردُّد.
5. اضبط المؤقت الآن ليصفر عند تردُّد بين 0.1 Hz و 3 Hz.
6. أثناء استخدام إحدى يديك لتثبيت الجُزء العلوي من الحامل في مكانه، استخدم يدك الأخرى للضغط على الرافعة عند كل صافرة، كما هو مبيّن في **الشكل 2-45 b**.



الشكل 2-36 برمجية المؤقّت.

7. اطلب إلى زميلك تقدير سعة الحركة باستخدام المسطرة.
8. قس سعة الاهتزازة ودوّنها في جدول لعدد لا يقلّ عن 10 تردُّدات، يتراوح مداها بين 0.1 Hz وثلاثة أضعاف التردُّد الطبيعي. يجب أن يكون قياس أحدها عند التردُّد الطبيعي للنظام. مثِّل بالرسم البياني سعة الاهتزازة بدلالة تردُّد القوة الدورية.

تقويم الدرس 2-3

1. صف العلاقة بين الرنين والسعة والقوّة والتردُّد الطبيعي.

2. إذا كنت تدفع طفلًا في أرجوحة ويريد أن يرتفع أكثر. كيف تحقّق له ذلك؟

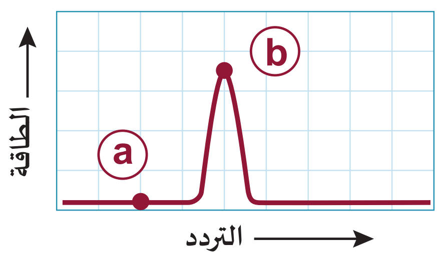
3. قارن بين نظامين مادّيين يهتزّان، أحدهما بندول والآخر كتلة مُعلَّقة بنابض مُهتزّ. أي من هذين النظامين يغيّر تردُّده الطبيعي أكثر عندما تتغيّر كتلة جسمه؟
   a. يغيّر البندول تردُّده الطبيعي في حين لا تغيّر الكُتلة المُعلَّقة بالنابض المُهتزّ تردُّدها الطبيعي.
   b. تغيّر الكُتلة المُعلَّقة في النابض المُهتزّ تردُّدها الطبيعي، في حين لا يغيّر البندول تردُّده الطبيعي.
   c. البندول والكُتلة المُعلَّقة بالنابض المُهتزّ كلاهما يغيّران تردُّد هما الطبيعي بالتساوي.
   d. كل من البندول والكُتلة المُعلَّقة بالنابض المُهتزّ لا يغيّر تردُّده الطبيعي.

4. تحاول أن تزيد التردُّد الطبيعي لكتلة مُعلَّقة بنابض. هل يجب عليك زيادة الكُتلة أم إنقاصها لتحقيق ذلك؟

5. كان لكريستيان هيجنز عام 1665 ساعتان تستخدمان بندولين موضوعتان على أرضية غرفته. لاحظ أنهما بغض النظر عن كيفية بدء تشغيلهما، ستصلان دائمًا في النهاية إلى حالة يكون فيها بندولاهما يتأرجحان إما خارج الطَّور، وإمّا أحدهما عكس الآخر. فما الذي يحدث؟

6. تعلّم الجنود الذين يعبرون جسرًا منذ قرون ألا يسيروا بخطوات منتظمة فوق الجسر بشكل متزامن. وبدلاً من ذلك فإنهم جميعًا يسيرون بخطوات غير منتظمة. لماذا؟

7. يُظهر الشكل المجاور تغيّر طاقة نظام مهتز بدلالة تردد القوة الدافعة الدورية. اشرح الفرق بين قيمتي الطاقة عند النقطتين (a) و (b) باستخدام مبدأي التردد الطبيعي والرنين.



8. يهتز بندول عند تردُّده الطبيعي والبالغ 0.7 Hz. إذا غيّرت البندول ليصبحَ زمنه الدوريّ ثلاثة أمثال قيمته الأصلية، فكيف يتغيَّر تردُّده الطبيعي؟

9. عندما تصطدم سيارة بحفرة في الطريق، تمتص الإطارات طاقة التصادم وتنضغط. استخدم مبدأ التخامد لمعرفة تحوّل هذه الطاقة.

