الإمارات العربية المتحدة
وزارة التربية والتعليم

2023-2024

الرياضيات

نسخة الإمارات العربية المتحدة

الصف
9
تطبيقي

Mc Graw Hill

McGraw-Hill Education

الرياضيات

نسخة الإمارات العربية المتحدة

المسار التطبيقي

McGraw-Hill Education United Arab Emirates Edition Grade 09 Applied Math Vol.1

FM. Front Matter, from Integrated Math I © 2012

1. Expressions, Equations, and Functions, from Integrated Math I Chapter 1, Lessons 1-2, 4 © 2012

2. Linear Equations, from Integrated Math I Chapter 2 © 2012

3. Linear Functions, from Integrated Math I Chapter 3 © 2012

4. Equations of Linear Functions, from Integrated Math I Chapter 4, Lessons 1-4 © 2012

EM. End Matter/Glossary, from Integrated Math I © 2012

صورة الغلاف: Creative Mood/Shutterstock

mheducation.com/prek-12

جميع الحقوق محفوظة © للعام 2020 لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة. لا يجوز إعادة إنتاج أي جزء من هذا المنشور أو توزيعه في أي صورة أو بأي وسيلة كانت أو تخزينه في قاعدة بيانات أو نظام استرداد من دون موافقة خطية مسبقة من McGraw-Hill Education. بما في ذلك، على سبيل المثال لا الحصر، التخزين على الشبكة أو الإرسال عبرها أو البث لأغراض التعليم عن بُعد.

الحقوق الحصرية للتصنيع والتصدير عائدة لمؤسسة McGraw-Hill Education. لا يمكن إعادة تصدير هذا الكتاب من البلد الذي باعته له McGraw-Hill Education. هذه النسخة الإقليمية غير متاحة خارج أوروبا والشرق الأوسط وإفريقيا.

طُبع في دولة الإمارات العربية المتحدة.

رقم النشر الدولي، 978-1-44-709370-1 (نسخة الطالب)
MHID. 1-44-709370-4 (نسخة الطالب)

1 2 3 4 5 6 7 8 9 XXX 22 21 20 19 18 17

النسخة الإلكترونية

رقم النشر الدولي، 978-1-44-700278-9 (نسخة الطالب)
MHID. 1-44-700278-4 (نسخة الطالب)
رقم النشر الدولي، 978-1-44-700279-6 (نسخة المعلم)
MHID. 1-44-700279-2 (نسخة المعلم)

ملخص المحتويات

الوحدة 1 التعابير الجبرية

الوحدة 2 المعادلات الخطية

الوحدة 3 الدوال الخطية

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

الوحدة 5 المتباينات الخطية

الوحدة 6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الوحدة 7 التعابير والمعادلات التربيعية

الوحدة 8 الأسس والتعابير الجذرية

الوحدة 9 المنطق والبرهان الرياضي

كتيب الطالب

يتم تعريف المحتوى على تطبيق التعلم الذكي

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

المؤلفون

يضمن المؤلفون الرئيسون أن برامج الرياضيات الصادرة من شركة McGraw-Hill Education مخططة بشكل رأسي حقيقي.
ويتم ذلك بوضعهم الهدف النهائي، وهو نجاح كل طالب في هذه المادة، في كل خطوات التأليف منذ البدء.
كما تجدر الإشارة إلى أن تصميم هذا البرنامج يستخدم طريقة التخطيط العكسي مما يجعل كل برامجنا للرياضيات واضحة ومحددة من حيث نطاقها وتسلسلها.

المؤلفون الرئيسون

دكتور جون إيه كارتر
المدير
مدرسة أدلاي إي ستيفنسون الثانوية
ليندولنشاير، إلينوي

مجالات الخبرة: استخدام التكنولوجيا والوسائل التعليمية اليدوية لتصوير المفاهيم. تحقيق فهم الرياضيات لدى المتعلمين باللغة الإنجليزية

جلبرت ج. كوفاس، حاصل على درجة الدكتوراه
أستاذ في تعليم الرياضيات
جامعة ولاية تكساس – سان ماركوس
سان ماركوس، تكساس

مجالات الخبرة: تطبيق المفاهيم والمهارات في سياقات رياضية ثرية. عمليات التمثيل الرياضية

روجر داي، حاصل على درجة الدكتوراه وشهادة المجلس الوطني
رئيس قسم الرياضيات
مدرسة بونتياك تاون شيب الثانوية
بونتياك، إلينوي

مجالات الخبرة: فهم الإحصاء والاحتمالات وتطبيقهما. تعليم معلمي الرياضيات

كارول مالوي، حاصلة على درجة الدكتوراه
أستاذ مساعد
جامعة نورث كارولينا في شابيل هيل
شابيل هيل، نورث كارولينا

مجالات الخبرة: عمليات التمثيل والتفكير النقدي. رعاية نجاح الطلاب في الجبر 1

مؤلفو البرنامج

روث كاسي
مستشار رياضيات
مساعدة معلم إقليمية
جامعة كنتاكي
ليكسينغتون، كنتاكي

مجالات الخبرة: تقنية التمثيل البياني والرياضيات

جيري كومينز
مستشار رياضيات
الرئيس السابق للمجلس الوطني لمشرفي الرياضيات
وينترن سبرينغ، إلينوي

مجالات الخبرة: تقنية التمثيل البياني والرياضيات

د. بيرتشي هوليداي، حاصلة على درجة الدكتوراه
مستشار قومي للرياضيات
سيلفر سبرينغ، ماريلاند

مجالات الخبرة: استخدام الرياضيات لصياغة بيانات الحياة اليومية وفهمها. أثر التمثيلات البيانية على فهم الرياضيات

بياتريس مور لوتشين
مستشار رياضيات
هيوستن، تكساس

مجالات الخبرة: المعرفة بالرياضيات. التعاون مع متعلمي اللغة الإنجليزية

مؤلف مشارك

دينا زايك المحتويات
مستشار تعليمي
مؤسسة Dinah-Might Activities, Inc.
سان أنطونيو، تكساس

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 1 التعابير الجبرية

الاستعداد للوحدة 1 3

1-1 **المتغيرات والتعابير** 5

1-2 **ترتيب العمليات** 10

1-3 **خاصية التوزيع** 16

■ **اختبار الوحدة** 23

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 24

■ **تدريب على الاختبار** 27

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 28

■ **تدريب على الاختبار المعياري** 30

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 2 المعادلات الخطية

الاستعداد للوحدة 2 33

2-1 **كتابة المعادلات** 35

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات 41

2-2 **حل معادلات الخطوة الواحدة** 43

الاستكشاف: مختبر الجبر حل المعادلات متعددة الخطوات 50

2-3 **حل معادلات متعددة الخطوات** 51

2-4 **حل معادلات تتضمن متغير في كل طرف** 57

2-5 **حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة** 63

■ **اختبار منتصف الوحدة** 70

2-6 **النسب والتناسب** 71

التوسّع: مختبر ورق الجدولة التمثيل الوصفي 78

2-7 **النسبة المئوية للتغيير** 79

التوسّع: مختبر الجبر الترتيب المئوي 85

2-8 **المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي** 86

2-9 **المتوسط الحسابي المرجح** 92

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 99

■ **تدريب على الاختبار** 105

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 106

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدتان 1 الى 2** 108

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 3 110

الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل التمثيلات البيانية الخطية 113

3-1 **تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا** 115

3-2 **حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني** 123

التوسّع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية تمثيل الدوال الخطية بيانيًا 129

الاستكشاف: مختبر الجبر معدل تغير الدالة الخطية 131

3-3 **معدل التغير والميل** 132

■ **اختبار منتصف الوحدة** 141

3-4 **التغير الطردي** 142

3-5 **المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية** 149

التوسّع: مختبر الجبر الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي 156

3-6 **العلاقات التناسبية وغير التناسبية** 157

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 163

■ **تدريب على الاختبار** 167

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 168

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 3** 170

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 4 معادلات الدوال الخطية

الاستعداد للوحدة 4 173

الاستكشاف: مختبر تقنية التمثيلات البيانية استقصاء صيغة الميل والمقطع 175

4-1 **تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والمقطع** 176

التوسّع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية مجموعة التمثيلات البيانية الخطية 184

4-2 **كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع** 186

4-3 **كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل** 193

4-4 **المستقيمات المتوازية والمتعامدة** 199

■ **اختبار منتصف الوحدة** 206

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة** 208

■ **تدريب على الاختبار** 210

■ **التحضير للاختبارات المعيارية** 211

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 4** 214

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

5 المتباينات الخطية

الاستعداد للوحدة 5

5-1 **حل المتباينات متعددة الخطوات**

■ **اختبار منتصف الوحدة**

الإستكشاف: مختبر الجبر قراءة العبارات المركبة

5-2 **حل المتباينات المركبة**

5-3 **المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة**

5-4 **التمثيل البياني لمتباينات ذوات متغيرين**

التوسع: مختبر الهندسة نظرية التمثيل البياني

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة**

■ **تدريب على الاختبار**

■ **التحضير للاختبارات المعيارية**

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 5**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6 أنظمة المعادلات والمتباينات الخطية

الاستعداد للوحدة 6

6-1 **تمثيل أنظمة المعادلات بيانيًا**

التوسّع: مختبر تقنية التمثيلات البيانية أنظمة المعادلات

6-2 **التعويض**

6-3 **الحذف باستخدام الجمع والطرح**

6-4 **الحذف باستخدام الضرب**

■ **اختبار منتصف الوحدة**

6-5 **تطبيق أنظمة المعادلات الخطية**

التوسّع: مختبر الجبر استخدام المصفوفات في حل أنظمة المعادلات

6-6 **أنظمة المتباينات**

التوسّع: مختبر تقنية التمثيل البياني أنظمة المتباينات

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة**

■ **تدريب على الاختبار**

■ **التحضير للاختبارات المعيارية**

■ **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 6**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

7 التعابير والمعادلات التربيعية

الاستعداد للوحدة 7

الاستكشاف: مختبر الجبر جمع وطرح كثيرات الحدود

7-1 **جمع كثيرات الحدود وطرحها**

7-2 **ضرب كثيرة حدود في أحادية الحد**

الاستكشاف: مختبر الجبر ضرب كثيرات الحدود

7-3 **ضرب كثيرات الحدود**

7-4 **نواتج الضرب الخاصة**

■ **اختبار منتصف الوحدة**

الاستكشاف: مختبر الجبر التحليل الى العوامل الأولية باستخدام خاصية التوزيع

7-5 **استخدام خاصية التوزيع**

الاستكشاف: مختبر الجبر تحليل ثلاثية الحدود للعوامل الأولية

7-6 **حل** $x^2+bx+c=0$

7-7 **حل** $ax^2+bx+c=0$

7-8 **الفرق بين مربعين**

7-9 **المربعات الكاملة**

التقويم

■ **دليل الدراسة والمراجعة**

■ **تدريب على الاختبار**

■ **التحضير للاختبارات المعيارية**

■ **تدريب على الاختبار المعياري**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 8 الأسس والتعابير الجذرية

الاستعداد للوحدة 8

8-1 خواص ضرب الأسس

8-2 خواص قسمة الأسس

8-3 الأسس النسبية

8-4 الترميز العلمي

■ اختبار منتصف الوحدة

8-5 تبسيط التعابير الجذرية

📖 **التوسّع: مختبر الجبر** الأعداد النسبية وغير النسبية

8-6 العمليات على التعابير الجذرية

التقويم

■ دليل الدراسة والمراجعة

■ تدريب على الاختبار

■ التحضير للاختبارات المعيارية

■ تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات 1 الى 8

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

9 المنطق والبرهان الرياضي

الاستعداد للوحدة 9

الاستكشاف: مختبر الهندسة الشروط الضرورية والكافية

9-1 **التبرير الاستقرائي والتخمين**

9-2 **المنطق**

9-3 **العبارات الشرطية**

9-4 **إثبات العلاقات بين الزوايا**

تقويم

- **دليل الدراسة والمراجعة**
- **تدريب على الاختبار**
- **التحضير للاختبارات المعيارية**
- **تدريب على الاختبار المعياري، الوحدات من 1 إلى 9**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 1

التعابير الجبرية

السابق

لقد تعلمت كيف تقوم بعمليات على الأعداد الكاملة.

الحالي

بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:

- كتابة التعابير الجبرية.
- استخدام ترتيب العمليات.
- حل المعادلات.
- تمثيل العلاقات والدوال وتفسيرها.
- استخدام تسمية الدالة.
- تفسير التمثيلات البيانية للدوال.

لماذا؟ ▲

الغطس بجهاز تنفس يقوم محل لتأجير أجهزة تنفس الغطس بتأجير خزانات الهواء وبدل الغطس. يمكن كتابة تعبير جبري لتمثيل التكلفة الإجمالية لاستئجار هذه المعدات. يمكن تقييم هذا التعبير لتحديد التكلفة الإجمالية المطلوبة من مجموعة من الأشخاص لاستئجار المعدات.

حقوق الطبع والتأليف © يمتلك لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education
Chapter Journal from Expressions, Equations, and Functions from Integrated Math I Chapter 1 © 2012

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.

1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن التمرين السريع أدناه. ارجع إلى القسم "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

تمرين سريع

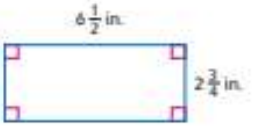
اكتب كل كسر في أبسط صورة. إذا كان الكسر في أبسط صورة بالفعل، فاكتب أبسط صورة.

1. $\frac{24}{36}$
2. $\frac{34}{85}$
3. $\frac{36}{12}$
4. $\frac{27}{45}$
5. $\frac{11}{18}$
6. $\frac{5}{65}$
7. $\frac{19}{1}$
8. $\frac{16}{44}$
9. $\frac{64}{88}$

10. **المثلجات** قال أربعة وخمسون عميلاً من بين 180 عميلاً إن نكهة قطع الكوكيز في المثلجات هي نكهتهم المفضلة. ما الكسر الذي يمثل هؤلاء العملاء؟

جد محيط كل شكل مما يلي.

11.

12. 

13. **بناء سور** يحتاج جاسر إلى بناء سور حول حديقة. أبعاد الحديقة هي 6 m في 4 m. فما طول السياج الذي يحتاج جاسر إلى شرائه؟

جد قيمة كل مما يلي.

14. $6 \times \frac{2}{3}$
15. 4.2×8.1
16. $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4}$
17. $5.13 \div 2.7$
18. $3\frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$
19. 2.8×0.2

20. **الإنشاءات** يجب قطع لوح بقياس 7.2 ft إلى ثلاث قطع متساوية. جد طول كل قطعة.

مراجعة سريعة

مثال 1

اكتب $\frac{24}{40}$ في أبسط صورة.

جد العامل المشترك الأكبر للعددين 24 و 40.

عوامل العدد 24 هي: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
عوامل العدد 40 هي: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

العامل المشترك الأكبر للعددين 24 و 40 هو 8.

$\frac{24 \div 8}{40 \div 8} = \frac{3}{5}$ اقسم البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر، وهو 8

مثال 2

جد المحيط.

$P = 2\ell + 2w$

$= 2(12.8) + 2(5.3)$ $\ell = 12.8$ و $w = 5.3$

$= 25.6 + 10.6 = 36.2$ بسّط

المحيط 36.2 قدماً.

مثال 3

جد $2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2}$

$2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{2} = \frac{9}{4} \div \frac{3}{2}$ اكتب الأعداد الكسرية في صورة كسور معتلة

$= \frac{9}{4}\left(\frac{2}{3}\right)$ اضرب في المعكوس الضربي

$= \frac{18}{12} = 1\frac{1}{2}$ بسّط

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

البدء في هذه الوحدة

سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات. حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.

مطويات خريطة المفاهيم

التعابير والمعادلات والدوال اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك المتعلقة بهذه الوحدة حول التعابير والمعادلات والدوال. ابدأ بخمس ورقات فارغة.

1 **اطوِ** الورقات إلى نصفين بالعرض. ثم اقطع بطول الثنية.

2 **دبّس** أنصاف الأوراق العشرة معًا لعمل كتيب.

3 **اقطع** تسعة سنتيمترات من أسفل الورقة العلوية وثمانية سنتيمترات من الورقة الثانية وهكذا.

4 **اكتب** على تبويب كل مطوية رقم درس. واجعل المطوية التاسعة للخصائص والمطوية الأخيرة للمفردات.

مفردات جديدة

تعبير جبري algebraic expression

متغير variable

حد term

القوة الأسية power

معامل coefficient

معادلة equation

حل solution

محايد identity

علاقة relation

مجال domain

مدى range

متغير مستقل independent variable

متغير تابع dependent variable

دالة function

مقطع intercept

خط التماثل line symmetry

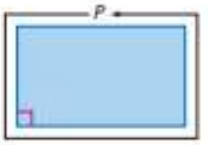
السلوك الطرفي end behavior

مراجعة المفردات

المعكوس الجمعي (additive inverse) العدد ومعكوسه

المعكوس الضربي (multiplicative inverse) عددان ناتج ضربهما يساوي 1

المحيط (perimeter) المسافة حول شكل هندسي



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1-1 المتغيرات والتعابير

السابق	الحالي	لماذا؟
• أجريت عمليات على الأعداد الصحيحة.	1 كتابة التعابير اللفظية للتعابير الجبرية. 2 كتابة التعابير الجبرية للتعابير اللفظية.	• حضرت نهى وصديقاتها مباراة لكرة البيسبول. كان الأستاذ يقدم عرضًا ترويجيًا وكان سعر الشطيرة AED 10 . افترض أن d تمثل عدد الشطائر التي أكلتها نهى وصديقاتها. إذًا $10d$ تمثل تكلفة الشطائر التي أكلنها.

مفردات جديدة

التعبير الجبري algebraic expression
المتغير variable
الحد term
العامل factor
ناتج الضرب product
القوة الأسيّة power
الأس exponent
الأساس base

ممارسات رياضية

استخدام نماذج الرياضيات.

1 كتابة التعابير اللفظية

يتألف **التعبير الجبري** من مجموع أو فرق و/أو نواتج ضرب وقسمة الأعداد والمتغيرات. في التعبير الجبري $0.10d$، الحرف d يُسمى متغيرًا. في الجبر، تُعتبر **المتغيرات** رموزًا تُستخدم لتمثيل أعداد أو قيم غير محددة. يمكن استخدام أي حرف كمتغير.

$$10d \qquad 2x + 4 \qquad 3 + \frac{z}{6} \qquad p \times q \qquad 4cd \div 3mn$$

قد يكون **حد** التعبير عددًا أو متغيرًا أو ناتج ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات. مثال، $10d$ و $2x$ و 4 كل منهم يمثل حدًا.

$2x + 4$

الحد الذي يحتوي على x أو حروف أخرى يشار إليه أحيانًا باسم حد المتغير.

الحد الذي لا يحتوي على متغير يُسمى حد ثابت.

في تعبير الضرب، الكميات التي يتم ضربها هي **العوامل**، والنتيجة هي **ناتج الضرب**. غالبًا ما تُستخدم نقطة مرفوعة أو مجموعة أقواس للإشارة إلى ناتج ضرب. فيما يلي عدة طرق لتمثيل ناتج ضرب x و y.

$$xy \qquad x \times y \qquad x(y) \qquad (x)y \qquad (x)(y)$$

تعبير مثل x^n يُسمى **القوة النونية**. يمكن أن تشير كلمة *القوة* أيضًا إلى الأس. **الأس** هو عدد مرات استخدام الأساس في صورة عامل. في تعبير صيغته x^n، **الأساس** هو x. التعبير x^n يُقرأ "x مرفوعًا إلى القوة n." عندما لا يظهر أس، يُفهم على أنه 1. على سبيل المثال، $a = a^1$.

x^n
الأساس
الأس

مثال 1 كتابة التعابير اللفظية

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.

a. $3x^4$

العدد 3 مضروبًا في x مرفوعًا إلى الأس 4

b. $5z^2 + 16$

العدد 5 مضروبًا في مربع z مضافًا له 16

تمرين موجّه

1A. $16u^2 - 3$

1B. $\frac{1}{2}a + \frac{6b}{7}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

التمثيل عند كتابة تعبير لتمثيل موقف، ابدأ بتحديد الكميات المهمة وعلاقاتها.

2 كتابة التعابير الجبرية

المهارة المهمة الأخرى هي تحويل التعابير اللفظية إلى تعابير جبرية.

مفهوم أساسي تحويل التعابير اللفظية إلى جبرية

العملية	العبارات اللفظية
الجمع	أكبر بمقدار، مجموع، زائد، زيادة بمقدار، مضافًا إلى
الطرح	أصغر بمقدار، بالطرح من، الفارق، يقل بمقدار، ناقص
الضرب	ناتج ضرب، بالضرب في، ضعف، أضعاف، مثل، وأمثال
القسمة	ناتج قسمة، بالقسمة على، مقسومًا على

مثال 2 كتابة التعابير الجبرية

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.

a. زيادة على العدد t بمقدار 6

تشير كلمة *زيادة على* إلى الجمع.
لهذا، فالتعبير الجبري هو $t + 6$ أو $6 + t$

b. ناتج ضرب العدد f في العدد 7 مطروحًا منه 10

مطروحًا تشير إلى الطرح ويشير *ناتج الضرب* إلى عملية الضرب.
إذًا، فالتعبير يُكتب $7f - 10$

c. الثلثان من الحجم v

تشير كلمة «من» مع كسر إلى أنك ينبغي أن تضرب.
يمكن أن يُكتب التعبير في صورة $\frac{2}{3}v$ أو $\frac{2v}{3}$

تمرين موجّه

2A. ناتج ضرب p في 6

2B. الثلث من مساحة a

مهن في حياتنا

التسويق الرياضي يعمل مسوقو الرياضة على الترويج للاعبين والفرق والمنشآت والأعمال والمؤسسات المرتبطة بالرياضة وإدارة شؤونهم. يتحصل الحصول على درجة البكالوريوس في إدارة الرياضة أو إدارة الأعمال كحد أدنى.

يمكن أن تمثل المتغيرات كميات معروفة وكميات مجهولة. وكذلك تُستخدم في الصيغ والتعابير والمعادلات.

مثال 3 من الحياة اليومية كتابة تعبير

التسويق الرياضي يطلب السيد راشد شراء 250 سلسلة مفاتيح مطبوعًا عليها شعار فريقه الرياضي و 500 قلم مطبوعًا عليها عنوان موقعهم الإلكتروني. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل تكلفة الشراء.

افترض أن k هي تكلفة كل سلسلة مفاتيح و p هي تكلفة كل قلم. إذًا، تكلفة سلاسل المفاتيح تبلغ 250k وتكلفة الأقلام تبلغ $500p$. تمثل تكلفة الشراء من خلال $250k + 500p$

تمرين موجّه

3. المقهى تقدّر ليلى أن $\frac{1}{8}$ من الناس (ثمن الناس) الذين يطلبون مشروبات يطلبون أيضًا حلويات. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل هذا الموقف.

محتوى الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

1. $2m$
2. $\frac{2}{3}r^4$
3. $a^2 - 18b$

مثال 2 **اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

4. مجموع عدد مع 14
5. العدد 6 يقل بمقدار t
6. حاصل مجموع عدد مضروب في 11 و 7
7. ناتج قسمة r على 7 يقل عن 1 بمقدار 7
8. خمسا مربع العدد j
9. n تكعيب مضافًا إلى 5

مثال 3 10. **البقالة** مشتريات ماهر تكلف d من الدراهم. وقد دفع ورقة نقدية بقيمة AED 50. اكتب تعبيرًا لإيجاد المبلغ الذي سيرد إليه.

التمرين وحل المسائل

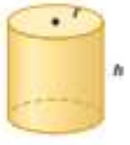
مثال 1 **اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.**

11. $4q$
12. $\frac{1}{8}y$
13. $15 + r$
14. $w - 24$
15. $3x^2$
16. $\frac{r^4}{9}$
17. $2a + 6$
18. $r^4 \times t^3$

مثال 2 **اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.**

19. x مضافًا إلى 7
20. عدد مطروحًا منه 35
21. العدد 5 مضروبًا في عدد
22. ثلث عدد
23. f مقسومًا على 10
24. ناتج قسمة 45 على r
25. ثلاثة مضروبة في عدد زائد 16
26. العدد 18 مطروحًا منه 3 أمثال d
27. k تربيع ناقص 11
28. 20 مقسومة على t مرفوعة إلى الأس 5

مثال 3 29. **علم الهندسة** حجم الإسطوانة يساوي π مضروبًا في نصف قطر r تربيع مضروبًا في الارتفاع h. اكتب تعبيرًا لإيجاد الحجم.



30. **المعرفة المالية** تربح جياد x من الدراهم في الساعة من العمل في متجر البقالة و n من الدراهم في الساعة من العمل كجليسة أطفال. اكتب تعبيرًا يصف أرباحها إذا عملت كجليسة أطفال لمدة 25 ساعة وإذا عملت في متجر البقالة لمدة 15 ساعة.

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.

31. $25 + 6x^2$
32. $6f^2 + 5f$
33. $\frac{3a^5}{2}$

34. **الاستنتاج المنطقي** تبلغ تكلفة باقة أسرية لاستخدام الهاتف الذكي AED 55 في الشهر زائد تكاليف الاستخدام الإضافي. إذا كان x هو عدد دقائق الهاتف الخلوي المستخدمة فوق مقدار الباقة و y هو عدد الميجابايت من البيانات المستخدمة فوق مقدار الباقة. فسّر التعابير التالية.

a. $0.25x$

b. $2y$

c. $0.25x + 2y + 55$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

35. **الأحلام** يعتقد أن حوالي $\frac{3}{4}$ من أحلامنا تتضمن أشخاصًا نعرفهم.

a. اكتب تعبيرًا لتصف عدد الأحلام التي تضم أشخاصًا تعرفهم إذا كان عدد أحلامك d.

b. استخدم التعبير الذي كتبته لتتنبأ بعدد الأحلام التي تضم أشخاصًا تعرفهم من 28 حلمًا.

36. **الرياضة** في كرة القدم الأمريكية، يمنح الهدف 6 نقاط ويستطيع الفريق بعدها أن يحاول للحصول على نقطة بعد الهدف.

a. اكتب تعبيرًا يصف عدد النقاط التي تم إحرازها من الأهداف T والنقاط بعد الأهداف p بواسطة فريق واحد في مباراة.

b. إذا فاز فريق في مباراة كرة قدم أمريكية بنتيجة 0-27، اكتب معادلة لتمثيل عدد الأهداف المحتمل والنقاط التالية للأهداف التي أحرزها الفريق الفائز.

c. إذا فاز فريق في مباراة كرة قدم أمريكية بنتيجة 7-21، فكم عدد الأهداف المحتملة والنقاط التالية للأهداف التي تم تسجيلها أثناء المباراة من جانب كلا الفريقين؟

37. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تتعرف على ضرب القوى الأسية ذات الأساسات المتشابهة.

a. جدوليًا انسخ الجدول وأكمله.

10^2	×	10^1	=	10 × 10 × 10	=	10^3
10^2	×	10^2	=	10 × 10 × 10 × 10	=	10^4
10^2	×	10^3	=	10 × 10 × 10 × 10 × 10	=	?
10^2	×	10^4	=	?	=	?

b. جبريًا اكتب معادلة للنمط الموجود في الجدول.

c. لفظيًا ضع فرضية حول أس ناتج ضرب قوتين أسيتين لهما نفس الأساس.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. **الاستنتاج** اشرح الاختلافات بين التعبير الجبري والتعبير اللفظي.

39. **مسألة غير محددة الإجابة** عرّف متغيرًا ليمثل كمية من الحياة اليومية، مثل الزمن بالدقائق أو المسافة بالقدم. ثم استخدم المتغير لكتابة تعبير جبري يمثل أحد نشاطاتك اليومية. صف بالكلمات ما يمثله تعبيرك واشرح استنتاجك.

40. **التفكير الناقد** يكتب كمال وجميلة تعبيرًا جبريًا لعبارة ثلاثة مضروبة في حاصل جمع n تربيع مع 3. قيل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

كمال	جميلة
$3(n^2 + 3)$	$3n^2 + 3$

41. **مسألة تحفيزية** في المكعب، تمثل x عددًا كليًا. جد قيمة x بحيث يكون حجم المكعب يساوي 6 مضروبة في مساحة أحد أوجهه.

42. **الكتابة في الرياضيات** أوجه كيفية كتابة تعبير جبري من موقف من الحياة اليومية. ضع تعريفًا للتعبير الجبري بأسلوبك الخاص.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

43. ما التعبير الذي يمثل حجم المكعب بالشكل الأمثل؟

a ناتج ضرب العددين ثلاثة وخمسة

b ثلاثة مرفوعة إلى الأس 5

c ثلاثة تربيع

d ثلاثة تكعيب

44. ما التعبير الذي يمثل محيط المستطيل بالشكل الأمثل؟

F $2\ell w$

G $\ell + w$

H $2\ell + 2w$

J $4(\ell + w)$

45. إجابة قصيرة تبلغ باردات القماش المطلوبة لعمل ستائر 3 أمثال طول نافذة بالبوصة مضروبًا على 36. اكتب تعبيرًا يمثل باردات القماش المطلوبة من حيث طول النافذة ℓ.

46. علم الهندسة جد مساحة المستطيل.

a $14\ m^2$

b $16\ m^2$

c $50\ m^2$

d $60\ m^2$

مراجعة شاملة

47. المتنزهات الترفيهية أجرى نادٍ لمعجبي قطار الملاهي اقتراعًا لمعرفة الألعاب المفضلة لدى كل عضو. مثّل النتائج بتمثيل بياني بالأعمدة.

الألعاب المفضلة لدينا							
اللعبة	القطة الكبيرة	وقت الدوران	بيت الرعب	الثور الغاضب	الوطواط	المهمة العسيرة	المغامرة
عدد الأصوات	5	22	16	9	25	6	12

48. الرياضة نتائج سباق سنوي طوله 5 آلاف متر معروضة على اليسار. اصنع مخطط صندوق ذي عارضين للبيانات. اكتب جملة تصف ما تفهمه من طول مخطط الصندوق ذي العارضين عن أوقات السباق.

نتائج سباق 5 آلاف السنوي			
فيصل	14:48	ياسمين	19:58
حفصة	19:27	يمنى	14:58
فهد	15:06	طارق	20:47
خالد	20:39	مها	15:48
نهاني	15:54	أسماء	21:35
أمير	20:49	زبيدة	16:10
إيمان	16:30	كريمة	20:21

جد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مجموعة بيانات.

49. {7, 6, 5, 7, 4, 8, 2, 2, 7, 8}

50. {−1, 0, 5, 2, −2, 0, −1, 2, −1, 0}

51. {17, 24, 16, 3, 12, 11, 24, 15}

52. الرياضة تملك خديجة جهاز وثب طوله 6 أقدام وعرضه 12 قدمًا. ما مساحة جهازها بالقدم المربع؟

جد ناتج ضرب أو ناتج قسمة كل مما يلي.

53. $\frac{3}{5} \times \frac{7}{11}$

54. $\frac{4}{3} \div \frac{7}{6}$

55. $\frac{5}{6} \times \frac{8}{3}$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

56. $\frac{3}{5} + \frac{4}{9}$

57. $5.67 - 4.21$

58. $\frac{5}{6} - \frac{8}{3}$

59. $10.34 + 14.27$

60. $\frac{11}{12} + \frac{5}{36}$

61. $37.02 - 15.86$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-1 ترتيب العمليات

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• لقد عبّرت عن تعبيرات جبرية لفظيًا.	1 إيجاد قيمة التعابير العددية باستخدام ترتيب العمليات. 2 إيجاد قيمة التعابير الجبرية باستخدام ترتيب العمليات.	• يعرض الجدول أسعار دخول حديقة ملاهي. إذا ذهب أربعة بالغين وثلاثة أطفال إلى الحديقة. يمثل التعبير أدناه تكلفة الدخول للمجموعة. 4(78.95) + 3(68.95)

التذكرة	السعر (AED)
الفرد البالغ	78.95
الطفل	68.95

مفردات جديدة
إيجاد قيمة evaluate
ترتيب العمليات order of operations

ممارسات في الرياضيات
إيجاد البنية واستخدامها

1 إيجاد قيمة التعابير العددية

لإيجاد تكلفة الدخول. يجب إيجاد قيمة التعبير 4(78.95) + 3(68.95)

مثال 1 إيجاد قيمة التعابير

جد قيمة 3^5

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ استخدم 3 كعامل 5 مرات.
$= 243$ اضرب.

تمرين موجّه

1A. 2^4 1B. 4^5 1C. 7^3

يحتوي التعبير العددي الذي يمثل تكلفة الدخول على اكثر من عملية. تُسمى القاعدة التي تتيح لك معرفة العملية التي ستجريها أولاً **ترتيب العمليات (أولوية تنفيذ العمليات)**.

مفهوم أساسي ترتيب العمليات

الخطوة 1 إيجاد قيم التعابير داخل رموز التجميع.
الخطوة 2 إيجاد قيم جميع الأسس.
الخطوة 3 الضرب و/أو القسمة من اليسار إلى اليمين.
الخطوة 4 الجمع و/أو الطرح من اليسار إلى اليمين.

مثال 2 ترتيب العمليات

جد قيمة $16 - 8 \div 2^2 + 14$

$16 - 8 \div 2^2 + 14 = 16 - 8 \div 4 + 14$ جد قيمة الأسس.
$= 16 - 2 + 14$ اقسم 8 على 4
$= 14 + 14$ اطرح 2 من 16
$= 28$ اجمع 14 و 14

تمرين موجّه

2A. $3 + 42 \times 2 - 5$ 2B. $20 - 7 + 8^2 - 7 \times 11$

McGraw-Hill Education هي علامة تجارية مسجلة لـ McGraw-Hill Education. ©

عند استخدام رمز تجميع واحد أو أكثر، جـد قيمة العمليات داخل رموز التجميع الداخلية أولاً.

نصيحة دراسية
رموز التجميع تُستخدم رموز التجميع مثل الأقواس ( ) والأقواس المعقوفة [ ] والأقواس المتعرجة { } لتوضيح ترتيب العمليات أو تغييره.

مثال 3 التعابير ذات رموز التجميع

جـد قيمة كل تعبير مما يلي.

a. $4 \div 2 + 5(10 - 6)$

$4 \div 2 + 5(10 - 6) = 4 \div 2 + 5(4)$ جـد قيمة ما داخل الأقواس

$= 2 + 5(4)$ اقسم 4 على 2

$= 2 + 20$ اضرب 5 في 4

$= 22$ اجمع 2 إلى 20

b. $6\left[32 - (2 + 3)^2\right]$

$6\left[32 - (2 + 3)^2\right] = 6\left[32 - (5)^2\right]$ جد قيمة التعبير الداخلي أولاً.

$= 6[32 - 25]$ جد قيمة الأسس.

$= 6[7]$ اطرح 25 من 32

$= 42$ اضرب.

c. $\dfrac{2^3 - 5}{15 + 9}$

$\dfrac{2^3 - 5}{15 + 9} = \dfrac{8 - 5}{15 + 9}$ جد قيمة الأسس في البسط.

$= \dfrac{3}{15 + 9}$ اطرح 5 من 8 في البسط.

$= \dfrac{3}{24}$ أو $\dfrac{1}{8}$ اجمع 15 و 9 في المقام وبسّط.

نصيحة دراسية
رموز التجميع تُعتبر شرطة الكسر رمز تجميع. إذا جـد قيمة التعابير في البسط والمقام قبل استكمال القسمة.

تمرين موجه

3A. $5 \times 4(10 - 8) + 20$ **3B.** $15 - \left[10 + (3 - 2)^2\right] + 6$ **3C.** $\dfrac{(4 + 5)^2}{3(7 - 4)}$

2 إيجاد قيمة التعابير الجبرية

لإيجاد قيمة تعبير جبري، عوّض المتغيرات بقيمها، ثم جـد قيمة التعبير العددي باستخدام ترتيب العمليات.

مثال 4 إيجاد قيمة تعبير جبري

جـد قيمة $3x^2 + (2y + z^3)$ إذا كانت $x = 4, y = 5, z = 3$

$3x^2 + (2y + z^3)$

$= 3(4)^2 + (2 \times 5 + 3^3)$ عوّض عن x بالعدد 4 و عن y بالعدد 5 و عن z بالعدد 3

$= 3(4)^2 + (2 \times 5 + 27)$ جـد قيمة 3^3

$= 3(4)^2 + (10 + 27)$ اضرب 2 في 10

$= 3(4)^2 + (37)$ اجمع 10 مع 27

$= 3(16) + 37$ جـد قيمة 4^2

$= 48 + 37$ اضرب 3 في 16

$= 85$ اجمع 48 مع 37

تمرين موجه

جـد قيمة كل تعبير مما يلي.

4A. $a^2(3b + 5) \div c$ إذا كانت $a = 2, b = 6, c = 4$

4B. $5d + (6f - g)$ إذا كانت $d = 4, f = 3, g = 12$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 من الحياة اليومية كتابة تعبير وإيجاد قيمته

الدراسات البيئية يوضح نظام كرة العلوم (SOS)® آثار العواصف الجوية والتغيرات المناخية ودرجة حرارة المحيط على البيئة. يبلغ حجم الكرة أربعة أثلاث من π مضروبًا في نصف القطر r مرفوعًا للقوة الأسية الثالثة.

a. اكتب تعبيرًا يمثل حجم الكرة.

الشرح	أربعة أثلاث	من	π مضروبًا في نصف القطر مرفوعًا للقوة الثالثة
المتغير	افترض أن r = نصف القطر.		
المعادلة	$\frac{4}{3}$	×	$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^3$

b. جد حجم كرة نصف قطرها 3 ft تُستخدم في نظام كرة العلوم.

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ حجم كرة

$= \frac{4}{3}\pi(3)^3$ عوّض r بالعدد 3

$= \left(\frac{4}{3}\right)\pi(27)$ جد قيمة $3^3 = 27$

$= 36\pi$ اضرب $\frac{4}{3}$ في 27

حجم الكرة 36π قدم مكعب.

تمرين موجّه

5. حرائق الغابة وفقًا لهيئة الغابات في كاليفورنيا، يندلع 539.2 حريقًا في المتوسط كل عام بسبب حطام مشتعل، بينما نيران المعسكرات مسؤولة عن 129.1 حريقًا في المتوسط كل عام.

a. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل عدد الحرائق في المتوسط في d من الأعوام بسبب الحطام المشتعل وفي c من الأعوام بسبب نيران المعسكرات.

b. كم عدد الحرائق التي ستحدث في 5 أعوام؟

رابط من الحياة اليومية

ابتكرت الإدارة الوطنية للمحيطات والمناخ (NOAA) نظام كرة العلوم لتوعية الناس بالعمليات التي تحدث على الأرض. هناك خمسة أجهزة كمبيوتر وأربعة أجهزة عرض فيديو لتشغيل الكرة.

المصدر: الإدارة الوطنية للمحيطات والمناخ

التحقق من فهمك

الأمثلة 1-3 **جد قيمة كل تعبير مما يلي.**

1. 9^2
2. 4^4
3. 3^5
4. $30 - 14 \div 2$
5. $5 \times 5 - 1 \times 3$
6. $(2 + 5)4$
7. $[8(2) - 4^2] + 7(4)$
8. $\frac{11 - 8}{1 + 7 \times 2}$
9. $\frac{(4 \times 3)^2}{9 + 3}$

مثال 4 **جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 4$ و $b = 6$ و $c = 8$**

10. $8b - a$
11. $2a + (b^2 \div 3)$
12. $\frac{b(9 - c)}{a^2}$

مثال 5

13. **الكتب** اشترت هادية كتابًا جديدًا مقابل 20 AED وثلاثة كتب مستعملة مقابل 4.95 AED لكل كتاب. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي تكلفته الكتب.

14. **الاستنتاج** اشترت فاطمة طعامًا لنفسها ولأصدقائها. اشترت 4 شطائر لحم بالجبن مقابل 2.25 AED لكل واحدة و 3 عبوات بطاطس مقلية مقابل 1.25 AED لكل واحدة و 4 مشروبات مقابل 4.00 AED. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي تكلفه الطعام.

McGraw-Hill Education جميع الحقوق محفوظة

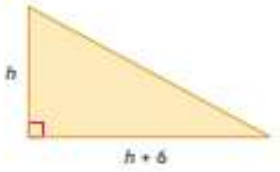
الأمثلة 1-3 **جـد قيمة كل تعبير مما يلي.**

15. 7^2
16. 14^3
17. 2^6
18. $35 - 3 \times 8$
19. $18 \div 9 + 2 \times 6$
20. $10 + 8^3 \div 16$
21. $24 \div 6 + 2^3 \times 4$
22. $(11 \times 7) - 9 \times 8$
23. $29 - 3(9 - 4)$
24. $(12 - 6) \times 5^2$
25. $3^5 - (1 + 10^2)$
26. $108 \div [3(9 + 3^2)]$
27. $[(6^3 - 9) \div 23]4$
28. $\dfrac{8 + 3^3}{12 - 7}$
29. $\dfrac{(1 + 6)9}{5^2 - 4}$

مثال 4 **جـد قيمة كل تعبير إذا كانت $g = 2$ و $r = 3$ و $t = 11$**

30. $g + 6t$
31. $7 - gr$
32. $r^2 + (g^3 - 8)^5$
33. $(2t + 3g) \div 4$
34. $t^2 + 8rt + r^2$
35. $3g(g + r)^2 - 1$

مثال 5 36. **علم الهندسة** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل مساحة المثلث. ثم جـد قيمته لمعرفة المساحة $h = 12$ in.



37. **حدائق الملاهي** في عام 2004، كان هناك 3344 حديقة وساحة ملاهٍ. انخفض هذا العدد بمقدار 148 في عام 2009. اكتب تعبيرًا وجـد قيمته للوصول إلى عدد حدائق وساحات الملاهي في عام 2009.

أسعار تذكرة كرة القدم في الجامعة	
تذكرة الموسم المفضلة	100 AED
المنطقة الزرقاء	80 AED
الدخول العام	70 AED

المصدر: جامعة دوك

8 38. **إيجاد البنية** تبيع سالي تذاكر في مكتب التذاكر الرياضية في الجامعة. إذا كانت p تمثل تذكرة الموسم المفضلة، و b تمثل تذكرة المنطقة الزرقاء و g تمثل تذكرة الدخول العام. فسّر التعابير التالية وجـد قيمتها.

a. $45b$
b. $15p + 35g$
c. $6p + 11b + 22g$

جـد قيمة كل تعبير مما يلي.

39. 4^2
40. 12^3
41. 3^6
42. 11^5
43. $(3 - 4^2)^2 + 8$
44. $23 - 2(17 + 3^3)$
45. $3[4 - 8 + 4^2(2 + 5)]$
46. $\dfrac{2 \times 8^2 - 2^2 \times 8}{2 \times 8}$
47. $25 + \left[(16 - 3 \times 5) + \dfrac{12 + 3}{5}\right]$
48. $7^3 - \dfrac{2}{3}(13 \times 6 + 9)4$

جـد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 8$ و $b = 4$ و $c = 16$

49. a. $2bc - b^2$
50. $\dfrac{c^2}{b^2} + \dfrac{b^2}{a^2}$
51. $\dfrac{2b + 3c^2}{4a^2 - 2b}$
52. $\dfrac{3ab + c^2}{a}$
53. $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 - \dfrac{c}{a - b}$
54. $\dfrac{2a - b^2}{ab} + \dfrac{c - a}{b^2}$

55. **المبيعات** في أحد الأيام، تم تأجير 28 مكانًا تجاريًا صغيرًا و 12 مكانًا كبيرًا. وفي يوم آخر، تم تأجير 30 مكانًا صغيرًا و 15 مكانًا كبيرًا. اكتب تعبيرًا وجـد قيمته لتوضح إجمالي الإيجار الذي تم تحصيله.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الملابس	
تنورة	25.99 AED
ملابس جينز	39.99 AED
معطف	22.99 AED

C 56. **التسوق** تتسوق إسراء لشراء ملابس المدرسة. اشترت 3 تنورات وبنطلوني جينز و 4 معاطف. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لإيجاد المبلغ الذي أنفقته.

57 **الأهرامات** الهرم الموجود في متحف اللوفر له قاعدة مربعة طول ضلعها 35.42 مترًا وارتفاعه 21.64 مترًا. الهرم الأكبر في مصر له قاعدة مربعة يبلغ طول ضلعها 230 مترًا وارتفاعه 146.5 مترًا.
تعبير تحديد حجم الهرم هو $\frac{1}{3}Bh$، حيث B هي مساحة القاعدة و h هي الارتفاع.

a. ارسم كلا الهرمين واكتب الأبعاد.

b. اكتب تعبيرًا لفظيًا يحدد الفرق بين حجم الهرمين.

c. اكتب تعبيرًا جبريًا يحدد الفرق بين حجم الهرمين. جد الفرق في الحجم.

58. **المعرفة المالية** يحصل مندوب مبيعات على المرتب السنوي s، ومتوسط عمولة يبلغ كل شهر c. ومكافأة بقيمة b عن كل هدف مبيعات يحققه.

a. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل إجمالي دخله في عام إذا حصل على أربع مكافآت متساوية.

b. افترض أن مرتبه السنوي يبلغ AED 52,000 ومتوسط عمولته AED 1225 في الشهر. إذا كان كل من المكافآت الأربع يساوي AED 1150. فما دخله سنويًا؟

مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

59. **تحليل الخطأ** تعمل حورية وسهيلة على تبسيط $[4(10) - 3^2] + 6(4)$ فهل أي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

حورية

$$\begin{aligned}&[4(10) - 3^2] + 6(4)\\ &= [4(10) - 9] + 6(4)\\ &= 4(1) + 6(4)\\ &= 4 + 6(4)\\ &= 4 + 24\\ &= 28\end{aligned}$$

سهيلة

$$\begin{aligned}&[4(10) - 3^2] + 6(4)\\ &= [4(10) - 9] + 6(4)\\ &= (40 - 9) + 6(4)\\ &= 31 + 6(4)\\ &= 31 + 24\\ &= 55\end{aligned}$$

60. **الاستنتاج** اشرح كيفية إيجاد قيمة $a[(b - c) \div d] - f$ إذا حصلت على قيم a و b و c و d و f كيف توجد قيمة التعبير بشكل مختلف إذا كان التعبير $a \times b - c \div d - f$؟

61. **المثابرة** اكتب تعبيرًا وجد قيمته باستخدام الأعداد الصحيحة من 1 إلى 5 مستخدمًا كل الأرقام الخمسة والجمع و/أو الطرح لإنشاء تعبير عددي قيمته 3.

62. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب تعبيرًا يستخدم الأسس وثلاث عمليات مختلفة على الأقل ومجموعتين من الأقواس. اشرح الخطوات التي ستتبعها لإيجاد قيمة التعبير.

63. **الكتابة في الرياضيات** اختر صيغة هندسية واشرح كيف يتم تطبيق ترتيب العمليات عند استخدام الصيغة.

64. **الكتابة في الرياضيات** التعابير المتعادلة لها القيمة نفسها. هل التعبيران $10 \times (17 + 30)$ و $10 \times 17 + 10 \times 30$ متكافئان؟ اشرح لم أو لم لا؟

محتوى الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

65. لنفترض أن m يمثل عدد الأميال. ما التعبير الجبري الذي يمثل عدد الأقدام في m من الأميال؟

A $5280m$

B $\frac{5280}{m}$

C $m + 5280$

D $5280 - m$

66. **إجابة قصيرة**

بسّط. $\left[10 + 15(2^3)\right] \div \left[7(2^2) - 2\right]$

الخطوة 1 $[10 + 15(8)] \div [7(4) - 2]$

الخطوة 2 $[10 + 120] \div [28 - 2]$

الخطوة 3 $130 \div 26$

الخطوة 4 $\frac{1}{5}$

ما أول خطوة غير صحيحة؟ اشرح الخطأ.

67. **إجابة موسعة** ادرس المستطيل أدناه.

الجزء A ما التعبير الذي يمثل مساحة المستطيل؟

F $4 + 3 \times 8$

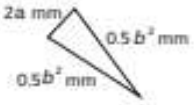
G $3 \times (4 + 8)$

H $3 \times 4 + 8$

J $3^2 + 8^2$

الجزء B ارسم مستطيلاً أو أكثر لتمثيل كل تعبير آخر.

68. **الهندسة** ما محيط المثلث إذا كانت $a = 9$ و $b = 10$؟



A. 164 mm

B. 118 mm

C. 28 mm

D. 4 mm

مراجعة شاملة

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.

69. $14 - 9c$

70. $k^3 + 13$

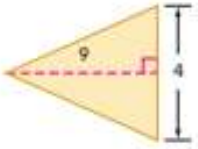
71. $\frac{4 - v}{w}$

72. **المال** يتقاضى أحمد AED 8 في الساعة من تقديم الوجبات و AED 15 عن كل حديقة يهذبها. اكتب تعبيرًا لتوضيح مقدار المبلغ المالي الذي يتقاضاه نظير تقديم الوجبات لمدة h ساعات وتهذيب m حدائق. (الدرس 1-1)

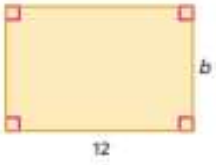
جد مساحة كل شكل مما يلي.

73.

74.



75.



76. **المدرسة** أجاب عمر إجابة صحيحة على 27 سؤالاً من 30 سؤالاً في آخر اختبار أحياء خاضه. ما النسبة المئوية للأسئلة التي أجابها بطريقة صحيحة؟

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير.

77. $5.65 - 3.08$

78. $6 \div \frac{4}{5}$

79. $4.85(2.72)$

80. $1\frac{1}{12} + 3\frac{2}{3}$

81. $\frac{4}{9} \times \frac{3}{2}$

82. $7\frac{3}{4} - 4\frac{7}{10}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1-3 خاصية التوزيع

سابقًا
- أجريت عمليات على الأعداد الصحيحة.

الحالي
1. استخدام خاصية التوزيع لإيجاد قيمة التعابير.
2. استخدم خاصية التوزيع لتبسيط التعابير.

لماذا؟
- يحرق جمال حوالي 420 سعرًا حراريًا في الساعة عند استخدام حذاء التزلج. يوضح المخطط البياني أدناه الزمن الذي أمضاه في التزلج في أسبوع.

اليوم	الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
الزمن (h)	1	$\frac{1}{2}$	0	1	0	2	$2\frac{1}{2}$

لتحديد العدد الإجمالي للسعرات الحرارية التي حرقها بالتزلج في ذلك الأسبوع. يمكنك استخدام خاصية التوزيع.

مفردات جديدة
الحدود المتشابهة like terms
أبسط صورة simplest form
معامل coefficient

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه

1 إيجاد قيمة التعابير
هناك طريقتان يمكنك استخدامهما لحساب عدد السعرات الحرارية التي حرقها جمال بالتزلج. يمكنك إيجاد الزمن الإجمالي الذي أمضاه في التزلج ثم ضربه في السعرات الحرارية التي جرقها في الساعة. أو يمكنك إيجاد عدد السعرات الحرارية التي يتم حرقها كل يوم ثم الجمع لإيجاد الزمن الإجمالي.

الطريقة 1 الزمن الإجمالي لأوقات التزلج

$$420\left(1 + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420(7)$$
$$= 2940$$

الطريقة 2 مجموع السعرات الحرارية التي يتم حرقها يوميًا

$$420(1) + 420\left(\frac{1}{2}\right) + 420(1) + 420(2) + 420\left(2\frac{1}{2}\right)$$
$$= 420 + 210 + 420 + 840 + 1050$$
$$= 2940$$

كلتا الطريقتان تعطيان الإجمالي نفسه وهو 2940 سعرًا حراريًا تم حرقهم. هذا مثال على **خاصية التوزيع**.

المفهوم الأساسي خاصية التوزيع

الرمز لأي ثلاثة أعداد a وb وc
$a(b + c) = ab + ac$ ، $(b + c)a = ba + ca$
$a(b - c) = ab - ac$ ، $(b - c)a = ba - ca$

أمثلة
$3(2 + 5) = 3 \times 2 + 3 \times 5$
$3(7) = 6 + 15$
$21 = 21$

$4(9 - 7) = 4 \times 9 - 4 \times 7$
$4(2) = 36 - 28$
$8 = 8$

تسمح خاصية التماثل في المعادلة بكتابة خاصية التوزيع كما يلي.

إذا كان $ab + ac = a(b + c)$ فإن $a(b + c) = ab + ac$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 من الحياة اليومية التوزيع على الجمع

الرياضة مجموعة من 7 بالغين و6 أطفال سيذهبون إلى مباراة البيسبول لنادي بولز في جامعة جنوب فلوريدا. استخدم خاصية التوزيع لكتابة وإيجاد قيمة تعبير يحدد التكلفة الإجمالية للتذاكر.

مباراة البيسبول لفريق بولز في جامعة جنوب فلوريدا	
التذكرة	التكلفة (AED)
تذكرة البالغ لمباراة واحدة	5
تذكرة الأطفال لمباراة واحدة (12 عامًا فأقل)	3
تذكرة المجموعات من 10 أشخاص أو أكثر لمباراة واحدة	2
تذكرة كبار السن لمباراة واحدة (65 عامًا فأكثر)	3

المصدر: جامعة جنوب فلوريدا

الفهم تحتاج إلى إيجاد تكلفة كل تذكرة ثم إيجاد التكلفة الإجمالية.

التخطيط 6 + 7 أو 13 شخصًا سيذهبون للمباراة. وتبلغ قيمة التذكرة درهمين لكل شخص.

الحل اكتب تعبيرًا يوضح ناتج ضرب تكلفة كل تذكرة في مجموع تذاكر البالغين وتذاكر الأطفال.

$2(7 + 6) = 2(7) + 2(6)$ خاصية التوزيع

$= 14 + 12$ اضرب.

$= 26$ اجمع.

تبلغ التكلفة الإجمالية AED 26.

التحقق يبلغ العدد الإجمالي للتذاكر المطلوبة 13 وتتكلف درهمين لكل تذكرة. اضرب 13 في 2 للحصول على الناتج 26. وبهذا، فإجمالي تكلفة الشراء AED 26.

تمرين موجّه

1. **الرياضة** مجموعة من 3 بالغين و11 طفلاً في سن 11 عامًا وطفلين تحت 10 أعوام سيذهبون إلى مباراة بيسبول. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لتحديد تكلفة التذاكر للمجموعة.

رابط من الحياة اليومية

تحقق الرقم القياسي لحضور مباراة بيسبول في عام 1959. كان هناك 92,706 متفرج في مباراة بين فريقي لوس أنجلوس دودجرز وشيكاغو وايت سوكس.

المصدر: Baseball Almanac

نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي والمثابرة

خطة الخطوات الأربع لحل المسائل هي عبارة عن أداة للتفكير في أية مسألة. عندما تضع خطتك وتنفذها، اسأل نفسك باستمرار "هل هذا منطقي؟" راقب تقدمك وقيّمه وغيّر مسارك إذا لزم الأمر.

يمكنك استخدام خاصية التوزيع لتسهيل الرياضيات الذهنية.

مثال 2 الرياضيات الذهنية

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة 49 × 7 ثم جد القيمة.

$7 \times 49 = 7(50 - 1)$ فكّر: $49 = 50 - 1$

$= 7(50) - 7(1)$ خاصية التوزيع

$= 350 - 7$ اجمع

$= 343$ اطرح

تمرين موجّه

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم جد القيمة.

2A. 304(15)

2B. $44 \times 2\frac{1}{2}$

2C. 210(5)

2D. 52(17)

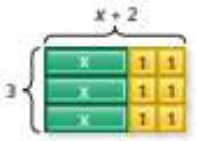
2 تبسيط التعابير يمكنك استخدام القطع الجبرية لمعرفة كيفية ارتباط خاصية التوزيع بالتعابير الجبرية.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة في حل المسائل

صمم نموذجًا قد يكون من المفيد تصور مسألة باستخدام القطع الجبرية أو ورقة مطوية.

يحتوي المستطيل على اليسار على 3 قطع x و6 قطع 1.
مساحة المستطيل هي $x + 1 + 1 + x + 1 + 1$ أو $3x + 6$. إذًا فإن $3(x + 2) = 3x + 6$



مثال 3 التعابير الجبرية

أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. بسّط.

a. $7(3w - 5)$

$7(3w - 5) = 7 \times 3w - 7 \times 5$ خاصية التوزيع

$= 21w - 35$ اضرب

b. $(6v^2 + v - 3)4$

$(6v^2 + v - 3)4 = 6v^2(4) + v(4) - 3(4)$ خاصية التوزيع

$= 24v^2 + 4v - 12$ اضرب

تمرين موجّه

3A. $(8 + 4n)2$

3B. $-6(r + 3g - t)$

2b. $(2 - 5q)(-3)$

3D. $-4(-8 - 3m)$

مراجعة المفردات

الحد (term) عدد أو متغير أو ناتج ضرب أو قسمة الأعداد والمتغيرات.

الحدود المتشابهة هي حدود تتكون من نفس المتغيرات مرفوعة إلى القوة الأسية ذاتها.

يمكن استخدام خاصية التوزيع وخصائص المساواة لإظهار أن $4k + 8k = 12k$ في هذا التعبير. $4k$ و$8k$ حدان متشابهان.

$4k + 8k = (4 + 8)k$ خاصية التوزيع

$= 12k$ التعويض

يكون التعبير في **أبسط صورة** عندما لا يحتوي على حدود متشابهة أو أقواس.

مثال 4 جمع الحدود المتشابهة

a. بسّط $17u + 25u$

$17u + 25u = (17 + 25)u$ خاصية التوزيع

$= 42u$ التعويض

b. بسّط $6t^2 + 3t - t$

$6t^2 + 3t - t = 6t^2 + (3 - 1)t$ خاصية التوزيع

$= 6t^2 + 2t$ التعويض

تمرين موجّه

بسّط كل تعبير. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

4A. $6n - 4n$

4B. $b^2 + 13b + 13$

4C. $4y^3 + 2y - 8y + 5$

4D. $7a + 4 - 6a^2 - 2a$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 كتابة التعابير وتبسيطها

استخدم التعبير "مثلي الفارق بين $3x$ وy مضافًا إليه خمسة مضروبة في مجموع x و$2y$"

a. اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.

الشرح	مثلي الفارق بين $3x$ وy	مضافًا إليه	خمسة مضروبة في مجموع x و$2y$	
المتغيرات	افترض أن x وy يمثلان الأعداد.			
التعبير	$2(3x - y)$	$+$	$5(x + 2y)$	

b. بسّط التعبير واذكر الخصائص المستخدمة.

$$\begin{aligned}
2(3x - y) + 5(x + 2y) &= 2(3x) - 2(y) + 5(x) + 5(2y) && \text{خاصية التوزيع}\\
&= 6x - 2y + 5x + 10y && \text{الضرب}\\
&= 6x + 5x - 2y + 10y && \text{التبديل (+)}\\
&= (6 + 5)x + (-2 + 10)y && \text{خاصية التوزيع}\\
&= 11x + 8y && \text{التبويض}
\end{aligned}$$

تمرين موجّه

5. **استخدم التعبير** 5 مضروبة في *الفرق بين* q *تكعيب* و r *مضافًا إليه* 8 *مضروبة في مجموع* $3q$ و $2r$

   أ. اكتب تعبيرًا جبريًا للتعبير اللفظي.

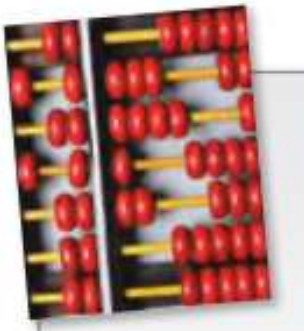
   B. بسّط التعبير واذكر الخصائص المستخدمة.

معامل الحد هو العامل العددي. على سبيل المثال، في $6ab$، المعامل هو 6 وفي $\frac{x^2}{3}$، المعامل هو $\frac{1}{3}$ في الحد y. المعامل هو 1 بما أن $y = 1 \times y$ حسب خاصية المحايد الضربي.

ملخص المفاهيم خصائص الأعداد

تسري الخصائص التالية على أي أعداد a، وb، وc.

الخصائص	الجمع	عملية الضرب
خاصية التبديل	$a + b = b + a$	$ab = ba$
خاصية التجميع	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(ab)c = a(bc)$
خاصية المحايد	0 هو المحايد $a + 0 = 0 + a = a$	1 هو المحايد $a \times 1 = 1 \times a = a$
صفر	—	$a \times 0 = 0 \times a = 0$
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$ و $(b + c)a = ba + ca$	
التعويض	إذا كانت $a = b$، فعندئذ يمكن التعويض عن a بـ b.	



الربط بتاريخ الرياضيات

كامبي موري (عاش بين عامي 1600 و1628 تقريبًا) كان كامبي موري عالمًا ياباني نشر جهاز العد. وقد غيّر تركيز الرياضيات من الفلسفة إلى الحساب.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **الطيار** يعرض أحد الطيارين في عرض جوي مبلغ AED 25 على الراكب مقابل الرحلات. إذا ركب 12 بالغًا و15 طفلًا في يوم واحد. فاكتب تعبيرًا لوصف الموقف وجد قيمته.

مثال 2

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم جد القيمة.

2. $14(51)$
3. $6\frac{1}{9}(9)$

مثال 3

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم بسّط.

4. $2(4 + t)$
5. $(g - 9)5$

مثال 4

بسّط كل تعبير. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب مُبسّط.

6. $15m + m$
7. $3x^3 + 5y^3 + 14$
8. $(5m + 2m)10$

مثال 5

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم بسّط مع توضيح الخصائص المستخدمة.

9. ضرب 4 في مجموع العدد 2 مضروبًا في x وستة
10. نصف 4 مضروب في y زائد مجموع y و3

التمرين وحل المسائل

مثال 1

11. **إدارة الوقت** تستخدم ماجدة النقاط لتتبع نشاطاتها على تقويم. تمثل النقاط الحمراء الأعمال المنزلية. وتمثل النقاط الصفراء العمل وتمثل النقاط الخضراء تدريب المشي. في الأسبوع العادي، تستخدم 5 نقاط حمراء و3 نقاط صفراء و4 نقاط خضراء. فكم عدد النشاطات التي تقوم بها ماجدة خلال 4 أسابيع؟

12. **الاستنتاج** يُطلق الصليب الأحمر حملات للتبرع بالدم في موقعين. في يوم واحد. جمع المركز الأول 715 كيس دم وجمع المركز الثاني 1035 كيس دم. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لتقدير العدد الإجمالي لأكياس الدم التي تم التبرع بها على مدار في يوم واحد. 3 أيام.

مثال 2

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم جد القيمة.

13. $(4 + 5)6$
14. $7(13 + 12)$
15. $6(6 - 1)$
16. $(3 + 8)15$
17. $14(8 - 5)$
18. $(9 - 4)19$
19. $4(7 - 2)$
20. $7(2 + 1)$
21. 7×497
22. $6(525)$
23. $36 \times 3\ 1\ _\ 4$
24. $(4\ \frac{2}{7})21$

مثال 3

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم بسّط.

25. $2(x + 4)$
26. $(5 + n)3$
27. $(4 - 3m)8$
28. $-3(2x - 6)$

مثال 4

بسّط كل تعبير. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب مُبسّط.

29. $13r + 5r$
30. $3x\ 3 - 2x^2$
31. $7m + 7 - 5m$
32. $5z\ 2 + 3z + 8z^2$
33. $(2 - 4n)17$
34. $11(4d + 6)$
35. $7m + 2m + 5p + 4m$
36. $3x + 7(3x + 4)$
37. $4(fg + 3g) + 5g$

مثال 5

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. ثم بسّط مع توضيح الخصائص المستخدمة.

38. ناتج ضرب 5 في m تربيع زائد مجموع تربيع m و 5
39. 7 مضروبة في مجموع a تربيع و b ناقص 4 مضروبة في مجموع a تربيع و b

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

40. **الهندسة** جد محيط مثلث متساوي الساقين بطول أضلاع يبلغ $x + 5$ و $x + 5$ و xy. اكتب في أبسط صورة.

41. **الهندسة** يبلغ قياس سداسي الأضلاع العادي $(3x + 5)$ وحدات على كل ضلع. **ما المحيط في أبسط صورة؟**

بسّط كل تعبير.

42. $6x + 4y + 5x$

43. $3m + 5g + 6g + 11m$

44. $4a + 5a^2 + 2a^2 + a^2$

45. $5k + 3k^3 + 7k + 9k^3$

46. $6d + 4(3d + 5)$

47. $2(6x + 4) + 7x$

48. **الطعام** يختار كمال طعام رحلة لمجموعته الدراسية.

a. **فسّر التعبير**
$4(2.49) + 3(1.29) + 3(0.99) + 5(1.49)$

b. **كم ستبلغ التكلفة إذا اشترى كمال أربعة من كل عنصر في القائمة؟**

القائمة	
العنصر	التكلفة (AED)
شطيرة	2.49
كوب حساء	1.29
سلطة جانبية	0.99
المشروب	1.49

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم بسّط.

49. $\left(\frac{1}{3} - 2b\right)27$

50. $4(8p + 4q - 7r)$

51. $6(2c - cd^2 + d)$

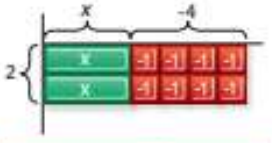
بسّط كل تعبير. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*.

52. $6x^2 + 14x - 9x$

53. $4y^3 + 3y^3 + y^4$

54. $a + \frac{a}{5} + \frac{2}{5}a$

55. **التمثيلات المتعددة** تبلغ مساحة النموذج $2(x - 4)$ أو $2x - 8$ التعبير $2(x - 4)$ في *الصيغة المحللة إلى العوامل*.



a. **هندسيًا** استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيل مساحته $2x + 6$. استخدم النتيجة لكتابة $2x + 6$ في صيغة محللة.

b. **جدوليّ** استخدم القطع الجبرية لعمل مستطيلات تمثل كل مساحة في الجدول. ثم بتسجيل الصيغة المحللة لكل تعبير.

c. **لفظيًا** اشرح كيف يمكنك إيجاد الصيغة المحللة لتعبير.

المساحة	الصيغة المحللة
$2x + 6$	
$3x + 3$	
$3x - 12$	
$5x + 10$	

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. **المثابرة** استخدم خاصية التوزيع لتبسيط $6x^2[(3x - 4) + (4x + 2)]$

57. **التبرير** هل ينبغي أن تكون خاصية التوزيع خاصية في الضرب أم الجمع أم كليهما؟ اشرح إجابتك.

58. **الكتابة في الرياضيات** ما فائدة تمثيل التعابير اللفظية جبريًا؟

59. **الكتابة في الرياضيات** استخدم البيانات المتعلقة بالتزلج في صفحة 25 لشرح كيفية استخدام خاصية التوزيع للحساب بسرعة. وقارن كذلك بين طريقتي إيجاد إجمالي السعرات الحرارية التي تم حرقها.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

60. أيهم يوضح خاصية التماثل في المعادلة؟ **A**
إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.

B إذا كان $a = b$، و$b = c$، فإن $a = c$.

C إذا كان $a = b$، فإن $b = c$.

D إذا كان $a = a$، فإن $a + 0 = a$.

61. يظن عمر أمنة بثلاث أعوام عن شقيقتها إيمان. ما التعبير الذي يمثل عمر أمنة إذا عبّرنا عن عمر إيمان بأنه y عام؟ **H**

F $y + 3$ **H** $3y$

G $y - 3$ **J** $\frac{3}{y}$

62. ما الخاصية المستخدمة أدناه؟
إذا كان $4xy^2 = 8y^2$ و $8y^2 = 72$، فإن $4xy^2 = 72$. **A**

A خاصية الانعكاس

B خاصية التبديل

C خاصية التناظر

D خاصية التماثل

63. **إجابة قصيرة** يحتوي درج على الجوارب الموجودة في المخطط. ما احتمال أن يكون الجورب المختار عشوائيًا أزرق اللون؟

اللون	العدد
أبيض	16
أزرق	12
أسود	8

مراجعة شاملة

جد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة. الدرس 1-3

64. $14 + 23 + 8 + 15$

65. $0.24 \times 8 \times 7.05$

66. $1\frac{1}{4} \times 9 \times \frac{5}{6}$

67. **الرياضة** يركض باهر 6 مرات في الأسبوع لمدة 30 دقيقة. ويرفع الأوزان 3 مرات في الأسبوع لمدة 20 دقيقة. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لعدد الساعات التي يتدربها باهر في 4 أسابيع. الدرس 1-2

الرياضة راجع الجدول الذي يوضح الأوقات التي تقضيها بسمة في السفر عبر البلد لحضور أول 8 مقابلات في الموسم. قرّب الإجابات إلى أقرب ثانية.

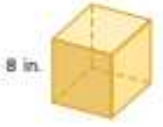
السفر عبر البلد	
المقابلة	المدة
1	22:31
2	22:21
3	21:48
4	22:01
5	21:48
6	20:56
7	20:34
8	20:15

68. جد المتوسط الحسابي للبيانات.

69. جد وسيط البيانات.

70. جد منوال البيانات.

71. **مساحة السطح** ما مساحة سطح المكعب؟



مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

72. $12(7 + 2)$
$7(6)$

73. $11(5) - 8(5)$

74. $(13 - 9) \times 4$

75. $3(6) +$

76. $(1 + 19) \times 8$

77. $16(5 + 7)$

معدل الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اختبار الوحدة

الدروس من 1-1 وحتى 1-3

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري. (الدرس 1-1)

1. $21 - x^3$
2. $3m^5 + 9$

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي. (الدرس 1-1)

3. خمسة أكثر من s تربيع
4. أربعة مضروبة في y مرفوعة إلى الأس 4
5. **تأجير سيارات** تعرض وكالة ما لتأجير السيارات سعرًا ثابتًا يبلغ AED 29 في اليوم زائد AED 0.32 على كل ميل تتحركه السيارة. اكتب تعبيرًا جبريًا عن تكلفة استئجار سيارة لمدة x أيام وتحركت لمسافة y أميال. (الدرس 1-1)

جد قيمة كل تعبير مما يلي. (الدرس 1-2)

6. $24 \div 3 - 2 \times 3$
7. $5 + 2^2$
8. $4(3 + 9)$
9. $36 - 2(1 + 3)^2$
10. $\dfrac{40 - 2^3}{4 + 3(2^2)}$

11. **حديقة ملاه** تظهر تكاليف تذاكر دخول حديقة الملاهي المحلية. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لإيجاد التكلفة الإجمالية التي يدفعها 5 أشخاص بالغين و8 أطفال. (الدرس 1-2)

$5(45) + 8(25) = 425$

12. **الاختيار من متعدد** اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل محيط المستطيل الظاهر أدناه. ثم جد قيمته لإيجاد المحيط عند $w = 8cm$ (الدرس 1-2)

A 37 cm
C 74 cm
B 232 cm
D 45 cm

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

دليل الدراسة

المفهوم الأساسي

ترتيب العمليات (الدرس 2-1)

- إيجاد قيمة التعابير الموجودة داخل رموز التجميع.
- إيجاد قيمة كل الأسس.
- الضرب والقسمة أو أيهما بالترتيب من اليسار إلى اليمين.
- الجمع أو الطرح بالترتيب من اليسار إلى اليمين.

خصائص الأعداد (الدرسان 2-1)

- لأية أعداد a و b و c:

الانعكاس:	$a = a$
التماثل:	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$.
التعدي:	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$.
تعويض:	إذا كان $a = b$، فإن a يمكن تعويضها بـ b في أي تعبير.
التوزيع:	$a(b + c) = ab + ac$ و $a(b - c) = ab - ac$
التبديل:	$a + b = b + a$ و $ab = ba$
التجميع:	$(a + b) + c = a + (b + c)$ و $(ab)c = a(bc)$

حل المعادلات

- تطبيق ترتيب العمليات وخصائص الأعداد الحقيقية لحل المعادلات.

العلاقات والدوال وتفسير التمثيلات البيانية للدوال

- يمكن تمثيل العلاقات والدوال بالأزواج المرتبة أو جدول أو مخطط أو تمثيل بياني.
- يستخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كانت العلاقة دالة.
- يصف السلوك الطرفي سلوك المدى الطويل لدالة على أي من طرفي تمثيلها البياني.
- النقاط التي يتقاطع عندها التمثيل البياني لدالة مع محور تُسمى تقاطعات.
- تكون الدالة موجبة في جزء من مجالها عندما يقع التمثيل البياني لها فوق المحور الأفقي x وتكون سالبة في جزء منها عندما يقع التمثيل البياني لها أسفل المحور الأفقي x.

المطويات خريطة المفاهيم

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.

المفردات الأساسية

التعبير الجبري algebraic expression	الزوج المرتب ordered pair
الأساس base	ترتيب العمليات order of operations
المعامل coefficient	نقطة الأصل origin
النظام الإحداثي coordinate system	الأس power
المتغير التابع dependent variable	المدى range
المجال domain	المقلوب reciprocal
السلوك الطرفي end behavior	علاقة relation
المعادلة equation	القيمة العظمى النسبية relative maximum
الأس exponent	القيمة الصغرى النسبية relative minimum
الدالة function	مجموعة التعويض replacement set
المتغير المستقل independent variable	أبسط صورة simplest form
التقاطع intercept	الحل solution
الحدود المتشابهة like terms	الحد term
محور التماثل line symmetry	المتغيرات variables
المخطط mapping	اختبار المستقيم الرأسي vertical line test

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة، فعوّض المصطلح الذي تحته خط لجعلها جملة صحيحة.

1. النظام الإحداثي يتألف من خطي أعداد متقاطعين.
2. يوضح الأس عدد مرات استخدام الأساس في صورة عامل.
3. يكون التعبير في أبسط صورة عندما يحتوي على حدود متشابهة وأقواس.
4. في التعبير الذي يتضمن الضرب، يطلق على الكميات المضروبة اسم العامل.
5. في الدالة، هناك مخرج واحد فقط لكل مدخل.
6. ترتيب العمليات يطلب منا إجراء الضرب قبل الطرح.
7. بما أن حاصل ضرب أي عدد في 1 يساوي العدد نفسه، فإن العدد 1 يسمى المعكوس الضربي.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

1-1 المتغيرات والتعابير

اكتب تعبيرًا لفظيًا لكل تعبير جبري.

8. $h - 7$ **9.** $3x^2$ **10.** $5 + 6m^3$

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.

11. عدد يزيد بمقدار 9 **12.** ثلثا العدد d مرفوعًا للقوة الأسية الثالثة

13. 5 أصغر من أربعة أضعاف عدد

14. 2^5 **15.** 6^3 **16.** 4^4

17. البولينغ تفرض صالة فانتاستيك بولينغ مبلغ AED 2.50 على استئجار الحذاء زائد AED 3.25 على كل مباراة. اكتب تعبيرًا يمثل تكلفة استئجار الأحذية ولعب g مباريات.

مثال 1

اكتب تعبيرًا لفظيًا لـ $4x + 9$

تسعة أكبر من أربعة أضعاف العدد x

مثال 2

اكتب تعبيرًا جبريًا عن *الفارق بين اثني عشر وضعف عدد* مكعب.

المتغير افترض أن x تمثل العدد.

التعبير $12 - 2x^3$

مثال 3

جد قيمة 3^4.

الأساس 3 والأس 4.

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ استخدم 3 كعامل 4 مرات.

$= 81$ اضرب.

1-2 ترتيب العمليات

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

18. $24 - 4 \times 5$ **19.** $15 + 3^2 - 6$

20. $7 + 2(9 - 3)$ **21.** $8 \times 4 - 6 \times 5$

22. $\left[(2^5 - 5) \div 9\right]11$ **23.** $\frac{11 + 4^2}{5^2 - 4^2}$

جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 4$ و $b = 3$ و $c = 9$.

24. $c + 3a$

25. $5b^2 \div c$

26. $(a^2 + 2bc) \div 7$

27. المثلجات تكلفة كوب بكرة واحدة من المثلجات AED 2.75 وتكلفة كوب بكرتين من المثلجات AED 4.25. اكتب تعبيرًا وجد قيمته لإيجاد التكلفة الإجمالية لثلاثة أكواب بكرة واحدة من المثلجات وكوبين بكرتين من المثلجات.

مثال 4

جد قيمة التعبير $3(9 - 5)^2 \div 8$

$3(9 - 5)^2 \div 8 = 3(4)^2 \div 8$ اعمل داخل الأقواس.

$= 3(16) \div 8$ جد قيمة 4^2.

$= 48 \div 8$ اضرب.

$= 6$ اقسم.

مثال 5

جد قيمة التعبير $(5m - 2n) \div p^2$

إذا كانت $m = 8$ **و** $n = 4$ **و** $p = 2$.

$(5m - 2n) \div p^2$

$= (5 \times 8 - 2 \times 4) \div 2^2$ عوّض عن m بالعدد 8، و n بالعدد 4، و p بالعدد 2.

$= (40 - 8) \div 2^2$ اضرب.

$= 32 \div 2^2$ اطرح.

$= 32 \div 4$ جد قيمة 2^2.

$= 8$ اقسم.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1-3 خاصية التوزيع

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل تعبير. ثم جد القيمة.

37. $(2 + 3)6$

38. $5(18 + 12)$

39. $8(6 - 2)$

40. $(11 - 4)3$

41. $-2(5 - 3)$

42. $(8 - 3)4$

أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. ثم حوّل لأبسط صورة.

43. $3(x + 2)$

44. $(m + 8)4$

45. $6(d - 3)$

46. $-4(5 - 2t)$

47. $(9y - 6)(-3)$

48. $-6(4z + 3)$

49. التدريس اكتب تعبيرا وجد قيمته لعدد الدروس التي تقدمها السيدة جميلة في 4 أسابيع.

جدول التدريس	
اليوم	الطلاب
الاثنين	3
الثلاثاء	5
الأربعاء	4

مثال 6

استخدم خاصية التوزيع لإعادة كتابة التعبير $5(3 + 8)$. ثم جد القيمة.

$5(3 + 8) = 5(3) + 5(8)$ خاصية التوزيع

$= 15 + 40$ اضرب

$= 55$ بسّط

مثال 7

أعد كتابة التعبير $6(x + 4)$ باستخدام خاصية التوزيع. ثم بسّطه.

$6(x + 4) = 6 \times x + 6 \times 4$ خاصية التوزيع

$= 6x + 24$ بسّط

مثال 8

أعد كتابة التعبير $(3x - 2)(-5)$ باستخدام خاصية التوزيع. ثم بسّطه.

$(3x - 2)(-5)$

$= (3x)(-5) - (2)(-5)$ خاصية التوزيع

$= -15x + 10$ بسّط

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.

1. **عدد مضافاً إليه 6**
2. **اثنا عشر مطروحاً من ناتج ضرب ثلاثة في عدد**
3. **أربعة مقسومة على الفارق بين عدد وسبعة**

جـد قيمة كل تعبير مما يلي.

4. $32 \div 4 + 2^3 - 3$
5. $\frac{(2 \cdot 4)^2}{7 + 3^2}$
6. **الاختيار من متعدد** جـد قيمة التعبير $a^2 + 2ab + b^2$ إذا كانت $a = 6$ و $b = 4$

A 68

B 92

C 100

D 121

جـد قيمة كل تعبير مما يلي. اذكر اسم الخاصية المستخدمة في كل خطوة.

7. $13 + (16 - 4^2)$
8. $\frac{2}{9}[9 \div (7 - 5)]$
9. $37 + 29 + 13 + 21$

أعد كتابة كل تعبير باستخدام خاصية التوزيع. ثم بسّط.

10. $4(x + 3)$
11. $(5p - 2)(-3)$
12. **تذاكر السينما** تدير إحدى الشركات ثلاث دورًا للسينما. يوضح المخطط عدد التذاكر التي تباع عادة كل أسبوع في المواقع الثلاثة. اكتب تعبيرًا وجـد قيمته لعدد التذاكر الإجمالي المعتاد بيعه في كل المواقع الثلاثة في أربعة أسابيع.

الموقع	التذاكر المبيعة
A	438
B	374
C	512

حُـلّ كل معادلة إذا كانت مجموعات التعويض هي x: {1, 3, 5, 7, 9} و y: {2, 4, 6, 8, 10}

13. $3x - 9 = 12$
14. $y^2 - 5y - 11 = 13$
15. **الهواتف الخلوية** تقدم شركة إيه بي سي للهواتف الخلوية باقة تشمل رسمًا ثابتًا يبلغ AED 29 في الشهر زائد AED 10.12 لكل دقيقة. اكتب معادلة لإيجاد قيمة C، وهي التكلفة الإجمالية الشهرية لعدد الدقائق m. ثم حل المعادلة $m = 50$.

عبّر عن العلاقة المعروضة في كل جدول أو مخطط أو تمثيل بياني في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة.

16.

x	y
−2	4
1	2
3	0
4	−2

17.

18. **الاختيار من متعدد** حدد المجال والمدى للعلاقة $\{(2, 5), (-1, 3), (0, -1), (3, 3), (-4, -2)\}$.

