الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

2023-2024

الرياضيات

نسخة الإمارات العربية المتحدة

الصف
11
تطبيقي

Mc Graw Hill

McGraw-Hill Education

الرياضيات

نسخة الإمارات العربية المتحدة

المسار التطبيقي

Project: McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 11 Applied Math Vol 2

FM. Front Matter, from Integrated Math II © 2012
4. Equations and Inequalities, from Integrated Math III Chapter 1 © 2012
5. Linear Relations and Functions, from Integrated Math III Chapter 2 © 2012
6. Linear Systems and Matrices, from Algebra 2 Chapter 3 © 2014
EM. End Matter/Glossary, from Integrated Math II © 2012

صورة الغلاف: Shanvood/Shutterstock

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2021 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education. بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

طُبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي: 978-1-39-891083-6 (نسخة الطالب)
MHID: 1-39-891083-X (نسخة الطالب)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17

النسخة الإلكترونية

رقم النشر الدولي: 978-1-39-891085-0 (نسخة الطالب)
MHID: 1-39-891085-6 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي: 978-1-39-891086-7 (نسخة المعلم)
MHID: 1-39-891086-4 (نسخة المعلم)

ملخص المحتويات

الوحدة 1 المثلثات قائمة الزاوية وحساب المثلثات

الوحدة 2 التوسع في مساحة السطح والحجم

الوحدة 3 الاحتمالات والقياس

الوحدة 4 المعادلات والمتباينات

الوحدة 5 العلاقات والدوال الخطية

الوحدة 6 الأنظمة الخطية والمصفوفات

الوحدة 7 كثيرات الحدود والدوال كثيرة الحدود

الوحدة 8 الدوال والعلاقات العكسية والجذرية

كتيب الطالب

يتم تعريف المحتوى على تطبيق التعلم الذكي

Chapter Sourced From: FM Front Matter, from Integrated Math II © 2012 McGraw-Hill Education محفوظ لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

المؤلفون

يضمن المؤلفون الرئيسون أن برامج الرياضيات الصادرة من شركة McGraw-Hill Education مخططة بشكل رأسي حقيقي.
ويتم ذلك بوضعهم الهدف النهائي، وهو نجاح كل طالب في هذه المادة، في كل خطوات التأليف منذ البدء.
كما تجدر الإشارة إلى أن تصميم هذا البرنامج يستخدم طريقة التخطيط العكسي مما يجعل كل برامجنا للرياضيات واضحة ومحددة من حيث نطاقها وتسلسلها.

المؤلفون الرئيسون

دكتور جون إيه كارتر
المدير
مدرسة أدلاي إي ستيفنسون الثانوية
لينكولنشاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا والوسائل التعليمية اليدوية لتصوير المفاهيم. تحقيق فهم الرياضيات لدى المتعلمين باللغة الإنجليزية

جلبرت ج. كوفاس، حاصل على درجة الدكتوراه
أستاذ في تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس – سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق المفاهيم والمهارات في سياقات رياضية ثرية. عمليات التمثيل الرياضية

روجر داي، حاصل على درجة الدكتوراه وشهادة المجلس الوطني
رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاون شيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم الإحصاء والاحتمالات وتطبيقهما. تعليم معلمي الرياضيات

كارول مالوي، حاصلة على درجة الدكتوراه
أستاذ مساعد
جامعة نورث كارولينا في تشابيل هيل
تشابيل هيل، نورث كارولينا

مجالات الخبرة: عمليات التمثيل والتفكير النقدي. رعاية نجاح الطلاب في الجبر 1

مؤلفو البرنامج

روث كاسي
مستشار رياضيات
مساعدة معلم إقليمية
جامعة كنتاكي
ليكسينغتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: تقنية التمثيل البياني والرياضيات

جيري كومينز
مستشار رياضيات
الرئيس السابق للمجلس الوطني لمشرفي الرياضيات
ويسترن سبرينغ، إلينوي

مجالات الخبرة: تقنية التمثيل البياني والرياضيات

د. بيرتشي هوليداي، حاصلة على درجة الدكتوراه
مستشار قومي للرياضيات
سيلفر سبرينغ، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لصياغة بيانات الحياة اليومية وفهمها. أثر التمثيلات البيانية على فهم الرياضيات

بياتريس مور لوتشين
مستشار رياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: المعرفة بالرياضيات، التعاون مع متعلمي اللغة الإنجليزية

مؤلف مشارك

دينا زايك المخطوطات
مستشار تعليمي
مؤسسة Dinah-Might Activities, Inc.
سان أنطونيو، تكساس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 1 المثلثات قائمة الزاوية وحساب المثلثات

الاستعداد للوحدة 1 3

1-1 الوسط الهندسي 5

الاستكشاف: مختبر الهندسة الإثباتات غير الكلامية 14

1-2 نظرية فيثاغورس وعكسها 15

التوسع: مختبر الهندسة الإحداثيات في الفضاء 24

1-3 المثلثات القائمة الخاصة 26

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيل البياني حساب المثلثات 35

1-4 حساب المثلثات 36

التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني القاطع وقاطع التمام وظل التمام 46

اختبار منتصف الوحدة 47

1-5 زوايا الارتفاع والانخفاض 48

تقويم

دليل الدراسة والمراجعة 56

تدريب على الاختبار 60

التحضير للاختبارات المعيارية 61

تدريب على الاختبار المعياري 63

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 التوسع في مساحة السطح والحجم

الاستعداد للوحدة 2 67

الاستكشاف: مختبر الهندسة المجسمات المشكّلة بالإزاحة 69

2-1 تمثيلات الأشكال ثلاثية الأبعاد 71

التوسع: مختبر الهندسة خرائط التضاريس 77

2-2 مساحة السطح للمنشور والاسطوانة 78

2-3 مساحة السطح للهرم والمخروط 86

2-4 حجم المنشور والاسطوانة 95

التوسع: مختبر تقنية التمثيل البياني تغيير الأبعاد 103

اختبار منتصف الوحدة 104

2-5 حجم الأشكال الهرمية والمخروطية 105

2-6 مساحة سطح الأشكال الكروية وحجمها 112

التوسع: مختبر الهندسة المحل الهندسي والأشكال الكروية 120

2-7 الهندسة الفراغية 121

التوسع: مختبر الهندسة الإحداثيات الملاحية 127

2-8 المجسمات المتطابقة والمتشابهة 128

التقييم

دليل الدراسة والمراجعة 135

تدريب على الاختبار 139

التحضير للاختبارات المعيارية 140

تدريب على الاختبار المعياري 142

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 الاحتمالات والقياس

الاستعداد للوحدة 3 145

3-1 تمثيل الفضاءات العينية 147

3-2 استخدام التباديل والتوافيق مع الاحتمالات 154

3-3 الاحتمالات الهندسية 163

■ اختبار منتصف الوحدة 170

3-4 المحاكاة 171

3-5 الاحتمال والفرص 179

3-6 احتمالات الأحداث المستقلة وغير المستقلة 185

التوسع: مختبر الهندسة جداول التكرار ذات المدخلين 192

3-7 احتمالات الأحداث المنفصلة 194

التوسع: مختبر الهندسة نظرية التمثيل البياني 202

تقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة 204

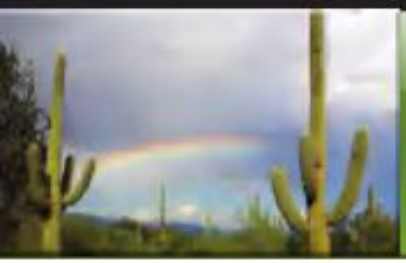
■ تدريب على الاختبار 208

■ التحضير للاختبارات المعيارية 210

■ تدريب على الاختبار المعياري 212

كتيب الطالب

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



4 المعادلات والمتباينات

الاستعداد للوحدة 4 214

4-1 التعابير والصيغ 217

4-2 خواص الأعداد الحقيقية 223

4-3 حل المعادلات 230

■ إختبار منتصف الوحدة 238

4-4 حل معادلات القيمة المطلقة 239

4-5 حل المتباينات 245

📖 **الاستكشاف: مختبر الجبر** الفترة الزمنية 252

4-6 حل المتباينات المركبة و متباينات القيمة المطلقة 253

التقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة 261

■ تدريب على الاختبار 265

■ التحضير للإختبارات المعيارية 266

■ تدريب على الاختبار المعياري 268

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5 العلاقات والدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 5 270

5-1 العلاقات و الدوال 273

التوسع: مختبر الجبر الدوال المنفصلة و المتصلة 280

5-2 العلاقات والدوال الخطية 281

توسع: مختبر الجبر جذور المعادلات و أصفار الدوال 287

5-3 معدل التغير والميل 288

5-4 كتابة المعادلات الخطية 295

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني التغير الطردي 302

إختبار منتصف الوحدة 303

5-5 الدوال الخاصة 305

استكشف: مختبر تقنية التمثيل البياني عائلات الخطوط 312

5-6 الدوال الأصلية والتحويلات 313

5-7 التمثيل البياني للمتباينات الخطية و متباينات القيمة المطلقة 321

التقويم

دليل الدراسة والمراجعة 326

تدريب على الاختبار 331

التحضير للإختبارات المعيارية 332

تدريب على الاختبار المعياري 334

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 الأنظمة الخطية والمصفوفات

الاستعداد للوحدة 6 336

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني تقاطعات التمثيلات البيانية 339

6-1 حل أنظمة المعادلات 340

6-2 حل أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني 350

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني أنظمة المتباينات الخطية 357

6-3 إيجاد الحل الأمثل بالبرمجة الخطية 358

6-4 أنظمة المعادلات بثلاثة متغيرات 365

■ إختبار منتصف الوحدة 372

6-5 المصفوفات 374

6-6 العمليات على المصفوفات 381

6-7 ضرب المصفوفات 389

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني العمليات على المصفوفات 397

التقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة 399

■ تدريب على الاختبار 403

■ التحضير للإختبارات المعيارية 404

■ تدريب على الاختبار المعياري 406

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7 كثيرات الحدود والدوال كثيرة الحدود

الاستعداد للوحدة 7 xxx

7-1 العمليات على كثيرات الحدود xxx

توسع: مختبر الجبر تحليل بعدي xxx

7-2 قسمة كثيرات الحدود xxx

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني قسمة كثيرات الحدود xxx

7-3 الدوال كثيرة الحدود xxx

7-4 تحليل التمثيلات البيانية للدوال كثيرة الحدود xxx

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني تمثيل البيانات باستخدام الدوال كثيرة الحدود xxx

إختبار منتصف الوحدة xxx

استكشف: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات كثيرة الحدود عن طريق التمثيل البياني xxx

7-5 حل المعادلات كثيرة الحدود xxx

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني المتطابقات كثيرة الحدود xxx

7-6 نظريتا الباقي والعامل xxx

7-7 الجذور و الأصفار xxx

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني تحليل الدوال كثيرة الحدود xxx

7-8 نظرية الصفر النسبي xxx

التقييم

دليل الدراسة والمراجعة xxx

تدريب على الاختبار xxx

التحضير للاختبارات المعيارية xxx

تدريب على الاختبار المعياري xxx

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

8 الدوال والعلاقات العكسية والجذرية

الاستعداد للوحدة 8 294

8-1 العمليات على الدوال xxx

8-2 العلاقات والدوال العكسية xxx

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني العلاقات والدوال العكسية xxx

8-3 دوال الجذر التربيعي والمتباينات xxx

8-4 الجذور النونية xxx

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني التمثيل البياني لدوال الجذور النونية xxx

■ إختبار منتصف الوحدة xxx

8-4 العمليات الحسابية على التعابير الجذرية xxx

8-6 الأسس النسبية xxx

8-7 حل المعادلات والمتباينات الجذرية xxx

توسع: مختبر تقنية التمثيل البياني حل المعادلات والمتباينات الجذرية xxx

التقييم

■ دليل الدراسة و المراجعة xxx

■ تدريب على الاختبار xxx

■ التحضير للاختبارات المعيارية xxx

■ تدريب على الاختبار المعياري xxx

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

الرموز EM-1

القياسات EM-2

العمليات والعلاقات الحسابية EM-3

الصيغ والمفاهيم الجبرية EM-3

الصيغ والمفاهيم الهندسية EM-5

الدوال والمتطابقات المثلثية EM-6

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال EM-7

النهايات والتفاضل والتكامل EM-7

الصيغ الاحصائية EM-8

قاموس المصطلحات متوفر في النسخة الإلكترونية

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 4

المعادلات والمتباينات

Chapter Opener from Equations and Inequalities from Integrated Math III Chapter 1 © 2012

.. السابق

- كتبت تعابير ذات متغيرات.

.. الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:
  - تبسيط التعابير الجبرية وإيجاد قيمتها.
  - حل المعادلات الخطية وذات القيمة المطلقة.
  - حل المتباينات وتمثيلها بيانياً.

.. لماذا؟ ▲

- **المال** ربط المال بالرياضيات هي واحدة من أكثر المهارات العملية التي يمكن أن تتعلمها. طالما تستخدم المال، ستستخدم الرياضيات. في هذه الوحدة، ستستكشف مواضيع حول المال مثل ضريبة المبيعات والدخل وميزانية شهرك الأولى.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات المطلوبة.

1 الكتاب الدراسي الاختياري قم بالتمرين السريع أدناه وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة

بسّط.

1. $15.7 + (-3.45)$
2. $-18.54 - (-32.05)$
3. $-9.8 \cdot 6.75$
4. $4 \div (-0.5)$
5. $3\frac{2}{3} + \left(-1\frac{4}{5}\right)$
6. $\frac{54}{7} - \frac{26}{6}$
7. $\left(\frac{6}{5}\right)\left(-\frac{10}{9}\right)$
8. $-3 \div \frac{7}{8}$
9. **الحرف اليدوية** تحتاج فتحية إلى $\frac{7}{8}$ m من نوع واحد من المادة لصنع لحاف. كم ستحتاج من هذه المادة لصنع 12 لحافًا؟

جد قيمة كل من المقادير الأسّية.

10. 6^3
11. $(-4)^3$
12. $-(0.6)^2$
13. $-(-2.5)^3$
14. $\left(\frac{4}{5}\right)^2$
15. $\left(\frac{7}{3}\right)^4$
16. $\left(-\frac{7}{10}\right)^2$
17. $-\left(\frac{15}{2}\right)^3$
18. **الطعام** يعرض متجر 3 أنواع من الخبز و 3 أنواع من اللحم و3 أنواع من الجبن. كم شطيرة مختلفة يمكن صنعها بنوع من كل من الخبز واللحم والجبن؟

حدد كل عبارة صحيحة أو خاطئة.

19. $-6 \geq -7$
20. $8 > -5$
21. $\frac{1}{7} \leq \frac{1}{9}$
22. $\frac{5}{6} \leq \frac{25}{30}$
23. **القياس** لدى نجلاء لوحة طولها 0.6 m. مايسة لديها لوحة طولها $\frac{2}{3}$ m . تنص مها أن $\frac{2}{3} > 0.6$. هل هي على صواب؟

تمرين سريع

مثال 1

بسّط. $\left(\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{4}{5}\right)$.

$\left(\frac{3}{16}\right)\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{3(4)}{16(5)}$ اضرب البسط واضرب المقامات.

$= -\frac{12}{80}$ بسّط.

$= -\frac{12 \div 4}{80 \div 4}$ اقسم البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر، 4.

$= -\frac{3}{20}$ بسّط.

مثال 2

جد قيمة $(-1.5)^3$.

$(-1.5)^3 = (-1.5)(-1.5)(-1.5)$ $(-1.5)^3$ تعني -1.5 مضروب في نفسه 3 مرات.

$= -3.375$ بسّط.

مثال 3

حدد $\frac{12}{24} < \frac{3}{8}$ بكونها صحيحة أم خاطئة.

$\frac{3}{8} \stackrel{?}{>} \frac{12 \div 3}{24 \div 3}$ اقسم 12 و24 على 3 لتحصل على المقام 8.

$\frac{3}{8} \not> \frac{4}{8}$ بسّط.

$\frac{4}{8} > \frac{3}{8}$ لأن $\frac{4}{8} \not> \frac{3}{8}$؛ خاطئة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدةٍ أثناء دراستك لهذه الوحدة. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك. قد تحتاج إلى العودة إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

المطويات منظّم الدراسة

المعادلات والمتباينات اصنع هذه المطوية لمساعدتك على تنظيم ملاحظاتك حول المعادلات والمتباينات. ابدأ بصحيفة واحدة مقاس 11 cm × 17 cm.

1 قم بطي أطراف طرفين بطول 2 سنتيمتر على كل من الجوانب القصيرة.

2 **ثم** قم بطيها نصفين في كلا الاتجاهين. افتحها وقصها كما هو مبين.

3 **أعد** طيها بطول العرض. قم بتدبيس كل جيب. قم بتسمية الجيوب بالأسماء *التعابير الجبرية* وخصائص *الأعداد الحقيقية* وحل *المعادلات* وحلالمتباينات وتمثيلها *بيانيا*. وضع بطاقات فهرسية للملاحظات في كل جيب.

المفردات الجديدة

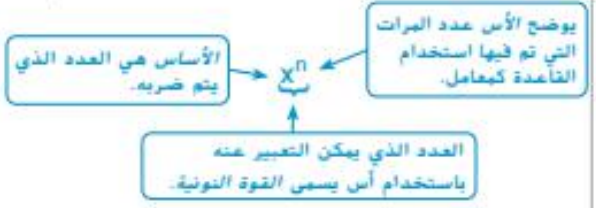
متغير	variable
تعبير جبري	algebraic expression
ترتيب (أولويات) العمليات	order of operations
الصيغة	formula
الأعداد الحقيقية	real numbers
الأعداد النسبية	rational numbers
الأعداد غير النسبية	irrational numbers
الأعداد الصحيحة	integers
الأعداد الكلية	whole numbers
الأعداد الطبيعية	natural numbers
الجملة المفتوحة	open sentence
المعادلة	equation
الحل	solution
القيمة المطلقة	absolute value
مجموعة خالية	empty set
رمز بناء المجموعة	set-builder notation
متباينة مركبة	compound inequality
تقاطع	intersection
اتحاد	union

مراجعة المفردات

إيجاد القيمة لإيجاد قيمة تعبير.

المتباينة هي جملة مفتوحة تحتوي على الرمز $<$ و $\geq$ و $>$ أو $\leq$

القوة النونية تعبير للصيغة x^n وتتم قراءتها x إلى الأس النوني



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 1-4

التعابير والصيغ

السابق
- لقد استخدمت قواعد الأسس.

الحالي
1. استخدام ترتيب (أولويات) العمليات لإيجاد قيمة التعابير الجبرية
2. استخدام الصيغ في كتابة التعابير الجبرية.

لماذا؟
- يمكن استخدام الصيغة التالية لحساب النسبة المئوية للاعب بيسبول على القاعدة x.

$$x = \frac{h + w + p}{b + w + p + s}$$

- h هو عدد الضربات.
- w هو عدد مرات السير.
- p هو عدد المرات التي اصطدم فيها اللاعب بكرة الرامي.
- b هو عدد مرات استخدام المضرب.
- s هو عدد التضحيات بإحراز هدف أو ضربات التضحية.

خلال أول عشرين مباراة من الموسم، كان لأحمد 9 ضربات وعمليتي سير و 38 استخدامًا للمضرب و 5 تضحيات بإحراز هدف واصطدم برمية واحدة. التعبير $\frac{9 + 2 + 1}{38 + 2 + 1 + 5}$ يوضح النسبة المئوية لأحمد على القاعدة.

المفردات الجديدة
- المتغيرات variables
- التعابير الجبرية algebraic expressions
- ترتيب (أولويات) العمليات order of operations
- الصيغة formula

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 ترتيب (أولويات) العمليات

المتغيرات هي حروف تستخدم لتمثيل كميات مجهولة. التعابير التي تحتوي على متغير واحد على الأقل تسمى **التعابير الجبرية**. يمكنك إيجاد قيمة تعبير جبري من خلال استبدال كل متغير بعدد ثم تطبيق **ترتيب العمليات**.

المفهوم الأساسي ترتيب (أولويات) العمليات

الخطوة 1 جد قيمة التعابير داخل الأقواس.

الخطوة 2 جد قيمة جميع القوى الأسية.

الخطوة 3 أجر عمليات الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.

الخطوة 4 أجر عمليتي الجمع والطرح من اليسار إلى اليمين.

مثال 1 إيجاد قيمة التعابير الجبرية

جد قيمة $m + (p - 1)^2$ إذا كانت $m = 3$, $p = -4$.

$m + (p - 1)^2 = 3 + (-4 - 1)^2$	عوّض عن m بـ 3 وعن p بـ -4.
$= 3 + (-5)^2$	أضف -4 و-1.
$= 3 + 25$	جد قيمة $(-5)^2$.
$= 28$	اجمع العددين 3 و 25.

تمرين موجّه

جد قيمة كل تعبير مما يلي إذا كانت $m = 12$ و $q = -1$.

1A. $m + (3 - q)^2$

1B. $m + 2q + 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 إيجاد قيمة التعابير الجبرية

a. جد قيمة $a + b^2(b - a)$ إذا كانت $a = 5$, $b = -3.2$.

$$a + b^2(b - a) = 5 + (-3.2)^2(-3.2 - 5) \qquad a = 5,\ b = -3.2$$
$$= 5 + (-3.2)^2(-8.2) \qquad \text{اطرح 5 من } -3.2.$$
$$= 5 + 10.24(-8.2) \qquad \text{جد قيمة } (-3.2)^2.$$
$$= 5 + (-83.968) \qquad \text{اضرب } 10.24 \text{ و } -8.2.$$
$$= -78.968 \qquad \text{اجمع } 5 \text{ و } -83.968.$$

b. جد قيمة $\frac{x^4 - 3wy}{y^3 + 2w}$ إذا كان $y = -5$ و $x = -3$ و $w = 4$.

$$\frac{x^4 - 3wy}{y^3 + 2w} = \frac{(-3)^4 - 3(4)(-5)}{(-5)^3 + 2(4)} \qquad w = 4,\ x = -3,\ y = -5$$
$$= \frac{81 - 3(4)(-5)}{-125 + 2(4)} \qquad \text{جد قيمة البسط والمقام منفصلين.}$$
$$= \frac{81 - (-60)}{-125 + 8} \qquad \text{اضرب البسط والمقام.}$$
$$= \frac{141}{-117} = -\frac{47}{39} \qquad \text{بسّط البسط والمقام ثم بسّط الكسر.}$$

نصيحة دراسية

البنية تذكر أن خط الكسر هو نوع من رمز التجميع. جد قيمة التعابير في البسط والمقام بشكل منفصل قبل التقسيم.

تمرين موجّه

جد قيمة كل تعبير إذا كانت $h = 4$ و $j = -1$ و $k = 0.5$.

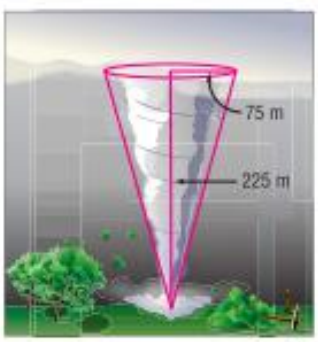
2A. $h^2k + h(h - k)$ **2B.** $j + (3 - h)^2$ **2C.** $\frac{j^2 - 3h^2k}{j^3 + 2}$

2 الصيغ

إن **الصيغة** هي جملة رياضية تعبر عن العلاقة بين كميات معينة. إذا كنت تعرف قيمة كل متغير في الصيغة باستثناء واحد، فيمكنك إيجاد قيمة المتغير المتبقي.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام صيغة

الأعاصير صيغة حجم المخروط، $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **يمكن استخدامها لتقريب حجم الإعصار. جد قيمة الحجم التقريبي للإعصار على اليسار.**



$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \qquad \text{حجم مخروط}$$
$$= \frac{1}{3}\pi(75)^2(225) \qquad r = 75,\ h = 225$$
$$= \frac{1}{3}\pi(5625)(225) \qquad \text{جد قيمة } 75^2.$$
$$\approx 1{,}325{,}359 \qquad \text{اضرب.}$$

يبلغ الحجم التقريبي للإعصار حوالي $1{,}325{,}359\ m^3$.

قراءة في الرياضيات

الأس x^2 يمكن قراءته في شكل x تربيع أو x للقوة الأسية الثانية. x^3 يمكن قراءته في شكل x تكعيب أو x للقوة الأسية الثالثة.

تمرين موجّه

3. **الهندسة** صيغة الحجم V لمنشور مستطيل هي $V = \ell wh$. حيث ℓ يمثل الطول و w يمثل العرض و h يمثل الارتفاع. جد قيمة حجم منشور مستطيل بطول 4 m، وعرض مترين وارتفاع 3.5 m.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **جد قيمة كل تعبير إذا كان $c = 4.2$ و $b = 3$ و $a = -2$.**

1. $a - 2b + 3c$
2. $2a + (b + 3)^2$
3. $a + 3[b^2 - (a + c)]$
4. $5c - 2[(b - a) + c]$
5. $4(2a + 3b) - 2c$

مثال 2

6. $\frac{a^2 + 4c}{3b + 2a}$
7. $\frac{b^3 + ac}{ab + 2bc}$
8. $\frac{3b + 2a}{5 - c}$
9. $\frac{3a - 2c}{4ab}$

مثال 3

10. **الكرة الطائرة** يتم حساب النسبة المئوية لهجوم أحد اللاعبين A باستخدام الصيغة $A = \frac{k - e}{t}$. حيث k يمثل عدد الإسقاطات و e يمثل عدد أخطاء الهجوم بما فيها عمليات الصد و t يمثل إجمالي محاولات الهجوم. جد النسبة المئوية للهجوم تبعًا لكل مجموعة من القيم.

a. $k = 22, e = 11, t = 35$

b. $k = 33, e = 9, t = 50$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **جد قيمة كل تعبير إذا كان $y = 2.6$ و $x = 4$ و $w = -3$ و $z = \frac{1}{3}$.**

11. $y + x - z$
12. $w - 2x + y \div 2$
13. $4(x - w)$
14. $6(y + x)$
15. $9z - 4y + 2w$
16. $3y - 4z + x$

17. **البنزين المستهلك في الكيلومتر** يقاس البنزين المستخدم بواسطة سيارة بالكيلومترات مقابل اللتر ويرتبط بالمسافة المقطوعة بالصيغة التالية.

الكيلومترات مقابل اللتر × عدد اللترات = المسافة المقطوعة

a. خلال رحلة استهلكت سيارتك ما يصل مجموعه إلى 46.2 L من البنزين. إذا كانت سيارتك تقطع 33 km مقابل اللتر. ما المسافة التي قطعتها؟

b. قرر صديقك شراء سيارة هجينة تستهلك 60 km مقابل اللتر الواحد. يسع خزان البنزين 12 L. ما المسافة التي يمكن للسيارة أن تقطعها بخزان واحد من البنزين؟

مثال 2 **جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -4$ و $b = -0.8$ و $c = 5$ و $d = \frac{1}{5}$.**

18. $\frac{a + b}{c - d}$
19. $\frac{a - b}{bd}$
20. $\frac{ac}{d + b}$
21. $\frac{b^2c^2}{ad}$
22. $\frac{b + 6}{4(d + c)}$
23. $\frac{5(d + a)}{2ab^2}$

24. **الاستنتاج المنطقي** يمكن استخدام الصيغة $C = \frac{5(F - 32)}{9}$ لتحويل درجات الحرارة من الفهرنهايت إلى الدرجات السليسيوس.

a. تتراوح درجة حرارة الغرفة بشكل شائع من $64°F$ إلى $73°F$. حدد مدى درجة حرارة الغرفة بالدرجات السليسيوس.

b. متوسط درجة حرارة الجسم البشري العادي هو $98.6°F$. تشير درجة الحرارة أعلى من هذا إلى وجود حمى. إذا كانت درجة حرارتك $42°C$. هل لديك حمى؟ اشرح استنتاجك.

مثال 3 25. **الهندسة** صيغة المساحة A لمثلث بارتفاع h وقاعدة b هي $A = \frac{1}{2}bh$. اكتب تعبيرًا لتمثيل مساحة المثلث.

B 26. **المعرفة المالية** الربح الذي حققته شركة خلال السنة هو 536.897.000 درهم. إذا كان العمل يقسم الربح بالتساوي لكل سهم. جد قيمة مقدار كل سهم إذا كان هناك 10.995.000 سهم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

27. **التبرير** نصف قطر مدار الأرض يساوي 149,668,992 km.

a. جد قيمة محيط مدار الأرض على افتراض أن المدار هو دائرة. صيغة محيط الدائرة هي $2\pi r$.

b. تدور الأرض بسرعة 107,340 km/h حول الشمس. استخدم الصيغة $T = \frac{C}{V}$. حيث T هو الزمن بالساعات و c هو المحيط و v هو السرعة للعثور على عدد الساعات التي تقطعها الأرض للدوران حول الشمس.

c. هل أثبت أن الأرض تستغرق عام واحد للدوران حول الشمس؟ اشرح.

28. **الهرم القديم** يبلغ طول الهرم الأكبر في القاهرة، مصر، ما يقرب من 146.7 m. وكل ضلع في قاعدته حوالي 230 مترًا.

a. جد قيمة مساحة قاعدة الهرم. تذكر $A = \ell w$.

b. يبلغ حجم الهرم $\frac{1}{3}Bh$. حيث B هي مساحة القاعدة و h هو الارتفاع. ما هو حجم الهرم الأكبر؟

جد قيمة كل تعبير إذا كان $w = \frac{3}{4}$ و $x = 8$ و $y = -2$ و $z = 0.4$.

29. $x^3 + 2y^4$

30. $(x - 6z)^2$

31. $2(6w - 2y) - 8z$

32. $\frac{(y + z)^2}{xw}$

33. $\frac{12w - 6y}{z^2}$

34. $\frac{wx + yz}{wx - yz}$

35. **الهندسة** صيغة الحجم V لمخروط نصف قطره r وارتفاعه h هو $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

اكتب تعبيرًا لحجم المخروط على اليسار.

36. **محركات البحث** ترتيب الصفحة عبارة عن قيمة عددية تمثل مدى أهمية الصفحة على الويب. إحدى الصيغ المستخدمة لحساب ترتيب الصفحة لصفحة ما هي $PR = 0.15 + 0.85L$. حيث L هو ترتيب الصفحات لصفحة الربط مقسومًا على عدد الروابط الصادرة في الصفحة. حدد ترتيب الصفحة لصفحة حيث $L = 10$.

37. **الطقس** في عام 1898، درس إيه. إي. دولبير أنواع مختلفة من الصراصير لتحديد "معدل السقسقة" على أساس درجات الحرارة. وقد قرر أن الصيغة $t = 50 + \frac{n - 40}{4}$. حيث n هو عدد السقسقات في الدقيقة. يمكن استخدامها لإيجاد قيمة درجة الحرارة t بدرجات الفهرنهايت. ما هي درجة الحرارة إذا كان عدد السقسقات هو 120؟

C 38. **كرة القدم الأمريكية** يمكن استخدام الصيغة التالية لحساب معدل كفاءة لاعب خلف الوسط.

$$\left(\frac{\frac{C}{A} - 0.3}{0.2} + \frac{\frac{Y}{A} - 3}{4} + \frac{\frac{T}{A}}{0.05} + \frac{0.095 - \frac{I}{A}}{0.04}\right) \cdot \frac{100}{6}$$

- C هو عدد التمريرات الكاملة.
- A هو عدد محاولات التمريرات.
- Y هي يادرات التمرير.
- T هو عدد تمريرات الأهداف.
- I هو عدد المواجهات.

جد قيمة معدل كفاءة بيتون مانينغ إلى أقرب جزء من عشرة لإحصاءات الموسم المبينة.

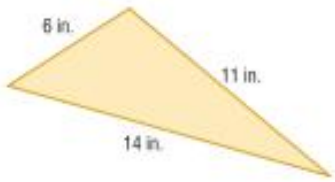
39. **الأفلام** يمكن تمثيل متوسط سعر تذكرة السينما من خلال $P = \frac{y^2}{400} + \frac{7y}{100} + 2.96$ حيث y هو أقرب عدد سنوات منذ عام 1980.

a. جد متوسط سعر التذكرة في عام 1990 و 2000 و 2010.

b. معادلة أخرى يمكن استخدامها لتمثيل أسعار التذاكر هي $P = \frac{y^3}{2500} - \frac{y^2}{100} + \frac{6y}{25} + 2.62$.

جد سعر التذكرة في عام 1990 و 2000 و 2010. كيف تتم مقارنة هذه القيم لتلك التي وجدتها في الجزء a؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



40. الهندسة يمكن إيجاد قيمة مساحة المثلث باستخدام صيغة هيرون. $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. حيث a و b و c هي أطوال الأضلاع الثلاثة للمثلث و $s = \frac{a+b+c}{2}$. جد مساحة المثلث الموجود على اليسار.

41 جد قيمة $y = \sqrt{b^2\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)}$. إذا كان a = 6 و b = 8 و x = 3 قرّب النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة.

42. التمثيلات المتعددة سوف تكتب تعابير باستخدام صيغة لحجم الإسطوانة. تذكر أن حجم الإسطوانة يمكن إيجاده باستخدام الصيغة $V = \pi r^2 h$. حيث V = الحجم و r = نصف القطر و h = الارتفاع.

a. **هندسيًا** ارسم أسطوانتين بأحجام مختلفة.

b. **جدوليّ** استخدم مسطرة لقياس نصف قطر وارتفاع كل إسطوانة. نظم قياسات كل إسطوانة في جدول. وقم بتضمين عمود في الجدول الخاص بك لحساب حجم كل إسطوانة.

c. **لفظيًا** اكتب تعبيرًا لفظيًا عن الاختلاف في حجم الإسطوانتين.

d. **جبريًا** اكتب وحل تعبيرًا جبريًا عن الاختلاف في حجم الإسطوانتين.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. النقد تقوم وفاء وياسمين بإيجاد قيمة $\frac{-3d-4c}{2ab}$ عندما $a = -2, b = -3, c = 5$ و d = 4. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

وفاء

$$\frac{-3d-4c}{2ab} = \frac{-3(4)-4(5)}{2(-2)(-3)}$$
$$= \frac{-12-20}{12} = \frac{-32}{12} = -\frac{8}{3}$$

ياسمين

$$\frac{-3d-4c}{2ab} = \frac{-3(4)-4(5)}{2(-2)(-3)}$$
$$= \frac{-12-20}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

44. تحدَّ لأي ثلاثة أعداد محددة a و b و c، $a\$b\$c$ على أنه $a\$b\$c = \frac{-a-b-c}{c-b-a}$. جد $-2\$(-4)\$5$.

45. التبرير تمثل التعابير المتكافئة التالية الارتفاع بالمتر لحجر تم إلقاؤه أسفل جسر حيث t هو الزمن بالثواني بعد الإلقاء. أيهما تجد الأكثر فائدة لإيجاد أقصى ارتفاع للحجر؟ اشرح.

a. $-4t^2 - 2t + 6$ b. $-2t(2t+1) + 6$ c. $-2(t-1)(2t+3)$

46. تحدَّ افترض أن m و n و p و q تمثل أعداد صحيحة موجبة غير صفرية. جد عدد بدلالة n و p و q و m يقع في منتصف المسافة بين $\frac{m}{n}$ و $\frac{p}{q}$.

47. مسألة غير محددة الإجابة اكتب تعبيرًا جبريًا باستخدام $x = -2$ و $y = -3$ و $z = 4$ والعمليات الأربعة جميعها بحيث تكون قيمة التعبير عند تلك القيم 10.

48. الكتابة في الرياضيات قدم مثالاً للصيغة المستخدمة في المواقف اليومية. اشرح فائدتها وما يحدث إذا لم يتم استخدام الصيغة بشكل صحيح.

49. الكتابة في الرياضيات استخدم المعلومات لنسبة مئوية على القاعدة التي تم تقديمها في بداية الدرس لشرح سبب كون الصيغة للنسبة المئوية على القاعدة أكثر فائدة من جدول نسب مئوية محددة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

50. SAT/ACT إذا كانت مساحة المربع ضلعه x يساوي 9. فما هي مساحة المربع الذي يبلغ طول ضلعه $4x$؟

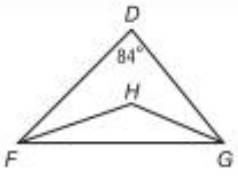
A 36
B 144
C 212
D 324
E 1296

51. الإجابة القصيرة يريد صاحب مقهى فتح متجر ثان عندما يصل متوسط زبائنه اليومي إلى 800 شخص. وقد قام بحساب متوسط الزبائن اليومي في الجدول أدناه لكل شهر منذ فتحه.

الشهر	متوسط العملاء يوميًا
1	225
2	298
3	371
4	444

إذا استمر هذا الاتجاه، خلال أي شهر يمكن أن يفتح متجر ثان؟

52. الهندسة في المثلث $\triangle DFG$، $\overline{FH}$ و $\overline{HG}$ منصفين للزاويتين. و $m\angle D = 84°$. ما هو القياس بالدرجات للزاوية في $\angle FHG$؟



F 96
G 132
H 145
J 192

53. سقط لاعب قفز بالمظلات في لعبة كمبيوتر سقوطًا حرًا من ارتفاع 3000 m بمعدل 55 m/s. أي معادلة يمكن استخدامها لإيجاد h، ارتفاع لاعب القفز بالمظلات بعد t ثوان من السقوط الحر؟

A $h = -55t - 3000$
B $h = -55t + 3000$
C $h = 3000t - 55$
D $h = 3000t + 55$

مراجعة شاملة

54. أطوال الأضلاع الثلاثة لمثلث هي 10 cm و 14 cm و 18 cm. حدد ما إذا كان هذا المثلث قائم الزاوية.

55. يبلغ طول ساقي مثلث قائم الزاوية 6 cm و 8 cm. جد طول الوتر.

56. خرائط على خريطة، المسافة بين دبي والفجيرة هي 16.5 cm.
المسافة الحقيقية بين دبي والفجيرة هي 165 km.
إذا كانت المسافة الحقيقية بين أبوظبي و أم القيوين 180 km. كم المسافة بينهما على الخريطة؟

57. حلل $6x^2 + 12x$.

58. جد ناتج ضرب $(a + 2)(a - 4)$.

59. الأعداد هناك عدد صحيح أقل بمقدار 2 من عدد، وعدد صحيح آخر أكبر بمقدار 1 من مثلي نفس هذا العدد. ما هما العددان الصحيحان إذا كان مجموعهما 14؟

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير.

60. $\sqrt{4}$
61. $\sqrt{25}$
62. $\sqrt{81}$
63. $\sqrt{121}$
64. $-\sqrt{9}$
65. $-\sqrt{16}$
66. $\sqrt{\frac{49}{100}}$
67. $\sqrt{\frac{25}{64}}$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الدرس 2-4 خواصّ الأعداد الحقيقية

السابق:
- لقد حددت واستخدمت الخواص الحسابية للأعداد الحقيقية.

الحالي:
1. تصنيف الأعداد الحقيقية.
2. استخدام خواص الأعداد الحقيقية لإيجاد قيمة التعابير الجبرية.

لماذا؟
- تقوم إحدى المدارس الثانوية ببيع الوجبات الخفيفة والمشروبات في كفتيريا المدرسة. يتم طرح نفس الأسعار للمنتجات لجعل تحديد التكلفة الإجمالية قليل.

يمكنك استخدام خاصية التوزيع لحساب التكلفة الإجمالية عند شراء منتجات متعددة.

المفردات الجديدة
الأعداد الحقيقية
real numbers
الأعداد النسبية
rational numbers
الأعداد غير النسبية
irrational numbers
الأعداد الصحيحة
integers
الأعداد الكلية
whole numbers
الأعداد الطبيعية
natural numbers

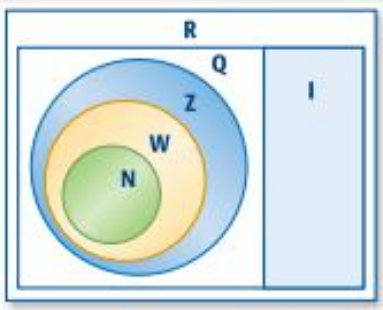
ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.
محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 الأعداد الحقيقية

الأعداد الحقيقية تتكون من عدة أنواع مختلفة من الأعداد.

- **الأعداد النسبية** يمكن التعبير عنها كنسبة $\frac{a}{b}$. حيث a و b هي أعداد صحيحة و b ليس صفرًا. الصورة العشرية للعدد النسبي هو إما كسر عشري منته أو دوري.
- الصورة العشرية **للعدد غير النسبي** غير منتهية ولا دورية. الجذور التربيعية للأعداد التي ليست مربعات كاملة هي أعداد غير نسبية.
- مجموعات **الأعداد الصحيحة** و {..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ...} و **الأعداد الكلية**، {0, 1, 2, 3, 4, ...} و **الأعداد الطبيعية** و {1, 2, 3, 4, 5, ...} هي مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية. هذه الأعداد هي مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد النسبية لأن كل عدد صحيح n يساوي $\frac{n}{1}$.

المفهوم الأساسي الأعداد الحقيقية (R)



الحرف	المجموعة	الأمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66\ldots$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi = 3.14159\ldots$ $\sqrt{3} = 1.73205\ldots$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
W	الأعداد الكلّية	$2, 96, 0, \sqrt{36}$
N	الأعداد الطبيعية	$3, 17, 6, 86$

مثال 1 تصنيف الأعداد

اذكر مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد من الأعداد.

a. -23 الأعداد الصحيحة (Z) والأعداد النسبية (Q) والأعداد الحقيقية (R)

b. $\sqrt{50}$ الأعداد غير النسبية (I) والأعداد الحقيقية (R)

c. $-\frac{4}{9}$ الأعداد النسبية (Q) والأعداد الحقيقية (R)

تمرين موجّه

1A. -185 1B. $-\sqrt{49}$ 1C. $\sqrt{95}$ 1D. $-\frac{7}{8}$

2 خواص الأعداد الحقيقية وفيما يلي موجز لبعض خواص الأعداد الحقيقية.

نصيحة دراسية
الأعداد الحقيقية يمكن أن ينتمي عدد إلى أكثر من مجموعة واحدة من مجموعات الأعداد. على سبيل المثال. إذا كان العدد طبيعيًا. فهو أيضًا كلي وعدد صحيح ونسبي وحقيقي.

ملخص المفهوم خواص الأعداد الحقيقية

لأي أعداد حقيقية a و b و c.

الخاصية	الجمع	الضرب
خاصية التبديل	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
خاصية التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
المعكوس	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a,\ a \neq 0$
الإغلاق	$a + b$ هو عدد حقيقي.	$a \cdot b$ هو عدد حقيقي.
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$ and $(b + c)a = ba + ca$	

مثال 2 ذكر خواصّ الأعداد الحقيقية

اذكر الخاصية التي تم تطبيقها في: $13 \cdot (4 \cdot 5) = (13 \cdot 4) \cdot 5$

خاصية التجميع في الضرب

تنص خاصيّة التجميع في الضرب على أن الطريقة التي تم تجميع العوامل وفقها لا تؤثر على ناتج الضرب.

تمرين موجّه

2. اذكر الخاصية التي تم تطبيقها في: $2(x + 3) = 2x + 6$.

يمكنك استخدام خواص الأعداد الحقيقية لتحديد القيم ذات الصلة.

نصيحة دراسية
المعكوس الجمعي والضربي يكون للمعكوس الجمعي للعدد إشارة معاكسة لإشارة العدد. ويكون المعكوس الضربي للعدد نفس إشارة ذلك العدد.

مثال 3 معكوسات الجمع والضرب

جد المعكوس الجمعي والمعكوس الضربي لـ $-\frac{5}{8}$

بما أن $-\frac{5}{8} + \frac{5}{8} = 0$. فإن المعكوس الجمعي لـ $-\frac{5}{8}$ هو $\frac{5}{8}$.

بما أن $(-\frac{5}{8})(-\frac{8}{5}) = 1$. فإن المعكوس الضربي لـ $-\frac{5}{8}$ هو $-\frac{5}{8}$.

تمرين موجّه

جد المعكوس الجمعي والمعكوس الضربي لكل عدد.

3A. 1.25

3B. $2\frac{1}{2}$

تفترض العديد من التطبيقات من الحياة اليومية العمل ضمن مجموعة الأعداد الحقيقية.

مثال من الحياة اليومية 4 خاصية التوزيع

مهنة من الحياة اليومية

مدير متجر بيع بالتجزئة

مديرو المتجر مسؤولون عن العمليات اليومية لمتجر بيع بالتجزئة. قد يتراوح مدير المتجر من كونه خريج مدرسة ثانوية إلى خريج جامعي. وهذا يتوقف على العمل التجاري.

المكون	السعر (درهم)
الكمبيوتر	359.95
الشاشة	219.99
الطابعة	79.00
الكاميرا الرقمية	149.50
حزمة البرمجيات	99.00

المال **يتم عرض أسعار مكونات مجموعة أجزاء الكمبيوتر يقدمها متجر ما في الجدول. إذا تمت إضافة ضريبة مبيعات بنسبة 6% إلى سعر الشراء، ما المبلغ الذي يتم فرضه من ضريبة المبيعات على مجموعة أجزاء الكمبيوتر هذه؟**

توجد طريقتين لتحديد إجمالي ضرائب المبيعات.

الطريقة 1 اضرب ثم أضف.

اضرب كل مبلغ بالدرهم في 6% أو 0.06 ثم إضافته.

$$T = 0.06(359.95) + 0.06(219.99) + 0.06(79.00) + 0.06(149.50) + 0.06(99.00)$$
$$= 21.60 + 13.20 + 4.74 + 8.97 + 5.94$$
$$= 54.45$$

الطريقة 2 اجمع ثم اضرب.

جد قيمة التكلفة الإجمالية لمجموعة أجزاء الكمبيوتر. ثم اضرب المجموع في 0.06.

$$T = 0.06(359.95 + 219.99 + 79.00 + 149.50 + 99.00)$$
$$= 0.06(907.44)$$
$$= 54.45$$

ضريبة المبيعات المفروضة هي 54.45 درهمًا. لاحظ أن كلا الطريقتين تؤدي إلى نفس الإجابة.

تمرين موجّه

4. **الوظائف** يتقاضى ماجد 8 دراهم في الساعة بالعمل في محل بقالة. عدد ساعات عمل ماجد كل يوم في أسبوع واحد هي 3 و 2.5 و 2 و 1 و 4. كم من المال تقاضى ماجد هذا الأسبوع؟

يمكن استخدام خواص الأعداد الحقيقية لتبسيط التعابير الجبرية.

مثال 5 بسّط التعبير

بسّط $3(2q + r) + 5(4q - 7r)$.

$3(2q + r) + 5(4q - 7r)$

$= 3(2q) + 3(r) + 5(4q) - 5(7r)$ خاصية التوزيع

$= 6q + 3r + 20q - 35r$ اضرب.

$= 6q + 20q + 3r - 35r$ خاصية التبديل (+)

$= (6 + 20)q + (3 - 35)r$ خاصية التوزيع

$= 26q - 32r$ بسّط.

تمرين موجّه

5. بسّط $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$.

التحقق من فهمك

مثال 1 **اذكر مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد من الأعداد.**

1. 62
2. $\frac{5}{4}$
3. $\sqrt{11}$
4. -12

مثال 2 **اذكر الخاصية الموضحة في كل معادلة.**

5. $(6 \cdot 8) \cdot 5 = 6 \cdot (8 \cdot 5)$
6. $7(9 - 5) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 5$
7. $84 + 16 = 16 + 84$
8. $(12 + 5)6 = 12 \cdot 6 + 5 \cdot 6$

مثال 3 **جد المعكوس الجمعي والمعكوس الضربي لكل عدد.**

9. -7
10. $\frac{4}{9}$
11. 3.8
12. $\sqrt{5}$

مثال 4 13. **الاستنتاج** يقوم سالم بجز المروج الخضراء مقابل 22 درهمًا لكل واحد لجني المال لشراء لوحة تحكم ألعاب فيديو ثمنها 550 درهمًا.

a. اكتب تعبيرًا لتمثيل المبلغ الإجمالي للمال الذي جناه سالم خلال هذا الأسبوع.

b. جد قيمة التعبير من الجزء **a** باستخدام خاصية التوزيع.

c. متى تعتقد أن سالم سيجني ما يكفي لوحدة تحكم ألعاب الفيديو؟ هل هذا معقول؟ اشرح.

المروج التي تم جزها في أسبوع واحد

اليوم	المروج التي تم جزها
الاثنين	2
الثلاثاء	4
الأربعاء	3
الخميس	1
الجمعة	5
السبت	6
الأحد	7

مثال 5 **بسّط كلًا من التعابير التالية.**

14. $5(3x + 6y) + 4(2x - 9y)$
15. $6(6a + 5b) - 3(4a + 7b)$
16. $-4(6c - 3d) - 5(-2c - 4d)$
17. $-5(8x - 2y) - 4(-6x - 3y)$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اذكر مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد من الأعداد.**

18. $-\frac{4}{3}$
19. -8.13
20. $\sqrt{25}$
21. $0.\overline{61}$
22. $\frac{9}{3}$
23. $-\sqrt{144}$
24. $\frac{21}{7}$
25. $\sqrt{17}$

مثال 2 **اذكر الخاصية الموضحة في كل معادلة.**

26. $-7y + 7y = 0$
27. $8\sqrt{11} + 5\sqrt{11} = (8 + 5)\sqrt{11}$
28. $(16 + 7) + 23 = 16 + (7 + 23)$
29. $\left(\frac{22}{7}\right)\left(\frac{7}{22}\right) = 1$

مثال 3 **جد المعكوس الجمعي والمعكوس الضربي لكل عدد.**

30. -8
31. 12.1
32. -0.25
33. $\frac{6}{13}$
34. $-\frac{3}{8}$
35. $\sqrt{15}$

مثال 4 36. **البناء** يحتاج خميس إلى نوعين مختلفين من الخرسانة: سريعة الجفاف وبطيئة الجفاف. خليط الخرسانة سريعة الجفاف يبلغ $2\frac{1}{2}$ kg من الأسمنت الجاف، وخليط الخرسانة بطيئة الجفاف يبلغ $1\frac{1}{4}$ kg من الأسمنت الجاف. يحتاج خميس 5 أمثال أكثر من كمية الخرسانة سريعة الجفاف و 3 أمثال أكثر من كمية الخرسانة بطيئة الجفاف عن الخليط المصنوع.

a. كم كيلوجرام سيحتاج من خليط الأسمنت الجاف؟

b. استخدم خصائص الأعداد الحقيقية لإظهار كيف يمكن لخميس حساب هذا المبلغ ذهنيًا. برر كل خطوة.

مثال 5 **بسّط كلًا من التعابير التالية.**

37. $8b - 3c + 4b + 9c$

38. $-2a + 9d - 5a - 6d$

39. $4(4x - 9y) + 8(3x + 2y)$

40. $6(9a - 3b) - 8(2a + 4b)$

41. $-2(-5g + 6k) - 9(-2g + 4k)$

42. $-5(10x + 8z) - 6(4x - 7z)$

B **43. كرة القدم الأمريكية** اشرح خاصية التوزيع عن طريق كتابة تعبيرين عن مساحة ملعب لكرة القدم بالكلية. ثم جد مساحة ملعب لكرة القدم.

44. الحيوانات الأليفة يظهر الرسم البياني النسبة المئوية للقطط المسجلة لدى بلدية دبي والتي تعد من السلالات الثمانية الأكثر شيوعًا.

a. وضح خاصية التوزيع عن طريق كتابة تعبيرين لتمثيل عدد القطط المسجلة من أفضل أربع سلالات.

b. جد قيمة التعابير التي كتبتها للعثور على عدد من القطط المسجلة من أعلى أربع سلالات.

أفضل أنواع القطط	
السلالة	النسبة المئوية للقطط المسجلة
قط أوسي	14.2
القط التركي الأنجورا	5.6
القط بوبتيل الأمريكي	5.0
القط شورتاير البريطاني	4.9
القط البيغل	4.5
القط ماو المصري	4.1
القط كورات	4.1
القط مانكس	3.4
إجمالي عدد القطط المسجلة	**870,192**

المصدر: American Kennel Club

C 45 **المعرفة المالية** تم إعطاء منال 20 درهمًا لمصروف الغداء من قبل والديها مرة واحدة كل أسبوعين. في بعض الأيام، تأخذ غداءها معها وفي أيام أخرى، تشتري غداءها. وجبة الغداء الساخنة من الكافتيريا تكلف 4.50 درهمًا والشطيرة الباردة من صف الغداء تكلف درهمين.

a. تقرر منال أنها تريد شراء وجبة غداء ساخنة يومي الأربعاء والخميس من الأسبوع الأول ويوم الأربعاء من الأسبوع الثاني. استخدم خاصية التوزيع لتحديد مقدار التكلفة.

b. كم عدد الشطائر الباردة التي يمكن لمنال شرائها مع المبلغ المتبقي؟

c. على افتراض أن كلا الأسبوعين هو من الأحد إلى الخميس، كم مرة ستحتاج منال إلى أخذ غداءها معها؟

بسّط كل تعبير.

46. $\frac{1}{3}(5x + 8y) + \frac{1}{4}(6x - 2y)$

47. $\frac{2}{5}(6c - 8d) + \frac{3}{4}(4c - 9d)$

48. $-6(3a + 5b) - 3(6a - 8c)$

49. $-9(3x + 8y) - 3(5x + 10z)$

50. تمثيل النماذج تصنع مني الستائر من نفس القماش من أجل 5 نوافذ. والنافذتين الأكبر حجمًا لهم نفس الحجم والنوافذ الثلاثة الأصغر حجمًا لهم نفس الحجم.

يلزم أحد النافذتين الكبيرتين $3\frac{3}{4}$ m من القماش وأحد النوافذ الصغيرة يلزمها $2\frac{1}{3}$ m من القماش.

a. كم مترًا من القماش ستحتاج مني؟

b. استخدم خصائص الأعداد الحقيقية لإظهار كيف يمكن لمني حساب هذا المبلغ ذهنيًا.

51. **التمثيلات المتعددة** فكر في الأعداد الحقيقية التالية.

$$-\sqrt{6},\ 3,\ \frac{-15}{3},\ 4.1,\ \pi,\ 0,\ \frac{3}{8},\ \sqrt{36}$$

a. **جدوليّ** نظم الأعداد في جدول وفقًا لمجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد.

b. **جبريًا** قم بتحويل كل عدد إلى صورة عشرية. ثم اسرد الأعداد من الأصغر إلى الأكبر.

c. **بيانيًا** قم بتمثيل الأعداد على خط أعداد.

d. **لفظيًا** قم بالتخمين بشأن استخدام صورة عشرية لسرد الأعداد الحقيقية بالترتيب.

52. **تحدٍّ** يقوم متجر لبيع القمصان بالبيع مقابل 12.50 درهمًا لكل منها. اشترت شيماء 2 وعائشة 3 وعبير 1.

a. وضح خاصية التوزيع من خلال كتابة تعبيرين لتمثيل تكلفة هذه القمصان.

b. استخدم خاصية التوزيع لإيجاد المبلغ الذي جناه المتجر من بيع هذه القمصان.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

53. **أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟** حدّد العدد الذي يختلف عن الأعداد الثلاثة الأخرى. اشرح استنتاجك.

$\sqrt{81}$	$\sqrt{67}$	$\sqrt{35}$	$\sqrt{21}$

54. **التحدي** إذا كان $w = 12(5r + 6t)$. فإنه بدلالة w. ما هي $48(30r + 36t)$؟

55. **النقد** تقوم فوزية ولميا بتبسيط $4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

فوزية	لميا
$4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$	$4(14a - 10b) - 6(b + 4a)$
$56a - 40b - 6b + 24a$	$56a - 40b - 6a - 24b$
$80a - 46b$	$50a - 64b$

56. **التبرير** حدد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة على الإطلاق. برّر استنتاجك.

معلومة: العدد غير النسبي هو عدد حقيقي داخل إشارة جذر.

57. **مسألة غير محددة الإجابة** تحديد ما إذا كانت خاصية إغلاق الخاصة بالضرب تتحقق على مجموعة الأعداد غير النسبية. إذا لم يكن الأمر كذلك، فقدم مثالًا مضادًا.

مسألة غير محددة الإجابة **مجموعة جميع الأعداد الحقيقية كبيرة جداً. وهذا يعني أنه بين أي اثنين من العناصر المختلفة للمجموعة يوجد غير محدود من العناصر الأخرى في المجموعة. جد مثالًا على (a) عدد نسبي و(b) عدد غير نسبي بين الأعداد المعطاة.**

58. 2.45 و 2.5

59. π و $\frac{10}{3}$

60. 2.01 و $1.\overline{9}$

61. **الكتابة في الرياضيات** قم بشرح وتقديم أمثلة لإظهار سبب عدم صحة خاصية التبديل للطرح أو القسمة. انظر الهامش.

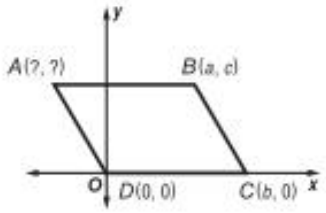
تدريب على الاختبار المعياري

62. إجابة موسعة اشترت ليلى عدة كيلو جرامات من ملح الطعام وعدة كيلو جرامات من اللوز. تكلف ملح الطعام 2.9 درهم للكيلوجرام الواحد. واللوز تكلف 22 درهمًا للكيلوجرام الواحد. اشترت ليلى ما مجموعه 7 kg ودفعت ما مجموعه 176 درهمًا. اكتب وحل نظام المعادلات لتحديد كيلوجرامات ملح الطعام وكيلوجرامات اللوز التي اشترتها ليلى.

63. SAT/ACT جد الحد العاشر من ... 2, 4, 7, 11, 16, .

A 41
B 46
C 56
D 67
E 72

64. الهندسة ما إحداثيات النقطة A في متوازي الأضلاع؟



F $(b - a, c)$
G $(a - b, c)$
H (b, c)
J (c, c)

65. ما هو مجال الدالة التي يحتوي على النقاط $(-3, 0)$، $(0, 4)$، $(-2, 5)$، $(6, 4)$؟

A $\{-3, 6\}$
B $\{-3, -2, 0, 6\}$
C $\{0, 4, 5, 6\}$
D $\{-3, -2, 0, 4, 5, 6\}$

مراجعة شاملة

66. جد قيمة $8(4 - 2)^3$. (الدرس 1-6)

67. جد قيمة $a + 3(b + c) - d$. إذا كان $a = 5$ و $b = 4$، $c = 3$ و $d = 2$. (الدرس 1-6)

68. الهندسة صيغة المساحة A لدائرة قطرها d هو $A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$.

اكتب تعبير لتمثيل مساحة الدائرة. (الدرس 1-6)

69. البناء يميل سلم يبلغ طوله 10 m مقابل مبنى بحيث يبلغ السطح الأعلى 9.64 m فوق سطح الأرض. كم تبلغ المسافة بين قاعدة الجدار والجزء السفلي من السلم؟

حلِّل كل كثيرة حدود إلى عواملها.

70. $14x^2 + 10x - 8$
71. $9x^2 - 3x + 18$
72. $8x^2 + 16x + 12$
73. $10x^2 - 20x$
74. $7x^2 - 14x - 21$
75. $12x^2 - 18x - 24$

جد ناتج ضرب كل مما يلي.

76. $(x + 2)(x - 3)$
77. $(y + 2)(y - 1)$
78. $(a - 5)(a + 4)$
79. $(b - 7)(b - 3)$
80. $(n + 6)(n + 8)$
81. $(p - 9)(p + 1)$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 3$ و $b = \frac{2}{3}$ و $c = -1.7$.

82. $6b - 5$
83. $\frac{1}{6}b + 1$
84. $2.3c - 7$
85. $-8(a - 4)$
86. $a + b + c$
87. $\frac{a \cdot b}{c}$
88. $a^2 - c$
89. $\frac{a \cdot b}{c}$

4-3 حل المعادلات

السابق
- لقد استخدمت خواص الأعداد الحقيقية لإيجاد قيمة التعابير.

الحالي
1 ترجمة التعابير اللفظية إلى تعابير جبرية ومعادلات والعكس.
2 حل معادلات باستخدام خواص المساواة.

لماذا؟
- الولايات المتحدة الأمريكية هي واحدة من البلاد القليلة في العالم التي تقيس المسافة بالأميال. لإيجاد العدد التقريبي للكيلومترات k في الأميال m. اقسم عدد الأميال على 0.62137.

$$k \text{ الكيلومترات} \approx m \text{ الأميال} \times \frac{1 \text{ كيلومتر}}{0.62137 \text{ ميل}}$$

$$k \text{ الكيلومترات} \approx \frac{m}{0.62137}$$

المفردات الجديدة
- **الجملة المفتوحة** open sentence
- **المعادلة** equation
- **الحل** solution

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 التعابير اللفظية والتعابير الجبرية
يمكن ترجمة التعابير اللفظية إلى تعابير جبرية باستخدام لغة الجبر.

مثال 1 التعبير اللفظي إلى جبري
اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثيل كل تعبير لفظي.

a. 4 أضعاف مكعب عدد مضافًا له العدد 2 $4x^3 + 2$

b. ناتج قسمة 5 مطروحة من عدد على العدد 12 $\frac{n-5}{12}$

تمرين موجّه

1A. مكعب أحد الأعداد مضافًا له 4 أمثال نفس العدد

1B. ثلاثة أمثال الفرق بين أحد الأعداد والعدد 8

يطلق على العبارة الرياضية التي تحتوي على متغير واحد أو أكثر اسم **عبارة مفتوحة**.
يطلق على العبارة الرياضية التي تنص على أن تعبيرين رياضيين يكونان متساويان اسم **معادلة**.

مثال 2 تحويل العبارة الجبرية إلى لفظية
اكتب عبارة لفظية لتمثيل كل معادلة.

a. $6x = 72$ ناتج ضرب 6 في عدد يساوي 72.

b. $n + 15 = 91$ ناتج جمع عدد إلى 15 يساوي واحد وتسعين.

تمرين موجّه

2A. $g - 5 = -2$ **2B.** $2c = c^2 - 4$

العبارات المفتوحة لا تكون صحيحة أو خاطئة حتى يتم استبدال المتغيرات بأعداد. ويطلق على كل ناتج ينتج عنه عبارة صحيحة اسم **حل** العبارة المفتوحة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 خواص المساواة لحل المعادلات، يمكننا استخدام خواص المساواة. يتم إدراج بعض من هذه الخواص أدناه.

المفهوم الأساسي خواص المعادلات

الخاصية	الرموز	أمثلة
الانعكاس	لأي عدد حقيقي a، يكون $a = a$.	$b + 12 = b + 12$
التماثل	لجميع الأعداد الحقيقة a و b. إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.	إذا كان $-2n + 4 = 18$. فإن $18 = -2n + 4$.
التعدي	لجميع الأعداد الحقيقية a و b و c. إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.	إذا كان $5p + 3 = 48$ و $48 = 7p - 15$. فإن $5p + 3 = 7p - 15$.
التعويض	إذا كان $a = b$، فإنه يمكن التعويض عن a بواسطة b ويمكن التعويض عن b بواسطة a.	إذا كان $x = 21(6 + 1)$. فإن $7x = 21$.

الربط **بتاريخ الرياضيات**

ديوفانتوس الإسكندري
(القرن 284–200)
اشتهر ديوفانتوس بعمله في الجبر. حمل عمله الرئيسي عنوان علم الحساب وقدم الرمزية إلى الجبر اليوناني بالإضافة إلى المقترحات في نظرية الأعداد والأعداد المختلفة.

مثال 3 تحديد خاصية التوزيع

اذكر اسم الخاصية الموضحة في كل عبارة.

a. إذا كان $b = 3a - 4$، و $b = a + 17$، فإن $3a - 4 = a + 17$.

خاصية التعدي

b. إذا كان $2g - h = 62$، و $h = 24$، فإن $2g - 24 = 62$.

خاصية التعويض

تمرين موجّه

3. إذا كان $11a + 2 = -3a$، فإن $-3a = 11a + 2$.

يتطلب حل معظم المعادلات افتراض أن للمعادلة الأصلية حل وبإجراء نفس العمليات على كل طرف من إشارة المساواة. تسمح خواص المساواة بحل المعادلة بهذه الطريقة.

المفهوم الأساسي

خاصيتا الجمع والطرح في المعادلة

الرموز	لأي أعداد حقيقية، a، و b، و c. إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$ و $a - c = b - c$.
أمثلة	إذا كان $x - 6 = 14$، فإن $x - 6 + 6 = 14 + 6$. إذا كان $n + 5 = -32$، فإن $n + 5 - 5 = -32 - 5$.

خاصيتا الضرب والقسمة في المعادلة

الرموز	لأي أعداد حقيقية، a، و b، و c، و $c \neq 0$ إذا كان $a = b$، فإن $a \times c = b \times c$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
أمثلة	إذا كان $\frac{m}{8} = -7$، فإن $8 \times \frac{m}{8} = 8 \times (-7)$. إذا كان $-2y = -12$، فإن $\frac{-2y}{-2} = \frac{-12}{-2}$، $y = 6$.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 حل معادلات الخطوة الواحدة

حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلّك.

a. $n - 3.24 = 42.1$

$n - 3.24 = 42.1$	المعادلة الأصلية
$n - 3.24 + 3.24 = 42.1 + 3.24$	اجمع 3.24 مع كل طرف.
$n = 45.34$	بسّط.

الحل يساوي 45.34.

تحقق

$n - 3.24 = 42.1$	المعادلة الأصلية
$45.34 - 3.24 \stackrel{?}{=} 42.1$	عوض بـ 43.54 عن n.
$42.1 = 42.1$ ✓	بسّط.

b. $-\frac{5}{8}x = 20$

$-\frac{5}{8}x = 20$	المعادلة الأصلية
$-\frac{8}{5}\left(-\frac{5}{8}\right)x = -\frac{8}{5}(20)$	اضرب في كل طرف $-\frac{8}{5}$.
$x = -32$	بسّط.

الحل يساوي -32.

تحقق

$-\frac{5}{8}x = 20$	المعادلة الأصلية
$-\frac{5}{8}(-32) \stackrel{?}{=} 20$	عوّض عن x بواسطة -32.
$20 = 20$ ✓	بسّط.

تمرين موجّه

4A. $x - 14.29 = 25$

4B. $\frac{2}{3}y = -18$

نصيحة دراسية

الانتظام في مثال 4b. لاحظ أن ضرب كلا طرفي المعادلة في $-\frac{8}{5}$ يماثل قسمة كلا الطرفين على $-\frac{5}{8}$.

لحل معادلة بأكثر من عملية واحدة، قم بإعادة إجراء العمليات بالحل بترتيب عكسي.

مثال 5 حل معادلة متعددة الخطوات

حُلّ $5(x + 3) + 2(1 - x) = 14$.

$5(x + 3) + 2(1 - x) = 14$	المعادلة الأصلية
$5x + 15 + 2 - 2x = 14$	طبق خاصة التوزيع.
$3x + 17 = 14$	بسّط الطرف الأيسر.
$3x = -3$	اطرح 17 من كل طرف.
$x = -1$	اقسم كل طرف على 3.

تمرين موجّه

حُلّ كل من المعادلات التالية.

5A. $-10x + 3(4x - 2) = 6$

5B. $2(2x - 1) - 4(3x + 1) = 2$

نصيحة دراسية

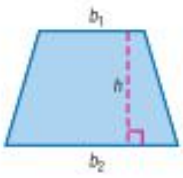
التحقق من الإجابات عند الحل لإيجاد متغير، يمكنك استخدام التعويض للتحقق من إجاباتك عن طريق استبدال المتغير في المعادلة الأصلية بإجابتك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام الخواص لحل معادلة لإيجاد متغير.

مثال 6 حل لإيجاد متغير

الهندسة صيغة المساحة A لشبه المنحرف هي $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$، حيث h تمثل الارتفاع و b_1 و b_2 هما قياسا القاعدتين. قم بكتابة الصيغة بدلالة b_2.



$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$	صيغة المساحة
$2A = 2\left[\frac{1}{2}h(b_1 + b_2)\right]$	اضرب كل طرف في 2.
$2A = h(b_1 + b_2)$	بسّط.
$\frac{2A}{h} = \frac{h(b_1 + b_2)}{h}$	اقسم كل طرف على h.
$\frac{2A}{h} = b_1 + b_2$	بسّط.
$\frac{2A}{h} - b_1 = b_1 + b_2 - b_1$	اطرح b_1 من كل طرف.
$\frac{2A}{h} - b_1 = b_2$	بسّط.

تمرين موجّه

6. صيغة مساحة سطح الإسطوانة S هي $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$، حيث r هو نصف قطر القاعدة و h هو ارتفاع الإسطوانة قم بكتابة الصيغة بدلالة h.

غالبًا ما توجد عدة طرق لحل إحدى المسائل. يمكن أن يساعدك استخدام خواص المساواة في إيجاد طريقة أبسط.

مثال 7 على الاختبار المعياري استخدام خواص المساواة

إذا كان $6x - 12 = 18$، فما قيمة $6x + 5$؟

A 5 **B** 11 **C** 35 **D** 41

قراءة فقرة الاختبار

يطلب منك إيجاد قيمة $6x + 5$. لاحظ أنه لا يتعين عليك إيجاد قيمة x. وبدلًا من ذلك، يمكنك استخدام خاصية الجمع في المعادلة لجعل الطرف الأيسر للمعادلة $6x + 5$.

حَل فقرة الاختبار

$6x - 12 = 18$	المعادلة الأصلية
$6x - 12 + 17 = 18 + 17$	اجمع 17 مع كل طرف لأن $-12 + 17 = 5$.
$6x + 5 = 35$	بسّط.

الإجابة هي C.

نصيحة عند حل الاختبار
اقرأ السؤال اقرأ السؤال بعناية قبل حل المعادلة. في المثال 7. ستجد قيمة $6x + 5$. وليس قيمة x.

تمرين موجّه

7. إذا كان $5y + 2 = \frac{8}{3}$، فما قيمة $5y - 6$؟

F $\frac{-20}{3}$ **G** $\frac{-16}{3}$ **H** $\frac{16}{3}$ **J** $\frac{32}{3}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **اكتب تعبير جبري لتمثيل كل تعبير لفظي.**

1. ناتج ضرب 12 في مجموع عدد إلى سالب 3
2. الفرق بين ناتج ضرب 4 في عدد ومربع ذلك العدد

مثال 2 **اكتب عبارة لفظية لتمثيل كل معادلة.**

3. $5x + 7 = 18$
4. $x^2 - 9 = 27$
5. $5y - y^3 = 12$
6. $\frac{x}{4} + 8 = -16$

مثال 3 **اذكر اسم الخاصية الموضحة في كل عبارة.**

7. $(8x - 3) + 12 = (8x - 3) + 12$
8. إذا كان $a=-3$, $d=-3$ فإن $a=d$

المثالان 5–4 **الدقة** **حُلّ كل معادلة. تحقق من حلك.**

9. $z - 19 = 34$
10. $x + 13 = 7$
11. $-y = 8$
12. $-6x = 42$
13. $5x - 3 = -33$
14. $-6y - 8 = 16$
15. $3(2a + 3) - 4(3a - 6) = 15$
16. $5(c - 8) - 3(2c + 12) = -84$
17. $-3(-2x + 20) + 8(x + 12) = 92$
18. $-4(3m - 10) - 6(-7m - 6) = -74$

مثال 6 **اكتب كل معادلة أو صيغة بدلالة المتغير المحدد.**

19. $8r - 5q = 3$. بدلالة q
20. $Pv = nrt$. بدلالة n

مثال 7 21. **الاختيار من متعدد** إذا كان $\frac{y}{5} + 8 = 7$ فما قيمة $\frac{y}{5} - 2$؟

A -10 B -3 C 1 D 5

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اكتب تعبير جبري لتمثيل كل تعبير لفظي.**

22. الفرق بين ناتج ضرب عدد في 4 والعدد 6
23. ناتج ضرب مربع عدد في العدد 8
24. مكعب عدد مطروحًا منه العدد 15
25. 5 مضافًا إلى ناتج قسمة عدد على 4

مثال 2 **اكتب عبارة لفظية لتمثيل كل معادلة.**

26. $8x - 4 = 16$
27. $\frac{x+3}{4} = 5$
28. $4y^2 - 3 = 13$

29. **كرة القدم** سدد سلطان وسعيد مجتمعين إجمالي 46 ضربة كرة. سدد سلطان 6 ضربات كرة أكثر من سعيد. فكم عدد ضربات الكرة التي سددها كل لاعب؟ حدد متغير. اكتب معادلة وقم بحل المسألة.

مثال 3 **اذكر اسم الخاصية الموضحة في كل عبارة.**

30. إذا كان $x + 9 = 2$. فإن $x + 9 - 9 = 2 - 9$
31. إذا كان $y = -3$. فإن $7y = 7(-3)$
32. إذا كان $g = 3h$ و $3h = 16$. فإن $g = 16$
33. إذا كان $-y = 13$. فإن $-(-y) = -13$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف © محفوظة

34. الأموال دفعت آمنة وبثينة إلى المركز الترفيهي الوطني AED 32.50. إذا كان رسم الدخول AED 7.50 وسعر كل مرة ركوب AED 2.50. فما إجمالي عدد مرات الركوب الممكنة لهما إذا دفع كل منهما رسوم الدخول؟

المثالان 5-4 **الدقة** **حُلّ كل معادلة. تحقق من حلك.**

35. $3y + 4 = 19$

36. $-9x - 8 = 55$

37. $7y - 2y + 4 + 3y = -20$

38. $5g + 18 - 7g + 4g = 8$

39 $5(-2x - 4) - 3(4x + 5) = 97$

40. $-2(3y - 6) + 4(5y - 8) = 92$

41. $\frac{2}{3}(6c - 18) + \frac{3}{4}(8c + 32) = -18$

42. $\frac{3}{5}(15d + 20) - \frac{1}{6}(18d - 12) = 38$

43. الهندسة يبلغ محيط خماسي منتظم 100 سنتيمتر. جد طول كل ضلع.

44. الطب أعطى طبيب ريهام وصفة طبية بتناول 28 حبة للمرض الذي تعاني منه يقول الطبيب أنه ينبغي عليها تناول 4 حبوب في اليوم الأول وحبتين في كل يوم حتى تنفذ الوصفة الطبية الخاصة بها. كم عدد الأيام التي ستتناول فيها حبتين؟

مثال 6 **اكتب كل معادلة أو صيغة بدلالة المتغير المحدد.**

45. $E = mc^2$. بدلالة m

46. $c(a + b) - d = f$. بدلالة a

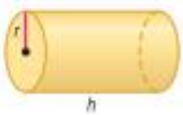
47. $z = \pi q^3 h$. بدلالة h

48. $\frac{x + y}{2} - a = b$. بدلالة y

49. $y = ax^2 + bx + c$. جد قيمة a

50. $wx + yz = bc$. بدلالة z

B **51. الهندسة** صيغة حجم إسطوانة بنصف قطر r وارتفاع h هي π في نصف القطر في نصف القطر في الارتفاع.



a. اكتب هذا في صورة تعبير جبري.

b. اعد كتابة الجزء a بدلالة h.

52. مأدبة تقديم جوائز تتسع غرفة مأدبة لمقاعد 69 شخصا بحد أقصى. قام المدرب والمدير ونائب المدير بدعوة فريق التنس النسائي الفائز بالجائزة إلى المأدبة. إذا كان فريق التنس يتكوّن من 22 فتاة. فكم عدد الضيوف التي يمكن لكل طالبة إحضارهم؟

الدقة **حُلّ كل معادلة. تحقق من حلك.**

53. $5x - 9 = 11x + 3$

54. $\frac{1}{x} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$

55. $5.4(3k - 12) + 3.2(2k + 6) = -136$

56. $8.2p - 33.4 = 1.7 - 3.5p$

57. $\frac{4}{9}y + 5 = -\frac{7}{9}y - 8$

58. $\frac{3}{4}z - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}z + \frac{1}{5}$

59. المعرفة المالية دفع علي AED 10,734 على نفقات العيش الخاصة به العام الماضي. تم ذكر معظم هذه النفقات في الجدول على اليسار. إذا كانت النفقات الوحيدة الأخرى التي دفعها علي العام الماضي هي الإيجار. إذا دفع الإيجار 12 مرة العام الماضي. فكم كان إيجار علي كل شهر؟

النفقات	التكلفة السنوية
الكهرباء	AED 622
الغاز	AED 428
الماء	AED 240
تأمين المستأجر	AED 144

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

C **60. الاستنتاج المنطقي** يمتد جسر من المدينة A إلى المدينة B. افترض أن أحد الفريقين بدأ في البناء جنوبًا من المدينة A وبدأ فريق آخر في البناء شمالًا من المدينة B. تقابل الفريقان عند 3219 m جنوبًا من المدينة A بعد حوالي 5 أعوام من بدء التشييد.

a. افترض أن فريق المدينة A قام ببناء متوسط 53.65 m في الشهر. بنى الفريقان معًا 6437 m من الجسر. حدد متوسط عدد الأمتار التي تم بناؤها في كل شهر بواسطة فريق المدينة B .

b. كم عدد الكيلومترات من الجسر التي بناها كل فريق تقريبًا؟

c. هل هذه الإجابة منطقية؟ اشرح.

