وزارة التربيـــة والتعليـــم والتعليـــم العالـــي
Ministry of Education and Higher Education
State of Qatar • دولـــة قطـــر

الرياضيات

المستوى العاشر – الفصل الدراسي الأول

المسار الموازي

التأليف والمراجعة العلمية والتربوية

خبراء تربويّون وأكاديميون من إدارة المناهج الدراسية ومصادر التعلم

طبعة 1446- 2024

حضرة صاحب السمو الشيخ تميم بن حمد آل ثاني
أمير دولة قطر

النشيد الوطني

قَسَمًا بِمَنْ رَفَعَ السَّمَاءْ قَسَمًا بِمَنْ نَشَرَ الضِّيَاءْ
قَطَرٌ سَتَبْقَى حُرَّةً تَسْمُو بِرُوحِ الأَوْفِيَاءْ
سِيرُوا عَلَى نَهْجِ الأُلَى وَعَلَى ضِيَاءِ الأَنْبِيَاءْ
قَطَرٌ بِقَلْبِي سِيرَةٌ عِزٌّ وَأَمْجَادُ الإِبَاءْ
قَطَرُ الرِّجَالِ الأَوَّلِين حُمَاتُنَا يَوْمَ النِّدَاءْ
وَحَمَائِمٌ يَوْمَ السَّلاَمْ جَوَارِحٌ يَوْمَ الفِدَاءْ

جميع الحقوق محفوظة © وزارة التربية والتعليم والتعليم العالي - دولة قطر

المقدمة

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئ للطالب فرص اكتساب مستويات عليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه دولة قطر لتنمية الموارد البشرية؛ ووعيًا بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجهها نحو الاهتمام بالمناهج الدراسية ومصادر التعلم ومنها مصادر تعلم الرياضيات، بدءاً من مسار التعليم العام الى مسار تعليم الكبار؛ سعيًا للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، لتخدم تطلعات وطموحات المجتمع القطري والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه المصادر بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها، ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه المصادر على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
- تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
- الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلا متكاملا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
- توظيف الاستراتيجيات المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
- الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.

ونحن إذ نقدم هذه المصادر لأعزائنا الطلاب، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم، وتجعل تعلمهم لمادة الرياضيات أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق

الفهرس

الوحدة الأولى القوى والجذور

استعد 3

1-1 خصائص الأعداد 4

1-2 القوى والأسس 11

1-3 الجذور التربيعية 16

1-4 الجذور التكعيبية 20

اختبار الوحدة 24

الفهرس

الوحدة الثانية التناسب والنسبة المئوية

استعد 27

2-1 النسبة 28

2-2 التناسب 34

2-3 النسبة المئوية 42

2-4 تطبيقات على النسبة المئوية 48

اختبار الوحدة 54

الوحدة

1

القوى والجذور

Powers and Roots

نظرة عامة على الوحدة

1-1 خصائص الأعداد

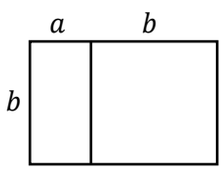
1-2 القوى والأسس

1-3 الجذور التربيعية

1-4 الجذور التكعيبية

الطبيعة:

المستطيل الذهبي هو مستطيل مكون من مربع ومستطيل آخر صغير، بحيث تكون أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة. أي أن نسبة طول المستطيل الكبير الى عرضه، تساوي نسبة طول المستطيل الصغير الى عرضه، وتسمى النسبة الذهبية:



$$\frac{a+b}{b}=\frac{b}{a}$$

وتظهر هذه النسبة في كثير من الأشياء في الطبيعة كأوراق الشجر وأصداف البحر الحلزونية، ويستعملها المعماريون والرسامون في كثير من أعمالهم.

استعد

أوجد قيمة كل مما يأتي دون استعمال الآلة الحاسبة:

(1) $2 + 5 \times 3$

(2) $5 - 5 \times 3^2$

(3) $-5 + 2(4 - 6)^2$

(4) $3 + 4 \div 2 \times 3$

حلل كلاً من الأعداد الأولية الآتية الى عواملها الأولية:

(5) 64

(6) 100

(7) 125

احسب قيمة كل مما يأتي:

(8) 8^2

(9) $2^3 + 3^2$

(10) 5^3

(11) 2^6

أوجد ناتج كل مما يأتي:

(12) 12.5×0.1

(13) 0.5×100

(14) 51×0.001

(15) 21.1×4

الدرس
1-1

خصائص الأعداد

Properties of Numbers

فكرة الدرس أتعرف خصائص الأعداد وأستعملها في الحسابات.

المصطلحات خاصية الإبدال، خاصية التجميع، خاصية التوزيع.

مسألة اليوم

سار سعد بسيارته مسافة 2 km من منزله إلى منزل صديقه حمد ليصحبه معه لحضور مباراة في الملعب، ثم يسيران معًا 7 km ليصلا الى الملعب.

وعند العودة يسيران معًا الى منزل حمد، ومن هناك سار سعد بسيارته عائدًا إلى منزله.

1) كم مترًا سار سعد بسيارته عندما ذهب من منزله إلى الملعب؟

2) كم مترًا سار سعد بسيارته عند عودته من الملعب إلى منزله؟

3) ما العلاقة بين المسافتين؟

من المقدمة أعلاه تستنتج أن: 2+7=7+2، وتعد هذه العبارة مثالا **لخاصية الإبدال** لعملية الجمع، وتعني أن الترتيب الذي يجمع به عددان لا يغير ناتج الجمع.

إذا كان a , b عددين، فإن: $a + b = b + a$.

وبالمثل تتحقق خاصية الإبدال لعملية الضرب أي أن: $a \times b = b \times a$

وتنص **خاصية التجميع** على أن الطريقة التي تجمع (أو تضرب) بها ثلاثة أعداد أو أكثر، لا تغير ناتج الجمع أو الضرب.

عند جمع الأعداد 67 + 16 + 14 ، يمكن أن نبدأ بجمع 14 مع 16 ثم نضيف الناتج إلى 67، وتكتب هذه الخطوة هكذا 67 + (16 + 14)، فيكون الناتج 97 = 67 + 30 . ويمكن أن نجمع 16 مع 67، ثم نضيف الناتج إلى 14 هكذا (67 + 16) + 14، فيكون الناتج 97 = 14 + 83 .

يمكن التعبير عن هذه الخاصية بالرموز على النحو الآتي:

$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$ لأي ثلاثة أعداد $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$.

كما يعبر عن خاصية التجميع بالضرب بالرموز على النحو الآتي:

$(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}\times(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})$ لأي ثلاثة أعداد $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$.

تسهل هذه الخصائص عملية الحساب الذهني، فعند إيجاد ناتج: $4\times132\times25$ ، يمكن استعمال خاصيتي الإبدال والتجميع فنضرب 4×25 أولاً، ثم نضرب الناتج في 132 هكذا:

$$4\times132\times25=4\times25\times132$$
$$=(4\times25)\times132$$
$$=100\times132=13200$$

وهذا أسهل من ضرب 4×132، ثم ضرب الناتج في 25 .

مثال 1

أوجد قيمة كل ممَّا يأتي، وبرر إجابتك باستعمال خصائص الأعداد:

❶ $\boldsymbol{19+63+17}$

يمكن أن نبدأ بجمع $19+63$ ، ولكن الأسهل أن نبدأ بجمع $63+17$

$19+63+17=19+(63+17)$ خاصية التجميع

$=19+80=99$ بالتبسيط

❷ $\boldsymbol{2\times19\times5}$

يمكن أن نضرب 2×19 أولاً أو 19×5 ، ويمكن أن نعيد ترتيب العوامل هكذا:

$2\times19\times5=2\times5\times19$ خاصية الإبدال

$=(2\times5)\times19$ خاصية التجميع

$=10\times19=190$ بالتبسيط

❸ $\boldsymbol{2\times6\times5\times10}$

$2\times6\times5\times10=(2\times5)\times(6\times10)$ خاصية الإبدال والتجميع

$=10\times60=600$ بالتبسيط

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل مما يأتي، برر إجابتك باستعمال خصائص الأعداد:

a) $48 + 21 + 79$ b) $19 \times 5 \times 20$ c) $5 \times 7 \times 4 \times 2$

عرفت أن عمليتي الجمع والضرب تحققان خاصيتي الإبدال والتجميع.

هل تحقق عملية الطرح خاصية الإبدال؟

افترض أن $a = 9, b = 5$:

$$9 - 5 \stackrel{?}{=} 5 - 9$$
$$4 \stackrel{?}{=} -4$$
$$4 \neq -4$$

إذن عملية الطرح لا تحقق خاصية الإبدال.

هل تحقق عملية القسمة خاصية التجميع؟

أي هل: $(a \div b) \div c = a \div (b \div c)$ دائما؟

فإذا افترضنا أن $a = 40,\ b = 10,\ c = 2$ ، فإن:

$$(40 \div 10) \div 2 \stackrel{?}{=} 40 \div (10 \div 2)$$
$$4 \div 2 \stackrel{?}{=} 40 \div 5$$
$$2 \neq 8$$

أي أن عملية القسمة غير تجميعية.

هذا يعني أنه عند حساب $40 \div 10 \div 2$ من دون وجود أقواس، فإننا نبدأ من اليسار بقسمة $40 \div 10$، ولا يصح أن نبدأ بقسمة $10 \div 2$.

ومن الخصائص المهمة **خاصية التوزيع**، ويمكن توضيحها بالمثال التالي:

إرشاد

هل عملية الطرح تجميعية؟

افترض أن:

$a = 3, b = 2, c = 1$

$(3-2)-1 \stackrel{?}{=} 3-(2-1)$

$1-1 \stackrel{?}{=} 3-1$

$0 \neq 2$

إذن، عملية الطرح غير تجميعية

إرشاد

هل عملية القسمة إبدالية؟

افترض أن:

$a = 6, b = 2$

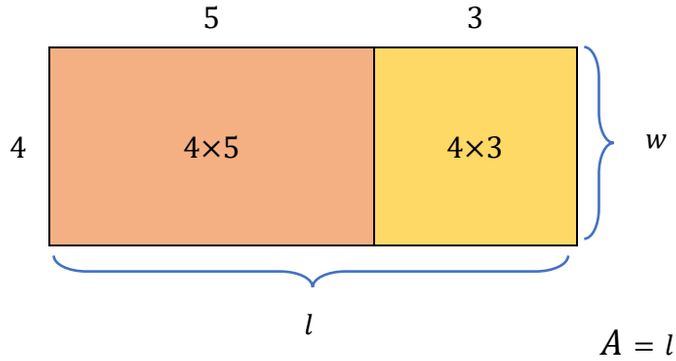
$6 \div 2 \stackrel{?}{=} 2 \div 6$

$3 \neq \frac{1}{3}$

إذن، عملية القسمة غير إبدالية.

مثال 2

أوجد المساحة الكلية للمستطيل أدناه:



إذا كانت المساحة A ، فإن $A = l \times w$

الطريقة 1 اجمع طولي الجزأين اللذين يمثلان طول المستطيل الكبير، ثم اضرب الناتج في العرض.

$$A = (5 + 3) \times 4 \quad \text{اجمع ثم أضرب}$$
$$= 8 \times 4 = 32 \quad \text{بالتبسيط}$$

الطريقة 2 احسب مساحة كل جزء ثم اجمع المساحتين.

$$A = 4 \times 5 + 4 \times 3 \quad \text{اضرب ثم أجمع}$$
$$= 20 + 12 = 32 \quad \text{بالتبسيط}$$

نلاحظ أن الناتج في الطريقتين هو نفسه 32.

إذن، $4 \times (5 + 3) = (4 \times 5) + (4 \times 3)$

يعد المثال السابق توضيحاً لخاصية توزيع الضرب على الجمع.

فقد تم توزيع الضرب في 4 على مجموع $3 + 5$؛ ليعطي 4×5 ، 4×3 .

يمكن التعبير عن هذه الخاصية بالرموز على النحو الآتي:

إذا كانت a, b, c أي ثلاثة أعداد، فإن:

$$\boldsymbol{a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)}$$

إن معنى خاصية التوزيع: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$ هو أنه يمكن أن نحسب $a \times (b + c)$ بطريقتين، فإما أن نجمع $b + c$ ، ونضرب الناتج في a ، أو نضرب العدد a في كلٍّ من b, c ، ثم نجمع ناتجي الضرب.

ويكون الناتج النهائي في الطريقتين هو نفسه. وينطبق هذا الأمر على ضرب عدد في ناتج طرح عددين آخرين.

