هيكل

الفيزياء ثاني عشر متقدم

فصل أول

2024

https://t.me/h11Ad36

https://t.me/h11Ad36

1		- Solve problems related to how charge is conserved - Show that charges are quantized - Solve problems related to how charge is quantized	EXAMPLE 1.1	3, 4, 5, & 6

مثال 1.1 الشحنة الكلية

المسألة

إذا أردنا أن يكتسب قالبٌ حديدي كتلتُه 3.25 kg شحنةً موجبة مقدارها 0.100 C، فما نسبة الإلكترونات التي سنحتاج إلى نزعها؟

الحل

العدد الكتلي للحديد هو 56. إذًا عدد ذرات الحديد في قالب كتلته 3.25 kg هو

$$N_{\text{atom}} = \frac{(3.25\ \text{kg})(6.022\times10^{23}\ \text{atoms/mole})}{0.0560\ \text{kg/mole}} = 3.495\times10^{25} = 3.50\times10^{25}\ \text{atoms}$$

لاحظ أننا استخدمنا عدد أفوجادرو، 6.022×10^{23}، وتعريف المول الذي ينص على أن كتلة المول الواحد من مادة بوحدة الجرام هي نفسها العدد الكتلي للمادة — وهو 56 في هذه الحالة.

بما أن العدد الذري للحديد هو 26، وهو ما يساوي عدد البروتونات أو الإلكترونات في ذرة حديد، فإن إجمالي عدد الإلكترونات في قالب كتلته 3.25 kg هو

$$N_e = 26N_{\text{atom}} = (26)(3.495\times10^{25}) = 9.09\times10^{26}\ \text{electrons}$$

نستخدم المعادلة 1.5 لإيجاد عدد الإلكترونات، $N_{\Delta e}$، الذي سننزعه. وبما أن عدد الإلكترونات يساوي عدد البروتونات في الجسم الأصلي قبل شحنه، فإن الفرق في عدد البروتونات والإلكترونات سيكون هو عدد الإلكترونات المنتزعة، $N_{\Delta e}$:

$$q = e\cdot N_{\Delta e} \Rightarrow N_{\Delta e} = \frac{q}{e} = \frac{0.100\ \text{C}}{1.602\times10^{-19}\ \text{C}} = 6.24\times10^{17}.$$

وأخيرًا نحصل على نسبة الإلكترونات التي سنحتاج إلى نزعها:

$$\frac{N_{\Delta e}}{N_e} = \frac{6.24\times10^{17}}{9.09\times10^{26}} = 6.87\times10^{-10}.$$

سنحتاج إلى نزع أقل من واحد في المليار من الإلكترونات من القالب الحديدي لكي يحمل القالب شحنة موجبة كبيرة مقدارها 0.100 C.

2		Distinguish between conductors, nonconductors (insulators), semiconductors, and superconductors	As mentioned in the book	6 & 7

1.3 العوازل والموصلات وأشباه الموصلات والموصلات الفائقة التوصيل
Insulators, Conductors, Semiconductors, and Superconductors

تُسمى المواد جيدة التوصيل للكهرباء **موصلات**. وتُسمى المواد عديمة التوصيل للكهرباء **عوازل**. (بالطبع توجد موصلات جيدة ورديئة وعوازل جيدة ورديئة، وفقًا لخصائص كل نوع من المواد).

يشير التركيب الإلكتروني للمادة إلى طريقة ارتباط الإلكترونات بالنواة، وسنناقش ذلك في وحدات لاحقة. لكن ما يعنينا الآن هو الميل النسبي لذرات المادة إلى كسب الإلكترونات أو فقدها. بالنسبة إلى العوازل، لا تكون الإلكترونات حرة الحركة بسبب الارتباط القوي بين إلكترونات المادة وذراتها الذي يمنع هروب الإلكترونات من الذرات لتتحرك بحرية خلال المادة. حتى عند إضافة شحنة خارجية إلى المادة العازلة، لا تتحرك هذه الشحنة الخارجية بشكل ملحوظ. ومن الأمثلة النموذجية للمواد العازلة الزجاج والبلاستيك والقماش.

على النقيض من ذلك، تتميز المواد الموصلة بتركيب إلكتروني يسمح لبعض الإلكترونات بحرية الحركة خلالها. بينما لا تتحرك الشحنات الموجبة لذرات المادة الموصلة لأنها ترتكز في النوى الثقيلة. وتُعد المعادن من الأمثلة النموذجية للموصلات الصلبة. فالنحاس، على سبيل المثال، موصل جيد يُستخدم في صناعة الأسلاك الكهربائية.

يمكن أن تعمل الموائع والأنسجة العضوية كموصلات أيضًا. ولا يكون الماء المقطر النقي موصلًا جيدًا. لكن إذابة مادة معينة، مثل ملح الطعام الشائع (NaCl)، في المياه يحسّن من قدرة المياه على توصيل الكهرباء بدرجة كبيرة لأن أيونات الصوديوم موجبة الشحنة (Na^+) وأيونات الكلور سالبة الشحنة (Cl^-) تكون قادرة على الحركة في المياه وتوصيل الكهرباء. وعلى عكس المواد الصلبة، تكون ناقلات الشحنات الموجبة والسالبة في الموائع قادرة على الحركة. أما النسيج العضوي فليس موصلًا جيدًا، لكنه يوصل الكهرباء بما يكفي لجعل التيارات الكبيرة خطرة علينا.

أشباه الموصلات

توجد فئة من المواد، تُسمى **أشباه الموصلات**، يمكن أن تتغير من عازلة إلى موصلة ثم إلى عازلة مرة أخرى. على الرغم من أشباه الموصلات لم تُكتشف إلا منذ أكثر من خمسين عامًا بفترة قصيرة، فإنها تُعد أساس كل صناعات الكمبيوتر والإلكترونيات الاستهلاكية. وأول استخدام واسع النطاق لأشباه الموصلات كان في أجهزة الترانزستور (الشكل 1.7a)، وتقوم شرائح أجهزة الكمبيوتر الحديثة (الشكل 1.7b) بوظائف الملايين من أجهزة الترانزستور. في الواقع، لولا اكتشاف أشباه الموصلات، لاستحالت صناعة أجهزة الكمبيوتر وكل منتجات الإلكترونيات الاستهلاكية وأجهزتها الحديثة (مثل التلفاز والكاميرات ومشغلات ألعاب الفيديو والهواتف الخلوية وغيرها). وقد صرح غوردن مور، المؤسس المشارك لشركة إنتل، أنه بفضل التكنولوجيا المتقدمة، يتضاعف متوسط قوة وحدة المعالجة المركزية لأجهزة الكمبيوتر كل 18 شهرًا، وهو متوسط تجريبي على مدار الخمسة عقود الماضية. تُعرف ظاهرة التضاعف هذه باسم *قانون* مور. وقد كان علماء الفيزياء وسيظلون بلا شك القوة المحركة والدافعة لهذه المسيرة من الاكتشافات والاختراعات والتحسينات العلمية.

يوجد نوعان من أشباه الموصلات: نقية وغير نقية. ومن أمثلة *أشباه الموصلات النقية* البلورات النقية كيميائيًا لزرنيخ الجاليوم، أو الجرمانيوم، أو السيليكون على وجه الخصوص. ويصنع المهندسون *أشباه الموصلات غير النقية* عن طريق *التطعيم*، وهو إضافة كميات دقيقة (عادة ما تكون بنسبة 1 لكل 10 مليون) من المواد الأخرى التي يمكن أن تعمل كمانحات إلكترونات أو مستقبلات إلكترونات. تُسمى أشباه الموصلات المطعَّمة بمانحات الإلكترونات *النوع n* (حيث يشير *n* إلى الشحنة "negative"، أي السالبة). وإذا كانت مادة التطعيم تعمل كمستقبل للإلكترونات، فإن الفجوة التي يتركها الإلكترون بعد ارتباطه بالمستقبل يمكن أن تنتقل أيضًا عبر شبه الموصل لتعمل كناقل فعال للشحنة الموجبة. لذا تُسمى أشباه الموصلات هذه *النوع p* (حيث يشير *p* إلى الشحنة "positive"، أي الموجبة). لذا على عكس الموصلات الصلبة العادية التي لا تتحرك فيها إلا الشحنات السالبة، تتحرك في أشباه الموصلات كل من الشحنات السالبة والشحنات الموجبة (التي هي فجوات تتركها الإلكترونات المفقودة).

الموصلات الفائقة التوصيل

الموصلات الفائقة التوصيل هي مواد مقاومتها لتوصيل الكهرباء صفر، على عكس الموصلات العادية التي يحدث فيها فقدٌ قليل من الطاقة على الرغم من كونها جيدة التوصيل. ولا تكون المواد فائقة التوصيل فعلياً إلا عند درجات حرارة منخفضة جدًا. ومن نماذج الموصلات فائقة التوصيل سبيكةُ النيوبيوم والتيتانيوم التي يجب المحافظة عليها عند درجة حرارة قريبة من درجة حرارة الهليوم السائل (4.2 K) لتحتفظ بخصائص المواد الفائقة التوصيل. خلال العشرين سنة الماضية، تمّ تطوير مواد جديدة تُسمى *high–T_c superconductors*، أو الموصلات الفائقة التوصيل عالية الحرارة (حيث يشير الرمز T_c إلى "درجة الحرارة الحرجة"، وهي أعلى درجة حرارة تسمح بالموصلية الفائقة). تكون هذه المواد فائقة التوصيل عند درجة حرارة النيتروجين السائل (77.3 K). لكن حتى الآن، لم تُكتشف مواد فائقة التوصيل عند درجة حرارة الغرفة (300 K). ولو اكتُشفت لكانت مفيدة للغاية. وتُجرى حاليًا أبحاث تستهدف تطوير مثل هذه المواد ووضع تفسير نظري للظواهر الفيزيائية التي تؤدي إلى الموصلية الفائقة عند درجة الحرارة العالية.

https://t.me/h11Ad36

3		Describe the charging of an electroscope by contact and by induction	FIGURE 1.10 FIGURE 1.11	8 & 9

الطاقة. كما يمكن التخلص من الشحنات عن طريق التوصيل بالأرض. فالأرض مستودع شحنة لا يفنى تقريبًا. وتتميز بقدرة فاعلة على معادلة الأجسام المشحونة كهربائيًا التي تكون متلامسة معها. يُسمى تفريغ الشحنة هذا **التأريض**، وتُسمى الوصلة الكهربائية بالأرض وصلة **أرضية**.

الكشاف الكهربائي جهاز يُظهر استجابة ملحوظة عند شحنه. يمكنك صناعة كشاف كهربائي بسيط باستخدام شريطين من رقائق معدنية رفيعة جدًا بحيث يكونان متصلين عند طرف واحد ومتدليين من إطار عازل على أن يكونا متقاربين. لن تكون رقائق الألومنيوم التي تُستخدم في المطابخ مناسبة لأنها عريضة جدًا. لكن يمكنك شراء رقاقات معدنية رفيعة من متاجر بيع مستلزمات الهوايات. وبالنسبة إلى الإطار العازل، يمكنك مثلًا استخدام الحافة العلوية المستديرة لكوب من الفلين.

يحتوي الكشاف الكهربائي الموضح في الشكل 1.8، وهو مصمم للعروض التوضيحية في الدروس، على موصلين يكونان متلامسين ومتدليين بشكل حر في وضع التعادل. وأحد هذين الموصلين متصل بفصلة عند منتصفه بحيث يبتعد عن الموصل الثابت عند شحن الكشاف الكهربائي. يتصل هذان الموصلان بكُرة موصلة أعلى الكشاف الكهربائي، وهي تسمح بدخول الشحنة أو خروجها بسهولة.

يوضح الشكل 1.9a كشافًا كهربائيًا غير مشحون. واستُخدم مصدر الطاقة لشحن قضيب عازل بشحنة سالبة. عند تقريب القضيب من الكرة الموجودة أعلى الكشاف الكهربائي، كما هو موضح في الشكل 1.9b، تتنافر الإلكترونات الموجودة في الكرة الموصلة للكشاف الكهربائي. فتنتج شحنة سالبة صافية في موصلَي الكشاف الكهربائي. تؤدي هذه الشحنة السالبة إلى دوران الموصل المتحرك لأن شحنة الموصل الثابت سالبة أيضًا، مما يتسبب في تنافره. ولأن القضيب لم يلمس الكرة، فإن شحنة الموصل المتحرك تكون شحنة **مستحثة**. وعند إبعاد القضيب كما هو موضح في الشكل 1.9c، تظل هذه الشحنة المستحثة إلى الصفر. ويعود الموصل المتحرك إلى وضعه الأصلي لأن إجمالي الشحنة الموجودة في الكشاف الكهربائي لا يتغير عند حدوث ذلك.

إذا تم تكرار هذه التجربة باستخدام قضيب يحمل شحنة موجبة، فستنجذب الإلكترونات الموجودة في الموصلَين إلى القضيب وتتدفق إلى الكرة الموصلة. وستنتج عن ذلك شحنة موجبة صافية في الموصلَين تؤدي إلى دوران الموصل المتحرك مرة أخرى. لاحظ أن الشحنة الكلية في الكشاف الكهربائي تكون صفرًا في كلتا الحالتين، وأن حركة الموصل تشير فقط إلى أن القضيب مشحون. وعند إبعاد القضيب موجب الشحنة، يعود الموصل المتحرك إلى وضعه الأصلي مرة أخرى. من المهم ملاحظة أنه لا يمكننا تحديد نوع هذه الشحنة.

على الجانب الآخر، إذا لامس قضيب عازل سالب الشحنة كرةَ الكشاف الكهربائي، كما يوضح الشكل 1.10b، فستتدفق الإلكترونات من القضيب إلى الموصل وتنتج شحنة سالبة صافية. وعند إبعاد القضيب، تبقى الشحنة موجودة ويبقى الموصل المتحرك منفرجًا، كما هو موضح في الشكل 1.10c.

