امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام 2024 / النظامي

المبحث: الرياضيات (الورقة الأولى، ف1) **رقم المبحث: 205** **مدة الامتحان : د/٣٠ : س/٢**

الفرع : العلمي + الصناعي جامعات **رقم النموذج: (1)** **اليوم والتاريخ : السبت ٢٠٢٤/٠٦/٢٩**

اسم الطالب: **رقم الجلوس :**

ملحوظة مهمة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (5) ؛ بحيث تكون إجابتك عن السؤال الأول على نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي)، وتكون إجابتك عن باقي الأسئلة على دفتر الإجابة، علما أن عدد صفحات الامتحان (8).

السـؤال الأول: (100 علامة)

اختر رمز الإجابة الصحيحة في كل فقرة مما يأتي، ثم ظلل بشكل غامق الدائرة التي تشير إلى رمز الإجابة في نموذج الإجابة (ورقة القارئ الضوئي) فهو النموذج المعتمد (فقط) لاحتساب علامتك في هذا السؤال، علما أن عدد فقراته (25)، وانتبه عند تظليل إجابتك أن رمز الإجابة (a) على ورقة الأسئلة يقابله (أ) على ورقة القارئ الضوئي، و (b) يقابله (ب) و (c) يقابله (ج) و (d) يقابله (د).

1) إذا كان : $f(x) = e^3 + \frac{2}{e^x}$ فإن $f'(0)$

a) 2

b) -2

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

2) إذا كان $f(x) = 2Sinx + Cos(2x)$ فإن $f'(\pi)$:

a) 2

b) -2

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

3) يمثل الاقتران : $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 6t$ ، $t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم ، حيث s الموقع بالأمتار ، t الزمن بالثواني ، ما قيم t التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظي

a) *2 , 3*

b) 1 , 3

c) *5 , 1*

d) 1 , 2

يتبع الصفحة الثانية ....

4) إذا كان : $y = \frac{3}{x^2 + 8}$ فإن $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2}$ هي

a) $\frac{1}{12}$

b) $\frac{-1}{12}$

c) $\frac{-1}{144}$

d) $\frac{1}{144}$

5) إذا كان: $f''(x) = \frac{3(x^3 - 2x^2)}{x}$ فإن $f^{(4)}(x)$:

a) $3x^2 - 6x$

b) $6x - 6$

c) 0

d) 6

6) إذا كان : $f(x) = \sqrt[3]{\ln x}$, $x > 0$ فإن $f'(x)$

a) $\frac{1}{3\sqrt[3]{\ln x}}$

b) $\frac{1}{3x\sqrt[3]{\ln x}}$

c) $\frac{1}{x\sqrt[3]{\ln x}}$

d) $\frac{1}{3x\sqrt[3]{(\ln x)^2}}$

7) إذا كان $f(x) = 4^{(\frac{1}{3}x^3 - 4x)}$ فإن قيم x التي يكون عندها مماس أفقي هي :

a) $2 , -2 , \ln 4$

b) $2 , -2$

c) $2 , \ln 4$

d) $-4 , \ln 4$

8) إذا كان : $2y = \log (x^2 - 4x)$ فإن $\frac{dy}{dx}$

a) $\frac{2x - 4}{(x^2 - 4x)}$

b) $\frac{2x - 4}{(x^2 - 4x)\ln 10}$

c) $\frac{2x - 4}{(2x^2 - 8x)\ln 10}$

d) $\frac{2x - 4}{(2x^2 - 4x)\ln 10}$

يتبع الصفحة الثالثة ....

9) ميل المماس المنحنى العلاقة $(x^2 - 4x)(y+5) = 10$ عند النقطة (2 , 1)

a) $\frac{-14}{3}$

b) $\frac{14}{3}$

c) $\frac{3}{14}$

d) $\frac{-3}{14}$

10) إذا كان : $y = x^{\sqrt{x}}, x > 0$ فإن $\frac{d}{dx}(\ln y)$ هي :

a) $\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

b) $\sqrt{x} + \ln x$

c) $\frac{2 + \ln x}{2\sqrt{x}}$

d) $\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

11) إذا زاد حجم مكعب بمعدل $24cm^3/min$ وزادت مساحة سطحة بمعدل $12cm^2/min$ فإن طول ضلعه في تلك اللحظة هو :