وتكتب خاصية توزيع الضرب على الطرح على النحو الآتي:

إذا كانت a, b, c أي ثلاثة أعداد، فإن:

$$\boldsymbol{a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)}$$

يمكن استعمال خاصية التوزيع في الاتجاهين:

$$a \times (b \pm c) = (a \times b) \pm (a \times c)$$
$$(a \times b) \pm (a \times c) = a \times (b \pm c)$$

مثال 3

أوجد ناتج كل ممَّا يأتي، وبرر إجابتك باستعمال خصائص الأعداد:

1 $\mathbf{3.7 \times 99}$

$$3.7 \times 99 = 3.7 \times (100 - 1)$$ كتابة 99 في صورة فرق بين عددين يسهل الضرب فيهما

$$= (3.7 \times 100) - (3.7 \times 1)$$ توزيع الضرب على الطرح

$$= 370 - 3.7 = 366.3$$ بالتبسيط

2 $\mathbf{8 \times 3\frac{1}{8}}$

$$8 \times 3\frac{1}{8} = 8 \times \left(3 + \frac{1}{8}\right)$$ كتابة $3\frac{1}{8}$ في صورة مجموع عدد وكسر

$$= (8 \times 3) + \left(8 \times \frac{1}{8}\right)$$ توزيع الضرب على الجمع

$$= 24 + 1 = 25$$ بالتبسيط

3 $\mathbf{169 \times 3 + 169 \times 97}$

$$169 \times 3 + 169 \times 97 = 169 \times (3 + 97)$$ خاصية التوزيع

$$= 169 \times 100 = 16900$$ بالتبسيط

تحقق من فهمك

أوجد ناتج كل ممَّا يأتي، وبرر إجابتك باستعمال خصائص الأعداد:

a) 17×19 b) $12 \times 2\frac{1}{3}$ c) $7 \times 83 + 7 \times 17$

يعرض الجدول أدناه ملخص لخصائص الأعداد:

خصائص الأعداد

الخاصية	الرموز	أمثلة
الإبدال	$a + b = b + a$	$4.1 + 5.3 = 5.3 + 4.1$
	$a \times b = b \times a$	$2.8 \times 3.2 = 3.2 \times 2.8$
التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(2 + 1) + 3 = 2 + (1 + 3)$
	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	$(5 \times 3) \times 2 = 5 \times (3 \times 2)$
التوزيع	$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$	$2 \times (3 + 4) = (2 \times 3) + (2 \times 4)$
	$a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$	$3 \times (5 - 2) = (3 \times 5) - (3 \times 2)$

تدرب وحل مسائل

أوجد ناتج كل ممَّا يأتي، وبرر إجابتك باستعمال خصائص الأعداد: (انظر الأمثلة 3-1)

1) $5 \times 30 \times 4$

2) $2 \times 8 \times 10 \times 5$

3) $21 + 54 + 19$

4) $(54 \times 75) + (75 \times 46)$

5) 15×8

6) 4×58

7) 60×2.5

8) $31 \times 144 - 31 \times 44$

9) $(19 \times 6) \times 30$

10) $18 + 56 + 12$

11) $13 + 28 + 17$

12) $\frac{1}{3} \times 24 \times \frac{1}{2}$

13) $3\frac{5}{6} + 1\frac{7}{10} + 1\frac{1}{6} + 2\frac{3}{10}$

14) $4 \times 17 \times 5$

15) $370 \times 998 + 370 \times 2$

16) $15 \times 2\frac{1}{5}$

17) $62 \times 40 - 12 \times 40$

18) 32×9

19) قياس: تقطع ذبابة **1.9** متراً في الثانية الواحدة، فكم متراً تقطع في **25** ثانية؟ برر إجابتك باستعمال خاصية التوزيع.

20) في مطعم يكفي الكيلوجرام الواحد من الأرز لإعداد **6** وجبات، فكم وجبة يستطيع المطعم إعدادها بـ **3.5** كيلوجرام من الأرز؟ برر إجابتك باستعمال خاصية التوزيع.

21) سياحة: تتقاضى شركة سياحية **QR 119.75** من كل مشارك في جولة سياحية لزيارة معالم مدينة الدوحة. شارك في أحد الأيام **12** شخصاً في هذه الجولة. احسب المبلغ الذي يدفعه هؤلاء المشاركين جميعاً. برر إجابتك باستعمال خاصية التوزيع.

22) متاحف: قام **35** سائحاً من خارج دولــة قطر بزيارة متحف قطر الوطني. إذا كان ثمن تــذكرة الدخول للشــخص الواحد **QR 50** فاحســب تكلفة هذه الزيارة لجميع الســياح المشــاركين في الزيارة. برر إجابك باستعمال خاصية التوزيع.

23) اختيار من متعدد: إذا كانت a, b, c أي ثلاث أعداد، فأي العبارات الآتية صحيحة؟

A) $a + (b \times c) = (a + b) \times (a + c)$

B) $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$

C) $a - b = b - a$

D) $a \div b = b \div a$

الدرس
1-2

القوى والأسس

Powers and Indices

فكرة الدرس أستعمل القوى والأسس في كتابة العبارات وحساب قيمها.

المصطلحات القُوى، الصيغة الأسّية، الأساس، الأُسّ.

مسألة اليوم أراد سالم توفير مبلغ من مصـروفه، فبدأ بوضع ريال واحد في حصالته، وقرَّر أن يضع كل أسبوع ضعف مبلغ الأسبوع الذي يسبقه، كما هو موضَّح في الجدول الآتي:

الأسبوع	0	1	2	3	4	5	6
التوفير بالريال	1	2	4	8	16	32	64

1) كم مرةً يضرب في العدد 2؛ لإيجاد توفيره في الأسبوعين الرابع والخامس؟

2) كم ادّخر راكان في الأسبوع الثامن؟

3) متى يمكنه استعمال ما وفّره في شراء دراجة ثمنها 450 QR؟

يعبر عن ناتج ضرب عوامل متكررة **بالصيغة الأسية**، وهذا يعني استعمال الأُسّ والأساس .

4عوامل متشابهة

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

الأس: يبين عدد المرات التي استعمل فيها الأساس عاملاً

الأساس: العامل المتكرر

العبارة المكتوبة بالصيغة الأسية مثل 2^4 تسمى **قوى**.

مثال 1

اكتب كلّاً من العبارات الآتية بالصيغة الأسية:

1) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times 2$

$= \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\right) \times (2 \times 2 \times 2)$ خاصية التجميع

$= \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 2^3$ تعريف الأُسس

إرشاد

رفع العدد السالب لأس زوجي أو فردي:

$(-2)^2 = 4$
$(-2)^3 = -8$
$(-2)^4 = 16$
$(-2)^5 = -32$

عند رفع العدد السالب لأس زوجي يكون الناتج عدد موجب.

عند رفع العدد السالب لأس فردي يكون الناتج عدد سالب.

2 $a \times b \times b \times a \times b$

$= a \times a \times b \times b \times b$ خاصية الإبدال

$= (a \times a) \times (b \times b \times b)$ خاصية التجميع

$= a^2 \times b^3$ تعريف الأُسس

3 $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = (-2)^4$ تعريف الأُسس

4 $6 \times 0.3 \times 0.3 \times 6 \times 6 \times 0.3$

$= (6 \times 6 \times 6) \times (0.3 \times 0.3 \times 0.3)$ خاصيتا الإبدال والتجميع

$= (6)^3 \times (0.3)^3$ تعريف الأُسس

تحقق من فهمك

اكتب كلاً من العبارات الآتية بالصيغة الأسية:

a) $\frac{5}{4} \times 6 \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \times 6$

b) $n \times m \times m \times n \times n$

c) $5 \times a \times b \times 6 \times a$

d) $(-3) \times (-3) \times (1.5) \times (1.5)$

لحساب قيمة القوى، نكتبها في صورة ناتج ضرب عوامل متكررة، ثم نجد الناتج.

إرشاد

الآلة الحاسبة العلمية

لحساب القُوى، أدخل الأساس ثم اضغط مفتاح $x^{\square}$ ثم أدخل الأس واضغط $=$

مثال 2

أوجد قيمة القوى الآتية:

1 3^5

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ اكتب القوى في صورة حاصل ضرب

$= 243$ أضرب

2 $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ اكتب القوى في صورة حاصل ضرب

$= \frac{16}{81}$ أضرب

3 $(2.5)^3$

$(2.5)^3 = (2.5) \times (2.5) \times (2.5)$ اكتب القوى في صورة حاصل ضرب

$= 6.25 \times 2.5 = 15.625$ تعريف الأُسس

تحقق من فهمك

أوجد قيمة القوى الآتية:

a) $(-5)^2$ b) $\left(\frac{1}{5}\right)^3$ c) $(0.2)^3$

لحساب قيمة أي قو ى أساسها عدد غير الصفر مهما كان أسُّها، استعمل المفتاح $x^{\square}$ في الآلة الحاسبة.

مثال 3

1 **أوجد قيمة $2^5 \times (-3)^4$ باستعمال الآلة الحاسب.**

استعمل المفاتيح:

2 $x^{\square}$ 5 ➲ × (− 3) $x^{\square}$ 4 =

فتظهر النتيجة 2592

2 **أوجد قيمة $\frac{2.3^5 \times 10^2}{5^3}$ باستعمال الآلة الحاسب، قرب الناتج الى أقرب منزلتين عشريتين.**

استعمل المفاتيح:

$\frac{\square}{\square}$ 2 · 3 $x^{\square}$ ➲ 5 × 10 $x^{\square}$ 2 ➲ 5 $x^{\square}$ 3 =

فتظهر النتيجة 51.490744

وبالتقريب إلى منزلتين عشريتين، نجد أن $\frac{2.3^5 \times 10^2}{5^3} \approx 51.49$

3 **إذا كان $a = 3, b = -5$ ، فأوجد ناتج $a^3 \times b^4$.**

$a^3 \times b^4 = 3^3 \times (-5)^4$ عوض 3 بدلاً من a و -5 بدلاً من b

ثم استعمل المفاتيح:

3 $x^{\square}$ 3 ➲ × (− 5) $x^{\square}$ 4 =

فتظهر النتيجة 16875

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل مما يأتي باستعمال الآلة الحاسبة:

a) $7^2 \times 4^5$ b) $1.6^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4$ c) $\frac{5^3 \times 1.7^2}{3^5}$

d) إذا كان $x = 4 , y = 9$ ، فأوجد ناتج $x^3 \times y^2$.

تدرب وحل مسائل

أكتب كلا من العبارات الآتية بالصيغة الأسية : (انظر مثال 1)

1) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

2) $r \times s \times r \times r \times r \times s \times s \times r$

3) $\frac{1}{5} \times l \times m \times \frac{1}{5} \times l \times l \times m$

4) $2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 2$

5) $(-8)(-8)(-8)(-8)$

6) $(3.9)\ (3.9)\ (3.9)\ (3.9)\ (3.9)$

7) $8 \times 8 \times a \times a \times a$

8) $5 \times q \times 3 \times q \times q \times 3$

9) $k \times \frac{6}{11} \times f \times k \times \frac{6}{11}$

10) $d \times 2 \times 2 \times d \times k \times d \times k$

11) $2 \times 7 \times a \times 9 \times b \times a \times 7 \times b \times 9 \times b \times a$

12) $x \times \frac{1}{7} \times y \times y \times \frac{1}{7} \times 5 \times y \times 5 \times x \times \frac{1}{7} \times y \times y$

13) $(-5)(-5)(1.4)(1.4)(-5)(1.4)(1.4)$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي: (انظر مثال 2)

14) 2^6

15) $(4.5)^2$

16) 3^3

17) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$

18) 4^3

19) 3^4

20) $(0.1)^3$ 21) $(-2)^5$ 22) 10^3

23) $\left(-\frac{1}{7}\right)^3$ 24) $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$ 25) $(-2.4)^5$

26) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$ 27) $3^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^2$ 28) $(0.7)^3$

29) $(-5)^4$ 30) $(8)^3$ 31) $3^2 \times 4^2$

أوجد قيمة كل مما يأتي باستعمال الآلة الحاسبة: (انظر مثال 3)

32) $4^5 \times 2.5^3$ 33) $(-3)^4 \times 5^2$ 34) $\left(\frac{1}{4}\right)^8 \times 2^3$

35) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$ 36) $(2.5)^8$ 37) $5 \times 2^3 \times 7^2$

38) $5^2 \times 2^3$ 39) $4 \times 2^5 \times 5^3$ 40) $3^2 \times 5$

41) $\frac{3^3 \times 10^2}{3^2 \times 10^4}$ 42) $\frac{4^2 \times 3^5 \times 2^4}{4^3 \times 3^5 \times 2^2}$ 43) $(0.2)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4$

أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي: (انظر مثال 3)

44) $x^2 \times y^4$ ، حيث: $x = 2 , y = 10$.