الشكل 1.8 كشاف كهربائي نموذجي يُستخدم في العروض التوضيحية في المحاضرات.

مراجعة المفاهيم 1.2

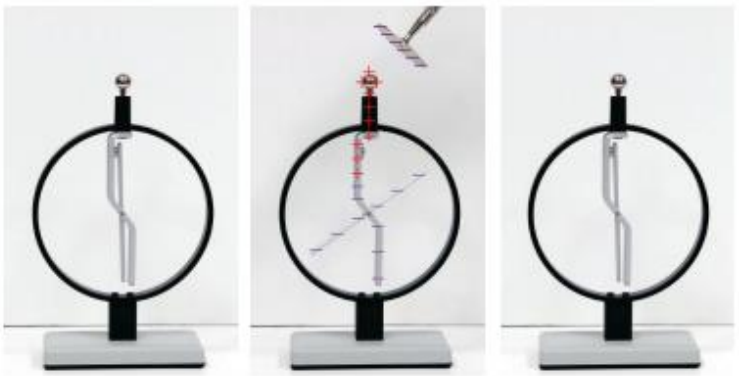
يتحرك الموصل المتصل بفصلة بعيدًا عن الموصل الثابت عند شحن الكشاف الكهربائي لأن:

a) الشحنات المتماثلة تتنافر.

b) الشحنات المتماثلة تتجاذب.

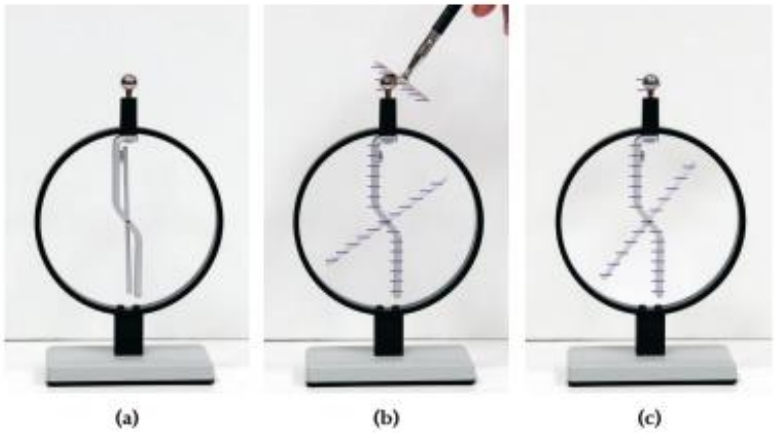
c) الشحنات المختلفة تتجاذب.

d) الشحنات المختلفة تتنافر.



الشكل 1.9 الشحن بالحث: (a) كشاف كهربائي غير مشحون. (b) تقريب قضيب ذي شحنة سالبة إلى الكشاف الكهربائي. (c) إبعاد القضيب سالب الشحنة.

https://t.me/h11Ad36

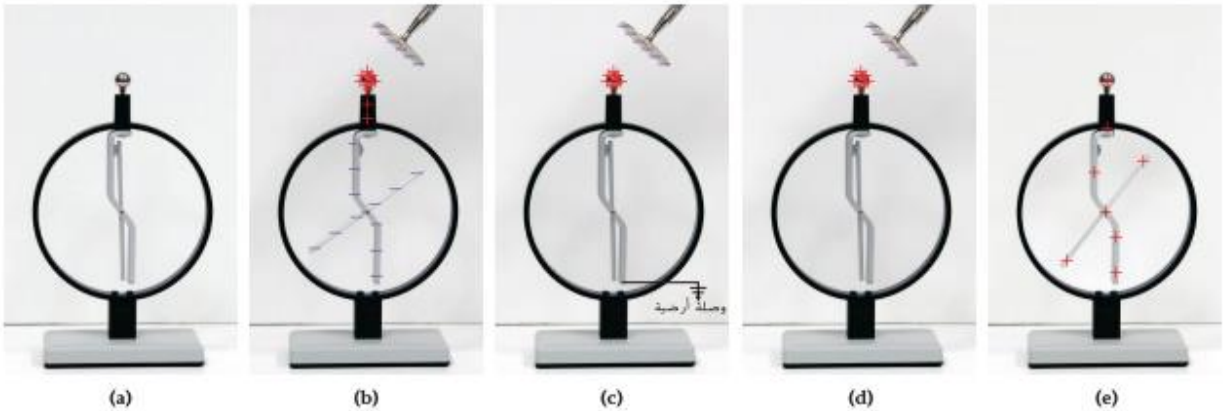


الشكل 1.10 الشحن بالتوصيل: (a) كشاف كهربائي غير مشحون. (b) ملامسة قضيب ذي شحنة سالبة مع الكشاف الكهربائي. (c) إبعاد القضيب سالب الشحنة.

وبالمثل، إذا لامس قضيب عازل موجب الشحنة كرة الكشاف الكهربائي غير المشحون، فسينجذب الكشاف الكهربائي الإلكترونات إلى القضيب موجب الشحنة ويصبح موجب الشحنة. مرة أخرى، يكون للقضيب موجب الشحنة والقضيب سالب الشحنة التأثير نفسه في الكشاف الكهربائي. ولا يمكننا أن نحدّد ما إذا كانت شحنة أي من القضيبَين موجبة أم سالبة. تُسمى هذه العملية **الشحن بالتوصيل**.

يمكن توضيح توغي الشحنة بملامسة قضيب سالب الشحنة أولًا مع الكشاف الكهربائي، وحينها سيتحرك الموصل المتحرك، كما يوضح الشكل 1.10. وإذا تمت ملامسة قضيب موجب الشحنة مع الكشاف الكهربائي بعد ذلك، فسيعود الموصل المتحرك إلى وضع التعادل. أي أن الشحنة ستصبح متعادلة (إذا افترضنا أن القضيبَين في الأساس كانا متماثلين في القيمة المطلقة للشحنة). نستنتج من ذلك أنه يوجد نوعان من الشحنة. لكن لأن الشحنات دليل على وجود إلكترونات متحركة، فإن الشحنة السالبة تشير إلى زيادة الإلكترونات، وتشير الشحنة الموجبة إلى نقص الإلكترونات.

يمكن شحن الكشاف الكهربائي دون ملامسته مع القضيب المشحون، كما هو موضح في الشكل 1.11. فالكشاف الكهربائي غير مشحون في الشكل 1.11a. ثم قُرّب قضيب سالب الشحنة إلى كرة الكشاف الكهربائي لكن من دون ملامستها، كما في الشكل 1.11b. وفي الشكل 1.11c، تم توصيل الكشاف الكهربائي بوصلة أرضية. ثم أُزيلت الوصلة الأرضية مع بقاء القضيب المشحون قريبًا من كرة الكشاف الكهربائي من دون ملامستها، كما في الشكل 1.11d. وفي الخطوة التالية، تم إبعاد القضيب عن الكشاف الكهربائي كما في الشكل 1.11e. وظل الكشاف الكهربائي مشحونًا بشحنة موجبة (لكن انحراف الموصل المتحرك أقل منه في الشكل 1.11b). ستنطبق هذه العملية أيضًا عند استخدام قضيب موجب الشحنة. تُسمى هذه العملية **الشحن بالحث**، وهي تؤدي إلى شحن الكشاف الكهربائي بشحنة مختلفة عن شحنة القضيب.



الشكل 1.11 الشحن بالحث: (a) كشاف كهربائي غير مشحون. (b) تقريب قضيب ذي شحنة سالبة إلى الكشاف الكهربائي. (c) وصلة أرضية متصلة بالكشاف الكهربائي. (d) إزالة الوصلة الأرضية. (e) إبعاد القضيب سالب الشحنة. تاركًا الكشاف الكهربائي مشحونًا بشحنة موجبة.

https://t.me/h11Ad36

4			EXAMPLE 1.2	10, 11, & 12
10		Apply Coulomb's law to relate the magnitude of the electrostatic force, the charge magnitudes of the pair if interacting particles, and the separation between them	SOLVED PROBLEM 1.1 EXERCISES 1.83 & 1.84 p: 25	14
14			EXAMPLE 1.3	13

مثال 1.2 القوة الكهروستاتيكية داخل الذرة

المسألة 1

ما مقدار القوة الكهروستاتيكية المبذولة بين البروتونين داخل نواة ذرة الهليوم؟

الحل 1

يرتبط البروتونان بالنيوترونين داخل نواة ذرة الهليوم بفعل القوة الشديدة؛ بينما يتباعد البروتونان أحدهما عن الآخر بسبب القوة الكهروستاتيكية المبذولة بينهما. وشحنة كل بروتون هي $q_p = +e$. كما تفصل بين البروتونين مسافة مقدارها $r = 2 \times 10^{-15}\ \text{m}$ تقريبًا. لذا يمكننا إيجاد القوة باستخدام قانون كولوم كما يلي:

$$F = k\frac{|q_p q_p|}{r^2} = \left(8.99\times10^{9}\ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}\right)\frac{\left(+1.6\times10^{-19}\ \text{C}\right)\left(+1.6\times10^{-19}\ \text{C}\right)}{\left(2\times10^{-15}\ \text{m}\right)^2} = 58\ \text{N}$$

إذًا، مقدار القوة التي تباعد بين البروتونين في نواة ذرة الهليوم هو 58 N (ما يعادل وزن قط كامل النمو تقريبًا). وإذا تأملنا في حجم النواة، فسنجد أن هذه القوة هائلة جدًا. فلماذا لا تنفجر نواة الذرة إذًا؟ الإجابة هي أنه توجد قوة أكبر تحافظ على تماسك الذرة استحقت أن نسميها بالقوة الشديدة.

المسألة 2

ما مقدار القوة الكهروستاتيكية بين نواة الذهب وإلكترون نواة الذهب الموجود في مدار نصف قطره $4.88\times10^{-12}\ \text{m}$؟

الحل 2

الإلكترون سالب الشحنة ونواة الذهب موجبة الشحنة يجذب كل منهما الآخر بقوة مقدارها

$$F = k\frac{|q_e q_N|}{r^2}$$

حيث إن شحنة الإلكترون هي $q_e = -e$ وشحنة نواة الذهب هي $q_N = +79e$. لذا فإن القوة المبذولة بين الإلكترون والنواة هي

$$F = k\frac{|q_e q_N|}{r^2} = \left(8.99\times10^{9}\ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2}\right)\frac{\left(1.60\times10^{-19}\ \text{C}\right)\left|(79)\left(1.60\times10^{-19}\ \text{C}\right)\right|}{\left(4.88\times10^{-12}\ \text{m}\right)^2} = 7.63\times10^{-4}\ \text{N}$$

إذًا، مقدار القوة الكهروستاتيكية التي تبذلها النواة على الإلكترون في ذرة الذهب أقل بنحو 100000 ضعف من مقدار القوة المبذولة بين البروتونات داخل النواة.

ملاحظة: إنّ كتلة نواة الذهب تزيد بحوالي 400000 ضعف عن كتلة الإلكترون. لكن مقدار القوة التي تبذلها نواة الذهب على الإلكترون يتساوى تمامًا مع مقدار القوة التي يبذلها الإلكترون على نواة الذهب. ولعلك تقول إن هذا ما ينص عليه القانون الثالث لنيوتن، وهذا صحيح. لكن الجدير بالذكر أن هذا القانون الأساسي ينطبق على القوى الكهروستاتيكية أيضًا.

مراجعة المفاهيم 1.6

يوضح الشكل ثلاث شحنات مرتبة على خط مستقيم. ما اتجاه القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة *الوسطى*؟

(a → (b ← (c ↓ (d ↑

e) لا توجد قوة مؤثرة في هذه الشحنة.

مراجعة المفاهيم 1.7

يوضح الشكل ثلاث شحنات مرتبة على خط مستقيم. ما اتجاه القوة الكهروستاتيكية المؤثرة في الشحنة *اليمنى*؟ (لاحظ أن مقدار الشحنة اليسرى يساوي ضعف مقدارها في مراجعة المفاهيم 1.6.)

(a → (b ← (c ↓ (d ↑

e) لا توجد قوة مؤثرة في هذه الشحنة.

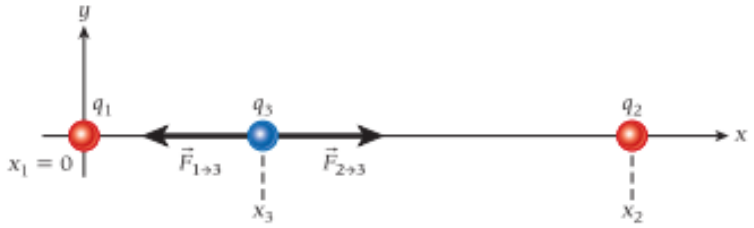
https://t.me/h11Ad36

https://t.me/h11Ad36

مثال 1.3 موضع الاتزان

المسألة

يوضح الشكل 1.16 موضع جسيمين مشحونين: يقع الجسيم $q_1 = 0.15\ \mu C$ عند نقطة الأصل، ويقع الجسيم $q_2 = 0.35\ \mu C$ على محور x الموجب عند النقطة $x_2 = 0.40\ m$. أين يجب أن يكون موضع الجسيم الثالث المشحون، q_3، ليكون عند نقطة اتزان (بحيث يكون مجموع القوى المؤثرة فيه صفرًا)؟



الحل

لنحدّد أولًا المواضع التي *لن* تضع عندها هذه الشحنة. إذا وُضعت الشحنة الثالثة في أي موضع بعيدًا عن المحور x، فستكون هناك دائمًا مركبة قوى في اتجاه المحور x أو بعيدًا عنه. لذا يمكننا تحديد نقطة اتزان (يكون مجموع القوى عندها صفرًا) *على* المحور x فقط. يمكن تقسيم المحور x إلى ثلاثة أجزاء مختلفة: $x \le x_1 = 0$ و $x_1 < x < x_2$ و $x \ge x_2$. وبالنسبة إلى الجزء $x \le x_1 = 0$، فإن اتجاه متجهات القوة من q_1 وq_2 المؤثرة في q_3 سيكون في الاتجاه الموجب إذا كانت الشحنة سالبة، بينما سيكون في الاتجاه السالب إذا كانت الشحنة موجبة. ولأننا نبحث عن موضع تلغي عنده القوتان كل منهما الأخرى، فمن الممكن استبعاد الجزء $x \le x_1 = 0$. وسنستبعد الجزء $x \ge x_2$ للسبب نفسه.