كريستيان هيجنز: 1695-1629

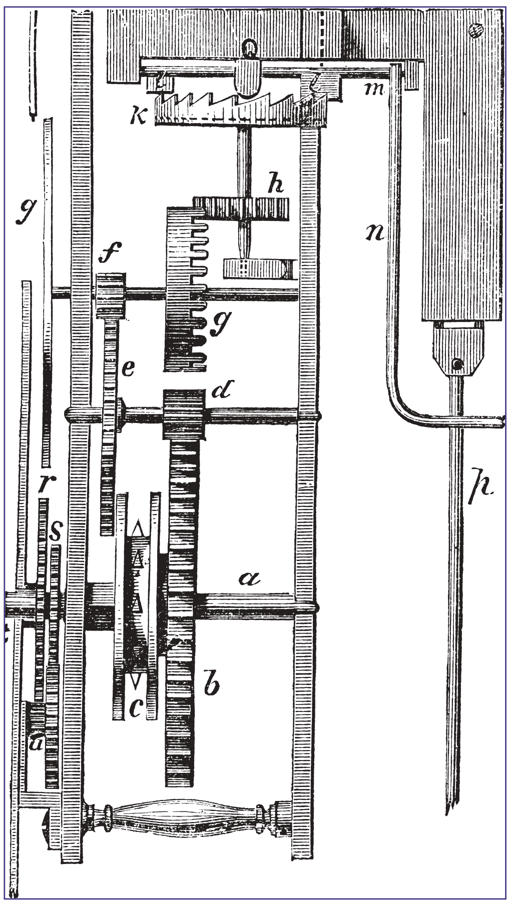
قدَّم كريستيان هيجنز الفيزيائي والفلكي والرياضي والمُخترع الهولندي مساهمات ملحوظة في تحليل البندولات (**الشكل 2-47**). ولد هيجنز في لاهاي بهولندا، وتلقّى تعليمه الابتدائي في المنزل حتى عامه السادس عشر. ينتمي هيجنز إلى أسرة ذات علاقة قوية بأصدقاء من علماء الفيزياء والرياضيات المشهورين.

درس كريستيان هيجنز القانون والرياضيات في جامعة ليدن بين العامين 1645 و 1647 ثم انتقل إلى كلية أورانج من عام 1647 إلى عام 1649.

ورغم أن والده أراد منه أن يصبح دبلوماسيًّا، لكن هيجنز لم يكن لديه أي اهتمام بالسياسة. وبدلاً من ذلك طوّر اهتمامات رياضية وقرّر قضاء وقته في البحث العلمي.

درس هيجنز قوانين الجاذبية وقوانين نيوتن في الحركة مُشتقًّا المعادلة الرياضية للقوة المركزية. كذلك ألهمته أعمال جاليليو في البندولات؛ فاستخدم البندولات واشتق معادلة الزمن الدوري للبندول، واخترع أول ساعة ذات بندول. يمكن رؤية تصميمها في **الشكل 2-38**. يُعدّ تصميم ساعة هيجنز الطريقة الأكثر دقة في الحفاظ على الوقت لمدة تصل إلى 275 عامًا. لتقوم شركة تصميم الساعات المُسمّاة سالومون كوستر بصنع تلك الساعات ذات البندول لهيجنز. وأصبحت دقّة تلك الساعات معروفة في جميع أنحاء أوروبا. لم يكن هيجنز قادرًا على تأمين حقوق الملكية في كل مكان؛ فنسخت شركات أخرى تصميمه. ولا يزال مُتحف بورهافي في ليدن يعرض ساعة هيجنز ذات البندول المصنوعة عام 1657.

الشكل 2-37 كريستيان هيجنز (1695-1629).



الشكل 2-38 رسم تخطيطي لساعة هيجنز.