a) $2\sqrt{2}$

b) 2

c) 4

d) 8

12) مثلث قائم الزاوية ، ساقاه x , y ووتره z إذا كان $\frac{dz}{dt} = 1$ ، $\frac{dx}{dt} = 3\frac{dy}{dt}$ فإن $\frac{dx}{dt}$ عندما x = 4 ، y = 3 هي

a) $\frac{1}{3}$

b) 1

c) 2

d) 5

13) إذا كانت : $f(x) = 4x - x^2 + 6$ فإن القيمة العظمي المطلقة في الفترة [4 , 0] هي :

a) 6

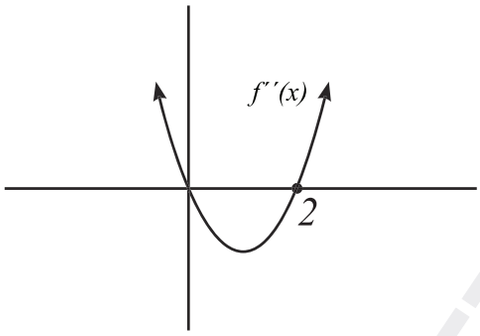
b) 2

c) 10

d) 12

يتبع الصفحة الرابعة ....

14) معتمداً الشكل الآتي الذي يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران $f(x)$ ما الفترة (الفترات) التي يكون فيها الاقتران $f(x)$ مقعراً للأعلى :



a) (0 , 2)

b) (1 , ∞)

c) (-∞ , 0) , (2 , ∞)

d) (-∞ , ∞)

15) يمثل الاقتران $s(t) = 2t^3 - 6t^2 + 7 , \ t \geq 0$ موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم ، حيث s ، الموقع بالأمتار ، t الزمن بالثواني، ما الفترة الزمنية التي يتحرك فيها الجسم في الاتجاه الموجب .

a) (0 , 2)

b) (0 , ∞)

c) (2 , ∞)

d) (2 , 4)

16) يمثل الاقتران $s(x) = 5 - 0.002x$ سعر منتج بالدينار في إحدى الشركات حيث x عدد القطع من المنتج ويمثل الاقتران $c(x) = 3 + 1.1\,x$ تكلفة انتاج x قطعة بالدينار فإن اقتران الربح هو :

a) $5x - 0.002x^2$

b) $5 - 0.004\,x$

c) $3.9x - 0.02\,x^2 - 3$

d) $3.9\,x - 0.002x^2 - 3$

17 إذا كان A cm , B cm هما طولي ضلعين ثابتين في مثلث وكانت الزاوية بينهما θ ، فإن قيمة θ التي تجعل مساحة المثلث اكبر ما يمكن هي :

a) $\frac{\pi}{2}$

b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{4}$

d) $\frac{2\pi}{3}$

18) إذا كانت $i = \sqrt{-1}$ فإن قيمة المقدار $\sqrt{-9} * i^{22}$ هو :

a) 9i

b) -9i

c) 3i

d) -3 i

يتبع الصفحة الخامسة ....

19) إذا كان : $2x + 3y + i(x-2y) = 8 - 3i$ فإن قيمتي x , y على الترتيب

a) 1 , 3

b) 1 , 2

c) 2 , 3

d) 1 , 4

20) مقياس العدد المركب $z = 3 + 3i\sqrt{3}$

a) 3

b) $\sqrt{3}$

c) 6

d) $3\sqrt{3}$

21) ناتج $\frac{2 - 6i}{-3i}$ هو :

a) $2 + \frac{2}{3}$ i

b) $2 - \frac{2}{3}$ i

c) $2 + \frac{3}{2}$ i

d) $2 - \frac{3}{2}$ i

22) إذا كان $z_1 = 6 (Cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ ، $z_2 = 2 (Cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$ فإن z_1z_2 هو :

a) $2 (Cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$

b) $6 (Cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$

c) $8 (Cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$

d) $12 (Cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2})$

23) إذا كان : $z = 2 - 2i$ فإن $|\frac{1}{z}|$ هو :

a) $2\sqrt{2}$

b) 1

c) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

d) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

يتبع الصفحة السادسة ....