45) $g^5 \times h$ ، حيث: $g = 2 , h = 7$.

46) $a^3 \times y^4$ ، حيث: $x = -1 , y = 3$.

47) أودع محمد **QR100** في مصـــرف، فأخذ هذا المبلغ يتضاعف كل **8** سنوات، فكم سيصبح رصيده بعد **40** سنة، بافتراض أنه لم يسحب منه شيئاً، ولم يودع أي مبالغ أخر في حسابه طيلة هذه المدة؟

48) حلل الخطأ: يقول سعيد أنه استخدم الآلة الحاسبة في حساب قيمة 3^5 فكان الناتج **125**. حلل خطأ سعيد وصححه.

الدرس
1-3

الجذور التربيعية

Square Roots

فكرة الدرس أجد الجذور التربيعية للمربعات الكاملة.

المصطلحات المربع الكامل، الجذر التربيعي، إشارة الجذر.

مسألة اليوم يبني خليفة ووالدة خيمةً في مخيم العائلة الشتوي. اشتريا ما يكفي من مواد الأرضيات لتغطية مساحة مربعة تساوي 36 مترًا مربعًا.

ما الأبعاد الممكنة للأرضية؟

الأعداد مثل : 1, 4, 9, 16, 25 تسمى **مربعات كاملة**؛ لأنها مربعات أعداد صحيحة.

إن تربيع العدد وإيجاد الجذر التربيعي لمربعه عمليتان متعاكستان.

والجذر التربيعي لعددٍ ما هو أحد عامليه المتساويين، ويطلق على الرمز $\sqrt{\ }$ **إشارة الجذر**، ويستعمل للدلالة على الجذر التربيعي الموجب، وكل عددٍ موجب له جذران تربيعيان (سالب وموجب).

مثال 1

أوجد قيم الجذور التربيعية الآتية:

1 $\sqrt{64}$

$\sqrt{64}$ يشير الى الجذر التربيعي للعدد 64. بما أن $8^2 = 64$ ، فإن $\sqrt{64} = 8$

إرشاد

الآلة الحاسبة العلمية

لحساب الجذر التربيعي،

أدخل المفتاح $\sqrt{\square}$

ثم أدخل العدد واضغط

$=$

فمثلا لحساب $\sqrt{1.21}$

اتبع الخطوات التالي:

$\sqrt{\square}$ 1.21 $=$

② $\sqrt{\frac{25}{36}}$

$\sqrt{\frac{25}{36}}$ يشير الى الجذر التربيعي للعدد $\frac{25}{36}$. بما أن $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$ ، فإن $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{5}{6}$

③ $\sqrt{1.21}$

$\sqrt{1.21}$ يشير الى الجذر التربيعي للعدد 1.21

بما أن $(1.1)^2 = 1.21$ ، فإن $\sqrt{1.21} = 1.1$

④ إذا كان $a = 4, b = 36$ ، فأوجد قيمة $5\sqrt{a} + \frac{\sqrt{b}}{2a}$

$$5\sqrt{a} + \frac{\sqrt{b}}{2a} = 5\sqrt{4} + \frac{\sqrt{36}}{2 \times 4}$$ عوض 4 بدلاً من a و 36 بدلاً من b

$$= 5 \times 2 + \frac{6}{8} = 10 + \frac{3}{4} = 10\frac{3}{4}$$ $\sqrt{4} = 2, \sqrt{36} = 6$

تحقق من فهمك

أوجد قيم الجذور التربيعية الآتية:

a) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ b) $\sqrt{49}$ c) $\sqrt{0.81}$

إذا كان $a = 9, b = 25$ ، فأوجد قيمة:

c) $2\sqrt{a} + 3\sqrt{b}$ d) $\frac{a^2 - 1}{4\sqrt{b}}$

وفق تعريف الجذر التربيعي، إذا كان $x^2 = a$، فإن $x = \pm\sqrt{a}$ ، وتستعمل هذه العلاقة في حل المعادلات.

مثال 2

إذا كان $t^2 = 144$ ، فأوجد قيمة t، ثم تحقق من صحة الحل.

$$t^2 = 144$$

$$t = \pm\sqrt{144}$$ تعريف الجذر التربيعي

$$t = 12, -12$$

تحقق: $12^2 = 144, (-12)^2 = 144$

هناك قيمتان للعدد t هما: 12 , - 12.

تحقق من فهمك

أوجد قيمة المجهول في كلٍّ مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحل:

a) $49 = a^2$ b) $m^2 = 0.09$ c) $y^2 = \frac{4}{25}$

مثال 3

تبلغ مساحة قاعدة الكعبة المشرفة 120 مترًا مربعًا تقريباً، أوجد طول ضلع قاعدتها.

تعلم أن مساحة المربع تساوي مربع طول ضلعه.

إذن، طول ضلع المربع s يساوي الجذر التربيعي لمساحته A:

$$s = \sqrt{A}$$
$$s = \sqrt{120}$$

استخدام الآلة الحاسبة لحساب القيمة التقريبية للجذر التربيعي للعدد 120 وتساوي 10.95

إذا طول ضلع قاعدة الكعبة يساوي تقريبًا 10.95

الكعبة المشرفة قبلة المسلمين، وأول بيت وضع للناس في الأرض. وقد أمر الله نبيه إبراهيم - عليه السلام - برفع قواعد الكعبة. وفي مرحلة لاحقة تم تجديد بنائها بشكلها الحالي على يد قبيلة قريش قبل البعثة؛ حيث تم بناؤها بقاعدة مربعة تقريبًا.

تحقق من فهمك

تم ترتيب 324 مقعداً في حفل مسرحي على شكل مربع. ما عدد المقاعد في كل صف؟

تدرب وحل مسائل

أوجد قيم الجذور التربيعية الآتية: (انظر مثال 1)

1) $\sqrt{25}$ 2) $\sqrt{0.64}$ 3) $\sqrt{1.69}$

4) $\sqrt{\frac{16}{81}}$ 5) $\sqrt{100}$ 6) $\sqrt{\frac{25}{144}}$

7) $\sqrt{16}$ 8) $\sqrt{36}$ 9) $\sqrt{\frac{121}{81}}$

إذا كانت $a = 9, b = 16$ ، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي: (انظر مثال 1)

10) $\frac{3\sqrt{b}}{5a}$

11) $2\sqrt{b} + 6\sqrt{a}$

12) $3a^2 - 4\sqrt{ab}$

13) $\sqrt{b} + \frac{1}{2}\sqrt{a}$

أوجد قيمة المجهول في كلٍّ مما يأتي، ثم تحقق من صحة الحلِّ: (انظر مثال 2)

14) $x^2 = 36$

15) $a^2 = \frac{1}{9}$

16) $81 = f^2$

17) $1.44 = y^2$

18) $n^2 = 121$

19) $\frac{9}{64} = c^2$

20) تم تبليط أرضية غرفة مربعة الشكل بـ 196 بلاطة من الحجم الكبير، فما عدد البلاطات في كل صف؟ (انظر مثال 3)

21) ترغب مدرسة في ترتيب طلابها في أثناء العرض الرياضي على شكل مربع، إذا كان عدد طلابها 225 طالباً، فكم طالباً يتعين أن يكون في كل صف؟ (انظر مثال 3)

الدرس
1-4

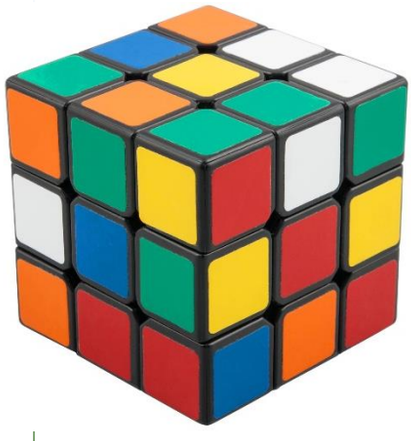
الجذور التكعيبية

Cube Roots

فكرة الدرس أجد الجذور التكعيبية للمكعبات الكاملة.

المصطلحات المكعب الكامل، الجذر التكعيبي.

مسألة اليوم يعدُّ مكعب روبيـــك $3 \times 3 \times 3$ أحد الألعاب المفضلة لـدى كثير من الأطفال والشباب، وأبعاد المكعب هي 3 وحدات طول × 3 وحدات عرض × 3 وحدات ارتفاع.



1) ما عدد المكعبات الصغيرة في مكعب روبيك؟

2) اكتب قاعدة يمكن استعمالها في إيجاد عدد هذه المكعبات.

الأعداد مثل : 1, 8, 27 تسمى **مكعبات كاملة**؛ لأنها مكعبات أعداد صحيحة

$$1^3 = 1\ , \qquad 2^3 = 8\ , \qquad 3^3 = 27$$

إن تكعيب العدد وإيجاد **الجذر التكعيبي** لمكعبه عمليتان متعاكستان.

و الجذر التكعيبي لعددٍ ما هو أحد عوامله المتساوية الثلاثة، ويستعمل الرمز $\sqrt[3]{\ }$ للدلالة على إيجاد الجذر التكعيبي.

إذا كان $t^3 = a$ ، فإن $t = \sqrt[3]{a}$ ، وإشارة الجذر التكعيبي لعددٍ ما تماثل إشارته، فتكون موجبة إذا كان موجبًا، وسالبة إذا كان سالبًا.

العدد	-1	-2	1	2	3	4	5	6
مكعب العدد	-1	-8	1	8	27	64	125	216

نستنتج من الجدول أعلاه أن: $2^3 = 8$ ؛ لذا فإن $\sqrt[3]{8} = 2$

وكذلك : $5^3 = 125$ ؛ لذا فإن $\sqrt[3]{125} = 5$

مثال 1

أوجد قيم الجذور التكعيبية الآتية:

1 $\sqrt[3]{-8}$

بما أن: $(-2)^3 = -8$ ؛ لذا فإن $\sqrt[3]{-8} = -2$

2 $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$

بما أن $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$ ، فإن $\sqrt[3]{\frac{1}{27}} = \frac{1}{3}$

3 $\sqrt[3]{0.008}$

بما أن $0.008 = \frac{8}{1000} = \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \left(\frac{2}{10}\right)^3$ ، فإن $\sqrt[3]{0.008} = \frac{2}{10} = 0.2$

4 إذا كان $a = 3, b = 5, c = 4$ ، فأوجد قيمة $\sqrt[3]{ab^2c - 84}$

عوّض $x = 3, y = 5, z = 4$ $\sqrt[3]{ab^2c - 84} = \sqrt[3]{(3)(5)^2(4) - 84}$

تربيع 5 $= \sqrt[3]{(3)(25)(4) - 84}$

بسط $= \sqrt[3]{300 - 84} = \sqrt[3]{216} = 6$

تحقق من فهمك

أوجد قيم الجذور التربيعية الآتية:

a) $\sqrt[3]{1}$ b) $\sqrt[3]{-125}$ c) $\sqrt[3]{0.064}$

إذا كان $a = 9, b = 2$ ، فأوجد قيمة:

d) $\sqrt[3]{-a(b+1)}$ e) $\sqrt[3]{\frac{(a-1)^2}{4b}}$

يختلف الجذر التكعيبي عن الجذر التربيعي في أنه توجد جذور تكعيبية لجميع الأعداد؛ سواءٌ أكانت موجبةً أم سالبةً، بينما لا توجد جذور تربيعية للأعداد السالبة.

مثال 2

خزان ماء: سعة خزان ماء مكعب الشكل 125 مترًا مكعبًا، أوجد ارتفاع الخزان.

تعلم أن حجم المكعب يساوي مكعب طول ضلعه.

إذن، طول ضلع المكعب s يساوي الجذر التكعيبي لحجمه V:

$$s = \sqrt[3]{V}$$

$$s = \sqrt[3]{125} = 5$$

وبالتالي يكون ارتفاع الخزان يساوي 5 أمتار.

تحقق من فهمك

ما طول ضلع المكعب الذي يمكن تكوينه من 216 مكعبًا صغيرًا من مكعبات الوحدة.

تملك المؤسسة العامة القطرية للكهرباء والماء "كهرماء" حق الامتياز الحصري كمالك ومشغل وحيد لمنظومة شبكات نقل وتوزيع الكهرباء والمياه في دولة قطر.
وقد أنشئت في سنة 2000 بموجب قرار أميري، من أجل تنظيم بيع الكهرباء والماء وتأمين حاجة البلاد منهما بشكل دائم.