الوحدة 2

مراجعة الوحدة

الدرس 2-1: الحركة التو افقية البسيطة

- نعاين الكثير من **الأجسام المهتزة** يوميًا، كأن نشاهد غصن شجرة يتحرَّك إلى أعلى وأسفل بسبب الرياح، وأرجوحة تتحرَّك إلى الأمام وإلى الخلف، ومنشارًا يتحرَّك إلى أعلى وأسفل، وغيـر ذلك.
- يتحرَّك النظام الذي يتأثر بقوة إرجاع تتناسب طرديًا مع الإزاحة، ولكن في الإتجاه المعاكس، **بحركة تو افقية بسيطة**.
- يعتمد **الزمن الدوري** للبندول على طول الخيط والجاذبية. ويعتمد الزمن الدوري لكتلة مُعلَّقة بنابض مُهتَزّ على ثابت النابض والكتلة.
- يمكن حساب **تردَّد** جسم مهتزّ بإيجاد مقلوب زمنه الدوريّ.
- إذا كانت الطاقة في النظام محفوظة، فإن **سعة** اهتزازالنظام تكون ثابتةً.
- يمكن أن يكون لجسمين مهتزين **الطور** نفسه، إذا بدآ بالاهتزاز وأنهياه في اللحظة نفسها.
- يمكن حساب **التردُّد الزاوي** لجسم مُهتزّ بضرب ترّدده في المقدار 2π.

الدرس 2-2: الاهتزازات القسرية و الرنين و الإحتكاك و التخامد

- تأثير **القوة الدورية** في جسم مُهتزّ يساعده في الحفاظ على اهتزازه.
- يؤدّي تأثير قوة دورية في نظام بتردُّد مساوٍ لتردُّده الطبيعي إلى حدوث **رنين**. يعني ذلك أن سعة الاهتزازات الناتجة تزداد.
- نتيجة لوجود قوى احتكاك كمقاومة الهواء؛ فإن سعة اهتزاز جسم مهتزّ تقلُّ بسبب **التخامُد**.
- الأرجوحة ولوحة الغطس وأوتار الجيتار تُشكِّل كلّها أمثلة على أنظمة **تخامُد تحت الحد**ّ، حيث تقل سعة الاهتزاز بمرور الزمن، ويتوقّف النظام عن الاهتزاز في النهاية.
- تُعدّ مُخمِّدات الأبواب ومساند إيقاف الأدراج أمثلة على أنظمة **التخامُد فوق الحد**ّ، حيث تقلّ سرعة الأبواب والأدراج وتتوقف دون أن تهتز.
- تُعدّ ممتصّات الصدمات مثالًا على نظام **التخامُد الحرج** ، فهي تضمن عودة السيارة إلى وضعها الأصلي في أقصر زمن ممكن.

تقويم الوحدة

اختيار من مُتعدِّد

1. أي مما يأتي ليس مثالًا على الحركة التوافقية؟

a. تدحرُج كُرة إلى أسفل منحدر.

b. تأرجُح بندول.

c. حركة المكابس في مُحرِّك سيّارة.

d. حركة كتلة مُعلَّقة في نهاية نابض.

2. تبلغ المسافة بين النقطتين العليا والسفلى لحركة كتلة مُعلَّقة بنابض مُهتزّ 20 cm. كم تبلغ سعة حركتها؟

a. 10 cm

b. 20 cm

c. 30 cm

d. 40 cm

3. أي مما يأتي مثال على الرنين؟

a. تأرجُح البندول ذهابًا وإيابًا.

b. اهتزاز كتلة صغيرة مُعلَّقة رأسيًّا بنابض.

c. ارتعاش ضوء مصباح الفلورسنت.

d. عزف نوتة موسيقية بمفتاح «flat B» في بوق.