F D: {2, −1, 0, 3, −4}, R: {5, 3, −1, 3, −2}

G D: {5, 3, −1,−2}, R: {2, −1, 0, 4}

H D: {0, 1, 2, 3, 4}, R: {−4, −3, −2, −1, 0}

J D: {2, −1, 0, 3, −4}, R: {2, −1, 0, 3, 4}

19. حدد ما إذا كانت العلاقة $\{(2, 3), (-1, 3), (0, 4), (3, 2), (-2, 3)\}$ دالة.

إذا كانت $f(x) = 5 - 2x$ و $g(x) = x^2 + 7x$، فجـد قيمة كل مما يلي.

20. $g(3)$
21. $f(-6y)$
22. حدد الدالة الممثلة بيانيًا باعتبارها خطية أو غير خطية. ثم قدّر وفسر تقاطعات التمثيل البياني وأي تماثل؛ حيث الدالة فيها موجبة وسالبة تتزايد وتتناقص وإحداثي x لأي قيم قصوى نسبية والسلوك الطرفي للتمثيل البياني.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحضير للاختبارات المعيارية

استبعاد الإجابات غير المنطقية

يمكنك استبعاد الإجابات غير المنطقية ليساعدك ذلك على إيجاد الإجابة الصحيحة عند حل أسئلة الاختيار من متعدد. في الاختبار سيوفر لك عمل هذا الوقت عن طريق حصر قائمة الإجابات الصحيحة المحتملة.

إستراتيجيات استبعاد الإجابات غير المنطقية

الخطوة 1

اقرأ عبارة المسألة بعناية لتحديد المطلوب منك إيجاده بالضبط.

اسأل نفسك:

- ما المطلوب مني أن أحله؟
- ما الصيغة (مثل كسر، عدد، كسر عشري، نسبة مئوية، نوع التمثيل البياني) التي ستكون عليها الإجابة الصحيحة؟
- ما الوحدات (إذا كانت هناك وحدات) التي ستكون عليها الإجابة الصحيحة؟

الخطوة 2

استعرض بعناية كل خيار ممكن للإجابة وضع تقديرا لمنطقيته.

- حدد أي خيارات للإجابة من الواضح أنها غير صحيحة واستبعدها.
- استبعد أي خيارات للإجابة ليست بالتنسيق الملائم.
- استبعد أي خيارات للإجابة ليست بالوحدات الصحيحة.

الخطوة 3

حل المسألة واختر الإجابة الصحيحة من الإجابات التي تبقى. تحقق من إجابتك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ كُل مسألة. استبعد أي إجابات غير منطقية. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

يكسب جمال عمولة بنسبة 8.5% من مبيعاته الأسبوعية في متجر لبيع الإلكترونيات. حقق الأسبوع الماضي مبيعات بقيمة AED 4200. فماذا كانت عمولته عن الأسبوع؟

A AED 332

B AED 357

C AED 425

D AED 441

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

باستخدام الرياضيات الذهنية. أنت تعلم أن 10% من AED 4200 تساوي AED 420. بما أن 8.5% أصغر من 10%. فأنت تعلم أن جمال كسب أقل من AED 420 من العمولات عن مبيعاته الأسبوعية. ولذلك يمكن استبعاد الخيارين C و D لأنهما أكبر من AED 420. وتكون الإجابة إما A أو B.

$$\text{AED } 4200 \times 0.085 = \text{AED } 357$$

إذًا، الإجابة الصحيحة هي B.

تمارين

اقرأ كُل مسألة. استبعد أي إجابات غير منطقية. ثم استخدم المعلومات الواردة في المسألة لحلها.

1. يتوقع المدرب رامي أن يحضر 35% من الطلاب اجتماعًا لتشجيع الطلاب. فإذا كان هناك 560 طالبًا. فكم عدد الطلاب الذين يتوقع المدرب رامي حضورهم للاجتماع؟

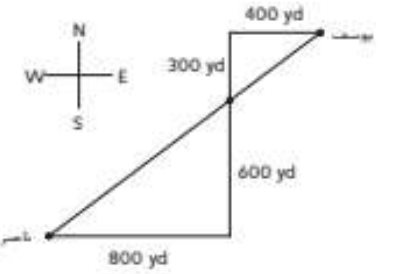
A 184

B 196

C 214

D 390

2. يغادر يوسف وناصر المدرسة في نفس الوقت. يسير يوسف 300 yd إلى الشمال ثم 400 yd إلى الشرق. ويقود ناصر دراجته 600 yd إلى الجنوب ثم 800 yd إلى الغرب. فما المسافة بين الطالبين؟



F 500 yd

G 750 yd

H 1,200 yd

J 1,500 yd

3. ما نطاق العلاقة الواردة أدناه؟

{(1, 2),(3, 4) (5, 6),(7, 8)}

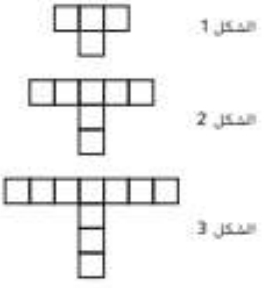
A جميع الأعداد الحقيقية

B جميع الأعداد الزوجية

C {2, 4, 6, 8}

D {1, 3, 5, 7}

4. يعطي التعبير $3n + 1$ العدد الإجمالي للمربعات اللازمة لعمل كل شكل في النمط حيث n هو رقم الشكل. فكم عدد المربعات اللازمة لعمل الشكل 9؟



F 28 مربعًا

G 32.5 مربعًا

H 56 مربعًا

J 88.5 مربعًا

5. التعبير $3x - (2x + 4x - 6)$ يعادل

A $-3x - 6$

B $-3x + 6$

C $3x + 6$

D $3x - 6$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري
الوحدة 1

الاختيار من متعدّد

اقرأ كُل سؤال. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

1. جـد قيمة التعبير 2^6.

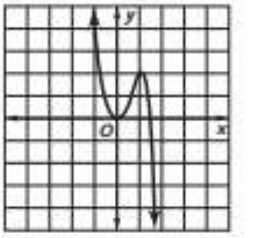
A 12

B 32

C 64

D 128

2. أي جملة تمثل الوصف الأمثل للسلوك الطرفي للدالة المعروضة؟



F مع زيادة x تزيد y ومع انخفاض x تزيد y.

G مع زيادة x تزيد y ومع انخفاض x تنخفض y.

H مع زيادة x تنخفض y ومع انخفاض x تزيد y.

J مع زيادة x تنخفض y ومع انخفاض x تنخفض y.

3. لنفرض أن y تمثل عدد الياردات. ما التعبير الجبري الذي يمثل عدد الأقدام في y؟

A $y - 3$

B $y + 3$

C $3y$

D $\frac{3}{y}$

4. ما مجال العلاقة التالية؟

$\{(1, 3), (-6, 4), (8, 5)\}$

F $\{3, 4, 5\}$

G $\{-6, 1, 8\}$

H $\{-6, 1, 3, 4, 5, 8\}$

J $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

5. يوضح الجدول عدد بعض العناصر المبيعة في كشك المشجعين في اليوم الأول لجولة فريق كرة القدم. ضع تقديرًا لعدد العناصر التي بيعت من كشك المشجعين طوال الأيام الأربعة للجولة.

مبيعات الكشك نتائج اليوم 1	
العنصر	العدد المبيع
الشارة	78
الشطائر	80
الرقائق	48
الصودا	51
الماء المعبأ	92

A 1350 عنصرًا

B 1400 عنصر

C 1450 عنصرًا

D 1500 عنصر

6. هناك 24 سيارة أكثر من ضعف عدد الشاحنات المعروضة للبيع في معرض. إذا كانت هناك 100 سيارة للبيع. فكم عدد الشاحنات المتاحة للبيع في المعرض؟

F 28

G 32

H 34

J 38

7. راجع العلاقة الموجودة في الجدول أدناه. أي من القيم التالية سيؤدي إلى علاقة ليست دالة؟

x	−6	−2	0	؟	3	5
y	−1	8	3	−3	4	0

A −1

B 3

C 7

D 8

نصيحة عند حل الاختبار

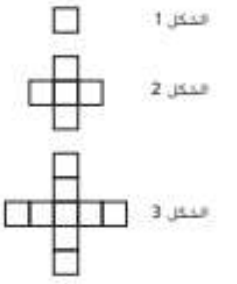
السؤال 7 الدالة علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد بالضبط في المدى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإجابة القصيرة/الإجابة الشبكية

سجّل إجاباتك في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

8. يبلغ طول ضلع كل صندوق بالأدنى وحدة واحدة.



a. ضع جدولاً يوضح محيطات أول 3 أشكال في النمط.

b. ابحث عن نمط لمحيطات الأشكال. اكتب تعبيرًا جبريًا لمحيط الشكل n.

c. ماذا سيكون محيط الشكل 10 في النمط؟

9. يوضح الجدول تكاليف عناصر معينة في متجر للخردوات.

العنصر	التكلفة
صندوق المسامير	AED 3.80
صندوق البراغي	AED 5.25
مطرقة بكلابة	AED 12.95
مثقاب كهربائي	AED 42.50

a. اكتب تعبيرين لتمثيل التكلفة الإجمالية لثلاثة صناديق مسامير وصندوقين للبراغي ومطرقتين ومثقاب كهربائي.

b. ما التكلفة الإجمالية للعناصر التي لم شراؤها؟

10. **إجابة شبكية** جد قيمة التعبير أدناه.

$$\frac{5^3 \cdot 4^2 - 5^2 \cdot 4^3}{5 \cdot 4}$$

11. استخدم المعادلة $y = 2(4 + x)$ للإجابة على كل سؤال.

a. أكمل الجدول بكل قيم x.

b. حدد النقاط الواردة في الجدول على شبكة إحداثيات. ما الذي تلاحظه في النقاط؟

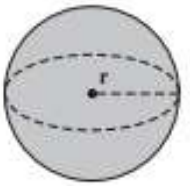
c. ضع فرضية حول العلاقة بين التغير في x والتغير في y.

x	y
1	
2	
3	
4	
5	
6	

الإجابة الموسعة

اكتب إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

12. يبلغ حجم الكرة أربعة أثلاث ناتج ضرب π ونصف قطر تكعيب.



a. اكتب تعبيرًا لإيجاد حجم الكرة التي يبلغ نصف قطرها r.

b. جد حجم كرة بنصف قطر يبلغ 6 سنتيمترات. صف كيف توصلت لإجابتك.

هل تحتاج إلى مساعدة؟

إذا أخطأت في السؤال...	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
فاذهب إلى الدرس...	1-2	1-8	1-1	1-6	1-4	1-5	1-7	1-5	1-3	1-2	1-4	1-1

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 المعادلات الخطية

السابق

- لقد تعلمت تبسيط التعبيرات الجبرية.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:
  - تحويل الجمل اللفظية إلى معادلات وتحويل المعادلات إلى جمل لفظية.
  - حل معادلات خطية في متغير واحد.
  - حل مسائل التناسب.
  - استخدام الصيغة لحل مسائل من الحياة اليومية.

لماذا؟ ▲

- **التسوق** في السنوات الأخيرة، بلغت النسبة المئوية لتغيرات المبيعات السنوية بالمراكز التجارية في الولايات المتحدة متوسط 5%. ويمكن لمدير المتجر استخدام هذه البيانات لتحديد هدف مبيعات السنة القادمة.

Chapter sourced from Linear Equations, from Integrated Math I, Chapter 2 © 2012 McGraw-Hill Education
محتوى الفصل © مصدره المؤلف مؤسسة McGraw-Hill Education

الاستعداد لهذه الوحدة

تحديد مدى الاستعداد | **أمامك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.**

1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن التمرين السريع أدناه. وارجع إلى المراجعة السريعة للحصول على المساعدة.

تمرين سريع

اكتب تعبيرًا جبريًا لكل تعبير لفظي.

1. أربعة أقل من ثلاثة مضروبة في عدد n
2. عدد d مكعبه أقل بسبعة
3. الفارق بين مثلي b وإحدى عشرة

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

4. $(9-4)^2+3$
5. $\frac{3\times 8-12\div 2}{3^2}$
6. $5(8-2)\div 3$
7. $\frac{1}{3}(21)+\frac{1}{8}(32)$
8. $72\div 9+3\times 2^3$
9. $\frac{11-3}{2}+7$
10. $2[(5-3)^2+8]+(3-1)\div 2$
11. **مخبوزات** اشترت عائشة كعكة جزر واحدة مقابل AED 14، و 6 شرائح بسكويت بالشوكولاتة كبيرة مقابل AED 1.50 لكل شريحة، ومجموعة من كعك الدونات مقابل AED 0.45 لكل منها. ما مجموع ما أنفقت عائشة في المخبز؟ 8

جد كل نسبة مئوية.

12. ما النسبة المئوية التي تمثلها 260 من 400؟
13. كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها اثنا عشر من 60؟
14. ما النسبة المئوية التي تمثلها 25 من 75؟
15. **مثلجات** ما النسبة المئوية للأشخاص المحبين لمثلجات الفراولة من الذين شاركوا في الاستبيان؟

الطعم المفضل	عدد التفضيلات
فانيليا	82
شوكولاتة	76
فراولة	42

مراجعة سريعة

مثال 1

اكتب تعبيرًا جبريًا للعبارة ناتج ضرب ثمانية و w زائد تسعة.

حاصل ضرب ثمانية و w زائد تسعة

$8 \times w + 9$

التعبير هو $8w + 9$

مثال 2

جد قيمة $9-\left[\frac{8+2^2}{2}-2(5\times 2-8)\right]$

التعبير الأصلي $9-\left[\frac{8+2^2}{2}-2(5\times 2-8)\right]$

جد قيمة ما بداخل الأقواس. $=9-\left[\frac{8+2^2}{2}-2(2)\right]$

جد حاصل الضرب $=9-\left(\frac{8+2^2}{2}-4\right)$

جد قيمة القوة الأسية $=9-\left(\frac{8+4}{2}-4\right)$

اجمع ثم اقسم $=9-(6-4)$

بسّط

مثال 3

كم تبلغ النسبة المئوية التي تمثلها 32 من 40؟

استخدم تناسب النسبة المئوية. $\frac{a}{b}=\frac{p}{100}$

عوّض عن a بالعدد 32 وعن b بالعدد 40. $\frac{32}{40}=\frac{p}{100}$

جد ناتج الضرب التبادلي. $32(100)=40p$

جد حاصل الضرب. $3200=40p$

اقسم كل طرف على 40. $80=p$

32 تمثل 80% من 40.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

بدء هذه الوحدة

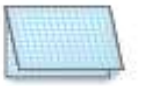
سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك لهذه الوحدة. للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.

ويمكنك الرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات اللازمة.

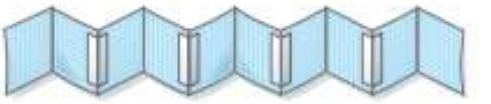
المطويات خريطة المفاهيم

الدوال الخطية اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك في هذه الوحدة عن المعادلات الية. ابدأ باستخدام 5 صفحات من ورق التمثيل البياني.

1 **اطوِ** كل ورقة بالنصف بامتداد العرض.



2 **ابسط** كل ورقة وألصقها ببعضها لعمل قطعة واحدة طويلة.



3 **ميّز** كل صفحة برقم الدرس كما هو موضح. أعد طيها لعمل كتيب.

مفردات جديدة

الصيغة formula

حل معادلة solve an equation

معادلات متكافئة equivalent equations

معادلة متعددة الخطوات multi-step equation

محايد identity

نسبة ratio

تناسب proportion

معدل rate

معدل الوحدة unit rate

نموذج مقياسي scale model

النسبة المئوية للتغير percent of change

معادلة حرفية literal equation

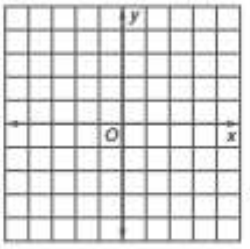
تحليل بُعدي dimensional analysis

متوسط حسابي مرجح weighted average

مراجعة المفردات

التعبير الجبري algebraic expression هو تعبير يتكون مما لا يقل عن عدد واحد ومتغير واحد وعملية حسابية واحدة.

نظام إحداثي coordinate system الشبكة التي تنتج عن تقاطع خطين من الأعداد، المحور الأفقي والمحور الرأسي.



الدالة function علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد آخر في المدى/المجال المقابل

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-1 كتابة المعادلات

..السابق	..الحالي	..لماذا؟
• لقد قمت بإيجاد قيم وتبسيط تعابير جبري.	1 • تحويل الجمل إلى معادلات. 2 تحويل المعادلات إلى جمل.	• لعدة مسابقة دايتونا 500 أهم حدث في حلبة ناسكار الرياضية على نطاق واسع. تبلغ المسافة حول الحلبة 2.5 mi. وإجمالي مسافة السباق 500 mi. يمكننا كتابة معادلة لتحديد عدد اللفات اللازمة لإنهاء السباق.

1 اكتب تعابير كلامية لكتابة معادلة. حدد القيمة المجهولة التي تبحث عنها وعين متغيرًا لها. ثم اكتب الجملة في صورة معادلة. ابحث عن كلمات أساسية مثل يساوي أو يساوي قيمة أو يعادل. أو يكافئ. التي تشير إلى المكان الذي يجب وضع رمز المساواة (=) به.

فكر في مثال دايتونا 500 المذكور أعلاه.

الشرح	طول كل لفة	في	عدد اللفات	يساوي	طول السباق
المتغير	افترض أن ℓ تمثل عدد اللفات في السباق.				
المعادلة	500	=	ℓ	×	2.5

مثال 1 تحويل الجمل إلى معادلات.

ترجم كل عبارة إلى معادلة.

a. سبعة مضروبة في مربع عدد يساوي خمسة مضروبة في الفارق بين k و m.

سبعة	مضروبة في	مربع n	يساوي	خمسة	مضروبة في	الفارق بين k و m
7	×	n^2	=	5	x	$(k - m)$

المعادلة هي $7n^2 = 5(k - m)$

b. خمسة عشر مضروبة في عدد ناقص 80 يساوي 25.

يمكنك إعادة كتابة الجملة الشفهية ليسهل تحويلها. خمسة عشر مضروبة في عدد مطروحًا منها *80* يساوي *25*. وهذا يشبه ناتج *80* ناقص *15* مضروبة في عدد يساوي *25*.
لنفرض أن n يمثل العدد.

80	ناقص	15	مضروبة في	عدد	يساوي	25
80	−	15	×	n	=	25

المعادلة هي $80 - 15n = 25$

تمرين موجّه

1A. اثنان مضافًا لناتج قسمة عدد على 8 يساوي 16.

1B. سبعة وعشرون مضروبة في k يساوي تربيع h ناقص 9.

مفردات جديدة
صيغة formula

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يعدّ تحويل الجمل إلى تعابير جبرية ومعادلات مهارة قيّمة في حل مسائل من الحياة اليومية.

رابط من الحياة اليومية

في عام 1919، قدمت بريطانيا وفرنسا رحلة طيران تحمل راكبين في المرة الواحدة. والآن هناك أكثر من 87000 رحلة طيران كل يوم في الولايات المتحدة.

المصدر: NATCA

مثال 2 من الحياة اليومية استخدام خطة حل المسائل ذات الخطوات الأربع

السفر جوًا **راجع المعلومات الموجودة على اليمين. كم عدد الأيام اللازمة لإتمام 261000 رحلة طيران في الولايات المتحدة؟**

الفهم توضح المعلومات المقدمة في المسألة أن الرحلات اليومية في الولايات المتحدة تبلغ حوالي 87000 رحلة طيران. مطلوب معرفة عدد الأيام اللازمة لإتمام 261000 رحلة طيران.

التخطيط اكتب معادلة. اجعل d تمثل عدد الأيام المطلوبة.

87000	مضروبة في	عدد الأيام	يساوي	261000.
87000	x	d	=	261000

الحل $87000\,d = 261000$ جد d بالاستفسار عن "ما الرقم المضروب في 87000 ليصبح الناتج 261000؟"

$d = 3$

التحقق تحقق من إجابتك من خلال تعويض 3 محل d في المعادلة.

$87{,}000(3) \stackrel{?}{=} 261{,}000$ عوّض بالعدد 3 عن d

$261{,}000 = 261{,}000$ ✓ اضرب

تبدو الإجابة مقنعة وحلاً للمسألة الأصلية.

تمرين موجّه

2. الحكومة يوجد 50 عضوًا في مجلس شيوخ شمال كارولينا. وهذا أقل من عدد أعضاء مجلس نواب شمال كارولينا بمقدار 70 عضوًا. ما عدد أعضاء مجلس نواب شمال كارولينا؟

تُسمى الصيغة التي تحكم العلاقة بين كميات محددة **معادلة**. وتستخدم هذه المعادلات متغيرات لتمثيل أعداد وتكوين قواعد عامة.

مثال 3 كتابة معادلة

الهندسة **تحويل الجملة إلى معادلة.**

مساحة المثلث تساوي نصف ناتج ضرب طول القاعدة في الارتفاع.

الشرح	مساحة المثلث	تساوي	نصف ناتج ضرب طول القاعدة في الارتفاع
المتغيرات	بفرض أن A = المساحة، و b = القاعدة و h = الارتفاع.		
المعادلة	$\frac{1}{2}bh$	=	A

تساوي صيغة مساحة المثلث $A = \frac{1}{2}bh$

تمرين موجّه

3. الهندسة حوّل الجملة إلى معادلة.

في المثلّث القائم، مربع قياس الوتر c يساوي مجموع مربعي قياسي الضلعين b و a.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 كتابة جملاً من المعادلات

إذا تم تحديد معادلة، يمكن كتابة جملة أو صنع مسألة كلامية خاصة بك.

المثال 4 تحويل المعادلات إلى جمل

حوّل كل معادلة إلى جملة.

a. $6z - 15 = 45$

$6z$ — 15 = 45

ستة مضروبة في z ناقص خمسة عشر يساوي خمسة وأربعين.

b. $y^2 + 3x = w$

y^2 + $3x$ = w

مجموع مربع y وثلاثة مضروبة في x يساوي w.

تمرين موجّه

4A. $15 = 25u^2 + 2$

4B. $\frac{3}{2}r - t^3 = 132$

عند إعطائك مجموعة من المعلومات، يمكنك ابتكار مسألة تتعلق بقصة.

مثال 5 كتابة معادلة

اكتب مسألة وفقًا للمعلومات المقدمة.

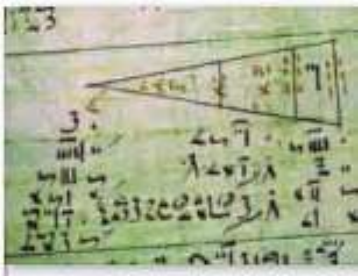
t = الزمن الذي يستغرقه ماجد بالقيادة في كل جولة. $t + 4$ = الزمن الذي يستغرقه تامر بالقيادة في كل جولة. $2t + (t + 4) = 28$

مسألة نموذجية:

ذهب كل من ماجد وتامر في رحلة. وقادا السيارة في جولات. استغرق تامر في جولاته 4 ساعات إضافية عن ماجد. وقام ماجد بجولتين. وقام تامر بجولة واحدة. وبلغ مجموع ساعات القيادة لكليهما 28 ساعة. فكم عدد الساعات التي قادها ماجد؟

تمرين موجّه

5. p = راتب باسم. $0.1p$ = علاوة. $p + 0.1p = 525$



الربط بتاريخ الرياضيات

أحمس (حوالي 1680–1620 قبل الميلاد.)

كان أحمس عالم رياضيات وكاتبًا مصريًا. ونسخ بردية رند الرياضية. وتحتوي البردية على 87 مسألة جبر من نفس النوع. تسأل أول مجموعة من المسائل عن كيفية تقسيم عدد من أرغفة الخبز على 10 أشخاص.

التحقّق من فهمك

مثال 1 **حوّل كل عبارة إلى معادلة.**

1. ثلاثة مضروبة في r ناقص 15 يساوي 6.
2. مجموع q وأربعة مضروبة في t يساوي 29.
3. مربع العدد n زائد 12 يعادل ناتج قسمة p و 4.
4. نصف j ناقص 5 يساوي مجموع k و 13.
5. مجموع 8 وثلاثة أمثال k يساوي الفارق بين 5 مضروبة في k و 3.
6. ثلاثة أرباع w زائد 5 يساوي نصف w مضاف له تسعة.
7. ناتج قسمة 25 على t زائد 6 هو نفس مثلي t زائد 1.
8. اثنان وثلاثون مقسومة على y تساوي حاصل ضرب ثلاثة في y ناقص أربعة.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2

9. المعرفة المالية يمتلك إسماعيل AED 1900 في البنك. ويرغب في زيادة حسابه لإجمالي AED 2500 عن طريق إيداع AED 30 كل أسبوع من شيك الأجر الخاص به. اكتب معادلة وقم بحلها لمعرفة عدد الأسابيع اللازمة لتحقيق هدفه.

10. النماذج يكسب مدحت مالاً إضافيًا من خلال طلاء المنازل. ويتحمل تكلفة AED 200 للرسوم زائد AED 12 لكل علبة طلاء تلزمه لإكمال المهمة. اكتب معادلة واستخدمها لمعرفة عدد علب الطلاء اللازمة لمهمة تكلفتها AED 260.

مثال 3

حوّل كل جملة إلى معادلة.

11. محيط الشكل الخماسي المنتظم يساوي 5 مضروبة في طول كل ضلع.

12. مساحة الدائرة هي حاصل ضرب π ومربع نصف القطر r.

13. أربعة مضروبة في π مضروبة في مربع نصف القطر يساوي مساحة سطح كرة.

14. حجم هرم قاعدته مربعة هو ثلث حاصل ضرب مربع ضلع القاعدة في الارتفاع.

مثال 4

حول كل معادلة إلى جملة.

15. $7m - q = 23$

16. $6 + 9k + 5j = 54$

17. $3(g + 8) = 4h - 10$

18. $6d^2 - 7f = 8d + f^2$

مثال 5

اكتب مسألة وفقًا للمعلومات المتوفرة.

19. g = لاعبو القوى في فريق. $3g = 45$

20. c = تكلفة الدفتر. $0.25c$ = هامش الربح. $c + 0.25c = 3.75$

التمرين وحل المسائل

حوّل كل عبارة إلى معادلة.

مثال 1

21. الفرق بين f وخمسة مضروبة في g يساوي سالب 25

22. ثلاثة مضروبة في b ناقص 100 يساوي حاصل ضرب 6 و b

23. أربعة مضروبة في مجموع 14 و c يساوي مربع a

24. الموسيقى في جهاز البيانو. 52 مفتاحًا أبيض. اكتب معادلة واستخدمها لإيجاد عدد مسافات المجالات الموسيقية (الأوكتافات) على لوحة مفاتيح البيانو.

مثال 2

25. تشجير الحدائق يحتوي سطح من النباتات على 12 لبنة. ويريد عمر عمل حديقة تحتوي على ثلاثة صفوف من النباتات وفي كل صف 10 نباتات. اكتب معادلة وحلها لإيجاد عدد أسطح النباتات التي على عمر شراؤها.

مثال 3

حوّل كل جملة إلى معادلة.

26. محيط المستطيل يساوي مثلي حاصل جمع الطول والعرض.

27. الدرجة المئوية C تساوي خمسة على تسعة مضروبة في الفرق بين درجة الفهرنهايت F و 32.

28. كثافة العنصر تساوي ناتج قسمة كتلته على حجمه.

29. يمكن حساب مرابحة بسيطة من خلال معرفة حاصل ضرب كمية رأس المال p ونسبة المرابحة r والزمن t.

مثال 4

حول كل معادلة إلى جملة.

30. $j + 16 = 35$

31. $4m = 52$

32. $7(p + 23) = 102$

33. $r^2 - 15 = t + 19$

34. $\frac{2}{5}v + \frac{3}{4} = \frac{2}{3}x^2$

35. $\frac{1}{3} - \frac{4}{5}z = \frac{4}{3}y^3$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 5

اكتب مسألة وفقًا للمعلومات المقدمة.

36. q = كوارتات من الفراولة. $2.50q = 10$

37. p = كمية رأس المال. $0.12p$ = المرابحة المحتسبة. $p + 0.12p = 224$

38. m = عدد الأفلام المؤجرة. $10 + 1.50m = 14.50$

39. p = عدد اللاعبين في اللعبة. $7 + 5p$ = عدد البطاقات في مجموعة البطاقات

بالنسبة للتمارين من 40 إلى 43، صِل كل جملة مع معادلة.

A. $g^2 = 2(g - 10)$

B. $\frac{1}{2}g + 32 = 15 + 6g$

C. $g^3 = 24g + 4$

D. $3g^2 = 30 + 9g$

40. نصف g زائد اثنين وثلاثين يساوي مجموع خمسة عشر وستة مضروبة في g.

41. العدد g مرفوعًا للقوة الثالثة يساوي حاصل ضرب 24 و g مضافًا له 4.

42. مربع g يساوي مثلي الفرق بين g و 10.

43. ناتج ضرب 3 ومربع g يساوي مجموع ثلاثين وحاصل ضرب تسعة و g.

44. **المعرفة المالية** يحتوي بنك قالح على قطع نقد معدنية من فئات 25 فلسًا و 10 فلسات و 5 فلسات. ولديه ثلاث قطع من فئة 10 فلسات أكثر من فئة 25 فلسًا و 6 قطع من فئة 5 فلسات أقل من فئة 25 فلسًا. فإذا كان لديه 63 قطعة، فاكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد القطع من فئة 25 فلسًا لدى قالح.

45. **التسوق** اشترى عبد الرحيم 17 غرضًا لرحلة التخييم. وتتضمن أوتاد خيام وعلبًا من المشروبات المتنوعة وقوارير مياه. ولقد اشترى من علب المشروبات المتنوعة 3 أمثال ما اشتراه من أوتاد الخيم. واشترى أيضًا زجاجتين من المياه أكثر مما اشتراه من أوتاد الخيم. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد أوتاد الخيم التي اشتراها.

46. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف كيفية تحويل علاقات بقوى أسية.

x	2	3	4	5	6
y	5	10	17	26	37

a. **لفظيًا** اكتب جملة لوصف العلاقة بين x و y في الجدول.

b. **جبريًا** اكتب معادلة تمثل البيانات في الجدول.

c. **بيانيًا** وضح بالتمثيل البياني كل زوج مرتب وارسم الدالة. صف التمثيل البياني بأنه منقطع أو متصل. انظر ملحق الإجابات للفصل 2.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

47. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مسألة عن البرنامج التليفزيوني المفضل لديك الذي يمكن عليه تطبيق استخدام المعادلة $x + 8 = 30$. انظر .

48. **الاستنتاج** تبلغ مساحة السطح لعنصر ثلاثي الأبعاد مجموع أسطح الأوجه. إذا كان ℓ يمثل طول ضلع المكعب، فاكتب صيغة لمساحة سطح المكعب.

49. **مسألة تحفيزية** بمعرفة المحيط P والعرض w لمستطيل ما، اكتب معادلة لمعرفة الطول ℓ.

50. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكن تحويل جملة لفظية إلى معادلة جبرية؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

51. أي معادلة تمثل بشكل أفضل العلاقة بين عدد الساعات التي يعملها الكهربائي h والرسوم الكلية c؟

تكلفة الكهربائي	
الاتصال بالمنزل عند الطوارئ	رسوم لمرة واحدة بمقدار AED 30
المعدل	AED 55 في الساعة

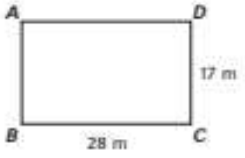
A $c = 30 + 55$
B $c = 30h + 55$
C $c = 30 + 55h$
D $c = 30h + 55h$

52. قطعت سيارة مسافة 55 mi/h لمدة ساعتين ونصف، ثم 65 mi/h لمدة 3 ساعات. فما مجموع المسافة التي قطعتها السيارة إجمالاً؟

F 300.5 mi
G 305 mi
H 330 mi
J 332.5 mi

53. **إجابة قصيرة** افترض أن كل بعد للمستطيل ABCD تمت مضاعفته. فما محيط المستطيل الجديد ABCD؟

m



54. **الإحصاء** كانت نتائج أول خمسة اختبارات في مادة العلوم للطالبة إيناس كالتالي: 95 و 86 و 83 و 95 و 99. أي من العبارات التالية صحيحة؟

A المنوال يساوي الوسيط.
B الوسيط يساوي المتوسط الحسابي.
C المدى يساوي المنوال.
D المنوال يساوي المتوسط الحسابي.

مراجعة شاملة

55. **المجتمع الإحصائي** حدد الدالة المرسومة بيانيًا بوصفها خطية أو غير خطية. ثم قدّر وفسر قراءات التمثيل البياني. وأي تناظر موجود. وما إذا كانت الدالة موجبة أم سالبة. ومتزايدة أم متناقصة. والإحداثي x لأي قيم قصوى ذات صلة. والنمط النهائي للتمثيل البياني. (الدروس من 1 إلى 8)

56. **التسوق** حصل بعض الصغار على خصم على أقراط قيمتها العادية AED 29 لكل زوج. فإذا اشتريت زوجين، فستحصل على زوج مجانًا. (الدروس من 1 إلى 7)

a. اصنع جدولاً يوضح تكلفة شراء من 1 إلى 5 أزواج من الأقراط.

b. اكتب البيانات على هيئة مجموعة من الأزواج المرتبة.

c. مثّل البيانات بيانيًا.

57. **الهندسة** ارجع إلى الجدول أدناه. (الدروس من 1 إلى 6)

المضلع	مثلث	رباعي الأضلاع	شكل خماسي	شكل سداسي	شكل سباعي
عدد الأضلاع	3	4	5	6	7
مجموع الزوايا الداخلية	180	360	540	720	900

a. حدد المتغيرات المستقلة والتابعة.

b. حدد المجال و المدى لهذه الحالة.

c. حدّد ما إذا كانت الدالة متقطعة أم متصلة. اشرح.

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

58. 9^2
59. 10^6
60. 3^5
61. 5^3

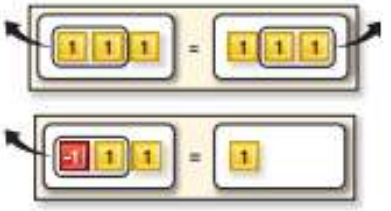
محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

2-2 مختبر الجبر
حل المعادلات

ممارسات في الرياضيات
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك.

يمكنك استخدام **مربعات الجبر** لتمثيل حل المعادلات. **حل معادلة** يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة صحيحة. المربع يمثل المتغير x. يمثل المربع موجب 1.
يمثل المربع سالب 1. والمربع يمثل المتغير السالب x.
والهدف هو وضع مربع x بمفرده عند أحد طرفي الحل باستخدام القواعد المذكورة أدناه.

قواعد نماذج المعادلات عند الجمع أو الطرح:



- يمكنك طرح أو جمع الرقم نفسه لمربعات الجبر المطابقة لكل طرف من الحل دون تغيير المعادلة.
- مجموع موجب واحد وسالب واحد للوحدة نفسها يسميان زوجًا صفريًا. طالما أن $1 + (-1) = 0$. يمكنك طرح أو جمع أزواج صفرية لأي من طرفي حل المعادلة دون تغيير المعادلة.

نشاط 1 معادلة جمع

استخدم نموذج معادلة لحل $x + 3 = -4$

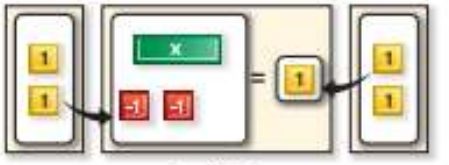
الخطوة 1 إعداد نموذج للمعادلة. ضع مربع x واحدًا و3 مربعات 1 موجب على أحد طرفي الحل. ضع 4 مربعات 1 سالب على الطرف الآخر من الحل.

الخطوة 2 اعزل الحد x. أضف 3 مربعات 1 سالب لكل طرف. فتكون المعادلة هي $x = -7$

نشاط 2 معادلة الطرح

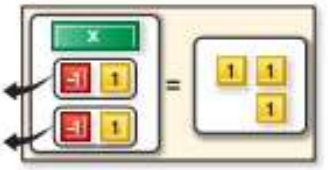
استخدم نموذج معادلة لحل $x - 2 = 1$

الخطوة 1



ضع مربع x واحدًا ومربعي 1 سالب على أحد طرفي لوح الحل. ضع مربع 1 موجب على الطرف الآخر من لوح الحل. ثم أضف مربعي 1 موجب لكل طرف.

الخطوة 2



اجمع المربعات لتكوين أزواج صفرية. ثم تخلص من كل الأزواج الصفرية. فتكون المعادلة هي $x = 3$.

(يتبع في الصفحة التالية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

حل المعادلات تابع

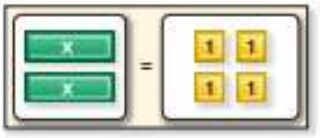
اصنع نموذجًا وحلل

استخدم مربعات الجبر لحل كل معادلة.

1. $x + 4 = 9$ **2.** $x + (-3) = -4$ **3.** $x + 7 = -2$ **4.** $x + (-2) = 11$

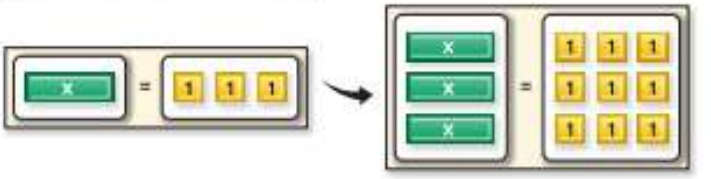
5. الكتابة في الرياضيات إذا كان $a = b$. فما رأيك في $a + c$ و $b + c$؟
وفي $a - c$ و $b - c$؟

عند حل معادلات الضرب، يظلّ الهدف هو وضع المربع x بمفرده عند أحد طرفي الحل باستخدام قواعد القسمة.

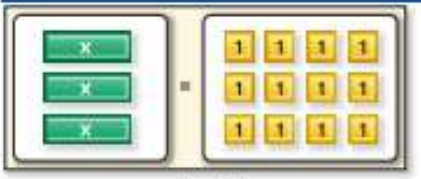


قواعد نماذج المعادلات عند القسمة:

- يمكنك جمع المربعات الموجودة على كل طرف من لوح حل المعادلة إلى أعداد متساوية من المجموعات دون تغيير المعادلة.
- يمكنك وضع مجموعة متساوية على كل طرف من لوح حل المعادلة دون تغيير المعادلة.



نشاط 3 معادلات الضرب



$3x = 12$

$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$

$x = 4$

استخدم نموذج معادلة لحل $3x = 12$

الخطوة 1 إعداد نموذج للمعادلة. ضع 3 مربعات x على أحد جانبي النموذج. ضع 12 مربع 1 موجب على الجانب الآخر من لوح الحل.

الخطوة 2 اعزل الحد x. اقسم المربعات إلى 3 مجموعات متساوية للتوافق مع مربعات x الثلاثة. كل مربع x مقترن مع 4 مربعات 1 موجب. فتكون المعادلة الناتجة هي $x = 4$

اصنع نموذجًا وحلل

استخدم مربعات الجبر لحل كل معادلة.

6. $5x = -15$ **7.** $-3x = -9$ **8.** $4x = 8$ **9.** $-6x = 18$

10. التخمين كيف يمكنك استخدام مربعات الجبر لحل $\frac{x}{4} = 5$؟ ناقش الخطوات التي يمكن إجراؤها لحل هذه المعادلة جبريًا.

حقوق الطبع والتأليف © تعود لشركة McGraw-Hill Education

2-2 حل معادلات الخطوة الواحدة

..السابق	..الحالي	..لماذا؟
• حولت العبارات إلى معادلات.	1 حل معادلات في مجال الأعداد الحقيقية باستخدام الجمع والطرح.	• تم تسجيل رقم قياسي لأكثر تجمع لأشكال الجسم على الثلج في مكان واحد عندما اشترك 3784 شخصًا في ولاية مينيسوتا. واشترك في ولاية داكوتا الشمالية 8910 أشخاص لتحطيم الرقم القياسي. لمعرفة كم يزيد عدد الأشخاص الذين اشتركوا في ولاية داكوتا الشمالية عن ولاية مينيسوتا. حل المعادلة $3784 + x = 8910$
	2 حل معادلات في مجال الأعداد الحقيقية باستخدام الضرب والقسمة.	

مفردات جديدة

حل معادلة **solve an equation**

معادلات متكافئة **equivalent equations**

ممارسات في الرياضيات

مراعاة الدقة.

1 حل معادلات باستخدام الجمع أو الطرح في أي معادلة، يمثل المتغير العدد الذي يحقق المعادلة. **حل معادلة** يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة صحيحة.

تتطلب عملية حل المعادلة افتراض أن المعادلة الأصلية لها حل وعزل المتغير (بمعامل 1) على أحد جوانب المعادلة. تؤدي كل خطوة بهذه العملية إلى معادلات مكافئة. **المعادلات المتكافئة** لها الحل نفسه.

المفهوم الأساسي خاصية الجمع في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وتم جمع العدد نفسه مع كل طرف من المعادلة، فإن المعادلة المكافئة الناتجة عن ذلك تكون صحيحة أيضًا.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b و c، إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$.

أمثلة

$$\begin{array}{r} -3 = -3 \\ +\ 9 = +\ 9 \\ \hline 6 = 6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14 = 14 \\ 14 + 3 = 14 + 3 \\ 17 = 17 \end{array}$$

مثال 1 الحل باستخدام الجمع

حُلّ $c - 22 = 54$

الطريقة الأفقية

$c - 22 = 54$ معادلة أصلية

$c - 22 + 22 = 54 + 22$ أضف 22 لكل طرف

$c = 76$ بسّط

الطريقة الرأسية

$$\begin{array}{rcl} c - 22 & = & 54 \\ +\ 22 & = & +\ 22 \\ \hline c & = & 76 \end{array}$$

للتحقق من أن 76 هو الحل، بدّل 76 محل c في المعادلة الأصلية.

تحقق

$c - 22 = 54$ معادلة أصلية

$76 - 22 \stackrel{?}{=} 54$ عوض $c = 76$

$54 = 54$ ✓ اطرح

تمرين موجّه

1A. $113 = g - 25$

1B. $j - 87 = -3$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خاصية الطرح في المعادلة يمكن استخدامها أيضا لحل المعادلات.

المفهوم الأساسي خاصية الطرح في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وتم طرح العدد نفسه من كل طرف من المعادلة، فإن المعادلة المكافئة الناتجة عن ذلك هي صحيحة أيضا.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b و c. إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$.

أمثلة

$$\begin{aligned} 87 &= 87 \\ 87 - 17 &= 87 - 17 \\ 70 &= 70 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 13 &= 13 \\ -28 &= -28 \\ \hline -15 &= -15 \end{aligned}$$

نصيحة دراسية

الطرح إن طرح القيمة يكافئ جمع معكوس هذه القيمة.

مثال 2 الحل باستخدام الطرح

حل $63 + m = 79$

الطريقة الأفقية

$63 + m = 79$ معادلة أصلية

$-63 \quad = -63$ اطرح 63 من كل طرف

$m = 16$ بسّط

الطريقة الرأسية

$$\begin{aligned} 63 + m &= 79 \\ -63 \quad &= -63 \\ \hline m &= 16 \end{aligned}$$

للتحقق من أن 16 هو الحل، بدّل m محل 16 في المعادلة الأصلية.

تحقق

$63 + m = 79$ معادلة أصلية

$63 + 16 \stackrel{?}{=} 79$ عوض من خلال $m = 16$

$79 = 79$ ✓ بسّط

تمرين موجّه

2A. $27 + k = 30$

2B. $-12 = p + 16$

نصيحة دراسية

حل معادلة ما عند حل معادلة ما، يمكنك استخدام إما الطريقة الأفقية أو الطريقة الرأسية. وفي كلا الطريقتين، ينتج نفس الحل.

2 حل معادلات باستخدام الضرب أو القسمة

في المعادلة $\frac{x}{3} = 9$، المتغير x مقسوم على 3. لحل x، ألغ القسمة عن طريق ضرب كل طرف في 3. هذا مثال على **خاصية الضرب في المعادلة**.

المفهوم الأساسي خاصية الضرب في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وكل طرف مضروب في العدد نفسه غير الصفري، تصبح المعادلة الناتجة مكافئة.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية a و b و c. وكان $c \neq 0$. و $a = b$، فإن $ac = bc$.

مثال إذا كان $x = 5$، إذا $3x = 15$

خاصية القسمة في المعادلة

الشرح إذا كانت معادلة ما صحيحة وكل طرف مقسوم على العدد نفسه غير الصفر، تصبح المعادلة الناتجة مكافئة.

الرموز بالنسبة لأي أعداد حقيقية c. $c \neq 0$ و b و a إذا كان $a = b$ فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

مثال إذا كان $x = -20$، فإن $\frac{x}{5} = \frac{-20}{5} = -4$

محتوى الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن استخدام المعكوس الضربي لأي عدد لحل المعادلات.

المثال 3 الحل باستخدام الضرب أو القسمة

حُلّ كل من المعادلات التالية.

a. $\frac{2}{3}q = \frac{1}{2}$

$\frac{2}{3}q = \frac{1}{2}$ — معادلة أصلية

$\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)q = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)$ — اضرب كل طرف في $\frac{2}{3}$، المعكوس الضربي لـ $\frac{2}{3}$

$q = \frac{3}{4}$ — تحقق من النتائج

b. $39 = -3r$

$39 = -3r$ — معادلة أصلية

$\frac{39}{-3} = \frac{-3r}{-3}$ — اقسم كل طرف على -3

$-13 = r$ — تحقق من النتائج

تمرين موجّه

3A. $\frac{3}{5}k = 6$ **3B.** $-\frac{1}{4} = \frac{2}{3}b$

مراجعة المفردات

المعكوس الضربي (Reciprocal)
هو مقلوب العدد

ويمكن أيضا استخدام المعكوسات الضربية وخصائص المعادلة لحل مسائل من الحياة اليومية.

مثال 4 من الحياة اليومية الحل باستخدام الضرب

استبيانات شاركت مجموعة من الفتيات تتراوح أعمارهن بين 13 و 15 عاما في استبيان. وقالت 225 منهن، أو حوالي $\frac{9}{20}$، إنهن يتحدثن عبر الهاتف أثناء مشاهدة التلفاز. فكم طالبة شاركت في الاستبيان؟

الشرح تسعة على عشرين مضروبة في عدد المشاركين يساوي 225.

المتغير لنفترض أن g = عدد البنات اللاتي شاركن في الاستبيان.

المعادلة $\frac{9}{20}g = 225$

$\frac{9}{20}g = 225$ — معادلة أصلية

$\left(\frac{20}{9}\right)\frac{9}{20}g = \left(\frac{20}{9}\right)225$ — اضرب كل طرف في $\frac{20}{9}$

$g = \frac{4500}{9}$ — $\left(\frac{20}{9}\right)\left(\frac{9}{20}\right) = 1$

$g = 500$ — بسّط

شارك حوالي 500 طالبة في الاستبيان.

تمرين موجّه

4. الزجاج الملون تصنع يارا زجاجا ملونا للنوافذ. ويتطلب أسلوب عملها تلوين خُمس الزجاج باللون الأزرق. ولديها 288 in^2 من الزجاج الأزرق. وإذا كانت تنوي استخدام كل الزجاج الأزرق لديها، فكم من الزجاج ستحتاج للمشروع بأكمله؟

رابط من الحياة اليومية

يستخدم حوالي نصف الأشخاص البالغ أعمارهم من 10 إلى 18 عاما في الولايات المتحدة الهاتف الخلوي. ومن بينهم، يلعب 53% الألعاب على هواتفهم. وأكثر من 33% يقومون بتنزيل تلك الألعاب. و 52% يستخدمون المفكرة/المنظم. وتقريبا جميع المراهقين يستخدمون كاميرات هواتفهم لالتقاط الصور.

المصدر: Lexdon Business Library

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقّق من فهمك

الأمثلة 1-3

حُـلّ كل معادلة. تحقق من إجابتك.

1. $g + 5 = 33$

2. $104 = y - 67$

3. $\frac{2}{3} + w = 1\frac{1}{2}$

4. $-4 + t = -7$

5. $a + 26 = 35$

6. $-6 + c = 32$

7. $1.5 = y - (-5.6)$

8. $3 + g = \frac{1}{4}$

9. $x + 4 = \frac{3}{4}$

10. $\frac{t}{7} = -5$

11. $\frac{a}{36} = \frac{4}{9}$

12. $\frac{2}{3}n = 10$

13. $\frac{8}{9} = \frac{4}{5}k$

14. $12 = \frac{x}{-3}$

15. $-\frac{r}{4} = \frac{1}{7}$

مثال 4

16. جمع التبرعات جمع البرنامج التلفزيوني تبرعات من النجوم أموالاً لمنظمات الإغاثة. وأثناء البرنامج، يمكن للمشاهدين الاتصال والتصويت لنجمهم المفضل. شاركت الشركة المالكة بمقدار 5 ملايين درهم مقابل 50 مليون صوت مدلى به. فكم دفعوا عن كل صوت؟

17. الاستنتاج قررت هناء شراء بيت مخصص لقطتها من صندوق تمويل عبر الإنترنت يمنح $\frac{7}{8}$ من مشترياتها للملاجئ المهتمة بالحيوانات. فكم من مال هناء يذهب لملاجئ الحيوانات؟

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3

حُـلّ كل معادلة. و تحقق من الحل.

18. $v - 9 = 14$

19. $44 = t - 72$

20. $-61 = d + (-18)$

21. $18 + z = 40$

22. $-4a = 48$

23. $12t = -132$

24. $18 - (-f) = 91$

25 $-16 - (-t) = -45$

26. $\frac{1}{3}v = -5$

27. $\frac{u}{8} = -4$

28. $\frac{a}{6} = -9$

29. $-\frac{k}{5} = \frac{7}{5}$

30. $\frac{3}{4} = w + \frac{2}{5}$

31. $-\frac{1}{2} + a = \frac{5}{8}$

32. $-\frac{t}{7} = \frac{1}{15}$

33. $-\frac{5}{7} = y - 2$

34. $v + 914 = -23$

35. $447 + x = -261$

36. $-\frac{1}{7}c = 21$

37. $-\frac{2}{3}h = -22$

38. $\frac{3}{5}q = -15$

39. $\frac{n}{8} = -\frac{1}{4}$

40. $\frac{c}{4} = -\frac{9}{8}$

41. $\frac{2}{3} + r = -\frac{4}{9}$

المثال 4

42. القطط يمكن للقطة الألبغة الجري بسرعة 27.5 mi/h عند مطاردة فريسة. ويمكن للفهد الصياد الركض أسرع من القطة بمقدار 42.5 mi/h عند مطاردة فريسة. فكم سرعة ركض الفهد الصياد؟
mi/h

43. السيارات متوسط الزمن t المستغرق لصنع سيارة في الولايات المتحدة هو 24.9 ساعة. وهذا أكثر من متوسط الزمن المستغرق لصنع سيارة في اليابان بمقدار 8.1 ساعات. اكتب معادلة وحلها لمعرفة متوسط زمن صنع السيارة في اليابان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خـــلّ كل معادلة. و تحقق من الحل.

44. $\frac{x}{9} = 10$ **45.** $\frac{b}{7} = -11$ **46.** $\frac{3}{4} = \frac{c}{24}$

47. $\frac{2}{3} = \frac{1}{8}y$ **48.** $\frac{2}{3}n = 14$ **49.** $\frac{3}{5}g = -6$

50. $4\frac{1}{5} = 3p$ **51.** $-5 = 3\frac{1}{2}x$ **52.** $6 = -\frac{1}{2}n$

53. $-\frac{2}{5} = -\frac{z}{45}$ **54.** $-\frac{g}{24} = \frac{5}{12}$ **55.** $-\frac{v}{5} = -45$

اكتب معادلة لكل جملة. ثم حل المعادلة.

56. ستة مضروبة في عدد تساوي 132.

57. ثلثان يساويان سالب ثمانية مضروبة في عدد.

58. خمسة مقسومة على أحد عشر مضروبة في عدد تساوي 55.

59. أربعة أخماس تساوي عشرة على ستة عشر من عدد.

60. حاصل ثلاثة وثلثين مضروبًا في عدد يساوي تُسعين.

61 حاصل أربعة وأربعة أخماس مضروبة في عدد يساوي واحدًا وخُمسًا.

62. الدقة تقارن مها أسعار علامتين تجاريتين لمنتجات صحية تمد الجسم بالطاقة بالمتجر المحلي. وتريد الحصول على أفضل سعر لكل قرص.

a. اكتب معادلة لمعرفة سعر كل قرص من العلامة التجارية (الشعور بالقوة).

b. اكتب معادلة لمعرفة سعر كل قرص من العلامة التجارية (القوة القصوى).

c. أي نوع يجب أن تشتريه مها؟ اشرح.

63. وسائل الإعلام تم استخدام أكبر طائرة ركاب في العالم، إير باص A380، لدى الخطوط الجوية السنغافورية عام 2005. وظهر الوصف التالي على موقع إخباري عبر الإنترنت بعد تقديم الطائرة.

"سوف تشهد شركة الطيران نقل 555 راكبًا بطائرة A380. وهو ما يزيد بمقدار 139 راكبًا عن طائرة 747 التي تشبهها."

كم عدد الركاب التي تنقلها طائرة 747؟

64. الوقود في عام 2004، تم تصنيف ما يقرب من 5 ملايين سيارة وشاحنة ضمن المركبات مرنة الوقود. وهو ما يعني إمكانية تشغيلها بالبنزين أو الإيثانول. وفي عام 2009، زاد هذا الرقم لحوالي 8 ملايين. فكم عدد المركبات مرنة الوقود التي زادت في 2009؟

65. ريادة الأعمال في مسابقة لرواد الأعمال الشباب، كان أقصى وقت لتقديم كل فريق، بما في ذلك عملية التجهيز، 3 دقائق. وكان وقت تقديم فريق مدرسة "ريدجفيو" الثانوية دقيقتين و 34 ثانية. فكم الوقت المتبقي للفريق من أجل التجهيز؟

66. الكتب الهزلية تم بيع كتاب واحد من X-Men #1 (إكس مين – الجزء الأول الهزلي في حالته الأصلية مؤخرًا بمبلغ AED 45000. وتم بيع كتاب من كتب Action Comics #63 (Mile High) (الأكشن الهزلي – الجزء 63 (مايل)، في حالته الأصلية أيضًا، بمبلغ AED 15000. فكم يزيد مبلغ بيع كتاب إكس مين الهزلي عن كتب الأكشن الهزلية؟

67. الأفلام حقق فيلم ما 1.6 مليون AED بأدوار السينما. وحقق جزء ثانٍ للفيلم 0.8 مليون AED بأدوار السينما. فكم يزيد المبلغ الذي حققه الفيلم الأول عن الجزء الثاني له؟

68. الكاميرات باع متجر إلكترونيات كاميرا رقمية بمبلغ AED 126. وهذا يعتبر $\frac{2}{3}$ من السعر المحدد عند محلات التصوير الفوتوغرافي. فما تكلفة الكاميرا عند محل التصوير الفوتوغرافي؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

69. **المدونات** في عام 2006، قرأ 57 مليون أمريكي بالغ المدونات عبر الإنترنت. ولكن يقول عدد أقل من هذا بمقدار 45 مليون شخص بأن لديهم مدوناتهم الخاصة. فكم عدد الأمريكيين البالغين ممن لديهم مدونات؟

70. **وظائف العلوم** وفقًا لمكتب العمل والإحصاءات، حوالي 140,000,000 شخص تم توظيفهم بالولايات المتحدة عام 2009.

a. عدد العاملين بالمهن الإنتاجية مضروبًا في 20 يساوي عدد العاملين إجمالاً. اكتب معادلة لتمثيل عدد المعينين في المهن الإنتاجية عام 2009. ثم حل المعادلة.

b. عدد العاملين بالمهن الحرفية أقل من عدد العاملين بالمهن الإنتاجية بمقدار 2,300,000 شخص. فكم عدد العاملين بالمهن الحرفية؟

71. **الأداء المسرحي** يمتلك مجلس الطلاب ميزانية مقدارها AED 1000 لأداء العرض المسرحي "العودة للوطن". وحتى الآن، أنفقوا AED 350 للموسيقى.

a. اكتب معادلة لتمثيل مقدار المال الذي لم ينفق بعد. ثم حل المعادلة.

b. ثم أنفقوا على أعمال التزيين AED 225. اكتب معادلة لتمثيل مقدار المال المتبقي.

c. إذا أنفق مجلس الطلاب ميزانيته بالكامل. فاكتب معادلة لتمثيل عدد التذاكر من قيمة AED 6 التي لا بد أن يبيعوها لجني الربح المقدر بقيمة AED 100.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

72. **أي مما يلي لا ينتمي للمجموعة؟** حدد المعادلة التي لا تتناسب مع الأعداد الثلاثة الأخرى. اشرح استدلالك.

$n - 4 = 9$	$n - 16 = 29$	$12 + n = 25$	$n + 14 = 27$

73. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة تتضمن الجمع واشرح طريقتين لحلها.

74. **الاستنتاج** أي مثلث لا يبلغ ارتفاعه $4\frac{1}{2}b$، حيث b هي طول القاعدة؟

مثلث	القاعدة (cm)	الطول (cm)
$\triangle ABC$	3.8	17.1
$\triangle MOP$	5.4	24.3
$\triangle RST$	6.3	28.5
$\triangle TRW$	1.6	7.2

75. **البنية** حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أحيانًا أو دائمًا أو غير صحيحة تمامًا. اشرح استدلالك.

a. $x + x = x$ b. $x + 0 = x$

76. **الاستنتاج** حدد قيمة كل عبارة أدناه.

a. إذا كان $x - 7 = 14$، فما قيمة $x - 2$؟

b. إذا كان $t + 8 = -12$، فما قيمة $t + 1$؟

77. **مسألة تحفيزية** حلّ كل معادلة لـ x. **افترض أن** $a \neq 0$.

a. $ax = 12$ b. $x + a = 15$ c. $-5 = x - a$ d. $\frac{1}{a}x = 10$

78. **الكتابة في الرياضيات** ضع باعتبارك خاصية الضرب في المعادلة وخاصية القسمة في المعادلة. واشرح لماذا يمكن اعتبارهما الخاصية نفسها. ما الخاصية الذي تعتقد أنها الأسهل؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبار المعياري

79. أي مما يلي يمثل المعادلة بشكل أفضل $w - 15 = 33$؟

A أضاف حسام مقدار w أوقيات من المياه في الفارورة. التي تحتوي بالأساس على 33 أوقية من المياه. فما كمية المياه التي أضافها؟

B أمثال حسام 15 أوقية من المياه في الفارورة. ليبلغ إجمالي المياه 33 أوقية. ما كمية المياه w التي كانت في الفارورة في البداية؟

C شرب حسام 15 أوقية من المياه من الفارورة وتبقت 33 أوقية. ما كمية المياه w التي كانت في الفارورة في البداية؟

D شرب حسام 15 أوقية من المياه من الفارورة. التي كانت تحتوي في البداية على 33 أوقية. فما كمية المياه w المتبقية؟

80. **إجابة قصيرة** تدفع الشركة التي يعمل بها عدنان له عن كل ميل يقطعه في رحلته. وعندما يقود 50 mi. يحصل على 30 AED. إلى أقرب جزء من عشرة. كم عدد الأميال التي قادها إذا تقاضى 275 AED؟

81. يوضح الجدول نتائج الاستبيان الذي شارك فيه 500 من المسافرين الدوليين. وفقًا للبيانات. أي عبارة صحيحة؟

خطط العطلات	
الوجهة	النسبة المئوية
المناطق الاستوائية	37
أوروبا	19
آسيا	17
غير ذلك	17
غير وجهات العطلات	10

F خمسون ليس لديهم خطط للعطلة.

G خمسة عشر ذاهبون لآسيا.

H الثلث ذاهب للمناطق الاستوائية.

J مئة ذاهبون لأوروبا.

82. **الهندسة** كمية المياه المطلوبة لملء حمام سباحة تمثل _____ الحمام.

A حجم

B مساحة سطح

C محيط دائرة

D محيط

مراجعة شاملة

ترجم كل عبارة إلى معادلة. (الدرس 1-2)

83. مجموع مثلي r إلى ثلاثة أمثال k يساوي ثلاثة عشر.

84. ناتج قسمة t على العدد أربعة عشر هو الناتج نفسه لاثني عشر ناقص نصف u.

85. مربع m ناقص مكعب p يساوي ستة عشر.

86. **الألعاب** حدد الدالة الممثلة بيانيًا بوصفها خطية أو غير خطية. ثم فسّر وفسر قراءات التمثيل البياني. وأي تماثل موجود. وما إذا كانت الدالة موجبة أم سالبة. متزايدة أم متناقصة. والإحداثي x لأي قيم قصوى ذات صلة. والنمط النهائي للتمثيل البياني. (الدروس من 1 إلى 8)

مراجعة المهارات

87. **التواصل** يتواصل سامي مع الأصدقاء من أجل مشروع ما. ويحدد متوسط الوقت لاستخدام البريد الإلكتروني بمدة 5 ساعات و 8 ساعات على الهاتف. وساعتين بمقابلات شخصية معهم خلال الأسبوع الأول. وإذا استمر النهج كذلك. فاكتب تعبيرًا وقيمه للتنبؤ بعدد الساعات التي سيستغرقها في التواصل مع أصدقائه على مدار 12 شهرًا تالية.

88. **الحيوانات الأليفة** يعرض متجر "بوتشي للحيوانات الأليفة" العناصر التالية للبيع. اكتب تعبيرًا وقيّمه لمعرفة التكلفة الإجمالية لشراء طوق واحد وقميصين و 3 أوشحة ولجام واحد و 4 أقراص طائرة.

العنصر	التكلفة (AED)
طوق مرصع	4.50
وشاح	3.00
قميص للكلاب	6.25
لجام	5.50
قرص طائر	3.25

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-3 حل المعادلات متعددة الخطوات

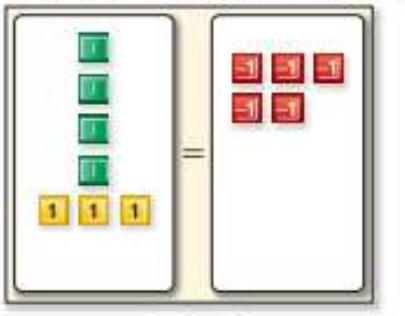
مختبر الجبر

يمكنك استخدام مربعات الجبر لتمثيل حل المعادلات متعددة الخطوات.

النشاط

استخدم نموذج معادلة لحل $4x + 3 = -5$

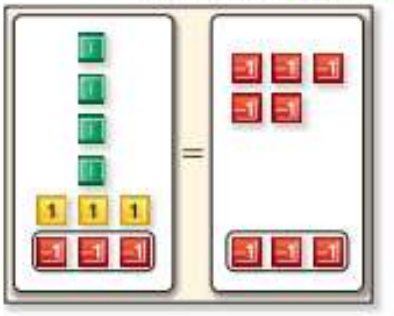
الخطوة 1 قم بإعداد نموذج للمعادلة.



$4x + 3 = -5$

ضع 4 مربعات x و 3 مربعات 1 موجب على طرف واحد من لوح الحل. ضع 5 مربعات 1 سالب على الجانب الآخر.

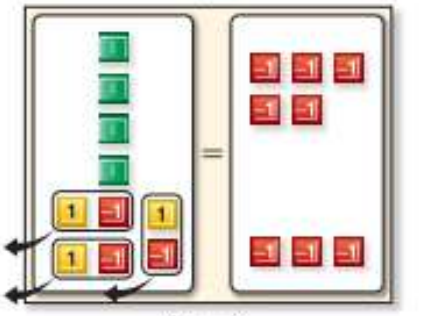
الخطوة 2 اعزل الحد x.



$4x + 3 - 3 = -5 - 3$

بما أنه توجد 3 مربعات 1 موجب مع مربعات x، فأضف 3 مربعات 1 سالب على كل طرف لتكوين أزواج صفرية.

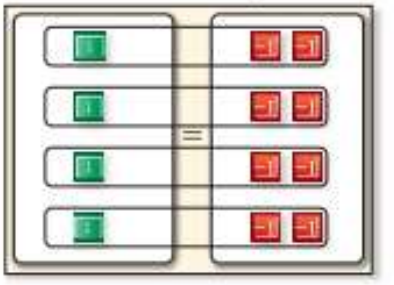
الخطوة 3 أزل الأزواج الصفرية.



$4x = -8$

اجمع المربعات لعمل أزواج صفرية واحذف الأزواج الصفرية.

الخطوة 4 اجمع المربعات.



$\frac{4x}{4} = \frac{-8}{4}$

$x = -2$

افصل المربعات المتبقية إلى 4 مجموعات متساوية للتوافق مع مربعات x الأربعة. كل مربع x مقترن مع مربعي 1 سالب. فتكون المعادلة هي $x = -2$.

استخدم النماذج

استخدم مربعات الجبر لحل كل معادلة.

1. $3x - 7 = -10$

2. $2x + 5 = 9$

3. $5x - 7 = 8$

4. $-7 = 3x + 8$

5. $5 + 4x = -11$

6. $3x + 1 = 7$

7. $11 = 2x - 5$

8. $7 + 6x = -11$

9. ما الخطوة الأولى لحل $67 = 29 - 8x$؟ أضف 29 إلى كل طرف.

10. ما الخطوة الأولى لحل $-49 = 14 + 9x$؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2-3 حل المعادلات متعددة الخطوات

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بحلّ معادلات ذات خطوة واحدة.	1 حل معادلات تتضمن أكثر من عملية واحدة في مجال الأعداد الحقيقية. 2 حل معادلات تتضمن أعدادًا صحيحة متتالية.	• "تور دو فرانس" هو حدث الدراجات الأبرز في العالم. توضح الخريطة مضمار سباق "تور دو فرانس" لعام 2007. إذا أمكن تمثيل طول أقصر جزء من المضمار بالحرف k، فإن التعبير $4k + 20$ يمثل طول أطول مرحلة أو 236 km يمكن وصف ذلك بالمعادلة $4k + 20 = 236$.

مفردات جديدة

معادلة متعددة الخطوات multi-step equation

أعداد صحيحة متتالية consecutive integers

نظرية العدد number theory

ممارسات في الرياضيات

البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك

1 حل معادلات متعددة الخطوات ما دام أن المعادلة أعلاه تتطلب أكثر من خطوة واحدة لحلها، فإنها تُسمى **معادلة متعددة الخطوات**. لحل المعادلة، لا بد من إلغاء كل عملية من خلال الحل بترتيب عكسي.

مثال 1 حل المعادلات المكونة من عدة خطوات

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

a. $11x - 4 = 29$

$11x - 4 = 29$	معادلة أصلية
$11x - 4 + 4 = 29 + 4$	أضف 4 لكل طرف
$11x = 33$	بسّط
$\frac{11x}{11} = \frac{33}{11}$	اقسم كل طرف على 11
$x = 3$	بسّط

b. $\frac{a+7}{8} = 5$

$\frac{a+7}{8} = 5$	معادلة أصلية
$8\left(\frac{a+7}{8}\right) = 8(5)$	اضرب كل طرف في 8
$a + 7 = 40$	بسّط
$-7 = -7$	اطرح 7 من كل طرف
$a = 33$	بسّط

يمكنك التحقق من إجابتك من خلال تعويض قيم النتائج في المعادلات الأصلية.

تمرين موجّه

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

1A. $2a - 6 = 4$

1B. $\frac{n+1}{-2} = 15$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 من الحياة اليومية كتابة معادلة متعددة الخطوات وحلها

التسوق يشتري عبد العزيز زلاجتين للتزلج على المياه عليهم خصم بقيمة $\frac{2}{3}$ من السعر الأصلي. بعد استخدامه لبطاقة هدايا مقدارها AED 25، أصبحت التكلفة الإجمالية قبل الضرائب AED 115. فما السعر الأصلي للزلاجات؟ اكتب معادلة للمسألة. ثم حل المعادلة.

الشرح

ثلثان من السعر ناقص 25 يساوي 115

المتغير

لنفترض أن p = السعر الأصلي للزلاجة.

المعادلة

$\frac{2}{3}$ × p − 25 = 115

$\frac{2}{3}p - 25 = 115$	معادلة أصلية
$\frac{2}{3}p - 25 + 25 = 115 + 25$	أضف 25 لكل طرف
$\frac{2}{3}p = 140$	بسّط.
$\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}p\right) = \frac{3}{2}(140)$	اضرب كل طرف في $\frac{3}{2}$
$p = 210$	بسّط

السعر الأصلي للزلاجة كان AED 210.

تمرين موجّه

2a. البيع بالتجزئة باع متجرًا للموسيقى ما قيمته $\frac{3}{5}$ من الأقراص المدمجة لموسيقى الهيب هوب. ولكن تم استرجاع 10. ولدى المتجر الآن 62 قرصًا مدمجًا لموسيقى الهيب الهوب. فكم كان عدد هذه الأقراص في البداية؟

2b. القراءة قرأ إبراهيم مقدار $\frac{3}{4}$ من رواية مصورة خلال عطلة نهاية الأسبوع. وقرأ يوم الأحد 22 صفحة أخرى. إذا كان قد قرأ 220 صفحة، فما عدد صفحات الكتاب؟

الربط بالحياة اليومية

يمكن للمتسوقين في مدينة شانغهاي في الصين دفع تكلفة مشترياتهم من خلال نظام يربط بصمات أصابع المشترين مع حساباتهم البنكية.

المصدر: Shanghai Daily

2 حل مسائل أعداد صحيحة متتالية

الأعداد الصحيحة المتتالية هي أعداد صحيحة في ترتيب العد. مثل 4 و 5 و 6 أو n، $n + 1$ و $n + 2$. عند العد باثنين، سوف تنتج أعداد صحيحة زوجية متتالية إذا كان العدد الصحيح الأول n زوجيًا. وأعداد صحيحة فردية متتالية إذا كان العدد الصحيح الأول n فرديًا.

ملخص المفهوم أعداد صحيحة متتالية

النوع	الشرح	الرموز	مثال
أعداد صحيحة متتالية	الأعداد الصحيحة المتاحة في ترتيب العد.	$n, n + 1, n + 2, \ldots$	$\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$
أعداد صحيحة زوجية متتالية	العدد الصحيح الزوجي يتبعه العدد الصحيح الزوجي التالي.	$n, n + 2, n + 4, \ldots$	$-2, 0, 2, 4, \ldots$
أعداد صحيحة فردية متتالية	العدد الصحيح الفردي يتبعه العدد الصحيح الفردي التالي.	$n, n + 2, n + 4, \ldots$	$\ldots, -1, 1, -3, 5, \ldots$

نظرية الأعداد هي دراسة الأعداد والعلاقات بينها.

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

مثال 3 حل مسألة أعداد صحيحة متتالية

نظرية الأعداد اكتب معادلة للمسألة التالية. ثم حل المعادلة وأجب على المسألة.

جد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعهم -51.

لنفترض أن n = أقل عدد صحيح فردي.

إذًا $n + 2$ = العدد الصحيح الفردي الأكبر التالي. و $n + 4$ = أكبر الأعداد الصحيحة الفردية من بين الأعداد الثلاثة.

الشرح	-51	يساوي	مجموع ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية
المعادلة	-51	$=$	$n + (n + 2) + (n + 4)$

$n + (n + 2) + (n + 4) = -51$	المعادلة الأصلية
$3n + 6 = -51$	بسّط
$-6 = -6$	اطرح 6 من كل طرف
$3n = -57$	بسّط
$\frac{3n}{3} = \frac{-57}{3}$	اقسم كل طرف على 3
$n = -19$	بسّط

$n + 2 = -19 + 2 = -17$ $\quad$ $n + 4 = -19 + 4 = -15$

الأعداد الصحيحة الفردية المتتالية هي -19 و -17 و -15.

تحقق من أن -19 و -17 و -15 أعداد صحيحة فردية متتالية.
$-19 + (-17) + (-15) = -51$ ✓

تمرين موجّه

3. اكتب معادلة للمسألة التالية. ثم حل المعادلة وأجب عن المسألة.

جد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها 21.

نصيحة دراسية

الانتظام يمكنك استخدام نفس التعبيرات لتمثيل إما الأعداد الصحيحة الزوجية المتتالية أو الأعداد الصحيحة الفردية المتتالية. قيمة n (فردي أو زوجي) هي ما يختلف بين التعبيرين.

التحقّق من فهمك

مثال 1 حُلّ كل معادلة. علّل إجابتك.

1. $3m + 4 = -11$ $\quad$ **2.** $12 = -7f - 9$ $\quad$ **3.** $-3 = 2 + \frac{a}{11}$

4. $\frac{3}{2}n - 8 = 11$ $\quad$ **5.** $8 = \frac{x - 5}{7}$ $\quad$ **6.** $\frac{c + 1}{-3} = -21$

مثال 2 **7.** **نظرية الأعداد** اثنا عشر ناقص مثلي عدد يساوي -34. اكتب معادلة لهذه الحالة ثم جد العدد.

8. **البيسبول** خلال دوري الجامعات للبيسبول، حقق محمد عدد مرات إمساك بالكرة أصغر من العدد الذي حققه عمر بمقدار 175 مرة. فقد حقق محمد 755 مرة إمساك للكرة. اكتب معادلة لهذه الحالة. كم عدد مرات الإمساك بالكرة الذي حققه عمر خلال الدورة؟

مثال 3 اكتب معادلة وحل كل مسألة.

9. جد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها 75.

10. جد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها -36.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1

حُـلّ كل معادلة. علّل إجابتك.

11. $3t + 7 = -8$

12. $8 = 16 + 8n$

13. $-34 = 6m - 4$

14. $9x + 27 = -72$

15. $\frac{y}{5} - 6 = 8$

16. $\frac{f}{-7} - 8 = 2$

17. $1 + \frac{r}{9} = 4$

18. $\frac{k}{3} + 4 = -16$

19. $\frac{n-2}{7} = 2$

20. $14 = \frac{6+z}{-2}$

21. $-11 = \frac{a-5}{6}$

22. $\frac{22-w}{3} = -7$

مثال 2

23. المعرفة المالية يوفر متجر الهواتف الخلوية "Cell+" العروض الموضحة في الجدول. اختار رامي عرض الأعمال بتكلفة AED 100 في الشهر. اكتب معادلة لهذا الموقف، وحدد عدد الدقائق التي يمكن أن يستخدمها في الشهر بدون تخطي ميزانيته.

التخطيط	الرسوم الشهرية الثابتة	الدقائق غير المحدودة	تكلفة الدقيقة بعد انتهاء الدقائق غير المحدودة
شخصي	AED 29.99	250	AED 0.20
للأعمال	AED 49.99	650	AED 0.15
إداري	AED 59.99	1200	AED 0.10

مثال 3

اكتب معادلة وحل كل مسألة.

24. قيمة أربعة عشر أقل من ثلاثة أرباع العدد تساوي سالب ثمانية. جد العدد.

25. سبعة عشر تساوي ثلاثة عشر ناقص ستة مضروبة في عدد ما. ما العدد؟

26. جد ثلاثة أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها -84.

27. جد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها 141.

28. جد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها 54.

29. جد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها -142.

حُـلّ كل معادلة. علّل إجابتك.

30. $-6m - 8 = 24$

31. $45 = 7 - 5n$

32. $\frac{2b}{3} + 6 = 24$

33. $\frac{5x}{9} - 11 = -51$

34. $65 = \frac{3}{4}c - 7$

35. $9 + \frac{2}{3}x = 81$

36. $-\frac{5}{2} = \frac{3}{4}z + \frac{1}{2}$

37. $\frac{5}{6}k + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

38. $-\frac{1}{5} - \frac{4}{9}a = \frac{2}{15}$

39. $-\frac{3}{7} = \frac{3}{4} - \frac{b}{2}$

اكتب معادلة وحل كل مسألة.

40. الاستنتاج أعمار ثلاثة إخوة تُمثل أعدادًا صحيحة متتالية مجموعها 96. فكم أعمار الإخوة؟

41. البراكين يمكن للحمم المتحركة أن تتراكم وتكون شواطئ على ساحل جزيرة ما. يمكن وضع نموذج لنمو جزيرة تجاه البحر على النحو التالي $(2 + 8y)$ cm، حيث إن y تمثل عدد سنوات تدفق الحمم. تمددت الجزيرة 60 cm تجاه البحر. فما مدة تدفق الحمم؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

خــلّ كل معادلة. علّل إجابتك.

42. $-5x - 4.8 = 6.7$

43 $3.7q + 26.2 = 111.67$

44. $0.6a + 9 = 14.4$

45. $\frac{c}{2} - 4.3 = 11.5$

46. $9 = \frac{-6p - (-3)}{-8}$

47. $3.6 - 2.4m = 12$

48. إذا كان $7m - 3 = 53$. فما قيمة $11m + 2$؟

49. إذا كان $13y + 25 = 64$. فما قيمة $4y - 7$؟

50. إذا كان $-5c + 6 = -69$. فما قيمة $6c - 15$؟

51. مدن الملاهي توفر إحدى مدن الملاهي عضوية سنوية بقيمة AED 275 تشمل خدمة انتظار مجاني للسيارات ودخول مدينة الملاهي. كما يمكن للأعضاء استخدام الملاهي المائية مقابل AED 5 إضافية في اليوم. ويدفع غير الأعضاء AED 6 مقابل انتظار السيارات و AED 15 مقابل الدخول و AED 9 للملاهي المائية.

a. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد الزيارات اللازمة لتكون التكلفة الإجمالية متساوية بين الأعضاء وغير الأعضاء إذا استخدم كلاهما الملاهي المائية في كل زيارة.

b. ارسم جدولاً لتكاليف الأعضاء وغير الأعضاء بعد 3 و 6 و 9 و 12 و 15 زيارة لمدينة الملاهي.

c. ارسم هذه النقاط في تمثيل بياني إحداثي وصف ما تراه.

52. التسوق في مزرعة العائلة. يمكنك جمع الفاكهة والخضراوات بنفسك.

مزرعة العائلة	
الفاكهة	السعر (AED)
التفاح	6.99/كيس
يقطين	5.00 لكل ثمرة
ثمرة توت	2.99/كوارت
فرع	2.99 لكل ثمرة

a. تكلفة كيس البطاطا أقل بقيمة AED 1.50 من ما قيمته نصف من ثمن التفاح. اكتب معادلة وحلها لمعرفة تكلفة البطاطا.

b. يساوي سعر كل ثمرة من الكوسة حاصل ضرب 3 في سعر الفرع ناقص AED 7. اكتب معادلة وحلها لمعرفة تكلفة الكوسة.

c. اكتب معادلة لتمثيل تكلفة اليقطين مستخدمًا تكلفة التوت. الإجابة النموذجية:

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

53. مسألة غير محددة الإجابة اكتب مسألة يمكن وضع نموذج لها من خلال المعادلة $2x + 40 = 60$. ثم حلّ المعادلة واشرح الحل في سياق المسألة.

54. مسألة تحفيزية حلّ كل معادلة لـ x. افترض أن $a \neq 0$.

a. $ax + 7 = 5$ **b.** $\frac{1}{a}x - 4 = 9$ **c.** $2 - ax = -8$

55. الاستنتاج حدد ما إذا كان هناك حل لكل معادلة. برر إجابتك.

b. $\frac{1+b}{1-b} = 1$ **c.** $\frac{c-5}{5-c} = 1$

56. التوافق حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم لا تكون صحيحة أبدًا. اشرح استدلالك.

مجموع ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية يساوي عددًا صحيحًا زوجيًا.

57. الكتابة في الرياضيات اكتب فقرة لشرح ترتيب الخطوات اللازمة لحل معادلة متعددة الخطوات.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

58. ما أفضل تقدير لعدد الدقائق المتاحة على بطاقة الاتصال المعلن عنها أدناه؟

A 10 دقائق
B 20 دقيقة
C 50 دقيقة
D 200 دقيقة

59. إجابة شبكية يساوي معامل المقياس لمثلثين متماثلين 3 : 2. يساوي محيط المثلث الأصغر 56 cm. فما محيط المثلث الأكبر بالسنتيمترات؟

60. يقوم السيد/إسماعيل بتصريف حمام سباحة إسطواني الشكل. ويبلغ نصف قطر الحمام 10 أقدام وارتفاع فيأسي يبلغ 4.5 أقدام. وإذا تم ضخ مياه الحمام للخارج بمعدل ثابت مقداره 5 جالونات في الدقيقة. فكم من الزمن يلزم لتصريف الحمام؟ ($1\ ft^3 = 7.5$ gal)

F 37.8 min
G 7 h
H 25.4 h
J 35.3 h

61. إحصائيات انظر إلى نتائج لعبة الجولف للاعبين الخمسة في الجدول.