مثال 3

استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد $\sqrt[3]{15.625}$

استعمل المفاتيح:

SHIFT $\sqrt{\square}$ 1 5 · 6 2 5 =

ستظهر النتيجة $\frac{5}{2}$، إذن: $\sqrt[3]{15.625} = \frac{5}{2} = 2.5$

تحقق من فهمك

أوجد $\sqrt[3]{3.375}$ باستعمال الآلة الحاسبة .

إرشاد

الآلة الحاسبة العلمية

بعض الآلات الحاسبة تحتوي على مفتاح خاص للجذر التكعيبي $\sqrt[3]{\square}$ وبعضها لا تحتوي على مفتاح خاص فنستخدم المفتاحين SHIFT $\sqrt{\square}$

تدرب وحل مسائل

أوجد قيم الجذور التكعيبية الآتية: (انظر مثال 1)

1) $\sqrt[3]{64}$ 2) $\sqrt[3]{27}$ 3) $\sqrt[3]{\frac{320}{5}}$

4) $\sqrt[3]{\frac{243}{9}}$ 5) $\sqrt[3]{\frac{-64}{125}}$ 6) $\sqrt[3]{216}$

7) $\sqrt[3]{0.027}$ 8) $\sqrt[3]{0.125}$ 9) $\sqrt[3]{0.001}$

إذا كانت $a = 9, b = 3$ ، فأوجد قيمة كلٍّ مما يأتي: (انظر مثال 1)

10) $\sqrt[3]{2ab + 10}$ 11) $\sqrt[3]{(a+1)^2 - 4b^2}$

12) $\sqrt[3]{\frac{b^4 - 17}{a - 1}}$ 13) $\sqrt[3]{118 - a^2b}$

استعمل الآلة الحاسبة في إيجاد الجذور التكعيبية الآتية: (انظر مثال 3)

14) $\sqrt[3]{512}$ 15) $\sqrt[3]{1000}$ 16) $\sqrt[3]{5832}$ 17) $\sqrt[3]{4.096}$

18) $\sqrt[3]{1331}$ 19) $\sqrt[3]{-42.875}$ 20) $\sqrt[3]{1.728}$ 21) $\sqrt[3]{0.729}$

22) تتسع صومعة حبوب الى 103.823m^3 من حبوب القمح. استعمل الآلة الحاسبة لإيجاد طول ضلع مخزن مكعب الشكل سعته تساوي سعة الصومعة. (انظر مثال 2 و3)

23) كتلة خشبية على هيئة شبه مكعب حجمها 375cm^3 قُسمت إلى ثلاث قطع مكعبة صغيرة متطابقة. ما طول ضلع كل واحدة من القطع الصغيرة؟ (انظر مثال 2 و3)

اختبار الوحدة

الوحدة 1

أوجد قيمة كلِّ جذر مما يأتي:

1) $\sqrt{196}$

2) $\sqrt[3]{8 \times 64}$

3) $\sqrt{900}$

4) $\sqrt[3]{\frac{125}{27}}$

5) اختيار من متعدد: أي قائمة فيما يلي تحتوي أعداداً مرتبة من الأصغر الى الأكبر؟

A $2.\overline{2},\ 2\frac{1}{5},\ 2.25,\ \sqrt{5}$

B $2\frac{1}{5},\ 2.\overline{2},\ \sqrt{5},\ 2.25$

C $\sqrt{5},\ 2.25,\ 2\frac{1}{5},\ 2.\overline{2}$

D $2.25,\ \sqrt{5},\ 2.\overline{2},\ 2\frac{1}{5}$

6) طوابع: طـــابع تذكـاري مربع الشكل مسـاحته $10.08\ \text{cm}^2$، أوجد طول ضلع الطــابع الى أقرب منزلة عشرية.

7) اكتب العبارة الآتية مستعملا الصيغة الأُسية:

$4 \times 4 \times a \times a \times b \times 3 \times 4 \times 3 \times a$

أوجد قيمة كلِّ مما يأتي:

8) $4^3 \times 8^2$

9) $(-8)^2$

10) 62.5×10^3

أوجد قيمة كلِّ مما يأتي:

11) $(175 \times 760) + (175 \times 240)$

12) $\frac{2\ \sqrt[3]{216} + 4\sqrt{49}}{\sqrt{100 - 36}}$

13) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

14) $9 \times \left(6\frac{1}{9}\right)$

15) اختيار من متعدد: إذا كانت a, b, c أعدادًا مختلفة، فأي التعابير الآتية غير صحيح؟

A $(a + b) + c = a + (b + c)$

B $ab = ba$

C $a + b = b + a$

D $a - b = b - a$

أوجد قيمة a في كلِّ مما يأتي:

16) $a^3 = -1$

17) $a^2 = 25$

15) اختيار من متعدد: أي التعابير الآتية صحيح؟

A $2(3 + 2) = 2 \times 3 + 2 \times 5$

B $6(3) = 3(2 \times 3)$

C $5 - 3 = 3 - 5$

D $(4 + 2) + 6 = 4 + (2 \times 6)$

الوحدة

2

التناسب والنسبة المئوية

Proportion and Percentage

نظرة عامة على الوحدة

2-1 النسبة

2-2 التناسب

2-3 النسبة المئوية

2-4 تطبيقات على النسبة المئوية

نسبة الماء في الأرض:

يُشكّل الماء نسبة 71% من مساحة سطح الأرض الكليّة، ووفقاً لهيئة المسح الجيولوجي الأمريكيّة (USGS) فإنّ كميّة الماء الموجودة على سطح الأرض تُقدّر بحوالي $1\ 385\ 999\ 652.41 km^3$ ، بينما تُشكّل كتلة الماء الكليّة على الأرض نسبة 0.02% فقط من كتلة الأرض الكليّة؛ وذلك بسبب تركّز غالبيّة الماء على سطـــح الكرة الأرضية فقط. وتحتوي الأرض على كميّات كبيرة من الماء لكن المتاح منها للاستخدام البشري لا يتجاوز نسبة 0.3%، ويُشار إلى أنّ المحيطات تحظى بالنسبة الأكبر من الماء على سطح الأرض.

استعد

اكتب كلًّا من الكسور الآتية في أبسط صورة:

(1) $\frac{10}{24}$

(2) $\frac{88}{104}$

(3) $\frac{36}{81}$

(4) $\frac{49}{91}$

(5) أنفق حمد **QR 16** من **QR 40** كانت معه. اكتب كسرًا اعتياديًا يمثل الجزء الذي أنفقه حمد مما كان معه. بسط الكسر الى أبسط صورة.

حل كلَّ معادلة مما يأتي:

(6) $2x = 30$

(7) $35 = 7m$

(8) $3y + 2y = 100$

(9) $4x = 30 + x$

اكتب كلَّ نسبة مئوية فيما يأتي في صورة كسر عشري:

(10) 18%

(11) 102%

حوّل كلا من الكسور العشرية، أو الكسور الاعتيادية التالية إلى نسبة مئوية:

(12) $\frac{7}{20}$

(13) 0.09

الدرس
2-1

النسبة

Ratio

فكرة الدرس

- أجد النسبة بين كميتين أو أكثر في أبسط صورة.
- أقسم كمية ما الى أجزاء متناسبة.
- أحل مسائل تتضمن النسبة.

المصطلحات

النسبة.

مسألة اليوم

يمزج نادر 2 لتر من اللون الأصفر مع 4 لتر من اللون الأحمر؛ للحصول على اللون البرتقالي. كم لترًا من اللون الأحمر يستعمل نادر مع 1 لتر من اللون الأصفر؛ ليحصل على كمية أقل من اللون البرتقالي؟ برّر إجابتك.

النسبة: هي مقارنة بين عددين أو كميتين باستعمال القسمة، وتكتب النسبة بين a و b، حيث $b \neq 0$ في الصورة:

$$\frac{a}{b} \quad \text{أو} \quad a:b$$

إذا تكون اللون البرتقالي من 2 لتر من اللون الأصفر و 4 لتر من اللون الأحمر، فإنه يمكن كتابة النسبة التي تقارن اللون الأصفر مع الأحمر على النحو الآتي:

$$\frac{2}{4} \quad \text{أو} \quad 2:4$$

مثال 1

اكتب كلًّا من النسب الآتية في أبسط صورة:

1 تحمل حافلة 26 راكبًا، منهم 8 أطفال.

a) ما نسبة الأطفال إلى جميع ركاب الحافلة؟

عدد الأطفال 8 وعدد جميع الركاب 26

$\frac{8}{26}$ نسبة الأطفال إلى جميع الركاب

$\frac{4}{13}$ بسط بقسمة البسط والمقام على 2

إذن نسبة الأطفال إلى جميع الركاب هي $\frac{4}{13}$ أو $4:13$

b) ما نسبة الأطفال إلى الكبار؟

عدد الأطفال 8، وعدد الكبار هو $26 - 8 = 18$

$\frac{8}{18}$ نسبة الأطفال إلى الكبار

$\frac{4}{9}$ بسط بقسمة البسط والمقام على 2

إذن نسبة الأطفال إلى الكبار هي $\frac{4}{9}$ أو $4:9$

2 طول القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ يساوي 80 سنتيمتر وطول القطعة القطعة المستقيمة $\overline{XY}$ يساوي 1.2 متر. ما النسبة بين طول القطعة $\overline{AB}$ إلى طول القطعة $\overline{XY}$؟

عند كتابة نسبة تقارن بين كميتين لهما النوع نفسه من الوحدات، اجعل للكميتين الوحدة نفسها.

$$\frac{\text{طول } \overline{AB}}{\text{طول } \overline{XY}} = \frac{80\text{ cm}}{1.2\text{ m}}$$

$$= \frac{80\text{ cm}}{120\text{ cm}}$$ تحويل 1.2 m إلى 120 cm

$$= \frac{2}{3}$$

إذن نسبة طول القطعة $\overline{AB}$ إلى طول القطعة $\overline{XY}$ هي $\frac{2}{3}$ أو $2:3$

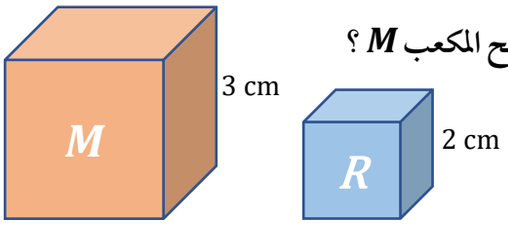
3 ما نسبة 20 دقيقة تمرين إلى ساعة عمل واحدة؟

$$\frac{20\text{ min}}{1\text{ h}} = \frac{20\text{ min}}{60\text{ min}}$$ تحويل 1 ساعة الى 60 دقيقة

$$= \frac{1}{3}$$ بسط بقسمة البسط والمقام على 3

إذن نسبة مدة التمرين إلى مدة العمل هي $\frac{1}{3}$ أو $1:3$

4 ما نسبة مساحة سطح المكعب R إلى مساحة سطح المكعب M ؟



نجد مساحة سطح المكعب باستعمال العلاقة $S.A = 6a^2$ ، حيث a طول ضلع المكعب.

إذن مساحة سطح المكعب R إلى مساحة سطح المكعب M هي:

$$6 \times 2^2 : 6 \times 3^2$$

$$2^2 : 3^2$$

$$4:9$$

إرشاد

مساحة سطح المكعب:

للمكعب 6 أوجه مربعة الشكل، إذا كان طول ضلعه a فمساحة سطحه $(S.A)$ تساوي:

عدد الأوجه × مساحة الوجه الواحد

$S.A = 6 \times a^2$

$S.A = 6a^2$

تحقق من فهمك

اكتب كلاً من النسب الآتية في أبسط صورة:

a) نسبة البنات إلى الأولاد في روضة عدد أطفالها 120 طفلاً من بينهم 45 بنتًا.

b) نسبة 60 g من الزبدة الى 1kg من الدقيق.

c) نسبة مساحة المربع P الى المربع Q.

لتقسيم كمية معينة بنسبة معطاة ذهنيًا اجمع حدَّي النسبة، ثم اقسم الكمية على ناتج الجمع، ثم اضرب ناتج القسمة في كل حدٍّ لتجد مقدار كل قسم وفق هذه النسبة.

مثال 2

شارك 28 طالبا من الصفين؛ العاشر والحادي عشر في رحلة علمية لزيارة متحف قطر الوطني.