4. أي كمّية مما يلي تتناسب مع قوة الإرجاع طرديًّا في نظام يخضع لحركة توافقية بسيطة؟

a. طاقة الوضع

b. سعة الاهتزازة

c. تردُّد الاهتزازة

d. الإزاحة عن موضع الاتّزان

5. كم يبلغ الزمن الدوريّ لموجة تردُّدها 130 Hz؟

a. 0.0077 s

b. 0.015 s

c. 0.077 s

d. 130 s

6. تهتز كتلة مُعلَّقة بنابض بسعة صغيرة A. إذا تضاعفت سعة الاهتزاز، فماذا يحدث للزمن الدوريّ؟

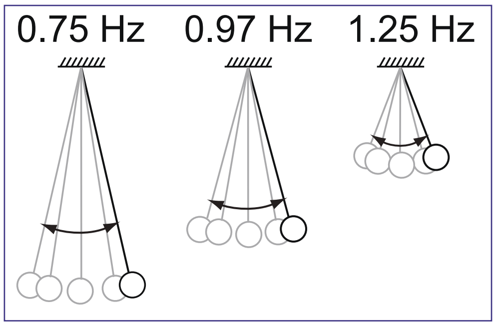
a. ينخفض إلى النصف.

b. يزداد إلى الضعف.

c. يبقى كما هو.

d. يزيد بمُعامِل $\sqrt{2}$.

تقويم الوحدة



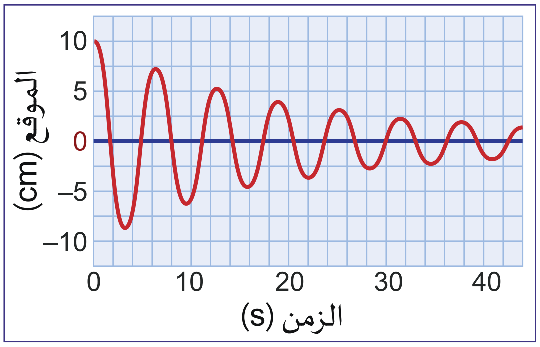
.7 يبيّن الشكل المجاور تردُّد ثلاثة بندولات. ما أفضل وصف للعلاقة بين طول الخيط والزمن الدوري؟

.a عندما يكون طول الخيط أطول، فإن الزمن الدوري يزداد.

.b عندما يكون طول الخيط أطول، فإن الزمن الدوري ينقص.

.c يكون طول الخيط مستقلًّا عن الزمن الدوري.

.d يكون الزمن الدوري مستقلًّا عن طول الخيط.



.8 يبيّن الرسم البياني إزاحة كتلة مُهتزّة. ما هما الكمّيتان اللتان تبقيان ثابتتَيْن؟

.a الزمن الدوري والتردد

.b التردُّد والسعة

.c السعة والزمن الدوري

.d الطاقة والتردُّد

.9 ما العبارة الصحيحة حول مقدار تسارع جسم يخضع لحركة توافقية بسيطة؟

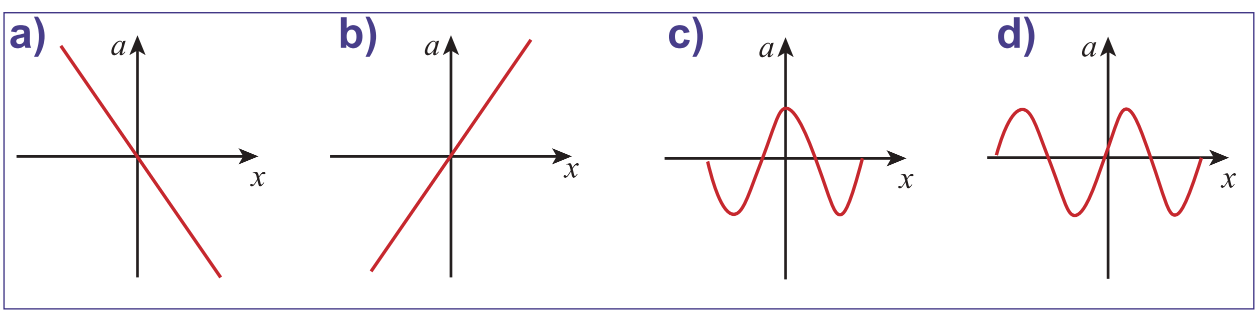
.a يكون مُنتظِمًا طوال الحركة.