في الجزء المتبقي من المحور x، وهو $x_1 < x < x_2$، سيؤثر q_1 و q_2 في q_3 بقوتين متعاكستين في الاتجاه. أي أننا نبحث عن الموضع x_3، حيث ستتساوى عنده القوتان في المقدار ليصبح محصلة القوى صفرًا. ونعبّر عن تساوي القوتين بالمعادلة

$$\left|\vec{F}_{1\to3}\right| = \left|\vec{F}_{2\to3}\right|$$

والتي يمكننا إعادة كتابتها بالصورة

$$k\frac{|q_1 q_3|}{(x_3 - x_1)^2} = k\frac{|q_3 q_2|}{(x_2 - x_3)^2}$$

نلاحظ الآن أن مقدار الشحنة الثالثة وإشارتها ليس لهما أي تأثير لأن هذه الشحنة تُلغى، كما هو الحال مع الثابت k. وينتج لنا

$$\frac{q_1}{(x_3 - x_1)^2} = \frac{q_2}{(x_2 - x_3)^2}$$

أو

$$q_1(x_2 - x_3)^2 = q_2(x_3 - x_1)^2 \quad \text{(i)}$$

بأخذ الجذر التربيعي لكلا طرفَي المعادلة والحل لإيجاد قيمة x_3، نجد أن

$$\sqrt{q_1}(x_2 - x_3) = \sqrt{q_2}(x_3 - x_1)$$

أو

$$x_3 = \frac{\sqrt{q_1}x_2 + \sqrt{q_2}x_1}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}}$$

يمكننا أخذ الجذر التربيعي لطرفَي المعادلة (i) لأن $x_1 < x_3 < x_2$. لذا من المؤكد أن كلاً من الجذرين، $x_2 - x_3$ و $x_3 - x_1$، سيكون موجبًا.

وبالتعويض بالأرقام المعطاة في المسألة، تكون النتيجة

$$x_3 = \frac{\sqrt{q_1}x_2 + \sqrt{q_2}x_1}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} = \frac{\sqrt{0.15\ \mu C}(0.4\ m)}{\sqrt{0.15\ \mu C} + \sqrt{0.35\ \mu C}} = 0.16\ m.$$

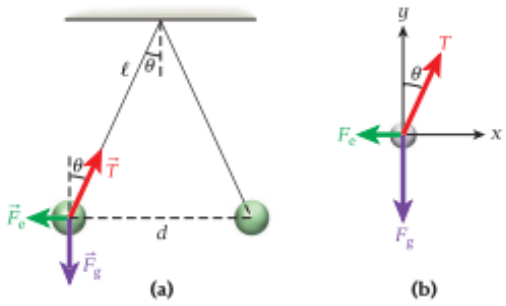
هذه نتيجة منطقية لأننا نتوقع أن نقطة الاتزان ستكون بالقرب من الشحنة الأصغر.

https://t.me/h11Ad36

مسألة محلولة 1.1 — كرات مشحونة

المسألة

كرتان متماثلتان مشحونتان تتدليان من السقف بحبلين عازلين متساويين في الطول، $\ell = 1.50\ \text{m}$ (الشكل 1.17). وشُحنت كل كرة بشحنة مقدارها $q = 25.0\ \mu\text{C}$. ثم أصبحت الكرتان المتدليتان في وضع السكون، وضع كل حبل زاوية مقدارها $25.0°$ مع المستوى الرأسي (الشكل 1.17a). ما كتلة كل من الكرتين؟



الشكل 1.17 (a) كرتان مشحونتان تتدليان من السقف في موضع اتزان. (b) مخطط الجسم الحر للكرة اليسرى المشحونة.

الحل

فكّر توجد ثلاث قوى تؤثر في كل كرة مشحونة: قوة الجاذبية وقوة التنافر الكهروستاتيكية وقوة الشد الموجودة في الحبل. لذا يمكننا إيجاد مركبات القوى الثلاث ومساواتها بالصفر، مما يسهّل علينا إيجاد كتلة الكرتين المشحونتين.

ارسُم يوضح الشكل 1.17b مخطط جسم حر للكرة اليسرى.

ابحث ينص شرط الاتزان السكوني على أن مجموع مركبات x للقوى الثلاث المؤثرة في الكرة يجب أن يكون صفرًا، وأن مجموع مركبات y لهذه القوى يجب أن يكون صفرًا. إذًا مجموع مركبات x للقوى هو

$$T\sin\theta - F_e = 0 \tag{i}$$

حيث T مقدار شد الحبل، وθ الزاوية التي يصنعها الحبل مع المستوى الرأسي، وF_e مقدار القوة الكهروستاتيكية. ومجموع مركبات y للقوى هو

$$T\cos\theta - F_g = 0 \tag{ii}$$

قوة الجاذبية، F_g، ما هي إلا وزن الكرة المشحونة:

$$F_g = mg \tag{iii}$$

حيث m هي كتلة الكرة المشحونة. ونحصل على القوة الكهروستاتيكية التي تبذلها الكرتان إحداهما على الأخرى بالمعادلة

$$F_e = k\frac{q^2}{d^2} \tag{iv}$$

حيث d هي المسافة بين الكرتين. ويمكننا التعبير عن المسافة بين الكرتين بدلالة طول الحبل، ℓ. بالنظر إلى الشكل 1.17a سنجد أن

$$\sin\theta = \frac{d/2}{\ell}$$

يمكننا بعد ذلك التعبير عن القوة الكهروستاتيكية بدلالة الزاوية التي يصنعها الحبل المستوى الرأسي، θ، وطول الحبل، ℓ:

$$F_e = k\frac{q^2}{(2\ell\sin\theta)^2} = k\frac{q^2}{4\ell^2\sin^2\theta} \tag{v}$$

حوّل إلى أبسط صورة نقسم المعادلة (i) على المعادلة (ii):

$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{F_e}{F_g}$$

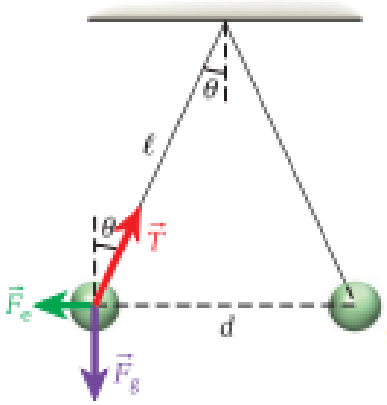
وبعد إلغاء قيمة شد الحبل (المجهولة)، ستصبح المعادلة كما يلي

$$\tan\theta = \frac{F_e}{F_g}$$

بالتعويض بالمعادلتين (iii) و(v) عن قوة الجاذبية والقوة الكهروستاتيكية، نحصل على

$$\tan\theta = \frac{k\dfrac{q^2}{4\ell^2\sin^2\theta}}{mg} = \frac{kq^2}{4mg\ell^2\sin^2\theta}$$

https://t.me/h11Ad36



1.83 كرتان كتلة كل منهما 0.9680 kg. وشحنة كل منهما 29.59 μC. وتتدليان من السقف بخيطين لهما الطول ℓ نفسه، كما هو موضح في الشكل a) إذا كانت الزاوية التي يصنعها الخيطان مع المستوى الرأسي 29.79°. فما طول الخيطين؟

1.84 كرتان متماثلتان في الكتلة، وشحنة كل منهما 15.71 μC. وتتدليان من السقف بخيطين لهما الطول ℓ = 1.223 m نفسه، كما هو موضح في الشكل. والزاوية التي يصنعها الخيطان مع المستوى الرأسي تساوي 21.07°. ما كتلة كل من الكرتين؟

5		Find for a uniform distribution of charge, the linear charge density X for chargealong a line, the surface charge density o for charge on a surface, and the volume	As mentioned in the book	34

2.5 General Charge Distributions التوزيعات العامة للشحنة

حدَّدنا المجالات الكهربائية لشحنة نقطية فردية ولشحنتين نقطيتين (ثنائي القطب الكهربائي). لكن ماذا لو أردنا تحديد المجال الكهربائي الناتج من شحنات كثيرة؟ ينشأ عن كل شحنة فردية مجال كهربائي، كما توضح المعادلة 2.4. وباستخدام مبدأ التراكب، يمكن جمع كل المجالات الكهربائية هذه لإيجاد محصلة المجال عند أي نقطة في الفراغ. لكننا رأينا بالفعل في المثال 2.1 أن جمع متجهات المجال الكهربائي يمكن أن يكون طويلاً ومعقدًا مع ثلاث شحنات نقطية فقط. فإذا أردنا استخدام هذه الطريقة مع تريليونات الشحنات النقطية مثلاً، فستكون العملية الحسابية أشبه بالمستحيلة حتى لو استخدمنا جهاز كمبيوتر عملاقًا. ولأن تطبيقات الحياة اليومية عادة ما تستخدم عددًا هائلاً من الشحنات، كان لابد من إيجاد طريقة لتبسيط العمليات الحسابية. يمكن أن تكون هذه الطريقة هي استخدام التكامل إذا كان هناك عدد هائل من الشحنات المرتبة في الفراغ موزع بأحد الأشكال المنتظمة. وبالأخص، التوزيعات في بُعدين حيث تكون الشحنات مرتبة على سطح جسم فلزي، وكذا التوزيعات في بُعد واحد حيث تكون الشحنات مرتبة على طول السلك. وكما سنرى، يمكن أن يكون التكامل طريقة سهلة للغاية في حل المسائل التي تتضمن توزيعات الشحنة هذه التي سيكون تحليلها بطريقة التجميع المباشر صعبًا للغاية.

تحضيرًا لإجراء التكامل، سنقوم بتقسيم الشحنة إلى عناصر، dq. وإيجاد المجال الكهربائي الناتج من كل عنصر شحنة كما لو كان شحنة نقطية. إذا كانت الشحنة موزعة بطول جسم أحادي البُعد (خط مستقيم)، فيمكننا التعبير عن الشحنة بدلالة الشحنة لكل وحدة طول مضروبة في الطول، أو λdx. وإذا كانت الشحنة موزعة على سطح (جسم ثنائي الأبعاد)، فسنعبّر عن dq بدلالة الشحنة لكل وحدة مساحة مضروبة في المساحة، أو σdA. أما إذا كانت الشحنة موزعة على حجم ثلاثي الأبعاد، فسنكتب dq كناتج ضرب الشحنة لكل وحدة حجم في الحجم، أو ρdV. أي إنّ:

(2.9)
$$\left.\begin{aligned} dq &= \lambda dx \\ dq &= \sigma dA \\ dq &= \rho dV \end{aligned}\right\} \text{توزيع الشحنة} \begin{cases} \text{على امتداد خط} \\ \text{على السطح} \\ \text{على الحجم} \end{cases}$$

إذًا مقدار المجال الكهربائي الناتج عن توزيع الشحنة من الشحنة التفاضلية:

(2.10)
$$dE = k\frac{dq}{r^2}$$

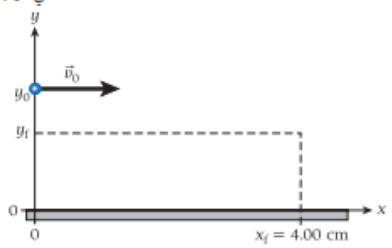
في المثال التالي، سنجد المجال الكهربائي الناتج عن خط شحنة محدد.

https://t.me/h11Ad36

مسألة محلولة 2.2 حركة الإلكترون فوق لوح مشحون

المسألة

أُطلق إلكترون طاقته الحركية 2.00 keV (1 eV = 1.602×10^{-19} J) فوق لوح موصّل مشحون وفي وضع أفقي. وتبلغ كثافة شحنة سطح اللوح $+4.00\times10^{-6}$ C/m^2. إذا كان مسار الإلكترون في الاتجاه الموجب أعلى اللوح (على مسافة من سطحه)، فما الانحراف الرأسي للإلكترون بعد أن يقطع مسافة أفقية مقدارها 4.00 cm؟



الشكل 2.18 إلكترون يتحرك إلى اليمين بسرعة متجهة ابتدائية $\vec{v}_0$ فوق لوح موصّل مشحون.

الحل

فكّر السرعة المتجهة الابتدائية للإلكترون أفقية. وأثناء حركته، سيتعرض الإلكترون لقوة جذب ثابتة من اللوح موجب الشحنة تنتج عنها عجلة ثابتة متجهة إلى أسفل. لذا يمكننا حساب الزمن الذي سيستغرقه الإلكترون ليتحرك مسافة 4.00 cm في الاتجاه الأفقي ثم استخدام هذا الزمن لحساب الانحراف الرأسي للإلكترون.

ارسم يوضح الشكل 2.18 الإلكترون بسرعة متجهة ابتدائية $\vec{v}_0$ في الاتجاه الأفقي. والموقع الابتدائي للإلكترون محدد عند $x_0 = 0$ و$y = y_0$.