إذا كانت نسبة طلاب الصف الحادي عشر إلى طلاب الصف العاشر المشاركين في الرحلة 3 :4 ، فما عدد طلاب الصف الحادي عشر المشاركين في الرحلة؟

يمكن إيجاد عدد طلاب الصف الحادي عشر كما يلي:

أجمع حدي النسبة $4 + 3 = 7$

أقسم العدد الكلي على 7 $\frac{28}{7} = 4$

إذن عدد طلاب الحادي عشر هو : $4 \times 4 = 16$

تحقق من صحة الإجابة بحساب عدد طلاب الصف العاشر، وإيجاد النسبة بين طلاب الصفين.

عدد طلاب العاشر هو: $28 - 16 = 12$

النسبة بين طلاب الصف الحادي عشر إلى طلاب الصف العاشر هي 12 :16 وبعد التبسيط تصبح 3 :4، هي مساوية للنسبة المعطاة في المسألة؛ ومجموع الطلاب 28 طالبًا.

إذن الحل صحيح.

تحقق من فهمك

قسمت فاطمة 48 خرزة إلى مجموعتين بنسبة 7 :5، ما عدد الخرزات في كل مجموعة؟

إرشاد

التحقق من صحة الإجابة

عند حل مسائل من واقع الحياة، يُستحسن أن تتحقق من صحة الإجابة، وذلك بالتأكد من مطابقة النتيجة لمعطيات المسألة

ويمكن أن تستعمل معادلات بسيطة لحل مسائل تتضمن تقسيم كمية ما بنسبة معطاة.

مثال 3

1 وزَّع أب QR 255 بين ولَديه بنسبة 2 :1، فما نصيب كل واحد منهم؟

افترض أن نصيب الأول x ؛ إذن نصيب الثاني $2x$

المبلغ الكلي $x + 2x = 255$

بالتبسيط $3x = 255$

اقسم الطرفين على 3 $x = \frac{255}{3}$

$x = 85$

إذن نصيب الأول

$x = \text{QR } 85$

ونصيب الثاني

$2x = 2(85) = \text{QR } 170$

2 يحتوي إناء على كراتٍ حمراء وكراتٍ سوداء، والنسبة بين الكرات الحمراء إلى السوداء هي 3 :7، إذا كان عدد الكرات الحمراء 105، فما مجموع الكرات في الإناء من اللونين؟

افترض أن عدد الكرات $7x, 3x$

عدد الكرات الحمراء $7x = 105$

اقسم الطرفين على 7 $\frac{7x}{7} = \frac{105}{7}$

بالتبسيط $x = 15$

عدد الكرات السوداء هو: $3x = 3(15) = 45$

مجموع الكرات هو: $105 + 45 = 150$

تحقق من فهمك

a) وزع أحمد QR 480 بين شخصين بنسبة 5 :3، فما نصيب كل شخص منهما؟

b) اشترك حسام وأسامة في مشروع، وكانا يتقاسمان الأرباح السنوية بينهما، وكانت النسبة بين أرباح حسام إلى أرباح أسامة هي 3 :2 ، إذا كان نصيب حسام من أرباح السنة الأولى QR 1000 ، فما مجموع أرباح من كلٍّ حسام وأسامة في نهاية السنة الأولى؟

تدرب وحل مسائل

اكتب كلًّا من النسب الآتية في أبسط صورة : (انظر مثال 1)

1) غياب 10 أيام دراسيّة من 180 يوم

2) 12 خسارةً مقابل 18 فوز.

3) 40 شجرة سدر إلى 152 شجرة نخيل.

4) 28 طبيبًا إلى 100 ممرض.

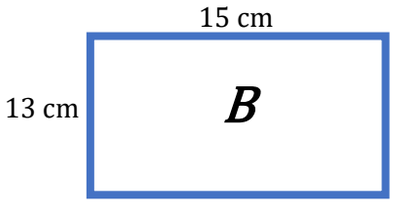
5) 25 cm من قطعة قماش طولها 1m

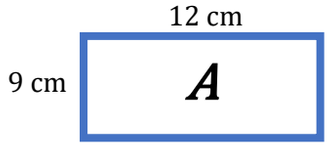
6) 15 min الى 2 h

8) 0.2 kg الى 350 g

9) 0.042 km الى 36 m

10) محيط المستطيل A الى محيط المستطيل B





في استبيان للرأي ، تمَّ سؤال 50 طالبًا عن وسيلة النقل التي يستخدمونها للوصول الى المدرسة، وتمَّ عرض نتائج الاستبيان في الجدول المجاور.

عدد الطلاب	وسيلة النقل
17	سيارة خاصة
6	حافلة المدرسة
4	مشي على الأقدام
8	سيارة أجرة
15	دراجة هوائية

أجب عن الأسئلة التالية مستعملًا الجدول المجاور، اكتب كلّا من النسب الآتية في أبسط صورة: (انظر مثال 1)

11) ما نسبة الطلاب الذين يستخدمون الدراجات الهوائية الى الذين يستخدمون الحافلة المدرسية.

12) ما نسبة الطلاب الذين يستقلون السيارة الخاصة إلى طلاب المدرسة جميعًا؟

13) نسبة عدد أقلام سعاد إلى عدد أقلام فاطمة هي 3: 5، إذا كان عدد أقلام فاطمة 35 قلماً، فما عدد أقلام سعاد؟ (انظر مثال 2 و 3)

14) تقاسم سعود وجاسم عددًا من الكتب لقراءتها في العطلة الصيفية بنسبة 9 :4، فأخذ جاسم 27 كتابًا. ما عدد الكتب التي تقاسماها؟ (انظر مثال 2 و 3)

15) نسبة الكتب إلى المجلات التي باعتها مكتبة في أحد الأيام هي 4 :1، إذا كان مجموع الكتب والمجلات التي تم بيعها في ذلك اليوم 175 ، فكم مجلة بِيعت ؟ (انظر مثال 2 و 3)

16) نسبة المراجعين الذكور إلى الإناث في أحد مراكز الرعاية الأولية في الدولة هي 4 :3، إذا كان في المركز 153 امرأة، فكم يزيد عدد الذكور على عدد الإناث الموجودين في المركز؟ (انظر مثال 2 و 3)

17) فاز فريق كرة قدم في مباراة واحدة من كل 6 مباريات لعبها، إذا كان الفريق قد خسر 35 مباراة ولم يتعادل في أي مباراة، فما عدد المباريات التي لعبها؟(انظر مثال 2 و 3)

18) نسبة الأسئلة التي أجاب عنها سالم إجابة صحيحة إلى الأسئلة التي أجاب عنها بشكل خاطئ هي 3 :7 ، إذا كان عدد الأسئلة التي أخاب عليها إجابة خاطئة 30 سؤال . فما عدد أسئلة الاختبار. (انظر مثال 2 و 3)

19) ميراث: توزع الشريعة الإسلامية المواريث بين الأبناء و البنات في إحدى الحالات بنسبة 1 :2، ما نصيب كلٍّ من أحمد وأخته فاطمة من QR 75000 وزِّعت بينهما وفق الشريعة الإسلامية، بافتراض أنهما الوريثان الوحيدان. (انظر مثال 2 و 3)

20) قسم مبلغ بين أخوين بنسبة 4 :3 ، فكان نصيب الأول QR 7500 أوجد المبلغ الكليَّ. (انظر مثال 2 و 3)

الدرس
2-2

التناسب

Proportion

فكرة الدرس

- أحدد النسب المتكافئة.
- أتعرف التناسب الطردي وأجد ثابت التناسب.
- أكتب تناسباً وأستعمله في حل المسائل.

المصطلحات

النسب المتكافئة، كميات متناسبة، التناسب، الضرب التبادلي، ثابت التناسب، التناسب الطردي ، وسطا التناسب، طرفا التناسب.

مسألة اليوم

قام أحد محلات العطور في معرض العطور السنوي بتقديم عرضًا لزبائنه يتضمن بيع أي زجاجتي عطر من النوع نفسه بمبلغ 225 ريال.

1) اكتب نسبة في أبسط صورة تقارن فيها بين ثمن الزجاجتين وعددهما.

2) ترغب سارة وصديقاتها في شراء 6 زجاجات عطر، أكتب نسبة تقارن فيها بين ثمن الأكواب وعددها.

3) قارن بين النسبتين. ماذا تلاحظ؟

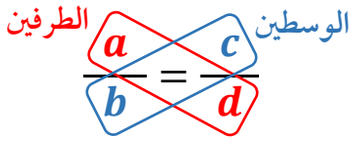
في مسألة اليوم يلاحظ أن النسبتين – بين ثمن زجاجات العطر وعددها– متساويتان، عندما يكون عدد زجاجات العطر 2 أو 6، وتسميان نسبتين متكافئتين لأنه عند تبسيطهما، يكون لهما القيمة نفسها، وهي هنا $\frac{225}{2}$.

$$\frac{\text{QR } 675}{6 \text{ زجاجات}} = \frac{\text{QR } 225}{2 \text{ زجاجات}}$$

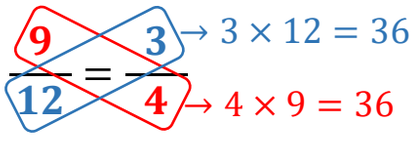
وتكون كميتان متناسبتان، إذا كانت النسبة بينهما ثابتة.

التناسب	
المفهوم:	التناسب معدلة تبين أن نسبتين متكافئتين
الرموز:	$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, $d\neq 0$, $b\neq 0$ أو $a:b=c:d$ ويسمى العددان a,d طرفي التناسب ويسمى العددان b,c وسطي التناسب
مثال:	$\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

في التناسب الآتي:



يسمى ناتجا الضرب ad , bc ، ناتجي الضرب التبادلي للتناسب، وهما متساويان في أي تناسب، وهما متساويان في أي تناسب، ويمكن استعمال الضرب التبادلي في حل تناسب، أحد أطرافه غير معروف.



ويمكن تحديد ما إذا كانت نسبتان متكافئتين أم لا؛ باستعمال خاصية الضرب التبادلي، فإذا كان ناتجا الضرب التبادلي متساويين، فإن النسبتان تكونان متكافئتين وتشكلان تناسبًا.

مثال 1

هل النسبتان 24 :16 و 6 :4 تمثلان تناسبًا أم لا؟ وضح إجابتك.

حدِّد ما إذا كان ناتج ضرب الطرفين = ناتج ضرب الوسطين.

الطرفين

$4:6 \quad , \quad 16:24$

الوسطين

$16 \times 6 \stackrel{?}{=} 24 \times 4$

$96 = 96$

إذن النسبتان تمثلان تناسبًا.

تحقق من فهمك

هل كلُّ نسبتين ممَّا يأتي تمثلان تناسبًا أم لا؟ وضّح إجابتك.

a) $\mathbf{6:10}$, $\mathbf{4:5}$ **b)** $\mathbf{1:6}$, $\mathbf{3:18}$

حلُّ التناسب يعني إيجاد قيمة المتغير التي تجعل التناسب صحيحًا.

و لحل التناسب تستعمل خاصية الضرب التباديلِّ .

مثال 2

1 **حلُّ التناسب** $\frac{x}{8} = \frac{3}{6}$

نعلم أنه في أي تناسب، يكون ناتج ضرب الطرفين يساوي ناتج ضرب الوسطين؛ أي أن:

$x \times 6 = 8 \times 3$	خاصية الضرب التبادلي
$6x = 24$	بالضرب
$\frac{6x}{6} = \frac{24}{6}$	بقسمة الطرفين على 6
$x = 4$	بالتبسيط

2 **حلُّ التناسب** $\frac{2}{34} = \frac{5}{y}$

نعلم أنه في أي تناسب، يكون ناتج ضرب الطرفين يساوي ناتج ضرب الوسطين؛ أي أن:

$2 \times y = 34 \times 5$	خاصية الضرب التبادلي
$2y = 170$	بالضرب
$\frac{2y}{2} = \frac{170}{2}$	بقسمة الطرفين على 6
$y = 85$	بالتبسيط

تحقق من فهمك

حُلَّ كلَّ تناسب ممّا يأتي:

a) $\frac{x}{4} = \frac{9}{10}$ **b)** $\frac{7}{3} = \frac{21}{n}$

التناسب الطردي : نلاحظ أحيانًا أن تغيرًا في كمية ما يرتبط مباشرة بتغير في كـــمية أخر ى، وإذا كانت نسبة التغير في الكميتين هي نفسها، فإننا نقول: إنهما متناسبتان طردياً، فإذا تضاعفت الكمية الأولى مرتين، فإن الكمية الثانية تتضاعف مرتين أيضاً، وإذا نقصت الأولى إلى الـــربع، فإن الكمية الثانية تنقص إلى الربع أيضًا.