.b يزداد بازدياد البعد عن موضع الاتّزان.

.c يزداد بازدياد السعة.

.d يزداد بازدياد السعة والبعد عن موضع الاتّزان.

.10 أي من الرسوم البيانية أدناه يمثّل العلاقة الصحيحة بين التسارع (a) لجسم ما في حركة توافقية بسيطة وإزاحته (x)؟



.11 كتلة معلّقة بنابض مقدارها 4 kg تهتز بتردُّد 3 Hz وبإزاحة عظمى مقدارها 19 cm. ما أقصى سرعة للكتلة؟

.a 3.6 m/s

.b 6.2 m/s

.c 6.8 m/s

.d 7.2 m/s

الدرس 2-1: الحركة التوافقية البسيطة

12. كم يبلغ تردُّد البندول الذي يكمل 20 اهتزازة في 45 s؟ وكم يبلغ زمنه الدوري؟

13. كتلة معلّقة رأسيًا بنابض تهتز بتردُّد 1.1 Hz. جد زمنها الدوري.

14. ما ميزة البندول التي تسمح باستخدامه في ساعة توقيت؟

15. تبث محطة إذاعة AM بتردد 1,050 kHz. كم مرة تهتزّ إشارتها في الثانية؟

16. يتحرك بندول بسيط وكتلة معلّقة بنابض بحركة توافقية بسيطة.

a. أي من هذين النظامين يعتمد فيه الزمن الدوري للحركة التوافقية على الكتلة؟

b. أي من هذين النظامين يعتمد فيه الزمن الدوري للحركة التوافقية على السعة؟

17. قام عبد الله وأحمد بصُنع بندول صغير ليكون بمثابة ساعة إيقاف بدائية في تجربة الكرة والمُنحدَر. حيث قاما بتعليق كتلة فلّزية ثقيلة بخيط على حامل في المختبر. واكتشفا أن الزمن الدوري للبندول T يبلغ 0.5 s.

a. كم يبلغ طول خيط البندول؟

b. افترض أن الزميلين يريدان الآن أن يهتز البندول مرّة كل ثانية، وليس كل نصف ثانية. قال عبد الله إن الخيط يجب أن يكون أطول بنسبة 50% فقط، في حين قال أحمد بضرورة مضاعفة طول الخيط. أيهما كان قوله صحيحًا؟ أثبت صحة إجابتك باستخدام العلاقات الرياضية الخاصة بالبندول.

18. يخضع جسم كتلته 2 kg لحركة توافقية بسيطة. تتغيّر فيها الإزاحة بالنسبة للزمن وفق العلاقة الآتية:

$$x = 6\sin 2\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$ حيث تقاس x بالمتر.

a. احسب السعة والزمن الدوري وثابت الطور للحركة.

b. احسب أقصى تسارُع للحركة.

19. جد معادلة إزاحة جُسَيم يخضع لحركة توافقية بسيطة سعتها 8 cm وتردُّدها 14 Hz بافتراض أن إزاحته عند $t = 0$ كانت 8 cm وكان الجُسَيم في حالة سكون.

20. كتلة مُعلَّقة بطرف نابض رأسي، وتخضع لحركة توافقية بسيطة سعتها 2 cm. فإذا استغرقت ثلاث اهتزازات كاملة فترة 4.0 s احسب تسارع الكتلة.

a. عند موضع الاتّزان.

b. عندما تكون الإزاحة عظمى.

الدرس 2-2: الاهتزازات القسرية والرنين

21. في خدعة سحرية مشهورة، يستطيع المُغني تحطيم كأس بتوجيه الغناء إليها. فسّر كيف أجرى الخدعة باستخدام التردُّد الطبيعي والرنين.