اللاعب	1	2	3	4	5
النقاط	80	91	103	79	78

أي من تلك يمثل مدى نتائج الجولف؟

A 10
B 25
C 35
D 40

مراجعة تمهيدية

62. الأميال المقطوعة بالبنزين تقطع سيارة متوسطة الحجم ذات محرك 4 إسطوانات مسافة 34 mi ميلاً في جالون من البنزين. وهذا يزيد بمقدار 10 mi عن سيارة فاخرة ذات محرك 8 إسطوانات تسافر بمقدار جالون من البنزين. فكم عدد الأميال التي يمكن للسيارة الفاخرة قطعها بخزان ممتلئ بالبنزين؟ (الدرس 2-2)

63. الغزلان في إحدى السنوات الأخيرة، ولدت 1286 غزالة أنثى في مقاطعة كلارك. وكان هذا العدد أقل بمقدار 93 غزالة من عدد الغزلان الذكور المولودة وقتها. فكم عدد الغزلان الذكور المولودة ذلك العام؟ (الدرس 2-2)

حوّل كل معادلة إلى جملة شفهية. (الدرس 2-1)

64. $f - 15 = 6$
65. $3h + 7 = 20$
66. $k^2 + 18 = 54 - m$
67. $3p = 8p - r$
68. $\frac{3}{5}t + \frac{1}{3} = t$
69. $\frac{1}{2}v = \frac{2}{3}v + 4$

70. الجغرافيا يغطي المحيط الهادي حوالي 46% من مساحة الكرة الأرضية. وإذا كان P تمثل مساحة سطح المحيط الهادي و E تمثل مساحة سطح الكرة الأرضية، فاكتب معادلة لهذه الحالة. (الدرس 2-1)

جد قيمة n في كل معادلة. ثم حدد الخاصية المستخدمة. (الدرس 1-3)

71. $1.5 + n = 1.5$
72. $8n = 1$
73. $4 - n = 0$
74. $1 = 2n$

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

75. $5 + 3(4^2)$
76. $\frac{38 - 12}{2 \times 13}$
77. $[5(1 + 1)]^3$
78. $[8(2) - 4^2] + 7(4)$

McGraw-Hill Education مملوكة لشركة © حقوق الطبع والتأليف

4-2 حل المعادلات التي تحتوي على متغير في كل طرف

السابق:
- قمت بحلّ معادلات متعددة الخطوات.

الحالي:
1. حل المعادلات التي تحتوي على المتغير في كل طرف.
2. حل المعادلات التي تحتوي على رموز التجميع.

لماذا؟
- لتمثل المعادلة $y = 1.3x + 19$ عدد المرات التي يأكل خلالها الأمريكيون في سياراتهم في كل عام، حيث إن x يساوي عدد السنوات منذ 1985، و y يساوي عدد مرات تناولهم للطعام في سياراتهم. ولتمثل المعادلة $y = -1.3x + 93$ عدد مرات تناول الأمريكيين للطعام في المطاعم في كل سنة، حيث إن x يساوي عدد السنوات منذ 1985، و y يساوي عدد مرات تناول الطعام في المطاعم.

ولتمثل المعادلة $1.3x + 19 = -1.3x + 93$ العام الذي يتساوى فيه عدد مرات تناول الأمريكيين للطعام في سياراتهم مع عدد مرات تناولهم للطعام بالمطاعم.

مفردات جديدة

محايد identity

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

استخدام الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

1 متغيرات في الطرفين

لحل معادلة تحتوي على متغيرات في الطرفين، استخدم خاصية الجمع أو الطرح في المعادلة لكتابة معادلة مكافئة بحدود المتغيرات في الطرفين.

مثال 1 حل معادلة تحتوي على متغيرات في الطرفين

حُـلّ المعادلة: $2 + 5k = 3k - 6$. تحقق من إجابتك.

$2 + 5k = 3k - 6$	المعادلة الأصلية
$-3k = -3k$	اطرح $3k$ من كل طرف
$2 + 2k = -6$	بسّط
$-2 = -2$	اطرح 2 من كل طرف
$2k = -8$	بسّط
$\frac{2k}{2} = \frac{-8}{2}$	اقسم كل طرف على 2
$k = -4$	بسّط

التحقق

$2 + 5k = 3k - 6$	
$2 + 5(-4) \stackrel{?}{=} 3(-4) - 6$	المعادلة الأصلية، تعويض $k = -4$
$2 + -20 \stackrel{?}{=} -12 - 6$	ضرب
$-18 = -18$ ✓	بسّط

تمرين موجّه

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

1A. $3w + 2 = 7w$

1B. $5a + 2 = 6 - 7a$

1C. $\frac{x}{2} + 1 = \frac{1}{4}x - 6$

1D. $1.3c = 3.3c + 2.8$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 رموز التجميع إذا كانت بالمعادلة رموز تجميع مثل الأقواس أو الأقواس المعقوفة، فاستخدم خاصية التوزيع أولاً لإزالة رموز التجميع.

مثال 2 حَلّ معادلة باستخدام رموز التجميع

حَـلّ المعادلة: $6(5m - 3) = \frac{1}{3}(24m + 12)$

$6(5m - 3) = \frac{1}{3}(24m + 12)$	المعادلة الأصلية
$30m - 18 = 8m + 4$	خاصية التوزيع
$30m - 18 - 8m = 8m + 4 - 8m$	اطرح $8m$ من كل طرف
$22m - 18 = 4$	بسّط
$22m - 18 + 18 = 4 + 18$	أضف 18 لكل طرف
$22m = 22$	بسّط
$\frac{22m}{22} = \frac{22}{22}$	اقسم كل طرف على 22
$m = 1$	بسّط

نصيحة دراسية
حل معادلة قد تضطر إلى حذف الحدود بمتغير من أحد الطرفين قبل حذف الثابت.

تمرين موجّه

حَـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

2A. $8s - 10 = 3(6 - 2s)$

2B. $7(n - 1) = -2(3 + n)$

بعض المعادلات ربما ليس لها حل. ولهذا فلا توجد قيمة للمتغير تنتج عنها معادلة صحيحة. بعض المعادلات صحيحة لجميع قيم المتغيرات. وهذه المعادلات تُسمى **متطابقات**.

مثال 3 إيجاد حلول خاصة

حَـلّ كل من المعادلات التالية.

a. $5x + 5 = 3(5x - 4) - 10x$

$5x + 5 = 3(5x - 4) - 10x$	المعادلة الأصلية
$5x + 5 = 15x - 12 - 10x$	خاصية التوزيع
$5x + 5 = 5x - 12$	بسّط
$-5x \quad = -5x$	اطرح $5x$ من كل طرف
$5 \neq -12$	

طالما أن $5 \neq -12$، فهذه المعادلة ليس لها حل.

قراءة في الرياضيات
لا يوجد حل الرمز الذي يمثل عدم وجود حل هو $\emptyset$.

b. $3(2b - 1) - 7 = 6b - 10$

$3(2b - 1) - 7 = 6b - 10$	المعادلة الأصلية
$6b - 3 - 7 = 6b - 10$	خاصية التوزيع
$6b - 10 = 6b - 10$	بسّط
$0 = 0$	اطرح $6b - 10$ من كل طرف

طالما أن التعابير الموجودة على كل طرف من المعادلة متماثلة، فهذه المعادلة محايدة. الأمر صحيح لكل قيم b.

تمرين موجّه

3A. $7x + 5(x - 1) = -5 + 12x$

3B. $6(y - 5) = 2(10 + 3y)$

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

يمكن تلخيص خطوات حل المعادلة كالتالي.

تلخيص المفهوم خطوات حل المعادلات

الخطوة 1 بسّط التعابير الموجودة على كل طرف. استخدم خاصية التوزيع إذا لزم الأمر.

الخطوة 2 استخدم خواص الجمع و/أو الطرح في المعادلة للحصول على المتغيرات في أحد الأطراف والأعداد التي بدون متغيرات في الطرف الآخر. وبسّط.

الخطوة 3 استخدم خواص الضرب أو القسمة في المعادلة لحلها.

هناك الكثير من الحالات التي فيها ينبغي تحويل التعابير لأبسط صورها باستخدام رموز التجميع من أجل حل المعادلة.

مثال على الاختبار المعياري 4 **كتابة معادلة**

جد قيمة x بحيث يكون للأشكال المساحة ذاتها.

A 3

B 4.5

C 6.5

D 7

قراءة فقرة الاختبار

مساحة المستطيل الأول تساوي $10x$. ومساحة الثاني تساوي $6(3 + x)$. المعادلة $10x = 6(3 + x)$ تمثل هذه الحالة.

حُـلّ فقرة الاختبار

A $10x = 6(3 + x)$

$10(3) \stackrel{?}{=} 6(3 + 3)$

$30 \stackrel{?}{=} 6(6)$

$30 \neq 36$ ✗

B $10x = 6(3 + x)$

$10(4.5) \stackrel{?}{=} 6(3 + 4.5)$

$45 \stackrel{?}{=} 6(7.5)$

$45 = 45$ ✓

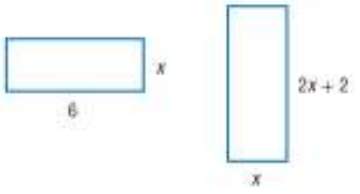
طالما أنه تنتج عن القيمة 4.5 عبارة صحيحة، فلا تحتاج للتحقق من 6.5 و7. الإجابة صحيحة B.

نصيحة عند حل الاختبار

أدوات عادة هناك أكثر من طريقة لحل المسألة. في هذا المثال، يمكنك كتابة معادلة جبرية وإيجاد قيمة x. أو يمكنك تعويض كل خيار للإجابة إلى قواعد لإيجاد الحل الصحيح.

تمرين موجّه

4. جد قيمة x لكي يكون للأشكال المحيط نفسه.



F 1.5

G 2

H 3.2

J 4

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقّق من فهمك

الأمثلة 1-3 حُلّ كل معادلة. علّل إجابتك.

1. $13x + 2 = 4x + 38$

2. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}q = \frac{5}{6}q + \frac{1}{3}$

3. $6(n + 4) = -18$

4. $7 = -11 + 3(b + 5)$

5. $5 + 2(n + 1) = 2n$

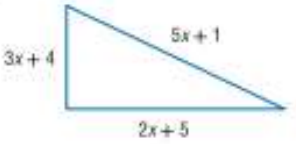
6. $7 - 3r = r - 4(2 + r)$

7. $14v + 6 = 2(5 + 7v) - 4$

8. $5h - 7 = 5(h - 2) + 3$

المثال 4

9. الاختيار من متعدد جد قيمة x لكي يكون للأشكال نفس المحيط.



A 4 B 5 C 6 D 7

التمرين وحل المسائل

الأمثلة 1-3 حُلّ كل معادلة. علّل إجابتك.

$7c + 12 = -4c + 78$

11. $2m - 13 = -8m + 27$

$9x - 4 = 2x + 3$

13. $6 + 3t = 8t - 14$

$\frac{b - 4}{6} = \frac{b}{2}$

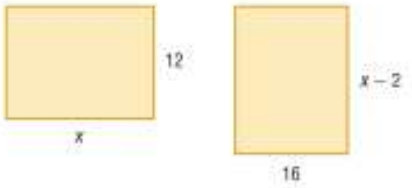
15. $\frac{5v - 4}{10} = \frac{4}{5}$

$8 = 4(r + 4)$

17. $6(n + 5) = 66$

المثال 4

22. الهندسة جد قيمة x بحيث يكون للمستطيلين المساحة ذاتها.



23. نظرية الأعداد ناتج ضرب أربعة في العدد الأصغر لعددين صحيحين متتالين زوجين يقل بمقدار 12 عن مثلي العدد الأكبر. جد العددين الصحيحين.

24. الاستنتاج المنطقي حاصل ضرب العدد اثنين في العدد الأصغر من بين ثلاثة أعداد صحيحة متتالية فردية يزيد عن ثلاثة مضروبة في العدد الأكبر من بين الثلاثة بمقدار 15. ما الأعداد الصحيحة؟

حُـلّ كل معادلة. علّل إجابتك.

25. $2x = 2(x - 3)$

26. $\frac{2}{5}h - 7 = \frac{12}{5}h - 2h + 3$

27. $-5(3 - q) + 4 = 5q - 11$

28. $2(4r + 6) = \frac{2}{3}(12r + 18)$

29. $\frac{3}{5}f + 24 = 4 - \frac{1}{5}f$

30. $\frac{1}{12} + \frac{3}{8}y = \frac{5}{12} + \frac{5}{8}y$

31. $\frac{2m}{5} = \frac{1}{3}(2m - 12)$

32. $\frac{1}{8}(3d - 2) = \frac{1}{4}(d + 5)$

33. $6.78j - 5.2 = 4.33j + 2.15$

34. $14.2t - 25.2 = 3.8t + 26.8$

35. $3.2k - 4.3 = 12.6k + 14.5$

36. $5[2p - 4(p + 5)] = 25$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

37. **نظرية الأعداد** حاصل ثلاثة مضروبة في العدد الأقل لعددين صحيحين متتاليين زوجيين يساوي أصغر من ستة مضروبة في العدد الأكبر بمقدار 6. جد الأعداد الصحيحة.

38. **المال** ادخر محمد ضعف عدد الأرباع التي ادخرها يوسف زائد 6. كما أن عدد الأرباع التي وفرها محمد تساوي خمسة أمثال فارق عدد الأرباع و 3 مما ادخره يوسف. اكتب معادلة وحلها للعثور على عدد الأرباع التي وفرها كل منهما.

39. **أقراص DVD** تقوم شركة لنسخ أقراص DVD بإنفاق AED 1500 في اليوم كنفقات عامة زائد AED 0.80 لكل قرص DVD في التوريد والعمالة. فإذا تم بيع القرص الواحد مقابل AED 1.59. فكم عدد الأقراص التي يجب على الشركة بيعها حتى بدء تحقيق الربح؟

40. **الهواتف الجوالة** يوضح الجدول عدد المشتركين في خدمة الهواتف الجوالة في ولايتين في أحد الأعوام السابقة. فما المدة اللازمة ليتساوى عدد المشتركين؟ 2.3 سنوات أم عامين و 4 أشهر

الولاية	المشتركون في خدمة الهواتف الجوالة (بالآلاف)	المشتركون الجدد كل عام (بالآلاف)
ألاباما	3765	325
ويسكونسن	3842	292

41. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف $2x + 4 = -x - 2$

a. **بيانيًا** ارسم جدولاً من القيم متضمنًا خمس نقاط من أجل $y = 2x + 4$ و $y = -x - 2$. ارسم نقاط الجداول بيانيًا.

b. **جبريًا حَلّ المعادلة**. $2x + 4 = -x - 2$

C. **لفظيًا** وضّح كيف أن الحل الناتج بالجزء *b* متعلق بنقطة التقاطع الخاصة بالتمثيل البياني للجزء *a*.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

42. **التبرير** حلّ المعادلة: $5x + 2 = ax - 1$ لإيجاد قيمة x. افترض أن $a \neq 0$. اشرح كل خطوة.

43. **مسألة تحفيزية** اكتب معادلة بالمتغير على كل طرف من رمز يساوي، ومتضمنة على الأقل معاملاً كسريًا واحدًا. وحلّا لقيمة -6. ناقش الخطوات التي استخدمتها.

44. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة تتضمن – على الأقل – رمزي تجميع بحيث لا يوجد حل لها.

45. **نقد** حدد ما إذا كان كل حل صحيحًا. إذا لم يكن الحل صحيحًا، فصف الخطأ واكتب الحل الصحيح.

a.
$$\begin{aligned} 2(g+5) &= 22 \\ 2g+5 &= 22 \\ 2g+5-5 &= 22 \\ 2g &= 17 \\ g &= 8.5 \end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned} 5d &= 2d - 18 \\ 5d - 2d &= 2d - 18 - 2d \\ 3d &= -18 \\ d &= -6 \end{aligned}$$

c.
$$\begin{aligned} -6z + 13 &= 7z \\ -6z + 13 - 6z &= 7z - 6z \\ 13 &= z \end{aligned}$$

46. **مسألة تحفيزية** جد قيمة *k* بحيث تكون كل معادلة محايدة.

a. $k(3x - 2) = 4 - 6x$

b. $15y - 10 + k = 2(ky - 1) - y$

47. **الكتابة في الرياضيات** قارن وبين الفرق بين حل المعادلات ذات المتغيرات على كلا طرفي المعادلة لحل معادلات ذات خطوة واحدة أو متعددة الخطوات بها متغير على أحد طرفي المعادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

48. تحلق طائرة شراعية على ارتفاع 25 m فوق سطح الأرض. تبدأ بالهبوط بمعدل ثابت يبلغ 2 m/s. أي معادلة توضح الارتفاع h بعد t ثانية من الهبوط؟

A $h = 25t + 2t$

B $h = -25t + 2$

C $h = 2t + 25$

D $h = -2t + 25$

49. الهندسة يوجد حائطان مستطيلان. يبلغ طول كل منهما 12 ft وبعرض 23 ft. يلزم طلاؤهما. وتبلغ تكلفة الطلاء 0.08 AED لكل قدم مربع. فكم تبلغ تكلفة طلاء الحائطين؟

F AED 22.08

G AED 23.04

H AED 34.50

J AED 44.16

50. إجابة مختصرة تعمل هناء لدى متجر ألعاب. ويقدم المتجر تخفيضات كما هو موضح.

العنصر	السعر	خاص
ألعاب فيديو	AED 20	اشتر 2 واحصل على 1 مجانًا
أقراص DVD	AED 15	اشتر 1 واحصل على 1 مجانًا

ويبلغ خصم الموظفين الخاص بها 15%. فإذا كانت الضريبة على المبيعات تبلغ 7.25%. فكم تنفق نظير إجمالي 4 ألعاب فيديو؟

51. حلّ $\frac{4}{5}x + 7 = \frac{3}{15}x - 3$.

A $-16\frac{2}{3}$

B $-14\frac{4}{9}$

C -10

D $-6\frac{2}{3}$

مراجعة شاملة

حلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 3-2)

52. $5n + 6 = -4$

53. $-1 = 7 + 3c$

54. $\frac{1}{2}z + 7 = 16 - \frac{3}{5}z$

55. $\frac{2}{5}x + 6 = \frac{2}{3}x + 10$

56. $\frac{a}{7} - 3 = -2$

57. $9 + \frac{y}{5} = 6$

58. أرقام قياسية عالمية في عام 1998، قام محل دار وينتشيل للحلوى في باسادينا، كاليفورنيا بصنع أكبر كعكة في العالم. وكان وزنها 5000 رطل ومحيط دائرتها 298.3 ft. فما قطر دائرة الكعكة إلى أقرب عشرة؟ (إرشاد: $C = \pi d$) (الدرس 2-2)

59. حديقة الحيوان في حديقة الحيوان، يتم توضيح رسم الدخول على لافتة. جد تكلفة الدخول لشخصين بالغين وطفلين. (الدرس 4-1)

جد قيمة n. ثم حدد الخاصية المستخدمة في كل خطوة. (الدرس 3-1)

60. $25n = 25$

61. $n \times 1 = 2$

62. $12 \times n = 12 \times 6$

63. $n + 0 = \frac{2}{3}$

64. $4 \times \frac{1}{4} = n$

65. $(10 - 8)(7) = 2(n)$

مراجعة المهارات

حول كل عبارة إلى معادلة.

66. ضعف العدد t ناقص ثمانية يساوي سبعين.

67. خمسة أمثال مجموع m و k يساوي سبعة أمثال k.

68. نصف p يساوي p ناقص 3.

جد قيمة كل تعبير مما يلي.

69. $-9 - (-14)$

70. $-10 + (20)$

71. $-15 - 9$

72. $5(14)$

73. $-55 \div (-5)$

74. $-25(-5)$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-5 حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة

السابق..
- قمت بحلّ معادلات بها متغير في كل طرف.

الحالي..
1. إيجاد قيمة تعابير القيمة المطلقة.
2. حلّ معادلات القيمة المطلقة.

لماذا؟..
- في عام 2007، تم إجراء استبيان عبر الهاتف لتحديد عادات القراءة لدى مواطنين بالولايات المتحدة. وسُمح للأشخاص في هذا الاستبيان بتحديد أكثر من نوع من الكتب. وتضمن الاستبيان هامش خطأ مقداره ±3%. وهذا يعني أن النتائج قد تكون أعلى أو أقل بثلاث نقاط. لذا، فإن نسبة الأشخاص الذين للكتب الدينية قد تكون 69% أو 63%.

المصدر: CNN

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. محاولة إيجاد البنية واستخدامها.

1 تعابير القيمة المطلقة
التعابير ذات القيمة المطلقة تُحدد حدّاً علويًا وحدّاً سفليًا لابد أن تقع القيمة بينهما. ويمكن تقدير التعابير التي تشمل قيمة مطلقة باستخدام القيمة المعطاة للمتغير.

مثال 1 تعابير تتضمن قيمة مطلقة

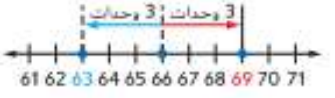
جد قيمة $|m + 6| - 14$ إذا كان $m = 4$

$|m + 6| - 14 = |4 + 6| - 14$ عوّض عن m بـ 4
$= |10| - 14$ $10 = 6 + 4$
$= 10 - 14$ $10 = |10|$
$= -4$ بسّط

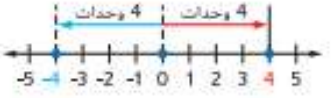
تمرين موجّه

1. جد قيمة $|3-4x| - 23$ إذا كان $x = 2$.

2 معادلات القيمة المطلقة
يُعد هامش الخطأ بالمثال أعلى الصفحة مثالاً على القيمة المطلقة. والمسافة بين 66 و 69 على خط الأعداد هي نفسها بين 63 و 66.



هناك ثلاثة أنواع من الجمل المفتوحة التي تتضمن قيمًا مطلقة، $|x| = n$ و $|x| < n$ و $|x| > n$. في هذا الدرس سوف نتناول النوع الأول فقط. انظر إلى المعادلة $|x| = 4$. وهذا يعني أن المسافة بين 0 و x تساوي 4.



إذا كان $|x| = 4$، فإن $x = -4$ أو $x = 4$. وعليه، فإن مجموعة الحل هي $\{-4, 4\}$.

لكل معادلة ذات قيمة مطلقة، يجب وضع حالتين بالاعتبار. لحل معادلة ذات قيمة مطلقة، قم أولاً بعزل القيمة المطلقة على أحد طرفي رمز المساواة إذا لم تكن منفصلة بالفعل.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

قراءة في الرياضيات
قيم مطلقة التعبير $|f + 5|$ تمت قراءته من خلال القيمة المطلقة للكمية f زائد 5.

المفهوم الأساسي معادلات القيمة المطلقة

الشرح عند حل المعادلات التي تتضمن قيمًا مطلقة، فثمة حالتان يجب وضعهما بالاعتبار.

الحالة 1 أن التعبير الموجود داخل رمز القيمة المطلقة موجب أو صفر.

الحالة 2 أن التعبير الموجود داخل رمز القيمة المطلقة سالب.

الرموز بالنسبة لأي عددين حقيقيين a و b. إذا كان $|a| = b$ و $b \geq 0$. فإن $a = b$ أو $a = -b$.

مثال $|d| = 10$. إذا $d = 10$ أو $d = -10$.

مثال 2 حل معادلات القيمة المطلقة

حُـلّ كل من المعادلات التالية. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

a. $|f + 5| = 17$

$|f + 5| = 17$ المعادلة الأصلية

الحالة 1

$f + 5 = 17$

$f + 5 - 5 = 17 - 5$ اطرح 5 من كل طرف.

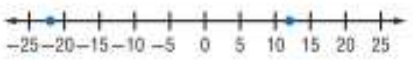
$f = 12$ بسّط.

الحالة 2

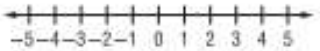
$f + 5 = -17$

$f + 5 - 5 = -17 - 5$ اطرح 5 من كل طرف.

$f = -22$ بسّط.



b. $|b - 1| = -3$



$|b - 1| = -3$ تعني أن المسافة بين b و 1 تساوي -3. نظرًا لأن المسافة لا يمكن أن تكون سالبة. فالحل هو المجموعة الخالية $\varnothing$.

تمرين موجّه

2A. $|y + 2| = 4$

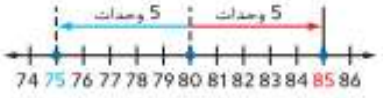
2B. $|3n - 4| = -1$

تحدث معادلات القيمة المطلقة في مواقف الحياة الواقعية التي تصف مدى ما لا بد من أن يتضمن قيمة خلاله.

مثال 3 من الحياة اليومية حل معادلات القيمة المطلقة

الثعابين يجب أن تكون درجة حرارة السياج الذي يعيش داخله ثعبان أليف حوالي 80 درجة فهرنهايت، ويمكن أن تزيد أو تنقص 5 درجات. جد درجة الحرارة القصوى والدنيا.

يمكنك استخدام خط أعداد للحل.



المسافة بين 80 و 75 تساوي 5 وحدات.

المسافة بين 80 و 85 تساوي 5 وحدات.

مجموعة الحل تساوي [75, 85]. درجة الحرارة العظمى والصغرى هما 85 درجة و 75 درجة.

رابط من الحياة اليومية
في عام 2001، بلغ عدد الأسر في الولايات المتحدة التي تقتني سلحفاة أو ثعبانًا أو سحلية أو زواحف أخرى باعتبارها حيوانات أليفة بالمنزل 1678000.

المصدر: الجمعية الأمريكية للطب البيطري

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

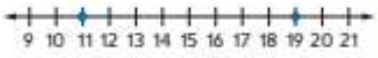
تمرين موجّه

3. **مثلجات** يجب تخزين المثلجات في درجة حرارة تبلغ 5 درجات فهرنهايت مع إحتمال حدوث تغير بمقدار 5 درجات. اكتب معادلة وحلها لمعرفة درجة الحرارة العظمى والصغرى التي يجب تخزين المثلجات عندها.

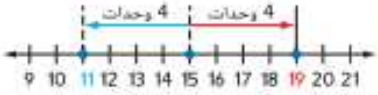
عند تحديد نقطتين على التمثيل البياني، يمكنك كتابة معادلة ذات قيمة مطلقة للتمثيل البياني.

مثال 4 كتابة معادلات القيمة المطلقة

اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً للتمثيل البياني.



جد النقطة التي تساوي نفس المسافة من 11 ومن 19. تلك هي نقطة المنتصف بين 11 و 19. وهي 15.



المسافة من 15 إلى 11 تساوي 4 وحدات.
المسافة من 15 إلى 19 تساوي 4 وحدات.

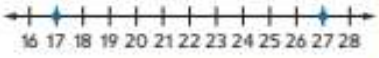
فتكون المعادلة $|x - 15| = 4$.

نصيحة دراسية

جد نقطة المنتصف لمعرفة نقطة المنتصف بين نقطتين، اجمع القيم واقسمها على 2. على سبيل المثال 4، $11 + 19 = 30$ و $30 \div 2 = 15$. إذا فالعدد 15 هو نقطة المنتصف بين 11 و 19.

تمرين موجّه

4. اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً للتمثيل البياني.



التحقّق من فهمك

مثال 1 **جد قيمة كل تعبير إذا كان $f = 3$, $g = -4$ و $h = 5$.**

1. $|3 - h| + 13$ **2.** $16 - |g + 9|$ **3.** $|f + g| - h$

مثال 2 **حُـلّ كلّ معادلة. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.**

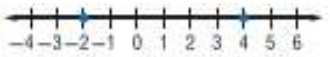
4. $|n + 7| = 5$ **5.** $|3z - 3| = 9$ **6.** $|4n - 1| = -6$

7. $|b + 4| = 2$ **8.** $|2t - 4| = 8$ **9.** $|5h + 2| = -8$

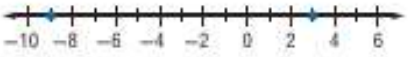
مثال 3 **10. المعرفة المالية** بالنسبة لشركة تريد الاستثمار في منتج ما، فلا بد لها توقع الحصول على 12% في العائد على الاستثمار زائد أو ناقص 3%. اكتب معادلة لمعرفة أقل وأكبر عائد على الاستثمار المتوقع الحصول عليه.

مثال 4 **اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً لكل تمثيل بياني.**

11



12.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1 جد قيمة كل تعبير إذا كان $a = -2$ و $b = -3$ و $c = 2$ و $x = 2.1$ و $y = 3$ و $z = -4.2$.

13. $|2x + z| + 2y$
14. $4a - |3b + 2c|$
15. $-|5a + c| + |3y + 2z|$
16. $-a + |2x - a|$
17. $|y - 2z| - 3$
18. $3|3b - 8c| - 3$
19. $|2x - z| + 6b$
20. $-3|z| + 2(a + y)$
21. $-4|c - 3| + 2|z - a|$

مثال 2 حُـلّ كلّ معادلة. مثل مجموعة الحل بيانيًا.

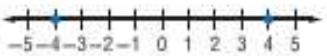
22. $|n - 3| = 5$
23. $|f + 10| = 1$
24. $|v - 2| = -5$
25. $|4t - 8| = 20$
26. $|8w + 5| = 21$
27. $|6y - 7| = -1$
28. $\left|\frac{1}{2}x + 5\right| = -3$
29. $|-2y + 6| = 6$
30. $\left|\frac{3}{4}a - 3\right| = 9$

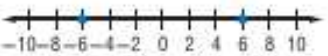
مثال 3

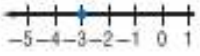
31. **استبيان** يوضح التمثيل البياني الدائري على اليسار نتائج استبيان تضمن السؤال: "ما احتمال أن تصبح غنيًا يومًا ما؟" إذا كان هامش الخطأ يساوي ±4%. فما نطاق النسبة المئوية لمجموعة من المراهقين قالوا إنه من المحتمل جدًا أن يصبحوا أغنياء؟ 11% إلى 19%

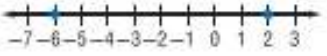
32. **المسرح** في ورشة عمل، يحضر الطلاب لأداء عرض مسرحي لا بد أن يستمر 4 دقائق ويمكن أن يتغير الزمن بزيادة أو نقصان 5 ثوانٍ.
   a. جد أقل وأكبر وقت ممكن للعرض المسرحي بالدقائق والثواني.
   b. جد أقل وأكبر وقت ممكن بالثواني.

مثال 4 اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً لكل تمثيل بياني.

33. 

34. 

35. 

36. 

حُلّ كلّ معادلة. ثم مثّل مجموعة الحل بيانيًا.

37. $\left|-\frac{1}{2}b - 2\right| = 10$
38. $|-4d + 6| = 12$
39. $|5f - 3| = 12$
40. $2|h| - 3 = 8$
41. $4 - 3|q| = 10$
42. $\frac{4}{|p|} + 12 = 14$

43. **الاستنتاج المنطقي** سباق 100 × 4 بالتبادل هو سباق يتناوب فيه 4 عدائين بالجري 400 m. أو جولة واحدة حول مضمار السباق.
   a. إذا قطع العداء الأول 52 s زائد أو ناقص ثانيتين في الجزء الأول. فاكتب معادلة لمعرفة وقت أعلى وأبطأ سرعة.
   b. إذا قطع عداء الجزأين الثاني والثالث المسافة في 53 s زائد أو ناقص 1 s. فاكتب معادلة لمعرفة وقت أعلى وأبطأ سرعة.
   c. لنفترض أن عداء الجزء الرابع هو الأسرع بالفريق. إذا قطع المسافة بمتوسط 50.5 s زائد أو ناقص 1.5 s. فما وقت أعلى وأبطأ سرعة للفريق؟

McGraw-Hill Education مؤسسة لصالح محفوظة © حقوق الطبع والتأليف

44. **الموضة** من أجل التناسب مع طول عارضة الأزياء، يريد أحد المصممين توظيف عارضات أزياء سوف يجعلنه يغير طول أطراف التنانير بمقدار 2 in لأعلى أو لأسفل. وتبلغ طول التنانير 20 in.

a. اكتب معادلة ذات قيمة مطلقة تمثل طول التنانير.

b. ما مدى طول التنانير؟

c. إذا كانت تنورة بطول 20 in مناسبة لعارضة أزياء طولها 5 ft و 9 in، فهل سيستعين المصمم بعارضة أزياء طولها 6 ft؟

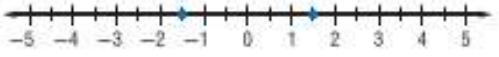
45. **الدقة** يمكن تأثر دقة عداد السرعة بالعديد من التفاصيل مثل قطر الإطار ونسبة محور العجلة. على سبيل المثال، هناك تغيير بمقدار 3 mi/h ± عند المعايرة على 50 mi/h.

a. ما هو مدى السرعة الفعلية للسيارة إذا تمت معايرتها على 50 mi في الساعة؟

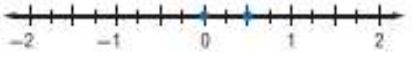
b. هناك عداد سرعة معاير على 45 mi/h وبه اختلاف مقبول مقداره 1 mi/h ± ماذا تستخلص من ذلك؟

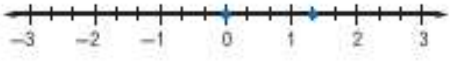
اكتب معادلةً تتضمن قيمةً مطلقةً لكل تمثيل بياني.

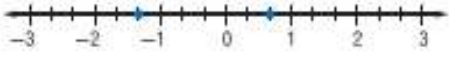
46.

47.


48.

49.


50.


51.


52. **الموسيقى** يمكن التسجيل على قرص مدمج مدة ساعة ونصف من الموسيقى زائد أو ناقص 3 دقائق للوقت بين المقطوعات.

a. اكتب معادلة قيمة مطلقة تمثل وقت التسجيل.

b. ما الزمن بالدقائق الذي يستطيع تشغيله القرص المدمج؟

c. أوضح بتمثيل بياني الزمن الممكن على خط الأعداد.

53. **عالم السمعيات** يعتبر مدرج "ريد روكس" الموجود بحديقة "ريد روك" بالقرب من دينفر في كولورادو مدرج الصوت الطبيعي الوحيد. وتقاس الجودة السمعية هنا بأنه يمكن لعدد 20000 شخص بحد أقصى، زائد أو ناقص 1000 شخص، سماع أصوات طبيعية بوضوح.

a. اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة تمثل عدد الأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية في مدرج "ريد روكس".

b. جد العدد الأقصى والأدنى للأشخاص الذين يمكنهم سماع الأصوات الطبيعية بوضوح في المدرج.

c. ما مدى الأشخاص في الجزء b؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

54. **نادي الكتب** وافق أعضاء نادي الكتب على قراءة عشر صفحات بعد أو قبل آخر صفحة من الوحدة. وتنتهي الوحدة عند الصفحة 203.

a. اكتب معادلة ذات قيمة مطلقة تمثل الصفحات التي يجب على أعضاء النادي التوقف عندها.

b. اكتب مدى الصفحات التي يمكن لأعضاء النادي التوقف عن القراءة عندها.

55. **المدرسة** تتنافس فرق مدرسة واشنطن ومدرسة ماكينلي الثانوية في منافسة أكاديمية. في حالة الإجابة الصحيحة يحصل الفريق على 10 نقاط. وفي حالة الإجابة الخاطئة يخسر 10 نقاط. ولا يحصل الفريق على أي نقطة أو يخسرها في حالة السؤال الذي لم يُجيبوا عليه. ثمة 5 أسئلة في قسم الرياضيات.

a. ما الحد الأقصى والأدنى من النقاط التي يمكن للفريق أن يكسبها في قسم الرياضيات؟

b. لنفترض أن فريق ماكينلي قد كسب 160 نقطة قبل البدء بقسم الرياضيات. اكتب معادلة وحلها تمثل الحد الأقصى والأدنى من النقاط التي يمكن للفريق الحصول عليها بنهاية قسم الرياضيات.

c. ما جميع احتمالات النقاط الممكنة التي يمكن لأحد الفرق الحصول عليها بقسم الرياضيات؟

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

56. **مسألة غير محددة الإجابة** صف موقفًا واقعيًا يمكن تمثيله بمعادلة القيمة المطلقة $|x - 4| = 10$.

البنية حدد ما إذا كانت العبارات التالية تُعد صحيحة أحيانًا أم صحيحة دائمًا أم غير صحيحة أبدًا. إذا كان c عددًا صحيحًا، اشرح استنتاجك.

57. قيمة $|x + 1|$ أكبر من صفر.

58. حلّ $|x + c| = 0$ أكبر من 0.

59. المتباينة $|x| + c < 0$ ليس لها حل.

60. قيمة $|x + c| + c$ أكبر من الصفر

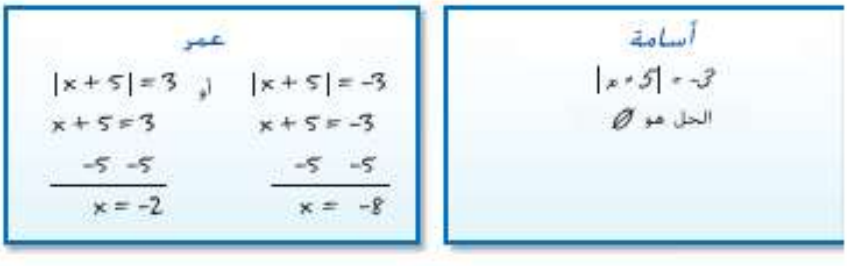
61. **التبرير** وضح لماذا لا يمكن لقيمة مطلقة أن تكون سالبة أبدًا.

62. **مسألة تحفيزية** استخدم العبارة $x = 7 \pm 4.6$

a. صف قيم x التي تجعل الجملة صحيحة.

b. حول الجملة إلى معادلة تتضمن قيمة مطلقة.

63. **تحليل الخطأ** يقوم كلا من عمر وأسامة بحل $|x + 5| = -3$. فهل أحدهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



64. **الكتابة في الرياضيات** وضح لماذا هناك حلّان أو حل واحد أو لا يوجد أي حل لمعادلات القيمة المطلقة. أثبت بمثال على كل احتمالية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

65. أي معادلة تمثل الخطوة الثانية من عملية الحل؟

الخطوة 1: $4(2x + 7) - 6 = 3x$

الخطوة 2: _____

الخطوة 3: $5x + 28 - 6 = 0$

الخطوة 4: $5x = -22$

الخطوة 5: $x = -4.4$

A $4(2x - 6) + 7 = 3x$

B $4(2x + 1) = 3x$

C $8x + 7 - 6 = 3x$

D $8x + 28 - 6 = 3x$

66. الهندسة مساحة دائرة تساوي $25\pi\ \text{cm}^2$. فما محيط الدائرة؟

F 625π cm

G 50π cm

H 25π cm

J 10π cm

67. تكسب داليا AED 5 في الساعة و15% عمولة من القيمة الإجمالية للدرهم على مساحيق التجميل التي تبيعها. لنفترض أن عمولة داليا زادت إلى 17%. فكم من النقود ستكسب إذا باعت منتجات بقيمة AED 300 وعملت لمدة 30 ساعة؟

A AED 201

B AED 226

C AED 255

D AED 283

68. إجابة موسعة وافقت والدة أيمن أن تجعله يقود السيارة كل يوم ولمدة أسبوعين. في اليوم الأول، قاد أيمن لمدة 20 دقيقة. وفي كل يوم بعد ذلك، قاد أيمن 5 دقائق أكثر من اليوم الذي يسبقه.

a. اكتب تعبيرًا للدقائق التي قادها أيمن في اليوم n. اشرح.

b. كم دقيقة قادها أيمن في اليوم الأخير؟ اكتب الحل هنا.

c. يطلب معلم القيادة الخاص بأيمن أن يقود كل طالب السيارة لمدة 30 ساعة تحت إشراف شخص بالغ خارج الصف. هل ستوفي دروس أيمن مع والدته هذا الطلب؟

مراجعة شاملة

اكتب معادلة وحلها لكل جملة. (الدرس 2-4)

69. نصف عدد زائد 16 يساوي أربعة ناقص ثلثي العدد.

70. مجموع نصف العدد زائد 6 يساوي ثلث العدد.

71. الحذاء إذا كان ℓ يمثل طول قدم رجل بمقياس البوصة، فإن التعبير $2\ell - 12$ يمكن استخدامه لتقدير مقاس حذائه. ما الطول التقريبي لقدم رجل إذا كان يرتدي مقاس 8؟ (الدرس 2-3)

مراجعة المهارات

اكتب معادلة لكل مسألة. ثم حُلّ المعادلة.

72. حاصل ضرب سبعة في عدد يساوي 84−. ما العدد؟

73. خمسا عدد يساويان 24−. جد العدد.

74. سالب 117 يساوي تسعة مضروبة في عدد. جد العدد.

75. العدد اثنا عشر يساوي خمس عدد ما. ما العدد؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 2-1 إلى 2-5

حول كل عبارة إلى معادلة. (الدرس 2-1)

1. مجموع ثلاثة في a زائد أربع يساوي 5 في a.

2. ربع m ناقص ستة يساوي مثلي مجموع m و 9.

3. حاصل ضرب خمسة وw يساوي نفس قيمة w بالأس ثلاثة.

4. **كرات زجاجية** لدى راشد 50 كرة زجاجية حمراء وخضراء وزرقاء. ولديه ستة كرات حمراء أكثر من الكرات الزرقاء وأربع كرات خضراء أقل من الكرات الزرقاء. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عدد الكرات الزجاجية الزرقاء التي لدى راشد. (الدرس 2-2)

حُـلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من حلك. (الدرس 2-2)

5. $p + 8 = 13$

6. $-26 = b - 3$

7. $\frac{t}{6} = 3$

8. **الاختيار من متعدد** حلّ المعادلة $\frac{3}{5}a = \frac{1}{4}$. (الدرس 2-2)

A -3

B $\frac{3}{20}$

C $\frac{5}{12}$

D 2

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-3)

9. $2x + 5 = 13$

10. $-21 = 7 - 4y$

11. $\frac{m}{6} - 3 = 8$

12. $-4 = \frac{d + 3}{5}$

13. **الأسماك** يبلغ متوسط طول السمكة الملاك ذات الخطوط الصفراء 12 in. ويُعد هذا أطول بمعدل 4.8 أمثال من طول السمكة الذهبية الشائعة العادية. (الدرس 2-3)

   a. اكتب معادلة يمكن استخدامها لإيجاد طول السمكة الذهبية الشائعة العادية.

   b. ما طول السمكة الذهبية الشائعة العادية؟

اكتب معادلة وحُلّ كل مسألة. (الدرس 2-3)

14. ثلاثة أرباع العدد مطروحا من ثلاثة يساوي سالب 9. جد العدد.

15. ثلاثون تساوي اثني عشر مضافة إلى ستة مضروبة في عدد ما. ما العدد؟

16. جد أربعة أعداد صحيحة متتالية مجموعها 106.

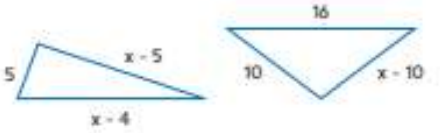
حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-4)

17. $8p + 3 = 5p + 9$

18. $\frac{3}{4}w + 6 = 9 - \frac{1}{4}w$

19. $\frac{z + 6}{3} = \frac{2z}{4}$

20. **المحيط** جد قيمة x لكي يكون للمثلثات المحيط ذاته. (الدرس 2-4)



21. **الإنتاج** تُنتج شركة الأدوات الرياضية ABC Sporting Goods قفازات للعبة البيسبول. وتبلغ تكلفة إنتاجهم الشهري الثابتة AED 8000. بحيث يكلف كل قفاز AED 5. وتُنتج شركة الأدوات الرياضية XYZ Sporting Goods قفازات للعبة البيسبول أيضا. وتبلغ تكلفة إنتاجها الشهري الثابتة AED 10000. بحيث يكلف كل قفاز AED 3. جد قيمة x. وهو عدد القفازات الشهرية التي تم إنتاجها، بحيث تصبح تكلفة الإنتاج الشهري الثابتة هي نفسها لكلا الشركتين. (الدرس 2-4)

جد قيمة كل تعبير إذا كان $x = -4$ و $y = 7$ و $z = -9$. (الدرس 2-5)

22. $|3x - 2| + 2y$

23. $|-4y + 2z| - 7z$

24. **الاختيار من متعدد** حل $|6m - 3| = 9$. (الدرس 2-5)

F $\{2\}$

G $\{-1, 2\}$

H $\{-3, 6\}$

J $\{-3, 3\}$

25. **القهوة** يقول البعض إنه لعمل فنجان ممتاز من القهوة، يجب إضافة القهوة إلى ماء درجة حرارته 200 درجة فهرنهايت. تقل أو تزيد بمقدار 5 درجات. اكتب وحل معادلة تصف الحدين الأقصى والأدنى لدرجة حرارة غلي القهوة للحصول على فنجان ممتاز من القهوة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

6-2 النسب والتناسب

السابق
- قمت بتقييم النسب المئوية باستخدام التناسب.

الحالي
1. مقارنة النسب.
2. حل مسائل التناسب.

لماذا؟
- تمكّننا النسب من مقارنة العديد من الأشياء باستخدام مرجع عام. يوضح الجدول التالي عدد المطاعم المملوكة لسلسلة وجبات سريعة شهيرة محددة لكل 10000 شخص في الولايات المتحدة ودول أخرى. وهذا يتيح لنا مقارنة عدد تلك المطاعم باستخدام مرجع متساوٍ.

الدول	الولايات المتحدة	نيوزيلاندا	كندا	أستراليا	اليابان	سنغافورة
عدد المطاعم لكل 10000 شخص	0.433	0.369	0.352	0.349	0.282	0.273

مفردات جديدة
- النسبة ratio
- تناسب proportion
- وسطا التناسب means
- طرفا التناسب extremes
- معدل rate
- معدل الوحدة unit rate
- المقياس scale
- نموذج مقياسي scale model

ممارسات في الرياضيات
مراعاة الدقة.

1 النسب والتناسب

النسب والتناسب المقارنة بين عدد المطاعم وعدد الأشخاص تمثل النسبة. **والنسبة** هي مقارنة بين عددين عن طريق القسمة. يمكن التعبير عن نسبة x إلى y بالطرق التالية.

$$x:y \text{ أو } \frac{x}{y} \text{ إلى } y$$

افترض أنك تريد تحديد عدد المطاعم لكل 100,000 شخص في أستراليا. لاحظ أن هذه النسبة تساوي النسبة الأساسية.

$$\frac{0.349 \text{ مطعم}}{10000 \text{ شخص}} = \frac{3.49 \text{ مطعم}}{100000 \text{ شخص}}$$

(x 10 فوق، x 10 تحت)

المعادلة التي توضح أن النسبتين متساويتين تسمى معادلة **تناسب**. إذًا، يمكننا القول إن $\frac{0.349}{10,000} = \frac{3.49}{100,000}$ هي معادلة تناسب.

مثال 1 تحديد أي النسب متكافئة

حدد ما إذا كان $\frac{2}{3}$ و $\frac{16}{24}$ نسبتين مكافئتين أم لا. اكتب نعم أو لا. برر إجابتك.

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ (÷1) $\quad \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ (÷8)

عند التعبير عن النسب في أبسط صورة، تكون النسب متكافئة.

تمرين موجّه

حدد ما إذا كان كل زوج من النسب مكافئاً أم لا. اكتب نعم أو لا. برر إجابتك.

1A. $\frac{6}{10}, \frac{2}{5}$ لا

1B. $\frac{1}{6}, \frac{5}{30}$ نعم

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

وسطا التناسب وطرفا التناسب لحل مسألة تناسب باستخدام الضرب التبادلي، اكتب معادلة تجعل حاصل (ضرب) طرفي التناسب مساويًا لحاصل (ضرب) وسطا التناسب.

توجد أسماء خاصة للمصطلحات في التناسب.

المفهوم الأساسي خاصية التناسب بين وسطيّ التناسب وطرفي التناسب

الشرح في التناسب، يتساوى حاصل ضرب طرفي التناسب مع حاصل ضرب وسطي التناسب.

الرموز إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ و $b, d \neq 0$، فإنّ $ad = bc$.

أمثلة ما دام أن $2(2) = 4(1)$، فإن $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ أو $4 = 4$.

وتوجد طريقة أخرى لتحديد ما إذا كانت النسبتان تشكلان تناسبًا أم لا. وهي استخدام الضرب التبادلي. إذا كان الضرب التبادلي متساويًا، فالنسب تكوّن تناسبًا.

ويتشابه هذا مع ضرب وسطي التناسب، وضرب طرفي التناسب.

مثال 2 الضرب التبادلي

استخدم الضرب التبادلي لتحديد ما إذا كان كل زوج من النسب يشكل تناسبًا أم لا.

a. $\frac{2}{3.5}, \frac{8}{14}$

$\frac{2}{3.5} \stackrel{?}{=} \frac{8}{14}$ التناسب الأصلي

$2(14) \stackrel{?}{=} 3.5(8)$ الضرب التبادلي

$28 = 28$ ✓ بسّط

الضرب التبادلي متساوٍ، إذًا النسب تشكل تناسبًا.

b. $\frac{0.3}{1.5}, \frac{0.5}{2.0}$

$\frac{0.3}{1.5} \stackrel{?}{=} \frac{0.5}{2.0}$ التناسب الأصلي

$0.3(2.0) \stackrel{?}{=} 1.5(0.5)$ الضرب التبادلي

$0.6 \neq 0.75$ ✗ بسّط

الضرب التبادلي ليس متساويًا، إذًا النسب لا تشكل تناسبًا.

تمرين موجّه

2A. $\frac{0.2}{1.8}, \frac{1}{0.9}$

2B. $\frac{15}{36}, \frac{35}{42}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

2 حل مسائل التناسب لحل مسائل التناسب، استخدم الضرب التبادلي.

نصيحة دراسية
الضرب التبادلي عند إيجاد حاصل الضرب التبادلي، فأنت تقوم بعملية ضرب تبادلي.

مثال 3 حل مسألة التناسب

حُلّ كل من التناسبات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

a. $\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$

$\frac{x}{10} = \frac{3}{5}$	التناسب الأصلي
$x(5) = 10(3)$	جد ناتج الضرب التبادلي
$5x = 30$	بسّط
$\frac{5x}{5} = \frac{30}{5}$	اقسم كل طرف على 5
$x = 6$	بسّط

b. $\frac{x-2}{14} = \frac{2}{7}$

$\frac{x-2}{14} = \frac{2}{7}$	التناسب الأصلي
$(x-2)7 = 14(2)$	جد ناتج الضرب التبادلي
$7x - 14 = 28$	بسّط
$7x = 42$	اجمع 14 إلى كل طرف
$x = 6$	اقسم كل طرف على 7

تمرين موجّه

3A. $\frac{r}{8} = \frac{25}{40}$

3B. $\frac{x+4}{5} = \frac{3}{8}$

يطلق على نسبة قياسين لهما وحدات قياس مختلفة **معدل** على سبيل المثال، التكلفة AED 9.99 لكل 10 أغاني عبارة عن معدل. المعدل الذي يعبر عن عدد وحدات عنصر ما مقارنة بعنصر واحد آخر يسمى **معدل الوحدة**.

مثال 4 من الحياة اليومية معدل النمو

البيع بالتجزئة في العامين الماضيين، افتتحت إحدى شركات البيع بالتجزئة 232 متجرًا. فإذا بقي معدل النمو ثابتًا، فكم عدد المتاجر التي ستفتتحها شركة البيع بالتجزئة في السنوات الثلاث القادمة؟

استوعب افترض أن r تمثل عدد متاجر البيع بالتجزئة.

خطط اكتب التناسب للمسألة.

$$\frac{\text{232 متجرًا للبيع بالتجزئة}}{\text{عامان}} = \frac{r \text{ متجر للبيع بالتجزئة}}{\text{3 أعوام}}$$

حُلّ

$\frac{232}{2} = \frac{r}{3}$	التناسب الأصلي
$232(3) = 2r$	جد حاصل الضرب التبادلي
$696 = 2r$	بسّط
$\frac{696}{2} = \frac{2r}{2}$	اقسم كل طرف على 2
$348 = r$	بسّط

ستفتتح شركة البيع بالتجزئة 348 متجرًا في 3 أعوام.

تحقق إذا استمرت إحدى شركات بيع الملابس بالتجزئة في افتتاح 232 متجرًا كل عامين، فسوف تفتتح في 3 أعوام القادمة 348 متجرًا.

مهن من حياتنا اليومية
مسؤول مشتريات للبيع بالتجزئة يشتري أحد مسؤولي مشتريات البيع بالتجزئة البضائع للمتاجر من شركات البيع بالجملة في المقام الأول لبيعها مرة أخرى إلى المستهلكين. يستخدم مسؤولو المشتريات الرياضيات لتحديد كمية كل منتج ينبغي شراؤه. عادة ما تُطلب درجة البكالوريوس مع التأكيد على دراسات الأعمال.

تمرين موجّه

4. تمرين تستغرق إيمان 7 دقائق حتى تمشي حول مضمار التمرين مرتين. استنادًا إلى هذا المعدل، كم مرة يمكنها أن تمشي حول المضمار في نصف ساعة؟ **حوالي 8.6 مرات**

يُستخدم معدل يطلق عليه **المقياس** لتصميم **نموذج مقياسي** لشيء بالغ الكبر أو بالغ الصغر حتى يكون ملائمًا للحجم الأصلي.

رابط من الحياة اليومية

يتضمن المتنزه الوطني بجبال سموكي العظيمة العديد من شلالات المياه. ويبلغ طول شلالات رامزاي 100 ft. وهو الأطول في المتنزه.

المصدر: خدمة المتنزهات الوطنية

مثال 5 من الحياة اليومية المقياس والنماذج المقياسية

طول الجبل يبلغ طول ممر شلالات رامزاي حوالي $1\frac{1}{8}$ بوصات على خريطة بمقياس رسم 3 بوصات يساوي 10 أميال. ما الطول الفعلي للممر؟

لنفرض أن ℓ تمثل الطول الفعلي.

المقياس ← $\frac{3}{10} = \frac{1\frac{1}{8}}{\ell}$ → المقياس
الطول الفعلي ← $\frac{3}{10} = \frac{1\frac{1}{8}}{\ell}$ → الطول الفعلي

$3(\ell) = 1\frac{1}{8}(10)$ جد حاصل الضرب التبادلي

$3\ell = \frac{45}{4}$ بسّط

$3\ell \div 3 = \frac{45}{4} \div 3$ اقسم كل طرف على 3

$\ell = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ بسّط

الطول الفعلي يساوي حوالي $3\frac{3}{4}$ أميال.

تمرين موجّه

5. الطائرات في نموذج الطائرة، مقياس الرسم 2 m = 5 cm. فإذا كان الجناح في النموذج يساوي 28.5 cm، فما الطول الفعلي للجناح؟ **11.4 m**

التحقّق من فهمك

المثالان 1 و 2 **حدد ما إذا كان كل زوج من النسب متكافئًا أم لا. اكتب نعم أو لا.**

1. $\frac{3}{7}, \frac{9}{14}$ **2.** $\frac{7}{8}, \frac{42}{48}$ **3** $\frac{2.8}{4.4}, \frac{1.4}{2.1}$

حُلّ كل تناسب. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

4. $\frac{n}{9} = \frac{6}{27}$ **5.** $\frac{4}{u} = \frac{28}{35}$ **6.** $\frac{3}{8} = \frac{b}{10}$

مثال 4 **7. السباق** قطعت أماني الأميال الست الأولى من الماراثون في 58 min. إذا كانت قادرة على الحفاظ على السرعة ذاتها، فكم ستستغرق لقطع 26.2 mi؟

مثال 5 **8. الضبط** على خريطة شمال كارولينا، تبعد مدينة رالي عن أشفيل بحوالي 8 in. وإذا كان المقياس هو 1 in يساوي 12 mi، فكم تبعد المدينتان عن بعضهما؟

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

التمرين وحل المسائل

المثالان 1 و 2 **حدد ما إذا كان كل زوج من النسب متكافئًا أم لا. اكتب نعم أو لا.**

9. $\frac{9}{11}, \frac{81}{99}$

10. $\frac{3}{7}, \frac{18}{42}$

11. $\frac{8.4}{9.2}, \frac{8.8}{9.6}$

12. $\frac{4}{3}, \frac{6}{8}$

13. $\frac{29.2}{10.4}, \frac{7.3}{2.6}$

14. $\frac{39.68}{60.14}, \frac{6.4}{9.7}$

مثال 3 **حُـلّ كل مسألة تناسب قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.**

15. $\frac{3}{8} = \frac{15}{a}$

16. $\frac{t}{2} = \frac{6}{12}$

17. $\frac{4}{9} = \frac{13}{q}$

18. $\frac{15}{35} = \frac{8}{7}$

19. $\frac{7}{10} = \frac{m}{14}$

20. $\frac{8}{13} = \frac{v}{21}$

21. $\frac{w}{2} = \frac{4.5}{6.8}$

22. $\frac{1}{0.19} = \frac{12}{n}$

23. $\frac{2}{0.21} = \frac{8}{n}$

24. $\frac{2.4}{3.6} = \frac{k}{1.8}$

25 $\frac{t}{0.3} = \frac{1.7}{0.9}$

26. $\frac{7}{1.066} = \frac{z}{9.65}$

27. $\frac{x-3}{5} = \frac{6}{10}$

28. $\frac{7}{x+9} = \frac{21}{36}$

29. $\frac{10}{15} = \frac{4}{x-5}$

مثال 4 **30. غسيل السيارات** في مغسلة "بي كلين كار". تم غسل 128 سيارة في 3 ساعات. وفقًا لهذا المعدل، كم عدد السيارات التي يمكن غسلها في 8 ساعات؟

مثال 5 **31. الجغرافيا** على خريطة ولاية فلوريدا، تبلغ المسافة بين مدينة جاكسونفيل ومدينة تالاهاسي 2.6 cm. فإذا كان 120 mi = 2 cm، فما المسافة بين المدينتين؟

32. الضبط استخدم أحد الطلاب لَبِنات البناء المتشابكة لبناء نموذج مقياسي لمركز كينيدي للفضاء بفلوريدا. في النموذج، تساوي البوصة الواحدة 1.67 in من مكوك الفضاء الحقيقي. يبلغ طول النموذج 110.3 in.
كم يبلغ طول مكوك الفضاء الحقيقي؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

B **33. القائمة** في يوم الاثنين، ربح مطعم 545 AED من بيع 110 شطائر برجر. فإذا باع 53 شطيرة برجر في يوم الثلاثاء، فكم ربح من المال؟

كل من التناسبات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

34. $\frac{6}{14} = \frac{7}{x-3}$

35. $\frac{7}{4} = \frac{f-4}{8}$

36. $\frac{3-y}{4} = \frac{1}{9}$

37. $\frac{4v+7}{15} = \frac{6v+2}{10}$

38. $\frac{9b-3}{9} = \frac{5b+5}{3}$

39. $\frac{2n-4}{5} = \frac{3n+3}{10}$

40. الرياضيون في مدرسة بيدمونت الثانوية، يمارس 3 طلاب من كل 8 الرياضة. إذا كان يوجد 1280 طالبًا في المدرسة، فكم عدد الطلاب الذين لا يمارسون الرياضة؟

41. دعّامات تقويم أسنان يضع طالبان من كل خمسة طلاب في الصف التاسع دعّامات تقويم أسنان. إذا كان يوجد 325 طالبًا في الصف التاسع، فكم عدد الذين يضعون دعّامات تقويم أسنان؟

42. الدهان استخدم محمود نصف جالون من الدهان لطلاء $84\ ft^2$ من الحائط. وينبغي عليه طلاء 932 ft من الحائط. كم عدد الجالونات التي ينبغي أن يشتريها؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

C 43 **قاعات السينما** استخدم الجدول الموجود على اليسار.

a، b.

a. اكتب نسبة عدد القاعات الداخلية إلى إجمالي عدد القاعات لكل عام.

b. هل أي نسبتين كتبتهما للجزء A تشكلان تناسبًا؟ إذا كانت الإجابة بنعم، فاشرح المعنى الواقعي للتناسب.

العام	القاعة الداخلية	عدد الزوار بالخارج	الإجمالي
2003	35361	634	35995
2004	36012	640	36652
2005	37092	648	37740
2006	37776	649	38425
2007	38159	635	38794
2008	38201	633	38834
2009	38605	628	39233

المصدر: مالكو القاعات السينمائية في شمال أمريكا

44. **اليوميات** في دراسة استقصائية، قال 36% من الطلاب إنهم احتفظوا بمذكرات إلكترونية. ويبلغ عدد الطلاب الذين يحتفظون باليوميات 900 طالب. فكم كان عدد الطلاب في الدراسة الاستقصائية؟ **2500**

45. **تمثيلات الضرب** في هذه المسألة، ستوضح كيف أن تغيير أطوال أضلاع شكل ما عن طريق أحد العوامل يُغير محيط ذلك الشكل.

a. **هندسيًا** ارسم مربعًا له أضلاع *ABCD*. وارسم مربعًا له أضلاع *MNPQ* على أن تكون أضلاعه ضعف طول المربع *ABCD*. وارسم مربعًا له أضلاع *FGHJ* على أن تكون أضلاعه نصف طول المربع *ABCD*.

b. **جدوليّ** أكمل الجدول التالي باستخدام المقاييس المناسبة.

ABCD		*MNPQ*		*FGHJ*	
طول الضلع	2	طول الضلع	4	طول الضلع	1
المحيط	8	المحيط	16	المحيط	4

c. **نموذج شفهي** ضع فرضية عن التغير في محيط المربع إذا زاد طول الضلع أو نقص بسبب عامل ما.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

46. **البنية** في عام 2007، بلغت مساحة المزارع العضوية 2.6 مليون فدان في الولايات المتحدة وأنتجت بضائع تقدر بقيمة 1.7 مليارAED تقريبًا. اقسم أحد الأعداد التالية على الآخر واشرح معنى النتيجة.

47. **الاستنتاج** قارن وبين الفرق بين النسب والمعدلات.

48. **مسألة تحفيزية** إذا كان $\frac{a+1}{b-1}=\frac{5}{1}$ و $\frac{a-1}{b+1}=\frac{1}{1}$، فجد قيمة $\frac{b}{a}$. (إرشاد: اختر قيمة a و b اللتين تكون النسب لهما صحيحة وقيّم $\frac{b}{a}$.)

49. **الكتابة في الرياضيات** في رحلة برية، يقرأ محمود إشارات الطريق السريع ثم ينظر إلى عداد الوقود لديه.

يسع خزان الغاز الخاص بمحمود 10 gal وتقطع سيارته 32 mi بالجالون الواحد على سرعته الحالية التي تبلغ 65 mi/h. فإذا حافظ على هذه السرعة، فهل يستطيع الوصول إلى دبي دون التوقف للحصول على الغاز؟ اشرح استدلالك.

50. **الكتابة في الرياضيات** صف كيفية استخدام النسب في الأعمال. اكتب عن موقف من واقع الحياة تُستخدم النسب فيه للأعمال.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

تدريب على الاختبار المعياري

51. في الشكل، $x : y = 2 : 3$ و $y : z = 3 : 5$.
إذا كان $x = 10$، فجد قيمة z.

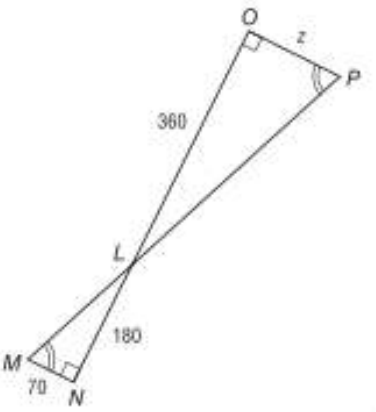
A 15
B 20
C 25
D 30

52. إجابة شبكية يسجل أحد متسابقي السيارات الأوقات النهائية لمحاولات التمرين الأخيرة.

المحاولة	الزمن (بالثواني)
1	5.09
2	5.10
3	4.95
4	4.91
5	5.05

ما متوسط الزمن بالثواني للمحاولات؟

53. الهندسة إذا كان $\triangle LMN$ يشبه $\triangle LPO$، فما قيمة z؟



F 240
G 140
H 120
J 70

54. أي المعادلات مما يلي تشرح خاصية التبديل؟

A $(3x + 4y) + 2z = 3x + (4y + 2z)$
B $7(x + y) = 7x + 7y$
C $xyz = yxz$
D $x + 0 = x$

مراجعة تمهيدية

حُلّ كل من المعادلات التالية. (الدرس 2-5)

55. $|x + 5| = -8$

56. $|b + 9| = 2$

57. $|2p - 3| = 17$

58. $|5c - 8| = 12$

59. الصحة عند ممارسة الرياضة، ينبغي ألا يتجاوز نبض الإنسان حدًا معينًا. وهذا المعدل الأقصى يعبّر عنه بالصيغة $0.8(220 - a)$، إذ إن a تساوي العمر بالأعوام.
جد عمر إنسان يبلغ الحد الأقصى لنبضه 122 مرة أكثر من عمره. (الدرس 2-4)

حُلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-3)

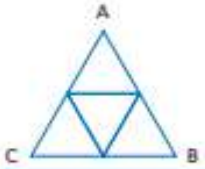
60. $15 = 4n - 5$

61. $7g - 14 = -63$

62. $9 + \frac{y}{5} = 6$

63. $\frac{t}{8} - 6 = -12$

64. الهندسة جد مساحة $\triangle ABC$ إذا كان لكل مثلث صغير قاعدة بطول 5.2 in وارتفاع بطول 4.5 in. (الدرس 1-4) **46.8 in²**



جد قيمة كل تعبير مما يلي. (الدرس 1-2)

65. $3 + 16 \div 8 \times 5$

66. $4^2 \times 3 - 5(6 + 3)$

مراجعة المهارات

حُلّ كل من المعادلات التالية.

67. $4p =$

68. $5h =$

69. $1.25y =$

70. $9.8m =$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-6 التمثيل الوصفي

مختبر ورقة البيانات

عند استخدام الأعداد لتمثيل موقف من الحياة اليومية، فغالبًا ما يكون من المفيد أن يكون هناك مقياس. المقياس عبارة عن صيغة لتعيين العدد إلى خاصية أو صفة ما. على سبيل المثال، يستخدم المعلم مقاييس لتحديد الدرجات. وكل معلم يحدد المقياس المناسب لتقييم أداء الطلاب وتعيين درجاتهم.

فيمكن استخدام ورقة الجدولة لحساب المقاييس المختلفة.

النشاط

تريد بدرية شراء منزل. وتتحمل النفقات التالية: الإيجار AED 650، وفاتورة بطاقة الائتمان الشهرية AED 320، وقسط السيارة AED 410، وقسط قرض الطالب AED 115. ويبلغ راتب بدرية السنوي AED 46500.
استخدم ورقة بيانات لإيجاد نسبة دخل بدرية إلى ديونها.

الخطوة 1 أدخل ديون بدرية في العمود B.

الخطوة 2 اجمع الديون باستخدام الدالة في الخلية B6. انتقل إلى إدراج (Insert) ثم إلى الدالة (Function). ثم اختر الجمع (Sum). سيظهر المجموع 1495 في الخلية B6.

الخطوة 3 والآن أدخل راتب بدرية في العمود C. تذكر أن توجد راتبها الشهري عن طريق قسمة راتبها السنوي على 12.

ستستخدم شركة للرهن العقاري نسبة الدخل إلى الديون باعتبارها مقياسًا لتحديد ما إذا كانت بدرية تستحق القرض أم لا. يتم احتساب **نسبة الدخل إلى الديون** عن طريق قسمة المبلغ الذي تدين به شهريًا على المبلغ الذي تكسبه كل شهر.

ورقة عمل xls . التجارب 2-6 B

	A	B	C
1	نوع الدين	النفقات	الراتب
2	الإيجار	650	3875
3	البطاقات الائتمانية	320	
4	قسط السيارة	410	
5	قرض الطالب	115	
6		1495	0.385806
7			

ورقة 1 | ورقة 2 | ورقة 3

الخطوة 4 أدخل الصيغة لإيجاد نسبة الدخل إلى الديون في الخلية C6. في شريط الصيغة (formula). أدخل =B6/C2.

ستظهر النسبة التي تبلغ 0.39 تقريبًا. النسبة المثالية ينبغي أن تكون 0.36 أو أقل. النسبة الأعلى من 0.36 قد تؤدي إلى ارتفاع المرابحة أو قد تتطلب دفعة مقدمة مرتفعة.

وتظهر ورقة الجدولة أن نسبة الدخل إلى الديون تساوي 0.39 تقريبًا. ينبغي لبدرية أن تحاول سداد بعض الديون أو تقليلها أو تحاول كسب مزيد من المال حتى تقلل نسبة الدخل إلى الديون الخاصة بها.

تمارين

1. كيف يمكن لبدرية تحسين نسبة الدخل إلى الدين الخاصة بها؟
2. هناك مقياس تستخدمه شركات الرهن العقاري وهو نسبة الرهن العقاري الشهري إلى إجمالي الدخل الشهري. والنسبة المثالية تساوي 0.28. باستخدام هذا المقياس، كم يمكن أن توفر بدرية لتدفعه مقابل الرهن العقاري كل شهر؟
3. ما مدى فاعلية كل مقياس من تلك المقاييس باعتبارها تدابير لمعرفة ما إذا كان باستطاعة بدرية شراء منزل أم لا؟ اشرح استدلالك.
4. **التمثيل** تُستخدم المقاييس للمقارنة بين الرياضيين. على سبيل المثال، تُستخدم معدلات النقاط المكتسبة للمقارنة بين الرماة. جد المقياس وقيّم فاعليته للتمثيل. قارنه بالمقاييس الأخرى. ثم حدد مقياسك الخاص.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

7-2 النسبة المئوية للتغيّر

السابق
- قمت بإيجاد حل مسائل التناسب.

الحالي
1. إيجاد النسبة المئوية للتغير.
2. حل مسائل تتضمن النسبة المئوية للتغير.

لماذا؟
- في كل عام، يتطوع ملايين البشر بأوقاتهم لتطوير المجتمع. ويمكن استخدام الفرق بين عدد المتطوعين من عام إلى آخر لتحديد النسبة المئوية التي تمثل زيادة عدد المتطوعين أو نقصانه.

مفردات جديدة
النسبة المئوية للتغير
percent of change
النسبة المئوية للتزايد
percent of increase
النسبة المئوية للتناقص
percent of decrease

ممارسات في الرياضيات
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عن ذلك

1 النسبة المئوية للتغير **النسبة المئوية للتغير** هي نسبة التغير في كمية ما إلى الكمية الأصلية المعبر عنها بالنسبة المئوية. إذا كان العدد أكبر من العدد الأصلي، فإن النسبة المئوية هي **النسبة المئوية للتزايد**.

إذا كان العدد أصغر من العدد الأصلي، فإن النسبة المئوية هي **النسبة المئوية للتناقص**.

مثال 1 النسبة المئوية للتغير

حدد ما إذا كانت كل نسبة للتغير عبارة عن نسبة مئوية للتزايد أم نسبة مئوية للتناقص. ثم جد النسبة المئوية للتغير.

a. العدد الأصلي: 20
النهائي: 23

اطرح الكمية الأصلية من الكمية النهائية لإيجاد كمية التغير: $3 = 20 - 23$

طالما أن الكمية الجديدة أكبر من الكمية الأصلية، فهذه تسمى النسبة المئوية للتزايد.

استخدم العدد الأصلي، 20، على أنه الأساس.

كمية التغير ← $\frac{r}{100} = \frac{3}{20}$ ← الكمية الأصلية

$3(100) = r(20)$

$300 = 20r$

$\frac{300}{20} = \frac{20r}{20}$

$15 = r$

إذًا، النسبة المئوية للتزايد تساوي 15%.

b. العدد الأصلي: 25
النهائي: 17

اطرح الكمية الأصلية من الكمية النهائية لإيجاد كمية التغير: $17 - 25 = -8$

طالما أن الكمية الجديدة أقل من الكمية الأصلية، فهذه تسمى النسبة المئوية للتناقص.

استخدم العدد الأصلي، 25، على أنه الأساس.

كمية التغير ← $\frac{-8}{25} = \frac{r}{100}$ ← الكمية الأصلية

$-8(100) = r(25)$

$-800 = 25r$

$\frac{-800}{25} = \frac{25r}{25}$

$-32 = r$

إذًا، النسبة المئوية للتناقص تساوي 32%.

تمرين موجّه

1A. العدد الأصلي: 66
العدد الجديد: 30

1B. العدد الأصلي: 9.8
العدد الجديد: 12.1

1C. العدد الأصلي: 24
العدد الجديد: 40

1D. العدد الأصلي: 500
العدد الجديد: 131

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 من الحياة اليومية النسبة المئوية للتغيّر

الباخرة السياحية **زاد عدد المسافرين على البواخر السياحية بنسبة 10% من 2007 إلى 2009. فإذا كان عدد المسافرين في 2009 يبلغ 17.22 مليون مسافر، فكم كان عدد المسافرين في 2007؟**

لنفترض أن f = عدد المسافرين في 2007. بما أن 10% هي نسبة تزايد، فإن عدد المسافرين في 2007 أصغر من عدد المسافرين في 2009.

تناسب النسبة المئوية ← كمية التغير / ← الكمية الأصلية	$\frac{17.22 - f}{f} = \frac{10}{100}$
جد حاصل الضرب التبادلي	$(1722 - f)100 = 10f$
خاصية التوزيع	$1722 - 100f = 10f$
أضف 100f إلى كل طرف	$1722 - 100f + 100f = 10f + 100f$
بسّط	$1722 = 110f$
اقسم كل طرف على 110	$\frac{1722}{110} = \frac{110f}{110}$
بسّط	$15.65 \approx f$

كان هناك 15.65 مليون مسافر تقريبًا في 2007.

تمرين موجّه

2. المصاريف الدراسية بلغت أخر نسبة مئوية للتزايد في مصاريف جامعة نورث ويسترن بمدينة إيفانستون في إلينوي 5.4%. فإذا كانت التكلفة الجديدة تساوي AED 33,408. فجد التكلفة الأصلية في العام.

رابط من الحياة اليومية

في عام 2009، بلغ إجمالي الإيرادات من الرحلات السياحية في شمال أمريكا 15.16 مليار دولار.

المصدر: Cruise Market Watch

2 حل المسائل

يوجد تطبيقان للنسبة المئوية للتغيّر وهما ضريبة المبيعات والخصومات. ضريبة المبيعات تعبر عن النسبة المئوية للتزايد. أما الخصم، فيعبر عن النسبة المئوية للتناقص.

مثال 3 الضريبة على المبيعات

التسوق **تشتري منال السلك وحبات الخرز لعمل المجوهرات. تُكلف مشترياتها AED 28.62 قبل الضريبة. فإذا كانت الضريبة تبلغ 7.25% من إجمالي المبيعات، فما التكلفة النهائية؟**

الخطوة 1 جد الضريبة.

تبلغ الضريبة 7.25% من سعر المشتريات.

$7.25\% \text{ من } \text{AED } 28.62 = 0.0725 \times 28.62$ ← 7.25% = 0.0725

$= 2.07495$ ← استخدم الآلة الحاسبة.

الخطوة 2 جد التكلفة متضمنة الضريبة.

قرّب AED 2.07495 إلى AED 2.07. حيث إن الضريبة دائمًا ما تقرب إلى أقرب منة.

أضف هذا المبلغ إلى السعر الأصلي: AED 28.62 + AED 2.07 = AED 30.69

التكلفة الإجمالية لمواد مجوهرات خديجة تساوي AED 30.69.

تمرين موجّه

3. التسوق يتكلف جهاز DVD جديد AED 24.99. فإذا كانت ضريبة المبيعات تبلغ 6.85%، فما التكلفة الإجمالية؟

لإيجاد مبلغ الخصم، ستتبع الخطوات ذاتها المتبعة في ضريبة المبيعات.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

مثال 4 الخصومات

الخصم **حصل زايد علي درجات جيدة في المدرسة، وتأهل للحصول على الخصم المقدم للمتميزين دراسيًا على تأمين سيارته. ويدفع مبلغ AED 85 شهريًا دون الخصم. فإذا كان الخصم 20%، فكم سيدفع كل شهر؟**

الخطوة 1 جد الخصم.

الخصم يساوي 20% من المدفوعات الأصلية.

20% من AED 85 = 0.20 × 85 = 17 — 20% = 0.20، استخدم الآلة الحاسبة.

الخطوة 2 جد التكلفة بعد الخصم.

اطرح AED 17 من المدفوعات الأصلية: AED 85 − AED 17 = AED 68

بالحصول على الخصم المقدم للطالب المتميز، سيدفع زيد AED 68 كل شهر.

تمرين موجّه

4. **المبيعات** تبلغ التكلفة الأصلية لإطار صورة AED 14.89، ويتم عرضه بتخفيض بنسبة 40%. كم يبلغ السعر بعض التخفيض؟

نصيحة دراسية

التنظيم عند تحويل مسألة ما من جمل كلامية إلى جمل رياضية، تحول كلمة "يساوي" إلى = وتحول كلمة "في" إلى ×.

التحقّق من فهمك

مثال 1

اذكر ما إذا كانت كل نسبة تغيّر عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم جد النسبة المئوية للتغيّر. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

1. العدد الأصلي: 782
العدد الجديد: 125

2. العدد الأصلي: 41
العدد الجديد: 24

3. العدد الأصلي: 6 شمعات
العدد الجديد: 8 شمعات

4. العدد الأصلي: 35 حاسوب
العدد الجديد: 32 حاسوب

مثال 2

5. **الجغرافيا** تبلغ المسافة من فينيكس إلى توكسون 120 mi. والمسافة من فينيكس إلى فلاجستاف أطول بنسبة 21.7%. بالتقريب إلى أقرب عدد للأميال، ما المسافة من فينيكس إلى فلاجستاف؟ mi

مثال 3

جد السعر الإجمالي لكل منتج.

6. فستان: AED 22.50
الضريبة على المبيعات: 7.5%

7. لعبة فيديو: AED 35.99
الضريبة على المبيعات: 6.75%

8. **جولة بالسيارة** تتكلف تأجير السيارة السياحية AED 85 لمدة 3 ساعات بالإضافة إلى 7% ضريبة على مبيعات. ما التكلفة الإجمالية لتأجير سيارة سياحية لمدة 6 ساعات؟

9. **الألعاب** تتكلف إحدى ألعاب الحاسوب AED 49.95 بالإضافة إلى 6.25% ضريبة على مبيعات. فما إجمالي تكلفة اللعبة؟

مثال 4

جد السعر بعد الخصم لكل منتج.

10. جيتار: AED 95.00
الخصم: 15%

11. جهاز DVD: AED 22.95
الخصم: 25%

12. **لوح التزلج** يتكلف لوح التزلج AED 99.99. إذا كان لديك كوبون لخصم 20%. فكم ستوفر من المال؟

13. **زيارة المعرض** يبلغ سعر التذكرة لمعرض الإمارة AED 8 للبالغين و AED 5 للأطفال. فإذا كانت لديك بطاقة خصم بنسبة 15%. فكم ستتكلف التذاكر لاثنين بالغين وطفلين؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1

اذكر ما إذا كانت كل نسبة تغيّر عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم جد النسبة المئوية للتغيّر. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

14. العدد الأصلي: 35
العدد الجديد: 40

15. العدد الأصلي: 16
العدد الجديد: 10

16. العدد الأصلي: 27
العدد الجديد: 73

17. العدد الأصلي: 92
العدد الجديد: 21

18. العدد الأصلي: 21.2 g
العدد الجديد: 10.8 g

19. العدد الأصلي: 11 ft
العدد الجديد: 25 ft

20. العدد الأصلي: 68 AED
العدد الجديد: 76 AED

21. العدد الأصلي: 21 ساعة
العدد الجديد: 40 ساعة

مثال 2

22. البنزين ارتفع متوسط تكلفة البنزين العادي في شمال كارولينا بنسبة 73% من 2006 إلى 2007. فإذا كان متوسط تكلفة جالون البنزين في 2006 يبلغ 2.069 AED، فما متوسط التكلفة في 2007؟ قرّب إلى أقرب مئة.

23. السيارات يتسوق محمد للحصول على سيارة. تبلغ تكلفة السيارة الجديدة 15,AED 500. وهذا المبلغ أكبر بنسبة 25% من تكلفة السيارة المستعملة. فما تكلفة السيارة المستعملة؟

مثال 3

جد السعر الإجمالي لكل منتج.

24. حقيبة الكتف: AED 28.00
الضريبة: 7.25%

25. برنامج: AED 45.00
الضريبة: 5.5%

26. مزهرية: AED 5.50
الضريبة: 6.25%

27. كتاب: AED 25.95
الضريبة: 5.25%

28. مجلة: AED 3.50
الضريبة: 5.75%

29. وسادة: AED 9.99
الضريبة: 6.75%

مثال 4

جد السعر بعد الخصم لكل منتج.

30. حاسوب: AED 1,099.00
الخصم: 25%

31. مشغل أقراص مدمجة: AED 89.99
الخصم: 15%

32. حذاء رياضي: AED 59.99
الخصم: 40%

33. بنطلون جينز: AED 24.50
الخصم: 33%

34. سترة: AED 125.00
الخصم: 25%

35. حزام: AED 14.99
الخصم: 20%

جد السعر النهائي لكل منتج.

36. معطف: AED 14.99
الخصم: 12%
الضريبة: 6.25%

37. طابعة: AED 60.00
الخصم: 25%
الضريبة: 6.75%

38. لوحة ألعاب: AED 25.00
الخصم: 15%
الضريبة: 7.5%

39. مؤشر أسعار المستهلك المؤشر يقيس النسبة المئوية في تغيّر القيمة من السنة الأساسية. فمؤشر 115 يعني أنه كانت هناك زيادة بنسبة 15% من السنة الأساسية. في عام 2000، كان مؤشر أسعار المستهلك لمنتجات الألبان 160.7. وفي عام 2007، كان المؤشر 194.0. جد النسبة المئوية للتغيّر.