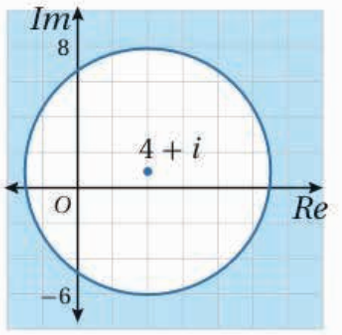
24) متباينة الحل الهندسي الذي تمثله المنطقة المظللة في الشكل المجاور هي :

a) $|z - 4 + i| \geq 7$

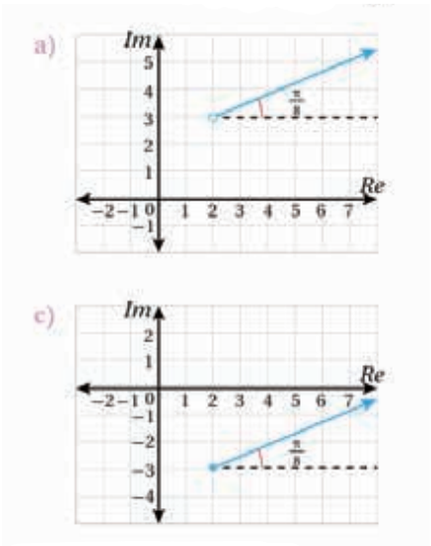
b) $|z - 4 + i| \leq 7$

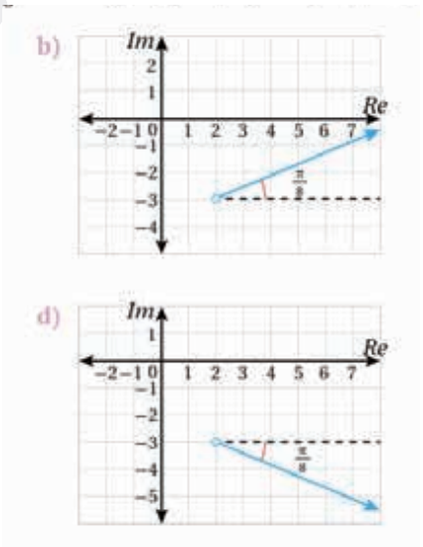
c) $|z - 4 - i| \geq 7$

d) $|z - 4 - i| \leq 7$



25) أي الأتية هو المحل الهندسي الذي معادلته : $Arg(z - 2 + 3i) = \frac{\pi}{8}$





يتبع الصفحة السابعة ....

السـؤال الثاني: (22 علامة)

يتحرك جسم معلق بزنبرك إلى الأعلى وإلى الأسفل ، ويُمثل الاقتران : (12 علامات)

$s(t) = 7 \sin t$ موقع الجسم عند أي زمن لاحق ، حيث t الزمن بالثواني و s الموقع بالأمتار :

a) أجد اقترانا يُمثل سرعة الجسم، واقترانا آخر يمثل تسارعه عند أي لحظة.

b) أصف حركة الجسم .

b) جد ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران (10 علامات)

$$f(x) = \left(\frac{x^2 + 3}{x - 5}\right)^4 \quad \text{عند } x = 1$$

السـؤال الثالث: (28 علامة)

a) أثبت أن مساحة المثلث القائم الزاوية المكون من المماس المرسوم لمنحنى العلاقة $y = \sqrt{x}$ ، $x > 0$ عند النقطة (4,2) والمحور x والمستقيم $X = 4$ هو 8 وحدات مربعة (10 علامات)

b) جد $\frac{d^2y}{dx^2}$ للمعادلة الوسيطية الآتية عند $t = 0$ (8 علامات)

$$x = e^{-t} \quad , y = t^3 + t + 1$$

c) تحركت دراجتان في الوقت نفسه ، ومن النقطة نفسها ، على طريقين مستقيمين ، قياس الزاوية بينهما $\frac{\pi}{3} rad$. إذا كانت سرعة الدراجة الأولى 15 km/h ، وسرعة الدراجة الثانية 20 km/h ، فأجد سرعة ابتعاد كل منهما عن الأخرى بعد ساعتين من انطلاقهما. (10 علامات)

يتبع الصفحة الثامنة ....