ومن أمثلة الكميات المتناسبة طرديًّا:

- المسافة التي يقطعها جسم يتحرك بسرعة ثابتة، تتناسب طرديًّا مع الزمن.
- ثمن كمية من عُلب العصير يتناسب طرديًّا مع عدد العلب.

إذا كانت x, y كميتين متغيرتين، وكان لهما القيم المبينة في الجدول أدناه:

x	x_1	x_2	x_3	x_4
y	y_1	y_2	y_3	y_4

وكانت: $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_3}{x_3} = \frac{y_4}{x_4}$ فإنهما متناسبتان طرديّا

ويمكن أن نرمز إلى النسبة الثابتة بين هاتين الكميتين بالرمز k ، حيث $k \neq 0$.

ويمكن أن نعبِّر عن العلاقة بينهما بالمعادلة:

$$y = kx \quad \text{أو} \quad \frac{y}{x} = k$$

ويسمى k ثابت التناسب .

التناسب الطردي	
المفهوم:	هو علاقة بين متغيرين x, y ، تكون فيها النسبة $x : y$ ثابتة.
الرموز:	$y = kx$ أو $\frac{y}{x} = k$ حيث k عدد ثابت لايساوي صفرًا.
مثال:	إذا كانت السرعة المتوسطة لسيارة $80\ \text{km/h}$ ، فإن المسافة التي تقطعها في t ساعة هي $d = 80t$ ، حيث إن $k = 80$ ثابت التناسب ونقول: إن d تتناسب طرديًّا مع الزمن t .

مثال 3

1 حدّد ما إذا كان x, y متناسبين طرديًّا، وإذا كانا كذلك، فأوجد ثابت التناسب، واكتب معادلةً تربط بينهما:

x	3	4	5	12
y	6	8	10	24

احسب النسبة $\frac{y}{x}$ لجميع الأزواج المتناظرة:

$$\frac{6}{3}=2 \quad , \quad \frac{8}{4}=2 \quad , \quad \frac{10}{5}=2 \quad , \quad \frac{24}{12}=2$$

النسبة $x:y$ ثابتة وتساوي 2.

إذن $x:y$ متناسبان طرديًّا، وثابت التناسب هو 2، والمعادلة التي تربط بينهما هي $y=2x$.

2 حدّد ما إذا كان x, y متناسبين طرديًّا، وإذا كانا كذلك، فأوجد ثابت التناسب، واكتب معادلةً تربط بينهما:

x	3	4	12
y	9	10	18

احسب النسبة $\frac{y}{x}$ لجميع الأزواج المتناظرة:

$$\frac{9}{3}=3 \quad , \quad \frac{10}{4}=2.5 \quad , \quad \frac{18}{12}=1.5$$

لنسب غير متساوية

إذن x, y غير متناسبين طرديًّا.

تحقق من فهمك

حدّد ما إذا كان x, y متناسبين طرديًّا، وإذا كانا كذلك، فأوجد ثابت التناسب، واكتب معادلةً تربط بينهما:

a)

x	10	12	14
y	5	6	7

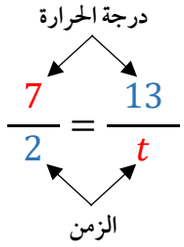
b)

x	1	2	6
y	3	5	15

مثال 4

ارتفعت درجة حرارة الجو خلال ساعتين بمقدار $7^\circ C$، اكتب تناسبًا وحُلَّهُ لإيجاد عدد الساعات اللازمة حتى ترتفع درجة الحرارة بمقدار $13^\circ C$، إذا واصلت ارتفاعها وفق المعدل نفسه.

ليكن t يمثل الزمن بالساعات.



اكتب التناسب $\frac{7}{2} = \frac{13}{t}$

خاصية الضرب التبادلي $7 \times t = 13 \times 2$

بالضرب $7t = 26$

بقسمة الطرفين على 7 $\frac{7t}{7} = \frac{26}{7}$

بالتبسيط $t = 3.7$

إذن نحتاج إلى 3.7 ساعاتٍ تقريبًا حتى ترتفع درجة الحرارة بمقدار $13^{\circ}C$

تحقق من فهمك

إذا كانت عملية إعادة تدوير 900 kg من الورق تحمي 17 شجرةً تقريبًا، فاكتب تناسبًا وحُلَّهُ؛ لإيجاد عدد الأشجار المتوقع حمايتها، إذا أُعيد تدوير 2250 kg من الورق.

يمكن إيجاد ثابت التناسب، وكتابة معادلة في صورة $y = kx$؛ لحل مسائل التَّناسب.

مثال 5

دفع عادل QR 40 ثمنًا لِـ 20 L من البنزين، اكتب معادلة تربط بين ثمن اللترات وعددها، وكم يدفع عادل ثمنًا لِـ 60 L من البنزين وفق السعر نفسه؟

أوجد ثابت التناسب بين ثمن اللترات وعددها.

الثمن (بالريال) ← $\frac{40}{20} = 2 = k$ ← العدد (باللتر)

لتكن q تمثل الثمن، و l تمثل عدد اللترات

الثمن (بالريال) ← $\frac{q}{l} = k$ ← العدد (باللتر)

أكتب التناسب بأبسط صورة $q = kl$

بالضرب التبادلي $q = 2l$

عوض عن ثابت التناسب $k = 2$ $q = 2 \times 60$

عوِّض عن x بعدد اللترات $q = 120$

بسّط

إذن ثمن 60 L من البنزين يساوي QR 120 .

تحقق من فهمك

يطبع رامي صفحتين في 15 دقيقة. اكتب معادلة تعبِّر عن العلاقة بين عدد الدقائق m، وعدد الصفحات المطبوعة p. ما عدد الدقائق اللَّازمة لطباعة 10 صفحاتٍ ، إذا استمر في الطباعة بالسرعة نفسها؟

تدرب وحل مسائل

هل تمثل كلُّ نسبتين ممّا يأتي تناسبًا أم لا؟ وضّح إجابتك. (انظر مثال 1)

1) $\frac{3}{7}, \frac{9}{14}$

2) $\frac{7}{8}, \frac{42}{48}$

3) $\frac{4}{12}, \frac{7}{21}$

4) $\frac{2}{8}, \frac{4}{18}$

5) $\frac{2}{7}, \frac{8}{28}$

6) $\frac{3}{5}, \frac{18}{35}$

حُلَّ كلَّ تناسب مما يأتي: (انظر مثال 2)

1) $\frac{1.5}{6} = \frac{10}{p}$

2) $\frac{3.2}{9} = \frac{n}{36}$

3) $\frac{41}{x} = \frac{5}{2}$

4) $\frac{k}{7} = \frac{32}{56}$

5) $\frac{x}{13} = \frac{18}{39}$

6) $\frac{44}{p} = \frac{11}{5}$

7) $\frac{6}{25} = \frac{d}{30}$

8) $\frac{2.5}{6} = \frac{h}{9}$

9) $\frac{2}{w} = \frac{0.4}{0.7}$

حدّد ما إذا كان x, y متناسبين طرديًّا، وإذا كانا كذلك، فأوجد ثابت التناسب، واكتب معادلةً تربط بينهما: (انظر مثال 3)

1)

x	6	9	12	15
y	4	6	8	10

2)

x	4	6	8	10
y	7	9	11	13

3)

x	2	4	6	8
y	36	52	68	84

4)

x	5	10	13	20
y	12.5	25	32.5	50

افترض أن جميع المتغيرات في كلٍّ من الأسئلة 7 – 1 متناسبة طرديّا. (انظر مثال 4 و 5)

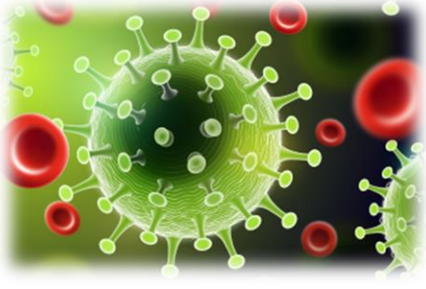
1) إذا كان إعداد طعام يكفي لِـ 18 شخصًا يتطلب استعمال 2kg من الأرز، فما كمية الأرز اللّازمة لإعداد طعام يكفي 50 شخصًا؟

2) إذا كانت نسبة الموظفين المنضبطين بزمن الحضور الصباحي الى الموظفين ال الغير منضبطين هي 1 :4، فما عدد الموظفين المنضبطين بزمن الحضور الصباحي الى مقر العمل من بين 65 موظفًا.

3) يتقاضى راشد مبلغ 126 QR مقابل كل 3 ساعات عمل. اكتب معادلة تعبِّرعن العلاقة بينَ المبلغ c، وعدد الساعات h. وكم ريالًا يتقاضى راشد؛ إذا عمل ساعتين، وإذا عمل 3.5 ساعة؟

4) تستهلك سيارة 21 L من البنزين إذا قطعت مسافة 175 km، فكم لترًا من البنزين تستهلك السيارة إذا قطعت مسافة 900 km ؟

5) يتطلب تحضير خليط من عصير الفواكه لستة أشخاص 300 g من الموز و 500 g من الفراولة و 750 g من التفاح. ما كمية الفراولة اللازمة لتحضير خليط من عصير الفواكه لعشرة أشخاص؟



6) إذا كانت نسبة المصابين بفايروس كوفيد - 19 في دولة قطر في شهر ابريل الى الأشخاص الذين تم اختبارهم 165 :1، إذا قام أحد المراكز الصحية بفحص 2475 شخص.
اكتب تناسبًا وحلَّه؛ لإيجاد عدد المصابين من بين الأشخاص الذين تم فحصهم.

7) تبلغ أقصى سرعة للطابعات ثلاثية الأبعاد حالياً حوالي 300 مليمتر من مادة الطباعة المستخدمة لكل ثانيتين. اكتب معادلة تمثل العلاقة بين عدد مليمترات المادة المستخدمة في الطباعة n وعدد الثواني m، وكم يستغرق طباعة 10000 مليمتر من مادة الطباعة المستخدمة وفق المعدل نفسه؟

الدرس
2-3

النسبة المئوية

Percentage

فكرة الدرس
- أستعمل النسبة المئوية و أحل مسائل عليها.

المصطلحات
النسبة المئوية، التناسب المئوي، جزء من كمية (الجزء)، الكمية الكلية (الكل).

مسألة اليوم

تتصدر دولة قطر الدول العربية في مؤشرات تحقيق الأمن الغـذائي، وفقاً لمؤشـر الأمن الغذائي العالمي الصـادر عام 2020. حيث يبلغ استهلاك دولـة قطر من الخضـروات قرابة 251 ألف طن سـنويًا، 41٪ من هذه الخضـروات هي من الإنتاج المحلي للدولة. فكم يبلغ الإنتاج المحلي لدولة قطر من الخضراوات؟

النسب المئوية : هي مقارنة الجزء بالكل عندما يكون الكل مساويًا 100، والتناسب المئوي هو نسبتان متكافئتان؛ إحداهما تقارن جزءًا من الكمية الكلية، والأخرى هي النسبة المئوية في صورة كسر عشري.

$$\text{النسبة المئوية} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}}$$

بضرب كلّ طرف في (الكل):

$$\text{النسبة المئوية} \times \text{الكل} = \frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} \times \text{الكل}$$

نحصل على المعادلة المئوية:

$$\text{النسبة المئوية} \times \text{الكل} = \text{الجزء}$$

في مسألة اليوم يلاحظ أن النسبة المئوية للإنتاج المحلي لدولة قطر من الخضـراوات هي 41% وكمية الاستهلاك السنوي للدولة من الخضـروات الذي يقدر بقرابة 251 ألف طن يمثل الكل. باستعمال المعادلة المئوية يمكن الحصول على كمية الإنتاج المحلي لدولة قطر والتي تمثل الجزء.

إرشاد

الآلة الحاسبة العلمية

بعض الآلات الحاسبة تحتوي على مفتاح خاص للنسبة المئوية % وبعضها لا تحتوي على مفتاح خاص فنستخدم المفتاحين

SHIFT (

مثال 1

في إحدى الإختبارات الدولية، حصلت زبيدة على 95% من مجموع درجات الإختبار البالغ عددها 600 درجة، وحصلت ماجدة على 97% من مجموع درجات الإختبار نفسه، فكم درجة حصلت عليها ماجدة زيادة على ما حصلت عليه زبيدة؟

الخطوة 1 إيجاد عدد النقاط التي حصلت عليها زبيدة.