ابحث الزمن الذي سيستغرقه الإلكترون ليقطع المسافة المعطاة هو

(i) $$t = x_f/v_0$$

حيث x_f الموقع الأفقي النهائي، وv_0 السرعة الابتدائية للإلكترون. وأثناء وجود الإلكترون في حالة حركة، يبذل اللوح الموصل المشحون قوة عليه. يكون اتجاه هذه القوة إلى أسفل (نحو اللوح). ونحصل على مقدارها من خلال المعادلة

(ii) $$F = qE = e\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

حيث σ كثافة الشحنة في اللوح الموصل وe شحنة الإلكترون. ينتج عن هذه القوة عجلة ثابتة متجهة إلى أسفل، ونحصل على مقدارها بالمعادلة $a = F/m$، حيث m كتلة الإلكترون. وباستخدام تعبير إيجاد القوة من المعادلة (ii)، يمكننا التعبير عن مقدار هذه العجلة على النحو التالي

(iii) $$a = \frac{F}{m} = \frac{e\sigma}{m\varepsilon_0}$$

لاحظ أن هذه العجلة ثابتة. لذا نحصل على الموقع الرأسي للإلكترون كدالة زمن من خلال المعادلة

(iv) $$y_f = y_0 - \tfrac{1}{2}at^2 \Rightarrow y_f - y_0 = -\tfrac{1}{2}at^2$$

وأخيرًا، يمكننا ربط الطاقة الحركية الابتدائية للإلكترون بسرعته المتجهة الابتدائية من خلال المعادلة

(v) $$K = \tfrac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2K}{m}$$

حوّل إلى أبسط صورة نعوّض بتعبيري الزمن والعجلة من المعادلتين (i) و(iii) في المعادلة (iv) ونحصل على المعادلة التالية

(vi) $$y_f - y_0 = -\tfrac{1}{2}at^2 = -\tfrac{1}{2}\left(\frac{e\sigma}{m\varepsilon_0}\right)\left(\frac{x_f}{v_0}\right)^2 = -\frac{e\sigma x_f^2}{2m\varepsilon_0 v_0^2}$$

عندما نعوّض الآن بتعبير مربع السرعة الابتدائية من المعادلة (v) في الطرف الأيمن من المعادلة (vi)، نحصل على المعادلة التالية

(vii) $$y_f - y_0 = -\frac{e\sigma x_f^2}{2m\varepsilon_0\left(\frac{2K}{m}\right)} = -\frac{e\sigma x_f^2}{4\varepsilon_0 K}$$

احسب سنقوم أولاً بتحويل وحدة الطاقة الحركية للإلكترون من الإلكترون فولت إلى الجول:

$$K = (2.00\text{ keV})\frac{1.602\times10^{-19}\text{ J}}{1\text{ eV}} = 3.204\times10^{-16}\text{ J}$$

وبالتعويض بالقيم العددية في المعادلة (vii)، نجد أنّ

$$y_f - y_0 = -\frac{e\sigma x_f^2}{4\varepsilon_0 K} = -\frac{(1.602\times10^{-19}\text{ C})(4.00\times10^{-6}\text{ C/m}^2)(0.0400\text{ m})^2}{4(8.85\times10^{-12}\text{ C}^2/(\text{N m}^2))(3.204\times10^{-16}\text{ J})} = -0.0903955\text{ m}$$

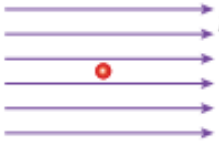
قرّب سنقرب النتيجة التي توصلنا إليها إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$y_f - y_0 = -0.0904\text{ m} = -9.04\text{ cm}$$

تحقق ثانية الانحراف الرأسي الذي حسبناه يعادل تقريبًا ضعف المسافة التي يقطعها الإلكترون في الاتجاه x، وهذا منطقي، على الأقل أن لكل منهما القيمة الأسية نفسها. كما أن بعض الحالات البديهية تحققت في المعادلة (vii) الخاصة بإيجاد الانحراف. أولاً، يأخذ المسار شكل قطع مكافئ، وهذا ما نتوقعه للقوة الثابتة ومن ثم العجلة الثابتة. ثانيًا، عندما تكون كثافة شحنة السطح صفرًا، تكون قيمة الانحراف صفرًا. ثالثًا، عندما تكون الطاقة الحركية كبيرة جدًا، يكون الانحراف ضئيلاً جدًا، وهو ما نتوقعه أيضًا بشكل بديهي.

مراجعة المفاهيم 2.5

وُضِع جسم صغير موجب الشحنة في وضع السكون في مجال كهربائي منتظم كما هو موضح في الشكل. عندما يتحرر الجسم، فإنه



a) لن يتحرك.

b) سيبدأ في الحركة بسرعة ثابتة.

c) سيبدأ في الحركة بعجلة ثابتة.

d) سيبدأ في الحركة بعجلة متزايدة.

e) سيتحرك إلى الخلف وإلى الأمام بحركة توافقية بسيطة.

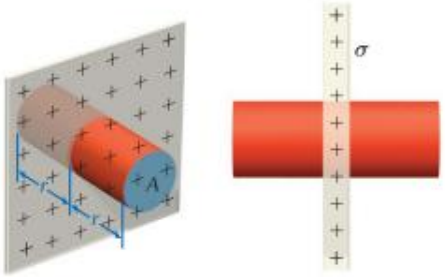
12		Apply the relationship between the charge density and the electric field magnitude E and also specify the direction of the field for points near a flat thin, infinite or large, nonconducting/conducting surface with a uniform charge density	FIGURE 2.34 FIGURE 2.35	47, 48 & 49

التماثل السطحي

افترض أن لوحًا مسطحًا رقيقًا وغير موصل، مساحته لانهائية ويحمل شحنة موجبة (الشكل 2.34). وشحنته منتظمة لكل وحدة مساحة $\sigma > 0$. لنقم بإيجاد المجال الكهربائي الذي يبعد مسافة r عن سطح مستوى الشحنة اللانهائي هذا.

للقيام بذلك، نختار سطحًا جاوسيًا في شكل أسطوانة قائمة مغلقة، مساحة مقطعها العرضي A وطولها $2r$، يقطعها المستوى بشكل عمودي كما هو موضح في الشكل 2.34. لأن المستوى لانهائي والشحنة موجبة، يجب أن يكون المجال الكهربائي عموديًا على طرفي الأسطوانة وموازيًا لجدارها. باستخدام قانون جاوس، نحصل على

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = (EA + EA) = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$



الشكل 2.34 لوح مستو لانهائي وغير موصل كثافة شحنته σ. ويقطع المستوى بشكلٍ متعامدٍ سطحٌ جاوسي في شكل أسطوانة قائمة ذات مقطع عرضي مساحته A موازٍ للمستوى، وذات ارتفاع r أعلى المستوى وأسفله.

حيث σA الشحنة المحاطة بالأسطوانة. لذا سيكون مقدار المجال الكهربائي الناتج عن مستوى شحنة لانهائي هو

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \tag{2.18}$$

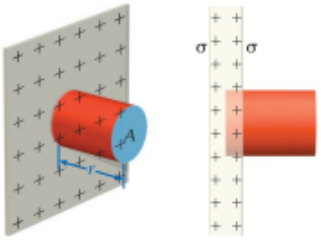
إذا كان $\sigma < 0$، فإن المعادلة 2.18 ستنطبق أيضًا، لكن سيكون المجال الكهربائي في اتجاه المستوى لا مبتعدًا عنه.

بالنسبة إلى لوح موصل لانهائي كثافة شحنته $\sigma > 0$ على كل سطح، يمكننا إيجاد المجال الكهربائي باختيار سطح جاوسي في شكل أسطوانة قائمة. لكن بالنسبة إلى هذه الحالة، يحيط الموصل بأحد طرفي الأسطوانة (الشكل 2.35). والمجال الكهربائي داخل الموصل يساوي صفرًا، لذا لا يوجد تدفق عبر طرف الأسطوانة المحاط بالموصل. كما أن المجال الكهربائي خارج الموصل يجب أن يكون عموديًا على السطح ومن ثم موازيًا لجدار الأسطوانة وعموديًا على طرفها الموجود خارج الموصل. إذًا، يكون التدفق عبر سطح جاوس هو EA. ونحصل على الشحنة المحاطة من خلال الصيغة σA. لذا يصبح قانون جاوس كما يلي

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

إذًا، مقدار المجال الكهربائي خارج سطح الموصل المسطح المشحون هو

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{2.19}$$



الشكل 2.35 مستوى موصّل لانهائي كثافة شحنته σ على كلا السطحين، ويحيط بأحد طرفي سطح جاوسي على شكل أسطوانة قائمة.

7		Solve problems involving a charged particle placed in a region with electric potential difference AV, and apply the law of conservation of energy to relate different energies (or energy differences) existing in the system like change in KE, change in Electric potential energy, and work done by a force	EXAMPLE 3.1	62 & 63

مثـال 3.1 اكتساب البروتون للطاقة

تم وضع بروتون بين لوحين موصلين متوازيين في الفراغ (الشكل 3.6). وكان فرق الجهد الكهربائي بين اللوحين 450 V. وتم تحرير البروتون من السكون بالقرب من اللوح الموجب.

المسألة

ما الطاقة الحركية للبروتون عندما يصل إلى اللوح السالب؟

الحل

الفرق في الجهد الكهربائي، ΔV، بين اللوحين هو 450 V. يمكننا ربط فرق الجهد عبر اللوحين بالتغير في طاقة الوضع الكهربائية، ΔU، للبروتون باستخدام المعادلة 3.7:

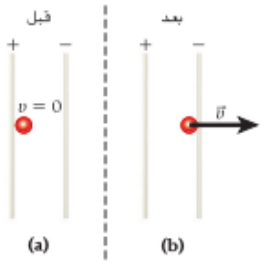
$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

ونظرًا لأنه يتم حفظ الطاقة الكلية، تتحول طاقة الوضع الكهربائية التي يفقدها البروتون أثناء العبور بين اللوحين إلى طاقة حركية بسبب حركة البروتون. وتطبق قانون حفظ الطاقة، $\Delta K + \Delta U = 0$، حيث يمثل ΔU التغير في طاقة الوضع الكهربائية للبروتون:

$$\Delta K = -\Delta U = -q\Delta V$$

ونظرًا لأن البروتون بدأ من السكون، فيمكننا التعبير عن الطاقة الحركية النهائية له بالمعادلة $K = -q\Delta V$. ومن ثم، تكون الطاقة الحركية للبروتون بعد عبور الفجوة بين اللوحين هي

$$K = -\left(1.602\times10^{-19}\ \text{C}\right)(-450\ \text{V}) = 7.21\times10^{-17}\ \text{J}$$



الشكل 3.6 بروتون بين لوحين موصلين متوازيين مشحونين في الفراغ. (a) تم إطلاق البروتون من السكون. (b) تحرك البروتون من اللوح الموجب إلى اللوح السالب، مكتسبًا طاقة حركية.

مراجعة المفاهيم 3.1

تم وضع إلكترون على المحور x ثم إطلاقه ليتحرك عليه. وكانت قيمة الجهد الكهربائي -20 V. أي العبارات التالية يصف الحركة التالية للإلكترون؟

a) سيتحرك الإلكترون تجاه اليسار (اتجاه x السالب) لأنه ذو شحنة سالبة.

b) سيتحرك الإلكترون تجاه اليمين (اتجاه x الموجب) لأنه ذو شحنة سالبة.

c) سيتحرك الإلكترون تجاه اليسار (اتجاه x السالب) لأن الجهد الكهربائي سالب.

d) سيتحرك الإلكترون تجاه اليمين (اتجاه x الموجب) لأن الجهد الكهربائي سالب.

e) لا توجد معلومات كافية لتوقع حركة الإلكترون.

8		Relate the component of the electric field along a certain direction Es to the change in the electric potential along that direction (Es =-dV/ds) and use this relation to solve problems	Concept Check 3.7	77

مراجعة المفاهيم 3.7

افترض أن الجهد الكهربائي يوضح بالعلاقة $V(x, y, z) = -(5x^2 + y + z)$ بالفولت. أي من التعبيرات التالية يصف المجال الكهربائي المقترن بوحدة فولت للمتر؟

a) $\vec{E} = 5\hat{x} + 2\hat{y} + 2\hat{z}$

b) $\vec{E} = 10x\hat{x}$

c) $\vec{E} = 5x\hat{x} + 2\hat{y}$

d) $\vec{E} = 10x\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}$

e) $\vec{E} = 0$

https://t.me/h11Ad36

3.6 طاقة الوضع الكهربائية لنظام من الشحنات النُقطية
Electric Potential Energy of a System of Point Charges

ناقش القسم 3.1 طاقة الوضع الكهربائية لشحنة نقطية في مجال كهرباء خارجي معين، ووصف القسم 3.4 طريقة حساب الجهد الكهربائي الناجُ عن نظام من الشحنات النُقطية. يجمع هذا القسم بين هاتين المعلومتين لإيجاد طاقة الوضع الكهربائية لنظام شحنات نقطية. تخيّل نظام شحنات متباعدة إلى ما لانهاية. لتقريب هذه الشحنات إلى بعضها، يجب بذل شغل على الشحنات، وهو ما يغير طاقة الوضع الكهربائية للنظام. وطاقة الوضع الكهربائية لنظام الشحنات النُقطية هي الشغل اللازم لجلب الشحنات من اللانهاية وتقريبها مِمّا.

كمثال، سنوجد طاقة الوضع الكهربائية لنظام مكوّن من شحنتين نقطيتين (الشكل 3.30). افترض أن الشحنتين تكون المسافة الفاصلة بينهما في البداية لانهائية. ثم جلبنا الشحنة النقطية q_1 إلى النظام. لا يتطلب هذا الإجراء بذل أي شغل على الشحنة، لأن النظام الخالي من الشحنات ليس له مجال كهربائي أو قوة كهربائية مقابلة. نحافظ على هذه الشحنة ثابتة. ثم نجلب الشحنة النقطية الثانية، q_2، من اللانهاية إلى المسافة r من q_1. وباستخدام المعادلة 3.6، يمكننا كتابة طاقة الوضع الكهربائية للنظام على الصورة

$$U = q_2 V \tag{3.17}$$

حيث

$$V = \frac{kq_1}{r} \tag{3.18}$$

ومن ثَم، تكون طاقة الوضع الكهربائية لهذا النظام المكوّن من شحنتين نقطيتين هي

$$U = \frac{kq_1q_2}{r} \tag{3.19}$$

ومن نظرية الشغل والطاقة، فإن الشغل، W، اللازم بذله على الجسيمات لتقريبها وإبقائها ثابتة يساوي U. إذا كان للشحنتين الإشارة نفسها، $W = U > 0$. فيجب بذل شغل موجب لجلبهما من اللانهاية وتقريبهما وإبقائهما دون حركة. إذا كان للشحنتين إشارتان مختلفتان، فيجب بذل شغل سالب لجلبهما من اللانهاية وتقريبهما وإبقائهما دون حركة. ولتحديد U لأكثر من شحنتين نقطيتين، فإننا نجمّع الشحنات من اللانهاية واحدة تلو الأخرى بغض النظر عن أي ترتيب.