السـؤال الرابع: (22 علامة)

a) جد القيمة العظمى المطلقة والقيمة الصغرى المطلقة (10 علامات)

(إن وجدت) للاقتران $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ [-2 , 2]

b)خطط مزارع لتسييج حظيرة مستطيلة الشكل قرب نهر وحدد مساحة الحظيرة بـ $245000\ cm^2$ لتوفير كمية عشب كافية لأغنامه ، جد أبعاد الحظيرة التي تجعل طول السياج أقل ما يمكن ، علما بأن الجزء المقابل للنهر لا يحتاج إلى تسييج (12 علامة)

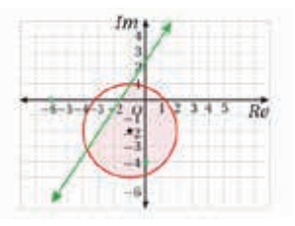
السـؤال الخامس : (28 علامة)

a) أكتب العدد المركب $z = 2 + 3\,i\sqrt{3}$ بالصورة المثلثية (8 علامات)

b) جد جميع الجذور الحقيقية والجذور المركبة للمعادلة (10 علامات)

$Z^3 + 4\,Z + 10 = 5\,Z^2$

c) أكتب (بدلالة z) نظام متباينات يمثل المحل الهندسي المبين في الشكل المجاور. (10 علامات)



حلول مقترح الوزارة

① $f(x) = e^3 + \frac{2}{e^x}$ $\quad f'(x) = \frac{-2e^x}{(e^x)^2} = \frac{-2}{e^x}$

$f'(0) = \frac{-2}{1} = -2$ **B**

② $f(x) = 2\sin(x) + \cos(2x)$ $\quad f'(x) = 2\cos(x) - 2\sin(2x)$

$f'(\pi) = (2)(-1) - (2)(0) = -2$ **B**

③ $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 6t$

$v(t) = t^2 - 5t + 6$ $\quad v(t) = 0$

$t^2 - 5t + 6 = 0$ $\quad (t-3)(t-2) = 0$

$t = 3$ $\quad t = 2$ **A**

④ $y = \frac{3}{x^2+8}$ $\quad \frac{dy}{dx} = \frac{-3 * 2x}{(x^2+8)^2} = \frac{-6x}{(x^2+8)^2}$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=2} = \frac{-12}{144} = \frac{-1}{12}$ **B**

⑤ $f''(x) = \frac{3x^3 - 6x^2}{x}$ $\quad f''(x) = 3x^2 - 6x$

$f^{(3)}(x) = 6x - 6$ $\quad f^{(4)}(x) = 6$ **D**

⑥ $f(x) = (\ln x)^{\frac{1}{3}}$ $\quad f'(x) = \frac{1}{3}(\ln x)^{\frac{-2}{3}} * \frac{1}{x}$

$$f'(x) = \frac{1}{3x\sqrt[3]{(\ln x)^2}}$$ (D)

⑦ $f(x) = 4^{(\frac{1}{3}x^3 - 4x)}$ $\quad f'(x) = 4^{(\frac{1}{3}x^3 - 4x)} * (x^2 - 4) * \ln 4$

$f'(x) = 0$ $\quad 4^{(\frac{1}{3}x^3 - 4x)} \neq 0$ $\quad \ln 4 \neq 0$ $\quad x^2 - 4 = 0$

$\boxed{x = 2 \quad x = -2}$ (B)

⑧ $2y = \log(x^2 - 4x)$ $\quad y = \frac{1}{2}\log(x^2 - 4x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} * \frac{2x-4}{(x^2-4x)\ln 10} = \frac{2x-4}{2(x^2-4x)\ln 10}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x-4}{(2x^2-8x)\ln 10}$$ (C)

⑨ $(x^2 - 4x)(y') + (y+5)(2x-4) = 0$

$$y' = \frac{-(y+5)(2x-4)}{x^2-4x}$$

$$y'\Big|_{(1,2)} = \frac{-7 * -2}{1-4} = \frac{14}{-3}$$ (A)

⑩ $y = x^{\sqrt{x}}$ $\quad \ln y = \ln x^{\sqrt{x}}$ $\quad \ln y = \sqrt{x}\ln x$

$$\frac{d}{dx}\ln y = \sqrt{x} * \frac{1}{x} + \ln x * \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2}{2\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{2\sqrt{x}} = \frac{2 + \ln x}{2\sqrt{x}}$$ (C)

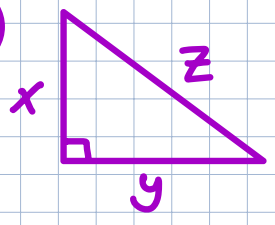
(11) $\frac{dv}{dt} = 24$ $\frac{dA}{dt} = 12$

$V = x^3$ $\frac{dv}{dt} = 3x^2 \frac{dx}{dt}$ $24 = 3x^2 \frac{dx}{dt}$ ------ (1)