22. جسمٌ معلَّق بنابض تردُّده الطبيعي 0.9 Hz. إذا غيّرتَ كتلة الجُسم المُهتزّ، ليصبح زمنه الدوري أكبر أربع مرّاتٍ، فكيف يتغيّر تردُّده الطبيعي؟

23. يهتز بندول لمدة دقيقة، ثم تبدأ بدفعه بقوّة دوريّة تردّدها 1.7 Hz. إذا كان التردُّد الطبيعي للبندول 1 Hz، فهل سيزيد دفعك للبندول طاقته أم ينقصها؟

24. يبلغ الزمن الدوري لشريط مطّاطي يهتزّ عند الرنين 2.5 s. إذا تغيَّر الزمن الدوري إلى 3.7 s واهتزّ الشريط المطاطي عند الرنين، فماذا يحدث للتردُّد الطبيعي؟

25. جسم كتلته 1.6 kg مُعلّق رأسيًا بنابض ثابته $k = 175$ N/m، سُحِب بقوة دورية تردُّدها 1.4 Hz. هل يكون النظام في حالة رنين؟

26. يهتزّ بندول طول خيطه $L = 0.22$ m. يتعرّض البندول لقوة دورية خارجية زمنها الدوري $T = 1.3$ s. هل تؤدّي القوة المطبقة على البندول إلى رنين؟

مسألة للبحث

استخدم المصادر الأوّلية كالأوراق البحثية ومقاطع الفيديو، كي ترسم مخطّطات للتمييز بين ثلاثة تفسيرات محتملة لانهيار جسر تاكوما ناروز، هي: الرنين القسري، ودوامات ستروهال، والرفرفة الهوائية المرنة.

الشكر والتقدير

جميع الرسوم الفنّيّة الواردة في هذا العمل صمَّمتها شركة تطوير العلوم والتكنولوجيا والهندسة والرياضيات (STEM) في الولايات المتَّحدة الأميركية. وهي وحدها تملك الحق القانوني لإجازة استخدام تلك الرسوم.

يشكر المؤلفون والناشرون المصادر الآتية على السماح لهم باستخدام ملكياتهم الفكرية كما أنهم ممتنون لهم لموافقتهم على نشر الصور.