مثال 3.7 أربع شحنات نقطية

لنحسب U وهي طاقة الوضع الكهربائية لنظام مكون من أربع شحنات نقطية، المبين في الشكل 3.31، وقيم الشحنات النقطية الأربعة هي $q_1 = +1.0\ \mu C$، و$q_2 = +2.0\ \mu C$، و$q_3 = -3.0\ \mu C$، و$q_4 = +4.0\ \mu C$. تمّ وضع الشحنات عند المسافات $a = 6.0\ m$، و$b = 4.0\ m$.

المسألة

ما طاقة الوضع الكهربائية لهذا النظام المكوّن من أربع شحنات نقطية؟

الحل

نبدأ الحساب عندما تكون الشحنات الأربع متباعدة في مالانهاية ونفترض أن طاقة الوضع الكهربائية في هذا التكوين تساوي صفرًا. نجلب الشحنة q_1 ونضعها عند النقطة $(0,0)$. لا يؤثر هذا الإجراء في طاقة الوضع الكهربائية للنظام. والآن نجلب الشحنة q_2 ونضعها عند النقطة $(0,a)$. طاقة الوضع الكهربائية للنظام الآن هي

$$U = \frac{kq_1q_2}{a}$$

يؤدي جلب الشحنة q_3 من مسافة لانهائية ووضعها عند النقطة $(b,0)$ إلى تغيير طاقة وضع النظام من خلال تفاعل الشحنة q_3 مع q_1 وتفاعل q_3 مع q_2. وتصبح طاقة الوضع الجديدة

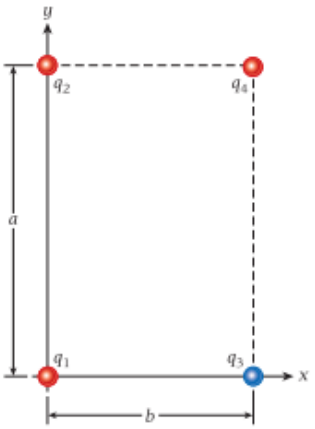
$$U = \frac{kq_1q_2}{a} + \frac{kq_1q_3}{b} + \frac{kq_2q_3}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

وأخيرًا، يؤدي جلب الشحنة q_4 ووضعها عند النقطة (b,a) إلى تغيير طاقة وضع النظام من خلال التفاعلات مع q_1 وq_2 وq_3. ومن ثَم يصل إجمالي طاقة الوضع الكهربائية للنظام إلى

$$U = \frac{kq_1q_2}{a} + \frac{kq_1q_3}{b} + \frac{kq_2q_3}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{kq_1q_4}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{kq_2q_4}{b} + \frac{kq_3q_4}{a}$$

لاحظ أن ترتيب جلب الشحنات من اللانهاية لن يؤثر في هذه النتيجة. (يمكنك تجربة ترتيب مختلف للتحقق من صحة العبارة). بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$U = \left(3.0\times10^{-3}\ J\right) + \left(-6.7\times10^{-3}\ J\right) + \left(-7.5\times10^{-3}\ J\right) + \left(5.0\times10^{-3}\ J\right) + \left(1.8\times10^{-2}\ J\right) + \left(-1.8\times10^{-2}\ J\right) = -6.2\times10^{-3}\ J$$

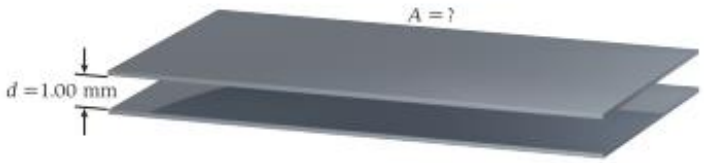


الشكل 3.31 حساب طاقة الوضع لنظام من أربع شحنات نقطية.

13		Solve problems on parallel plate capacitor	EXAMPLE 4.1	91, 92

مثال 4.1 مساحة المكثف متوازي اللوحين

يحتوي المكثف متوازي اللوحين على لوحين تفصلهما مسافة تبلغ 1.00 mm (الشكل 4.11).



الشكل 4.11 مكثف متوازي اللوحين بلوحين مفصولين بمسافة 1.00 mm.

المسألة

ما المساحة المطلوبة لإعطاء هذا المكثف سعة بمقدار 1.00 F؟

الحل

نحسب السعة من خلال

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \quad \text{(i)}$$

بعدما نحل المعادلة (i) لإيجاد المساحة ونعوّض بـ $d = 1.00 \cdot 10^{-3}\ \text{m}$ و $C = 1.00\ \text{F}$، سنحصل على

$$A = \frac{dC}{\varepsilon_0} = \frac{(1.00 \times 10^{-3}\ \text{m})(1.00\ \text{F})}{(8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})} = 1.13 \times 10^{8}\ \text{m}^2$$

إذا كان هذان اللوحان مربعين، فستكون أبعاد كل واحد منهما 10.6 km في 10.6 km. تؤكد هذه النتيجة أن الفاراد كمية كبيرة جدًا من السعة.

15		Identify the symbols of common curcuit elements	FIGURE 4.8	90

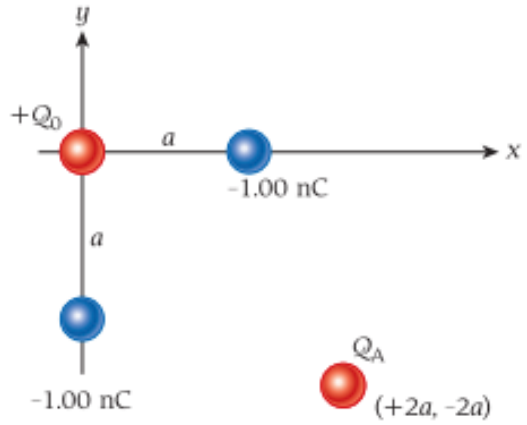
الجلفانومتر	G	السلك	
الفولتميتر	V	المكثف	
الأميتر	A	المقاوم	
البطارية	− +	المحث	
مصدر تيار متناوب	~	المفتاح	

الشكل 4.8 رموز شائعة الاستخدام لعناصر الدائرة.

https://t.me/h11Ad36

الكتابي :

1.82• في الشكل الموضح، تساوي محصلة القوى الكهروستاتيكية المؤثرة في Q_A صفرًا. إذا كانت $Q_A = +1.00\ \text{nC}$، فأوجد مقدار Q_0.



مثال 2.5 تدفق كهربائي عبر مكعب

يوضح الشكل 2.25 مكعبًا مساحة وجهه A في مجال كهربائي منتظم، $\vec{E}$، عمودي على سطح أحد أوجه المكعب.

المسألة

ما التدفق الكهربائي الكلي المار عبر المكعب؟

الحل

المجال الكهربائي في الشكل 2.25 عمودي على سطح أحد أوجه المكعب الستة، ومن ثَمَّ فهو عمودي أيضًا على الوجه المقابل له. ويوضح الشكل 2.26a متجهَي المساحة لهذين الوجهين، $\vec{A}_1$ و $\vec{A}_2$. لذا فإن التدفق الكهربائي الكلي المار عبر هذين الوجهَين هي

$$\Phi_{12} = \Phi_1 + \Phi_2 = \vec{E} \cdot \vec{A}_1 + \vec{E} \cdot \vec{A}_2 = -EA_1 + EA_2 = 0$$

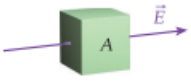
يأخذ التدفق المار عبر الوجه 1 إشارة سالبة لأن المجال الكهربائي ومتجه المساحة، $\vec{A}_1$، متعاكسان في الاتجاه. أما متجهات المساحة للأوجه الأربعة المتبقية فكلها عمودية على المجال الكهربائي، كما هو موضح في الشكل 2.26b. لذا فإن التدفق الكهربائي الكلي المار عبر هذه الأوجه الأربعة هي

$$\Phi_{3456} = \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6 = \vec{E} \cdot \vec{A}_3 + \vec{E} \cdot \vec{A}_4 + \vec{E} \cdot \vec{A}_5 + \vec{E} \cdot \vec{A}_6 = 0$$

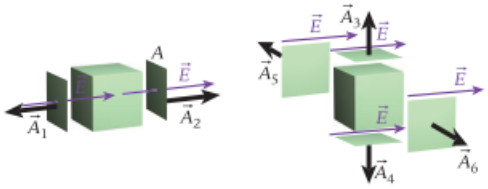
قيمة كل نواتج الضرب القياسية هي صفر لأن متجهات المساحة لهذه الأوجه الأربعة عمودية على المجال الكهربائي. ومن ثَمَّ فإن التدفق الكهربائي الكلي المار عبر المكعب هي

$$\Phi = \Phi_{12} + \Phi_{3456} = 0$$

الشكل 2.24 مجال كهربائي غير منتظم، $\vec{E}$، يمر عبر مساحة تفاضلية، $d\vec{A}$.



الشكل 2.25 مكعب مساحة وجهه A في مجال كهربائي غير منتظم، $\vec{E}$.



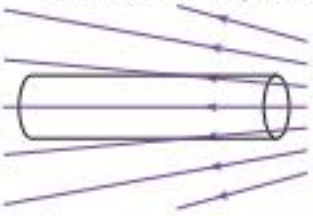
الشكل 2.26 (a) وجها المكعب العموديان على المجال الكهربائي. متجها المساحة أحدهما مواز للمجال الكهربائي والآخر متواز عكسي معه. (b) الأوجه الأربعة للمكعب الموازية للمجال الكهربائي. متجهات المساحة عمودية على المجال الكهربائي.

https://t.me/h11Ad36

الشكل 2.28 صندوق فارغ تخيلي في مجال كهربائي منتظم.

مراجعة المفاهيم 2.8

وضعت أسطوانة مصنوعة من مادة عازلة في مجال كهربائي كما هو مبين في الشكل. ستكون محصلة التدفق الكهربائي المار عبر سطح الأسطوانة



a) موجبة.

b) سالبة.

c) صفرًا.

عندما نقارن ذلك بالمياه المتدفقة. تبدو خطوط المجال الكهربائي متدفقة إلى خارج الصندوق المحتوي على شحنة موجبة. وإلى داخل الصندوق المحتوي على شحنة سالبة.

لنتخيل الآن صندوقًا فارغًا في مجال كهربائي منتظم (الشكل 2.28). إذا وُضعت شحنة اختبار موجبة بالقرب من الجانب 1. فإنها تتأثر بقوة متجهة إلى الداخل. وإذا وُضعت الشحنة بالقرب من الجانب 2. فإنها تتأثر بقوة متجهة إلى الخارج. ويكون المجال الكهربائي موازيًا للجوانب الأربعة الأخرى. لذا لن تتأثر شحنة الاختبار الموجبة بأي قوة متجهة إلى الداخل أو إلى الخارج إذا وُضعت بالقرب من هذه الجوانب. إذًا عندما نقارن ذلك بالمياه المتدفقة. تكون قيمة محصلة المجال الكهربائي المتدفق إلى داخل الصندوق وإلى خارجه صفرًا.

عندما تكون هناك شحنة داخل الصندوق. ستبدو خطوط المجال الكهربائي متدفقة إلى داخل الصندوق أو إلى خارجه. وعندما لا تكون هناك شحنة داخل الصندوق. ستكون قيمة التدفق الكلي لخطوط المجال الكهربائي المتدفقة إلى داخل الصندوق و إلى خارجه صفرًا. تقودنا هذه الملاحظات وكذا تعريف التدفق الكهربائي. الذي يُوضح مفهوم تدفق خطوط المجال الكهربائي ويحدّد كميته. إلى **قانون جاوس**:

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{2.15}$$

تمثل q هنا الشحنة الكلية داخل سطح مغلق. ويُسمى **سطحًا جاوسيًا**. ويمكن أن يكون السطح المغلق صندوقًا كالذي ذكرناه في مناقشتنا. أو أي سطح مغلق ذي شكل عشوائي. وعادة ما يُختار شكل سطح جاوس لكي يعكس التماثلات التي تتضمنها حالة المسألة.

مراجعة المفاهيم 2.9

الخطوط الموضحة في الشكل هي خطوط مجال كهربائي. والدائرة سطح جاوسي. ما الحالة (الحالات) التي يكون التدفق الكهربائي الكلي فيها غير صفري؟

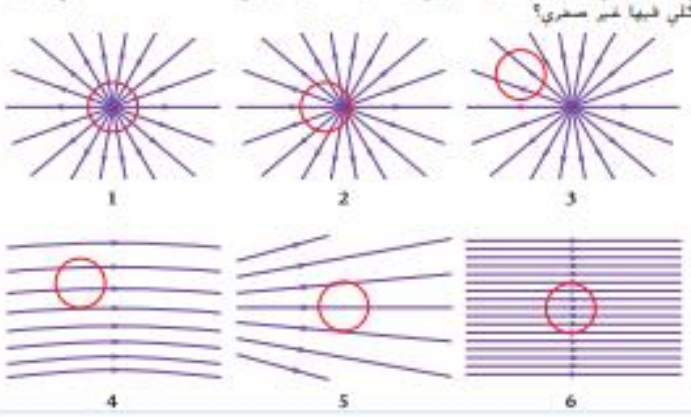
a) 1 فقط

b) 2 فقط

c) 4 ، 5 ، 6

d) 6 فقط

e) 1 ، 2



توجد صيغة أخرى لقانون جاوس تتضمن تعريف التدفق الكهربائي (المعادلة 2.14).