61 **التمثيلات المتعددة** القيمة المطلقة لعدد تصف المسافة بين ذلك العدد من الصفر.

a. هندسيًا ارسم خط أعداد. ومثّل عليه الأعداد الصحيحة من 5− إلى 5.

b. جدوليّ قم بإنشاء جدول من الأعداد الصحيحة على خط الأعداد والمسافات الخاصة بها من صفر.

c. بيانيًا قم برسم تمثيل بياني لكل عدد صحيح x والمسافة y الخاصة به من الصفر باستخدام نقاط البيانات في الجدول.

d. لفظيًا قم بإجراء تخمين فيما يتعلق بالعدد الصحيح ومسافته من الصفر. اشرح سبب أي تغيير في العلامة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

62. تحليل الخطأ يقوم حمد وحمدان بحل $A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$ من أجل b_2 هل إجابة أي منهما صحيحة؟ اشرح استنتاجك.

حمد

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A}{h} = (b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A - b_1}{h} = b_2$$

حمدان

$$A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A}{h} = (b_1 + b_2)$$
$$\frac{2A}{h} - b_1 = b_2$$

63. تحدٍ اكتب $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ بدلالة y_1.

64. الاستنتاج استخدم ما تعلمته في هذا الدرس لشرح سبب صحة (لغز العدد) التالي:.

- قم بأخذ أي عدد.
- اضربه في عشرة.
- اطرح 30 من النتيجة.
- اقسم النتيجة الجديدة على 5.
- اجمع 6 مع النتيجة.
- يكون العدد الجديد الخاص بك يمثل العدد الأصلي.

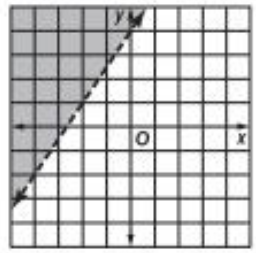
65. مسألة غير محددة الإجابة قدم مثالًا واحدًا ليس له حل لمعادلة تتضمن خاصية التوزيع ومثالًا آخرًا لديه عدد لا نهائي من الحلول العديدة.

66. الكتابة في الرياضيات .قم بمقارنة ومقابلة خاصية التعويض في المعادلة وخاصية التعدي في المعادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

67. يوضح التمثيل البياني حل أي متباينة؟



A $y < \frac{2}{3}x + 4$

B $y > \frac{2}{3}x + 4$

C $y < \frac{3}{2}x + 4$

D $y > \frac{3}{2}x + 4$

68. SAT/ACT ما ناتج طرح $1\frac{1}{3}$ من معكوسه الضربي؟

F $-2\frac{2}{3}$

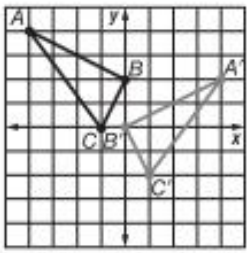
G $-\frac{7}{12}$

H $-\frac{1}{12}$

J $\frac{1}{4}$

K $\frac{3}{4}$

69. الهندسة أي مما يلي يصف تحول $\triangle ABC$ إلى $\triangle A'B'C'$؟



A انعكاس حول المحور y وإزاحة أسفل بمقدار وحدتين

B انعكاس حول المحور x وإزاحة أسفل بمقدار وحدتين.

C دوران بزاوية 90° إلى اليمين وإزاحة أسفل بمقدار وحدتين

D دوران بزاوية 90° إلى اليمين وإزاحة يمين بمقدار وحدتين

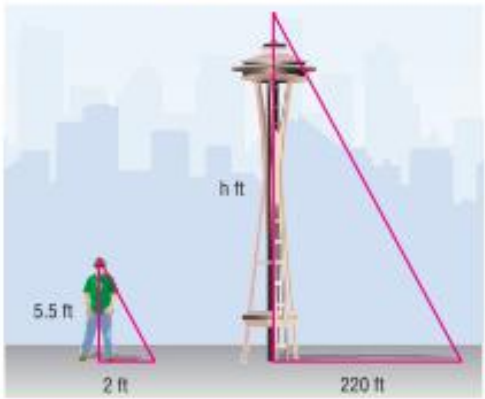
70. إجابات قصيرة قام مسرح محلي ببيع 1200 تذكرة أثناء افتتاح فيلم نهاية الأسبوع. في نهاية الأسبوع التالية. تم بيع 840 تذكرة فما كانت نسبة الانخفاض في عدد التذاكر المبيعة؟

مراجعة شاملة

71. بسّط $3x + 8y + 5z - 2y - 6x + z$. (الدرس 2–6)

72. الخبز تصنع رنا نوعين من الخبز. يحتاج النوع الأول إلى $2\frac{1}{2}$ كوب من الدقيق. ويحتاج الثاني إلى $1\frac{3}{4}$ كوب من الدقيق. وترغب رنا في صنع رغيفين من أول وصفة و 3 أرغفة من الوصفة الثانية. فكم عدد أكواب الدقيق التي ستحتاج إليها؟ (الدرس 2–6)

73. المعالم افترض أن إبرة الفضاء في سياتل، واشنطن. تلقي بظل طوله 220 ft بينما في نفس وقت يلقي سائح بظل طوله 2 ft. إذا كان طول السائح يبلغ 5.5 ft. فكم طول إبرة الفضاء؟



74. جد قيمة $a - [c(b - a)]$. إذا كان $a = 5$، و $b = 7$، و $c = 2$. (الدرس 1–6)

مراجعة المهارات

حدد المعكوس الجمعي لكل عدد أو تعبير.

75. $-4\frac{1}{5}$

76. 3.5

77. $-2x$

78. $6 - 7y$

79. $3\frac{2}{3}$

80. -1.25

81. $5x$

82. $4 - 9x$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

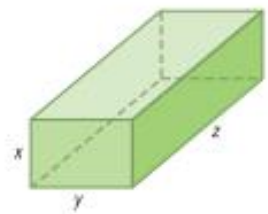
اختبار منتصف الوحدة
الدروس من 1–4 إلى 3–4

1. جد قيمة $3c - 4(a + b)$ إذا كانت $a = -1$ و $b = 2$ و $c = \frac{1}{3}$. (الدرس 1–6)

2. **الصقر** يمكن إيجاد قيمة المسافة التي قطعها محمود في ساعتين ونصف راكبًا دراجته باستخدام الصيغة $d = rt$، حيث d هي المسافة التي تم قطعها و r هو المعدل و t هو الزمن. ما المسافة التي قطعها محمود إذا كان مسافرًا بمعدل 16 km/h؟ (الدرس 1–6)

3. جد قيمة $n(m - n) + (5 - m)^3$ إذا كان $m = 6$ و $n = -3$. (الدرس 1–6)

4. **الهندسة** تتحدد صيغة مساحة سطح المنشور المستطيل أدناه بالعلاقة $S = 2xy + 2yz + 2xz$. ما هي مساحة سطح المنشور إذا كان $x = 2.2$ و $y = 3.5$ و $z = 5.1$؟ (الدرس 1–6)



5. **الاختيار من متعدد** ما هي قيمة $\frac{q^2 + rt}{qr - 2t}$ إذا كان $q = -4$ و $r = 3$ و $t = 8$؟ (الدرس 1–6)

A $-\frac{17}{6}$

B $-\frac{10}{7}$

C $-\frac{2}{7}$

D $-\frac{1}{6}$

اذكر مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد من الأعداد. (الدرس 2–6)

6. $\frac{25}{11}$

7. $-\frac{128}{32}$

8. $\sqrt{50}$

9. -32.4

10. ما هي الخاصية التي توضحها المعادلة $7 \times 7 + 15 \times 7 = (4 + 15)7$؟ (الدرس 2–6)

11. بسّط $-3(7a - 4b) + 2(-3a + b)$. (الدرس 2–6)

12. **الملابس** تشتري ميسون تي شيرت وجينز لعملها الجديد. تكلف القميصان AED 10.50 ويكلف الجينز AED 26.50. تشتري 3 تي شيرتات و 3 من الجينز. قم بتوضيح خاصية التوزيع عن طريق كتابة تعبيرين يمثلان مقدار إنفاق ميسون. (الدرس 2–6)

13. **الاختيار من متعدد** أي تعبير يعادل $\frac{2}{3}(4m - 5n) + \frac{1}{5}(2m + n)$؟ (الدرس 2–6)

F $\frac{46}{15}m - \frac{47}{15}n$

G $46m - 47n$

H $-\frac{mn}{15}$

J $\frac{5}{4}m - \frac{9}{8}n$

14. حدد المعكوس الإضافي والمعكوس الضربي لـ $\frac{7}{6}$. (الدرس 2–6)

15. اكتب جملة لفظية لتمثيل المعادلة $\frac{a}{a - 3} = 1$. (الدرس 3–6)

16. حل $6x + 4y = -1$ لإيجاد قيمة x. (الدرس 3–6)

17. **الاختيار من متعدد** أي التعابير الجبرية يمثل التعبير اللفظي. ناتج ضرب 4 والفرق بين عدد و 13؟ (الدرس 3–6)

A $4n - 13$

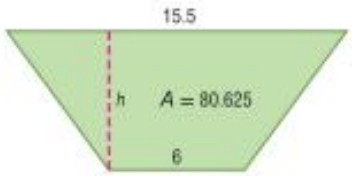
B $4(n - 13)$

C $\frac{4}{n - 13}$

D $\frac{4n}{13}$

18. حل $3(6x + 5) + 2(4x) = 20$. (الدرس 3–6)

19. ما هو ارتفاع شبه المنحرف أدناه؟ (الدرس 3–6)



20. **الهندسة** صيغة مساحة سطح الكرة هي $SA = 4\pi r^2$ وصيغة حجم الكرة هي $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. (الدرس 3–6)

a. جد حجم ومساحة سطح كرة ذات نصف قطر يبلغ سنتيمترين. اكتب إجابتك بالنسبة إلى π.

b. هل يمكن أن يكون للكرة نفس القيمة العددية بالنسبة لمساحة السطح والحجم؟ إذا كان الأمر كذلك، جد قيمة نصف قطر مثل هذه الكرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-4 حل معادلات القيمة المطلقة

السابق:
- لقد قمت بحل المعادلات باستخدام خواص المعادلة.

الحالي:
1. إيجاد قيمة تعابير القيمة المطلقة.
2. حل معادلات القيمة المطلقة.

لماذا؟
- يستخدم البحارة أحيانًا مكتشف مدى بالليزر لتحديد المسافات. لنفترض أن أحد مكتشفات المدى ذلك دقيقًا في مدى $\pm$ 0.45 متر. هذا يعني أنه إذا كان البحار يقدر المسافة إلى الشاطئ لتكون 295.45 m على مكتشف المدى بالليزر، فقد تكون المسافة إلى الشاطئ في الواقع تمس قريبة من 294.9 أو بعيدة مثل 295.9 m. ويمكن وصف هذين الطرفين بالمعادلة $|E - 295.45| = 0.45$.

المفردات الجديدة
- القيمة المطلقة absolute value
- مجموعة خالية empty set
- قيد constraint
- حل دخيل extraneous solution

ممارسات في الرياضيات
مراعاة الدقة.

1 تعابير القيمة المطلقة

القيمة المطلقة لعدد هي المسافه بينه وبين 0 عي خط الأعداد. حيث إن المسافة ليست سالبة، دائمًا تكون القيمة المطلقة للعدد غير سالبة. الرمز $|x|$ يُستخدم لتمثيل القيمة المطلقة لعدد x.

المفهوم الأساسي القيمة المطلقة

الشرح: لأي عدد حقيقي a، إذا كانت a قيمة موجبة أو صفر، فتكون القيمة المطلقة لـ a هي a. إذا كانت a سالبة، فتكون القيمة المطلقة لـ a هي معكوس a.

الرموز: بالنسبة لأي عدد حقيقي a، $|a| = a$ إذا كانت $a \geq 0$. ويكون $|a| = -a$ إذا كانت $a < 0$.

النموذج: $|4| = 4$ و $|-4| = 4$

عند إيجاد قيم التعابير، تعمل أعمدة القيمة المطلقة كرمز تجميع. قم بإجراء أي عمليات داخل أعمدة القيمة المطلقة أولًا.

مثال 1 إيجاد قيمة تعبير بالقيمة المطلقة

جد قيمة $8.4 - |2n + 5|$ إذا كان $n = -7.5$.

$8.4 - \|2n + 5\| = 8.4 - \|2(-7.5) + 5\|$	عوّض عن n بالعدد -7.5.
$= 8.4 - \|-15 + 5\|$	اضرب 2 في -7.5.
$= 8.4 - \|-10\|$	اجمع -15 و 5.
$= 8.4 - 10$	$\|-10| = 10$
$= -1.6$	اطرح 10 من 8.4.

تمرين موجّه

1A. جد قيمة $3\frac{1}{2} - |4x + 3|$ عندما $x = -2$.

1B. جد قيمة $1\frac{1}{3} - |2y + 1|$ عندما $y = -\frac{2}{3}$.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 معادلات القيمة المطلقة

بعض المعادلات تحتوي على تعابير القيمة المطلقة. ويُستخدم تعريف القيمة المطلقة في حل هذه المعادلات. لأي عددين حقيقيين a و b، حيث $b \geq 0$. إذا كانت $|a| = b$، فإن $a = b$ أو $a = -b$. عادةً ما تتم كتابة هذه الحالة الثانية في الصورة $a = -b$.

مثال من الحياة اليومية 2 حل معادلة القيمة المطلقة

التنس **يحتوي مضرب التنس القياسي للكبار على مقدمة رأسية مساحتها $645\ ft^2$، زائد أو ناقص $129\ ft^2$. اكتب وحل معادلة القيمة المطلقة لتحديد أقل وأكبر مساحات ممكنة لمقدمة رأس مضرب تنس الكبار.**

الفهم نحن بحاجة إلى تحديد أكبر وأقل مساحات ممكنة لرأس مضرب التنس نظرًا للمساحة الوسطى ومدى المساحات.

الخطة عند كتابة معادلة قيمة مطلقة، يتم وضع القيمة الوسطى أو *المركزية* داخل رموز القيمة المطلقة. يتم وضع *المدى* دائمًا على الطرف الآخر من المعادلة.

القيمة المركزية — المدى

$$|x - c| = r$$

حل

معادلة القيمة المطلقة	$|x - c| = r$
$c = 645$ و $r = 129$	$|x - 645| = 129$

الحالة 1

$$a = b$$
$$x - 645 = 129$$
$$x - 645 + 645 = 129 + 645$$
$$x = 774$$

الحالة 2

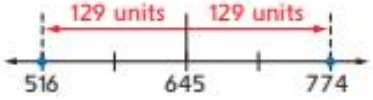
$$a = -b$$
$$x - 645 = -129$$
$$x - 645 + 645 = -129 + 645$$
$$x = 516$$

تحقق

$|x - 645| = 129$
$|774 - 645| \stackrel{?}{=} 129$
$|129| \stackrel{?}{=} 129$
$129 = 129$ ✓

$|x - 645| = 129$
$|516 - 645| \stackrel{?}{=} 129$
$|-129| \stackrel{?}{=} 129$
$129 = 129$ ✓

على خط الأعداد، يمكنك أن ترى أن كلا الحلين يبعدان 129 وحدة عن 645.



الحلان هما 774 و 516. مساحة هي هو 774 بوصة مربعة وأقل مساحة هو 516 بوصة مربعة.

تمرين موجّه

حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

2A. $9 = |x + 12|$

2B. $8 = |y + 5|$

لأن القيمة المطلقة لعدد دائمًا ما تكون موجبة أو صفر. فإن معادلة مثل $|x| = -4$ لا تكون صحيحة على الإطلاق. وبالتالي، فلا يوجد لها حل. مجموعة الحل لهذا النوع من المعادلة هو **المجموعة الخالية**. يرمز إليها بالرموز { } أو ∅.

الربط بالحياة اليومية

في الأصل، استخدم اللاعبون قفازات جلدية لضرب كرات التنس. بعد فترة وجيزة، تم وضع القفازات في نهاية عصا لتوسيع نطاق "اليد".

المصدر: The Cliff Richard Tennis Foundation

نصيحة في حل المسائل

كتابة معادلة في كثير من الأحيان، يكون أفضل طريقة لحل مسألة هي استخدام المعلومات المعطاة لكتابة وحل المعادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 لا يوجد حل

حُلّ $1 = 8 + |3x - 2|$.

$\|3x - 2\| + 8 = 1$	المعادلة الأصلية
$\|3x - 2\| + 8 - 8 = 1 - 8$	اطرح 8 من كل طرف.
$\|3x - 2\| = -7$	بسّط.

هذه الجملة غير صحيحة على *الإطلاق*. مجموعة الحل هي $\varnothing$.

تمرين موجّه **حل معادلة مما يلي، وتحقق من حلولك.**

3A. $-2|3a| = 6$ **3B.** $|4b + 1| + 8 = 0$

في الرياضيات، **القيد** هو شرط يجب أن يستوفيه الحل. ويمكن اعتبار المعادلات بمثابة قيود في حالة مسألة. حلول المعادلة تفي بقيود المسألة.

حتى إذا تم استخدام الإجراء الصحيح لحل المعادلة، فإن الإجابات قد لا تكون حلولًا فعلية للمعادلة الأصلية. ويسمى هذا العدد **حل دخيل**.

نصيحة دراسية

الدقة من الممكن لمعادلة القيمة المطلقة أن يكون لها حل واحد فقط. تذكر إعداد مسألتين. ثم تحقق من حلولك.

مثال 4 حل واحد

حُلّ $|x + 10| = 4x - 8$. تحقق من حلولك.

الحالة 2

$a = -b$

$x + 10 = -(4x - 8)$

$x + 10 = -4x + 8$

$5x + 10 = 8$

$5x = -2$

$x = -\frac{2}{5}$

الحالة 1

$a = b$

$x + 10 = 4x - 8$

$10 = 3x - 8$

$18 = 3x$

$6 = x$

يبدو أن هناك حلين، 6 و $-\frac{2}{5}$.

التحقق عوّض كل قيمة في المعادلة الأصلية.

$|x + 10| = 4x - 8$

$\left|-\frac{2}{5} + 10\right| \stackrel{?}{=} 4\left(-\frac{2}{5}\right) - 8$

$\left|9\frac{3}{5}\right| \stackrel{?}{=} -1\frac{3}{5} - 8$

$9\frac{3}{5} \neq -9\frac{3}{5}$ ✗

$|x + 10| = 4x - 8$

$|6 + 10| \stackrel{?}{=} 4(6) - 8$

$|16| \stackrel{?}{=} 24 - 8$

$16 = 16$ ✓

نظرًا لأن $9\frac{3}{5} \neq -9\frac{3}{5}$، فإن الحل الوحيد هو 6. مجموعة الحل هي {6}.

تمرين موجّه **حُلّ كل معادلة مما يلي، وتحقق من حلولك.**

4A. $2|x + 1| - x = 3x - 4$ **4B.** $3|2x + 2| - 2x = x + 3$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **جد قيمة كل تعبير إذا كان $x = -4$ و $y = -9$.**

1. $|x - 8|$
2. $|7y|$
3. $-3|xy|$
4. $-2|3x + 8| - 4$

5. **تمثيل النماذج** تنجو أغلب أسماك المياه الاستوائية العذبة إذا كانت درجة حرارة المياه في المدى $-16.67\ C$ من $25.56\ C$.
   a. اكتب معادلة لتحديد أقل وأكبر درجات الحرارة المثلى.
   b. حل المعادلة التي كتبتها في الجزء a.
   c. إذا كان مقياس حرارة حوض الماء الخاص بك دقيقًا لدرجة في مدى أقل من أو أكبر من $17.23\ C$. فماذا يجب أن تكون درجة حرارة المياه لضمان أن تصل إلى الحد الأدنى من درجة الحرارة؟ اشرح.

الأمثلة 2-4 **حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.**

6. $|x + 8| = 12$
7. $|y - 4| = 11$
8. $|a - 5| + 4 = 9$
9. $|b - 3| + 8 = 3$
10. $3|2x - 3| - 5 = 4$
11. $-2\ |5y - 1| = -10$
12. $|a - 4| = 3a - 6$
13. $|b + 5| = 2b + 3$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -3$، و $b = -5$، و $c = 4.2$.**

14. $|-3c|$
15. $|5b|$
16. $|a - b|$
17. $|b - c|$
18. $|3b - 4a|$
19. $2|4a - 3c|$
20. $-|3c - a|$
21. $-|abc|$

22. **الطعام** ولتحضير مسحوق الكاكاو، يتم تحميص حبوب الكاكاو. درجة الحرارة المثالية للتحميص هي $148.89\ C$. أقل من أو أكبر من 25". اكتب وحل معادلة تصف الحد الأقصى والحد الأدنى لدرجات حرارة تحميص حبوب الكاكاو.

الأمثلة 2-4 **حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.**

23. $|z - 13| = 21$
24. $|w + 9| = 17$
25. $9 = |d + 5|$
26. $35 = |x - 6|$
27. $5|q + 6| = 20$
28. $-3|r + 4| = -21$
29. $3|2a - 4| = 0$
30. $8|5w - 1| = 0$
31. $2|3x - 4| + 8 = 6$
32. $4|7y + 2| - 8 = -7$
33. $-3|3t - 2| - 12 = -6$
34. $-5|3z + 8| - 5 = -20$

B 35. تنتج شركة علكة النعناع على شكل قطع تزن الواحدة حوالي $5.67\ g$ لكل منها. بعد أن يتم إنتاج القطع، يتم استخدام جهاز لوزنها. إذا كانت القطعة تزن $0.02\ g$ أكثر أو أقل من الوزن المطلوب، يتم رفض القطعة. اكتب وحل معادلة لإيجاد قيمة أقل وأخف وزن للقطع سيوافق عليه الجهاز.

جد قيمة كل تعبير إذا كان $q = -8$، $r = -6$ و $t = 3$.

36. $12 - t|3r + 2|$
37. $2q + |2rt + q|$
38. $-5t - q|8r - t|$

McGraw-Hill Education © تحفظ الطبع والتأليف. تحفظ لصالح مؤسسة

حلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلولك.

39. $8x = 2|6x - 2|$

40. $-6y + 4 = |4y + 12|$

41. $8z + 20 = -|2z + 4|$

42. $-3y - 2 = |6y + 25|$

43. **مستوى سطح البحر** تقع فلوريدا في متوسط مساحة 30.5 m فوق مستوى سطح البحر. ويختلف هذا المستوى بمقدار 74.67 m اعتمادًا على هطول الأمطار وموقعك. اكتب وحل معادلة تصف الحد الأقصى والحد الأدنى لمستويات سطح البحر لفلوريدا. هل هذا الحل معقول؟ اشرح.

C 44. **التمثيلات المتعددة** ارسم خط أعداد.

a. **هندسيًا** قم بتسمية 5 أعداد صحيح على نقاط خط الأعداد A و B و C و D و F.

b. **جدوليّ** أكمل الفراغ في الجدول بواسطة > أو< مستخدمًا النقاط من خط الأعداد.

$A ___ B$	$A - C ___ B - C$ $A - D ___ B - D$ $A - F ___ B - F$
$B ___ A$	$B - C ___ A - C$ $B - D ___ A - D$ $B - F ___ A - F$

$A ___ B$	$A + C ___ B + C$ $A + D ___ B + D$ $A + F ___ B + F$
$B ___ A$	$B + C ___ A + C$ $B + D ___ A + D$ $B + F ___ A + F$

b. **لفظيًا** صف الأنماط في الجدول.

d. **جبريًا** صف الأنماط جبريًا، مستخدمًا المتغير x لاستبدال C و D و F.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

45. **النقد** تحل موزة ونورة المعادلة $|3x + 14| = -6x$. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

موزة

$|3x + 14| = -6x$

$3x + 14 = -6x$ or $3x + 14 = 6x$

$9x = -14$ $\quad$ $14 = 3x$

$x = -\frac{14}{9}$ ✓ $\quad$ $x = \frac{14}{3}$ ✓

نورة

$|3x + 14| = -6x$

$3x + 14 = -6x$ or $3x + 14 = 6x$

$9x = -14$ $\quad$ $14 = 3x$

$x = -\frac{14}{9}$ ✗ $\quad$ $x = \frac{14}{3}$ ✓

46. **تحدَّ** حل $|x - 5| + 3 = |2x - 1|$. أدرج جميع المسائل والمعادلات الناتجة.
(إرشاد: توجد أربعة مسائل محتملة لاختبارها كحلول محتملة.)

التبرير إذا كانت a و x و y أعدادًا حقيقية، فحدد إذا ما كانت كل عبارة *أحيانًا* أم *دائمًا* صحيحة أم غير صحيحة مطلقًا. اشرح استنتاجك.

47. إذا كان $|a| > 7$، فإن $|a + 3| > 10$.

48. إذا كان $|x| < 3$، فإن $|x| + 3 > 0$.

49. إذا كانت y بين 1 و 5، فإن $|y - 3| \leq 2$.

50. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة قيمة مطلقة للصيغة $|ax + b| = cx + d$ ليس لديها حل. افترض أن a و b و c و $d \neq 0$.

51. **الكتابة في الرياضيات** كيف تستخدم الرموز لتمثيل الأفكار الرياضية؟ استخدم مثالاً لتعليل استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

52. إذا كان $4x - y = 3$ و $2x + 3y = 19$. فما هي قيمة y؟

A 2
B 3
C 4
D 5

53. إجابة شبكية يشكل طالبان وممثلان عن المعلمين من كل من الصفوف التاسع والعاشر والحادي عشر والثاني عشر، مجلس الطلاب. إذا تم اختيار ممثل مجلس الطلاب عشوائيًا لحضور اجتماع مجلس الإدارة، ما هو إحتمال أن يكون الطالب إما في الصف الحادي عشر أو ممثلاً للمعلمين؟

54. ما هي المعادلة المكافئة للمعادلة $4(9 - 3x) = 7 - 2(6 - 5x)$؟

F $8x = 41$
G $22x = 41$
H $8x = 24$
J $22x = 24$

55. SAT/ACT يوجد لمربع طول ضلعه 4 وحدات أحد رؤوسه في النقطة (2, 1). أي من النقاط التالية لا يمكن أن تقابل هذه الرأس بشكل قطري؟

A $(-3, -2)$
B $(-3, 6)$
C $(5, -2)$
D $(5, 6)$
E $(1, 6)$

مراجعة شاملة

حُلّ كلّ معادلة مما يلي، وتحقق من الحل. (الدرس 3–6)

56. $4x + 6 = 30$

57. $5p - 10 = 4(7 + 6p)$

58. $\frac{3}{5}y - 7 = \frac{2}{5}y + 3$

59. المال يدخر عيسى لشراء سيارة. في أول 6 أشهر، كانت مدخراته أقل من $\frac{3}{4}$ ثمن السيارة بمبلغ AED 80 . في ثاني 6 أشهر، ادخر عيسى مبلغ أكبر من $\frac{1}{5}$ ثمن السيارة بمبلغ AED 50 . ولا يزال يحتاج إلى AED 370 . (الدرس 3–6)

a. ما هو سعر السيارة؟

b. ما هو متوسط مبلغ المال الذي ادخره عيسى كل شهر؟

c. إذا واصل عيسى إدخار متوسط المبلغ كل شهر، في كم شهر سيكون قادرًا على تحمل تكلفة السيارة؟

اذكر الخاصية الموضحة في كل معادلة. (الدرس 2–6)

60. $(1 + 8) + 11 = 11 + (1 + 8)$

61. $z(9 - 4) = z \times 9 - z \times 4$

بسّط كل تعبير مما يلي. (الدرس 2–6)

62. $7a + 3b - 4a - 5b$

63. $3x + 5y + 7x - 3y$

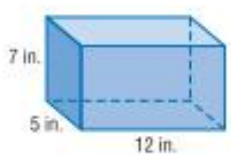
64. $3(15x - 9y) + 5(4y - x)$

65. $2(10m - 7a) + 3(8a - 3m)$

66. $8(r + 7t) - 4(13t + 5r)$

67. $4(14c - 10d) - 6(d + 4c)$

68. الهندسة صيغة مساحة سطح منشور مستطيل هي $SA = 2\ell w + 2\ell h + 2wh$. حيث ℓ يمثل الطول و w يمثل العرض و h يمثل الارتفاع. جد مساحة سطح المنشور المستطيل على اليسار. (الدرس 1–6)



مراجعة المهارات

حُلّ كل معادلة مما يلي.

69. $15x + 5 = 35$

70. $2.4y + 4.6 = 20$

71. $8a + 9 = 6a - 7$

72. $3(w - 1) = 2w - 6$

73. $\frac{1}{2}(2b - 4) = 2 + 8b$

74. $\frac{1}{3}(6p - 24) = 18 + 3p$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 4-5 حل المتباينات

العرض 2	العرض 1	
AED 60	AED 55	الرسوم الشهرية
650	400	الرسائل النصية المضمنة
AED 0.20	AED 0.25	الرسائل النصية الإضافية

السابق
- لقد حللت معادلات تضم قيمًا مطلقة.

الحالي
1. حل المتباينات ذات الخطوة الواحدة.
2. حل المتباينات متعددة الخطوات.

لماذا؟
- يحاول عمير أن يقرر بين أثنين من عروض الرسائل النصية المقدمة من شركة هاتف لاسلكي. لمقارنة العرضين، يمكننا استخدام المتباينات. الرسوم الشهرية للعرض 1 أقل من رسوم العرض 2. AED 60 > AED 55 ومع ذلك، فإن الرسائل النصية الإضافية للعرض 1 أكبر من رسوم العرض 2. AED 0.25 > AED 0.20

المفردات الجديدة
رمز بناء المجموعة set-builder notation

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.

1 المتباينات ذات الخطوة الواحدة

لأي عددين حقيقيين، a و b، واحدة فقط من العبارات التالية صحيحة.

$$a < b \qquad a = b \qquad a > b$$

إضافة نفس العدد إلى كل طرف من أطراف المتباينة أو طرحه منه لا يغير حقيقة المتباينة.

المفهوم الأساسي

خاصية الجمع في المتباينات

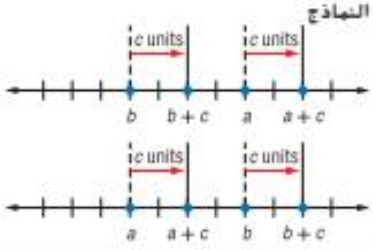
الشرح

لأي أعداد حقيقية a و b و c:

إذا كان $a > b$، فإن $a + c > b + c$.

إذا كان $a < b$، فإن $a + c < b + c$.

النماذج



خاصية الطرح في المتباينات

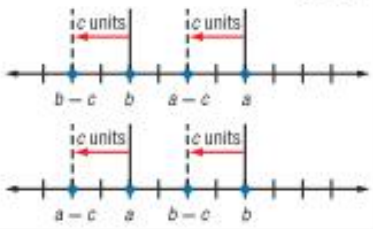
الشرح

لأي أعداد حقيقية a و b و c:

إذا كان $a > b$، فإن $a - c > b - c$.

إذا كان $a < b$، فإن $a - c < b - c$.

النماذج



تنطبق هذه الخواص كذلك على ≥ و ≤ و ≠.

ويمكن استخدام هذه الخواص لحل المتباينات. ويمكن بعد ذلك رسم مجموعات لمتباينات في متغير واحد ثم تمثيلها بيانيًا على خطوط أعداد.

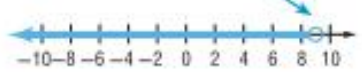
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 حل متباينة باستخدام الجمع أو الطرح

حُـلّ $y - 6 < 3$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

المتباينة الأصلية	$y - 6 < 3$
أضف 6 إلى كل طرف.	$y - 6 + 6 < 3 + 6$
بسّط.	$y < 9$

تعني الدائرة أن هذه النقطة ليست مضمنة في مجموعة الحل.



أي عدد حقيقي أقل من 9 هو حل لهذه المتباينة. التمثيل البياني لمجموعة الحل يظهر على اليسار.

التحقق عوض بـ 8 ثم 10 عن y في $y - 6 < 3$. ينبغي أن تكون المتباينة صحيحة عند $y = 8$ وخاطئة عند $y = 10$. ✓

تمرين موجّه

حُـلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

1A. $5w + 3 > 4w + 9$

1B. $5x - 3 > 4x + 2$

مراجعة المفردات

رموز التباين

- $<$ أصغر من أو أقل من
- $>$ أكبر من أو أكثر من
- $\leq$ أصغر من أو يساوي؛ تساوي على الأكثر؛ ليس أصغر من
- $\geq$ أكبر من أو يساوي؛ على الأقل؛ ليس أصغر من

نصيحة دراسية

تمثيل المتباينات بيانيًا

تُستخدم الدائرة للتعبير عن $<$ و $>$.
تُستخدم النقطة للتعبير عن $\geq$ و $\leq$.

قم بضرب أو قسمة كل طرف من أطراف المتباينة على عدد موجب لا يغير حقيقة عدم المساواة. ومع ذلك، ضرب أو قسمة كل طرف من أطراف المتباينة على عدد *سالب* يتطلب أن يكون ترتيب المتباينة معكوسًا. على سبيل المثال، لعكس $\geq$، استبدلها بـ $\leq$.

المفهوم الأساسي

خاصية الضرب في المتباينة

الشرح	أمثلة
لأي أعداد حقيقية a و b و c.	$-5 < -3$
حيث c موجبة:	$-5(6) < -3(6)$
إذا كان $a > b$، فإن $ac > bc$.	$-30 < -18$
إذا كان $a < b$، فإن $ac < bc$.	
حيث تكون c سالبة:	$12 > -7$
إذا كان $a > b$، فإن $ac < bc$.	$12(-4) < -7(-4)$
إذا كان $a < b$، فإن $ac > bc$.	$-48 < 28$

خاصية القسمة في المتباينات

الشرح	أمثلة
لأي أعداد حقيقية a و b و c.	$-12 < -8$
حيث c موجبة:	$\frac{-12}{4} < \frac{-8}{4}$
إذا كان $a > b$، فإن $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.	$-3 < -2$
إذا كان $a < b$، فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.	
حيث تكون c سالبة:	$-21 > -14$
إذا كان $a > b$، فإن $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.	$\frac{-21}{-7} < \frac{-14}{-7}$
إذا كان $a < b$، فإن $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.	$3 > 2$

تنطبق هذه الخواص كذلك على $\geq$ و $\leq$ و $\neq$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن التعبير عن مجموعة الحلول **برمز بناء المجموعة**. على سبيل المثال، مجموعة الحل في المثال 1 يمكن التعبير عنها في صورة $\{y \mid y < 9\}$.

قراءة في الرياضيات
رمز بناء المجموعة
$\{y \mid y < 9\}$ تقرأ على أنها مجموعة الأعداد y حيث قيمة y أقل من 9.

مثال 2 حل متباينة باستخدام الضرب أو القسمة

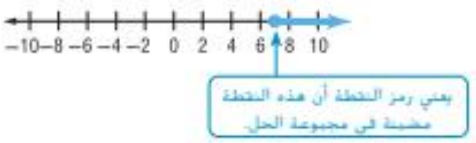
حُـلّ $-4.2x \leq -29.4$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط أعداد.

$-4.2x \leq -29.4$ المتباينة الأصلية

$\frac{-4.2x}{-4.2} \geq \frac{-29.4}{-4.2}$ اقسم كل طرف على -4.2. عاكسًا رمز المتباينة.

$x \geq 7$ بسّط.

مجموعة الحل هي $\{x \mid x \geq 7\}$. التمثيل البياني للحل مبين أدناه.



التحقق عوض بـ 6 ثم 8 عن x في $-4.2x \leq -29.4$. ينبغي أن تكون المتباينة صحيحة عند $x = 8$ وخاطئة عند $x = 6$. ✓

تمرين موجّه

حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

2A. $-4x \geq -24$ **2B.** $-9.2y < 23$

2 المتباينات ذات الخطوات المتعددة

حل المتباينات ذات الخطوات المتعددة يشبه حل المعادلات ذات الخطوات المتعددة.

مثال 3 حل المتباينات متعددة الخطوات

حُـلّ $-4c \leq \frac{5c + 58}{6}$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط أعداد.

$-4c \leq \frac{5c + 58}{6}$ المتباينة الأصلية

$-24c \leq 5c + 58$ اضرب كل طرف في 6.

$-29c \leq 58$ أضف $-5c$ إلى كل طرف.

$c \geq -2$ اقسم كل طرف على -29. عاكسًا رمز المتباينة.

مجموعة الحل هي $\{c \mid c \geq -2\}$ وتم تمثيلها بيانيًا أدناه.

التحقق عوض بـ -3 ثم -1 عن x في $-4c \leq \frac{5c + 58}{6}$. ينبغي أن تكون المتباينة صحيحة عند $x = -1$ وخاطئة عند $x = -3$. ✓

نصيحة دراسية
عند الضرب أو القسمة على عدد سالب، تذكر عكس رمز المتباينة.

تمرين موجّه

حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

3A. $-3x \leq \frac{-4x + 22}{5}$ **3B.** $8y \geq \frac{-5y + 9}{-4}$

3C. $-6(-4v + 3) \leq 2(10v + 3)$ **3D.** $-5(3d - 7) > 3(2d + 14)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 من الحياة اليومية كتابة متباينة وحلّها

مواقع الويب **تدفع شركة إبراهيم لشركة بدر للإعلان على موقع بدر الإلكتروني. يجني موقع بدر الإلكتروني 15 درهمًا شهريًا بالإضافة إلى 0.05 درهم في كل مرة ينقر فيها الزائر على الإعلان. ما هو أقل عدد من النقرات في الشهر الذي يحتاجه بدر من أجل كسب 50 درهمًا شهريًا أو أكثر؟**

الفهم افترض أن c = هي عدد النقرات على الإعلان. يكسب بدر 15 درهمًا في الشهر و 0.05 درهمًا لكل نقرة. ويريد أن يكسب 50 درهمًا كحد أدنى للإعلان.

الخطة اكتب متباينة.

الشرح
الدخل الشهري يساوي 15 AED زائد 0.05 AED في كل نقرة وينبغي أن يبلغ الإجمالي مقدار 50 AED.

المتغير
افترض أن c يمثل عدد النقرات في الشهر.

المتباينة					
أجرة الشقة	زائد	الرسم لكل نقرة	يساوي على الأقل	50 AED.	
15	+	0.05c	≤	50	

حل

$15 + 0.05c \geq 50$	المتباينة الأصلية
$0.05c \geq 35$	اطرح 15 من كل طرف.
$c \geq 700$	اقسم كل طرف على 0.05.

التحقق

$15 + 0.05c \geq 50$	المتباينة الأصلية
$5 + 0.05(700) \stackrel{?}{\geq} 50$	عوّض عن c بـ 700.
$15 + 35 \stackrel{?}{\geq} 50$	اضرب.
$50 \geq 50$ ✓	أضف.

يجب على زوار موقع بدر الإلكتروني النقر على إعلان إبراهيم على الأقل 700 مرة شهريًا لكي يحصل بدر على 50 درهمًا أو أكثر من شركة إبراهيم.

تمرين موجّه

4. تكلفة عرض الهاتف الخليوي لرنا 50 AED شهريًا بالإضافة إلى 0.25 AED لكل دقيقة خارج الدقائق المجانية المخصصة لها. كم دقيقة يمكن أن تستهلكها رنا خارج الدقائق المجانية المخصصة لها. ولا تزال تدفع أقل من ما مجموعه 70 AED؟

الربط **بالحياة اليومية** في عام 2007، أظهر استطلاع خادم ويب نيتكرافت أكثر من 108,000,000 موقع ويب متميز.

المصدر: Netcraft

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3 **حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ثم مثل مجموعة الحلول بيانيًا على خط الأعداد.**

1. $b + 6 < 14$

2. $12 - d > -8$

3. $18 \leq -3x$

4. $-5y \geq -35$

5. $-4w - 13 > -21$

6. $8z - 9 \geq -15$

7. $s \geq \frac{s + 6}{5}$

8. $\frac{2x - 9}{4} \leq x + 2$

مثال 4 **9. تمثيل النماذج** تقوم حصة بتسليم أكياس من التربة الزراعية. كل كيس يزن 48 kg و عربة الدفع تزن 65 kg. إذا كانت الشاحنة ذات الحقيبة المسطحة يمكنها أن تنقل 2000 kg. كم عدد أكياس التربة الزراعية التي يمكن أن تأخذها حصة بأمان في كل رحلة؟ 40 كيسًا

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الأمثلة 1–3 **حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ثم مثّل مجموعة الحلول بيانيًا على خط الأعداد.**

10. $m - 8 > -12$ **11.** $n + 6 \leq 3$ **12.** $6r < -36$

13. $-12t \geq -6$ **14.** $-\frac{w}{4} \leq -7$ **15.** $\frac{k}{3} - 14 < -5$

16. $4x - 15 \leq 21$ **17.** $-6z - 14 > -32$ **18.** $-16 \geq 5(2z - 11)$

19 $12 < -4(3c - 6)$ **20.** $\frac{3y - 4}{0.2} - 8 > 12$ **21.** $\frac{9z + 5}{4} + 18 < 26$

مثال 4 **22. الجمباز** في مسابقة الجمباز، يتم احتساب النتيجة النهائية للرياضي عن طريق حساب 75% من متوسط النتيجة التقنية وإضافة 25% من النتيجة الفنية. جميع الدرجات هي من أصل 10. حصل أحد لاعبي الجمباز على **7.6** متوسط النتيجة التقنية. ما النتيجة الفنية التي يحتاجها لاعب الجمباز ليحصل على نتيجة نهائية لا تقل عن 8.0؟

B **حدد متغير واكتب متباينة لكل مسألة. ثم حل.**

23. ثلاثة أضعاف عدد مطروحا منها 12 أقل من 21 .

24. ناتج قسمة ثلاثة أمثال عدد على 4 ليست أقل من 16- .

25. الفرق بين 5 أضعاف عدد و 6 أكبر من العدد.

26. عدد مضافًا له 3 والناتج مقسومًا على 6 أقل من 2- 2.

27. التسلق يمكن أن تصل سرعة سها في تسلقها إلى 3 km/h. ولكن عليها أن تأخذ استراحة لمدة ساعة لتناول طعام الغداء واستراحة لمدة ساعة لتناول العشاء. إذا كانت سها ترغب في تسلق 18 km على الأقل. حل $3(x - 2) \geq 18$ لتحديد عدد الساعات التي يجب استغراقها في التسلق. 8 ساعات

حُلّ كل متباينة مما يلي. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

28. $18 - 3x < 12$ **29.** $-8(4x + 6) < -24$ **30.** $\frac{1}{4}n + 12 \geq \frac{3}{4}n - 4$

31. $0.24y - 0.64 > 3.86$ **32.** $10x - 6 \leq 4x + 42$ **33.** $-6v + 8 > -14v - 28$

34. $n > \frac{-3n - 15}{8}$ **35.** $-2r < \frac{6 - 2r}{5}$ **36.** $\frac{9z - 4}{5} \leq \frac{7z + 2}{4}$

37. المال يبيع جمال مساحة إعلانية في مجلة للشركات المحلية. يكسب جمال 3% عمولة عن كل إعلان يبيعه بالإضافة إلى راتب أسبوعي AED 250. إذا كان متوسط مبلغ المال الذي تنفقه الشركة على الإعلان AED 500. كم عدد الإعلانات التي يجب أن يبيعها كل أسبوع ليصبح راتبه AED 700 على الأقل في الأسبوع؟

a. اكتب متباينة تصف هذا الموقف.

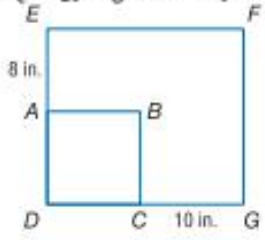
b. قم بحل المتباينة وفسر الحل.

C **حدد متغير واكتب متباينة لكل مسألة. ثم حل.**

38. ثلث مجموع 5 أضعاف عدد و 3 هو أقل من ربع مجموع ستة أضعاف هذا العدد و 5.

39. مجموع ثلث عدد و 4 هو على الأكثر يساوي مجموع مثلي هذا العدد و 12.

40. الاستنتاج المنطقي أضلاع المربع $ABCD$ تتوسع لتكون مستطيل $DEFG$. إذا كان محيط المستطيل على الأقل مثلي محيط المربع، ما هو الحد الأقصى لطول ضلع المربع $ABCD$؟



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

41 **الماراثون** تريد عبير التمكن من ركض مسافة 26.2 km. هناك قاعدة جيدة للتدريب وهي أن يكون للمتسابقين عمومًا قدرة كافية على التحمل لإنهاء السباق الذي يصل إلى 3 أمثال متوسط المسافة اليومية للمتسابق.

a. إذا كان طول مسافة الركض اليومي الحالي لها هو 5 كيلومترات. اكتب متباينة لإيجاد المسافة التي تحتاجها لزيادة مسافة الركض اليومي الخاصة بها ليصبح لديها قدرة كافية على التحمل لإنهاء.

b. قم بحل المتباينة وفسر الحل.

42. **تمثيل النماذج** يتم إظهار تكلفة تأجير سيارة من الشركة A ومن الشركة B في الجدول. إلى أي مسافة تكون الشركة B لها الصفقة الأفضل؟ استخدم المتباينة $38 + 0.1x > 42 + 0.05x$. اشرح سبب عمل هذه المتباينة.

تكلفة السيارة المؤجرة		
الشركة	التكلفة في اليوم	التكلفة في الميل
A	AED 38	AED 0.10
B	AED 42	AED 0.05

43. **التمثيلات المتعددة** في هذا التمرين، سوف تستكشف تمثيل المتباينات بيانيًا في المستوى الإحداثي.

a. **جدوليّ** نظم ما يلي في جدول. عوض 5 نقاط في المتباينة $y \geq -\frac{1}{2}x + 3$. اذكر ما إذا كانت العبارة الناتجة صحيحة أم خاطئة.

b. **بيانيًا** مثّل $y = -\frac{1}{2}x + 3$ بيانيًا. قم أيضًا بالتمثيل البياني لـ 5 نقاط من الجدول. وسم جميع النقاط التي تنتج عنها عبارة صحيحة بالحرف T. وسم جميع النقاط التي تنتج عنها عبارة خاطئة بالحرف F.

c. **لفظيًا** صف النمط الذي تنتجه النقاط التي رسمتها. قم بالتخمين بخصوص أي النقاط على المستوى الإحداثي سوف يؤدي إلى عبارات صحيحة وخاطئة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

44. **التحدي** إذا كان $-4 < x < 5$ و $0.25 < y < 4$. فإن $a < \frac{x}{y} < b$. ما هي $a + b$؟

45. **تحليل الخطأ** كانت شيماء وغاية يقارنان واجباتهما المدرسية. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك. انظر الهامش.

شيماء

$$\frac{4x + 5}{-2} - 1 > -3$$
$$\frac{4x + 5}{-2} < -2$$
$$4x + 5 > 4$$
$$4x > -1$$
$$x > -\frac{1}{4}$$

غاية

$$\frac{4x + 5}{-2} - 1 > -3$$
$$\frac{4x + 5}{-2} > -2$$
$$4x + 5 > 4$$
$$4x > -1$$
$$x > -\frac{1}{4}$$

46. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحةً *أحيانًا* أم *دائمًا* أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

معكوس القيمة المطلقة لعدد سالب أقل من معكوس ذلك العدد.

47. **تحدٍّ** بمعرفة $\triangle ABC$ الذي يتضمن الأضلاع $AB = 3x + 4$ و $BC = 2x + 5$ و $AC = 4x$. حدد قيم x التي تجعل $\triangle ABC$ موجودًا.

48. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب متباينة يكون الحل لها كل الأعداد الحقيقية في الصورة $ax + b > c(x + d)$. اشرح كيفية معرفتك لهذا الأمر.

49. **الكتابة في الرياضيات** لماذا يلزم عكس رمز المتباينة عند ضربه أو قسمته على عدد سالب؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

50. إجابة قصيرة وجدت شيخة وصفة كعك تتطلب $\frac{3}{4}$ كوب من السكر وكوبين من الدقيق. كم كوب ستحتاجه من السكر إذا استخدمت 6 أكواب من الدقيق؟

51. الإحصاءات كان متوسط النتيجة لاختبارات سامية السنة الأولى للجبر هي 88. إذا حصلت على 95 في اختبارها القصير المقبل. فماذا سيكون متوسط النتيجة الخاصة بها لجميع الاختبارات السبعة؟

A 89
B 90
C 91
D 92

52. SAT/ACT متوسط خمسة أعداد هو 9. متوسط الأعداد الـ 7 الأخرى هو 8. ما هو متوسط جميع الأعداد الـ 12؟

F $8\frac{5}{12}$
G $8\frac{1}{2}$
H $8\frac{7}{12}$
J $8\frac{3}{4}$
K $8\frac{11}{12}$

53. ما هو الحل الكامل للمعادلة $|8 - 4x| = 40$؟

A $x = 8; x = 12$
B $x = 8; x = -12$
C $x = -8; x = -12$
D $x = -8; x = 12$

مراجعة شاملة

حُلّ كلّ معادلة مما يلي، وتحقق من حلولك. (الدرس 4-6)

54. $|x - 5| = 12$

55. $7,3y - 4| = 35$

56. $|a + 6| = a$

57. الفلك يدور بلوتو في مسار غير دائري. أبعد مسافة لبلوتو من الشمس هي 7305 مليون كيلومتر. وأقرب مسافة له 4435 مليون كيلومتر. اكتب معادلة يمكن حلها لإيجاد الحد الأدنى والحد الأقصى للمسافات من الشمس إلى بلوتو. (الدرس 4-6)

58. المجتمع الإحصائي في عام 2005، بلغ عدد سكان مدينة ما 19.611 نسمة. وبالنسبة لكل من السنوات الخمس التالية، انخفض عدد السكان بمتوسط معدل 715 شخصًا في السنة. (الدرس 3-6)

a. كم كان عدد السكان في 2010؟

b. وإذا استمر عدد السكان في الانخفاض بنفس المعدل الذي كان عليه في الفترة من عام 2005 إلى عام 2010، فما الذي تتوقع أن يكون عليه عدد السكان في عام 2025, 5311

59. صيغة مساحة سطح إسطوانة تُعطى بالعلاقة $SA = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. (الدرس 2-6)

a. استخدام خاصية التوزيع لإعادة كتابة الصيغة عن طريق تحليل العامل المشترك الأكبر للحدين .

b. جد مساحة سطح إسطوانة بدائرة نصف قطرها 3 cm وارتفاع 10 cm باستخدام كلتا الصيغتين. اترك الإجابة من حيث π.

c. أي صيغة تفضل؟ اشرح استنتاجك.

60. البناء تقوم عائلة بإضافة غرفة عائلية إلى منزلها. أبعاد الغرفة هي 26 مترًا في 28 مترًا. اعرض كيفية استخدام خاصية التوزيع لحساب مساحة الغرفة عقليًا. (الدرس 2-6)

مراجعة المهارات

حُلّ كل معادلة مما يلي، وتحقق من حلولك.

61. $|x| = 9$

62. $|x + 3| = 10$

63. $|4y - 15| = 13$

64. $18 = |3x - 9|$

65. $16 = 4\ w + 2|$

66. $|y + 3| + 4 = 20$

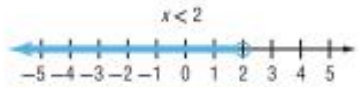
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-6 مختبر الجبر
رمز الفترة

يمكن وصف مجموعة حل متباينة باستخدام **رمز الفترة**. يتم استخدام رمز **اللانهائية** أدناه للإشارة إلى أن إحدى المجموعات غير محدودة في الاتجاه الموجب أو السالب. على التوالي.

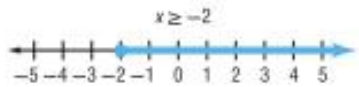
للإشارة إلى أن نقطة طرفية غير متضمنة في المجموعة، يتم استخدام قوسين مستديرين ( ). ويتم استخدام القوسين المستديرين دائمًا مع الرمزين $+\infty$ و $-\infty$ لأنهما لا يتضمنان نقاط طرفية.

ترميز الفترة
$(-\infty, 2)$



يتم استخدام قوس مربع للإشارة إلى أن النقطة الطرفية، -2 تكون متضمنة في مجموعة الحل أدناه.

ترميز الفترة
$[-2, +\infty)$



في رمز الفترة، يكون رمز اتحاد مجموعتين هو $\cup$. تتم كتابة المتباينة المركّبة $y \leq -7$ أو $y > -1$ في صورة $(-\infty, -7] \cup (-1, +\infty)$.

التمارين

اكتب كل متباينة باستخدام رمز الفترة.

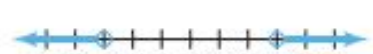
1. $\{a | a \leq -3\}$
2. $\{n | n > -8\}$
3. $\{y | y < 2 \text{ or } y \geq 14\}$
4. $\{b | b \leq -9 \text{ or } b > 1\}$
5. $\{t | 1 < t < 3\}$
6. $\{m | m \geq 4 \text{ or } m \leq -7\}$
7. $\{x | x \geq 0\}$
8. $\{r | -3 < r < 4\}$
9.

10.

11.

12.

13.

14. 

مثّل كل مجموعة حل على خط أعداد.

15. $(-1, -\infty)$
16. $(-\infty, 4]$
17. $(-\infty, 5] \cup (7, +\infty)$

18. **الكتابة في الرياضيات** اكتب بالحروف معنى $(-\infty, 3) \cup [10, +\infty)$. ثم اكتب المتباينة المركّبة التي يمثلها الرمز.

19. **الكتابة في الرياضيات** كيف يتم استخدام الرموز في كتابة مجموعات حلول للمتباينات؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 6-4 حل المتباينات المركّبة ومتباينات القيمة المطلقة

السابق
- قمت بحل المتباينات أحادية ومتعدّدة الخطوات.

الحالي
1 حل المتباينات المركّبة.
2 حل متباينات القيمة المطلقة.

لماذا؟
- كثيرًا ما يقوم علماء الأحياء المائية بنقل أحد الدلافين من بيئته الطبيعية إلى حوض سباحة. تفضل الدلافين أن تكون درجة حرارة المياه 22°C على الأقل ولكن ليس أكثر من 29°C. يمكن وصف درجة حرارة المياه المقبولة للدلافين من خلال المتباينة المركّبة التالية.

$t \geq 22$ و $t \leq 29$

المفردات الجديدة
- **متباينة مركبة** compound inequality
- **تقاطع** intersection
- **اتحاد** union

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 المتباينات المركّبة

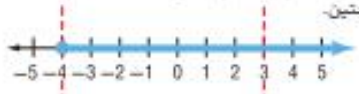
تتكون **متباينة مركّبة** من متباينتين مرتبطتين بواسطة حرف العطف "و" أو حرف العطف "أو". لحل متباينة مركّبة، يجب عليك حل كل جزء من المتباينة. يكون التمثيل البياني لمتباينة مركّبة الذي يشتمل على "و" هو **تقاطع** مجموعتي حل المتباينتين.

المفهوم الأساسي متباينة "و" المركبة

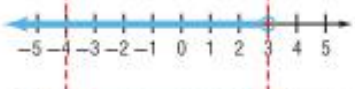
الشرح تكون المتباينة المركّبة التي تحتوي على حرف العطف "و" صحيحة إذا وفقط إذا كانت كلا المتباينتان صحيحتين.

مثال

$x \geq -4$



$x < 3$



$x \geq -4$ و $x < 3$

طريقة أخرى لكتابة $x < 3 \geq -4$ و $x \geq -4$ هي $x < 3 \geq -4$.
تتم قراءة كلا الصيغتين في صورة *x أكبر من أو يساوي 4− وأقل من 3.*

مثال 1 حل متباينة "و" المركبة

حُلّ $8 < 3y - 7 \leq 23$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

الطريقة 1 حُلّ كليهما بشكل منفصل.

اكتب متباينة مركّبة باستخدام حرف العطف "و". ثم قم بحل كل متباينة.

$3y - 7 \leq 23$ و $8 < 3y - 7$

$3y \leq 30$ $\quad$ $15 < 3y$

$y \leq 10$ $\quad$ $5 < y$

$5 < y \leq 10$

الطريقة 2 حُلّ كليهما معًا.

قم بحل كلا الجزأين في نفس الوقت عن طريق جمع 7 مع كل طرف. ثم اقسم كل طرف على 3.

$8 < 3y - 7 \leq 23$

$15 < 3y \leq 30$

$5 < y \leq 10$

$5 < y \leq 10$

(يتبع في الصفحة التالية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثّل مجموعة الحل بيانيًا لكل متباينة وجد تقاطعاتها.

$5 < y$

$y \leq 10$

$5 < y \leq 10$

مجموعة الحل هي $\{y | 5 < y \leq 10\}$ أو $(5, 10]$.

تمرين موجّه

حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

1A. $-12 \leq 4x + 8 \leq 32$ **1B.** $-5 \geq 3z - 2 > -14$

التمثيل البياني لمتباينة مركبة تشتمل على "أو" هو **اتحاد** مجموعتي حل المتباينتين.

المفهوم الأساسي متباينة "أو" المركبة

الشرح تكون المتباينة المركّبة التي تحتوي على حرف العطف "أو" صحيحة إذا كانت واحدة أو أكثر من المتباينات صحيحة.

مثال

$x \geq 5$

$x < -3$

$x \geq 5$ أو $x < -3$

مثال 2 حل متباينة "أو" المركبة

حُلّ $k + 6 < -4$ أو $3k \geq 14$. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا.

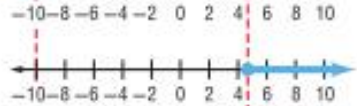
حلّ كل متباينة بشكل منفصل.

$k + 6 < -4$ أو $3k \geq 14$

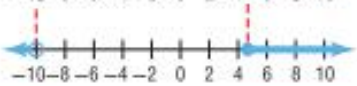
$k < -10$ $k \geq \frac{14}{3}$

$k < -10$

$k \geq \frac{14}{3}$



$k < -10$ أو $k \geq \frac{14}{3}$



تمرين موجّه

حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

2A. $5j \geq 15$ أو $-3j \geq 21$ **2B.** $g - 6 > -11$ أو $2g + 4 < -15$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

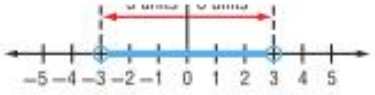
2 متباينة القيمة المطلقة في الدرس 4-6، تعلمت أن القيمة المطلقة لعدد هي المسافة التي يقطعها من 0 على خط الأعداد. يمكنك استخدام هذا التعريف لحل متباينات تتضمن قيمة مطلقة.

مثال 3 حل متباينات القيمة المطلقة

حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

a. $|x| < 3$

$|x| < 3$ تعني أن المسافة بين x و 0 على خط أعداد أقل من 3 وحدات. لجعل $|x| < 3$ صحيحة، عوض بالأعداد عن x الأقل من 3 وحدات من 0.



لاحظ أن التمثيل البياني لـ $|x| < 3$ يكون مماثلًا للتمثيل البياني لـ $-3 < x$ و $x < 3$.

جميع الأعداد بين -3 و 3 أقل من 3 وحدات من 0. تكون مجموعة الحل $\{x \mid -3 < x < 3\}$ أو $(-3, 3)$.

b. $|x| > 5$

$|x| > 5$ تعني أن المسافة بين x و 0 على خط الأعداد أكبر من 5 وحدات. لجعل $|x| > 5$ صحيحة، عوض بالأعداد عن x الأكبر من 5 وحدات من 0.

لاحظ أن التمثيل $|x| > 5$ يكون مماثلًا للتمثيل البياني لـ $x < -5$ أو $x > 5$.

تكون جميع الأعداد ما بين -5 و 5 والتي تتضمنها ليست أكبر من 5 وحدات من 0. تكون مجموعة الحل $\{x < -5 \text{ أو } x > 5\}$ أو $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$.

قراءة في الرياضيات

داخلية وما بين عند حل مسائل تتضمن متباينات، *داخلية* تعني أنها غير متناهية. استخدم ≥ أو ≤.

ما بين تعني أنها متناهية. استخدم > أو <.

تمرين موجّه

حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

3A. $|t| < 6$

3B. $|u| < -3$

3C. $|t| > 3$

3D. $|u| > -2$

نصيحة دراسية

متباينات القيمة المطلقة

لأن القيمة المطلقة هي عدد لا يكون سالبًا أبدًا. فالحلول التي تتضمن الأعداد السالبة كالتالي $-5 > |x|$ هي المجموعة الخالية. $-5 < |x|$ هي حلول لا نهائية.

يمكن حل متباينة قيمة مطلقة عن طريق إعادة كتابتها في صورة متباينة مركّبة.

المفهوم الأساسي متباينات القيمة المطلقة

لجميع الأعداد الحقيقية a، b، c، و x، $c > 0$. تكون العبارات التالية صحيحة.

متباينة القيمة المطلقة	متباينة مركّبة	مثال
$\lvert ax + b \rvert > c$	$ax + b > c$ أو $ax + b < -c$	إذا كان $\lvert 4x + 5 \rvert > 7$، فإن $4x + 5 > 7$ أو $4x + 5 < -7$.
$\lvert ax + b \rvert < c$	$-c < ax + b < c$	إذا كان $\lvert 4x + 5 \rvert < 7$، فإن $-7 < 4x + 5 < 7$.

تنطبق هذه العبارات كذلك على ≥ و ≤، على التوالي.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

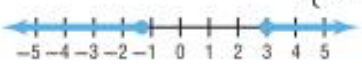
مثال 4 حل متباينة قيمة مطلقة متعددة الخطوات

حُلّ $|6y - 5| \geq 13$. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

$|6y - 5| \geq 13$ تكافئ $6y - 5 \geq 13$ أو $6y - 5 \leq -13$. قم بحل المتباينة.

قم بإعادة كتابة المتباينة	$6y - 5 \leq -13$	أو $6y - 5 \geq 13$
اجمع 5 مع كل طرف.	$6y \leq -8$	$6y \geq 18$
اقسم كل طرف على 6.	$y \leq -\frac{8}{6}$ أو $-\frac{4}{3}$	$y \geq 3$

مجموعة الحل هي $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [3, \infty)$ أو $\left\{y | y \leq -\frac{4}{3} \text{ أو } y \geq 3\right\}$.



تمرين موجّه

حُلّ كلّ متباينةٍ مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

4A. $|4x - 7| > 13$

4B. $|5z + 2| \leq 17$

يمكن عرض إحدى المتباينات في صورة قيد في مسألة تدور حول موقف. يمثل كل حل للمتباينة توافيق تستوفي القيد. في المسائل من الحياة اليومية. غالبًا ما يكون المجال والمدى مقيدًا بالأعداد غير السالبة أو الكلية.

مثال 5 من الحياة اليومية قم بكتابة وحل متباينة قيمة مطلقة

الأموال تبحث علياء عن شقة في منطقة محددة. واكتشفت أن متوسط الإيجار الشهري لشقة بغرفتي نوم يبلغ AED 600 في الشهر. ولكن قد يختلف السعر الفعلي عن المتوسط لما يصل إلى AED 225 في الشهر.

a. اكتب متباينة قيمة مطلقة لوصف هذا الموقف.

افترض أن r = متوسط الإيجار الشهري. $|600 - r| \leq 225$

b. حُلّ المتباينة لإيجاد مدى الإيجار الشهري.

قم بإعادة كتابة متباينة القيمة المطلقة كمتباينة مركّبة. ثم قم بالحل لإيجاد r.

$$-225 \leq 600 - r \leq 225$$

$$-225 - 600 \leq 600 - r - 600 \leq 225 - 600$$

$$-825 \leq -r \leq -375$$

$$825 \geq r \geq 375$$

مجموعة الحل هي $\{r | 375 \leq r \leq 825\}$ أو $[375, 825]$. لذا، يمكن أن يتراوح الإيجار الشهري الشامل ما بين AED 375 و AED 825.

الربط بالحياة اليومية

تختلف تكاليف الشقق بشكل كبير استنادًا إلى موقعها. من المدن الأمريكية الرئيسية. تتمتع مدينة نيويورك بأعلى متوسط للإيجار الشهري الذي يبلغ 2400 دولار أمريكي. بينما تتمتع مدينة أوكلاهوما بأقل متوسط الذي يبلغ 543 دولار أمريكي.

المصدر: MSN

تمرين موجّه

5. الرسوم الدراسية تفكر حورية في الكليات التي ستلتحق بها وتقرر أن متوسط الرسوم الدراسية ما بين الخيارات التي تجريها هو AED 3725 في العام. ولكن قد تختلف الرسوم الدراسية في مدرسة لما يصل إلى AED 1650 عن المتوسط. قم بكتابة وحل متباينة قيمة مطلقة لإيجاد مدى الرسوم الدراسية. $|t - 3725| \leq 1650$; $\{t | \text{AED } 2075 \leq t \leq \text{AED } 5375\}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-4 **حُلّ كل متباينة مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.**

1. $-4 < g + 8 < 6$
2. $-9 \le 4y - 3 \le 13$
3. $z + 6 > 3$ أو $2z < -12$
4. $m - 7 \ge -3$ أو $-2m + 1 \ge 11$
5. $|c| \ge 8$
6. $|q| \ge -1$
7. $|z| < 6$
8. $|x| \le -4$
9. $|3v + 5| > 14$
10. $|4t - 3| \le 7$

مثال 5

11. **الأموال** يفكر خالد في عدة أنواع من الطلاء لغرفة نومه. ويقدر أنه سيحتاج إلى ما يتراوح بين 2 L و 3 L. يظهر الجدول الموجود على اليسار السعر لكل لتر لكل نوع من الطلاء الذي يفكر فيه خالد. اكتب متباينة مركّبة وحدد المبلغ الذي سيدفعه.

نوع الطلاء	السعر لكل لتر
مطفأ	AED 21.98
قليل اللمعان	AED 23.98
شبه لامع	AED 24.98
لامع	AED 25.98

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-4 **حُلّ كل متباينة مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.**

12. $8 < 2v - 4 < 16$
13. $-7 \le 4d - 3 \le -1$
14. $4r + 3 < -6$ أو $3r - 7 > 2$
15. $6y - 3 < -27$ أو $-4y + 2 < -26$
16. $|6h| < 12$
17. $|-4k| > 16$
18. $|3x - 4| > 10$
19. $|8t + 3| \le 4$
20. $|-9n - 3| < 6$
21. $|-5j - 4| \ge 12$

مثال 5

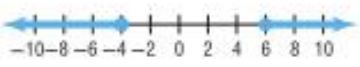
22. **تمثيل النماذج** يستخدم علماء الطب الشرعي المعادلة $h = 2.6f + 47.2$ لتقدير طول h امرأة من خلال طول f عظمة الفخذ الخاصة بها بالسنتيمترات.

a. افترض أن هامش خطأ المعادلة ± 3 cm. اكتب متباينة لتمثيل طول امرأة من خلال طول عظمة الفخذ الخاصة بها.

b. إذا بلغ طول عظمة فخذ هيكل عظمي لامرأة 50 cm. فاكتب وحل متباينة قيمة مطلقة تصف طول المرأة بالسنتيمترات.

B **اكتب متباينة قيمة مطلقة لكل تمثيل بياني مما يلي.**

23.

24. 

25.

26.

27.

28.

29.

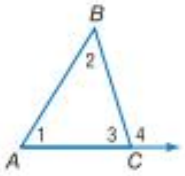
30.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

31. **حيوان المارية** يفضل حيوان المارية الأجواء شبه الصحراوية ويمكن أن يعيش دون ماء لفترات طويلة من الزمن. باستخدام المعلومات المعطاة، اكتب متباينة مركّبة لوصف مدى أوزان أنثى حيوان المارية البالغة بالكامل.

أطوال وأوزان حيوان المارية		
النوع	الطول (cm)	الوزن (kg)
ذكر	28–42	143–154
أنثى	26–40	140–150

C 32. **الهندسة** تنص نظرية متباينة *الزاوية الخارجية* على أن قياس زاوية خارجية يكون أكبر من قياس الزاويتين الداخليتين غير المجاورة لها. اكتب متباينتين للتعبير عن العلاقات بين قياسات زوايا $\triangle ABC$.



حُلّ كل متباينة مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

33. $28 > 6k + 4 > 16$

34. $m - 7 > -12$ -3 أو $m + 2 > 38$

35. $|-6h| > 90$

36. $-|-5k| > 15$

37. $3|2z - 4| - 6 > 12$

38. $6|4p + 2| - 8 < 34$

39. $\frac{|5f - 2|}{6} > 4$

40. $\frac{|2w + 8|}{5} \geq 3$

اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثيل كل تعبير لفظي.

41. الأعداد التي تبعُد 4 وحدات على الأقل من -5

42. الأعداد التي لا تبعُد أكثر من $\frac{3}{8}$ وحدة من 1

43. الأعداد التي تبعُد 6 وحدات على الأقل ولكن لا تبعُد أكثر من 10 وحدات من 2

44. **التبرير** تشترط قواعد ناسكار على أنه يجب أن تطابق مجموعة من 32 قالبًا. تم تشكيل كل منها لملائمة محيط مختلف للسيارة. عند وضع قالب في سيارة، ولا يمكن أن تتخطى الفجوة بينه وبين السيارة الحد المسموح به المحدد. يتم وضع خط ملون على حافة كل قالب يشير إلى الحد المسموح به للقالب.

اللون الخطي	الحد المسموح به (cm)
أحمر	0.07
أزرق	0.25
أخضر	0.5

a. افترض أن طول قالب معين 24.42 سنتيمترًا. استخدام المعلومات الموجودة في الجدول على اليمين لكتابة متباينة قيمة مطلقة للقوالب بكل لون خطي.

b. جد الأطوال المقبولة لذلك الجزء من السيارة إذا كان بالقالب كل لون خطي.

c. مثّل كل مجموعة حل بيانيًا لكل لون خطي على خط الأعداد.

d. يتضمن الحد المسموح به لكل لون خطي الحدود المسموح بها للألوان الخطية الأخرى؟ اشرح استنتاجك.

حُلّ كل متباينة مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

45. $n + 6 > 2n + 5 > n - 2$

46. $y + 7 < 2y + 2 < 0$

47. $2x + 6 < 3(x - 1) \leq 2(x + 3)$

48. $a - 16 \leq 2(a - 4) < a + 2$

49. $4g + 8 \geq g + 6$ 7 أو $g - 14 \geq 2g - 4$

50. $5t + 7 > 2t + 4$ 3 و $t + 3 < 24 - 4t$

51. **الصحة** يكون نقص جلوكوز الدم (انخفاض مستوى السكر في الدم) وفرط جلوكوز الدم (ارتفاع مستوى السكر في الدم) محتملي الخطورة ويحدثان عند تراوح سكر الدم بأكثر من 38 mg عن مستوى سكر الدم الطبيعي الذي يبلغ 88 mg. قم بكتابة وحل متباينة قيمة مطلقة لوصف مستويات سكر الدم التي تعتبر محتملة الخطورة.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

52. الرحلات الجوية لدى خطوط الطيران التي يسافر على متنها خميس قيود لوزن الحقائب المودعة. يقوم خميس بإيداع حقيبة واحدة.

تكلفة الحقائب المودعة	
الوزن	التكلفة
لا يصل إلى حد 50 kg	مجانية
أكثر من 20 kg أعلى من الحد	AED 25
أكثر من 20، ولكن أقل من 50 kg أعلى من الحد	50 AED
أكثر من 50 kg أعلى من الحد	غير مقبول

a. قم بوصف مدى الأوزان التي قد تصنف حقيبة خميس على أنها مجانية أو AED 25 أو AED 50 أو غير مقبولة.

b. إذا بلغ وزن حقيبة خميس 68 kg. فكم سيدفع مقابل اصطحابها على متن الطائرة؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

53. الفرضيات يقوم راشد وسالم بحل $4|-5x-3|-6 \geq 34$. هل إجابة أي منهما صحيحة؟ اشرح استنتاجك.

راشد

$4|-5x-3|-6 \geq 34$

$|-5x-3| \geq 10$

$-5x-3 \geq 10$ or $-5x-3 \leq -10$

$-5x \geq 13$ $\quad -5x \leq -7$

$x \leq -\frac{13}{5}$ $\quad x \geq \frac{7}{5}$

سالم

$4|-5x-3|-6 \geq 34$

$|-5x-3| \geq 10$

$-5x-3 \leq 10$ and $-5x-3 \geq -10$

$-5x \leq 13$ $\quad -5x \geq -7$

$x \geq -\frac{13}{5}$ $\quad x \leq \frac{7}{5}$

54. تحدٍ حلّ $x < |x+2| - |x-2|$.

التبرير **حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة، قدم مثالاً مضاداً.**

55. يكون التمثيل البياني لمتباينة مركّبة تتضمن عبارة و محدودًا عند اليسار واليمين بواسطة قيمتين لـ x.

56. يحتوي التمثيل البياني لمتباينة مركّبة تتضمن عبارة أو على منطقة من القيم لا تكون حلولًا.

57. يشتمل التمثيل البياني لمتباينة مركّبة تتضمن عبارة و على القيم التي تجعل جميع أجزاء العبارة المعطاة صحيحة.

58. الكتابة في الرياضيات تعريف بديل للقيمة المطلقة هو تحديد $|a-b|$ بصفتها المسافة بين a و b على خط الأعداد. اشرح الكيفية التي يمكن بها استخدام هذا التعريف في حل المتباينات من الصيغة $|x-c| < r$ rm.

59. الاستنتاج يتم توضيح التمثيلات البيانية للحلول متباينتين قيمة مطلقة مختلفتين. قارن وقابل بين متباينات القيمة المطلقة.

60. مسألة غير محددة الإجابة اكتب متباينة قيمة مطلقة بحل $a \leq x \leq b$.

61. أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟ حدد المتباينة المركّبة التي ليست مثل الثلاث الأخرى. اشرح استنتاجك.

$x > -2$ و $x > -4$ | $x < 1$ و $x > 5$ | $x < 3$ و $x > 2$ | $x < 5 > -3$

62. الكتابة في الرياضيات لخص الفرق بين متباينات "و" المركّبة ومتباينات "أو" المركّبة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

63. أي مما يلي يصف التمثيل البياني للمعادلات أدناه على أمثل وجه؟

$$24y = 8x + 11$$
$$36y = 12x + 11$$

A لدى الخطان نفس المحور x.

B لدى الخطان نفس المحور y.

C الخطان متوازيان.

H الخطان متعامدان.

64. SAT/ACT جد تعبيرًا يكافئ $\left(\frac{3x^3}{y^3}\right)^3$.

F $\frac{9x^6}{3y}$

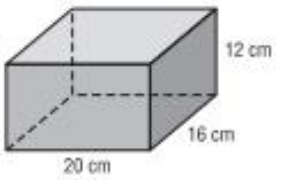
G $\frac{9x^9}{y^3}$

H $\frac{9x^6}{y^3}$

J $\frac{27x^6}{3y}$

K $\frac{27x^9}{y^3}$

65. إجابة شبكية كم عدد المكعبات التي يمكن وضعها بالكامل داخل الصندوق أدناه والتي يبلغ قياسها 4 cm عند كل ضلع؟



66. أي تمثيل بياني يمثل مجموعة حل $|3x - 6| + 8 \geq 17$؟

A

B

C

D

مراجعة شاملة

67. الصحة توصي جمعية الطب الوطنية بأن أقل من 30% من مقدار السعرات الحرارية اليومي الذي يتناوله الشخص يأتي من الدهون. يساوي جرام الدهون 9 سعرات حرارية. ادرس شخص يبلغ من العمر 21 عامًا يتمتع بصحة جيدة ويكون متوسط السعرات الحرارية التي يتناولها ما بين 2500 و 3300 سعر حراري. (الدرس 5-6)

a. اكتب متباينة تمثل مقدار الدهون المقترح تناوله للشخص.

b. ما أكبر مقدار من الدهون مقترح تناوله للشخص؟

68. السفر تخطط نجاة لرحلة لمدة 5 أيام إلى حفل لقاء العائلة. وترغب في ألا تدفع أكثر من AED 1000. تكلفة تذكرة الطائرة الخاص بها AED 375 والإقامة في الفندق AED 85 في الليلة. (الدرس 5-6)

a. افترض أن f تمثل تكلفة طعام لمدة يوم واحد. اكتب متباينة لتمثيل هذا الموقف.

b. قم بحل المتباينة وفسر الحل.

حُلّ كلّ معادلة مما يلي، وتحقق من حلولك. (الدرس 4-6)

69. $4|x - 5| = 20$

70. $|3y + 10| = 25$

71. $|7z + 8| = -9$

مراجعة المهارات

اذكر اسم الخاصية الموضحة في كل عبارة.

72. إذا كان $5x = 7$، فإن $5x + 3 = 7 + 3$.

73. إذا كان $3x + 9 = -11$ و $6x + 2 = 11$، فإن $3x + 9 = 6x + 2 - 11$.

74. إذا كان $[x + (-2)] + (-4) = 5$، فإن $x + [-2 + (-4)] = 5$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

التعابير والصيغ (الدرس 1-6)

- استخدام ترتيب العمليات لحل المسائل.