RonnieChua/Shutterstock; Shyrochenko Aleksandr/Shutterstock; chrisdorney/Shutterstock; Bobx-73/Shutterstock; Lipskiy/Shutterstock; Naskky/Shutterstock; SoleilC/Shutterstock; AlexandrN/Shutterstock; Martin Bergsma/Shutterstock; Toa55/Shutterstock; ShadeDesign/Shutterstock; Caterina Belova/Shutterstock; Pavol Kmeto/Shutterstock; A7880S/Shutterstock; Corund/Shutterstock; Shannon Serpette/Shutterstock; agsandrew/Shutterstock; tankist276/Shutterstock; VectorPot/Shutterstock; Vector Tradition/Shutterstock; J10/Shutterstock; RomanVanur/Shutterstock; Garen Takessian/Shutterstock; Aldona Griskeviciene/Shutterstock; Fouad A Saad/Shutterstock; hlphoto/Shutterstock; stockcreations/Shutterstock; MAHATHIR MOHD YASIN/Shutterstock; Konoplytska/Shutterstock; Eric Isselee/Shutterstock; Maksim Safaniuk/Shutterstock; LuYago/Shutterstock; Daniele Pietrobelli/Shutterstock; Tichr/Shutterstock; Vladislav Havrilov/Shutterstock; Olga Zinovskaya/Shutterstock; Tatiana Foxy/Shutterstock; 3DSculptor/Shutterstock; Merlin74/Shutterstock; Eduard Kim/Shutterstock; Vadim Sadovsky/Shutterstock; Janaka Dharmasena / Shutterstock; Nasky/ Shutterstock; adike/ Shutterstock; Richard Peterson/ Shutterstock; stihii/ Shutterstock; NoPainNoGain/ Shutterstock; Teguh Mujiono/ shutterstock; Improvisor/ Shutterstock; Jose Luis Calvo/ Shutterstock; Rattiya Thongdumhyu/ Shutterstock; Peter Hermes Furian/ Shutterstock; Sebastian Kaulitzki/Shutterstock; VectorMine/ Shutterstock; bsd/ Shutterstock; Blamb/ Shutterstock; MikeMartin / Shutterstock; Photographee.eu/ Shutterstock; Jason Boyce/ Shutterstock; Maridav Eugene Onischenko/ Shutterstock; CI Photos/ Shutterstock; Sergey Nivens, Vasyl Shulga/Shutterstock; Sea Wave, Tanya Sid/ Shutterstock; belushi/ Shutterstock; Birger Olovson, Dionisvera/ Shutterstock; sportpoint / Shutterstock; ChrisVanLennepPhoto, Jacob Lund, sattahipbeach,/Shutterstock; Catalin Grigoriu/ Shutterstock; Designua/Shutterstock; Andres Garcia Martin/Shutterstock; Cagla Acikgoz/ Victor Moussa/photoworld; Aleksey Gusev/Shutterstock; Designua/Shutterstock; Fouad A. Saad/Shutterstock; mapichai/Shutterstock; Kitnha/ Elena11 /Shutterstock; dlhca/Shutterstock; ShotStalker/Shutterstock; Sketchart/Shutterstock; tel52/Robert Adrian Hillman/Shutterstock; rzarek/Imagine Photographer; Tomas Ragina/Shutterstock; Rainer Lesniewski/Shutterstock; Vixit/Shutterstock; Fedor Selivanov/Shutterstock; Phil Emmerson /Shutterstock; stihii/Shutterstock; Fouad A. Saad/Shutterstock; NASA images/Shutterstock; NickJulia/Shutterstock; ch123/Shutterstock; Cozine/ Suzanne Tucker/ Ayman Haykal /Shutterstock; Robert Adrian Hillman/Shutterstock; Sigur/ SUNISA DAENGAM/Shutterstock; Jeroen Mikkers/ Manamana /Shutterstock; duckeesue /Shutterstock; Thomas C. Altman /Shutterstock; Sara Winter /Shutterstock; MaraZe /Shutterstock; Adwo/ Tomowen Shutterstock; Rosalie Kreulen /Shutterstock; Daniel Carlson /Shutterstock; Filip Fuxa/ Fulcanelli/ Shutterstock; lembi /Shutterstock; stihii /Shutterstock; GracePhotos /Shutterstock; Mega Pixel Shutterstock; Justek16 /Shutterstock; Scottish Traveller /Shutterstock; Lori Bonati /Shutterstock; anek.soowannaphoom /Shutterstock; Lost_in_the_Midwest /Shutterstock; B Calkins /Shutterstock; AlexussK /