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{2.16}$$

وفقًا للمعادلة 2.16. ينص قانون جاوس على أن تكامل مركبات المجال الكهربائي العمودية على سطح مغلق مضروبًا في مساحته يتناسب طرديًا مع الشحنة الكلية داخل السطح المغلق. قد يبدو هذا التعبير معقدًا. لكنه يبسّط إلى حد كبير في حالات كثيرة ويُمكّننا من إجراء عمليات حسابية سريعة جدًا قد تكون معقدة للغاية لولا هذا التعبير.

قانون جاوس وقانون كولوم

يمكننا اشتقاق قانون جاوس من قانون كولوم. ولكي نفعل ذلك. نبدأ بشحنة نقطية موجبة q. يكون اتجاه المجال الكهربائي الناتج من هذه الشحنة على امتداد أنصاف الأقطار إلى الخارج. كما رأينا في القسم 2.3. ووفقًا لقانون كولوم (القسم 1.5). يكون مقدار المجال الكهربائي الناتج من هذه الشحنة هو

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

سنجد الآن التدفق الكهربائي المار عبر سطح مغلق والناتج عن هذه الشحنة النقطية. وبالنسبة إلى سطح جاوس. نختار سطحًا كرويًا نصف قطره r. على أن تكون الشحنة في مركز الكرة.

https://t.me/h11Ad36

الشكل 2.29 سطح جاوسي كروي نصف قطره r يحيط بشحنة q. يوضح الشكل نظرة عن قرب لعنصر سطح تفاضلي مساحته dA.

كما هو موضح في الشكل 2.29، يتقاطع المجال الكهربائي الناتج من الشحنة النقطية الموجبة مع كل عنصر تفاضلي لسطح الشكل الكروي الجاوسي بشكل متعامد. لذا عند كل نقطة في هذا سطح جاوس، يتوازى متجه المجال الكهربائي، $\vec{E}$، مع متجه مساحة السطح التفاضلي، $d\vec{A}$. وسيكون متجه مساحة السطح مبتعدًا دائمًا عن سطح جاوس الكروي. لكن يمكن أن يكون متجه المجال الكهربائي إلى الخارج أو إلى الداخل حسب إشارة الشحنة. إذا كانت الشحنة موجبة، فسيكون ناتج الضرب القياسي للمجال الكهربائي وعنصر مساحة السطح هو $\vec{E} \cdot d\vec{A} = E\,dA\cos 0^\circ = E\,dA$. وسيكون التدفق الكهربائي في هذه الحالة، وفقًا للمعادلة 2.14، هو

$$\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oiint E\,dA$$

لأن المجال الكهربائي له المقدار نفسه في أي مكان في الفراغ عند مسافة r من الشحنة النقطية q. فيمكننا إخراج E من التكامل،

$$\Phi = \oiint E\,dA = E \oiint dA$$

ما تبقى لدينا الآن لإيجاد قيمته هو تكامل المساحة التفاضلية على سطح كروي. وهو ما نحصل عليه من خلال المعادلة $\oiint dA = 4\pi r^2$. إذًا، حصلنا من قانون كولوم لحالة الشحنة النقطية على التعبير التالي

$$\Phi = (E)\left(\oiint dA\right) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\right)\left(4\pi r^2\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

وهو نفسه تعبير قانون جاوس في المعادلة 2.15. لقد أثبتنا أنه يمكن اشتقاق قانون جاوس من قانون كولوم للشحنة النقطية الموجبة. لكن من الممكن أيضًا إثبات أن قانون جاوس ينطبق على أي توزيع للشحنة داخل سطح مغلق.

سؤال الاختبار الذاتي 2.4

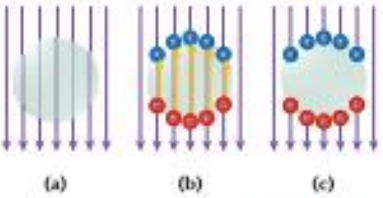
ما التغيرات التي ستحدث في الاشتقاق السابق في قانون جاوس إذا استُخدمت شحنة نقطية سالبة؟

الحماية

تنتج من قانون جاوس نتيجتان مهمتان هما:

1. يكون المجال الكهروستاتيكي داخل أي موصل معزول صفرًا دائمًا.
2. تكون التجاويف الموجودة داخل الموصلات محمية من المجالات الكهربائية.

للتحقق من هاتين النتيجتين، لنفترض وجود محصلة مجال كهربائي للحظة ما عند نقطة معينة داخل موصل معزول. انظر الشكل 2.30a. لكن يحتوي كل موصل على إلكترونات حرة داخله (الدوائر الزرقاء في الشكل 2.30b). وهي تتحرك بسرعة استجابةً لأي محصلة مجال كهربائي خارجي. تاركةً أيونات موجبة الشحنة (الدوائر الحمراء في الشكل 2.30b). ستتحرك الشحنات إلى السطح الخارجي للموصل، ولن تكون هناك أي شحنة متراكمة داخل حجم الموصل. وتنتج هذه الشحنات مجالًا كهربائيًا داخل الموصل (الأسهم الصفراء في الشكل 2.30b). وستتحرك الشحنات حول السطح إلى أن يلغي المجال الكهربائي الناتج عنها المجال الكهربائي الخارجي. لذا تصبح محصلة المجال الكهربائي صفرًا في أي نقطة داخل الموصل (الشكل 2.30c).



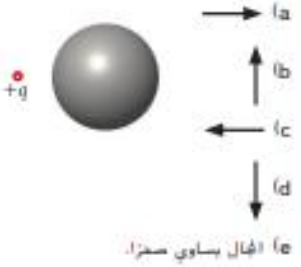
الشكل 2.30 الحماية من مجال كهربائي خارجي (ممثل بالأسهم الأرجوانية الرأسية) داخل موصل.

عند صناعة تجويف في جسم موصل، تكون الشحنة الصافية ومن ثَمّ المجال الكهربائي داخل هذا التجويف صفرًا دائمًا، بغض النظر عن شحنة الموصل أو شدة المجال الكهربائي الخارجي المؤثر فيه. لإثبات ذلك، سنفترض أن سطحًا جاوسيًا مغلقًا يحيط بالتجويف، بحيث يكون التجويف كله داخل الموصل. وقد أوضحنا في مناقشتنا السابقة (انظر الشكل 2.30) أن المجال يكون صفرًا عند كل نقطة في هذا السطح. إذًا تكون محصلة التدفق عبر هذا السطح صفرًا أيضًا. ووفقًا لقانون جاوس، نستنتج أنه لا توجد شحنة صافية يحيط بها هذا السطح. فإذا كانت هناك كميات متساوية من الشحنات الموجبة والسالبة على سطح التجويف (ومن ثم لا توجد شحنة صافية)، فلن تكون هذه الشحنة ساكنة. حيث ستنجذب الشحنات الموجبة والسالبة إلى بعضها بعضًا وستتحرك بحرية حول سطح التجويف ليلغي بعضها بعضًا. لذا يكون أي تجويف داخل الموصل محميًا تمامًا من أي مجال كهربائي خارجي. ويسمى هذا التأثير أحيانًا **الحماية الكهروستاتيكية**.

من العروض التوضيحية المثيرة حول هذه الحماية وضع وعاء بلاستيكي مُغلَّف بقطع فلين صغيرة أعلى مولد فان دي غراف، الذي يعمل كمصدر للمجال الكهربائي القوي (الشكل 2.31a). حيث ينتج عن شحن المولد تراكم شحنة كلية هائلة على القبة. فينتج مجال كهربائي قوي حولها.

مراجعة المفاهيم 2.10

كرة موصلة مجوفة شُحنت في البداية بشحنة سالبة موزعة عليها بالتساوي. وقُرّبت شحنة موجبة $+q$ إلى الكرة ثم وُضعت في حالة سكون، كما هو موضح في الشكل. ما اتجاه المجال الكهربائي داخل الكرة المجوفة؟



e) المجال يساوي صفرًا.

https://t.me/h11Ad36

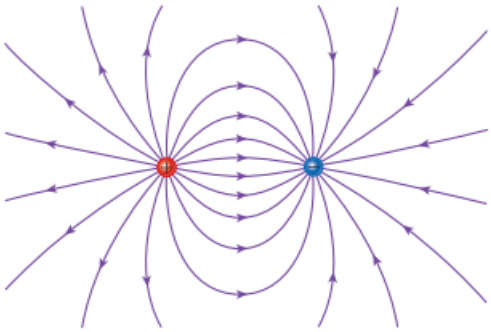
شحنتان نقطيتان مختلفتان في الإشارة

يمكننا استخدام مبدأ التراكب لتحديد المجال الكهربائي الناتج من شحنتين نقطيتين. يوضح الشكل 2.7 خطوط المجال الكهربائي الناتجة من شحنتين نقطيتين مختلفتين في الإشارة ومتساويتين في المقدار. عند كل نقطة في المستوى، يُجمع المجالان الكهربائيان الناتجان من الشحنة الموجبة والشحنة السالبة جمعًا اتجاهيًا لنحصل على محصلة المجال الكهربائي الناتج مقدارا واتجاها. (يوضح الشكل 2.5 خطوط المجال المتماثلة في شكل ثلاثي الأبعاد).

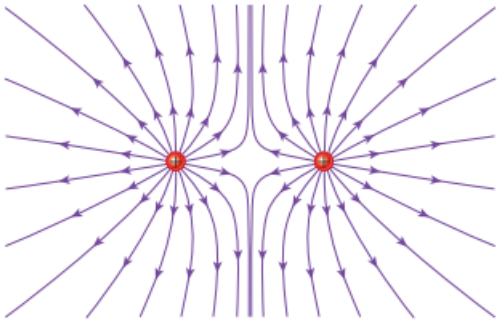
كما ذكرنا سابقًا، تنشأ خطوط المجال الكهربائي من الشحنة الموجبة وتنتهي في الشحنة السالبة. وعند النقاط الأقرب إلى أي من الشحنتين، تتماثل خطوط المجال مع الخطوط الناتجة عن شحنة نقطية واحدة، لأن تأثير الشحنة الأبعد يكون ضعيفًا. وكلما اقتربنا من الشحنتين، تقل المسافات بين خطوط المجال الكهربائي، مما يشير إلى زيادة شدة او مقدار المجال في هذه المناطق. كما يشير تواصل خطوط المجال بين الشحنتين إلى وجود قوة تجاذب بين الشحنتين.

شحنتان نقطيتان متماثلتان في الإشارة

يمكننا أيضًا تطبيق مبدأ التراكب على شحنتين نقطيتين متماثلتين. يوضح الشكل 2.8 خطوط المجال الكهربائي لشحنتين نقطيتين متماثلتين في الإشارة والمقدار. إذا كانت الشحنتان موجبتين (كما هو موضح في الشكل 2.8)، فإن خطوط المجال الكهربائي تبدأ من هاتين الشحنتين وتنتهي في مالانهاية. أما إذا كانت الشحنتان سالبتين، فإن خطوط المجال تبدأ من ما لا نهاية وتنتهي في هاتين الشحنتين. وإذا كانت الشحنتان متماثلتين في الإشارة، فإن خطوط المجال لا تتصل بين الشحنتين. بل تنتهي في ما لا نهاية.



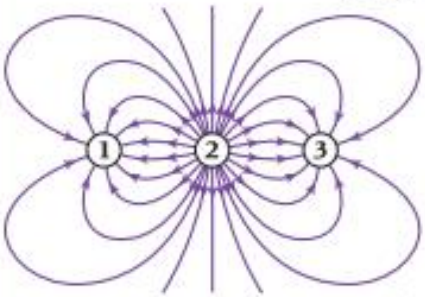
الشكل 2.7 خطوط مجال كهربائي ناتجة عن شحنتين نقطيتين مختلفتين في الإشارة. ولكل شحنة المقدار نفسه.



الشكل 2.8 خطوط مجال كهربائي ناتجة عن شحنتين نقطيتين موجبتين متساويتين في المقدار.

مراجعة المفاهيم 2.1

أي من الشحنات الموضحة في الشكل موجبة؟



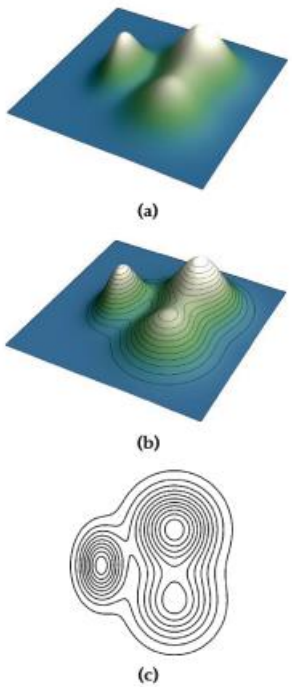
a) رقم 1

b) رقم 2

c) رقم 3

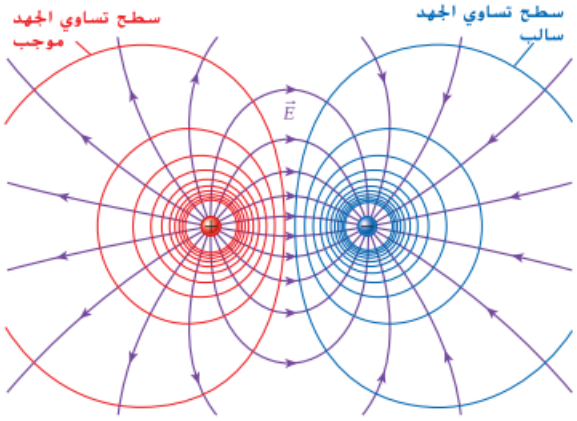
d) رقم 1 و 3

e) كل الشحنات الثلاث موجبة.