خواص الأعداد الحقيقية (الدرس 2-6)

- يمكن تصنيف الأعداد الحقيقية إلى أعداد نسبية (Q) أو غير نسبية (I). ويمكن تصنيف الأعداد النسبية إلى أعداد صحيحة (Z) وأعداد كلية (W) وأعداد طبيعية (N) أو ناتج قسمة أي من ذلك.

حل المعادلات (الدرسان 3-6 و 4-6)

- يمكن ترجمة التعابير اللفظية إلى تعابير جبرية.
- تكون القيمة المطلقة لعدد هو عدد الوحدات بينه وبين الصفر على خط الأعداد.
- لأي عددين حقيقيين a و b، حيث $b \geq 0$، إذا كان $|a| = b$ فإن $a = b$ أو $a = -b$.

حل المتباينات (الدرسان 5-6 و 6-6)

- لا تغير إضافة نفس العدد إلى كل طرف من أطراف المتباينة أو طرحه منها من حقيقة المتباينة.
- عند قسمتك لكل طرف من طرفي أي متباينة أو ضربه في نفس العدد السالب، يجب عكس رمز المتباينة.
- يكون التمثيل البياني لمتباينة مركبة تشتمل على "و" هو تقاطع مجموعات الحل للمتباينتين. ويكون التمثيل البياني لمتباينة مركبة تشتمل على "أو" هو اتحاد مجموعات الحل للمتباينتين.
- يمكن التعبير عن متباينة مركبة تحتوي على و بطريقتين مختلفتين. فعلى سبيل المثال، تكون $-2 \leq x \leq 3$ مكافئة لكل من $x \geq -2$ و $x \leq 3$.
- لأي عددين حقيقيين a و b، حيث $b > 0$، تكون العبارات التالية صحيحة.
  1. إذا كان $|a| < b$ فإن $-b < a < b$.
  2. إذا كان $|a| > b$ فإن $a > b$ أو $a < -b$.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

القيمة المطلقة absolute value	الأعداد غير النسبية irrational numbers
التعابير الجبرية algebraic expressions	الأعداد الطبيعية natural numbers
المتباينة المركبة compound inequality	الجملة المفتوحة open sentence
القيد constraint	ترتيب (أولويات) العمليات order of operations
المجموعة الخالية empty set	الأعداد النسبية rational numbers
المعادلة equation	الأعداد الحقيقية real numbers
الحل الدخيل extraneous solution	رمز بناء المجموعة set-builder notation
الصيغة formula	الحل solution
لا نهائية infinity	الاتحاد union
الأعداد الصحيحة integers	المتغيرات variables
التقاطع intersection	الأعداد الكلية whole numbers
رمز الفترة interval notation	

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة مما يلي *صواب* أم *خطأ*. وإذا كانت *خطأ*، فاستبدل المصطلح الموجود تحته خط بحيث تصبح الجملة صحيحة.

1. تكون القيمة المطلقة لعدد مركب دائمًا سالبة.
2. $\sqrt{12}$ تنتمي إلى مجموعة الأعداد النسبية.
3. المعادلة هي بيان أن تعبيران لهما نفس القيمة.
4. حل المعادلة هو القيمة التي تجعل المعادلة خاطئة.
5. تتضمن المجموعة الخالية على صفر من العناصر.
6. يُطلق على الجمل الرياضية التي تحتوي على متغير أو أكثر من متغير الجملة المفتوحة.
7. يكون التمثيل البياني لمتباينة مركبة تشتمل على "و" عبارة عن اتحاد مجموعتي حل المتباينتين.
8. تستخدم المتغيرات لتمثيل الكميات المجهولة.
9. تتضمن مجموعة الأعداد النسبية الكسور العشرية الدورية والمنتهية.
10. يُطلق على التعابير التي تشتمل على متغير واحد على الأقل التعابير الجبرية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

4-1 التعابير والصيغ

جد قيمة كل تعبير.

11. $[28 - (16 + 3)] \div 3$
12. $\frac{2}{3}(3^3 + 12)$
13. $\frac{15(9 - 7)}{3}$

جد قيمة كل تعبير إذا كان $w = 0.2$، و $x = 10$ و $y = \frac{1}{2}$، و $z = -4$.

14. $4w - 8y$
15. $z^2 + xy$
16. $\frac{5w - xy}{z}$

17. **الهندسة** إذا كان قانون مساحة إسطوانة هو $V = \pi r^2 h$. حيث V هو الحجم و r هو نصف القطر و h هو الارتفاع. فما حجم إسطوانة ارتفاعها 3 cm ونصف قطرها 3 cm؟

مثال 1

جد قيمة $(12 - 15) \div 3^2$.

$(12 - 15) \div 3^2 = -3 \div 3^2$ اطرح.

$= -3 \div 9$ $3^2 = 9$

$= -\frac{1}{3}$ اقسم.

مثال 2

جد قيمة $\frac{a^2}{2ac - b}$ إذا كان $a = -6$ و $b = 5$ و $c = 0.25$.

$\frac{a^2}{2ac - b} = \frac{(-6)^2}{2(-6)(0.25) - 5}$ $c = 0.25$ و $b = 5$ و $a = -6$

$= \frac{36}{2(-1.5) - 5}$ جد قيمة البسط والمقام كل على حدة.

$= \frac{36}{-8}$ or $-\frac{9}{2}$ بسّط.

4-2 خواص الأعداد الحقيقية

اذكر مجموعات الأعداد التي تنتمي إليها كل قيمة من القيم.

18. $1.\overline{3}$
19. $\sqrt{4}$
20. $-\frac{3}{4}$

بسّط كل تعبير.

21. $4x - 3y + 7x + 5y$
22. $2(a + 3) - 4a + 8b$
23. $4(2m + 5n) - 3(m - 7n)$

24. **المال** يبيع بمدينة الملاهي. تُباع الشطائر بقيمة AED 3.50 و زجاجات المياه الغازية بقيمة AED 2.5. اشترى عدنان 3 شطائر و 3 زجاجات مياه غازية خلال يوم واحد في مدينة الملاهي.
   a. وضح خاصية التوزيع عن طريق كتابة تعبيرين لتمثيل تكلفة الشطائر وزجاجات المياه الغازية.
   b. استخدم خاصية التوزيع لإيجاد المبلغ المالي الذي أنفقه عدنان على الطعام والشراب.

مثال 3

اذكر مجموعات الأرقام التي تنتمي إليها $\sqrt{50}$.

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ أعداد غير نسبية (I) وأعداد حقيقية (R)

مثال 4

بسّط $-4(a + 3b) + 5b$.

$-4(a + 3b) + 5b$ التعبير الأصلي

$= -4(a) + -4(3b) + 5b$ خاصية التوزيع

$= -4a - 12b + 5b$ اضرب.

$= -4a - 7b$ بسّط.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

4-3 حل المعادلات

حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلّك.

25. $8 + 5r = -27$

26. $4w + 10 = 6w - 13$

27. $\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = \frac{3}{4}$

28. $6b - 5 = 3(b + 2)$

29. المال دفعت لميس AED 14 للذهاب إلى السينما. وقد اشترت فشارًا مقابل AED 3.50 ومياهًا غازية مقابل AED 2.50. فكم كان ثمن التذكرة؟

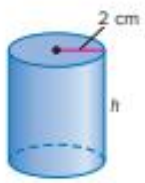
اكتب كل معادلة أو صيغة بدلالة المحدد.

30. $2k - 3m = 16$ بدلالة k

31. $\frac{r+5}{mn} = p$ بدلالة m

32. $A = \frac{1}{2}h(a + b)$ بدلالة h

33. الهندسة يرغب يوسف في ملء زجاجة المياه الموجود على اليسار. ويعلم أن نصف قطره 2 cm وحجمه $100.48\ cm^3$. فما ارتفاع زجاجة المياه؟ استخدم القانون الخاص بحجم الإسطوانة. $V = \pi r^2 h$. لإيجاد ارتفاع الزجاجة.



مثال 5

حُلّ $-3(a - 3) + 2(3a - 2) = 14$.

$-3(a - 3) + 2(3a - 2) = 14$	المعادلة الأصلية
$-3a + 9 + 6a - 4 = 14$	خاصية التوزيع
$-3a + 6a + 9 - 4 = 14$	خاصية التبديل
$3a + 5 = 14$	خاصية التعويض
$3a = 9$	خاصية الطرح
$a = 3$	خاصية القسمة

مثال 6

اكتب كل معادلة أو صيغة بدلالة المحدد.

a. $y = 2x + 3z$ بدلالة x

$y = 2x + 3z$	المعادلة الأصلية
$y - 3z = 2x$	اطرح $3z$ من كل طرف.
$\frac{y - 3z}{2} = x$	اقسم كل طرف على 2.

b. $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ for h بدلالة h

$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$	المعادلة الأصلية
$3V = \pi r^2 h$	اضرب كل طرف في 3.
$\frac{3V}{\pi r^2} = h$	اقسم كل طرف على πr^2.

4-4 حل معادلات القيمة المطلقة

حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلّك.

34. $|r + 5| = 12$

35. $4|a - 6| = 16$

36. $|3x + 7| = -15$

37. $|b + 5| = 2b - 9$

38. القياس تقطع ميساء شرائط لمشروع فني. ويحتاج أن يكون طول كل شريط $\frac{3}{4}$ m فإذا كان طول كل قطعة دائمًا أكبر من أو أقل $\frac{1}{16}$ m. فكم يبلغ طول أقصر وأطول قطعة شريط؟

مثال 7

حُلّ المتباينة $|3m + 7| = 13$.

الحالة 1	الحالة 2
$a = b$	$a = -b$
$3m + 7 = 13$	$3m + 7 = -13$
$3m = 6$	$3m = -20$
$m = 2$	$m = -\frac{20}{3}$

الحلان هما 2 و $-\frac{20}{3}$.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-5 حل المتباينات

حُلّ كلّ متباينة مما يلي. ثم مثّل مجموعة الحلول بيانيًا على خط الأعداد.

39. $-4a \leq 24$

40. $\frac{r}{5} - 8 > 3$

41. $4 - 7x \geq 2(x + 3)$

42. $-p - 13 < 3(5 + 4p) - 2$

43. **المال** تصطحب السيدة نورة فصل العلوم في رحلة ميدانية إلى المتحف. وعليها أن تنفق AED 572 في الرحلة. وسيذهب إلى المتحف 52 طالبًا. ويفرض المتحف على كل طالب رسومًا AED 5 وستدخل السيدة نورة مجانًا. وإذا كان الطلاب سيتناولون شرائح من البيتزا في الغداء تكلفة AED 2. فكم عدد الشرائح التي سيتناولها كل طالب؟

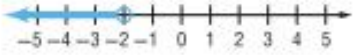
مثال 8

حُلّ $2m - 7 < -11$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

$2m - 7 < -11$	المتباينة الأصلية
$2m < -4$	اجمع 7 إلى كل طرف.
$m < -2$	اقسم كل طرف على 2.

مجموعة الحل هي $\{m \mid m < -2\}$.

يوضح التمثيل البياني لمجموعة الحل أدناه.



4-6 حل المتباينات المركّبة ومتباينات القيمة المطلقة

حُلّ كل متباينة مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

44. $2m + 4 < 7$ أو $m + 5 > 14$

45. $-5 < 4x + 3 < 19$

46. $6y - 1 > 17$ أو $y - 6 \leq -10$

47. $-2 \leq 5(m - 3) < 9$

48. $|a| + 2 < 15$

49. $|p - 14| \leq 19$

50. $|6k - 1| < 15$

51. $|2r + 7| < -1$

52. $\frac{1}{3}|8q + 5| \geq 7$

53. **المال** تصنع هالة قلادة من الخرز لتخدمها كهدية. وتود أن تنفق ما بين AED 20 و AED 30 على هذه القلادة. ويبيع المتجر الخرز الكبير بتكلفة AED 2.50 والخرز الصغير بتكلفة AED 1.25. فإذا اشترت 3 حبات خرز كبيرة. فكم عدد حبات الخرز الصغيرة التي يمكنها شراؤها بهذه الميزانية؟ اكتب المتباينة المركبة التي تصف المدى المحتمل لحبات الخرز وجد حلها.

مثال 9

حُلّ كلّ متباينة مما يلي. ومثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.

a. $-14 \leq 3x - 8 < 16$

$-14 \leq 3x - 8 < 16$	المتباينة الأصلية
$-6 \leq 3x < 24$	اجمع 8 إلى كل طرف.
$-2 \leq x < 8$	اقسم كل جزء على 3.

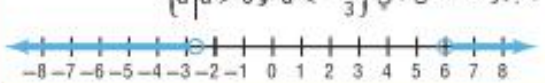
مجموعة الحل هي $\{x \mid -2 \leq x < 8\}$.

b. $|3a - 5| > 13$

$|3a - 5| > 13$ مكافئة إلى $3a - 5 > 13$ أو $3a - 5 < -13$.

$3a - 5 > 13$ أو $3a - 5 < -13$	
$3a > 18$ أو $3a < -8$	اطرح.
$a > 6$ أو $a < -\frac{8}{3}$	اقسم.

مجموعة الحل هي $\left\{a \mid a > 6 \text{ أو } a < -\frac{8}{3}\right\}$.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 تدريب على الاختبار

1. جد قيمة $x + y^2(2 + x)$ إذا كانت $x = 3$ و $y = -1$.
2. بسّط $-4(3a + b) - 2(a - 5b)$.
3. **الاختيار من متعدد** إذا كان $3m + 5 = 23$. فما قيمة $2m - 3$؟

A 105

B 9

C $\frac{47}{3}$

D 6

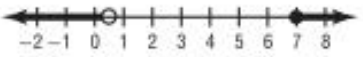
4. اكتب $r = \frac{1}{2}m^2p$ بدلالة p.

اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثيل كل تعبير لفظي.

5. ضعف ناتج طرح أحد الأعداد والعدد 11
6. ناتج ضرب مربع أحد الأعداد والعدد 5
7. جد قيمة $2|3y - 8| + y$ إذا كان $y = 2.5$.
8. حلّ $-2b > \frac{18 - b}{5}$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.
9. **المال** لدى سعيد AED 35 سينفقها في حديقة الألعاب المائية. وتبلغ رسوم الدخول AED 25 وسعر كل زجاجة مياه غازية AED 2.5. اكتب متباينة توضح عدد زجاجات المياه الغازية التي يمكنه شراؤها.
10. حلّ $-5 > r - 3$ أو $15 > 4r + 1$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا.
11. حلّ $|p - 4| \leq 11$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.
12. **الاختيار من متعدد** أي التمثيلات البيانية يصف مجموعة الحل للمتباينة $6t + 1 \leq 43 > 4$؟

F

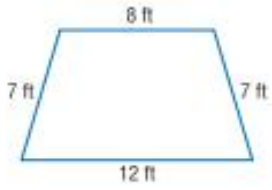
G

H


J

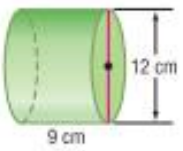
13. **المال** تشتري وفاء زلاجات جديدة. وقد وجدت أن متوسط سعر الزلاجات هو AED 500 ولكن السعر الفعلي يختلف عن السعر الفعلي بنحو AED 250. اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تصف هذا الموقف وجد حلها.

14. **البستنة** يصنع أحمد 3 أحواض نبات على شكل شبه منحرف لفناء الخلفي. وسيكون كل شبه منحرف بحجم شبه المنحرف المبين أدناه. وسيضع قوالب صخرية حول حدود كل حوض نبات. كم يبلغ طول إجمالي القوالب الصخرية التي يحتاجها أحمد؟



حلّ كل من المعادلات التالية.

15. $|x + 4| = 3$
16. $|3m + 2| = 1$
17. $|3a + 2| = -4$
18. $|2t + 5| - 7 = 4$
19. $|5n - 2| - 6 = -3$
20. $|p + 6| + 9 = 8$
21. **الهندسة** يمكن حساب حجم الإسطوانة من خلال القانون $V = \pi r^2 h$. ما حجم الإسطوانة أدناه؟



22. حلّ $-3b - 5 \geq -6b - 13$. مثّل مجموعة الحل بيانيًا على خط الأعداد.
23. جد قيمة $\frac{3(x + y)}{4xy^2}$ إذا كان $x = \frac{2}{3}$ و $y = -2$.
24. اذكر مجموعة (مجموعات) الأعداد التي ينتمي إليها $-\frac{1}{3}$.
25. **المال** توضح تكلفة صنع قلادة بمتجرين لمستلزمات الأعمال اليدوية في الجدول. لأي كمية من حبات الخرز يقدم متجر الإكسسوارات عرضًا أفضل؟ استخدم المتباينة $15 + 3.25b < 20 + 2.50b$.

المتجر	التكلفة لكل سلسلة	التكلفة لكل حبة خرز
متجر الإكسسوارات	AED 15	AED 3.25
اللمسة النهائية	AED 20	AED 2.50

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 التحضير للاختبارات المعيارية

استبعاد الإجابات غير المنطقية

يمكنك استبعاد الإجابات غير المنطقية لتساعدك على إيجاد الإجابة الصحيحة عند حل بنود اختيار الاختيار من متعدد.

إستراتيجيات استبعاد الإجابات غير المنطقية

الخطوة 1

اقرأ نص المسألة بعناية لتحديد ما المطلوب منك إيجاده بدقة.

اسأل نفسك:

- ما المطلوب حله؟
- بأي الصيغ (أي كسرية أم عددية أم كسور عشرية أم نسبة مئوية أم تمثيل بياني) ستكون الإجابة الصحيحة؟
- ما الوحدات (إن وجدت) التي ستتضمنها الإجابة الصحيحة؟

الخطوة 2

أمعن النظر في كل اختيار إجابة ممكنة. وقوّمه لمعرفة مدى صحته.

- حدد أي خيارات إجابة تكون غير صحيحة بشكل واضح واستبعدها.
- استبعد أي خيارات إجابة لا تكون سليمة الصيغة.
- استبعد أي خيارات إجابة لا تتضمن الوحدات الصحيحة.

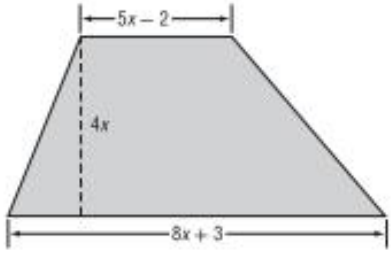
الخطوة 3

جد حل المسألة واختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المتبقية. تحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم معطيات المسألة لحلها.

يكون قانون مساحة شبه المنحرف A ارتفاعه h وقواعده b_1 و b_2 هو $A = \frac{h}{2}(b_1 + b_2)$. اكتب تعبيرًا لتمثيل مساحة شبه المنحرف المبين على اليسار.



A $26x^2 + 2x$

B $52x^2 + 4x$

C $13x + 1$

D $28x + 10$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

لحساب مساحة شبه المنحرف، ستحتاج إلى ضرب نصف الارتفاع، 2x، في عامل خطي آخر في x. إذًا، ستتضمن الإجابة الصحيحة الحد x^2. وحيث إن الاختيارين C و D كلاهما خطيان، فيمكن استبعادهما. وبالتالي تكون الإجابة الصحيحة A أو B. اضرب لتجد تعبير المساحة.

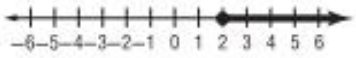
$$A = \frac{h}{2}(b_1 + b_2)$$
$$= \frac{4x}{2}(8x + 3 + 5x - 2)$$
$$= 2x(13x + 1)$$
$$= 26x^2 + 2x$$

الإجابة الصحيحة هي A.

التمارين

اقرأ كل مسألة. احذف أي إجابة غير منطقية. ثم استخدم المعلومات الموجودة في حل المسائل.

1. يوضح التمثيل البياني حل أي متباينة؟



A $8x - 9 \leq 5x - 3$

B $8x - 9 < 5x - 3$

C $8x - 9 \geq 5x - 3$

D $8x - 9 > 5x - 3$

2. تربط نظرية آينشتاين للنسبية طاقة الجسم E بكتلته m وسرعة الضوء c. ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بالقانون $E = mc^2$. جد حل القانون بإيجاد قيمة m.

F $m = \frac{c^2}{E}$

G $m = \frac{E}{c^2}$

H $m = \frac{c}{E^2}$

J $m = \frac{E^2}{c}$

3. مستطيل عرضه 8 سنتيمترات ومحيطه 30 سنتيمترًا. فما المحيط، بالسنتيمترات، لمستطيل مشابه عرضه 12 سنتيمترًا؟

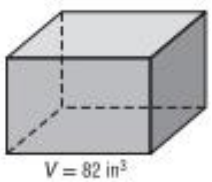
A 40

B 45

C 48

D 360

4. يبلغ حجم المنشور المستطيل أدناه $82\ in^3$. فكم سيكون حجم المنشور إذا كانت بلفت قيمة كل من طول وعرض وارتفاع المنشور الضعف؟



F $41\ in^3$

G $164\ in^3$

H $482\ in^3$

J $656\ in^3$

5. جد قيمة $a + (b + 1)^2$ إذا كان $a = 3$ و $b = 2$.

A -6

B -1

C 12

D 15

6. بمكتب الطبيب البيطري، رأينا قطتين و 4 طيور بترتيب عشوائي. فما احتمال رؤية القطتين بشكل متعاقب؟

F $\frac{1}{3}$

G $\frac{2}{3}$

H $\frac{1}{2}$

J $\frac{3}{5}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 تدريب على الاختبار المعياري

الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. جد قيمة $\frac{m^2 + 2mn}{n^2 - 1}$ إذا كان $m = -3$ و $n = 2$.

A -3

B -1

C 2

D 4

2. يمكن إيجاد حجم خروط ارتفاعه h ونصف قطره r بضرب ثلث π في ناتج ضرب الارتفاع في مربع نصف القطر. أي المعادلات التالية تمثل حجم المخروط؟

F $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

G $V = 3\pi r^2 h$

H $V = \frac{1}{3}\pi r h$

J $V = \frac{1}{3}\pi r h^2$

3. ما خاصية التساوي التي توضحها المعادلة التالية؟

$a + 2 = 4 \rightarrow 4 = a + 2$

A انعكاسية

B الطرح

C متماثلة

D التبديل

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 1 عوض بالعدد -3 عن m وبالعدد 2 عن n في التعبير. ثم استخدم ترتيب العمليات لإيجاد قيمة التعبير.

4. افترض أن مقياس حرارة يتميز بدقة تتراوح بين موجب أو سالب 0.2°c. فإذا كانت قراءة مقياس الحرارة 81.5°c. أي متباينات القيم المطلقة التي تمثل درجة الحرارة الفعلية T؟

F $|T - 81.5| < 0.2$

G $|T - 81.5| \leq 0.2$

H $|T - 0.2| < 81.5$

J $|T - 0.2| \leq 81.5$

5. أي مجموعة من الأعداد لا ينتمي إليها 25-؟

A الأعداد الصحيحة

B الأعداد النسبية

C الأعداد الحقيقية

D الأعداد الكلية

6. أي من خطوط الأعداد يبين حل المتباينة $2n - 3 \geq 5n - 6$؟

F

G

H

J

7. اكتب تعبيرًا جبريًا لتمثيل التعبير اللفظي أدناه.

أكثر من ناتج ضرب أحد الأعداد و 5 باثنين

A $\frac{n}{5} + 2$

B $2n + 5$

C $5n + 2$

D $\frac{n}{2} + 5$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة مختصرة/إجابة شبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

8. استخدم معادلة القيمة المطلقة أدناه للإجابة على كل سؤال.

$$|x - 3| - 2 = 0$$

a. كم عدد الحلول الموجودة لمعادلة القيمة المطلقة؟

b. جد حل المعادلة؟

9. **إجابة شبكية** يبين الجدول أدناه مقادير الامتلاء والحدود المسموح بها للأحجام المختلفة من المشروبات الغازية بثلاجة بيع المشروبات غير المعلبة. ما الحد الأقصى المسموح به للتعبئة، بالمليلتر، لشراب متوسط الحجم؟

الحجم	الكمية (ml)	الحد المسموح (ml)
صغير	16	0.25
متوسط	21	0.35
كبير	32	0.4

10. بسّط التعبير أدناه. اكتب الحل هنا.

$$-4(3a - b) + 3(-2a + 5b)$$

11. أثناء شواء شرائح اللحم، يفضل ناصر الحفاظ على درجة حرارة الشواية عند °425 بزيادة أو نقصان °15.

a. اكتب متباينة القيمة المطلقة لتمثيل هذا الموقف. افترض أن t تمثل درجة حرارة الشواية.

b. بأي مدى من درجات الحرارة يفضل ناصر تسخين شوايته أثناء طهي شرائح اللحم؟

12. **إجابة شبكية** تستخدم هدى جهاز تحديد المدى بالليزر ليحدد المسافات بملعب الغولف. ويتمتع جهاز تحديد المدى الخاص بها بدقة حتى 0.5 m. فإذا قاست هدى المسافة من قاعدة الكرة إلى العلم على معدل من 3 m إلى 136 m. فما أدنى عدد من الأمتار قد تكون عليه المسافة بالفعل؟ m

الإجابة الموسعة

دوّن إجاباتك على ورقة. واكتب الحل هنا.

13. توجد سناء قيمة التعبير $\frac{-5m - 3n}{-2p + r}$ for $m = 1$ و $n = -4$ و $p = -3$ و $r = -2$. وفيما يلي حلها.

$$\frac{-5m - 3n}{-2p + r} = \frac{-5(1) - 3(-4)}{-2(-3) + (-2)}$$

$$= \frac{-5 - 12}{6 - 2} = -\frac{17}{4} = -4\frac{1}{4}$$

a. ما الخطأ الذي ارتكبته سناء في حساباتها؟

b. ما الإجابة الصحيحة؟

14. يبين الجدول المبين إلى اليسار درجات فالح في أول 5 اختبارات قصيرة للرياضيات لهذا الفصل الدراسي. وتبلغ الدرجة الإجمالية لكل اختبار قصير 100 نقطة. وسيكون هناك اختبار قصير آخر لهذا الفصل الدراسي.

اختبار قصير	الدرجات
1	86
2	79
3	80
4	85
5	77

a. ليحصل فالح على تقدير B، يجب أن يحصل على نتيجة من 82 أو أفضل. اكتب متباينة يمكن حلها لإيجاد أدنى درجة يجب عليها الحصول عليها في الاختبار القصير السادس.

b. حلّ المتباينة التي كتبتها في الجزء a.

c. ما الذي يعنيه الحل؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 5 العلاقات والدوال الخطية

السابق

- قمت بحل المعادلات والمتباينات.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:
  - استخدام معادلات العلاقات والدوال.
  - تحديد ميل مستقيم.
  - تمثيل المتباينات الخطية بيانيا.

لماذا؟

- **الترفيه** يمكن استخدام الدوال الخطية استخدامها لتمثيل الجوانب العديدة للأنشطة الترفيهية مثل المسافة التي تم قطعها بالدراجة، والمبلغ المالي الذي قد تنفقه مجموعة من الأشخاص في معرض وطني وارتفاع زلاجة المياه بعدة نقاط أو المبلغ المالي الذي قد تكتسبه من هواية.

Chapter sourced from: Linear Relations and Functions, from Integrated Math III Chapter 2 © 2012 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة ماكجرو هيل التعليمية

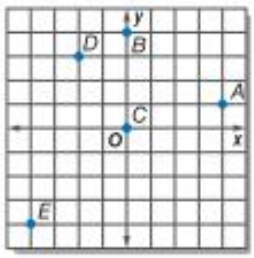
الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات المطلوبة.

1 الكتاب الدراسي الاختياري قم بالتمرين السريع أدناه وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

مراجعة سريعة

اكتب الزوج المرتب لكل نقطة. ثم عيّن الربع الذي تقع فيه.



1. A
2. B
3. C
4. D
5. E

6. **مجالسة الأطفال** تحصل أسماء على AED 6 في الساعة مقابل مجالسة الأطفال. ضع جدولاً يكون فيها الإحداثي x يمثل عدد الساعات التي تقضيها أسماء في مجالسة الأطفال والإحداثي y يمثل المبلغ المالي الذي تحصل عليه.

جد قيمة كل تعبير مما يلي إذا كان $a = -3$ و $b = 4$ و $c = -2$.

7. $4a - 3$
8. $2b - 5c$
9. $b^2 - 3b + 6$
10. $\frac{2a + 4b}{c}$

11. **خدمة الهاتف** تستخدم شركة هواتف خلوية التعبير $20 + 0.25m$ لتحديد التكلفة الشهرية لعدد m دقائق من المحادثات المرئية. جد التكلفة الشهرية لعدد 80 دقيقة من المحادثات المرئية.

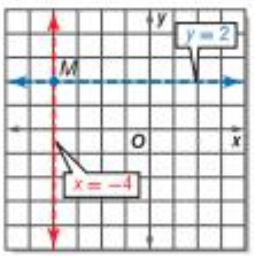
جد كل معادلة مما يلي للمتغير المحدد.

12. $4x + 2y = 12$ for y
13. $a = 3b + 9$ for b
14. $15w - 10 = 5v$ for v
15. $3x - 4y = 8$ for x
16. $\frac{d}{6} + \frac{f}{3} = 4$ for d

تمرين سريع

مثال 1

اكتب الزوج المرتب للنقطة M. ثم عيّن الربع الذي تقع فيه.



الخطوة 1 ارسم مستقيمًا رأسيًا يمر من النقطة لإيجاد الإحداثي x على المحور الأفقي x.

الخطوة 2 ارسم مستقيمًا أفقيًا يمر من النقطة لإيجاد الإحداثي y على المحور الرأسي y.

الخطوة 3 الزوج المرتب للنقطة M هو $(-4, 2)$. ويمكن كتابته أيضا $M(-4, 2)$.

حيث إن الإحداثي x للنقطة M سالب، بينما الإحداثي y موجب. إذًا تقع M في الربع II.

مثال 2

جد قيمة $3a^2 - 2ab + b^2$ إذا كان $a = 4$ و $b = -3$.

$$\begin{aligned} 3a^2 - 2ab + b^2 &= 3(4^2) - 2(4)(-3) + (-3)^2 \\ &= 3(16) - 2(4)(-3) + 9 \\ &= 48 - (-24) + 9 \\ &= 48 + 24 + 9 \\ &= 81 \end{aligned}$$

مثال 3

جد حل $3x + 6y = 24$ للمتغير y.

$3x + 6y = 24$	المعادلة الأصلية
$3x + 6y - 3x = 24 - 3x$	اطرح $3x$ من كل طرف.
$6y = 24 - 3x$	بسّط.
$\frac{6y}{6} = \frac{24}{6} - \frac{3x}{6}$	اقسم كل طرف على 6.
$y = 4 - \frac{1}{2}x$	بسّط.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

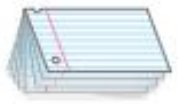
البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدةٍ أثناء دراستك لهذه الوحدة. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك. قد تحتاج إلى العودة إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

المطويات منظّم الدراسة

العلاقات والدوال الخطية شكّل المطوية التالية لمساعدتك في تنظيم ملاحظاتك عن العلاقات والدوال الخطية. ابدأ بأربع صفحات من الدفتر.

1 **اطوِ** كل ورقة إلى نصفين من أعلى إلى أسفل.



2 **قص** بطول الطية. دبّس أنصاف الورق الثماني معًا لتكوين كتيب.

3 **قص** التبويبات بالهامش. تكون التبويب العلوية بعمق سطرين بينما تكون التالية بعمق 6 أسطر وهكذا.

4 **سم** كل من التبويبات برقم درس.

المفردات الجديدة

دالة واحد - لواحد one-to-one function
دالة شاملة onto function
علاقة منفصلة discrete relation
علاقة متصلة continuous relation
اختبار الخط الرأسي vertical line test
متغير مستقل independent variable
متغير تابع dependent variable
معادلة خطية linear equation
دالة خطية linear function
معدل التغير rate of change
دالة خطية متعددة التعريف piecewise-linear function
دالة القيمة المطلقة absolute value function
دالة أصلية parent function
دالة تربيعية quadratic function
المتباينة الخطية linear inequality

مراجعة المفردات

المعادلة جملة رياضية تنص على أن التعبيرين الرياضيين متساويان

الدالة علاقة يقترن فيها كل إحداثي على محور x بإحداثي واحد بالتحديد على محور y

العلاقة مجموعة من الأزواج المرتبة

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الدرس 1-5 العلاقات والدوال

السابق:
- حددت المجال والمدى لبعض المواقف.

الحالي:
1. تحليل العلاقات والدوال
2. استخدام معادلات العلاقات والدوال.

لماذا؟
- يوضح الجدول أدناه المتوسط الشهري لدرجات الحرارة العظمى والصغرى لمدينة تشارلوت بكارولاينا الشمالية. ويمكن تمثيل متوسط درجات الحرارة لكل شهر من خلال زوج مرتّب (متوسط الصغرى، متوسط العظمى). على سبيل المثال، يمكن التعبير عن متوسط درجات الحرارة لشهر يناير بالزوج المرتب (32, 51).

المتوسط الشهري لدرجات الحرارة (°F) تشارلوت بكارولاينا الشمالية

الشهر	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو
الصغرى	32	34	42	49	58	66
العظمى	51	56	64	73	80	87
الشهر	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
الصغرى	71	69	63	51	42	35
العظمى	90	88	82	73	63	54

المصدر: The Weather Channel

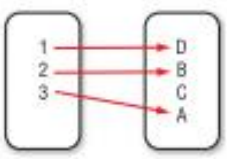
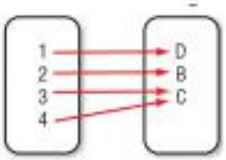
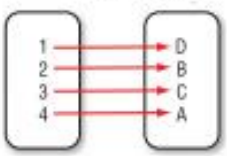
المفردات الجديدة
- دالة واحد لواحد — one-to-one function
- دالة شاملة — onto function
- علاقة منفصلة — discrete relation
- علاقة متصلة — continuous relation
- اختبار الخط الرأسي — vertical line test
- متغير مستقل — independent variable
- متغير تابع — dependent variable
- رمز الدالة — function notation

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 العلاقات والدوال تذكر أن الدالة عبارة عن علاقة يكون فيها كل عنصر من المجال مقترن مع عنصر واحد فقط في المدى. تطابق جميع الدوال عناصر المجال بعناصر المدى، ولكن قد تختلف في الطريقة التي يقترن بها المجال والمدى.

المفهوم الأساسي الدالة

دالة واحد – لواحد	دالة شاملة	دالة واحد – لواحد وشاملة
كل عنصر في المجال يقترن مع عنصر فريد واحد في المدى.	كل عنصر في المدى يقابل عنصرًا من المجال.	كل عنصر من المجال يقترن مع عنصر واحد فقط من المدى وكل عنصر في المدى يقابل عنصرًا فريدًا من المجال.
		

مثال 1 المجال والمدى

اذكر مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد ما إن كانت كل علاقة عبارة عن *دالة*. وإذا كانت دالة، فحدد إذا كانت *واحد لواحد* أم *شاملة* أم *كليهما* أم *ليس أيًا منهما*.

a. {(−6, −1), (−5, −9), (−3, −7), (−1, 7), (6, −9)}

المجال: {6, −1, −3, −5, −6} المدى: {7, −1, −7, −9}

الدالة: نعم. لأن كل عنصر من المجال يقترن بعنصر واحد فقط في المدى.

الواحد – لواحد: لا. لأن كل عنصر من المجال لا يقترن بعنصر واحد فريد في المدى.

الشاملة: نعم. لأن كل عنصر في المدى يقابل عنصرًا من المجال.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

b.

x	2	−1	−2	−1	2
y	−2	−1	0	1	2

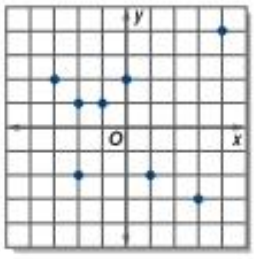
المجال: {2, −1, −2} المدى: {2, 1, 0, −1, −2}

العلاقة ليست بدالة حيث تطابقت 2 مع كل من −2 و 2 وتطابق 1−مع كل من 1− و 1.

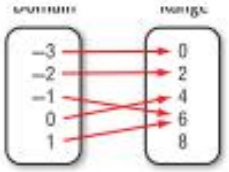
تمرين موجّه

اذكر مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد ما إن كانت كل علاقة عبارة عن *دالة*. وإذا كانت دالة، فحدد إذا كانت *واحد لواحد* أم *شاملة* أم *كليهما* أم *ليست أيًا منهما*.

1A.



1B.

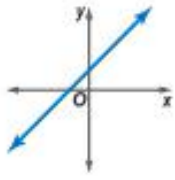


يطلق على العلاقة التي يكون فيها المجال مجموعة من النقاط الفردية، مثل العلاقة المبينة في التمثيل البياني A **علاقة منفصلة**. لاحظ أن تمثيلها البياني يتكون من نقاط غير متصلة بعضها البعض. وعندما يكون لمجال العلاقة عدد لا نهائي من العناصر ويمكن تمثيل العلاقة بيانيًا بخط أو منحنى منتظم، تكون العلاقة **علاقة متصلة**.

نصيحة دراسية

البنية لاحظ أن التمثيل البياني A يتكون من النقاط الفردية أو المنفصلة بينما يستمر التمثيل البياني B من نقطة إلى التالية بدون أي فجوات.

علاقة منفصلة



علاقة متصلة

مع كل من التمثيلات البيانية المنفصلة والمتصلة، يمكنك استخدام **اختبار الخط الرأسي** لتحديد ما إن كانت العلاقة دالة أم لا.

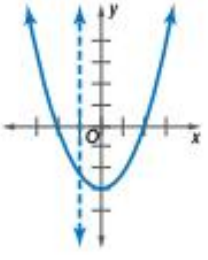
المفهوم الأساسي اختبار الخط الرأسي

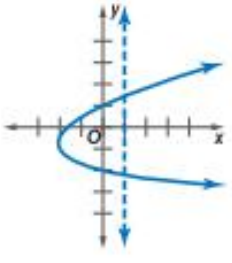
الشرح

إذا لم يقطع أي مستقيم رأسي التمثيل البياني في أكثر من نقطة، فإنه يمثل دالة.

إذا قطع أحد المستقيمات الرأسية التمثيل البياني في نقطتين أو أكثر، فلا يمثل دالة.

النماذج





McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

مثال من الحياة اليومية 2

ركوب الدراجات **يبين التمثيل البياني طول دورة فرنسا الدولية للدراجات بالكيلومترات كل عام من عام 2000 حتى عام 2009. هل هذه العلاقة *منفصلة* أم *متصلة*؟ هل يبين التمثيل البياني دالة؟**

نظرًا لأن التمثيل البياني يتكون من نقاط متمايزة، فالدالة منفصلة. استخدم اختبار الخط الرأسي. لا يمكن رسم أي مستقيم رأسي يحتوي على أكثر من نقطة بيانات. وبالتالي فالعلاقة دالة.

تمرين موجّه

2. عدد الموظفين لدى إحدى الشركات سنويًا من عام 2004 إلى عام 2009 هو 25، 28، 34، 31، 27، 29. مثّل هذه المعلومات بيانيًا وحدد ما إن كانت العلاقة *منفصلة* أم *متصلة*؟ وهل يبين التمثيل البياني دالة؟

2 معادلات العلاقات والدوال

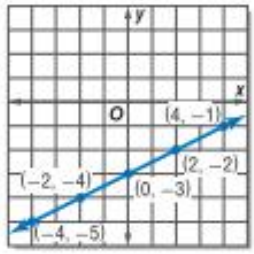
يمكن تمثيل العلاقات والدوال باستخدام المعادلات أيضًا. فتكون حلول المعادلة المكتوبة في صيغة x و y هي مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) التي تجعل المعادلة صحيحة. ولتحديد إن كانت المعادلة تمثل دالة أم لا، يكون من الأسهل عادة النظر على التمثيل البياني للدالة.

مثال 3 مثّل العلاقة بيانيًا

مثّل $y = \frac{1}{2}x - 3$ بيانيًا وحدد كل من المجال والمدى. ثم حدد ما إن كانت المعادلة *دالة* وإن كانت *واحد - لواحد أم شاملة* أم *كليهما* أم *ليست أيًا منهما*. اذكر إن كانت *منفصلة* أم *متصلة*.

ضع جدولاً بالقيم التي تحقق المعادلة. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

x	y
−4	−5
−2	−4
0	−3
2	−2
4	−1



يكون كل عدد حقيقي هو الإحداثي x لنقطة ما على المستقيم ويكون كل عدد حقيقي هو الإحداثي y لنقطة ما على المستقيم. إذًا، كل من المجال والمدى هما جميع الأعداد الحقيقية.

نجح التمثيل البياني في اختبار الخط الرأسي. إذًا فالمعادلة دالة. وبالتالي تقترن كل قيمة x مع قيمة y واحدة فريدة. وتطابق كل قيمة y مع قيمة x. إذًا فالدالة واحد - لواحد و شاملة.

نظرًا لأن التمثيل البياني عبارة عن مستقيم متصل بدون انقطاع، فالدالة متصلة.

تمرين موجّه

3. مثّل $y = 2x + 1$ بيانيًا وحدد المجال والمدى. ثم حدد إن كانت المعادلة *دالة* وإن كانت *واحد - لواحد أم شاملة أم كليهما أم ليست بهذا أو ذاك*. واذكر إن كانت *منفصلة* أم *متصلة*.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عندما تمثل المعادلة دالة، يطلق على المتغير ذو القيم التي تكوّن المجال، والذي يكون في الغالب x. **المتغير المستقل**. ويطلق على المتغير الآخر، والذي يكون في الغالب y. **المتغير التابع** نظرًا لأن قيمته تعتمد على x.

تكتب المعادلات التي تمثل دوالاً عادة **برمز الدالة**. فيمكن كتابة المعادلة $y = 5x - 1$ في الصورة $f(x) = 5x - 1$. لنفترض أنك تود إيجاد قيمة في المدى تقابل العنصر -6 في مجال الدالة. يتم إيجاد القيمة $f(-6)$ بالتعويض بالعدد -6 عن كل x في المعادلة. وبالتالي، فإن $f(-6) = 5(-6) - 1$ أو -31.

قراءة في الرياضيات
رمز الدالة يحل الرمز f(x) محل y ويُقرأ "f لـ x."
وتعتبر f مجرد اسم الدالة.
وليست متغيرًا مضروبًا في x.

مثال 4 إيجاد قيمة الدالة

افترض أن $f(x) = 2x^2 - 8$، فجد كل قيمة مما يلي.

a. $f(6)$

$f(x) = 2x^2 - 8$	الدالة الأصلية
$f(6) = 2(6)^2 - 8$	عوّض.
$= 2(36) - 8$	جد قيمة 6^2.
$= 72 - 8$ أو 64	بسّط.

b. $f(2y)$

$f(x) = 2x^2 - 8$	الدالة الأصلية
$f(2y) = 2(2y)^2 - 8$	عوّض. $(2y)^2 = 2^2y^2$
$= 2(4y^2) - 8$	بسّط.
$= 8y^2 - 8$	

تمرين موجّه

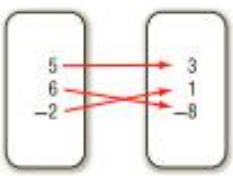
افترض أن $g(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$، فجد كل قيمة مما يلي.

4A. $g(2.8)$ **4B.** $g(4a)$

التحقق من فهمك

مثال 1 **البنية** **اذكر مجال ومدى كل علاقة، ثم حدد ما إن كانت كل علاقة عبارة عن *دالة*. وإذا كانت دالة، فحدد إذا كانت *واحد - لواحد أم شاملة* أم *كليهما* أم *ليست أيًا منهما*.**

1.



2.

3.

x	y
−2	−4
1	−4
4	−2
8	6

مثال 2 **4. كرة السلة** **يبين الجدول متوسط النقاط لكل مباراة للاعب دواين وايد من فريق ميامي هيت لأربعة مواسم.**

الموسم	عُمْر دواين وايد	متوسط النقاط لكل مباراة
2005-2006	24	27.2
2006-2007	25	27.4
2007-2008	26	24.6
2008-2009	27	30.2

المصدر: Basketball-Reference

a. افترض أن الأعوام هي المجال. عرّف المجال والمدى.
b. اكتب علاقة من الأزواج المرتبة تصف البيانات.
c. اذكر إن كانت الدالة *منفصلة* أم *متصلة*.
d. مثّل العلاقة بيانيًا. هل العلاقة دالة؟

مثال 3 **مثّل كل معادلة بيانيًا ثم حدد المجال والمدى. حدد إن كانت المعادلة *دالة* وإن كانت *واحد لواحد أم شاملة* أم *كليهما* أو *ليست أيًا منهما*. ثم اذكر إن كانت *منفصلة* أم *متصلة*.**

5. $y = 5x + 4$ **6.** $y = -4x - 2$ **7.** $y = 3x^2$ **8.** $x = 7$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 **جد قيمة كل دالة.**

9. $f(-3)$ if $f(x) = -4x - 8$

10. $g(5)$ if $g(x) = -2x^2 - 4x + 1$

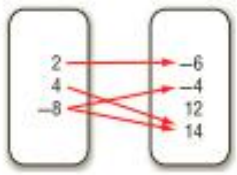
التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اذكر مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد ما إن كانت كل علاقة عبارة عن *دالة*. وإذا كانت دالة، فحدد إذا كانت *واحد - لواحد أم شاملة* أم *كليهما* أم *ليست أيًا منهما*.**

11.

x	y
−0.3	−6
0.4	−3
1.2	−1
1.2	4

12.



13. $\{(-3, -4), (-1, 0), (3, 0), (5, 3)\}$

مثال 2 14. **السياسة** يبين الجدول أدناه عدد سكان عدة ولايات وعدد ممثلي الولايات المتحدة من هذه الولايات.

الولاية	السكان (بالملايين)	عدد الممثلين
كاليفورنيا	33.93	53
فلوريدا	16.03	25
إلينوي	12.44	19
نيويورك	19.00	29
كارولاينا الشمالية	8.07	13
تكساس	20.90	32

المصدر: مكتب التعداد الأمريكي

a. مثّل بيانات عدد السكان بيانيًا على المحور الأفقي. وبيانات الممثلين على المحور الرأسي. انظر الهامش.

b. حدّد المدى والمجال.

c. هل العلاقة *منفصلة* أم *متصلة*؟ منفصلة

c. هل التمثيل البياني يعبر عن دالة؟ اشرح استنتاجك.

مثال 3 **البيئة مثّل كل معادلة بيانيًا ثم حدد المجال والمدى. حدد إن كانت المعادلة *دالة*. وإن كانت *واحد -لواحد أم شاملة* أم *كليهما* أم *ليست أيًا منهما*. ثم اذكر إن كانت *منفصلة أم متصلة*.**

15. $y = -3x + 2$

16. $y = 0.5x - 3$

17. $y = 2x^2$

18. $y = -5x^2$

19. $y = 4x^2 - 8$

20. $y = -3x^3 - 1$

مثال 4 **جد قيمة كل دالة.**

21. $f(-8)$ if $f(x) = 5x^3 + 1$

22. $f(2.5)$ if $f(x) = 16x^2$

23. **الغوص** يبين الجدول أدناه الضغط المبذول على الغواص بأعماق مختلفة.

العمق (m)	0	20	40	60	80	100
الضغط (atm)	1	1.6	2.2	2.8	3.4	4

a. اكتب علاقة تمثل هذه البيانات.

b. مثّل العلاقة بيانيًا.

c. حدد المجال والمدى. وهل العلاقة منفصلة أم متصلة؟

d. هل العلاقة دالة؟ اشرح استنتاجك.

جد كل قيمة مما يلي إذا كان $f(x) = 3x + 2$ و $g(x) = -2x^2$ و $h(x) = -4x^2 - 2x + 5$.

24. $f(-5)$

25. $f(9)$

26. $g(-3)$

27. $g(-6)$

28. $h(3)$

29. $h(8)$

30. $f\left(\frac{2}{3}\right)$

31. $g\left(\frac{3}{2}\right)$

32. $h\left(\frac{1}{5}\right)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

33. **المدونات الصوتية** لدى مازن مجموعة من 15 مدونة صوتية قام بتنزيلها على مشغل الصوت الرقمي الخاص به. وقد قرر تنزيل 3 مدونات أخرى كل شهر. وتحسب الدالة $P(t) = 15 + 3t$ عدد المدونات الصوتية $P(t)$ التي أصبحت لديه بعد t أشهر. فكم عدد المدونات الصوتية التي ستكون لديه بعد 8 أشهر؟

34. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف الدوال الواحد – لواحد وشاملة.

a. **بيانيًا** مثّل كل دالة بيانيًا على شاشة حاسبة بيانية منفصلة.

$f(x) = x^2$ $g(x) = 2^x$ $h(x) = x^3 - 3x^2 - 5x + 6$ $j(x) = x^3$

b. **جدوليّ** استخدم التمثيل البياني لوضع جدول يبين عدد المرات التي يستطيع فيها مستقيم أفقي قطع التمثيل البياني لكل دالة. اذكر جميع الاحتمالات.

c. **تحليليًا** لتكون الدالة واحد – لواحد، يمكن لمستقيم أفقي على التمثيل البياني أن يقطعه في نقطة واحدة بحد أقصى. أي الدوال تستوفي هذا الشرط؟ وأيها لا تستوفيه؟ اشرح استنتاجك.

c. **تحليليًا** لتكون الدالة شاملة، يجب أن يقطع كل مستقيم أفقي محتمل على التمثيل البياني في نقطة واحدة على الأقل. أي الدوال تستوفي هذا الشرط؟ وأيها لا تستوفيه؟ اشرح استنتاجك.

e. **بيانيًا** ضع جدولاً يوضح إن كانت كل دالة واحد – لواحد أم شاملة أم كلاهما.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

35. **التفكير النقدي** يعمل كل من عمر وماجد على إيجاد $f(3d)$ للدالة $f(x) = -4x^2 - 2x + 1$. فهل أي منهم على صواب؟ اشرح استنتاجك.

عمر

$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$

$= -4(9d^2) - 6d + 1$

$= -36d^2 - 6d + 1$

ماجد

$f(3d) = -4(3d)^2 - 2(3d) + 1$

$= 12d^2 - 6d + 1$

36. **تحد** فكّر في الدوال $f(x)$ و $g(x)$. $f(a) = 19$ و $g(a) = 33$. حيث $f(b) = 31$ و $g(b) = 51$. إذا كانت $a = 5$ و $b = 8$. جد دالتين محتملتين لتمثيل $f(x)$ و $g(x)$.

37. **التبرير** إذا كان التمثيل البياني لعلاقة يقطع المحور y في أكثر من نقطة. فهلا العلاقة دالة *أحيانًا أم دائمًا أم ليست كذلك على الإطلاق*؟ اشرح استنتاجك.

38. **مسألة غير محددة الإجابة** مثّل بيانيًا علاقة يمكن استخدامها لتمثيل كل مما يلي.

a. ارتفاع كرة بيسبول تم ضربها إلى الملعب الخارجي

b. سرعة سيارة تتحرك إلى المتجر. توقفت عند إشارتي مرور أثناء الطريق

c. طول شخص من عمر 5 أعوام إلى 80 عامًا

d. درجة الحرارة في أحد الأيام من الساعة 6 صباحًا إلى 11 مساء.

40. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صواب أم خطأ. اشرح استنتاجك.

إذا كانت الدالة شاملة، فلا بد أن تكون واحد – لواحد كذلك.

40. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن اختبار الخط الرأسي يحدد ما إن كانت العلاقة دالة أم لا. انظر الهامش.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

41. يحتوي حوض السباحة لدى هدى على 19,500 L من المياه. وتعمل على تصريف مياه حوض السباحة بمعدل 6 L/min. أي من هذه المعادلات يمثل عدد لترات المياه g المتبقية في حوض السباحة بعد m من الدقائق؟

A $g = 19{,}500 - 6m$

B $g = 19{,}500 + 6m$

C $g = \frac{19{,}500}{6m}$

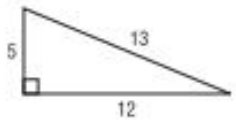
D $g = \frac{6m}{19{,}500}$

42. إجابة قصيرة انظر إلى النمط أدناه.

$$-\frac{5}{2},\ -2,\ -\frac{3}{2},\ -1,\ \ldots$$

إذا استمر النمط، فما سيكون الحد التالي؟

43. الهندسة أي مجموعة من الأبعاد تمثل مثلثًا يشبه ذلك الموضح أدناه؟



F وحدة واحدة، وحدتان، 3 وحدات

G 7 وحدات، 11 وحدة، 12 وحدة

H 10 وحدات، 23 وحدة، 24 وحدة

J 20 وحدة، 48 وحدة، 52 وحدة

44. SAT/ACT إذا كان $g(x) = x^2$، فأي التعابير يساوي $g(x + 1)$؟

A 1

B $x^2 + 1$

C $x^2 + 2x + 1$

D $x^2 - x$

E $x^2 + x + 1$

مراجعة شاملة

حُلّ كل متباينة مما يلي. (الدرس 6-1)

45. $48 > 7y + 6 > 20$

46. $z + 12 > 18$ or $-2z + 16 > 12$

47. $2|4x + 2| + 3 > 21$

48. النوادي يود السيد فهد أن يبدأ ناديًا للشطرنج بمدرسته الثانوية. وأرسل الإعلان المبين إلى اليسار لكل معلمي الصفوف. اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل هذا الموقف. (الدرس 6-1)

49. مبيعات لا تستطيع لبنى إنفاق ما يزيد عن AED 120 بتخفيضات الصيف بأحد المحال التجارية الكبيرة. وتريد أن تشتري القمصان المخفضة السعر بمبلغ AED 15 لكل منها. اكتب متباينة لتحدد عدد القمصان التي تستطيع شراؤها ثم جد حلها. (الدرس 5-1)

حُلّ كل معادلة مما يلي، وتحقق من صحة حلولك. (الدرس 4-1)

50. $18 = 2|2a + 6| - 2$

51. $2 = -3|4c - 5| + 8$

52. $-5 = 2|3b + 4| - 9$

بسّط كل تعبير مما يلي. (الدرس 2-1)

53. $6(3a - 2b) + 3(5a + 4b)$

54. $-4(5x - 3y) + 2(y + 3x)$

55. $-7(2c - 4d) + 8(3c + d)$

مراجعة المهارات

حُلّ كل معادلة مما يلي، وتحقق من صحة حلولك.

56. $5x + 2 = 32$

57. $6a - 3 = 21$

58. $-2x + 5 = 5x + 19$

59. $6b + 4 = -2b - 28$

60. $2(x + 5) - 3(x - 4) = 19$

61. $4(2y - 3) + 5(3y + 1) = -99$

62. $5c - 8 + 2c = 4c + 10$

63. $8d - 4 + 3d = 2d - 100 - 7d$

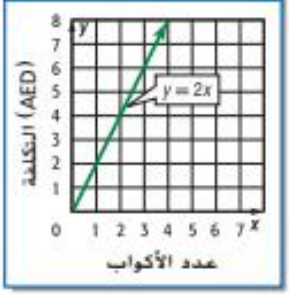
64. $10y - 5 - 3y = 4(2y + 3) - 20$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5-1 الدالة المنفصلة والدالة المتصلة

تبلغ تكلفة كوب من الزبادي المثلج 2 AED في متجر Yogurt Shack. ومن الممكن أن نصف تكلفة x كوب من الزبادي باستخدام الدالة المتصلة $y = 2x$، حيث y هي إجمالي التكلفة بالدراهم. يتم توضيح التمثيل البياني لتلك الدالة على اليسار.

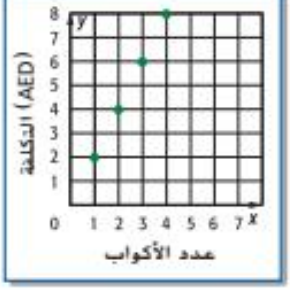
تكلفة الزبادي المثلج



من التمثيل البياني، يمكنك ملاحظة أن تكلفة كوبين من الزبادي 4 AED وتكلفة 3 أكواب هي 6 AED وما إلى ذلك. يظهر التمثيل البياني كذلك أن تكلفة كوب ونصف من الزبادي (1.5) 2 أو 3 AED. ومع ذلك، لن يقوم Yogurt Shack ببيع أكواب جزئية من الزبادي. يتم تمثيل هذه الدالة بشكل أكثر دقة من خلال دالة منفصلة.

كذلك يمثل التمثيل البياني للدالة المنفصلة الموجودة على اليسار تكلفة شراء أكواب من الزبادي المثلج. يكون المجال في هذا التمثيل البياني منطقيًا في هذا الموقف.

تكلفة الزبادي المثلج

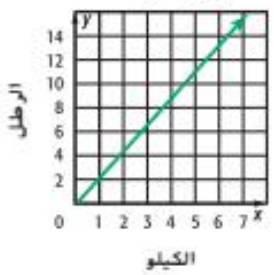


عند اختيار دالة منفصلة أو دالة متصلة لتمثيل موقف من الحياة اليومية، فكر ما إذا كانت جميع الأعداد الحقيقية منطقية كجزء من المجال.

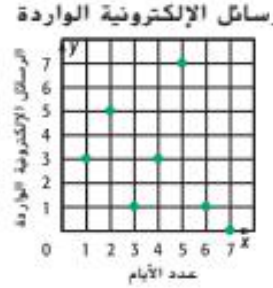
التمارين

حدد ما إذا كانت كل دالة ممثل بشكل صحيح باستخدام دالة منفصلة أو دالة متصلة. اشرح استنتاجك.

1. **تحويل الوحدات**



2. **الرسائل الإلكترونية الواردة**



3. y تمثل المسافة التي تقطعها سيارة في x ساعة.

4. y تمثل إجمالي عدد الراكبين الذي ركبوا الأفعوانية بعد x مرة ركوب.

5. **الكتابة في الرياضيات** اذكر مثالاً لدالة منفصلة من الحياة اليومية ودالة متصلة من الحياة اليومية. اشرح استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

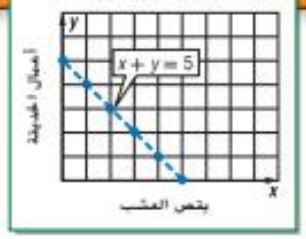
الدرس 5-2 العلاقات والدوال الخطية

السابق:
- قمت بتحليل العلاقات والدوال.

الحالي:
1. تحديد العلاقات والدوال الخطية.
2. كتابة المعادلات الخطية بالصيغة القياسية.

لماذا؟
- يقوم منصور بأعمال الحديقة لكسب المال خلال فصل الصيف. وهو إما يقص العشب x أو يقوم بأعمال البستنة العامة y. ويقوم بجدولة 5 أعمال في اليوم. يمكن استخدام المعادلة $x + y = 5$ لربط عدد كل من المهام التي يمكن لمنصور القيام بها في يوم.

أعمال الحديقة



المفردات الجديدة

علاقة خطية
linear relation

علاقة غير خطية
nonlinear relation

معادلة خطية
linear equation

دالة خطية
linear function

صيغة قياسية
standard form

التقاطع مع المحور الرأسي
y-intercept

التقاطع مع المحور الأفقي
x-intercept

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 العلاقات والدوال الخطية

النقاط على التمثيل البياني أعلاه تقع بطول خط مستقيم. وتسمى العلاقات التي لها تمثيلات بيانية على شكل خط مستقيم **العلاقات الخطية**. والعلاقات التي لا تكون خطية يُطلق عليها **العلاقات غير الخطية**.

يُطلق على معادلة مثل $x + y = 5$ معادلة خطية. و**المعادلة الخطية** لا يكون لها أي عمليات بخلاف جمع وطرح وضرب متغير في ثابت. ولا يمكن ضرب المتغيرات معًا أو أن تظهر في مقام. لا تحتوي المعادلة الخطية على متغيرات مع أسس بخلاف 1. والتمثيل البياني للمعادلة الخطية يكون دائمًا مستقيمًا.

المعادلات غير الخطية	المعادلات الخطية
$2x + 6y^2 = -25$	$4x - 5y = 16$
$y = \sqrt{x} + 2$	$x = 10$
$x + xy = -\frac{5}{8}$	$y = -\frac{2}{3}x - 1$
$y = \frac{1}{x}$	$y = \frac{1}{2}x$

الدالة الخطية هي دالة لها أزواج مرتّبة تحقق معادلة خطية. وأي دالة خطية يمكن أن تُكتب بالصيغة $f(x) = mx + b$. حيث m و b عددان حقيقيان.

مثال 1 تحديد الدوال الخطية.

حدد إن كانت كل دالة هي دالة خطية أم لا. واكتب نعم أو لا. واشرح.

a. $f(x) = 8 - \frac{3}{4}x$

نعم؛ يمكن كتابتها بالصيغة $f(x) = -\frac{3}{4}x + 8$.

$m = -\frac{3}{4}, b = 8$

b. $f(x) = \frac{2}{x}$

لا؛ فالتعبير يتضمن قسمة على متغير.

c. $g(x, y) = 3xy - 4$

لا؛ فالمتغيران مضروبان معًا.

تمرين موجّه

1A. $f(x) = \frac{5}{x + 6}$

1B. $g(x) = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}$

يمكنك إيجاد قيم الدوال الخطية عن طريق التعويض بالقيم عن x أو $f(x)$.

مثال من الحياة اليومية 2 إيجاد قيمة دالة خطية

نباتات يُمكننا إيجاد معدل نمو عينة من عشب برمودا بالدالة $f(x) = 5.9x + 3.25$، حيث $f(x)$ هي الطول الكلي بالسنتيمترات بعد x من الأيام من القياس الأولي.

a. ما طول العينة بعد 3 أيام؟

$f(x) = 5.9x + 3.25$	دالة أصلية
$f(3) = 5.9(3) + 3.25$	عوّض بـ 3 من x.
$= 20.95$	بسّط.

طول العينة بعد 3 أيام يبلغ 20.95 cm.

b. الحد 3.25 في الدالة يمثل طول العشب عند قياسه لأول مرة. بكم ضعف يزيد طول العينة بعد 3 أيام؟

اقسم الطول بعد 3 أيام على الطول الأولي. $\frac{20.95}{3.25} \approx 6.4$

يبلغ الطول بعد 3 أيام حوالي 6.4 أمثال الطول الأولي.

الربط بالحياة اليومية

أكبر عضو في مجموعة العشب، الخيزران، قادر على النمو من 30 إلى 120 سنتيمترًا يوميًا.

المصدر: Infoplease

تمرين موجّه

2A. إذا كان طول عشب برمودا يبلغ 50.45 cm. فكم مر من الأيام منذ أن تم قصها آخر مرة؟

2B. هل من المنطقي أن نعتقد أنه من الممكن الحفاظ على معدل النمو هذا لفترات طويلة من الزمن؟ اشرح.

2 الصيغة القياسية

يمكن كتابة أي معادلة خطية بـ**الصيغة القياسية** $Ax + By = C$. حيث A و B و C هي أعداد صحيحة لها عامل مشترك أكبر يبلغ 1.

المفهوم الأساسي الصيغة القياسية لمعادلة خطية

الشرح الصيغة القياسية لمعادلة خطية هي $Ax + By = C$. حيث A و B و C أعداد صحيحة لها عامل مشترك أكبر يبلغ 1 و $A \geq 0$. وكذلك A و B كلاهما ليس صفرين.

مثال $A = 3$، $3x + 5y = 12$، $B = 5$ و $C = 12$

مثال 3 الصيغة القياسية

اكتب $-\frac{3}{10}x = 8y - 15$ بالصيغة القياسية. حدد A و B و C.

$-\frac{3}{10}x = 8y - 15$	معادلة أصلية
$-\frac{3}{10}x - 8y = -15$	اطرح $8y$ من كل طرف.
$3x + 80y = 150$	اضرب كل طرف في -10.

$A = 3, B = 80,$ و $C = 150$

تمرين موجّه

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. وحدد A و B و C.

3A. $2y = 4x + 5$

3B. $3x - 6y - 9 = 0$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

بما أن نقطتين تحددان أي مستقيم. فإن إحدى الطرق لتمثيل دالة خطية بيانيًا هو العثور على النقطتين اللتين يتقاطع عندهما التمثيل البياني مع كل محور ووصلهما بمستقيم. ويُطلق على الإحداثي y للنقطة التي يعبر عندها التمثيل البياني المحور الرأسي y، التقاطع مع **المحور y**. وبالمثل، يُطلق على الإحداثي x للنقطة التي يعبر عندها التمثيل البياني المحور x، التقاطع مع **المحور x**.

نصيحة دراسية

المستقيمات الرأسية والأفقية عندما تمثل C ثابتًا، تمثل معادلة بالصيغة $x = C$ مستقيمًا رأسيًا له نقطة تقاطع مع المحور x فقط. والمعادلة $y = C$ تمثل مستقيمًا أفقيًا له نقطة تقاطع مع المحور y فقط.

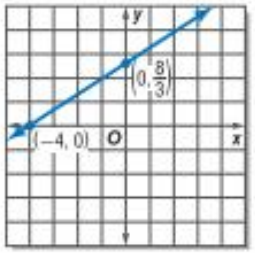
مثال 4 استخدام نقاط التقاطعات لتمثيل مستقيم بيانيًا

جد التقاطع مع المحور x و التقاطع مع المحور y للتمثيل البياني للمعادلة $2x - 3y + 8 = 0$. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

التقاطع مع المحور x هي قيمة x عندما تكون $y = 0$.

$2x - 3y + 8 = 0$	معادلة أصلية
$2x - 3(0) + 8 = 0$	عوّض بـ 0 عن y.
$2x = -8$	اطرح 8 من كل طرف.
$x = -4$	اقسم كل طرف على 2.

التقاطع مع المحور x هو -4.



وبالمثل، يكون التقاطع مع المحور y هي قيمة y عندما تكون $x = 0$.

$2x - 3y + 8 = 0$	معادلة أصلية
$2(0) - 3y + 8 = 0$	عوّض بـ 0 عن x.
$-3y = -8$	اطرح 8 من كل طرف.
$y = \frac{8}{3}$	اقسم كل طرف على 3.

التقاطع مع المحور الرأسي y هو $\frac{8}{3}$.

استخدم هذه الأزواج المرتّبة لتمثيل المعادلة بيانيًا.

تمرين موجّه

4. جد التقاطع مع المحور x والتقاطع مع المحور y للتمثيل البياني للمعادلة $2x - 5y + 10 = 0$. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد إن كانت كل دالة عبارة عن دالة خطية. واكتب نعم أو لا. واشرح.**

1. $f(x) = \frac{x + 12}{5}$
2. $g(x) = \frac{7 - x}{x}$
3. $p(x) = 3x^2 - 4$
4. $q(x) = -8x - 21$

مثال 2 5 **ترفيه** تريد التأكد أن لديك ما يكفي من الموسيقى لرحلة بالسيارة. فإذا كان متوسط كل إسطوانة مدمجة 45 دقيقة. فيمكن استخدام الدالة الخطية $m(x) = 0.75x$ لإيجاد عدد الإسطوانات المدمجة التي تحتاج إلى جلبها معك.

a. ما عدد ساعات الموسيقى x الموجودة على 4 إسطوانات مدمجة؟

b. إذا كانت الرحلة التي تقوم بها تستغرق 6 ساعات. فكم عدد الإسطوانات المدمجة التي يتعين عليك إحضارها؟

مثال 3 **البنية اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. وحدد A و B و C.**

6. $y = -4x - 7$
7. $y = 6x + 5$
8. $3x = -2y - 1$
9. $-8x = 9y - 6$
10. $12y = 4x + 8$
11. $4x - 6y = 24$

مثال 4 **جد التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني لكل معادلة. ثم مثّل المعادلة بيانيًا باستخدام نقطتي التقاطع.**

12. $y = 5x + 12$
13. $y = 4x - 10$
14. $2x + 3y = 12$
15. $3x - 4y - 6 = 15$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اذكر إن كانت كل معادلة أو دالة هي دالة خطية. واكتب نعم أو لا. واشرح.**

16. $3y - 4x = 20$ **17.** $y = x^2 - 6$ **18.** $h(x) = 6$

19. $j(x) = 2x^2 + 4x + 1$ **20.** $g(x) = 5 + \frac{6}{x}$ **21.** $f(x) = \sqrt{7 - x}$

22. $4x + \sqrt{y} = 12$ **23.** $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ **24.** $f(x) = \frac{4x}{5} + \frac{8}{3}$

مثال 2 **25. قطارات الملاهي** يمكن تمثيل سرعة قطار الملاهي "التنين الفولاذي 2000" في ولاية ميا باليابان. بالمعادلة $y = 10.4x$. حيث y هي المسافة المقطوعة بالأمتار في x من الثواني.

a. ما المسافة التي يقطعها قطار الملاهي في 25 ثانية؟

b. يمكن وصف سرعة قطار الملاهي "كينجدا كا" في جاكسون بنيو جيرسي. بالعلاقة $y = 33.9x$. أي القطارين يتحرك أسرع؟ اشرح استنتاجك.

مثال 3 **اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. وحدد A وB وC.**

26. $-7x - 5y = 35$ **27.** $8x + 3y + 6 = 0$ **28.** $10y - 3x + 6 = 11$

29. $-6x - 3y - 12 = 21$ **30.** $3y = 9x - 12$ **31** $2.4y = -14.4x$

32. $\frac{2}{3}y - \frac{3}{4}x + \frac{1}{6} = 0$ **33.** $\frac{4}{5}y + \frac{1}{8}x = 4$ **34.** $-0.08x = 1.24y - 3.12$

مثال 4 **جد التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y في التمثيل البياني لكل معادلة. ثم مثّل المعادلة بيانيًا باستخدام المقطعين.**

35. $y = -8x - 4$ **36.** $5y = 15x - 90$ **37.** $-4y + 6x = -42$

38. $-9x - 7y = -30$ **39.** $\frac{1}{3}x - \frac{2}{9}y = 4$ **40.** $\frac{3}{4}y - \frac{2}{3}x = 12$

41. تمثيل النماذج يجني سالم عمولة قدرها AED 1.75 لكل اشتراك في المجلة يبيعه و AED 1.50 لكل اشتراك في الصحيفة يبيعه. و هدفه هو كسب ما مجموعه AED 525 من العمولات في الأسبوعين المقبلين.

a. اكتب معادلة تكون تمثيلًا للأعداد المختلفة للاشتراكات في المجلة والصحيفة التي يمكنه بيعها لتحقيق الهدف.

b. مثّل المعادلة بيانيًا. هل هذه المعادلة تمثل دالة؟ اشرح.

c. إذا باع سالم 100 اشتراك في المجلة و 200 اشتراك في الصحيفة. فهل سيحقق هدفه؟اشرح.

42. ثعابين افترض أنه يمكننا إيجاد طول الجسم L بالسنتيمترات لثعبان صغير بالعلاقة $L(m) = 1.5 + 2m$. حيث m عمر الثعبان بالأشهر إلى أن يصبح بعمر 12 شهرًا.

a. جد طول ثعبان يبلغ من العمر 8 أشهر.

b. جد عمر الثعبان إذا كان طوله يبلغ 25.5 cm.

43. المعرض الوطني يفرض معرض حديقة كريك سايد دبي رسم دخول يبلغ AED 8و AED 5 ولوقوف السيارات. بعد أن دفع جاسم مقابل الدخول ووقوف السيارات. فإنه يعتزم إنفاق كل ما تبقى من المال في لعبة رمي الحلقات. والتي تكلف AED 3 لكل مباراة.

a. اكتب معادلة تمثل الحالة.

b. ما مقدار ما أنفقه جاسم من المال في المعرض إذا دفع AED 6 مقابل الطعام والمشروبات ولعب رمي الحلقات 4 مرات؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. وحدد A و B و C.

44. $\frac{x+5}{3} = -2y + 4$ 45. $\frac{4x-1}{5} = 8y - 12$ 46. $\frac{-2x-8}{3} = -12y + 18$

جد تقاطعات التمثيل البياني لكل معادلة مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

47. $\frac{6x+15}{4} = 3y - 12$ 48. $\frac{-8x+12}{3} = 16y + 24$ 49. $\frac{15x+20}{4} = \frac{3y+6}{5}$

50. **جمع التبرعات** يرغب المجلس الطلابي للسنة الأولى في جمع المال عن طريق بيع أكواب الكعك. وقد أنفق الطلاب AED 10 على المستلزمات وجعلوا تكلفة كوب الكعك AED 2.

a. اكتب معادلة لتمثيل الحالة.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. كم جمعوا من المال بعد بيع 20 كوب كيك؟

d. كم كوب كيك يجب عليهم بيعه ليحصلوا على AED 100؟

51. **التمثيلات المتعددة** فكّر في الدوال الخطية التالية.

$$f(x) = -2x + 4 \qquad g(x) = 6 \qquad h(x) = \frac{1}{3}x + 5$$

a. **بيانيًا** مثّل الدوال الخطية بيانيًا على تمثيلات بيانية منفصلة.

b. **جدوليّ** استخدم التمثيلات البيانية لإكمال الجدول.

الدالة	دالة واحد لواحد	دالة شاملة
$f(x) = -2x + 4$		
$g(x) = 6$		
$h(x) = \frac{1}{3}x + 5$		

c. **لفظيًا** هل جميع الدوال الخطية هي دوال عنصر مقابل عنصر و/أو متطابقة؟ اشرح استنتاجك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

52. **تحدٍّ** اكتب دالة لها نقطة تقاطع مع المحور x عند $(a, 0)$ ونقطة تقاطع مع المحور y عند $(0, b)$.

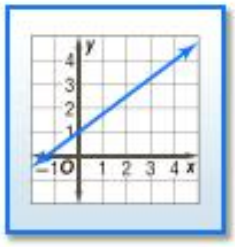
53. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة لمستقيم له تقاطع مع المحور x عند 3.

54. **التبرير** حدد إذا ما كانت معادلة بالصيغة $x = a$ حيث a ثابت، تكون *أحيانًا* أو *دائمًا* أو *لا* تكون *مطلقًا* دالة. اشرح استنتاجك.

55. **فرضيات** من بين الأربع معادلات الموضحة، حدد المعادلة التي لا تنتمي. اشرح استنتاجك.

$y = 2x + 3$

x	y
0	4
1	2
2	0
3	−2



$y = 2xy$

56. **الكتابة في الرياضيات** ضع في اعتبارك التمثيل البياني للعلاقة بين ساعات العمل والأرباح.

a. هل سيمثل هذا التمثيل البياني علاقة خطية؟ اشرح استنتاجك.

b. اذكر مثالًا آخر لعلاقة خطية في موقف من الحياة اليومية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

57. اشترى طارق n من أقراص DVD بتكلفة إجمالية بلغت $15n - 2$ درهم. أي تعبير يمثل تكلفة كل قرص DVD؟

A $n(15n - 2)$

B $n + (15n - 2)$

C $(15n - 2) \div n; n \neq 0$

D $(15n - 2) - n$

58. إجابة قصيرة ما هو الحل الكامل للمعادلة؟

$$|9 - 3x| = 18$$

59. نظرية الأعداد إذا كانت a و b و c و d هي أعداد صحيحة متتالية و $a < b < c < d$. بكم يزيد $c + d$ عن $a + b$؟

F 2 H 6

G 4 J 8

60. SAT/ACT أي دالة تُعد دالة خطية؟

A $f(x) = x^2$ D $g(x) = \frac{2.7}{x}$

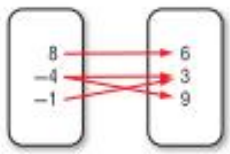
B $g(x) = \sqrt{x - 1}$ E $f(x) = 2x$

C $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$

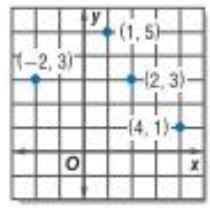
مراجعة شاملة

اذكر مجال ومدى كل علاقة. ثم حدد إذا ما كانت كل علاقة هي *دالة*. وإذا كانت دالة، فحدد إذا كانت *واحد لواحد* أم *شاملة* أم *كليهما* أم *ليس أيًا منهما*. (الدرس 2-1)

61.



62.



63.

x	y
−4	−2
−3	−1
−3	−1
7	9

64. التسوق يتسوق خميس لشراء تلفزيون جديد. ويبلغ متوسط سعر أجهزة التلفزيون التي يحبها AED 800. وتختلف الأسعار الفعلية عن المتوسط بمقدار AED 350. اكتب وحل متباينة قيمة مطلقة لتحديد مدى سعر أجهزة التلفزيون. (الدرس 6-1)

جد قيمة كل تعبير إذا كانت $a = -6$ و $b = 5$ و $c = 3.6$. (الدرس 1-1)

65. $\frac{6a - 3c}{2ab}$

66. $\frac{a + 7b}{4bc}$

67. $\frac{b - c}{a + c}$

68. طعام يمكن لبثينة أن تطلب بيتزا صغيرة أو متوسطة أو كبيرة بالبيبروني أو الفطر أو السجق. كم عدد فطائر البيتزا المختلفة التي يمكنها أن تطلبها؟ (الدرس 4-0)

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير.

69. $\frac{12 - 8}{4 - (-2)}$

70. $\frac{5 - 9}{-3 - (-6)}$

71. $\frac{-2 - 8}{3 - (-5)}$

72. $\frac{-2 - (-6)}{-1 - (-8)}$

73. $\frac{-7 - (-11)}{-3 - 9}$

74. $\frac{-1 - 8}{7 - (-3)}$

75. $\frac{-12 - (-3)}{-6 - (-5)}$

76. $\frac{4 - 3}{2 - 5}$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

يسمى حل إحدى المعادلات جذر المعادلة.