Shutterstock; pablofdezr /Shutterstock; fischers /Shutterstock; corbac40 /Shutterstock; CROX /Shutterstock; Africa Studio /Shutterstock; Emre Terim /shutterstock; Volodymyr Goinyk /shutterstock; Johann Helgason /shutterstock; OSweetNature /shutterstock; Kathryn Snoek/ /shutterstock; Thomas C. Altman; MateusandOlivia /shutterstock; Designua / shutterstock; Rainer Lesniewski /shutterstock; Praveen Menon /shutterstock; Mark Hall / shutterstock; Konoplytska /shutterstock; Igor Alexsander /shutterstock; Zoom Team / shutterstock; Turkey Photo /shutterstock; Dexpixel /shutterstock; Dennis O&#39:Hara / shutterstock; Tetyana Dotsenko /shutterstock; Vadim Nefedoff /shutterstock; Designua / shutterstock; Sabelskaya /shutterstock; Rich Carey /shutterstock; Bill McKelvie/shutterstock; Andrey Burmakin/ kuruneko/ ZoranOrcik/shutterstock; Imagesines/shutterstock; Diagram/ shutterstock; HelloRF Zcool/ Andrey Burmakin/shutterstock; Alex Kravtsov/shutterstock; sirtravelalot/shutterstock; Suzanna Tucker/shutterstock; Graph/shutterstock; Gwoeii/ shutterstock; Graph/ Oleksii Sidorov/shutterstock; sizov/ LUKinMEDIA/shutterstock; BUY THIS/shutterstock; Stock image/shutterstock; TLaoPhotography/shutterstock; TASER/ shutterstock; Roger costa morera/shutterstock; Preto Perola/ HomeArt; topimages/NDT/ KKulikov/shutterstock; OSTILL is Franck Camhi/ Wikipedia; Ljupco Smokovski/Alexander Kirch/Stefan Schurr/ Jonah_H/shutterstock; Brocreative/ Motion Arts; Dan Thornberg/ shutterstock; faboi/TASER; Miriam Doerr/shutterstock; Martin Frommherz/shutterstock; Bjoern Wylezich/shutterstock; Inna Bigun/shutterstock; Steven_Mol/shutterstock; goffkein. pro/shutterstock; EugenePut/shutterstock; fotoliza/shutterstock; IDKFA/shutterstock; Yosanon Y/ VarnakovR/shutterstock; Rost9/shutterstock; Tyler Boyes/shutterstock; Dimarion/shutterstock; Maridav/shutterstock; Dmitry Markov152/shutterstock; Charobnica/ Shutterstock; Rvkamalov/Shutterstock; Peter Hermes Furian/Shutterstock; Konstantinks/ Shutterstock; Extender_01/Shutterstock; Bjoern Wylezich/Shutterstock; Miriam Doerr/ Shutterstock; Martin Frommherz/Shutterstock; LuYago/Shutterstock; Orange Deer studio/Shutterstock; Bob Morse/Morse Scientific Inc.;Olga Popova/Shutterstock; Pavel Sapozhnikov/Shutterstock; VectorMine/Shutterstock; Paramonov Alexander/ Shutterstock;OSweetNature/Shutterstock; Danielz1/Shutterstock; Dafinchi/Shutterstock; Fen Deneyim/Shutterstock; Artskvortsova/Shutterstock; Nasky/Shutterstock; Adam J/ Shutterstock; Bjoern Wylezich/Shutterstock; Denis Radovanovic/Shutterstock; Ipek Morel/ Shutterstock; Nito/Shutterstock; Geza Farkas/Shutterstock; Albert Russ/Shutterstock; Orange Deer studio/Shutterstock; Everett Collection/Shutterstock; Mega Pixel/ Shutterstock; Ihor Matsiievskyi/Shutterstock; Mahathir Mohd Yasin/Shutterstock; Liveshot/ Shutterstock; MTKang/Shutterstock; Andrey Kozyntsev/Shutterstock; Gab90/Shutterstock; Olga Hofman/Shutterstock; Breck P. Kent/Shutterstock; Beker/Shutterstock; Bob Morse/ Morse Scientific Inc.; Frees/Shutterstock; Concept W/Shutterstock; Volha_A./Shutterstock; Aliona Ursu/Shutterstock; StudioMolekuul/Shutterstock; John James/Shutterstock; Photo-World/Shutterstock; Bob Morse/Morse Scientific Inc.; LeysanI/Shutterstock; ADA Photo/Shutterstock; Elena Zolotukhina/Shutterstock; Bukhta Yurii/Shutterstock; Edward Olive/Shutterstock; Maxx-Studio/Shutterstock; Peter Sobolev/Shutterstock; LuYago/ Shutterstock; Eduardo Estellez/Shutterstock; Shishir Gautam/Shutterstock; Josep Suria/ Shutterstock; Designua/Shutterstock; Izzmain/Shutterstock; Kiran Paul/Shutterstock; Bob Morse/Morse Scientific Inc.; Sansanorth/Shutterstock; Bjoern Wylezich/Shutterstock; Henri Koskinen/Shutterstock; StudioMolekuul/Shutterstock; Humdan/Shutterstock; ibreakstock/ Shutterstock; Magnetix/Shutterstock; Fouad A. Saad/Shutterstock; EDU WATANABE/ Shutterstock; Kristina Vor/Shutterstock; Wantanddo/Shutterstock;