$A = 6x^2$ $\frac{dA}{dt} = 12x \frac{dx}{dt}$ $12 = 12x \frac{dx}{dt}$ ------- (2)

(1) ÷ (2) $2 = \frac{1}{4}x$ $x = 8$ (D)

(12)



$\frac{dz}{dt} = 1$ $\frac{dx}{dt} = 3\frac{dy}{dt}$

$z^2 = x^2 + y^2$ $2z\frac{dz}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}$

$x = 4$ $y = 3 \Rightarrow z = 5$ $(2)(5)(1) = (2)(4)(\frac{dx}{dt}) + (2)(3)(\frac{1}{3}\frac{dx}{dt})$

$10 = 8\frac{dx}{dt} + 2\frac{dx}{dt}$ $10 = 10\frac{dx}{dt}$ $1 = \frac{dx}{dt}$ (B)

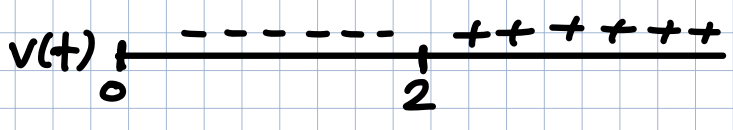
(13) $f'(x) = 4 - 2x$ $f'(x) = 0$ $4 - 2x = 0$ $\boxed{x = 2}$ $[0, 4]$

$f(0) = 6$ $f(4) = 6$ $f(2) = 10$ $\boxed{C}$

(14) $(-\infty, 0), (2, \infty)$ (C)

(15) $v(t) = 6t^2 - 12t$ $v(t) = 0$ $6t^2 - 12t = 0$

$6t(t-2) = 0$ $t = 0$ $t = 2$



$(2, \infty)$ (C)

(16) $R(x) = x\,S(x)$ $\quad R(x) = 5x - 0.002x^2$

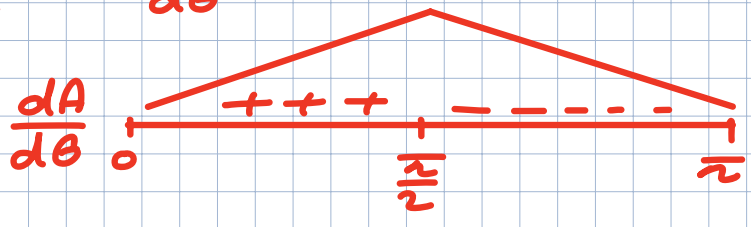
$P(x) = R(x) - C(x) = (5x - 0.002x^2) - (3 + 1.1x)$

$P(x) = 3.9x - 0.002x^2 - 3$ (d)

(17) $A = \frac{1}{2}ab\sin(\theta)$ $\quad 0 < \theta < \pi$

$\frac{dA}{d\theta} = \frac{1}{2}ab\cos(\theta)$ $\quad \frac{dA}{d\theta} = 0$ $\quad \frac{1}{2}ab\cos(\theta) = 0$

$\cos(\theta) = 0$ $\quad \theta = \frac{\pi}{2}$



(A)

(18) $i^{22}\sqrt{-9} = (i^2)^{11}\sqrt{9 \times -1} = (-1)^{11}(3)(i) = -3i$ (D)

(19) $2x + 3y = 8$

$x - 2y = -3$

$2x + 3y = 8$

$2x - 4y = -6$ $\quad -$

$7y = 14$

$y = 2$ $\quad x = 1$ (B)

(20) $(3, 3\sqrt{3})$ $\quad |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 + 27} = 6$ (C)

(21) $\frac{2 - 6i}{-3i} \times \frac{3i}{3i} = \frac{6i + 18}{9} = 2 + \frac{2}{3}i$ (A)

(22) $z_1 z_2 = 12\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ (D)

(23) $(2, -2)$ $\quad \left|\frac{1}{z}\right| = \frac{1}{|z|} = \frac{1}{\sqrt{4+4}} = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (C)

(24) $r = \sqrt{(4-4)^2 + (1-8)^2} = \sqrt{49} = 7$

$|z-(4+i)| = 7$ $\quad$ $|z-4-i| \geq 7$ (C)

(25) (B) المحل الهندسي هو شعاع ينطلق من النقطة $(2,-3)$ وله يشملها ويصنع زاوية قياسها $\frac{\pi}{8}$ مع المستقيم الذي يوازي المحور Re^+