مثال تحديد الجذور

جد جذر $0 = 5x - 10$.

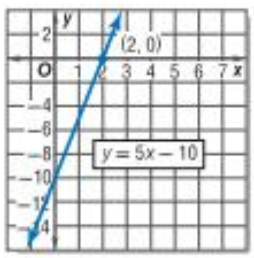
$0 = 5x - 10$	المعادلة الأصلية
$10 = 5x$	اجمع 10 مع كل طرف.
$2 = x$	اقسم 5 على كل طرف.

جذر المعادلة يساوي 2.

يمكنك كذلك إيجاد جذر معادلة عن طريق إيجاد صفر الدالة المرتبطة بها.
تسمى قيم x التي تجعل $f(x) = 0$ *أصفار* الدالة f.

المعادلة الخطية المرتبطة بها	المعادلة الخطية
$y = 5x - 10$ أو $f(x) = 5x - 10$	$0 = 5x - 10$

صفر الدالة هو المحور x بالتمثيل البياني الخاص بها.
بما أن التمثيل البياني لـ $y = 5x - 10$ يتقاطع مع المحور x عند 2، يكون صفر الدالة هو 2.

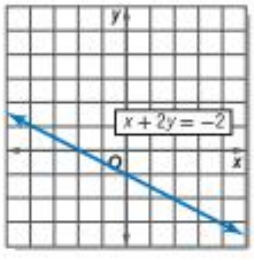


التمارين

1. استخدم $0 = 4x + 10$ و $f(x) = 4x + 10$ للتمييز بين الجذور والحلول والأصفار.

2. اربط حلول المعادلات والمحاور x بالتمثيل البياني.

حدد ما إذا كانت كل عبارة من العبارات التالية صحيحة أم خاطئة. اشرح استنتاجك.



3. لدى الدالة الممثلة بيانيا على اليمين صفرين. 2− و 1−.

4. جذر $6x + 9 = 0$ is −1.5.

5. $f(0)$ هو صفر للدالة $f(x) = -\frac{2}{3}x + 12$.

6. **جمع التبرعات** تمثل الدالة $y = 2x - 150$ الأموال المجمعة y عندما يقوم جامعو التبرعات ببيع x مشروب غازي في مباراة كرة سلة. جد الصفر وقم بوصف ماذا يعني في سياق هذه الحالة. كون رابطة بين صفر الدالة وجذر $0 = 2x - 150$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5-3 معدل التغير والميل

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• لقد مثلت العلاقات الخطية بيانيًا.	1 إيجاد معدل التغير. 2 تحديد ميل مستقيم.	• يبين الجدول إجمالي المسافة التي قطعتها السيارة على فترات زمنية مختلفة. قانون المسافة. $rt = d$ أو $r = \frac{d}{t}$. يبين العلاقة بين الزمن والمسافة.

الزمن (بالساعة)	المسافة (بالكيلومتر)
1	68
2.5	170
3	204
4.5	306
5	340

المفردات الجديدة
معدل التغير
rate of change
الميل
slope

ممارسات في الرياضيات
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 معدل التغير

معدل التغير هو نسبة تقارن كم تتغير الكمية في المتوسط، مقارنة بالتغير في كمية أخرى. إذا كان x متغيرًا مستقلًا و y متغيرًا تابعًا، يكون عندئذٍ معدل التغير $= \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$. ويشار إلى ذلك أحيانًا بالعلاقة $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

مثال 1 من الحياة اليومية معدل التغير الثابت

الكيمياء **يبين الجدول درجة حرارة محلول بعد إزالته من مصدر الحرارة. جد معدل التغير في درجة حرارة المحلول.**

الزمن (بالدقيقة)	درجة الحرارة (°C)
0	143.6
2	139.4
5	133.1
8	126.8
12	118.4

استخدم الزوجين المرتبين (2, 139.4) و(5, 133.1).

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$$

$$= \frac{\text{التغير في درجة الحرارة}}{\text{التغير في الزمن}}$$

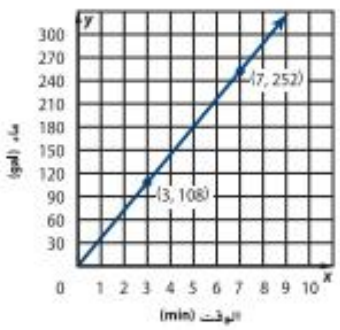
$$= \frac{133.1 - 139.4}{5 - 2}$$

$$= \frac{-6.3}{3} = \frac{-2.1}{1}$$

معدل التغير هو -2.1. وهذا يعني أن درجة الحرارة تنخفض بمقدار 2.1°C كل دقيقة.

تمرين موجّه

1. الاستجمام يبين التمثيل البياني على اليمين عدد لترات الماء في حمام سباحة بينما يتم ملؤه. فما هو المعدل الذي يتم ملء حمام السباحة به؟



محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

حتى هذا الوقت. استخدمت معدلات التغير التي تكون ثابتة. والعديد من الحالات من الحياة اليومية تنطوي على معدلات تغير لا تكون ثابتة. وكثيرًا ما توصف هذه الحالات باستخدام معدل التغير على مدى فترة زمنية محددة.

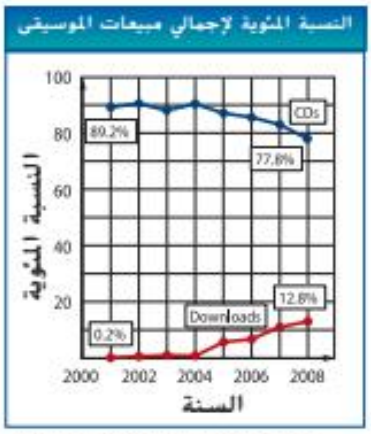
نصيحة دراسية

الكميات المستقلة

غالبًا ما يتضمن معدل التغير قياس الزمن كمتغير مستقل.

مثال 2 من الحياة اليومية معدل التغير

الموسيقى **ارجع إلى التمثيل البياني على اليسار. جد معدل تغير النسبة المئوية لإجمالي مبيعات الموسيقى لكل من الإسطوانات المدمجة والتنزيلات من 2001 إلى 2008. قارن المعدلات.**



Source: Recording Industry Association of America

الإسطوانات المدمجة:

$$\text{معدّل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$$

$$= \frac{\text{التغير في النسبة المئوية}}{\text{التغير في الزمن}}$$

$$= \frac{77.8 - 89.2}{2008 - 2001}$$

$$= \frac{-1.63}{1} \text{ أو } \frac{-11.4}{7}$$

التنزيلات:

$$\text{معدّل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$$

$$= \frac{\text{التغير في النسبة المئوية}}{\text{التغير في الزمن}}$$

$$= \frac{12.8 - 0.2}{2008 - 2001}$$

$$= \frac{1.8}{1} = \frac{12.6}{7}$$

انخفضت نسبة مبيعات الموسيقى على الإسطوانات المدمجة بمعدل قدره 1.63% سنويًا. في حين ارتفعت نسبة مبيعات الموسيقى التي تم تنزيلها بمعدل بلغ 1.8% سنويًا.

الربط بالحياة اليومية

اعتبارًا من أبريل 2007، كان 36% من المراهقين يفضلون شراء الإسطوانات المدمجة و 64% يفضلون تنزيل الموسيقى على الإنترنت. فكيف يختلف هذا اليوم؟

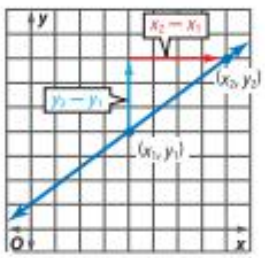
المصدر: CNN

تمرين موجّه

2. التعليم في عام 2002، تقدّم 23,142 طالبًا للالتحاق بجامعة الولاية، وتقدم 34,689 طالبًا للالتحاق بالجامعة المركزية. وفي عام 2010، تقدم 29,563 طالبًا للالتحاق بجامعة الولاية، وتقدم 36,107 للالتحاق بالجامعة المركزية. حدد معدل التغيرفي المتقدمين للجامعات من 2002 إلى 2010.

2 الميل

ميل مستقيم هو نسبة التغير في إحداثيات y إلى التغير المقابل في إحداثيات x. ويكون الميل هو نفسه معدل التغير.



افترض أن مستقيمًا يمر بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2).

$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير في إحداثيات } y}{\text{التغير في إحداثيات } x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المفهوم الأساسي ميل المستقيم

الشرح ميل مستقيم هو نسبة التغير في الإحداثي y إلى التغير في الإحداثي x.

الرموز يمكننا إيجاد ميل المستقيم m المار بـ (x_1, y_1) و (x_2, y_2) بالعلاقة $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ حيث $x_1 \neq x_2$.

نصيحة دراسية

الميل غالبًا ما يتم تذكر قانون الميل بأنه *الارتفاع على المدى*. حيث يكون الارتفاع هو الاختلاف في إحداثيات y والمدى هو الاختلاف في إحداثيات x.

مثال 3 إيجاد الميل باستخدام الإحداثيات

جد ميل الخط الذي يمر بالنقطة $(-4, 3)$ والنقطة $(2, 5)$.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{5 - 3}{2 - (-4)}$ $(x_1, y_1) = (-4, 3), (x_2, y_2) = (2, 5)$

$= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ بسّط.

تمرين موجّه

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

3A. $(1, -3)$ و $(3, 5)$

3B. $(-8, 11)$ و $(24, -9)$

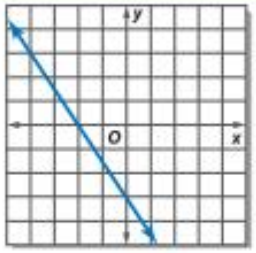
نصيحة دراسية

الميل ثابت يكون ميل المستقيم هو نفسه. بغض النظر عن النقطتين المستخدمتين على المستقيم.

يمكنك اختيار أي نقطتين من التمثيل البياني بمستقيم للعثور على الميل.

مثال 4 إيجاد الميل باستخدام تمثيل بياني

جد ميل المستقيم المبين على اليسار.



يمر المستقيم بالنقطتين $(0, -2)$ و $(-3, 0)$.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

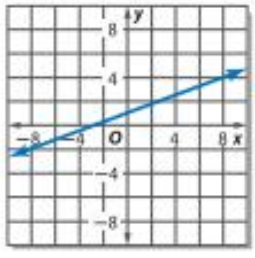
$= \frac{-3 - 0}{0 - (-2)}$ $(x_1, y_1) = (-2, 0), (x_2, y_2) = (0, -3)$

$= \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$ بسّط.

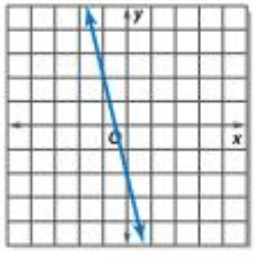
تمرين موجّه

جد ميل كل مستقيم.

4A.



4B.



McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © محفوظ لصالح وتأليف

التحقق من فهمك

مثال 1 **الانتظام** جد معدل التغير لكل مجموعة من البيانات.

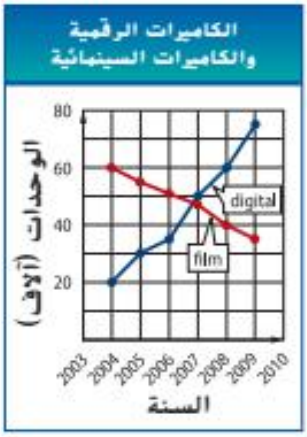
الزمن (بالدقيقة)	2	4	6	8	10	$10 \cdot 1$
المسافة (بالمتر)	12	24	36	48	60	60

2.

الزمن (بالثواني)	5	10	15	20	25
الحجم (cm^3)	16	32	48	64	80

مثال 2

3. **كاميرات** يبين التمثيل البياني عدد الكاميرات الرقمية للتصوير الثابت والكاميرات السينمائية التي تبيعها متاجر Yellow Camera Stores في السنوات الأخيرة.



a. جد معدل التغير في عدد الكاميرات الرقمية المبيعة من 2004 إلى 2009.

b. جد معدل التغير في عدد الكاميرات السينمائية المبيعة من 2004 إلى 2009.

c. ماذا تمثل علامات كل معدل تغير؟

مثال 3 جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

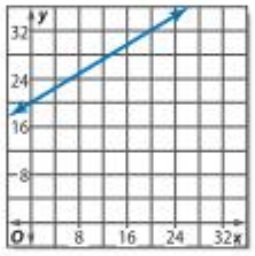
4. (3, 2), (8, 12)

5. (−1, 4), (3, −8)

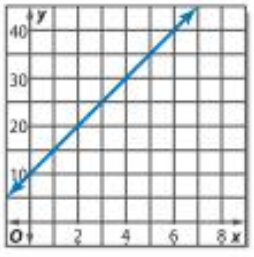
6. (−2, −5), (−7, 10)

مثال 4 حدد معدل التغير في كل تمثيل بياني.

7.



8.



التمرين وحل المسائل

مثال 1 جد معدل التغير لكل مجموعة من البيانات.

9

الزمن (بالأيام)	3	6	9	12	15
الارتفاع (mm)	20	40	60	80	100

10.

الوزن (kg)	11	22	33	44	55
التكلفة (AED)	8	16	24	32	40

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2

11. الصحة يبين الجدول أدناه درجة حرارة لميس أثناء مرضها على مدار 3 أيام.

اليوم	الاثنين		الثلاثاء		الأربعاء	
الوقت	8:00 صباحا	8:00 مساء	8:00 صباحا	8:00 مساء	8:00 صباحا	8:00 مساء
درجة الحرارة (c)	38.06	39.06	39.5	38.17	37.7	37

a. ما معدل التغير في درجة حرارة لميس من الساعة 8:00 صباحا يوم الإثنين إلى الساعة 8:00 مساء يوم الإثنين؟

b. ما معدل التغير في درجة حرارة لميس من الساعة 8:00 صباحا يوم الثلاثاء إلى الساعة 8:00 مساء يوم الأربعاء؟ هل إجابتك منطقية؟ ماذا تعني علامة المعدل؟

c. خلال أي 12 ساعة كان معدل التغير في درجة حرارة لميس هو الأكبر؟

مثال 3

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. عبّر عن الإجابة في صورة كسر في أبسط صورة.

12. $(-2, 11), (5, 6)$

13. $(-9, -11), (6, 3)$

14. $(-1.5, 3.5), (4.5, 6)$

15. $(-4.5, 9.5), (-1, 2.5)$

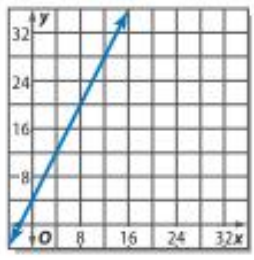
16. $(-8, -0.5), (-4, 5)$

17. $(-6, -2), (-1.5, 5.5)$

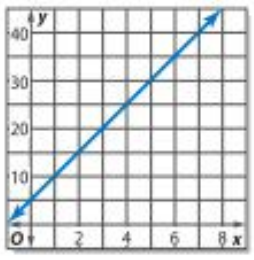
مثال 4

حدد معدل التغير في كل تمثيل بياني.

18.

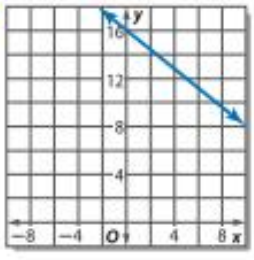


19.



20.

21.



22. التبرير يظهر الجدول طولك على زحلوقة مائية في فترات زمنية مختلفة.

الزمن (s)	الارتفاع (m)
0	120
1	90
2	60
3	30
4	0
5	0

a. مثّل الطول بيانيًا مقابل الوقت على الزحلوقة المائية.

b. جد معدل التغير في طول المنسابق بين 1 و 3 ثوان.

c. جد معدل التغير في طول المنسابق بين 0 و 5 ثوان.

d. ما الكلمة الأخرى *لمعدل التغير* في هذه الحالة؟

حدد معدل التغير لكل معادلة.

23. $6y = 8x - 40$

24. $-2y - 16x = 41$

25. $12x - 4y + 5 = 18$

26. $20x + 85y = 120$

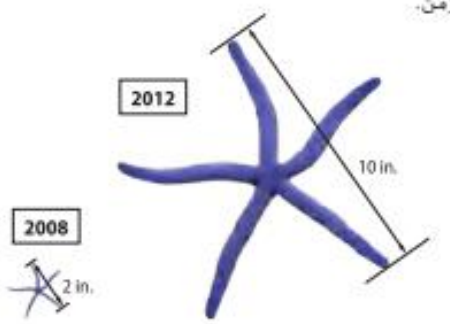
27. $\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}y = 15$

28. $\frac{1}{6}y + \frac{3}{8}x = 24$

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © محفوظ الطبع والتأليف

29. **نصب واشنطن التذكاري** يبلغ طول نصب واشنطن التذكاري 169 m ويزن 82,421 طنًا مترياً. ويعلو النصب هرم مربع من الألومنيوم. الجانبان من قاعدة الهرم قياس 14.2 cm. وارتفاع الهرم هو 22.6 cm. فدّر الميل الذي يصنعه وجه الهرم مع قاعدته.

30. **الحياة البحرية** تبين الرسوم التوضيحية نمو نجم بحر بمرور الزمن.



a. جد معدل التغير في القياس بمرور الزمن.

b. توقع حجم نجم البحر في 2014.

جد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار في كل زوج من النقاط الميل المعطى.

31. $(6, r), (3, 3), m = 2$

32. $(8, 1), (5, r), m = \frac{1}{3}$

33. $(10, r), (4, -3), m = \frac{4}{3}$

34. $(8, -2), (r, -6), m = -4$

35. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، ستستكشف معدل التغير للدالة $f(x) = x^2$.

a. بيانيًا مثّل $f(x) = x^2$ بيانيًا.

b. جدوليًا انسخ الجدول وأكمله. لإكمال صف الميل، جد ميل المستقيم الذي يمر بنقطتين متتاليتين مثل $(-4, 16)$ و $(-3, 9)$. تم إكمال المثال الأول كنموذج لك.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
$f(x)$	16	9							
الميل		−7							

c. لفظيًا صف ما يحدث لمعدل تغير الدالة $f(x) = x^2$ مع تزايد x.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

36. **النقد** طَلَب من عبدالله وطارق إيجاد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(4, 3)$ و $(7, 9)$. هل أي منهما صحيحًا؟ اشرح.

طارق	عبد الله
$m = \frac{7 - 4}{9 - 3}$	$m = \frac{9 - 3}{7 - 4}$
$= \frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$	$= \frac{6}{3}$ أو 2

37. **تحدٍّ** التمثيل البياني للمستقيم يمر بالنقطتين $(3, 2)$ و $(5, 8)$. اشرح كيف يمكنك إيجاد إحداثي y للنقطة $(11, y)$ على نفس المستقيم. ثم جد y.

38. **الكتابة في الرياضيات** ما هي الطرق التي يمكن من خلالها تمثيل التغير رياضيًا؟

39. **الاستنتاج** حدد إذا ما كانت عبارة *المستقيم له ميل يكون عدًا* حقيقيًا صحيحة *أحيانًا أم دائمًا* أم غير صحيحة *مطلقًا*. اشرح استنتاجك.

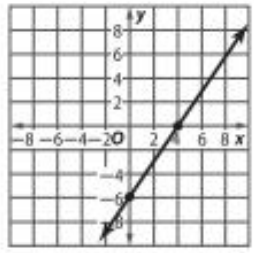
40. **الكتابة في الرياضيات** صف عملية إيجاد معدل التغير لكل مما يأتي.

a. جدول قيم **b.** تمثيل بياني **c.** معادلة

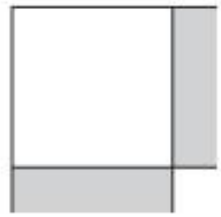
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

41. إجابة شبكية ما هو ميل المستقيم المبين في التمثيل البياني؟

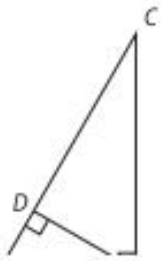


42. SAT/ACT في الشكل أدناه، يحتوي المربع الكبير على مربعين أصغر. فإذا كانت مساحة المربعين الأصغر تبلغ 4 و 25، فما هو مجموع محيطات المستطيلين المظللين؟



A 14
B 20
C 24
D 28
E 49

43. الهندسة في $\triangle ABC$ المبين، $AC = 16$ و $m\angle DAB = 60°$. فما هو قياس $\overline{BD}$؟



F $9\sqrt{2}$
G 9
H $4\sqrt{3}$
J 4

44. يبين الجدول تكلفة الموز اعتمادًا على الكمية التي تم شراؤها. ما هو الاستنتاج الذي يمكن استنتاجه على أساس المعلومات في الجدول؟

تكلفة الموز	
عدد الكيلوجرامات	التكلفة (AED)
2.3	5.33
9.1	16.9
22.7	38.57
45.4	69.79

A ستكون تكلفة 4.5 كيلوجرامات من الموز أكثر من AED 14.69.

B ستكون تكلفة 90.7 كيلوجرامات من الموز أكثر من AED 139.57.

C تكون تكلفة الموز دائمًا أكثر من AED 0.73 لكل كيلوجرام.

D تكون تكلفة الموز دائمًا أقل من AED 1.03 لكل كيلوجرام.

مراجعة شاملة

اذكر إن كانت كل معادلة أو دالة هي دالة خطية. واكتب نعم أو لا. واشرح. (الدرس 2-2)

45. $6y - 8x = 19$ **46.** $4x^2 = 2y - 9$ **47.** $18 = 2xy + 6$

جد قيمة كل دالة. (الدرس 2-1)

48. $f(-9)$ إذا كانت $f(x) = -7x + 8$ **49.** $g(-4)$ إذا كانت $g(x) = -3x^2 + 2$ **50.** $h(12)$ إذا كانت $h(x) = 4x^2 - 10x$

51. سباق يوجد 8 متسابقين في سباق 400 m. بكم طريقة مختلفة يمكن أن ينهي أفضل ثلاثة عدائين السباق؟ (الدرس 4-0)

حدد ربع المستوى الإحداثي حيث توجد كل نقطة. (الدرس 1-0)

52. $(-4, -8)$ **53.** $(-2, 6)$ **54.** $(3, -1)$

مراجعة المهارات

حُلّ كل من المعادلات التالية.

55. $8 = 4m - 6$ **56.** $-6 = 3(8) + b$ **57.** $-2 = -3x + 5$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © محفوظ الطبع والتأليف

الدرس 4-5 كتابة المعادلات الخطية

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• حددت ميل المستقيمات.	1 كتابة معادلة لمستقيم معطى ميله ونقطة على المستقيم. 2 كتابة معادلة مستقيم مواز لمستقيم معطى أو متعامد عليه.	• كثيرًا ما تطلب شركات التأمين الطبي من عملائها إجراء دفع مشترك لكل زيارة إلى عيادة الطبيب بالإضافة إلى قسط تأمين سنوي. إذا كانت شركة التأمين تتقاضى AED 2280 سنويًا وتتطلب دفع مبلغ AED 35 لكل زيارة لعيادة الطبيب. فعندئذٍ تمثل المعادلة الخطية $y = 35x + 2280$ إجمالي التكلفة السنوية y لعدد x من الزيارات لعيادة الطبيب.

المفردات الجديدة

صيغة الميل والمقطع slope-intercept form

صيغة النقطة والميل point-slope form

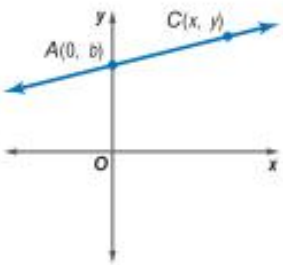
متوازٍ parallel

متعامد perpendicular

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 صيغ المعادلات بالنظر إلى المستقيم المار بالنقطة $A(0, b)$ و $C(x, y)$. لاحظ أن b هي المقطع من المحور الرأسي y. يمكنك استخدام هاتين النقطتين لإيجاد ميل $\overleftrightarrow{AC}$.



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{y - b}{x - 0}$$ $(x_1, y_1) = (0, b), (x_2, y_2) = (x, y)$

$$= \frac{y - b}{x}$$ بتبسيط.

الآن، حل المعادلة لإيجاد قيمة y.

$$mx = y - b$$ اضرب كل طرف في x.

$$mx + b = y$$ اجمع b في الطرفين.

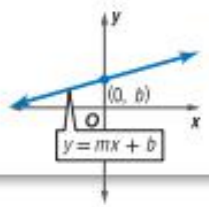
$$y = mx + b$$ خاصية التماثل في المعادلة

المعادلات المكتوبة بهذه الصيغة تكون **بصيغة الميل والمقطع**.

المفهوم الأساسي صيغة الميل والمقطع

الشرح صيغة الميل والمقطع لمعادلة مستقيم هي $y = mx + b$، حيث m هو الميل و b هي المقطع من المحور الرأسي y.

النموذج



الرموز

$$y = mx + b$$

الميل — المقطع من المحور الرأسي y

إذا كان لديك الميل والمقطع من المحور الرأسي y لمستقيم، فيمكنك إيجاد معادلة للمستقيم عن طريق التعويض بقيم m و b في صيغة الميل والمقطع.

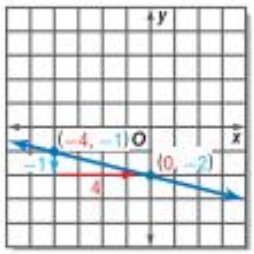
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

في بعض الأحيان يكون من الضروري حساب الميل قبل أن تتمكن من كتابة المعادلة.

انتبه!
الاستنتاج لا يمكن كتابة معادلة مستقيم رأسي في صيغة الميل والمقطع لأن ميلها يكون غير محدد.

مثال 1 اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع

اكتب معادلة وفق صيغة الميل والمقطع للمستقيم.



يتقاطع التمثيل البياني مع المحور y عند -2. لذا فإن $b = -2$.

الخطوة 1 جد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-2 - (-1)}{0 - (-4)}$$ $(x_1, y_1) = (-4, -1), (x_2, y_2) = (0, -2)$

$$= \frac{-1}{4} \text{ أو } -\frac{1}{4}$$ بسّط.

الخطوة 2 عوّض بالقيم في معادلة الميل والمقطع.

$$y = mx + b$$ صيغة الميل والمقطع

$$y = -\frac{1}{4}x - 2$$ $m = -\frac{1}{4}, b = -2$

نصيحة دراسية
التحقق من نتائجك
يمكنك التحقق أن معادلتك تحقق الشروط من خلال تمثيلها بيانيًا.

تمرين موجّه

اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل مستقيم فيما يلي:

1A. ميله $\frac{4}{3}$، ويمر بالنقطة $(0, 4)$

1B. يمر بالنقطتين $(0, -6)$ و $(-4, 10)$

فإذا كنت تعرف ميل المستقيم وإحداثيات نقطة على المستقيم، فيمكنك استخدام **صيغة النقطة والميل** لإيجاد معادلة للمستقيم.

المفهوم الأساسي صيغة النقطة والميل

الشرح صيغة النقطة والميل لمعادلة مستقيم هي $y - y_1 = m(x - x_1)$. حيث (x_1, y_1) هي إحداثيات نقطة على المستقيم و m هو ميل المستقيم.

الرموز

الميل ↓

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

إحداثيات نقطة على المستقيم

مثال 2 كتابة معادلة بمعرفة الميل ونقطة واحدة

اكتب معادلة لمستقيم يمر بالنقطة $(6, -2)$ وميله يساوي -4.

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ صيغة النقطة والميل

$$y - (-2) = -4(x - 6)$$ $(x_1, y_1) = (6, -2), m = -4$

$$y + 2 = -4x + 24$$ بسّط.

$$y = -4x + 22$$ اطرح 2 من كل طرف.

تمرين موجّه

اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل مستقيم فيما يلي:

2A. يمر بالنقطة $(2, 3)$، $m = \frac{1}{2}$

2B. يمر بالنقطة $(-2, -1)$، $m = -3$

محقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك استخدام أي نقطتين على المستقيم لكتابة معادلة.

مثال 3 على الاختبار المعياري كتابة معادلة إذا علمت نقطتين

أي مما يلي هي معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (−2, 7) و (3, −3)؟

A $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

B $y = -2x + 3$

C $y = \frac{1}{2}x + 8$

D $y = 2x + 11$

قراءة فقرة الاختبار

لديك إحداثيات نقطتين على المستقيم.

حل فقرة الاختبار

الخطوة 1 جد ميل المستقيم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ قانون الميل

$$= \frac{-3 - 7}{3 - (-2)}$$ $(x_1, y_1) = (-2, 7)$ و $(x_2, y_2) = (3, -3)$

$$= -\frac{10}{5} \text{ أو } -2$$ بسّط.

الخطوة 2 اكتب معادلة. استخدم أيًا من الأزواج المرتبة لـ (x_1, y_1).

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$ صيغة النقطة والميل

$$y - (-3) = -2(x - 3)$$ $(x_1, y_1) = (3, -3)$ و $m = -2$

$$y + 3 = -2x + 6$$ بسّط.

$$y = -2x + 3$$ اطرح 3 من كل طرف.

الإجابة هي B.

نصيحة **عند حل الاختبار**

التعريفات تأكد من مراجعة المفردات الأساسية. مثل المقطع من المحور الرأسي y. بحيث تستوعب ما تطلبه المسألة.

تمرين **موجّه**

3. أي مما يلي هي معادلة للمستقيم المار بالنقطتين (−9, 4) و (−4, 2)؟

F $y = -\frac{5}{2}x + 1$

G $y = -\frac{5}{2}x - 1$

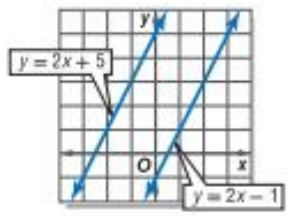
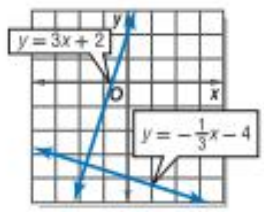
H $y = -\frac{2}{5}x + \frac{37}{5}$

J $y = -\frac{2}{5}x - \frac{37}{5}$

2 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

يمكن للميل أن يساعد على تحديد إذا ما كان مستقيمان متوازيان أم متعامدان.

المفهوم **الأساسي** المستقيمات المتوازية والمتعامدة

المستقيمات المتوازية	المستقيمات المتعامدة
يكون أي مستقيمين غير رأسيين **متوازيين** فقط إذا كان لهما نفس الميل. جميع المستقيمات الرأسية تكون متوازية.	يكون أي مستقيمين غير رأسيين **متعامدين** فقط إذا كان ناتج ضرب ميلهما يساوي −1. المستقيمات الرأسية والأفقية تكون متعامدة.
	
$y = 2x - 1$ و $y = 2x + 5$	$y = -\frac{1}{3}x - 4$ و $y = 3x + 2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

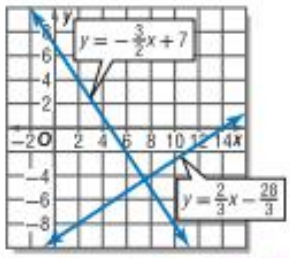
مثال 4 كتابة معادلة لمستقيم متوازي أو متعامد

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المار بالنقطة (5, −6) والعمودي على المستقيم الذي معادلته $y = -\frac{3}{2}x + 7$.

ميل المستقيم المعطى هو $-\frac{3}{2}$. لأن ميل المستقيمات المتعامدة تكون معكوسات ضربية عكسية، ميل المستقيم المتعامد على المستقيم المعطى هو $\frac{2}{3}$.

استخدم صيغة النقطة والميل والنقطة (5, −6).

$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة النقطة والميل
$y - (-6) = \frac{2}{3}(x - 5)$	$(x_1, y_1) = (5, -6)$ و $m = \frac{2}{3}$
$y + 6 = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$	خاصية التوزيع
$y = \frac{2}{3}x - \frac{28}{3}$	اطرح 6 من كل طرف وبسّط.



التحقق مثّل كلتا المعادلتين بيانيًا للتحقق من الحل.

تمرين موجّه

4. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المار بالنقطة (3, 7) والمتوازي مع المستقيم الذي له المعادلة $y = \frac{3}{4}x - 5$.

التحقق من فهمك

مثال 1 **اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل مستقيم فيما يلي:**

1. ميله 1.5، ويمر بالنقطة (0, 5)

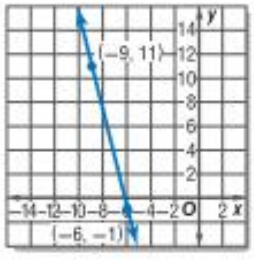
2. يمر بالنقطتين (2, 3−) و (0, 1)

مثال 2

3. يمر بالنقطة (3, 5)؛ $m = -2$

4. يمر بالنقطة (2, −8)؛ $m = \frac{5}{2}$

مثال 3



5. الاختيار من متعدد أي مما يلي هي معادلة للمستقيم المرسوم جانبًا؟

A $y = -4x - 25$

B $y = -\frac{2}{3}x - 5$

C $y = \frac{4}{5}x + \frac{29}{25}$

D $y = 6x + 35$

مثال 4 **المثابرة اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يحقق كل مجموعة من الشروط.**

6. يمر بالنقطة (3, −9)، وعمودي على $y = -\frac{5}{3}x - 8$

7 يمر بالنقطة (10, −4)، ويوازي $y = \frac{7}{8}x - 3$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © محفوظ الطبع والتأليف

التمرين وحل المسائل

مثال 1

اكتب معادلةً وفق صيغة الميل والمقطع لكل مستقيم فيما يلي:

8. ميله 3. يمر بالنقطة $(0, -2)$

9. ميله $-\frac{1}{2}$. يمر بالنقطة $(0, 5)$

10. ميله $-\frac{6}{5}$. يمر بالنقطة $(0, 8)$

11. ميله $\frac{9}{2}$. يمر بالنقطة $\left(0, -\frac{13}{2}\right)$

مثال 2

12. ميله -2. يمر بالنقطة $(-3, 14)$

13. ميله 4. يمر بالنقطة $(6, 9)$

14. ميله $\frac{3}{5}$. يمر بالنقطة $(-6, -8)$

15. ميله $-\frac{1}{4}$. يمر بالنقطة $(12, -4)$

16. وظيفة بدوام جزئي كل أسبوع، يجني عمرو راتبًا أساسيًا يبلغ AED 150 بالإضافة إلى AED 17 لكل كتيب يقوم بتوصيله. اكتب المعادلة التي يمكن استخدامها لإيجاد مقدار ما يجنيه عمرو كل أسبوع. وكم سيجني في الأسبوع الذي يقوم فيه بتوصيل 300 كتيب؟

مثال 3

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط.

17. $(-2, -6), (4, 6)$

18. $(-8, -5), (-3, 10)$

19. $(-4, 12), (-2, -4)$

20. $(4.6, 3.4), (2.2, 2.8)$

21. $(5.5, 0.6), (1.1, 2.8)$

22. $(-25, -16), (-29, 12)$

مثال 4

المثابرة اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يحقق كل مجموعة من الشروط.

23. يمر بالنقطة $(4, 2)$، عمودي على $y = -2x + 3$

24. يمر بالنقطة $h\,(-6, -6)$، متوازٍ مع $y = \frac{4}{3}x + 8$

25. يمر بالنقطة $(12, 0)$، ويوازي $y = -\frac{1}{2}x - 3$

26. يمر بالنقطة $(10, 2)$، عمودي على $y = 4x + 6$

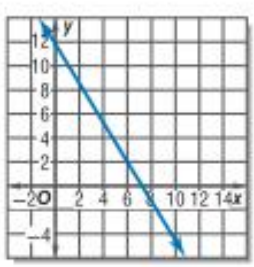
27. المعرفة المالية اشترى سلطان سيارة مستعملة مقابل AED 5900. ويبلغ معدل النفقات الشهرية للسيارة (والتي تشمل التأمين والصيانة، والبنزين) AED 180 شهريًا. اكتب معادلة تمثل التكلفة الإجمالية لشراء وامتلاك السيارة لمدة x من الشهور.

28. متجر طعام ازدادت مبيعات متجر شطائر بشكل خطي تقريبًا من AED 52000 إلى AED 116000 خلال السنوات الخمس الأولى من العمل. اكتب معادلة تمثل المبيعات y بعد x من السنوات. حدد ما ستكون عليه المبيعات في نهاية 12 عامًا إذا استمر النمط.

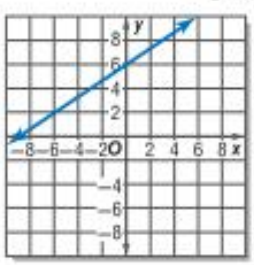
29. الحيتان في عام 2009، كان يقدر وجود 300 حوت شمال أطلسي صائب. ومن المتوقع أن ينخفض عدد الحيتان الشمالية الصائبة بحوالي 25 حوتًا على الأقل كل جيل. اكتب معادلة تمثل عدد الحيتان الشمالية الصائبة التي ستكون موجودة في x من الأجيال.

اكتب معادلةً بصيغة الميل والمقطع لكل تمثيل بياني.

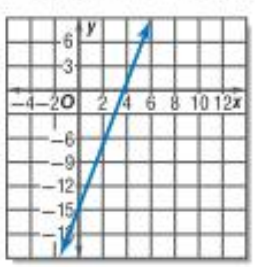
30.



31.



32.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

33. **ورود** يريد خليفة أن يرسل لزوجته شيخة دزينة من الورود. وقد قام بزيارة متجرين. فلأي مسافة يفرض المتجران نفس المبلغ لتوصيل دزينة من الورود؟

متجر (كل الورود)	متجر (نحن الأزهار)
دزينة الورود AED 30 التوصيل AED 3 لكل كيلومتر	دزينة الورود AED 40 التوصيل AED 2 لكل كيلومتر

34. **الكتابة** يمكن استخدام المعادلة $y = 55(23 - x)$ لتمثيل عدد الكلمات y المتبقية لك لكتابتها بعد x من الدقائق.
   a. اكتب هذه المعادلة بصيغة الميل والمقطع.
   b. حدد الميل والمقطع من المحور الرأسي y.
   c. جد عدد الكلمات المتبقية لك لكتابتها بعد 20 دقيقة.

35. **التجنيد** بصفة السيدة لمياء مسؤولة توظيف، تتلقى راتبًا يوميًا بالإضافة إلى العمولة. وعندما توظّف 10 أشخاص، فإنها تجني AED 100. وعندما توظّف 14 شخصًا، فإنها تجني AED 120.
   a. اكتب معادلة خطية لتمثيل هذه الحالة.
   b. ما هو راتب السيدة لمياء اليومي؟
   c. كم ستجني السيدة لمياء في يوم واحد إذا قامت بتوظيف 20 شخصًا؟

36. **تمثيل النماذج** راجع الجدول على اليسار.
   a. اكتب ومثّل بيانيًا المعادلة الخطية التي تعطي المسافة y بالكيلومترات بالنسبة إلى عدد x بالأميال.
   b. ما هي المسافة بالكيلومترات التي تقابل 20 mi؟
   c. ما هو العدد الذي يكون هو نفسه بالكيلومترات والأميال؟ اشرح استنتاجك.

كيلومترات	أميال
161	100
80.5	50

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

37. **التبرير** حدّد ما إذا كانت العبارة التالية صحيحة *دائمًا*، أم *أحيانًا* أم غير صحيحة *مطلقًا*. اشرح استنتاجك.

الشكل الرباعي الذي شكله مستقيمان متوازيان ومستقيمان متعامدان على هذين المستقيمين هو مربع.

38. **تحدٍّ** لديك $\square ABCD$ بالرؤوس $A(a, b)$ و $B(c - a, d)$ و $C(c + a, d)$ و $D(c, b)$. اكتب معادلة لمستقيم متعامد على القطر $\overline{BD}$ الذي يحتوي على A.

39. **الاستنتاج** اكتب $y = ax + b$ بصيغة النقطة والميل.

40. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلات مستقيمين متوازيين بميل سلبي.

41. **الاستنتاج** اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل لمستقيم له نقطة تقاطع مع المحور الأفقي x هي c ونقطة تقاطع مع المحور الرأسي y هي d.

42. **الكتابة في الرياضيات** لماذا تمثل المعادلات الخطية بأكثر من صيغة واحدة؟

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح وأيلوب

تدريب على الاختبار المعياري

43. يُمكننا إيجاد إجمالي التكلفة c بالدراهم للذهاب إلى حديقة الألعاب المائية وركوب n من من الألعاب المائية بالمعادلة

$$c = 15 + 3n.$$

إذا كان إجمالي التكلفة AED 33. فكم عدد الألعاب المائية التي تم ركوبها؟

A 6 B 7 C 8 D 9

44. **إجابة قصيرة** لجمع المال، اشترى نادي الخدمة 1000 علبة حلوى مقابل AED 0.60 لكل منها. إذا كان النادي يبيع جميع علب الحلوى مقابل AED 1 لكل منها. فكم سيبلغ إجمالي الربح؟

45. **الاحتمال** تم إلقاء حجر نرد سداسي الأوجه بطريقة عادلة. فما احتمال أن يظهر رقم أقل من 3 على وجه حجر النرد العلوي؟

F $\frac{1}{6}$ G $\frac{1}{3}$ H $\frac{1}{2}$ J $\frac{2}{3}$

46. **SAT/ACT** ما معادلة المستقيم المار بالنقطتين $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ و $\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$؟

A $y = -2x - \frac{1}{2}$ D $y = \frac{1}{2}x + 1$

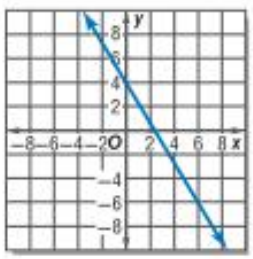
B $y = -3x$ E $y = -2x - \frac{5}{2}$

C $y = 2x - 5$

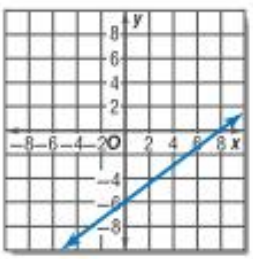
مراجعة شاملة

حدد معدل التغير في كل تمثيل بياني. (الدرس 3-2)

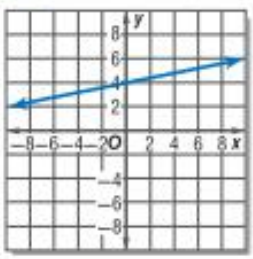
47.



48.



49.



50. **ترفيه** يقرأ سالم حاليًا الصفحة 210 من رواية ملحمية يبلغ عدد صفحاتها 980 صفحة. وهو يخطط لقراءة 30 صفحة يوميًا حتى ينهي الرواية. اكتب وحل المعادلة الخطية لتحديد عدد الأيام التي سوف يستغرقها سالم لاستكمال الرواية. (الدرس 2-2)

حل كل متباينة. (الدرس 5-1)

51. $-6x - 4 \leq 12 - 2x$

52. $\frac{x + 2}{5} > -3x + 1$

53. $\frac{5x + 3}{3} \geq \frac{4x - 2}{5}$

حدد إذا ما كانت المثلثات التي لها الأطوال التالية هي مثلثات قائمة الزاوية.

54. 5, 12, 13

55. 36, 48, 60

56. 7, 23, 25

اضرب.

57. $(4c - 6)(2c + 5)$

58. $(-3b + 2)(b + 3)$

59. $(2a - 5)(-3a - 4)$

مراجعة المهارات

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. عبّر عن الإجابة في صورة كسر في أبسط صورة.

60. (4, 8), (−2, −6)

61. (−6, 3), (−2, 9)

62. (−4, −1), (−8, −8)

63. (12, 4), (42, 10)

64. (10.5, −3), (18, −8)

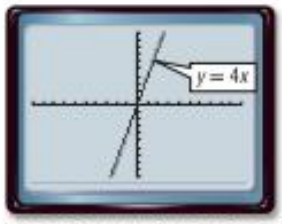
65. (3.5, −2.5), (−1, −2)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5-4 مختبر تقنية التمثيل البياني
التغير الطردي

معادلة التغير الطردي هي حالة خاصة من المعادلة الخطية. ويمكن التعبير عن **التغير الطردي** بالصيغة $y = kx$. وهذا يعني أن y هي مضاعف لـ x. و k في هذه المعادلة هي ثابت ويطلق عليه **ثابت التغير**.

لاحظ أن التمثيل البياني لـ $y = 4x$ هو خط مستقيم يمر بنقطة الأصل. معادلة التغير الطردي هي حالة خاصة من معادلة مكتوبة في صيغة الميل والمقطع، $y = mx + b$. عندما تكون $m = k$ و $b = 0$. فإن $y = mx + b$ تصبح $y = kx$. لذا فإن ميل معادلة التغير الطردي هو ثابت التغير لها.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

للتعبير عن تغير طردي، نقول أن y تتغير طرديًا حسب x. وبكلمات أخرى، كلما تزداد x، تزداد y أو تقل كمعدل ثابت.

المفهوم الأساسي التغير الطردي

y تتغير طرديًا حسب x في حالة وجود بعض القيم الثابتة التي لا تساوي الصفر k بحيث تكون $y = kx$. ويُطلق على k *ثابت التغير*.

النشاط

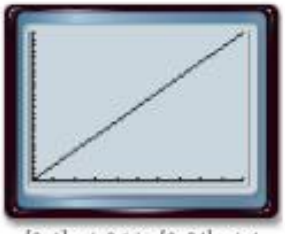
الذهب يتغير تقييم القيراط r لجسم من الذهب طرديًا حسب النسبة المئوية p للذهب في الجسم. فالخاتم الـ 14 قيراطًا يكون به 58.25% من الذهب.

a. اكتب ومثّل بيانيًا معادلة تربط بين r و p.

استخدم النقطة (0.5825, 14) لإيجاد ثابت التغير.

معادلة التغير الطردي	$y = kx$
$x = 0.5825, y = 14$	$14 = k(0.5825)$
اقسم الطرفين على 0.5825.	$24.03 \approx k$

معادلة التغير الطردي هي $r = 24.03p$.


[0, 1] scl: 0.1 by [0, 24] scl: 1

b. جد تقييم القيراط لخاتم يحتوي على 75% من الذهب.

استخدم الحاسبة لإيجاد تقييم القيراط.

خطوات العملية على الحاسبة: 0.75 [CALC] 2nd ENTER 18.0225

يكون تقييم القيراط لخاتم نسبة الذهب به 75% هو 18 قيراطًا.

التحقق الذهني 75% = $\frac{3}{4}$ فكّر في أن

$\frac{3}{4}$ من 24 = 24 من 75% فكّر في أن $\frac{3}{4}$ من 24 هو 18.

= 18 ✓

التمارين

1. **السباحة** عند السباحة تحت الماء، يتغير الضغط على أذنيك طرديًا مع العمق الذي تسبح عنده. فإذا كنت تسبح عند 2.4 m تحت الماء، يبلغ الضغط على أذنيك 0.24 kg/cm^2. اكتب ومثّل بيانيًا معادلة للتغير الطردي تربط بين الضغط والعمق. ثم جد الضغط عند عمق 19.8 m.
2. مثّل معادلات التغير الطردي $y = -4x$ و $y = -2x$ و $y = 4x$ و $y = 2x$ بيانيًا. وقارن وبيّن الفرق بين التمثيلات البيانية للمعادلات.

محقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اختبار منتصف الوحدة
الدروس من 1-5 إلى 4-5

1. حدد مجال ومدى العلاقة $\{(-3, 2), (4, 1), (0, 3), (5, -2), (2, 7)\}$. ثم حدد إذا ما كانت العلاقة دالة.

2. مثل $y = 2x - 3$ بيانيًا وحدد إذا ما كانت المعادلة هي *دالة*. دالة واحد لواحد أو شاملة *أو كليهما* أو *ليس أي منهما*. واذكر إذا ما كانت *منفصلة* أم *متصلة*.

بمعرفة $f(x) = 3x^3 - 2x + 7$. جد كل قيمة.

3. $f(-2)$ 4. $f(2y)$ 5. $f(1.4)$

6. اذكر إذا ما كانت $f(x) = 2x^2 - 9$ هي دالة خطية. اشرح.

7. **الاختيار من متعدد** يتم إعطاء التسعير اليومي لتأجير سيارة متوسطة الحجم بواسطة العلاقة $f(x) = 0.35x + 49$. حيث x من الكيلومترات. جد تكلفة استئجار سيارة تمت قيادتها 250 كيلومترًا.

A AED 84

B AED 112.50

C AED 136.50

D AED 215

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. وحدد A و B و C.

8. $y = -6x + 5$ 9. $y = 10x$

10. $-\frac{5}{8}x = 2y + 11$ 11. $0.5x = 3$

جد التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y في التمثيل البياني لكل معادلة. ثم مثل المعادلة بيانيًا باستخدام القاطعين.

12. $4x - 3y + 12 = 0$

13. $10 - x = 2y$

14. **السرعة** يوضح الجدول المسافة المقطوعة بالسيارة بعد كل مرة معطاة بالدقائق. جد معدل التغيير في المسافة للسيارة.

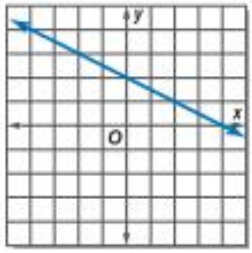
الزمن (min)	المسافة (km)
15	20
30	40
45	60
60	80
75	100

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. عبّر عن الإجابة في صورة كسر في أبسط صورة.

15. $(-2, 6), (1, 15)$ 16. $(3, 5), (7, 15)$

17. $(4, 8), (4, -3)$ 18. $(-2.5, 4), (1.5, -2)$

19. جد ميل المستقيم المبين.



اكتب معادلة للمستقيم الذي يحقق كل مجموعة من الشروط.

20. ميله $\frac{2}{3}$. يمر بالنقطة $(3, -4)$

21. ميله -2.5. يمر بالنقطة $(1, 2)$

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل مجموعة من النقاط.

22. $(-2, 3), (4, 1)$ 23. $(4.2, 3.6), (1.8, -1.2)$

24. **الاختيار من متعدد** كل أسبوع. يجني حسام AED 32 بالإضافة إلى AED 0.25 لكل صحيفة يقوم بإيصالها. اكتب معادلة يمكن استخدامها لتحديد مقدار ما يجنيه حسام كل أسبوع. وكم يجني خلال أسبوع يقوم فيه بإيصال 240 صحيفة؟

F AED 75

G AED 92

H AED 148

J AED 212

25. **العمل بدوام جزئي** يعمل علي كسائق توصيل بيتزا. كل يوم يعطيه صاحب عمله AED 20 بالإضافة إلى AED 0.50 لكل بيتزا يقوم بتوصيلها.

a. اكتب المعادلة التي يمكن استخدامها لتحديد مقدار ما يجنيه علي كل يوم إذا قام بتوصيل x فطيرة بيتزا.

b. ما مقدار ما سيجنيه في اليوم الذي سيقوم فيه بتوصيل 20 فطيرة بيتزا؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5-5 الدوال الخاصة

السابق	الحالي	لماذا؟
• كتبت المعادلات الخطية.	1 كتابة وتمثيل الدوال متعددة التعريف بيانيًا.	• يبين الجدول جدولاً حديثًا لمعدل ضريبة الدخل الفيدرالية. ومبلغ ضريبة الدخل الفيدرالية التي يتعين على الفرد دفعها هو دالة للدخل.
	2 كتابة وتمثيل الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة.	

جدول معدل الضريبة الفيدرالية - للشخص الأعزب		
إذا كان الدخل الخاضع للضريبة أعلى من	ولكن ليس أعلى من	الضريبة هي:
AED 0	AED 7,825	10% من المبلغ الأعلى من AED 0
AED 7,825	AED 31,850	AED 782.50 زائد 15% من المبلغ الأعلى من AED 7,825
AED 31,850	AED 77,100	AED 386.25,4 زائد 25% من المبلغ الأعلى من AED 31,850
AED 77,100	AED 160,850	AED 698.75,15 زائد 28% من المبلغ الأعلى من AED 77,1000
AED 160,850	AED 349,700	148.75 AED,39 زائد 33% من المبلغ الأعلى من AED 160,850
AED 349,700	دون حد	469.25 AED,101 زائد 35% من المبلغ الأعلى من AED 349,700

المصدر: خدمة العائدات الداخلية

المفردات الجديدة

دالة متعددة التعريف piecewise-defined function

دالة خطية متعددة التعريف piecewise-linear function

دالة درجية step function

دالة أكبر عدد صحيح greatest integer function

دالة القيمة المطلقة absolute value function

ممارسات في الرياضيات

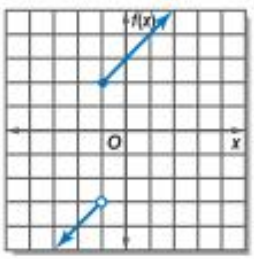
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 الدوال متعددة التعريف

الدالة التي تربط الدخل بالضريبة ليست دالة خطية لأن كل فترة أو قطعة من الدالة يتم تعريفها بواسطة تعبير مختلف. تسمى الدالة المكتوبة باستخدام تعبيرين أو أكثر **دالة متعددة التعريف**. على التمثيل البياني لدالة متعددة التعريف، تشير نقطة إلى أن النقطة مضمنة في التمثيل البياني. تشير دائرة إلى أن النقطة غير مدرجة في التمثيل البياني.

مثال 1 دالة متعددة التعريف

مثّل بيانيًا $f(x) = \begin{cases} x-2 & , \quad x < -1 \\ x+3 & , \quad x \geq -1 \end{cases}$ وحدد المجال والمدى.



الخطوة 1 مثّل بيانيًا $f(x) = x - 2$ حيث $x < -1$.

$$\begin{aligned} f(x) &= x - 2 \\ &= (-1) - 2 \\ &= -3 \end{aligned}$$

نظرًا لأن -1 لا يحقق المتباينة، ابدأ بدائرة عند $(-1, -3)$.

الخطوة 2 مثّل بيانيًا $f(x) = x + 3$ حيث $x \geq -1$.

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 3 \\ &= (-1) + 3 \\ &= 2 \end{aligned}$$

نظرًا لأن -1 يحقق المتباينة، ابدأ بنقطة عند $(-1, 2)$.

يتم تعريف الدالة لجميع قيم x. لذا فإن المجال يكون أعدادًا حقيقية بالكامل.

تكون إحداثيات نقاط $f(x)$ على التمثيل البياني أعدادًا حقيقية بالكامل أقل من -3 وأعدادًا حقيقية بالكامل أكبر من أو تساوي 2. لذا فالمدى هو $\{f(x) | f(x) < -3$ أو $f(x) \geq 2\}$.

تمرين موجّه

1. مثّل بيانيًا $f(x) = \begin{cases} x+2 & , \quad x < 0 \\ x & , \quad x \geq 0 \end{cases}$. وحدد المجال والمدى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

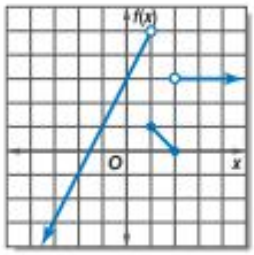
غالبًا ما يتم تعريف الدوال متعددة التعريف بواسطة عدة دوال خطية.

نصيحة دراسية

التمثيلات البيانية للدوال متعددة التعريف قد تتصل التمثيلات البيانية لأجزاء مختلفة من الدالة متعددة التعريف أو قد لا تتصل. وقد يتوقف التمثيل البياني أيضًا عند قيمة x معينة ثم يبدأ عند قيمة y مختلفة لنفس قيمة x.

مثال 2 كتابة دالة متعددة التعريف

اكتب الدالة متعددة التعريف التي يمثّلها التمثيل البياني.



افحص واكتب دالة لكل جزء من التمثيل البياني.

الجزء الأيسر من التمثيل البياني هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2x + 3$. وتوجد دائرة عند النقطة (1, 5). إذًا يتم تعريف الدالة الخطية حيث $\{x|x < 1\}$.

الجزء الأوسط من التمثيل البياني هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = -x + 2$. وتوجد نقطتين عند (1, 1) و (2, 0). لذا يتم تعريف الدالة الخطية حيث $\{x|1 \le x \le 2\}$.

الجزء الأيمن من التمثيل البياني هو الدالة الثابتة $f(x) = 3$. وتوجد دائرة عند (2, 3). لذا يتم تعريف الدالة الثابتة لـ $\{x|x > 2\}$.

كتابة الدالة متعددة التعريف

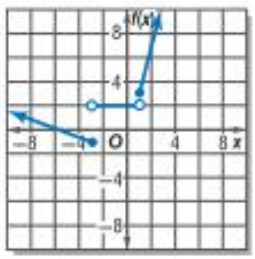
$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x < 1 \\ -x + 2 & 1 \le x \le 2 \\ 3 & x > 2 \end{cases}$$

التحقق يبيّن التمثيل البياني جزءًا من مستقيم له ميل موجب حيث $x < 1$. والتمثيل البياني له ميل سالب حيث $1 \le x \le 2$ وميل ثابت حيث $x > 2$. الدالة صحيحة للتمثيل البياني.

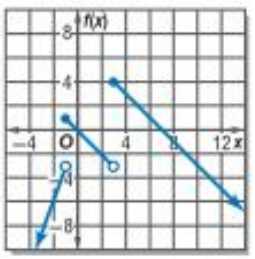
تمرين موجّه

اكتب الدالة متعددة التعريف التي يمثّلها كل تمثيل بياني.

2A.



2B.

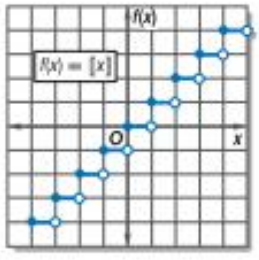


2 الدوال الدرجية ودوال القيمة المطلقة

بعكس الدوال متعددة التعريف، فإن **الدالة الخطية متعددة التعريف** تحتوي على تعبير واحد. وهناك نوع شائع من الدوال الخطية متعددة التعريف، ألا وهو الدالة الدرجية. ويتكون التمثيل البياني **للدالة الدرجية** من قطع مستقيمة.

نصيحة دراسية

دالة أكبر عدد صحيح لاحظ أن مجال هذه الدالة الدرجية هو أعداد حقيقية بالكامل وأن المدى أعداد صحيحة بالكامل.



دالة أكبر عدد صحيح وتكتب $f(x) = [x]$. هي إحدى أنواع الدوال الدرجية. والرمز $[x]$ يعني أكبر عدد صحيح يقل عن أو يساوي x. *على سبيل المثال*،

$[3.25] = 3$ و $[-4.6] = -5$.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام دالة درجية

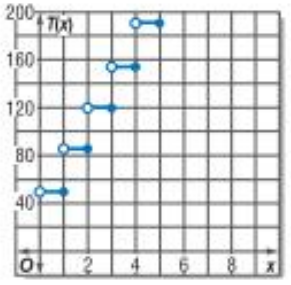
الأعمال **مركز إصلاح السيارات يتقاضى AED 50 لأي جزء من الساعة الأولى من العمل، و AED 35 لأي جزء من كل ساعة إضافية. ارسم تمثيلًا بيانيًا يمثل هذه الحالة.**

افهم تكلفة العمل الإجمالية تبلغ AED 50 للساعة الأولى زائد AED 35 لكل كسر إضافي من الساعة. إذًا فالتمثيل البياني سيكون دالة درجية.

خطط إذا كان الوقت الذي ينقضي في العمل أكثر من 0 ساعة، ولكن أقل من أو يساوي ساعة واحدة، فإن تكلفة العمل تبلغ AED 50. فإذا كان الوقت أكثر من ساعة واحدة ولكن أقل من ساعتين، فإن تكلفة العمل تبلغ AED 85. وهكذا.

حل استخدم نمط الأوقات والتكاليف لعمل جدول، حيث x هو عدد ساعات العمل و $T(x)$ هو إجمالي تكلفة العمل. ثم مثّل بيانيًا.

x	$T(x)$
$0 < x \leq 1$	AED 50
$1 < x \leq 2$	AED 85
$2 < x \leq 3$	AED 120
$3 < x \leq 4$	AED 155
$4 < x \leq 5$	AED 190



التحقق بما أن مركز الإصلاح يقرب أي جزء من ساعة إلى العدد الكلي التالي، فإن كل قطعة من التمثيل البياني لها دائرة عند نقطة النهاية اليسرى ونقطة عند نقطة النهاية اليمنى.

تمرين موجّه

3. إعادة التدوير تدفع شركة لإعادة التدوير مبلغ AED 5 مقابل كل صندوق ممتلئ من الصحف. هي لا تدفع أي مقابل للصناديق الممتلئة جزئيًا. ارسم تمثيلًا بيانيًا يبين مقدار المال $P(x)$ مقابل عدد الصناديق x التي تم إحضارها إلى مركز إعادة التدوير.

دالة متعددة التعريف خطية أخرى هي دالة القيمة المطلقة. **دالة القيمة المطلقة** هي دالة تحتوي على تعبير جبري ضمن رموز القيمة المطلقة.

المفهوم الأساسي الدالة الأصلية لدوال القيمة المطلقة

الدالة الأصلية: $f(x) = |x|$. تعرّف باستخدام

$$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$$

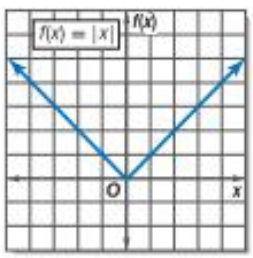
نوع التمثيل البياني: على شكل V

المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الحقيقية غير السالبة

التقاطع: $x = 0,\ f(x) = 0$

غير معرّفة: $f(x) < 0$



الربط بتاريخ الرياضيات

كارل ويرستراس

(1815–1897) درس ويرستراس القانون والاقتصاد والموارد المالية في جامعة بون. تنفيذاً لرغبة والده ولكن بعد ذلك تركها ليدرس اهتمامه الحقيقي، وهو الرياضيات. في جامعة مونستر. وفي مقال عام 1841. استخدم ويرستراس لأول مرة || للتعبير عن القيمة المطلقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

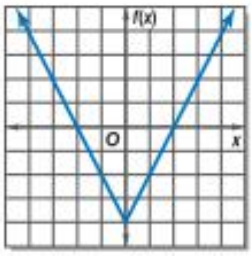
مثال 4 دوال القيمة المطلقة

مثّل بيانيًا $f(x) = |2x| - 4$. حدد المجال والمدى.

أنشئ جدولًا للقيم.

x	$\|2x\| - 4$
−3	2
−2	0
−1	−2
0	−4
1	−2
2	0
3	2

مثّل النقاط وصلها.



المجال هو مجموعة الأعداد الحقيقية. والمدى هو $\{f(x) | f(x) \geq -4\}$.

تمرين موجّه

مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.

4A. $f(x) = |x - 2|$

4B. $f(x) = -|x| + 1$

التحقق من فهمك

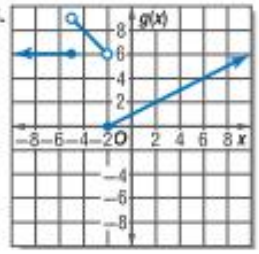
مثال 1 **مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.**

1. $g(x) = \begin{cases} -3 & , \quad x \leq -4 \\ x & , \quad -4 < x < 2 \\ -x + 6 & , \quad x \geq 2 \end{cases}$

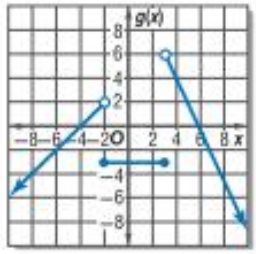
2. $f(x) = \begin{cases} 8 & , \quad x \leq -1 \\ 2x & , \quad -1 < x < 4 \\ -4 - x & , \quad x \geq 4 \end{cases}$

مثال 2 **اكتب الدالة متعددة التعريف التي يمثّلها كل تمثيل بياني.**

3.



4.



مثال 3 **5 التبرير** يمكن أن يضم مسرح مدرسة سبرينغفيلد الثانوية 250 طالبًا. ونادي الدراما بعرض مسرحية في المسرح. ارسم تمثيلًا بيانيًا للدالة الدرجية التي تبين العلاقة بين عدد التذاكر المبيعة x والحد الأدنى من المسرحيات y التي يجب أن يعرضها نادي الدراما.

مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.

6. $g(x) = -2[x]$

7. $h(x) = [x - 5]$

مثال 4 **مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.**

8. $g(x) = |-3x|$

9. $f(x) = 2|x|$

10. $h(x) = |x + 4|$

11. $s(x) = |-2x| + 6$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.**

12. $f(x) = \begin{cases} -3x, x \le -4 \\ x, 0 < x \le 3 \\ 8, x > 3 \end{cases}$

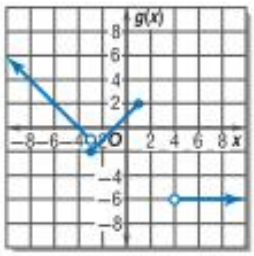
13. $f(x) = \begin{cases} 2x, x \le -6 \\ 5, -6 < x \le 2 \\ -2x + 1, x > 4 \end{cases}$

14. $g(x) = \begin{cases} 2x + 2, x < -6 \\ x, -6 \le x \le 2 \\ -3, x > 2 \end{cases}$

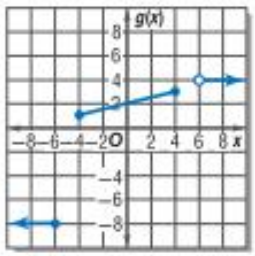
15. $g(x) = \begin{cases} -2, x < -4 \\ x - 3, -1 \le x \le 5 \\ 2x - 15, x > 7 \end{cases}$

مثال 2 **اكتب الدالة متعددة التعريف التي يمثّلها كل تمثيل بياني.**

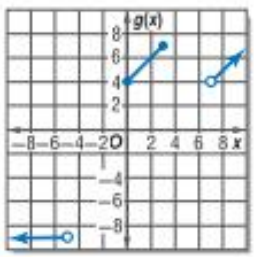
16.



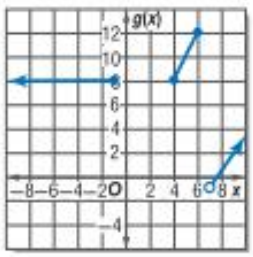
17



18.



19.



مثال 3 **مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.**

20. $f(x) = [x] - 6$

21. $h(x) = [3x] - 8$

22. $f(x) = [3x + 2]$

23. $g(x) = 2[0.5x + 4]$

مثال 4 **مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.**

24. $f(x) = |x - 5|$

25. $g(x) = |x + 2|$

26. $h(x) = |2x| - 8$

27. $k(x) = |-3x| + 3$

28. $f(x) = 2|x - 4| + 6$

29. $h(x) = -3|0.5x + 1| - 2$

30. العطاء يقوم صالح بالتبرع بالمال والتطوع بوقته لمنظمة تعمل على استعادة المنازل للمحتاجين. وسيدفع صاحب العمل مثل تبرعاته النقدية حتى 100 AED.

a. حدد نوع الدالة التي تمثل المبلغ الإجمالي للأموال التي تلقتها المؤسسة الخيرية عندما يتبرع صالح بـ x درهم.

b. اكتب ومثّل بيانيًا دالة للحالة.

31. الاستنتاج المنطقي يقرأ عداد السرعة للسيارة 60 km/h.

a. اكتب دالة قيمة مطلقة للفرق بين السرعة الفعلية للسيارة a وقراءة عداد السرعة.

b. ما هو المجال المناسب للدالة؟ اشرح استنتاجك.

c. استخدم المجال لتمثيل الدالة بيانيًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوقت	السعر
$\frac{1}{2}$ ساعة	AED 6
ساعة واحدة	AED 10
ساعتان	AED 16
يومًا	AED 24

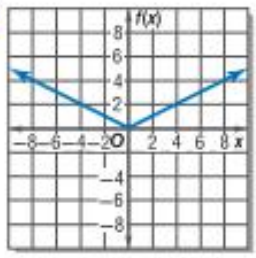
32. الترفيه رسوم استئجار دراجة من متجر تأجير لفترات مختلفة من الوقت موضّح على اليسار.

a. حدد نوع الدالة التي تمثل هذه الحالة.

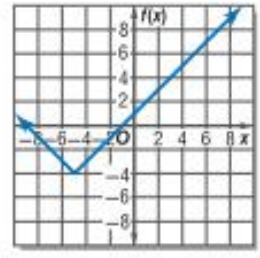
b. اكتب ومثّل بيانيًا دالة لهذه الحالة.

استخدم كل تمثيل بياني لكتابة دالة القيمة المطلقة.

33



34.



مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.

35. $f(x) = \lfloor\lfloor 0.5x \rfloor\rfloor$

36. $g(x) = \left|\lfloor 2x \rfloor\right|$

37. $g(x) = \begin{cases} \lfloor x \rfloor, & x < -4 \\ x + 1, & -4 \le x \le 5 \\ -|x|, & x > 3 \end{cases}$

38. $h(x) = \begin{cases} -|x|, & x < -6 \\ |x|, & -6 \le x \le 2 \\ |-x|, & x > 2 \end{cases}$

39. التمثيلات المتعددة فكّر في دوال القيمة المطلقة التالية.

$$f(x) = |x| - 4 \qquad g(x) = |3x|$$

a. جدوليّ استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء جدول لقيم $f(x)$ و $g(x)$ حيث $x = -4$ إلى $x = 4$.

b. بيانيًا مثّل الدوال بيانيًا على تمثيلات بيانية منفصلة.

c. عدديًا حدد الميل بين كل نقطتين متتاليتين في الجدول.

d. لفظيًا صف كيف يرتبط ميل جزأي التمثيل البياني للقيمة المطلقة. يكون لجزأي التمثيل البياني للقيمة المطلقة ميل معاكس. يكون الميل ثابتًا لكل جزء من التمثيل البياني.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

40. مسألة غير محددة الإجابة اكتب علاقة قيمة مطلقة حيث يكون المجال جميع الأعداد غير السالبة والمدى هو كل الأعداد الحقيقية.

41. تحدٍّ مثّل بيانيًا $|y| = 2|x + 3| - 5$.

42. الفرضيات ابحث عن مثال مضاد للعبارة واشرح استنتاجك.

من أجل إيجاد دالة أكبر عدد صحيح لـ x عندما لا تكون x عددًا صحيحًا، قرب x إلى أقرب عدد صحيح.

43. مسألة غير محددة الإجابة اكتب دالة القيمة المطلقة حيث تكون $f(5) = -3$.

44. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف يمكن استخدام الدوال متعددة التعريف لتمثيل المسائل من الحياة اليومية بدقة.

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © محفوظ للطبع والتأليف

تدريب على الاختبار المعياري

45. إجابة قصيرة أي تعبير يعطي الحد *النوني* للنمط الخطي المحدد بواسطة الجدول؟

2	4	6	8	n
7	13	19	25	?

46. حل: $5(x + 4) = x + 4$

الخطوة 1: $5x + 20 = x + 4$

الخطوة 2: $4x + 20 = 4$

الخطوة 3: $4x = 24$

الخطوة 4: $x = 6$

ما أول خطوة خاطئة في الحل المبيّن أعلاه؟

A الخطوة 4 C الخطوة 2

B الخطوة 3 D الخطوة 1

47. نظرية الأعداد يتم ترتيب اثني عشر عددًا صحيحًا متتاليًا بالترتيب من الأقل إلى الأعلى. فإذا كان مجموع الأعداد الصحيحة الستة الأولى هو 381. فما مجموع الأعداد الصحيحة الستة الأخيرة؟

F 345

G 381

H 387

J 417

48. SAT/ACT لأي دالة تكون $f\left(-\frac{1}{2}\right) \neq -1$؟

A $f(x) = 2x$ D $f(x) = [2x]$

B $f(x) = |-2x|$ E $f(x) = -|2x|$

C $f(x) = [x]$

مراجعة شاملة

49. رياضة يوجد 15,991 طالبًا رياضيًا في نيويورك أكثر من إلينوي. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد الطلاب الرياضيين في إلينوي. (الدرس 3-1)

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الموصوف. (الدرس 4-2)

50. المار بالنقطة $(-3, -6)$، ومتعامد على $y = -2x + 1$

51. المار بالنقطة $(4, 0)$، ويوازي $3x + 2y = 6$

52. المار بالنقطة الأصل، ومتعامد على $4x - 3y = 12$

جد كل قيمة إذا كانت $f(x) = -4x + 6$ و $g(x) = -x^2$ و $h(x) = -2x^2 - 6x + 9$. (الدرس 1-2)

53. $f(2c)$

54. $g(a + 1)$

55. $h(6)$

مراجعة المهارات

مثّل كل معادلة بيانيًا.

56. $y = -0.25x + 8$

57. $y = \frac{4}{3}x + 2$

58. $8x + 4y = 32$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

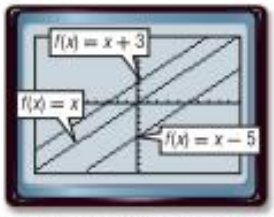
5-6 مختبر تقنية التمثيل البياني
مجموعات المستقيمات

الدالة الأصلية لمجموعة الدوال الخطية هي $f(x) = x$. يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف كيف يؤثر تغيير المعلمتين m و b في $f(x) = x + 3$ على التمثيلات البيانية مقارنةً بالدالة الأصلية.

النشاط 1 b في $f(x) = mx + b$

مثّل $f(x) = x$ و $f(x) = x + 3$ و $f(x) = x - 5$ بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

أدخل المعادلات في قائمة Y= في صورة Y1 و Y2 و Y3. ثم مثّل المعادلات بيانيًا.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

خطوات العملية على الحاسبة:

Y= X,T,θ,n ENTER X,T,θ,n + 3
ENTER X,T,θ,n − 5 ENTER ZOOM 6

1A. قارن بين التمثيلات البيانية وبيّن الفرق بينها.

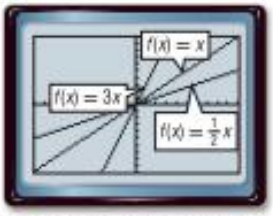
1B. كيف يمكنك الحصول على التمثيلات البيانية للدالتين $f(x) = x + 3$ و $f(x) = x - 5$ من التمثيل البياني للدالة $f(x) = x$؟

المعلمة m في $f(x) = mx + b$ تؤثر على التمثيلات البيانية بطريقة مختلفة عن b.

النشاط 2 m في $f(x) = mx + b$

مثّل $f(x) = x$ و $f(x) = 3x$ و $f(x) = \frac{1}{2}x$ بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

أدخل المعادلات في قائمة Y= ومثّلها بيانيًا.



[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

2A. ما أوجه الشبه بين التمثيلات البيانية؟

2B. أي تمثيل بياني هو الأكثر انحدارًا؟ وأي تمثيل بياني هو الأقل انحدارًا؟

2C. مثّل $f(x) = -x$ و $f(x) = -3x$ و $f(x) = -\frac{1}{2}x$ بيانيًا في نافذة العرض القياسية. ما أوجه الشبه بين هذه التمثيلات البيانية؟

تحليل النتائج

مثّل كل مجموعة من المعادلات بيانيًا على نفس الشاشة. وصف أوجه الشبه أو الاختلاف بين التمثيلات البيانية.

1. $f(x) = 3x$
$f(x) = 3x + 1$
$f(x) = 3x - 2$

2. $f(x) = x + 2$
$f(x) = 5x + 2$
$f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

3. $f(x) = x - 3$
$f(x) = 2x - 3$
$f(x) = 0.75x - 3$

4. ما الشيء المشترك بين التمثيلات البيانية للمعادلات من الصيغة $f(x) = mx + b$؟

5. ما مجال ومدى الدوال من الصيغة $f(x) = mx + b$، حيث تكون $m \neq 0$؟

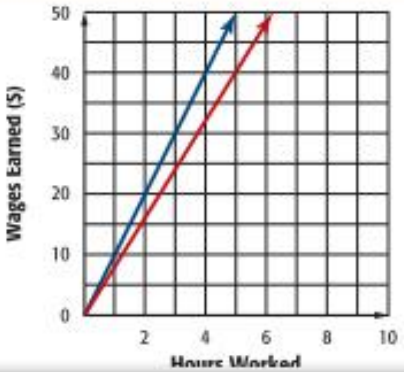
6. كيف تؤثر قيم b و m على التمثيل البياني للدالة $f(x) = mx + b$ مقارنةً بالدالة الأصلية $f(x) = x$؟

7. تلخيص النتائج. كيف يمكن لمعرفة تأثيرات m و b أن يساعدك على رسم التمثيل البياني للدالة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5-6 الدوال الأصلية والتحويلات

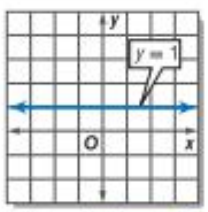
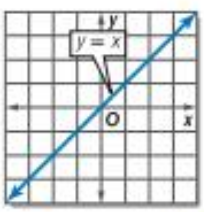
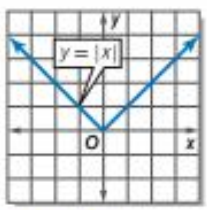
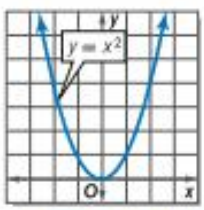
السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بتحليل واستخدام العلاقات والدوال.	1 تحديد واستخدام الدوال الأصلية. 2 وصف تحويلات الدوال.	• يجني أحمد AED 8 في الساعة من العمل في محل بيتزا. ويمثل الخط الأحمر أجره. فإذا كان أيضا يقوم بتوصيل البيتزا، فإنه يجني AED 2 أكثر في الساعة. يمثل الخط الأزرق أجر أحمد عندما يقوم بتوصيل البيتزا. هذه التمثيلات البيانية هي أمثلة على التحويلات.