40. المعرفة المالية يبلغ السعر الحالي لكل سهم من أسهم شركة التكنولوجيا 135 AED. إذا كان هذا السعر يمثل الزيادة بنسبة 16.2% على مدار العام الماضي، فكم كان سعر السهم منذ عام؟ 6

41. عروض الأزياء تتسوق مجموعة من الفتيات لشراء فستانين ليرتدينها في حفل الربيع. وجدت إحداهن فستانًا بتكلفة 75 AED وعليه خصم بنسبة 20%. ووجدت أخرى فستانًا بتكلفة 85 AED وعليه خصم 30%.

a. جد مبلغ الخصم لكل فستان. 5

b. أي من الفتاتين حصلت على سعر أفضل لفستانها؟ 0

42. الرياضات الترفيهية في عام 1995، كان يوجد 73,567 فريقًا لكرة البيسبول من الشباب. وبحلول عام 2007، بلغ عدد الفرق 86,049. جد النسبة المئوية للتزايد.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

43 **الأدوات** ما منتج البقالة الذي ارتفعت تكلفته بأعلى نسبة للتزايد من 2000 إلى 2007؟

متوسط أسعار البيع بالتجزئة لمنتجات البقالة المحددة		
منتج البقالة	التكلفة بقيمة 2000 (بالدرهم لكل رطل)	التكلفة بقيمة 2007 (بالدرهم لكل رطل)
الحليب (بالجالون)	2.79	3.87
الديك الرومي (الكامل)	0.99	1.01
الدجاجة (الكاملة)	1.08	1.17
اللحم البقري المفروم	1.63	2.23
التفاح	0.82	1.12
خس ثلجي	0.85	0.95
زبدة الفول السوداني	1.96	1.88

المصدر: النشرة الإحصائية للولايات المتحدة الأمريكية

44. **التمثيلات المتعددة** في المسألة التالية، ستستكشف الأنماط بالنسب المئوية.

a. **بجدول** انسخ الجدول التالي وأكمله.

1% من	500	تساوي 5.	100% من	تساوي 20.			% من 80 تساوي 20.
2% من		تساوي 5.	50% من	تساوي 20.			% من 40 تساوي 20.
4% من		تساوي 5.	25% من	تساوي 20.			% من 20 تساوي 20.
8% من		تساوي 5.	12.5% من	تساوي 20.			% من 10 تساوي 20.

b. **لفظيًا** صف الأنماط في العمود الثاني والخامس.

c. **تحليليًا** استخدم الأنماط لكتابة الصف الخامس من الجدول.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

45. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مسألة من واقع الحياة لإيجاد السعر الإجمالي لمنتج يتضمن ضريبة على المبيعات.

46. **الاستنتاج** إذا كان لديك 75% من العدد n، فما النسبة المئوية للتناقص من العدد n؟ الاستنتاج إذا كان لديك 40% من العدد a، فما النسبة المئوية للتناقص لديك من العدد a؟ ما النمط الذي تلاحظه؟ هل هذا صحيح دائمًا؟

47. **تحليل الخطأ** يحاول كل من ماجد وحسن إيجاد النسبة المئوية للتغير إذا كان المبلغ الأصلي AED 25 والمبلغ الجديد AED 28. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استدلالك.

ماجد

$\frac{3}{25} = \frac{n}{100}$

$3(100) = 25n$

$300 = 25n$

$12 = n$

حسن

$\frac{3}{28} = \frac{n}{100}$

$3(100) = 28n$

$300 = 28n$

$10.7 = n$

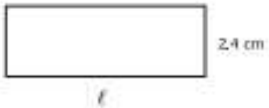
48. **مسألة تحفيزية** حدد ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم لا تكون صحيحة أبدًا. النسبة المئوية للتغير أصغر من 100%.

49. **الكتابة في الرياضيات** متى تستخدم النسبة المئوية للتغير في الحياة الواقعية؟ اشرح طريقة إيجاد النسبة المئوية للتغير بين قيمتين.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

50. الهندسة يبلغ محيط المستطيل P cm. ما المعادلة التي يمكن استخدامها لإيجاد الطول ℓ للمستطيل؟



A $P = 2.4\ell$
B $P = 4.8 + \ell$
C $P = 2.4 + 2\ell$
D $P = 4.8 + 2\ell$

51. إجابة مختصرة يقوم أيوب بطلاء غرفة لها أربعة حوائط بطول 12 ft في 14 ft. يتكلف جالون الطلاء 18 AED ويكفي لمساحة 350 ft^2. إذا عمل طبقتين من الطلاء، فكم سيكلفه طلاء الغرفة؟

52. زاد عدد الطلاب في مدرسة فرانكلين الثانوية من 840 إلى 910 طلاب على مدار 5 أعوام. فما النسبة المئوية للتزايد؟

F 8.3%
G 14.0%
H 18.5%
J 92.3%

53. الاحتمال تم إلقاء حجري نرد. ما احتمال أن يكون المجموع 10؟

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{12}$ D $\frac{1}{36}$

مراجعة شاملة

54. السفر تحتاج شاحنة خالد الصغيرة إلى 5 gal من البنزين لقطع مسافة 120 mi. كم جالونًا من البنزين ستحتاجه الشاحنة لقطع 360 mi؟ 15 جالونًا

جد قيمة كل تعبير إذا كان $x = -2$ و $y = 6$ و $z = 4$. (الدرس 2-5)

55. $|3 - x| + 7$ **56.** $12 - |z + 9|$ **57.** $|y + x| - z + 4$

حُـلّ كل من المعادلات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة. علّل إجابتك. (الدرس 2-4)

58. $1.03p - 4 = -2.15p + 8.72$ **59.** $18 - 3.8t = 7.36 - 1.9t$

60. $5.4w + 8.2 = 9.8w - 2.8$ **61.** $2[d + 3(d - 1)] = 18$

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك. (الدرس 2-3)

62. $5n + 6 = -4$ **63.** $-11 = 7 + 3c$

64. $15 = 4a - 5$ **65.** $-14 + 7g = -63$

66. الأنهار يبلغ طول نهر الكونغو في إفريقيا 2,900 mi. وهو أطول بمسافة 310 mi من نهر النيجر الموجود في إفريقيا أيضًا. (الدرس 2-2)

a. اكتب معادلة يمكن استخدامها لإيجاد نهر النيجر.

b. ما طول نهر النيجر؟ mi

67. الغذاء اشترى حسام x حبة من التفاح بسعر 0.99 AED للحبة و y حبة من البرتقال بسعر 1.29 AED للحبة. اكتب تعبيرًا جبريًا يمثل تكلفة الشراء. (الدرس 1-1)

مراجعة المهارات

حوّل كل معادلة إلى جملة.

68. $d - 14 = 5$ **69.** $2f + 6 = 19$ **70.** $y - 12 = y + 8$

71. $3a + 5 = 27 - 2a$ **72.** $-6c^2 - 4c = 25$ **73.** $d^4 + 64 = 3d^3 + 77$

McGraw-Hill Education هي جزء من مجموعة شركات التعليم © حقوق الطبع والتأليف

2-7 النسب المئوية

المئين هو مقياس يُستخدم غالبًا لتسجيل بيانات اختبار، مثل درجات الاختبارات الموحدة. فهو يدل على أن النسبة المئوية لإجمالي الدرجات كانت أصغر من درجة معينة.

- يُستخدم المئين لقياس الترتيب من الأسفل.
- لا يوجد مئين يساوي 0. وأقل درجة هي المئين الأول.
- لا يوجد مئين يساوي 100. فأعلى درجة هي المئين 99.

النشاط

أقيم عرض للمواهب لأفضل عشرين متسابقًا في مسابقة محبوب الشباب. حصل كل متسابق على درجة من 0 حتى 30، حيث إن الدرجة 30 هي الأعلى. ما المئين لمحمود؟

الاسم	النقاط	الاسم	النقاط
سعيد	17	عبد الرحمن	27
حمدان	9	فارس	20
ليلى	25	أسماء	16
سندية	21	يوسف	10
عبد الله	14	صالح	26
عائشة	29	محمد	4
فهد	15	خميس	6
طارق	12	محمود	28
حسن	5	خالد	22
منى	11	شيخة	18

الخطوة 1 اكتب درجة واحدة على كل قصاصة من 20 قصاصة ورق.

الخطوة 2 رتب القصاصات رأسيًا من الدرجة الأعلى إلى الأقل.

الخطوة 3 جد المئين لمحمود.

حصل محمود على درجة 28. وتوجد 18 درجة أصغر من درجته. لإيجاد المئين، استخدم الصيغة التالية.

$$\frac{\text{عدد الدرجات الأقل من } 28}{\text{إجمالي عدد الدرجات}} \times 100 = \frac{18}{20} \times 100 = 90$$

حصل محمود على المئين التسعين في المسابقة.

حلل النتائج

1. جد الوسيط والربع الأعلى والربع الأدنى للدرجات.
2. أي من الطلاب وصل إلى المئين الخمسين؟ والخامس والعشرين؟ والخامس والسبعين؟
3. قارن وبين الفرق بين قيم الوسيط والربع الأعلى والربع الأدنى وبين الدرجات للمئين الخامس والعشرين والخمسين والخامس والسبعين.
4. حصل محمود على المئين التسعين. فما المئين لعدد 30 نقطة محتملة أحرزها؟
5. **المناقشات** قارن وبين الفرق بين المئين ودرجة النسبة المئوية.
6. هل يوجد أي قيم متطرفة في البيانات التي قد تغير نتائج حساباتنا؟
7. **القيم العشرية** عبارة عن قيم تقسم مجموعة من البيانات إلى عشرة أجزاء متساوية الحجم. تتضمن القيمة العشرية الأولى البيانات حتى المئين العاشر دون أن يدرج بها ذلك المئين العاشر، وتتضمن القيمة العشرية الثانية البيانات من المئين العاشر حتى المئين العشرين دون أن يدرج بها. وهكذا.
   A. أي درجات المتسابقين تقع في القيمة العشرية السادسة؟
   B. في أي قيمة عشرية يقع كل من عبد الله وطارق؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-8 المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي

السابق
- قمت بحلّ المعادلات المكونة من متغيرات في كل طرف.

الحالي
1. حل المعادلة لإيجاد متغيرات مذكورة.
2. إستخدام القواعد لحل مسائل من واقع الحياة.

لماذا؟
- في كل عام يزداد عدد المستخدمين لبطاقات الائتمان في عمليات الشراء اليومية. وإذا لم يسدد الرصيد بالكامل بحلول تاريخ الاستحقاق، تُطبق المرابحة المركبة. صيغة حساب رصيد الحساب ذي المرابحة المركبة المضافة سنويًا هي $A = P(1 + r)^t$
  - A تمثل المبلغ الموجود في الحساب مضافًا إليه المرابحة
  - P تساوي المبلغ الموجود في الحساب قبل إضافة المرابحة
  - r تساوي معدل المرابحة المكتوب في صورة عدد عشري
  - t تساوي المدة بالأعوام.

مفردات جديدة
- **المعادلة الحرفية** literal equation
- **تحليل بُعدي** dimensional analysis
- **تحليل الوحدات** unit analysis

ممارسات في الرياضيات
مراعاة الدقة.

1 إيجاد حل المتغير المحدد

بعض المعادلات مثل المعادلة السابقة تتضمن أكثر من متغير. ستحتاج في بعض الأحيان إلى حل هذه المعادلات لإيجاد أحد تلك المتغيرات.

مثال 1 إيجاد حل المتغير المحدد

حُـلّ المعادلة $4m - 3n = 8$ لإيجاد m.

$4m - 3n = 8$	المعادلة الأصلية
$4m - 3n + 3n = 8 + 3n$	أضف $3n$ إلى كل طرف
$4m = 8 + 3n$	بسّط
$\frac{4m}{4} = \frac{8 + 3n}{4}$	اقسم كل طرف على 4
$m = \frac{8}{4} + \frac{3}{4}n$	بسّط
$m = 2 + \frac{3}{4}n$	بسّط

تمرين موجّه

حُـلّ كل معادلة لإيجاد المتغير المحدد.

1A. $15 = 3n + 6p$ **لإيجاد حل** n

1B. $\frac{k - 2}{5} = 11j$ **لإيجاد حل** k

1C. $28 = t(r + 4)$ **لإيجاد حل** t

1D. $a(q - 8) = 23$ **لإيجاد حل** q

نحتاج في بعض الأحيان إلى حل المعادلات لإيجاد متغير موجود في كلا طرفي المعادلة. وعندما يحدث هذا، يجب نقل جميع الحدود التي يوجد بها ذلك المتغير إلى طرف واحد من المعادلة. فمن المفيد إذًا استخدام خاصية التوزيع لعزل المتغير الذي تحل المعادلة لإيجاده.

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

نصيحة دراسية

إيجاد حل متغير محدد عندما يوجد في المعادلة أكثر من متغير، فقد يكون من المفيد التركيز على المتغير الذي تحل المسألة من أجله.

مثال 2 إيجاد حل المتغير المحدد

حُـلّ المعادلة: $3x - 2y = xz + 5$ لإيجاد x.

$3x - 2y = xz + 5$	المعادلة الأصلية
$3x - 2y + 2y = xz + 5 + 2y$	أضف $2y$ إلى كل طرف
$3x - xz = xz - xz + 5 + 2y$	من كل طرف xz اطرح
$3x - xz = 5 + 2y$	بسّط
$x(3 - z) = 5 + 2y$	خاصية التوزيع
$\frac{x(3 - z)}{3 - z} = \frac{5 + 2y}{3 - z}$	اقسم كل طرف على $3 - z$
$x = \frac{5 + 2y}{3 - z}$	بسّط

بما أن القسمة على 0 غير محددة، $3 - z \neq 0$ إذا $z \neq 3$.

تمرين موجّه

حُـلّ كل معادلة لإيجاد المتغير المحدد.

2A. $d + 5c = 3d - 1,\ d$

2B. $6q - 18 = qr + t,\ q$

2 استخدم القواعد

يُطلق على المعادلة التي توجد بها متغيرات متعددة صيغة أو **معادلة حرفية**. لحل المعادلة الحرفية، طبق عملية حل المتغير المحدد.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام المعادلات الحرفية

اليويو **استخدم المعلومات عن أكبر يويو على الجانب الأيمن. صيغة محيط الدائرة هي $C = 2\pi r$، حيث إن C تمثل المحيط و r تمثل نصف القطر.**

A. حُـلّ المعادلة لإيجاد r.

$C = 2\pi r$	معادلة محيط الدائرة
$\frac{C}{2\pi} = \frac{2\pi r}{2\pi}$	اقسم كل طرف على 2π
$\frac{C}{2\pi} = r$	بسّط

B. جد نصف قطر اليويو.

$\frac{C}{2\pi} = r$	معادلة نصف القطر
$\frac{32.7}{2\pi} = r$	$C = 32.7$
$5.2 \approx r$	استخدم الآلة الحاسبة

يبلغ نصف قطر اليويو حوالي 5.2 ft.

رابط **من الحياة** **اليومية** يبلغ محيط أكبر يويو في العالم 32.7 ft. وقد أُطلق باستخدام رافعة من ارتفاع 189 ft.

المصدر: موسوعة جينيس للأرقام القياسية

تمرين موجّه

3. **الهندسة** معادلة حجم منشور المستطيل هي $V = \ell wh$، حيث إن ℓ تساوي الطول و w تساوي العرض و h تساوي الارتفاع.
   A. حلّ معادلة w.
   B. جد عرض منشور المستطيل الذي يبلغ حجمه $79.04\ cm^3$، وطوله 5.2 cm، وارتفاعه 4 cm.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

عند استخدام القواعد، فقد تحتاج إلى استخدام التحليل البُعدي. **التحليل البعدي** أو **تحليل الوحدات** عبارة عن عملية نقل الوحدات طوال العملية الحسابية.

مثال 4 استخدام التحليل البُعدي

الجري الجري لمسافة 10K يساوي 10 km طولاً. فإذا كان 1 m = 1.094 yd، فاستخدم التحليل البُعدي لإيجاد طول مضمار السباق بالأميال.
(إرشاد: 1 mi = 1760 yd)

نظرًا لأن التحويل المذكور يربط الأمتار باليادات، فحوّل 10 km إلى أمتار أولاً. ثم اضرب في معامل التحويل بحيث تُقسم عدد أمتار الوحدات. للتحويل من اليادات إلى الأميال، اضرب في $\frac{1\text{ mi}}{1760\text{ yd}}$.

الطول لمسافة الجري		الكيلومترات إلى أمتار		الأمتار إلى يادات		اليادات إلى أميال
10 km	$\times$	$\frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}}$	$\times$	$\frac{1.094\text{ yd}}{1\text{ m}}$	$\times$	$\frac{1\text{ mi}}{1760\text{ yd}}$

لاحظ كيفية إلغاء الوحدات، بحيث يتم ترك الوحدة التي يتم التحويل لها.

$$10\text{ km} \times \frac{1000\text{ m}}{1\text{ km}} \times \frac{1.094\text{ yd}}{1\text{ m}} \times \frac{1\text{ mi}}{1760\text{ yd}} = \frac{10{,}940\text{ mi}}{1760}$$
$$\approx 6.2\text{ mi}$$

مضمار السباق بطول 10 Km يساوي تقريبًا 6.2 mi.

تمرين موجّه

4. سيارة تسير مسافة 100 ft في مدة 2.8 s. ما سرعة السيارة بالميل في الساعة؟ قرّب إلى أقرب عدد صحيح.

نصيحة دراسية
الدقة عند التخطيط لطريقة الحل، فكّر في المطلوب في المعادلة وما هي وحدات القياس التي ستطبق في الحل.

التحقّق من فهمك

مثال 1 و 2 **حُلّ كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.**

1. $5a + c = -8a$, a
2. $7h + f = 2h + g$, g
3. $\frac{k+m}{-7} = n$, n
4. $q = p(r+s)$, p

مثال 3

5. **التعبئة** تريد شركة صابون استخدام الحاويات الإسطوانية لتعبئة صابونها السائل الجديد.

A. جد حل الصيغة h.

B. ما ارتفاع الحاوية إذا كان الحجم يساوي 56.52 in^3 ونصف القطر يساوي 1.5 بوصة؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

مثال 4

6. **التسوّق** وجد محمد لعبة فيديو نادرة على موقع مزاد على الإنترنت بسعر 35 دولارًا أستراليًا. إذا كان سعر الصرف هو 1 دولار أمريكي = 1.24 دولار أسترالي. فجد سعر اللعبة بالدولار الأمريكي. قرّب إلى أقرب مئة.

7. **الضبط** تتميز عدسة محدبة بحد أدنى لمدى التركيز يساوي 13.5 cm. فإذا كان 1 cm في الطول يساوي 0.39 in تقريبًا. فما الحد الأدنى لمدى تركيز العدسة بوحدة القدم؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

حُـلّ كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.

8. $u = vw + z,\ v$

9. $x = b - cd,\ c$

10. $fg - 9h = 10j,\ g$

11. $10m - p = -n,\ m$

12. $r = \frac{2}{3}t + v,\ t$

13. $\frac{5}{9}v + w = z,\ v$

14. $\frac{10ac - x}{11} = -3,\ a$

15. $\frac{df + 10}{\text{قيمة}} = g,\ f$

مثال 3

16. اللياقة البدنية صيغة حساب مؤشر كتلة الجسم للشخص هي $B = 703 \times \frac{w}{h^2}$.
B تمثل مؤشر كتلة الجسم. و w تساوي وزن الجسم بالأرطال. و h تمثل ارتفاع الجسم بالبوصة.

A. حلّ الصيغة في w.

B. ما الوزن إلى أقرب رطل لشخص يبلغ طوله 64 in ومؤشر كتلة الجسم لديه 21.45؟

17. الفيزياء التسارع هو قياس مدى سرعة تغير السرعة. معادلة التسارع هي $a = \frac{v_f - v_i}{t}$ تمثل معدل التسارع.
و v_f تساوي السرعة النهائية. و v_i تساوي السرعة الابتدائية و t تمثل الزمن بالثواني.

A. حلّ الصيغة v_f.

B. ما السرعة النهائية لعدّاء تزيد سرعته بمقدار 2 ft/s مع إيجاد التربيع لعدد 3 ثوانٍ مع العلم بأن السرعة الابتدائية تبلغ 4 mi/s؟

مثال 4

18. السباحة إذا كانت كل دورة في حمام السباحة يبلغ طولها 100 m. فما عدد اللفات التي تساوي ميلاً واحداً؟ قرّب إلى أقرب جزء من عشرة. (إرشاد: 1 ft ≈ 0.3048 m)

19. الدقة ما عدد لترات البنزين اللازمة لملء خزان بسعة 13.2 gal؟ يوجد حوالي 1.06 كوارت في اللتر الواحد. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

حُلّ كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.

20. $-14n + q = rt - 4n,\ n$

21. $18t + 11v = w - 13t,\ t$

22. $ax + z = aw - y,\ a$

23. $10c - f = -13 + cd,\ c$

حدد الوحدة المناسبة من الخيارات التالية وحوّل المعدل إلى تلك الوحدة.

ft/s	mph	mm/s	km/s

24. سيارة تسير بسرعة 36 ft/s

25. حلزون يتحرك بسرعة 3.6 m/h

26. شخص يمشي بسرعة 3.4 mi/h

27. قمر صناعي يتحرك بسرعة 234,000 m/min

28. الجمباز تمثل الصيغة $P = \frac{1.2W}{H^2}$ مقدار الضغط المبذول على الأرض من كعب لاعب الجمباز. في هذه الصيغة، P تساوي الضغط بالأرطال في البوصة المربعة، وتساوي W وزن شخص يرتدي حذاء بالأرطال. و H تساوي عرض كعب الحذاء بالبوصات.

A. جد حل معادلة W.

B. جد وزن لاعب الجمباز إذا كان عرض الكعب يساوي 3 in والضغط يساوي 30 lb/in^2.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اكتب معادلة وجد المتغير المحدد.

29. سبعة مطروحة من العدد t يساوي عددًا آخر r زائد 6. جد الحل لإيجاد قيمة t.

30. عشرة زائد ثمانية مضروبة في عدد a يساوي أحد عشر في عدد d ناقص سنة. جد الحل لإيجاد قيمة a.

31. تسعة أعشار عدد g هي ذاته سبعة زائد ثلثي عدد آخر k. جد الحل لإيجاد قيمة k.

32. ثلاثة أرباع عدد p ناقص اثنين تساوي خمسة أسداس عدد آخر r زائد خمسة. جد الحل لإيجاد قيمة r.

33. **هدايا** تمتلك شيخة 214 بوصة مربعة من الورق لتغطية علبة هدايا. يمكن إيجاد مساحة سطح العلبة S باستخدام المعادلة $S = 2w(\ell + h) + 2\ell h$ حيث إن w تساوي عرض العلبة، و ℓ تساوي طول العلبة، و h تساوي الارتفاع. فإذا كان طول العلبة يساوي 7 in وعرضها يساوي 6 in. فما المقدار المحتمل لطول علبة شيخة؟

34. **القيادة** تمت قيادة سيارة لمسافة x ميل في السنة وبمعدل m ميل لكل جالون.

A. اكتب معادلة لإيجاد g، عدد الجالونات المستخدمة في السنة.

B. إذا كان متوسط سعر البنزين يساوي p درهم للجالون. فاكتب صيغة لإيجاد إجمالي سعر البنزين c بالدرهم لقيادة هذه السيارة كل عام.

C. يبلغ متوسط معدل السيارة "A" 15 mi للجالون على الطريق السريع، بينما يبلغ متوسط معدل السيارة "B" 35 mi للجالون على الطريق السريع. فإذا كان المتوسط 15000 mi في السنة، فكم ينبغي أن توفر من المال على البنزين كل أسبوع باستخدام السيارة "B" عوضاً عن السيارة "A" إذا كان متوسط سعر البنزين 3 AED للجالون؟ اشرح.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

35. **مسألة تحفيزية** محيط كرة السلة للسيدات في الرابطة الوطنية لرياضة الجامعات يبلغ 29 in. وسمك الغلاف المطاطي يساوي $\frac{3}{16}$ in. استخدم الصيغة $v = \frac{4}{3}\pi r^3$. حيث إن v تمثل الحجم و r تساوي نصف قطر الكرة من الداخل. لتحديد حجم الهواء داخل الكرة. قرّب إلى أقرب عدد صحيح.

36. **الاستنتاج** حدد الوحدة الملائمة لوصف سرعة السيارة على الطريق السريع وسرعة يسروع زاحف. هل يمكن استخدام الوحدة ذاتها لكلاهما؟ اشرح.

37. **تحليل الخطأ** يحاول كل من علي وخميس إيجاد حل $4a - 5b = 7$ لإيجاد b. هل حل أي منها صحيح؟ اشرح.

خميس

$4a - 5b = 7$

$5b = 7 - 4a$

$\frac{5b}{5} = \frac{7 - 4a}{5}$

$b = \frac{7 - 4a}{5}$

علي

$4a - 5b = 7$

$-5b = 7 - 4a$

$\frac{-5b}{-5} = \frac{7 - 4a}{-5}$

$b = \frac{7 - 4a}{-5}$

38. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب المعادلة لإيجاد حل A، مساحة الشكل الهندسي، مثل المثلث أو المستطيل. ثم جد حل الصيغة لإيجاد متغير غير A.

39. **المثابرة في المسألة** جد حل كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.

a. $n = \frac{x + y - 1}{xy}$ **لإيجاد** x

b. $\frac{x + y}{x - y} = \frac{1}{2}$ **لإيجاد** y

40. **الكتابة في الرياضيات** ما وجه الإفادة في أن تكون قادرًا على تمثيل المعادلة الحرفية بطرق مختلفة؟

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

تدريب على الاختبار المعياري

41. تستثمر حورية مبلغ AED 6000. جزء من المبلغ بنسبة مرابحة 4.5% والباقي بنسبة مرابحة 6%. إذا كان d يمثل المبلغ المدخر بنسبة مرابحة 4.5%. فما التعبير الذي يمثل مبلغ المرابحة المكتسب في عام واحد بالمبلغ الذي عليه نسبة مرابحة 6%؟

A $0.06d$
B $0.06(d - 6000)$
C $0.06(d + 6000)$
D $0.06(6000 - d)$

42. يقود محمود السيارة من بوسطن إلى كليفلاند، وهي مسافة تبلغ 616 mi. يستغرق وقت التوقف للراحة والبنزين وتناول الطعام ساعتين. فإذا كانت رحلته تستغرق 16 ساعة إجمالاً. فما كان متوسط سرعة محمود؟

F 38.5 mi/h
G 40 mi/h
H 44 mi/h
J 47.5 mi/h

43. **إجابة مختصرة** تمتلك شيماء 3 كتب أكثر من فتحية. تمتلك سندية ثلاثة أمثال عدد الكتب التي مع شيماء. ومجموع الكتب مع شيماء وفتحية وسندية 22 كتابًا. فكم عدد الكتب لدى سندية؟

44. **الهندسة** أي مما يلي يصف المستوى أفضل وصف؟

A موقع لا حجم له ولا شكل
B سطح مسطح يتكوّن من نقاط لا عمق لها
C يتكون من نقاط وليست له كثافة أو عرض
D مجموعة من كل النقاط غير المحدودة ثلاثية الأبعاد

مراجعة تمهيدية

جد السعر النهائي لكل منتج. (الدرس 2-7)

45. لمبة: AED 120.00
الخصم: 20%
الضريبة: 6%

46. فستان: AED 70.00
خصم: 30%
ضريبة: 7%

47. كاميرا: AED 58.00
خصم: 25%
ضريبة: 6.5%

48. سترة: AED 82.00
الخصم: 15%
الضريبة: 6%

49. لحاف: AED 67.00
خصم: 20%
ضريبة: 6.25%

50. آلة جز العشب: AED 720.00
خصم: 35%
ضريبة: 7%

حُـلّ كل من التناسبات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر. (الدرس 2-6)

51. $\frac{3}{4.5} = \frac{x}{2.5}$

52. $\frac{2}{0.36} = \frac{7}{p}$

53. $\frac{m}{9} = \frac{2.8}{4.9}$

54. **الوظائف** يعمل سلطان في جز العشب ليجني مزيدًا من المال. وبإمكانه جز 30 أرضية عشب على أقصى تقدير في الأسبوع الواحد. ويكسب AED 15 على كل أرضية عشب يجزها. حدد المدى والمجال المعقول لهذا الموقف وأنشئ تمثيلاً بيانيًا. (الدروس 1-5)

55. **الترفيه** كل عضو في الفرقة الموسيقية يبيع التذاكر لإقامة حفل موسيقي في المدرسة. باع قسم آلة الترومبون 50 تذكرة طابق أرضي و 90 تذكرة شرفة. اكتب تعبيرًا وقيّمه لإيجاد المبلغ الذي جمعه قسم آلة الترومبون. (الدروس 1-4)

مراجعة المهارات

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

56. $8k + 9 = 7k + 6$

57. $3 - 4q = 10q + 10$

58. $\frac{3}{4}n + 16 = 2 - \frac{1}{8}n$

59. $\frac{1}{4} - \frac{2}{3}y = \frac{3}{4} - \frac{1}{3}y$

60. $4(2a - 1) = -10(a - 5)$

61. $2(w - 3) + 5 = 3(w - 1)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-9 المتوسط الحسابي المرجح

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• قمت بتحويل العبارات إلى معادلات.	1 حل المسائل المختلطة.	• يقاس أداء لاعبي كرة القاعدة (البيسبول) باستخدام الإحصاء بنسبة كبيرة. متوسط الضرب (SLG) هو المتوسط الحسابي المرجح الذي يقيس قوة ضرب الكرة. يُحتسب متوسط الضرب باستخدام الصيغة التالية.
	2 حل مسائل الحركة المنتظمة.	متوسط الضرب = $\frac{1B + (2 \times 2B) + (3 \times 3B) + (4 \times HR)}{\text{at bats}}$

مفردات جديدة

المتوسط الحسابي المرجح weighted average

مسألة مختلطة mixture problem

مسألة حركة منتظمة uniform motion problem

مسألة النسبة rate problem

ممارسات في الرياضيات

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

استخدام النماذج الرياضية.

1 المتوسطات الحسابية المرجحة النسبة المئوية لضربة المهاجم من أمثلة المتوسط الحسابي المرجح. يتم إيجاد **المتوسط الحسابي المرجح** M لمجموعة من البيانات عن طريق ضرب كل قيمة للبيانات في وزنها ثم إيجاد المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات الجديدة.

المسائل المختلطة هي مسائل يجتمع فيها جزءان أو أكثر لتكوين المسائل ككل. وتُحل هذه المسائل باستخدام المتوسطات الحسابية المرجحة. في المسألة المختلطة، عادة ما تكون الوحدات هي عدد الجالونات أو الأرطال، والقيمة هي التكلفة أو القيمة، أو التركيز في كل وحدة.

مثال 1 من الحياة اليومية مسألة مختلطة

البيع بالتجزئة **إحدى شركات الشاي تبيع الشاي المخلوط بسعر AED 25 للرطل. لعمل شاي مخلوط بالتوت، يُخلط التوت المجفف الذي تبلغ تكلفته AED 10.50 للرطل مع الشاي الأسود الذي تبلغ تكلفته AED 35. فكم عدد أرطال الشاي الأسود التي ينبغي إضافتها إلى 5 أرطال من التوت المجفف لعمل الشاي بالتوت؟**

الخطوة 1 لنفترض أن w هي وزن الشاي الأسود. ارسم جدولاً لتنظيم المعلومات.

	عدد الوحدات (lb)	السعر لكل وحدة (AED)	السعر الإجمالي (السعر)(الوحدات)
التوت المجفف	5	10.50	10.50(5)
الشاي الأسود	w	35	$35w$
شاي بالتوت	$5 + w$	25	$25(5 + w)$

اكتب معادلة باستخدام المعلومات الموجودة في الجدول.

سعر الشاي بالتوت	يساوي	سعر الشاي	زائد	سعر التوت
$25(5 + w)$	$=$	$35w$	$+$	$10.50(5)$

الخطوة 2 جد حل المعادلة.

$10.50(5) + 35w = 25(5 + w)$	المعادلة الأصلية
$52.5 + 35w = 125 + 25w$	خاصية التوزيع
$52.5 + 35w - 25w = 125 + 25w - 25w$	اطرح $25w$ من كل طرف
$52.5 + 10w = 125$	بسّط
$52.5 - 52.5 + 10w = 125 - 52.5$	اطرح 52.5 من كل طرف
$10w = 72.5$	بسّط
$w = 7.25$	اقسم كل طرف على 10

صور الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

لعمل شاي بالتوت، سيلزم إضافة 7.25 lb من الشاي الأسود إلى التوت المجفف.

تمرين موجّه

1. القهوة كم عدد أرطال حبوب القهوة المميزة التي ينبغي إضافتها إلى 2 lb من القهوة الفاخرة لعمل خليط من نوعي القهوة؟ lb

نصيحة دراسية

المسائل المختلطة عندما تنظم المعلومات في المسائل المختلطة، تذكر أن الخليط النهائي يجب أن يحتوي على مجموع الأجزاء بالكميات الصحيحة وبالنسب المئوية الصحيحة.

أحيانًا، يُعبَّر عن المسائل المختلطة بطريقة النسب المئوية.

مثال 2 من الحياة اليومية مسألة مختلطة من النسب المئوية

مشروب عصير الفواكه لدى السيدة فاطمة 16 كوبًا من شراب العصير به نسبة 3% من عصير الأناناس. ولديها أيضا شراب عصير به 33% من عصير الأناناس. كم كوبًا من شراب العصير الذي به نسبة 33% ستحتاج إلى إضافته إلى شراب العصير الذي به نسبة 3% للحصول على مشروب به نسبة 20% من عصير الأناناس؟

الخطوة 1 لنفترض أن X = مقدار 33% من المحلول اللازم إضافته. ارسم جدولاً.

	مقدار شراب العصير (بالأكواب)	مقدار عصير الأناناس
شراب العصير 3%	16	0.03(16)
شراب العصير 33%	x	$0.33x$
شراب العصير 20%	$16 + x$	$0.20(16 + x)$

نصيحة في حل المسائل

رسم جدول يعد استخدام الجدول من الطرق الجيدة لتنظيم المعلومات المعطاة. ويساعد أيضًا في فهم طريقة كتابة معادلة لإيجاد حل القيمة المفقودة.

اكتب معادلة باستخدام المعلومات الموجودة في الجدول.

مقدار عصير الأناناس في شراب العصير الذي نسبته 20%		مقدار عصير الأناناس في شراب العصير الذي نسبته 33%	زائد	مقدار عصير الأناناس في شراب العصير الذي نسبته 3%
$0.20(16 + x)$	=	$0.33x$	+	$0.03(16)$

الخطوة 2 جد حل المعادلة.

$0.03(16) + 0.33x = 0.20(16 + x)$	المعادلة الأصلية
$0.48 + 0.33x = 3.2 + 0.20x$	بسّط
$0.48 + 0.33x - 0.20x = 3.2 + 0.20x - 0.20x$	اطرح $0.20x$ من كل طرف
$0.48 + 0.13x = 3.2$	بسّط
$0.48 - 0.48 + 0.13x = 3.2 - 0.48$	اطرح 0.48 من كل طرف
$0.13x = 2.72$	بسّط
$\frac{0.13x}{0.13} = \frac{2.72}{0.13}$	اقسم كل طرف على 0.13
$x \approx 20.9$	قرب إلى أقرب جزء من مئة

ينبغي للسيدة فاطمة أن تضيف حوالي 20.9 كوبًا من شراب العصير الذي به 33% إلى 16 كوبًا من شراب العصير الذي به 3%.

تمرين موجّه

2. **مانع التجمد** يتضمن أحد أنواع موانع التجمد 40% من الجليكول. ويتضمن نوع آخر من موانع التجمد 60% من الجليكول. ما المقدار الذي ينبغي استخدامه من كل نوع لعمل 100 gal من مانع التجمد يحتوي على 48% جليكول؟

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 مسائل الحركة المنتظمة

مسائل الحركة المنتظمة أو **مسائل المعدلات** هي المسائل التي يتحرك فيها جسم ما بسرعة أو معدل معين. تُستخدم الصيغة $d = rt$ لحل تلك المسائل. في الصيغة، d تمثل المسافة و r تمثل المعدل و t تمثل الوقت.

مثال 3 من الحياة اليومية سرعة سيارة واحدة

التزلج بحذاء **التزلج يستغرق ماجد ومحمود 40 min للتزلج لمسافة 5 mi. ويستغرق التزلج في العودة 30 min منهما. كم كان متوسط سرعتهما في جولة التزلج؟**

الفهم نعرف أن كلا الولدين لم يقضيا المدة نفسها في كل مرحلة من جولتهما. وبالتالي، فعلينا أن نجد المتوسط الحسابي المرجح لسرعتهما. ومن ثمّ، فيجب إيجاد متوسط السرعة لكلتا المرحلتين في الجولة.

التخطيط جد أولاً معدل مرحلة الذهاب ثم مرحلة العودة من الجولة. ولأن المعدل محسوب بالأميال في الساعة، فإننا نحول 40 min إلى 0.667 ساعة تقريبًا و30 دقيقة إلى 0.5 ساعة.

الذهاب

$r = \frac{d}{t}$ صيغة المعدل

$\approx \frac{5 \text{ أميال}}{0.667 \text{ ساعة}}$ أو حوالي 7.5 mi/h مع التعويض عن القيم $d = 5$ mi و $t = 0.667$ h

العودة

$r = \frac{d}{t}$ صيغة المعدل

$= \frac{5 \text{ أميال}}{0.5 \text{ ساعة}}$ أو 10 mi/h مع التعويض عن القيم $d = 5$ mi و $t = .5$ h

ولأننا نبحث عن المتوسط الحسابي المرجح، فلا يمكننا إيجاد متوسط السرعات فحسب. فإننا نحتاج إلى إيجاد المتوسط الحسابي المرجح لمرحلتي الذهاب والعودة.

حلّ

$$M = \frac{(\text{وقت العودة})(\text{معدل العودة}) + (\text{وقت الذهاب})(\text{معدل الذهاب})}{\text{وقت الذهاب} + \text{وقت العودة}}$$

$$\approx \frac{(7.5)(0.667) + (10)(0.5)}{0.667 + 0.5}$$ مع التعويض بالقيم

$$\approx \frac{10.0025}{1.167} = 8.6$$ تقريبًا بتبسيط

بلغ متوسط سرعتهما 8.6 mi/h تقريبًا.

التحقق يندرج الحل الذي توصلنا إليه وهو 8.6 mi/h بين معدل مرحلة الذهاب وهو 7.5 mi/h وبين معدل العودة وهو 10 mi/h. إذًا، فإننا نعرف أن الإجابة منطقية.

تمرين موجّه

3. **تمرين** ركض ماجد مسافة 2.5 mi في 16 min ثم مشى 1 mi في 10 min. ماذا كان متوسط سرعته؟

رابط من الحياة اليومية

التزلج بحذاء التزلج هو رابع نشاط ترفيهي أكثر شهرة في الولايات المتحدة.

المصدر: النشرة الإحصائية للولايات المتحدة الأمريكية

كذلك، يمكن استخدام الصيغة $d = rt$ لحل مسائل من واقع الحياة تتضمن سيارتين متحركتين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 من الحياة اليومية سرعتا سيارتين

قطارات الشحن يبعد قطاران 550 mi عن بعضهما ويتوجهان باتجاه بعضهما على مسارين متوازيين. يسير القطار "A" شرقًا بسرعة 35 mi/h. بينما يسير القطار "B" غربًا بسرعة 45 mi/h. متى يمر القطاران بعضهما البعض؟

الخطوة 1 ارسم تمثيلاً تخطيطيًا.

الخطوة 2 لنفترض أن t = عدد الساعات المستغرقة حتى يمر القطاران بعضهما. ارسم جدولاً.

	r	t	$d = rt$
القطار A	35	t	$35t$
القطار B	45	t	$45t$

الخطوة 3 اكتب معادلة وجد حلها.

المسافة التي قطعها القطار A		المسافة التي قطعها القطار B		
$35t$	+	$45t$	=	550
				يساوي 550 mi

المعادلة الأصلية

$35t + 45t = 550$

بسّط

$80t = 550$

اقسم كل طرف على 80

$\frac{80t}{80} = \frac{550}{80}$

بسّط

سيمر القطارات بعضهما في مدة 6.875 ساعة تقريبًا.

تمرين موجّه

4. **ركوب الدراجات** بدأ راكبا دراجات السير في اتجاهين معاكسين على ممر دراجات دائري يبلغ طوله 5 mi. يقطع أحد الراكبين مسافة 12 mi في الساعة. والآخر يقطع مسافة 18 mi في الساعة. كم سيمر من الزمن قبل أن يتقابلا؟

نصيحة دراسية

الاستنتاج المنطقي رسم التمثيلات التخطيطية ليس مقتصرًا على المسائل الهندسية. فيمكن استخدام الرسوم التخطيطية لتصور العديد من حالات المسائل التي يمكن تمثيلها باستخدام المعادلات.

التحقّق من فهمك

مثال 1

1. **الغذاء** طلبت عبير مرقة وسلطة للغداء. إذا طلبت عبير 10 oz من المرقة للغداء وكان إجمالي التكلفة 3.30 AED. فما عدد أوقيات السلطة التي طلبتها عبير؟

20 فلسًا للأونصة

15 فلسًا للأونصة

مثال 2

2. **الكيمياء** لدى منى 40 mm من محلول بتركيز 25%. فكم عدد الميلليمترات التي ينبغي أن تضعها من محلول بتركيز 60% للحصول على المحلول المطلوب بتركيز 30%؟

مثال 3

3. **السفر** يقطع قارب مسافة 16 mi باتجاه الشمال في ساعتين ومسافة 24 mi باتجاه الغرب في ساعتين. فما متوسط سرعة القارب؟

4. **تمرين** ركضت أسماء 3 mi في 25 دقيقة ثم ركضت 3 mi أخرى في 30 دقيقة. فما متوسط سرعتها بالأميال في الساعة؟

مثال 4

5. **ركوب الدراجات** بدأ أحد راكبي الدراجات رحلته بسرعة 18 mi/h. وفي الوقت ذاته وعند نقطة البداية ذاتها. اتبع أحد المتزلجين بحذاء التزلج مسار راكب الدراجة وبدأ السير بسرعة 6 mi/h. فما الوقت الذي سيستغرقانه ليبعدا عن بعضهما بمسافة 24 mi؟

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمرين وحل المسائل

مثال 1

6. **الحلوى** يريد أحد محلات الحلوى عمل خليط باستخدام نوعين من قوالب الحلوى. وتكلفة النوع الأول AED 5.45 للرطل، والنوع الآخر AED 7.33 للرطل. فما عدد الأرطال من الحلوى بتكلفة AED 7.33 التي ينبغي خلطها مع 11 رطلاً من الحلوى بتكلفة AED 5.45 لبيع الخليط بسعر AED 6.14 للرطل؟

7. **عالم الأعمال** تبيع شركة بارتي سبلايز البالونات المعدنية بسعر AED 2 للواحدة وبالونات الهيليوم بسعر AED 3.50 للمجموعة. وأمس، باعت الشركة عدد 36 بالونة معدنية أكثر من مجموعات بالونات الهيليوم. وبلغ إجمالي المبيعات من كلا النوعين AED 281. لنفرض أن b تمثل عدد البالونات المعدنية المبيعة.

A. انسخ الجدول وأكمله لتمثيل المسألة.

	العدد	السعر	السعر الإجمالي
البالونات المعدنية	b		
مجموعات بالونات الهيليوم	$b - 36$		

B. اكتب معادلة لتمثل المسألة.

C. كم عدد البالونات المعدنية المبيعة؟

D. كم عدد مجموعات بالونات الهيليوم المبيعة؟

8. **المعرفة المالية** أنفقت علياء AED 4.57 على طبع نسخ من مشروعها بالألوان وبالأبيض والأسود. وقد طبعت 7 نسخ من الأبيض والأسود أكثر من نسخ الألوان. فكم عدد النسخ الملونة التي طبعتها؟

مثال 2

9. **السَّمك** تجهز فاطمة خزان مياه مالحة للأسماك بسعة 20 جالونًا. ويجب أن يحتوي على ملح بنسبة 3.5%. فإذا كانت فاطمة لديها مياه يوجد بها ملح بنسبة 2.5% ومياه بها ملح بنسبة 3.7%. فما عدد الجالونات من المياه التي بها ملح بنسبة 3.7% التي ينبغي أن تستخدمها فاطمة؟

نوع النسخة	التكلفة للصفحة
الألوان	AED 0.44
الأبيض والأسود	AED 0.07

10. **الكيمياء** يجري عيسى تجربة كيميائية تحتاج إلى 160 mm من محلول حمض الكبريتيك بتركيز 40%. ولديه محلول حمض الكبريتيك بتركيز 25% ومحلول حمض الكبريتيك بتركيز 50%. فكم عدد الميلليمترات التي ينبغي مزجها من كل محلول للحصول على المحلول المطلوب؟

مثال 3

11. **السفر** يقطع قارب مسافة 36 mi في 1.5 ساعة ثم 14 mi في 0.75 ساعة. فما متوسط سرعة القارب؟

12. **تصميم النماذج** يمشي شخص بسرعة 1.5 mi في 28 دقيقة ثم يركض بسرعة أكبر بمقدار 1.2 mi في 10 دقائق. فكم متوسط السرعة بالميل في الدقيقة؟

مثال 4

13. **الخطوط الجوية** طائرتان تبعدان عن بعضهما بمسافة 1600 mi وتتوجهان باتجاه بعضهما على ارتفاعين مختلفين. تتجه الطائرة الأولى باتجاه الشمال بسرعة 620 mi/h. بينما تتجه الطائرة الأخرى باتجاه الجنوب بسرعة 780 mi/h. فمتى ستمر الطائرتان ببعضهما؟

14. **الإبحار** تبحر سفينة باتجاه الشرق بسرعة 20 mi/h عندما تمر بالمنارة. وفي الوقت نفسه، تبحر سفينة باتجاه الغرب بسرعة 15 mi/h عندما تمر بنقطة محددة. وتبعد النقطة مسافة 175 mi شرقًا من المنارة. فمتى ستمر السفينتان ببعضهما؟

15. **الكيمياء** لدى فني المعمل 40 gal من محلول اليود بتركيز 15%. فما عدد الجالونات التي يجب إضافتها من محلول اليود بتركيز 40% لعمل محلول يود بتركيز 20%؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

16. **مجموع الدرجات** في مدرسة ويستبريدج الثانوية، يعتمد متوسط الدرجات التراكمي (GPA) للطالب على درجة الطالب وعلى التقدير في الفصل. فيما يلي درجات فوزية في امتحان منتصف الفصل الدراسي. جد متوسط الدرجات التراكمي لفوزية إذا كانت الدرجة A تساوي 4 وB تساوي 3.

المادة	معدل الدرجات	الدرجة
الجبر 1	1	A
العلوم	1	A
الإنجليزية	1	B
الإسبانية	1	A
الموسيقى	$\frac{1}{2}$	B

17. **الألعاب الرياضية** في السباق الثلاثي، سبح عبد الله 0.5 mi في 15 دقيقة، وقطع مسافة 20 mi في 90 دقيقة بالدراجة، وجرى 4 mi في 30 دقيقة. فما متوسط سرعة عبد الله في السباق الثلاثي بالميل في الساعة؟

18. **الموسيقى** لدى لميس 10 أغانٍ على مشغل الموسيقى الرقمي الخاص بها. وإذا كان طول 3 أغنيات يبلغ 5 دقائق، وكان طول 3 أغنيات 4 دقائق، وطول أغنيتين دقيقتين، وطول أغنيتين 3.5 دقائق. فما متوسط طول مدة الأغاني؟

19. **المسافة** يسافر عامر إلى فلوريدا لقضاء الإجازة. يبلغ إجمالي طول الرحلة 625 mi.

A. فما المسافة التي يمكن قطعها في 6 h بسرعة 65 mi/h ؟

B. إذا كان عامر يحافظ على سرعة 65 mi/h، فكم ستستغرق رحلته إلى فلوريدا؟

20. **السفر** تغادر حافلتان مدينة سميثفيل في الوقت ذاته، واحدة تسافر إلى الشمال والأخرى إلى الجنوب. تسير الحافلة المتجهة للشمال بسرعة 50 mi/h، والحافلة المتجهة إلى الجنوب بسرعة 65 mi/h. لنفترض أن t تمثل مقدار الوقت منذ مغادرتهما.

A. انسخ الجدول وأكمله لتمثيل الموقف.

	r	t	$d = rt$
الحافلة المتجهة إلى الشمال	؟	؟	؟
الحافلة المتجهة للجنوب	؟	؟	؟

B. اكتب معادلة لمعرفة متى ستبعد الحافلتان عن بعضهما مسافة 345 mi.

C. جد حل المعادلة. اشرح كيف توصلت لإجابتك.

21. **السفر** يسير المترو بسرعة 60 mi/h من جليندال إلى وسط المدينة. ويسير مترو آخر بسرعة 45 mi/h. ويستغرق 11 دقيقة أطول لقطع الرحلة ذاتها. فكم تبعد جليندال عن وسط المدينة؟

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدم مهارات التفكير العليا

22. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب مسألة تصور الحركة في الاتجاهات المعاكسة.

23. **النقاشات** اذكر الإجراءات المتضمنة عند إضافة محلول بتركيز 50% إلى محلول بتركيز 100% لإنتاج محلول بتركيز 75%.

24. **مسألة تحفيزية** جد خمسة أعداد صحيحة متتالية فردية من الأصغر إلى الأكبر بحيث يكون العدد الأول والخامس مجموعهما أقل بمقدار واحد من حاصل ضرب ثلاثة في العدد الرابع.

25. **مسألة تحفيزية** صف موقفًا يتضمن مسائل مختلطة يمكن تمثيلها بما يلي $1.00x + 0.15(36) = 0.50(x + 36)$.

26. **الكتابة في الرياضيات** صف كيفية إضافة جالون من محلول بتركيز 25% إلى مقدار مجهول من محلول بتركيز 10% للحصول على محلول بتركيز 15%.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

27. إذا كان $2x + y = 5$، فما قيمة $4x$؟

A $10 - y$

B $10 - 2y$

C $\frac{5 - y}{2}$

D $\frac{10 - y}{2}$

28. ما التعبير المكافئ للتعبير $7x^2 3x^{-4}$؟

F $21x^{-8}$

G $21x^2$

H $21x^{-6}$

J $21x^{-2}$

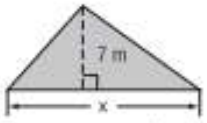
29. الهندسة ما قاعدة المثلث إذا كانت مساحته تبلغ 56 mi²؟

A 4 m

B 8 m

C 16 m

D 28 m



30. إجابة مختصرة تصنع أماني بطانيات لمتجر مستلزمات أطفال. وتعمل على تجهيز البطانيات مدة 30 ساعة في الأسبوع. ويدفع لها المتجر AED 9.50 في الساعة بالإضافة إلى 30% من الربح. فإذا زاد أجرها في الساعة بمقدار AED 0.75 وعمولتها بنسبة 40%. فكم ستجني في الأسبوع الذي بلغ نصيبها من الربح فيه AED 300؟

مراجعة تمهيدية

حُلّ كل معادلة أو صيغة لإيجاد x. (الدرس 2-8)

31. $2bx - b = -5$

32. $3x - r = r(-3 + x)$

33. $A = 2\pi r^2 + 2\pi rx$

34. التزلج تُسجل فتحية للالتحاق بمركز للتزلج. وتبلغ تكلفة الاشتراك بالمركز AED 1254. ولكن يتم فرض ضريبة على المبيعات بنسبة 7%. فما إجمالي تكلفة مركز التدريب متضمنة الضريبة؟ (الدرس 2-7)

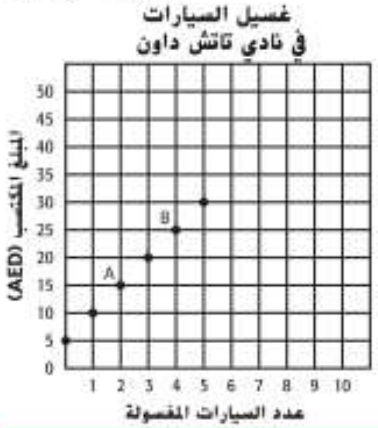
حوّل كل معادلة إلى جملة. (الدرس 2-1)

35. $\frac{n}{-6} = 2n + 1$

36. $18 - 5h = 13h$

37. $2x^2 + 3 = 21$

راجع التمثيل البياني.



38. حدد الزوج المرتب عند النقطة A واشرح ما يمثله. (الدروس من 1 إلى 6)

39. حدد الزوج المرتب عند النقطة B واشرح ما يمثله. (الدرس 6-1)

40. حدد المتغير المستقل والتابع للدالة. (الدروس من 1 إلى 6)

41. البيسبول تبلغ تكلفة تذاكر مباراة البيسبول 18.95 أو 12.95 أو 9.95 AED. وتبلغ تكلفة عرض وجبة الشطيرة مع الصودا 5.50 AED. وتقيم عائلة ناصر حفلاً لجمع شمل العائلة. فهم يشترون 10 تذاكر في كل فئة من أسعار التذاكر ويتوون شراء 30 وجبة. فما إجمالي تكلفة كل من التذاكر والوجبات؟ (الدرس 4-1)

مراجعة المهارات

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

42. $a - 8 = 15$

43. $9m - 11 = -29$

44. $18 - 2k = 24$

45. $5 - 8y = 61$

46. $7 = \frac{h}{2} + 3$

47. $\frac{n}{6} + 1 = 5$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفاهيم الأساسية

كتابة المعادلات (الدرس 2-1)

- حدد القيمة المجهولة التي تبحث عنها وعيّن متغيرًا لها. ثم اكتب الجملة في صورة معادلة.

حل المعادلات (الدروس من 2-2 حتى 2-4)

- خواص الجمع والطرح في المعادلة: إذا كانت معادلة ما صحيحة وجُمع الرقم ذاته مع كل طرف في المعادلة أو طُرح منه، فتصبح المعادلة الناتجة صحيحة.
- خواص الضرب والقسمة في المعادلة: إذا كانت معادلة ما صحيحة وكل طرف مضروب على عدد ليس الصفر ذاته أو مضروب فيه، فتصبح المعادلة الناتجة صحيحة.
- خطوات حل المعادلات:

الخطوة 1 حوّل التعبيرات في كل طرف لأبسط صورة. استخدم خاصية التوزيع إذا لزم الأمر.

الخطوة 2 استخدم خواص الجمع و/أو الطرح في المعادلة للحصول على المتغيرات في طرف واحد والأعداد التي بدون متغيرات في الطرف الآخر.

الخطوة 3 استخدم خواص الضرب أو القسمة في المعادلة لحلها.

معادلات القيمة المطلقة (الدرس 2-5)

- فيما يتعلق بالأعداد الحقيقية a و b، إذا كان $|a| = b$ و $b \geq 0$، إذًا $a = b$ أو $a = -b$.

النسب والتناسب (الدرس 2-6)

- تنص خاصية التناسب بين وسطا التناسب وطرفي التناسب على تساوي حاصل ضرب طرفي التناسب مع حاصل ضرب وسطا التناسب في التناسب.

النسبة المئوية للتغير (الدرس 2-7)

- النسبة المئوية للتغير $= \frac{\text{التغير في المقدار}}{\text{المقدار الأصلي}}$ معبّرًا عنه في صورة نسبة مئوية

المتوسط الحسابي المرجح (الدرس 2-9)

- المتوسط الحسابي M لمجموعة من البيانات

$$= \frac{\text{مجموع (الوحدات} \times \text{قيمة الوحدة)}}{\text{إجمالي عدد الوحدات}}$$

مطويتي خريطة المفاهيم

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.

المفردات الأساسية

الأعداد الصحيحة المتتالية	consecutive integers
التحليل البُعدي	dimensional analysis
المعادلات المتكافئة	equivalent equations
طرفا التناسب	extremes
الصيغة	formula
العدد المحايد	identity
المعادلة الحرفية	literal equation
وسطا التناسب	means
المعادلات متعددة الخطوات	multi-step equations
نظرية الأعداد	number theory
النسبة المئوية للتغير	percent of change
النسبة المئوية للتناقص	percent of decrease
النسبة المئوية للتزايد	percent of increase
التناسب	proportion
المعدل	rate
النسبة	ratio
المقياس	scale
النموذج المقياسي	scale model
حل المعادلة	solve an equation
تحليل الوحدات	unit analysis
معدل الوحدات	unit rate
المتوسط الحسابي المرجح	weighted average

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم خاطئة. إذا كانت خاطئة، فبدّل المصطلح الذي تحته خط لجعلها جملة صحيحة.

1. لكتابة معادلة لإيجاد حل مسألة، حدد القيمة المجهولة التي تبحث عنها وعيّن عددًا لها.
2. حل معادلة يعني إيجاد قيمة المتغير الذي يجعل المعادلة صحيحة.
3. الأعداد 10 و 12 و 14 أمثلة على الأعداد الصحيحة المتتالية الزوجية.
4. القيمة المطلقة لأي عدد هي المسافة بين العدد والصفر على خط الأعداد.
5. المعادلة هي مقارنة بين عددين عن طريق القسمة.
6. المعادلة التي توضح أن النسبتين متساويتين تسمى معادلة تناسب.
7. إذا كان العدد الجديد أصغر من العدد الأصلي، تصبح النسبة المئوية للتغير نسبة مئوية للتزايد.
8. المتوسط الحسابي المرجح لمجموعة من البيانات هو إجمالي حاصل ضرب عدد الوحدات وقيمة كل وحدة مقسومًا على مجموع عدد الوحدات.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

2-1 كتابة المعادلات

حوّل كل عبارة إلى معادلة.

9. مجموع ضرب خمسة في العدد x زائد ثلاثة تساوي العدد خمسة عشر.

10. أربعة في الفرق بين b وستة يساوي قيمة b تربيع.

11. نصف قيمة مكعب m يساوي أربعة في m ناقص تسعة.

حوّل كل معادلة إلى جملة.

12. $3p + 8 = 20$

13. $h^2 - 5h + 6 = 0$

14. $\frac{3}{4}w^2 + \frac{2}{3}w - \frac{1}{5} = 2$

15. **السياج** تريد مريم إنشاء بيت للأرنب مستطيل الشكل خارج المنزل. سيكون الطول أكبر من مثلي العرض بثلاثة أقدام. اكتب معادلة واستخدمها لإيجاد طول بيت الأرنب وعرضه إذا كان لدى مريم 54 ft من أدوات وضع السياج.

مثال 1

حوّل العبارة التالية إلى معادلة.

ناتج ستة مضروبة في مجموع العدد n زائد أربعة يساوي الفرق بين اثنين في n للقوة 2 وعشرة.

$6(n + 4) = 2n^2 - 10$

مثال 2

حوّل $3d^2 - 9d + 8 = 4(d + 2)$ إلى جملة.

ثلاثة أمثال مربع العدد d ناقص تسعة امثال العدد d زائد ثمانية يساوي أربعة امثال مجموع d والعدد اثنين.

2-2 حل معادلات الخطوة الواحدة

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

16. $x - 9 = 4$

17. $-6 + g = -11$

18. $\frac{5}{9} + w = \frac{7}{9}$

19. $3.8 = m + 1.7$

20. $\frac{a}{12} = 5$

21. $8y = 48$

22. $\frac{2}{5}b = -4$

23. $-\frac{t}{16} = -\frac{7}{8}$

24. **القَمَر** عُمَر محمد أصغر من أخته بأربعة أعوام. ويبلغ محمد 16 عامًا. اكتب معادلة وحلها لمعرفة عمر موزة.

مثال 3

حُـلّ $x - 13 = 9$. علّل إجابتك.

$x - 13 = 9$	المعادلة الأصلية
$x - 13 + 13 = 9 + 13$	أضف 13 إلى كل طرف
$x = 22$	$-13 + 13 = 0$ ، $9 + 13 = 22$

للتحقق أن 22 هو الحل، عوض بالعدد 22 عن x في المعادلة الأصلية.

تحقق من

$x - 13 = 9$	المعادلة الأصلية
$22 - 13 \stackrel{?}{=} 9$	عوّض بالعدد 22 عن x
$9 = 9$ ✓	اطرح

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-3 حل المعادلات المكونة من عدة خطوات

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

25. $2d - 4 = 8$

26. $-9 = 3t + 6$

27. $14 = -8 - 2k$

28. $\frac{n}{4} - 7 = -2$

29. $\frac{r + 4}{3} = 7$

30. $-18 = \frac{9 - a}{2}$

31. $6g - 3.5 = 8.5$

32. $0.2c + 4 = 6$

33. $\frac{t}{3} - 9.2 = 3.5$

34. $4 = \frac{-3u - (-7)}{-8}$

35. الأعداد الصحيحة المتتالية جد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية فردية مجموعهم 63.

36. الأعداد الصحيحة المتتالية جد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعهم 39-.

مثال 4

حُـلّ المعادلة: $7y - 9 = 33$. علّل إجابتك.

$7y - 9 = 33$	المعادلة الأصلية
$7y - 9 + 9 = 33 + 9$	أضف 9 إلى كل طرف
$7y = 42$	بسّط
$\frac{7y}{7} = \frac{42}{7}$	اقسم كل طرف على 7
$y = 6$	بسّط

تحقق من

$7y - 9 = 33$	المعادلة الأصلية
$7(6) - 9 \stackrel{?}{=} 33$	عوّض 6 بالقيمة y
$42 - 9 \stackrel{?}{=} 33$	اضرب
$33 = 33$ ✓	اطرح

2-4 حل معادلات تتضمن متغير في كل طرف

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

37. $8m + 7 = 5m + 16$

38. $2h - 14 = -5h$

39. $21 + 3j = 9 - 3j$

40. $\frac{x - 3}{4} = \frac{x}{2}$

41. $\frac{6r - 7}{10} = \frac{r}{4}$

42. $3(p + 4) = 33$

43. $-2(b - 3) - 4 = 18$

44. $4(3w - 2) = 8(2w + 3)$

اكتب معادلة وحل كل مسألة.

45. جد مجموع ثلاثة أرقام صحيحة متتالية فردية إذا كان مجموع أول رقمين يساوي قيمة أقل ب أربع وعشرين من حاصل ضرب أربعة في الرقم الثالث.

46. السفر يقود السيد فالح السيارة مسافة 480 mi للوصول إلى اجتماع العمل. واستغرق زمن سيره للوصول إلى الاجتماع 8 ساعات ومن الاجتماع 7.5 ساعات. جد معدل سيره لكل طريق من رحلته.

مثال 5

حُـلّ المعادلة: $9w - 24 = 6w + 18$.

$9w - 24 = 6w + 18$	المعادلة الأصلية
$9w - 24 - 6w = 6w + 18 - 6w$	اطرح 6w من كل طرف
$3w - 24 = 18$	بسّط
$3w - 24 + 24 = 18 + 24$	أضف 24 إلى كل طرف
$3w = 42$	بسّط
$\frac{3w}{3} = \frac{42}{3}$	اقسم كل طرف على 3
$w = 14$	بسّط

مثال 6

اكتب معادلة لإيجاد ثلاثة أرقام صحيحة متتالية بحيث يكون حاصل ضرب ثلاثة في مجموع أول عددين صحيحين يساوي مقدارًا أكثر بثلاثة عشرة من حاصل ضرب أربعة في الرقم الصحيح الثالث.

لنفترض أن x، و $x + 1$، و $x + 2$ تمثل الأعداد الثلاثة الصحيحة المتتالية.

$3(x + x + 1) = 4(x + 2) + 13$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-5 حل المعادلات التي تحتوي على قيمة مطلقة

جد قيمة كل تعبير إذا كان $m = -8$، و $n = 4$، و $p = -12$.

47. $|3m - n|$

48. $|-2p + m| - 3n$

49. $-3|6n - 2p|$

50. $4|7m + 3p| + 4n$

جد حل كل من المعادلات التالية. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل.

51. $|x - 6| = 11$

52. $|-4w + 2| = 14$

53. $\left|\frac{1}{3}d - 6\right| = 15$

54. $\left|\frac{2b}{3} + 8\right| = 20$

مثال 7

حُـلّ المعادلة: $|y - 9| = 16$. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل.

الحالة 1

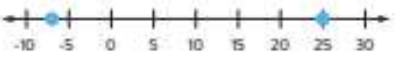
$y - 9 = 16$	المعادلة الأصلية
$y - 9 + 9 = 16 + 9$	أضف 9 إلى كل طرف
$y = 25$	بسّط

الحالة 2

$y - 9 = -16$	المعادلة الأصلية
$y - 9 + 9 = -16 + 9$	أضف 9 إلى كل طرف
$y = -7$	بسّط

مجموعة الحل تساوي $\{-7, 25\}$.

مثّل النقاط بيانيًا على خط أعداد.



2-6 النسب والتناسب

حدد ما إذا كان كل زوج من النسب مكافئًا أم لا. اكتب نعم أو لا.

55. $\frac{27}{45}, \frac{3}{5}$

56. $\frac{18}{32}, \frac{3}{4}$

جد حل كل من النسب التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

57. $\frac{4}{9} = \frac{a}{45}$

58. $\frac{3}{8} = \frac{21}{t}$

59. $\frac{9}{12} = \frac{g}{16}$

60. **الإنشاءات** يتم بناء صالة رياضية جديدة في مدرسة جرينفيلد الإعدادية. ويبلغ طول الصالة الرياضية كما هو موضح في مخططات المبنى 12 in. جد الطول الحقيقي للصالة الرياضية الجديدة.

مثال 8

حدد ما إذا كان $\frac{7}{9}$ و $\frac{42}{54}$ نسبتين مكافئتين أم لا. اكتب نعم أو لا. برر إجابتك.

أولاً، بسّط جميع النسب. $\frac{7}{9}$ في أبسط صورة بالفعل.

$$\frac{42}{54} = \frac{42 \div 6}{54 \div 6} = \frac{7}{9}$$

عند التعبير عن النسب في أبسط صورة، تكون النسب متكافئة. الإجابة نعم.

مثال 9

حُـلّ $\frac{r}{8} = \frac{3}{4}$. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

$\frac{r}{8} = \frac{3}{4}$	المعادلة الأصلية
$r(4) = 3(8)$	جد حاصل الضرب التبادلي
$4r = 24$	بسّط
$\frac{4r}{4} = \frac{24}{4}$	اقسم كل طرف على 4
$r = 6$	بسّط

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

2-7 النسبة المئوية للتغيير

اذكر ما إذا كانت كل نسبة تغيير عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم جد النسبة المئوية للتغيير. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

61. العدد الأصلي: 40، العدد الجديد: 50 نسبة

62. العدد الأصلي: 36، العدد الجديد: 24 نسبة

63. العدد الأصلي: AED 72، العدد الجديد: AED 60 نسبة

جد السعر الإجمالي لكل منتج.

64. حذاء: AED 64، الضريبة: 7%

65. لعبة فيديو: AED 49، الضريبة: 6.5%

66. حذاء تزلج للهوكي: AED 199، الضريبة: 5.25%

جد السعر بعد الخصم لكل منتج.

67. مشغل وسائط رقمي: AED 69.00، الخصم: 20%

68. سترة: AED 129، الخصم: 15%

69. حقيبة ظهر: AED 45، الخصم: 25%

70. الحضور سجل أحد المتنزهات الترفيهية عدد حضور 825000 في عام واحد. وفي العام التالي، زاد عدد الحضور ليصبح 975000. جد النسبة المئوية للتزايد في الحضور.

مثال 10

اذكر ما إذا كانت النسبة المئوية للتغيير عبارة عن نسبة مئوية *للتزايد* أم نسبة مئوية *للتناقص*. ثم جد النسبة المئوية للتغيير. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة.

العدد الأصلي: 80
العدد النهائي: 60

اطرح الكمية الأصلية من الكمية النهائية لإيجاد كمية التغيير: $60 - 80 = -20$. بما أن الكمية الجديدة أقل من الكمية الأصلية، فهذه تسمى النسبة المئوية للتناقص.

استخدم العدد الأصلي، 80، على أنه الأساس.

كمية التغيير / الكمية الأصلية → تناسب النسبة المئوية: $\frac{20}{80} = \frac{r}{100}$

جد حاصل الضرب التبادلي: $20(100) = r(80)$

بسّط: $2000 = 80r$

اقسم كل طرف على 80: $\frac{2000}{80} = \frac{80r}{80}$

بسّط: $25 = r$

إذاً، النسبة المئوية للتناقص تساوي 25%.

2-8 المعادلات الحرفية والتحليل البُعدي

حُـلّ كل معادلة أو صيغة لإيجاد المتغير المحدد.

71. $3x + 2y = 9$, for y

72. $P = 2\ell + 2w$, for ℓ

73. $-5m + 9n = 15$, for m

74. $14w + 15x = y - 21w$, for w

75. $m = \frac{2}{5}y + n$, for y

76. $7d - 3c = f + 2d$, for d

77. الهندسة صيغة إيجاد مساحة شبه المنحرف هي $A = \frac{1}{2}h(a + b)$. حيث h تمثل الارتفاع a وb تمثل أطوال القواعد. حل المسألة لإيجاد قيمة h.

مثال 11

حُـلّ المعادلة: $6p - 8n = 12$ لإيجاد قيمة p.

المعادلة الأصلية: $6p - 8n = 12$

أضف $8n$ إلى كل طرف: $6p - 8n + 8n = 12 + 8n$

بسّط: $6p = 12 + 8n$

اقسم كل طرف على 6: $\frac{6p}{6} = \frac{12 + 8n}{6}$

بسّط: $\frac{6p}{6} = \frac{12}{6} + \frac{8}{6}n$

بسّط: $p = 2 + \frac{4}{3}n$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2-9 المتوسط الحسابي المرجح

78. **الحلوى** يخلط خالد نوعين من الحلوى لحفل عشاء. تبلغ تكلفة قطع الشوكولاتة AED 0.40 للأوقية، وتبلغ تكلفة قالب الحلوى AED 0.20 للأوقية. اشترى خالد 20 أوقية من قطع الشوكولاتة. وكان إجمالي التكلفة للحلوى AED 11. فكم عدد أوقيات قالب الحلوى التي اشتراها؟

79. **السفر** تقطع سيارة متجهة شرقًا 100 mi في ساعتين ومسافة 30 mi شمالاً في نصف ساعة. فما متوسط سرعة السيارة؟

80. **المعرفة المالية** يبيع أحد المتاجر مستلزمات الشمع منتجات الشمع النذري والشمع منخفض الانكماش. كم عدد أرطال الشمع منخفض الانكماش التي ينبغي خلطها مع 8 lb من الشمع النذري للحصول على خليط يباع بسعر 0.98 AED/lb؟

مثال 11

المعادن سبيكة من المعدن يوجد بها 25% من النحاس، وسبيكة أخرى بها 50% من النحاس. فما المقدار الذي ينبغي استخدامه لعمل 1000 جرام من سبيكة يوجد بها 45% من النحاس؟

لنفترض أن x = مقدار السبيكة التي بها 25% من النحاس. اكتب وحل معادلة.

$0.25x + 0.50(1000 - x) = 0.45(1000)$ المعادلة الأصلية

$0.25x + 500 - 0.50x = 450$ خاصية التوزيع

$-0.25x + 500 = 450$ بسّط

$-0.25x + 500 - 500 = 450 - 500$ اطرح 500 من كل طرف

$-0.25x = -50$ بسّط

$\frac{-0.25x}{-0.25} = \frac{-50}{-0.25}$ اقسم كل طرف على -0.25

$x = 200$ بسّط

ينبغي استخدام 200 جرام من السبيكة التي بها 25% و800 جرام من السبيكة التي بها 50%.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 تدريب على الاختبار

ترجم كل عبارة إلى معادلة.

1. ستة زائد أربعة مضروبًا في d يساوي d ناقص تسعة.
2. حاصل ضرب ثلاثة في الفرق بين اثنين في m وخمسة يساوي ثمانية في m تربيع زائد أربعة.

حُـلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من إجاباتك.

3. $x - 5 = -11$
4. $\frac{2}{3} = w + \frac{1}{4}$
5. $\frac{t}{6} = -3$

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

6. $2a - 5 = 13$
7. $\frac{p}{4} - 3 = 9$
8. **الاختيار من متعدد** في مطعم ماما ميا للبيتزا، يحدّد سعر البيتزا من الحجم الكبير بالصيغة $P = 9 + 1.5x$. حيث إن x تمثل عدد الإضافات المضافة إلى بيتزا الجبن. ودفع ياسر AED 13.50 على البيتزا من الحجم الكبير. فكم عدد الإضافات التي حصل عليها؟

A 0

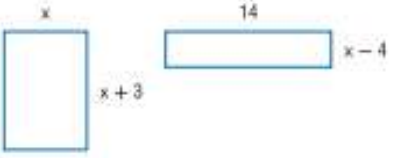
B 1

C 3

D 5

حُـلّ كل من المعادلات التالية. علّل إجابتك.

9. $5y - 4 = 9y + 8$
10. $3(2k - 2) = -2(4k - 11)$
11. **الهندسة** جد قيمة x لكي يكون للأشكال المحيط ذاته.



12. قيّم التعبير $|3t - 2u| + 5v$ إذا كان $t = 2$، و $u = -5$، و $v = -3$.

حُـلّ كل من المعادلات التالية. ثم مثّل بيانيًا لمجموعة الحل.

13. $|p - 4| = 6$
14. $|2b + 5| = 9$

حُـلّ كل من التناسبات التالية. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

15. $\frac{a}{3} = \frac{16}{24}$
16. $\frac{9}{k+3} = \frac{3}{5}$
17. **الاختيار من متعدد** تستخدم رشا مقدار 2 ft من الخيط لكل ثلاثة مربعات تحيكها في لحافها. فكم مربع يمكنها حياكته إذا كان لديها 38 ft من الخيط؟

F 19

G 57

H 76

J 228

18. اذكر ما إذا كانت النسبة المئوية للتغيير عبارة عن نسبة مئوية للتزايد أم نسبة مئوية للتناقص. ثم جد النسبة المئوية للتغيير. قرّب إلى أقرب نسبة مئوية كاملة إذا لزم الأمر.

العدد الأصلي: 54 العدد الجديد: 45

19. جد إجمالي سعر القميص طويل الأكمام الذي يبلغ سعره AED 48 والضريبة 6.5%.
20. **التسوق** يريد عبد الكريم شراء تليفزيون ذي شاشة عريضة. ويرى إعلانًا عن التليفزيون وكان سعره الأصلي AED 3200 وعليه خصم 20%. فجد سعر التليفزيون بعد الخصم.
21. جد حل $5x - 3y = 9$ لإيجاد قيمة y.
22. جد حل $A = \frac{1}{2}bh$ لإيجاد قيمة h.
23. **الكيمياء** يمتلك حمدان 12 mL من محلول بتركيز 5%. ولديه أيضًا محلول به تركيز 30%. فكم عدد المليلترات التي ينبغي لحمدان إضافتها من المحلول بتركيز 30% إلى المحلول بتركيز 5% للحصول على محلول بتركيز 20%؟
24. **ركوب الدراجات** تقود نيلة الدراجة 5 mi إلى المتنزه في 30 دقيقة و 3 mi إلى المكتبة في 45 دقيقة. ماذا كان متوسط سرعتها؟
25. **الخرائط** على خريطة مدينة شمال كارولينا، تبلغ المسافة بين شارلوت ووِلمنجتون 14.75 in. فإذا كانت البوصتان تساويان 24 mi. فما المسافة التقريبية بين المدينتين؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أسئلة الإجابات الشبكية

بالإضافة إلى أسئلة الاختيار من متعدد والأسئلة ذات الإجابات المختصرة وذات الإجابات المفصلة، ربما تصادف أسئلة ذات إجابات موزعة في الاختبارات النموذجية. وبالنسبة إلى الأسئلة ذات الإجابات الشبكية، يجب كتابة الإجابة في ورقة الإجابة ووضع علامة في الدوائر الصحيحة على موقع الإجابات الموزعة لتتطابق مع إجابتك.

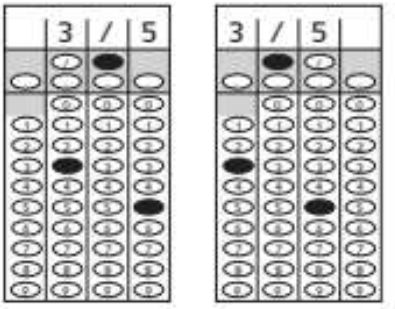
إستراتيجيات لحل الأسئلة ذات الإجابات الشبكية

الخطوة 1

اقرأ المسألة بعناية.

- **اسأل نفسك:** "ما المعلومات المعطاة؟" "ما الذي أحتاج إلي إيجاده؟" "كيف أحل هذا النوع من المسائل؟"
- **حل المسألة:** استخدم المعلومات المعطاة في المسألة لحلها.
- **تحقق من إجابتك:** إذا سمح الوقت، فتحقق من إجابتك للتأكد من أنك حللت المسألة بطريقة صحيحة.

الخطوة 2



اكتب الإجابة في مربعات الإجابة.

- لا تكتب سوى رقم أو رمز واحد في كل مربع للإجابة.
- لا تكتب أي أرقام أو رموز خارج مربعات الإجابة.
- قد تكتب إجابتك مع جعل الرقم الأول في مربع الإجابة الأيسر. أو مع جعل آخر رقم في مربع الإجابة الأيمن. ويمكنك ترك أي مربعات لا تحتاجها فارغة على الجانب الأيمن أو الأيسر من إجابتك.

الخطوة 3

املأ مربعات التوزيع.

- لا تملأ سوى فقاعة واحدة لكل مربع إجابة تكتب فيه. وتأكد أنك لا تملأ فقاعات أسفل مربع الإجابة الفارغ.
- املأ كل فقاعة بالكامل وبوضوح.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها.

الإجابة الموزعة سامية أكبر من أختها صفاء بـ 3 أعوام. وبجمعهما، يبلغ مجموع عمرهما 27 عامًا. كم عمر سامية؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

اقرأ المسألة بعناية. علمت أن سامية أكبر من أختها بثلاثة أعوام ومجموع عمرهما يساوي 27 عامًا. ينبغي إذًا أن تجد عمر سامية.

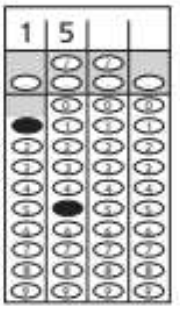
حل المسألة

الشرح عمر إيمان زائد عمر حصة يساوي 27 عامًا.

المتغير لنفترض أن a يمثل عمر إيمان. إذًا، عمر حصة يساوي $a - 3$. حيث إنها أصغر من إيمان بـ 3 أعوام.

المعادلة $a + (a - 3) = 27$

املأ مربعات التوزيع



حل معادلة القيم a.

$a + (a - 3) = 27$	المعادلة الأصلية
$2a - 3 = 27$	اجمع الحدود المتشابهة
$2a = 30$	اجمع 3 مع كل طرف
$a = 15$	اقسم كل طرف على 2

بما أننا نفترض أن a تمثل عمر إيمان. فإننا نعرف أنها تبلغ 15 عامًا.

التمارين

اقرأ كُل مسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها. انسخ الإجابة وأكمل جدول التوزيع في ورقتك.

1. لدى حسّان AED 1350 في البنك. ويريد أن يزيد حسابه بإجمالي AED 2550 عن طريق إيداع AED 40 كل أسبوع من شيك الأجر الخاص به. فكم عدد الأسابيع التي يحتاج أن يدخر فيها حتى يصل إلى هدفه؟

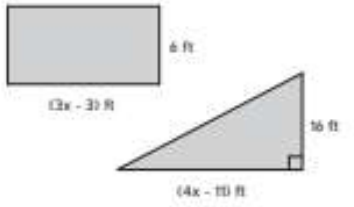
2. أربعة عشر ناقص ثلاثة أمثال عدد ما تساوي 40. جد العدد.

3. يوضح الجدول الأسعار المعتادة وأسعار البيع لمنتجات معينة في أحد المتاجر الكبيرة هذا الأسبوع. ما النسبة المئوية للخصم في فترة التخفيضات؟

العنصر	السعر المعتاد (AED)	سعر البيع (AED)
وسادات	25	20
شنّارات	30	24
مركز ترفيهي	125	100

4. تقود بدرية السيارة من مدينة رالي بشمال كارولينا إلى مدينة شارلوت بشمال كارولينا أيضًا لزيارة أخيها في الجامعة. وإذا كانت تقود السيارة بسرعة 65 mi/h في رحلتها، فإنه يمكن حل المعادلة $\frac{d}{2.65} = 65$ لإيجاد المسافة d. فما المسافة إلى أقرب ميل من رالي إلى شارلوت؟

5. جد قيمة x بحيث يكون للأشكال التالية المساحة ذاتها.



6. مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية يساوي 18. ما العدد الأكبر؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 تدريب على الاختبار المعياري

تراكمي: من الوحدة 1 و 2

اختيار من متعدد

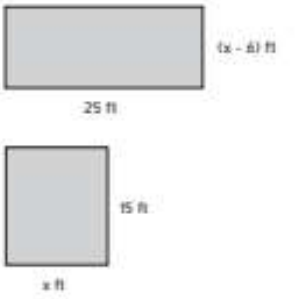
اقرأ كُل مسألة. ثمّ سجّل إجابتك الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

1. أي نقطة على خط الأعداد تمثل موضع $\sqrt{8}$ بشكل أفضل؟

A -2.8 C 2.8

B 1 D 4

2. جـد قيمة x بحيث تكون للأشكال المساحة ذاتها.



F 10 H 13

G 12 J 15

3. يبلغ ارتفاع الجبل الأسود 27 ft أكثر من 16 ضعف أقل نقطة بالولاية. وإذا كان ارتفاع أقل نقطة بالولاية يبلغ 257 ft. فما ارتفاع الجبل الأسود؟

A 4,085 ft C 4,139 ft

B 4,103 ft D 4,215 ft

4. التعبير $(3x^2 + 5x - 12) - 2(x^2 + 4x + 9)$ يكافئ أيًا مما يلي؟

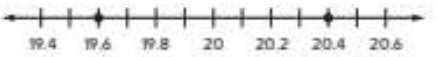
F $x^2 - 3x - 30$

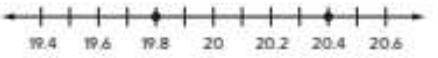
G $x^2 + 13x + 6$

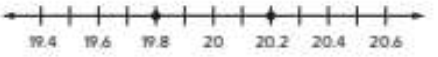
H $5x^2 + x - 18$

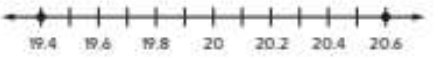
J $x^2 + 3x - 21$

5. يجب أن تكون كمية المياه الغازية، بوحدة أوقية السوائل، الموزعة من الماكينة تحقق المعادلة $|a - 0.4| = 20$. أي من التمثيلات البيانية التالية توضح أدنى وأقصى كمية مقبولة يمكن الحصول عليها من الماكينة؟

A


B


C


D


6. إذا كان a وb يمثلان أعدادًا صحيحة، فإن $ab = ba$ تعدّ مثالاً على أي خاصية؟

F خاصية التجميع

G خاصية التبديل

H خاصية التوزيع

J خاصية الانغلاق

7. مجموع خمس عدد زائد ثلاثة يساوي نصف عدد ما. ما العدد؟

A 5 C 15

B 10 D 20

8. يحصل خالد على AED 15 مقابل جز العشب و AED 10 في الساعة لأعمال أخرى بالحديقة. فما التعبير الذي يمثل أرباحه؟

F $10h$

G $15h$

H $15h + 10$

J $15 + 10h$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 2 استخدم الأشكال وصيغة المساحة لإعداد معادلة. يجب أن يكون حاصل ضرب الطول والعرض لكل شكل متساوٍ.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

سجّل إجاباتك في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

9. صيغة المساحة الجانبية لإسطوانة ما تساوي $A = 2\pi rh$. حيث r يساوي نصف القطر وh يساوي الارتفاع. حل المعادلة لإيجاد h

10. **إجابة شبكية** حل مسألة التناسب $\frac{x}{18} = \frac{7}{21}$.

11. **إجابة شبكية** يوضح الجدول تكلفة إيجار شاحنة نقل. وضع محمد ميزانية قدرها AED 75. فكم عدد الأميال التي يمكن قطعها بالشاحنة مع عدم تجاوز الميزانية؟

إيجارات شاحنات النقل	
رسوم ثابتة	AED 50 حتى 300 mi
رسوم متغيرة	AED 0.20 لكل ميل بعد 300 mi

12. جد ارتفاع علبة حساء إذا كانت مساحة الملصق $302\ cm^2$ ونصف قطر العلبة 4 cm. قرّب إلى أقرب عدد صحيح.

13. **إجابة شبكية** تحتاج سيارة سمية إلى جزء معين تكلفته AED 75. وتبلغ تكلفة ميكانيكي التصليح AED 50 في الساعة لتركيب الجزء. فإذا كانت التكلفة الإجمالية AED 350. فكم عدد الساعات المستغرقة لتركيب الجزء؟

14. تشتري ليلى مجموعة أثاث للفناء يخصم بمقدار $\frac{4}{5}$ من السعر الأصلي. بعد استخدامها لبطاقة هدايا مقدارها AED 50. أصبحت التكلفة الإجمالية قبل خصم الضريبة على المبيعات AED 222. فما السعر الأصلي لأثاث الفناء؟

الإجابة الموسعة

سجّل الحل على ورقة. واكتب الحل هنا.

15. تُقدم حديقة حيوانات المدينة عضوية سنوية تكلفتها AED 120. وتتضمن العضوية السنوية خدمة انتظار السيارات مجانًا. ويمكن أيضًا للأعضاء شراء بطاقة جولة مقابل AED 2 إضافيين في اليوم تسمح لهم باستخدام غير محدود لجولات الحديقة. ويدفع غير الأعضاء AED 12 لدخول الحديقة، و AED 5 لموقف السيارات، و AED 5 لبطاقة الجولة.

   a. اكتب معادلة يمكن حلها لمعرفة عدد الزيارات اللازمة لتكون التكلفة الإجمالية متساوية بين الأعضاء وغير الأعضاء إذا اشترى كلاهما بطاقة الجولة كل يوم. حل المعادلة.

   b. ما التكلفة الإجمالية للأعضاء وغير الأعضاء بعد ذلك العدد من الزيارات؟

   c. تقرر جنات ما إذا كانت تريد شراء العضوية السنوية أم لا. اشرح كيف يمكنها استخدام النتائج أعلاه لمساعدتها في قرارها.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 الدوال الخطية

Chapter Sourced From Linear Functions, from Integrated Math 1 Chapter 3 © 2012 McGraw-Hill Education

جميع الحقوق محفوظة © لصالح مؤسسة ماكجرو هيل للتعليم والمؤلف

السابق

- لقد قمت بحل المعادلات الخطية جبريا.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:
  - تحديد المعادلات الخطية، والتقاطعات والأصفار
  - تمثيل المعادلات الخطية بيانيا، وكتابتها
  - إستخدام معدل التغير لحل المسائل.

لماذا؟ ▲

- **حدائق ترفيهية** تعد حديقة ذا ماجيك كينغدم (مملكة السحر) التي تقع في مدينة أورلاندو بولاية فلوريدا إحدى أشهر الحدائق الترفيهية في العالم. وتزداد أعداد الحضور بشكل ثابت كل عام. يمكن وصف الكميات، مثل أعداد الناس التي تتغير مع الزمن، باستخدام معدل التغير. ويمكنك عادة تمثيل هذه المواقف بالدوال الخطية.

الاستعداد للوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.

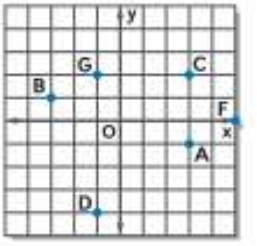
1 خيار الكتاب المدرسي

أجب عن التدريب السريع أدناه. ارجع إلى القسم "مراجعة سريعة" للحصول على المساعدة.

تدريب سريع

مثّل كل زوج مرتب بيانيًا على المستوى الإحداثي.

1. $(-3, 3)$
2. $(-2, 1)$
3. $(3, 0)$
4. $(-5, 5)$
5. $(0, 6)$
6. $(2, -1)$



اكتب الزوج المرتب لكل نقطة.

7. A
8. B
9. C
10. D
11. F
12. G

خُـلّ كل معادلة لإيجاد قيمة y.

13. $3x + y = 1$
14. $8 - y = x$
15. $5x - 2y = 12$
16. $3x + 4y = 10$
17. $3 - \frac{1}{2}y = 5x$
18. $\frac{y+1}{3} = x + 2$

جد قيمة $\frac{a-b}{c-d}$ لكل مجموعة من القيم.

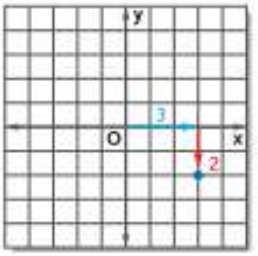
19. $a = 7, b = 6, c = 9, d = 5$
20. $a = -3, b = 0, c = 3, d = -1$
21. $a = -5, b = -5, c = 5, d = 8$
22. $a = -6, b = 3, c = 8, d = 2$

23. **أفلام** حقق فيلم 297.2 مليون AED أرباحًا في 22 أسبوعًا. فكم حقق الفيلم من ربح في المتوسط كل أسبوع؟

مراجعة سريعة

مثال 1

مثّل النقطة $(-2, 3)$ على المستوى الإحداثي.



مثال 2

حُـلّ المعادلة: $x - 2y = 8$ لإيجاد قيمة y.

$x - 2y = 8$	المعادلة الأصلية
$x - x - 2y = 8 - x$	اطرح x من كل طرف.
$-2y = 8 - x$	بسّط.
$\frac{-2y}{-2} = \frac{8-x}{-2}$	اقسم كل طرف على -2.
$y = \frac{1}{2}x - 4$	بسّط.

مثال 3

جد قيمة $\frac{a-b}{c-d}$ حيث $a = 3$، و $b = 5$، و $c = -2$، و $d = -6$.

$\frac{a-b}{c-d}$	التعبير الأصلي
$= \frac{3-5}{-2-(-6)}$	عوّض 3 محل a، و 5 محل b، و -2 محل c، و -6 محل d.
$= \frac{-2}{4}$	بسّط.
$= \frac{-2 \div 2}{4 \div 2}$	اقسم -2 و 4 على العامل المشترك الأكبر لهما، وهو 2
$= \frac{-1}{2}$ أو $-\frac{1}{2}$	بسّط. العلامات مختلفة، إذًا ناتج القسمة سالب.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

بدء الوحدة

سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك لهذه الوحدة.
للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.
ويمكنك الرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات اللازمة.

المطويات خريطة المفاهيم

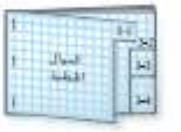
الدوال الخطية اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك المتعلقة بهذه الوحدة حول التمثيل البياني للعلاقات والدوال. ابدأ بأربع صفحات من ورق التمثيل البياني.

1 **اطوِ** كل صفحة من ورق التمثيل البياني إلى النصف من أعلى إلى أسفل.

2 **قصّ** بطول خط الطي. قم بتدبيس أنصاف الورق الثمانية معًا لتشكيل كتيب.

3 **قصّ** تبويبات من الحاشية. بحيث يكون عرض التبويب الأعلى 4 أسطر، ويكون عرض التبويب التالي 8 أسطر، وهكذا. عندما تصل إلى أسفل الصفحة، ابدأ بالتبويب التالي في أعلى الصفحة.

4 **اكتب** على لسان كل مطوية رقم درس. استخدم الصفحات الإضافية للمفردات.



مفردات جديدة

المعادلة الخطية (linear equation)

الصيغة القياسية (standard form)

الثابت (constant)

التقاطع مع المحور الأفقي x (x-intercept)

التقاطع مع المحور الرأسي y (y-intercept)

الدالة الخطية (linear function)

الدالة الأصلية (parent function)

مجموعة التمثيلات البيانية (family of graphs)

الجذر (root)

معدل التغير (rate of change)

الميل (slope)

التغير الطردي (direct variation)

ثابت التغير (constant of variation)

المتتالية الحسابية (arithmetic sequence)

التبرير الاستقرائي (inductive reasoning)

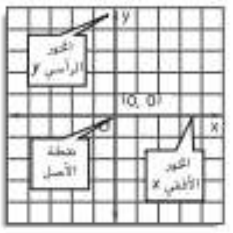
التبرير الاستنتاجي (deductive reasoning)

مراجعة المفردات

نقطة الأصل (origin) النقطة ذات الإحداثيان (0, 0) التي يتقاطع عندها المحوران في المستوى الإحداثي

المحور الأفقي x (x-axis) خط الأعداد الأفقي في مستوى إحداثي

المحور الرأسي y (y-axis) خط الأعداد الرأسي في مستوى إحداثي

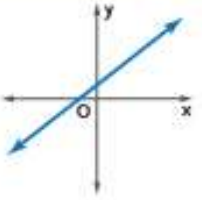


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3-1 مختبر الجبر
تحليل التمثيلات البيانية الخطية

يمكن أن يساعدك تحليل التمثيل البياني في التعرف على العلاقة بين مقدارين. **الدالة الخطية** هي دالة يكون التمثيل البياني لها مستقيمًا. توجد أربعة أنواع من التمثيلات البيانية. دعنا نحلل كل نوع.

نشاط 1 المستقيم الذي يميل للأعلى



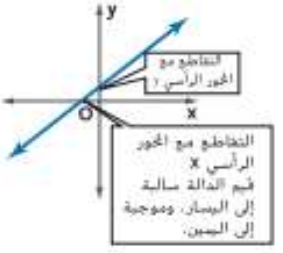
حلل الدالة الممثلة بيانيًا على اليسار.

a. صف المجال، والمدى، والسلوك الطرفي.

b. صف التقاطعات مع المحاور، وأي نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

c. حدد المكان الذي تكون فيه الدالة موجبة، وسالبة، ومتزايدة، ومتناقصة.

d. صف أي تناظر.



a. المجال والمدى كلاهما عدد حقيقي. كلما انتقلت إلى اليسار، اتجه التمثيل البياني للأسفل. إذًا، كلما نقص x، نقص y. وكلما انتقلت إلى اليمين، اتجه المخطط البياني للأعلى. إذًا، كلما زاد x، زاد y.

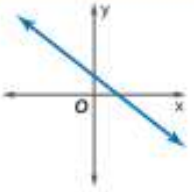
b. يوجد تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط نهاية عظمى أو صغرى.

c. قيمة الدالة تكون 0 عندما تكون عند التقاطع مع المحور الأفقي x. قيم الدالة تكون سالبة إلى يسار التقاطع مع المحور الأفقي x وموجبة إلى اليمين. الدالة تتجه للأعلى من اليسار إلى اليمين، لذا. فهي تزداد على المجال بأكمله.

d. المخطط البياني ليس به تناظر.

تتصف المستقيمات التي تميل للأسفل من اليسار إلى اليمين ببعض السمات الأساسية المختلفة.

نشاط 2 المستقيم الذي يميل للأسفل



حلل الدالة الممثلة بيانيًا على اليسار.

a. صف المجال، والمدى، والسلوك الطرفي.

b. صف التقاطعات مع المحاور، وأي نقاط قيمة عظمى أو صغرى.

c. حدد المكان الذي تكون فيه الدالة موجبة، وسالبة، ومتزايدة، ومتناقصة.

d. صف أي تناظر.

a. المجال والمدى كلاهما عدد حقيقي. كلما انتقلت إلى اليسار، اتجه التمثيل البياني للأعلى. إذًا، كلما نقص x، زاد y. وكلما انتقلت إلى اليمين، اتجه التمثيل البياني للأسفل. إذًا، كلما زاد x، نقص y.

b. يوجد تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط قيمة عظمى أو صغرى.

c. قيم الدالة تكون موجبة إلى يسار التقاطع مع المحور الأفقي x وسالبة إلى اليمين. الدالة تتجه للأسفل من اليسار إلى اليمين. لذا. فهي تنقص على المجال بأكمله.

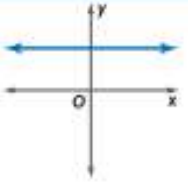
d. التمثيل البياني ليس به تناظر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تحليل التمثيلات البيانية الخطية تابع

المستقيمات الأفقية تمثل دوالّ خاصة يُطلق عليها **الدوال الثابتة**.

نشاط 3 المستقيم الأفقي



حلل الدالة الممثلة بيانيًا على اليسار.

a. المجال هو جميع الأعداد الحقيقية والمدى هو قيمة واحدة. كلما تحركت إلى اليسار أو اليمين يظل التمثيل البياني ثابتًا. إذًا، كلما نقص x أو زاد يكون y ثابتًا.

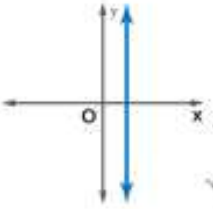
b. التمثيل البياني لا يتقاطع مع المحور الأفقي x. لذلك لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x. يشتمل التمثيل البياني على تقاطع واحد مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط قيم عظمى أو صغرى.

c. جميع قيم الدالة موجبة. الدالة ثابتة على المجال بأكمله.

d. التمثيل البياني متناظر مع أي مستقيم رأسي.

المستقيمات الرأسية تمثل علاقات خطية ليست دوالّ.

نشاط 4 الخط الرأسي



حلل العلاقة الممثلة بيانيًا على اليسار.

a. المجال هو قيمة واحدة، والمدى هو جميع الأعداد الحقيقية. هذه العلاقة ليست دالة. لأنه لا يمكنك التحرك إلى اليسار أو اليمين على التمثيل البياني. ولا يوجد سلوك طرفي.

b. يوجد تقاطع واحد مع المحور الأفقي x ولا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y. لا توجد نقاط قيم عظمى أو صغرى.

c. قيم y موجبة فوق المحور الأفقي x وسالبة أدناه. لأنه لا يمكنك التحرك إلى اليسار أو اليمين على التمثيل البياني. فلا تكون العلاقة متزايدة أو متناقصة.

d. التمثيل البياني متناظر مع نفسه.

تحليل النتائج

1. قارن وبيّن الفرق بين السمات الأساسية للمستقيمات التي تميل للأعلى والمستقيمات التي تميل للأسفل.
2. ما وجه الاختلاف بين السمات الأساسية لمستقيم أفقي تحت المحور الأفقي x وسمات مستقيم فوق المحور الأفقي x؟
3. فكّر في المستقيمات التي تمر بنقطة الأصل.
   a. ما وجه المقارنة بين السمات الأساسية لمستقيم يميل للأعلى ويمر بنقطة الأصل، والسمات الأساسية للمستقيم المذكور في النشاط 1؟
   b. قارن بين السمات الأساسية لمستقيم يميل للأسفل ويمر بنقطة الأصل، والسمات الأساسية للمستقيم المذكور في النشاط 2.
   c. صف مستقيمًا أفقيًا يمر بنقطة الأصل، ومستقيمًا رأسيًا يمر بنقطة الأصل. قارن بين السمات الأساسية لهما والسمات الأساسية للمستقيمين المذكورين في النشاطين 3 و 4.
4. **الأدوات** ضع قلمًا رصاصًا على مستوى إحداثي لتمثيل المستقيم. حرك القلم الرصاص لتمثيل المستقيمات المختلفة وتقييم كل فرضية.
   a. صواب أم خطأ: يمكن أن يكون للمستقيم أكثر من تقاطع واحد مع المحور الأفقي x.
   b. صواب أم خطأ: إذا كان السلوك الطرفي للمستقيم أنه كلما زاد x، زاد y، عندها تزداد قيم الدالة على نطاق المجال بأكمله.
   c. صواب أم خطأ: يمكن أن يكون لمستقيمين مختلفين التقاطعان مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y نفسيهما.

ارسم مخططًا خطيًا يناسب كل وصف مما يلي.

5. كلما زاد x، نقص y
6. تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y
7. به تناظر
8. ليس دالة

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3-1 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

السابق	الحالي	لماذا؟
• قمت بتمثيل العلاقات بين الكميات باستخدام المعادلات.	1 تحديد المعادلات الخطية، والتقاطعات مع المحاور، والأصفار. 2 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا.	• تدوير طن من النفايات الورقية يوفر ما متوسطه 17 شجرة، و 7000 gal من الماء، و 3 براميل من النفط. وحوالي $3.3\ yd^3$ من مساحة مكب النفايات. يمكن التعبير عن العلاقة بين كمية الورق التي تم تدويرها وعدد الأشجار التي تم توفيرها بالمعادلة $y = 17x$، حيث y يمثل عدد الأشجار، و x يمثل أطنان الورق التي تم تدويرها.

مفردات جديدة

معادلة خطية
linear equation

الصيغة القياسية
standard form

الثابت
constant

التقاطع مع المحور الأفقي x
x-intercept

التقاطع مع المحور الرأسي y
y-intercept

ممارسات في الرياضيات
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 المعادلات الخطية والتقاطعات مع المحاور

المعادلة الخطية هي معادلة تشكل مستقيمًا عند تمثيلها بيانيًا. غالبًا ما تُكتب المعادلات الخطية بالصيغة $Ax + By = C$ وهي تُسمى **بالصيغة القياسية** للمعادلة الخطية. في هذه المعادلة، C يُسمى عددًا **ثابتًا**. Ax و By هما حدان متغيران.

مفهوم أساسي الصيغة القياسية للمعادلة الخطية

الشرح
الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$، حيث $A \geq 0$، و A و B ليسا صفرًا، و A، و B، و C أعداد صحيحة ذات عامل مشترك أكبر يساوي 1.

أمثلة
في $3x + 2y = 5$، $A = 3$ و $B = 2$ و $C = 5$
في $x = -7$، $A = 1$ و $B = 0$ و $C = -7$

مثال 1 تحديد المعادلات الخطية

حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

a. $y = 4 - 3x$

أعد كتابة المعادلة حتى تبدو في صيغة قياسية.

$y = 4 - 3x$	المعادلة الأصلية
$y + 3x = 4 - 3x + 3x$	أضف $3x$ إلى كل طرف.
$3x + y = 4$	بسّط.

المعادلة الآن في صيغة قياسية حيث $A = 3$، و $B = 1$، و $C = 4$. هذه معادلة خطية.

b. $6x - xy = 4$

بما أن المعادلة تحتوي على xy وهي ناتج ضرب متغيرين، فلا يمكن كتابة المعادلة في صيغة $Ax + By = C$. لذلك، هذه ليست معادلة خطية.

تمرين موجه

1A. $\frac{1}{3}y = -1$

1B. $y = x^2 - 4$

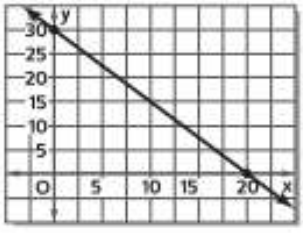
حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

يمكن تمثيل المعادلة الخطية بيانيًا على مستوى إحداثي. الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني للمعادلة مع المحور الأفقي x هو التقاطع مع **المحور الأفقي x**. الإحداثي y للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني مع المحور الرأسي y يُطلق عليه التقاطع مع **المحور الرأسي y**.

التمثيل البياني للمعادلة الخطية يحتوي كحد أقصى على تقاطع واحد مع المحور الأفقي x وتقاطع واحد مع المحور الرأسي y. ما لم تكن المعادلة هي $x = 0$ أو $y = 0$.

مثال على الاختبار المعياري 2 إيجاد التقاطعات مع المحاور من التمثيل البياني

جد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للمستقيم الممثل بيانيًا على اليسار.



A التقاطع مع المحور الأفقي x هو 0؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 30.

B التقاطع مع المحور الأفقي x هو 20؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 30.

C التقاطع مع المحور الأفقي x هو 20؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 0.

D التقاطع مع المحور الأفقي x هو 30؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 20.

قراءة فقرة الاختبار

نحن بحاجة إلى تحديد المقطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للمستقيم في التمثيل البياني.

حلّ فقرة الاختبار

الخطوة 1 جد التقاطع مع المحور الأفقي x. ابحث عن النقطة التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور الأفقي x.

يتقاطع المستقيم عند (20, 0). التقاطع مع المحور الأفقي x هو 20 لأنه عند الإحداثي x للنقطة يتقاطع المستقيم مع المحور الأفقي x.

الخطوة 2 جد التقاطع مع المحور الرأسي y. ابحث عن النقطة التي يتقاطع عندها المستقيم مع المحور الرأسي y.

يتقاطع المستقيم عند (0, 30). التقاطع مع المحور الرأسي y هو 30 لأنه عند الإحداثي y للنقطة يتقاطع المستقيم مع المحور الرأسي y.

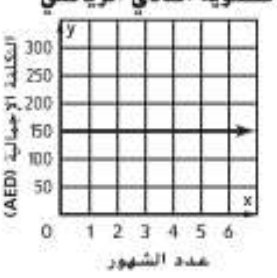
إذًا ، فالإجابة هي B.

قراءة الرياضيات

التقاطعات مع المحاور عادة ما يطلق على الإحداثيين المزدوجين التقاطع مع المحور الأفقي x، والتقاطع مع المحور الرأسي y. التقاطع مع المحور الأفقي x 20 يقع عند (20, 0). التقاطع مع المحور الرأسي y 30 يقع عند (0, 30).

تمرين موجه

2. الصحة جد المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني.



F التقاطع مع المحور الأفقي x هو 0؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 150.

G التقاطع مع المحور الأفقي x هو 150؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 0.

H التقاطع مع المحور الأفقي x هو 150؛ لا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y.

J لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x؛ التقاطع مع المحور الرأسي y هو 150.

حقوق الطبع والتأليف © تعلم مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 من الحياة اليومية إيجاد التقاطعات مع المحاور من جدول

حوض السباحة تتم تصفية حوض سباحة من الماء بمعدل 720 جالونًا في الساعة. يعرض الجدول الدالة المتعلقة بحجم الماء في حوض السباحة، والزمن بالساعات المستغرقة في تصفيته.

تصفية حوض سباحة من الماء	
الحجم (gal)	الزمن (h)
y	x
10,080	0
8640	2
5760	6
2880	10
1440	12
0	14

a. جد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني للدالة.

التقاطع مع المحور الأفقي $x = 14$ — 14 هي قيمة x عندما $y = 0$.

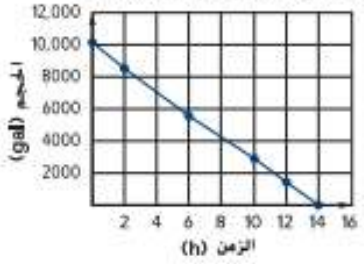
التقاطع مع المحور الرأسي $y = 10{,}080$ — هي قيمة y عندما $x = 0$.

b. صف ما تعنيه التقاطعات مع المحاور في هذا الموقف.

التقاطع مع المحور الأفقي $x=14$ يعني أنه بعد 14 ساعة، يصبح حجم الماء 0 جالون أو تمت تصفية حوض السباحة بالكامل.

التقاطع مع المحور الرأسي $y=10{,}080$ يعني أن حوض السباحة كان يسع 10,080 gal من الماء في الزمن 0 أو قبل بدء تصفيته. وهذا موضح في التمثيل البياني.

تصفية حوض سباحة من الماء



تمرين موجه

3. الذهاب بالسيارة يعرض الجدول الدالة المتعلقة بالمسافة إلى المنتزه الترفيهي بالأميال، والزمن الذي قضته أسرة طارق بالساعات في الذهاب بالسيارة. جد التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. صف ما تعنيه التقاطعات مع المحاور في هذا الموقف.

المسافة (mi)	الزمن (h)
248	0
186	1
124	2
62	3
0	4

نصيحة دراسية

تحديد المتغيرات

في المثال 3، الزمن هو المتغير المستقل، وحجم المياه هو المتغير التابع.

2 التمثيل البياني للمعادلات الخطية

عن طريق إيجاد المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y أولًا. سيكون لديك أزواج مرتبة للنقطتين اللتين يمر خلالهما التمثيل البياني للمعادلة الخطية. يمكن استخدام هذه المعلومات لتمثيل المستقيم بيانيًا لأن التمثيل البياني للمستقيم لا يتطلب سوى نقطتين فحسب.

المثال 4 التمثيل البياني باستخدام التقاطعات مع المحاور

مثّل بيانيًا $2x + 4y = 16$ باستخدام المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

لإيجاد التقاطع مع المحور الأفقي x، اجعل $y = 0$.

$2x + 4y = 16$ — المعادلة الأصلية

$2x + 4(0) = 16$ — عوّض y بـ 0.

$2x = 16$ — بسّط.

$x = 8$ — اقسم كل طرف على 2.

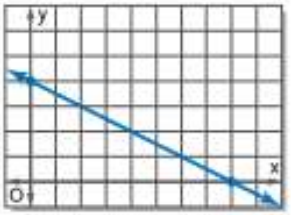
التقاطع مع المحور الأفقي x هو 8. هذا يعني أن التمثيل البياني يتقاطع مع المحور الأفقي x عند $(8, 0)$.

نصيحة دراسية

التقاطعات مع المحاور

التقاطع مع المحور الأفقي x هو موقع تقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x. إذًا قيمة y تكون دائمًا 0. التقاطع مع المحور الرأسي y هو موقع تقاطع التمثيل البياني مع المحور الرأسي y. إذًا، قيمة x تكون دائمًا 0.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y افترض أن $x = 0$.

$2x + 4y = 16$	المعادلة الأصلية
$2(0) + 4y = 16$	عوّض x بـ 0.
$4y = 16$	بسّط.
$y = 4$	اقسم كل طرف على 4.

التقاطع مع المحور الرأسي y هو 4. هذا يعني أن التمثيل البياني يتقاطع مع المحور الرأسي y عند $(0, 4)$.

عين هاتين النقطتين ثم ارسم خطًا مستقيمًا مارًا بهما.

تمرين موجه

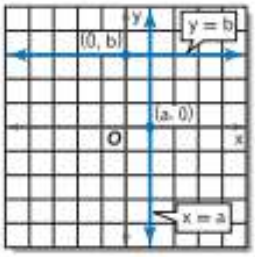
مثّل بيانيًا كل معادلة مستخدمًا التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

4A. $-x + 2y = 3$ **4B.** $y = -x - 5$

نصيحة دراسية

المعادلات المتكافئة أعد كتابة المعادلات عن طريق حلها لإيجاد y قد يجعل من الأسهل إيجاد قيم y.

$-x + 2y = 3 \rightarrow y = \frac{x + 3}{2}$



لاحظ أن التمثيل البياني في المثال 4 يحتوي على كلا التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. تحتوي بعض الخطوط على التقاطع مع المحور الأفقي x، ولا تحتوي على التقاطع مع المحور الرأسي y. والعكس صحيح. التمثيل البياني للمعادلة $y = b$ هو مستقيم أفقي يحتوي فقط على التقاطع مع المحور الرأسي y (ما لم يكن $b = 0$). يحدث التقاطع مع المحور عند $(0, b)$. التمثيل البياني للمعادلة $x = a$ هو مستقيم رأسي يحتوي فقط على التقاطع مع المحور الأفقي x (ما لم يكن $a = 0$). يحدث التقاطع مع المحور عند $(a, 0)$.

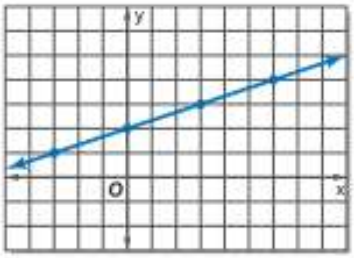
كل زوج مرتب يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة على التمثيل البياني. لذا يعرض التمثيل البياني للمعادلة جميع حلولها. وأيّ زوج مرتب لا يجعل المعادلة صحيحة يمثل نقطة ليست على المستقيم.

مثال 5 التمثيل بيانيًا برسم جدول

مثّل بيانيًا $y = \frac{1}{3}x + 2$.

المجال هو جميع الأعداد الحقيقية. اختر القيم من المجال، وارسم جدولاً. عندما يكون معامل x كسرًا، اختر عددًا من مضاعفات المقام. قم بتشكيل أزواج مرتبة، ومثلها بيانيًا.

x	$\frac{1}{3}x + 2$	y	(x, y)
-3	$\frac{1}{3}(-3) + 2$	1	$(-3, 1)$
0	$\frac{1}{3}(0) + 2$	2	$(0, 2)$
3	$\frac{1}{3}(3) + 2$	3	$(3, 3)$
6	$\frac{1}{3}(6) + 2$	4	$(6, 4)$



تمرين موجه

مثّل بيانيًا كل معادلة بتكوين جدول.

5A. $2x - y = 2$ **5B.** $x = 3$ **5C.** $y = -2$

محتوى الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

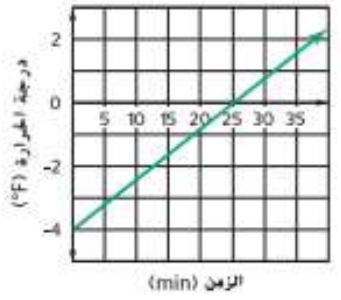
التحقق من فهمك

مثال 1 حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا.
إذا كانت الإجابة "نعم". فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

1. $x = y - 5$ **2.** $-2x - 3 = y$ **3.** $-4y + 6 = 2$ **4.** $\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y = 2$

الأمثلة 2-3 جد المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني لكل دالة خطية.
صف ما الذي تعنيه التقاطعات مع المحاور.

5.



6.

موقع القواس	
العمق (m)	الزمن (s)
y	x
−24	0
−18	3
−12	6
−6	9
0	12

مثال 4 مثّل بيانيًا كل معادلة باستخدام التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

7. $y = 4 + x$ **8.** $2x - 5y = 1$

مثال 5 مثّل بيانيًا كل معادلة برسم جدول.

9. $x + 2y = 4$ **10.** $-3 + 2y = -5$ **11.** $y = 3$

12. الاستدلال المعادلة $5x + 10y = 60$ تمثل عدد الأطفال x والبالغين y الذين يمكنهم حضور المسابقة مقابل AED 60.

a. استخدم المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y لتمثيل المعادلة بيانيًا.

b. صف ما تعنيه هذه القيم.

التمرين وحل المسائل

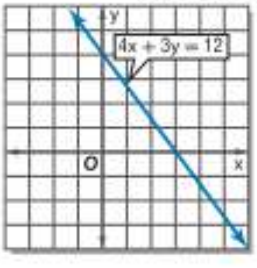
مثال 1 حدد ما إذا كانت كل معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. إذا كانت الإجابة "نعم". فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

13. $5x + y^2 = 25$ **14.** $8 + y = 4x$ **15.** $9xy - 6x = 7$

16. $4y^2 + 9 = -4$ **17.** $12x = 7y - 10y$ **18.** $y = 4x + x$

مثال 2 جد المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني لكل دالة خطية.

19.



20.

x	y
−3	−1
−2	0
−1	1
0	2
1	3

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

المثال 3 جد المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y لكل دالة خطية. صف ما الذي تعنيه التقاطعات مع المحاور.

21.

22.

بُعد إيمان عن المنزل	
المسافة (mi)	الزمن (min)
y	x
4	0
3	2
2	4
1	6
0	8

المثال 4 مثّل بيانيًا كل معادلة باستخدام التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

23. $y = 4 + 2x$ **24.** $5 - y = -3x$ **25.** $x = 5y + 5$

26. $x + y = 4$ **27.** $x - y = -3$ **28.** $y = 8 - 6x$

المثال 5 مثّل بيانيًا كل معادلة برسم جدول.

29. $x = -2$ **30.** $y = -4$ **31.** $y = -8x$

32. $3x = y$ **33.** $y - 8 = -x$ **34.** $x = 10 - y$

35. التقييمات التلفزيونية يمكن تحديد عدد الأشخاص الذين يشاهدون عرض مسابقة الأناشيد بالتعبير $p = 0.15v$، حيث p يمثل عدد الأشخاص بالملايين الذين شاهدوا العرض التلفزيوني، و v هو عدد المشاهدين المحتملين بالملايين.

a. ارسم جدولاً لقيم النقطتين (v, p).

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. استخدم التمثيل البياني لتقدير عدد الأشخاص الذين شاهدوا العرض التلفزيوني إذا كان عدد المشاهدين المحتملين 14 مليونًا.

d. فسر لماذا من غير المنطقي أن يكون v عددًا سالبًا.

حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. إذا كانت الإجابة "نعم". فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية.

36. $x + \frac{1}{y} = 7$ **37.** $\frac{x}{2} = 10 + \frac{2y}{3}$

38. $7n - 8m = 4 - 2m$ **39.** $3a + b - 2 = b$

40. $2r - 3rt + 5t = 1$ **41.** $\frac{3m}{4} = \frac{2n}{3} - 5$

42. المعرفة المالية يتقاضى أحمد راتبًا شهريًا قدره 1200 AED، وعمولة 125 AED لكل سيارة يبيعها.

a. مثّل بيانيًا معادلة تمثل المبلغ الذي يتقاضاه أحمد في شهر يبيع فيه x سيارة.

b. استخدم التمثيل البياني لتقدير عدد السيارات التي يحتاج أحمد لبيعها لكي يجني 5000 AED.

مثّل كل معادلة بيانيًا.

43. $2.5x - 4 = y$ **44.** $1.25x + 7.5 = y$ **45.** $y + \frac{1}{5}x = 3$

46. $\frac{2}{3}x + y = -7$ **47.** $2x - 3 = 4y + 6$ **48.** $3y - 7 = 4x + 1$

49. الاستدلال تستأجر الأستاذة ميساء سيارة لعطلة. وتخطط لقيادتها 800 mi بشكل إجمالي. تتقاضى شركة تأجير السيارات 153 AED مقابل الأسبوع بما يتضمن 700 mi، و 0.23 AED عن كل ميل إضافي. فإذا كانت تمتلك الأستاذة ميساء 160 AED فقط لإنفاقها على هذا الغرض، فهل يمكنها استئجار سيارة؟ اشرح استنتاجك.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

50. منتزهات ترفيهية يتقاضى منتزه ترفيهي AED 50 نظير رسم الدخول قبل الساعة 6 P.M.، و AED 20 نظير رسم الدخول بعد الساعة 6 P.M. في يوم السبت، حقق المنتزه إجمالي AED 20,000.

a. اكتب معادلة تمثل عدد تذاكر الدخول التي من المحتمل أن تكون قد بيعت. افترض أن x يمثل تذاكر الدخول المبيعة قبل الساعة 6 P.M.، وافترض أن y يمثل تذاكر الدخول المبيعة بعد الساعة 6 P.M.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. جد المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني. ما الذي يمثله كل تقاطع مع المحور؟

جد المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني لكل معادلة.

51. $5x + 3y = 15$ **52.** $2x - 7y = 14$ **53.** $2x - 3y = 5$

54. $6x + 2y = 8$ **55.** $y = \frac{1}{4}x - 3$ **56.** $y = \frac{2}{3}x + 1$

57. ألعاب عبر الإنترنت يمكن تمثيل النسبة المئوية للمراهقين الذين يلعبون ألعابًا عبر الإنترنت، بالمعادلة $p = \frac{15}{4}t + 66$. p تمثل p حيث النسبة المئوية للطلاب، و t يمثل الزمن بالأعوام منذ 2000.

a. مثّل المعادلة بيانيًا.

b. استخدم التمثيل البياني لتقدير النسبة المئوية للطلاب الذين يلعبون الألعاب في 2008.

58. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، سنبحث عن التقاطعين مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيلات البيانية للمعادلات الخطية.

a. بياني استخدم مسطرة مستقيمة إن أمكن، لرسم مستقيم على مستوى إحداثي يتصف بكل من الخصائص التالية.

يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y	يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x. لا يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y	يوجد تحديدًا تقاطعين مع المحور الأفقي x	لا يوجد تقاطع مع المحور الأفقي x. يوجد تقاطع مع المحور الرأسي y	يوجد تحديدًا تقاطعين مع المحور الرأسي y

b. تحليلي ما الخصائص التي مكنتك من رسم مستقيم، وما الخصائص التي لم تمكنك من رسم خط؟ اشرح.

c. لفظي ما الذي يتوجب أن يكون صحيحًا بخصوص المقطعين من المحور الأفقي x والرأسي y للخط؟

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

59. الانتظام انسخ كل جدول وأكمله. حدد ما إذا كان أي من الجداول يظهر علاقة خطية. اشرح.

محيط المربع	
طول الضلع	المحيط
1	
2	
3	
4	

مساحة المربع	
طول الضلع	المساحة
1	
2	
3	
4	

حجم المكعب	
طول الضلع	الحجم
1	
2	
3	
4	

60. الاستنتاج قارن وبيّن الفرق بين التمثيلين البيانيين للمعادلة $y = 2x + 1$ ذات المجال $\{1, 2, 3, 4\}$ والمعادلة $y = 2x + 1$ ذات المجال الذي يضم جميع الأعداد الحقيقية.

مسألة غير محددة الإجابة اذكر مثالاً لمعادلة خطية لها الصيغة $Ax + By = C$ لكل حالة. ثم صف المخطط البياني للمعادلة.

61. $A = 0$ **62.** $B = 0$ **63.** $C = 0$

64. الكتابة في الرياضيات وضح كيفية إيجاد التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني. ولخص كيفية تمثيل المعادلة الخطية بيانيًا.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

65. يمكن أن يقود عبد الله دراجته ويقطع 8 mi في 30 دقيقة. بناء على هذا المعدل، كم سيستغرق من الزمن لقطع مسافة 30 mi؟

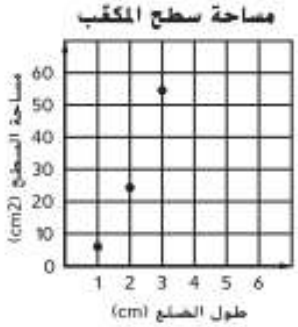
A. 8 ساعات

B. 6 ساعات و 32 دقيقة

C. ساعتان

D. ساعة و 53 دقيقة

66. الهندسة أي من العبارات التالية صحيح بشأن العلاقة الممثلة بيانيًا؟



F. العلاقة ليست دالة.

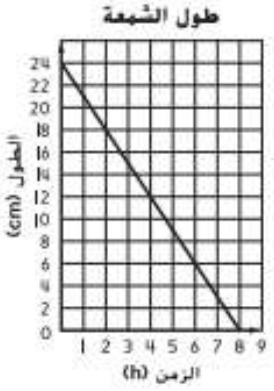
G. مساحة السطح هي كمية مستقلة.

H. مساحة سطح المكعب هي دالة طول الضلع.

J. كلما زاد طول ضلع المكعب، قلت مساحة سطحه.

67. إجابة قصيرة أودعت نبيلة AED 2000 في حساب المدخرات لديها الذي يدرّ فائدةً سنوية مركّبة مقدارها 15% سنويًا. إذا لم تودع نبيلة أي نقود أخرى في حسابها، فكم ستجني من الفائدة في نهاية عام واحد؟

68. شمعة تحترق كما هو موضح في التمثيل البياني.



فإذا كان طول الشمعة 8 cm، فما المدة التي كانت تحترق الشمعة خلالها تقريبًا؟

A. 0 ساعة

B. 24 دقيقة

C. 64 دقيقة

D. $5\frac{1}{2}$ ساعة

مراجعة شاملة

69. جمع التبرعات باعت فرقة الكشافة لدى مدرسة صقر قريش غلاف هدايا أحادي اللون مقابل AED 4 للقطعة الواحدة، وغلاف هدايا مطبوعًا مقابل AED 6 للقطعة الواحدة. بلغ العدد الإجمالي للقطع التي بيعت 480 قطعة، ووصل إجمالي المبلغ المالي الذي تم جمعه AED 2340. كم عدد القطع التي بيعت من كل نوع؟ (الدرس 2-9)

حلّ كل معادلة أو لإيجاد المتغير المحدد. (الدرس 2-8)

70. $S = \frac{n}{2}(A + l)$، لإيجاد A

71. $2g - m = 5 - gh$، لإيجاد g

72. $\frac{y + a}{3} = c$، لإيجاد y

73. $4z + b = 2z + c$، لإيجاد z

مراجعة المهارات

جد قيمة كل تعبير إذا كان $z = 7$ و $y = 5$ و $x = 2$.

74. $3x^2 - 4y$

75. $\frac{x - y^2}{2z}$

76. $\left(\frac{y}{z}\right)^2 + \frac{xy}{2}$

77. $z^2 - y^3 + 5x^2$

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

3-2 حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني

السابق
- قمت بتمثيل المعادلات الخطية بيانيًا مستخدمًا الجداول وإيجاد الجذور والأصفار والتقاطعات مع المحاور.

الحالي
1. حلّ المعادلات الخطية عن طريق التمثيل البياني.
2. تقدير حلول المعادلة الخطية عن طريق التمثيل البياني.

لماذا؟
- يمكن أن تختلف تكلفة دعامات تقويم الأسنان بشكل كبير. يظهر التمثيل البياني رصيد تكاليف العلاج مع عمليات الدفع التي تمت. يتم تمثيل ذلك بواسطة الدالة $b = -85p + 5100$. حيث p يمثل عدد عمليات دفع المبلغ AED 85 التي تمت. ويمثل b الرصيد المتبقي.

مفردات جديدة

الدالة الخطية — linear function
الدالة الأصلية — parent function
مجموعة التمثيلات البيانية — family of graphs
الجذر — root
الأصفار — zeros

ممارسات في الرياضيات
استخدام نماذج الرياضيات.

1 الحل عن طريق التمثيل البياني

الدالة الخطية هي دالة يكون التمثيل البياني لها عبارة عن خط مستقيم. أبسط دالة خطية هي $f(x) = x$ وتُسمى **الدالة الأصلية** لمجموعة الدوال الخطية. **مجموعة التمثيلات البيانية** هي مجموعة من رسوم التمثيل البياني التي لها سمة مشابهة واحدة أو أكثر.

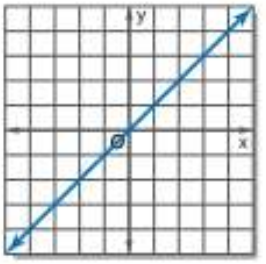
مفهوم أساسي الدالة الخطية

الدالة الأصلية: $f(x) = x$

نوع التمثيل البياني: خطي مستقيم

المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الحقيقية

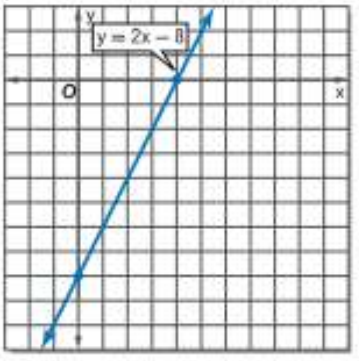


حل المعادلة أو **جذرها** هو أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة.
المعادلة الخطية لها جذر واحد بالحد الأقصى. يمكنك إيجاد جذر المعادلة عن طريق التمثيل البياني للدالة ذات الصلة الخاصة بالمعادلة. لكتابة الدالة ذات الصلة الخاصة بمعادلة، عوّض 0 محل $f(x)$.

المعادلة الخطية	الدالة ذات الصلة
$2x - 8 = 0$	$f(x) = 2x - 8$ أو $y = 2x - 8$

قيم x بالنسبة للمعادلة $f(x) = 0$ تُسمى **أصفار** الدالة f. يقع صفر الدالة في المقطع من المحور الأفقي x للدالة. جذر المعادلة هو قيمة المقطع من المحور الأفقي x. إذًا:

- 4 هو المقطع من المحور الأفقي x للمعادلة $2x - 8 = 0$.
- 4 هو حل $2x - 8 = 0$.
- 4 هو جذر $2x - 8 = 0$.
- 4 هو صفر $f(x) = 2x - 8$.



حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 حل معادلة ذات جذر واحد

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

a. $\frac{1}{3}x - 2 = 0$

الطريقة 1 جـد الحل جبريًا.

$0 = \frac{1}{3}x - 2$	المعادلة الأصلية
$0 + 2 = \frac{1}{3}x - 2 + 2$	اجمع 2 إلى كل طرف.
$3(2) = 3\left(\frac{1}{3}x\right)$	اضرب كل طرف في 3.
$6 = x$	جـد الحل.

الحل هو 6.

b. $3x + 1 = -2$

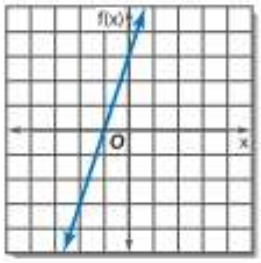
الطريقة 2 حُلّ باستخدام التمثيل البياني.

جـد الدالة ذات الصلة. أعد كتابة المعادلة بصفر على الطرف الأيمن.

$3x + 1 = -2$	المعادلة الأصلية
$3x + 1 + 2 = -2 + 2$	اجمع 2 إلى كل طرف.
$3x + 3 = 0$	بسّط.

الدالة ذات الصلة هي $f(x) = 3x + 3$. لتمثيل الدالة بيانيًا. ارسم جـدولاً.

	$f(x) = 3x + 3$	$f(x)$	$(x, f(x))$
-2	$f(-2) = 3(-2) + 3$	-3	$(-2, -3)$
-1	$f(-1) = 3(-1) + 3$	0	$(-1, 0)$



يقطع التمثيل البياني المحور الأفقي x عند -1.
إذًا. الحل هو -1.

نصيحة دراسية

الأصفار من الجـداول

يقع الصفر عند التقاطع مع المحور الأفقي x. لذا فإن قيمة y ستساوي 0. عندما تنظر إلى الجـدول. فإن الصفر هو قيمة المحور الأفقي x عندما تكون $y = 0$.

تمرين موجه

1A. $0 = \frac{2}{5}x + 6$ **1B.** $-1.25x + 3 = 0$

بالنسبة للمعادلات التي لها نفس المتغير في كلا طرفي المعادلة. استخدم الجمع أو الطرح لضم الحدود ذات المتغيرات في طرف واحد. ثم قم بحلها.

مثال 2 حل معادلة ليس لها حل

حُـلّ كل من المعادلات التالية.

a. $3x + 7 = 3x + 1$

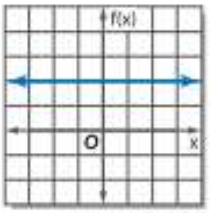
الطريقة 1 حَلّ جبريًا.

$3x + 7 = 3x + 1$	المعادلة الأصلية
$3x + 7 - 1 = 3x + 1 - 1$	اطرح 1 من كل طرف.
$3x + 6 = 3x$	بسّط.
$3x - 3x + 6 = 3x - 3x$	اطرح $3x$ من كل طرف.
$6 = 0$	بسّط.

الدالة ذات الصلة هي $f(x) = 6$. جذر المعادلة الخطية هو قيمة x عندما $f(x) = 0$. بما أن $f(x)$ يساوي 6 دائمًا. فهذه المعادلة ليس لها حل.

McGraw-Hill Education مملوكة لشركة © حقوق الطبع والتأليف

b. $2x - 4 = 2x - 6$



الطريقة 2 جـد الحل باستخدام التمثيل البياني.

$2x - 4 = 2x - 6$	المعادلة الأصلية
$2x - 4 + 6 = 2x - 6 + 6$	اجمع 6 إلى كل طرف.
$2x + 2 = 2x$	بسّط.
$2x - 2x + 2 = 2x - 2x$	اطرح $2x$ من كل طرف.
$2 = 0$	بسّط.

مثّل بيانيًا الدالة ذات الصلة التي هي $f(x) = 2$. لا يقطع التمثيل البياني المحور الأفقي x. إذًا، ليس لها حل.

تمرين موجه

2A. $4x + 3 = 4x - 5$ **2B.** $2 - 3x = 6 - 3x$

2 تقدير الحلول عن طريق التمثيل البياني

قد يقدم التمثيل البياني تقديرًا فحسب. في هذه الحالات، قم بحل المعادلات جبريًا لإيجاد الحل الدقيق.

مهن في حياتنا

مدير العروض الترفيهية

يشرف مدير العروض الترفيهية على الاختبارات النقدية للعروض. ويطلب ترتيب مضمون العروض ويحدد مواعيدها ومن يؤديها. ويدرب الموظفين. ويستضيف المواهب. ويدير النفقات. يحتاج مديرو العروض الترفيهية إلى حيازة درجة جامعية في أحد المجالات مثل الاتصالات أو المسرح.

مثال 3 من الحياة اليومية التقدير عن طريق التمثيل البياني

جولات ركوب الألعاب ستذهب أسماء إلى مهرجان محلي للألعاب. الدالة $m = 20 - 0.75r$ تمثل المبلغ المالي m المتبقي معها بعد جولات ركوب للألعاب عددها r بمدينة الملاهي. جـد صفر هذه الدالة. صف ما تعنيه هذه القيمة في هذا السياق.

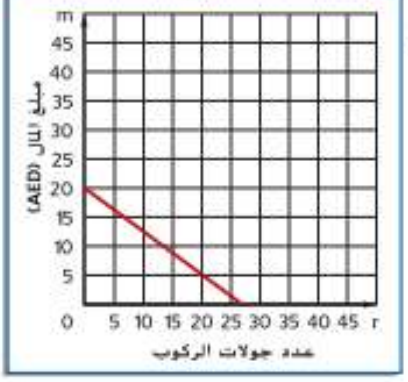
أنشئ جـدولاً من القيم.

	$m = 20 - 0.75r$	m	(r, m)
0	$m = 20 - 0.75(0)$	20	(0, 20)
5	$m = 20 - 0.75(5)$	16.25	(5, 16.25)

يبدو التمثيل البياني متقاطعًا مع المحور r عند 27.

بعد ذلك، حل المعادلة جبريًا للتحقق.

مهرجان محلي للألعاب



$m = 20 - 0.75r$	المعادلة الأصلية
$0 = 20 - 0.75r$	عوّض 0 محل m.
$0 + 0.75r = 20 - 0.75r + 0.75r$	اجمع $0.75r$ إلى كل طرف.
$0.75r = 20$	بسّط.
$\frac{0.75r}{0.75} = \frac{20}{0.75}$	اقسم كل طرف على 0.75.
$r \approx 26.67$	بسّط وقرّب إلى أقرب مئة.

صفر هذه الدالة هو 26.67 تقريبًا. بما أن أسماء لا يمكنها أن تركب جزءًا من جولة للعب، فإنه يمكنها ركوب 26 لعبة قبل أن ينفد المال الذي بحوزتها.

تمرين موجه

3. **المعرفة المالية** يبيع فصل سعيد الحلوى لجمع أموال للقيام برحلة على مستوى الفصل. ودفعوا AED 45 مقابل الحلوى، وهم يبيعون قطعة الحلوى بسعر AED 1.50. الدالة $y = 1.50x - 45$ تمثل ربحهم y عندما يبيعون x من قطع الحلوى. جـد الصفر. وصف ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

المثالان 1-2 حُـلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

1. $-2x + 6 = 0$
2. $-x - 3 = 0$
3. $4x - 2 = 0$
4. $9x + 3 = 0$
5. $2x - 5 = 2x + 8$
6. $4x + 11 = 4x - 24$
7. $3x - 5 = 3x - 10$
8. $-6x + 3 = -6x + 5$

المثال 3

9. **الصحف** الدالة $w = 30 - \frac{3}{4}n$ تمثل الوزن w بالأرطال للورق في حقيبة توصيل الصحف الخاصة بطارق بعد توصيله لعدد n من الصحف. جـد الصفر ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

التمرين وحل المسائل

حُـلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

10. $0 = x - 5$
11. $0 = x + 3$
12. $5 - 8x = 16 - 8x$
13. $3x - 10 = 21 + 3x$
14. $4x - 36 = 0$
15. $0 = 7x + 10$
16. $2x + 22 = 0$
17. $5x - 5 = 5x + 2$
18. $-7x + 35 = 20 - 7x$
19. $-4x - 28 = 3 - 4x$
20. $0 = 6x - 8$
21. $12x + 132 = 12x - 100$

المثال 3

22. **المراسلة النصية** يرسل عدنان رسائل نصية إلى أصدقائه. الدالة $y = 160 - x$ تمثل عدد الأحرف y التي يمكن أن تحتويها الرسالة بعد كتابة عدنان x أحرف.
جـد الصفر. ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

23. **قسائم الهدايا** حصلت عائشة على قسيمة هدايا بقيمة AED 50 لتنزيل الأناشيد بمناسبة تخرجها. الدالة $m = -0.50d + 50$ تمثل المبلغ المالي m المتبقي في القسيمة بعد تنزيل عدد من الأناشيد يبلغ d. جـد الصفر. ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

حُـلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

24. $-7 = 4x + 1$
25. $4 - 2x = 20$
26. $2 - 5x = -23$
27. $10 - 3x = 0$
28. $15 + 6x = 0$
29. $0 = 13x + 34$
30. $0 = 22x - 10$
31. $25x - 17 = 0$
32. $0 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x$
33. $0 = \frac{3}{4} - \frac{2}{5}x$
34. $13x + 117 = 0$
35. $24x - 72 = 0$

36. **مستوى البحر** تقع أجزاء من نيو أورليانز تحت مستوى البحر بمعدل 0.5 m. بعد d أيام من هطول الأمطار. المعادلة $w = 0.3d - 0.5$ تمثل مستوى الماء w بالأمتار. جـد الصفر. ووضح ما يعنيه في سياق هذا الموقف.

37. **صنع النماذج** أكمل فنانٌ نحت تمثال من الثلج عندما كانت درجة الحرارة $-10°C$. المعادلة $t = 1.25h - 10$ تعرض درجة الحرارة بعد إكمال نحت التمثال بمقدار h من الساعات. إذا أكمل الفنان التمثال في الساعة 8:00 ص. فبأي ساعة سيبدأ التمثال بالذوبان؟

حُـلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. تحقق من إجابتك جبريًا.

38. $7 - 3x = 8 - 4x$
39. $19 + 3x = 13 + x$
40. $16x + 6 = 14x + 10$
41. $15x - 30 = 5x - 50$
42. $\frac{1}{2}x - 5 = 3x - 10$
43. $3x - 11 = \frac{1}{3}x - 8$

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

44. **منتجات الشعر** منعم الشعر الكيميائي يجعل الشعر المجعد مفروداً وناعماً. النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية يتم تمثيلها بالمعادلة $p = -12.5t + 100$. حيث t هو الزمن بالدقائق الذي يُترك خلاله المحلول على الشعر. ويمثل p النسبة المئوية المتبقية لإتمام العملية.

a. جـد صفر هذه الدالة.

b. ارسم تمثيلاً بيانيًا لهذا الموقف.

c. وضح ما يمثله الصفر في هذا السياق.

d. حدد المجال والمدى المحتملين لهذه الدالة.

45. **تنزيلات الأناشيد** في هذه المسألة، ستتحرى التغير بين كميتين.

a. انسخ الجـدول، وأكمله.

عدد الأناشيد التي تم تنزيلها	إجمالي التكلفة (AED)	إجمالي التكلفة / عدد الأناشيد التي تم تنزيلها
2	4	
4	8	
6	12	

b. مع زيادة عدد الأناشيد التي تم تنزيلها، كيف يتغير إجمالي التكلفة؟

c. فسّر قيمة إجمالي التكلفة المقسومة على عدد الأناشيد التي تم تنزيلها.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

46. **تحليل الخطأ** تحل سها وسالي المعادلة $3x + 5 = 2x + 4$ عن طريق تمثيل الدالة ذات الصلة بيانيًا. هل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

سها

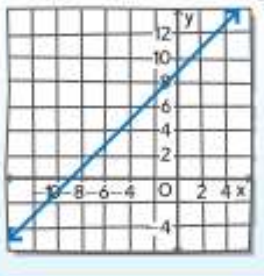
$3x + 5 = 2x + 4$

$x + 5 = 4$

$y = x + 5 + 4$

$y = x + 9$

$x = -9$



سالي

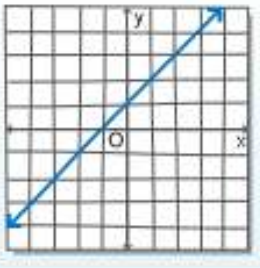
$3x + 5 = 2x + 4$

$x + 5 = 4$

$x + 1 = 0$

$y = x + 1$

$x = -1$



47. **مسألة تحفيزية** حُلّ المعادلة $\frac{2}{3}(x + 3) = \frac{1}{2}(x + 5)$ عن طريق التمثيل البياني. تحقق من حلك جبريًا.

48. **أدوات** وضح الحالات التي يكون فيها من الأفضل حل المعادلة باستخدام الأساليب الجبرية أو التمثيل البياني.

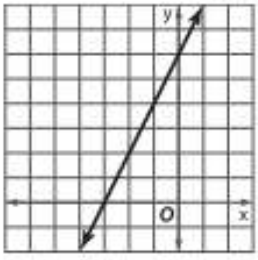
49. **مسألة غير محددة الإجابة** اكتب معادلة خطية لها الجذر $-\frac{3}{4}$. واكتب الدالة ذات الصلة الخاصة بالمعادلة.

50. **الكتابة في الرياضيات** لخص طريقة حل المعادلة الخطية جبريًا وبيانيًا.

محتوى الطبع والنشر © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

51. ما هما المقطعين من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني للدالة؟



A $-3, 6$
B $6, -3$
C $3, -6$
D $-6, 3$

52. يعرض الجـدول التكلفة C لإيجار زورق عائم لعدد h ساعات.

الساعات	1	2	3
التكلفة (AED)	7.25	14.5	21.75

أي معادلة تمثل البيانات بصورة أفضل؟

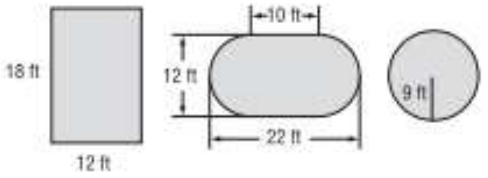
F $C = 7.25h$
G $C = h + 7.25$
H $C = 21.75 - 7.25h$
J $C = 7.25h + 21.75$

53. ما أفضل تقدير للتقاطع مع المحور الأفقي x للتمثيل البياني الخاص بالدالة الخطية الممثلة في الجـدول؟

x	y
0	5
1	3
2	1
3	−1
4	−3

A بين الرقمين 0 و 1
B بين الرقمين 2 و 3
C بين الرقمين 1 و 2
D بين الرقمين 3 و 4

54. إجابة مطولة يتاح أمام الأستاذ كرم الخيارات التالية لحوض السباحة في الفناء الخلفي.



إذا كان كل حمام سباحة له العمق نفسه، فأي حمام سباحة سيتيح أكبر مساحة للسباحة؟ اشرح استدلالك.

مراجعة شاملة

جـد المقطع من المحور الأفقي *x* والمحور الرأسي *y* للتمثيل البياني لكل معادلة خطية. (الدرس 3-1)

55. $y = 2x + 10$
56. $3y = 6x - 9$
57. $4x - 14y = 28$

58. الطعام إذا كان الحليب من صنف يحتوي على 2% من دهن الحليب، وتحتوي الشدة المخفوقة على 9% من دهن الحليب، فما كمية الشدة المخفوقة والحليب ذي الدسم 2% التي يجب مزجها للحصول على 35 gal من الحليب الذي يحتوي على 4% من دسم الحليب؟ (الدرس 2-9)

ترجم كل عبارة إلى معادلة. (الدرس 2-1)

59. حاصل ضرب 3 في m زائد 2 في n يساوي ناتج قسمة 4 على p.

60. مجموع x وخمسة أمثال y يساوي مثلي z ناقص 7.

مراجعة المهارات

بسط.

61. $\frac{25}{10}$
62. $\frac{-4}{-12}$
63. $\frac{6}{-12}$
64. $\frac{-36}{8}$

جـد قيمة $\frac{a-b}{c-d}$ للقيم المعطاة.

65. $a = 6, b = 2, c = 9, d = 3$
66. $a = -8, b = 4, c = 5, d = -3$
67. $a = 4, b = -7, c = -1, d = -2$

صور الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3-2 مختبر تقنية التمثيل البياني
تمثيل الدوال الخطية بيانيًا

ممارسات في الرياضيات
استخدم الأدوات الملائمة بطريقة إستراتيجية.

تكمن قدرة حاسبة التمثيل البياني في إمكانية تمثيل أنواع مختلفة من المعادلات بيانيًا بدقة وسرعة. عن طريق إدخال معادلة واحدة أو أكثر في الحاسبة، يمكنك عرض خصائص التمثيل البياني، مثل التقاطع مع المحور الأفقي x، والتقاطع مع المحور الرأسي y، ونقطة الأصل، ونقاط التقاطع، وإحداثيات نقاط محددة.

غالبًا ما يتم تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا في **نافذة العرض القياسية**، والتي تكون $[-10, 10]$ في $[-10, 10]$ بمقياس 1 على كل محور. لسرعة اختيار نافذة العرض القياسية على حاسبة TI-83/84 Plus، اضغط ZOOM 6.

نشاط 1 تمثيل معادلة خطية بيانيًا

مثّل بيانيًا $3x - y = 4$

الخطوة 1 أدخل المعادلة في قائمة Y=.

- تظهر قائمة Y= المعادلة أو المعادلات التي ستمثلها بيانيًا.
- لا بد من إدخال المعادلات مع عزل y في أحد طرفي المعادلة. حل المعادلة لإيجاد قيمة y، ثم أدخل هذه القيمة في الحاسبة.

$3x - y = 4$ المعادلة الأصلية

$3x - y - 3x = 4 - 3x$ اطرح $3x$ من كل طرف.

$-y = -3x + 4$ بسّط.

$y = 3x - 4$ اضرب كل طرف في -1.

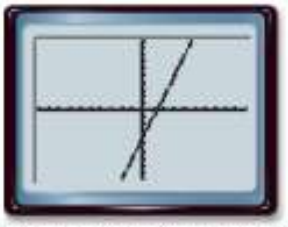
تظهر علامة التساوي محدّدة للتمثيلات البيانية التي تم اختيار عرضها.

خطوات العملية على الحاسبة: 4 (−) 3 X,T,θ,n Y=

الخطوة 2 مثّل المعادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

- مثّل المعادلة المختارة بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: 6 ZOOM



scl: 1 [−10, 10] و scl: 1 [−10, 10]

أحيانًا لا يتم عرض التمثيل البياني بأكمله باستخدام نافذة العرض القياسية.
يتضمن **التمثيل البياني الكامل** جميع الخصائص المهمة للتمثيل البياني على الشاشة بما يشمل نقطة الأصل والمقطع من المحور الأفقي x والمقطع من المحور الرأسي y. لاحظ أن التمثيل البياني أعلاه هو تمثيل بياني كامل لأن جميع هذه النقاط ظاهرة.

عندما لا يتم عرض التمثيل البياني كاملاً باستخدام نافذة العرض القياسية، فسوف تحتاج إلى تغيير نافذة العرض لتضم تلك الخصائص المهمة. استخدم ما تعلمته بشأن التقاطعات مع المحاور لمساعدتك على اختيار نافذة عرض مناسبة.

(التتمة في الصفحة التالية)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر تقنية التمثيل البياني

تمثيل الدوال الخطية بيانيًا تابع

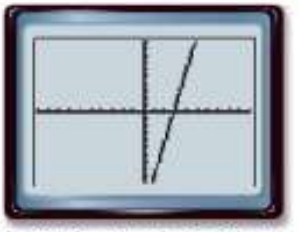
نشاط 2 رسم تمثيل بياني كامل

مثّل بيانيًا $y = 5x - 14$

الخطوة 1 أدخل المعادلة في قائمة Y= ومثّلها بيانيًا في نافذة العرض القياسية.

- احذف المعادلة السابقة من قائمة Y=. ثم أدخل المعادلة الجديدة. ومثلها بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= CLEAR 5 X,T,θ,n (−) 14 ZOOM 6



[−10, 10] scl: 1 في [−10, 10] scl: 1

الخطوة 2 عدّل نافذة العرض. وارسم التمثيل البياني مرة ثانية.

- نقطة الأصل والمقطع من المحور الأفقي x يظهران في نافذة العرض القياسية. لكن لاحظ أن المقطع من المحور الرأسي y يقع خارج نافذة العرض.

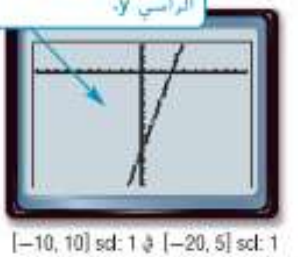
جد المقطع من المحور الرأسي y.

$y = 5x - 14$ المعادلة الأصلية

$= 5(0) - 14$ عوّض 0 محل x.

$= -14$ بسّط.

تسمح هذه النافذة بعرض التمثيل البياني بأكمله بما فيه التقاطع مع المحور الرأسي y.



[−10, 10] scl: 1 في [−20, 5] scl: 1

بما أن التقاطع مع المحور الرأسي y هو -14. فاختر نافذة عرض تتضمن عددًا أكثر من -14. تعد النافذة $[-10, 10]$ في $[-20, 5]$ بمقياس 1 على كل محور. اختيارًا جيدًا.

خطوات العملية على الحاسبة: WINDOW −10 ENTER 10 ENTER 1 ENTER −20 ENTER 5 ENTER 1 GRAPH

تمرينات

استخدم حاسبة التمثيل البياني لتمثيل كل معادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية. ارسم الناتج رسمًا تخطيطيًا.

1. $y = x + 5$
2. $y = 5x + 6$
3. $y = 9 - 4x$
4. $3x + y = 5$
5. $x + y = -4$
6. $x - 3y = 6$

فهم طبيعة المسألة مثّل كل معادلة بيانيًا في نافذة العرض القياسية. حدد ما إذا كان التمثيل البياني مكتملاً. إذا كان غير مكتمل، فعدل نافذة العرض. ومثّل المعادلة بيانيًا مرة ثانية.

7. $y = 4x + 7$
8. $y = 9x - 5$
9. $y = 2x - 11$
10. $4x - y = 16$
11. $6x + 2y = 23$
12. $x + 4y = -36$

خذ بالنظر المعادلة الخطية $y = 3x + b$

13. اختر عددًا من القيم الموجبة والسالبة المختلفة لإيجاد b. مثّل بيانيًا كل معادلة في نافذة العرض القياسية.
14. أي قيمة من قيم b توضّح التمثيل البياني الكامل في نافذة العرض القياسية؟
15. ما علاقة القيمة b بالتقاطع مع المحور الرأسي y للتمثيل البياني $y = 3x + b$؟

McGraw-Hill Education مملوكة لشركة © حقوق الطبع والتأليف

3-3 مختبر الجبر
معدل تغير الدالة الخطية

في الرياضيات، يمكنك قياس مدى انحدار مستقيم معين باستخدام نسبة ما.

إعداد المختبر

- ضع ثلاثة كتب فوق بعضها على طاولة مقعدك.
- ضع مسطرة بشكل مائل على الكتب لتشكل منحدرًا.
- أنزل طرف المسطرة ليلامس الطاولة.
- قِس التغير الرأسي والتغير الأفقي. سجل بياناتك في جدول مثل ذلك الموجود على اليسار.
- احسب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وسجلها.

التغير الرأسي	التغير الأفقي	التغير الرأسي / التغير الأفقي

النشاط

الخطوة 1

حرّك الكتب ليصبح المنحدر أكثر ميلاً. قِس التغير الرأسي والتغير الأفقي. وسجلهما. احسب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ وسجلها.

الخطوة 2

أضف مزيدًا من الكتب إلى رزمة الكتب لجعل المنحدر أكثر ميلاً. قِس بياناتك. واحسبها. وسجلها في الجدول.

تحليل النتائج

1. افحص النسب التي سجلتها. كيف تغيرت مع زيادة ميل المنحدر؟

$m = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

2. **وضع التنبؤات** بافتراض أنك تريد إنشاء منحدر للوح تزلج ليس في مثل انحدار ذلك الظاهر على اليسار. أدرج ثلاث مجموعات مختلفة من مقاييس $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ التي سينتج عنها منحدر أقل ميلاً. تحقق من توقعاتك عن طريق حساب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ لكل منحدر.

3. انسخ التمثيل البياني الإحداثي الموضح. وارسم مستقيمًا يمر بنقطة الأصل على أن تكون نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ أكبر من الخط الأصلي. ثم ارسم مستقيمًا يمر عبر نقطة الأصل على أن تكون النسبة أقل من نسبة الخط الأصلي.

فسّر السبب الذي يجعل المستقيمات التي رسمتها لها نسبة أكبر أو أقل من الخط الأصلي. مستخدمًا المصطلحين التغير الرأسي و التغير الأفقي.

4. لقد رأينا ما يحدث على التمثيل البياني مع اقتراب نسبة $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ إلى الصفر. ماذا تتوقع أن يحدث عندما تكون النسبة صفرًا؟ اشرح استنتاجك. اذكر مثالًا يدعم توقعك.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3-3 معدل التغير والميل

.. السابق
- قمت بتمثيل الأزواج المرتبة بيانيًا على مستوى إحداثي.

.. الحالي
1. إستخدام معدل التغير لحل المسائل.
2. إيجاد ميل المستقيم .

.. لماذا؟
- "السقوط المتهور" في منتزه "ويتن وايلد إميرالد بوينت" في جرينسبورو، شمال كارولينا، هو لعبة مثيرة تسقط خلالها من ارتفاع 76 ft لأسفل شلال مياه منحدر. معدل تغيّر جولة اللعب قد يصف المسافة التي يسقطها الراكب على مدى فترة من الزمن.

مفردات جديدة
معدل التغير rate of change
الميل slope

ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 معدل التغير **معدل التغير** هو معدل يصف، في المتوسط، مدى تغير مقدار بالمقارنة مع التغير في مقدار آخر.

مفهوم أساسي معدل التغير

إذا كان x متغيرًا مستقلاً و y متغيرًا تابعًا، إذًا

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}.$$

مثال 1 من الحياة اليومية إيجاد معدل التغير

الترفيه استخدم الجدول لإيجاد معدل التغير. ثم وضح دلالته.

عدد ألعاب الحاسوب	إجمالي التكلفة (AED)
x	y
2	78
4	156
6	234

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{AED} \\ \leftarrow \text{ألعاب} \end{matrix}$$

$$= \frac{\text{التغير في التكلفة}}{\text{التغير في عدد الألعاب}}$$

$$= \frac{156 - 78}{4 - 2}$$

$$\frac{78}{2} = \frac{39}{1}$$

معدل التغير هو $\frac{39}{1}$ هذا يعني أن كل لعبة تكلفتها AED 39.

تمرين موجّه

1. **إعادة البناء** يظهر الجدول كيف تتغير مساحة السطح المبلط مع عدد بلاط الأرضيات.

عدد بلاطات الأرضية	مساحة السطح المغطى بالبلاط (in^2)
x	y
3	48
6	96
9	144

A. جد معدل التغير. 16

B. فسّر دلالة معدل التغير.

$16\ in^2$ من السطح مبلط لكل بلاطات أرضية مستخدم.

محتوى المطبع © ماكجرو هيل للتعليم. McGraw-Hill Education

حتى الآن أنت لم تر سوى معدلات تغير ثابتة. بينما تنطوي العديد من المواقف في الحياة اليومية على معدلات تغير غير ثابتة.

مثال 2 من الحياة اليومية المقارنة بين معدلات التغير

المصدر: الرابطة الدولية للمتنزهات الترفيهية وأماكن الجذب

المتنزهات الترفيهية يوضح التمثيل البياني عدد الأشخاص الذين زاروا المتنزّهات الترفيهية الإماراتية في السنوات الأخيرة.

a. جـد معدلات التغير للفترتين 2000–2002 و 2002–2004

2000–2002:

$$\frac{\text{التغير في الحضور}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{324 - 317}{2002 - 2000} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{أشخاص} \\ \leftarrow \text{أعوام} \end{matrix}$$ عوّض.

$$= \frac{7}{2} \text{ أو } 3.5$$ بسّط.

خلال فترة العامين هذه، زاد الحضور بنحو 7 ملايين شخص بمعدل تغير 3.5 مليون شخص في العام.

الفترة 2002–2004:

$$\frac{\text{التغير في الحضور}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{325 - 324}{2004 - 2002}$$ عوّض.

$$= \frac{1}{2} = 0.5$$ بسّط.

خلال فترة العامين هذه، زاد الحضور بنحو واحد مليون شخص بمعدل تغير 0.5 مليون شخص في العام.

b. فسّر دلالة معدل التغير في كل حالة.

بالنسبة للفترة 2000–2002، زاد عدد الأشخاص الذاهبين إلى المتنزهات الترفيهية بمتوسط 3.5 مليون شخص في كل عام عن العام الذي يسبقه.

بالنسبة للفترة 2002–2004، زاد عدد الأشخاص الذاهبين إلى المتنزهات الترفيهية بمتوسط 0.5 مليون شخص في كل عام عن العام الذي يسبقه.

c. كيف يتم توضيح معدلات التغير المختلفة على التمثيل البياني؟

يوجد تغير رأسي أكبر بالنسبة للفترة 2000–2002 عن الفترة 2002–2004. لذلك، القسم المخصص للفترة 2000–2002 على التمثيل البياني أكثر انحدارًا.

تمرين موجّه

2–2004: زاد الحضور بنحو 0.5 مليون شخص في العام.

2. راجع الرسم البياني أعلاه. بدون استخدام الآلة الحاسبة، جـد فترة العامين ذات أقل معدل تغير. بعد ذلك، استخدم الآلة الحاسبة للتحقق من إجابتك.

يكون معدل التغير ثابتًا للدالة عندما يكون معدل التغير هو نفسه بين أي زوج من النقاط على التمثيل البياني للدالة. تتضمن الدوال الخطية معدل تغير ثابتًا.

تصيحة دراسية

الاستنتاج معدل التغير الموجب يشير إلى الزيادة بمرور الزمن. معدل التغير السالب يشير إلى تناقص الكمية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 معدلات التغير الثابتة

حدد ما إذا كانت كل دالة خطية أم لا. اشرح.

a.

x	y
1	−6
4	−8
7	−10
10	−12
13	−14

x	y	معدل التغير
1	−6	
4	−8	$\frac{-8-(-6)}{4-1}=\frac{-2}{3}$
7	−10	$\frac{-10-(-8)}{7-4}=\frac{-2}{3}$
10	−12	$\frac{-12-(-10)}{10-7}=\frac{-2}{3}$
13	−14	$\frac{-14-(-12)}{13-10}=\frac{-2}{3}$

معدل التغير ثابت. لذا، الدالة خطية.

b.

x	y
−3	10
−1	12
1	16
3	18
5	22

x	y	معدل التغير
−3	10	
−1	12	$\frac{12-10}{-1-(-3)}=1$
1	16	$\frac{16-12}{1-(-1)}=2$
3	18	$\frac{18-16}{3-1}=1$
5	22	$\frac{22-18}{5-3}=2$

معدل التغير هذا غير ثابت. لذا، الدالة غير خطية.

نصيحة دراسية

دالة خطية أم غير خطية؟ لاحظ أن التغير في **x** و **y** ليس نفسه. لكي يكون معدل التغير خطيًا، لا بد أن يكون التغير في قيم **x** ثابتًا والتغير في قيم **y** ثابتًا.

تمرين موجّه

3A.

x	y
−3	11
−2	15
−1	19
1	23
2	27

لا؛ فهذا معدل تغير غير ثابت.

3B.

x	y
12	−4
9	1
6	6
3	11
0	16

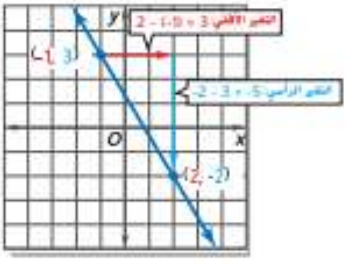
نعم؛ فمعدل التغير ثابت.

2 جد الميل

ميل المستقيم غير الرأسي هو معدل التغير في إحداثيات **y** (التغير الرأسي) إلى التغير في إحداثيات **x** (التغير الأفقي) وأنت تتحرك من نقطة لأخرى.

يمكن استخدام الميل لوصف معدل التغير. يصف الميل مقدار انحدار المستقيم. كلما زادت القيمة المطلقة للميل، زاد انحدار المستقيم.

يظهر التمثيل البياني مستقيمًا يمر بالنقطتين $(-1, 3)$ و $(2, -2)$.



$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{التغير في إحداثيات Y}}{\text{التغير في إحداثيات X}} = \frac{-2-3}{2-(-1)} = -\frac{5}{3}$$

لذا، ميل الخط المستقيم هو $-\frac{5}{3}$.

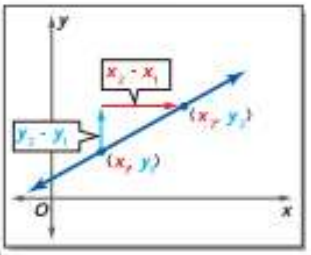
لأن الدالة الخطية لها معدل تغير ثابت. فأي نقطتين على مستقيم غير رأسي يمكن استخدامهما لتحديد ميل المستقيم.

محتوى الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مفهوم أساسي الميل

الشرح ميل المستقيم غير الرأسي هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

التمثيل البياني



الرموز الميل m للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2). يمكن إيجاده كما يلي.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{التغير في } y \\ \leftarrow \text{التغير في } x \end{matrix}$$

قراءة الرياضيات

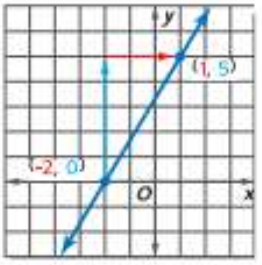
الرموز السفلى الدليلية y_1 يقرأ y واحد والرمز السفلي الدليلي 2 x يقرأ x اثنان. 1 و 2 هما رمزان سفليان دليليان يشيران إلى أول وثاني نقطة تتوافق معها قيمة x و y.