السؤال الثاني:

a) $S(t) = 7\sin t$ $\quad$ $V(t) = 7\cos t$ $\quad$ $a(t) = -7\sin t$

b) $S(t)$

اعتماداً على الخصائص الجبرية لاقتران الموقع فإن الجسم يتحرك بمرور الزمن بين الموقع $S=7$ ، $S=-7$ على المحور S ، و القيمة السالبة تعني أن الجسم فوق موقع الاتزان

$V(t)$

تتراوح سرعة الجسم بين ± 7 و تكون سرعة الجسم القياسية أكبر ما يمكن عندما يمر الجسم بموقع الاتزان $\Leftarrow$ موقع الاتزان: $S(t)=0$

$0 = 7\sin t$ $\quad$ $\sin t = 0$ $\quad$ $\cos t = \pm 1$

$a(t)$

اعتماداً على الخصائص الجبرية لاقتران التسارع فإن قيمة التسارع تكون دائماً معكوسة لقيمة الموقع ، لأن محصلة القوى تسحب الجسم للأعلى إذا كان أسفل موقع الاتزان وتسحبه للأسفل إذا كان أعلى الاتزان.

تكون قيمة التسارع صفراً فقط عند موقع الاتزان ، لأن قوة الجاذبية وقوة الزنبرك تلغي إحداهما الأخرى.

السؤال الثاني (الفرع الثاني)

$f(x) = \left(\frac{x^2+3}{x-5}\right)^4$ $\quad x=1$ نقطة التماس $(1,1)$

$f(1) = \left(\frac{4}{-4}\right)^4$ $\quad f(1)=1$

$$f'(x) = 4\left(\frac{x^2+3}{x-5}\right)^3 * \frac{(x-5)(2x)-(x^2+3)(1)}{(x-5)^2}$$

$$f'(1) = 4(-1)^3 * \frac{-4*2-4*1}{(-4)^2} = -4 * \frac{-12}{16}$$

$f'(1) = 3$ ميل المماس 3

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-1}{\text{ميل المماس}}$$

$$\text{ميل العمودي} = \frac{-1}{3}$$

معادلة العمودي

$$y-y_1 = m_{\text{العمودي}}(x-x_1)$$

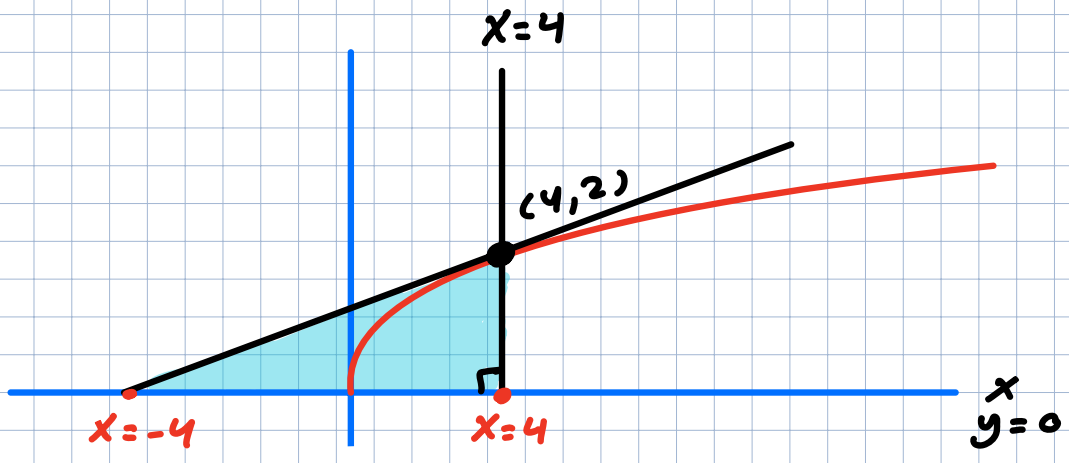
$$y-1 = \frac{-1}{3}(x-1)$$

$$y-1 = \frac{-1}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\boxed{y = \frac{-1}{3}x + \frac{4}{3}}$$

السؤال الثالث (a)

$y=\sqrt{x}$ $y=0$ $x=4$ $(4,2)$



نجد معادلة المماس

$y-y_1=m(x-x_1)$ $m \Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'\Big|_{x=4}=\frac{1}{4}$