1 التمثيلات البيانية الأصلية

مجموعة التمثيلات البيانية هي مجموعة من التمثيلات البيانية التي تعرض واحدة أو أكثر من الخصائص المتشابهة. **التمثيل البياني الأصلي** للدالة **الأصلية(الرئيسة)** هو أبسط التمثيلات البيانية في المجموعة. هذا هو التمثيل البياني الذي يتم تحويله لإنشاء أعضاء آخرين في مجموعة التمثيلات البيانية.

المفهوم الأساسي الدوال الأصلية

الدالة الثابتة	الدالة المحايدة
	
المعادلة العامة **لدالة ثابتة** هي $f(x) = a$. حيث a هي أي عدد. والمجال هو كل الأعداد الحقيقية. وينكون المدى من عدد حقيقي واحد a.	**الدالة المحايدة** $f(x) = x$ تمر بجميع النقاط ذات الإحداثيات (a, a). وهي الدالة الأصلية لمعظم الدوال الخطية. ويكون مجالها ومداها كله أعداد حقيقية.
دالة القيمة المطلقة	**الدالة التربيعية**
	
تذكر أن الدالة الأصلية **لدالة القيمة المطلقة** هي $f(x) = \lvert x \rvert$. ويكون مجال $f(x) = \lvert x \rvert$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية. والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 0.	الدالة الأصلية **للدوال التربيعية** هي $f(x) = x^2$. ومجال الدالة $f(x) = x^2$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية. والمدى هو مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي 0.

المفردات الجديدة

- مجموعة التمثيلات البيانية family of graphs
- تمثيل بياني أصلي parent graph
- دالة أصلية parent function
- دالة ثابتة constant function
- الدالة المحايدة identity function
- دالة تربيعية quadratic function
- إزاحة translation
- الانعكاس reflection
- محور الانعكاس line of reflection
- تغيير الأبعاد/التمدد dilation

ممارسات في الرياضيات

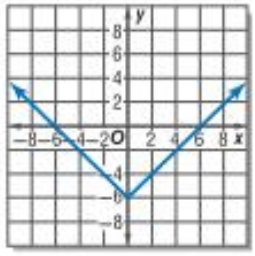
مراعاة الدقة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 تحديد دالة بمعرفة التمثيل البياني

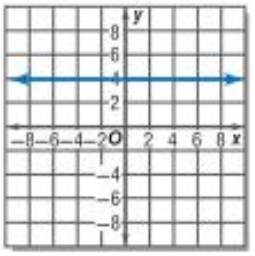
حدد نوع الدالة التي يمثلها كل تمثيل بياني.

a.



التمثيل البياني على شكل حرف V.
التمثيل البيانييمثل دالة ثابتة.

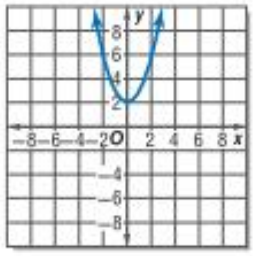
b.



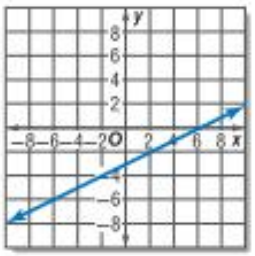
التمثيل البياني يمثل دالة قيمة مطلقة.
التمثيل البياني هو مستقيم أفقي يعبر المحور y عند 4.

تمرين موجّه

1A.



1B.



2 التحويلات

قد تظهر تحويلات التمثيل البياني الأصلي في موقع مختلف، أو مقلوب على محور، أو يبدو أنه تمدد أو انضغط. قد يشبه التمثيل البياني المحول التمثيل البياني الأصلي، أو قد لا يشبهه.

تحرك **الإزاحة** الشكل لأعلى أو أسفل أو لليسار أو لليمين.

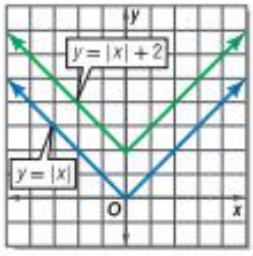
- عند جمع ثابت k إلى أو طرحه من دالة أصلية. تكون النتيجة $f(x) \pm k$ هي إزاحة للتمثيل البياني لأعلى أو لأسفل.
- عند جمع ثابت h إلى أو طرحه من x قبل إيجاد قيمة دالة أصلية. تكون النتيجة $f(x \pm h)$. هي إزاحة لليمين أو اليسار.

قراءة في الرياضيات

الإزاحة يُطلق على الإزاحة أيضًا انزلاق، أو تغير، أو انحدار.

مثال 2 وصف الإزاحات وتمثيلها بيانيًا

صِف الإزاحة في $y = |x| + 2$. ثم مثّل الدالة بيانيًا.



التمثيل البياني لـ $y = |x| + 2$ هو إزاحة للتمثيل البياني لـ $y = |x|$ لأعلى بمقدار وحدتين.

تمرين موجّه

صِف الإزاحة في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.

2A. $y = |x + 3|$

2B. $y = x^2 - 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

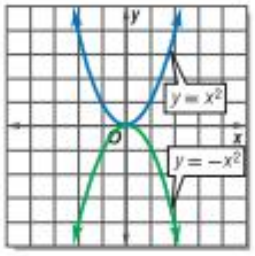
يقلب **الانعكاس** الأشكال على مستقيم يُسمى **مستقيم الانعكاس**.

- عند ضرب دالة أصلية في 1−، تكون النتيجة $-f(x)$ هي انعكاس للتمثيل البياني من المحور x.
- عند ضرب المتغير فقط في 1−، تكون النتيجة $f(-x)$ هي انعكاس للتمثيل البياني من المحور y.

مثال 3 وصف الانعكاسات وتمثيلها بيانيًا

صِف الانعكاس في $y = -x^2$. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

التمثيل البياني لـ $y = -x^2$ هو انعكاس للتمثيل البياني لـ $y = x^2$ حول المحور x.



تمرين موجّه

صِف الانعكاس في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.

3A. $y = -|x|$

3B. $y = -x$

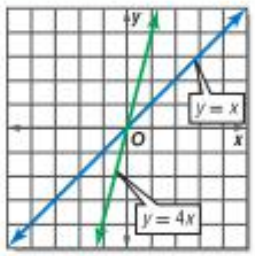
يعمل **تغيير الأبعاد(التمدد)** على تقليل أو توسيع أي شكل نسبيًا. وعند ضرب المتغير في دالة أصلية خطية برقم غير صفري، يتغير ميل التمثيل البياني.

- عندما يتم ضرب دالة أصلية غير خطية في عدد غير صفري، يتم تمديد الدالة أو ضغطها رأسيًا.
- تؤدي المعاملات التي تزيد عن 1 إلى تمديد التمثيل البياني رأسيًا. وتؤدي المعاملات بين 0 و 1 إلى ضغط التمثيل البياني رأسيًا.

مثال 4 وصف التمددات وتمثيلها بيانيًا

صِف تغيير الأبعاد(التمدد) في $y = 4x$. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

التمثيل البياني لـ $y = 4x$ هو تغيير أبعاد/تمدد للتمثيل البياني لـ $y = x$. ويكون ميل التمثيل البياني لـ $y = 4x$ أكثر انحدارًا عن ميل التمثيل البياني لـ $y = x$.



تمرين موجّه

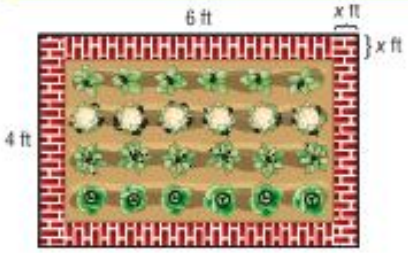
صِف التمدد في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.

4A. $y = 2x^2$

4B. $y = \left|\frac{1}{3}x\right|$

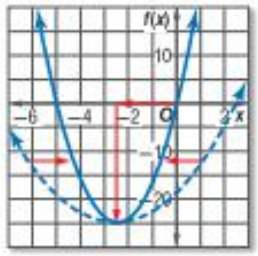
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 من الحياة اليومية تحديد التحويلات



مناظر طبيعية سيقوم عبد العزيز بإضافة ممشى من الطوب حول محيط حديقة الخضراوات الخاصة به. ويمكن تمثيل مساحة الممشى بالدالة $f(x) = 4(x + 2.5)^2 - 25$. قم بوصف التحويلات في الدالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

التمثيل البياني لـ $f(x) = 4(x + 2.5)^2 - 25$ هو مجموعات التحويلات للتمثيل البياني الأصلي $f(x) = x^2$. حدد كيف يؤثر كل تحويل على التمثيل البياني الأصلي.



$f(x) = 4(x + 2.5)^2 - 25$

$+ 2.5$ تزيح $f(x) = x^2$ لليسار بمقدار 2.5 وحدة.

$- 25$ تزيح $f(x) = x^2$ لأسفل بمقدار 25 وحدة.

4 تمدد $f(x) = x^2$ رأسيًا.

الربط بالحياة اليومية

ينفق صاحب المنزل الإماراتي العادي أكثر من AED 1286 سنويًا على النباتات الداخلية والخارجية.

المصدر: American Nursery & Landscape Association

تمرين موجّه

5. **العلوم** يمكن استخدام الدالة $C(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$ لتحديد درجة الحرارة بالدرجات المئوية عند إعطاء درجة الحرارة بالدرجات فهرنهايت. قم بوصف التحويلات في الدالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

يلخص الجدول التغييرات على التمثيل البياني الأصلي بسبب التحويلات المختلفة.

نصيحة دراسية

الانتظام اسأل نفسك هذه الأسئلة لمساعدتك على تحديد التحويلات.

1. ما نوع هذه الدالة؟
2. هل فتحة التمثيل البياني من الأعلى أم الأسفل؟
3. هل تقع الرأس على محور؟

ملخص المفهوم تحويلات الدوال

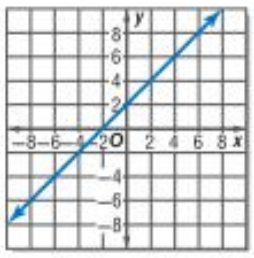
التحويل	التغيير في التمثيل البياني الأصلي
الإزاحة	
$f(x + h),\ h > 0$	إزاحة التمثيل البياني h من الوحدات لليسار.
$f(x - h),\ h > 0$	إزاحة التمثيل البياني h من الوحدات لليمين.
$f(x) + k,\ k > 0$	إزاحة التمثيل البياني k من الوحدات لأعلى.
$f(x) - k,\ k > 0$	إزاحة التمثيل البياني k من الوحدات لأسفل.
الانعكاس	
$-f(x)$	يعكس التمثيل البياني على المحور x.
$f(-x)$	يعكس التمثيل البياني على المحور y.
تغيير الأبعاد/التمدد	
$a \cdot f(x),\ \lvert a \rvert > 1$	يمدد التمثيل البياني رأسيًا.
$a \cdot f(x),\ 0 < \lvert a \rvert < 1$	يضغط التمثيل البياني رأسيًا.
$f(bx),\ \lvert b \rvert > 1$	يضغط التمثيل البياني أفقيًا.
$f(bx),\ 0 < \lvert b \rvert < 1$	يمدد التمثيل البياني أفقيًا.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

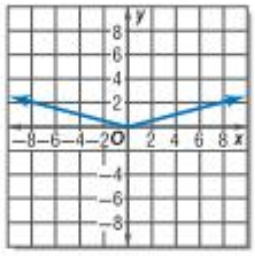
التحقق من فهمك

مثال 1 حدد نوع الدالة التي يمثلها كل تمثيل بياني.

1.



2.



مثال 2 **الاستنتاج المنطقي** قم بوصف الإزاحة في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.

3. $y = x^2 - 4$

4. $y = |x + 1|$

مثال 3 صِف الانعكاس في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.

5. $y = -|x|$

6. $y = (-x)^2$

مثال 4 صِف التمدد في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.

7. $y = \frac{3}{5}x$

8. $y = 3x^2$

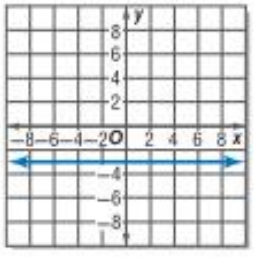
مثال 5

9. **الطعام** يقوم مدير مقهى بفحص مشروبات القهوة التي أعدها الموظفين بشكل عشوائي لضمان وضع الكمية الصحيحة من القهوة في كل كوب. ينبغي أن يحتوي كل مشروب 355 mL على نصف قهوة ونصف حليب مبخر. ويمكن تمثيل كمية القهوة التي تختلف في كل مشروب بالعلاقة $f(x) = \frac{1}{2}|x - 355|$. قم بوصف التحويلات في الدالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

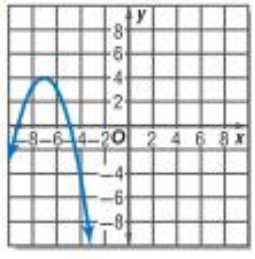
التمرين وحل المسائل

مثال 1 حدد نوع الدالة التي يمثلها كل تمثيل بياني.

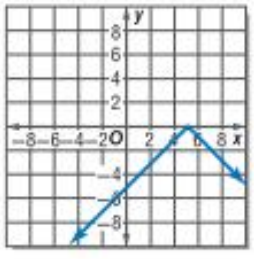
10.



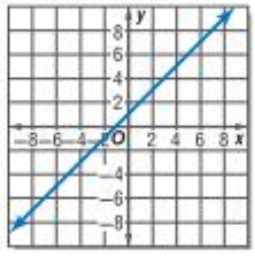
11.



12.



13.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 **قم بوصف الإزاحة في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.**

14. $y = x^2 + 4$
15. $y = |x| - 3$
16. $y = x - 1$
17. $y = x + 2$
18. $y = (x - 5)^2$
19. $y = |x + 6|$

مثال 3 **قم بوصف الانعكاس في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.**

20. $y = -x$
21. $y = -x^2$
22. $y = (-x)^2$
23. $y = |-x|$
24. $y = -|x|$
25. $y = (-x)$

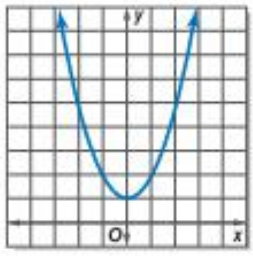
مثال 4 **قم بوصف التمدد في كل دالة، ثم مثّل الدالة بيانيًا.**

26. $y = (3x)^2$
27. $y = 6x$
28. $y = 4|x|$
29. $y = |2x|$
30. $y = \frac{2}{3}x$
31. $y = \frac{1}{2}x^2$

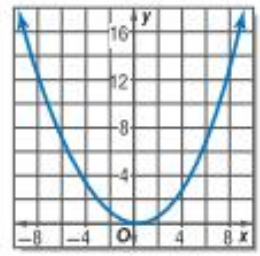
مثال 5 32. **الاستنتاج المنطقي** يمكن لتمرين رياضي لا يعتمد على التلاحم حرق ما يصل إلى 7.5 سعرات حرارية في الدقيقة الواحدة.المعادلة التي تمثل كمية السعرات التي يحرقها الشخص بعد m من الدقائق هي $C(m) = 7.5m$. حدد التحويل في الدالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

اكتب معادلة لكل دالة.

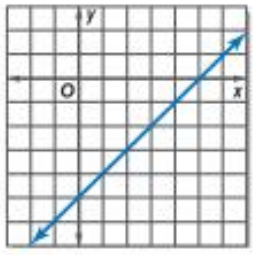
33.



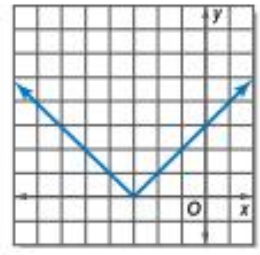
34.



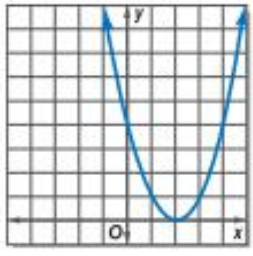
35.



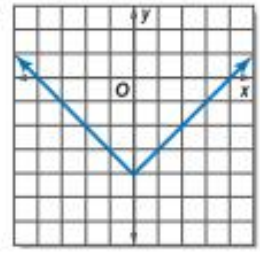
36.



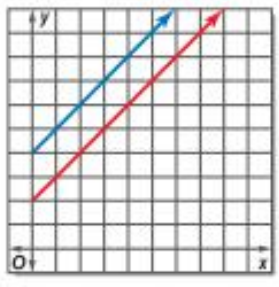
37.



38.

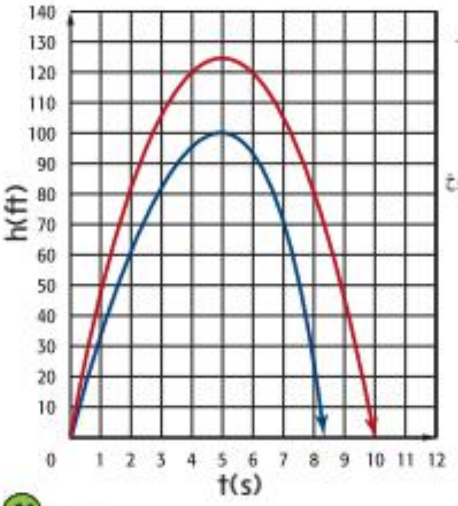


39. **الأعمال** يتم التعبير عن التمثيل البياني لتكلفة إنتاج x من الأدوات الصغيرة x من الأدوات الصغيرة بواسطة المستقيم الأزرق في التمثيل البياني. وبعد تعيين مستشار، يتم تمثيل تكلفة إنتاج x من الأدوات الصغيرة بالمستقيم الأحمر في التمثيل البياني. اكتب معادلات كلا المستقيمين وقم بوصف التحويل من المستقيم الأزرق إلى المستقيم الأحمر.



McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © محفوظ الطبع والتأليف

40. صواريخ أطلق عبدالله صاروخ لعبة من مستوى سطح الأرض. ويظهر صاروخ عبدالله ارتفاع مقذوفه $h(t)$ بعد t من الثواني بالأزرق. ويعتقد عيسى أن صاروخه يمكن أن يطير أعلى وأطول من صاروخ عبدالله. وتظهر رحلة صاروخ عيسى باللون الأحمر.



a. حدد نوع الدالة المبينة.

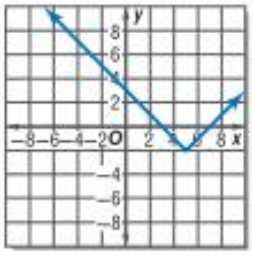
b. ما المدة التي بقي فيها صاروخ عيسى في الهواء أطول من صاروخ عبدالله؟

c. ما الارتفاع الذي وصل إليه صاروخ عيسى أعلى من صاروخ عبدالله؟

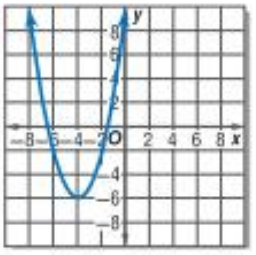
d. قم بوصف نوع التحويل بين التمثيلين البيانيين.

اكتب معادلة لكل دالة.

41



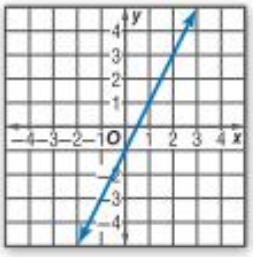
42.



مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

43. تحدٍّ اشرح لماذا يؤدي إجراء إزاحة أفقية متبوعة بإزاحة رأسية إلى نفس التحويل مثل إجراء إزاحة رأسية متبوعة بإزاحة أفقية.

44. نقد تعتقد نجاة أن التمثيل البياني والجدول أدناه يمثلان نفس العلاقة الخطية. وندى غير موافقة. فأيهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



x	y
0	−1
1	1
2	3
3	5

45. مسألة غير محددة الإجابة ارسم شكلاً في الربع الثاني. استخدم أي من التحويلات التي تعلمتها في هذا الدرس لنقل شكلك إلى الربع الرابع. وقم بوصف تحويلك.

46. الاستنتاج ادرس التمثيلات البيانية الأصلية في بداية هذا الدرس. وحدد تمثيلًا بيانيًا أصليًا له قيم y موجبة عن نقاطه في أقصى اليسار وقيم y موجبة عند نقاطه في أقصى اليمين.

47. الكتابة في الرياضيات اشرح لماذا يكون انعكاس التمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$ حول المحور y هو نفسه للتمثيل البياني للدالة $f(x) = x^2$. هل هذا صحيح لجميع انعكاسات المعادلات التربيعية؟ وإذا لم يكن الأمر كذلك، فقم بوصف حالة يكون بها خاطئًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

48. ما هي مجموعة حل المتباينة؟

$6 - |x + 7| \leq -2$

A $\{x | -15 \leq x \leq 1\}$

B $\{x | x \leq -1$ أو $x \geq 3\}$

C $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$

D $\{x | x \leq -15$ أو $x \geq 1\}$

49. الهندسة قياس زاويتين يمثلث هو x و $4x$.
أي من هذه التعابير تمثل قياس الزاوية الثالثة؟

F $180 + x + 4x$

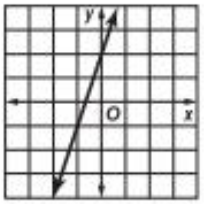
G $180 - x - 4x$

H $180 - x + 4x$

J $180 + x - 4x$

50. إجابة شبكية جد قيمة x التي تجعل $\frac{1}{2} = \frac{x-2}{x+2}$ صحيحة.

51. SAT/ACT أي مما يلي يمكن أن تكون معادلة التمثيل البياني؟



A $y = 3x + 2$

B $y = 3x - 2$

C $y = -3x + 2$

D $y = -\frac{1}{3}x + 2$

E $y = \frac{1}{3}x + 2$

مراجعة شاملة

مثّل كل دالة بيانيًا. اذكر المجال والمدى. (الدرس 5-2)

52. $f(x) = |x - 3|$

53. $h(x) = [x] - 5$

54. $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq -2 \\ x, & -2 < x \leq 1 \\ 4, & x > 1 \end{cases}$

حُـلّ كل متباينة مما يلي. (الدرس 6-1)

55. $-12 \leq 2x + 4 \leq 8$

56. $-4 < -3y + 2 < 11$

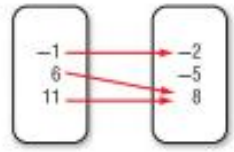
57. $|x - 3| > 7$

58. سيارات تشتري علياء سيارتها الأولى. وهي تفكر في 4 طرازات مختلفة و 5 ألوان مختلفة.
كم عدد السيارات المختلفة التي يمكنها أن تشتريها؟

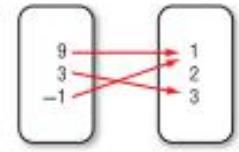
حدد إذا ما كانت كل علاقة عبارة عن دالة.

59.

60.



61.



مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير إذا كانت $x = -4$ و $y = 6$.

62. $4x - 8y + 12$

63. $5y + 3x - 8$

64. $-12x + 10y - 24$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5-7 التمثيل البياني للمتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة

السابق
- قمت بوصف تحويلات الدوال.

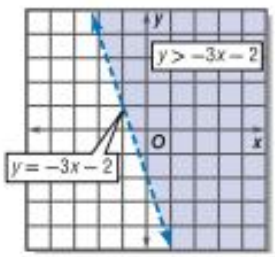
الحالي
1. تمثيل المتباينات الخطية بيانيًا.
2. تمثيل متباينات القيمة المطلقة بيانيًا.

لماذا؟
- يخطط رشيد لعزومة فريق كرة القدم الذي يلعب معه على البيتزا بعد مباراة البطولة. لكنه لا يريد أن ينفق أكثر من 200 دولار.

يمكن لرشيد استخدام المتباينة $11p + 2.25d \leq 200$. حيث تمثل p عدد فطائر البيتزا وتمثل d عدد المشروبات الغازية. للتحقق مما إذا كانت توافيق معينة من البيتزا والمشروبات سوف تقع ضمن ميزانيته.

1 تمثيل المتباينات الخطية بيانيًا

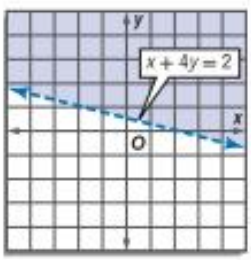
المتباينة الخطية تمثل معادلة خطية، ولكن مع رمز متباينة بدلًا من رمز المساواة. على السبيل المثال، $y > -3x - 2$ هي متباينة خطية و $y = -3x - 2$ هي المعادلة الخطية المرتبطة بها.



التمثيل البياني للمتباينة $y > -3x - 2$ يظهر على اليسار كمنطقة مظللة. كل نقطة في المنطقة المظللة تحقق المتباينة. التمثيل البياني لـ $y = -3x - 2$ هو **حد** المنطقة. ويتم رسمه في صورة مستقيم متقطع لإظهار أن النقاط الواقعة على المستقيم لا تحقق المتباينة. وإذا كان الرمز $\geq$ أو $\leq$، فإن النقاط الواقعة على الحد ستحقق المتباينة. لذا يتم رسم الحد كمستقيم متصل.

مثال 1 الحدود المتقطعة

مثّل بيانيًا $x + 4y > 2$.



الخطوة 1 حد التمثيل البياني يكون التمثيل البياني لـ $x + 4y = 2$. بما أن رمز المتباينة هو $>$، فسيكون الحد متقطعًا.

الخطوة 2 اختبر النقطة (0, 0) لأنها لا تقع على الحد.

متباينة أصلية	$x + 4y > 2$
$(x, y) = (0, 0)$	$0 + 4(0) \stackrel{?}{>} 2$
خاطئ	$0 > 2$ ✗

المنطقة التي لا تحتوي على النقطة (0, 0) مظللة.

التحقق يشير التمثيل البياني إلى أن النقطة (0, 3) هي الحل.

متباينة أصلية	$x + 4y > 2$
$(x, y) = (0, 3)$	$0 + 4(3) \stackrel{?}{>} 2$
صحيح	$12 > 2$ ✓

تُثبت صحة الحل عند التحقق منه.

تمرين موجّه

1A. مثّل بيانيًا $3x + \frac{1}{2}y < 2$.

1B. مثّل بيانيًا $-x + 2y > 4$.

المفردات الجديدة
- **المتباينة الخطية** (linear inequality)
- **حد** (boundary)

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

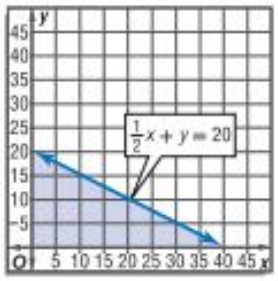
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال من الحياة اليومية 2 الحدود المتصلة

الترفيه يقدم مركز ترفيهي دروس رسم مختلفة مدتها 30 دقيقة و 60 دقيقة. وقد خصص مدير الترفيه ما يصل إلى 20 ساعة في الأسبوع لدروس الرسم.

a. اكتب متباينة لتمثيل عدد الدروس التي يمكن تقديمها في الأسبوع. ثم مثّل المتباينة بيانيًا.

افترض أن x تمثل عدد دروس الرسم التي تستغرق 30 دقيقة أو $\frac{1}{2}$ ساعة. وافترض أن y تمثل عدد دروس الرسم التي تستغرق 60 دقيقة أو ساعة واحدة. ولأن المجموع يمكن أن يساوي الحد الأقصى، يكون رمز المتباينة هو $\geq$. ويكون الحد متصلًا. والمتباينة هي $\frac{1}{2}x + y \leq 20$.



الخطوة 1 مثّل الحد $\frac{1}{2}x + y = 20$ بيانيًا.

الخطوة 2 اختبر النقطة (0, 0).

$\frac{1}{2}x + y \leq 20$	متباينة أصلية
$\frac{1}{2}(0) + (0) \stackrel{?}{\leq} 20$	$(x, y) = (0, 0)$
$0 \leq 20$ ✓	صحيح

المنطقة التي تحتوي على (0, 0) مظللة.

b. هل يمكن لمدير الترفيه الترتيب لإجراء 25 من الدروس التي تستغرق 30 دقيقة و 15 من الدروس التي تستغرق 60 دقيقة خلال أسبوع معين؟ اشرح استنتاجك.

تقع النقطة (25, 15) خارج المنطقة المظللة. لذا فإنها لا تحقق المتباينة. ولهذا لا يمكن لمدير الترفيه جدولة 25 من الدروس التي تستغرق 30 دقيقة و15 من الدروس التي تستغرق 60 دقيقة.

تمرين موجّه

2. لدى مازن 15 AED لينفقها في حديقة زعبيل. وتبلغ تكلفة رسوم الدخول 5 AED. وتكلفة كل تذكرة ركوب 0.75 AED. وكل تذكرة لعبة 0.25 AED. اكتب متباينة. وارسم تمثيلًا بيانيًا يمثل عدد تذاكر الركوب r والألعاب g التي يمكن لمنير أن يشتريها.

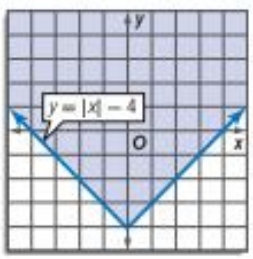
2 التمثيل البياني لمتباينات القيمة المطلقة

يشبه التمثيل البياني لمتباينات القيمة المطلقة التمثيل البياني للمتباينات الخطية. أولًا تقوم بتمثيل معادلة القيمة المطلقة بيانيًا. ثم تقوم بتحديد إذا ما كانت الحدود متقطعة أو متصلة والمنطقة التي ينبغي أن تكون مظللة.

مثال 3 متباينة القيمة المطلقة

مثّل بيانيًا $y \geq |x| - 4$.

بما أن رمز المتباينة هو $\leq$. فإن الحدود تكون صلبة. مثّل المعادلة بيانيًا. ثم اختبر (0, 0).



$y \geq \|x\| - 4$	متباينة أصلية
$0 \stackrel{?}{\geq} \|0\| - 4$	$(x, y) = (0, 0)$
$0 \geq -4$ ✓	صحيح

المنطقة التي تتضمن (0, 0) مظللة.

تمرين موجّه

3A. مثّل بيانيًا $y \leq 2|x| + 3$.

3B. مثّل بيانيًا $y \geq 3|x + 1|$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **مثّل كل متباينة بيانيًا.**

1. $y \leq 4$
2. $x \geq -6$
3. $x + 4y \leq 2$
4. $3x + y > -8$

مثال 2 5. **تمثيل النماذج** يحتاج عبيد إلى شراء بنزين وزيت من أجل سيارته. تبلغ تكلفة البنزين AED 3.45 لكل جالون وتبلغ تكلفة الزيت AED 2.41 لكل كوارت. وقد أنفق AED 50.

a. اكتب متباينة لتمثيل الحالة. حيث تكون g هي عدد جالونات البنزين التي يشتريها و q هي عدد كوارتات الزيت.

b. مثّل المتباينة بيانيًا.

c. هل يمكن لعبيد شراء 10 جالونات من البنزين و 8 كوارتات من الزيت؟ اشرح.

مثال 3 **مثّل كل متباينة بيانيًا.**

6. $y \geq |x + 3|$
7. $y - 6 < |x|$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **مثّل كل متباينة بيانيًا.**

8. $x + 2y > 6$
9. $y \geq -3x - 2$
10. $2y + 3 \leq 11$
11. $4x - 3y > 12$
12. $6x + 4y \leq -24$
13. $y \geq \frac{3}{4}x + 6$

مثال 2 14. **الكلية** تقول مستشارة توجيه أماني إنها تحتاج إلى درجة مجمعة لا تقل عن 1700 في امتحانات دخول الجامعات لتكون مؤهلة للالتحاق بالكلية التي تختارها. أعلى درجة ممكنة هي 2400. وهناك 1200 نقطة ممكنة على جزء الرياضيات و 1200 على الجزء الشفهي.

a. تمثل المتباينة $x + y \geq 1700$ هذه الحالة. حيث تكون x هي درجة الجزء اللفظي وy هي درجة الرياضيات. مثّل هذه المتباينة بيانيًا.

b. ارجع إلى تمثيلك البياني. إذا حصلت على درجة تبلغ 680 في جزء الرياضيات من الاختبار و 910 في الجزء الشفهي من الاختبار. فهل ستكون أماني مؤهلة للالتحاق بالكلية التي تختارها؟

مثال 3 **مثل كل متباينة بيانيًا.**

15. $y > |3x|$
16. $y + 4 \leq |x - 2|$
17. $y - 6 < |-2x|$
18. $y + 8 < 2\left|\frac{2}{3}x + 6\right|$
19. $2y > |4x - 5|$
20. $-y \leq |3x - 4|$

21. **رحلة أسرية** يقدر عبدالرحمن أنه سيحتاج إلى أن يجني AED 700 على الأقل ليأخذ زوجته في رحلة. ويعمل عبدالرحمن في وظيفتين. يكسب AED 8 في الوظيفة الأولى و AED 6 في الوظيفة الثانية.

a. اكتب متباينة لتمثيل هذه الحالة.

b. مثّل المتباينة بيانيًا.

c. هل سيجني ما يكفي من المال إذا عمل لمدة 50 ساعة في كل وظيفة؟

مثل كل متباينة بيانيًا.

22. $y \geq |-2x - 6|$
23. $y \leq |x - 3| + 4$
24. $y - 3 > -2|x + 4|$
25. $|y| > |x|$
26. $|x - y| > 5$
27. $|x + 3y| \geq -2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

28. **تمثيل النماذج** تصنع منال الفلادات والأساور لبيعها في معرض للحرف اليدوية. ولديها ما يكفي من الخرز لصنع 50 قطعة. افترض أن x تمثل عدد الأساور و y تمثل عدد الفلادات.

a. اكتب متباينة تظهر العدد المحتمل من الفلادات والأساور التي يمكن لمنال أن تصنعها.

b. مثّل المتباينة بيانيًا.

c. اعط ثلاثة حلول ممكنة لعدد الفلادات والأساور التي يمكن صنعها.

29. **بطاقات الهدايا** تلفت شيماء بطاقة هدايا من متجر إلكترونيات بقيمة 400 AED. وهي ترغب في إنفاق الأموال على أقراص DVD. والتي يبلغ سعر كلٍ منها 20 AED والإسطوانات المدمجة والتي يبلغ سعر كلٍ منها 15 AED.

a. افترض أن d تساوي عدد أقراص DVDs. وافترض أن c تساوي عدد الإسطوانات المدمجة. اكتب متباينة تظهر التوافيق الممكنة لأقراص DVD والإسطوانات المدمجة التي يمكن لسوسن شراؤها.

b. مثّل المتباينة بيانيًا.

c. قدّم ثلاثة حلول ممكنة لعدد أقراص DVD والإسطوانات المدمجة التي يمكنها شراؤها.

مثل كل متباينة بيانيًّا.

30. $y \geq [x]$

31. $y < [x + 2]$

32. $y \geq |[x]|$

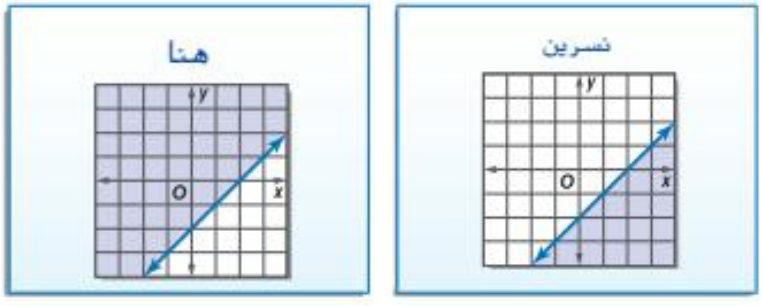
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

33. **مسألة غير محددة الإجابة** قم بإنشاء متباينة قيمة مطلقة لا يكون بها أي من الحلول الممكنة واقعًا في الربع الثاني أو الثالث.

34. **تحدٍّ** مثّل المتباينة التالية بيانيًا.

$$g(x) > \begin{cases} |x+1| & \text{إذا كانت } x \leq -4 \\ -|x| & -4 < x < 2 \\ |x-4| & \text{إذا كانت } x \geq 2 \end{cases}$$

35. **تحليل الخطأ** تقوم نسرين وهنا بتمثيل $x - y \geq 2$ بيانيًا. هل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



36. **الاستنتاج** متى سيكون من الممكن تظليل منطقتين مختلفتين عند التمثيل البياني لمتباينة قيمة مطلقة خطية؟ اشرح استنتاجك.

37. **الكتابة في الرياضيات** قم بوصف حالة لا توجد فيها حلول لمتباينة قيمة مطلقة. اشرح استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

38. إجابة موسعة حصل فارس على 85% و96% و79% و81% في أول أربعة اختبارات خضع لها في الرياضيات. ويأمل أن يحصل على درجة عالية بما يكفي في الاختبار النهائي ليكون معدل درجاته 90%. فإذا كانت درجات الاختبار النهائي تُحتسب ضعف درجات أي من الاختبارات الأخرى. فحدد إذا ما كان من الممكن لفارس أن يحقق معدل درجات يبلغ 90%. وإذا كان الأمر كذلك. فما النتيجة التي يحتاج فارس أن يحصل عليها في الاختبار النهائي لإنجاز ذلك؟ اشرح كيف حصلت على إجابتك.

39. أي المجموعات التالية من الأعداد تمثل مجموعة لا نهائية؟

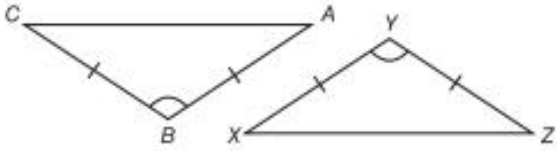
A {2, 4, 6}

B {أعداد كلية بين 50− و 50}

C {أعداد صحيحة}

D $\left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}\right\}$

40. إجابة قصيرة أي من نظريات التطابق ينبغي أن تستخدم لإثبات أن $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$؟



41. SAT/ACT لأي معادلة يكون المدى $\{f(x) | f(x) \leq 0\}$؟

F $f(x) = -x$

G $f(x) = [x]$

H $f(x) = [-x]$

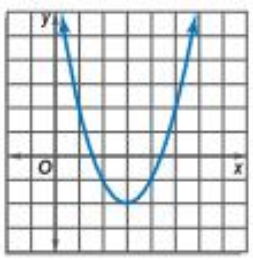
J $f(x) = |x|$

K $f(x) = -|x|$

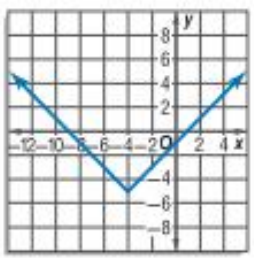
مراجعة شاملة

اكتب معادلة لكل تمثيل بياني. (الدرس 6-2)

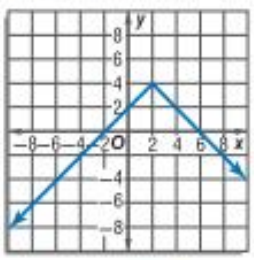
42.



43.



44.



مثّل كل دالة. (الدرس 5-2)

45. $f(x) = \begin{cases} x, & x < 1 \\ 3, & 1 \leq x \leq 3 \\ -2x, & x > 3 \end{cases}$

46. $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < -2 \\ 2x, & -2 \leq x \leq 2 \\ -3x, & x > 2 \end{cases}$

47. $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq -2 \\ x + 1, & 0 < x \leq 6 \\ x - 5, & x > 6 \end{cases}$

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. وحدد *A* و *B* و *C*. (الدرس 2-2)

48. $-6y = 8x - 3$

49. $12y + x = -3y + 5x - 6$

50. $\frac{x+3}{4} + \frac{y-1}{2} = 3$

51. التنس سجل 16 لاعبًا للاشتراك في دروس التنس. ويخطط المدرب لاستخدام 50 كرة تنس لكل لاعب وامتلاك 200 إضافية. فكم عدد كرات التنس اللازمة للدروس؟ (الدرس 3-1)

اضرب.

52. $(3x - 4)(2x + 1)$

53. $(6x + 5)(-x - 3)$

54. $(5x + 2)(-2x + 3)$

مراجعة المهارات

مثّل كل معادلة خطية بيانيًا.

55. $y = 2x - 8$

56. $y = -\frac{3}{4}x + 2$

57. $3y - 4x = 24$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

العلاقات والدوال (الدرس 1-2)

- الدالة هي علاقة يقترن فيها كل عنصر من المجال بعنصر واحد فقط في المدى.

المعادلات الخطية والميل (الدروس 2-2 إلى 4-2)

- الصيغة القياسية: $Ax + By = C$. حيث A و B و C هي أعداد صحيحة يكون العامل المشترك الأكبر هو 1 و $A \geq 0$. و A و B كلاهما ليس صفرًا.
- صيغة الميل والمقطع: $y = mx + b$
- صيغة النقطة والميل: $y - y_1 = m(x - x_1)$

الدوال الخاصة والدوال الأصلية
(الدرسان 6-2 و 7-2)

- تتكون الدوال متعددة التعريف من تعبيرين أو أكثر.
- الإزاحات والانعكاسات وتغير الأبعاد/التمدد لتمثيل بياني أصلي من مجموعة التمثيلات البيانية.

التمثيل البياني للمتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة
(الدرس 7-2)

- يمكنك تمثيل متباينة بيانيًا عن طريق اتباع هذه الخطوات.

الخطوة 1 حدد إذا ما كان الحد متصلًا أم متقطعًا. مثّل الحد بيانيًا.

الخطوة 2 اختر نقطة لا تقع على الحد واختبرها في المتباينة.

الخطوة 3 إذا نتجت متباينة حقيقية، فظلل المنطقة التي تحتوي على نقطة الاختبار. إذا نتجت متباينة خاطئة، فظلل المنطقة الأخرى.

المطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

دالة القيمة المطلقة absolute value function	دالة أصلية parent function
علاقة متصلة continuous relation	دالة متعددة التعريف piecewise-definedfunction
متغير تابع dependent variable	صيغة النقطة والميل point-slope form
تغير الأبعاد/التمدد dilation	دالة تربيعية quadratic function
تغير طردي direct variation	معدل التغير rate of change
علاقة منفصلة discrete relation	الانعكاس reflection
مجموعة التمثيلات البيانية family of graphs	ميل slope
دالة أكبر عدد صحيح greatest integer function	صيغة الميل والمقطع slope-intercept form
متغير مستقل independent variable	صيغة قياسية standard form
معادلة خطية linear equation	دالة درجية step function
دالة خطية linear function	إزاحة translation
المتباينة الخطية linear inequality	اختبار الخط الرأسي vertical line test
علاقة غير خطية nonlinear relation	

مراجعة المفردات

اختر المصطلح الصحيح لإكمال كل جملة مما يلي.

1. تكون الدالة (منفصلة، واحد لواحد) إذا كان كل عنصر من المجال مقترنًا فقط بعنصر فريد من المدى.
2. (مجال، مدى) أي علاقة هو مجموعة كل الإحداثيات الأولى من الأزواج المرتّبة التي تحدد العلاقة.
3. الدالة (الثابتة، المحايدة) هي دالة توصف بالعلاقة $f(x) = x$.
4. إذا تم إعطاؤك إحداثيات نقطتين على مستقيم، فيمكنك استخدام صيغة (الميل والمقطع، النقطة والميل) لإيجاد معادلة المستقيم الذي يمر بهما.
5. يُطلق على الدالة التي تُكتب باستخدام تعبيرين أو أكثر اسم دالة (خطية، متعددة التعريف).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

5-1 العلاقات والدوال

اذكر المجال والمدى لكل علاقة. ثم حدد إذا ما كانت العلاقة دالة. إذا كانت دالة، فحدد إذا ما كانت *دالة واحد لواحد أم دالة شاملة أم كليهما*، أم *ليس أيًا منهما*.

6. {(1, 2), (3, 4), (5, 6), (7, 8)}
7. {(−3, 0), (0, 2), (2, 4), (4, 5), (5, 2)}
8. {(−4, 1), (3, 3), (1, 1), (−2, 5), (3, −4)}
9. {(7, −4), (5, −2), (3, 0), (1, 2), (−1, 4)}

جد كل قيمة إذا كانت $f(x) = -3x + 2$.

10. $f(4)$
11. $f(-3)$
12. $f(0)$
13. $f(y)$
14. $f(-a)$
15. $f(2w)$

16. **البولينج** تتقاضى صالة بولينج AED 2.50 مقابل استئجار الأحذية و AED 3.25 لكل جولة بولينج. ويمكن التعبير عن المبلغ الذي يتكبده لاعب البولينج بالعلاقة $y = 2.50 + 3.25x$. عندما تكون $x \geq 1$ وعددًا صحيحًا. جد المجال والمدى. ثم حدد إذا ما كانت المعادلة هي دالة. هل المعادلة منفصلة أم متصلة؟

مثال 1

اذكر مجال ومدى العلاقة {(-4, 3), (-1, 0), (-2, 4), (3, -1), (2, 6)}. ثم حدد إذا ما كانت العلاقة هي دالة. وإذا كانت دالة، فحدد إذا ما كانت *دالة واحد – لواحد أم شاملة أم كليهما* أم *ليست أيًا منهما*.

المجال: $\{-4, -2, -1, 2, 3\}$
المدى: $\{-1, 0, 3, 4, 6\}$

يقترن كل عنصر من عناصر المجال بعنصر واحد من المدى. وبالتالي فإن العلاقة هي دالة. وهي دالة واحد لواحد ومتطابقة لأن كل عنصر من عناصر المجال يقترن بعنصر فريد من المدى وكل عنصر من عناصر المدى يقترن بعنصر فريد من المجال.

مثال 2

جد $f(-2)$ إذا كانت $f(x) = 4x - 3$.

$f(-2) = 4(-2) - 3$ عوّض بـ -2 عن x.
$= -8 - 3$ اضرب.
$= -11$ بسّط.

5-2 العلاقات والدوال الخطية

اذكر إن كانت كل دالة هي دالة خطية. واكتب نعم أو لا. واشرح.

17. $3x + 4y = 12$
18. $x^2 + y^2 = 4$
19. $y = x^3 - 6$
20. $y = 6x - 19$
21. $f(x) = -2x + 9$
22. $\frac{1}{x} + 3y = -5$

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. وحدد A و B و C.

23. $2x + 5y = 10$
24. $y = 12x$
25. $-4y = 3x - 24$
26. $4x = 8y - 12$

27. **السفر** يمكننا إيجاد المسافة التي سافرتها عائلة خلال إجازتها العائلية بالعلاقة $y = 65x$. حيث x تمثل عدد الساعات المنقضية في القيادة. ما المسافة التي تقطعها العائلة في 8 ساعات؟

مثال 3

حدد إذا ما كانت $f(x) = 3x^2$ هي دالة خطية. اكتب نعم أو لا. واشرح.

لا. لأن التعبير يتضمن متغير مرفوع للقوة الثانية.

مثال 4

اكتب المعادلة $y = -5x + 8$ بصيغة قياسية. وحدد A و B و C.

$y = -5x + 8$ معادلة أصلية
$5x + y = 8$ اجمع $5x$ على كل طرف.
$A = 5$، $B = 1$، $C = 8$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5-3 معدل التغير والميل

28. البيع بالتجزئة يوضح الجدول عدد أقراص DVD التي تباع كل أسبوع في متجر Super Movie Store. جد معدل التغير لعدد أقراص DVD المبيعة من الأسبوع 2 إلى الأسبوع 5.

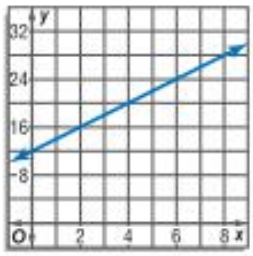
الأسبوع	1	2	3	4	5
أسطوانات DVD المباعة	76	58	94	83	112

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

29. (2, 5), (6, −3)

30. (8, 2), (2, 8)

31. حدد معدل التغير في كل تمثيل بياني.



مثال 5

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

a. (−2, 9), (1, 4)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{4 - 9}{1 - (-2)}$ $(x_1, y_1) = (-2, 9), (x_2, y_2) = (1, 4)$

$= -\frac{5}{3}$ بسّط.

b. (−3, 6), (4, 6)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{6 - 6}{4 - (-3)}$ $(x_1, y_1) = (-3, 6), (x_2, y_2) = (4, 6)$

$= \frac{0}{7}$ or 0 بسّط.

5-4 كتابة المعادلات الخطية

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يحقق كل مجموعة من الشروط.

32. ميله 2−. يمر بالنقطة ((−3, −5))

33. ميله $\frac{2}{3}$. يمر بالنقطة (4, −1)

34. يمر بالنقطة (4, −2) و (0, 8)

35. يمر بالنقطة (3, 5) و (−1, 5)

اكتب معادلة للمستقيم المار بكل زوج من النقاط.

36. (6, 1), (4, 9)

37. (−4, 2), (6, 8)

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يحقق كل مجموعة من الشروط.

38. يمر بالنقطة (1, 2). يوازي $y = 4x - 3$

39. يمر بالنقطة (3, 5−). عمودي على $y = \frac{2}{3}x - 8$

40. الحيوانات الأليفة دفع ناصر رسومًا تبلغ AED 250 عندما حصل على قطة صغيرة. ويبلغ متوسط التكلفة الشهرية لتغذية ورعاية القطة AED 32. اكتب معادلة تمثل التكلفة الإجمالية لتربية ورعاية القطة الصغيرة لمدة x من الشهور.

مثال 6

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطتين (5 ,2−) و (0, 9−).

جد ميل المستقيم.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل

$= \frac{-9 - 5}{0 - (-2)}$ $(x_1, y_1) = (-2, 5)$, $(x_2, y_2) = (0, -9)$

$= \frac{-14}{2}$ or −7 بسّط.

اكتب معادلة.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$y - 5 = -7(x - (-2))$ عوّض.

$y - 5 = -7(x + 2)$ بسّط.

$y - 5 = -7x - 14$ خاصية التوزيع

$y = -7x - 9$ اجمع 5 على كل طرف.

المعادلة هي $y = -7x - 9$.

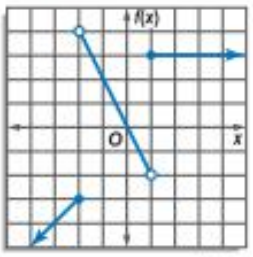
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.

41. $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \le -1 \\ x + 1, & -1 < x < 3 \\ x, & x \ge 3 \end{cases}$

42. $f(x) = \begin{cases} -3, & x < -1 \\ 4x - 3, & -1 \le x \le 3 \\ x, & x > 3 \end{cases}$

43. اكتب الدالة متعددة التعريف التي يمثّلها التمثيل البياني.



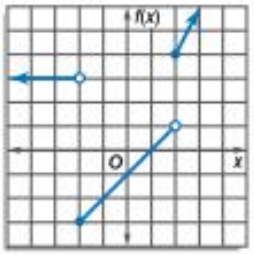
مثّل كل دالة بيانيًا. وحدد المجال والمدى.

44. $f(x) = [x] + 2$

45. $f(x) = [x + 3]$

مثال 8

اكتب الدالة متعددة التعريف التي يمثّلها التمثيل البياني.



الجزء الأيسر من التمثيل البياني هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = 3$. هناك دائرة عند النقطة $(-2, 3)$. لذا فإن الدالة الخطية معرفة حيث $x < -2$.

الجزء الأوسط من التمثيل البياني هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = x - 1$. هناك نقطة عند $(-3, -2)$ ودائرة عند $(1, 2)$. لذا فإن الدالة الخطية معرفة حيث $-2 \le x < 2$.

الجزء الأيمن من التمثيل البياني هو التمثيل البياني للدالة $f(x) = 2x$. توجد نقطة عند $(2, 4)$. لذا فإن الدالة الخطية معرفة حيث $x \ge 2$.

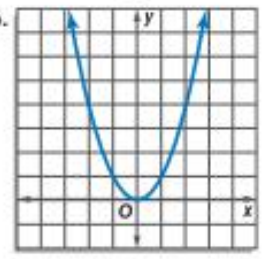
$$f(x) = \begin{cases} 3, & x < -2 \\ x - 1, & -2 \le x < 2 \\ 2x, & x \ge 2 \end{cases}$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

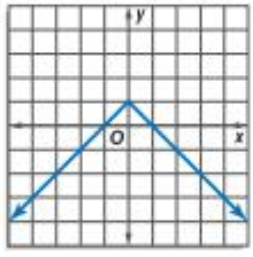
5-6 الدوال الأصلية والتحويلات

حدد نوع الدالة التي يمثلها كل تمثيل بياني.

46.



47.



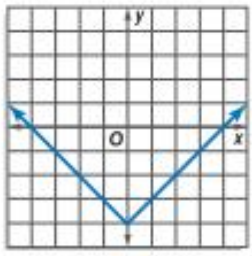
48. صف الإزاحة في $y = x^2 - 3$.

49. صف الانعكاس في $y = -x^2$.

50. **البناء** يجري بناء قوس كبير عند مدخل مبنى جديد للمدينة. شكل القوس يشبه التمثيل البياني للدالة $f(x) = -0.025x^2 + 3.64x - 0.038$. صف شكل القوس.

مثال 9

حدد نوع الدالة التي يمثلها التمثيل البياني.



التمثيل البياني على شكل حرف V. ويمثل التمثيل البياني دالة قيمة مطلقة.

مثال 10

صف الإزاحة في $y = |x + 6|$.

التمثيل البياني لـ $y = |x + 6|$ هو إزاحة للتمثيل البياني لـ $y = |x|$ بعد إزاحته لليسار بمقدار 6 وحدات.

5-7 التمثيل البياني للمتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة

مثّل كل متباينة بيانيًا.

51. $x - 3y < 6$

52. $y \geq 2x + 1$

53. $2x + 4y \leq 12$

54. $y < -3x - 5$

55. $y > |2x|$

56. $y \geq |2x - 2|$

57. $y + 3 < |x + 1|$

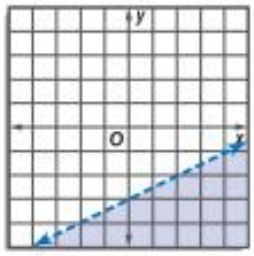
58. $2y \leq |x - 3|$

59. **الكتب** قام صالح بادخار AED 96 لرحلة إلى مكتبته المفضلة. يكلف كل كتاب ذي غلاف ورقي AED 8 ويكلف كل كتاب ذي غلاف ورقي صلب AED 12. اكتب ومثّل بيانيًا متباينة توضح عدد الكتب ذات الأغلفة الورقية والكتب ذات الأغلفة من الورق المقوى التي يمكن لصالح شراؤها.

مثال 11

مثّل بيانيًا $x - 2y > 6$.

بما أن رمز المتباينة هو $>$، ينبغي أن يكون التمثيل البياني للمستقيم الحدودي متقطعًا. مثّل بيانيًا $x - 2y = 6$.



اختبر $x - 2y > 6$ عند (0, 0).

$x - 2y > 6$

$0 - 2(0) \stackrel{?}{>} 6$

$0 > 6$ ✗

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

5 تدريب على الاختبار

1. اذكر مجال ومدى العلاقة الموضحة في الجدول. ثم حدد إذا ما كانت دالة. وإذا كانت دالة، فحدد إذا ما كانت *دالة واحد لواحد* أم *دالة شاملة* أم *كليهما* أم *ليست أيًا منهما*.

x	y
−2	3
4	−1
3	2
6	3

جد كل قيمة إذا كانت $f(x) = -2x + 3$.

2. $f(-4)$

3. $f(3y)$

4. اكتب $2y = -6x + 4$ بالصيغة القياسية. وحدد A و B و C.

5. جد نقطة التقاطع مع المحور x ونقطة التقاطع مع المحور y لـ $3x - 4y = -24$.

6. **الاختيار من متعدد** يمكننا إيجاد تكلفة إنتاج x من فطائر الفرع العسلي في مخبز صغير بالعلاقة $C(x) = 49 + 1.75x$. جد تكلفة إنتاج 25 فطيرة.

A AED 74.00

B AED 81.50

C AED 92.75

D AED 108.25

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

7. (1, 6), (3, 10)

8. (−2, 7), (3, −1)

9. **الاختيار من متعدد** جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (−3, 0) و (1, 4).

F $y = -x + 3$

G $y = -x - 3$

H $y = x - 3$

J $y = x + 3$

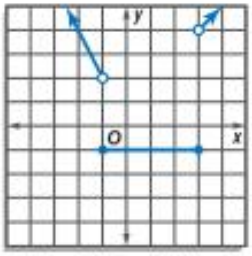
10. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يبلغ ميله −2 ويمر بالنقطة (−4, 3).

11. اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطتين (−4, 2) و (6, 1).

12. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم المار بالنقطة (5, −3) والذي يوازي $y = -6x + 1$.

13. مثّل بيانيًا $f(x) = \begin{cases} -x, & x < -2 \\ x + 2, & -2 \le x \le 2 \\ 5, & x > 2 \end{cases}$

14. اكتب الدالة متعددة التعريف الموضحة.



15. حدد مجال ومدى $y = [x] + 2$.

16. صف الإزاحة في $y = x^2 + 5$.

17. صف الانعكاس في $y = -|x|$.

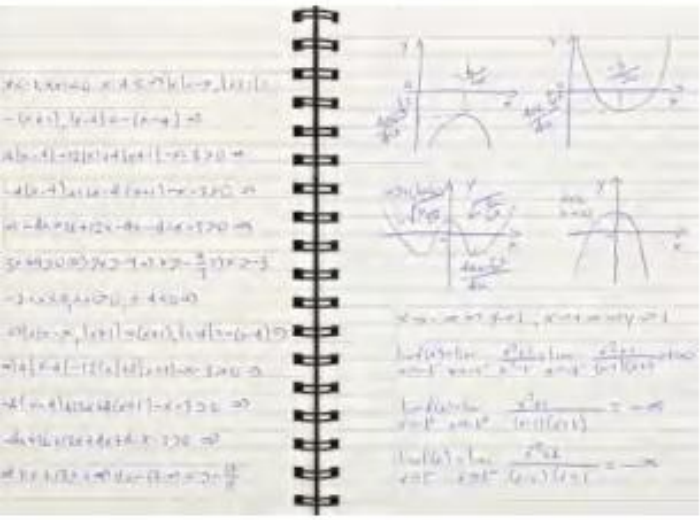
مثّل كل متباينة بيانيًا.

18. $y \ge 4x - 1$

19. $2x + 6y < -12$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5 التحضير للاختبارات المعيارية



قراءة مسائل الرياضيات

تتمثل أول خطوة لحل أي مسألة رياضية في قراءة المسألة. وعند قراءة مسألة رياضية للحصول على المعلومات التي تحتاج إليها لحلها، يكون من المفيد استخدام إستراتيجيات خاصة في القراءة.

إستراتيجيات لقراءة مسائل الرياضيات

الخطوة 1

اقرأ المسألة بسرعة للحصول على فهم عام حولها.

- **اسأل نفسك:** "ماذا أعرف؟" "ما الذي أحتاج إلى معرفته؟"
- **فكّر:** "هل هناك معلومات كافية لحل المسألة؟ هل هناك معلومات إضافية؟"
- **ظلل:** إذا كان مسموحا لك بالكتابة في كراسة الاختبار، فضع خطًا تحت أو قم بتظليل المعلومات المهمة. واحذف أي معلومات لا تحتاج إليها.

الخطوة 2

اقرأ المسألة مرة أخرى لتحديد الحقائق ذات الصلة.

- **حلل:** حدد كيف ترتبط الحقائق.
- **الكلمات الأساسية:** ابحث عن الكلمات الأساسية لحل المسألة.
- **المفردات:** حدد المصطلحات الرياضية. فكر في المفاهيم وكيفية ارتباطها.
- **خطط:** ضع خطة لحل المسألة.
- **قدّر:** قدّر الإجابة بسرعة.

الخطوة 3

حدد أي إجابات خاطئة واضحة.

- **استبعد:** استبعد اي اختيارات تختلف بشكل كبير عن تقديرك.
- **وحدات القياس:** حدد الاختيارات التي تكون أجوبة محتملة استنادًا إلى وحدات القياس في السؤال. على سبيل المثال، إذا كان السؤال يسأل عن المساحة، فاستبعد جميع اختيارات الإجابة التي ليست بالوحدات المربعة.

الخطوة 4

المراجعة بعد حل المسألة.

تحقق: تأكد أنك قد جاوبت على السؤال.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. وحدد ما تحتاج لمعرفته. ثم استخدم المعلومات المعطاة بالمسألة لحلها.

قام سلطان بتسخين محلول على موقد ثم أبعده من مصدر الحرارة. انخفضت درجة حرارة المحلول خطيًا بينما يبرد. درجات الحرارة بعد 0 و 2 و 5 و 9 دقائق مبينة في الجدول. ما هو معدل التغيير في درجة حرارة المحلول بينما يبرد؟

الوقت (min)	درجة الحرارة (°C)
0	133.2
2	130.4
5	126.2
9	120.6

A −1.4 درجة في الدقيقة

B −0.8 درجة في الدقيقة

C 0.8 درجة في الدقيقة

D 1.4 درجة في الدقيقة

اقرأ المسألة بعناية. هناك معلومات إضافية في المسألة. لتحديد الميل، تحتاج فقط معلومات من نقطتين على الدالة الخطية. استخدم اثنين من النقاط لإيجاد الميل.

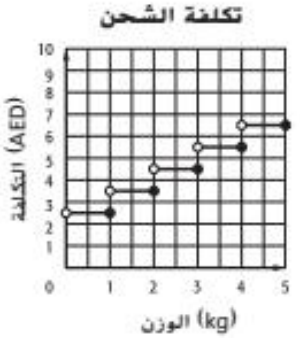
$$m = \frac{130.4 - 133.2}{2 - 0} = -1.4$$

الإجابة الصحيحة هي A.

التمارين

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. يوضح التمثيل البياني تكلفة شحن الطرود. كم سيكلف شحن طرد يزن 2 كيلوجرام و 8 جرامات؟



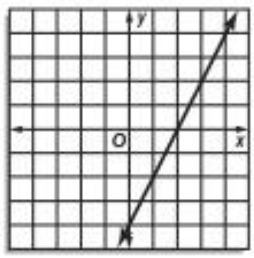
A AED 3.50

B AED 4.50

C AED 5.00

D AED 5.50

2. ما هو ميل المستقيم المبين في التمثيل البياني؟



F -2

G $-\frac{1}{2}$

H $\frac{1}{2}$

J 2

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري
تراكمي

5

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. ما مجال العلاقة الموضّح أدناه؟

x	y
−3	4
1	−1
2	0
6	−3

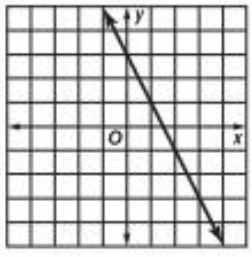
A {0, 1, 2, 4, 6}

B {−3, −1, 0, 4}

C {−3, 1, 2, 6}

D {−3, −1}

2. ما ميل المستقيم؟



F -2

G $-\frac{1}{2}$

H $\frac{1}{2}$

J 2

3. اشترت عائلة الراجحي منزلها عام 1998 بمبلغ AED 152,400. عندما باعوه عام 2010، كانت القيمة AED 174,900. ما هو المعدل السنوي للتغيير في قيمة المنزل؟

A AED 1225

B AED 1875

C AED 22500

D AED 27275

نصيحة عند حل الاختبار

سؤال 2 بما أن التمثيل البياني يميل لأسفل من اليسار إلى اليمين، فإنك تعرف أن الميل سلبي. لذلك يمكن استبعاد اختيارات الإجابة H و J.

4. يعمل أحمد لدى أحد متاجر الإلكترونيات. وهو يجني راتب أسبوعي قدره AED 450 بالإضافة إلى عمولة تبلغ 4.5% على مبيعاته الأسبوعية. اكتب معادلة خطية لأرباح أحمد الأسبوعية E إذا كان لديه d دراهم في المبيعات.

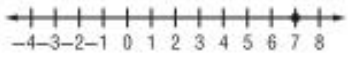
F $E = (450 + 4.5)d$

G $E = (450 + 0.045)d$

H $E = 450 + 0.045d$

J $E = 450 + 4.5d$

5. أي من التمثيلات البيانية تمثل مجموعة الحل لـ $|x - 3| - 4 = 0$؟

A


B

C

D

6. كوثر لديها AED 10 شهريًا لإنفاقها على الرسائل النصية على هاتفها الخلوي. تتقاضى شركة الهاتف AED 4.95 لأول 100 رسالة و AED 0.10 لكل رسالة إضافية. كم عدد الرسائل النصية التي تستطيع كوثر إرسالها واستلامها كل شهر؟

F 50

G 100

H 150

J 151

7. بافتراض أن $y = 2.24x + 16.45$. أي العبارات تقدم الوصف الأفضل لتأثير تخفيض المقطع من المحور y بمقدار 20.25؟

A زيادة المقطع من المحور x.

B زيادة المقطع من المحور y.

C المستقيم الجديد له معدل تغيير أكبر.

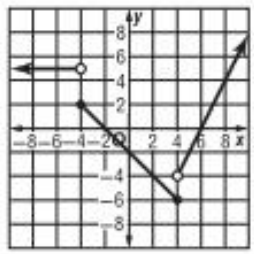
D المستقيم الجديد متعامد على الأصلي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة قصيرة/إجابة شبكية

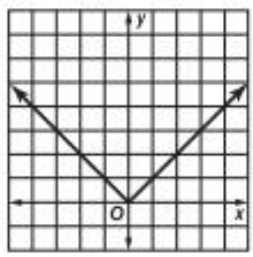
اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها إليك المعلم أو ورقة أخرى.

8. اكتب معادلة للدالة متعددة التعريف الموضّحة في التمثيل البياني أدناه.



9. إجابة شبكية جد قيمة الدالة متعددة التعريف الموضحة في التمرين 8 حيث $x = -3$.

10. يظهر أدناه التمثيل البياني لدالة القيمة المطلقة.



a. ما هي معادلة هذه الدالة الأصلية؟

b. ما هي المعادلة التي ستؤدي إلى انعكاس التمثيل البياني للدالة الأصلية على المحور x وإزاحته لأعلى بمقدار وحدتين؟

c. ما هي المعادلة التي سينتج عنها إزاحة التمثيل البياني للدالة الأصلية بمقدار 3 وحدات لليسار ووحدة واحدة لأسفل؟

إجابة موسعة

سجّل إجاباتك في ورقة، واكتب الحل هنا.

11. يقوم فريق كرة القدم بحملة لبيع مخبوزات هذا الأسبوع لجمع المال للبرنامج. لكل قطعة بسكويت مباعة، يبلغ الربح AED 0.45. ولكل كعكة مباعة، يبلغ الربح AED 0.50.

a. يأمل الفريق في جني أرباح تبلغ AED 150 من حملة بيع المخبوزات. افترض أن x تمثل عدد قطع البسكويت المباعة وy تمثل عدد الكعك المباع. اكتب متباينة لتمثيل هذه الحالة.

b. مثّل المتباينة بيانيًا.

c. إذا باع الفريق 180 قطعة بسكويت و 160 كعكة هذا الأسبوع، فهل سيحققون هدفهم؟ واشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 6

الأنظمة الخطية والمصفوفات

السابق

- قمت بتمثيل معادلات المستقيمات بيانيا بالإضافة إلى تحويل الدوال وحل المعادلات.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادرا على:
  - حل أنظمة المعادلات الخطية والمتباينات الخطية.
  - حل المسائل باستخدام البرمجة الخطية.
  - إجراء العمليات باستخدام المصفوفات والمحددات.

لماذا؟ ▲

- **الأعمال** أن تكون ناجحاً في مجال الاعمال يعني ان تكون لديك مهارات رياضيات جيدة في معظم الوقت. سوف تتعلم كيفية تحقيق أقصى قدر من الارباح وتقليل التكاليف الخاصة بك في هذه الوحدة. سوف تكسب أكبر قدر ممكن من المال من خلال القيام بذلك.

Chapter sourced from: 6. Linear Systems and Matrices, from Algebra 2 Chapter 3 © 2014 McGraw-Hill Education
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات المطلوبة.

1 خيار الكتاب المدرسي قم بالتمرين السريع أدناه وعد إلى المراجعة السريعة للمساعدة.

تمرين سريع

مثّل كل معادلة بيانيًا.

1. $x = 4y$
2. $y = \frac{1}{3}x + 5$
3. $x + 2y = 4$
4. $y = -x + 6$
5. $3x + 5y = 15$
6. $3y - 2x = -12$

7. **الأعمال** يبيع المتحف تذاكر البالغين بسعر AED 8.50 وتذاكر الصغار بسعر AED 5.25. وفي يوم الجمعة جنى المتحف AED 650.

   a. اكتب معادلة يمكن استخدامها لتمثيل مبيعات التذاكر.

   b. مثّل المعادلة بيانيًا.

مثّل كل متباينة بيانيًا.

8. $y < 3$
9. $x + y \geq 1$
10. $3x - y > 6$
11. $x + 2y \leq 5$
12. $y > 4x - 1$
13. $5x - 4y < 12$

14. **جمع التبرعات** يقوم مجلس الطلبة ببيع قمصان بسعر AED 15 وقمصان ثقيلة بسعر AED 25. يجب عليهم جمع AED 2500 لتغطية النفقات. اكتب متباينة ومثّلها بيانيًا لإظهار عدد القمصان والقمصان الثقيلة التي يجب أن يبيعوها.

مراجعة سريعة

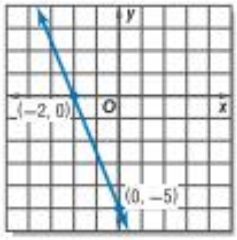
مثال 1

مثّل بيانيًا $2y + 5x = -10$.

جد التقاطعين *الرأسي* والأفقي.

$2y + 5(0) = -10$	$2(0) + 5x = -10$
$2y = -10$	$5x = -10$
$y = -5$	$x = -2$

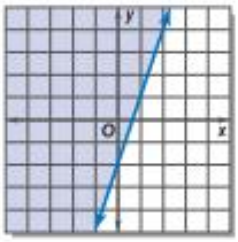
يعبر التمثيل البياني المحور x عند النقطة $(-2, 0)$ والمحور y عند النقطة $(0, -5)$. استخدم هذه الأزواج المرتبة لتمثيل المعادلة بيانيًا.



مثال 2

مثّل بيانيًا $y \geq 3x - 2$.

الحد هو التمثيل البياني لـ $y = 3x - 2$. وبما أن رمز المتباينة هو $\geq$، فإن الحد سيكون خطًا متصلًا.



اختبر النقطة $(0, 0)$.

$0 \stackrel{?}{\geq} 3(0) - 2$ $(x, y) = (0, 0)$

$0 \geq -2$ ✓

ظلل المنطقة التي تتضمن $(0, 0)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعلم عدة مفاهيم ومهاراتٍ ومفرداتٍ جديدةٍ أثناء دراستك هذه الوحدة. ولكي تستعد، حدّد المفردات المهمّة ونظّم مواردك. ويمكنك العودة إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات المطلوبة.

المطويات منظّم الدراسة

أنظمة المعادلات والمتباينات اصنع هذه المطوية لمساعدتك في تنظيم ملاحظاتك الخاصة بالوحدة حول أنظمة المعادلات والمتباينات. ابدأ بورقة أبعادها 22 cm في 28 cm.

1 **اطوِ** الورق إلى نصفين بالطول.

2 **قص** بطول الطية.

3 **اطوِ** كل ورقة بالعرض إلى أرباع.

4 **الصق** أطراف كل ورقتين معًا.

5 **قم بتسمية** التبويبات بكلٍ من: *الحل بالتمثيل البياني*، وطريقة *التعويض*، وطريقة *الحذف*، والبحث عن *الحل الأمثل*، والأنظمة بثلاثة متغيرات، وضرب *المصفوفة*، وقاعدة *كرامر*، والمصفوفات *العكسية*.

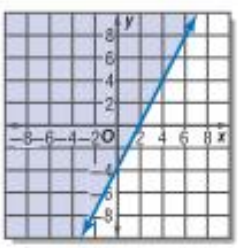
المفردات الجديدة

break-even point	نقطة التعادل
consistent	متوافق
inconsistent	غير متوافق
independent	مستقل
dependent	غير مستقل
substitution method	طريقة التعويض
elimination method	طريقة الحذف
feasible region	منطقة الحلول الممكنة
bounded	محدود
unbounded	غير محدودة
optimize	بحث عن الحل الأمثل
determinant	مُحدّد
Cramer's Rule	قاعدة كرامر
coefficient matrix	مصفوفة المعاملات
identity matrix	مصفوفة محايدة
square matrix	مصفوفة مربعة
inverse matrix	مصفوفة عكسية
variable matrix	مصفوفة المتغير
constant matrix	مصفوفة الثابت

مراجعة المفردات

المتباينة هي جملة مفتوحة تحتوي على الرمز <، ≥، أو >، أو ≤

المعادلة الخطية هي معادلة ليس فيها أي عمليات بخلاف جمع وطرح وضرب متغير في ثابت.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-1 تقاطع التمثيلات البيانية

مختبر تقنية التمثيل البياني

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني لإيجاد نقاط تقاطع أي تمثيلين بيانيين. يمكنك استخدام القائمة Y= لتمثيل كل معادلة بيانيًا على نفس مجموعة المحاور.

مثال تقاطع تمثيلين بيانيين

مثّل كلتا المعادلتين بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

$3x + y = 9$
$x - y = -1$

الخطوة 1 اكتب كل معادلة في الصيغة $y = mx + b$.

$3x + y = 9$
$y = -3x + 9$

$x - y = 1$
$-y = -x - 1$
$y = x + 1$

الخطوة 2 أدخل $y = -3x + 9$ في صورة **Y1** و $y = x + 1$ في صورة **Y2**. ثم مثّل المستقيمين بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= (−) 3 X,T,θ,n + 9 ENTER

X,T,θ,n + 1 ENTER ZOOM 6

[−10, 10] scl: 1 by [−10, 10] scl: 1

الخطوة 3 جد نقاط تقاطع المستقيمات.

خطوات العملية على الحاسبة: 2nd [CALC] 5 ENTER ENTER ENTER

نقطة التقاطع تقع عند (2, 3).

تمارين

استخدم حاسبة التمثيل البياني لإيجاد نقاط تقاطع كل زوج من التمثيلات البيانية.

1. $2x + 4y = 36$
   $10y - 5x = 0$

2. $2y - 3x = 7$
   $5x = 4y - 12$

3. $4x - 2y = 16$
   $7x + 3y = 15$

4. $2x + 4y = 4$
   $x + 3y = 13$

5. $5x + y = 13$
   $3x = 15 - 3y$

6. $4y - 5 = 20 - 3x$
   $4x - 7y + 16 = 0$

7. $\frac{1}{4}x + y = \frac{11}{4}$
   $x - \frac{1}{2}y = 2$

8. $3x + 2y = -3$
   $x + \frac{1}{3}y = -4$

9. $3x - 6y = 6$
   $2x - 4y = 4$

10. $6x + 8y = -16$
    $3x + 4y = 12$

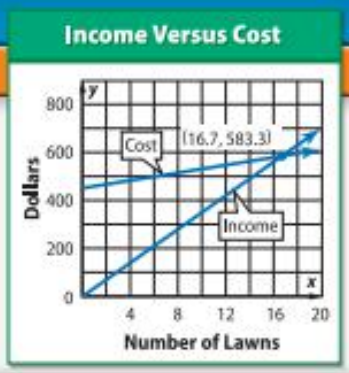
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-1 حل أنظمة المعادلات

السابق:
- مثلت المعادلات الخطية بيانيًا وجدت حلها.

الحالي:
1. حل أنظمة المعادلات الخطية بالتمثيل البياني.
2. حل أنظمة المعادلات الخطية باستخدام التمثيل البياني.

لماذا؟
- اقترض خليفة AED 450 لإنشاء شركة لجز العشب. وهو يتقاضى AED 35 لكل حديقة ويتكبد AED 8 في تكاليف التشغيل لكل حديقة. يمكن استخدام نظام معادلات لتحديد نقطة التعادل. **نقطة التعادل** هي النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع التكلفة.



1 حل الأنظمة بالتمثيل البياني

نظام المعادلات هو معادلتان أو أكثر لهما نفس المتغيرات. ولحل نظام معادلات به اثنين من المتغيرات. وإيجاد الزوج المرتّب الذي يحقق جميع المعادلات.

لحل نظام معادلات باستخدام جدول. قم أولًا بكتابة كل معادلة في صيغة الميل والمقطع. ثم عوّض بقيم مختلفة عن x وجد الحل لقيم y المقابلة. ولتسهيل الاستخدام. اختر 0 و 1 كأول قيم تعوض بها عن x.