الجزء = النسبة المئوية × الكل

$$P_1 = 600 \times 95\%$$

$$= 600 \times \frac{95}{100} = 570$$

تحقق من الإجابة باستعمال الآلة الحاسبة

6 0 0 × 9 5 SHIFT (=

الخطوة 2 إيجاد عدد النقاط التي حصلت عليها ماجدة.

الجزء = النسبة المئوية × الكل

$$P_1 = 600 \times 97\%$$

$$= 600 \times \frac{97}{100} = 582$$

تحقق من الإجابة باستعمال الآلة الحاسبة

6 0 0 × 9 7 SHIFT (=

الخطوة 3 إيجاد الفرق.

$$582 - 570 = 12$$

إذن حصلت ماجدة على 12 درجة زيادة على ما حصلت عليه زبيدة.

تحقق من فهمك

يتسع مسرح دار الأوبرا في كتارا إلى 550 شخص، إذا علمت أن 90% من قاعة المسرح كانت ممتلئة في العرض الأول لأحد الأفلام القطرية، وفي اليوم الثاني لعرض نفس الفلم كانت نسبة المقاعد الممتلئة 85%، فكم عدد الأشخاص الذين حضروا في هذين اليومين؟

تعدّ دار الأوبرا في كتارا الوحيدة من نوعها في قطر، وتستقبل على وجه الخصوص عروض أوركسترا قطر الفلهارمونية وقد تحولت بشكل متسارع إلى مركز مفضل لعدد من أهم الفنانين والموسيقيين في العالم، وهو نموذج معماري فريد وفاخر يجمع بين العمارة الحديثة والتصميم الإسلامي التقليدي.

في بعض الأحيان تكون النسبة المئوية أو الكلّ غير معروف.

إرشاد

الآلة الحاسبة العلمية

عند تحويل الكسر العشري الى نسبة مئوية باستخدام الآلة الحاسبة نضرب الكسر العشري بالعدد 100 ولا ندخل رمز النسبة المئوية في الآلة الحاسبة.

مثال 2

كانت درجة مُحسن في اختبار الفيزياء 39 من 50 ، ودرجته في الكيمياء 45 من 60، وفي الأحياء 66 من 80 في أيِّ مادة كان أداء مُحسن أفضل؟

الخطوة 1 إيجاد النسبة المئوية لدرجة مُحسن في الفيزياء

اكتب المعادلة المئوية

$$\text{الجزء} = \text{الكل} \times \text{النسبة المئوية}$$

$$35 = 50 \times n_1$$

اقسم كل طرف على 50

$$\frac{35}{50} = n_1$$

بسّط

$$0.78 = n_1$$

لاحظ أن الإجابة ظهرت في صورة كسرٍ عشريٍّ ؛ لذا لا بد من تحويلها إلى نسبة مئوية بالضرب في 100%؛ إذن النسبة المئوية لدرجة مُحسن في الفيزياء هي 78%

الخطوة 2 إيجاد النسبة المئوية لدرجة مُحسن في الكيمياء

اكتب المعادلة المئوية

$$\text{الجزء} = \text{الكل} \times \text{النسبة المئوية}$$

$$45 = 60 \times n_2$$

اقسم كل طرف على 60

$$\frac{45}{60} = n_2$$

بسّط

$$0.75 = n_2$$

لاحظ أن الإجابة ظهرت في صورة كسرٍ عشريٍّ ؛ لذا لا بد من تحويلها إلى نسبة مئوية بالضرب في 100%؛ إذن النسبة المئوية لدرجة مُحسن في الكيمياء هي 75%

الخطوة 3 إيجاد النسبة المئوية لدرجة مُحسن في الأحياء

اكتب المعادلة المئوية

$$\text{الجزء} = \text{الكل} \times \text{النسبة المئوية}$$

$$66 = 80 \times n_3$$

اقسم كل طرف على 80

$$\frac{66}{80} = n_3$$

بسّط

$$0.825 = n_3$$

لاحظ أن الإجابة ظهرت في صورة كسرٍ عشريٍّ ؛ لذا لا بد من تحويلها إلى نسبة مئوية بالضرب في 100%؛ إذن النسبة المئوية لدرجة مُحسن في الأحياء هي 82.5%

وبمقارنة النسب المئوية في المواد الثلاث، نجد أن أداء مُحسن في مادة الأحياء هو الأفضل.

تحقق من فهمك

اكتب معادلة مئوية لحلِّ المسألة التالية، ثم حلَّها واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من الإجابة.

بلغت فاتورة هاتف محمود الشهر الماضي QR 350 ؛ منها QR 105 للمكالمات الدولية، و QR 161 لبيانات الإنترنت، والباقي للمكالمات المحلية. ما النسبة المئوية لكلِّ جزء من أجزاء فاتورته الشهرية؟

مثال 3

سجَّل محمد 12 نقطة في مباراة كرة سلة، إذا علمت أن هذه النقاط تمثِّل ما نسبته 20% من النقاط التي سجَّلها الفريق كلّه ، فكم نقطة سجَّل الفريق في هذه المباراة؟

يمثل عدد النقاط التي سجلها محمد جزء من النقاط التي سجلها الفريق والتي تمثل الكل. وعليه فالمطلوب هو إيجاد الكل.

اكتب المعادلة المئوية

$$\text{الجزء} = \text{الكل} \times \text{النسبة المئوية}$$

$$12 = w \times 20\%$$

اكتب النسبة المئوية في صورة كسر عشري

$$12 = w \times 0.2$$

اقسم كل طرف على 0.2

$$\frac{12}{0.2} = w$$

بسّط

$$60 = w$$

إذن سجل الفريق 60 نقطة في هذه المباراة.

تحقق من فهمك

يدفع يوسف QR 15000 أجرة محله التجاري شهريًّا، إذا علمت أن هذا المبلغ يمثِّل ما نسبته 60% من دخل المحل التجاري شهريًّا، فكم دخل محل يوسف التجاري؟

والجدول الآتي يلخص الحالات المختلفة لاستعمال المعادلة المئوية:

المعادلة المئوية		
النوع	المثال	المعادلة
إيجاد الجزء	ما قيمة 25% من 60 ؟	$P = 60 \times 0.25$
إيجاد النسبة المئوية	ما النسبة المئوية للعدد 15 من 60؟	$15 = 60 \times n$
إيجاد الكلّ	ما العدد الذي 25% منه تساوي 15؟	$15 = w \times 0.25$

تدرب وحل مسائل

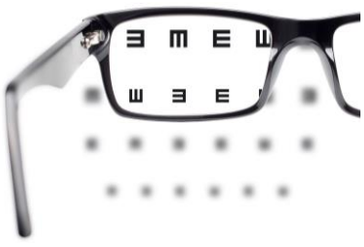
1) في دراســـة مســـحية شملت 2500 طالب ، من الصف التاسع ، و 2500 طالب من الصف العاشر، وُجـد أن 20% من طلاب الصف التاسع على وعي بخطورة مرض السـكري وأسبابه، في حين أن 23% من طلاب الصف العاشر هم على وعي بخطورة مرض السـكري وأسبابه. بكم يزيد عدد طلاب الصف العاشر عن الطلاب الصف التاسع الذين يعون خطورة مرض السـكري وأسبابه ؟ (انظر مثال 1)

2) المسافة بين مدينة مسيعيد ومدينة الرويس 150 km، إذا قطع صالح منها ما نسبته 85%، فكم كيلومترًا إضافيًّا عليه أن يقطع لتصبح نسبة المسافة المقطوعة 90% ؟ (انظر مثال 1)

3) اكتب معادلة مئوية لحل المسألة التالية ، ثم حُلَّها، واستعمل الآلة الحاسبة للتحقق من حلِّك.
بلغت فاتورة الشراء لعائلة من أحد المتاجر 450 QR؛ منها 300 QR ثمنًا للمواد التموينية، و 50 QR للمنظفات ، والباقي للأواني المنزلية، فما النسبة المئوية لكل نوع من المصروفات، مقربًا الإجابة إلى أقرب عُشْرٍ؟ (انظر مثال 2)

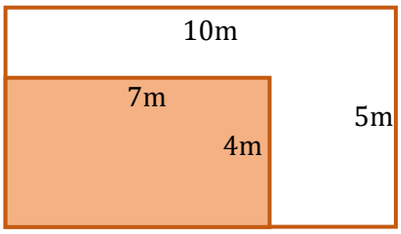
4) اشـترى غانم جهاز ألعاب بمبلغ 3000 QR، واتفق مع التاجر على أن يدفع 900 QR عند إستلام الجهاز ويدفع المبلغ المتبقي بعد شهرين. ما النسبة المئوية لكل دفعة؟ (انظر مثال 2)

5) اشـــترت سلمى كتابًا، و قرأت منه 32 صفحة، إذا علمت أن ما قرأته يمثِّل ما نســـبته 8% من عدد صفحات الكتاب، فكم عدد صفحات الكتاب كلِّه؟ (انظر مثال 3)



6) عدد الطلاب الذين يلبســـون نظارات طبيَّةً في مدرســـة ابتدائية 15 طالبًا. إذا علمت أن هــؤلاء الطــلاب يمثِّلون ما نسـبته 4% من طلاب المدرسـة ، فكم عـدد الطلاب في هذه المدرسة؟(انظر مثال 3)

7) في الشكل المجاور قطعة أرض مستطيلة الشكل بُعداهـــا 10 m, 5 m، إذا علمـت أن المنطقـة المسـتطيلة المظلَّلة تَمَّت زراعتهـــا أزهارًا، فأوجد النسبة المئوية التي تمثل المنطقة التي تَمَّت زراعتها بالنسبة لقطعة الأرض كلِّها ؟



8) ورقة بيضاء بُعداها 30 cm , 20 cm. إذا لوّن باسم منها مربعًا طول ضلعه 6 cm فما النسبة المئوية لمساحة الجزء غير الملون بالنسبة لمساحة الورقة كاملة؟

9) في شهر فبراير سنة 2022م بلغ عدد سكان قطر 2 800 000 نسمة تقريباً، 28% منهم إناث. فكم يبلغ عدد الذكور؟

10) اشترك أحمد وماجد في مشروع تجاري بلغت أرباحه في نهاية العام QR 500 000 ، اقتطعا منها نسبة 20% لتطوير المشروع وتوسعته، ثم وزَّعا الأرباح المتبقية منها بينهما، بحيث كانت نصيب أحمد 60% ، فما مقدار نصيب ماجد من الارباح؟

الدرس
2-4

تطبيقات على النسبة المئوية

Applications of Percentage

فكرة الدرس ➢ أحل مسائل تشمل نسبًا مئوية.

المصطلحات التغير المئوي، الزيادة المئوية، النقصان المئوي، سعر التكلفة، ثمن البيع، الخصم.

مسألة اليوم الجدول أدناه يوضّح مقدار التغيّر في الراتب الأساسي لأحد الموظفين من الدرجة السابعة إلى الدرجة الثالثة بالريال في أحد مؤسسات الدولة.

الدرجة	السابعة	السادسة	الخامسة	الرابعة	الثالثة
الراتب الأساسي	6000	8000	9000	10000	12000

1) ما مقدار الزيادة في الراتب من الدرجة السابعة الى الدرجة الرابعة؟

2) أكتب النسبة بين مقدار الزيادة في الراتب الأساسي بين المدرجتين السابعة والرابعة الى راتب الدرجة السابعة في صورة كسر إعتيادي. ثم عبر عنها في صورة نسبة مئوية مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة.

التناسب

المفهوم: التغير المئوي هو نسبة تقارن مقدار التغيّر في كمّية ما بالكمّية الأصلية مكتوبة في صورة نسبة مئوية.

الرموز:

$$\text{التغير المئوي} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الأصلية}} \times 100\%$$

خطوات الحل: لإيجاد التغيّر المئوي، اتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1 أوجد قيمة التغير بطرح الكمية الأصلية من الكمية الجديدة.

الخطوة 2 أعوض في تعريف التغير المئوي كل من مقدار التغير والكمية الأصلية

إذا كانت الكميّة الجديدة أكبر من الكمّية الأصلية، فإنّ التغيّر المئوي يسمّى الزيادة المئوية، وإذا كانت الكميّة الجديدة أصغر من الكمّية الأصلية، فإنّ التغيّر المئوي يُسمّى النقصان المئوي.