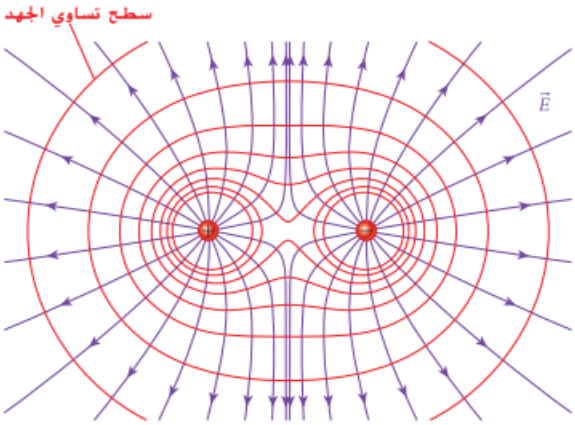


الشكل 3.14 (a) منتجع تزلج به ثلاث قمم. (b) القمم نفسها مع إضافة خطوط على الارتفاع نفسه. (c) خطوط الكفاف متساوية الارتفاع في رسم ثنائي الأبعاد.

https://t.me/h11Ad36



الشكل 3.18 أسطح تساوي الجهد الناتجة عن شحنتين نقطيتين متماثلتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة. تمثّل الخطوط الحمراء الجهد الموجب وتمثّل الخطوط الزرقاء الجهد السالب. تمثّل الخطوط الأرجوانية ذات رؤوس الأسهم المجال الكهربائي.



الشكل 3.19 أسطح تساوي الجهد (الخطوط الحمراء) الناتجة عن شحنتين نقطيتين متماثلتين موجبتين. تمثّل الخطوط الأرجوانية ذات رؤوس الأسهم المجال الكهربائي.

الخطوط التي يتقاطع عندها مستوى الصفحة مع المجسمات الكروية متساوية الجهد). تكون قيم فرق الجهد بين خطوط تساوي الجهد المتجاورة متماثلة، مما يولّد خطوط تساوي جهد قريبة من بعضها بالقرب من الشحنة ومتباعدة فيما بينها بعيدًا عن الشحنة. لاحظ مرة أخرى أن خطوط تساوي الجهد تكون دائمًا متعامدة على خطوط المجال الكهربائي. لا تحتوي أسطح تساوي الجهد على أسهم مثل خطوط المجال، لأن الجهد كمية قياسية.

شحنتان نقطيتان مختلفتا الشحنة

يوضح الشكل 3.18 خطوط المجال الكهربائي الناشئة عن شحنتين نقطيتين مختلفتي الشحنة. إلى جانب أسطح تساوي الجهد الموضحة في شكل خطوط تساوي الجهد. ستجذب قوة كهروستاتيكية هاتين الشحنتين النقطيتين في اتجاه بعضهما، لكن تفترض هذه المناقشة أن الشحنات ثابتة في الفضاء ولا يمكنها الحركة. تبدأ خطوط المجال الكهربائي عند الشحنة الموجبة وتنتهي عند الشحنة السالبة. مرة أخرى، تكون خطوط تساوي الجهد متعامدة دائمًا على خطوط المجال الكهربائي. تمثّل الخطوط الحمراء في هذا الشكل أسطح تساوي الجهد الموجبة وتمثّل الخطوط الزرقاء أسطح تساوي الجهد السالبة. تولد الشحنات الموجبة جهدًا موجبًا وتولد الشحنات السالبة جهدًا سالبًا (نسبة إلى قيمة الجهد في اللانهاية). بالقرب من كل شحنة، تكون خطوط المجال الكهربائي وخطوط تساوي الجهد الناتجة مشابهة لتلك التي تكون للشحنة النقطية الواحدة. بعيدًا عن المنطقة المجاورة لكل شحنة، يكون المجال الكهربائي والجهد الكهربائي هما مجموع المجالات والجهود الناتجة عن الشحنتين. تُجمع المجالات الكهربائية كمتجهات، بينما تُجمع الجهود الكهربائية ككميات قياسية. ومن ثَم، يتم تحديد المجال الكهربائي عند جميع النقاط في الفضاء بدلالة المقدار والاتجاه. في حين يتم تحديد الجهد الكهربائي من خلال قيمته فقط عند نقطة معينة في الفضاء وليس له اتجاه مرتبط به.

شحنتان نقطيتان متماثلتا الشحنة

يوضح الشكل 3.19 خطوط المجال الكهربائي وأسطح تساوي الجهد الناتجة عن شحنتين نقطيتين متماثلتين موجبتين. تتأثر هاتان الشحنتان بقوة تنافر كهروستاتيكية. ونظرًا لأن كلتا الشحنتين موجبتان، فإن الأسطح تساوي الجهد تمثّل الجهود الموجبة. مرة أخرى، ينتج المجال الكهربائي والجهد الكهربائي من مجموع المجالات والجهود، على التوالي، الناتجة عن الشحنتين.

https://t.me/h11Ad36

لتحديد الجهد الكهربائي من المجال الكهربائي نبدأ بتعريف الشغل المبذول على جسيم شحنته q بقوة $\vec{F}$ عبر إزاحة $d\vec{s}$

$$dW = \vec{F} \bullet d\vec{s}$$

في هذه الحالة، تُحدّد القوة من المعادلة $\vec{F} = q\vec{E}$ ومن ثم يكون

$$dW = q\vec{E} \bullet d\vec{s} \tag{3.10}$$

بحساب تكامل المعادلة 3.10 عند تحرك الجسيم في المجال الكهربائي من نقطة ابتدائية معينة إلى نقاطة نهائية معينة نحصل على

$$W = W_e = \int_i^f q\vec{E} \bullet d\vec{s} = q\int_i^f \vec{E} \bullet d\vec{s}$$

باستخدام المعادلة 3.8 لربط الشغل المبذول بالتغير في الجهد الكهربائي، نحصل على

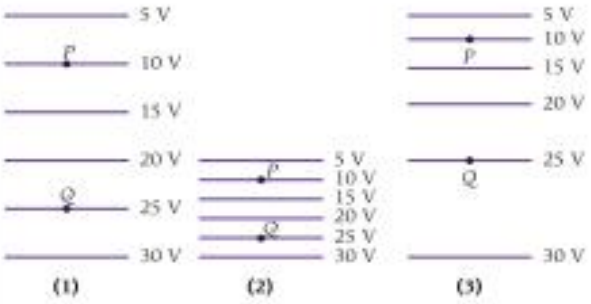
$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W_e}{q} = -\int_i^f \vec{E} \bullet d\vec{s}$$

وكما ذُكر سابقًا، فإنّ المبدأ المصطلح عليه هو أن تؤول قيمة الجهد الكهربائي إلى صفر عند ∞ اللانهاية. وباستخدام هذا المبدأ، يمكننا التعبير عن الجهد عند نقطة ما $\vec{r}$ في الفضاء بالمعادلة

$$V(\vec{r}) - V(\infty) \equiv V(\vec{r}) = -\int_\infty^{\vec{r}} \vec{E} \bullet d\vec{s} \tag{3.11}$$

مراجعة المفاهيم 3.3

في الشكل الموضح، تمثل الخطوط خطوطًا متساوية الجهد. تحرك جسم مشحون من النقطة P إلى النقطة O. قارن بين مقدار الشغل المبذول على الجسم في الحالات الثلاث.



a) تتضمن جميع الحالات الثلاث مقدار الشغل نفسه.

b) الشغل الأكبر مبذول في الحالة 1.

c) الشغل الأكبر مبذول في الحالة 2.

d) الشغل الأكبر مبذول في الحالة 3.

e) الحالتان 1 و3 بهما مقدار الشغل نفسه، وهو أكبر من الشغل في الحالة 2.

الشحنة النقطية

لنستخدم المعادلة 3.11 لتحديد الجهد الكهربائي الناتج عن الشحنة النقطية q. يتم تحديد المجال الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية q (باعتباره موجبًا الآن) على بُعد مسافة r من الشحنة من العلاقة

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

يكون اتجاه المجال الكهربائي على امتداد أنصاف الأقطار من الشحنة النقطية. افترض إجراء التكامل على طول خط مجال يمتد من اللانهاية إلى نقطة على بُعد مسافة R من الشحنة النقطية. بحيث $\vec{E} \bullet d\vec{s} = E dr$ ثم يمكننا استخدام المعادلة 3.11 لنحصل على

$$V(R) = -\int_\infty^R \vec{E} \bullet d\vec{s} = -\int_\infty^R \frac{kq}{r^2} dr = \left[\frac{kq}{r}\right]_\infty^R = \frac{kq}{R}$$

ومن ثم يتم تحديد الجهد الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية على مسافة r من الشحنة من العلاقة

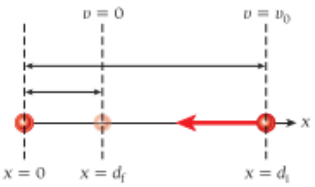
$$V = \frac{kq}{r} \tag{3.12}$$

https://t.me/h11Ad36

مسـألة محلولة 3.2 الشحنات الموجبة الثابتة والمتحركة

المسألة

شحنة موجبة مقدارها 4.50 μC ثابتة في مكانها. وأُطلق جسيم كتلته 6.00 g وشحنته +3.00 μC بسرعة ابتدائية مقدارها 66.0 m/s مباشرةً باتجاه الشحنة الثابتة من مسافة تبعد 4.20 cm. إلى أي مدى تقترب الشحنة المتحركة من الشحنة الثابتة قبل أن تصل إلى وضع السكون وتبدأ في الابتعاد عن الشحنة الثابتة؟



الشكل 3.21 شحنتان موجبتان. إحداهما ثابتة عند $x = 0$. وتبدأ الشحنة الثانية في التحرك بسرعة متجهة $\vec{v}_0$ عند $x = d_i$ وتكون سرعتها المتجهة صفرًا عند $x = d_f$.

الحل

فكّر ستكتسب الشحنة المتحركة طاقة وضع كهربائية عندما تقترب من الشحنة الثابتة. يُعادل سالب التغير في طاقة وضع الشحنة المتحركة التغير في الطاقة الحركية للشحنة المتحركة لأن $\Delta K + \Delta U = 0$.

ارسم تعيّن موقع الشحنة الثابتة عند $X = 0$. كما هو موضح في الشكل 3.21. تبدأ الشحنة المتحركة عند $x = d_i$، وتتحرك بسرعة ابتدائية $v = v_0$. وتصل إلى وضع السكون عند $x = d_f$.

ابحث تكتسب الشحنة المتحركة طاقة وضع كهربائية عندما تقترب من الشحنة الثابتة وتفقد طاقة حركية حتى تتوقف. عند تلك النقطة، تكون الطاقة الحركية الأصلية للشحنة المتحركة قد تحولت بأكملها إلى طاقة وضع كهربائية. باستخدام قانون حفظ الطاقة، يمكننا كتابة هذه العلاقة في صورة

$$\Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U \Rightarrow$$

$$0 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 = -q_{\text{moving}}\Delta V \Rightarrow$$

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = q_{\text{moving}}\Delta V \quad \text{(i)}$$

يكون الجهد الكهربائي الذي تعرضت له الشحنة المتحركة ناتجًا عن الشحنة الثابتة. لذا يمكننا كتابة التغير في الجهد في صورة

$$\Delta V = V_f - V_i = k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_f} - k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_i} = kq_{\text{fixed}}\left(\frac{1}{d_f} - \frac{1}{d_i}\right) \quad \text{(ii)}$$

بسّط بالتعويض بتعبير فرق الجهد من المعادلة (ii) في المعادلة (i). نحصل على

$$\tfrac{1}{2}mv_0^2 = q_{\text{moving}}\Delta V = kq_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}\left(\frac{1}{d_f} - \frac{1}{d_i}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d_f} - \frac{1}{d_i} = \frac{mv_0^2}{2kq_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{d_f} = \frac{1}{d_i} + \frac{mv_0^2}{2kq_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}}$$

احسب بالتعويض بالقيم العددية، نحصل على

$$\frac{1}{d_f} = \frac{1}{0.0420\ \text{m}} + \frac{(0.00600\ \text{kg})(66.0\ \text{m/s})^2}{2\left(8.99\times10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)\left(3.00\times10^{-6}\text{C}\right)\left(4.50\times10^{-6}\text{C}\right)} = 131.485$$

أو

$$d_f = 0.00760545\ \text{m}$$

قرّب نقرّب النتيجة إلى ثلاثة أرقام معنوية:

$$d_f = 0.00761\ \text{m} = 0.761\ \text{cm}$$

تحقّق ثانية المسافة النهائية 0.761 cm أقل من المسافة الابتدائية 4.20 cm. عند المسافة النهائية، تبلغ طاقة الوضع الكهربائية للشحنة المتحركة

$$U = q_{\text{moving}}V = q_{\text{moving}}\left(k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_f}\right) = k\frac{q_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}}{d_f}$$

$$= \left(8.99\times10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)\frac{\left(3.00\times10^{-6}\ \text{C}\right)\left(4.50\times10^{-6}\ \text{C}\right)}{0.00761\ \text{m}} = 16.0\ \text{J}$$

تبلغ طاقة الوضع الكهربائية عند المسافة الابتدائية

$$U = q_{\text{moving}}V = q_{\text{moving}}\left(k\frac{q_{\text{fixed}}}{d_i}\right) = k\frac{q_{\text{moving}}q_{\text{fixed}}}{d_i}$$

$$= \left(8.99\times10^9\ \text{N m}^2/\text{C}^2\right)\frac{\left(3.00\times10^{-6}\ \text{C}\right)\left(4.50\times10^{-6}\ \text{C}\right)}{(0.0420\ \text{m})} = 2.9\ \text{J}$$

تبلغ الطاقة الحركية الابتدائية

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{(0.00600\ \text{kg})(66.0\ \text{m/s})^2}{2} = 13.1\ \text{J}$$

https://t.me/h11Ad36

3.5 إيجاد المجال الكهربائي من الجهد الكهربائي
Finding the Electric Field from the Electric Potential

كما ذكرنا سابقًا، يمكننا تحديد المجال الكهربائي بداية من الجهد الكهربائي. تستخدم هذه العملية الحسابية المعادلتين 3.8 و3.10:

$$-qdV = q\vec{E} \bullet d\vec{s}$$

حيث $d\vec{s}$ متجه من نقطة ابتدائية إلى نقطة نهاية تقع على بُعد مسافة قصيرة (متناهية الصغر). يتم تحديد مركبّة المجال الكهربائي، E_s، على طول اتجاه $d\vec{s}$ من المشتقة الجزئية

(3.14)
$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

ومن ثَم، يمكننا إيجاد أي مركبة للمجال الكهربائي عن طريق حساب المشتقة الجزئية للجهد بطول اتجاه هذه المركّبة. ثم يمكننا كتابة مُركّبتي المجال الكهربائي بدلالة المشتقات الجزئية للجهد:

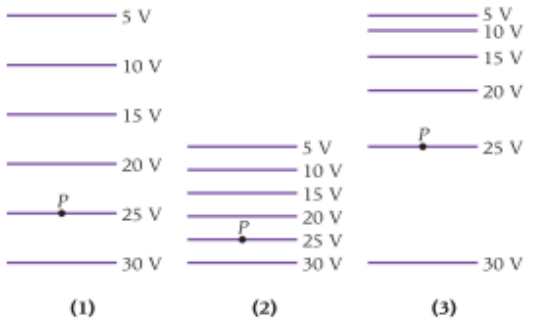
(3.15)
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

صيغة حساب المتجه المكافئ هي $\vec{E} = -\vec{\nabla}V \equiv -(\partial V/\partial x, \partial V/\partial y, \partial V/\partial z)$. حيث يسمى العامل $\vec{\nabla}$ **التدرج**. ومن ثَم، يمكن تحديد المجال الكهربائي بيانيا، من خلال قياس سالب تغير الجهد لكل وحدة مسافة عمودية على خط تساوي الجهد، أو تحليليا، باستخدام المعادلة 3.15.