يكون ميل المستقيم موجبًا أو سالبًا إذا لم يكن المستقيم أفقيًا أو عموديًا. وإذا كان المستقيم أفقيًا فيكون ميله صفرًا. وإذا كان المستقيم عموديًا فيكون ميله غير محدد.

المثال 4 ميل موجب وسالب وصفر

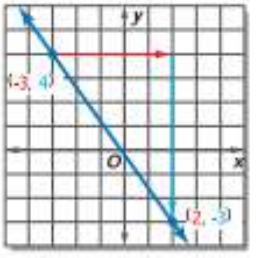
جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

a. $(-2, 0), (1, 5)$



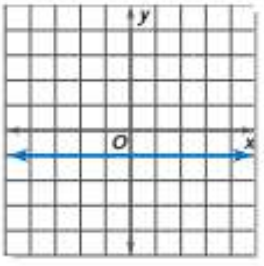
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$
$$= \frac{5 - 0}{1 - (-2)} \quad (-2, 0) = (x_1, y_1) \text{ و } (1, 5) = (x_2, y_2)$$
$$= \frac{5}{3} \quad \text{بسّط.}$$

b. $(-3, 4), (2, -3)$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$
$$= \frac{-3 - 4}{2 - (-3)} \quad (-3, 4) = (x_1, y_1) \text{ و } (2, -3) = (x_2, y_2)$$
$$= \frac{-7}{5} = -\frac{7}{5} \quad \text{بسّط.}$$

c. $(-3, -1), (2, -1)$



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$
$$= \frac{-1 - (-1)}{2 - (-3)} \quad \text{عوّض.}$$
$$= \frac{0}{5} = 0 \quad \text{بسّط.}$$

انتبه!

الترتيب احذر من تغيير ترتيب قيم x أو قيم y.

تمرين موجّه

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

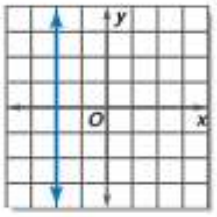
4A. $(3, 6), (4, 8)$ **4B.** $(-4, -2), (0, -2)$ **4C.** $(-4, 2), (-2, 10)$

4D. $(6, 7), (-2, 7)$ **4E.** $(-2, 2), (-6, 4)$ **4F.** $(4, 3), (-1, 11)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 الميل غير المحدد

جـد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (4 ,2−) و (3− ,2−).



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ التغير الرأسي / التغير الأفقي

$$= \frac{-3 - 4}{-2 - (-2)}$$ عوّض.

$$= \frac{-7}{0}$$ بسّط. أو غير محدد

نصيحة دراسية

ميل الصفر والميل غير المحدد إذا كان التغير في قيم **y** يساوي 0. فإن التمثيل البياني للمستقيم يكون أفقيًا. إذا كان التغير في قيم **x** يساوي 0. فإن الميل يكون غير محدد. هذا التمثيل البياني هو عبارة عن مستقيم رأسي.

تمرين موجه

جـد ميل الخط المار بكل زوج من النقاط.

5A. (6, 3), (6, 7) **غير محدد**

5B. (3−, 2), (3−, 1−) **غير محدد**

فيما يلي ملخص للتمثيلات البيانية للمستقيمات ذات الميل المختلف.

ملخص المفاهيم الميل

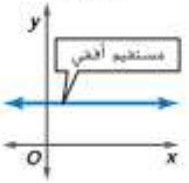
الميل الموجب

تزداد قيم الدالة على المجال بأكمله.

الميل السالب

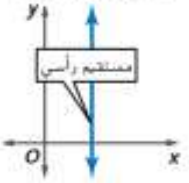
تنقص قيم m الدالة على المجال بأكمله.

ميل 0



قيم الدالة ثابتة على المجال بأكمله.

الميل غير المحدد



العلاقة ليست دالة.

مثال 6 إيجاد الإحداثيات في ضوء الميل المحدد

جـد قيمة r بحيث يمر المستقيم بالنقطتين (4 ,1) و $(-5, r)$ و $m = \frac{1}{3}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ صيغة الميل

$$\frac{1}{3} = \frac{r - 4}{-5 - 1}$$ افترض أن $(x_1, y_1) = (1, 4)$ و $(x_2, y_2) = (-5, r)$

$$\frac{1}{3} = \frac{r - 4}{-6}$$ اطرح.

$$3(r - 4) = 1(-6)$$ جـد حاصل الضرب التبادلي.

$$3r - 12 = -6$$ خاصية التوزيع

$$3r = 6$$ أضف 12 إلى كل طرف وبسّط.

$$r = 2$$ اقسم كل طرف على 3 وبسّط.

إذًا، يمر الخط بـ (2 ,5−) و $r=2$.

تمرين موجه

جـد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المعطى.

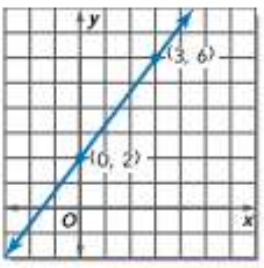
6A. $(-2, 6), (r, -4); m = -5$

6B. $(r, -6), (5, -8); m = -8$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 جـد معدل التغير الممثل في كل جدول أو التمثيل بياني.

1. 

$\frac{4}{3}$

2.

x	y
3	−6
5	2
7	10
9	18
11	26

4

3a. 1.035; كان هناك متوسط زيادة في سعر التذكرة بمعدل AED 1.035 لكل عام.

3b. الإجابة النموذجية: 2000–1998: زيادة ميل القطاع يعني معدل تغير أكبر.

4. نعم؛ معدل التغير ثابت.

مثال 2

3. **الاستنتاج المنطقي** راجع التمثيل البياني على اليسار.

a. جـد معدل تغير الأسعار من 2006 إلى 2008. فسّر دلالة معدل التغير.

بدون استخدام الآلة الحاسبة، جـد فترة العامين التي معدل التغير لها أكبر من الفترة 2006-2008. اشرح.

c. بين أي أعوام تعتقد أنه قد تم بناء الملعب الجديد فيها؟ اشرح استنتاجك. **الإجابة النموذجية: 2000 –1998: تظهر أسعار التذاكر زيادة حادة.**

المصدر: التقرير التسويقي للفريق

مثال 3 حدد ما إذا كانت كل دالة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.

4.

x	7−	4−	−1	2	5
y	5	4	3	2	1

5.

x	8	12	16	20	24
y	7	5	3	0	−2

لا؛ فمعدل التغير غير ثابت .

الأمثلة 4-5 جـد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

6. (5, 3), (6, 9)

7. (−4, 3), (−2, 1)

8. (6, −2), (8, 3)

9. (1, 10), (−8, 3)

10. (−3, 7), (−3, 4) **غير محدد**

11. (5, 2), (−6, 2)

مثال 6 جـد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المحدد.

12. (−4, r), (−8, 3), $m = -5$

13. (5, 2), (−7, r), $m = \frac{5}{6}$

التمرين وحل المسائل

مثال 1 جـد معدل التغير الممثل في كل جدول أو تمثيل بياني.

14.

x	y
5	2
10	3
15	4
20	5

$\frac{1}{5}$

15

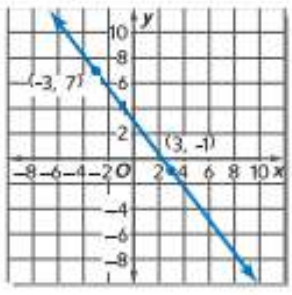
x	y
1	15
2	9
3	3
4	−3

−6

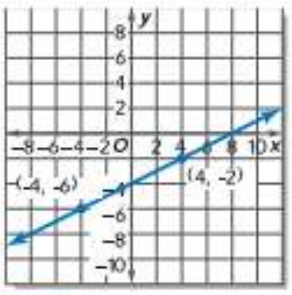
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 جـد معدل التغير الممثل في كل جدول أو التمثيل بياني.

16. $-\frac{4}{3}$



17. $\frac{1}{2}$



18. 321.25؛ يوجد متوسط زيادة قدره 321.25 امرأة لكل عام من حيث المشاركة في رياضة اللاكروس.

مثال 2

18. **الرياضات** ما معدل التغير السنوي من 2004 حتى 2008 بالنسبة للنساء المشاركات في لعبة اللاكروس الجماعية؟ فسّر دلالة معدل التغير.

العام	عدد النساء
2004	5,545
2008	6,830

19. **البيع بالتجزئة** متوسط سعر التجزئة في ربيع 2009 للسيارة المستعملة موضح في الجدول على اليسار.

العمر (بالأعوام)	القيمة (AED)
2	17,378
3	16,157

a. اكتب دالة خطية تمثل سعر السيارة بالنسبة للعمر.

b. فسّر دلالة ميل المستقيم.

c. بافتراض أن معدل التغير الثابت يتنبأ بمتوسط سعر التجزئة لسيارة عمرها 7 أعوام.

19a. **الإجابة النموذجية:** $p = -1{,}221t + 19{,}820$

19b. **تنخفض قيمة السيارة بمعدل AED 1,221 في العام.**

AED 11,273

المثال 3 حدد ما إذا كانت كل دالة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.

20.

x	4	2	0	−2	−4
y	−1	1	3	5	7

21.

x	7−	−5	−3	−1	0
y	11	14	17	20	23

22.

x	−0.2	0	0.2	0.4	0.6
y	0.7	0.4	0.1	0.3	0.6

23.

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$
y	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$

20–23. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.

الأمثلة 4–5 جـد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

24. (4, 3), (−1, 6)

25. (8, −2), (1, 1)

26. (2, 2), (−2, −2)

27. (6, −10), (6, 14)

28. (5, −4), (9, −4)

29. (11, 7), (−6, 2)

30. (−3, 5), (3, 6)

31. (−3, 2), (7, 2)

32. (8, 10), (−4, −6)

33. (−8, 6), (−8, 4)

34. (−12, 15), (18, −13)

35. (−8, −15), (−2, 5)

27. غير محدد
33. غير محدد
34. $-\frac{14}{15}$

مثال 6 جـد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المحدد.

36. (12, 10), (−2, r), $m = -4$

37. (r, −5), (3, 13), $m = 8$

38. (3, 5), (−3, r), $m = \frac{3}{4}$

39. (−2, 8), (r, 4), $m = -\frac{1}{2}$

B أدوات استخدم مسطرة لتقدير ميل كل جسم من الأجسام.

40.

الإجابة النموذجية: حوالي −0.5

41.

الإجابة النموذجية: حوالي −1

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

42. **القيادة** عند القيادة صعودًا على تل معين، فأنت ترتفع 15 ft كل 1,000 ft تقطعه للأمام. فماذا يكون ميل الطريق؟ $\frac{3}{200}$

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

43.

x	y
4.5	−1
5.3	2

$\frac{15}{4}$

44.

x	y
0.75	1
0.75	−1

غير محدد

45.

x	y
$-2\frac{1}{2}$	$-1\frac{1}{2}$
$-\frac{7}{2}$	$\frac{1}{2}$

$-\frac{2}{3}$

C 46. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تتحرى سبب كون ميل أي مستقيم مار بأي نقطتين على هذا مستقيم. ثابتًا.

a. **بصري** ارسم مستقيمًا ℓ يحتوي على النقاط A و B. و A' و B' على مستوى إحداثي. **46a–c. انظر الهامش.**

b. **هندسي** أضف قطعًا مكافئة لتشكيل مثلثين قائمين ABC و $A'B'C'$ بزاويتين قائمتين عند C و C'، صف $\overline{AC}$ و $\overline{A'C'}$، و $\overline{BC}$، و $\overline{B'C'}$.

c. **لفظي** ما العلاقة بين المثلثين ABC و $A'B'C'$؟ ما الإشارة الضمنية لهذا بالنسبة للميل بين أي نقطتين مختلفتين على المستقيم ℓ؟

47. **كرة السلة** يوضح الجدول المبين أدناه متوسط النقاط بكل مباراة (PPG) التي سجلها مايكل ريد في كل من التسعة مواسم الأولى له مع فريق ميلووكي باكس في الدوري الأمريكي لكرة السلة. **a–c. انظر ملحق إجابات الوحدة 3.**

الموسم	1	2	3	4	5	6	7	8	9
النقاط بكل مباراة	2.2	11.4	15.1	21.7	23.0	25.4	26.7	22.7	21.2

a. ارسم تمثيلاً بيانيًا للبيانات. أوصل كل زوج من النقاط المجاورة بخط.

b. استخدم التمثيل البياني لتحديد الفترة التي شهدت أسرع زيادة في متوسط نقاط مايكل ريد بكل مباراة. اشرح استنتاجك.

c. ناقش الاختلاف في معدل التغير من الموسم 1 حتى الموسم 4، ومن الموسم 4 حتى الموسم 7، ومن الموسم 7 حتى الموسم 9.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

48. **الاستنتاج** لماذا لا تصلح صيغة الميل مع المستقيمات الرأسية؟ اشرح. **انظر الهامش.**

49. **راجع عمل الطلاب.** **مسألة غير محددة الإجابة** استخدم ما تعرفه عن معدل التغير لوصف الدالة الممثلة بواسطة الجدول.

الزمن (wk)	ارتفاع النبات (cm.)
4	9.0
6	13.5
8	18.0

معدل التغير هو $2\frac{1}{4}$ بوصات من النمو لكل أسبوع.

50. **مسألة تحفيزية** جد قيمة d بحيث يكون ميل المستقيم المار بـ (a, b) و (c, d) هو $2\frac{1}{2}$. $\frac{c-a+2b}{2}$

51. **الكتابة في الرياضيات** فسّر العلاقة بين معدل التغير والميل. وكيفية إيجاد ميل أي مستقيم. انظر الهامش.

52. **الفرضيات** تعمل إيمان ورنا على إيجاد قيمة a بحيث يكون ميل المستقيم المار بـ (10, a) و (−2, 8) هو $\frac{1}{4}$. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح.

52. قامت إيمان ورنا بقسمة التغير في x على التغير في y.

إيمان

$$\frac{8-a}{-2-10}=\frac{1}{4}$$
$$4(8-a)=1(-12)$$
$$32-4a=-12$$
$$a=11$$

رنا

$$\frac{-2-10}{8-a}=\frac{1}{4}$$
$$1(8-a)=4(-12)$$
$$8-a=-48$$
$$a=56$$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

53. يتم التعبير عن تكلفة الطبعات من معالج صور عبر الإنترنت بالمعادلة $C(p) = 29.99 + 0.13p$. هو تكلفة العضوية، و **p** هو عدد الطبعات 4×6 بوصة. ما الذي يمثله الميل؟ **A**

A تكلفة كل طباعة

B تكلفة العضوية

C تكلفة العضوية وطباعة واحدة

D عدد الطبعات

54. اشترت خولة حاسوبًا بسعر AED 1200 وانخفضت قيمته بشكل خطي. بعد عامين، وصلت قيمته إلى AED 250. فكم كان مبلغ الانخفاض السنوي في السعر؟ **G**

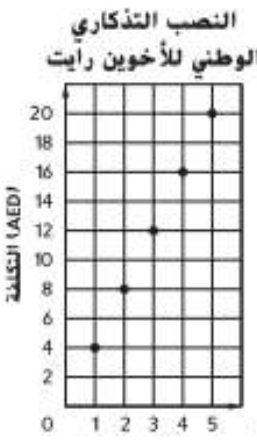
F AED 950

G AED 475

H AED 250

J AED 225

55. الإجابة القصيرة يبين التمثيل البياني مقدار التكلفة التي يتقاضاها النصب التذكاري الوطني للأخوين رايت من الزوار. فكم تتقاضى الحديقة من كل زائر؟ **AED 4**



56. الاحتمالات في مخيم لألعاب القوة، يتم اختيار لاعب قوة واحد بشكل عشوائي من كل فريق. يتكون فريق النجوم لألعاب القوة من 5 أفراد أعمارهم 11 عامًا، و7 أفراد أعمارهم 12 عامًا، و10 أفراد أعمارهم 13 عامًا، و8 أفراد أعمارهم 14 عامًا. ما احتمال أن يكون عمر لاعب القوة الذي يتم اختياره عددًا فرديًا؟ **C**

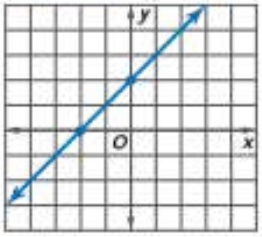
A $\frac{1}{30}$ B $\frac{1}{15}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{3}{5}$

مراجعة شاملة

حُلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. (الدرس 2-2)

57. $3x + 18 = 0$ **−6** **58.** $8x - 32 = 0$ **4** **59.** $0 = 12x - 48$ **4**

جـد المقطع من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني لكل دالة خطية. (الدرس 3-1)

60. 

−2, 2

61.

x	y
−3	−4
−2	−2
−1	0
0	2
1	4

−1, 2

62. العودة للمدرسة تبلغ تكلفة تذاكر العرض AED 9 للشخص الواحد و AED 15 لشخصين. إذا كانت هناك مجموعة من سبعة طلاب يرغبون في الذهاب إلى العرض، فاكتب معادلة تمثل أقل سعر p لتذاكرهم، ثم حلها. (الدرس 3-1)

$p = 15(3) + 9(1)$; AED 54

مراجعة المهارات

جـد ناتج قسمة كل مما يلي.

63. $8 \div \frac{2}{3}$ **64.** $\frac{3}{8} \div \frac{1}{4}$ **65.** $\frac{5}{8} \div 2$

66. $\frac{12 \cdot 6}{9}$ **67.** $\frac{2 \cdot 15}{6}$ **68.** $\frac{18 \cdot 5}{15}$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

3 اختبار منتصف الوحدة

الدروس من 3-1 حتى 3-3

حدد ما إذا كانت كل معادلة هي معادلة خطية أم لا. اكتب نعم أو لا. إذا كانت الإجابة "نعم"، فاكتب المعادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 3-1)

1. $y = -4x + 3$
2. $x^2 + 3y = 8$
3. $\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}y = -1$

مثّل بيانيًا كل معادلة مستخدمًا المقطع من المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. (الدرس 3-1)

4. $y = 3x - 6$
5. $2x + 5y = 10$

مثّل بيانيًا كل معادلة برسم جدول. (الدرس 3-1)

6. $y = -2x$
7. $x = 8 - y$

8. **مبيعات الكتب** المعادلة $5x + 12y = 240$ تصف إجمالي المبلغ النقدي المحصل عند بيع x كتب ذات غلاف ورقي بسعر 5 AED للكتاب و y كتب ذات غلاف كرتوني مقوى بسعر 12 AED للكتاب. مثّل بيانيًا المعادلة مستخدمًا التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y. (الدرس 3-1)

جد جذر كل معادلة. (الدرس 3-2)

9. $x + 8 = 0$
10. $4x - 24 = 0$
11. $18 + 8x = 0$
12. $\frac{3}{5}x - \frac{1}{2} = 0$

حُلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. (الدرس 3-2)

13. $-5x + 35 = 0$
14. $14x - 84 = 0$
15. $118 + 11x = -3$

16. **الاختيار من متعدد** الدالة $y = 3x^2 - 15$ تمثل درجة الحرارة الخارجية، بدرجات فهرنهايت، في إحدى المدن الصغيرة في ألاسكا حيث x يمثل عدد الساعات بعد منتصف الليل. الدالة تكون دقيقة بالنسبة لقيم x التي تمثل منتصف الليل حتى 4:00 م. جد صفر هذه الدالة. (الدرس 3-2)

A 0
B 3
C 5
D −15

17. جد معدل التغير المُمثّل في الجدول. (الدرس 3-3)

x	y
1	2
4	6
7	10
10	14

جد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. (الدرس 3-3)

18. (2, 6), (4, 12)
19. (1, 5), (3, 8)
20. (−3, 4), (2, −6)
21. $\left(\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{4}\right)$

22. **الاختيار من متعدد** جد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بزوج النقاط الميل المحدد. (الدرس 3-3)

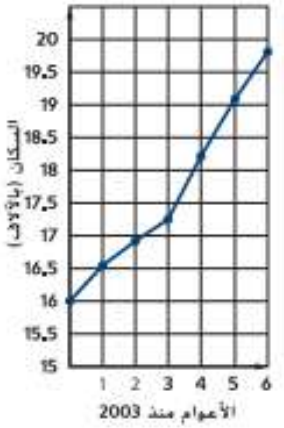
$(-4, 8), (r, 12), m = \frac{4}{3}$

F −4
G −1
H 0
J 3

23. جد ميل المستقيم المار بزوج النقاط. (الدرس 3-3)

x	y
2.6	−2
3.1	4

24. **النمو السكاني** يعرض التمثيل البياني النمو السكاني في هيكرفيل منذ 2003. (الدرس 3-3)



a. في أي فترة زمنية كان معدل التغير هو الأكبر؟

b. وضح معنى الميل من 2003 إلى 2009.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3-4 التغير الطردي

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• وجدت معدلات تغير الدوال الخطية.	1 كتابة معادلات التغير الطردي ومثّلها بيانيًا. 2 حل المسائل المشتملة على تغير طردي.	• تدخر أمل المال لشراء حقيبة ذات علامة تجارية تبلغ تكلفتها AED 295. ويساعدها على جمع هذا المال تقاضيها AED 8 في الساعة نظير الاعتناء بطفل الجيران. ميل الخط الذي يمثل مبلغ المال الذي تربحه أمل هو 8. ومعدل التغير ثابت.

مفردات جديدة

التغير الطردي
direct variation
ثابت التغير
constant of variation
ثابت التناسب
constant of proportionality

ممارسات في الرياضيات

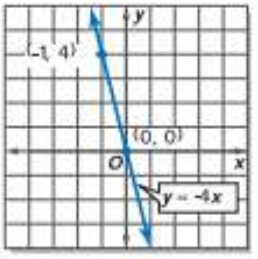
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها. مراعاة الدقة.

1 معادلات التغير الطردي يوصف **التغير الطردي** بمعادلة صيغتها $y = kx$، حيث $k \neq 0$. تبين المعادلة $y = kx$ معدل تغير ثابتًا. و k هو **ثابت التغير**. ويُطلق عليه أيضًا **ثابت التناسب**.

مثال 1 الميل وثابت التغير

عين ثابت التغير لكل معادلة. ثم جد الميل للمستقيم المار بكل زوج من النقاط.

a.



ثابت التغير هو -4

صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

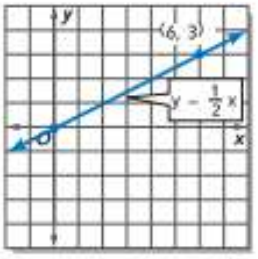
$(x_1, y_1) = (0, 0)$
$(x_2, y_2) = (-1, 4)$

$= \frac{4 - 0}{-1 - 0}$

$= \frac{1}{2}$

الميل هو -4

b.



ثابت التناسب هو $\frac{1}{2}$

صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$(x_1, y_1) = (0, 0)$
$(x_2, y_2) = (6, 3)$

$= \frac{3 - 0}{6 - 0}$

$= -4$

الميل هو $\frac{1}{2}$

تمرين موجّه

1A. عيّن ثابت التغير للمعادلة $y = \frac{1}{4}x$ ثم جد ميل المستقيم المار بـ (0, 0) و (4, 1). نقطتان على المستقيم

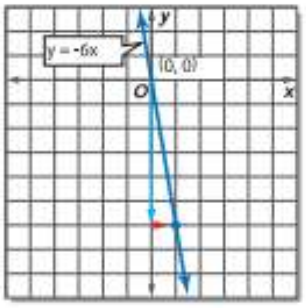
1B. عيّن ثابت التغير للمعادلة $y = -2x$. ثم جد ميل المستقيم المار بـ (0, 0) و (1، −2). نقطتان على المستقيم.

ميل التمثيل البياني للمعادلة $y = kx$ هو k. بما أن $k(0) = 0$. فالتمثيل البياني للمعادلة $y = kx$ يمر دائمًا بنقطة الأصل. لذلك، التقاطعان مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y قيمتهما صفر.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 تمثيل التغير الطردي بيانيًا

مثّل بيانيًا $y = -6x$.



الخطوة 1 اكتب الميل في صورة نسبة.

$$-6 = \frac{-6}{1} \quad \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$$

الخطوة 2 مثّل النقطة (0, 0) بيانيًا.

الخطوة 3 من النقطة (0, 0)، تحرك لأسفل 6 وحدات ووحدة واحدة إلى اليمين. ارسم نقطة.

الخطوة 4 ارسم مستقيمًا يحتوي النقاط.

نصيحة دراسية

ثابت التغير سيتجه أي مستقيم له ثابت تغير موجب لأعلى من اليسار إلى اليمين. وسيتجه أي مستقيم له ثابت تغير سالب لأسفل من اليسار إلى اليمين.

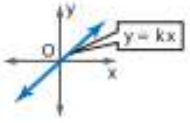
تمرين موجّه

2A. $y = 6x$ **2B.** $y = \frac{2}{3}x$ **2C.** $y = -5x$ **2D.** $y = -\frac{3}{4}x$

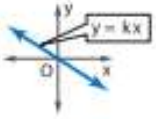
تتشارك التمثيلات البيانية لجميع معادلات التغير الطردي في بعض الخصائص العامة.

ملخص المفهوم التمثيلات البيانية للتغير الطردي

- معادلات التغير الطردي تكون بالصيغة $y = kx$، حيث $k \neq 0$.
- التمثيل البياني $y = kx$ دائمًا ما يمر بنقطة الأصل.
- يكون الميل موجبًا إذا كان $k > 0$.



- يكون الميل سالبًا إذا كان $k < 0$.



إذا كانت العلاقة بين قيم y و x يمكن وصفها بمعادلة تغير طردي، عندئذ نقول إن y يتغير طرديًا مع x.

مثال 3 كتابة معادلة تغير طردي وحلها

بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x، و $y = 72$ عندما $x = 8$.

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y.

$y = kx$	صيغة التغير الطردي
$72 = k(8)$	عوّض 72 محل y و 8 محل x.
$9 = k$	اقسم كل طرف على 8.

لذا، تصبح معادلة التغير الطردي هي $y = 9x$.

b. استخدم معادلة التغير الطردي لإيجاد x عندما $y = 63$.

$y = 9x$	صيغة التغير الطردي
$63 = 9x$	عوّض 63 محل y
$7 = x$	اقسم كل طرف على 9

لذا، $x = 7$ عندما $y = 63$.

تمرين موجّه

3. بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x، و $y = 98$ عندما $x = 14$. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم جد y عندما $x = -4$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 مسائل التغير الطردي

أحد أكثر تطبيقات التغير الطردي شيوعًا هو الصيغة $d = rt$. تتغير المسافة d طرديًا مع الزمن t. والمعدل r هو ثابت التغير.

مثال 4 من الحياة اليومية التقدير باستخدام التغير الطردي

السفر تتغير المسافة التي تقطعها الطائرة النفاثة طرديًا مع عدد الساعات التي تقطعها. قطعت طائرة نفاثة مسافة 3420 km في 6 h.

a. اكتب صيغة تغير طردي للمسافة d التي تم قطعها في الزمن t.

الشرح	المسافة	يساوي	معدل	مضروبًا في	الزمن
المتغير	افترض أن r = المعدل.				
المعادلة	3420	=	r	×	6

حل المعادلة لإيجاد المعدل.

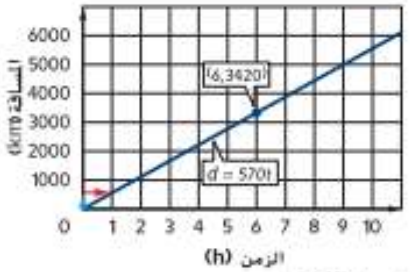
$3420 = r(6)$ المعادلة الأصلية

$\frac{3420}{6} = \frac{r(6)}{6}$ اقسم كل طرف على 6.

$570 = r$ بسّط.

لذلك، تصبح معادلة التغير الطردي هي $d = 570t$. حلقت الطائرة بمعدل 570 km/h.

المسافة المقطوعة جوًا



b. مثّل المعادلة بيانيًا.

التمثيل البياني لـ $d = 570t$ يمر بنقطة الأصل بميل 570.

$m = \frac{570}{1}$ $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

c. قدّر عدد الساعات التي ستستغرقها الطائرة لطيران 6500 km.

$d = 570t$ المعادلة الأصلية

$6500 = 570t$ عوّض 6500 محل d.

$\frac{6500}{570} = \frac{570t}{570}$ اقسم كل طرف على 570.

$t \approx 11.4$ بسّط.

سوف تستغرق الطائرة 11.4 ساعة تقريبًا لطيران 6500 km.

رابط من الحياة اليومية

في عام 2006، نقلت خطوط جوية محلية ما يزيد عن 660 مليون راكب بمتوسط مسافة 724 mi في الرحلة الجوية.

المصدر: إحصائيات مكتب النقل

نصيحة في حل المسائل

الدقة لاحظ أن السؤال يسأل عن تقدير وليس إجابة دقيقة.

تمرين موجّه

4. المناطيد يتغير ارتفاع المنطاد طرديًا مع زمن صعود المنطاد بالدقائق.

A. اكتب تغيرًا طرديًا للمسافة d التي صعدها المنطاد في الزمن t

B. مثّل المعادلة بيانيًا.

C. قدّر عدد الدقائق التي يستغرقها المنطاد لصعود 2100 ft.

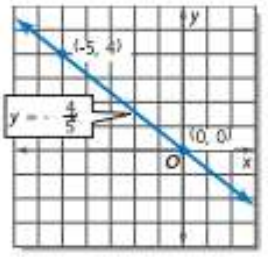
D. كم عدد الدقائق تقريبًا التي يستغرقها المنطاد للصعود 3500 ft؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

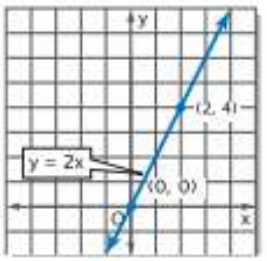
تحقق من فهمك

مثال 1 **عين ثابت التغير لكل معادلة. ثم جد الميل للمستقيم المار بكل زوج من النقاط.**

1.



2.



مثال 2 **مثّل كل معادلة بيانيًا.**

3. $y = -x$ 4. $y = \frac{3}{4}x$ 5. $y = -8x$ 6. $y = -\frac{8}{5}$

مثال 3 **بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x، فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x وy، ثم قم بحلها.**

7. إذا كان $y = 15$ عندما يكون $x = 12$. فجد قيمة y عندما يكون $x = 32$.

8. إذا كان $y = -11$ عندما يكون $x = 6$. فجد قيمة x عندما يكون $y = 44$.

مثال 4 9. **الاستنتاج** أنت وجدت أن عدد الرسائل التي تستلمها على لوحة الرسائل تتغير طرديًا مع عدد الرسائل التي تنشرها. عندما تنشر 5 رسائل، فأنت تستلم 12 رسالة في المقابل.

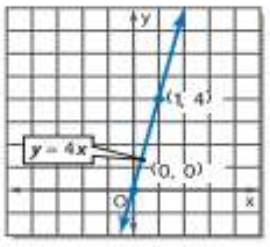
a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين منشوراتك والرسائل المستلمة. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

b. جد عدد الرسائل التي تحتاج إلى نشرها لتستلم 96 رسالة.

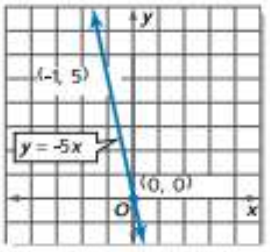
التمرين وحل المسائل

مثال 1 عين ثابت التغير لكل معادلة. ثم جد الميل للمستقيم المار بكل زوج من النقاط.

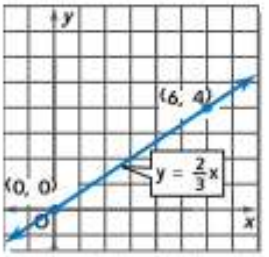
10.



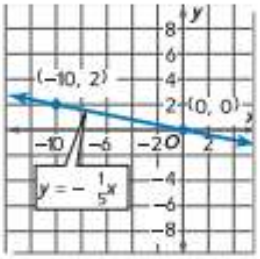
11.



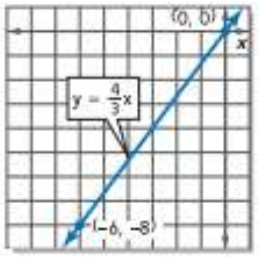
12.



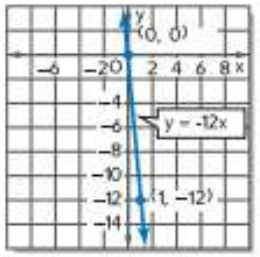
13.



14.



15.



حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 **مثّل كل معادلة بيانيًا.**

16. $y = 10x$ **17.** $y = -7x$ **18.** $y = x$ **19.** $y = \frac{7}{6}x$

20. $y = \frac{1}{6}x$ **21.** $y = \frac{2}{9}x$ **22.** $y = \frac{6}{5}x$ **23.** $y = -\frac{5}{4}x$

مثال 3 **بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم قم بحلها.**

24. إذا كان $y = 6$ عندما $x = 10$. فجد قيمة x عندما $y = 18$.

25 إذا كان $y = 22$ عندما $x = 8$، فجد قيمة y عندما $x = -16$.

26. إذا كان $y = 4\frac{1}{4}$ عندما $x = \frac{3}{4}$. فجد y عندما $x = 4\frac{1}{2}$.

27. إذا كان $y = 12$ عندما $x = \frac{6}{7}$. فجد قيمة x عندما $y = 16$.

مثال 4 **28. الرياضة** المسافة التي تقطعها كرة الجولف بارتفاع 7000 ft تتغير طرديًا مع المسافة التي تقطعها الكرة عند مستوى البحر كما هو موضح.

ضرب كرة الجولف		
الارتفاع (ft)	0 (مستوى البحر)	7,000
المسافة (yd)	200	210

a. اكتب معادلة تربط بين المسافة التي تقطعها كرة الجولف بارتفاع 7000 ft y والمسافة التي تقطعها عند مستوى البحر x. ثم مثّلها بيانيًا.

b. ماذا سيكون متوسط مسافة القيادة التي يقطعها شخص عند ارتفاع 7000 ft إذا كان متوسط مسافة قيادته عند مستوى البحر 180 yd؟

29. المعرفة المالية الانخفاض في السعر هو انخفاض في قيمة السيارة خلال مدة من الزمن. يبين الجدول أدناه قيم سيارة بمتوسط انخفاض سعر.

عمر السيارة (بالأعوام)	1	2	3	4	5
القيمة (AED)	120,000	102,000	84,000	66,000	48,000

a. اكتب معادلة تربط بين عمر x للسيارة وقيمة y التي فقدتها بعد كل عام.

b. جد عمر السيارة إذا كانت قيمتها 30000 AED.

بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم قم بحلها.

30. إذا كان $y = 3.2$ عندما $x = 1.6$. فجد y عندما $x = 19$.

31. إذا كان $y = 15$ عندما $x = \frac{3}{4}$. فجد x عندما $y = 25$.

32. إذا كان $y = 4.5$ عندما $x = 2.5$. فجد y عندما $x = 12$.

33. إذا كان $y = -6$ عندما $x = 1.6$. فجد y عندما $x = 8$.

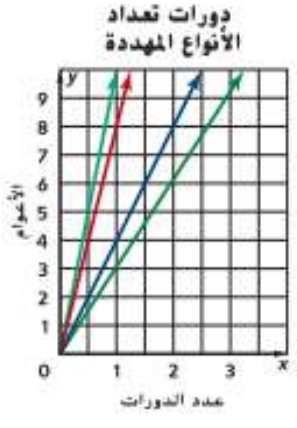
الاستنتاج المنطقي **تشهد أنواع معينة مهددة بالانقراض دورات في تعدادها كما يظهر في التمثيل البياني على اليسار. صل كل حيوان أدناه بأحد الخطوط الملونة في التمثيل البياني.**

34. الدجاج البري الأحمر. 8 أعوام في الدورة

35. فأر الحقل. 3 أعوام في الدورة

36. اللاموس. 4 أعوام في الدورة

37. الوشق. 10 أعوام في الدورة



McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

في التمرينات 40–38، اكتب معادلة تغير طردي مرتبطة بالمتغيرات، ومثّلها بيانيًا.

38. علوم الفيزياء وزن W جسم ما يبلغ $9.8\ m/s^2$ مضروبًا في كتلة الجسم m.

39. الأناشيد يتم تنزيل الأناشيد بسعر AED 0.99 للنشيد. إجمالي تكلفة d الأناشيد هو T.

40. الهندسة محيط دائرة C يساوي تقريبًا 3.14 مضروبًا في قطرها d.

41. التمثيلات المتعددة في هذه المسألة، ستتحرى عن مجموعة دوال التغير الطردي.

a. **التمثيل البياني** مثّل بيانيًا $y = x$، $y = 3x$، و $y = 5x$ على المستوى الإحداثي نفسه.

b. **جبري** صف العلاقة بين ثابت التغير، وميل المستقيم، ومعدل تغير التمثيل البياني.

c. **لفظي** قم ببناء فرضية عن كيفية تحديد أي من معادلتي التغير الطردي لها تمثيل بياني أكثر انحدارًا دون تمثيلهما بيانيًا.

42. السفر تم إعداد مقياس رسم لخريطة نورث كارولينا بحيث تمثل كل 3 بوصات على الخريطة 93 mi. كم تبعد رالي عن شارلوت إذا كان يفرقهما 1.8 in على الخريطة؟

43. الإنترنت سوف تصمم إحدى الشركات موقعًا لشركتك على الإنترنت وتعمل على صيانته مقابل AED 9.95 شهريًا. اكتب معادلة تغير طردي لإيجاد إجمالي التكلفة C نظير الاحتفاظ بهذا الموقع لمدة n أشهر.

44. البيسبول قبل المباراة الأولى لهم، قام طالب المرحلة الثانوية، محمد راشد، بتدفئة جميع مقاعد ملعب دوري صغير جديد والتي يبلغ عددها 5200 مقعد، عن طريق الجلوس على كل مقعد. وبدأ القيام بهذا الساعة 11:50 ص. وانتهى حوالي 3 م.

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين عدد المقاعد والفترة الزمنية. ما دلالة ثابت التغير في هذا الموقف؟

b. كم العدد التقريبي للمقاعد التي كان قد جلس عليها محمد بالساعة 1:00 م.؟

c. ما المدة التي تتوقع أن يستغرقها محمد للجلوس على جميع المقاعد في ملعب دوري كبير تزيد مقاعده عن 40000 مقعد؟

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

45. أي مما يلي لا ينتمي؟ حدد المعادلة التي لا تنتمي. اشرح.

$rt = 9$	$9a = 0$	$z = \frac{1}{9}x$	$w = \frac{9}{t}$

46. التبرير ما العلاقة التي تربط ثابت التغير والميل في معادلة التغير الطردي؟ اشرح استنتاجك.

47. **مسألة غير محددة الإجابة** مثّل موقفًا من الحياة اليومية باستخدام معادلة تغير طردي. مثّل المعادلة بيانيًا. وصف معدل التغير.

48. **التركيب** بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. إذا تضاعفت قيمة x، فإن قيمة y تتضاعف أيضًا دائمًا أم أحيانًا أم لا تتضاعف أبدًا . اشرح استنتاجك.

49. **تحليل الخطأ** يقول بدر أن الميل بين أي نقطتين على التمثيل البياني لمعادلة تغير طردي $y = kx$ هو $\frac{1}{k}$. ويقول حسان أن الميل يعتمد على النقاط المختارة. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح.

50. **الكتابة في الرياضيات** كيف يمكنك التعرف على التمثيل البياني لمعادلة تغير طردي؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

51. تدفع عبير AED 1.19 لتنزيل نشيد واحد إلى مشغل الوسائط الرقمي الخاص بها. فإذا كان n هو عدد الأناشيد التي تم تنزيلها. فأي معادلة تمثل التكلفة C بالدراهم الإماراتية؟

A $C = 1.19n$

B $n = 1.19C$

C $C = 1.19 \div n$

D $C = n + 1.19$

52. بافتراض أن y يتغير طردياً مع x. و $y = 8$ عندما $x = 6$. ما قيمة y عندما $x = 8$؟

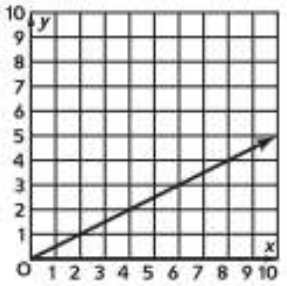
F 6

G 12

H $10\frac{2}{3}$

J 16

53. ما العلاقة بين المدخل (x) والمخرج (y)؟



A المخرج أكثر من المدخل باثنين.

B المخرج أقل من المدخل باثنين.

C المخرج ضعف المدخل.

D المخرج نصف المدخل.

54. إجابة قصيرة تتقاضى شركة هواتف AED 40 نظير قيمة الاشتراك الشهري بالإضافة إلى AED 0.07 لكل دقيقة. فكم سيدفع عميل تكلفة شهر من الخدمة إذا تحدث 200 دقيقة؟

مراجعة شاملة

55. التلفزيون يعرض التمثيل البياني متوسط عدد القنوات التلفزيونية التي تستقبلها الأسر الإماراتية. فماذا كان معدل التغير السنوي من 2004 إلى 2008؟ فسّر دلالة معدل التغير. (الدرس 3-3)

حُـلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني. (الدرس 2-3)

56. $0 = 18 - 9x$

57. $2x + 14 = 0$

58. $-4x + 16 = 0$

59. $-5x - 20 = 0$

60. $8x - 24 = 0$

61. $12x - 144 = 0$

جـد قيمة كل تعبير إذا كان $a = 4$, $b = -2$، و $c = -4$. (الدرس 2-5)

62. $|2a + c| + 1$

63. $4a - |3b + 2|$

64. $-|a + 1| + |3c|$

65. $-a + |2 - a|$

66. $|c - 2b| - 3$

67. $-2|3b - 8|$

مراجعة المهارات

جـد فرق كل مما يلي.

68. $13 - (-1)$

69. $4 - 16$

70. $-3 - 3$

71. $-8 - (-2)$

72. $16 - (-10)$

73. $-8 - 4$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

3-5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

السابق	الحالي	لماذا؟
• حددت الدوال الخطية.	1 التعرف على المتتاليات الحسابية. 2 ربط المتتاليات الحسابية بالدوال الخطية.	• خلال سباق التجديف لمسافة 2000 m، سجل مدرب فريق التجديف الزمن الذي استغرقه الفريق في عدة فترات زمنية منفصلة. • عند مسافة 400 m، استغرق الفريق دقيقة واحدة و32 ثانية. • عند مسافة 800 m، استغرق الفريق 3 دقائق و4 ثوان. • عند مسافة 1,200 m، استغرق الفريق 4 دقائق و36 ثانية. • عند مسافة 1,600 m، استغرق الفريق 6 دقائق و8 ثوان. وقد أكملوا السباق في غضون 7 دقائق و40 ثانية.

مفردات جديدة

متتالية	sequence
حدود المتتالية	terms of the sequence
متتالية حسابية	arithmetic sequence
الفرق المشترك	common difference

ممارسات في الرياضيات
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 فهم المتتاليات الحسابية

يمكنك ربط نمط الزمن الذي استغرقه الفريق بدوال خطية.

المتتالية هي مجموعة أعداد، تسمى **حدود المتتالية**. لها ترتيب معيّن. ابحث عن نمط في المعطيات الخاصة بفريق التجديف النسائي. ارسم جدولاً لتحليل البيانات.

المسافة (m)	400	800	1200	1600	2000
الزمن (min : sec)	1:32	3:04	4:36	6:08	7:40

+ 1:32 + 1:32 + 1:32 + 1:32

بما أن المسافة تزداد في فترات زمنية منتظمة، فإن الزمن يزداد بمقدار دقيقة واحدة و32 ثانية. وبما أن الفرق بين الحدود المتتالية ثابت، فإنه يطلق عليها **متتالية حسابية**. الفرق بين الحدود يسمى **الفرق المشترك** d.

مفهوم أساسي المتتالية الحسابية

الشرح المتتالية الحسابية هي نمط عددي يزيد أو يقل بمعدل ثابت يسمى بالفرق المشترك.

أمثلة 3, 5, 7, 9, 11, . . . 33, 29, 25, 21, 17, . . .

+2 +2 +2 +2 −4 −4 −4 −4

$d = 2$ $d = -4$

النقاط الثلاثة المستخدمة بعد العدد الأخير تشير إلى أن المتتالية غير منتهية أو للدلالة على وجود المزيد من الحدود في المتتالية لم يتم ذكرها.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 تحديد المتتاليات الحسابية

حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. اشرح.

a. $-4, -2, 0, 2, \ldots$

$-4 \quad -2 \quad 0 \quad 2$

$+2 \quad +2 \quad +2$

الفرق بين الحدود في المتتالية ثابت. وبالتالي، فإن هذه المتتالية حسابية.

b. $\frac{1}{2}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{13}{16}, \ldots$

$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{13}{16}$

$+\frac{1}{8} \quad +\frac{1}{8} \quad +\frac{1}{16}$

هذه ليست متتالية حسابية. لأن الفرق بين الحدود ليس ثابتًا.

تمرين موجه

1A. $-26, -22, -18, -14, \ldots$

1B. $1, 4, 9, 25, \ldots$

يمكنك استخدام الفرق المشترك لمتتالية حسابية لإيجاد الحد التالي.

مثال 2 إيجاد الحد التالي

جـد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الحسابية $\ldots -3, 3, 9, 15$.

الخطوة 1 أضف -6 إلى الحد الأخير للمتتالية لإيجاد الحد التالي.

$15 \quad 9 \quad 3 \quad -3$

الفرق المشترك هو -6

الخطوة 2 جـد الفرق المشترك بطرح الحدود المتتابعة.

$-3 \quad -9 \quad -15 \quad -21$

$-6 \quad -6 \quad -6$

الحدود الثلاثة التالية في المتتالية هي $-9, -15, -21$

$-6 \quad -6 \quad -6$

تمرين موجه

2. جـد الحدود الأربعة التالية للمتتالية الحسابية $9.5, 11.0, 12.5, 14.0, \ldots$

نصيحة دراسية

الانتظام لاحظ الانتظام في طريقة تغيير التعابير فيما يخص a_1 و d مع كل حد في المتتالية.

يمكن التعبير عن كل حد في المتتالية الحسابية بدلالة الحد الأول a_1 والفرق المشترك d.

الحد	الرمز	فيما يتعلق بالرمز a_1 و d	الأعداد
الحد الأول	a_1	a_1	8
الحد الثاني	a_2	$a_1 + d$	$8 + 1(3) = 11$
الحد الثالث	a_3	$a_1 + 2d$	$8 + 2(3) = 14$
الحد الرابع	a_4	$a_1 + 3d$	$8 + 3(3) = 17$
⋮	⋮	⋮	⋮
الحد n	a_n	$a_1 + (n-1)d$	$8 + (n-1)(3)$

مفهوم أساسي الحد n للمتتالية الحسابية

يتم إيجاد الحد n للمتتالية الحسابية باستخدام الحد الأول a_1 والفرق المشترك d بواسطة $a_n = a_1 + (n-1)d$. حيث n هو عدد صحيح.

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

مثال 3 إيجاد الحد n

اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية 0، −4، −8، −12، ...

الخطوة 1 جـد الفرق المشترك.

−12 −8 −4 0

+4 +4 +4

الفرق المشترك هو 4.

الخطوة 2 اكتب معادلة.

$a_n = a_1 + (n-1)d$	الصيغة الخاصة بالحد n
$= -12 + (n-1)4$	$a_1 = -12$ و $d = 4$
$= -12 + 4n - 4$	خاصية التوزيع
$= 4n - 16$	بسّط

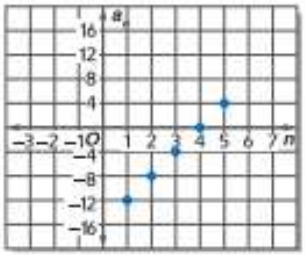
b. جـد الحد التاسع للمتتالية.

عوض بالرقم 9 عن n في الصيغة الخاصة بالحد n.

$a_n = 4n - 16$	الصيغة الخاصة بالحد n
$a_9 = 4(9) - 16$	$n = 9$
$a_9 = 36 - 16$	اضرب
$a_9 = 20$	بسّط

c- ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.

n	$4n - 16$	a_n	(n, a_n)
1	4(1) − 16	−12	(1, −12)
2	4(2) − 16	−8	(2, −8)
3	4(3) − 16	−4	(3, −4)
4	4(4) − 16	0	(4, 0)
5	4(5) − 16	4	(5, 4)



d- أي حدود المتتالية هو 32؟

في الصيغة الخاصة بالحد n، عوض بالعدد 32 عن a_n.

$a_n = 4n - 16$	الصيغة الخاصة بالحد n
$32 = 4n - 16$	$a_n = 32$
$32 + 16 = 4n - 16 + 16$	اجمع 16 على كل طرف
$48 = 4n$	بسّط
$12 = n$	اقسم كل طرف على 4

نصيحة دراسية

الحدود النونية بما أن n يمثل عدد الحد، فإن المدخلات الخاصة بـ n هي الأعداد الصحيحة الموجبة.

تمرين موجّه

ادرس المتتالية الرياضية ... ,36−, 23−, 10−, 3 .

3A. اكتب معادلة للحد n للمتتالية.

3B. جـد الحد الخامس عشر في المتتالية.

3C. ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.

3D. أي حدود المتتالية هو 114−؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 المتتاليات الحسابية والدوال كما ترى في المثال 3، يقع التمثيل البياني للحدود الخمسة الأولى للمتتالية الحسابية على مستقيم. المتتالية الحسابية هي دالة خطية يكون فيها n هو المتغير المستقل، بينما an هو المتغير التابع و d هو الميل. يمكن إعادة كتابة الصيغة في صورة الدالة $f(n) = (n - 1)d + a_1$: حيث n هو عدد من أعداد الحساب.

في حين أن مجال معظم الدوال الخطية جميعها أعداد حقيقية، إلا أن مجال الدالة في المثال 3 هو مجموعة أعداد طبيعية ومدى الدالة هو مجموعة الأعداد الصحيحة على خط الأعداد.

مثال 4 من الحياة اليومية المتتاليات الحسابية على شكل دوال

دعوات ترسل عائشة دعوات بريدية لحضور حفل افتتاح معرض الأزياء الذي أقامته. المتتالية الحسابية هي AED 0.42 وAED 0.84 وAED 1.26 وAED 1.68 تمثل تكلفة الطوابع.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية.

الحد الأول، a_1، هو 0.42. جـد الفرق المشترك.

0.42 0.84 1.26 1.68

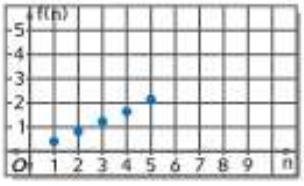
+0.42 +0.42 +0.42

الفرق المشترك هو 0.42.

$a_n = a_1 + (n - 1)d$	صيغة الخاص بالحد n
$= 0.42 + (n - 1)0.42$	$a_1 = 0.42$ و $d = 0.42$
$= 0.42 + 0.42n - 0.42$	خاصية التوزيع
$= 0.42n$	بسّط

الدالة هي $f(n) = 0.42n$.

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال.



n	$f(n)$
1	0.42
2	0.84
3	1.26
4	1.68
5	2.10

مجال الدالة هو عدد الدعوات التي ترسلها عائشة. إذًا، المجال هو {... 1, 2, 3,}.

تمرين موجّه

4. المسار يوضح الجدول أدناه طول وثبات رياضة الوثب الطويل التي يؤديها خالد.

الوثبة	1	2	3	4
الطول (ft)	8	9.5	11	12.5

A. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية الحسابية.

B. بعد ذلك، مثّل الدالة بيانيًا.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تحقق من فهمك

مثال 1 **حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.**

1. 18, 16, 15, 13, ...
2. 4, 9, 14, 19, ...

مثال 2 **جـد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.**

3. 12, 9, 6, 3, ...
4. −2, 2, 6, 10, ...

مثال 3 **اكتب معادلة للحد n لكل متتالية حسابية. ثم ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى للمتتالية.**

5. 15, 13, 11, 9, ...
6. −1, −0.5, 0, 0.5, ...

مثال 4

7. **المدخرات** لدى هالة AED 525 في حساب التوفير. وبعد شهر واحد أصبح لديها AED 580 في حسابها. وفي الشهر التالي أصبح الرصيد AED 635. وبعد الشهر الثالث أصبح الرصيد AED 690. اكتب دالة لتمثيل المتتالية الحسابية. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **حدد هل كل متتالية تمثّل متتالية حسابية أم لا. اكتب نعم أو لا. اشرح.**

8. −3, 1, 5, 9, ...
9. $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{16}, \ldots$
10. −10, −7, −4, 1, ...
11. −12.3, −9.7, −7.1, −4.5, ...

مثال 2 **جـد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.**

12. 0.02, 1.08, 2.14, 3.2, ...
13. 6, 12, 18, 24, ...
14. 21, 19, 17, 15, ...
15. $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \ldots$
16. $2\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}, 3, 3\frac{1}{3}, \ldots$
17. $\frac{7}{12}, 1\frac{1}{3}, 2\frac{1}{12}, 2\frac{5}{6}, \ldots$

مثال 3 **اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية. ثم ارسم تمثيلاً بيانيًا للحدود الخمسة الأولى في المتتالية.**

18. −3, −8, −13, −18, ...
19. −2, 3, 8, 13, ...
20. −11, −15, −19, −23, ...
21. −0.75, −0.5, −0.25, 0, ...

مثال 4

22. **المتنزهات الترفيهية** أمضت خديجة وصديقاتها يومًا في إحدى المتنزهات الترفيهية. في الساعة الأولى، ركبن لعبتين. وبعد ساعتين، ركبن 4 ألعاب. ثم ركبن 6 ألعاب بعد 3 ساعات.

a. اكتب دالة لتمثيل المتتالية الحسابية.

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال.

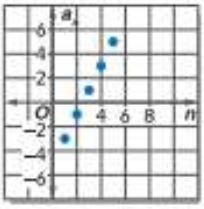
23. **استخدام النماذج** يوضح الجدول مقدار ما يتقاضاه ماجد من وظيفة مشرف مخزن الألواح الخشبية.

طول قطع ألواح خشبية مقاس 4×2 بالقدم الخطية	10	20	30	40	50	60	70
المبلغ المدفوع في العمولة (AED)	8	16	24	32	40	48	56

a. اكتب دالة لتمثيل عمولة ماجد.

b. مثّل الدالة بيانيًا وحدد المجال.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education



24. التمثيل البياني هو تمثيل لمتتالية حسابية.

a. اذكر الحدود الخمسة الأولى.

b. اكتب الصيغة الخاصة بالحد n.

c. اكتب الدالة.

25. **الجرائد** تتقاضى إحدى الجرائد المحلية الرسوم بحسب عدد الكلمات الموجودة في الإعلان. اكتب دالة لتمثيل تكاليف الإعلان.

26. الحد الرابع للمتتالية الحسابية هو 8. إذا كان الفرق المشترك يساوي 2. فما هو الحد الأول؟

27. الفرق المشترك للمتتالية الحسابية يساوي 5−. إذا كان a_{12} يساوي 22. فما هي قيمة a_1؟

28. الحدود الأربعة الأولى للمتتالية الحسابية هي 4, 12, 20, 28. أي حدود المتتالية هو 36−؟

29. **السيارات** قراءة عداد المسافة في سيارة جمال هي 24,521 km. فإذا كان جمال يقود مسافة 45 km يوميًا. فكم ستبلغ قراءة العداد في 25 يومًا؟

30. **الكتب السنوية** يعمل فريق عمل الكتب السنوية على تفريغ صندوق الكتب السنوية للمدرسة. تمثل المتتالية الحسابية ...248, 259, 270, 281 إجمالي وزن الصندوق بالأوقية كلما تم إخراج كتاب من الصندوق.

a. اكتب دالة لتمثيل هذه المتتالية.

b. حدد وزن كل كتاب.

c. إذا بلغ وزن الصندوق 11 أونصة على الأقل وهو فارغ و292 وهو ممتلئ. فكم عدد الكتب التي كانت في الصندوق؟

31. **الرياضة** للتدريب لسباق الماراثون كيلومتر، تخطط نسرين للركض مسافة 3 km يوميًا في الأسبوع الأول ثم زيادة المسافة اليومية بنحو نصف كيلومتر في كل أسبوع من الأسابيع التالية.

a. اكتب معادلة لتمثيل الحد n للمتتالية.

b. في حالة استمرار النمط. ففي أي أسبوع ستركض 10 km في اليوم الواحد؟

c. هل من المعقول التفكير أن هذا النمط سيستمر إلى ما لا نهاية؟ اشرح.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

32. **مسألة غير محددة الإجابة** ابتكر متتالية حسابية ذات فرق مشترك مقداره 10−

33. **المثابرة في حل المسائل** جد قيمة x التي تجعل $x + 8, 4x + 6$ و3x أول ثلاثة حدود للمتتالية الحسابية.

34. **الاستنتاج** قارن وبيّن الفرق بين مجال ومدى الدوال الخطية الموصوفة بواسطة $Ax + By = C$ and $a_n = a_1 + (n - 1)d$.

35. **مسألة تحفيزية** حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. اكتب نعم أو لا. اشرح. إذا كانت الإجابة نعم. فجد الفرق المشترك والحدود الثلاثة التالية.

a. $2x + 1, 3x + 1, 4x + 1 \ldots$ b. $2x, 4x, 8x, \ldots$

36. **الكتابة في الرياضيات** ما أوجه الشبه أو الاختلاف بين الرسومات البيانية للمتتاليات الحسابية والدوال الخطية؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبار المعياري

37. إجابة موزعة يقدر سكان مدينة بحوالي 35,000 نسمة. ويزداد عدد السكان سنويًا بنحو 400 نسمة. يمكن تمثيل هذه الزيادة بواسطة الدالة التالية، حيث تمثل n عدد السنوات من الآن، بينما تمثل p عدد السكان.

$$p = 35{,}000 + 400n$$

في أي عدد من الأعوام سيصل عدد سكان المدينة إلى 38200 نسمة تقريبًا؟

38. ما العلاقة التي تشكّل دالة؟

A $\{(-5, 6), (4, -3), (2, -1), (4, 2)\}$

B $\{(3, -1), (3, -5), (3, 4), (3, 6)\}$

C $\{(-2, 3), (0, 3), (-2, -1), (-1, 2)\}$

D $\{(-5, 6), (4, -3), (2, -1), (0, 2)\}$

39. اكتب الصيغة الخاصة بالحد n للمتتالية الحسابية.

$$-7, -4, -1, 2, \ldots$$

F $a_n = 3n - 4$

G $a_n = -7n + 10$

H $a_n = 3n - 10$

J $a_n = -7n + 4$

40. الإحصاء استلم الفصل درجات اختبار ACT التالية. ما الفرق بين المتوسط والمنوال في الدرجات؟

18, 26, 20, 30, 25, 21, 32, 19, 22, 29, 29, 27, 24

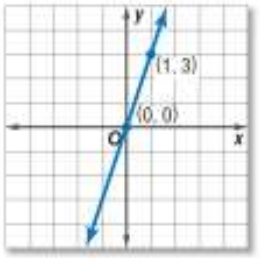
A 1 C 3

B 2 D 4

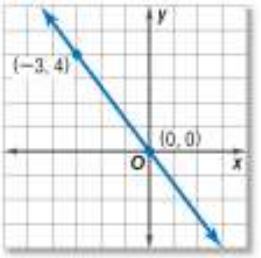
مراجعة شاملة

عيّن ثابت التغير لكل تغير طردي. ثم جـد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. (الدرس 3-4)

41.



42.



جـد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط. (الدرس 3-3)

43. $(5, 3), (-2, 6)$

44. $(9, 2), (-3, -1)$

45. $(2, 8), (-2, -4)$

حُـلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من إجابتك. (الدرس 2-3)

46. $5x + 7 = -8$

47. $8 = 2 + 3n$

48. $12 = \frac{c - 6}{2}$

49. الرياضات أكثر الألعاب الرياضية شيوعًا في مدرسة البنات الثانوية هي كرة السلة والبيسبول. اكتب معادلة واستخدمها لإيجاد الفرق بين عدد الفتيات اللاتي يلعبن كرة السلة وعدد الفتيات اللاتي يلعبن كرة البيسبول. (الدرس 1-2)

كرة السلة
453,000 فتاة

كرة البيسبول
369,000 فتاة

مراجعة المهارات

مثّـل كل نقطة بيانيًا على نفس المستوى الإحداثي.

50. $A(2, 5)$

51. $B(-2, 1)$

52. $C(-3, -1)$

53. $D(0, 4)$

54. $F(5, -3)$

55. $G(-5, 0)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مختبر الجبر
التبرير الاستقرائي والاستنتاجي

ممارسات في الرياضيات
بناء فرضيات مبنية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

إذا كان خالد يشعر بوعكة صحية، فربما يذهب لزيارة الطبيب. سيطرح عليه الطبيب أسئلة حول ما يشعر به. ومن المحتمل أن يجري بعض الاختبارات الأخرى. وبناءً على أعراضه، يستطيع الطبيب تشخيص مرض خالد. وهذا يُعد مثالاً "للتبرير الاستقرائي". **التبرير الاستقرائي** يستخدم لاستخلاص قاعدة عامة بعد ملاحظة عدة أحداث.

لاستخدام الاستدلال الاستقرائي:

الخطوة 1 لاحظ عدة أمثلة.

الخطوة 2 ابحث عن نمط.

الخطوة 3 قم بتكوين فرضية.

الخطوة 4 قم بالتحقق من الفرضية.

الخطوة 5 استكشف النتيجة المرجحة.

باستخدام **التبرير الاستنتاجي**، تتوصل إلى نتيجة عن طريق قبول الحقائق. نتائج الاختبارات التي طلبها الطبيب قد تدعم التشخيص الأصلي أو تؤدي إلى استنتاج مختلف. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستنتاجي". حيث لا توجد فرضية متضمنة. فكّر في العبارتين أدناه.

1) إذا كان اختبار البكتيريا العقدية إيجابيًا، فهذا معناه أن المريض يعاني من التهاب الحلق.

2) كانت نتيجة اختبار البكتيريا العقدية الذي أجري على خالد إيجابية.

إذا تم قبول هاتين العبارتين بوصفهما حقيقتين، فإن الاستنتاج الواضح هو إصابة خالد بيكتيريا الحلق. وهذا يُعد مثالاً "للاستدلال الاستنتاجي".

تمرينات

1. وضح الفارق بين الاستدلال الاستقرائي والاستنتاجي. ثم أعطِ مثالاً لكل منهما.

2. عندما يستنتج المحقّق طول قامة المشتبه به من المسافة التي بين آثار الأقدام، فما نوع الاستدلال الذي يستخدمه؟ اشرح.

3. عند دراسة عدد متناهٍ من الحدود في متتالية من الأعداد وتقرر أنه متتالية حسابية، فما نوع الاستدلال الذي تستخدمه؟ اشرح.

4. لنفترض أنك قد وجدت الفارق المشترك لمتتالية حسابية بناءً على تحليل عدد متناهٍ من الحدود. فما نوع الاستدلال الذي تستخدمه لإيجاد الحد رقم 100 في المتتالية؟

5. **المثابرة**

3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9
3	9	27						

a. انسخ الجدول ثم أكمله.

b. اكتب متتالية الأعداد ممثلًا الأعداد في خانة الآحاد.

c. جد العدد الموجود في منزلة الآحاد للقيمة 3^{100}. اشرح استنتاجك. اذكر نوع استنتاجك الذي استخدمته.

McGraw-Hill Education © محفوظة لصالح مؤسسة

3-6 العلاقات التناسبية وغير التناسبية

·· السابق	·· الحالي	·· لماذا؟
• فهمت المتتاليات الحسابية وقمت بربطها بالدوال الخطية.	1 • كتابة معادلة لعلاقة تناسبية. 2 كتابة معادلة لعلاقة غير تناسبية.	• تزرع فاطمة مسطحات من الزهور. ويوضح الجدول عدد الزهور التي زرعتها ومقدار الفترة التي عملتها في الحديقة.

عدد الزهور المزروعة (p)	1	6	12	18
عدد دقائق العمل (t)	5	30	60	90

العلاقة بين الزهور المزروعة والفترة التي عملتها فاطمة بالدقائق يمكن تمثيلها بيانيًا. لنفترض أن p تمثل عدد الزهور المزروعة. ولنفترض أيضًا أن t تمثل عدد الدقائق التي عملتها فاطمة.

عند تمثيل الأزواج المرتبة بيانيًا، فإنها تشكل نمطًا خطيًا. ويمكن وصف هذا النمط بواسطة معادلة.

ممارسات في الرياضيات
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.
إيجاد البنية والاستفادة منها.

1 العلاقات التناسبية

إذا كانت العلاقة بين المجال ومدى العلاقة خطية، فمن الممكن وصف العلاقة بمعادلة خطية. إذا كانت المعادلة من الصيغة $y = kx$ فإن العلاقة تكون تناسبية. وفي العلاقة التناسبية، سيمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0). لذا، التغيرات الطردية هي علاقات تناسبية.

المفهوم الأساسي العلاقة التناسبية

الشرح

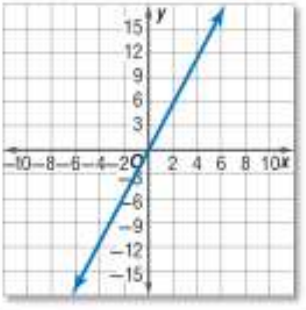
تكون العلاقة تناسبية إذا كانت معادلتها من الصيغة $y = kx, k \neq 0$. حيث يمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0).

مثال

$y = 3x$

x	0	1	2	3	4
y	0	3	6	9	12

تكون نسبة قيمة x إلى قيمة y ثابتة عندما $x \neq 0$.



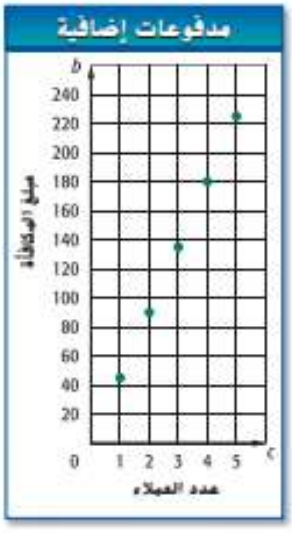
العلاقات التناسبية مفيدة عند تحليل بيانات من الحياة اليومية. ويمكن وصف النمط باستخدام الجدول والتمثيل البياني والمعادلة.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1 من الحياة اليومية العلاقات التناسبية

دفع مكافأة خالد هو مدرب شخصي يعمل في صالة ألعاب رياضية. بالإضافة إلى راتبه، يتلقى مكافأة عن كل عميل يشرف على تدريبه.

عدد العملاء	1	2	3	4	5
دفع المكافأة (AED)	45	90	135	180	225



a. مثّل البيانات بيانيًا. ما الذي يمكنك استنتاجه من النمط حول العلاقة بين عدد العملاء ودفع المكافأة؟

يظهر التمثيل البياني علاقة خطية بين عدد العملاء ودفع المكافأة. يمر التمثيل البياني أيضًا بالنقطة (0, 0) لأنه عندما يشرف خالد على تدريب 0 من العملاء، فإنه لن يتلقى أي مكافأة. لذا فإن العلاقة تناسبية.

b. اكتب معادلة لوصف هذه العلاقة.

ابحث عن نمط يمكن وصفه في معادلة.

عدد العملاء	1	2	3	4	5
دفع المكافأة (AED)	45	90	135	180	225

+1 +1 +1 +1 (فوق)

+45 +45 +45 +45 (تحت)

الفارق بين القيم الخاصة بعدد العملاء c هو 1. الفارق في قيم المكافأة المدفوعة b هي 45. هذا يفترض أن قيمة k هي $\frac{45}{1}$ أو 45. لذا فإن المعادلة هي $b = 45c$. يمكنك التحقق من هذه المعادلة بالتعويض عن القيم بـ c داخل المعادلة.

تحقق إذا كانت $c = 1$، فإن $b = 45(1)$ أو 45. ✓
إذا كانت $c = 5$، فإن $b = 45(5)$ أو 225. ✓

c. استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بمقدار مكافأة خالد في حالة إشرافه على تدريب 8 عملاء.

$b = 45c$ المعادلة الأصلية
$= 45(8)$ أو 360 $c = 8$

سيتلقى خالد مكافأة قدرها AED 360 في حالة إشرافه على تدريب 8 عملاء.

رابط من الحياة اليومية

زاد الارتياد على أندية اللياقة البدنية بشكل مطرد على مدى السنوات الخمس عشرة الماضية. وتتراوح أعمار الأعضاء ما بين 15 إلى 34 عامًا في المتوسط.

المصدر: International Health, Racquet, and Sportsclub Association

نصيحة دراسية

البنية ابحث عن نمط يوضح معدل ثابت للتغير بين الحدود.

تمرين موجه

1. جمعية خيرية يتبرع فريق كرة قدم بالمال إلى إحدى الجمعيات الخيرية المحلية عن كل هدف يحرزه.

عدد الأهداف	1	2	3	4	5
التبرع (AED)	75	150	225	300	375

A. مثّل البيانات بيانيًا. ما الذي يمكنك استنتاجه من النمط حول العلاقة بين عدد الأهداف والمال المتبرع به؟

B. اكتب معادلة لوصف هذه العلاقة.

C. استخدم هذه المعادلة للتنبؤ بمقدار المال الذي سيتم التبرع به مقابل 12 هدف.

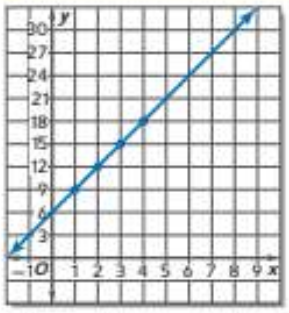
محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

2 العلاقات غير التناسبية

يمكن أن تمثل بعض المعادلات الخطية علاقة غير تناسبية. إذا كانت نسبة قيمة x إلى قيمة y مختلفة للأزواج المرتبة المحددة الموجودة على المستقيم، فإن المعادلة تكون غير تناسبية ولن يمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0).

مثال 2 العلاقات غير التناسبية

اكتب معادلة في صورة رمز دالة للتمثيل البياني.



الفهم طلب منك كتابة معادلة للعلاقة الممثّلة بيانيًا في صورة رمز دالة.

التخطيط جد الفارق بين قيم x والفارق بين قيم y.

الحل حدد نقاطًا من التمثيل البياني وضعها في جدول.

x	1	2	3	4
y	9	12	15	18

+1 +1 +1 (فوق)، +3 +3 +3 (تحت)

لاحظ أن

$\frac{1}{9} \neq \frac{2}{12} \neq \frac{3}{15} \neq \frac{4}{18}$

الفارق بين قيم x هو 1. بينما الفارق بين قيم y هو 3. هذا يقترح أن $y = 3x$ أو $f(x) = 3x$.

إذا كان $x = 1$، إذا $y = 3(1)$ أو 3. لكن قيمة y بالنسبة إلى $x = 1$ هي 9. هيا بنا نجرّب بعض القيم الأخرى لنرى هل يمكننا اكتشاف نمط معين.

x	1	2	3	4
$3x$	3	6	9	12
y	9	12	15	18

y أكبر دائمًا بمقدار 6 عن $3x$.

هذا النمط يوضح أنه ينبغي إضافة 6 إلى أحد طرفي المعادلة. بالتالي، المعادلة هي $y = 3x + 6$ أو $f(x) = 3x + 6$.

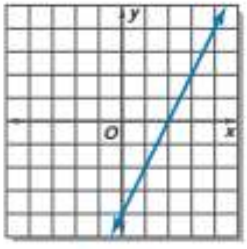
تحقق قارن الأزواج المرتبة في الجدول بالتمثيل البياني. النقاط متوافقة. ✓

نصيحة دراسية

التمثيل البياني للمستقيمات إضافة قيمة إلى طرف واحد بالمعادلة أو طرحها منه $y = ax$ سيتسبب في إزاحة بطول المحور الرأسي y للتمثيل البياني للخط.

تمرين موجه

2. اكتب معادلة في صورة رمز الدالة للعلاقة الموضحة في الجدول.



A.

x	1	2	3	4
y	3	2	1	0

B. اكتب معادلة في صورة رمز الدالة للتمثيل البياني.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **الهندسة الرياضية** يوضح الجدول محيط مربع بأضلاع لها طول محدد.

طول الضلع (in.)	1	2	3	4	5
المحيط (in.)	4	8	12	16	20

a. مثّل البيانات بيانيًا.

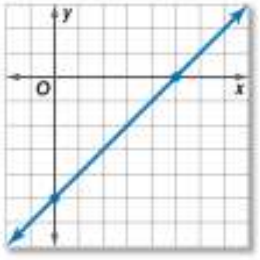
b. اكتب معادلة لوصف العلاقة.

c. ما الاستنتاجات الممكن استخلاصها بخصوص العلاقة بين الضلع والمحيط؟

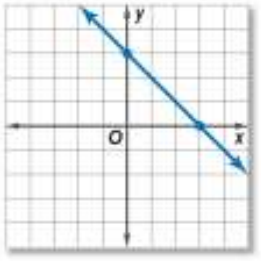
مثال 2

اكتب معادلة في صورة رمز دالة لكل علاقة.

2.



3.



التمرين وحل المسائل

مثال 1

4. **البنية** يوضح الجدول الصفحات المقروءة من كتب مصورة.

الكتب المقروءة	1	2	3	4	5
الصفحات المقروءة	35	70	105	140	175

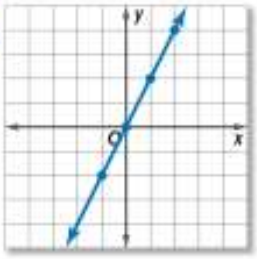
a. مثّل البيانات بيانيًا.

b. اكتب معادلة لوصف العلاقة.

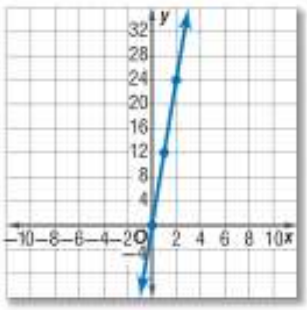
c. جد عدد الصفحات المقروءة في حالة قراءة 8 كتب مصورة.

اكتب معادلة في صورة رمز دالة لكل علاقة.

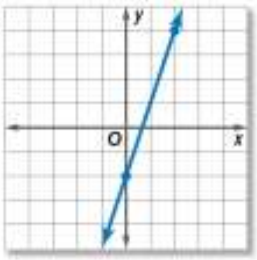
5



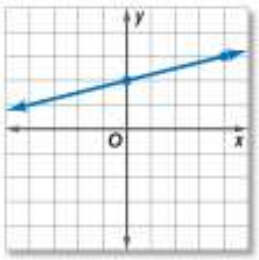
6.



7.



8.



McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

حدد الدالة ذات الصلة لكل متتالية حسابية. ثم حدد ما إذا كانت الدالة تناسبية أم غير تناسبية. اشرح.

9. 0, 3, 6, ...

10. −4, 0, 4, ...

11. البولينج تلعب خديجة البولينج مع صديقاتها. ويوضح الجدول أسعار إيجار زوج من الأحذية وممارسة لعبة البولينج. اكتب معادلة لتمثيل السعر الإجمالي y إذا سددت خديجة تكلفة x من المباريات.

مباريات البولينج الملعوبة	السعر الإجمالي (AED)
2	7.00
4	11.50
6	16.00
8	20.50

12. تساقط الثلوج يوضح الجدول أدناه إجمالي تساقط الثلوج كل ساعة من إحدى العواصف الثلجية في فصل الشتاء.

ساعة	1	2	3	4
حجم تساقط الثلج بالبوصة	1.65	3.30	4.95	6.60

a. اكتب معادلة تناسب البيانات الواردة في الجدول.
b. صف العلاقة بين الساعة وحجم تساقط الثلج بالبوصة.

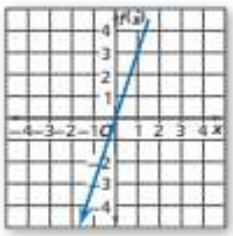
13. جمع التبرعات يريد فريق مدرسة الهجيرة الخيري بيع قمصان في متجر الكتب لهذا العرض الربيعي. ويتم تمثيل تكلفة طلب القمصان بألوان مدرستهم بالدرهم الإماراتي بواسطة المعادلة $C = 2t + 3$.

a. صمم جدولاً بالقيم التي تمثل هذه العلاقة.
b. أعد كتابة المعادلة في صورة رمز دالة.
c. مثّل الدالة بيانيًا.
d. صف العلاقة بين عدد القمصان والتكلفة.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

14. التعليق يعتقد ماجد أن $f(x)$ و $g(x)$ كلاهما تناسبيتان. بينما تعتقد منى أنهما غير تناسبيتين. فأي منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

x	$g(x)$
−2	−7
−1	−4
0	−1
1	2
2	5



15. مسألة غير محددة الإجابة ابتكر متتالية حسابية يكون الحد الأول فيها هو 4. اشرح النمط الذي استخدمته. اكتب معادلة تمثل متتاليتك.

16. مسألة تحفيزية صف كيف يمكن استخدام التبرير الاستقرائي لكتابة معادلة من أحد الأنماط.

17. التبرير **المثال المضاد** هو حالة خاصة توضح أن العبارة خاطئة. اذكر مثالاً مضادًا للعبارة التالية. الدالة ذات الصلة الخاصة بإحدى المتتاليات الحسابية هي دائمًا تناسبية. اشرح استنتاجك.

18. الكتابة في الرياضيات قارن وبيّن الفرق بين العلاقات التناسبية والعلاقات غير التناسبية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

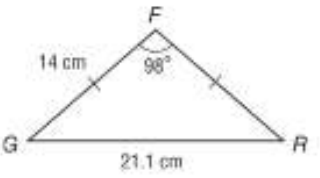
تمرين على الاختبار المعياري

19. ما ميل المستقيم المار بالنقطة (5−، 1.) وله نفس التقاطع مع المحور الرأسي y للمستقيم $2x - y = 9$؟

A -9 C 2

B -7 D 4

20. **إجابة قصيرة** $\triangle FGR$ هو مثلث متساوي الساقين. ما قياس $\angle G$؟



21. يودع علي AED 25 كل أسبوع في حسابه الادخاري من وظيفة الدوام الجزئي. فإذا كان لديه AED 350 في حسابه الادخاري الآن، فكم سيكون رصيده في غضون 12 أسبوعًا؟

F AED 600 H AED 650

G AED 625 J AED 675

22. **الهندسة الرياضية** يريد عمر وعبد الله بناء نظام بكرة عن طريق ربط أحد طرفي الحبل على منزليهم الشجري البالغ طوله 8 ft. وتثبيت الطرف الآخر على الأرض بعيدًا عن قاعدة المنزل الشجري بمسافة 28 ft. ما الطول، إلى أقرب قدم، اللازم للحبل؟

A 26 ft C 28 ft

B 27 ft D 29 ft

مراجعة شاملة

جـد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية. (الدرس 5-3)

23. 3, 13, 23, 33, ...

24. $-2, -1.4, -0.8, -0.2, \ldots$

25. $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, 1, \frac{9}{8}, \ldots$

افترض أن y يتغير طرديًا مثل x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y، ثم قم بحلها. (الدرس 3-4)

26. إذا كان $y = 45$ عندما $x = 9$. فجـد y عندما $x = 7$

27. إذا كان $y = -7$ عندما $x = -1$. فجـد x عندما $y = -84$

28. **علم الوراثة** فرابة $\frac{2}{25}$ من المجتمع الإحصائي الذكوري في العالم لا يستطيعون التمييز بين اللونين الأحمر والأخضر. في حالة وجود 14 ولد في الصف التاسع لا يستطيعون التمييز بين اللونين الأحمر والأخضر، فكم عدد الأولاد في الصف التاسع إجمالاً؟ اكتب معادلة وحلها لمعرفة الإجابة. (الدرس 2-2)

29. **الهندسة الرياضية** V حجم مخروط يساوي ثلث حاصل ضرب π، في مربع نصف قطر r للقاعدة والارتفاع h. (الدرس 1-2)

a. اكتب الصيغة الخاصة بحجم المخروط.

b. جـد حجم المخروط إذا كان r هو 10 cm و h هو 30 cm.

مراجعة المهارات

حُـلّ كل معادلة لإيجاد قيمة y.

30. $3x = y + 7$

31. $2y = 6x - 10$

32. $9y + 2x = 12$

مثّـل كل معادلة بيانيًا.

33. $y = x - 8$

34. $x - y = -4$

35. $2x + 4y = 8$

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

3 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

مفاهيم أساسية

تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا (الدرس 3-1)

- الصيغة القياسية للمعادلة الخطية هي $Ax + By = C$. حيث $A \geq 0$ و A , B ليس كلاهما صفر. و A، B و C هم أعداد صحيحة عاملها المشترك الأكبر هو 1.

حل المعادلات الخطية بواسطة التمثيل البياني (الدرس 3-2)

- قيم x بالنسبة للمعادلة $f(x) = 0$ تُسمى أصفار الدالة f. بقع صفر الدالة عند التقاطع مع المحور الأفقي x من التمثيل البياني للدالة.