$y_1 = -2x + 8$
$y_2 = 4x - 7$

x	y_1	y_2	حاصل الطرح
0	8	−7	15
1	6	−3	9
2	4	1	3
3	2	5	−3

ولأن الفارق بين قيم y يكون أقرب لـ 0 حيث $x = 1$ مقارنة بـ $x = 0$. ينبغي تجربة قيمة أكبر من 1 بعد ذلك.

ولأن الفارق بين قيم y قد غير الإشارات من $x = 2$ إلى $x = 3$. ينبغي تجربة قيمة تقع بين هاتين القيمتين بعد ذلك.

يقع الحل بين 2 و 3.

مثال 1 الحل باستخدام جدول

حُلّ نظام المعادلات.

$3x + 2y = -2$
$-4x + 5y = -28$

اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع.

$3x + 2y = -2 \rightarrow y = -1.5x - 1$
$-4x + 5y = -28 \rightarrow y = 0.8x - 5.6$

استخدم جدولًا لإيجاد حل يحقق كلتا المعادلتين.

x	y_1	y_2	(x, y_1)	(x, y_2)
0	−1	−5.6	(0, −1)	(0, −5.6)
1	−2.5	−4.8	(1, −2.5)	(1, −4.8)
2	**−4**	**−4**	**(2, −4)**	**(2, −4)**

حل النظام هو (2, −4).

تمرين موجّه

1A. $2x - 5y = 11$
$-3x + 4y = -13$

1B. $4x + 3y = -17$
$-7x - 2y = 20$

المفردات الجديدة
- **نقطة التعادل** break-even point
- **نظام المعادلات**
- **متوافق** consistent
- **غير متوافق** inconsistent
- **مستقل** independent
- **غير مستقل** dependent
- **طريقة التعويض** substitution method
- **طريقة الحذف** elimination method

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية. مراعاة الدقة.

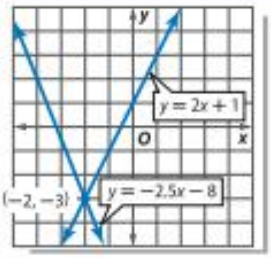
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هناك طريقة أخرى لحل نظام المعادلات وهي تمثيل المعادلات بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي. ونقطة التقاطع تمثل الحل.

مثال 2 الحل باستخدام التمثيل البياني

حُلّ نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

$2x - y = -1$ $\qquad$ $2y + 5x = -16$



اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع.

$2x - y = -1 \rightarrow y = 2x + 1$

$2y + 5x = -16 \rightarrow y = -2.5x - 8$

يتقاطع التمثيلان البيانيان للمستقيمين عند النقطة $(-2, -3)$.

التحقق قم بالتعويض عن الإحداثيات في كل معادلة أصلية.

المعادلات الأصلية	$2y + 5x = -16$	$2x - y = -1$
$y = -3$ و $x = -2$	$2(-3) + 5(-2) \stackrel{?}{=} -16$	$2(-2) - (-3) \stackrel{?}{=} -1$
بسّط.	$-16 = -16$ ✓	$-1 = -1$ ✓

حل النظام هو $(-2, -3)$.

نصيحة دراسية

التحقق من الحلول تحقق دائمًا لمعرفة إذا ما كانت القيم تلائم **كلتا** المعادلتين الأصليتين.

تمرين موجّه

2A. $4x + 3y = 12$
$-6x + 4y = -1$

2B. $-3y + 8x = 36$
$6x + y = -21$

يمكن تصنيف أنظمة المعادلات حسب عدد الحلول. حيث يكون النظام **متوافقًا** إذا كان له حل واحد على الأقل ويكون **غير متوافق** إذا لم تكن له أي حلول. وإذا كان له حل واحد بالضبط، يكون **مستقلًا**. ولكن إذا كان له عدد لا نهائي من الحلول، يكون **غير مستقل**.

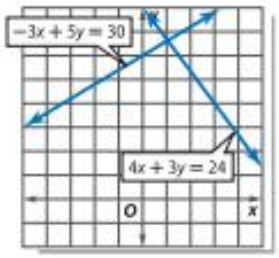
نصيحة دراسية

الميل وتصنيف الأنظمة إذا كان للمعادلات درجات ميل مختلفة، يكون النظام عندئذٍ متوافقًا ومستقلًا.

مثال 3 تصنيف الأنظمة

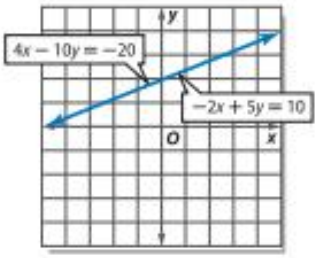
مثّل كل نظام معادلات بيانيًا وصفه من حيث كونه متوافقًا ومستقلًا، أو متوافقًا وغير مستقل، أو غير متوافق.

a. $4x + 3y = 24$
$-3x + 5y = 30$



يتقاطع التمثيلان البيانيان للمستقيمين عند نقطة واحدة. لذا فهناك حل واحد. ويكون النظام متوافقًا ومستقلًا.

b. $-2x + 5y = 10$
$4x - 10y = -20$



نظرًا لأن المعادلتين متكافئتين، يكون تمثيلهما البياني هو الخط نفسه. ويكون النظام متوافقًا وغير مستقل.

تمرين موجّه

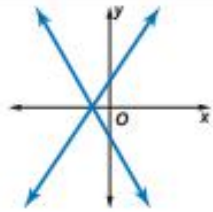
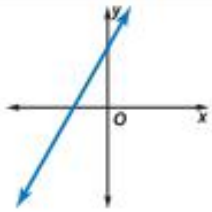
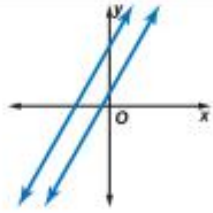
3A. $6x - 4y = 15$
$-6x + 4y = 18$

3B. $-4x + 5y = -17$
$-4x - 2y = 15$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

وفيما يلي تلخيص للعلاقة بين التمثيل البياني وحلول النظام.

ملخص المفهوم خصائص الأنظمة الخطية

متوافق ومستقل	متوافق وغير مستقل	غير متوافق
		
مستقيمان متقاطعان: حل واحد	نفس المستقيم: عدد لا نهائي من الحلول	مستقيمان متوازيان: لا يوجد حل

2 حل الأنظمة جبريًا

تستخدم الطرق الجبرية لإيجاد حلول دقيقة لأنظمة المعادلات. وإحدى الطرق الجبرية تُدعى **طريقة التعويض**.

المفهوم الأساسي طريقة التعويض

الخطوة 1 حل معادلة واحدة لأحد المتغيرين.

الخطوة 2 عوّض بالتعبير الناتج في المعادلة الأخرى لاستبدال المتغير. ثم جد حل المعادلة.

الخطوة 3 عوّض لإيجاد الحل للمتغير الآخر.

يمكن استخدام أنظمة المعادلات لحل العديد من المسائل من الحياة اليومية التي تتضمن قيودًا ويتم تمثيلها باستخدام دالتين مختلفتين أو أكثر.

مثال من الحياة اليومية 4 استخدام طريقة التعويض

الأعمال **لدى أحمد شركة لدعم أجهزة الكمبيوتر. وهو يقدر أن تكلفة تشغيل أعمال شركته يمكن أن تمثلها المعادلة $y = 48x + 500$، حيث x هي عدد العملاء. وهو يقدّر أيضًا أن دخله يمكن أن تمثله المعادلة $y = 65x - 145$. فكم عدد العملاء الذين سيحتاج إليهم أحمد من أجل الوصول لنقطة التعادل؟ وما أرباحه إذا كان لديه 60 عميلًا؟**

$y = 65x - 145$	معادلة الدخل
$48x + 500 = 65x - 145$	عوّض عن $48x + 500$ بـ y.
$500 = 17x - 145$	اطرح $48x$ من كل طرف.
$645 = 17x$	اجمع 145 على كل طرف.
$37.9 \approx x$	اقسم كل طرف على 17.

يحتاج أحمد إلى 38 عميلًا ليصل لنقطة التعادل. وإذا كان لديه 60 عميلًا. فسيبلغ دخله $65(60) - 145$ أو 3755 AED. وستبلغ التكلفة الواقعة عليه $48(60) + 500$ أو 3380 AED. لذا فسيبلغ ربحه $3755 - 3380$ أو 375 AED.

[0, 65] scl: 5 by [0, 3000] scl: 300

التحقق يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني للتحقق من هذا الحل. وتقع نقطة التعادل بالقرب من (37.9, 2321.2). استخدم دالة **CALC** لإيجاد التكلفة والدخل لـ 60 عميلًا.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

تمرين موجّه

استخدم التعويض لحل كل نظام من أنظمة المعادلات.

4A. $5x - 3y = 23$
$2x + y = 7$

4B. $x - 7y = 11$
$5x + 4y = -23$

4C. $-6x - y = 27$
$3x + 8y = 9$

يمكنك استخدام **طريقة الحذف** لحل أحد الأنظمة عندما يكون لأحد المتغيرين نفس المعامل في كلتا المعادلتين.

المفهوم الأساسي طريقة الحذف

الخطوة 1 اضرب إحدى المعادلتين أو كلتيهما في عدد لينتج معادلتين تحتويان على حدين متعاكسين.

الخطوة 2 اجمع المعادلتين. مما سيحذف متغيرًا واحدًا. ثم جد حل المعادلة.

الخطوة 3 عوّض لإيجاد الحل للمتغير الآخر.

ويمكن حذف المتغيرين عن طريق الجمع أو الطرح.

مثال 5 الحل باستخدام الحذف

استخدم طريقة الحذف لحل نظام المعادلات.

$5x + 3y = -19$
$8x + 3y = -25$

لاحظ أن الحل باستخدام التعويض يتضمن كسورًا.

الخطوة 1 اضرب معادلة واحدة في -1 بحيث تحتوي المعادلة على $3y$ و $-3y$.

$8x + 3y = -25$ ← اضرب في -1. ← $-8x - 3y = 25$

الخطوة 2 اجمع المعادلتين لحذف متغير واحد.

$$\begin{array}{rl} 5x + 3y = -19 & \text{المعادلة 1} \\ (+)\ -8x - 3y = 25 & \text{المعادلة 2 } \times(-1) \\ \hline -3x = 6 & \text{اجمع المعادلتين.} \\ x = -2 & \text{اقسم كل طرف على } -3. \end{array}$$

الخطوة 3 عوّض بـ -2 عن x في أي من المعادلتين الأصليتين.

$$\begin{array}{rl} 8x + 3y = -25 & \text{المعادلة 2} \\ 8(-2) + 3y = -25 & x = -2 \\ -16 + 3y = -25 & \text{اضرب.} \\ 3y = -9 & \text{أضف 16 إلى كل طرف.} \\ y = -3 & \text{اقسم كل طرف على 3.} \end{array}$$

الحل هو $(-2, -3)$.

تمارين موجّهة

5A. $4x - 3y = -22$
$2x + 3y = 16$

5B. $6x - 5y = -8$
$4x - 5y = -12$

5C. $2x - 9y = 34$
$-2x + 6y = -28$

في بعض الأحيان، لن يؤدي جمع أو طرح المعادلتين إلى حذف أي من المتغيرين. ويمكنك استخدام الضرب والمضاعف المشترك الأصغر لإيجاد معامل مشترك.

نصيحة دراسية

المثابرة تذكر عندما تجمع أو تطرح إحدى المعادلتين من الأخرى بأن تقوم بجمع أو طرح كل حد، بما في ذلك الثابت الموجود على الطرف الآخر من علامة يساوي.

مراجعة المفردات

المضاعف المشترك الأصغر هو أصغر عدد يمثل مضاعفًا مشتركًا لعددين أو أكثر

حقوق الطبع محفوظة © لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 6 على الاختبار المعياري لا يوجد حل ويوجد عدد لا نهائي من الحلول

حُلّ نظام المعادلات.

$5x + 3y = 52$

$15x + 9y = 54$

A (3, 1) **B** (8, 4) **C** لا يوجد حل **D** عدد لا نهائي من الحلول

قراءة فقرة الاختبار

يتم إعطاؤك نظام مكون من معادلتين خطيتين ويُطلب منك إيجاد الحل.

حُلّ فقرة الاختبار

لا يوجد معامل لأي من المتغيرين. ومعاملا متغيري y هما 3 و 9 والمضاعف المشترك الأصغر لهما هو 9. لذا فاضرب كل معادلة في القيمة التي ستجعل معامل y يكون 9.

$5x + 3y = 52$ ← بالضرب في 3. $15x + 9y = 156$

$15x + 9y = 54$

$$\frac{(-)\ 15x + 9y = 54}{0 = 102}$$

اطرح المعادلتين.

نظرًا لأن $0 = 102$ غير صحيح. فإن هذا النظام ليس له حل.

الإجابة الصحيحة هي C.

نصيحة دراسية

جمع المعادلات وطرحها إذا جمعت أو طرحت معادلتين في نظام وكانت النتيجة هي معادلة غير صحيحة على الإطلاق. فإن النظام يكون غير متوافق. وعند جمع أو طرح معادلتين في نظام مع كون النتيجة معادلة صحيحة دائمًا. فإن النظام يكون غير مستقل.

تمرين موجّه

6. حل نظام المعادلات.

$2x + 3y = 5$

$6x + 9y = 15$

F (−2, 3) **G** (7, 3) **H** لا يوجد حل **J** عدد لا نهائي من الحلول

يلخص ما يلي الطرق المختلفة لحل الأنظمة.

ملخص المفهوم حل أنظمة المعادلات

الطريقة	التوقيت الأمثل للاستخدام
الجدول	لتقدير الحل. بما أن الجدول قد لا يعطي حلًا دقيقًا
التمثيل البياني	لتقدير الحل. بما أن التمثيل البياني لا يعطي حلًا دقيقًا عادة
التعويض	إذا كان أحد المتغيرات في أي من المعادلتين له معامل 1 أو −1
الحذف باستخدام الجمع	إذا كان أحد المتغيرات له معاملات متعاكسة في المعادلتين
الحذف باستخدام الطرح	إذا كان أحد المتغيرات له المعامل نفسه في المعادلتين
الحذف باستخدام الضرب	إن لم يكن أي من المعاملات يساوي 1 أو −1 ولا يمكن حذف أي من المتغيرات ببساطة بجمع المعادلات أو طرحها

الربط بتاريخ الرياضيات

نينا كارلوفنا باري

(1901–1961) اعتبرت عالمة الرياضيات الروسية نينا كارلوفنا باري الرائدة الأولى بالرياضيات في جامعة موسكو الحكومية. الظاهرة أعلاه. وهي تشتهر بكتابيها المدرسيين *Higher Algebra* و *Theory of Series*.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **حُلّ كل نظام معادلات باستخدام جدول.**

1. $y = 3x - 4$
   $y = -2x + 11$

2. $4x - y = 1$
   $5x + 2y = 24$

مثال 2 **حُلّ كل من أنظمة المعادلات باستخدام التمثيل البياني.**

3. $y = -3x + 6$
   $2y = 10x - 36$

4. $y = -x - 9$
   $3y = 5x + 5$

5. $y = 0.5x + 4$
   $3y = 4x - 3$

6. $-3y = 4x + 11$
   $2x + 3y = -7$

7. $4x + 5y = -41$
   $3y - 5x = 5$

8. $8x - y = 50$
   $x + 4y = -2$

الصور الرقمية
المتجر على الإنترنت AED 3 لكل صورة + AED 20 مصاريف شحن
المتجر المحلي AED 5 لكل صورة

9. **تمثيل النماذج** راجع الجدول الظاهر على اليمين.

   a. اكتب معادلات تمثّل تكلفة طباعة الصور الرقمية في كل معمل تحميض.

   b. تحت أي ظروف قد تصبح تكلفة طباعة الصور الرقمية هي نفسها في كلا المتجرين؟

   c. متى يكون من الأفضل استخدام المتجر على الإنترنت ومتى يكون من الأفضل استخدام المتجر المحلي؟

مثال 3 **مثّل كل نظام معادلات بيانيًا وصفه من حيث كونه *متوافقًا ومستقلًا*، أو *متوافقًا وغير مستقل*، أو *غير متوافق*.**

10. $y + 4x = 12$
    $3y = 8 - 12x$

11. $-2x - 3y = 9$
    $4x + 6y = -18$

12. $9x - 2y = 11$
    $5x + 4y = 13$

مثال 4 **حُلّ كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام التعويض.**

13. $x + 5y = 3$
    $3x - 2y = -8$

14. $y = 2x - 10$
    $y = -4x + 8$

15. $2a + 8b = -8$
    $3a - 5b = 22$

16. $a - 3b = -22$
    $4a + 2b = -4$

17. $6x - 7y = 23$
    $8x + 4y = 44$

18. $9c - 3d = -33$
    $6c + 5d = -8$

المثالان 5-6 **حُلّ كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام الحذف.**

19. $-6w - 8z = -44$
    $3w + 6z = 36$

20. $4x - 3y = 29$
    $4x + 3y = 35$

21. $3a + 5b = -27$
    $4a + 10b = -46$

22. $8a - 3b = -11$
    $5a + 2b = -3$

23. $5a + 15b = -24$
    $-2a - 6b = 28$

24. $6x - 4y = 30$
    $12x + 5y = -18$

25. **الاختيار من متعدد** ما حل النظام الخطي الآتي؟
    $4x + 3y = 2$
    $4x - 2y = 12$

A $(8, -10)$ **B** $(2, -2)$ **C** $(-10, 14)$ **D** لا يوجد حل

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حُلّ كل نظام معادلات باستخدام جدول.**

26. $y = 5x + 3$
$y = x - 9$

27. $3x - 4y = 16$
$-6x + 5y = -29$

28. $2x - 5 = y$
$-3x + 4y = 0$

29. جمع التبرعات لجمع المال للزي الرسمي الجديد، قام مشجعو الفريق ببيع القمصان والقبعات. ويتم عرض تكلفة وسعر بيع كل قطعة. وقد أنفق المشجعون ما مجموعه AED 2000 على القمصان والقبعات. وقد باعوا جميع البضائع، وجنوا AED 3375. فكم عدد القمصان التي قاموا ببيعها؟

السلعة	سعر التكلفة AED	سعر البيع AED
قميص	AED 60	AED 100
قبعة	AED 40	AED 70

مثال 2 **حُلّ كل نظام معادلات بالتمثيل البياني.**

30. $-3x + 2y = -6$
$-5x + 10y = 30$

31. $4x + 3y = -24$
$8x - 2y = -16$

32. $6x - 5y = 17$
$6x + 2y = 31$

33. $-3x - 8y = 12$
$12x + 32y = -48$

34. $y - 3x = -29$
$9x - 6y = 102$

35. $-10x + 4y = 7$
$2x - 5y = 7$

36. تمثيل النماذج تمتلك هداية قسيمة بقيمة 10 دراهم وقسيمة خصم بنسبة 15% لمتجرها المفضل. والمتجر لديه سياسة تنص على عدم إمكانية استخدام أكثر من قسيمة واحدة لكل عملية شراء. فمتى يكون من الأفضل لهداية استخدام القسيمة بقيمة AED 10. ومتى يكون من الأفضل لها استخدام قسيمة الخصم بنسبة 15%؟

مثال 3 **مثّل كل نظام معادلات بيانيًا وصِفه من حيث كونه *متوافقًا ومستقلًا*، أو *متوافقًا وغير مستقل*، أو *غير متوافق*.**

37. $y = 3x - 4$
$y = 6x - 8$

38. $y = 2x - 1$
$y = 2x + 6$

39. $2x + 5y = 10$
$-4x - 10y = 20$

40. $x - 6y = 12$
$3x + 18y = 14$

41. $-5x - 6y = 13$
$12y + 10x = -26$

42. $8y - 3x = 15$
$-16y + 6x = -30$

مثال 4 **حُلّ كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام التعويض.**

43. $9y + 3x = 18$
$-3y - x = -6$

44. $5x - 20y = 70$
$6x + 5y = -32$

45. $-4x - 16y = -96$
$7x + 3y = 68$

46. $-4a - 5b = 14$
$9a + 3b = -48$

47. $-9c - 4d = 31$
$6c + 6d = -24$

48. $8f + 3g = 12$
$-32f - 12g = 48$

49. التنس في أحد المنتزهات، هناك 38 شخصًا يلعبون التنس. البعض يلعب مباراة زوجية، والبعض يلعب مباراة فردية. وتجرى 13 مباراة، حيث تتطلب المباراة الزوجية 4 لاعبين، وتتطلب المباراة الفردية اثنين من اللاعبين.

a. اكتب نظامًا من معادلتين يمثّل عدد المباريات الفردية والزوجية التي يجري لعبها.

b. ما عدد المباريات المقامة من كل نوع؟

المثالان 5–6 **حُلّ كل نظام من أنظمة المعادلات باستخدام الحذف.**

50. $8x + y = 27$
$-3x + 4y = 3$

51. $2a - 5b = -20$
$2a + 5b = 20$

52. $6j + 4k = -46$
$2j + 4k = -26$

53. $3x - 8y = 24$
$-12x + 32y = 96$

54. $5a - 2b = -19$
$8a + 5b = -55$

55. $r - 6t = 44$
$9r + 12t = 0$

56. $6d + 5f = -32$
$5d - 9f = 26$

57. $11u = 5v + 35$
$8v = -6u + 62$

58. $-1.2c + 3.4d = 6$
$6c = -30 + 17d$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل كل نظام من أنظمة المعادلات. قرّب إحداثيات التقاطع لأقرب جزء من مئة.

59. $12y = 5x - 15$
$4.2y + 6.1x = 11$

60. $-3.8x + 2.9y = 19$
$6.6x - 5.4y = -23$

61. $5.8x - 6.3y = 18$
$-4.3x + 8.8y = 32$

حُلّ كل نظام من أنظمة المعادلات.

62. $11p + 3q = 6$
$-0.75q - 2.75p = -1.5$

63. $8r - 5t = -60$
$6r + 3t = -18$

64. $10t + 4v = 13$
$-4t - 7v = 11$

65. $6w = 12 - 4x$
$6x = -9w + 18$

66. $\frac{3}{2}y + z = 3$
$-y - \frac{2}{3}z = -2$

67. $\frac{5}{2}a - \frac{3}{4}b = 46$
$-\frac{7}{8}a - 3b = 10$

68. التجديف يمكن لعلياء التجديف بقارب مسافة 1 كيلومتر عكس التيار (ضد التيار) في 24 دقيقة. وقالت إنه يمكنها التجديف لنفس المسافة في اتجاه التيار في 13 دقيقة. بافتراض أن كلًا من سرعة التجديف وسرعة التيار ثابتة.

a. جد السرعة التي تجدف بها علياء وسرعة التيار.

b. إذا كانت علياء تخطط للقاء أصدقائها على مسافة 3 كيلومترات عكس التيار بعد ساعة من الآن. فهل ستصل في الوقت المحدد؟ اشرح.

69. تمثيل النماذج يظهر الجدول التوقيتات الفائزة بالثواني لسباق الـ 100 متر في الأولومبياد بين 1964 و 2008.

السنوات منذ 1964، x	المدة الزمنية للفائز بالميدالية الذهبية من الرجال	المدة الزمنية للفائز بالميدالية الذهبية من النساء
0	10.0	11.4
4	9.90	11.0
8	10.14	11.07
12	10.06	11.08
16	10.25	11.06
20	9.99	10.97
24	9.92	10.54
28	9.96	10.82
32	9.84	10.94
36	9.87	10.75
40	9.85	10.93
44	9.69	10.78

a. اكتب المعادلتين اللتين تمثلان المدتين الزمنيتين للفائزين من الرجال والنساء منذ عام 1964. بافتراض أن كلا التوقيتين استمرا في نفس الاتجاه.

b. مثّل كلتا المعادلتين بيانيًا. قدّر متى سيلحق أداء النساء بأداء الرجال. وهل تعتقد أن توقعك منطقي؟ اشرح.

70. وظائف لدى عبد الكريم عرض عمل سيحصل فيه على AED 800 شهريًا بالإضافة إلى عمولة 2% من السعر الإجمالي للسيارات التي يبيعها. وفي وظيفته الحالية، يحصل عبد الكريم على AED 1200 شهريًا بالإضافة إلى عمولة 1.5% من إجمالي مبيعاته. كم يجب أن يبيع شهريًا لجعل العمل الجديد صفقة أفضل؟

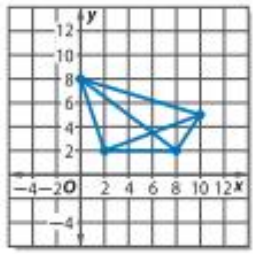
71. السفر انطلق مجموعة من الشباب في رحلة إلى مدينة ملاهي، مسافرين في سيارتين. يعرض الجدول عدد الأشخاص في كل سيارة وإجمالي تكلفة الدخول. جد سعر الدخول للبالغين وللطلاب.

السيارة	البالغون	الطلاب	التكلفة الإجمالية
A	2	5	AED 77
B	2	7	AED 95

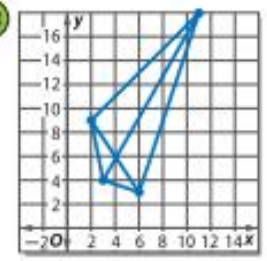
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الهندسة جد النقطة التي يتقاطع عندها أقطار الشكل الرباعي.

72.



73



74. **الانتخابات** في انتخابات مجلس الطلاب. حصل المرشح A على 55% من مجموع الأصوات. في حين حصل المرشح B على 1541 صوتًا. فإذا حصل المرشح C على 40% من الأصوات التي حصل عليها المرشح A. فما عدد إجمالي التصويتات؟

75. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة. ستستكشف أنظمة تتضمن ثلاث معادلات خطية ومتغيرين.

$$3y + x = 16$$
$$y - 2x = -4$$
$$y + 5x = 10$$

a. **جدوليًّا** قم بعمل جدول بقيم x و y لكل معادلة.

b. **تحليليًّا** ما القيم الموجودة في الجدول التي تشير إلى التقاطعات؟ هل هناك حل يحقق جميع المعادلات الثلاثة؟

c. **بيانيًّا** مثّل المعادلات الثلاث بيانيًا على مستوى إحداثي واحد.

d. **لفظيًّا** ما الشروط التي يجب تحقيقها في نظام مكون من ثلاث معادلات بمتغيرين ليكون له حل؟ ما الشروط التي تؤدي إلى عدم وجود حل؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

76. **التعليق** تقوم غاية وهدى بحل النظام $6x - 4y = 26$ و $-3x + 4y = -17$.
هل أي منهما صحيحًا؟ اشرح الاستنتاج.

غاية

$6x - 4y = 26$ $\quad 6(3) - 4y = 26$
$-3x + 4y = -17$ $\quad 18 - 4y = 26$
$3x = 9$ $\quad -4y = 8$
$x = 3$ $\quad y = -2$

الحل هو $(3, -2)$.

هدى

$6x - 4y = 26$ $\quad 6(-3) - 4y = 26$
$-3x + 4y = -17$ $\quad -18 - 4y = 26$
$3x = -9$ $\quad -4y = 44$
$x = -3$ $\quad y = -11$

الحل هو $(-3, -11)$.

77. **تحدَّ** جد قيمتي a و b التي يكون للنظام التالي عندها الحل $(b - 1, b - 2)$.

$$-8ax + 4ay = -12a$$
$$2bx - by = 9$$

78. **الاستنتاج** إذا كان a متوافقًا وغير مستقل عن b، و b متوافقًا مع c، و c متوافقًا ومستقلًا عن d، فإن a سيكون *أحيانًا*، أو *دائمًا*، أو *لا* يكون *مطلقًا* متوافقًا ومستقلًا عن d. اشرح استنتاجك.

79. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب نظام معادلات يلزم فيه ضرب إحدى المعادلتين في 3 ويلزم ضرب الأخرى في 4 من أجل حل النظام عن طريق الحذف. ثم حل النظام الخاص بك.

80. **الكتابة في الرياضيات** لماذا يعد التعويض في بعض الأحيان أكثر إفادة من الحذف، والعكس صحيح؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

81. إجابة قصيرة بسّط $3y(4x + 6y - 5)$.

82. SAT/ACT أي مما يلي يصف التمثيل البياني للمعادلات بأفضل شكل؟

$$4y = 3x + 8$$
$$-6x = -8y + 24$$

A المستقيمات متوازيان.
B المستقيمان متعامدان.
C للمستقيمين نقطة التقاطع مع المحور الأفقي x نفسها.
D للمستقيمين نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y نفسها.
E المستقيمات متماثلان.

83. الهندسة أي مجموعة من الأبعاد تتوافق مع مثلث يشبه ذلك الذي يظهر على اليمين؟

F وحدة واحدة، وحدتان، 3 وحدات
G 7 وحدات، 11 وحدة، 12 وحدة
H 10 وحدات، 23 وحدة، 24 وحدة
J 20 وحدة، 48 وحدة، 52 وحدة

84. سيؤجر سعيد شاحنة متحركة بسعر AED 100 بالإضافة إلى AED 0.10 لكل كيلومتر تتم قيادتها فيه. فما هي المعادلة التي يمكن استخدامها لإيجاد C، تكلفة استئجار شاحنة متحركة وقيادتها مسافة m من الكيلومترات؟

A $C = 0.1(100 + m)$
B $C = 100 + 0.1m$
C $C = 100m + 0.1$
D $C = 100(m + 0.1)$

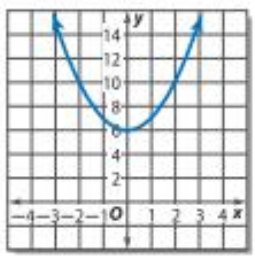
مراجعة شاملة

85. الحِرَف اليدوية تبيع أماني الحيوانات المحنطة في معرض محلي للحرف اليدوية. تبيع الحيوان الصغير مقابل 10 دراهم والحيوان الكبير مقابل AED 15. ولتغطية نفقاتها، تحتاج لبيع حيوانات تكفي لجني ما لا يقل عن AED 350. (الدرس 2-7)

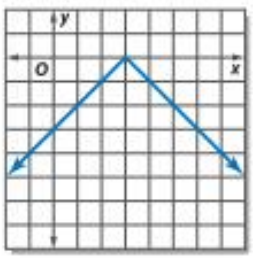
a. اكتب متباينة لهذه الحالة.
b. مثّل المتباينة بيانيًا.
c. إذا باعت 10 حيوانات صغيرة و 15 حيوانًا كبيرًا، فهل ستغطي نفقاتها؟

اكتب معادلة لكل دالة. (الدرس 2-6)

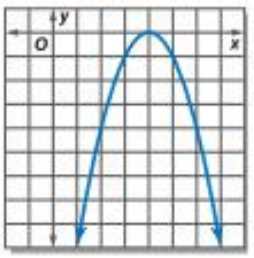
86.



87.



88.



حُلّ كل معادلة مما يلي. وتحقق من حلّك. (الدرس 3-3)

89. $2p = 14$
90. $-14 + n = -6$
91. $7a - 3a + 2a - a = 16$
92. $x + 9x - 6x + 4x = 20$
93. $27 = -9(y + 5) + 6(y + 8)$
94. $-7(p + 7) + 3(p - 4) = -17$

مراجعة المهارات

حدّد إذا ما كانت النقطة المعطاة تحقق كل متباينة.

95. $4x + 5y \leq 15$; $(2, -2)$
96. $3x + 5y \geq 8$; $(1, 1)$
97. $6x + 9y < -1$; $(0, 0)$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الدرس 6-2 حل أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• لقد قمت بحل أنظمة المعادلات الخطية بيانيًا وجبريًا.	1 حل أنظمة المتباينات بالتمثيل البياني.	• يتعين تحقيق العديد من الظروف الجوية قبل إطلاق مكوك الفضاء. حيث يجب أن تكون درجة الحرارة أعلى من -1.12 C وأقل من 37.78 C ولا يمكن أن تتجاوز سرعة الرياح 30 عقدة. ويمكن استخدام نظام متباينات لإظهار هذه الظروف الثلاثة.
	2 تحديد إحداثيات رؤوس المنطقة التي يشكلها التمثيل البياني لنظام متباينات.	

المفردات الجديدة

نظام المتباينات
system of inequalities

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 أنظمة المتباينات حل **نظام متباينات** يعني إيجاد الأزواج المرتبة التي تحقق جميع المتباينات في النظام.

المفهوم الأساسي حل أنظمة المتباينات

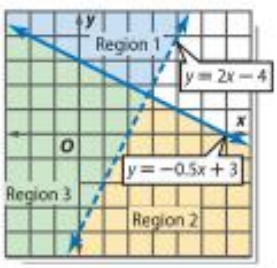
الخطوة 1 مثّل كل متباينة بيانيًا. مع تظليل المنطقة الصحيحة.

الخطوة 2 حدّد المنطقة المظللة لجميع المتباينات. وهذا هو حل النظام.

مثال 1 المناطق المتقاطعة

حُلّ أنظمة المتباينات.

$$y > 2x - 4$$
$$y \le -0.5x + 3$$



حل $y > 2x - 4$ ← هو المنطقتان 1 و 3

حل $y \le -0.5x + 3$ ← هو المنطقتان 2 و 3

المنطقة 3 هي جزء من الحل لكلا المتباينتين. لذا فهي حل النظام.

التحقق لاحظ أن نقطة الأصل هي جزء من حل النظام. ويمكن استخدام نقطة الأصل كنقطة اختبار. ويمكنك اختبار الحل بالتعويض بـ (0, 0) لـ x و y في كل معادلة.

$y > 2x - 4$
$0 \stackrel{?}{>} 2(0) - 4$
$0 \stackrel{?}{>} 0 - 4$
$0 > -4$ ✓

$y \le -0.5x + 3$
$0 \stackrel{?}{\le} -0.5(0) + 3$
$0 \stackrel{?}{\le} 0 + 3$
$0 \le 3$ ✓

تمرين موجّه

1A. $y \le -2x + 5$
$y > -\frac{1}{4}x - 6$

1B. $y \ge |x|$
$y < \frac{4}{3}x + 5$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

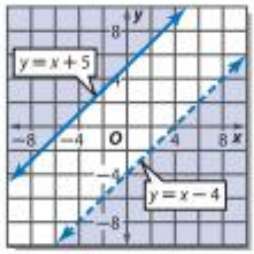
من الممكن ألا تتقاطع المناطق. وعندما يحدث هذا، لا يوجد حل للنظام أو تكون مجموعة الحل المجموعة الخالية.

قراءة في الرياضيات
المجموعة الخالية يُطلق على المجموعة الخالية أيضًا اسم *المجموعة الفارغة*. ويمكن أن يتم تمثيلها باستخدام $\emptyset$ أو $\{\}$.

مثال 2 المناطق المنفصلة

حُلّ نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$$y \geq x + 5$$
$$y < x - 4$$



مثل كلتا المتباينتين بيانيًا.

وبما أن التمثيلين البيانيين للمتباينتين لا يتداخلان. فلا توجد نقاط مشتركة ولا يوجد حل للنظام.

مجموعة الحل هي مجموعة خالية.

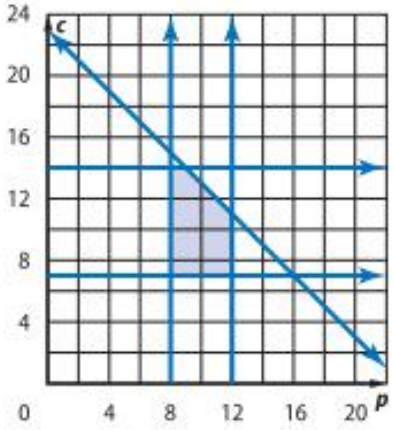
تمرين موجّه

2A. $y \geq -4x + 8$
$y < -4x + 4$

2B. $y \geq |2x|$
$y < 2x - 24$

مثال 3 من الحياة اليومية كتابة نظام متباينات واستخدامه

إدارة الوقت **ستخضع بدرية للامتحانات النهائية في التفاضل والتكامل، والفيزياء، والتاريخ. ولديها ما يصل إلى 25 ساعة للدراسة استعدادًا للامتحانات. وهي تخطط لدراسة التاريخ لمدة ساعتين. وتحتاج إلى قضاء 7 ساعات على الأقل في الدراسة استعدادًا لامتحان حساب التفاضل والتكامل. ولكن أكثر من 14 سيكون أكثر من اللازم. وهي تأمل أن تقضي ما بين 8 و 12 ساعة في دراسة الفيزياء. اكتب نظام متباينات لتمثيل الوضع ومثله بيانيًا.**



حساب التفاضل والتكامل: 7 ساعات على الأقل. ولكن ما لا يزيد عن 14

$$7 \leq c \leq 14$$

الفيزياء: 8 ساعات على الأقل. ولكن ما لا يزيد عن 12

$$8 \leq p \leq 12$$

لدى بدرية 25 ساعة. وستقضي منها ساعتين في دراسة التاريخ. ولديها ما يصل إلى 23 ساعة متبقية لدراسة حساب التفاضل والتكامل والفيزياء.

$$c + p \leq 23$$

مثّل جميع المتباينات بيانيًا. أي زوج مرتّب في التقاطع يعتبر حلًا للنظام. أحد الحلول هو 10 ساعات للفيزياء و 12 ساعة لحساب التفاضل والتكامل.

الربط بالحياة اليومية
سوف يقضي الطلاب الجدد البيندون عادةً أكثر من 3 أضعاف عدد ساعات الدراسة في الكلية منها في المدرسة الثانوية.

المصدر: الاستبيان السنوي حول دراسة الطلاب

تمرين موجّه

3. السفر ينطلق يوسف ووفاء في رحلة بالسيارة عبر البلاد مع طفليهما. وهما يخططان للقيادة لمدة 10 ساعات كحد أقصى في اليوم. ويريد السيد يوسف يريد أن يقود لمدة 4 ساعات على الأقل في اليوم ولكن ليس أكثر من 8 ساعات في اليوم. ويمكن لوفاء أن تقود ما بين ساعتين و 5 ساعات يوميًا. اكتب نظام متباينات يمثل هذه المعلومات ومثله بيانيًا.

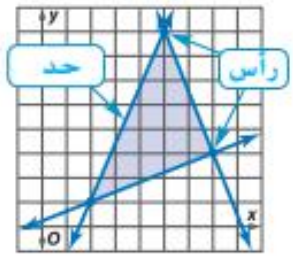
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

الحدود إذا كانت المتباينة التي تشكّل الحد هي $<$ أو $>$، فعندئذٍ لا يكون الحد جزءًا من الحل. وينبغي أن يكون المستقيم متقطعًا.

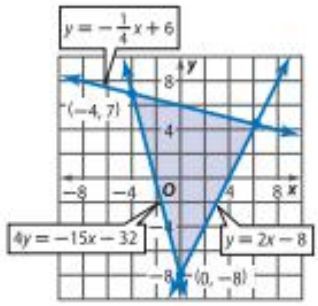
2 إيجاد رؤوس من منطقة مغلقة

أحيانًا ينتج التمثيل البياني لنظام متباينات منطقة مغلقة في شكل مضلع. ولإيجاد رؤوس المنطقة، حدد إحداثيات النقاط التي تتقاطع عندها الحدود.



مثال 4 إيجاد الرؤوس

جد إحداثيات رؤوس المثلث الذي يتكوّن من $y \geq 2x - 8$، و $y \leq -\frac{1}{4}x + 6$، و $4y \geq -15x - 32$.



الخطوة 1 مثّل كل متباينة بيانيًا. يمكن تحديد الإحداثيات $(-4, 7)$ و $(0, -8)$ من التمثيل البياني. لإيجاد إحداثيات الرأس الثالثة، جد حل نظام المعادلات $y = 2x - 8$ و $y = -\frac{1}{4}x + 6$.

الخطوة 2 قم بالتعويض عن y في المعادلة الثانية.

$2x - 8 = -\frac{1}{4}x + 6$ عوّض عن y بـ $2x - 8$.

$2x = -\frac{1}{4}x + 14$ أضف 8 إلى كل طرف.

$\frac{9}{4}x = 14$ أضف $\frac{1}{4}x$ إلى كل طرف.

$x = \frac{56}{9}$ أو $6\frac{2}{9}$ اقسم كل طرف على $\frac{9}{4}$.

الخطوة 3 جد قيمة y.

$y = 2\left(6\frac{2}{9}\right) - 8$ عوّض عن x بـ $6\frac{2}{9}$.

$= 12\frac{4}{9} - 8$ خاصية التوزيع

$= 4\frac{4}{9}$ بسّط.

تحقق قارن الإحداثيات بالإحداثيات الموجودة على التمثيل البياني. يقع الإحداثي x للرأس الثالثة بين 6 و 7. إذًا $6\frac{2}{9}$ منطقية. ويقع الإحداثي y للرأس الثالثة بين 4 و 5. إذًا $4\frac{4}{9}$ منطقية.

تقع رؤوس المثلث عند $(-4, 7)$ و $(0, -8)$ و $\left(6\frac{2}{9}, 4\frac{4}{9}\right)$.

تمرين موجّه

جد إحداثيات رؤوس المثلث الذي تشكل من كل نظام متباينات

4A. $y \geq -3x - 6$
$2y \geq x - 16$
$11y + 7x \leq 12$

4B. $5y \leq 2x + 9$
$y \leq -x + 6$
$9y \geq -2x + 5$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **حُلّ كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.**

1. $y \leq 6$
   $y > -3 + x$

2. $y \leq -3x + 4$
   $y \geq 2x - 1$

3. $y > -2x + 4$
   $y \leq -3x - 3$

مثال 3

4. **الاستنتاج** أقصى ما يمكن لعلياء أن تنفقه على النفائق والشطائر لحفل الشواء الذي تقيمه هو 35 درهمًا. وتتكلف عبوة من 10 نفائق 3.50 دراهم. بينما تتكلف عبوة شطائر 2.50 درهم وتحتوي على 8 شطائر. وهي تحتاج لشراء ما لا يقل عن 40 قطعة نفائق و 40 شطيرة.

   a. مثّل المنطقة التي تظهر عدد العبوات التي يمكن شراؤها من كل عنصر بيانيًا.

   b. أعطِ مثالًا لثلاثة مشتريات مختلفة يمكنها أن تقوم بها.

مثال 4 **جد إحداثيات رؤوس المثلث الذي تشكل من كل نظام متباينات.**

5. $y \geq 2x + 1$
   $y \leq 8$
   $4x + 3y \geq 8$

6. $3y \geq -7x - 16$
   $7y \leq x + 32$
   $y \geq 15x - 40$

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **حُلّ كل نظام من أنظمة المتباينات عن طريق التمثيل البياني.**

7. $x < 3$
   $y \geq -4$

8. $y > 3x - 5$
   $y \leq 4$

9. $y < -3x + 4$
   $3y + x > -6$

10. $y \geq 0$
    $y < x$

11. $6x - 2y \geq 12$
    $3x + 4y > 12$

12. $-8x > -2y - 1$
    $-4y \geq 2x - 5$

13. $5y < 2x + 10$
    $y - 4x > 8$

14. $3y - 2x \leq -24$
    $y \geq \frac{2}{3}x - 1$

15. $y > -\frac{2}{5}x + 2$
    $5y \leq -2x - 15$

مثال 3

16. **التسجيل** يريد كاتب أن ينفق ما لا يزيد عن 575 درهمًا لتسجيل أول كتاب صوتي له. ويتقاضى الاستوديو 35 درهمًا في الساعة على الأقل للتسجيل. مثّل نظام متباينات بيانيًا لتمثيل هذه الحالة.

17. **رحلة صيفية** يحتاج سالم إلى ادخار ما لا يقل عن 925 درهمًا للذهاب إلى روما مع فصل اللغة اللاتينية خلال 8 أسابيع. وهو يحصل على 9 دراهم في الساعة من العمل في مطعم البيتزا و 12 درهمًا في الساعة من العمل في غسيل السيارات. ولا يستطيع أن يعمل أكثر من 25 ساعة في الأسبوع. مثّل بيانيًا اثنين من أنظمة المتباينات التي يمكن لمحمود استخدامها لتحديد عدد الساعات التي يحتاج أن يعمل فيها في كل وظيفة إذا كان يريد القيام بهذه الرحلة.

مثال 4 **جد إحداثيات رؤوس المثلث الذي يتكوّن من كل نظام متباينات.**

18. $x \geq 0$
    $y \geq 0$
    $x + 2y < 4$

19. $y \geq 3x - 7$
    $y \leq 8$
    $x + y > 1$

20. $x \leq 4$
    $y > -3x + 12$
    $y \leq 9$

21. $-3x + 4y \leq 15$
    $2y + 5x > -12$
    $10y + 60 \geq 27x$

22. $8y - 19x < 74$
    $38y + 26x \leq 119$
    $54y - 12x \geq -198$

23. $6y - 24x \geq -168$
    $8y + 7x > 10$
    $20y - 2x \leq 64$

24. **الخبز** تريد هيام خبز بسكويت وكعك لمنفذ بيع المخبوزات. ويمكنها خبز 15 قطعة بسكويت في المرة الواحدة و 12 كعكة في المرة الواحدة. وهي تحتاج إلى صنع ما لا يقل عن 120 قطعة من المخبوزات. ولكن ليس أكثر من 360. وهي تريد أن يكون لديها ما لا يقل عن ثلاثة أضعاف عدد قطع البسكويت مقارنةً بالكعك. فما هي توافيق الدفعات التي يمكن لهيام صنعها؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

25. **الهواتف الخلوية** لدى أيوب 800 دقيقة بحدٍ أقصى على خطة هاتفه الخلوي والتي يمكنه استخدامها كل شهر. وتتكلف الدقائق نهارًا 0.15 درهم. بينما تتكلف الدقائق ليلًا 0.10 درهم. ويخطط أيوب لاستخدام ما لا يقل عن ضعف عدد الدقائق نهارًا مقارنة بالدقائق ليلًا. فإذا استخدم فهد 200 دقيقة ليلًا على الأقل ولم يتعد الحد الموضوع له. فما أقصى قيمة لفاتورته؟ و أدنى قيمة لفاتورته؟

26. **الأشجار** تنضم الأشجار إلى أربع فئات وفقًا للارتفاع ومحيط الجذع. ويرد في الجدول وصف بيانات الأشجار الموجودة في إحدى الغابات.

فئة الجزء العلوي	سائد	سائد مشترك	متوسط	قليل
الارتفاع (متر)	أكبر من 72	56–72	40–55	أقل من 39
محيط الجذع (سنتيمتر)	أكبر من 60	48–60	34–48	أقل من 33

المصدر: USDA Forest Service

a. اكتب نظام المتباينات الذي يمثل نطاق الارتفاعات h والمحيطات c لشجرة من نوع سائد مشترك ومثّله بيانيًا.

b. حدد فئة الجزء العلوي لشجرة زيزفون يبلغ ارتفاعها 48 ft. جد محيط الجذع المتوقع.

27. **الاستنتاج** في رحلة تخييم. يحتاج جاسم إلى 3 kg على الأقل من الطعام و 0.5 L من الماء في اليوم. بينما يحتاج مازن ما لا يقل عن 5 kg من الطعام و 0.5 L من الماء في اليوم. وتزن معدات جاسم 10 kg. بينما تزن معدات مازن 20 kg. ويزن لتر الماء حوال 8 kg. وكلٍ منهما يحمل معداته الخاصة. ويستطيع جمال حمل 35 kg بينما يستطيع مازن حمل 50 kg.

a. مثّل المتباينات التي تمثل مقدار ما يمكنهما حمله بيانيًا.

b. كم عدد الأيام التي يمكنهم التخييم فيها. بافتراض أنهما سيحضران جميع مؤنهما في نفس الوقت؟

c. من الذي ستنفد مؤنه أولًا؟

حُلّ كل من أنظمة المتباينات عن طريق التمثيل البياني.

28. $y \geq |2x + 4| - 2$
$3y + x \leq 15$

29. $y \geq |6 - x|$
$|y| \leq 4$

30. $|y| \geq x$
$y < 2x$

31. $y > -3x + 1$
$4y \leq x - 8$
$3x - 5y < 20$

32. $6y + 2x \leq 9$
$2y + 18 \geq 5x$
$y > -4x - 9$

33. $|x| > y$
$y \leq 6$
$y \geq -2$

34. $2x + 3y \geq 6$
$y \leq |x - 6|$

35. $8x + 4y < 10$
$y > |2x - 1|$

36. $y \geq |x - 2| + 4$
$y \leq [x] - 3$

37. **الموسيقى** يحاول خالد أن يقرر ما يضعه على مشغل MP3 الخاص به. تمتد الكتب الصوتية لمدة 3 ساعات بينما تمتد الأغاني لمدة 2.5 دقيقة. وناصر لا يريد أكثر من 4 كتب صوتية على مشغل MP3 الخاص به. ولكن ما لا يقل عن عشر أغنيات وكتاب صوتي واحد. ويتكلف كل كتاب 15.00 درهمًا بينما تتكلف كل أغنية 0.95 درهم. ويمتلك خالد 63 درهمًا لإنفاقها على الكتب والموسيقى. مثّل المتباينات بيانيًا لإظهار التوافيق الممكنة من الكتب والأغاني التي يمكن لناصر امتلاكها.

38. **وظائف** يعمل أحمد بوظيفتين ولا يمكنه أن يعمل أكثر من 25 ساعة إجمالًا في الأسبوع. ويريد أن يكسب ما لا يقل عن 150 درهمًا في الأسبوع. مثّل المتباينات بيانيًا لإظهار التوافيق الممكنة للساعات التي يتم العمل فيها بكل وظيفة والتي ستساعده على تحقيق هدفه.

العمل	الأجر
نادل	6.50 دراهم
كاتب	8.00 دراهم

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

39. إدارة الوقت يستغل منصور وقت فراغه لكتابة رواية وممارسة الرياضة. وقد رصد لذلك 35 ساعة في الأسبوع. ويريد أن يمارس الرياضة ما لا يقل عن 7 ساعات في الأسبوع ولكن بما لا يزيد عن 15 ساعة. ويأمل أيضا أن يكتب ما بين 20 و 25 ساعة في الأسبوع. اكتب نظام متباينات يمثل هذا الوضع ومثّله بيانيًا.

جد إحداثيات رؤوس الشكل الذي تشكل من كل نظام متباينات.

40. $y \geq 2x - 12$
$y \leq -4x + 20$
$4y - x \leq 8$
$y \geq -3x + 2$

41. $y \geq -x - 8$
$2y \geq 3x - 20$
$4y + x \leq 24$
$y \leq 4x + 22$

42. $2y - x \geq -20$
$y \geq -3x - 6$
$y \leq -2x + 2$
$y \leq 2x + 14$

43. المعرفة المالية يستثمر السيد حميد 10,000 درهم في صندوقين. وسيعطي أحد الصندوقين مرابحة بنسبة 6%. بينما سيعطي الصندوق الثاني الأكثر خطورة مرابحة بنسبة 10%. فما هو أقل مبلغ يمكن أن يستثمره السيد عادل في الصندوق المحفوف بالمخاطر ولا يزال يكسب ما لا يقل عن 740 درهمًا بعد سنة واحدة؟

44. كرة التفادي تختار مدرسة ثانوية فريق كرة تفادي ليلعب في فعالية لجمع التبرعات ضد منافسيهم. ويمكن أن يكون هناك ما بين 10 و 15 لاعبًا في الفريق. ويجب أن يكون هناك عدد أكبر من لاعبي الدفاع من المستخلصين في الفريق.

a. اكتب نظام متباينات لتمثيل الوضع ومثّله بيانيًا.

b. ضع قائمة بجميع التوافيق الممكنة للمستخلصين ولاعبي الدفاع في الفريق.

c. اشرح سبب وجود عدد لا حصر له من الاحتمالات.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

45. تحدٍّ جد مساحة المنطقة المحددة بالمتباينات التالية.

$y \geq -4x - 16$
$4y \leq 26 - x$
$3y + 6x \leq 30$
$4y - 2x \geq -10$

46. مسألة غير محددة الإجابة اكتب نظامًا من متباينتين يكون فيه الحل:

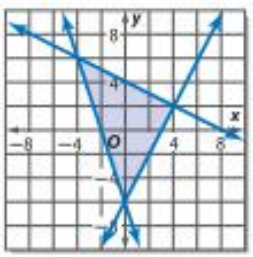
a. يقع فقط في الربع الثالث.

b. غير موجود.

c. يقع فقط على مستقيم.

d. يقع على نقطة واحدة بالضبط.

47. تحدٍّ اكتب نظام متباينات لتمثيل الحل الظاهر على اليمين. كم عدد النقاط ذات الإحداثيات الصحيحة تكون حلولًا للنظام؟



48. فرضيات حدد إذا ما كانت العبارة التالية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فقدم مثالًا مضادًا.

يكون لنظام من متباينتين خطيتين إما عدد لا نهائي من النقاط في حله أو لا يكون له أي نقاط على الإطلاق.

49. الكتابة في الرياضيات اكتب دليلًا يشرح طريقة تحديد أماكن التظليل عند رسم تمثيل بياني لنظام متباينات.

50. الكتابة في الرياضيات اشرح كيف يمكنك إجراء اختبار لمعرفة إذا ما كانت (6 ,4−) حلًا لنظام متباينات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

51. لكي يكون الطالب عضوًا في الفرقة الاستعراضية، يجب أن يكون متوسط درجاته في الصف 2.0 على الأقل وأن يكون قد حضر خمسة تمارين بعد الدوام المدرسي. اختر نظام المتباينات الذي يمثّل هذه الحالة بأفضل شكل.

A $x \geq 2$
$y \geq 5$

B $x \leq 2$
$y \leq 5$

C $x < 2$
$y < 5$

D $x > 2$
$y > 5$

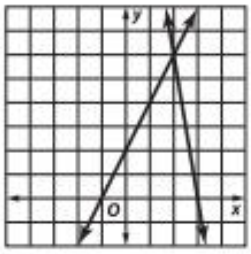
52. SAT/ACT يظهر الجدول الموجود على اليمين العلاقة بين x و y. ما المعادلة التي تمثل هذه العلاقة؟

x	y
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17
6	20

F $y = 3x - 2$
G $y = 3x + 2$
H $y = 4x + 1$
J $y = 4x + 2$
K $y = 4x - 1$

53. إجابة قصيرة إذا كانت $3x = 2y$ و $5y = 6z$، فما هي قيمة x بدلالة z؟

54. الهندسة انظر إلى التمثيل البياني أدناه. أي من هذه العبارات تصف العلاقة بين المستقيمين؟



A يتقاطعان عند (6, 2).
B يتقاطعان عند (0, 2).
C يتقاطعان عند (3.5, 0).
D يتقاطعان عند (2, 6).

مراجعة شاملة

55. الهندسة أوجد إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع الذي توجد أضلاعه ضمن المستقيمات التي لها المعادلات $y = 3$، و $y = 7$، و $y = 2x$، و $y = 2x - 13$. (الدرس 3-1)

مثل كل متباينة بيانيًا. (الدرس 7-2)

56. $x + y \geq 6$

57. $4x - 3y < 10$

58. $5x + 7y \geq -20$

مثّل كل دالة بيانيًا. حدّد المجال والمدى. (الدرس 6-2)

59. $g(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$

60. $h(x) = \begin{cases} x + 3, & x \leq -1 \\ 2x, & x > -1 \end{cases}$

61. $h(x) = \begin{cases} -1, & x < -2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$

62. نادي الكتاب لكل اجتماع من نادي كتاب مدرسة يونتام الثانوية، يتم استقطاع 25 درهمًا من حساب الأنشطة لشراء الوجبات الخفيفة والمواد. وبعد اجتماعهم السادس، سيكون هناك مبلغ 350 درهمًا متبقيًا في حساب الأنشطة. (الدرس 4-2)

a. إذا لم تتم إعادة أي أموال إلى الحساب مرة أخرى، فما المعادلة التي يمكن استخدامها لإظهار مقدار الأموال المتبقية في حساب الأنشطة بعد إجراء عدد x من الاجتماعات؟

b. ما مقدار المال الذي كان موجودًا في الأصل في الحساب؟

c. بعد كم عدد من الاجتماعات لن يتبقى أي أموال في حساب الأنشطة؟

مراجعة المهارات

جـــد كل قيمة إذا كان $f(x) = 2x + 5$ و $g(x) = 3x - 4$.

63. $f(-3)$

64. $g(-2)$

65. $f(-1)$

66. $g(-0.5)$

67. $f(-0.25)$

68. $g(-0.75)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر تقنية التمثيل البياني
6-2 أنظمة المتباينات الخطية

يمكنك تمثيل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًا بحاسبة التمثيل البياني باستخدام قائمة Y =. ويمكنك اختيار أنماط تمثيل بياني مختلفة لتظليل أعلى أو أسفل مستقيم.

مثال تقاطع تمثيلين بيانيين

مثّل نظام المتباينات في نافذة العرض القياسية.

$y \geq -3x + 4$
$y \leq 2x - 1$

الخطوة 1 أدخل $-3x + 4$ في صورة Y1. لأن y أكبر من $-3x + 4$. وظلل أعلى المستقيم.

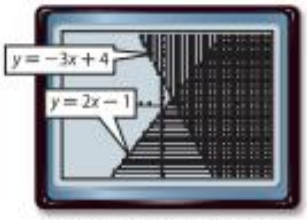
خطوات العملية على الحاسبة: Y= ◀ ◀ ENTER ENTER ▶ ▶
(−) 3 X,T,θ,n + 4 ENTER

الخطوة 2 أدخل $2x - 1$ في صورة Y2. لأن y أقل من $2x - 1$. وظلل أسفل المستقيم.

خطوات العملية على الحاسبة: ◀ ◀ ENTER ENTER ENTER ▶ ▶ 2
X,T,θ,n − 1 ENTER

الخطوة 3 اعرض التمثيلات البيانية في نافذة العرض القياسية.

خطوات العملية على الحاسبة: ZOOM 6



[−10, 10] sd: 1 by [−10, 10] sd: 1

لاحظ نمط التظليل أعلى المستقيم $y = -3x + 4$ ونمط التظليل أسفل المستقيم $y = 2x - 1$. تقاطع التمثيلين البيانيين هو المنطقة التي يتداخل بها النمطان. وتشمل هذه المنطقة جميع النقاط التي تحقق النظام $y \geq -3x + 4$ و $y \leq 2x - 1$.

التمارين

استخدم حاسبة التمثيل البياني لحل كل نظام متباينات.

1. $y \geq 3$
   $y \leq -x + 1$

2. $y \geq -4x$
   $y \leq -5$

3. $y \geq 2 - x$
   $y \leq x + 3$

4. $y \geq 2x + 1$
   $y \leq -x - 1$

5. $2y \geq 3x - 1$
   $3y \leq -x + 7$

6. $y + 5x \geq 12$
   $y - 3 \leq 10$

7. $5y + 3x \geq 11$
   $3y - x \leq -8$

8. $10y - 7x \geq -19$
   $7y - 5x \leq 11$

9. $\frac{1}{6}y - x \geq -3$
   $\frac{1}{5}y + x \leq 7$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدرس 6-3 ايجاد الحل الأمثل بالبرمجة الخطية

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بحل أنظمة المتباينات الخطية بالتمثيل البياني.	1 إيجاد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة على منطقة.	• تنتج شركة إلكترونيات مشغلات صوت رقمية وهواتف. تظهر علامة على لوحة إعلانات الشركة.
	2 حل مسائل من الحياة اليومية حول إيجاد الحل الأمثل باستخدام البرمجة الخطية.	إذا كان يجب إنتاج ما لا يقل عن 2000 منتج في كل نوبة عمل، فما عددما يجب إنتاجه من كل نوع لتقليل التكاليف؟

تواجه الشركة قيودًا أو معوقات، على الإنتاج بسبب طلب العملاء والشحن وإنتاجية مصنعها. ويمكن استخدام نظام المتباينات لتمثيل هذه القيود.

الحفاظ على التكاليف منخفضة: يمكننا أن نفعل ذلك!

هدفنا: الإنتاج في كل نوبة عمل			
الوحدة	الحد الأدنى	الحد الأقصى	التكلفة لكل وحدة
مشغل صوت	600	1500	AED 55
هاتف	800	1700	AED 95

المفردات الجديدة

برمجة خطية **linear programming**
منطقة الحلول الممكنة **feasible region**
محدود **bounded**
غير محدودة **unbounded**
بحث عن الحل الأمثل **optimize**

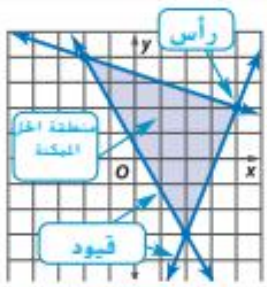
ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

1 القيمة العظمى والقيمة الصغرى

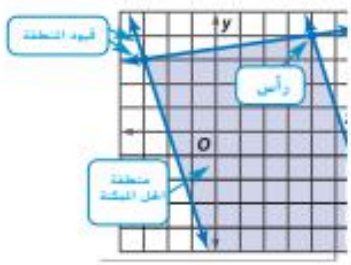
كثيرًا ما تحدث مواقف في مجال الأعمال تأمل فيها الشركة إما بتحقيق أقصى قدر من الأرباح أو تقليل التكاليف. وهناك الكثير من القيود التي يتعين وضعها في الاعتبار. ويمكن معالجة هذه المسائل في كثير من الأحيان عن طريق استخدام أنظمة المتباينات في البرمجة الخطية.

البرمجة الخطية هي طريقة لإيجاد القيم العظمى أو الصغرى لدالة ما على نظام معين من المتباينات حيث تمثل كل متباينة قيدًا. بعد تمثيل النظام بيانيًا والتعويض عن رؤوس مجموعة الحل، والتي تُسمى **منطقة الحلول الممكنة** في الدالة، يمكنك تحديد القيمة العظمى والصغرى.

المفهوم الأساسي مناطق الحلول الممكنة



تكون منطقة الحلول الممكنة محاطة أو **محدودة** بالقيود. وغالبًا ما تقع القيمة العظمى أو الصغرى للدالة ذات الصلة عند إحدى رؤوس منطقة الحلول الممكنة.



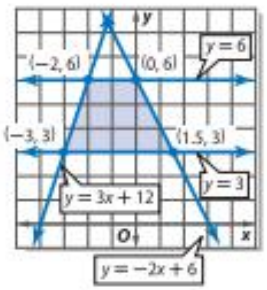
تكون منطقة الحلول الممكنة مفتوحة ويمكن أن تستمر إلى الأبد. وهي **غير محدودة**. أما المناطق غير المحدودة فيكون لها إما قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 المنطقة المحدودة

مثّل نظام المتباينات بيانيًا. وعيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. وجد القيمة العظمى والصغرى لدالة هذه المنطقة.

$3 \le y \le 6$
$y \le 3x + 12$
$y \le -2x + 6$
$f(x, y) = 4x - 2y$



الخطوة 1 مثّل المتباينات بيانيًا وجد الرؤوس.

الخطوة 2 جد قيمة الدالة عند كل رأس.

(x, y)	$4x - 2y$	$f(x, y)$
$(-3, 3)$	$4(-3) - 2(3)$	-18
$(1.5, 3)$	$4(1.5) - 2(3)$	0
$(0, 6)$	$4(0) - 2(6)$	-12
$(-2, 6)$	$4(-2) - 2(6)$	-20

← العظمى
← الصغرى

القيمة العظمى هي 0 عند (1.5, 3). والقيمة الصغرى هي -20 عند $(-2, 6)$.

قراءة في الرياضيات
ترميز الدالة يستخدم الترميز $f(x, y)$ لتمثيل دالة ذات متغيرين، x و y. وتقرأ f من x و y.

تمرين موجّه

1A. $-2 \le x \le 6$
$1 \le y \le 5$
$y \le x + 3$
$f(x, y) = -5x + 2y$

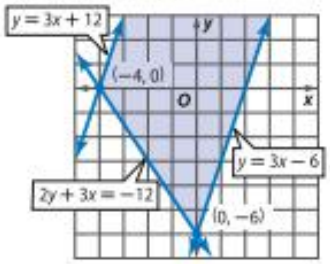
1B. $-6 \le y \le -2$
$y \le -x + 2$
$y \le 2x + 2$
$f(x, y) = 6x + 4y$

وعندما لا يشكل نظام متباينات منطقة مغلقة، فإنه يكون غير محدود.

مثال 2 المنطقة غير المحدودة

مثّل نظام المتباينات بيانيًا. وعيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. وجد القيمة العظمى والصغرى لدالة هذه المنطقة.

$2y + 3x \ge -12$
$y \le 3x + 12$
$y \ge 3x - 6$
$f(x, y) = 9x - 6y$



جد قيمة الدالة عند كل رأس.

(x, y)	$9x - 6y$	$f(x, y)$
$(-4, 0)$	$9(-4) - 6(0)$	-36
$(0, -6)$	$9(0) - 6(-6)$	36

القيمة العظمى هي 36 عند $(0, -6)$. ولا توجد قيمة صغرى. لاحظ أن هناك نقطة أخرى في منطقة الحلول الممكنة، $(0, 8)$. تُنتج قيمة تبلغ -48، وهي أقل من -36.

انتبه!
الدقة لا تفترض عدم وجود قيمة عظمى إذا كانت منطقة الحلول الممكنة غير محدودة أعلى الرؤوس. ويلزم استخدام نقاط اختبار لتحديد إذا ما كانت هناك قيمة عظمى أو صغرى.

تمارين موجّهة

2A. $y \le 8$
$y \ge -x + 4$
$y \le -x + 10$
$f(x, y) = -6x + 8y$

2B. $y \ge x - 9$
$y \le -4x + 16$
$y \ge -4x - 4$
$f(x, y) = 10x + 7y$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 إيجاد الحل الأمثل

أن **تجد الحل الأمثل** يعني أن تسعى للحصول على أفضل سعر أو مبلغ لتقليل التكاليف أو تحقيق أقصى أرباح. وغالبًا ما يتم الحصول على هذا باستخدام البرمجة الخطية.

المفهوم الأساسي إيجاد الحل الأمثل بالبرمجة الخطية

الخطوة 1 حدد المتغيرات.

الخطوة 2 اكتب نظام متباينات.

الخطوة 3 مثّل نظام المتباينات بيانيًا.

الخطوة 4 جد إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

الخطوة 5 اكتب دالة خطية مطلوب قيمتها العظمى أو الصغرى.

الخطوة 6 عوّض عن إحداثيات الرؤوس في الدالة.

الخطوة 7 اختر أكبر وأقل نتيجة. وأجب عن المسألة.

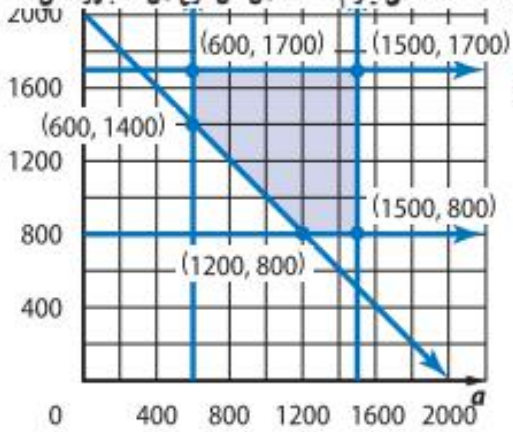
عند استخدام نظام متباينات لوصف قيود في مسائل من الحياة اليومية، فغالبًا ما ستكون حلول الأعداد الكلية فقط هي المنطقية.

مهنة من الحياة اليومية

مدير العمليات إدارة العمليات هي مجال الأعمال الذي يتعلق بإنتاج السلع والخدمات. وينطوي على مسؤولية ضمان أن العمليات التجارية تتسم بالكفاءة والفعالية. ويفضل امتلاك درجة ماجستير في إدارة الأعمال وخبرة في العمليات.

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد الحل الأمثل بالبرمجة الخطية

الأعمال ارجع إلى التطبيق في بداية الدرس. حدد العدد الذي يلزم صنعه من كل نوع من الأجهزة في كل مناوبة عمل.



الخطوة 1 افترض أن a = عدد مشغلات الصوت التي تم إنتاجها.
وافترض أن p = عدد الهواتف التي تم إنتاجها.

الخطوة 2
$$600 \le a \le 1500$$
$$800 \le p \le 1700$$
$$a + p \ge 2000$$

الخطوتان 3 و 4 يتم تمثيل النظام بيانيًا على اليمين. لاحظ رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

الخطوة 5 الدالة المطلوب قيمتها الصغرى هي $f(a, p) = 55a + 95p$.

الخطوة 6

(a, p)	$55a + 95p$	$f(a, p)$	
(600, 1700)	55(600) + 95(1700)	194,500	
(600, 1400)	55(600) + 95(1400)	166,000	
(1500, 1700)	55(1500) + 95(1700)	244,000	← العظمى
(1500, 800)	55(1500) + 95(800)	158,500	
(1200, 800)	55(1200) + 95(800)	142,000	← الصغرى

الخطوة 6 يلزم إنتاج 1200 مشغل صوت و 800 هاتف لتقليل التكاليف.

نصيحة دراسية

مدى صحة الحل تحقق من مدى صحة الحل عن طريق التفكير في سياق المسألة.

تمرين موجّه

3. **المجوهرات** كل أسبوع، تستطيع موزة صنع 10 إلى 25 قلادة و 15 إلى 40 زوجًا من الأقراط. فإذا كانت تكسب أرباحًا تبلغ 3 دراهم على كل زوج من الأقراط و 5 دراهم على كل قلادة، وتخطط لبيع ما لا يقل عن 30 قطعة من المجوهرات، فكيف يمكن لها تحقيق أقصى أرباح؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

المثالان 1 و 2 **مثّل كل نظام متباينات بيانيًا. وعيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. وجد القيمة العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة.**

1. $y \le 5$
$x \le 4$
$y \ge -x$
$f(x, y) = 5x - 2y$

2. $y \le -3x + 6$
$-y \le x$
$y \le 3$
$f(x, y) = 8x + 4y$

3. $y \ge -3x + 2$
$9x + 3y \le 24$
$y \ge -4$
$f(x, y) = 2x + 14y$

4. $-2 \le y \le 6$
$3y \le 4x + 26$
$y \le -2x + 2$
$f(x, y) = -3x - 6y$

5. $-3 \le y \le 7$
$4y \ge 4x - 8$
$6y + 3x \le 24$
$f(x, y) = -12x + 9y$

6. $y \le 2x + 6$
$y \ge 2x - 8$
$y \ge -2x - 18$
$f(x, y) = 5x - 4y$

مثال 3

7. الدقة إجمالي عدد ساعات العمال اليومية المتاحة للإنتاج في مصنع لألواح التزلج هو 85 ساعة. هناك 40 ساعة متاحة لزخرفة الأسطح ومراقبة الجودة كل يوم. ويبين الجدول عدد الساعات اللازمة في كل قسم لنوعين مختلفين من ألواح التزلج.

وقت تصنيع ألواح التزلج

نوع اللوح	وقت الإنتاج	زخرفة الأسطح/مراقبة الجودة
ألواح المحترفين	1.5 ساعة	ساعتان
ألواح المتخصصين	ساعة واحدة	0.5 ساعة

a. اكتب نظام متباينات لتمثيل الموقف.

b. ارسم التمثيل البياني الذي يظهر منطقة الحلول الممكنة.

c. ضع قائمة بإحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

d. إذا كان الربح للوح المحترفين هو 50 درهمًا والربح على للوح المتخصصين هو 65 درهمًا. فاكتب دالة لإجمالي الربح على ألواح التزلج.

e. حدد عدد كل نوع من أنواع ألواح التزلج التي يجب أن تُصنع لتحقيق أقصى قدر من الأرباح. ما أقصى ربح؟

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **مثّل كل نظام متباينات بيانيًا. وعيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. وجد القيمة العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة.**

8. $1 \le y \le 4$
$4y - 6x \ge -32$
$2y \ge -x + 4$
$f(x, y) = -6x + 3y$

9. $2 \ge x \ge -3$
$y \ge -2x - 6$
$4y \le 2x + 32$
$f(x, y) = -4x - 9y$

10. $-2 \le x \le 4$
$5 \le y \le 8$
$2x + 3y \le 26$
$f(x, y) = 8x - 10y$

11. $-8 \le y \le -2$
$y \le x$
$y \le -3x + 10$
$f(x, y) = 5x + 14y$

12. $x + 4y \ge 2$
$2x + 4y \le 24$
$2 \le x \le 6$
$f(x, y) = 6x + 7y$

13. $3 \le y \le 7$
$2y + x \le 8$
$y - 2x \le 23$
$f(x, y) = -3x + 5y$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثالان 1 و 2 **مثّل كل نظام متباينات بيانيًا. وعيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. وجد القيمة العظمى والصغرى للدالة المعطاة لهذه المنطقة.**

14. $-9 \le x \le -3$
$-9 \le y \le -5$
$3y + 12x \le -75$
$f(x, y) = 20x + 8y$

15 $x \ge -8$
$3x + 6y \le 36$
$2y + 12 \ge 3x$
$f(x, y) = 10x - 6y$

16. $y \ge |x - 2|$
$y \le 8$
$8y + 5x \le 49$
$f(x, y) = -5x - 15y$

17. $x \ge -6$
$y + x \le -1$
$2x + 3y \ge -9$
$f(x, y) = -10x - 12y$

18. $-5 \ge y \ge -17$
$y \le 3x + 19$
$y \le -4x + 15$
$f(x, y) = 8x - 3y$

19. $-8 \le x \le 16$
$y \ge 2x - 10$
$2y + x \le 80$
$f(x, y) = 12x + 15y$

20. $y \le x + 4$
$y \ge x - 4$
$y \le -x + 10$
$y \ge -x - 10$
$f(x, y) = -10x + 9y$

21. $-4 \le x \le 8$
$-8 \le y \le 6$
$y \ge x - 6$
$4y + 7x \le 31$
$f(x, y) = 12x + 8y$

22. $y \ge |x + 1| - 2$
$0 \le y \le 6$
$-6 \le x \le 2$
$x + 3y \le 14$
$f(x, y) = 5x + 4y$

مثال 3

23. الطبخ يصنع مخبز نوعين من الكعك، الكعك الأصفر، الذي يبلغ سعره 25 درهمًا، وكعكة الفراولة، الذي يبلغ سعرها 35 درهمًا. وكل من الكعكتين لهما نفس الحجم. ولكن وقت التزيين والتجميع المطلوب للكعكة الصفراء يبلغ ساعتين. في حين يبلغ هذا الوقت 3 ساعات لكعكة الفراولة. وهناك 450 ساعة من العمالة المتاحة للإنتاج. فما العدد الذي يجب أن يصنع من كل نوع من الكعك لتحقيق أقصى قدر من الإيرادات؟

24. الأعمال تقوم مديرة إحدى وكالات السفر بطباعة كتيبات ومنشورات للإعلان عن خصومات خاصة على أماكن لقضاء العطلات خلال أشهر الصيف. وتتكلف طباعة كل كتيب 0.08 درهم. وطباعة كل منشور 0.04 درهم. ويتطلب كل كتيب 3 صفحات، بينما يتطلب كل منشور صفحتين. والمديرة لا ترغب في استخدام أكثر من 600 صفحة. وهي تحتاج إلى 50 كتيبًا و 150 منشورًا على الأقل. فما العدد الذي ينبغي أن تطبعه من كلٍ منهما لتقليل التكلفة؟

25. الدقة لدى عبيد 20 يومًا لطلاء ما يمكنه من بيوت اللعب والمظلات. ويمكن طلاء هذه المظلات بمعدل 2.5 في اليوم. ويمكن طلاء بيوت اللعب بمعدل 2 في اليوم. ولديه 45 بناء يحتاج إلى طلائها.

a. اكتب نظام متباينات لتمثيل الطرق الممكنة التي يمكن لعبيد من خلالها طلاء الأبنية.

b. ارسم تمثيلًا بيانيًا يبين منطقة الحلول الممكنة وضع قائمة بإحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

c. إذا كان الربح يبلغ 26 درهمًا لكل مظلة و 30 درهمًا لكل بيت، فما العدد الذي ينبغي عليه طلاؤه من كلٍ منهما؟

d. ما أقصى ربح؟

26. السينما يعمل الموظفون في دار سينما محلي في نوبات عمل تبلغ 8 ساعات من الظهر إلى الساعة 8 صباحًا أو من الساعة 4 مساءً حتى منتصف الليل. ويوضح الجدول أدناه عدد الموظفين اللازمين وأجرهم المقابل. جد عدد العاملين بنوبة العمل الصباحية ونوبة العمل المسائية الذين ينبغي جدولتهم لتقليل التكلفة. ما هي أقل تكلفة؟

الوقت	الظهر حتى 4 مساءً	4 مساءً إلى 8 مساءً	8 مساءً إلى منتصف الليل
عدد الموظفين اللازمين	5 على الأقل	14 على الأقل	6
الأجر في الساعة	5.50 دراهم	7.50 دراهم	7.50 دراهم

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

27. **الأعمال** كل عربة على قطار الشحن يمكن أن تحمل 4200 kg من البضائع. وتبلغ سعتها $480\ m^3$. وتتعامل شركة خدمة الشحن مع نوعين من الطرود، صغيرة – والتي يزن كل منها 25 كيلوجرامًا وتبلغ سعته 3 أمتار مكعبة، وكبيرة – ويزن كل منها 50 kg وتبلغ سعته 5 أمتار مكعبة. وتفرض شركة خدمة الشحن رسمًا يبلغ AED 5 لكل طرد صغير و AED 8 لكل طرد كبير.

a. جد عدد كل نوع من الطرود التي ينبغي وضعها في القطار لتحقيق أقصى قدر من الإيرادات.

b. ما أقصى قدر من الإيرادات لكل عربة قطار؟

c. في هذه الحالة، هل يعتبر تحقيق أقصى قدر من الإيرادات بالضرورة هو أفضل شيء يمكن للشركة القيام به؟ اشرح.