مثال 1

1 **استقبل متحف يوم الإثنين 174 زائرًا. واستقبل 200 زائرًا يوم الثلاثاء. بيّن ما إذا كان التغيّر زيادةً أم نقصانًا، ثم أوجد التغيّر المئوي، مقربًّا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة، ثم تحقق من حلّك باستعمال الآلة الحاسبة.**

الخطوة 1 مقدار التغيّر $200 - 174 = 26$

بما أنّ عدد الزوار يوم الثلاثاء أكبر من عدد الزوار يوم الإثنين (الكمية الأصلية)، فإن التغيّر يعبّر عن زيادةٍ.

الخطوة 2 أعوض في تعريف التغير المئوي لحساب الزيادة المئوية

تعريف التغيّر المئوي

$$\text{التغير المئوي} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الأصلية}} \times 100\%$$

مقدار التغير = 26 ، والكمّية الأصلية = 174

$$= \frac{26}{174} \times 100\%$$

بسط باستعمال الآلة الحاسبة

$$= 14.94252\%$$

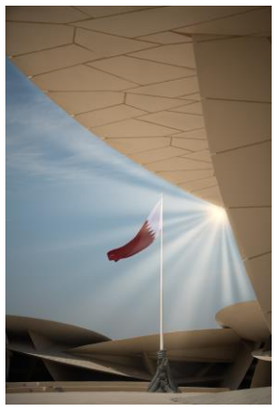
النسبة المئوية هي 14.94252%، ثم يُقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ، وبالتالي فإن التغيّر المئوي لعدد زوار المتحف 14.9%

تحقق من الإجابة باستعمال الآلة الحاسبة

2 **بلغ معدّل تساقط الأمطار السنوي في عام 2016 في قطر 101.1 mm و في عام 2017 بلغ معدّل تساقط الأمطار السنوي 78.4 mm ، بيّن ما إذا كان هذا التغيّر زيادة أم نقصانًا، ثم أوجد التغيّر المئوي مقربًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة. وتحقق من حلّك باستعمال الآلة الحاسبة.**

الخطوة 1 مقدار التغيّر $78.4 - 101.1 = -22.7$

بما أنّ معدّل تساقط الأمطار في عام 2017 أقل من معدّله في عام 2016 ، فإن التغيّر بإشارته السالبة يعبّر عن نقصان.



يسود قطر مناخ صحراوي يتميز بمحدودية هطول الأمطار، ودرجات حرارة عالية خلال فصل الصيف تصل الى 50 درجة

إرشاد

عند حساب النقصان المئوي نعوض القيمة المطلقة لمقدار التغير في تعريف التغير المئوي.

$|-22.7| = 22.7$

الخطوة 2 أعوض في تعريف التغير المئوي لحساب النقصان المئوي

تعريف التغيّر المئوي

$$\text{التغير المئوي} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الأصلية}} \times 100\%$$

مقدار التغير = 22.7 ، والكمّية الأصلية = 101.1

$$= \frac{22.7}{101.1} \times 100\%$$

بسط باستعمال الآلة الحاسبة

$$= 22.453016\%$$

النسبة المئوية هي 22.453016% ، ثم يُقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرةٍ، وبالتالي فإن التغيّر المئوي للنقصان في معدل تساقط الأمطار هو 22.5%

تحقق من الإجابة باستعمال الآلة الحاسبة

تحقق من فهمك

بيّن ما إذا كان التغيّر زيادةً أم نقصانًا، ثم أوجد التغيّر المئوي في كلٍّ ممّا يأتي، مقربًا الناتج إلى أقرب عُشرٍ، ثم تحقق من حلّك باستعمال الآلة الحاسبة.

a) إشترى نايف لعبة إلكترونية خلال فترة الترويج الإعلاني لها بسعر مخفض قدره QR 96. وبعد إنتهاء فترة الترويج الإعلاني أصبح سعرها QR 108.

b) بدأ سامر بالتدرب للمشاركة في سباق المارثون، كان يقطع مسافة معيَّنةً ركضًا في زمن قدر 65 min وبعد التدريب أصبح يقطعها في 55 min.

عندما يبيع متجر بضاعة ما بمبلغ أكبر من سعر التكلفة ، فإن المبلغ الإضافي يُسمَّى زيادة والمبلغ الذي يدفعه المشتري يسمى ثمن البيع وإذا أعلن المتجر عن خصمٍ معيّن، فإن هذا المبلغ يُطرح من المبلغ الذي سيدفعه المشتري.

مثال 2

1 اشترى تاجر بضاعة، ثمَّ باعها بمبلغ QR 1600، بعد أن أضاف إليها زيادة نسبتها 25%. فبكم اشتراها؟

ثمن البيع = الثمن الأصلي + الزيادة

افترض أن الثمن الأصلي (سعر التكلفة) هو c.

اكتب معادلة حساب ثمن البيع

ثمن البيع = الثمن الأصلي + الزيادة

بعد الزيادة

$1600 = c + c \times 25\%$

اجمع الحدود المتشابهة

$1600 = c + c \times 0.25$

اقسم الطرفين على 1.25

$1600 = 1.25\,c$

بسط

$\frac{1600}{1.25} = c$

$c = 1280$

إذن اشترى التاجر البضاعة بـ QR 1280

2 **اشترى سعيد هاتفًا جديدًا بعد أن حصل على خصم نسبته 15% فإذا دفع سعيد QR 2210 ، فما الثمن الأصلي للهاتف؟**

ثمن البيع = الثمن الأصلي − الخصم

افترض أن الثمن الأصلي c.

اكتب معادلة حساب ثمن البيع

ثمن البيع = الثمن الأصلي − الخصم

بعد الخصم

$2210 = c - c \times 15\%$

اجمع الحدود المتشابهة

$2210 = c - c \times 0.15$

اقسم الطرفين على 1.25

$2210 = 0.85\,c$

بسط

$\frac{2210}{0.85} = c$

$2600 = c$

إذن الثمن الأصلي للهاتف QR 2260

تحقق من فهمك

a) باع تاجر تلفازًا بمبلغ QR 6000 بعد أن أضاف إليه ربحًا نسبته 20% ، فما الثمن الأصلي للتلفاز؟

b) بمناسبة نهاية الموسم، أعلن محل تجاري عن خصم نسبته 35% ، على جميع السلع في المحل التجاري. إذا علمت أن ثمن سلعة ما أصبح بعد الخصم QR 97.5، فكم كان ثمنها قبل الخصم؟

مثال 3

مع تميم QR 750 000 ، وبعد مرور عام هجري أخرج زكاته المستحقة منها، وتبرع منها بمبلغ QR 50 000 لمشروع بناء مسجد، فكم تبقى معه إذا علمت أن نصاب الزكاة هو 2.5%؟

الخطوة 1 إيجاد مقدار الزكاة (الجزء)

اكتب المعادلة المئوية: الجزء = الكل × النسبة المئوية

$$P = 750\,000 \times 2.5\%$$

كتب المعادلة المئوية في صورة كسر عشري

$$P = 750\,000 \times 0.25$$

بسّط

$$P = 18750$$

إذن مقدار الزكاة الواجبة هو QR 18750

الخطوة 2 إيجاد المبلغ المتبقي بعد إخراج الزكاة.

$$750\,000 - 18\,750 = 731\,250$$

إذن المبلغ المتبقي بعد إخراج الزكاة هو QR 731 250

الخطوة 3 إيجاد المبلغ المتبقي بعد التبرع لمشروع بناء المسجد.

$$731\,250 - 50\,000 = 681\,250$$

إذن المبلغ المتبقي مع تميم هو QR 681 250

تحقق من فهمك

إذا بيع جهاز حاسوب محمول بمبلغ QR 3800، بحيث دفع المشتري 15% من قيمته نقدًا، ودفع الباقي على أقساط شهرية قيمة كلٍّ منها QR 161.5 ، فما عدد الأقساط الشهرية؟

تدرب وحل مسائل

أوجد التغيّر المئوي فيما يأتي، ثم قرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة، ثم بيّن ما إذا كان التغيّر المئوي زيادة أم نقصانًا. (انظر مثال 1)

1) الثمن الأصلي QR 40
الثمن الجديد QR 32

2) المسافة الأصلي 325 km
المسافة الجديد 400 km

3) أرسل عبيده 80 رسالة نصية في شهر مارس، وَ 116 رسالة نصية في شهر مايو. أوجد التغير المئوي، ثم بيّن ما إذا كان التغير زيادة أم نقصانًا. (انظر مثال 1)

4) شاهد 17.8 مليون مشاهد أحد البرامج الثقافية في التلفاز يوم الثلاثاء، وشاهد البرنامج 16.6 مليون مشاهد يوم الأربعاء. أوجد التغير المئوي في عدد المشاهدين بين يومَي الثلاثاء والأربعاء، ثم بيّن ما إذا كان التغير زيادةً أم نقصانًا. (انظر مثال 1)

5) ازداد عدد الطلاب في أحد الفصول هذا العام بنسبة 12%، عن العام الماضي. إذا أصبح في الفصل 28 طالبًا هذا العام، فكم كان عدد طلاب الفصل في العام الماضي؟ (انظر مثال 2)

6) اشترى طارق غسّالة في عرض للتنزيلات بمبلغ QR 1380 وبخصم نسبته 8%، أوجد ثمن الغسالة قبل الخصم. (انظر مثال 2)

7) تحوي علبة حليب الأطفال المخصصة للدعاية زيادة مجانية بنسبة 30% عما تحويه العلبة الأصلية. إذا كانت العلبة الجديدة تحتوي على 2.6 kg من الحليب، فكم عدد كيلوجرامات الحليب في العلبة الأصلية؟(انظر مثال 2)

8) يحصل الصغار على خصم نسبته 20% من السعر الأصلي لتذكرة دخول متنزه. إذا كان سعر تذكرة الصغير QR 8، فما السعر الأصلي للتذكرة؟(انظر مثال 2)

9) يباع جهاز ألعاب بمبلغ QR 1200، بحيث يدفع المشتري 12% من قيمته نقداً دفعة أولى، ويدفع الباقي أقساط شهرية متساوية. فما قيمة القسط الواحد؟ (انظر مثال 3)

10) عرض محل تجاري جهاز تلفاز للبيع بسعر QR 1980 نقدًا، أو مقسَّطًا بدفعة أولى نسبتها 15% من سعره النقدي وَ 12 قسطًا شهريًّا قيمة كل قسطٍ منها QR 150 أيُّ السعرين أعلى؟ وبكم يزيد على السعر الآخر؟(انظر مثال 3)

اختبار الوحدة

الوحدة 2

1) إذا كانت نسبة الحديد إلى النحاس في سبيكةٍ ما هي 3:17، فما كتلة النحاس في 10 kg من هذه السبيكة؟

حُلّ كلَّ تناسب ممَّا يأتي:

2) $\frac{3}{x} = \frac{9}{12}$ 3) $\frac{5}{3} = \frac{20}{y}$

4) اشترى صالح 6 أقلام بِـ QR 9، فما ثمن 10 أقلام من النوع نفسه؟

5) قسّم المبلغ QR 19000، بين شخصين بنسبة 3 : 7

6) اختيار من متعدد: مزج ماجد 5 L من طلاء أحمر مع 2 L من طلاء أزرق ، ما نسبة الطلاء الأحمر إلى إجمالي كمية الطلاء؟

A) $\frac{5}{2}$ **B)** $\frac{5}{7}$

C) $\frac{2}{5}$ **D)** $\frac{7}{5}$

7) ارتفاع بناية 15 m، وطول ظلّها 3.5 m ، وفي الوقت نفسه كان طول ظل بناية مجاورة 7.5 m، أوجد ارتفاع البناية الثانية.

8) إذا كان عدد سكان دولة قطر من الفئة العمرية (0–14) عام 2004 هو 167018، وبلغ عددهم 232594 في عام 2010، فما النسبة المئوية للزيادة في عدد السكان من هذه الفئة؟

9) إذا كان عدد سكان إحدى الدول 250 مليونًا، وكان 37% منهم لهم فصيلة الدم (O+)، فكم عدد السكان الذين يحملون هذه الفصيلة؟

10) إذا كانت النسبة المئوية لعدد المتغيِّبين في الصف الثامن في أحد الأيام هو 10%، وعدد الحضور 27 طالبًا، فما العدد الإجمالي لطلاب الصف الثامن؟

11) صف دراسي فيه 40 طالبًا؛ 35% منهم عيونهم سوداء، وَ 55٪ منهم عيونهم عسلية، فكم طالبًا عيونه ليست سوداء وليست عسلية؟ اكتب معادلة مئوية ، ثم حلّها

12) يبيع محلّ تجاري القطعة من سلعة ما بربح 45%، إذا كان سعر بيع القطعة الواحدة QR 58 ، فما سعرها الأصلي؟