معدل التغير الميل (3-3)

إذا كان x متغيرًا مستقلاً و y متغيرًا تابعًا، فإن معدل التغير يساوي

$$\frac{\text{التغير في } y}{\text{التغير في } x}$$

- ميل المستقيم هو نسبة التغير الرأسي إلى التغير الأفقي.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

التغير الطردي (الدرس 3-4)

- يوصف التغير الطردي بمعادلة صيغتها $y = kx$. حيث $k \neq 0$.

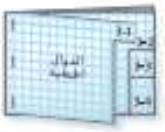
المتتالية الحسابية (الدرس 3-5)

- يتم التعبير عن الحد n a_n لمتتالية حسابية مع الحد الأول a_1 والفارق المشترك d بواسطة $a_n = a_1 + (n - 1)d$. حيث n هو عدد صحيح موجب.

العلاقات التناسبية وغير التناسبية (الدرس 3-6)

- في العلاقة التناسبية، سيمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0).
- وفي العلاقة غير التناسبية، لن يمر التمثيل البياني بالنقطة (0, 0)

محطوياتي خريطة المفاهيم



تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في محطوياتك.

المفردات الأساسية

المتتالية الحسابية arithmetic sequence	**الدالة الخطية** linear function
الفرق المشترك common difference	**معدل التغير** rate of change
الثابت constant	**الجذر** root
ثابت التغير constant of variation	**المتتالية** sequence
التبرير الاستنتاجي deductive reasoning	**الميل** slope
التغير الطردي direct variation	**الصيغة القياسية** standard form
التبرير الاستقرائي inductive reasoning	**حدود المتتالية** terms of the sequence
المعادلة الخطية linear equation	***التقاطع مع المحور الأفقي*** x-intercept
	التقاطع مع المحور الرأسي y-intercept
	صفر الدالة zero of a function

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صواب أم خطأ . إذا كانت خاطئة، فعوّض الكلمة أو العدد الذي تحته خط لجعلها جملة صحيحة.

1. الإحداثي x للنقطة التي يتقاطع عندها التمثيل البياني للمعادلة مع المحور الأفقي x هو التقاطع مع المحور الأفقي x.
2. المعادلة الخطية هي معادلة لإحدى الخطوط.
3. الفرق بين الحدود المتعاقبة لمتتالية حسابية هو ثابت التغير.
4. الصيغة المنتظمة لمعادلة خطية هي $Ax + By = C$.
5. قيم x بالنسبة للمعادلة $f(x) = 0$ تُسمى أصفار الدالة f.
6. يمكن استخدام أي نقطتين على مستقيم غير رأسي لتحديد الميل.
7. ميل المستقيم $y = 5$ هو 5.
8. يمر التمثيل البياني لأي معادلة تغير طردي بالنقطة (0, 1).
9. النسبة التي تصف، في المتوسط، مقدار تغير كمية معينة بالارتباط بالتغير في كمية أخرى هي معدل التغير.
10. في المعادلة الخطية $4x + 3y = 12$، الحد الثابت هو 12.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

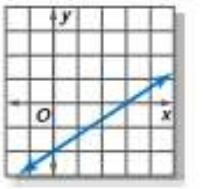
3-1 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

جد التقاطع مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y للتمثيل البياني لكل دالة خطية.

11.

x	y
−8	0
−4	3
0	6
4	9
8	12

12.



مثّل كل معادلة بيانيًا.

13. $y = -x + 2$
14. $x + 5y = 4$
15. $2x - 3y = 6$
16. $5x + 2y = 10$

17. **الصوت** تُقدّر مسافة d انتقال الموجات الصوتية بالكيلومترات عبر المياه بواسطة $d = 1.6t$، حيث t هي الزمن بالثواني.
   a. صمم جدولًا بالقيم ثم مثّل المعادلة بيانيًا.
   b. استخدم التمثيل البياني لتقدير مقدار المسافة التي يمكن أن ينتقلها الصوت عبر المياه في 7 ثوانٍ.

مثال 1

مثّل بيانيًا $3x - y = 4$ باستخدام التقاطعات مع المحور الأفقي x والمحور الرأسي y.

جد التقاطع مع المحور الأفقي x.

$3x - y = 4$

افترض أن $y = 0$. $3x - 0 = 4$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

جد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$3x - y = 4$

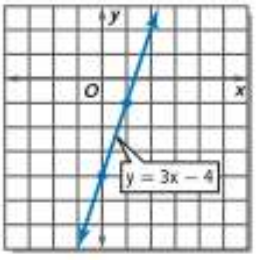
افترض أن $x = 0$. $3(0) - y = 4$

$-y = 4$

$y = -4$

التقاطع مع المحور الأفقي x: $\frac{4}{3}$

التقاطع مع المحور الرأسي y: -4



يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ والمحور الرأسي y عند $(0, -4)$. عيّن هذه النقاط. ثم ارسم مستقيمًا بينهما.

3-2 حل المعادلات الخطية بالتمثيل البياني

جد جذر كل معادلة.

18. $0 = 2x + 8$
19. $0 = 4x - 24$
20. $3x - 5 = 0$
21. $6x + 3 = 0$

حُلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني.

22. $0 = 16 - 8x$
23. $0 = 21 + 3x$
24. $-4x - 28 = 0$
25. $25x - 225 = 0$

26. **جمع التبرعات** يبيع فصل سعيد عبوات الفشار لجمع أموال للقيام برحلة على مستوى الفصل. وقد جمع فصل سعيد 85 AED من بيع الفشار. مع العلم بأنهم باعوا العبوة الواحدة مقابل 1 AED. الدالة $y = x - 85$ تمثل الأرباح y لكل عبوة فشار تم بيعها x. جد الصفر. وصف ما يعنيه في هذا الموقف.

مثال 2

حُلّ $3x + 1 = -2$ بواسطة التمثيل البياني.

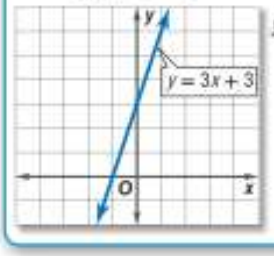
الخطوة الأولى هي إيجاد الدالة ذات الصلة.

$3x + 1 = -2$ المعادلة الأصلية

$3x + 1 + 2 = -2 + 2$ اضف 2 إلى كل طرف

$3x + 3 = 0$ بسّط

الدالة ذات الصلة هي $y = 3x + 3$



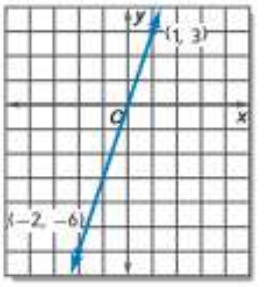
يتقاطع التمثيل البياني مع المحور الأفقي x عند -1 إذًا. الحل هو -1.

McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

3-3 معدل التغير والميل

جـد معدل التغير الممثل في كل جدول أو تمثيل بياني.

27.



28.

x	y
−2	−3
0	−3
4	−3
12	−3

جـد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

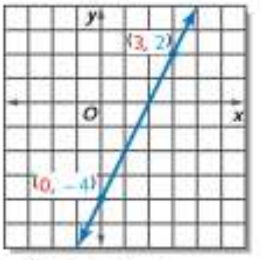
29. (0, 5), (6, 2)

30. (−6, 4), (−6, −2)

31. **الصور** انخفض متوسط تكلفة الصور عبر الإنترنت من AED 0.50 لكل عملية طباعة إلى AED 0.15 لكل عملية طباعة بين عامي 2002 و 2009. جـد متوسط معدل التغير في التكلفة. اشرح المقصود من ذلك.

مثال 3

جـد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين



فلنفترض أن $(3, 2) = (x_2, y_2)$ و $(0, -4) = (x_1, y_1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ صيغة الميل

$$= \frac{2 - (-4)}{3 - 0}$$ $x_1 = 0, x_2 = 3, y_1 = -4, y_2 = 2$

$$= \frac{6}{3} \text{ أو } 2$$ بسّط

3-4 التغير الطردي

مثّل كل معادلة بيانيًا.

32. $y = x$

33. $y = \frac{4}{3}x$

34. $y = -2x$

افترض أن y يتغير طرديًا مع x. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم قم بحلها.

35. إذا كان $y = 15$ عندما $x = 2$. فجـد y عندما $x = 8$.

36. إذا كان $y = -6$ عندما يكون $x = 9$. فجـد قيمة x عندما يكون $y = -3$.

37. إذا كان $y = 4$ عندما $x = -4$. فجـد y عندما $x = 7$.

38. **الوظائف** افترض أنك تربح AED 127 نظير العمل لمدة 20 ساعة.

a. اكتب معادلة تغير طردي تربط بين ما تربحه وعدد ساعات العمل.

b. ما المبلغ الذي ستربحه نظير العمل لمدة 35 ساعة؟

مثال 4

بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x، و $y = -24$ عندما $x = 8$.

a. **اكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y.**

$y = kx$ معادلة التغير الطردي

$-24 = k(8)$ عوّض بـ -24 عن y وبـ 8 عن x

$\frac{-24}{8} = \frac{k(8)}{8}$ اقسم كل طرف على 8

$-3 = k$ بسّط

لذا، تصبح معادلة التغير الطردي هي $y = -3x$.

b. **استخدم معادلة التغير الطردي لإيجاد x عندما يكون $y = -18$**

$y = -3x$ معادلة التغير الطردي

$-18 = -3x$ عوض -18 مكان y

$\frac{-18}{-3} = \frac{-3x}{-3}$ اقسم كل طرف على -3

$6 = x$ بسّط

لذا، $x = 6$ عندما $y = -18$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3-5 المتتاليات الحسابية على شكل دوال خطية

جد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.

39. 6, 11, 16, 21, ...

40. 1.4, 1.2, 1.0, ...

اكتب معادلة للحد النوني n لكل متتالية حسابية.

41. $a_1 = 6, d = 5$

42. 28, 25, 22, 19, ...

43. العلوم يوضح الجدول مسافة انتقال الصوت في المياه. اكتب معادلة لهذه المتتالية. ثم جد الزمن اللازم لانتقال الصوت مسافة 72,300 ft.

الزمن (s)	1	2	3	4
المسافة (ft)	4,820	9,640	14,460	19,280

مثال 5

جد الحدود الثلاثة التالية للمتتالية الحسابية
10, 23, 36, 49, ...

جد الفرق المشترك.

49 36 23 10
−13 −13 −13

إذا، $d = 13$.

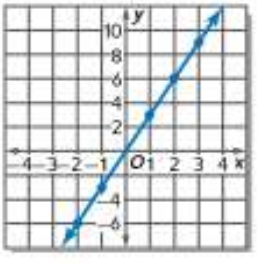
أضف 13 إلى الحد الأخير للمتتالية. استمر في إضافة 13 حتى يتم إيجاد الثلاثة حدود التالية.

88 75 62 49
−13 −13 −13

الثلاثة حدود التالية هي 62 و 75 و 88.

3-6 العلاقات التناسبية وغير التناسبية

44. اكتب معادلة في صورة رمز دالة لهذه العلاقة.



45. تحليل الجداول يبين الجدول تكلفة قطف الفراولة في مزرعة.

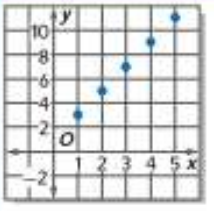
عدد الأرطال	1	2	3	4
إجمالي التكلفة (AED)	1.25	2.50	3.75	5.00

a. مثّل البيانات بيانيًا.

b. اكتب معادلة في صورة رمز دالة لوصف هذه العلاقة.

c. ما مقدار تكلفة قطف 6 أرطال من الفراولة؟

مثال 5



اكتب معادلة في صورة رمز دالة لهذه العلاقة.

صمم جدولاً للأزواج المرتبة لعدة نقاط على التمثيل البياني.

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

الفارق في قيم y هو ضعف الفارق في قيم x. هذا يقترح أن $y = 2x$. وعلى الرغم من ذلك، فإن $2(1) \neq 3$. قارن بين قيم y وقيم $2x$.

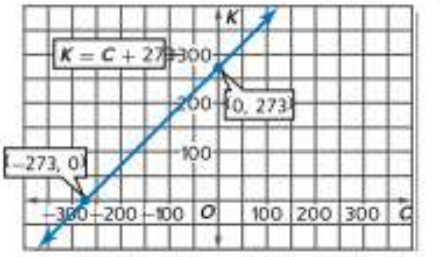
x	1	2	3	4	5
$2x$	2	4	6	8	10
y	3	5	7	9	11

الفارق بين y و $2x$ هو دائمًا 1. لذا فإن المعادلة هي $y = 2x + 1$. ما دام أن العلاقة هي أيضًا دالة. فمن الممكن كتابتها في صورة $f(x) = 2x + 1$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 تدريب على الاختبار

1. **درجة الحرارة** معادلة تحويل درجة الحرارة المئوية C إلى درجة الحرارة بالكيلفن K موضحة أدناه.



a. اذكر المتغيرات المستقلة والتابعة. اشرح.

b. حدد تقاطعات C و K وصف ما المقصود بالتقاطعات في هذه الحالة.

مثّل كل معادلة بيانيًا.

2. $y = x + 2$
3. $y = 4x$
4. $x + 2y = -1$
5. $-3x = 5 - y$

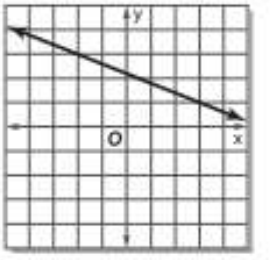
حُلّ كل معادلة فيما يلي عن طريق التمثيل البياني.

6. $4x + 2 = 0$
7. $0 = 6 - 3x$
8. $5x + 2 = -3$
9. $12x = 4x + 16$

جـد ميل المستقيم المار بكل زوج من النقاط.

10. $(5, 8), (-3, 7)$
11. $(5, -2), (3, -2)$
12. $(-4, 7), (8, -1)$
13. $(6, -3), (6, 4)$

14. **الاختيار من متعدد** ما ميل الدالة الخطية الموضح في التمثيل البياني؟



A $-\frac{5}{2}$
C $\frac{2}{5}$
B $-\frac{2}{5}$
D $\frac{5}{2}$

افترض أن y يتغير طرديًا مع x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم قم بحلها.

15. إذا كان $y = 6$ عندما يكون $x = 9$. فجـد قيمة x عندما $y = 12$.

16. عندما يكون $x = 8, y = -8$. ما قيمة x عندما يكون $y = -6$؟

17. إذا كان $y = -5$ عندما يكون $x = -2$. فما قيمة y عندما يكون $x = 14$؟

18. إذا كان $y = 2$ عندما يكون $x = -12$. فجـد قيمة y عندما يكون $x = -4$.

19. **علم الأحياء** يتغير عدد بايتات الدم في جسم الإنسان طرديًا مع وزن الشخص. فالشخص الذي يزن 120 رطلاً يحتوي جسمه على حوالي 8.4 بايتات من الدم.

a. اكتب معادلة تربط بين الوزن وكمية الدم في جسم الشخص ثم مثّلها بيانيًا.

b. تنبأ بوزن الشخص الذي يحتوي جسمه على 12 بايتًا من الدم. 171 lbs

جـد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية حسابية.

20. $0, -15, -30, -45, -60, \ldots$

21. $5, 8, 11, 14, \ldots$

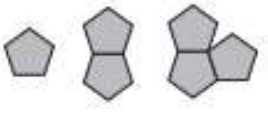
حدد أي متتالية تمثّل متتالية حسابية. إذا كان الأمر كذلك، فحدد الفارق المشترك.

22. $-40, -32, -24, -16, \ldots$

23. $0.75, 1.5, 3, 6, 12, \ldots$

24. $5, 17, 29, 41, \ldots$

25. **الاختيار من متعدد** في كل شكل، يشارك ضلع واحد فقط في كل شكل خماسي منتظم مع شكل خماسي آخر. طول كل ضلع هو سنتيمتر واحد. في حالة استمرار النمط، فما هو محيط الشكل الذي يحتوي على 6 أشكال خماسية؟



F 30 cm

G 25 cm

H 20 cm

J 15 cm

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

قراءة المسائل الرياضية

أول خطوة لحل أي مسألة رياضية هي قراءة المسألة. عند قراءة مسألة رياضية للحصول على المعلومات اللازمة لحلها، فمن المفيد استخدام إستراتيجيات القراءة الخاصة.

إستراتيجيات قراءة المسائل الرياضية

الخطوة 1

اقرأ المسألة سريعًا لتفهمها بشكل عام.

- **اسأل نفسك:** "ما الذي أعرفه؟" "ما الذي أحتاج إلى إيجاده؟"
- **فكّر:** "هل توجد معطيات كافية لحل المسألة؟ هل توجد معطيات إضافية؟"
- **استخدم قلم التحديد لإبراز المعطيات المهمة:** إذا كان مسموحًا لك بالكتابة في كراسة الاختبار، فضع خطًا تحت المعطيات المهمة أو أبرزها باستخدام قلم التحديد. اشطب أي معطيات لا تحتاج إليها.

الخطوة 2

أعد قراءة المسألة لتحديد الحقائق ذات الصلة.

- **التحليل:** حدد كيفية ارتباط الحقائق.
- **الكلمات الأساسية:** ابحث عن الكلمات الأساسية لحل المسألة.
- **المفردات:** قم بتحديد الحدود الرياضية. تدبّر المفاهيم وكيفية ارتباطها.
- **التخطيط:** ضع خطة لحل المسألة.
- **التقدير:** قدّر الإجابة سريعًا.

الخطوة 3

قم بتحديد أي إجابات خاطئة بشكل واضح.

- **استبعد:** استبعد أي خيارات تختلف بدرجة كبيرة عن تقديرك.
- **وحدات القياس:** قم بتحديد الخيارات التي تعتبر إجابات ممكنة بناءً على وحدات القياس في هذا السؤال. على سبيل المثال، إذا كان السؤال يسأل عن مساحة، فستفيد فقط الأجوبة بالوحدات المربعة.

الخطوة 4

راجع المسألة بعد حلها.

التحقق: تأكد من أنك قد أجبت على السؤال.

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم المعطيات الواردة في المسألة لحلها.

استأجر كل من جمال وعمر وسيف وخالد سيارة للقيام برحلة على الطريق. يتم تمثيل تكلفة استئجار السيارة بالدالة $C = 12.5 + 21d$. حيث إن C هي إجمالي تكلفة استئجار السيارة لمدة d من الأيام. ماذا يمثل ميل الدالة؟

A عدد الأشخاص
B التكلفة لكل يوم
C عدد الأيام
D الأميال لكل جالون

اقرأ المسألة بعناية. عدد الأشخاص الذاهبون في الرحلة ليست معلومة مطلوبة. بل مطلوب منك معرفة ماذا يمثل ميل الدالة.

الميل هو نسبة. الكلمة "لكل" في الإجابتين B و D تعني أن كلاهما نسبة. ولأنّ الخيارين A و C ليسا نسبتين. فاستبعدهما.

تقول المسألة إن C تمثل تكلفة استئجار السيارة. وبالتالي فإن الميل لا يمكنه تمثيل عدد الأميال لكل غالون للسيارة. لكن الميل يجب أن يمثل التكلفة لكل يوم.

الإجابة الصحيحة هي B.

تمرينات

أقرأ كُل مسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم المعطيات الواردة في المسألة لحلها.

1. ما المقصود بالتقاطع مع المحور الأفقي x في سياق الوضع الموضح أدناه؟

A مقدار الوقت اللازم لتصريف حوض الاستحمام
B عدد الجالونات في الحوض عند سحب سدادة التصريف
C عدد الجالونات في الحوض بعد xمن الدقائق
D كمية المياه التي تم تصريفها كل دقيقة

2. كمية الأموال التي تم جمعها بواسطة مشروع غسيل السيارات الخيري بتغير طرديًا مع عدد السيارات التي تم غسلها. فعندما تم غسل 11 سيارة. تم جمع AED 79.75. كم عدد السيارات الواجب غسلها لجمع AED 174.00؟

F 10 سيارات
G 16 سيارة
H 22 سيارة
J 24 سيارة

3. الدالة $C = 25 + 0.45(x - 450)$ تمثل تكلفة فاتورة الهاتف الخلوي الشهرية. عند استهلاك x من الدقائق. ما العبارة التي تمثل على أفضل نحو صيغة تكلفة الفاتورة؟

A تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها AED 0.45 و AED 25 لكل دقيقة مستهلكة بعد تجاوز 450 دقيقة.
B تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها AED 450 و AED 0.45 لكل دقيقة مستهلكة بعد تجاوز 25 دقيقة.
C تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها AED 25 و AED 0.45 لكل دقيقة مستهلكة بعد تجاوز 450 دقيقة.
D تتكون التكلفة من رسوم ثابتة قدرها AED 25 و AED 0.45 لكل دقيقة مستهلكة.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

تراكمي: من الوحدة 1 إلى الوحدة 3

اختيار من متعدّد

اقرأ كُل سؤال. ثمّ سجّل إجابتك الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

1. يشتري ماجد كابل حاسوب مقابل AED 15.49. إذا كان معدل الضريبة على المبيعات في الإمارة التي يسكنها هو 5.25٪. فما التكلفة الإجمالية للشراء؟

A. AED 16.42 C. AED 15.73

B. AED 16.30 D. AED 15.62

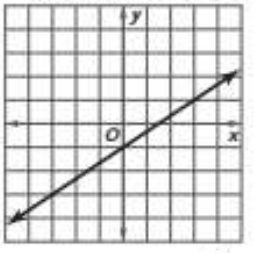
2. ما قيمة التعبير أدناه؟

$$3^2 + 5^3 - 2^5$$

F. 14 H. 102

G. 34 J. 166

3. ما ميل الدالة الخطية المُمثّلة بيانيًا أدناه؟



A $-\frac{1}{3}$ C $\frac{2}{3}$

B $\frac{1}{2}$ D $\frac{3}{2}$

4. جد معدل التغير للدالة الخطية المُمثّلة في الجدول.

ساعات العمل	1	2	3	4
المال المكتسب (AED)	5.50	11.00	16.50	22.00

F زيادة AED 6.50/h

G زيادة AED 5.50/h

H نقصان AED 5.50/h

J نقصان AED 6.50/h

5. بافتراض أن y يتغير طرديًا مع x. و $y = 14$ عندما $x = 4$. ما قيمة y عندما $x = 9$؟

A. 25.5 C. 29.5

B. 27.5 D. 31.5

6. اكتب معادلة للحد n للمتتالية الحسابية الموضحة أدناه.

$-2, 1, 4, 7, 10, 13, \ldots$

F $a_n = 2n - 1$ H $a_n = 3n + 2$

G $a_n = 2n + 4$ J $a_n = 3n - 5$

7. يوضح الجدول الرسوم التي يتقاضاها فني كهرباء نظير قيامه بمهام لساعات عمل مختلفة.

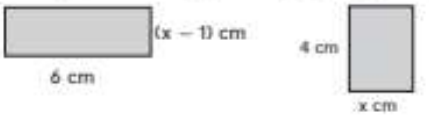
عدد الساعات (n)	رسوم العمل (c)
1	AED 60
2	AED 85
3	AED 110
4	AED 135

ما الدالة التي تمثل هذا الوضع؟

A. $C(n) = 25n + 35$ C. $C(n) = 35n + 25$

B. $C(n) = 25n + 30$ D. $C(n) = 35n + 40$

8. جد قيمة x بحيث يكون للأشكال المساحة ذاتها.



F. 3 H. 5

G. 4 J. 6

9. يوضح الجدول إجمالي كمية الأمطار أثناء هبوب العاصفة. اكتب صيغة لإيجاد كمية الأمطار التي ستسقط بعد ساعة محددة.

ساعات (h)	1	2	3	4
بوصات (n)	0.45	9.9	1.35	1.8

A. $h = 0.45n$ C. $h = 0.9n$

B. $n = 0.45h$ D. $h = 1.8n$

نصيحة عند حل الاختبار

السؤال 3 يمكنك استبعاد الإجابات غير المعقولة لمناصر الاختبار من متعدد. يميل المستقيم للأعلى من اليسار لليمين. لذا فإن الميل إيجابي. يمكن استبعاد خيار الإجابة A.

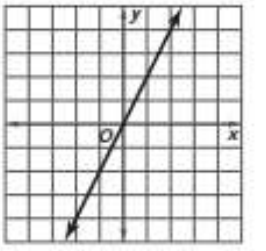
McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

الإجابة المختصرة/الإجابة الموزعة

سجّل إجاباتك في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

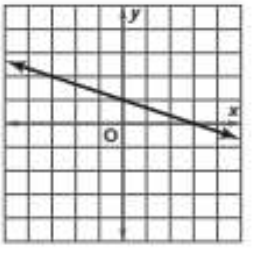
10. المقياس على الخريطة 6 mi = 1.5 in. إذا كانت هناك مدينتان تبعدان عن بعضهما مسافة 4 in على الخريطة. فما مقدار المسافة الفعلية بينهما؟ mi

11. اكتب معادلة تغير طردي لتمثيل التمثيل البياني أدناه.

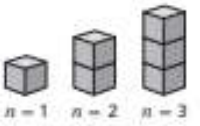


12. اشترت موزة سيارة بسعر 18.500 AED وانخفضت قيمتها بشكل خطي. بعد 3 أعوام. وصلت قيمتها إلى 14.150 AED. فما مقدار الانخفاض السنوي في السعر؟

13. **الإجابة الموزعة** استخدم التمثيل البياني لتحديد حل للمعادلة $-\frac{1}{3}x + 1 = 0$؟



14. اكتب تعبيرًا يمثل مساحة السطح الإجمالية (بما في ذلك القمة والقاع) لأحد الأبراج لعدد n من المكعبات كل منها طول جانبه s. (لا تدرج الأوجه المواجهة لبعضها البعض.)



15. **الإجابة الموزعة** هناك 120 عضوًا في مجلس نواب ولاية نورث كارولينا. وهذا العدد يزيد بنحو 70 عن عدد الأعضاء في مجلس شيوخ ولاية نورث كارولينا. فكم عدد أعضاء مجلس شيوخ ولاية نورث كارلينا؟

الإجابة الموسعة

سجّل إجاباتك على ورقة. اكتب الحل هنا.

16. كان منطاد الهواء الساخن على ارتفاع 60 ft فوق سطح الأرض عندما بدأ في الصعود. وارتفع المنطاد بمعدل 15 ft في الدقيقة.

a. صمم جدولاً يوضح ارتفاع المنطاد بعد ارتفاعه لمدة 1 و 2 و 3 و 4 دقائق.

b. افترض أن t تمثل المدة بالدقائق منذ بدء المنطاد في الارتفاع. اكتب معادلة جبرية لمتتالية يمكن استخدامها لإيجاد ارتفاع. h. المنطاد بعد t من الدقائق.

c. استخدم معادلتك من الجزء b لإيجاد ارتفاع. بالأقدام. المنطاد بعد ارتفاعه لمدة 8 دقائق.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الوحدة 4
معادلات الدوال الخطية

Chapter 4 Section1 From Equations of Linear Functions, from Integrated Math 1 Chapter 4, Lessons 1-4 © 2012 McGraw-Hill Education

حقوق الطبع والتأليف © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

السابق

- قمت بتمثيل الدوال الخطية بيانيا.

الحالي

- بعد دراستك لهذه الوحدة ستكون قادراً على:
  - كتابة معادلات خطية وتمثلها بيانيا بأشكال مختلفة.
  - إستخدام مخططات انتشار بيانية وخطوط موائمة. وكتابة المعادلات ذات خطوط الموائمة الأفضل باستخدام الانحدار الخطي.
  - إيجاد الدوال الخطية العكسية.

لماذا؟ ▲

- **المطر** يتغير عدد الرحلات التي يقوم بها الناس من عام لآخر. وتظهر أنماط تتعلق بهذا الخصوص من البيانات السنوية. ويمكن تطبيق معدل التغير على هذه البيانات لتحديد نموذج خطي. ويمكن استخدام هذا النموذج للتنبؤ بعدد الرحلات التي ستتم في السنوات القادمة.

الاستعداد لهذه الوحدة

تحديد مدى الاستعداد | لديك خياران للتحقق من المهارات اللازمة.

1 خيار الكتاب المدرسي أجب عن التدريب السريع أدناه. ارجع إلى المراجعة السريعة للحصول على المساعدة.

تمرين سريع

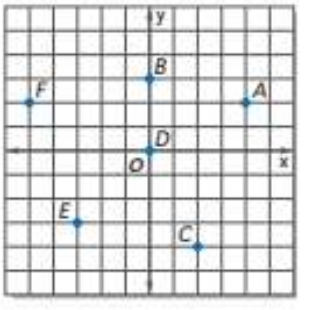
جـد قيمة $3a^2 - 2ab + c$ للقيم المذكورة.

1. $a = 2, b = 1, c = 5$
2. $a = -3, b = -2, c = 3$
3. $a = -1, b = 0, c = 11$
4. $a = 5, b = -3, c = -9$
5. **استئجار سيارة** تتحدد تكلفة استئجار سيارة بالعلاقة $49x + 0.3y$ لنفترض أن x يمثل عدد أيام الاستئجار. ولنفترض أن y يمثل عدد الأميال المقطوعة. فجـد تكلفة الاستئجار لمدة خمسة أيام لمسافة مقطوعة تبلغ 125 ميلاً.

حُـلّ كل معادلة لإيجاد قيمة المتغير المذكور.

6. $x + y = 5$ لإيجاد قيمة y
7. $2x - 4y = 6$ لإيجاد قيمة x
8. $y - 2 = x + 3$ لإيجاد قيمة y
9. $4x - 3y = 12$ لإيجاد قيمة x
10. **الهندسة** تتمثل صيغة إيجاد محيط المستطيل في $P = 2w + 2\ell$، حيث يمثل w العرض ويمثل ℓ الطول. جـد حل ما يلي للوصول إلى قيمة w.

اكتب الزوج المرتب لكل نقطة فيما يلي.



11. A
12. B
13. C
14. D
15. E
16. F

مراجعة سريعة

مثال 1

جـد قيمة $2(m - n)^2 + 3p$ إذا كان $m = 5$ و $n = 2$ و $p = -3$

$2(m - n)^2 + 3p$	التعبير الأصلي
$= 2(5 - 2)^2 + 3(-3)$	عوّض.
$= 2(3)^2 + 3(-3)$	اطرح.
$= 2(9) + 3(-3)$	جـد قيمة الأس.
$= 18 + (-9)$	اضرب.
$= 9$	اجمع.

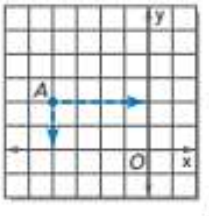
مثال 2

حُـلّ $5x + 15y = 9$ لإيجاد قيمة x.

$5x + 15y = 9$	المعادلة الأصلية
$5x + 15y - 15y = 9 - 15y$	اطرح $15y$ من كل طرف من المعادلة.
$5x = 9 - 15y$	بسّط.
$\frac{5x}{5} = \frac{9 - 15y}{5}$	اقسم كل طرف على 5.
$x = \frac{9}{5} - 3y$	بسّط.

مثال 3

اكتب الزوج المرتب للنقطة A.



الخطوة 1 ابدأ عند النقطة A.

الخطوة 2 تابع عبر خط رأسي وصولاً للمحور الأفقي x. والإحداثي x يساوي -4.

الخطوة 3 تابع عبر خط أفقي وصولاً للمحور الرأسي y. والإحداثي y يساوي 2.

إن الزوج المرتب للنقطة A يساوي $(-4, 2)$.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

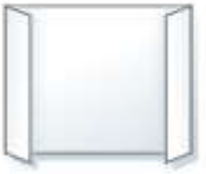
بدء هذه الوحدة

سوف تتعرف على عدة مفاهيم ومهارات ومفردات جديدة خلال دراستك لهذه الوحدة.
للاستعداد، حدد المصطلحات المهمة ونظّم مواردك.
ويمكنك الرجوع إلى وحدات سابقة لمراجعة المهارات اللازمة.

المطويات منظم الدراسة

الدوال الخطية اصنع هذه المطوية لمساعدتك على ترتيب ملاحظاتك المتعلقة بهذه الوحدة حول الدوال الخطية. ابدأ بورقة واحدة مقاسها 11 in في 17 in.

1 **اطوِ** كل طرف من الورقة للداخل بمقدار بوصتين تقريبًا.



2 **اطوِ** بامتداد العرض والطول. ابسط الورقة بعد ذلك. اقطع بطول خط الطي من الأعلى حتى المركز.

3 **اطوِ** الثنيتين العلويتين للأسفل. ثم اطوهما من المنتصف وأدرهما لعمل مجلد. ثبّت الثنيات بالدبابيس لأسفل لعمل جيوب.

4 **سمِّ** الجهة الأمامية بعنوان هذا الوحدة.

مفردات جديدة

صيغة الميل والمقطع slope-intercept form
الاستكمال الخارجي الخطي linear extrapolation
صيغة النقطة والميل point-slope form
المستقيمات المتوازية parallel lines
المستقيمات المتعامدة perpendicular lines
مخطط الانتشار البياني scatter plot
خط المواءمة line of fit
الاستكمال الداخلي الخطي linear interpolation
خط المواءمة الأفضل best-fit line
الانحدار الخطي linear regression
معامل الارتباط correlation coefficient
خط المواءمة الوسيطة median-fit line
العلاقة العكسية inverse relation
الدالة العكسية inverse function

مراجعة المفردات

المعامل coefficient العامل العددي للحد

الدالة function علاقة يقترن فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط من عناصر المدى

النسبة ratio مقارنة بين عددين من خلال القسمة

حقوق الطبع والتأليف © تعلمون لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-1 استقصاء صيغة الميل والمقطع

مختبر تقنية التمثيل البياني

إعداد التجربة

- اثقب فتحة صغيرة في إحدى الزوايا العلوية لكيس ساندوتشات بلاستيكي. علّق الكيس من طرف مستشعر القوة.
- وصّل مستشعر القوة بجهاز جمع البيانات الخاص بك.

النشاط جمع البيانات

الخطوة 1 استخدم المستشعر لجمع بيانات الوزن حال عدم وجود حلقات في الكيس. سجّل زوج البيانات في الحاسبة.

الخطوة 2 ضع حلقة واحدة في الكيس البلاستيكي. انتظر حتى يتوقف الكيس عن التأرجح. ثم قس الوزن وسجّله.

الخطوة 3 كرر التجربة، مع إضافة أعداد مختلفة من الحلقات إلى الكيس، وفي كل مرة، سجّل عدد الحلقات والوزن.

تحليل النتائج

1. يحتوي المجال على قيم المتغير المستقل، وهو عدد الحلقات. ويحتوي المدى على قيم المتغير التابع، وهو الوزن. استخدم حاسبة التمثيل البيانية لإنشاء مخطط انتشار بياني (تمثيل بياني بالنقاط المبعثرة) باستخدام الأزواج المرتبة (الحلقات والوزن).
2. اكتب جملة تصف النقاط الموجودة على التمثيل البياني.
3. صف موضع النقطة على التمثيل البياني الذي يمثل التجربة بدون وجود حلقات في الكيس.
4. يمكن إيجاد معدل التغير باستخدام الصيغة الخاصة بالميل.

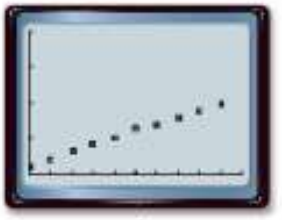
$$\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{\text{التغير في الوزن}}{\text{التغير في عدد الحلقات}}$$

جد معدل التغير في الوزن عند إضافة المزيد من الحلقات.

5. اشرح كيفية توضيح معدل التغير على التمثيل البياني.

تكوين فرضية

يبين التمثيل البياني عينة بيانات من تجربة الحلقات.
صف التمثيل البياني لكل حالة.



[0, 1] scl: 0.25 في [0, 20] scl: 2

6. كيس مُعلّق بزن 0.8 نيوتن حين يكون فارغًا ويزيد وزنه بمعدل العينة
7. كيس يحتوي على نفس الوزن حين يكون فارغًا كما في العينة ويزيد وزنه بمعدل أسرع
8. كيس يحتوي على نفس الوزن حين يكون فارغًا كما في العينة ويزيد وزنه بمعدل أبطأ

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-1 تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والمقطع

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• وجدت معدلات التغير والميول.	1 كتابة المعادلات الخطية وتمثيلها بيانيًا في صيغة الميل والمقطع.	• يمتلك زايد 500 أغنية على مشغّل الوسائط الرقمي الخاص به. وهو منضم إلى نادٍ موسيقي يسمح له بتنزيل 30 أغنية في الشهر مقابل رسم شهري. ويتم تمثيل عدد الأغاني التي يمكن لزايد امتلاكها في نهاية الأمر على المشغل الخاص به إذا لم يحذف أي أغنية من خلال المعادلة $y = 30x + 500$
	2 نمذجة البيانات الواقعية باستخدام المعادلات.	

مفردات جديدة

صيغة الميل والمقطع slope-intercept form

دالة ثابتة constant

ممارسات في الرياضيات

التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

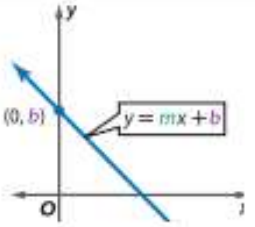
البحث عن التوافق في الاستنتاجات المتكررة والتعبير عنه.

1 صيغة الميل والمقطع في المعادلة التي تأخذ الصورة $y = mx + b$، حيث يمثل m الميل ويمثل b نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y. تكون في **صيغة الميل والمقطع**. ويُسمى المتغيران m و b باسم معلمات المعادلة. ويترتب على تغيير أي قيمة من القيمتين إلى تغيير شكل التمثيل البياني للمعادلة.

المفهوم الأساسي صيغة الميل والمقطع

الشرح

إن صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هي $y = mx + b$. حيث يشير الحرف m إلى الميل و b إلى التقاطع مع المحور الرأسي y.



مثال

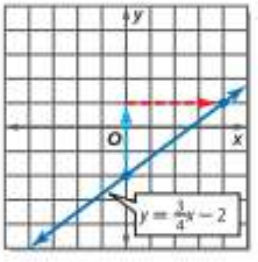
$y = mx + b$

$y = 2x + 6$

التقاطع مع المحور الرأسي y ← b — الميل ← m

مثال 1 كتابة معادلة وتمثيلها بيانيًا

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط ذي الميل بقيمة $\frac{3}{4}$ والتقاطع مع المحور الرأسي y بقيمة 2-. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.



$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = \frac{3}{4}x + (-2)$ عوّض m بـ $\frac{3}{4}$ واستبدل b بـ 2-.

$y = \frac{3}{4}x - 2$ بسّط.

الآن، مثّل المعادلة بيانيًا.

الخطوة 1 عيّن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y (0, -2).

الخطوة 2 الميل هو $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{3}{4}$. من النقطة (0, -2)، تحرك صعودًا بمقدار 3 وحدات ثم يمينًا بمقدار 4 وحدات. عيّن النقطة.

الخطوة 3 ارسم مستقيمًا يمر عبر النقطتين.

تمرين موجّه

اكتب معادلة لمستقيم بصيغة الميل والمقطع بحسب الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

1A. الميل: $-\frac{1}{2}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 3

1B. الميل: 3-، التقاطع مع المحور الرأسي y: 8-

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

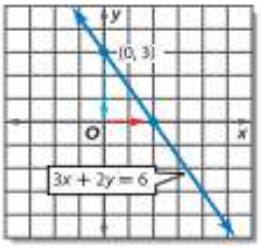
عندما لا تُكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع، فقد يكون من الأسهل إعادة كتابتها قبل تمثيلها بيانيًا.

مثال 2 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

مثّل بيانيًا $3x + 2y = 6$.

أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

$3x + 2y = 6$	المعادلة الأصلية
$3x + 2y - 3x = 6 - 3x$	اطرح $3x$ من كل طرف في المعادلة.
$2y = 6 - 3x$	بسّط.
$2y = -3x + 6$	$-3x + 6$ أو $6 - 3x = 6 + (-3x)$
$\frac{2y}{2} = \frac{-3x + 6}{2}$	اقسم كل طرف على 2.
$y = -\frac{3}{2}x + 3$	صيغة الميل والمقطع



الآن، مثّل المعادلة بيانيًا. ويكون الميل $-\frac{3}{2}$. في حين تكون قيمة التقاطع مع المحور الرأسي y هي 3.

الخطوة 1 عيّن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y $(0, 3)$.

الخطوة 2 الميل هو $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = -\frac{3}{2}$. من النقطة $(0, 3)$، تحرك نزولاً بمقدار 3 وحدات، ثم يمينًا بمقدار وحدتين. عيّن النقطة.

الخطوة 3 ارسم مستقيمًا يمر بالنقطتين.

تمرين موجّه

مثّل كل معادلة بيانيًا.

2A. $3x - 4y = 12$

2B. $-2x + 5y = 10$

نصيحة دراسية

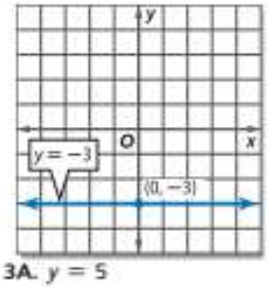
العدّ والاتجاه

عند عدّ التغير الرأسي والتغير الأفقي، فقد يقترن رمز السالب بالقيمة الموجودة في البسط أو المقام. فإذا ارتبط رمز السالب بالبسط، فابدأ بالعدّ نزولاً لإيجاد التغير الرأسي. وإذا ارتبطت بالمقام، فقم بالعدّ نحو اليسار عند عدّ التغير الأفقي. وسيكون الخط الناتج هو نفسه.

باستثناء التمثيل البياني الذي يمثل المعادلة $y = 0$. والذي يقع على المحور الأفقي x. فإن قيمة ميل الخطوط الأفقية تساوي 0. وهي تمثيلات بيانية **لدوال ثابتة**. والتي يمكن كتابتها في صيغة الميل والمقطع لتكون $y = 0x + b$ أو $y = b$. حيث يمثل الحرف b أي عدد. ولا تقطع الدوال الثابتة المحور الأفقي x. ومجالها يكون جميع الأعداد الحقيقية، ومداها هو b.

مثال 3 تمثيل المعادلات الخطية بيانيًا

مثّل بيانيًا $y = -3$.



الخطوة 1 عيّن نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y $(0, -3)$.

الخطوة 2 الميل هو 0. ارسم مستقيمًا يمر بالنقاط ذات الإحداثي y عند -3.

تمرين موجّه

مثّل كل معادلة بيانيًا.

3A. $y = 5$

3B. $2y = 1$

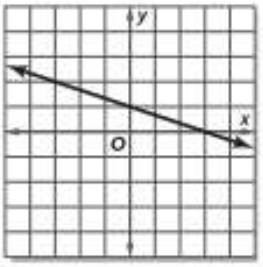
ليس للمستقيمات الرأسية أي ميل. لذا، فلا يمكن تمثيل معادلات المستقيمات الرأسية في صيغة الميل والمقطع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

هناك أوقات سيُطلب منك فيها كتابة معادلة عند إعطائك تمثيلاً بيانيًا. وللقيام بهذا، حدد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y واستخدم التغير الرأسي والتغير الأفقي لإيجاد نقطة أخرى على التمثيل البياني. ثم اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

مثال 4 على الاختبار المعياري كتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع

أي مما يلي يعد معادلة في صيغة الميل والمقطع للمستقيم الموضح؟



A $y = -3x + 1$

B $y = -3x + 3$

C $y = -\frac{1}{3}x + 1$

D $y = -\frac{1}{3}x + 3$

قراءة فقرة الاختبار

يتعين عليك إيجاد الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y الخاص بالخط لكتابة المعادلة.

حل فقرة الاختبار

الخطوة 1 يقطع الخط المحور الرأسي y عند النقطة $(0, 1)$. إذًا فقيمة التقاطع مع المحور الرأسي y هي 1. وتكون الإجابة إما A أو C.

الخطوة 2 للوصول من النقطة $(1, 0)$ إلى النقطة $(3, 0)$. تحرّك نزولاً بمقدار وحدة واحدة ثم يمينًا بمقدار 3 وحدات. وتكون قيمة الميل $-\frac{1}{3}$.

الخطوة 3 اكتب المعادلة.

$$y = mx + b$$
$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$

التحقق يمر التمثيل البياني أيضًا بالنقطة $(-3, 2)$. إذا كانت المعادلة صحيحة، فيجب أن يكون هذا حلاً.

$$y = -\frac{1}{3}x + 1$$
$$2 \stackrel{?}{=} -\frac{1}{3}(-3) + 1$$
$$2 \stackrel{?}{=} 1 + 1$$
$$2 = 2 \checkmark$$

الإجابة هي C.

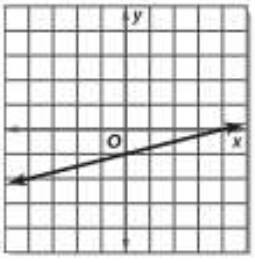
الربط **بالحياة اليومية**

استبعاد الخيارات

حلل التمثيل البياني لتحديد الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y. بعد ذلك، يمكنك توفير الوقت من خلال استبعاد خيارات الإجابات التي لا تطابق التمثيل البياني.

تمرين موجّه

4. أي مما يلي يعد معادلة في صيغة الميل والمقطع للخط الموضح؟



F $y = \frac{1}{4}x - 1$

G $y = \frac{1}{4}x + 4$

H $y = 4x - 1$

J $y = 4x + 4$

2 تمثيل نموذج لبيانات من الحياة اليومية

يمكن تمثيل نموذج لبيانات من الحياة اليومية باستخدام معادلة خطية إذا كان هناك معدل تغير ثابت. ويمثل معدل التغير الميل. ويكون التقاطع مع المحور الرأسي y هو النقطة حيث تكون قيمة المتغير المستقل تساوي 0.

مواد الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 5 من الحياة اليومية كتابة معادلة خطية وتمثيلها بيانيًا

الرياضة استخدم المعلومات الموضحة على اليمين رياضات المدارس الثانوية.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الطلاب المشتركين في رياضات المدارس الثانوية بعد عام 1997.

الشرح

المقدار في البداية | مضافًا إلى | عدد السنوات | مضروبًا في | معدل التغير | يساوي | عدد الطلاب المتنافسين

المتغيرات

لنفترض أن G = عدد الطلاب المتنافسين عام 1997.

لنفترض أن n = عدد السنوات منذ 1997.

المعادلة

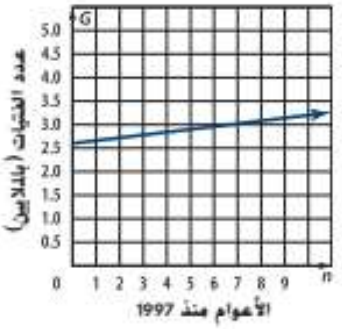
$G = 0.06 \times n + 2.6$

المعادلة هي $G = 0.06n + 2.6$

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

يقع التقاطع مع المحور الرأسي y عند بداية البيانات. إذًا، يمر التمثيل البياني عبر النقطة $(0, 2.6)$.

يكون معدل التغير هو الميل. إذًا فإن الميل يساوي 0.06.



c. قدّر عدد الطلاب المتنافسين في عام 2017.

العام 2017 يلي العام 1997 بمقدار 20 عامًا.

اكتب المعادلة. $G = 0.06n + 2.6$

عوّض n بالعدد 20. $= 0.06(20) + 2.6$

بسّط. $= 3.8$

سيكون هناك قرابة 3.8 ملايين طالب ينافسون في رياضات المدارس الثانوية في 2017.

الربط بالحياة اليومية

افترض أن حوالي 2.6 مليون طالب تنافسوا في رياضات المدارس الثانوية في عام 1997. ثم افترض أن عدد الطلاب المتنافسين في رياضات المدارس الثانوية قد ازداد بمتوسط 0.06 مليون كل عام منذ عام 1997.

المصدر: الاتحاد الوطني لرابطات المدارس الثانوية

تمرين موجّه

5. **جمع التبرعات** يبيع داعمو الفريق شطائر بسعر AED 5 للشطيرة. وقد اشتروا مكونات بقيمة AED 1,160.

A. اكتب معادلة للربح P الذي حققوه من بيع n من الشطائر.

B. مثّل المعادلة بيانيًا.

C. جد الربح الإجمالي في حالة بيع 1,400 شطيرة.

التحقّق من فهمك

مثال 1

اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والمقطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

1. الميل: 2. التقاطع مع المحور الرأسي y: 4
2. الميل: -5. التقاطع مع المحور الرأسي y: 3
3. الميل: $\frac{3}{4}$. التقاطع مع المحور الرأسي y: -1
4. الميل: $-\frac{5}{7}$. التقاطع مع المحور الرأسي y: $-\frac{2}{3}$

الأمثلة 2-3

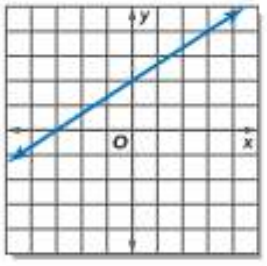
مثّل كل معادلة بيانيًا.

5. $-4x + y = 2$
6. $2x + y = -6$
7. $-3x + 7y = 21$
8. $6x - 4y = 16$
9. $y = -1$
10. $15y = 3$

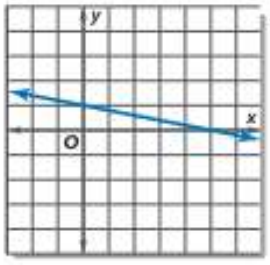
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 **اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل تمثيل بياني موضح.**

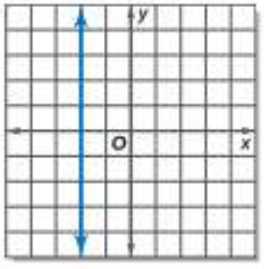
11.



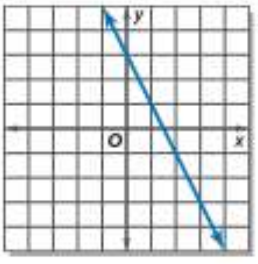
12.



13.



14.



مثال 5

15. **المعرفة المالية** يشتري محمد نظامًا صوتيًا مجسمًا جديدًا لسيارته باستخدام نظام الشراء بالدفع مقدمًا.

a. اكتب معادلة للمبلغ الإجمالي S الذي دفعه بعد w من الأسابيع.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. جد المبلغ الذي سيكون محمد قد دفعه بعد 8 أسابيع.

16. **التبرير** تقود مريم سيارتها من بيتها في ابوظبي إلى بيت جدتها في مدينة راس الخيمة. وفي اليوم الأول، ستقطع مسافة 160 km حتى دبي لتَقل قريبتها. ثم ستسافران مسافة 100 km/h.

a. اكتب معادلة تمثل إجمالي عدد الكيلومترات m التي قطعتها مريم. إذا كان d يمثل عدد الساعات بعد أن تَقل قريبتها.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. كم ستستغرق الرحلة التي ستقطعها إذا كان طولها الإجمالي هو 340 km؟

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والمقطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.**

17. الميل: 5، التقاطع مع المحور الرأسي y: 8

18. الميل: 3، التقاطع مع المحور الرأسي y: 10

19. الميل: 4−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 6

20. الميل: 2−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 8

21. الميل: 3، التقاطع مع المحور الرأسي y: 4−

22. الميل: 4، التقاطع مع المحور الرأسي y: 6−

المثالان 2-3 **مثّل كل معادلة بيانيًا.**

23. $-3x + y = 6$

24. $-5x + y = 1$

25. $-2x + y = -4$

26. $y = 7x - 7$

27. $5x + 2y = 8$

28. $4x + 9y = 27$

29. $y = 7$

30. $y = -\frac{2}{3}$

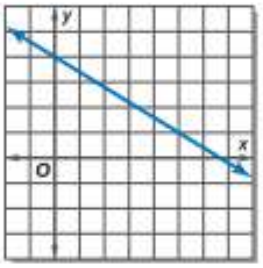
31. $21 = 7y$

32. $3y - 6 = 2x$

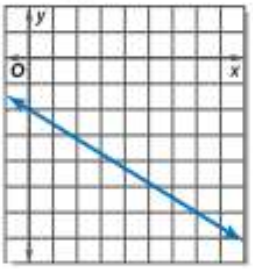
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4 **اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل تمثيل بياني موضح.**

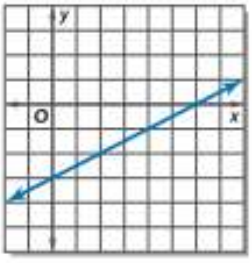
33.



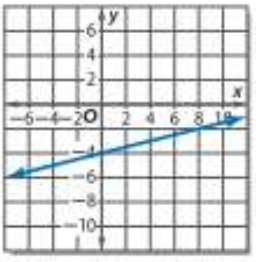
34.



35.



36.



مثال 5 **37. خراف البحر** في عام 1991، استوطن 1,267 خروفًا بحريًا مياه ولاية فلوريدا. وتزايد تعداد هذه الخراف بمعدل 123 خروفًا كل عام.

a. اكتب معادلة لتعداد خراف البحر، P، في عدد السنوات t منذ 1991.

b. مثّل هذه المعادلة بيانيًا.

c. في 2006، خرجت خراف البحر من قائمة فلوريدا للأنواع المعرضة للانقراض. ماذا كان تعداد خراف البحر في عام 2006؟

B **اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والمقطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين.**

38. الميل: $\frac{1}{2}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: -3

39. الميل: $\frac{2}{3}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: -5

40. الميل: $-\frac{5}{6}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 5

41. الميل: $-\frac{3}{7}$، التقاطع مع المحور الرأسي y: 2

42. الميل: 1، التقاطع مع المحور الرأسي y: 4

43. الميل: 0، التقاطع مع المحور الرأسي y: 5

مثّل كل معادلة بيانيًا.

44. $y = \frac{3}{4}x - 2$

45. $y = \frac{5}{3}x + 4$

46. $3x + 8y = 32$

47. $5x - 6y = 36$

48. $-4x + \frac{1}{2}y = -1$

49. $3x - \frac{1}{4}y = 2$

50. السفر تعرض شركة تأجير رسمًا تبلغ قيمته AED 80 في الساعة لتأجير دراجة جبلية بالإضافة إلى رسم بقيمة AED 50 مقابل الخوذة.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لإجمالي تكلفة التأجير C لخوذة ودراجة لمدة t من الساعات.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. كم ستكون التكلفة مقابل خوذتين ودراجتين لمدة 8 ساعات؟

51. التبرير بالنسبة لسكان إلينوي، فمتوسط مصاريف الدراسة في جامعة شيكاغو الحكومية هو 157 دولارًا لكل ساعة معتمدة. وتُكلّف الرسوم 218 دولارًا في العام.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لمصاريف الدراسة T مقابل c من الساعات المعتمدة.

b. جد التكلفة التي يدفعها طالب يدرس 32 ساعة معتمدة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والمقطع باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين.

52. الميل: 1−. التقاطع مع المحور الرأسي y: 0

53. الميل: 0.5. التقاطع مع المحور الرأسي y: 7.5

54. الميل: 0. التقاطع مع المحور الرأسي y: 7

55. الميل: 1.5−. التقاطع مع المحور الرأسي y: 0.25−

56. اكتب معادلة لمستقيم أفقي يمر بالمحور الرأسي y عند النقطة $(0, -5)$.

57. اكتب معادلة لمستقيم يمر بالنقطة الأصل وله ميل يقيمة 3.

C

58. **درجة الحرارة** انخفضت درجة الحرارة بشكل سريع أثناء الليل. فقد بدأت عند 80°F. ثم بمعدل 3° في الدقيقة.
   a. ارسم تمثيلاً بيانيًا يمثل هذا الانخفاض من 0 إلى 8 دقائق.
   b. اكتب معادلة تصف هذه الحالة. صف معنى كل متغير وكذلك الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.

59. **اللياقة البدنية** راجع المعلومات على اليسار.
   a. اكتب معادلة تمثل تكلفة C العضوية لعدد m من الشهور
   b. ما الذي يمثله الميل؟
   c. ما الذي يمثله التقاطع مع التكلفة C؟
   d. ما تكلفة عضوية عامين؟

60. **المجلات** بدأت مجلة شبابية عملها مع بيع 500,000 نسخة من إصداراتها في عامها الأول. ومنذ ذلك الحين. تزايد عدد النسخ المبيعة بمتوسط 33,388 نسخة كل عام.
   a. اكتب معادلة تمثل عدد النسخ المبيعة c بعد عدد t من الأعوام.
   b. ما الذي يمثله الميل؟
   c. ما الذي يمثله التقاطع مع التكلفة C؟
   d. إذا بدأت المجلة في الصدور في عام 1994. واستمرت الزيادة على هذا المنوال. ففي أي عام سيصل عدد النسخ المبيعة إلى 3,000,000؟

61. **الهواتف الذكية** باعت شركة اتصالات 3,305 هواتف ذكية في العام الأول من الإنتاج. فافترض أنهم يتوقعون بيع 25 هاتفًا يوميًا في المتوسط.
   a. اكتب معادلة بعدد الهواتف الذكية P المبيعة بعد عدد t من الأعوام من العام الأول للإنتاج. مع افتراض أن عدد أيام العام يبلغ 365 يومًا.
   b. إذا استمرت المبيعات بهذا المعدل. فكم عدد الأعوام اللازمة لتبيع الشركة 100,000 هاتف؟

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

62. **مسألة غير محددة الإجابة** الإجابة ارسم تمثيلاً بيانيًا يمثل دالة خطية واقعية واكتب معادلة لهذا التمثيل البياني. صف ما الذي يمثله التمثيل البياني.

63. **التبرير** حدد ما إذا كان من الممكن كتابة معادلة لمستقيم رأسي بصيغة الميل والمقطع. اشرح استنتاجك.

64. **تحد** لخّص السمات التي تشترك فيها التمثيلات البيانية $y = 2x + 3$ و $y = 4x + 3$ و $y = -x + 3$ و $y = -10x + 3$.

65. **الانتظام** إذا تم تقديم معادلة في صيغة قياسية. فاشرح كيفية تحديد معدل التغير.

66. **الكتابة في الرياضيات** اشرح كيف ستستخدم تقاطعًا مع المحور الرأسي y وميلاً محددين للتنبؤ بقيمة y الموافقة لقيمة x محددة بدون التمثيل البياني.

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

تدريب على الاختبار المعياري

67. متجر موسيقى يمتلك عدد x من الأقراص المضغوطة في مخزونه. فإذا تم بيع 350 قرصًا. وإضافة $3y$ للمخزون. فأي تعبير يمثل عدد الأقراص المضغوطة في المخزون؟

A $350 + 3y - x$
B $x - 350 + 3y$
C $x + 350 + 3y$
D $3y - 350 - x$

68. **الاحتمالية** يبين الجدول التالي نتيجة استطلاع عن الأنشطة المفضلة. فما احتمال أن يكون النشاط المفضل لأحد الطلاب هو الألعاب الرياضية أو نادي المسرح؟

نشاط غير مدرسي	الطلاب
نادي الفنون	24
الفرقة الموسيقية	134
الكورال الغنائي	37
نادي المسرح	46
فرقة التطبيل الساخر	19
جريدة المدرسة	26
الألعاب الرياضية	314

F $\frac{3}{8}$ G $\frac{4}{9}$ H $\frac{3}{5}$ J $\frac{2}{3}$

69. تتطلب وصفة لشراب فاكهة 2 oz من عصير البرتقال لكل 8 oz من عصير الليمون.

فإذا استخدمت أمينة 64 oz من عصير الليمون. فأي نسبة يمكنها استخدامها لإيجاد قيمة x. وهو عدد أوقيات عصير البرتقال اللازمة؟

A $\frac{2}{x} = \frac{64}{6}$ C $\frac{2}{8} = \frac{x}{64}$

B $\frac{8}{x} = \frac{64}{2}$ D $\frac{6}{2} = \frac{x}{64}$

70. **الاستجابة الموسّعة** يبين الجدول التالي نتائج حملة جمع طعام معلّب. وقد تم جمع 1,225 عبوة. وجمع فصل الصف الثاني عشر عبوات أكثر بمقدار 55 عبوة مما جمعه فصل الصف العاشر. فكم عدد العبوات التي جمعها كل من فصلي الصف العاشر والصف الثاني عشر بشكل منفرد؟ اكتب الحل هنا.

الصف	العبوات
9	340
10	x
11	280
12	y

مراجعة شاملة

حدد الدالة ذات الصلة لكل متتالية حسابية. ثم حدد ما إذا كانت الدالة *تناسبية* أم *غير تناسبية*. (الدرس 3-6)

71. 3, 7, 11, ...

72. 8, 6, 4, ...

73. 0, 3, 6, ...

74. 1, 2, 3, ...

75. **برامج الألعاب** يربح المتسابقون في برنامج للألعاب أموالًا من خلال الإجابة عن 10 أسئلة. (الدرس 3-5)

a. جد قيمة السؤال العاشر.

b. إذا تمت الإجابة عن كل الأسئلة على نحو صحيح. فكم ستكون الأرباح؟

افترض أن y يتغير طرديًا مثل x. فاكتب معادلة تغير طردي تربط بين x و y. ثم قم بحلها. (الدرس 3-4)

76. إذا كان $y = 10$ عندما يكون $x = 5$. فجد قيمة y عندما يكون $x = 6$.

77. إذا كان $y = -16$ عندما يكون $x = 4$. فجد قيمة x عندما يكون $y = 20$.

78. إذا كان $y = 6$ عندما يكون $x = 18$. فجد قيمة y عندما يكون $x = -12$.

79. إذا كان $y = 12$ عندما يكون $x = 15$. فجد قيمة x عندما يكون $y = -6$.

مراجعة المهارات

جد الميل للمستقيم المار عبر كل زوج من النقاط.

80. (2, 3), (9, 7)

81. (−3, 6), (2, 4)

82. (2, 6), (−1, 3)

83. (−3, 3), (1, 3)

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-1 عائلة التمثيلات البيانية الخطية

مختبر تقنية التمثيلات البيانية

ترتبط أية عائلة من البشر بالميلاد والزواج. وغالبًا ما يتشارك الأفراد في العائلات بعض السمات. والتمثيلات البيانية الموجودة في عائلة واحدة تتشارك في سمة واحدة على الأقل.

فالتمثيلات البيانية في العائلة الخطية كلها عبارة عن مستقيمات. وأبسط تمثيل بياني في العائلة هو صاحب الدالة الأصلية المتمثلة في $y = x$

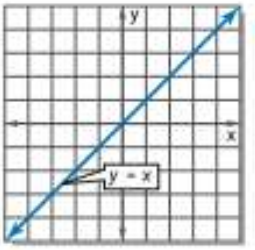
وتُعرف هذه الدالة الأصلية كذلك باسم **الدالة المحايدة**.

ويحتوي تمثيلها البياني على كل النقاط ذات الإحداثيين (a, a).

ومجالها ومداها يعدان جميعًا أرقامًا حقيقية.

يمكنك استخدام حاسبة التمثيل البياني للاستقصاء عن كيفية تأثير تغيير المعلمتين m و b في المعادلة $y = mx + b$ على التمثيلات البيانية في عائلة الدوال الخطية.

التمثيل البياني الأصلي
الدالة المحايدة



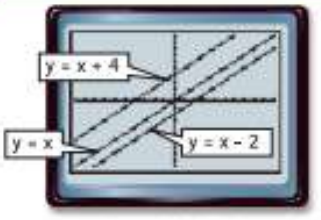
ممارسات في الرياضيات
إيجاد البنية والاستفادة منها.

نشاط 1 تغيير b في $y = mx + b$

مثّل كلاً من $y = x$ و $y = x + 4$ و $y = x - 2$ في نافذة العرض القياسية.

أدخل المعادلات في قائمة Y= لتكون في صورة Y1 و Y2 و Y3. ثم مثّل المعادلات بيانيًا.

خطوات العملية على الحاسبة: Y= X,T,θ,n ENTER X,T,θ,n + 4 ENTER X,T,θ,n − 2 ENTER
ZOOM 6



[-10, 10] scl: 1 في [-10, 10] scl: 1

1A. كيف تتم مقارنة أشكال الميل في التمثيلات البيانية؟

1B. قارن التمثيل البياني لـ $y = x + 4$ بالتمثيل البياني لـ $y = x$. كيف يمكنك الحصول على التمثيل البياني لـ $y = x + 4$ من التمثيل البياني لـ $y = x$؟

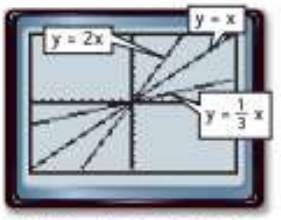
1C. كيف يمكنك الحصول على التمثيل البياني لـ $y = x - 2$ من التمثيل البياني لـ $y = x$؟

تغيير نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y، b. يؤدي إلى تحويل أو نقل الدالة الخطية لأعلى أو أسفل المحور الرأسي y. تغيير m في $y = mx + b$ يؤثر على التمثيلات البيانية بطريقة مختلفة. أولاً. استقص عن القيم الموجبة لـ m.

نشاط 2 تغيير m في $y = mx + b$، بقيم موجبة

مثّل كلاً من $y = x$ و $y = 2x$ و $y = \frac{1}{3}x$ في نافذة العرض القياسية.

أدخل المعادلات في قائمة Y= ومثّلها بيانيًا.



[-10, 10] scl: 1 في [-10, 10] scl: 1

2A. كيف تتم مقارنة أشكال التقاطع من المحور الرأسي y في التمثيلات البيانية؟

2B. قارن التمثيل البياني الذي يمثل $y = 2x$ بالتمثيل البياني الذي يمثل $y = x$.

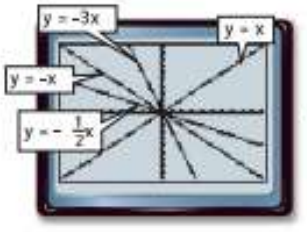
2C. أيهما أكثر ميلًا. التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{1}{3}x$ أم التمثيل البياني الذي يمثل $y = x$؟

هل يؤثر تغيير m إلى قيمة سالبة على التمثيل البياني بطريقة تختلف عن تغييره إلى قيمة موجبة؟

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

نشاط 3 تغيير m في $y = mx + b$، بقيم سالبة

مثّل كلاً من $y = x$ و $y = -x$ و $y = -3x$ و $y = -\frac{1}{2}x$ بيانيًا في نافذة العرض القياسية.



[-10, 10] scl: 1 by [-10, 10] scl: 1

أدخل المعادلات في قائمة Y= ومثّلها بيانيًا.

3A. كيف تختلف التمثيلات البيانية ذات قيم m السالبة عن التمثيلات البيانية ذات قيم m الموجبة؟

3B. قارن التمثيلات البيانية التي تمثل كلاً من $y = -x$ و $y = -3x$ و $y = -\frac{1}{2}x$. أيها أكثر ميلاً؟

تحليل النتائج

فهم طبيعة المسائل والمثابرة في الحل

1. $y = 2x$
   $y = 2x + 3$
   $y = 2x - 7$

2. $y = x + 1$
   $y = 2x + 1$
   $y = \frac{1}{4}x + 1$

3. $y = x + 4$
   $y = 2x + 4$
   $y = \frac{3}{4}x + 4$

4. $y = 0.5x + 2$
   $y = 0.5x - 5$
   $y = 0.5x + 4$

5. $y = -2x - 2$
   $y = -4.2x - 2$
   $y = -\frac{1}{3}x - 2$

6. $y = 3x$
   $y = 3x + 6$
   $y = 3x - 7$

7. تتسم عائلات التمثيلات البيانية بسمات مشتركة. فما المشترك بين التمثيلات البيانية لكل المعادلات في صيغة $y = mx + b$؟

8. كيف تؤثر قيمة b على التمثيل البياني الذي يمثل $y = mx + b$؟

9. ما نتيجة تغيير قيمة m على التمثيل البياني الذي يمثل $y = mx + b$ إذا كان m قيمة موجبة؟

10. كيف يمكنك تحديد التمثيل البياني الأكثر ميلاً من خلال فحص المعادلات التالية؟
    $y = 3x$, $y = -4x - 7$, $y = \frac{1}{2}x + 4$

11. اشرح كيف تساعدك معرفة تأثيرات m و b على وضع التمثيل البياني الخاص بمعادلة.

12. يمكن للمعادلة $y = k$ أن تكون أيضا تمثيلاً بيانيًا أصليًا. مثّل $y = 5$ و $y = 2$ و $y = -4$ بيانيًا على نفس الشاشة. صف أوجه الشبه أو الاختلاف بين التمثيلات البيانية.

امتداد

يمكن أيضًا تحديد الدوال غير الخطية على أساس عائلة من التمثيلات البيانية. مثّل كل مجموعة من المعادلات التالية بيانيًا على نفس الشاشة. صِف أوجه الشبه أو الاختلاف.

13. $y = x^2$
    $y = -3x^2$
    $y = (-3x)^2$

14. $y = x^2$
    $y = x^2 + 3$
    $y = (x - 2)^2$

15. $y = x^2$
    $y = 2x^2 + 4$
    $y = (3x)^2 - 5$

16. صِف أوجه الشبه والاختلاف في فئات الدوال $f(x) = x^2 + c$ و $f(x) = (x + c)^2$، حيث c هو أي عدد حقيقي.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-2 كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

.. السابق	.. الحالي	.. لماذا؟
• قمت بتمثيل مستقيمات بيانيًا باستخدام الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.	1 • كتابة معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والمقطع باستخدام الميل ونقطة واحدة. 2 • كتابة معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والمقطع باستخدام نقطتين محددتين.	• في عام 2006، كان عدد الزائرين لحديقة حيوان وأسماك كولومبوس حوالي 1.6 مليون زائر. وفي 2009، بلغ عدد الزائرين حوالي 2.2 مليون زائر. ويمكنك إيجاد متوسط معدل التغير لهذه البيانات. بعد ذلك، يمكنك كتابة معادلة من شأنها أن تمثل متوسط الزائرين لحديقة الحيوان هذه في عام محدد.

مفردات جديدة

قيد constraint

استكمال خارجي خطي linear extrapolation

ممارسات في الرياضيات

بناء فرضيات عملية والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين. مراعاة الدقة.

1 كتابة معادلة باستخدام ميل ونقطة محددين

يوضح المثال التالي كيفية كتابة معادلة لمستقيم ما إذا تم منحك ميلاً ونقطة بخلاف نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y.

مثال 1 كتابة معادلة باستخدام ميل ونقطة محددين

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطة (1 ,2) وميله يساوي 3.

لقد تم تحديد الميل فقط وليس التقاطع مع المحور الرأسي y.

الخطوة 1 جـد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$1 = 3(2) + b$	عوّض m بـ 3، و y بـ 1، و x بـ 2.
$1 = 6 + b$	بسّط.
$1 - 6 = 6 + b - 6$	اطرح 6 من طرفي المعادلة.
$-5 = b$	بسّط.

الخطوة 2 المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

$y = mx + b$	صيغة الميل والمقطع
$y = 3x - 5$	عوّض m بـ 3 و b بـ -5.

إذًا، فمعادلة المستقيم هي $y = 3x - 5$.

تمرين موجّه

اكتب معادلة لمستقيم يمر بنقطة محددة وله ميل محدد.

1A. (5 ,2-)، الميل 3 **1B.** (7- ,4)، الميل 1-

2 كتابة معادلة باستخدام نقطتين محددتين

إذا تم منحك نقطتين يمر بهما مستقيم ما، فيمكنك استخدامهما لإيجاد الميل أولاً. وبعد ذلك، يمكنك اتباع الخطوات الواردة في المثال 1 لكتابة المعادلة.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 2 كتابة معادلة باستخدام نقطتين محددتين

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط.

a. (3, 1) و (2, 4)

الخطوة 1 جـد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقطتين المحددتين.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ صيغة الميل

$= \frac{4 - 1}{2 - 3}$ $(x_1, y_1) = (3, 1)$ و $(x_2, y_2) = (2, 4)$

$= \frac{3}{-1} = -3$ بسّط.

الخطوة 2 استخدم أيًا من النقطتين لإيجاد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$4 = (-3)(2) + b$ عوّض m بـ −3، و x بـ 2، و y بـ 4.

$4 = -6 + b$ بسّط.

$4 - (-6) = -6 + b - (-6)$ اطرح −6 من طرفي المعادلة.

$10 = b$ بسّط.

الخطوة 3 اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = -3x + 10$ عوّض m بـ −3، و b بـ 10.

إذًا، فالمعادلة تكون $y = -3x + 10$.

b. (−4, −2) و (−5, −6)

الخطوة 1 جـد ميل المستقيم الذي يحتوي على النقطتين المحددتين.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ صيغة الميل

$= \frac{-6 - (-2)}{-5 - (-4)}$ $(x_1, y_1) = (-4, -2)$ و $(x_2, y_2) = (-5, -6)$

$= \frac{-4}{-1} = 4$ بسّط.

الخطوة 2 استخدم أيًا من النقطتين لإيجاد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$-2 = 4(-4) + b$ عوّض m بـ 4، و x بـ −4، و y بـ −2.

$-2 = -16 + b$ بسّط.

$-2 - (-16) = -16 + b - (-16)$ اطرح −16 من طرفي المعادلة.

$14 = b$ بسّط.

الخطوة 3 اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = 4x + 14$ عوّض m بـ 4، و b بـ 14.

إذًا، فالمعادلة تكون $y = 4x + 14$.

تمرين موجّه

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.

2A. (−1, 12), (4, −8)

2B. (5, −8), (−7, 0)

نصيحة دراسية

اختيار نقطة مع وجود نقطتين على مستقيم ما، يمكنك تحديد أي منهما لتصبح (x_1, y_1). احرص على الالتزام بالاتساق طوال حل المسألة.

نصيحة دراسية

الميل إذا كانت قيمتا الإحداثيين (x_1, y_1) سلبيتين، فتأكد من وضع كلٍ من علامات السالب وعلامات الطرح الموجودة في صيغة الميل في الحسبان.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

في الرياضيات، **القيد** هو شرط يجب أن يفي به الحل. ويمكن النظر للمعادلات على أنها قيود في حالة حل المسائل. وتفي حلول المعادلة بقيود المسألة.

مثال 3 من الحياة اليومية استخدام صيغة الميل والمقطع

رحلات الطيران يبين الجدول التالي عدد رحلات الطيران الداخلي في الولايات المتحدة في الفترة من 2004 حتى 2008. اكتب معادلة يمكن استخدامها للتنبؤ بعدد رحلات الطيران إذا استمرت في التناقص بنفس المعدل.

العام	رحلات الطيران (بالملايين)
2004	9.97
2005	10.04
2006	9.71
2007	9.84
2008	9.37

الفهم أنت تعرف عدد رحلات الطيران في الفترة من 2004-2008.

التخطيط لنفترض أن x يمثل عدد الأعوام منذ العام 2000، ولنفترض أن y يمثل عدد رحلات الطيران. فاكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطة (4, 9.97) والنقطة (8, 9.37).

الحل جد الميل.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$ صيغة الميل

$$= \frac{9.37 - 9.97}{8 - 4}$$ لنفترض أن $(x_1, y_1) = (4, 9.97)$ وأن $(x_2, y_2) = (8, 9.37)$.

$$= -\frac{0.6}{4} = -0.15$$ بسّط.

استخدم (8, 9.37) لإيجاد التقاطع مع المحور الرأسي y الخاص بالمستقيم.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$9.37 = -0.15(8) + b$ عوّض y بـ 9.37، و m بـ -15، و x بـ 8.

$9.37 = -1.2 + b$ بسّط.

$10.57 = b$ اجمع 2.1 على طرفي المعادلة.

اكتب المعادلة باستخدام $m = -0.15$ و $b = 10.57$.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = -0.15x + 10.57$ عوّض m بـ -0.15 و b بـ 10.57

التحقق تحقق من نتيجتك باستخدام إحداثيات النقطة الأخرى.

$y = -0.15x + 10.57$ المعادلة الأصلية

$9.97 \stackrel{?}{=} -0.15(4) + 10.57$ عوّض y بـ 9.97 و x بـ 4.

$9.97 = 9.97$ ✓ بسّط.

تمرين موجّه

3. المعرفة المالية بالإضافة إلى راتب أحمد الأسبوعي، فهو يكسب AED 160 مقابل كل عملية توصيل. والأسبوع الماضي، قام بـ 5 عمليات توصيل، وإجمالي مكسبه كان AED 800. اكتب معادلة خطية لإيجاد إجمالي مكسب أحمد الأسبوعي T إذا كان يقوم بعدد d من عمليات التوصيل.

يمكنك استخدام معادلة خطية لوضع تنبؤات عن القيم التي تكون خارج نطاق البيانات. ويُطلق على هذه العملية اسم **الاستكمال الخارجي الخطي**.

مثال 4 من الحياة اليومية التنبؤ من خلال صيغة الميل والمقطع

رحلات الطيران قدّر عدد رحلات الطيران الداخلي في عام 2020.

$y = -0.15x + 10.57$ المعادلة الأصلية

$= -0.15(20) + 10.57$ أو 7.57 ملايين عوّض x بـ 20.

تمرين موجّه

4. المال استخدم المعادلة الموجودة في التمرين الموجّه 3 للتنبؤ بالمبلغ المالي الذي سيجنيه أحمد في أسبوع إذا أتم 8 عمليات توصيل.

مهنة من الحياة اليومية

الطاقم الأرضي

تشمل مسئوليات الطاقم الأرضي التابع للخطوط الجوية التحقق من التذاكر، ومساعدة الركاب في تحميل أمتعتهم، والتأكد من تحميل الحقائب بصورة سليمة وآمنة. وعادةً ما تتطلب هذه المهنة الحصول على دبلومة مدرسة ثانوية أو شهادة تطوير التعليم العام.

المصدر: وظائف الخطوط الجوية

نصيحة في حل المسائل

الدقة إن تحديد ما إذا كانت الإجابة منطقية هو أمر مفيد عندما تكون الإجابة الدقيقة غير ضرورية.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقّق من فهمك

مثال 1 **اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.**

1. (3, −3)، الميل 3
2. (2, 4)، الميل 2
3. (1, 5)، الميل −1
4. (−6, 4)، الميل −2

مثال 2 **اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.**

5. (4, −3), (2, 3)
6. (−7, −3), (−3, 5)
7. (−1, 3), (0, 8)
8. (−2, 6), (0, 0)

المثالان 3, 4 9. **التجديف في الأنهار السريعة** عشرة أشخاص من مجموعة شبابية محلية ذهبوا إلى شركة بلاك هيلز لرحلات التجديف في الأنهار السريعة لحجز رحلة تجديف ليوم واحد. ودفعت المجموعة 425 AED.

a. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لإيجاد التكلفة الإجمالية C للأشخاص p.

b. كم ستكلف الرحلة لـ 15 شخصًا؟

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.**

10. (3, 1)، الميل 2
11. (4, −1)، الميل −1
12. (1, 0)، الميل 1
13. (7, 1)، الميل 8
14. (2, 5)، الميل −2
15. (2, 6)، الميل 2

مثال 2 **اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر كل زوج من النقاط.**

16. (9, −2), (4, 3)
17. (−2, 5), (5, −2)
18. (−5, 3), (0, −7)
19. (3, 5), (2, −2)
20. (−1, −3), (−2, 3)
21. (−2, −4), (2, 4)

المثالان 3, 4 22. **النمذجة** يقود محمود سيارة بوحدة تحكم عن بعد على سرعة ثابتة. وقد قام بتشغيل المؤقت عندما كانت السيارة على بعد 5 أقدام. وبعد ثانيتين، أصبحت السيارة على بعد 35 ft.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد المسافة d بين السيارة ومحمود.

b. قدّر المسافة التي قطعتها السيارة بعد 10 ثوان.

23. **حدائق الحيوان** ارجع إلى بداية الدرس.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد الزائرين (بالملايين) y بعد عدد x من الأعوام. لنفترض أن x هو عدد الأعوام منذ العام 2000.

b. قدّر عدد زائري حديقة الحيوان في عام 2020.

24. **الكتب** في عام 1904، كانت تكلفة القاموس 30 سنتًا. ومن حينها ارتفعت تكلفة القاموس بمتوسط 6 سنتات في العام.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد تكلفة C شراء قاموس بعد عدد y من الأعوام من عام 1904.

b. إذا استمر الأمر على هذا المنوال، فكم ستكون تكلفة القاموس في العام 2020؟

اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة وله الميل المحدد.

25. (4, 2)، الميل $\frac{1}{2}$
26. (3, −2)، الميل $\frac{1}{3}$
27. (6, 4)، الميل $-\frac{3}{4}$
28. (2, −3)، الميل $\frac{2}{3}$
29. (2, −2)، الميل $\frac{2}{7}$
30. (−4, −2)، الميل $-\frac{3}{5}$

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

31. **صيادي الاسماك** في عام 2008، كان هناك قرابة 21 ألف صياد للسمك مسجلين في الامارات. وفي 2016، بلغ عدد صيادي الاسماك 25 الف صياد.

a. اكتب معادلة خطية لإيجاد عدد آلاف G التي سيتم تسجيلها في العام t. بحيث يكون $t = 0$ هو العام 2000.

b. مثّل المعادلة بيانيًا.

c. قدّر عدد صيادي الاسماك التي من المتوقع تسجيلها في عام 2017.