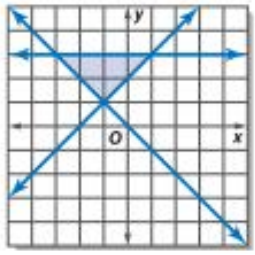
28. **إعادة التدوير** يقوم مصنع إعادة تدوير بمعالجة البلاستيك المستعمل لحاويات طعام وشراب. ويعالج المصنع ما يصل إلى 1200 طن من البلاستيك في الأسبوع. ويجب معالجة ما لا يقل عن 300 طن لحاويات المواد الغذائية. في حين يجب معالجة 450 طنًا على الأقل لحاويات الشراب. ويبلغ الربح AED 64 للطن لمعالجة حاويات المواد الغذائية و AED 73 للطن لمعالجة حاويات الشراب. فما هو الربح إذا قام المصنع بتحقيق أقصى قدر من المعالجة؟

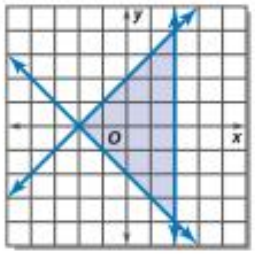
مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

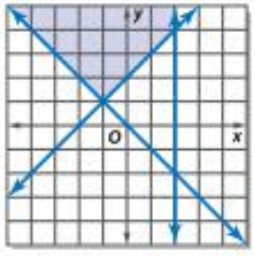
29. **مسألة غير محددة الإجابة** أنشئ مجموعة من المتباينات التي تشكل منطقة محدودة لها مساحة تبلغ 20 وحدة مربعة وتقع فقط في الربع الرابع.

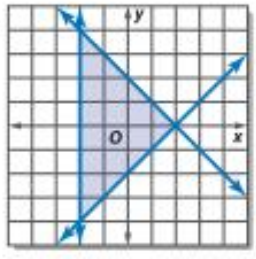
30. **تحدٍّ** جد مساحة المنطقة المحدودة التي تشكلها القيود التالية: $y \geq |x| - 3$ و $y \leq -|x| + 3$ و $x \geq |y|$.

31. **فرضيات** حدد نظام المتباينات الذي لا يشبه الأنظمة الثلاثة الأخرى. واشرح استنتاجك.

a.


c.


b.


d.


32. **الاستنتاج** حدد إذا ما كانت العبارة التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة على الإطلاق. اشرح استنتاجك.

لن تحتوي أي منطقة غير محدودة على قيمة عظمى وصغرى على حدٍ سواء.

33. **الكتابة في الرياضيات** عند تحديد منطقة حلول ممكنة محدودة، لاحظ عبد الله أن الرأسين A(−3, 4) و B(5, 2) لديهما نفس القيمة العظمى حيث $f(x, y) = 16y + 4x$. وأكد عمر أن القيود قد تم تمثيلها بيانيًا بشكل صحيح وأن الرؤوس كانت صحيحة، ثم قال إن هاتين النقطتين لم تكونا هما القيمتين العظمتين الوحيدتين في منطقة الحلول الممكنة. اشرح كيف يمكن لهذا أن يحدث.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

34. عمل حسين 350 ساعة خلال فصل الصيف وجنى 2978.50 درهمًا. وقد كان يجني 6.85 دراهم في الساعة عندما عمل في متجر للفيديو و 11 درهمًا في الساعة كمتدرب في مجال التصميم المعماري. بافتراض أن x تمثل عدد الساعات التي عملها في متجر الفيديو و y تمثل عدد الساعات التي قضتها كمتدرب. أي من المعادلات تمثل هذه الحالة؟

A $x + y = 350$
$11x + 6.85y = 2978.50$

B $x + y = 350$
$6.85x + 11y = 2978.50$

C $x + y = 2978.50$
$6.85x + 11y = 350$

D $x + y = 2978.50$
$11x + 6.85y = 350$

35. **إجابة قصيرة** ذهبت عائلة مكونة من أربعة أفراد لتناول العشاء. وكانت قيمة فاتورتهم 60 درهمًا. وتركوا اكرامية للنادل بلغت 17% من التكلفة الإجمالية لفاتورتهم. فما التكلفة الإجمالية للعشاء شاملة الاكرامية؟

36. **SAT / ACT** للعبة تلعبها سارة. يجب عليها سحب بطاقة من مجموعة بطاقات لعب مكونة من 26 بطاقة، كل واحدة عليها حرف من حروف الأبجدية. ودحرجة حجر نرد. فما احتمال أن تقوم سارة بسحب حرف موجود باسمها وتوقف حجر النرد على عدد فردي؟

F $\frac{2}{3}$
G $\frac{1}{13}$
H $\frac{3}{52}$
J $\frac{1}{26}$
K $\frac{1}{52}$

37. **الهندسة** أي مما يلي يصف التمثيلين البيانيين لـ $y = 3x - 5$ و $4y = 12x + 16$؟

A الخطوط لها نقطة التقاطع نفسها مع المحور y.
B الخطوط لها نقطة التقاطع نفسها مع المحور x.
C الخطوط متعامدة.
D الخطوط متوازية.

مراجعة شاملة

حُلّ كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني. (الدرس 3-2)

38. $3x + 2y \geq 6$
$4x - y \geq 2$

39. $4x - 3y < 7$
$2y - x < -6$

40. $3y \leq 2x - 8$
$y \geq \frac{2}{3}x - 1$

41. **الأعمال** في العام الماضي دفع فريق كرة القدم 7 دراهم لكل قبعة و 15 درهمًا لكل قميص حيث بلغ إجمالي قيمة الشراء 330 درهمًا. وهذا العام أنفق الفريق 360 درهمًا لشراء نفس العدد من القمصان والقبعات لأن القبعات أصبحت تتكلف الآن 8 دراهم والقمصان أصبحت تتكلف 16 درهمًا. اكتب وحل نظام من معادلتين تمثلان عدد القبعات والقمصان التي تم شراؤها كل عام. (الدرس 3-1)

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يحقق كل مجموعة من الشروط. (الدرس 4-2)

42. يمر عبر (1, 5) و (8, −4)

43. يمر بالنقطتين (−3, 5) و (3, 2)

جد التقاطع مع المحور الأفقي x والتقاطع مع المحور الرأسي y في التمثيل البياني لكل معادلة. ثم مثّل المعادلة بيانيًا. (الدرس 2-2)

44. $5x + 3y = 15$

45. $2x - 6y = 12$

46. $3x - 4y - 10 = 0$

47. $2x + 5y - 10 = 0$

48. $y = x$

49. $y = 4x - 2$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير إذا علمت أن $x = -1$ و $y = 3$ و $z = 7$.

50. $x + y + z$

51. $2x - y + 2z$

52. $-x + 4y - 3z$

53. $4x + 2y - z$

54. $5x - y + 4z$

55. $-3x - 3y + 3z$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الدرس 4-6 أنظمة المعادلات بثلاثة متغيرات

السابق

- قمت بإيجاد حل أنظمة المعادلات الخطية بمتغيرين.

الحالي

1 حل أنظمة المعادلات الخطية بثلاثة متغيرات.

2 حل مسائل من الحياة اليومية باستخدام أنظمة المعادلات الخطية بثلاثة متغيرات.

لماذا؟

- تكلفة المقاعد القريبة من منصة مسرح مدرج دائري 30 درهمًا. وتكلفة المقاعد في القسم التالي 25 درهمًا وتكلفة المقاعد على العشب 20 درهمًا. يبلغ عدد المقاعد في القسم B ضعف عدد المقاعد في القسم A. وعندما يتم بيع جميع الـ 19,200 مقعد يحقق المسرح المدرج الدائري ربحًا يبلغ 456,000 درهم.

يمكن استخدام نظام المعادلات بثلاثة متغيرات لتحديد عدد المقاعد في كل قسم.

المفردات الجديدة

مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر(ثلاثي مُرتب) ordered triple

ممارسات في الرياضيات

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

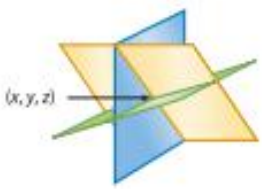
1 الأنظمة بثلاثة متغيرات

مثّل أنظمة المعادلات بثلاثة متغيرات. يمكن أن يكون للأنظمة بثلاثة متغيرات حل واحد أو عدد لا نهائي من الحلول أو لا يكون لها حل. يكون حل مثل هذا النظام عبارة عن **مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر(ثلاثي مُرتب)** (x, y, z).

التمثيل البياني لمعادلة بثلاثة متغيرات هو تمثيل بياني ثلاثي الأبعاد على مستوى. تشكل التمثيلات البيانية لنظام معادلات بثلاثة متغيرات نظام من المستويات.

حل واحد

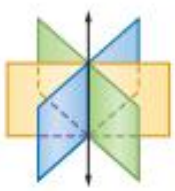
ثلاثة مستويات فردية تتقاطع عند نقطة محددة.



عدد لا نهائي من الحلول

تتقاطع المستويات عند مستقيم.

يمثل كل إحدائي على المستقيم حلًا بالنظام.



تتقاطع المستويات عند نفس المستوى.

كل معادلة متكافئة.

يمثل كل إحدائي بالمستوى حلًا بالنظام.

لا يوجد حل لا توجد نقاط مشتركة بين المستويات الثلاثة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

حل أنظمة المعادلات بثلاثة متغيرات يشابه حل أنظمة المعادلات بمتغيرين. استخدم إستراتيجيات التعويض والحذف لإيجاد المجموعة المرتبة ثلاثية العناصر التي تمثل حل النظام.

مثال 1 نظام بحل واحد

حُلّ نظام المعادلات.

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 4z &= 35 \\ -4x + y - 5z &= -36 \\ 5x - 3y + 3z &= 31 \end{aligned}$$

← بجعل معامل 1 في المعادلة الثانية y خيارا جيدًا للحذف.

الخطوة 1 احذف متغيرًا واحدًا عن طريق استخدام زوجين من المعادلات.

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 4z &= 35 \\ -4x + y - 5z &= -36 \end{aligned}$$

اضرب في 2

$$\begin{array}{rl} & 3x - 2y + 4z = 35 \quad \text{معادلة 1} \\ (+) & -8x + 2y - 10z = -72 \quad \text{معادلة 2} \times 2 \\ \hline & -5x \quad - 6z = -37 \end{array}$$

$$\begin{aligned} -4x + y - 5z &= -36 \\ 5x - 3y + 3z &= 31 \end{aligned}$$

اضرب في 3

$$\begin{array}{rl} & -12x + 3y - 15z = -108 \quad \text{معادلة 2} \times 3 \\ (+) & 5x - 3y + 3z = 31 \quad \text{معادلة 3} \\ \hline & -7x \quad - 12z = -77 \end{array}$$

تم حذف الحدود y في كل معادلة. لدينا الآن نظام من معادلتين ومتغيرين x و z.

الخطوة 2 جد حل نظام المعادلتين.

$$\begin{aligned} -5x - 6z &= -37 \\ -7x - 12z &= -77 \end{aligned}$$

اضرب في -2

$$\begin{array}{rll} & 10x + 12z = 74 & \\ (+) & -7x - 12z = -77 & \\ \hline & 3x = -3 & \text{اختزل } z. \\ & x = -1 & \text{اقسم على 3.} \end{array}$$

استخدم التعويض لحل z.

$$\begin{array}{rl} -5x - 6z = -37 & \text{معادلة بمتغيرين} \\ -5(-1) - 6z = -37 & \text{قم بالتعويض} \\ 5 - 6z = -37 & \text{اضرب.} \\ -6z = -42 & \text{اطرح 5 من كل طرف.} \\ z = 7 & \text{اقسم كل طرف على } -6. \end{array}$$

النتيجة هي $x = -1$ و $z = 7$.

الخطوة 3 قم بالتعويض عن القيمتين في إحدى المعادلات الأصلية لإيجاد y.

$$\begin{array}{rl} -4x + y - 5z = -36 & \text{معادلة 1} \\ -4(-1) + y - 5(7) = -36 & \text{قم بالتعويض} \\ 4 + y - 35 = -36 & \text{اضرب.} \\ y = -5 & \text{اجمع 31 على كل طرف.} \end{array}$$

التحقق

$$\begin{array}{rl} -4x + y - 5z = -36 & \text{معادلة 2} \\ -4(-1) + (-5) - 5(7) \stackrel{?}{=} -36 & x = -1,\ y = -5,\ z = 7 \\ 4 + (-5) - 35 \stackrel{?}{=} -36 & \text{بسّط.} \\ -36 = -36 \ \checkmark & \end{array}$$

الحل هو $(-1, -5, 7)$.

نصيحة دراسية
التحقق من الحلول قم بالتعويض عن إجابتك دائمًا في جميع المعادلات الأصلية للتأكد من إجابتك.

تمرين موجّه

1A. $2x + 4y - 5z = 18$
$-3x + 5y + 2z = -27$
$-5x + 3y - z = -17$

1B. $4x - 3y + 6z = 18$
$-x + 5y + 4z = 48$
$6x - 2y + 5z = 0$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

عند إيجاد حل نظام من ثلاث معادلات خطية بثلاثة متغيرات، فمن المهم التحقق من إجابتك باستخدام المعادلات الثلاث الأصلية جميعها. يكون هذا ضروريًا لأنه من المحتمل أن يكون أحد الحلول مناسبًا لمعادلتين ولكنه غير مناسب للثالثة.

مثال 2 لا يوجد حل ويوجد عدد لا نهائي من الحلول

حُلّ كلٌّ من أنظمة المعادلات.

a. $5x + 4y - 5z = -10$
$-4x - 10y - 8z = -16$
$6x + 15y + 12z = 24$

إحذف x في ثاني معادلتين.

$-4x - 10y - 8z = -16$ ← اضرب في 3 ← $-12x - 30y - 24z = -48$

$6x + 15y + 12z = 24$ ← اضرب في 2 ← $(+)\ 12x + 30y + 24z = 48$

$0 = 0$

تكون المعادلة $0 = 0$ صحيحة دائمًا. ويشير هذا إلى أن آخر معادلتين يمثلان نفس المستوى. تحقق مما إذا كان هذا المستوى يتقاطع مع المستوى الأول.

$5x + 4y - 5z = -10$ ← بالضرب في 4 ← $20x + 16y - 20z = -40$

$-4x - 10y - 8z = -16$ ← اضرب في 5 ← $(+)\ -20x - 50y - 40z = -80$

$-34y - 60z = -120$

تتقاطع المستويات في مستقيم. لذا يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

b. $-6a + 9b - 12c = 21$
$-2a + 3b - 4c = 7$
$10a - 15b + 20c = -30$

اختزل x في أول معادلتين.

$-6a + 9b - 12c = 21$
$-2a + 3b - 4c = 7$ ← اضرب في −3 ←

$-6a + 9b - 12c = 21$
$(+)\ 6a - 9b + 12c = -21$
$0 = 0$

تكون المعادلة $0 = 0$ صحيحة دائمًا. ويشير هذا إلى أن أول معادلتين يمثلان نفس المستوى. تحقق مما إذا كان هذا المستوى يتقاطع مع آخر مستوى.

$-2a + 3b - 4c = 7$ ← اضرب في 5 ←
$10a - 15b + 20c = -30$

$-10a + 15b - 20c = 35$
$(+)\ 10a - 15b + 20c = -30$
$0 = 5$

لا تكون المعادلة $0 = 5$ صحيحة أبدًا. لذا، لا يوجد حل لهذا النظام.

نصيحة دراسية
عدد لا نهائي من الحلول ولا يوجد حل عند حل نظام من أكثر من معادلتين، $0 = 5$ لن يكون لها حل دائمًا. بينما $0 = 0$ يمكن ألا يكون لها عدد لا نهائي من الحلول دائمًا.

تمرين موجّه

2A. $-4x - 2y - z = 15$
$12x + 6y + 3z = 45$
$2x + 5y + 7z = -29$

2B. $3x + 5y - 2z = 13$
$-5x - 2y - 4z = 20$
$-14x - 17y + 2z = -19$

2 مسائل من الحياة اليومية عند إيجاد حل مسائل تتضمن ثلاثة متغيرات، استخدم خطة الخطوات الأربع لمساعدتك في ترتيب المعلومات. حدد المتغيرات الثلاثة وما تمثله. ثم استخدم المعلومات الموجودة في المسألة لتكوين معادلة باستخدام المتغيرات. بمجرد أن تحصل على ثلاث معادلات ويتم تمثيل المتغيرات الثلاثة جميعها، يمكنك إيجاد حل المسألة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال من الحياة اليومية 3 كتابة نظام المعادلات وإيجاد حله

العروض راجع بداية الدرس. اكتب نظام معادلات وقم بإيجاد حله لتحديد كم عدد المقاعد في كل قسم من المسرح المدرج الدائري.

افهم حدد المتغيرات.

$x =$ المقاعد في القسم A
$y =$ المقاعد في القسم B
$z =$ المقاعد على العشب

خطط يوجد 19,200 مقعد.

$$x + y + z = 19{,}200$$

معادلة 1

درهم 456,000 يبلغ إجمالي العائد.

$$30x + 25y + 20z = 456{,}000$$

معادلة 2

يبلغ عدد المقاعد في القسم B ضعف عددها في القسم A.

$$y = 2x$$

معادلة 3

قم بإيجاد الحل قم بإيجاد حل النظام.

الخطوة 1 عوّض عن $y = 2x$ في أول معادلتين.

$x + y + z = 19{,}200$	معادلة 1
$x + 2x + z = 19{,}200$	$y = 2x$
$3x + z = 19{,}200$	اجمع.
$30x + 25y + 20z = 456{,}000$	معادلة 2
$30x + 25(2x) + 20z = 456{,}000$	$y = 2x$
$80x + 20z = 456{,}000$	بسّط.

الخطوة 2 قم بإيجاد حل نظام المعادلتين بمتغيرين.

$$\begin{aligned} 3x + z &= 19{,}200 \\ 80x + 20z &= 456{,}000 \end{aligned} \xrightarrow{\text{اضرب في } -20} \begin{aligned} -60x - 20z &= -384{,}000 \\ (+)\ 80x + 20z &= 456{,}000 \\ \hline 20x &= 72{,}000 \\ x &= 3600 \end{aligned}$$

الخطوة 3 قم بالتعويض لإيجاد z.

$3x + z = 19{,}200$	المعادلة المتبقية بمتغيرين
$3(3600) + z = 19{,}200$	$x = 3600$
$10{,}800 + z = 19{,}200$	اضرب.
$z = 8400$	بسّط.

الخطوة 4 قم بالتعويض لإيجاد y.

$y = 2x$	معادلة 3
$y = 2(3600)$ أو 7200	$x = 3600$

الحل هو (3600, 7200, 8400). يوجد 3600 مقعد في القسم A و 7200 في القسم B و 8400 مقعد على العشب.

التحقق عوض عن القيم في أي معادلة من أول معادلتين.

مهنة من الحياة اليومية

إدارة الرياضة

تتضمن إدارة الرياضة العمل كمدير للرياضيين. وتتضمن المهام الأخرى التفاوض مع الفرق. عادة ما يحصل المديرون على نسبة مئوية من دخل الرياضي. يلزم الحصول على شهادة بكالريوس عادة.

تمرين موجّه

3. استثمرت غابة مبلغًا قدره 50,000 درهم في ثلاثة حسابات. استثمرت في حساب بمرابحة تبلغ 8% ثلاثة أضعاف المبلغ المالي المستثمر في حساب بمرابحة تبلغ 10%. وحصل الحساب الثالث على مرابحة تبلغ 12%. إذا حصلت على إجمالي 5160 درهمًا بالمرابحة في عام. فكم ستستثمر في كل حساب؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

حُلّ أنظمة المعادلات التالية.

1. $-3a - 4b + 2c = 28$
$a + 3b - 4c = -31$
$2a + 3c = 11$

2. $3y - 5z = -23$
$4x + 2y + 3z = 7$
$-2x - y - z = -3$

3. $3x + 6y - 2z = -6$
$2x + y + 4z = 19$
$-5x - 2y + 8z = 62$

4. $-4r - s + 3t = -9$
$3r + 2s - t = 3$
$r + 3s - 5t = 29$

5. $3x + 5y - z = 12$
$-2x - 3y + 5z = 14$
$4x + 7y + 3z = 38$

6. $2a - 3b + 5c = 58$
$-5a + b - 4c = -51$
$-6a - 8b + c = 22$

مثال 3

7. التنزيل قامت نبيلة بتنزيل بعض المسلسلات التلفزيونية. يستهلك مسلسل هزلي 0.3 جيجا بايت من الذاكرة، ومسلسل درامي 0.6 جيجا بايت وبرنامج حواري 0.6 جيجا بايت. قامت بتنزيل 7 برامج بإجمالي 3.6 جيجا بايت. بلغت عدد حلقات المسلسل الدرامي ضعف حلقات المسلسل الهزلي.

a. اكتب نظام معادلات لعدد حلقات كل نوع من المسلسلات.

b. كم عدد حلقات كل مسلسل قامت بتنزيله؟

التمرين وحل المسائل

حُلّ أنظمة المعادلات التالية.

8. $-5x + y - 4z = 60$
$2x + 4y + 3z = -12$
$6x - 3y - 2z = -52$

9. $4a + 5b - 6c = 2$
$-3a - 2b + 7c = -15$
$-a + 4b + 2c = -13$

10. $-2x + 5y + 3z = -25$
$-4x - 3y - 8z = -39$
$6x + 8y - 5z = 14$

11. $4r + 6s - t = -18$
$3r + 2s - 4t = -24$
$-5r + 3s + 2t = 15$

12. $-2x + 15y + z = 44$
$4x + 3y + 3z = 18$
$-3x + 6y - z = 8$

13. $4x + 2y + 6z = 13$
$-12x + 3y - 5z = 8$
$-4x + 7y + 7z = 34$

14. $8x + 3y + 6z = 43$
$-3x + 5y + 2z = 32$
$5x - 2y + 5z = 24$

15. $-6x - 5y + 4z = 53$
$5x + 3y + 2z = -11$
$8x - 6y + 5z = 4$

16. $-9a + 3b - 2c = 61$
$8a + 7b + 5c = -138$
$5a - 5b + 8c = -45$

17. $2x - y + z = 1$
$x + 2y - 4z = 3$
$4x + 3y - 7z = -8$

18. $x + 2y = 12$
$3y - 4z = 25$
$x + 6y + z = 20$

19. $r - 3s + t = 4$
$3r - 6s + 9t = 5$
$4r - 9s + 10t = 9$

مثال 3

20. الاستنتاج المنطقي يرسل إليك صديق رسالة بريد إلكتروني بها نتائج لقاء سباحة. تنص رسالة البريد الإلكتروني على أن 24 فردًا أحرزوا مراكز. حاصلين على إجمالي 53 نقطة. حصل المركز الأول 3 نقاط والمركز الثاني نقطتين والمركز الثالث نقطة واحدة. كان عدد محرزي المركز الأول يساوي عدد محرزي المركز الثاني والثالث مجتمعين.

a. اكتب نظامًا من ثلاث معادلات يمثل عدد الأشخاص أحرزوا كل مركز.

b. كم عدد السباحين في المركز الأول والثاني والثالث؟

c. افترض أن رسالة البريد الإلكتروني نصت على أن الرياضيين حصلوا على إجمالي 47 نقطة مجتمعين. اشرح سبب كون هذه العبارة خاطئة والحل غير منطقي.

21. مدن الملاهي ذهب عيسى إلى مدينة ملاهٍ لركوب الأفعوانية والسيارات المتصادمة والزحاليق المائية. بلغ وقت انتظار الأفعوانية ساعة وحدة ووقت انتظار السيارات المتصادمة 20 دقيقة ووقت انتظار الزحاليق المائية 15 دقيقة فقط. ركب عيسى 10 مرات بشكل إجمالي أثناء زيارته. لأنه يستمتع بالأفعوانية بأكبر قدر. فإن عدد مرات ركوبه للأفعوانية يساوي مجموع مرات ركوبه للعبتين الأخريين. إذا انتظر عماد في الصف لإجمالي 6 ساعات و 20 دقيقة. فكم عدد مرات ركوبه لكل لعبة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

22. **الأعمال التجارية** يحصل راشد على أحد خيارات الصيانة الروتينية في مرأب عمرو. ومع ذلك أحتاج اليوم إلى توافيق مختلفة من الأعمال غير المدرجة.

   a. افترض أن سعر الخيار يساوي سعر شراء كل غرض على حدة. جد أسعار تغيير الزيت وتنظيف المبرد بالماء المتدفق واستبدال دواسة الفرامل.

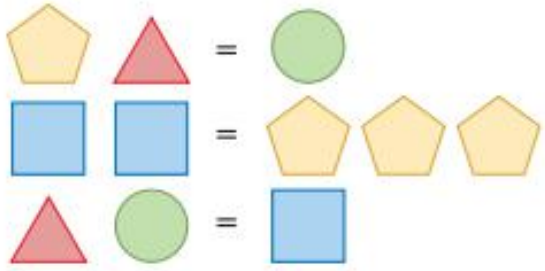
   b. إذا كان راشد يرغب في استبدال لبادة المكابح الخاصة به وتنظيف مبرده بالماء المتدفق. فكم ينبغي أن يخطط ليدفع مقابل هذا؟

23. **المعرفة المالية** استثمرت هدى 100,000 درهم في ثلاثة حسابات مختلفة. إذا استثمرت 30,000 درهم أكثر في الحساب A عن الحساب C ويتوقع أن تحصل على مرابحة 6300 درهم. فكم استثمرت في كل حساب؟

الحساب	المرابحة المتوقعة
A	4%
B	8%
C	10%

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

24. **الاستنتاج** اكتب نظام معادلات لتمثيل صفوف الأشكال الثلاثة أدناه. استخدم النظام لإيجاد عدد المثلثات الحمراء التي ستوازن دائرة واحدة خضراء.



25. **تحدٍ** الصيغة العامة لمعادلة لقطع مكافئ هي $y = ax^2 + bx + c$.
حيث (x, y) هي نقطة على القطع المكافئ. إذا كانت ثلاث نقاط على القطع المكافئ هي $(2, -10)$ و $(-1, -101)$ و $(-6, -90)$. فحدد قيم a و b و c واكتب الصيغة العامة للمعادلة.

26. **البرهان** فكر في النظام التالي وبرهن على أنه إذا كان $b = c = -a$. فإن $ty = a$.

$$rx + ty + vz = a$$
$$rx - ty + vz = b$$
$$rx + ty - vz = c$$

27. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب نظامًا من ثلاث معادلات خطية يكون حله $(-6, 2, 5)$. وضح أن المجموعة المرتبة ثلاثية العناصر تحقق المعادلات الثلاث جميعها.

28. **الاستنتاج** استخدم رسمًا تخطيطيًا لحلول نظام المعادلات بالصفحة 167 للتفكير في نظام متباينات بثلاثة متغيرات. قم بوصف حل مثل ذلك النظام.

29. **الكتابة في الرياضيات** استخدم معرفتك فيما يتعلق بحل نظام من ثلاث معادلات خطية بثلاثة متغيرات لشرح كيفية إيجاد حل نظام من أربع معادلات بأربعة متغيرات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

30. حل نظام المعادلات الموضح أدناه.

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -5x + 3y - 2z = -1 \\ 2x - y + 4z = 11 \end{cases}$$

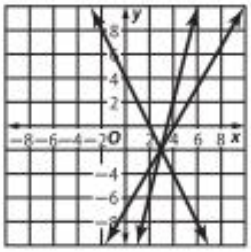
A (0, 3, 3)

B (2, 5, 3)

C لا يوجد حل

D عدد لا نهائي من الحلول

31. SAT/ACT ما نظام المعادلات الذي يوضحه التمثيل البياني؟



A $y + 14 = 4x$
$y = 4 - 2x$
$-7 = y - \frac{5}{3}x$

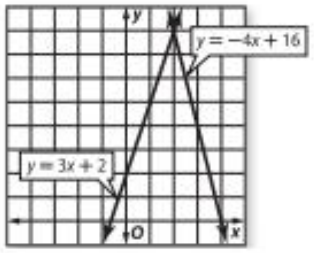
B $y - 14 = 4x$
$y = 4 + 2x$
$-7 = y + \frac{5}{3}x$

C $y + 14x = 4$
$-2y = 4 + y$
$-7 = y - \frac{5}{3}x$

D $y - 14x = 4$
$2x = 4 + y$
$7 = y - \frac{5}{3}x$

E $y - 4x = 14$
$y = 2x + 4$
$7 = y + \frac{5}{3}x$

32. إجابة موسعة استخدم التمثيل البياني لإيجاد حل نظام المعادلات. قم بوصف طريقة واحدة للتحقق من الحل.



33. أي مما يلي يمثل إجراءً صحيحًا لإيجاد حل كل معادلة؟

F $-3(x - 7) = -16$
$-3x - 21 = -16$
$-3x = 5$
$x = -\frac{5}{3}$

H $2(x - 4) = 20$
$2x - 8 = 20$
$2x = 12$
$x = 6$

G $7 - 4x = 3x + 27$
$7 - 7x = 27$
$-7x = -\frac{20}{7}$
$x = 20$

J $6(2x + 1) = 30$
$12x + 6 = 30$
$12x = 24$
$x = 2$

مراجعة شاملة

لدى منطقة ممكنة رؤوس عند (2, −3) و (3, 3) و (1, 6) و (−2, 2). جد القيمة الكبرى والقيمة الصغرى لكل دالة. (الدرس 3–3)

34. $f(x, y) = 2x - y$

35. $f(x, y) = x + 5y$

36. $f(x, y) = y - 4x$

37. $f(x, y) = -x + 3y$

38. نادي تزلج تبلغ ميزانية نادي التزلج في العام 4250 درهمًا. ويمكن للنادي العثور على ألواح تزلج بسعر 75 درهمًا للزوج وأحذية ذات رقبة طويلة بسعر 40 درهمًا للزوج. ويعلم أنه ينبغي عليه شراء أحذية ذات رقبة طويلة أكثر من ألواح التزلج لأنه يمكن ضبط ألواح التزلج على مقاسات مختلفة من الأحذية ذات الرقبة الطويلة. (الدرس 2–3)

a. اذكر مثالًا على ثلاث عمليات شراء مختلفة يمكن أي يجريها نادي التزلج.

b. افترض أن نادي التزلج يرغب في صرف ميزانية بأكملها. ما توافيق ألواح التزلج والأحذية ذات الرقبة العالية التي ينبغي عليه شراؤها؟

مراجعة المهارات

حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات التالية.

39. $x = y + 5$
$3x + y = 19$

40. $3x - 2y = 1$
$4x + 2y = 20$

41. $5x + 3y = 25$
$4x + 7y = -3$

42. $y = x - 7$
$2x - 8y = 2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 1-6 إلى 6-4

حُلّ كل نظام من المعادلات. (الدرس 3-1)

1. $2x - 3y = 9$
   $4x + 3y = 9$

2. $x + 2y = 7$
   $y = 5x - 2$

3. $-x + y = 2$
   $4x - 3y = -3$

4. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 7$
   $\frac{1}{5}x - \frac{2}{3}y = -2$

حُلّ كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني. (الدرس 3-2)

5. $x + y \leq 4$
   $y \geq x$

6. $2x + 3y > 12$
   $3x - y < 21$

7. $x - y > 0$
   $4 + y \leq 2x$

8. $2y - 5x \leq 6$
   $4x + y < -4$

9. **الاختيار من متعدد** أي العبارات تقدم الوصف الأفضل للتمثيلين البيانيين للمعادلتين؟ (الدرس 3-1)

$x + 4y = 8$
$3x + 12y = 2$

A المستقيمات متوازيات.

B المستقيمات متماثلان.

C المستقيمان يتقاطعان عند نقطة واحدة فقط.

D المستقيمان يتقاطعان عند أكثر من نقطة، ولكنهما ليس متماثلين.

استخدم طريقة الحذف في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرس 3-4)

10. $x - 2y + 3z = 1$
    $4y - 4z = 12$
    $8y - 14z = 0$

11. $x + y + z = 4$
    $x + 3y + 3z = 10$
    $2x + y - z = 3$

12. $2x - y - 2z = 5$
    $10x + 8z = -4$
    $3x - y = 1$

13. $2x + 3y + z = 0$
    $3x + y = 1$
    $x - 2y + z = 9$

14. **الاختيار من متعدد** قامت سهيلة بتأجير طوافة من شركة ما. ودفعت 100 درهم لتأجير الطوافة و 25 درهمًا عن كل ساعة. قام ماجد بتأجير طوافة من شركة أخرى. ودفع 50 درهمًا لتأجير طوافة و 35 درهمًا عن كل ساعة. كم عدد الساعات التي ستتقاضى عنه شركتا الطوافات نفس المبلغ؟ (الدرس 3-1)

F 0

G 4

H 5

J 10

15. **النجارة** تصنع شركة صالح للنجارة طاولات ومقاعد. تتضمن العملية بعض الوقت المخصص للنجارة وبعض الوقت المخصص للصقل. يتم إدراج وقت النجارة ووقت الصقل في الجدول أدناه.

ناتج الضرب	وقت النجارة (ساعة)	وقت الصقل (ساعة)
مقعد	3	0.5
طاولة	2	1

يمكن أن تعمل شركة صالح للنجارة لمدة 108 ساعة للنجارة و 20 ساعة للصقل في اليوم. يبلغ الربح 35 درهمًا عن كل طاولة و 25 درهمًا عن كل مقعد. كم عدد الطاولات والمقاعد التي ينبغي صنعها كل يوم لتحقيق أقصى قدر من الأرباح؟ (الدرس 3-3)

a. باستخدام c لعدد المقاعد و t لعدد الطاولات. اكتب نظام متباينات لتمثيل هذا الموقف

b. قم برسم تمثيل بياني يوضح المنطقة الممكنة.

c. حدد عدد الطاولات والمقاعد اللازم لتحقيق أقصى قدر من الأرباح. ما أقصى قدر للربح؟

16. الدراما في ليلة افتتاح المسرحية الخاصة بنادي الدراما. حققوا أرباحا تبلغ 1366درهمًا. وباعوا 199 تذكرة بمعدل إجمالي. بلغت الرسوم 8.50 دراهم عن كل تذكرة للبالغين و 5.00 دراهم عن كل تذكرة للأطفال. اكتب نظام معادلات يمكن استخدامه لإيجاد عدد تذاكر البالغين وعدد تذاكر الأطفال المبيعة. (الدرس 3-1)

مثّل كل نظام متباينات بيانيًا. وعيّن إحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة. وجد القيمة العظمى والصغرى للدالة المعطاة. (الدرس 3-3)

17. $5 \geq y \geq -3$
$4x + y \leq 5$
$-2x + y \leq 5$
$f(x, y) = 4x - 3y$

18. $x \geq -10$
$1 \geq y \geq -6$
$3x + 4y \leq -8$
$2y \geq x - 10$
$f(x, y) = 7x + y$

19. الهندسة لدى شبه منحرف متساوي الساقين قاعدة أقصر يبلغ قياسها a وقاعدة أطول يبلغ قياسها c وساقان متطابقان يبلغ قياسهما b. يبلغ محيط شبه المنحرف 58 cm. ويبلغ متوسط القاعدتين 19 cm وتكون القاعدة الأطول ضعف الساق زائد 7. (الدرس 4-3)

a. جد أطوال أضلاع شبه المنحرف.

b. جد مساحة شبه المنحرف.

6-5 المصفوفات

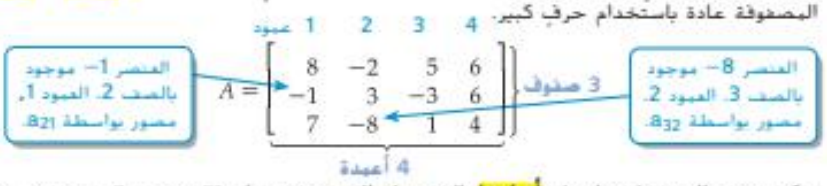
التالي:
- حللت نظام معادلات خطية بطرق عدة مختلفة.

الحالي:
1. التعرف على المفاهيم الاساسية للمصفوفات.
2. التعرف على خاصية تساوي مصفوفتين.

لماذا؟
- تُستخدم المصفوفات في جمع البيانات من الحياة اليومية والتي يمكن أن تتضمن سمات الإنسان أو تعداد الحيوانات أو عادات الناس أو غير ذلك.

1 مفاهيم "المصفوفات"

المصفوفة هي مجموعة مستطيلة من المتغيرات أو الثوابت في صفوف وأعمدة. عادة ما تكون محاطة بين قوسين. وفي المصفوفة، تكون الأعداد أو البيانات مرتبة بحيث يكون لكل موضع في المصفوفة غرض. ويُطلق على كل قيمة في المصفوفة اسم **عنصر** أو **مدخلة**. وتُسمّى المصفوفة عادة باستخدام حرف كبير.



يمكن وصف المصفوفة بواسطة **أبعادها**. المصفوفة التي تحتوي على m صف و n عمود هي مصفوفة $m \times n$ (تقرأ "m في n"). المصفوفة A أعلاه هي مصفوفة 4×3 لأن بها 3 صفوف و 4 أعمدة. a_{12} تشير إلى عنصر خاص بـ A، بينما b_{12} تشير إلى عنصر خاص بـ B.

مصفوفات خاصة

نوع المصفوفات	مثال على كل نوع
مصفوفة الصف	$\begin{bmatrix} 1 & 8 & 3 \end{bmatrix}$
مصفوفة العمود	$\begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}$
المصفوفة المربعة	$\begin{bmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 4 & 8 & 6 \\ 7 & 2 & 5 \end{bmatrix}$
المصفوفة الصفرية	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

مثال 1 ترتيب البيانات في مصفوفة

كرة القدم استخدم فريق كرة القدم في مدرسة الشارقة الثانوية خمسة من المهاجمين طوال الموسم. أراد المدرب وليد مقارنة إحصائيات كل لاعب.

جمال: 11 مباراة، 72 ثمريرة، 4390 متراً، 6 أهداف، 8 أخطاء.

إبراهيم: 9 مباريات، 143 ثمريرة، 10240 متراً، 7 أهداف، 12 خطأ.

كريم: 11 مباراة، 164 ثمريرة، 8850 متراً، 5 أهداف، 15 خطأ.

سعد: 11 مباراة، 84 ثمريرة، 5420 متراً، 6 أهداف، 7 أخطاء.

أحمد: 10 مباريات، 151 ثمريرة، 9660 متراً، 6 أهداف، 11 خطأ.

المفردات الجديدة

مصفوفة	(matrix)
عنصر	(element)
مدخلة	(entry)
بُعد	(dimension)

ممارسات في الرياضيات

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

a. رتب البيانات في مصفوفة من أكبر عدد تمريرات إلى أقلها.

اللاعب	مباريات	تمريرات	أمتار	أهداف	أخطاء
كريم	11	164	8850	5	15
أحمد	10	151	9660	6	11
إبراهيم	9	143	10240	7	12
سعد	11	84	5420	6	7
جمال	11	72	4390	6	8

b. ما أبعاد المصفوفة؟ وما قيمة a_{32}؟

توجد خمسة صفوف وخمسة أعمدة. لذا تكون الأبعاد 5 × 5. تكون القيمة a_{32} التي توجد في الصف الثالث والعمود الثاني 7

$$\begin{bmatrix} 15 & 5 & 8850 & 164 & 11 \\ 11 & 6 & 9660 & 151 & 10 \\ 12 & 7 & 10240 & 143 & 9 \\ 7 & 6 & 5420 & 84 & 11 \\ 8 & 6 & 4390 & 72 & 11 \end{bmatrix}$$

ما أبعاد كل من المصفوفات الآتية:

تمرين موجّه

1.a $\begin{bmatrix} 17 & -2 & 8 & -9 & 6 \\ 5 & 11 & 20 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

1.b $\begin{bmatrix} 16 & 8 \\ 10 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

2 تساوي المصفوفات

يقال إن مصفوفتين متساويتان إذا وفقط إذا كانت لهما الأبعاد نفسها وكانت مدخلاتهما المتناظرة متساوية.

مثال 2 المصفوفات المتساوية

المصفوفتان A و B متساويتان.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ 0 & 7 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 3 & 16 \\ 0 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

المصفوفتان C و D غير متساويتين لأن أبعادهما مختلفة.

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 6 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

تمرين موجّه

يمكننا استخدام تساوي المصفوفات لايجاد قيم المتغيرات .

بمعرفة أن المصفوفات التالية متساوية. جد قيمة x, y و z.

$$\begin{bmatrix} x+3 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & y \\ z-3 & 5 \end{bmatrix}$$

الحل:

اجعل العناصر المتناظرة متساوية وجد قيم المتغيرات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

كثيرًا ما يستخدم الأشخاص في القوى العاملة **ورق البيانات** الخاص بجهاز الكمبيوتر لترتيب البيانات وعرضها وتحليلها. بشكل مشابه للمصفوفة. يتم إدخال البيانات في ورقة البيانات داخل صفوف وأعمدة. عندئذ يمكن استخدام البيانات لإنشاء تمثيلات بيانية أو إجراء حسابات.

مثال 3 ترتيب البيانات في مصفوفة

قام مدير متجر أطعمة فاخرة بجمع بيانات حول عدد أرطال كميات القهوة التي قاموا ببيعها كل أسبوع في يناير. أدخل البيانات داخل ورقة بيانات.

المبيعات الأسبوعية لشهر يناير				
القهوة	5/1	12/1	19/1	26/1
كونا هاواي	17	22	11	23
موكا جافا	31	34	22	29
هاوس بلند	55	61	44	71
الإسبرسو	41	36	60	77
الإسبرسو منزوع الكافيين	23	29	19	44
خليط الإفطار	8	18	18	31
خليط الإفطار منزوع الكافيين	22	18	30	32
بن عضوي إيطالي محمص	26	16	31	39

استخدم العمود A لأنواع القهوة والعمود B للمبيعات في الأسبوع الذي يبدأ من 5/1 والعمود C للمبيعات في الأسبوع الذي يبدأ من 12/1 والعمودين D و E للمبيعات في الأسبوعين اللذين يبدآن من 19/1و 26/1.

المبيعات الأسبوعية لشهر يناير

	A	B	C	D	E
1	كونا هاواي	17	22	11	23
2	موكا جافا	31	34	22	29
3	هاوس بلند	55	61	44	71
4	إسبرسو	41	36	60	77
5	الإسبرسو منزوع الكافيين	23	29	19	44
6	خليط الإفطار	8	18	19	31
7	خليط الإفطار منزوع الكافيين	22	18	30	32
8	بن عضوي إيطالي محمص	26	16	31	39

ورقة 1 | ورقة 2 | ورقة 3

يحتوي كل **صف** على بيانات لنفس نوع القهوة. يمثل الصف 2 موكا جافا.

تحتوي كل **خلية** بورقة البيانات على قطعة واحدة من البيانات. تحتوي الخلية D7 على القيمة 30. التي تمثل عدد أرطال خليط الإفطار منزوع الكافيين المبيعة في أسبوع 1/19.

التمارين

1. اذكر أبعاد المصفوفة A إذا كان $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 12 & 3 & 4 & 1 \\ 13 & 14 & 1 & 2 \end{bmatrix}$؟

a. 2×3 b. 3×2 c. 3×4 d. 4×3

2. ما هو المدخل $(2,3)$ في المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 12 & 3 & 4 & 1 \\ 13 & 14 & 1 & 2 \end{bmatrix}$؟

a. 3 b. 4 c. 12 d. 14

McGraw-Hill Education محتوى محمي بحقوق الطبع والتأليف © لصالح مؤسسة

حدد أبعاد كل مصفوفة.

3. $\begin{bmatrix} 6 & -1 & 5 \\ -2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 8 \\ 6 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \\ 5 & 9 & 2 \end{bmatrix}$

6. $\begin{bmatrix} -3 & 17 & -22 \\ 9 & 31 & 16 \\ 20 & -15 & 4 \end{bmatrix}$

9. اكتب مثالا لكل نوع من أنواع المصفوفات الآتية

a. مصفوفة الصف

b. مصفوفة العمود

c. المصفوفة مربعة بُعدها 4×4

10. حلل البيانات في المصفوفة

عدّاؤو المسافات الطويلة	ريفي	مضمار
البنات	17	19
الفتيان	15	22

لخص مدرب المدرسة عدد العدائين لهذا العام في الجدول.

a. رتب البيانات في مصفوفة.

b. اجمع عناصر كل صف وفسر النتائج.

c. اجمع عناصر كل عمود وفسر النتائج .

11. باعت جمعية خيرية تذاكر لحدث لجمع التبرعات لمدة 3 أيام. وتباع التذاكر فرديًا في علب هدايا على النحو الموضح في الجدول أدناه.

اليوم	التذاكر	علبة هدايا
اليوم 1	155	40
اليوم 2	208	96
اليوم 3	321	131

وتُباع التذكرة مقابل AED 3.00 وتباع علبة الهدايا مقابل AED 6.00. استخدم المصفوفة لتحديد إجمالي إيرادات الأيام الثلاثة.

12. جد قيمة a و b و c إذا كانت المصفوفتان التاليتان متساويتين.

$$\begin{bmatrix} a+3 & -1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & b \\ c-3 & 5 \end{bmatrix}$$

13. استخدم مصفوفة لتنظيم ومقارنة المعلومات التالية حول بعض قطارات الملاهي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الواجب المنزلي (المعادلة)	
في التمارين	انظر الأمثلة
7–8	1
9–14	2
15–20	3

قطار الملاهي	A	B	C
السرعة (m/h)	55	50	70
الارتفاع (قدم)	90	108	218
الطول (قدم)	2300	2562	1300

رتب المعلومات في مصفوفة.

14.

المحيط	المساحة (mi^2)	متوسط العمق (ft)
الهادئ	60,060,700	13,215
الأطلنطي	29,637,900	12,880
الهندي	26,469,500	13,002
الجنوبي	7,848,300	16,400
القطبي الشمالي	5,427,000	3,953

15.

أفضل حراس مرمى لعبة الهوكي				
حارس المرمى	ألعاب	الانتصارات	الخسارات	التعادل
خالد	1029	551	315	131
سلطان	971	447	330	172
سيف	837	435	247	146
حميد	886	423	306	152
هاني	906	407	326	163

16. تتسوق جميلة لشراء هاتف ذكي وتكتشف أنه تتوفر العديد من الخيارات المختلفة.

a. رتب البيانات في مصفوفة. قم بإدراج الخيارات في ترتيب تنازلي وقم بتسمية الأعمدة الخيارات والسعر والذاكرة واللون والواجهة على التوالي.

الخيار 1
~~AED 420~~
الذاكرة، 512. اللون، 24.
الواجهة، الأشعة تحت الحمراء

الخيار 2
~~AED 399~~
الذاكرة، 512. اللون، 24.
الواجهة، البلوتوث

الخيار 3
~~AED 315~~
الذاكرة، 256. اللون، 24.
الواجهة، الأشعة تحت الحمراء

الخيار 4
~~AED 289~~
الذاكرة، 128. اللون، 18.
الواجهة، الواي فاي

b. ما أبعاد المصفوفة؟ وما قيمة a_{23}؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جد حل كل من المعادلات التالية.

17. $[4x \quad 3y] = [12 \quad -1]$

18. $[2x \quad 3 \quad 3z] = [5 \quad 3y \quad 9]$

19. $\begin{bmatrix} 4x \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 + x \\ 2y - 1 \end{bmatrix}$

20. $\begin{bmatrix} x + 3y \\ 3x + y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -13 \\ 1 \end{bmatrix}$

21. $\begin{bmatrix} 2x + y \\ x - 3y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 13 \end{bmatrix}$

22. $\begin{bmatrix} 4x - 3 & 3y \\ 7 & 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -15 \\ 7 & 2z + 1 \end{bmatrix}$

23. ACT/SAT رُتب نتائج اقتراع حديث في الصحوفة.

	مؤيد	معارض
المقترح 1	1553	771
المقترح 2	689	1633
المقترح 3	2088	229

بناءً على هذه النتائج، أي النتائج تكون غير صالحة؟

a. يوجد 771 تصويتًا ضد المقترح 1.

b. عدد المصوتين ضد المقترح 1 أكبر من عدد المصوتين للمقترح 2.

c. فرصة فوز المقترح 2 ضئيلة.

d. عدد المصوتين للمقترح 1 أكثر من عدد المصوتين للمقترح 3.

24. مراجعة يظهر المخطط تعبيرًا مثيًا لأربع قيم مختلفة لـ x.

يستنتج طالب أنه لجميع قيم x، $x^2 + x + 1$ ينتج عدد أولي. حيث تخدم القيمة x كمثال معاكس لإثبات أن هذا الاستنتاج خاطئ؟

x	$x^2 + x + 1$
1	3
2	7
3	13
5	31

f. -4

g. -3

h. -2

j. 4

محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © محفوظ الحقوق

24. نشاط تتيح لك صيغة SUM إيجاد مجموع جميع المدخلات في عمود أو صف ضمن ورقة بيانات.

a. الصيغة =SUM(B1:B8) توجد مجموعة العمود B. أدخل صيغًا في الخلايا B9 و C9 و D9 و E9 لإيجاد مجاميع تلك الأعمدة. ما الذي تمثله مجاميع الأعمدة في هذا الموقف؟

b. أدخل صيغًا في الخلايا من F1 حتى F8 لإيجاد مجاميع الصفوف من 1 حتى 8. ما الذي تمثله مجاميع الصفوف في الموقف؟

c. جد مجموع الصف 9 ومجموع العمود F. ماذا تلاحظ؟ اشرح.

A. أدخل بيانات الهاتف الذكي من التمرين 1 داخل ورقة بيانات.

B. قارن بين كيفية ترتيب البيانات في ورقة بيانات وفي مصفوفة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-6 العمليات على المصفوفات

السابق | **الحالي** | **لماذا؟**

- قمت بترتيب البيانات داخل المصفوفات

1 تحليل البيانات في المصفوفات.

2 إجراء عمليات جبرية على المصفوفات.

- لدى شركة مبيعات ساحلية ثلاثة مواقع في فلوريدا. توضح المصفوفات أدناه متوسط الأجور اليومية والمبيعات السنوية لجميع الممثلين.

	دبي		الشارقة		أبو ظبي	
	الأجور	المبيعات	الأجور	المبيعات	الأجور	المبيعات
مبتدئ	900	145,000	900	122,000	1050	109,500
مساعد	2400	225,000	1800	145,500	1800	135,000
شريك	2700	290,000	1800	160,000	1800	150,500

المفردات الجديدة

كمية عددية (scalar)

ضرب الكميات العددية (scalar multiplication)

1 تحليل البيانات يمكن تحليل البيانات المرتبة في مصفوفة وتفسيرها. في بعض الأحيان، يلزم إجراء المزيد من التحليل وفي أحيان أخرى تكون البيانات ليس لها معنى.

مثال من الحياة اليومية 1 تحليل البيانات بالمصفوفات

الأعمال التجارية **يرغب مدير الموقع في دبي في استخدام مصفوفة لإجراء مزيد من التحليل فيما يخص الممثلين.**

	الأجور	المبيعات
مبتدئ	900	145,000
مساعد	2400	225,000
شريك	2700	290,000

a. اجمع العناصر في كل عمود وفسر النتائج.

يبلغ مجموع أول عمود 6000. هذا هو إجمالي متوسط الأجور اليومية للثلاثة أنواع من الموظفين. يبلغ مجموع ثاني عمود 660,000. هذا هو إجمالي متوسط المبيعات السنوية التي حققها الموظفين.

b. يرغب المدير في تحديد متوسط الأجور لجميع الموظفين في الفرع بموقع دبي. قرر قسمة إجمالي أول عمود على ثلاثة، وهو عدد المناصب المختلفة. فما المتوسط؟

المتوسط هو 3 ÷ 6000 أو 2000.

c. هل هذا متوسط دقيق؟ اشرح.

إذا كان يوجد نفس العدد لكل نوع من الممثلين، فعندئذ يكون المتوسط دقيقًا. وإذا كان يوجد عدد أكثر لنوع واحد من الممثلين عن الآخرين، فعندئذ يكون المتوسط غير دقيق وسيلزم ترجيحه وفقًا لذلك.

d. هل جمع الصفوف يقدم أي بيانات ذات معنى إلى المدير؟

لا. مجموع الصفوف يتضمن شكلين مختلفين من البيانات والأجور والمبيعات.

تمرين موجّه

1. **عدد السكان** يعرض الجدول بيانات التعداد السكاني الأمريكي.
   - **A.** رتب البيانات في مصفوفة.
   - **B.** اجمع العناصر في الأعمدة وفسر النتائج.
   - **C.** اجمع العناصر في الصفوف وفسر النتائج.
   - **D.** هل إيجاد متوسط الصفوف أو الأعمدة يقدم أي بيانات ذات معنى؟

عدد السكان اللاتينيين في الولايات المتحدة الأمريكية (بالملايين)

العمر	ذكر	أنثى
0–19	7.1	6.6
20–39	6.8	5.9
40–59	3.2	2.2
60+	1.1	1.4

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 العمليات الجبرية يمكن إجراء بعض العمليات الجبرية على بيانات مرتبة في مصفوفات. يمكن جمع المصفوفات أو طرحها وفقط إذا كانت لها نفس الأبعاد.

المفهوم الأساسي جمع وطرح المصفوفات

الشرح لجمع أو طرح مصفوفتين بنفس الأبعاد، قم بجمع أو طرح عناصرهما المتناظرة.

الرموز

$$A + B = A + B$$
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

$$A - B = A - B$$
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$$

مثال
$$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -5+0 \\ 1+(-9) & 7+10 \end{bmatrix}$$

مثال 2 جمع المصفوفات وطرحها

جد كل مما يلي لـ $A = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$.

نصيحة دراسية
العناصر المقابلة تكون العناصر مقابلة إذا كانت في نفس الموضع في كل مصفوفة.

a. A + B

$$A + B = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$$ عوّض

$$= \begin{bmatrix} 16+(-4) & 2+(-1) \\ -9+(-3) & 8+(-7) \end{bmatrix}$$ اجمع العناصر المتناظرة.

$$= \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ -12 & 1 \end{bmatrix}$$ بسّط.

b. B − C

$$B - C = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$$ عوّض

بما أن أبعاد B وC مختلفة، لا يمكنك طرح المصفوفات.

c. B − A

$$B - A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$$ عوّض

$$= \begin{bmatrix} -4-16 & -1-2 \\ -3-(-9) & -7-8 \end{bmatrix}$$ اطرح العناصر المتناظرة.

$$= \begin{bmatrix} -20 & -3 \\ 6 & -15 \end{bmatrix}$$ بسّط.

تمرين موجّه

2A. $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$

2B. $\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix}$

2C. $\begin{bmatrix} 8 & -3 \\ -2 & 0 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 & 2 \\ 10 & -6 & 9 & 0 \end{bmatrix}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكنك ضرب أي مصفوفة في ثابت يسمى **كمية عددية**. عند قيامك بهذا، فأنت تضرب كل عنصر فردي في قيمة الكمية العددية. ويُطلق على هذه العملية اسم **ضرب الكمية العددية**.

قراءة في الرياضيات

الكمية العددية فكر في الكمية العددية كمعامل لمتغير. ولكنه عوضا عن هذا يكون كذلك لمصفوفة.

المفهوم الأساسي الضرب في كمية عددية

الشرح لضرب مصفوفة في كمية عددية k. اضرب كل عنصر في k.

$$k \cdot A = kA$$

الرموز

$$k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

مثال

$$-3\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$$

مثال 3 ضرب مصفوفة في كمية عددية

إذا كان $R = \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$، **فجد 5R.**

$$5R = 5\begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$$ عوّض

$$= \begin{bmatrix} 5(-12) & 5(8) & 5(6) \\ 5(-16) & 5(4) & 5(19) \end{bmatrix}$$ وزع الكمية العددية.

$$= \begin{bmatrix} -60 & 40 & 30 \\ -80 & 20 & 95 \end{bmatrix}$$ اضرب.

نصيحة دراسية

ضرب الكمية العددية

يتم التعامل مع قوس المصفوفة مثل رمز تجميع عادي. لذا عند ضرب كمية عددية. قم بالتوزيع بنفس الطريقة المتبعة مع رمز التجميع.

تمرين موجّه

3. إذا كان $T = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$، فجد $-4T$.

العديد من خصائص الأعداد الحقيقية تكون حقيقية كذلك بالنسبة للمصفوفات. موضح أدناه ملخص لهذه الخصائص.

المفهوم الأساسي خصائص عمليات المصفوفات

بالنسبة لأي مصفوفة A و B و C والتي يكون مجموع وناتج ضرب المصفوفة معرفين وأي كمية غير عددية k. تكون الخصائص التالية صحيحة.

خاصية التبديل في الجمع	$A + B = B + A$
خاصية التجميع في الجمع	$(A + B) + C = A + (B + C)$
خاصية توزيع الكمية العددية إلى اليسار	$k(A + B) = kA + kB$
خاصية توزيع الكمية العددية إلى اليمين	$(A + B)k = kA + kB$

يمكن إجراء عمليات متعددة الخطوات على المصفوفات. يكون ترتيب هذه العمليات هو نفس ترتيبها مع الأعداد الحقيقية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 العمليات متعددة الخطوات

إذا كان $A = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، فجد $-4B - 3A$.

$-4B - 3A = -4\begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ عوّض.

$= \begin{bmatrix} -4(-4) & -4(-8) \\ -4(2) & -4(-3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3(-9) & 3(12) \\ 3(2) & 3(-6) \end{bmatrix}$ وزع الكمية العددية في كل مصفوفة.

$= \begin{bmatrix} 16 & 32 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -27 & 36 \\ 6 & -18 \end{bmatrix}$ اضرب.

$= \begin{bmatrix} 16 - (-27) & 32 - 36 \\ -8 - 6 & 12 - (-18) \end{bmatrix}$ اطرح العناصر المتناظرة.

$= \begin{bmatrix} 43 & -4 \\ -14 & 30 \end{bmatrix}$ بسّط.

تمرين موجّه

4. إذا كان $A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$. فجد $-6B + 7A$.

يمكن استخدام المصفوفات في العديد من التطبيقات على الأعمال التجارية.

مثال من الحياة اليومية 5 استخدم عمليات متعددة الخطوات على المصفوفات

الأعمال التجارية راجع التطبيق في أول الدرس. **عبر عن متوسط الأجور والمبيعات للشركة بأكملها على مدار أسبوع من 5 أيام.**

لحساب المبيعات لمدة 5 أيام للشركة بأكملها، يلزم ضرب كل مصفوفة في 5 وجمع النواتج الإجمالية معًا.

$5\begin{bmatrix} 900 & 145{,}000 \\ 2400 & 225{,}000 \\ 2700 & 290{,}000 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} 900 & 122{,}000 \\ 1800 & 145{,}500 \\ 1800 & 160{,}000 \end{bmatrix} + 5\begin{bmatrix} 1050 & 109{,}500 \\ 1800 & 135{,}000 \\ 1800 & 150{,}500 \end{bmatrix}$ اكتب المصفوفات.

$= \begin{bmatrix} 4500 & 725{,}000 \\ 12{,}000 & 1{,}125{,}000 \\ 13{,}500 & 1{,}450{,}000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4500 & 610{,}000 \\ 9000 & 727{,}500 \\ 9000 & 800{,}000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5250 & 547{,}500 \\ 9000 & 675{,}000 \\ 9000 & 752{,}500 \end{bmatrix}$ اضرب الكميات العددية.

$=$ اجمع المصفوفات.

	المبيعات	الأجور
مبتدئ	1,882,500	14,250
مساعد	2,527,500	30,000
شريك	3,002,500	31,500

توضح المصفوفة الأخيرة متوسط المبيعات والأجور الأسبوعية لجميع ممثلي الشركة.

تمرين موجّه

5. استخدم البيانات الموجودة أعلاه لحساب متوسط المبيعات والأجور السنوية للشركة، بافتراض 260 يوم عمل.

مهنة من الحياة اليومية

المخطط المالي

يستخدم المخططون الماليون المصفوفات لترتيب ووصف البيانات التي يستخدمونها في أغلب الأحيان. يحتاج المخططون الماليون إلى شهادة بكالريوس. عادة ما يكونون حاصلين على شهادات في المحاسبة أو الموارد المالية أو الاقتصاد أو الأعمال التجارية أو التسويق أو التجارة.

نصيحة دراسية

العناصر المتناظرة عند تمثيل الكميات بمصفوفات متعددة، تأكد أن العناصر المتناظرة تمثل الكميات المتناظرة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **تمثيل النماذج** استخدم الجدول الذي يوضح المدينة وعدد أميال الغاز بالطريق السريع لخمسة أنواع مختلفة من السيارات.

السيارة	سيارة رياضية متعددة الأغراض	شاحنة صغيرة	سيارة سيدان	سيارة مدمجة	سيارة لجميع الأغراض
المدينة	23	21	21	42	61
الطريق السريع	25	24	32	49	70

المصدر: Auto Hoppers

a. رتب أميال الغاز في مصفوفة.

b. اجمع عناصر كل صف وفسر النتائج.

c. اجمع عناصر كل عمود وفسر النتائج.

مثال 2

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، فاكتب مستحيلة.

2. $\begin{bmatrix} -8 & 2 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11 & -7 & 1 \end{bmatrix}$

3. $\begin{bmatrix} 9 & -8 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & 2 \end{bmatrix}$

4. $\begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$

5. $\begin{bmatrix} 5 & 13 & -6 \\ 3 & -17 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -18 & 8 \\ 2 & -11 & 0 \end{bmatrix}$

مثال 3

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، فاكتب مستحيلة.

6. $3\begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$

7. $-6\begin{bmatrix} 15 & -9 & 2 & 3 \\ 6 & -11 & 14 & -2 \\ 4 & -8 & -10 & 27 \end{bmatrix}$

مثال 4

استخدم المصفوفات A و B و C و D لإيجاد التالي.

$A = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 0 \\ -2 & 8 & 0 \end{bmatrix}$

8. $4B - 2A$

9. $-8C + 3A$

10. $-5B - 2D$

11. $-4C - 5B$

مثال 5

12. **الدرجات** خضع سلطان وطارق وعبدالله إلى اختبارين في صف الرياضيات الخاص بهم. يوضح الجدول درجات الاختبار لكل طالب.

الطالب	اختبار 1	اختبار 2
سلطان	85	72
طارق	75	74
عبدالله	96	83

a. اكتب مصفوفة من المعلومات المستقاة من كل اختبار.

b. جد مجموع الدرجات من الاختبارين المعبر عنهما في شكل مصفوفة.

c. عبر عن الفرق في الدرجات من الاختبار 1 إلى الاختبار 2 في شكل مصفوفة.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

13. **الأحذية** صنعت شركة خدمات المستهلك عدة أزواج من الأحذية من حيث التكلفة ومستوى الراحة والمظهر وطول العمر باستخدام مقياس من 5-1، بحيث يكون 1 منخفض و5 مرتفع.

العلامة التجارية	التكلفة	الراحة	المظهر	طول العمر
A	3	2	2	1
B	4	3	2	3
C	5	5	4	4
D	1	5	5	2

a. اكتب مصفوفة 4 × 4 لترتيب هذه المعلومات.

b. أي حذاء ستشتري وفق هذه المعلومات، ولماذا؟

c. هل إيجاد مجموع الصفوف أو الأعمدة يقدم أي معلومات مفيدة؟ اشرح استنتاجك.

مثال 2

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيلة.

14. $\begin{bmatrix} 12 & -5 \\ -8 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 11 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$

15. $\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ -2 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & -3 & 7 \\ 12 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثالان 3 و 4

16. **الأعمال التجارية** توضح على اليسار قائمة مشروبات أحد مطاعم الوجبات السريعة. قرر مالك المتجر أنه يجب زيادة جميع الأسعار بنسبة 10%.

المشروب	صغير	متوسط	كبير
المياه الغازية	AED 0.95	AED 1.00	AED 1.05
الشاي المثلج	AED 0.75	AED 0.80	AED 0.85
عصير الليمون	AED 0.75	AED 0.80	AED 0.85
القهوة	AED 1.00	AED 1.10	AED 1.20

a. اكتب المصفوفة C لتمثيل الأسعار الحالية.

b. ما الكمية العددية التي يمكن استخدامها لتحديد مصفوفة N لتمثيل الأسعار الجديدة؟

c. جد N.

d. ما ناتج $N - C$؟ وما الذي يمثله ذلك في هذا الموقف؟

استخدم المصفوفات B وA وC وD لإيجاد التالي.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -7 \\ 8 & 12 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 11 & 4 \\ -3 & -17 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 8 & 2 & -2 \\ 1 & -9 & 15 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -2 & -8 & 0 \\ 4 & 13 & 1 \end{bmatrix}$$

17. $-3B + 2A$

18. $9C - 4D$

19. $2C + 11A$

20. $7A - 2B$

مثال 5

21. **تمثيل النماذج** تحتوي المكتبة A على 10,000 رواية و5000 سيرة ذاتية و5000 كتاب للأطفال. وتحتوي المكتبة B على 15,000 رواية و10,000 سيرة ذاتية و2500 كتاب للأطفال. وتحتوي المكتبة C على 4000 رواية و700 سيرة ذاتية و800 كتاب للأطفال.

a. عبر عن عدد الكتب بكل مكتبة في شكل مصفوفة. قمت بتسمية المصفوفات A و B و C.

b. جد العدد الإجمالي لكل نوع من الكتب في المكتبات الثلاث. عبر عنه في شكل مصفوفة.

c. كم عدد الكتب من كل نوع التي تحتوي عليها المكتبة A أكثر من المكتبة C؟

d. جد $A + B$. هل للمصفوفة معنى في هذا الموقف؟ اشرح.

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيلة.

22. $-2\begin{bmatrix} -9.2 & -8.4 \\ 5.6 & -4.3 \end{bmatrix} - 4\begin{bmatrix} 4.1 & -2.9 \\ 7.2 & -8.2 \end{bmatrix}$

23. $-\frac{3}{4}\begin{bmatrix} 12 & -16 \\ 15 & 8 \end{bmatrix} + \frac{2}{3}\begin{bmatrix} 21 & 18 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$

24. $-3\begin{bmatrix} 18 & -6 & -8 \\ -5 & -3 & 12 \\ 0 & 3x & -y \end{bmatrix}$

25. $8\begin{bmatrix} -a & 4b & c-b \\ -13 & 10 & -5c \end{bmatrix}$

26. $-4\begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix} + 3\begin{bmatrix} -8 \\ 3x \\ -9 \end{bmatrix} - 5\begin{bmatrix} 4 \\ x-6 \\ 12 \end{bmatrix}$

27. $-5\left(\begin{bmatrix} 4 & -8 \\ 8 & -9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}\right)$

28. **الطقس** يوضح الجدول معدل سقوط الثلج بالسنتيمتر.

المدينة	معدل سقوط الثلج المعتاد			معدل سقوط الثلج في عام 2007		
	يناير	فبراير	مارس	يناير	فبراير	مارس
جراند رابيدز، ميشيجان	21.1	12.2	9.0	15.4	33.6	13.6
بوسطن، ماساتشوستس	13.3	11.3	8.3	1.0	4.6	10.2
بوفالو، نيويورك	26.1	17.8	12.4	15.5	33.5	5.4
بيتسبرج، بنسيلفانيا	12.3	8.5	7.9	11.3	14.0	9.3

المصدر: National Weather Service

a. عبر عن بيانات معدل سقوط الثلج المعتاد وبيانات عام 2007 في مصفوفتين 3×4.

b. اطرح مصفوفة البيانات المعتادة من مصفوفة بيانات عام 2007؟ ما الذي يمثله الفرق في سياق الموقف؟

c. اشرح معنى الأعداد الموجبة والسالبة في مصفوفة الفرق. ما الاتجاهات التي تلاحظها في البيانات؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

29. تمثيل النماذج يوضح الجدول بعض من الأرقام القياسية العالمية والأولمبية للاتحاد العربي للسباحة الحرة للرجال.

المسافة (m)	العالمية	الأولمبية	الأمريكية
50	24.13 s	24.13 s	24.63 s
100	53.52 s	53.52 s	53.99 s
200	1:56.54 min	1:57.65 min	1:57.41 min
800	8:16.22 min	8:19.67 min	8:16.22 min

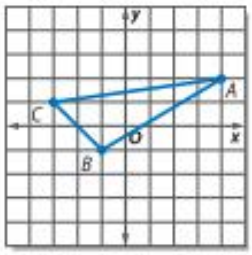
المصدر: USA Swimming

a. جد الفرق بين الرقم القياسي للاتحاد العربي والعالمي معبرًا عنه في شكل مصفوفة.

b. ما الذي يعنيه كل صف في العمود؟

c. في أي أحداث تم تسجيل أسرع الأوقات في الأولمبيات؟

30. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستقوم باستكشاف استخدام المصفوفات لتمثيل التحويلات.



a. جبريًا تمثل المصفوفة $\begin{bmatrix} -3 & -4 & 1 \\ 8 & 6 & 0 \end{bmatrix}$ مثلثًا برؤوس عند $(-3, 8)$ و$(-4, 6)$ و$(0, 1)$. اكتب مصفوفة لتمثيل $\triangle ABC$.

b. هندسيًا اضرب المصفوفة التي كتبتها في 2. ثم مثّل بيانيًا الشكل الذي تمثله المصفوفة الجديدة.

c. تحليليًا ما وجه المقارنة بين الأشكال؟ خمن نتيجة ضرب المصفوفة في 0.5. أثبت صحة تخمينك.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

31. البرهان برهن على أن جمع المصفوفة يُعد تبديليًا لمصفوفات 2 × 2.

32. البرهان برهن على أن جمع المصفوفة يُعد تجميعيًا لمصفوفات 2 × 2.

33. تحدٍ جد عناصر C إذا كان:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, 3A - 4B + 6C = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}.$$

34. الاستنتاج حدد ما إذا كانت كل عبارة صحيحة في بعض *الأحيان* أو *دائما* أو غير صحيحة *أبدًا* للمصفوفتين A و B. اشرح استنتاجك.

a. إذا كانت $A + B$ موجودة، فإن $A - B$ موجودة.

b. إذا كانت k عددًا حقيقيًا، فإن kA و kB موجودتين.

c. إذا كانت $A - B$ غير موجودة، فإن $B - A$ غير موجودة.

d. إذا كان لدى A و B نفس عدد العناصر، فإن $A + B$ موجودة.

e. إذا كانت kA موجودة و kB موجودة، فإن $kA + kB$ موجودة.

35. مسألة غير محددة أعط مثالًا على المصفوفتين A و B إذا كانت $4B - 3A = \begin{bmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$.

36. الكتابة في الرياضيات اشرح كيفية إيجاد $4D - 3C$ للمصفوفتين التي تم إعطاؤهما. C و D بنفس الأبعاد.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

37. ما حل نظام المعادلات؟

$$0.06p + 4q = 0.88$$
$$p - q = -2.25$$

A $(-0.912, -1.338)$
B $(0.912, -3.162)$
C $(-2, 0.25)$
D $(-2, -4.25)$

38. إجابات قصيرة جد $A + B$ إذا كان $A = \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

39. SAT/ACT قم بالحل لإيجاد x و y.

$$x + 3y = 16$$
$$7 - x = 12$$

F $x = -5, y = 7$
G $x = 7, y = 3$
H $x = 7, y = 5$
J $x = 5, y = 7$
K $x = -5, y = 3$

40. الاحتمال يقدم مطعم فطائر بيتزا 5 أنواع مختلفة من إضافات اللحوم و6 أنواع مختلفة من إضافات الخضروات. قررت الحصول على نوعين من إضافات الخضروات ونوع واحد من إضافات اللحوم. فكم نوع من أنواع فطائر البيتزا المختلفة يمكنك طلبه؟

A 60
B 75
C 120
D 150

مراجعة شاملة

حُلّ كل نظام من المعادلات. (الدرس 3-4)

41. $2x + 3y - z = -1$
$5x + y + 4z = 30$
$-8x - 2y + 5z = -2$

42. $3x - 4y + 6z = 26$
$5x + 3y + 2z = 5$
$-2x + 5y - 3z = -9$

43. $5x + 2y - 4z = 22$
$6x + 3y + 5z = 5$
$-2x - 4y + z = 2$

44. التعبئة والتغليف يبيع مصنع الحلويات بسكويت شرائح الشوكولاتة وبسكويت زبدة الفول السوداني في عبوات تجمع النوعين وتحتوي على ما بين ست إلى اثنتي عشرة قطعة بسكويت. ويتبغي أن تضم العبوة ثلاث قطع من كل نوع من البسكويت على الأقل. فكم قطعة من كل نوع من البسكويت ينبغي أن يكون في كل عبوة لتحقيق أقصى قدر من الربح؟ (الدرس 3-3)

البسكويت	شرائح الشوكولاتة	زبدة الفول السوداني
التكلفة	AED 0.19	AED 0.13
السعر	AED 0.44	AED 0.39

حُلّ أنظمة المتباينات الآتية باستخدام التمثيل البياني (الدرس 3-2)

45. $x - 2y > -4$
$y < -2x - 3$

46. $y \geq -4x + 6$
$3y < 2x + 9$

47. $4x + 2y > 8$
$4y - 3x \leq 12$

48. كنس أوراق الشجر قد يتقاضى طالب AED 20 زائد AED 5 إضافية لقاء كل كيس قمامة يملأه بأوراق الشجر. اكتب معادلة وقم بإيجاد حلها لتحديد عدد الأكياس التي سيحتاج الطالب لملئها من أجل الحصول على AED 100.

49. الرياضات يوجد 4,279,000 لاعب كرة في الهند أكثر من ألمانيا. اكتب معادلة وحلّها لإيجاد عدد لاعبي كرة القدم في ألمانيا.

الدول التي تضم أكبر عدد من لاعبي كرة القدم في العالم

الصين	26,166,000
الولايات المتحدة	24,473,000
الهند	20,588,000
ألمانيا	?

مراجعة المهارات

بسّط كل تعبير.

50. $4(2x - 3y) + 2(5x - 6y)$

51. $-3(2a - 5b) - 4(4b + a)$

52. $-7(x - y) + 5(y - x)$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

7-6 ضرب المصفوفات

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بضرب المصفوفات في كمية عددية	1 ضرب المصفوفات. 2 استخدام خصائص ضرب المصفوفات.	• يوضح الجدول ملخص أهداف ليزا ليزلي، متصدرة التهديف في WNBA على الدوام، خلال أكثر مواسم أحرزت أهداف فيها. يمكن تلخيص إجمالي الأهداف التي أحرزتها في مصفوفة الأهداف B. يمكن ترتيب قيم النقاط لكل نوع من الأهداف في مصفوفة قيمة النقاط P.

الأهداف المعتادة التي تحرزها ليزا ليزلي في الموسم

النوع	2005	2006	2008	2009
هدف ميداني	197	249	184	143
هدف ميداني ثلاثي النقاط	7	8	4	1
رمية حرة	102	158	117	65

المصدر: WNBA

يمكنك استخدام ضرب المصفوفات لإيجاد النقاط المحرزة خلال كل موسم.

قيم نقاط **الأهداف**

$$P = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 197 & 249 & 184 & 143 \\ 7 & 8 & 4 & 1 \\ 102 & 158 & 117 & 65 \end{bmatrix}$$

1 ضرب المصفوفات

يمكنك ضرب مصفوفتين A و B و ايجاد AB فقط اذا كان عدد الأعمدة في A مساويًا لعدد الصفوف في B. عند ضرب مصفوفتين $A_{m \times r}$ و $B_{r \times t}$ تكون المصفوفة الناتجة AB مصفوفة $m \times t$.

$$\underset{m \times r}{A} \quad \underset{r \times t}{B} \quad = \quad \underset{m \times t}{AB}$$

متماثلة

أبعاد AB

مثال 1 أبعاد ناتج ضرب مصفوفتين

حدد ما إذا كان كل ناتج ضرب المصفوفتين معرّفًا أم لا. إذا كان الأمر كذلك، حدد أبعاد ناتج الضرب.

a. $A_{3 \times 4}$ و $B_{4 \times 2}$

$$A \cdot B = AB$$

$3 \times 4 \quad 4 \times 2 \quad 3 \times 2$

الأبعاد الداخلية متساوية. لذا يكون ناتج الضرب معرّف. وأبعاده هي 3×2.

b. $A_{5 \times 3}$ و $B_{5 \times 4}$

$$A \cdot B$$

$5 \times 3 \quad 5 \times 4$

الأبعاد الداخلية غير متساوية. لذا يكون ناتج ضرب المصفوفات غير معرّف.

تمرين موجّه

1A. $A_{4 \times 6}$ و $B_{6 \times 2}$

1B. $A_{3 \times 2}$ و $B_{3 \times 2}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يتم إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين عن طريق ضرب الأعمدة والصفوف.