لتعزيز مفاهيم المجالات الكهربائية والجهد بصرياً، يوضح المثال التالي كيفية استخدام الطريقة البيانية لإيجاد المجال بمعلومية الجُهد.

مراجعة المفاهيم 3.8

في الشكل الموضح، تمثل الخطوط خطوطًا متساوية الجهد. قارن بين مقدار المجال الكهربائي، E، عند النقطة P في الحالات الثلاث.



a) $E_1 = E_2 = E_3$
b) $E_1 > E_2 > E_3$
c) $E_1 < E_2 < E_3$
d) $E_3 > E_1 > E_2$
e) $E_3 < E_1 < E_2$

2.1 تعريف المجال الكهربائي
Definition of an Electric Field

في الوحدة 1، ناقشنا القوة بين شحنتين نقطيتين أو أكثر. فعند إيجاد محصلة القوى التي تبذلها شحنات أخرى على شحنة معينة عند نقطة ما في الفراغ، نحصل على اتجاهات مختلفة لهذه القوى.

إن التعامل مع حالة كهذه يستلزم مفهوم **المجال**، الذي يمكن استخدامه لوصف قوى معينة. يُعرف **المجال الكهربائي**، $E(r)$، عند أي نقطة في الفراغ موقعها $\vec{r}$ بأنه محصلة القوة الكهربائية المؤثرة في شحنة مقسومة على مقدار هذه الشحنة:

(2.1)
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}(\vec{r})}{q}$$

إن وحدات المجال الكهربائي هي النيوتن لكل كولوم (N/C). ويلغي هذا التعريف البسيط الاعتماد المعقد للقوة الكهربائية على الشحنة المعينة التي يتم استخدامها لقياس القوة. حيث يمكننا إيجاد محصلة القوى المؤثرة في أي شحنة بسهولة باستخدام المعادلة $\vec{F}(\vec{r}) = q\vec{E}(\vec{r})$ التي ما هي إلا تغيير بسيط في ترتيب المعادلة 2.1.

تكون القوة الكهربائية المؤثرة في شحنة عند نقطة معينة باتجاه (أو بعيدا عن الشحنة، حسب إشارة الشحنة) شدة المجال الكهربائي عند هذه النقطة ويتناسب طرديًا مع مقدار الشحنة. ونحصل على مقدار القوة من خلال المعادلة $F = |q|E$. حيث يكون اتجاه القوة المؤثرة في شحنة موجبة في اتجاه $\vec{E}(\vec{r})$؛ ويكون اتجاه القوة المؤثرة في شحنة سالبة في الاتجاه المعاكس لـ $\vec{E}(\vec{r})$.

في حالة وجود مصادر متعددة للمجالات الكهربائية في الوقت نفسه، مثل الشحنات النقطية المتعددة، يتم إيجاد المجال الكهربائي عند أي نقطة محددة من خلال تراكب المجالات الكهربائية الناتجة من كل المصادر. وهذا التراكب ينشأ مباشرة عن تراكب القوى الذي مهّدنا له في دراستنا للميكانيكا وناقشناه في الوحدة 1 التي تتناول القوى الكهروستاتيكية. نعبّر عن **مبدأ التراكب** للمجال الكهربائي

https://t.me/h11Ad36

4.1 السعة الكهربائية Capacitance

الشكل 4.2 بعض الأنواع التمثيلية من المكثفات.

يوضّح الشكل 4.2 أن المكثفات لها مجموعة متنوعة من الأحجام والأشكال. بشكل عام، يتكون **المكثف** من موصّلين منفصلين يُسميان عادة *اللوحين*، حتى إذا لم يكونا مستويَين بسيطين. إذا قمنا بتفكيك واحد من تلك المكثفات، فيمكننا أن نجد لوحين من رقائق فلزية مفصولين بطبقة عازلة من المايلار، كما هو موضّح في الشكل 4.3. يمكن طي الطبقات المتراكمة من لوحين على هيئة صفيحتين معدنيتين رقيقتين الرقائق الفلزية والمايلار مع طبقة عازلة أخرى لتكوين تركيب لا يشبه الموصّلات المتوازية، كما هو موضّح في الشكل 4.4. ينتج مكثفات لها بعض البنيات المادية الموضّحة في الشكل 4.2. وتلعب الطبقة العازلة بين الرقاقتين الفلزيتين دورًا مهمًا في خصائص المكثف.

لدراسة خواص المكثفات، سنفترض شكلًا هندسيًا ملائمًا ثم نعمم النتائج. يوضّح الشكل 4.5 **مكثفًا متوازي اللوحين**، وهو يتكون من لوحين موصلين متوازيين، لكل منهما المساحة A، ومفصولين بمسافة d. ويُفترض وجودهما في الفراغ. يتم شحن المكثف بوضع شحنة $+q$ على أحد اللوحين وشحنة $-q$ على اللوح الآخر. (ليس من الضروري وضع شحنتين متضادتين تمامًا على لوحي المكثف ليتم شحنه؛ فأي اختلاف في الشحنة سيكون كافيًا. لكن، ولأغراض عملية، ينبغي أن يظل الجهاز ككل متعادلًا. ويتطلب هذا شحنات بمقدار متساوٍ وإشارات متضادة على اللوحين). ولأن اللوحين موصّلان، فإنها تكون عبارة عن أسطح متساوية الجهد؛ ومن ثمّ، ستوزع الإلكترونات الواقعة على الألواح نفسها بشكل منتظم على الأسطح.

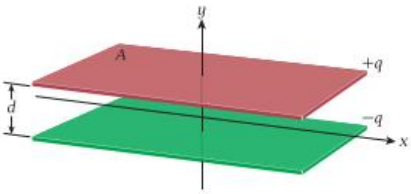
الشكل 4.3 طبقتان من الرقاقات الفلزية تمّ الفصل بينهما بطبقة عازلة.

لنقم بتطبيق النتائج التي حصلنا عليها في الوحدة 3 لتحديد الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي للمكثف متوازي اللوحين. (مبدئيًا، يمكننا القيام بحساب الجهد الكهربائي والمجال الكهربائي للتوزيعات المستمرة للشحنات. غير أنه لهذا الترتيب الفيزيائي سنحتاج إلى استخدام كمبيوتر لتقديم الحل). لنضع نقطة الأصل للنظام الإحداثي في المنتصف بين اللوحين، على أن يكون المحور x موازيًا للوحين. يوضّح الشكل 4.6 تمثيلًا ثلاثي الأبعاد للجهد الكهربائي، $V(x,y)$، في المستوى xy، مشابهًا للنماذج الواردة في الوحدة 3.

الشكل 4.4 يمكن لف الرقاقات الفلزية وطبقة المايلار الموضّحة في الشكل 4.3 بطبقة عازلة لإنتاج مكثف ذي شكل هندسي مدمج.

للجهد الموضّح في الشكل 4.6 هبوط شديد الانحدار (وخطي تقريبًا) بين اللوحين وهبوط أكثر تدرجًا خارج اللوحين. يعني هذا أنه يمكن توقع أن يكون المجال الكهربائي أقوى بين اللوحين وأضعف خارجهما. يمثّل الشكل 4.7a تمثيلًا كنتوريا للجهد الكهربائي الموضّح في الشكل 4.6 للوحين المتوازيين. قيم الجهد السالبة مظللة باللون الأخضر، والموجبة باللون الوردي. تتضح الخطوط متساوية الجهد، وهي عبارة عن الخطوط التي تتقاطع عندها الأسطح متساوية الجهد ثلاثية الأبعاد مع المستوى xy، والموضّحة في الشكل 4.6 في هذا التمثيل أيضًا في صورة تمثيلات للوحين. لاحظ أن خطوط تساوي الجهد الواقعة بين اللوحين موازية لبعضها وتقع على مسافات متساوية.

في الشكل 4.7b، أُضيفت خطوط المجال الكهربائي إلى التمثيل الكنتوري. يتحدد المجال الكهربائي باستخدام $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$ الواردة في الوحدة 3. بعيدًا عن اللوحين، يبدو المجال الكهربائي مشابهًا جدًا للمجال الذي يولده ثنائي قطب يتكون من شحنات ذات نقطتين. ويسهل رؤية أن خطوط المجال الكهربائي متعامدة على خطوط الجهد الكنتورية (التي تمثّل الأسطح متساوية الجهد!) في كل مكان في الحيز.

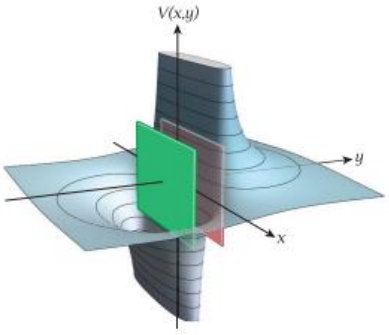


الشكل 4.5 مكثف متوازي اللوحين يتكون من لوحين موصّلين، لكل منهما مساحة A، وتمّ الفصل بينهما بمسافة d.

لكن خطوط المجال الكهربائي الموضّح في الشكل 4.7b لا توفر معلومات مناسبة عن مقدار المجال الكهربائي. يوضّح تمثيل آخر للمجال الكهربائي، في الشكل 4.7c، متجهات المجال الكهربائي في صورة نقاط شبكة على مسافات منتظمة في المستوى xy. (لقد تمّ إزالة التظليل الكنتوري للجهد لتقليل التشويش البصري). في هذا التمثيل، تتناسب شدة المجال عند أي نقطة من الشبكة مع حجم السهم عند تلك النقطة. يمكنك أن ترى بوضوح أن المجال الكهربائي بين اللوحين عمودي على اللوحين وأكبر في المقدار من المجال خارج اللوحين. يُسمى المجال الموجود في الحيز خارج اللوحين *المجال عند الاطراف*. إذا تمّ تحريك اللوحين بحيث يقتربان من بعضهما، فسيظل المجال الكهربائي بين اللوحين كما هو، بينما ينخفض المجال عند الاطراف.

يتناسب فرق الجهد ΔV، بين لوحي المكثف طرديًا مع كمية الشحنة على اللوحين. وثابت التناسب هو **السعة**، C، للجهاز المعرّفة بالمعادلة التالية

$$C = \left|\frac{q}{\Delta V}\right| \tag{4.1}$$



الشكل 4.6 الجهد الكهربائي في المستوى xy للوحين متوازيين تمّ شحنهما عكسيًا (متراكبين) في الشكل 4.5.

تعتمد سعة جهاز ما على مساحة اللوحين والمسافة بينهما وليس على الشحنة أو فرق الجهد. (سيوضّح ذلك لهذا الشكل الهندسي والأشكال الهندسية الأخرى في الأقسام التالية). ووفقًا للتعريف، تكون السعة عددًا موجبًا. وهي تحدد كمية الشحنة اللازمة لتحقيق فرق جهد محدد بين اللوحين. وكلما كانت السعة كبيرة، زادت الشحنة اللازمة لتحقيق فرق جهد محدد. (لاحظ أنه من الشائع استخدام V، وليس ΔV، لتمثيل فرق الجهد. تأكد من فهم حالات استخدام V للجهد وحالات استخدامها لفرق الجهد).

يمكن إعادة كتابة المعادلة 4.1، تعريف السعة، بهذه الصيغة شائعة الاستخدام:

$$q = C\Delta V$$

تشير المعادلة 4.1 إلى أن وحدات السعة هي وحدات الشحنة مقسومة على وحدات الجهد، أو كولوم لكل فولت. تمّ تخصيص وحدة جديدة للسعة تحمل اسم عالم الفيزياء البريطاني مايكل فاراداي (1791–1867). تُسمى هذه الوحدة **فاراد** (F):

$$1\ \text{F} = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{V}} \tag{4.2}$$

ويمثّل الفاراد الواحد سعة كبيرة جدًا. عادة، تكون للمكثفات سعة في المدى من $1\ \mu\text{F} = 1\times10^{-6}\ \text{F}$ إلى $1\ \text{pF} = 1\times10^{-12}\ \text{F}$.

باستخدام تعريف الفاراد، يمكننا كتابة مقدار السماحية الكهربائية للفراغ، ε_0 (الواردة في الوحدة 1)، بالصورة $8.85\times10^{-12}\ \text{F/m}$.