$y-2=\frac{1}{4}(x-4)$ $y-2=\frac{1}{4}x-1$ $\boxed{y=\frac{1}{4}x+1}$

نجد تقاطع المماس مع المحور x

$y=0$ $0=\frac{1}{4}x+1$ $-1=\frac{1}{4}x$ $\boxed{-4=x}$

مساحة المثلث $A=\frac{1}{2}*$ القاعدة $*$ الارتفاع

$A=\frac{1}{2}*8*2$

$A=8$ #

السؤال الثالث (B)

$$x = e^{-t} \qquad y = t^3 + t + 1$$

$$\frac{dx}{dt} = -e^{-t} \qquad \frac{dy}{dt} = 3t^2 + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{3t^2+1}{-e^{-t}}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dx}\right)}{\frac{dx}{dt}} = \frac{\dfrac{(-e^{-t})(6t) - (3t^2+1)(e^{-t})}{(-e^{-t})^2}}{-e^{-t}}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-6te^{-t} - 3t^2e^{-t} - e^{-t}}{(-e^{-t})^3}$$

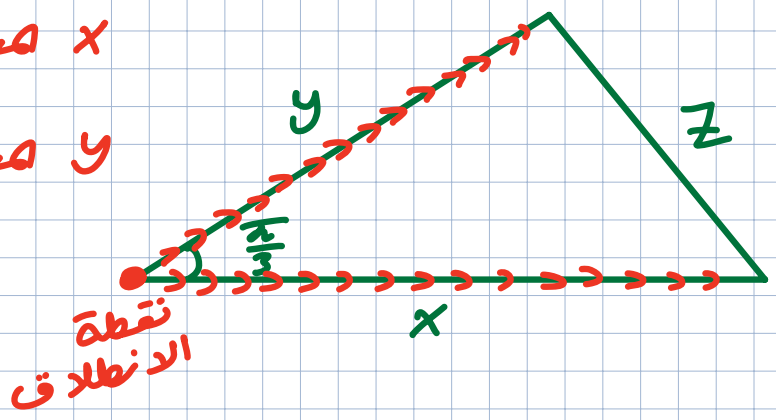
$$\left.\frac{d^2y}{dx^2}\right|_{t=0} = \frac{0 - 0 - 1}{-1} = 1$$

السؤال الثالث (ج)

x المسافة التي تقطعها الدراجة الأولى

y المسافة التي تقطعها الدراجة الثانية

$\frac{dx}{dt} = 15$ $\frac{dy}{dt} = 20$



$z^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos(\frac{\pi}{3})$ $z^2 = x^2 + y^2 - xy$

$2z\frac{dz}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} - \left((x)(\frac{dy}{dt}) + (y)(\frac{dx}{dt})\right)$

بعد ساعتين $x = 2\frac{dx}{dt}$ $x = 30$

$y = 2\frac{dy}{dt}$ $y = 40$

$z = \sqrt{900 + 1600 - 1200}$ $z = 10\sqrt{13}$

$(2)(10\sqrt{13})(\frac{dz}{dt}) = (2)(30)(15) + (2)(40)(20) - (30)(20) - (40)(15)$

$20\sqrt{13}\frac{dz}{dt} = 1300$ $\frac{dz}{dt} = \frac{1300}{20\sqrt{13}}$

السؤال الرابع (الفرع الأول)

$$f(x)=\frac{x^2}{x^2+1}$$

$$f'(x)=\frac{(x^2+1)(2x)-(x^2)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3+2x-2x^3}{(x^2+1)^2} \qquad f'(x)=\frac{2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x)=0 \quad 2x=0 \quad x=0 \in [-2,2]$$

$$f(-2)=\frac{4}{5}$$
$$f(2)=\frac{4}{5}$$
$$f(0)=0$$

$f(-2)=\frac{4}{5}$ يوجد قيمة عظمى مطلقة عند $x=-2$ وقيمتها

$f(2)=\frac{4}{5}$ يوجد قيمة عظمى مطلقة عند $x=2$ وقيمتها

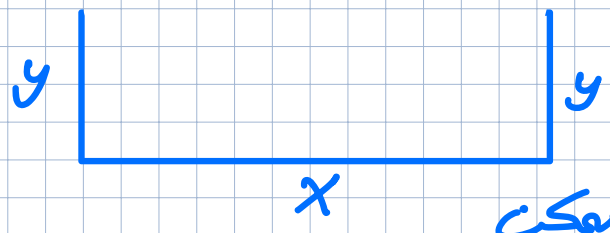
$f(0)=0$ يوجد قيمة صغرى مطلقة عند $x=0$ وقيمتها