المفهوم الأساسي ضرب المصفوفات

الشرح العنصر في الصف ذو الترتيب m والعمود ذو الترتيب r بالمصفوفة AB هو مجموع ناتج ضرب العناصر المتناظرة في الصف m من المصفوفة A والعمود r من المصفوفة B.

الرموز

$$\begin{matrix} A & & B & & AB \end{matrix}$$
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

مثال 2 ضرب المصفوفات المربعة

جد XY إذا كان $X = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$.

$$XY = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

الخطوة 1 اضرب الأعداد بالصف الأول من X في الأعداد بالعمود الأول Y. واجمع نواتج الضرب ووضّح النتيجة في الصف الأول، العمود الأول من XY.

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5)+(-3)(3) & \\ & \end{bmatrix}$$

الخطوة 2 اتبع نفس الإجراء كالخطوة 1 باستخدام أعداد الصف الأول والعمود الثاني. اكتب النتيجة في الصف الأول، العمود الثاني.

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5)+(-3)(3) & 6(-4)+(-3)(3) \\ & \end{bmatrix}$$

الخطوة 3 اتبع نفس الإجراء مع أعداد الصف الثاني والعمود الأول. اكتب النتيجة في الصف الثاني، العمود الأول.

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5)+(-3)(3) & 6(-4)+(-3)(3) \\ -10(-5)+(-2)(3) & \end{bmatrix}$$

الخطوة 4 الإجراء هو نفسه الأعداد في الصف الثاني، العمود الثاني.

$$\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6(-5)+(-3)(3) & 6(-4)+(-3)(3) \\ -10(-5)+(-2)(3) & -10(-4)+(-2)(3) \end{bmatrix}$$

الخطوة 5 بسّط المصفوفة الناتجة عن الضرب.

$$\begin{bmatrix} 6(-5)+(-3)(3) & 6(-4)+(-3)(3) \\ -10(-5)+(-2)(3) & -10(-4)+(-2)(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -39 & -33 \\ 44 & 34 \end{bmatrix}$$

انتبه!
الحفاظ على موقعك من السهل أن تفقد موقعك عند ضربك للمصفوفات. من الممكن أن تساعدك تغطية الصفوف أو الأعمدة التي لا يتم ضربها بينما تقوم بإيجاد عناصر ناتج ضرب المصفوفة.

تمرين موجّه

2. جد UV إذا كان $U = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ و $V = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 من الحياة اليومية ضرب المصفوفات

الربط بالحياة اليومية
يتكون لقاء السباحة من مباريات سباق وغوص. هناك 241,000 مدرسة ثانوية تشارك كل عام.
المصدر: National Federation of State High School Associations

لقاء سباحة في لقاء سباحة معين، تم إعطاء 7 نقاط لكل إحراز للمركز الأول و4 نقاط للثاني ونقطتين للثالث. جد إجمالي عدد النقاط لكل مدرسة. أي مدرسة تفوز باللقاء؟

المدرسة	المركز الأول	المركز الثاني	المركز الثالث
محمد بن راشد	4	7	3
الأمير	8	9	1
الشارقة النموذجية	10	5	3
الراشدية	3	3	6

افهم يمكن إيجاد النتائج النهائية عن طريق ضرب نتائج السباحة لكل مدرسة من خلال النقاط المعطاة لكل إحراز للمركز الأول والثاني والثالث.

خطط اكتب نتائج كل سباق والنقاط المعطاة في شكل مصفوفة.
قم بإعداد المصفوفات بحيث يكون عدد الصفوف في مصفوفة النقاط مساويًا لعدد الأعمدة في مصفوفة النتائج.

النتائج **النقاط**

$$R = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

حل اضرب المصفوفات.

$$RP = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$ اكتب معادلة.

$$= \begin{bmatrix} 4(7) + 7(4) + 3(2) \\ 8(7) + 9(4) + 1(2) \\ 10(7) + 5(4) + 3(2) \\ 3(7) + 3(4) + 6(2) \end{bmatrix}$$ اضرب الأعمدة في الصفوف.

$$= \begin{bmatrix} 62 \\ 94 \\ 96 \\ 45 \end{bmatrix}$$ بسّط.

توضح المصفوفة الناتجة عن الضرب نتائج مدرسة محمد بن راشد ، الأمير ، الراشدية ، الشارقة النموذجية، على التوالي. فازت الشارقة النموذجية في لقاء السباحة بإجمالي 96 نقطة.

تحقق R هي مصفوفة 3×4 وP هي مصفوفة 1×3. لذا ينبغي أن يكون ناتج ضربهما مصفوفة 4×1.

تمرين موجّه

3. كرة السلة راجع بداية الدرس. استخدم ضرب المصفوفة لتحديد في أي موسم أحرزت ليزا ليزلي أكثر نقاط. كم عدد النقاط التي أحرزتها في ذلك الموسم؟

2 خصائص الضرب

تذكر أن خصائص الأعداد الحقيقية تكون صحيحة كذلك لجمع المصفوفة. مع ذلك، بعض هذه الخصائص لا تكون صحيحة دائمًا لضرب المصفوفات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 اختبار خاصية التبديل

جد كل ناتج إذا كان $G = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ و $H = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$.

a. GH

$$GH = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$ قم بالتعويض

$$= \begin{bmatrix} 2-6-5 & 3-24-35 \\ 8+4+0 & 12+16+0 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} -9 & -56 \\ 12 & 28 \end{bmatrix}$$

b. HG

$$HG = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$ قم بالتعويض

$$= \begin{bmatrix} 2+12 & 6-6 & -10+0 \\ -2-32 & -6+16 & 10+0 \\ 1+28 & 3-14 & -5+0 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} 14 & 0 & -10 \\ -34 & 10 & 10 \\ 29 & -11 & -5 \end{bmatrix}$$ لاحظ أن $GH \neq HG$.

تمرين موجّه

4. حدد ما إذا كان $AB = BA$ صحيحة بالنسبة إلى $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$.

نصيحة دراسية

البرهان والأمثلة المضادة

لتوضيح أن الخاصية لا تكون دائمًا صحيحة، تحتاج إلى إيجاد مثال مضاد واحد فقط.

مثال 4 وضح أن خاصية التبديل في الضرب لا تصلح لضرب المصفوفات. الترتيب الذي تقوم به بضرب المصفوفات مهم جدًا.

مثال 5 اختبار خاصية التوزيع

جد كل ناتج ضرب إذا كان $J = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$ و $K = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و $L = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$.

a. $J(K + L)$

$$J(K+L) = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \right)$$ قم بالتعويض

$$= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$ اجمع.

$$= \begin{bmatrix} -2+8 & 2+12 \\ 5-4 & -5-6 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 1 & -11 \end{bmatrix}$$ اضرب.

b. $JK + JL$

$$JK + JL = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2(3)+4(-1) & 2(2)+4(3) \\ -5(3)+(-2)(-1) & -5(2)+(-2)(3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(-4)+4(3) & 2(-1)+4(0) \\ -5(-4)+(-2)(3) & -5(-1)+(-2)(0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 16 \\ -13 & -16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 14 & 5 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} 6 & 14 \\ 1 & -11 \end{bmatrix}$$ لاحظ أن $J(K + L) = JK + JL$.

تمرين موجّه

5. استخدم المصفوفات $R = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ و $S = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ و $T = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ لتحديد ما إذا كان $(S + T)R = SR + TR$.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

المثال السابق يقترح أن خاصة التوزيع حقيقية لضرب المصفوفات. يتم توضيح بعض خصائص ضرب المصفوفات أدناه.

المفهوم الأساسي خصائص ضرب المصفوفات

بالنسبة لأي مصفوفة A و B و C والتي يكون ناتج ضرب المصفوفات لها معروف وأي كمية غير متجهة k، تنطبق الخصائص التالية.

خاصية التجميع في ضرب المصفوفة	$(AB)C = A(BC)$
خاصية التجميع في ضرب الكمية العددية	$k(AB) = (kA)B = A(kB)$
خاصية التوزيع إلى اليسار	$C(A + B) = CA + CB$
خاصية التوزيع إلى اليمين	$(A + B)C = AC + BC$

التحقق من فهمك

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل ناتج ضرب المصفوفتين معرّفًا أم لا. إذا كان الأمر كذلك، حدد أبعاد ناتج الضرب.**

1. $A_{2\times 4} \cdot B_{4\times 3}$
2. $C_{5\times 4} \cdot D_{5\times 4}$
3. $E_{8\times 6} \cdot F_{6\times 10}$

المثالان 2-3 **جد كل ناتج ضرب، إن أمكن.**

4. $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$
5. $\begin{bmatrix} 10 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$
6. $\begin{bmatrix} 9 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$
7. $\begin{bmatrix} -9 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & -10 & 1 \end{bmatrix}$
8. $\begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ -5 & -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$
9. $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix}$
10. $\begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix}$
11. $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 8 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -7 & 1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

12. **الاستنتاج المنطقي** الجدول يوضح أعداد الأشخاص المسجلين للتمرينات الهوائية للربع الأول.

صالة ألعاب رياضية		
طريقة الدفع	التمرينات الهوائية	التمرينات الهوائية بالدرج
حصة بحصة	35	28
قسيمة حضور 11 حصة	32	17
قسيمة حضور غير محدود	18	12

تعرض صالة ألعاب رياضية رسوم التسجيل التالية: حصة بحصة، AED165؛ جواز حضور 11 حصة، AED110؛ جواز حضور غير محدود، AED 239.

a. اكتب مصفوفة لرسوم التسجيل ومصفوفة لعدد الطلاب.

b. جد إجمالي المبلغ المالي الذي تلقته الفاعة الرياضية من عمليات التسجيل للتمرينات الهوائية والتمرينات الهوائية بالدرج.

المثالان 4-5 **استخدم** $X = \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$ و $Z = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$ **لتحديد ما إذا كانت المعادلتان التاليتان صحيحتين بالنسبة للمصفوفات المعطاة.**

13. $XY = YX$
14. $X(YZ) = (XY)Z$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد ما إذا كان كل ناتج ضرب المصفوفتين معرّفًا أم لا. إذا كان الأمر كذلك، اذكر أبعاد ناتج الضرب.**

15. $P_{2\times3}\cdot Q_{3\times4}$ **16.** $A_{5\times5}\cdot B_{5\times5}$ **17.** $M_{3\times1}\cdot N_{2\times3}$

18. $X_{2\times6}\cdot Y_{6\times3}$ **19.** $J_{2\times1}\cdot K_{2\times1}$ **20.** $S_{5\times2}\cdot T_{2\times4}$

المثالان 2-3 **جد كل ناتج ضرب، إن أمكن.**

21. $\begin{bmatrix}1 & 6\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-10\\6\end{bmatrix}$ **22.** $\begin{bmatrix}6\\-3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}2 & -7\end{bmatrix}$

23. $\begin{bmatrix}-3 & -7\\-2 & -1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4 & 4\\9 & -3\end{bmatrix}$ **24.** $\begin{bmatrix}-1 & 0\\5 & 2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}6 & -3\\7 & -2\end{bmatrix}$

25. $\begin{bmatrix}-1 & 0 & 6\\-4 & -10 & 4\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}5 & -7\\-2 & -9\end{bmatrix}$ **26.** $\begin{bmatrix}-6 & 4 & -9\\2 & 8 & 7\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}7\\2\\4\end{bmatrix}$

27. $\begin{bmatrix}2 & 9 & -3\\4 & -1 & 0\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}4 & 2\\-6 & 7\\-2 & 1\end{bmatrix}$ **28.** $\begin{bmatrix}-4\\8\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}-3 & -1\end{bmatrix}$

29. السفر تمتلك عائلة ثلاثة نُزُل للمبيت والإفطار في بغمة للعطلات. تكلفة الغرفة الفردية AED 220 في الليلة وتكلفة الغرفة المزودة بسريرين AED 250 في الليلة وتكلفة الجناح AED 360.

الغرف المتاحة في نُزُل للمبيت والإفطار خاص بالعائلة			
مبيت إفطار	فردية	زوجية	جناح
1	3	2	2
2	2	3	1
3	4	3	0

a. اكتب مصفوفة لعدد كل نوع من أنواع الغرف في كل نُزُل للمبيت والإفطار. ثم اكتب مصفوفة لتكلفة الغرف.

b. اكتب مصفوفة لإجمالي الدخل اليومي. بافتراض أن جميع الغرف مؤجرة.

c. ما الدخل اليومي الإجمالي من جميع نُزُل المبيت والإفطار الثلاثة. بافتراض أن جميع الغرف مؤجرة؟

المثالان 4-5 **استخدم** $P=\begin{bmatrix}4 & -1\\1 & 2\end{bmatrix}$ **و** $Q=\begin{bmatrix}6 & 4\\-2 & -5\end{bmatrix}$ **و** $R=\begin{bmatrix}4 & 6\\-6 & 4\end{bmatrix}$ **و** $k=2$ **لتحديد ما إذا كانت المعادلات التالية صحيحة للمصفوفات المعطاة.**

30. $k(PQ)=P(kQ)$ **31.** $PQR=RQP$

32. $PR+QR=(P+Q)R$ **33.** $R(P+Q)=PR+QR$

34. الاستنتاج المنطقي يبيع المجلس الطلابي أزهارًا لعيد الأم. وقام بشراء 200 وردة و150 نرجسًا بريًا و100 زهرة أوركيد بأسعار الشراء الموضحة. وقام ببيع الأزهار بأسعار المبيعات الموضحة.

الزهرة	سعر الشراء	سعر المبيعات
الورد	AED 1.67	AED 3.00
النرجس البري	AED 1.03	AED 2.25
زهرة الأوركيد	AED 2.59	AED 4.50

a. رتب البيانات في مصفوفتين واستخدم ضرب المصفوفة لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي تم دفعه مقابل الأزهار.

b. اكتب مصفوفتين واستخدم ضرب المصفوفة لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي تلقاه المجلس الطلابي مقابل بيع الأزهار.

c. استخدم عمليات المصفوفة لإيجاد المبلغ الذي حققه المجلس الطلابي في مشروعه.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

35. مبيعات السيارات لدى مرآب سيارات أربعة مساعدين مبيعات. في نهاية كل عام، يحصل كل مساعد مبيعات على علاوة تبلغ AED 1000 عن كل سيارة جديدة قام ببيعها و AED 500 عن كل سيارة مستعملة قام ببيعها.

السيارات المباعة بواسطة كل مساعد		
مساعد المبيعات	السيارات الجديدة	السيارات المستخدمة
مازن	27	49
محمود	35	36
عمر	9	56
حارب	15	62

a. استخدم مصفوفة لتحديد أي مساعد مبيعات كسب أكبر قدر من المال.

b. ما المبلغ الإجمالي الذي أنفقه مرآب السيارات على العلاوات لمساعدي المبيعات هذا العام؟

استخدم المصفوفات $X = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 3y & -4.5 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} -5 & -1.5 \\ x+2 & y \\ 13 & 1.2 \end{bmatrix}$ و $Z = \begin{bmatrix} -3 \\ x+y \end{bmatrix}$ **لإيجاد كل من التالي. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، فاكتب غير معرّفة.**

36. XY **37.** YX **38.** ZY **39.** YZ

40. $(YX)Z$ **41.** $(XZ)X$ **42.** $X(ZZ)$ **43.** $(XX)Z$

44. الكاميرات تعتمد أسعار الكاميرات الرقمية على مزايا مثل التكبير البصري والتكبير الرقمي وعدد الميجابكسل.

التكبير البصري	6 MP	7 MP	10 MP
من 3 إلى 4	AED 189.99	AED 249.99	AED 349.99
من 5 إلى 6	AED 199.99	AED 289.99	AED 399.99
من 10 إلى 12	AED 299.99	AED 399.99	AED 499.99

a. يتم بيع كاميرات 10-mp بخصم 20% والطرز الأخرى بخصم 10%. اكتب مصفوفة بالتكلفة.

b. اكتب مصفوفة جديدة تتيح وجود 6.25% ضريبة مبيعات على الأسعار المطبق عليها الخصم.

c. قم بوصف ما تمثله الاختلافات في هاتين المصفوفتين.

45. الأعمال التجارية تتوفر لدى استوديو كانجي حزم للصور الشخصية لكبار السن.

الحجم (السعر)	العبوات			
	A	B	C	D
4 × 5 (AED 7)	10	10	8	0
5 × 7 (AED 10)	4	4	4	4
8 × 10 (AED 14)	2	2	2	2
11 × 14 (AED 45)	1	1	0	0
16 × 20 (AED 95)	1	0	0	0
المحافظ (8 بسعر AED 13)	88	56	16	0

a. استخدم المصفوفات لتحديد إجمالي تكلفة كل حزمة.

b. يقدم الاستوديو خصم 15% للشراء أي حزمة مقدمًا. جد سعر الشراء مقدمًا لكل حزمة.

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. الاستنتاج إذا كان لدى المصفوفة الناتجة عن الضرب AB الأبعاد 8×5. ولدى A الأبعاد 6×5. ما أبعاد المصفوفة B؟

47. الفرضيات وضّح أن كل خاصية للمصفوفات صحيحة لكل مصفوفات 2×2.

a. خاصية توزيع الكمية العددية

b. خاصية توزيع المصفوفة

c. خاصية التجميع في الضرب

d. خاصية التجميع في ضرب الكمية العددية

48. مسألة غير محددة الإجابة اكتب مصفوفتين A و B بحيث يكون $AB = BA$.

49. تحدٍ جد القيم الناقصة في $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 11 \\ 20 & 29 \end{bmatrix}$

50. الكتابة في الرياضيات استخدم البيانات التي تم إيجادها فيما يتعلق بليزا ليزلي في بداية الدرس لشرح الكيفية التي يمكن بها استخدام المصفوفات في الإحصائيات الرياضية. قم بوصف مصفوفة تمثل إجمالي عدد النقاط التي أحرزتها خلال حياتها المهنية ومثالًا لرياضية تُستخدم فيها قيم مختلفة للنقاط في تسجيل الأهداف.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

51. إجابة شبكية متوسط (الوسط الحسابي) r وw وx وy هو 8. ومتوسط x وy هو 4. فما متوسط r وw؟

52. ذهبت رنا وسها وعلياء للتسوق للاستعداد للجامعة. يوضح في الجدول أدناه عمليات الشراء التي قمن بها وإجمالي المبالغ التي قمن بإنفاقها.

الشخص	القمصان	السراويل	الأحذية	إجمالي المبلغ المدفوع
رنا	3	4	2	AED 149.79
سها	5	3	3	AED 183.19
علياء	6	5	1	AED 181.14

افترض أن جميع هذه القمصان كانت بنفس السعر وجميع السراويل كانت بنفس السعر وجميع الأحذية كانت بنفس السعر. فكم كان سعر كل قطعة؟

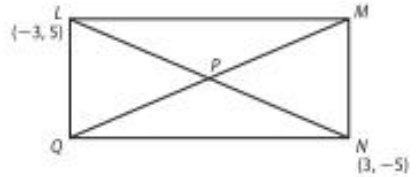
A القمصان، AED 12.95؛ السراويل، AED 15.99؛ الأحذية، AED 23.49

B القمصان، AED 15.99؛ السراويل، AED 12.95؛ الأحذية، AED 23.49

C القمصان، AED 15.99؛ السراويل، AED 23.49؛ الأحذية، AED 12.95

D القمصان، AED 23.49؛ السراويل، AED 15.99؛ الأحذية، AED 12.95

53. الهندسة لدى المستطيل $LMNQ$ خطوط قطرية عند نقطة P.



أي مما يلي يمثل النقطة P؟

F (2, 2)
G (1, 1)
H (0, 0)
J (−1, −1)

54. SAT/ACT ما أبعاد المصفوفة التي تنتج عن عملية الضرب الموضحة؟

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

A 1×4
B 3×3
C 3×1
D 4×1
E 4×3

مراجعة شاملة

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، فاكتب مستحيلة. (الدرس 5-1)

55. $4\begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} - 5\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$

56. $5\left(2\begin{bmatrix} -2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}\right)$

57. $-4\left(\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -6 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}\right)$

استخدم طريقة الاختزال في حل كل نظام من أنظمة المعادلات. (الدرس 4-1)

58.
$2x - 4y + 3z = -3$
$-7x + 5y - 4z = 11$
$x - y - 2z = -21$

59.
$-4x - 2y + 9z = -29$
$10x - 12y + 7z = 51$
$3x + 5y - 14z = 25$

60.
$-7x + 8y - z = 43$
$3x - 2y + 5z = -43$
$2x - 4y + 6z = -50$

61. الطب يوضح التمثيل البياني كم أنفق المواطنون الأمريكيون على زيارات الطبيب في بعض الأعوام الأخيرة وتوقع لعام 2014.

a. جد معادلة انحدار للبيانات واكتب القيمة التي يتم توقعها.

b. استخدم المعادلة الخاصة بك لتوقع نفقات عام 2014.

c. قارن توقعك بالتوقع المعطى في التمثيل البياني.

62. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكننا ترتيب حروف كلمة العمليات وفقها؟

مراجعة المهارات

قم بوصف تحول كل دالة ثم مثّل الدالة بيانيًا.

63. $f(x) = |x - 4| + 3$

64. $f(x) = 2|x + 3| - 5$

65. $f(x) = (x + 2)^2 - 6$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-7 مختبر تقنية التمثيل البياني
العمليات على المصفوفات

يمكن استخدام حاسبة التمثيل البياني لإجراء عمليات على المصفوفات.

النشاط 1 إجراء العمليات

استخدم A و B و C لإيجاد التالي.

$$A=\begin{bmatrix}-3.2 & 1.7\\ 0.4 & -5.8\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}4.9 & 0.3\\ -7.1 & 2.6\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}5.6 & -6.1 & 2.1\\ -8.2 & 7.6 & 0.2\end{bmatrix}$$

a. $3A + 2B$

ابدأ بإدخال المصفوفة A إلى حاسبة التمثيل البياني.

خطوات العملية على الحاسبة: 2nd [MATRIX] ▶ ▶ ENTER 2 ENTER 2 ENTER (−) 3.2 ENTER 1.7 ENTER 0.4 ENTER (−) 5.8 ENTER 2nd [QUIT]

أدخل المصفوفة B إلى حاسبة التمثيل البياني باستخدام خطوات العملية على الحاسبة المشابهة. ثم، قم بإجراء العمليات الموضحة.

خطوات العملية على الحاسبة: 3 2nd [MATRIX] ▼ [MATRIX] ENTER + 2 2nd [MATRIX] ENTER ENTER

$3A + 2B$ تساوي $\begin{bmatrix}0.2 & 5.7\\ -13 & -12.2\end{bmatrix}$.

b. $4C + 3A$

أدخل المصفوفة C إلى حاسبة التمثيل البياني. قم بإجراء العمليات الموضحة. لاحظ أن الحاسبة تعرض رسالة خطأ عندما لا تسمح الأبعاد بإجراء العلميات.

تمارين

استخدم A و B و C و D لإيجاد التالي. إذا لم توجد مصفوفة، فاكتب مستحيل.

$$A=\begin{bmatrix}4.5 & -9.0\\ -7.4 & 9.4\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}1.9 & -5.9\\ 2.9 & 5.0\end{bmatrix} \qquad C=\begin{bmatrix}7.0 & 5.5 & -1.9\\ 7.6 & -9.9 & 0.5\end{bmatrix} \qquad D=\begin{bmatrix}8.5 & 8.0\\ -1.2 & -5.9\\ 0.7 & 8.9\end{bmatrix}$$

1. $CD + 4A$
2. $-2B + 7A$
3. $4(DC)$
4. $6B + DC$
5. $2(AB) - 3B + 5A$
6. $-3(CD) + 4(BA) + 7A$

(يتبع في الصفحة التالية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

النشاط 2 استكشاف خواص عمليات على المصفوفة

استخدم A و B و C لإيجاد التالي.

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -8 & 4 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 11 & -3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

a. $A + B$ و $B + A$

جد $A + B$.
ثم جد $B + A$.

$A + B$ و $B + A$ كلتاهما يساوي $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 7 \end{bmatrix}$.

b. $(A + B) + C$ و $A + (B + C)$

جد $(A + B) + C$.
ثم جد $A + (B + C)$.

$(A + B) + C$ و $A + (B + C)$ كلتاهما يساوي $\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$.

تحليل النتائج

ما الخاصية الموضحة في كل جزء من النشاط 2؟

7. الجزء A

8. الجزء B

جد كل مجموعة من نواتج الضرب. ما أوجه التشابه والاختلاف بينها؟ وما الخاصية التي يتم توضيحها

9. $(AB)C,\ A(BC)$

10. $3(AB),\ (3A)B,\ A(3B)$

11. المصفوفة الصفرية O هي مصفوفة $m \times n$ تساوي جميع عناصرها 0. إذا تم تحديد $A + O$. أثبت صحة خاصية محايد الجمع للمصفوفات. $A + O = A$

12. تكون مصفوفتان معكوستين جمعيتين إذا كان مجموعهما المصفوفة الصفرية. جد المصفوفة E بحيث يكون $A + E$ معكوسين جمعيين. ثم أثبت صحة $A + E = O$.

13. جد المعكوس الجمعي للمصفوفة B والمصفوفة C.

14. **تحدٍ** ما الملاحظات التي يمكن إبداؤها فيما يتعلق بالمصفوفة ومعكوسها الجمعي؟ جد المعكوس الجمعي لـ $\begin{bmatrix} w & -x \\ -y & z \end{bmatrix}$

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف

6 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

أنظمة المعادلات والمتباينات (الدرسان 1-3 و 2-3)

- في طريقة التعويض، يتم حل معادلة لإيجاد متغير والتعويض لإيجاد قيمة متغير آخر. وفي طريقة الحذف، يتم حذف متغير عن طريق جمع المعادلات أو طرحها.
- يتم إيجاد حل لنظام من المتباينات من خلال التمثيل البياني للمتباينات وتحديد التقاطع بين التمثيلات البيانية.

البرمجة الخطية (الدرس 3-3)

- البرمجة الخطية هي طريقة لإيجاد القيم العظمى أو الصغرى لدالةٍ ما عبر نظام معين من المتباينات حيث تمثل كل متباينة قيدًا.

أنظمة المعادلات بثلاثة متغيرات (الدرس 4-3)

- يمكن حل نظام من المعادلات بثلاثة متغيرات جبريًا باستخدام طريقة التعويض أو طريقة الحذف.

العمليات على المصفوفات (الدرسان 6-3 و 7-3)

- يمكن جمع المصفوفات أو طرحها إذا كان لها نفس الأبعاد. اجمع أو اطرح العناصر المقابلة.
- يمكن ضرب مصفوفتين فقط إذا كان عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى يساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية.

حل الأنظمة باستخدم قاعدة كرامر (الدرس 6-3)

- إذا كان المحدِّد ليس صفرًا، فحينئذٍ يكون للنظام حل وحيد. أما إذا كان المحدِّد 0، فحينئذٍ إما أن النظام ليس له أي حل أو له حلول لا نهائية.

حل الأنظمة باستخدام معكوس المصفوفات (الدرس 9-3)

- المصفوفة المحايدة هي مصفوفة تربيعية يمثل العدد واحد جميع أعداد قطرها الرئيسي وتوجد أصفار في المواضع الأخرى.
- تكون المصفوفتان معكوسان لبعضهما البعض إذا كان ناتج ضربهما مصفوفة محايدة.
- لحل معادلة مصفوفة، جد معكوس مصفوفة المعامل. ثم اضرب كل حد من المعادلة في معكوس مصفوفة المعامل.

مطويات منظّم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في المطوية.

المفردات الأساسية

محدودة bounded	غير متوافق inconsistent
نقطة التعادل break-even point	مستقل independent
مصفوفة المعاملات coefficient matrix	مصفوفات المعكوس inverse matrices
متوافق consistent	مصفوفة matrix
مصفوفة الثوابت constant matrix	معادلة المصفوفة matrix equation
قاعدة كرامر Cramer's Rule	البحث عن الحل الأمثل optimize
غير مستقل dependent	مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر ordered triple
محدِّد determinant	كمية عددية scalar
قاعدة القطر diagonal rule	ضرب الكميات العددية scalar multiplication
أبعاد dimensions	طريقة التعويض substitution method
طريقة الحذف elimination method	غير محدود unbounded
منطقة الحلول الممكنة feasible region	مصفوفة المتغير (variable matrix
مصفوفة محايدة identity matrix	

مراجعة المفردات

اختر من بين المصطلحات الموجودة أعلاه لإكمال كل جملة.

1. تُسمى منطقة الحلول الممكنة المفتوحة والتي يمكن أن تستمر إلى الأبد _____.
2. _____ يُقصد به البحث عن أفضل سعر أو ربح باستخدام البرمجة الخطية.
3. تُسمى المصفوفة التي تحتوي على ثوابت في نظام معادلات معين _____.
4. تسمى المصفوفة التي يمكن ضربها في ثابت _____.
5. _____ مصفوفة مكونة من 4 صفوف و 3 أعمدة هي 4×3.
6. يكون نظام المعادلات _____ إذا كان له حل واحد على الأقل.
7. المصفوفة _____ هي مصفوفة تربيعية، عندما تضرب في مصفوفة أخرى، تساوي نفس تلك المصفوفة.
8. _____ هي النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع التكلفة.
9. يكون نظام المعادلات _____ إذا لم يكن له أي حلول.
10. إذا كان ناتج ضرب مصفوفتين مصفوفة محايدة، فإنهما يكونان _____.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

6-1 حل أنظمة المعادلات

حلّ كل من أنظمة المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

11. $3x + 4y = 8$
$x - 3y = -6$

12. $x + \frac{8}{3}y = 12$
$\frac{1}{2}x + \frac{4}{3}y = 6$

13. $y - 3x = 13$
$y = \frac{1}{3}x + 5$

14. $6x - 14y = 5$
$3x - 7y = 5$

15. قص العشب يعمل كل من خالد وجاسم بقص العشب. يتقاضى خالد رسوم خدمة تبلغ AED 30 و AED 10 للساعة. ويتقاضى جاسم رسوم خدمة تبلغ AED 10 و AED 15 للساعة. بعد كم ساعة سيأخذ خالد وجاسم نفس المبلغ؟ 4 ساعات

حلّ كل نظام معادلات باستخدام التعويض أو الحذف. 18. (5.25, −1.75)

16. $x + y = 6$
$3x - 2y = -2$

17. $5x - 2y = 4$
$-2y + x = 12$

18. $x + y = 3.5$
$x - y = 7$

19. $3y - 5x = 0$
$2y - 4x = -2$

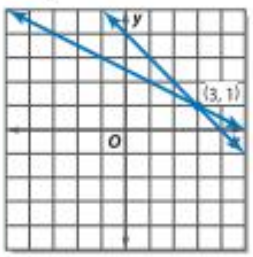
20. المستلزمات المدرسية في متجر للمستلزمات المكتبية. اشترى جمال 3 دفاتر و 5 أقلام بمبلغ AED 13.75. فإذا كان سعر الدفتر يزيد بمقدار AED 1.25 عن القلم. فكم سعر الدفتر؟ وكم سعر القلم؟ الدفتر: 2.50 درهم؛ القلم: 1.25 درهم

مثال 1

حل نظام المعادلات باستخدام التمثيل البياني.

$x + y = 4$

$x + 2y = 5$



تمثيل كلا المعادلتين على المستوى الإحداثي.

حل النظام هو (3, 1).

مثال 2

حل نظام المعادلات باستخدام التعويض أو الحذف.

$3x + 2y = 1$

$y = -x + 1$

عوّض بالمقدار $-x + 1$ عن y في المعادلة الأولى. ثم جد قيمة y.

$3x + 2y = 1$	$y = -x + 1$
$3x + 2(-x + 1) = 1$	$= -(-1) + 1$
$3x - 2x + 2 = 1$	$= 2$
$x + 2 = 1$	
$x = -1$	

الحل هو (−1, 2).

6-2 حل أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني

حلّ كل من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

21. $y < 2x - 3$
$y \geq 4$

22. $|y| > 2$
$x > 3$

23. $y \geq x + 3$
$2y \leq x - 5$

24. $y > x + 1$
$x < -2$

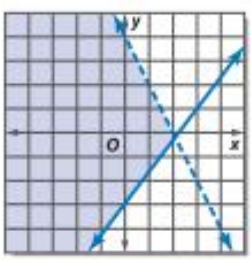
25. المجوهرات تصنع بدرية المجوهرات لبيعها في متجر الملابس الخاص بوالدتها. تستغرق بدرية ما لا يزيد عن 3 ساعات لصنع المجوهرات في أيام السبت. إنها تستغرق 15 دقيقة لإعداد لوازمها و 25 دقيقة لصنع كل سوار. ارسم رسمًا بيانيًا يمثل هذا.

مثال 3

حل نظام المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

$y \geq \frac{3}{2}x - 3$

$y < 4 - 2x$



حل النظام هو المنطقة التي تستوفي كلا المتباينتين. وحل هذا النظام هو المنطقة المظللة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

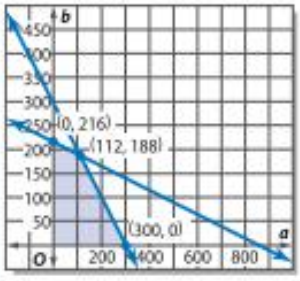
6-3 إيجاد الحل الأمثل بالبرمجة الخطية

26. الزهور يمكن لبائع زهور تجهيز باقة كبيرة خلال 18 دقيقة أو باقة بسيطة خلال 10 دقائق. يجهز بائع الزهور من الباقات البسيطة ما لا يقل عن ضعف عدد الباقات الكبيرة. يستطيع بائع الزهور أن يعمل لمدة 40 ساعة في الأسبوع فقط. يكون الربح في الباقات البسيطة 10 دراهم وفي الباقات الكبيرة 25 درهمًا. جد عدد ونوع الباقات التي يجب أن يجهزها بائع الزهور لتحقيق أقصى قدر من الربح. 126 باقة بسيطة و 63 باقة كبيرة

27. الصناعة إحدى شركات الأحذية تصنع أحذية كرة قدم خارجية وداخلية. هناك عملية مكونة من خطوتين لكلا نوعي الأحذية. يتطلب كل زوج من الأحذية الخارجية ساعتين في الخطوة الأولى وساعة في الخطوة الثانية. ويحقق ربحًا قدره 20 درهمًا. ويتطلب كل زوج من الأحذية الداخلية ساعة في الخطوة الأولى و 3 ساعات في الخطوة الثانية. ويحقق ربحًا قدره 15 درهمًا. يوجد لدى الشركة 40 ساعة عمل متاحة يوميًا للخطوة الأولى و 60 ساعة متاحة للخطوة الثانية. ما هو أقصى ربح للشركة المصنعة؟ ما مزيج الأحذية الذي يحقق هذا الربح؟ 480 درهمًا 12 حذاء خارجي، 16 حذاء داخلي

مثال 4

بستاني يزرع نوعين من الأعشاب في حديقة مساحتها 5,184 بوصة مربعة. يتطلب العشب "A" مساحة قدرها 6 بوصة مربعة، ويتطلب العشب "B" مساحة قدرها 24 بوصة مربعة. لن يزرع البستاني أكثر من 300 نبات. إذا كان يمكن بيع العشب "A" مقابل 8 دراهم ويمكن بيع العشب "B" مقابل 12 درهمًا، فكم يجب أن يباع من كل عشب لتحقيق أقصى قدر من الدخل؟



افترض أن a = عدد العشب "A" و b = عدد العشب "B".

$a \geq 0, b \geq 0,$
$6a + 24b \leq 5184,$
$a + b \leq 300$

التمثيل البياني للمتباينات. رؤوس منطقة الحلول الممكنة هي (0, 0) و (300, 0) و (0, 216) و (112, 188)

دالة الربح هي $f(a, b) = 8a + 12b$.

تحدث القيمة العظمى البالغة 3152 درهمًا في (112, 188). إذًا يجب أن يزرع البستاني 112 من العشب "A" و 188 من العشب "B".

6-4 أنظمة المعادلات بثلاثة متغيرات

حَل كلٌّ من أنظمة المعادلات.

28. $a - 4b + c = 3$
$b - 3c = 10$
$3b - 8c = 24$

29. $2x - z = 14$
$3x - y + 5z = 0$
$4x + 2y + 3z = -2$

30. مدن الملاهي ذهب حارب وإسماعيل ومروان إلى مدينة ملاهي. اشتروا وجبات خفيفة من نفس البائع. يوضح الجدول الوجبات الخفيفة والنقود التي دفعوها. كم كانت تكلفة كل وجبة؟

الاسم	الشطائر	الفشار	المياه الغازية	السعر
حارب	1	2	3	AED 15.25
اسماعيل	2	0	3	AED 14.00
حميد	1	2	1	AED 10.25

مثال 5

حل نظام المعادلات.

$x + y + 2z = 6$
$2x + 5z = 12$
$x + 2y + 3z = 9$

$2x + 2y + 4z = 12$ — المعادلة 2 × 1
$(-)\ x + 2y + 3z = 9$ — المعادلة 3
$x + z = 3$ — اطرح.

$2x + 5z = 12$ — المعادلة 2
$(-)\ 2x + 2z = 6$ — 2 × (x + z = 3)
$3z = 6$ — اطرح.
$z = 2$ — اقسم الطرفين على 3.

جد حل نظام المعادلتين.

عوّض بالعدد 2 عن z في إحدى المعادلات التي تحتوي على متغيرين. وجد قيمة y. ثم عوّض بالعدد 2 عن z وقيمة y التي حصلت عليها في معادلة من النظام الأصلي لإيجاد قيمة x.

الحل هو (2, 1, 1).

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-6 العمليات على المصفوفات

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب *مستحيلة*.

31. $3\left(\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}\right)$

32. $\begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

33. البيع بالتجزئة يشتري متجر الأزياء العصرية القميصان والبنطلونات الجينز والأحذية من إحدى الشركات المصنعة. ويضع هامش ربح، ثم يبيعها. يوضح الجدول سعر الشراء وسعر البيع.

العنصر	سعر الشراء	سعر البيع
القميصان	AED 15	AED 35
البنطلون الجينز	AED 25	AED 55
الحذاء	AED 30	AED 85

A. اكتب مصفوفة لسعر الشراء.

B. اكتب مصفوفة لسعر البيع.

C. استخدم عمليات المصفوفة لإيجاد الربح لكل قميص وبنطلون جينز وحذاء.

مثال 6

جد ناتج $2A + 3B$ إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$.

$2B = 2\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 14 \end{bmatrix}$

$3A = 3\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 27 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

$2B + 3A = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 6 & 14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 27 & 3 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ أو $\begin{bmatrix} 29 & 11 \\ 9 & 20 \end{bmatrix}$

مثال 7

جد ناتج $3C - 5D$ إذا كانت $C = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$ و $D = [9 \quad 8]$.

$3C - 5D = 3\begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix} - 5[9 \quad 8]$

لأن الأبعاد مختلفة، لا يمكنك طرح المصفوفات.

6-7 ضرب المصفوفات

جد كل ناتج ضرب، إن أمكن.

34. $[3 \quad -7] \cdot \begin{bmatrix} 9 \\ -5 \end{bmatrix}$

35. $\begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 6 & -1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -4 & 3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

36. $\begin{bmatrix} 2 & 11 \\ 0 & -3 \\ -6 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 8 & -5 \\ 12 & 0 & 9 \\ 4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$

37. البقالة اشترى محمود لتر من الحليب وتفاحتين و 4 وجبات عشاء مجمدة وعبوة حبوب. توضح المصفوفة التالية أسعار كل عنصر، على الترتيب.

[AED 3.99 AED 5.25 AED 0.49 AED 2.59]

استخدم ضرب المصفوفات لإيجاد المبلغ الإجمالي الذي أنفقه محمود في البقالة.

مثال 8

جد XY إذا كانت $X = \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ و $Y = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$.

$XY = \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$ اكتب معادلة.

$= \begin{bmatrix} 0(8) + (-6)(-1) \\ 3(8) + 5(-1) \end{bmatrix}$ اضرب الأعمدة في الصفوف.

$= \begin{bmatrix} 6 \\ 19 \end{bmatrix}$ بسّط.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

حُلّ كل نظام معادلات باستخدام التعويض أو الحذف.

1. $y = x + 4$
   $x + y = -12$

2. $3x + 5y = -7$
   $6x - 4y = 0$

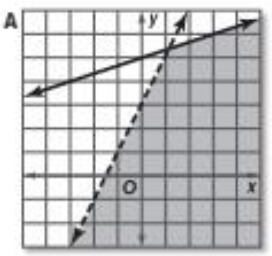
3. $5x + 2y = 4$
   $3y - 4x = -40$

4. $8x - 3y = -13$
   $-3x + 5y = 1$

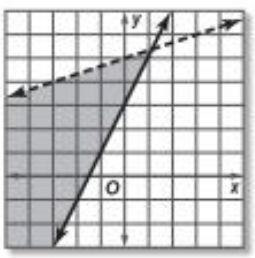
5. **الاختيار من متعدد** ما التمثيل البياني الذي يوضح حل نظام المتباينات؟

$$y \le 2x + 3$$
$$y < \frac{1}{3}x + 5$$

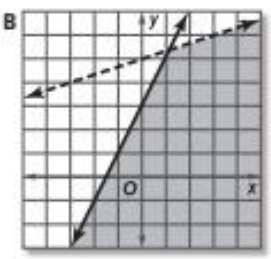
A



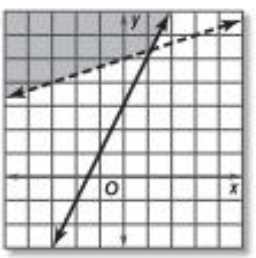
C



B



D



حل كل نظام من أنظمة المتباينات باستخدام التمثيل البياني.

6. $x + y > 6$
   $x - y < 0$

7. $y \ge 2x - 5$
   $y \le x + 4$

8. $3x + 4y \le 12$
   $6x - 3y \ge 18$

9. $5y + 2x \le 20$
   $4x + 3y > 12$

10. **الصالونات** تعمل سمية خبيرة تجميل أظافر. و تخصص 20 دقيقة للمانيكير و 45 دقيقة للباديكير في عملها الذي يستغرق 7 ساعات يوميًا. لا يمكن حجز أكثر من 5 جلسات باديكير كل يوم. تبلغ الأسعار AED 18 للمانيكير و AED 45 للباديكير. كم عدد جلسات المانيكير والباديكير التي يجب أن تحجزها الآنسة سمية لتحقيق أقصى دخل لها يوميًا؟ ما أقصى دخل يومي لها؟

11. **كرة القدم الجامعية** فاز أحمد صلاح بالمركز الثاني بشكل عام في تصويت كأس بطولة. يتم منح اللاعبين 3 نقاط لكل صوت للمركز الأول، ونقطتين لكل صوت للمركز الثاني، ونقطة واحدة لكل صوت للمركز الثالث. حصل أحمد صلاح على إجمالي 490 صوت للمركز الأول والثاني والثالث بإجمالي 878 نقطة. فإذا حصل في المركز الثاني على أكثر من ضعف عدد أصوات المركز الثالث بعدد 4 أصوات. فكم عدد الأصوات التي حصل عليها لكل مركز؟

قم بإجراء العمليات الموضحة. إذا كانت المصفوفة غير موجودة، اكتب مستحيلة.

12. $-3\begin{bmatrix} 4a \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} + 4\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

13. $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$

14. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 5 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

15. $\begin{bmatrix} -5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 9 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

16. **الاختيار من متعدد** ما قيمة

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \\ -2 & 5 & 6 \end{vmatrix} ?$$

F -44

H $\frac{1}{44}$

G $-\frac{1}{44}$

J 44

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 التحضير للاختبارات المعيارية

الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

تتطلب منك الأسئلة ذات الإجابات القصيرة تقديم حل للمسألة إلى جانب الأسلوب و/أو التفسير و/أو التعليل المستخدم للوصول إلى الحل.

إستراتيجيات حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

يتم تصنيف الأسئلة ذات الإجابات القصيرة باستخدام **معيار**. أو دليل رصد الدرجات. وفيما يلي مثال على معيار رصد درجات سؤال قصير الإجابة.

معايير رصد الدرجات	
المعايير	الدرجات
درجة كاملة: الإجابة صحيحة وتم تقديم شرح كامل يوضح كل خطوة.	2
الدرجات الجزئية: • الإجابة صحيحة ولكن التفسير غير كامل. • الإجابة غير صحيحة ولكن التفسير صحيح.	1
لن يتم منح درجات: إما أن الإجابة غير مكتوبة أو غير منطقية.	0

عند حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة، تذكر...

- اشرح استنتاجك أو اذكر أسلوبك لحل المسألة.
- اعرض كل عملك أو خطواتك.
- تحقق من إجابتك إذا سمح الوقت.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تحتاج إلى معرفته. ثم استخدم المعلومات المعطاة في المسألة لحلها.

تفرض الشركة "A" رسومًا شهرية بقيمة AED 14.50 بالإضافة إلى AED 0.05 في الدقيقة لخدمة الهاتف الجوال. وتفرض الشركة "B" رسومًا شهرية بقيمة AED 20.00 بالإضافة إلى AED 0.04 في الدقيقة. هو عدد الدقائق التي يمكن أن يكون فيها مجموع الرسوم الشهرية هو نفسه مع كل شركة؟

اقرأ المسألة بعناية. لقد تم إعطاؤك معلومات عن شركتي هواتف جوالة مختلفتين ورسومهما الشهرية. وبما أن الوضع ينطوي على مبلغ ثابت وسعر متغير، فيمكنك إنشاء نظام معادلات وحله.

مثال على إجابة من نقطتين:

كتابة نظام معادلات وإيجاد حله.

الرسوم الثابتة + السعر × الدقائق = إجمالي الرسوم

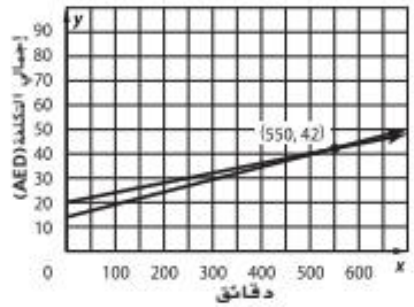
y = إجمالي الرسوم، x = الدقائق المستهلكة

$y = 14.5 + 0.05x$ (الشركة "A")

$y = 20 + 0.04x$ (الشركة "B")

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

حل النظام باستخدام التمثيل البياني.



الحل هو (42 ,550). إذًا، مع كل شركة، إذا كان العميل يستهلك 550 دقيقة فسيكون إجمالي الرسوم الشهرية 42 درهمًا.

تم ذكر الخطوات والحسابات والاستنتاج بوضوح. وقد وصل الطالب أيضًا إلى الإجابة الصحيحة. إذًا، تستحق هذه الإجابة النقطتين بالكامل.

تمارين

اقرأ كل مسألة. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. اقترض حارب وحسن AED 1,400 لبدء أعمال جز العشب. إنهما يأخذان من عملائهما AED 45 لكل حديقة. ومع كل حديقة يقومان بجز عشبها، يتكبدان AED 10.50 في نفقات التشغيل. كم عدد الحدائق التي يجب عليهما جزها من أجل البدء في تحقيق الربح؟

2. دائرة نصف قطرها r محيطة بمربع. ما هي النسبة الدقيقة لمساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟

3. يستطيع السيد حمد إنفاق ما لا يزيد عن AED 50 على المستلزمات الفنية. تبلغ تكلفة عبوات فرش الطلاء AED 4.75 لكل منها، وتبلغ تكلفة علب أقلام الرصاص الملونة AED 6.50 لكل منها. وهو يريد شراء عبوتين على الأقل من كل نوع من المستلزمات. اكتب نظامًا من المتباينات وعيّن منطقة الحلول الممكنة على شبكة إحداثيات. قدم ثلاثة حلول مختلفة للنظام.

4. تبيع بثينة القلائد المنقوشة عبر الإنترنت. وتقوم بشراء 50 قلادة مقابل AED 400. وتكلفها AED 3 إضافية مقابل كل نقش مخصص. فإذا كانت تتقاضى AED 20 لكل قلادة، فكم عدد القلائد التي تحتاج إلى بيعها من أجل تحقيق ربح لا يقل عن AED 225؟

5. باع معرض سيارات 7,378 سيارة خلال عام 2011. وقد مثل هذا زيادة بنسبة بلغت 8.5% عن عدد السيارات التي تم بيعها خلال عام 2010. ما الزيادة في عدد السيارات المبيعة في عام 2011؟

6. تبلغ النسبة بين أضلاع مثلثين متشابهين 3:5. فإذا كانت مساحة المثلث الأكبر $600\ cm^2$. فما مساحة المثلث الأصغر؟

7. كان لدى جاسم AED 35 في حساب ادخار وبدأ يضيف AED 25 في الأسبوع. في نفس الوقت، كان لدى شقيقته سندية 365 درهمًا في حسابها وبدأت في إنفاق AED 30 في الأسبوع. بعد كم أسبوع سيكون لدى جاسم وسندية نفس المبلغ في حسابي الادخار الخاصين بهما؟

8. يرغب أحد مخططي المدينة في إنشاء رصيف بشكل قَطري عبر حديقة مستطيلة الشكل. تبلغ مساحة الحديقة 140 m في 225 m. ستبلغ تكلفة إنشاء الرصيف AED 30 لكل متر. كم ستكون التكلفة الإجمالية للرصيف؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 تدريب على الاختبار المعياري
تراكمي

اختيار من متعدّد

اقرأ كل سؤال، ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك معلمك أو في أي ورقة أخرى.

1. توضح المصفوفة L متوسط درجات الحرارة المنخفضة، بدرجات سليزيوس، لكل شهر في المكان الذي يعيش فيه طارق. وتوضح المصفوفة H متوسط درجات الحرارة المرتفعة شهريًا.

$$L = \begin{bmatrix} 24.1 & 27.7 & 35.9 \\ 44.1 & 53.6 & 62.2 \\ 66.4 & 64.9 & 57.9 \\ 46.4 & 37.3 & 28.4 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 39.9 & 45.2 & 55.3 \\ 65.1 & 74.0 & 82.3 \\ 85.9 & 84.6 & 78.1 \\ 66.9 & 54.5 & 44.3 \end{bmatrix}$$

أي عملية سوف تستخدم لإيجاد الفرق بين متوسط درجات الحرارة المرتفعة ومتوسط درجات الحرارة المنخفضة كل شهر؟

A $L + H$
B $H - L$
C $H \times L$
D $L - H$

2. جد قيمة $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot [3 \quad 1]$. إن أمكن.

F $[-3]$
G $[11]$
H $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 12 & 6 \end{bmatrix}$
J غير محددة

3. ما المعادلة المكافئة للمعادلة $4x - 3(2x + 7) = 5x$؟

A $-2x - 21 = 5x$
B $-2x + 7 = 5x$
C $-2x + 21 = 5x$
D $6x - 7 = 5x$

4. مثلث DEF تكون رؤوسه $D(-6, 2)$، و $E(3, 5)$، و $F(8, -7)$. قيّم المحدّد الوارد أدناه لإيجاد مساحة المثلث.

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 8 & -7 & 1 \end{vmatrix}$$

f 54.5 وحدة مربعة
G 58 وحدة مربعة
H 60 وحدة مربعة
J 61.5 وحدة مربعة

5. افرض أن أسامة يبيع التفاح والطماطم في متجر أحد الفلاحين. إذا باع 280 وحدة في الصباح وربح AED 65.20. فكم تفاحة باعها؟

العنصر	التكلفة
تفاح	AED 0.25
طماطم	AED 0.20

A 96
B 126
C 168
D 184

6. ما هي أبعاد $D = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 9 & 2 \\ 1 & 0 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$؟

f 4×2
G 2×4
H 4×8
J 8×4

7. ما هي مجموعة حل $-2 \le |x + 7| - 6$؟

A $\{x \mid -15 \le x \le 1\}$
B $\{x \mid -1 \le x \le 3\}$
C $\{x \mid x \le -1$ أو $x \ge 3\}$
D $\{x \mid x \le -15$ أو $x \ge 1\}$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 حاصل ضرب مصفوفة 1 في 2 ومصفوفة 2 في 1 هو مصفوفة 1 في 1. لذلك، يمكن تجاهل اختيارات الإجابة "g" و "h".

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

إجابة مختصرة/إجابة شبكية

اكتب الإجابات في ورقة الإجابة التي قدمها لك معلمك أو في ورقة أخرى.

8. هل يوجد معكوس للمصفوفة B؟ اشرح لم أو لم لا.

$$B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -9 & 6 \end{bmatrix}$$

9. إجابة شبكية قيّم محدّد

$$W = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

10. يوجد لدى سها 14 قطعة نقدية من فئة 25 فلس والعشر فلسات. تبلغ القيمة الإجمالية لجميع القطع النقدية 2.75 AED. استخدم هذه المعلومات للإجابة على كل سؤال.

أ. افرض أن a تمثل عدد القطع فئة 10 فلسات التي لدى سها. وافرض أن b تمثل عدد القطع فئة 25 فلس. اكتب نظام معادلات لتمثيل هذه الحالة.

ب. اكتب مصفوفة معادلات يمكن استخدامها لحل a و b.

ج. حل معادلة المصفوفة باستخدام المعكوسات. كم عدد القطع فئة 10 فلسات والقطع فئة 25 فلس التي لدى سها؟

11. إجابة شبكية تستخدم أسماء شبكة إحداثية لتصميم أرضية جديدة في الفناء الخلفي. يتم تمثيل الأرضية بتقاطع $y \leq 20$ و $16 \leq x$. و $0 \geq y$. و $0 \geq x$ و $y \leq -x + 32$. فإذا كانت كل وحدة من الشبكة الإحداثية تمثل واحد متر. فما مساحة الأرضية؟ عبر عن إجابتك بالمتر المربع.

12. ما هي إحداثيات تقاطعات المحورين x و y للتمثيل البياني للعدد $2y = 4x + 3$؟

الإجابة الموسعة

سجّل إجاباتك في ورقة، واكتب الحل هنا.

13. افرض أن لميس تعمل على خبز البسكويت والكعك في متجر بيع مخبوزات. تستهلك كل صينية من البسكويت 5 أكواب من الدقيق وكوبين من السكر. وتستهلك كل صينية من الكعك 5 أكواب من الدقيق وكوب من السكر. يوجد لدى لميس 40 كوبًا من الدقيق و 15 كوبًا من السكر من أجل الخبز. سوف تحصل ليلى على ربح يبلغ 12 AED من كل صينية بسكويت يتم بيعها و 8 AED من كل صينية كعك يتم بيعها.

أ. افرض أن x تمثل عدد صواني البسكويت المخبوزة، وافرض أن y تمثل عدد صواني الكعك المخبوزة. اكتب نظام متباينات لتمثيل العدد المختلف من الصواني التي تستطيع لميس خبزه.

ب. مثل بيانيًا نظام المتباينات لتوضيح منطقة الحلول الممكنة. ضع قائمة بإحداثيات رؤوس منطقة الحلول الممكنة.

ج. اكتب دالة ربح لبيع x صواني من البسكويت و y صواني من الكعك.

د. كم عدد صواني البسكويت والكعك التي يجب أن تخبزها لميس لتحقيق أقصى قدر من الربح؟ كم سيكون الربح الإجمالي؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

الرموز EM-1

القياسات EM-2

العمليات والعلاقات الحسابية EM-3

الصيغ والمفاهيم الجبرية EM-3

الصيغ والمفاهيم الهندسية EM-5

الدوال والمتطابقات المثلثية EM-6

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال EM-7

النهايات والتفاضل والتكامل EM-7

الصيغ والمفاهيم الاحصائية EM-8

EM End Matter/Glossary, from Integrated Math II © 2012 McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة حقوق الطبع والتأليف ©

الرموز

الجبر

$\neq$	لا يساوي
$\approx$	تقريبًا يساوي
$\sim$	يشابه
$>, \geq$	أكبر من. أكبر من أو يساوي
$<, \leq$	أصغر من. أصغر من أو يساوي
$-a$	معكوس a أو المعكوس الجمعي لـ a
$\lvert a \rvert$	القيمة المطلقة لـ a
$\sqrt{a}$	الجذر التربيعي الأساسي لـ a
$a : b$	نسبة a إلى b
(x, y)	زوج مرتّب
(x, y, z)	مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر (ثلاثي مرتّب)
i	الوحدة التخيلية
$b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$	الجذر النوني لـ b
$\mathbb{Q}$	الأعداد النسبية
$\mathbb{I}$	الأعداد غير النسبية
$\mathbb{Z}$	الأعداد الصحيحة
$\mathbb{W}$	الأعداد الكاملة
$\mathbb{N}$	الأعداد الطبيعية
∞	ما لا نهاية
$-\infty$	سالب ما لا نهاية
$[\,]$	تتضمن الأطراف
$(\,)$	لا تتضمن الأطراف
$\log_b x$	لوغاريتم x للأساس b
$\log x$	اللوغاريتم العادي لـ x
$\ln x$	اللوغاريتم الطبيعي لـ x
ω	أوميجا. السرعة الزاوية
α	ألفا. قياس الزاوية
β	بيتا. قياس الزاوية
γ	جاما. قياس الزاوية
θ	ثيتا. قياس الزاوية
λ	لامدا. طول الموجة
ϕ	فاي. قياس الزاوية
$\mathbf{a}$	متجه a
$\lvert \mathbf{a} \rvert$	طول المتجه a

المجموعات والمنطق

$\in$	ينتمي إلى
$\subset$	مجموعة جزئية من
$\cap$	تقاطع
$\cup$	اتحاد
$\varnothing$	المجموعة الخالية
$\sim p$	نفي p. ليس p
$p \wedge q$	ربط p و q
$p \vee q$	فصل p أو q
$p \longrightarrow q$	العبارة الشرطية. إذا كان p فإن q
$p \longleftrightarrow q$	العبارة ثنائية الشرط. p إذا وفقط إذا q

الهندسة

$\angle$	زاوية
$\triangle$	مثلث
$^\circ$	درجة
π	باي pi
$\measuredangle$	درجات
$m\angle A$	قياس $\angle A$
$\overleftrightarrow{AB}$	مستقيم يحتوي على النقطتين A و B
$\overline{AB}$	مستقيم نقطتاه الطرفيتان A و B
$\overrightarrow{AB}$	الشعاع من النقطة A الى النقطة B
AB	قياس $\overline{AB}$. المسافة بين A و B
$\parallel$	يوازي
$\nparallel$	لا يوازي
$\perp$	متعامد على
$\triangle$	مثلث
$\square$	متوازي أضلاع
n-gon	مضلع عدد أضلاعه n
$\vec{a}$	متجه a
$\overrightarrow{AB}$	المتجه من A إلى B
$\lvert \overrightarrow{AB} \rvert$	مقدار متجه من A إلى B
A'	صورة الصورة الأصلية A
$\rightarrow$	موضوع على
$\odot A$	دائرة مركزها A
$\overset{\frown}{AB}$	قوس أصغر نقطتاه الطرفيتان A و B
$\overset{\frown}{ABC}$	قوس أكبر نقطتاه الطرفيتان A و C
$m\overset{\frown}{AB}$	قياس درجة القوس AB

حساب المثلثات

$\sin x$	جيب الزاوية x
$\cos x$	جيب تمام الزاوية x
$\tan x$	ظل الزاوية x
$\sin^{-1} x$	Arcsin x
$\cos^{-1} x$	Arccos x
$\tan^{-1} x$	Arctan x

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الرموز

الدوال

$f(x)$	f لـ x. قيمة f لـ x
$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$	دالة متعددة التعريف
$f(x) = \lvert x \rvert$	دالة القيمة المطلقة
$f(x) = [\![x]\!]$	دالة أكبر عدد صحيح ليس أكبر من x
$f(x, y)$	f لـ x و y. دالة متغيراها x وy
$[f \circ g](x)$	f لـ g لـ x. تركيب الدالتين f وg
$f^{-1}(x)$	معكوس $f(x)$

النهايات والتفاضل والتكامل

$\lim_{x \to c}$	النهاية عندما تقترب x من c
m_{sec}	ميل القاطع
$f'(x)$	مشتقة الدالة $f(x)$
Δ	دلتا أو مقدار التغيير
$\int$	تكامل غير محدود
$\int_a^b$	تكامل محدود
$F(x)$	مشتقة عكسية للدالة $f(x)$

الاحصاء والاحتمالات

$P(a)$	احتمال a
$P(n, r)$ أو ${}_nP_r$	تباديل n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة
$C(n, r)$ أو ${}_nC_r$	توافيق n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة
$P(A)$	احتمال A
$P(A\|B)$	احتمال A إذا علمت أن B حدث بالفعل
$n!$	مضروب العدد n (حيث n عدد طبيعي)
$\sum$	سيجما. رمز المجموع
μ	متوسط مجتمع إحصائي
σ	الانحراف المعياري لمجتمع إحصائي
σ^2	تباين المجتمع الإحصائي
s	الانحراف المعياري لعينة
s^2	تباين العينة
$\sum_{n=1}^{k}$	مجموع من n = 1 إلى k
$\bar{x}$	متوسط x . متوسط العينة
H_0	فرضية العدم
H_a	الفرضية البديلة

القياسات

مِتري	عُرفي
الطول	
1 كيلومتر (km) = 1000 متر (m)	1 ميل (mi) = 1760 باردة (yd)
1 متر = 100 سنتيمتر (cm)	1 ميل = 5280 قدمًا (ft)
1 سنتيمتر = 10 ملليمتر (mm)	1 باردة = 3 أقدام
	1 قدم = 12 بوصة (in)
	1 باردة = 36 بوصة
الحجم والسعة	
1 لتر (L) = 1000 ملليلتر (mL)	1 جالون (gal) = 4 أرباع (qt)
1 كيلولتر (kL) = 1000 لتر	1 جالون = 128 أونصة سائلة (fl oz)
	1 كوارت = 2 بينت (pt)
	1 بينت = 2 كوب (c)
	1 كوب = 8 أونصات سائلة
الوزن والكتلة	
1 كيلوجرام (kg) = 1000 جرام (g)	1 طن (T) = 2000 رطل (lb)
1 جرام = 1000 ملليجرام (mg)	1 رطل = 16 أونصة (oz)
1 طن متري (t) = 1000 كيلوجرام	

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

العمليات والعلاقات الحسابية

المحايد	لأي عدد a. يكون $a + 0 = 0 + a = a$ و $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.
التعويض (=)	إذا كان $a = b$. يمكن التعويض عن a باستخدام b.
الانعكاس (=)	$a = a$
التماثل (=)	إذا كان $a = b$. فإن $b = a$.
التعدي (=)	إذا كان $a = b$ و $b = c$. فإن $a = c$.
التبديل	لأي عددين a و b. $a + b = b + a$ و $a \cdot b = b \cdot a$.
التجميع	لأي أعداد a و b و c. $(a + b) + c = a + (b + c)$ و $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
التوزيع	لأي أعداد a و b و c. $a(b + c) = ab + ac$ و $a(b - c) = ab - ac$.
المعكوس الجمعي	لأي عدد a. يوجد عدد واحد فقط $-a$ بحيث $a + (-a) = 0$.
المعكوس الضربي	لأي عدد $\frac{a}{b}$. حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$. يوجد عدد واحد فقط $\frac{b}{a}$ بحيث $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.
الضرب (0)	لأي عدد a. يكون $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.
الجمع (=)	لأي أعداد a و b و c. إذا كان $a = b$. فإن $a + c = b + c$.
الطرح (=)	لأي أعداد a و b و c. إذا كان $a = b$. فإن $a - c = b - c$.
الضرب والقسمة (=)	لأي أعداد a و b و c. حيث $c \neq 0$. إذا كان $a = b$. فإن $ac = bc$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
الجمع (>)*	لأي أعداد a و b و c.إذا كان $a > b$. فإن $a + c > b + c$.
الطرح (>)*	لأي أعداد a و b و c. إذا كان $a > b$. فإن $a - c > b - c$.
الضرب والقسمة (>)*	لأي أعداد a و b و c. 1. إذا كان $a > b$ و $c > 0$. فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. 2. إذا كان $a > b$ و $c < 0$. فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
ناتج الضرب الصفري	لأي عددين حقيقيين a و b. إذا كان $ab = 0$. فإن $a = 0$ أو $b = 0$ أو a و b كلاهما 0.

* تنطبق هذه الخواص كذلك على $<$ و $\geq$ و $\leq$.

الصيغ والمفاهيم الجبرية

المصفوفات

الجمع	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$	**الضرب في كمية عددية**	$k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$
الطرح	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$	**الضرب**	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$

كثيرات الحدود

القانون العام	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$	**مربع فرق**	$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$ $= a^2 - 2ab + b^2$
مربع مجموع	$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ $= a^2 + 2ab + b^2$	**ناتج ضرب مجموع وفرق**	$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b)$ $= a^2 - b^2$

اللوغاريتمات

خاصية الضرب	$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	**خاصية الأس الثابت**	$\log_b m^p = p \log_b m$
خاصية القسمة	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b, b \neq 0$	**تغيير الأساس**	$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الصيغ والمفاهيم الجبرية

الدوال الأسيّة واللوغاريتمية

المرابحة المركبة	$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$	النمو أو الاضمحلال الأسيّ	$N = N_0(1 + r)^t$
النمو المركب المستمر	$A = Pe^{rt}$	النمو أو الاضمحلال الأسيّ المستمر	$N = N_0e^{kt}$
خاصية الضرب	$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$	خاصية القوة	$\log_b x^p = p \log_b x$
خاصية القسمة	$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$	خاصية تغيير الاساس	$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

المتتاليات والمتسلسلات

الحد النوني لمتتالية حسابية	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	الحد النوني لمتتالية هندسية	$a_n = a_1r^{n-1}$
مجموع متسلسلة حسابية	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)$ أو $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$	مجموع متسلسلة هندسية	$S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r}, r \neq 1$ أو $S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$
مجموع متسلسلة هندسية لانهائية	$S = \frac{a_1}{1 - r}, \lvert r \rvert < 1$	صيغة أويلر	$e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$
متسلسلة القوة	$\sum_{n=0}^{\infty} a_nx^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots$	المتسلسلة الأسيّة	$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$
نظرية ذات الحدين	$(a + b)^n = {}_nC_0\, a^nb^0 + {}_nC_1\, a^{n-1}b^1 + {}_nC_2\, a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_r\, a^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_n\, a^0b^n$		
متسلسلة القوة للجيب وجيب وجيب التمام	$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$ $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$		

المتجهات

الجمع في المستوى	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$	الجمع في الفضاء	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$
الطرح في المستوى	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$	الطرح في الفضاء	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$
الضرب القياسي في المستوى	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$	الضرب القياسي في الفضاء	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$
الضرب النقطي في المستوى	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2$	الضرب النقطي في الفضاء	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
الزاوية بين متجهين	$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\lvert\mathbf{a}\rvert\lvert\mathbf{b}\rvert}$	مسقط u على v	$\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\lvert\mathbf{v}\rvert^2}\right)\mathbf{v}$
طول المتجه	$\lvert\mathbf{v}\rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	الضرب القياسي لثلاثة متجهات	$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$

معادلة المستقيم في المستوى الإحداثي

صيغة الميل والمقطع	$y = mx + b$
صيغة النقطة والميل	$y - y_1 = m(x - x_1)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الصيغ والمفاهيم الجبرية

القطوع المخروطيّة

قطع مكافئ	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$ أو $(y-k)^2 = 4p(x-h)$	**دائرة**	$x^2 + y^2 = r^2$ أو $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
قطع ناقص	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	**قطع زائد**	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
الدوران المحوري للقطوع المخروطيّة	$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$ و $y' = y\cos\theta - x\sin\theta$		

المعادلات الوسيطيّة

الموقع العمودي	$y = tv_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$	**المسافة الأفقية**	$x = tv_0\cos\theta$

الاعداد المُركبة

صيغة الضرب	$z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)]$	**صيغة القسمة**	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)]$
صيغة الجذور المختلفة	$r^{\frac{1}{p}}\left(\cos\frac{\theta+2n\pi}{p} + i\sin\frac{\theta+2n\pi}{p}\right)$	**نظرية ديموافر**	$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n$ أو $r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

الصيغ والمفاهيم الهندسية

الهندسة الإحداثيّة

الميل	$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_2 \neq x_1$	**المسافة على خط الأعداد**	$d = \lvert a-b\rvert$
المسافة بين نقطتين في المستوى	$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$	**طول القوس**	$\ell = \frac{x}{360}\cdot 2\pi r$
نقطة المنتصف في المستوى الاحداثي	$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$	**نقطة المنتصف على خط الأعداد**	$M = \frac{a+b}{2}$
نقطة المنتصف في الفضاء	$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$	**نظرية فيثاغورس**	$a^2 + b^2 = c^2$

المحيط

مربع	$P = 4s$	**مستطيل**	$P = 2\ell + 2w$	**دائرة**	$C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

مساحة السطح الجانبية

منشور	$L = Ph$	**هرم**	$L = \frac{1}{2}P\ell$
إسطوانة	$L = 2\pi rh$	**مخروط**	$L = \pi r\ell$

مساحة السطح الكلية

منشور	$S = Ph + 2B$	**مخروط**	$S = \pi r\ell + \pi r^2$	**إسطوانة**	$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$
هرم	$S = \frac{1}{2}P\ell + B$	**كرة**	$S = 4\pi r^2$	**مكعب**	$S = 6s^2$

الحجم

منشور	$V = Bh$	**مخروط**	$V = \frac{1}{3}\pi r^2h^2$	**إسطوانة**	$V = \pi r^2h$
هرم	$V = \frac{1}{3}Bh$	**كرة**	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	**مكعب**	$V = s^3$
متوازي مستطيلات	$V = \ell wh$				

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدوال والمتطابقات المثلثية

الدوال المثلثية

النسب المثلثية	$\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$	$\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	$\tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
	$\sec\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{1}{\cos\theta}$	$\csc\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{1}{\sin\theta}$	$\cot\theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
قانون جيوب التمام	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
قانون الجيوب	$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$	صيغة هيرون	$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
السرعة الخطية	$v = \frac{s}{t}$	السرعة الزاوية	$\omega = \frac{\theta}{t}$

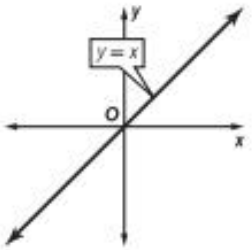
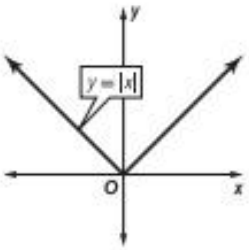
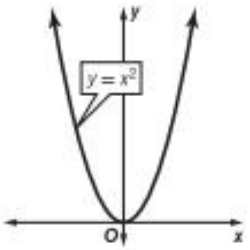
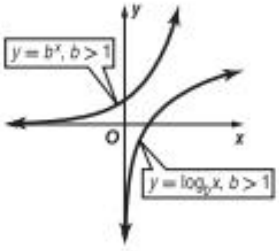
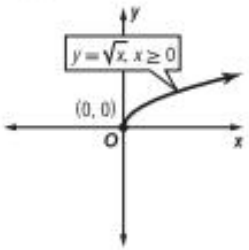
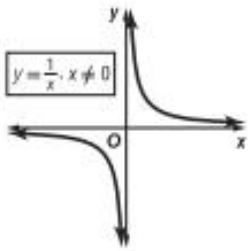
المتطابقات المثلثية

متطابقات المقلوب	$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
متطابقات فيثاغورس	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$	$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$
متطابقات المتممات	$\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\sec\theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
	$\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\csc\theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
متطابقات الفردي والزوجي	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
	$\csc(-\theta) = -\csc\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
متطابقات المجموع والفرق	$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$		$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
	$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$		$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$		$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$
متطابقات ضعف الزاوية	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$	$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$
	$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$	
متطابقات تخفيض الأس	$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$	$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$	$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$
متطابقات نصف الزاوية	$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}$	$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$
	$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$	
متطابقات تحويل الضرب إلى مجموع أو فرق	$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$		$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$
	$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$		$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$
متطابقات تحويل المجموع أو الفرق إلى ضرب	$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$		$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$
	$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$		$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال

الدوال الأصلية

الدوال الخطية	دوال القيمة المطلقة	الدوال التربيعية
		
الدوال الأسية واللوغاريتمية	**دوال الجذر التربيعي**	**الدوال العكسية والنسبية**
		

العمليات الحسابية على الدوال

الجمع	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	**الضرب**	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
الطرح	$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$	**القسمة**	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$

النهايات والتفاضل والتكامل

النهايات

نهاية مجموع دالتين	$\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) + \lim_{x\to c} g(x)$	**نهاية طرح دالتين**	$\lim_{x\to c}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) - \lim_{x\to c} g(x)$
نهاية قسمة دالتين	$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$ ، إذا كان $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$	**نهاية دالة مرفوعة لأس**	$\lim_{x\to c}[f(x)^n] = \left[\lim_{x\to c} f(x)\right]^n$
السرعة	اللحظية: $v(t) = \lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$ ؛ المتوسطة: $v_{avg} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$	**نهاية الجذر النوني لدالة**	$\lim_{x\to c}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$ ، إذا كان $\lim_{x\to c} f(x) > 0$ و n عدد زوجي

التفاضل

قاعدة القوة	إذا كان $f(x) = x^n$ فإن $f'(x) = nx^{n-1}$	**المجموع أو الفرق**	إذا كان $f(x) = g(x) \pm h(x)$ فإن $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$
قاعدة الضرب	$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$	**قاعدة القسمة**	$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

التكامل

التكامل غير المحدود	$\int f(x)\,dx = F(x) + C$	**النظرية الاساسية في التفاضل والتكامل**	$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الصيغ والمفاهيم الاحصائية

قيمة z لمتوسط العينة	$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$	قيمة z	$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$
الحد الأقصى لقيمة التوقع	$E = z \cdot \sigma_{\bar{x}}$ or $z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	خاصية ذات الحدين	$P(X) = {}_nC_x\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!}\, p^x q^{n-x}$
فترة الثقة في توزيع t	$CI = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$	فترة الثقة، في توزيع طبيعي	$CI = \bar{x} \pm E$ or $\bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
معامل الارتباط لاختبار t	$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$. درجات الحرية: $n - 2$	معامل الارتباط	$r = \frac{1}{n-1}\sum\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

شكر وتقدير

نسخة الطلاب

ix Image Source/SuperStock; **vii** Jean-Pierre Pieuchot/Photodisc/Getty Images; **viii** Cusp/SuperStock; **x** James Randklev/Photographer>s Choice RF/Getty Images; **xi** Hero/Corbis/Glow Images; **xii** Deborah Benbrook/Alamy; **xiii** Luboslav Tiles/Shutterstock; **xiv** Etabeta1/Alamy; **0214** (t) Frankris/Shutterstock; **0217** (tl)Tetra Images/Glow Images; **0223** (tl)Dream79/Shutterstock; **0225** (tr)Malcolm Case-Green/Alamy; **0226** (cl) Vitalliy/Shutterstock; **0231** (tr)Historical image collection by Bildagentur-online/Alamy; **0239** (tl) bikeriderlondon/Shutterstock.com; **0240** (tr)TZIDO SUN/Shutterstock; **0245** (tl)McGraw-Hill Education; **0248** (tr)DreamPictures/Shannon Faulk/Blend Images; **0256** (br)Ksenia Ragozina/Shutterstock; **0266** (tl)Antonio Guillem/Shutterstock.com; **0270** (t)Roine Magnusson/Photodisc/Getty Images; **0282** (tr)Lissa Harrison; **0288** (tl)Glen Allison/Photodisc/Getty Images; **0289** (tr)Ebtikar/Shutterstock.com; **0293** (tl)Comstock Images/PictureQuest/Jupiter Images, (tcl)Comstock Images/PictureQuest/Jupiter Images; **0295** (tl)Lucky Business/Shutterstock; **0300** (tl)Patrick Abell/Alamy; **0307** (br)Bygone Collection/Alamy; **0310** (tc)Purestock/SuperStock?; **0316** (tr)Suzanne Tucker/Shutterstock; **0332** (tl) ConstantinosZ/Shutterstock; **0336** (t)Gulfimages/Alamy Stock Photo; **0344** (br)Brendan Hoffman/Alamy Images; **0345** (cl)Harald Hinze/Panther Media/age fotostock; **0347** (bl)Purestock/Getty Images; **0350** (tl)NASA; **0351** (cr)SpeedKingz/Shutterstock.com; **0358** (tl)Koya979/Shutterstock; **0360** (cr)michaeljung/Shutterstock; **0368** (tr)Radius Images/Alamy Images; **0384** (cr)Rido/Shutterstock; **0391** (tr)Hans Christiansson/Shutterstock.com; **0404** (tl)ConstantinosZ/Shutterstock.

دلائـــل رمـــوز الغلاف

لون الحلقة الثالثة

يدل الرمز على نوع الكتاب
(مثال كتاب طالب)

الرقم 3 المفضل يرمز الى رقم
المجلد من كتاب الطالب

الرقم 9 يرمز الى الصف

يرمز المسار التعليمي

كتاب الطالب

كتاب النشاط (التمارين)

كتاب القراءة (اللغة العربية، الدراسات الاجتماعية)

دليل الطالب التفاعلي (الرياضيات)

دليل الأنشطة المختبرية (العلوم)

دليل المعلم

مركز اتصال وزارة التربية والتعليم

اقتراح - استفسار - شكوى

80051115

04-2176855

www.moe.gov.ae

ccc.moe@moe.gov.ae