السؤال الرابع (الفرع الثاني)

مساحة المستطيل = الطول * العرض

$A = xy$

$A = 245\,000$ $\quad xy = 245\,000$ $\quad \boxed{y = \frac{245\,000}{x}}$



x الطول المطلوب

y العرض

بحيث يكون طول السياج أقل ما يمكن

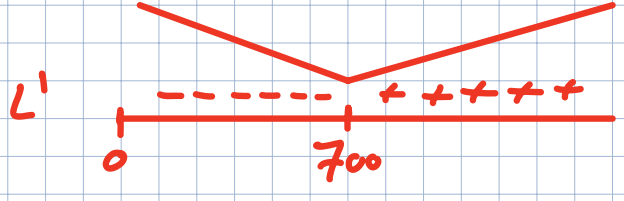
$L = x + 2y$ $\quad L = x + 2\left(\frac{245\,000}{x}\right)$

$L = x + \frac{490\,000}{x}$

$L' = 1 - \frac{490\,000}{x^2}$ $\quad L' = 0$

$1 - \frac{490\,000}{x^2} = 0$ $\quad 1 = \frac{490\,000}{x^2}$ $\quad x^2 = 490\,000$

$x = \pm 700$ $\quad x = 700$ لا يوجد طول سالب



يكون طول السياج أقل ما يمكن عندما $x = 700$

وعندها تكون $y = \frac{245\,000}{700}$

$y = 350$

$x = 700$ $\quad y = 350$

السؤال الخامس (الفرع الأول)

$z = 2 + 3\sqrt{3}\,i \qquad (2, 3\sqrt{3})$

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$

$|z| = r = \sqrt{(2)^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + 27} = \sqrt{31}$

$|z| = r = \sqrt{31}$

$Arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

$Arg(z) = \theta = 1.2033744422$

$Arg(z) = \theta \approx 1.20$

$z \approx \sqrt{31}(\cos(1.20) + i\sin(1.20))$ ✻

السؤال الخامس (B)

$$z^3+4z+10=5z^2$$

$$z^3-5z^2+4z+10=0$$

عوامل الحد الثابت $\pm1 \quad \pm2 \quad \pm5 \quad \pm10$

عوامل معامل أكبر أس ±1

$$\frac{\text{عوامل الحد الثابت}}{\text{عوامل معامل أكبر أس}} \quad \pm1 \quad \pm2 \quad \pm5 \quad \pm10$$

بالتعويض نجد أن $z=-1$

$z^3-5z^2+4z+10=0$ أحد عوامل كثير الحدود $(z+1)$

بالقسمة الطويلة

$$\begin{array}{r|l} & z^2-6z+10 \\ \hline z+1 & z^3-5z^2+4z+10 \\ & z^3+z^2 \quad - \\ \hline & -6z^2+4z+10 \\ & -6z^2-6z \quad - \\ \hline & 10z+10 \\ & 10z+10 \quad - \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$z^3-5z^2+4z+10=0$$

$$(z^2-6z+10)(z+1)=0$$

العزو القانون العام

$$z^2-6z+10=0$$

$$a=1 \quad b=-6 \quad c=10$$

$$b^2-4ac=36-4*1*10=-4$$

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{\text{المميز}}}{2a}$$

$$z = \frac{6 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{6 \pm 2i}{2} = 3 \pm i$$

$z = -1 \qquad z = 3+i \qquad z = 3-i$

السؤال الخامس (الفرع الثالث)

الجزء المظلل يقع داخل دائرة مركزها $(-1,-2)$ وطول نصف قطرها 3 وحدات وهي مرسومة متصلة فالمتباينة التي تمثلها هي

$$|z-(-1-2i)| \leq 3$$

و مستقيم المرسوم متصل وميله $= \frac{6}{4}$ وصل القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(0,-4)$ $(-6,0)$ هو $\frac{-4}{6}$ فهما متعامدان.

واحداثيات منتصف المسافة بين النقطتين $(0,-4)$ $(-6,0)$ هي $(-3,-2)$ تقع على المستقيم أي أن المستقيم هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين $(0,-4)$ $(-6,0)$

$$|z+6| = |z+4i|$$

بتعويض النقطة $(0,0)$

$$|0+0i+6| \qquad |0+0i+4i|$$

$$6 \geq 4$$

$$|z+6| \geq |z+4i|$$