32. **عضويات النادي الرياضي** يعرض مركز ترفيهي محلي عضوية سنوية مقابل AED 265. ويوفر المركز فصول رياضية هوائية في مقابل AED 50 إضافية للفصل الواحد.

a. اكتب معادلة تمثل التكلفة الإجمالية للعضوية.

b. أنفقت أميرة AED 600 في أحد الأعوام. فكم عدد فصول الرياضات الهوائية التي حضرتها؟

33. **الاشتراك** تقدم إحدى المجلات اشتراكًا عبر الإنترنت يسمح لك باستعراض مقالات مؤرشفة تصل إلى 25 مقالاً بالمجان. ولاستعراض 30 مقالاً مؤرشفًا، عليك دفع AED 49.15. ولاستعراض 33 مقالاً مؤرشفًا، عليك دفع AED 57.40.

a. فما تكلفة كل مقال مؤرشف تدفع مقابله رسمًا؟

b. ما تكلفة الاشتراك في المجلة؟

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر عبر النقاط المحددة.

34. $(5, -2), (7, 1)$ 35. $(5, -3), (2, 5)$ 36. $\left(\frac{5}{4}, 1\right), \left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$ 37. $\left(\frac{5}{12}, -1\right), \left(-\frac{3}{4}, \frac{1}{6}\right)$

حدد ما إذا كانت النقاط المحددة موجودة على المستقيم أم لا. اشرح لِمَ أو لِمَ لا؟

38. $(3, -1)$; $y = \frac{1}{3}x + 5$ 39. $(6, -2)$; $y = \frac{1}{2}x - 5$

فيما يتعلق بالتمارين 40-42، حدد أي معادلة تمثل كل حالة بالشكل الأفضل. اشرح معنى كل متغير.

A	B	C
$y = -3x + 72$	$y = 2x + 225$	$y = 8x + 4$

40. **الحفلات الموسيقية** تكلف تذاكر حضور حفل موسيقي AED 8 للتذكرة بالإضافة إلى رسم معالجة بقيمة AED 4 لكل طلب.

41. **جمع التبرعات** يمتلك فصل في العام الدراسي الأول AED 225. ويبيع الوحدة تذاكر سحب بسعر درهمين للتذكرة لجمع الأموال اللازمة للقيام برحلة ميدانية.

42. **حمامات السباحة** يبلغ مستوى الماء الحالي في حمام سباحة في مدينة توكسون بولاية أريزونا 72 بوصة. ومعدل التبخر هو 3- بوصة في اليوم.

43. **فهم طبيعة الأمر** طبّقت إحدى الجهات المصنعة برنامجًا لتقليل النفايات. وفي عام 1998، أرسلت هذه الجهة 946 طنًا من النفايات إلى مواقع دفن النفايات. وفي كل عام بعد ذلك، قللت الجهة نفاياتها بمتوسط 28.4 طنًا.

a. فكم طنًا تم إرسالها إلى مواقع دفن النفايات في عام 2010؟

b. في أي عام سيستحيل استمرار الأمر على هذه الوتيرة؟ اشرح.

44. **جمع الدوال** فتح والدا طالبة في الكلية حسابًا لها بوديعة AED 5,000. وأضافا ودائع تلقائية بمبلغ AED 100 إلى الحساب كل أسبوع.

a. اكتب دالة $d(t)$ للتعبير عن المبلغ المالي الموجود في الحساب بعد عدد t من الأسابيع من تاريخ الإيداع الأولي.

b. تخطط هذه الطالبة لإنفاق AED 600 في الأسبوع الأول و AED 250 في كل أسبوع من الأسابيع التالية لنظير الغرفة والمعيشة ونفقات أخرى. اكتب دالة $w(t)$ للتعبير عن مبلغ المال المأخوذ من الحساب كل أسبوع.

c. جد $B(t) = d(t) - w(t)$. ما الذي تمثله هذه الدالة الجديدة؟

d. هل ستنفد أموال الطالبة؟ إذا كان سيحدث هذا، فمتى ذلك؟ نعم؛ في غضون 29 أسبوعًا تقريبًا

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة

45. **تذاكر الحفلة الموسيقية** راشد يشتري تذاكر لحفلة موسيقية عبر الإنترنت. وهناك رسم معالجة لكل طلب، وتكلفة التذكرة الواحدة تبلغ AED 52. وقد طلب راشد 5 تذاكر وكانت التكلفة AED 275.

a. حدد رسم المعالجة. اكتب معادلة خطية لتمثيل التكلفة الإجمالية C لنظير التذاكر t.

b. ارسم جدولاً بالقيم لثلاثة أعداد أخرى على الأقل من التذاكر.

c. مثّل هذه المعادلة بيانيًا. تنبأ بتكلفة 8 تذاكر.

46. **الموسيقى** يقدم متجر موسيقى عضوية لنادي المشترين المعتادين. وتكلّف العضوية AED 22 في العام. وبعدها يمكن للعضو أن يشتري أقراصًا مضغوطة بسعر مخفّض.
فإذا اشترى أحد الأعضاء 17 قرصًا مضغوطًا في عام واحد، فستكون التكلفة AED 111.25.

a. حدد تكلفة كل قرص مضغوط بالنسبة للعضو.

b. اكتب معادلة خطية لتمثيل التكلفة الإجمالية y لعضوية عام واحد، إذا تم شراء عدد x من الأقراص المضغوطة.

c. مثّل هذه المعادلة بيانيًا.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

47. **تحليل الخطأ** تكتب كل من خديجة وأسماء معادلة للمستقيم المار بالنقطتين $(-2, 3)$ و $(4, 6)$. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

خديجة

$m = \frac{4 - (-2)}{6 - 3} = \frac{6}{3}$ أو 2

$y = mx + b$

$-2 = 2(3) + b$

$-2 = 6 + b$

$-8 = b$

$y = 2x - 8$

أسماء

$m = \frac{4 - (-2)}{6 - 3} = \frac{6}{3}$ أو 2

$y = mx + b$

$6 = 2(4) + b$

$6 = 8 + b$

$-2 = b$

$y = 2x - 2$

48. **تحدٍ** افترض أن النقاط الثلاث $(3, 7)$ و $(-6, 1)$ و $(9, p)$ على نفس المستقيم. فجد قيمة p واشرح الخطوات التي اتبعتها.

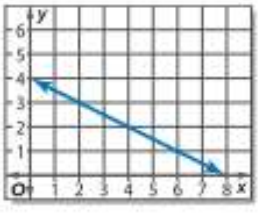
49. **التبرير** افترض أن الصيغة القياسية لمعادلة خطية هي $Ax + By = C$.

a. أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

b. ما الميل؟

c. ما التقاطع مع المحور الرأسي y؟

d. هل هذا صحيح بالنسبة لجميع القيم الحقيقية لكل من A وB وC؟



50. **مسألة غير محددة الإجابة** ابتكر موقفًا واقعيًا يتوافق مع التمثيل البياني الموجود على اليمين. حدد الكميتين وصف العلاقة الدالية بينهما. اكتب معادلة لتمثيل هذه العلاقة واشرح معنى الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y.

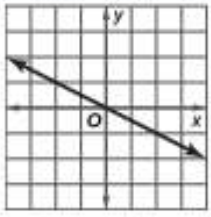
51. **الكتابة في الرياضيات** تعد المعادلات الخطية مفيدة في التنبؤ بالأحداث المستقبلية. صف بعض العوامل في مواقف واقعية قد تؤثر على موثوقية التمثيل البياني في وضع أي تنبؤات.

52. **الفرضيات** ما المعلومات اللازمة لكتابة معادلة لمستقيم ما؟ اشرح.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

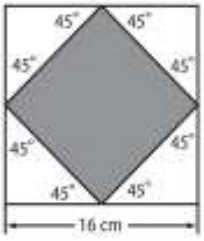
53. أي معادلة تمثل التمثيل البياني بالشكل الأفضل؟



A $y = 2x$
B $y = -2x$
C $y = \frac{1}{2}x$
D $y = -\frac{1}{2}x$

54. يستفيد مصطفى بخصم للموظفين قيمته 12%. فإذا اشترى شيئًا ثمنه AED 335 في المتجر. فما قيمة الخصم الذي سيحصل عليه مع التقريب إلى أقرب درهم؟

F AED 3
G AED 4
H AED 30
J AED 43



55. **الهندسة** تم التوصيل بين نقاط منتصف أربعة أضلاع مربع كبير لتكوين مربع أصغر حجمًا. فما مساحة المربع الأصغر حجمًا؟

A 64 cm^2
B 128 cm^2
C 248 cm^2
D 256 cm^2

56. **إجابة قصيرة** إذا كان $\frac{5(x+4)}{2} + 7 = 37$ فما قيمة $3x - 9$؟

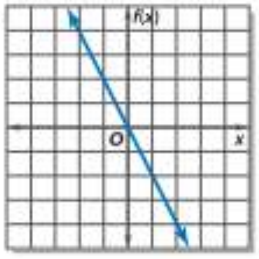
مراجعة شاملة

مثّل كل معادلة بيانيًا. (الدرس 4-1)

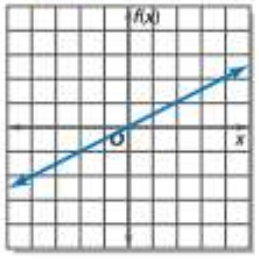
57. $y = 3x + 2$
58. $y = -4x + 2$
59. $3y = 2x + 6$
60. $y = \frac{1}{2}x + 6$
61. $3x + y = -1$
62. $2x + 3y = 6$

اكتب معادلة في صورة تسمية دالة لكل علاقة. (الدرس 3-6)

63.



64.



65. **الأرصاد الجوية** المسافة d بالأميال التي يقطعها صوت الرعد في عدد t من الثواني تحددها المعادلة $d = 0.21t$. (الدرس 3-4)

a. مثّل المعادلة بيانيًا.
b. استخدم التمثيل البياني لتقدير المدة المستغرقة لسماع صوت الرعد القادم من عاصفة على بعد 3 أميال.

حُـلّ كل من المعادلات التالية. تحقق من إجابتك. (الدرس 2-3)

66. $-5t - 2.2 = -2.9$
67. $-5.5a - 43.9 = 77.1$
68. $4.2r + 7.14 = 12.6$
69. $-14 - \frac{n}{9} = 9$
70. $\frac{-8b - (-9)}{-10} = 17$
71. $9.5x + 11 - 7.5x = 14$

مراجعة المهارات

جـد قيمة r بحيث يكون للمستقيم المار بكل زوج من النقاط الميل المحدد.

72. $(6, -2), (r, -6), m = 4$
73. $(8, 10), (r, 4), m = 6$
74. $(7, -10), (r, 4), m = -3$
75. $(6, 2), (9, r), m = -1$
76. $(9, r), (6, 3), m = -\frac{1}{3}$
77. $(5, r), (2, -3), m = \frac{4}{3}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل

السابق:
- كتبت معادلات خطية في ضوء استخدام إما نقطة واحدة محددة بالإضافة إلى الميل أو باستخدام نقطتين.

الحالي:
1. كتابة معادلات المستقيمات بصيغة النقطة والميل.
2. كتابة معادلات خطية بصيغ مختلفة.

لماذا؟
- لدى معظم المجتمعات الإنسانية أماكن لرعاية الجراء والهررة حديثة الولادة، فضلاً عن الحيوانات المصابة أو المريضة. وأثناء الربيع والصيف، يمكن لملجأ كبير أن يؤوي 3,000 حيوان في منازل كل شهر.

فإذا تمكّن ملجأ من إيواء 200 حيوان في أماكن للرعاية في بداية فصل الربيع، فيمكن تمثيل عدد الحيوانات الموجودة في هذه الأماكن في نهاية فصل الصيف من خلال المعادلة $y = 3{,}000x + 200$، حيث يشير الحرف x إلى عدد الشهور والحرف y إلى عدد الحيوانات.

مفردات جديدة
صيغة النقطة والميل
point-slope form

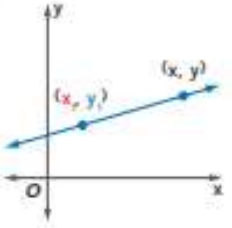
ممارسات في الرياضيات
التفكير بطريقة تجريدية وكمية.

1 صيغة النقطة والميل

يمكن كتابة معادلة لمستقيم ما في **صيغة النقطة والميل** عندما نُعطى الإحداثيات المتعلقة بنقطة واحدة معروفة على خطٍ ما بالإضافة إلى ميل ذلك المستقيم.

المفهوم الأساسي صيغة النقطة والميل

الشرح



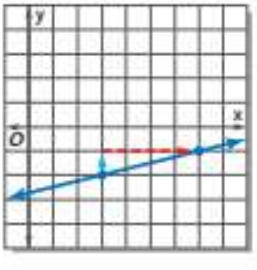
المعادلة الخطية $y - y_1 = m(x - x_1)$ مكتوبة بصيغة النقطة والميل، حيث تشير (x_1, y_1) إلى نقطة محددة على مستقيم غير رأسي ويشير m إلى ميل المستقيم.

الرموز

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال 1 كتابة معادلة وتمثيلها بيانيًا بصيغة النقطة والميل

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر بالنقطة $(3, -2)$ بميل مقداره $\frac{1}{4}$. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.



صيغة النقطة والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$(x_1, y_1) = (3, -2), m = \frac{1}{4}$ $y - (-2) = \frac{1}{4}(x - 3)$

بسّط. $y + 2 = \frac{1}{4}(x - 3)$

عيّن النقطة عند $(3, -2)$ واستخدم الميل لإيجاد نقطة أخرى على المستقيم. ارسم مستقيمًا يمر بالنقطتين.

تمرين موجّه

1. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2, 1)$ وميله يساوي -6. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

2 صيغ المعادلات الخطية إذا أعطيت الميل وإحداثيات نقطة أو نقطتين، فيمكنك كتابة معادلة خطية بالطرق التالية.

ملخص المفاهيم كتابة المعادلات

من خلال تحديد الميل ونقطة واحدة

الخطوة 1 ستبدل قيمة m وافترض أن إحداثيي كل من x و y هما (x_1, y_1). أو عوّض قيمة m و x و y من خلال صيغة تقاطع الميل وقم بالحل لإيجاد قيمة b.

الخطوة 2 أعد كتابة المعادلة بالصيغة المطلوبة.

من خلال تحديد نقطتين

الخطوة 1 جد الميل.

الخطوة 2 اختر إحدى النقطتين لاستخدامها.

الخطوة 3 اتبع خطوات كتابة معادلة باستخدام الميل ونقطة واحدة.

نصيحة دراسية

الميل يظل ميل المستقيم بلا تغيير بطول المستقيم. ويمكنك الانتقال نحو أي من الاتجاهين بطول المستقيم باستخدام نفس التغير الرأسي على التغير الأفقي وستنتهي دوما عند نقطة ما على المستقيم.

مثال 2 الصيغة القياسية

اكتب $y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 5)$ بالصيغة القياسية.

$y - 1 = -\frac{2}{3}(x - 5)$ المعادلة الأصلية

$3(y - 1) = 3\left(-\frac{2}{3}\right)(x - 5)$ اضرب كل طرف في 3 للتخلص من الكسر.

$3(y - 1) = -2(x - 5)$ بسّط.

$3y - 3 = -2x + 10$ خاصية التوزيع

$3y = -2x + 13$ اجمع 3 إلى كل طرف.

$2x + 3y = 13$ اجمع $2x$ إلى كل طرف.

مراجعة المفردات

الصيغة القياسية لمعادلة خطية $Ax + By = C$. حيث يكون $A \geq 0$ و A و B ليسا كليهما صفرا. و A و B و C أعداد صحيحة بعامل مشترك أكبر بقيمة 1

تمرين موجّه

2. اكتب $y - 1 = 7(x + 5)$ بالصيغة القياسية.

لإيجاد نقطة التقاطع مع المحور الرأسي y لمعادلة ما، أعد كتابة المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

مثال 3 صيغة الميل والتقاطع

اكتب $y + 3 = \frac{3}{2}(x + 1)$ بصيغة الميل والمقطع.

$y + 3 = \frac{3}{2}(x + 1)$ المعادلة الأصلية

$y + 3 = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ خاصية التوزيع

$y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ اطرح 3 من كل طرف.

تمرين موجّه

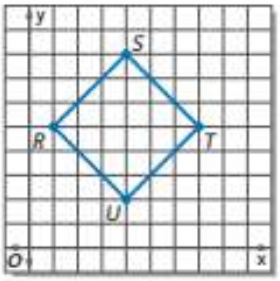
3. اكتب $y + 6 = -3(x - 4)$ بصيغة الميل والمقطع.

محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق الطبع والتأليف

يمكن أن تكون القدرة على استخدام صيغ متنوعة من المعادلات الخطية أمرًا مفيدًا في موضوعات أخرى كذلك.

مثال 4 صيغة النقطة والميل والصيغة القياسية

الهندسة يوضح الشكل المربع RSTU.



a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{TU}$.

الخطوة 1 جد ميل الضلع $\overline{TU}$.

صيغة الميل $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{5 - 2}{7 - 4} = 1$ أو $(x_1, y_1) = (4, 2)$ و $(x_2, y_2) = (7, 5)$

الخطوة 2 يمكنك تحديد أي من النقطتين لتكون (x_1, y_1) في صيغة النقطة والميل.

صيغة النقطة والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$(x_1, y_1) = (4, 2)$ $y - 2 = 1(x - 4)$

$(x_1, y_1) = (7, 5)$ $y - 5 = 1(x - 7)$

b. اكتب معادلة بالصيغة القياسية للمستقيم نفسه.

$y - 2 = 1(x - 4)$	المعادلة الأصلية	$y - 5 = 1(x - 7)$
$y - 2 = 1x - 4$	خاصية التوزيع	$y - 5 = 1x - 7$
$y = 1x - 2$	اجمع إلى كل طرف.	$y = 1x - 2$
$-1x + y = -2$	اطرح $1x$ من كل طرف.	$-1x + y = -2$
$x - y = 2$	اضرب كل طرف في -1.	$x - y = 2$

تمرين موجّه

4A. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{ST}$.

4B. اكتب معادلة بالصيغة القياسية للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{ST}$.

نصيحة دراسية

الميول في المربعات يكون للأضلاع المتقابلة غير الرأسية للمربع ميول متساوية. وإذا لم تتوفر إحداثيات أحد رؤوس التقاطع، فاستخدم الميل الخاص بالضلع المقابل.

التحقق من فهمك

مثال 1 **اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة مع الميل المُقدَّم. ثم مثِّل المعادلة بيانيًا.**

1. $(-2, 5)$. الميل -6
2. $(-2, -8)$. الميل $\frac{5}{6}$
3. $(4, 3)$. الميل $-\frac{1}{2}$

مثال 2 **اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.**

4. $y + 2 = \frac{7}{8}(x - 3)$
5. $y + 7 = -5(x + 3)$
6. $y + 2 = \frac{5}{3}(x + 6)$

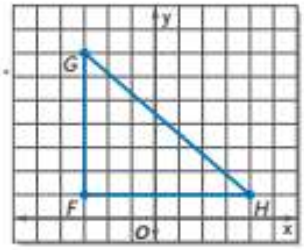
مثال 3 **اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع.**

7. $y - 10 = 4(x + 6)$
8. $y - 7 = -\frac{3}{4}(x + 5)$
9. $y - 9 = x + 4$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 4

10. **الهندسة** استخدم المثلث القائم الزاوية FGH.



a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{GH}$.

b. اكتب الصيغة القياسية للمستقيم الذي يحتوي على الضلع $\overline{GH}$.

التمرين وحل المسائل

مثال 1

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر بكل نقطة باستخدام الميل المحدد. ثم مثّل المعادلة بيانيًا.

11. $(5, 3)$, $m = 7$

12. $(2, -1)$, $m = -3$

13. $(-6, -3)$, $m = -1$

14. $(-7, 6)$, $m = 0$

15. $(-2, 11)$, $m = \frac{4}{3}$

16. $(-6, -8)$, $m = -\frac{5}{8}$

17. $(-2, -9)$, $m = -\frac{7}{5}$

18. $(-6, 0)$, مستقيم أفقي

مثال 2

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

19. $y - 10 = 2(x - 8)$

20. $y - 6 = -3(x + 2)$

21. $y - 9 = -6(x + 9)$

22. $y + 4 = \frac{2}{3}(x + 7)$

23. $y + 7 = \frac{9}{10}(x + 3)$

24. $y + 7 = -\frac{3}{2}(x + 1)$

25. $2y + 3 = -\frac{1}{3}(x - 2)$

26. $4y - 5x = 3(4x - 2y + 1)$

مثال 3

اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع.

27. $y - 6 = -2(x - 7)$

28. $y - 11 = 3(x + 4)$

29. $y + 5 = -6(x + 7)$

30. $y - 1 = \frac{4}{5}(x + 5)$

31. $y + 2 = \frac{1}{6}(x - 4)$

32. $y + 6 = -\frac{3}{4}(x + 8)$

33. $y + 3 = -\frac{1}{3}(2x + 6)$

34. $y + 4 = 3(3x + 3)$

مثال 4

35. **تأجير الأفلام** عدد النسخ المستأجرة من فيلم في كشك لأفلام الفيديو تناقص بمعدل ثابت مقداره 5 نسخ أسبوعيًا. وفي الأسبوع السادس بعد طرح الفيلم. تم استئجار 4 نسخ من الفيلم. فكم عدد النسخ التي تم استئجارها خلال الأسبوع الثاني؟

36. **الاستنتاج** شركة تعرض اشتراكًا مميزًا في قنوات فضائية مشفرة مقابل AED 39.95 في الشهر بالإضافة إلى رسم تثبيت للقنوات لمرة واحدة. ويبلغ إجمالي تكلفة تثبيت الخدمة والاستفادة من 6 أشهر من هذه الخدمة AED 264.70

a. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل لإيجاد السعر الإجمالي y مقابل أي عدد x من الشهور x. (إرشاد: النقطة $(6, 264.70)$ هي **حل للمعادلة.**)

b. اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

c. ما رسم تثبيت الخدمة؟

اكتب معادلة للمستقيم الموصوف بصيغة قياسية.

37. بالنقطة $(7, -1)$ و $(-2, 8)$

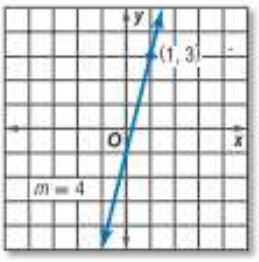
38. بالنقطة $(3, -4)$ مع تقاطع مع المحور الرأسي y بقيمة 0

39. بالتقاطع مع المحور الافقي x عند 4 والتقاطع مع المحور الرأسي y عند 5

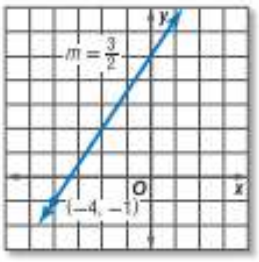
McGraw-Hill Education محفوظة لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل لكل مستقيم.

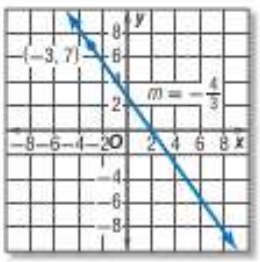
40.



41.



42.



اكتب كل معادلة في صيغة الميل والمقطع.

43. $y + \frac{3}{5} = x - \frac{2}{5}$

44. $y - \frac{7}{2} = \frac{1}{2}(x - 4)$

45. $y + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}\left(x + \frac{2}{5}\right)$

46. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل وبصيغة الميل والمقطع وبالصيغة القياسية لمستقيم يمر بالنقطة $(-2, 8)$ بميل مقداره $-\frac{8}{5}$.

47. المستقيم ℓ يمر بالنقطة $(-9, 4)$ مع ميل مقداره $\frac{4}{7}$. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل وبصيغة الميل والتقاطع وبالصيغة القياسية للمستقيم ℓ.

48. **المناخ** يبلغ الضغط الجوي 598 مليمترا زئبقيا (mmHg) عند ارتفاع يبلغ 1.8 km وبقيمة 577 (mmHg) مليمترا من الزئبق على ارتفاع 2.1 km.

a. اكتب صيغة للضغط الجوي كدالة للارتفاع.

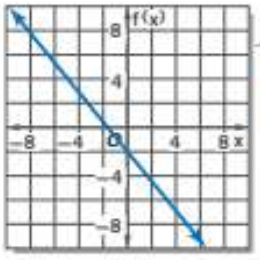
b. ما قيمة الارتفاع إذا كان الضغط هو 657 (mmHg) مليمترا زئبقيا؟

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

49. **أي مما يلي لا ينسجم مع المجموعة؟** حدد المعادلة التي لا تنسجم مع المجموعة. اشرح استنتاجك.

$y - 5 = 3(x - 1)$	$y + 1 = 3(x + 1)$	$y + 4 = 3(x + 1)$	$y - 8 = 3(x - 2)$

50. **التعليق** تظن إيمان أن $f(x)$ و $g(x)$ لهما نفس الميل، ولكن لهما تقاطعات مختلفة. وتظن مريم أن $f(x)$ و $g(x)$ تصفان نفس المستقيم. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.



التمثيل البياني الذي يمثل $g(x)$ هو المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-7, 3)$ والنقطة $(-6, 4)$.

51. **مسألة غير محددة الإجابة** صف سيناريو من واقع الحياة يتمتع بمعدل تغير ثابت وقيمة y مقابل قيمة x محددة. مثّل هذا الموقف باستخدام معادلة في صيغة النقطة والميل ومعادلة بالصيغة القياسية ومعادلة بصيغة الميل والمقطع.

52. **التبرير** اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطة $(-4, 8)$ والنقطة $(-7, 3)$. فما الميل؟ وأين يتقاطع المستقيم مع المحور الأفقي x؟ وأين يتقاطع مع المحور الرأسي y؟

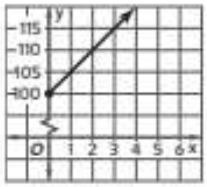
53. **تحدٍ** اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر بالنقطتين (f, g) و (h, j).

54. **الكتابة في الرياضيات** لماذا تمثّل المعادلات الخطية بأكثر من صيغة؟

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

55. أي عبارة يدعمها التمثيل البياني بقوة؟



A تمتلك AED 100 وتنفق AED 5 أسبوعيًا.

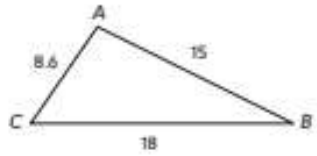
B تمتلك AED 100 وتدخر AED 5 أسبوعيًا.

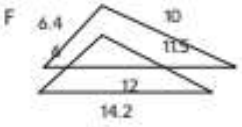
C تحتاج AED 100 لشراء مشغل إسطوانات جديد.

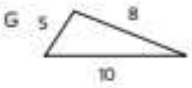
D تحتاج AED 100 لشراء مشغل إسطوانات جديد وتنفق AED 5 أسبوعيًا.

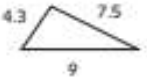
56. إجابة قصيرة يقدم متجر لعملائه شهادة هدايا بقيمة AED 5 مقابل كل AED 75 ينفقونها. فكم يتبقى على العميل أن ينفق لربح شهادات هدايا بقيمة AED 35؟

57. الهندسة أي مثلث يشابه المثلث $\triangle ABC$؟









58. في فصل يتألف من 25 طالبًا، 6 منهم بعيون زرقاء، و 15 منهم بشعر بني، و 3 منهم بعيون زرقاء وشعر بني. فكم عدد الطلاب الذين ليسوا بعيون زرقاء ولا شعر بني؟

A 4 **C** 10

B 7 **D** 22

مراجعة شاملة

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط. (الدرس 4-2)

59. (4, 2), (−2, −4)

60. (3, −2), (6, 4)

61. (−1, 3), (2, −3)

62. (2, −2, (3, 2)

63. (7, −2), (−4, −2)

64. (0, 5), (−3, 5)

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع من للمستقيم ذي الميل والمقطع من المحور الرأسي y المحددين. (الدرس 4-1)

65. الميل: 2−، والتقاطع مع المحور الرأسي y: 6

66. الميل: 3، والتقاطع مع المحور الرأسي y: 5−

67. الميل: $\frac{1}{2}$، والتقاطع مع المحور الرأسي y: 3

68. الميل: $-\frac{3}{5}$، والتقاطع مع المحور الرأسي y: 21

69. الميل: 0، والتقاطع مع المحور الرأسي y: 3

70. الميل: 1−، التقاطع مع المحور الرأسي y: 0

71. يحتوي مسرح كورال جيلز أكتورز على 7 صفوف من المقاعد في قسم الأوركسترا.ويشكل عدد المقاعد في الصفوف متتالية حسابية. كما هو مبين في الجدول.وفي ليلة الافتتاح، بيعت 368 تذكرة لقسم الأوركسترا. فهل بيعت تذاكر أكثر مما لدى هذا القسم من مقاعد؟ (الدرس 3-5)

الصفوف	عدد المقاعد
7	76
6	68
5	60

مراجعة المهارات

حُلّ كل معادلة أو صيغة للمتغير المحدد.

72. $y = mx + b$، لإيجاد m

73. $v = r + at$، لإيجاد a

74. $km + 5x = 6y$، لإيجاد m

75. $4b - 5 = -t$، لإيجاد b

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

السابق
- كتبت المعادلات بصيغة النقطة والميل.

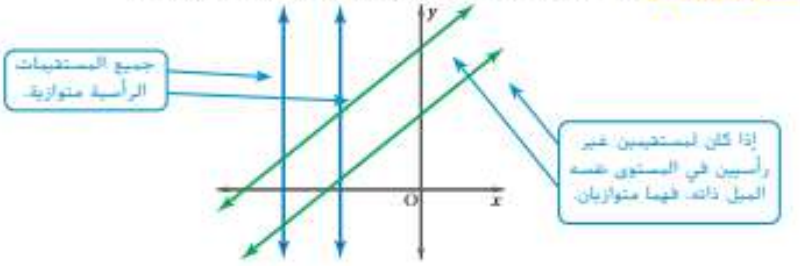
الحالي
1. كتابة معادلة مستقيم يمر بنقطة محددة و موازيا لمستقيم محدد.
2. كتابة معادلة مستقيم يمر بنقطة محددة ويكون عاموديًا على خط آخر محدد.

لماذا؟
- لاحظ المربعات والمستطيلات والمستقيمات في القطعة الفنية الموضحة على اليسار. ويتقاطع بعض المستقيمات لتكون زوايا قائمة. ولا تتقاطع مستقيمات أخرى على الإطلاق.

مفردات جديدة
المستقيمات المتوازية
parallel lines
المستقيمات المتعامدة
perpendicular lines

ممارسات في الرياضيات
استخدام الأدوات البيانية بطريقة إستراتيجية.

1 المستقيمات المتوازية المستقيمات التي تكون في المستوى نفسه، التي لا تتقاطع تُسمى **المستقيمات المتوازية**. وتتبع المستقيمات المتوازية غير الرأسية بالميل نفسه.



ويمكنك كتابة معادلة عن مستقيم موازٍ لمستقيم محدد إذا علمت نقطة على المستقيم ومعادلة لهذا المستقيم المحدد. أولاً، جِد ميل المستقيم المحدد. ثم، عوّض النقطة المقدمة والميل من المستقيم المحدد في صيغة النقطة والميل.

مثال 1 مستقيم يمر بنقطة محددة وموازٍ لمستقيم محدد

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة (5 ،3−) وموازي المستقيم $y = 2x - 4$

الخطوة 1 ميل المستقيم $y = 2x - 4$ هو 2. المستقيم الموازي له الميل ذاته، 2.

الخطوة 2 جِد المعادلة ذات صيغة الميل والمقطع.

$y - y_1 = m(x - x_1)$	صيغة النقطة والميل
$y - 5 = 2[x - (-3)]$	عوّض m بـ 2 واستبدل (x_1, y_1) بـ $(-3, 5)$.
$y - 5 = 2(x + 3)$	بسّط.
$y - 5 = 2x + 6$	خاصية التوزيع
$y - 5 + 5 = 2x + 6 + 5$	اجمع 5 إلى كل طرف.
$y = 2x + 11$	اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

تمرين موجّه

1. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للخط الذي يمر بالنقطة (4 ،1−) وبوازي التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{1}{4}x + 7$.

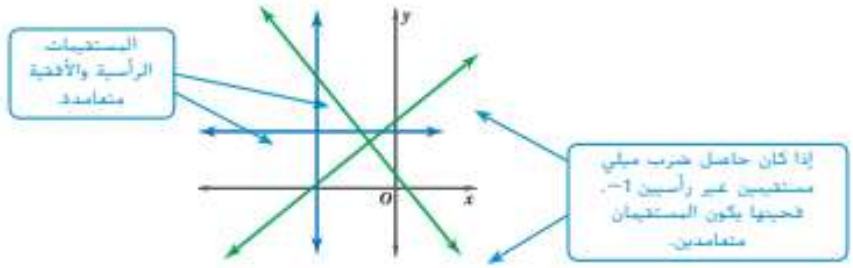
حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة المفردات

المعكوسات المقابلة

المعكوس المقابل الذي يمثل $\frac{a}{b}$ هو $-\frac{b}{a}$. وحاصل ضربهما هو 1-.

2 المستقيمات المتعامدة المستقيمات التي تتقاطع بزوايا قائمة تُسمى **المستقيمات المتعامدة**. وتعد ميول المستقيمات المتعامدة غير الرأسية معكوسات مقابلة. وبالتالي، فإذا كان ميل خط يساوي 4، فميل المستقيم العمودي عليه يكون $-\frac{1}{4}$.

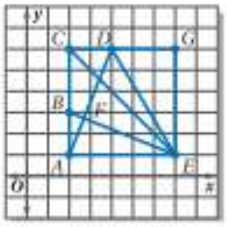


يمكنك استخدام الميل لتحديد ما إذا كان المستقيمان متعامدين.

مثال 2 من الحياة اليومية ميل المستقيمات المتعامدة

التصميم يظهر تصميم شعار جديد لإحدى الشركات على مستوى إحداثي.

a. هل الزاوية DFE∠ زاوية قائمة في الشعار؟



إذا كان المستقيمان $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$ متعامدين، فحينها تكون الزاوية $\angle DFE$ قائمة.
جد ميل كل من المستقيمين $\overline{BE}$ و $\overline{AD}$.

ميل المستقيم $\overline{BE}$: $m = \frac{1-3}{7-2}$ أو $-\frac{2}{5}$

ميل المستقيم $\overline{AD}$: $m = \frac{6-1}{4-2}$ أو $\frac{5}{2}$

تكون القطع المستقيمة متعامدة لأن $-\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = -1$. ولهذا، فالزاوية $\angle DFE$ هي زاوية قائمة.

b. هل كل زوج من الأضلاع المتقابلة متوازٍ؟

إذا كان هناك زوج من الجوانب المتقابلة متوازيًا، فحينها سيكون لهما نفس الميل.

ميل المستقيم $\overline{AC}$: $m = \frac{6-1}{2-2}$ أو غير محدد

حيث إن المستقيمين $\overline{AC}$ و $\overline{GE}$ موازيان للمحور الرأسي y، فهما رأسيان ولهذا فإنهما متوازيان.

ميل المستقيم $\overline{CG}$: $m = \frac{6-6}{7-2}$ أو 0

حيث إن المستقيمين $\overline{CG}$ و $\overline{AE}$ موازيان للمحور الأفقي x، فهما أفقيان ولهذا فإنهما متوازيان.

تمرين موجّه

2. البناء في مخطط بناء بيت شجرة، تتمتع العارضة التي يمثلها المستقيم $\overline{QR}$ بنقطتي النهاية $Q(-6, 2)$ و$R(-1, 8)$. والعارضة الواصلة التي يمثلها المستقيم $\overline{ST}$ لها نقطتا نهاية تتمثلان في $S(-3, 6)$ و$T(-8, 5)$. فهل هاتان العارضتان متعامدتان؟ اشرح.

يمكنك تحديد ما إذا كان التمثيلان البيانيان لمعادلتين خطيتين متوازيين أو متعامدين من خلال مقارنة ميل المستقيمين.

الربط بالحياة اليومية

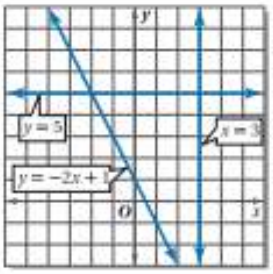
بالرغم من بناء البيوت الشجرية عادةً للأغراض الترفيهية، فإنها صممت في الأصل كطريقة لتوفير الحماية من الحيوانات البرية ومن التعداد السكاني الكثيف ومن تهديدات أخرى.

المصدر: *The Treehouse Book*

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 3 المستقيمات المتوازية أو المتعامدة

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية التي تمثل $y = 5$ و $x = 3$ و $y = -2x + 1$ *متوازية* أم *متعامدة*. اشرح.



مثّل كل خط بيانيًا على مستوى إحداثي.

من التمثيل البياني، يمكنك رؤية أن $y = 5$ مواز للمحور الأفقي x وأن $x = 3$ مواز للمحور الرأسي y. ولهذا فهما متعامدان. ولا يتوازى أيّ من المستقيمات مع الآخر.

تمرين موجّه

3. حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية التي تمثل $6x - 2y = -2$ و $y = 3x - 4$ و $y = 4$ متوازية أم متعامدة. اشرح.

يمكنك كتابة معادلة لخط عمودي على خط محدد إذا علمت نقطة على المستقيم إلى جانب معادلة لهذا المستقيم المحدد.

مثال 4 المستقيم العمودي المار بنقطة محددة

اكتب معادلة بصيغة الميل و لمقطع للخط الذي يمر بالنقطة $(-4, 6)$ وعمودي على التمثيل البياني الذي يمثل $2x + 3y = 12$

الخطوة 1 جـد ميل المستقيم المحدد من خلال حل المعادلة لإيجاد قيمة y.

$2x + 3y = 12$ المعادلة الأصلية

$2x - 2x + 3y = -2x + 12$ من كل طرف x اطرح 2.

$3y = -2x + 12$ بسّط.

$\frac{3y}{3} = \frac{-2x + 12}{3}$ اقسم كل طرف على 3.

$y = -\frac{2}{3}x + 4$ بسّط.

الميل هو $-\frac{2}{3}$.

الخطوة 2 ميل المستقيم العمودي على هو المعكوس المقابل لـ $-\frac{2}{3}$ أو $\frac{3}{2}$. جـد معادلة المستقيم المتعامد.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ صيغة النقطة والميل

$y - 6 = \frac{3}{2}[x - (-4)]$ $(x_1, y_1) = (-4, 6)$ و $m = \frac{3}{2}$

$y - 6 = \frac{3}{2}(x + 4)$ بسّط.

$y - 6 = \frac{3}{2}x + 6$ خاصية التوزيع

$y - 6 + 6 = \frac{3}{2}x + 6 + 6$ اجمع 6 إلى كل طرف.

$y = \frac{3}{2}x + 12$ بسّط.

تمرين موجّه

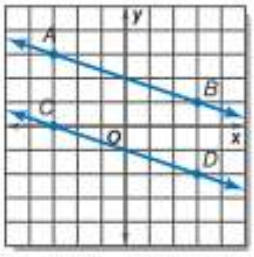
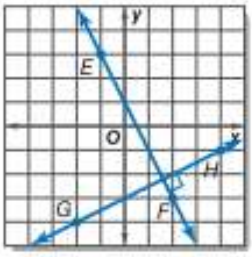
4. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط الذي يمر بالنقطة $(4, 7)$ وعمودي على التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{2}{3}x - 1$

نصيحة دراسية

الأدوات مثّل المعادلة المحددة بيانيًا على شبكة إحداثية وعيّن النقطة المحددة. وباستخدام مسطرة، ارسم خطًا عموديًا على المستقيم المحدد الذي يمر بالنقطة.

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

ملخّص المفاهيم المستقيمات المتوازية والمتعامدة

	المستقيمات المتوازية	المستقيمات المتعامدة
الشرح	إذا كان لمستقيمين غير رأسيين نفس الميل، فإنهما يكونان متوازيين.	يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين إذا كان حاصل ضرب ميل كل منهما هو -1.
الرموز	$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$	$\overleftrightarrow{EF} \perp \overleftrightarrow{GH}$
النماذج		

قراءة في الرياضيات
المستقيمات المتوازية والمتعامدة يتمثل الرمز الخاص بالتوازي في $\parallel$. بينما الرمز الخاص بالتعامد هو $\perp$.

التحقق من فهمك

مثال 1

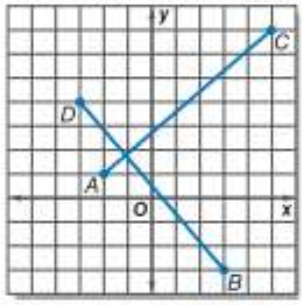
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني الذي يمثل المعادلة المحددة.

1. $(-1, 2)$, $y = \frac{1}{2}x - 3$

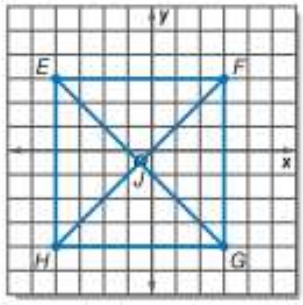
2. $(0, 4)$, $y = -4x + 5$

مثال 2

3. **الحدائق** حديقة على شكل رباعي أضلاع برؤوس بقيمة $A(-2, 1)$ و $B(-3, 3)$ و $C(5, 7)$ و $D(-3, 4)$. وهناك مساران يمثلهما المستقيمان $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ يقطعان الحديقة. فهل هذان المساران متعامدان؟ اشرح.



4. **الدقة** المربع هو شكل رباعي الأضلاع له ضلعان متقابلان متوازيان، وضلعان متتابعان متعامدان، وقطراه متعامدان. حدد ما إذا كان رباعي الأضلاع هذا مربعًا أم لا. اشرح.



مثال 3

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمعادلات التالية متوازية أم متعامدة. اشرح.

5. $y = -2x$, $2y = x$, $4y = 2x + 4$

6. $y = \frac{1}{2}x$, $3y = x$, $y = -\frac{1}{2}x$

مثال 4

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة.

7. $(-2, 3)$, $y = -\frac{1}{2}x - 4$

8. $(-1, 4)$, $y = 3x + 5$

9. $(2, 3)$, $2x + 3y = 4$

10. $(3, 6)$, $3x - 4y = -2$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مثال 1

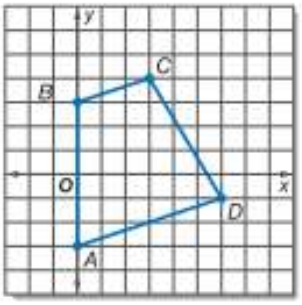
اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني الذي يمثل المعادلة المحددة.

11. $(3,-2),\ y = x + 4$ **12.** $(4,-3),\ y = 3x - 5$ **13.** $(0, 2),\ y = -5x + 8$

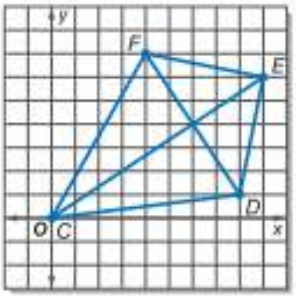
14. $(-4, 2),\ y = -\frac{1}{2}x + 6$ **15.** $(2,3),\ y = -\frac{3}{4}x + 4$ **16.** $(9, 12),\ y = 13x - 4$

مثال 2

17. الهندسة شبه المنحرف هو شكل رباعي الأضلاع له زوج واحد تمامًا من الأضلاع المتوازية المتقابلة. فهل الشكل $ABCD$ هو شبه منحرف؟ اشرح استنتاجك.



18. الهندسة الشكل $CDEF$ عبارة عن طائرة ورقية. فهل قطرا الطائرة الورقية متعامدان؟ اشرح استنتاجك.



19. حدد ما إذا كان التمثيلان البيانيان اللذان يمثلان $y = -6x + 4$ و $y = \frac{1}{6}x$ متعامدين. اشرح.

20. الخرائط على إحدى الخرائط. يمر طريق الوحدة بالنقطة $R(4,-11)$ والنقطة $S(0,-9)$ ويمر طريق العروبة بالنقطة $J(6,-2)$ والنقطة $K(4,-5)$. فإذا كان الطريقان عبارة عن مستقيمين. فهل يكونان متعامدين؟ اشرح.

مثال 3

المثابرة حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية للمعادلات التالية *متوازية أم متعامدة*. اشرح.

21. $2x - 8y = -24,\ 4x + y = -2,\ x - 4y = 4$

22. $3x - 9y = 9,\ 3y = x + 12,\ 2x - 6y = 12$

مثال 4

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة.

23. $(-3, -2)\ y = -2x + 4$ **24.** $(-5, 2),\ y = \frac{1}{2}x - 3$ **25.** $(-4, 5)\ y = \frac{1}{3}x + 6$

26. $(2, 6)\ y = -\frac{1}{4}x + 3$ **27.** $(3, 8),\ y = 5x - 3$ **28.** $(4, -2)\ y = 3x + 5$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لخط عمودي على التمثيل البياني للمعادلة التي تمر بنقطة التقاطع مع المحور الأفقي x لهذا المستقيم.

29. $y = -\frac{1}{2}x - 4$ **30.** $y = \frac{2}{3}x - 6$ **31.** $y = 5x + 3$

32. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط العمودي على التمثيل البياني الذي يمثل $3x + 2y = 8$ ويمر بنقطة التقاطع مع المحور الرأسي y لهذا المستقيم.

حدد ما إذا كانت التمثيلات البيانية لكل زوج من المعادلات التالية *متوازية أم متعامدة أم ليست أيًا منهما*.

33. $y = 4x + 3$
$4x + y = 3$

34. $y = -2x$
$2x + y = 3$

35. $3x + 5y = 10$
$5x - 3y = -6$

36. $-3x + 4y = 8$
$-4x + 3y = -6$

37. $2x + 5y = 15$
$3x + 5y = 15$

38. $2x + 7y = -35$
$4x + 14y = -42$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

39. اكتب معادلة للخط الموازي للتمثيل البياني الذي يمثل $y = 7x - 3$ ويمر بنقطة الأصل.

40. **الحفريات** رسم علماء يحفرون بحثًا عن حفريات ديناصور خريطة للموقع على مستوى إحداثي. فإذا كانت هناك عظمة واحدة تمتد من النقطة $(8, -5)$ إلى النقطة $(10, -1)$ وعظمة ثانية تمتد من النقطة $(-3, -10)$ إلى النقطة $(-5, -6)$، فهل هاتان العظمتان متوازيتان؟ اشرح.

41. **علم الآثار** في أطلال إحدى الحضارات القديمة، عثر عالم آثار على إناء فخاري عند النقطة $(6, 2)$ فضلاً عن أدوات زينة للشعر عند النقطة $(-1, 4)$. وعُثر على عمود أحد طرفيه عند النقطة $(10, 7)$ والطرف الآخر عند النقطة $(12, 14)$. فهل هذا العمود عمودي على المستقيم الممتد من الإناء الفخاري إلى أدوات الزينة؟ اشرح.

42. **التمثيلات** حتى يتسنى لمريم إعداد تصميم على الحاسوب، ينبغي عليها إدخال إحداثيات النقاط على التصميم. وكانت لإحدى القطع المستقيمة التي رسمتها نقطتا نهاية هما $(1, -2)$ و $(3, 4)$. وتمثل الإحداثيات الأخرى التي أدخلتها مريم في النقطتين $(2, -7)$ و $(8, -3)$. فهل يمكن لهاتين النقطتين أن تكونا رؤوسًا لمستطيل؟ اشرح.

43. **تمثيلات متعددة** في هذه المسألة، ستستكشف المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

a. **بيانيًا** مثّل النقاط $A(-3, 3)$ و $B(3, 5)$ و $C(-4, 0)$ بيانيًا على مستوى إحداثي.

b. **تحليليًا** حدد إحداثيات نقطة رابعة D ستؤدي إلى تكوين متوازي أضلاع. اشرح استنتاجك.

c. **تحليليًا** ما العدد الأدنى من النقاط التي يمكن تحريكها لتحويل متوازي الأضلاع إلى مستطيل؟ صف أي النقاط يلزم تحريكها. واشرح السبب.

مسائل مهارات التفكير العُليا

44. **تحدٍ** إذا كان المستقيم المار بالنقطة $(-2, 4)$ والنقطة $(d, 5)$ موازيًا للتمثيل البياني الذي يمثل $y = 3x + 4$، فما قيمة d؟

45. **الاستنتاج المنطقي** أي الميزات الأساسية في التمثيلين البيانيين اللذين يمثلان مستقيمين متوازيين متماثلة، وأيها مختلفة؟ أي الميزات الأساسية في التمثيلين البيانيين اللذين يمثلان مستقيمين متعامدين متماثلة، وأيها مختلفة؟

46. **مسألة غير محددة الإجابة** مثّل بيانيًا مستقيمًا متوازيًا مع $y = 2x - 1$ ومستقيمًا آخر عموديًا عليها.

مثال 3

47. **التعليق** تحاول كل من كريمة وأميرة إيجاد معادلة لخط يتعامد على التمثيل البياني الذي يمثل $y = \frac{1}{3}x + 2$ ويمر بالنقطة $(5, -3)$. فهل كل منهما على صواب؟ اشرح استنتاجك.

كريمة

$y - 5 = -3[x - (-3)]$

$y - 5 = -3(x + 3)$

$y = -3x - 9 + 5$

$y = -3x - 4$

أميرة

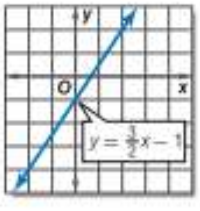
$y - 5 = 3[x - (-3)]$

$y - 5 = 3(x + 3)$

$y = 3x + 9 + 5$

$y = 3x + 14$

48. **الكتابة في الرياضيات** وضح كيف يمكنك تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم متعامدين. اكتب معادلة للتمثيل البياني الذي يتوازى مع المستقيم المرسوم جانبًا ومعادلة للتمثيل البياني العمودي على المستقيم نفسه. اشرح استنتاجك.



محتوى المطبع © لمؤسسة McGraw-Hill Education

تدريب على الاختبار المعياري

49. أيّ مما يلي يُعد تعبيرًا جبريًا للعبارة التالية؟
5 أصغر من ناتج قسمة عدد ما و 8

A $5 - \frac{n}{8}$
C $5 - \frac{8}{n}$
B $\frac{n}{8} - 5$
D $\frac{8}{n} - 5$

50. ما النقاط التي تنتمي للمستقيم الموازي لمستقيم ميله $\frac{3}{4}$؟

F (0, 5) و (−4, 2)
H (0, 0) و (0, −2)
G (0, 2) و (−4, 1)
J (0, −2) و (−4, −2)

51. أي معادلة تطابق البيانات الموجودة في الجدول على النحو الأفضل؟

x	y
1	5
2	7
3	9
4	11

A $y = x + 4$
B $y = 2x + 3$
C $y = 7$
D $y = 4x - 5$

52. إجابة قصيرة يملأ أحمد حمام السباحة الخاص به سعة 6000 gal بمعدل ثابت. وبعد 4 ساعات، أصبح الحمام يحتوي على 800 gal. فكم عدد الساعات الإجمالي الذي سيستغرقه ملء حمام السباحة بالكامل؟

مراجعة شاملة

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 3-4)

53. $y - 13 = 4(x - 2)$
54. $y - 5 = -2(x + 2)$
55. $y + 3 = -5(x + 1)$
56. $y + 7 = \frac{1}{2}(x + 2)$
57. $y - 1 = \frac{5}{6}(x - 4)$
58. $y - 2 = -\frac{2}{5}(x - 8)$

59. استئجار القوارب استأجرت فاطمة وصديقاتها قاربًا لمدة 3 ساعات ودفعن 45 AED إجمالاً. (الدرس 2-4)
a. اكتب معادلة خطية لإيجاد التكلفة الإجمالية C مقابل استئجار القارب لمدة h من الساعات.
b. كم ستكون تكلفة استئجار القارب لمدة 8 ساعات؟

اكتب معادلة للخط الذي يمر بكل نقطة باستخدام الميل المحدد. (الدرس 2-4)

60. $(5, -2), m = 3$
61. $(-5, 4), m = -5$
62. $(3, 0), m = -2$
63. $(3, 5), m =$
64. $(-3, -1), m = -3$
65. $(-2, 4), m = -5$

حوّل كل تعبير إلى أبسط صورة. وإذا تعذّر ذلك، فاكتب *مُبسّط*. (الدرس 1-4)

66. $13m + m$
67. $14a^2 + 13b^2 + 27$
68. $3(x + 2x)$

69. المعرفة المالية في سوق المزارعين، يمكن للتجار استئجار طاولة صغيرة مقابل 5 AED وطاولة كبيرة مقابل 8.50 AED. وذات مرة، تم استئجار 25 طاولة صغيرة و 10 طاولات كبيرة. وفي مرة أخرى، تم استئجار 35 طاولة صغيرة و 12 طاولة كبيرة. (الدرس 1-2)
a. اكتب تعبيرًا جبريًا يوضح المبلغ الإجمالي للأموال التي تم تحصيلها.
b. قيّم هذا التعبير.

مراجعة المهارات

عبّر عن كل علاقة في صورة تمثيل بياني. ثم حدد المجال والمدى.

70. {(3, 8), (3, 7), (2, −9), (1, −9), (−5, −3)}
71. {(3, 4), (4, 3), (2, 2), (5, −4), (−4, 5)}
72. {(0, 2), (−5, 1), (0, 6), (−1, 9), (−4, −5)}
73. {(−7, 6), (−3, −4), (4, −5), (−2, 6), (−3, 2)}

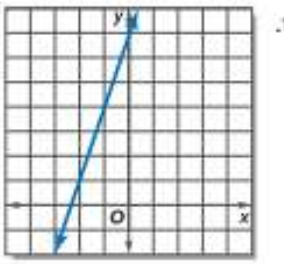
حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 اختبار الوحدة

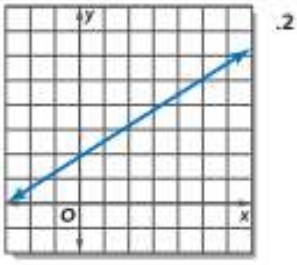
الدروس من 4-1 وحتى 4-4

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لكل تمثيل بياني موضح. (الدرس 4-1)

1.



2.



مثّل كل معادلة بيانيًا. (الدرس 4-1)

3. $y = 2x + 3$

4. $y = \frac{1}{3}x - 2$

5. **التوارب** اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لتكلفة الإيجار الإجمالية C لظبر استخدام قارب عائم لمدة t من الساعات. (الدروس من 4 إلى 1)

اكتب معادلة عن المستقيم باستخدام الشروط المحددة. (الدرس 4-2)

6. (2, 5)، الميل 3

7. (−3, −1)، الميل $\frac{1}{2}$

8. (−3, 4), (1, 12)

9. (−1, 6), (2, 4)

10. (2, 1)، الميل 0

11. **الاختيار من متعدد** اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة (0, 0) وله وميله يساوي 4−. (الدرس 4-2)

A $y = x - 4$

B $y = x + 4$

C $y = -4x$

D $y = 4 - x$

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للخط الذي يمر بكل نقطة باستخدام الميل المحدد. (الدرس 4-3)

12. (1, 4), $m = 6$

13. (−2, −1), $m = -3$

14. اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة (8, 3)، $m = -2$. (الدرس 4-3)

15. اكتب $y + 3 = \frac{1}{2}(x - 5)$ بالصيغة القياسية. (الدرس 4-3)

16. اكتب $y + 4 = -7(x - 3)$ بصيغة الميل والمقطع. (الدرس 4-3)

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية. (الدرس 4-3)

17. $y - 5 = -2(x - 3)$

18. $y + 4 = \frac{2}{3}(x - 3)$

اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع. (الدرس 4-3)

19. $y - 3 = 4(x + 3)$

20. $y + 1 = \frac{1}{2}(x - 8)$

حقوق الطبع والتأليف © تعود لشركة McGraw-Hill Education

21. **الاختيار من متعدد** حدد إذا ما كانت التمثيلات البيانية لهذا الزوج من المعادلات متوازية أم متعامدة أم ليست أيا منهما. (الدرس 4-4)

$$y = -6x + 8$$
$$3x + \frac{1}{2}y = -3$$

F متوازية

G متعامدة

H ليست أيا منهما

J المعلومات غير كافية

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للخط الذي يمر بالنقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة. (الدرس 4-4)

22. $(3, -4)$; $y = -\frac{1}{3}x - 5$

23. $(0, -3)$, $y = -2x + 4$

24. $(-4, -5)$, $-4x + 5y = -6$

25. $(-1, -4)$, $-x - 2y = 0$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 دليل الدراسة والمراجعة

دليل الدراسة

المفهوم الأساسي

صيغة الميل والمقطع (الدرسان 4-1 و 4-2)

- إن صيغة الميل والمقطع لمعادلة خطية هي $y = mx + b$. حيث يشير الحرف m إلى الميل، والحرف b إلى التقاطع مع المحور الرأسي y.
- إذا تم منحك نقطتين يمر بهما مستقيم ما، فاستخدمهما لإيجاد الميل أولاً.

صيغة النقطة والميل (الدرس 4-3)

- المعادلة الخطية $y - y_1 = m(x - x_1)$ مكتوبة بصيغة نقطة الميل. حيث تشير (x_1, y_1) إلى نقطة محددة على مستقيم غير رأسي ويشير m إلى ميل المستقيم.

المستقيمات المتوازية والمتعامدة (الدرس 4-4)

- تتمتع المستقيمات المتوازية غير الرأسية بنفس الميل.
- المستقيمات التي تتقاطع بزوايا قائمة تُسمى المستقيمات المتعامدة. وتعد ميول المستقيمات المتعامدة معكوسات مقابلة.

التحديات منظم الدراسة

تأكد من تدوين المفاهيم الأساسية في مطويتك.

المفردات الأساسية

مستقيم المواءمة الأفضل best-fit line	الاستكمال الداخلي الخطي linear interpolation
البيانات ذات المتغيرين bivariate data	الانحدار الخطي linear regression
دالة ثابتة constant function	مستقيم المواءمة line of fit
القيود constraint	مستقيم المواءمة الوسيطة median-fit line
معامل الارتباط correlation coefficient	المستقيمات المتوازية parallel lines
الدالة المحايدة identity function	المستقيمات المتعامدة perpendicular lines
الدالة العكسية inverse function	صيغة النقطة والميل point-slope form
العلاقة العكسية inverse relation	مخطط الانتشار البياني scatter plot
الاستكمال الخارجي الخطي linear extrapolation	صيغة الميل والمقطع slope-intercept form

مراجعة المفردات

حدد ما إذا كانت كل جملة صحيحة أم *خاطئة*. إذا كانت *خاطئة*، فعوّض المصطلح الذي تحته مستقيم لجعلها جملة صحيحة.

1. التقاطع مع المحور الرأسي y هو الإحداثي y للنقطة التي يقطع عندها التمثيل البياني المحور الرأسي y.
2. يُطلق على عملية استخدام معادلة خطية لوضع تنبؤات عن القيم التي تكون خارج نطاق البيانات اسم الانحدار الخطي.
3. العلاقة العكسية هي مجموعة من الأزواج المرتبة التي يتم الحصول عليها بتبديل الإحداثي x مع الإحداثي y لكل زوج مرتب من العلاقة.
4. يوضح معامل الارتباط ما إذا كان المعامل بين المتغيرات موجبًا أم سالبًا ومدى اقتراب تمثيل معادلة الانحدار للبيانات.
5. يُطلق على المستقيمات في نفس المستوى والتي لا تتقاطع اسم المستقيمات المتوازية.
6. المستقيمات التي تتقاطع بزوايا حادة يُطلق عليها اسم المستقيمات المتعامدة.
7. يمكن أن تُنشئ الدالة الثابتة أزواجًا مرتبة للعلاقة العكسية.
8. يكون مدى أي علاقة هو مدى دالتها العكسية.
9. معادلة الصيغة $y = mx + b$ هي في النقطة والميل.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

مراجعة درس بدرس

4-1 تمثيل المعادلات بيانيًا بصيغة الميل والمقطع

اكتب معادلة لمستقيم ما بصيغة الميل والمقطع بوجود الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y المحددين. ثم مثل المعادلة بيانيًا.

10. الميل: 3، التقاطع مع المحور الرأسي y: 5

11. الميل: 2−، التقاطع مع المحور الرأسيy: 9−

12. الميل: $\frac{2}{3}$ التقاطع مع المحور الرأسي y: 3

13. الميل: $-\frac{5}{8}$ ، التقاطع مع المحور الرأسيy: 2−

مثّل كل معادلة بيانيًا.

14. $y = 4x - 2$

15. $y = -3x + 5$

16. $y = \frac{1}{2}x + 1$

17. $3x + 4y = 8$

18. **استئجار معدات التزحلق** اكتب معادلة بصيغة تقاطع الميل بالنسبة لإجمالي تكلفة التزحلق لمدة h من الساعات مع وجود تذكرة واحدة متبقية.

مثال 1

اكتب معادلة بالنسبة لمستقيم بصيغة الميل والمقطع بحيث يساوي الميل فيها 5−. والتقاطع مع المحور الرأسي y يساوي 3−. ثم مثل المعادلة بيانيًا.

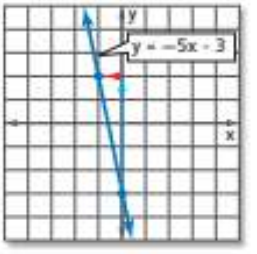
$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = -5x + (-3)$ $m = -5$ و $b = -3$

$y = -5x - 3$ بسّط.

لتمثيل المعادلة بيانيًا، ارسم مستقيمًا للتقاطع مع المحور الرأسي y (0, -3).

ثم تحرك لأعلى بمقدار 5 وحدات، ويسارًا بمقدار وحدة واحدة. عيّن النقطة. ارسم مستقيمًا يمر بالنقطتين.



4-2 كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

اكتب معادلة تمثل المستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.

19. (1, 2)، الميل 3

20. (2, -6)، الميل 4-

21. (-3, -1)، الميل $\frac{2}{5}$

22. (5, -2)، الميل $-\frac{1}{3}$

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقاط المحددة.

23. (2, -1), (5, 2)

24. (-4, 3), (1, 13)

25. (3, 5), (5, 6)

26. (2, 4), (7, 2)

27. **التخمين** في عام 2005، جمع أحد المخيمات 450 شخصًا. وبعد خمسة أعوام، زاد عدد الأشخاص إلى 750. اكتب معادلة خطية تمثل عدد الأشخاص الذين يحضرون إلى المخيم.

مثال 2

اكتب معادلة للمستقيم الذي يمر بالنقطة (2, 3) بميل مقداره 5.

الخطوة 1 جد التقاطع مع المحور الرأسي y.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$2 = 5(3) + b$ $m = 5$ و $y = 2$ و $x = 3$

$2 = 15 + b$ بسّط.

$-13 = b$ اطرح 15 من كل طرف.

الخطوة 2 اكتب المعادلة بصيغة الميل والمقطع.

$y = mx + b$ صيغة الميل والمقطع

$y = 5x - 13$ $m = 5$ و $b = -13$

مقتطع من كتاب © محفوظ لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4-3 كتابة المعادلات بصيغة النقطة والميل

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة مع الميل المُقدّم.

28. (6, 3)، الميل 5

29. (-2, 1)، الميل -3

30. (-4, 2)، الميل 0

اكتب كل معادلة بالصيغة القياسية.

31. $y - 3 = 5(x - 2)$

32. $y - 7 = -3(x + 1)$

33. $y + 4 = \frac{1}{2}(x - 3)$

34. $y - 9 = -\frac{4}{5}(x + 2)$

اكتب كل معادلة بصيغة الميل والمقطع.

35. $y - 2 = 3(x - 5)$

36. $y - 12 = -2(x - 3)$

37. $y + 3 = 5(x + 1)$

38. $y - 4 = \frac{1}{2}(x + 2)$

مثال 3

اكتب معادلة بصيغة النقطة والميل للمستقيم الذي يمر بالنقطة (3, 4) بميل مقداره -2.

صيغة النقطة والميل: $y - y_1 = m(x - x_1)$

عوّض m بـ -2 و (x_1, y_1) بـ $(3, 4)$: $y - 4 = -2(x - 3)$

مثال 4

اكتب $y + 6 = -4(x - 3)$ بالصيغة القياسية.

المعادلة الأصلية: $y + 6 = -4(x - 3)$

خاصية التوزيع: $y + 6 = -4x + 12$

إلى كل طرف x اجمع 4: $4x + y + 6 = 12$

اطرح 6 من كل طرف: $4x + y = 6$

4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني لكل معادلة.

39. (2, 5)، $y = x - 3$

40. (0, 3)، $y = 3x + 5$

41. $(-4, 1)$، $y = -2x - 6$

42. $(-5, -2)$، $y = -\frac{1}{2}x + 4$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة وعمودي على التمثيل البياني للمعادلة الموضحة.

43. (2, 4)، $y = 3x + 1$

44. (1, 3)، $y = -2x - 4$

45. $(-5, 2)$، $y = \frac{1}{3}x + 4$

46. (3, 0)، $y = -\frac{1}{2}x$

مثال 5

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة (-2, 4) ويتوازى مع التمثيل البياني الذي يمثل $y = 6x - 3$.

ميل المستقيم مع المعادلة $y = 6x - 3$ يبلغ 6. والمستقيم المتوازي مع $y = 6x - 3$ له نفس الميل. وهو 6.

صيغة النقطة والميل: $y - y_1 = m(x - x_1)$

عوّض: $y - 4 = 6[x - (-2)]$

بسّط: $y - 4 = 6(x + 2)$

خاصية التوزيع: $y - 4 = 6x + 12$

اجمع 4 إلى كل طرف: $y = 6x + 16$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 تدريب على الاختبار

1. مثّل بيانيًا $y = 2x - 3$

2. **الاختيار من متعدد** يبيع أحد مطاعم البيتزا الشهيرة بيتزا الجبن الكبيرة بمبلغ 12 AED إضافة إلى 1.5 AED لكل طبقة علوية إضافية. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لإجمالي تكلفة C إحدى قطائر البيتزا مع عدد t من الطبقات العلوية.

A $C = 12t + 1.50$

B $C = 13.50t$

C $C = 12 + 1.50t$

D $C = 1.50t - 12$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم يمر بالنقطة المحددة ويتمتع بالميل المحدد.

3. $(-4, 2)$؛ الميل -3

4. $(3, -5)$؛ الميل $\frac{2}{3}$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يمر بالنقاط المحددة.

5. $(1, 4), (3, 10)$

6. $(2, 5, (-2, 8)$

7. $(0, 4), (-3, 0)$

8. $(7, -1), (9, -4)$

9. **الطلاء** تعرض البيانات في الجدول حجم غرفة بالقدم المربعة والوقت المستغرق لطلائها بالدقائق.

حجم الغرفة	100	150	200	400	500
الوقت المستغرق للطلاء	160	220	270	500	680

a. استخدم النقاط $(100, 160)$ و $(500, 680)$ لكتابة معادلة بصيغة الميل والمقطع.

b. تنبأ بمقدار الوقت اللازمة لطلاء غرفة تبلغ مساحتها $750\ ft^2$.

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتوازى مع التمثيل البياني لكل معادلة.

10. $(2, -3)$. $y = 4x - 9$

11. $(-5, 1)$. $y = -3x + 2$

اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع للمستقيم الذي يمر بالنقطة المحددة ويتعامد على التمثيل البياني للمعادلة.

12. $(1, 4)$. $y = -2x + 5$

13. $(-3, 6)$. $y = \frac{1}{4}x + 2$

14. **الرعاية** يعرض الجدول عدد الأطفال الأثيوبيين الذين يرعاهم مواطنون أمريكيون.

الأعوام منذ عام 2000	9	8	7	6	5
عدد الأطفال	2277	1724	1254	731	442

a. **اكتب صيغة الميل والمقطع للمعادلة المتعلقة بمستقيم المواءمة.**

b. **تنبأ بعدد الأطفال القادمين من أثيوبيا والذين سيتلقون الرعاية في عام 2025.**

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

أسئلة الإجابات القصيرة

تتطلب منك أسئلة الإجابات القصيرة تقديم حل للمسألة. إلى جانب الطريقة و/أو الشرح و/أو التبرير المستخدم للوصول إلى الحل.

إستراتيجيات لحل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة

الخطوة 1

يتم عادة تصنيف الأسئلة ذات الإجابات القصيرة باستخدام **معايير** أو دليل تسجيل الدرجات. وفيما يلي مثال على معايير تسجيل درجات الأسئلة ذات الإجابات القصيرة.

معايير رصد الدرجات	
المعيار	الدرجة
الدرجة الكاملة: الإجابة صحيحة وتم تقديم شرح واف يوضح كل خطوة.	2
جزء من الدرجة الكاملة: • الإجابة صحيحة ولكن الشرح ليس كاملاً. • الإجابة غير صحيحة ولكن الشرح صحيح.	1
عدم منح درجات: إما إنه لم يتم تقديم إجابة أو أن الإجابة غير صحيحة.	0

الخطوة 2

عند حل الأسئلة ذات الإجابات القصيرة، تذكر ما يلي ...

- اشرح أسبابك أو وضح النهج المستخدم لحل المسألة.
- اعرض جميع أعمالك أو خطواتك.
- تحقق من إجابتك إن كان الوقت يسمح بذلك.

مثال على الاختبار المعياري

اقرأ المسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها. اكتب الحل الذي توصلت إليه.

يعرض الجدول تكاليف الإنتاج بالنسبة لبناء عدد مختلف من ألواح التزلج. حدد القيمة المجهولة، x، التي سينتج عنها نموذج خطي.

تكاليف الإنتاج	ألواح التزلج التي تم بناؤها
AED 325	14
AED 500	28
AED 375	x
AED 425	22

حقوق الطبع والتأليف © تعود لشركة McGraw-Hill Education

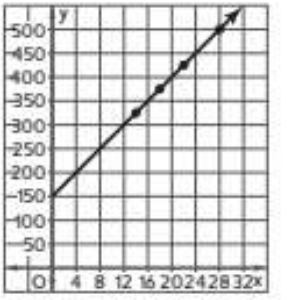
اقرأ المسألة بعناية. ويتم منحك العديد من نقاط البيانات ويُطلب منك إيجاد القيمة المفقودة التي ينتج عنها نموذج خطي.

مثال على إجابة بنقطتين:

قم بإعداد شبكة إحداثية وتعيين النقاط الثلاث المحددة التالية:

(14, 325), (28, 500), (22, 425).

ثم ارسم خطًا مستقيمًا بينها وجـد قيمة x التي ينتج عنها قيمة y تبلغ 375.



إذًا، يمكن أن تبلغ التكلفة الإنتاجية لبناء 18 لوح تزلج AED 375.
وتشكل هذه البيانات نموذجًا خطيًا.

يتم توضيح الخطوات والعمليات الحسابية والأسباب توضيحًا تامًا. ويصل الطالب أيضًا إلى الإجابة الصحيحة. إذًا، هذه الإجابة تستحق نقطتين كاملتين.

تمارين

أقرأ كُل مسألة. حدد ما تريد معرفته. ثم استخدم الحقائق الواردة في المسألة لحلها. اكتب الحل الذي توصلت إليه.

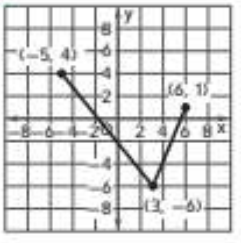
1. بالوضع في الاعتبار النقاط M(−1, 7) وN(3, −5) وO(6, 1) وP(−3, −2). حدد القطعتين المتعامدتين على بعضهما البعض.

2. اكتب معادلة لمستقيم يتوازى على $4x + 2y = 8$ وتبلغ قيمة التقاطع مع المحور الرأسي y 5.

$y = -2x + 5$

3. يتم عرض ثلاثة رؤوس لشكل رباعي على شبكة الإحداثيات. حدد الرأس الرابعة التي ينتج عنها شبه منحرف.

الإجابة النموذجية: (2, 6)



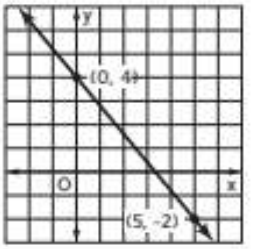
حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

4 تدريب على الاختبار المعياري
تراكمي: من الوحدة 1 حتى الوحدة 4

اختيار من متعدّد

اقرأ كُل سؤال. ثمّ سجّل إجابتك الصحيحة في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

1. ما معدل التغير المُمثَّل في هذا التمثيل البياني؟



A $-\frac{2}{5}$

B $-\frac{5}{6}$

C $-\frac{6}{5}$

D $-\frac{5}{2}$

2. يعرض الجدول التالي تكلفة إيجار دراجة من محل دراجات يقع في شاطئ فينيسيا. ما الدالة التي يمكن أن تمثل هذه المتتالية؟

عدد الساعات	التكلفة (AED)
1	10
2	14
3	18
4	22

F $f(n) = 4n + 10$

G $f(n) = 4n + 6$

H $f(n) = 10n + 4$

J $f(n) = 10n - 6$

3. اشترى جميل سيارة في عام 2005 مقابل AED 28500. وبحلول عام 2008، أصبحت قيمة السيارة AED 23700. واستنادًا إلى نموذج مستقيم، ماذا ستكون قيمة السيارة في عام 2012؟

A AED 17300

B AED 17550

C AED 18100

D AED 18475

4. إذا كان التمثيل البياني مستقيم له ميل موجب وتقاطع سالب مع المحور الرأسي y. فماذا سيحدث للتقاطع مع المحور الأفقي x إذا تم مضاعفة الميل والتقاطع مع المحور الرأسي y؟

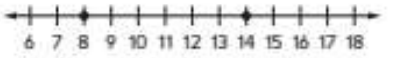
F يصبح التقاطع مع المحور الأفقي x أربعة أمثال.

G يصبح التقاطع مع المحور الأفقي x ضعفين.

H يصبح التقاطع مع المحور الأفقي x ربعًا.

J يظل التقاطع مع المحور الأفقي x كما هو.

5. أي معادلة بقيمة مطلقة يمثلها التمثيل البياني التالي كحل لها؟



A $|x - 3| = 11$

B $|x - 4| = 12$

C $|x - 11| = 3$

D $|x - 12| = 4$

6. يعرض الجدول التالي العلاقة بين درجات حرارة معينة بدرجات فهرنهايت ودرجات مئوية. فأي المعادلات الخطية التالية تمثل بشكل صحيح هذه العلاقة؟

درجة فهرنهايت (F)	درجة مئوية (C)
50°	10°
59°	15°
68°	20°
77°	25°
86°	30°

F $F = \frac{8}{5}C + 35$

G $F = \frac{4}{5}C + 42$

H $F = \frac{9}{5}C + 32$

J $F = \frac{12}{5}C + 26$

نصيحة عند حل الاختبار

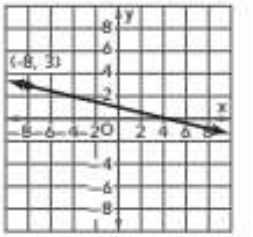
السؤال 3 جد متوسط الاستهلاك السنوي بين عامي 2005 و 2008. ثم قم بتوسيع النمط لإيجاد قيمة السيارة في عام 2012.

McGraw-Hill Education تحتفظ لصالح مؤسسة © حقوق الطبع والتأليف

الإجابة المختصرة/الإجابة الشبكية

سجّل إجاباتك في ورقة الإجابة التي يقدمها لك المعلم أو في ورقة أخرى.

7. ما معادلة المستقيم الممثّل بيانيًا أدناه؟



عبّر عن إجابتك بصيغة النقطة والميل باستخدام النقطة $(-8, 3)$.

8. **الإجابة الشبكية** المعادلة الخطية أدناه هي أفضل نموذج مواءمة لأقصى عمق لنهر ماد عندما تنسافط x in من مياه الأمطار. ما الذي تتوقع أن يكون عليه أقصى عمق للنهر بعد هبوب عاصفة ينتج عنها $1\frac{3}{4}$ in من الأمطار؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة من القدم إذا لزم الأمر.

$$y = 2.5x + 14.8$$

9. أنشأ خليفة شركة إعلانات في عام 1992. وفي بادئ الأمر، كانت الشركة بها 14 موظفًا فقط. وفي عام 2008، نمت الشركة ليصبح إجمالي عدد موظفيها 63 موظفًا. جد النسبة المئوية للتغير في عدد الموظفين العاملين في شركة خليفة. قرّب النسبة المئوية إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

10. يوضح الجدول إجمالي كمية الأمطار أثناء هبوب العاصفة.

الساعات	1	2	3	4
بوصات	0.45	0.9	1.35	1.8

a. اكتب معادلة تناسب البيانات الواردة في الجدول.

b. صف العلاقة بين الساعة وحجم تساقط الأمطار.

11. يحصل كهرباني على AED 25 رسوم استشارة بالإضافة إلى AED 35 في ساعة العمل الواحدة.

a. انسخ وأكمل الجدول التالي الذي يعرض تكاليف مهام أعمال تستغرق ساعة واحدة أو ساعتين أو ثلاث ساعات أو أربع ساعات أو خمس ساعات.

الساعات، h	إجمالي التكلفة، C
1	
2	
3	
4	
5	

b. اكتب معادلة بصيغة الميل والمقطع لحساب تكلفة مهمة تستغرق h من الساعات.

c. إذا كانت فاتورة الكهرباني تقسم الساعة إلى أرباع. فكم تبلغ تكلفة مهمة تستغرق 3 ساعات و 15 دقيقة؟

الإجابة الموسعة

سجل إجابتك على ورقة.
اكتب الحل هنا.

12. اشرح كيف يمكنك تحديد ما إذا كان مستقيمان متوازيين أم متعامدين.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

كتيب الطالب

الرموز والصيغ والمفاهيم الأساسية

الرموز EM-1

القياسات EM-2

العمليات والعلاقات الحسابية EM-3

الصيغ والمفاهيم الجبرية EM-3

الصيغ والمفاهيم الهندسية EM-5

الدوال والمتطابقات المثلثية EM-6

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال EM-7

النهايات والتفاضل والتكامل EM-7

الصيغ والمفاهيم الاحصائية EM-8

EM, End Matter/Glossary, from Integrated Math 1 © 2012 McGraw-Hill Education

محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education © حقوق النشر والتأليف

الرموز

الجبر

$\neq$	لا يساوي
$\approx$	تقريبًا يساوي
$\sim$	يشابه
$>, \geq$	أكبر من، أكبر من أو يساوي
$<, \leq$	أصغر من، أصغر من أو يساوي
$-a$	معكوس a أو المعكوس الجمعي لـ a
$\lvert a \rvert$	القيمة المطلقة لـ a
$\sqrt{a}$	الجذر التربيعي الأساسي لـ a
$a : b$	نسبة a إلى b
(x, y)	زوج مرتّب
(x, y, z)	مجموعة مرتبة ثلاثية العناصر (ثلاثي مرتّب)
i	الوحدة التخيلية
$b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$	الجذر النوني لـ b
$\mathbb{Q}$	الأعداد النسبية
$\mathbb{I}$	الأعداد غير النسبية
$\mathbb{Z}$	الأعداد الصحيحة
$\mathbb{W}$	الأعداد الكاملة
$\mathbb{N}$	الأعداد الطبيعية
∞	ما لا نهاية
$-\infty$	سالب ما لا نهاية
[ ]	تتضمن الأطراف
( )	لا تتضمن الأطراف
$\log_b x$	لوغاريتم x للأساس b
$\log x$	اللوغاريتم العادي لـ x
$\ln x$	اللوغاريتم الطبيعي لـ x
ω	أوميجا، السرعة الزاوية
α	ألفا، قياس الزاوية
β	بيتا، قياس الزاوية
γ	جاما، قياس الزاوية
θ	ثيتا، قياس الزاوية
λ	لامدا، طول الموجة
ϕ	فاي، قياس الزاوية
$\mathbf{a}$	متجه a
$\lvert \mathbf{a} \rvert$	طول المتجه a

المجموعات والمنطق

$\in$	ينتمي إلى
$\subset$	مجموعة جزئية من
$\cap$	تقاطع
$\cup$	اتحاد
$\varnothing$	المجموعة الخالية
$\sim p$	نفي p، ليس p
$p \wedge q$	ربط p و q
$p \vee q$	فصل p أو q
$p \longrightarrow q$	العبارة الشرطية، إذا كان p فإن q
$p \longleftrightarrow q$	العبارة ثنائية الشرط، p إذا وفقط إذا q

الهندسة

$\angle$	زاوية
$\triangle$	مثلث
$^\circ$	درجة
π	باي pi
$\measuredangle$	درجات
$m\angle A$	قياس $\angle A$
$\overleftrightarrow{AB}$	مستقيم يحتوي على النقطتين A و B
$\overline{AB}$	مستقيم نقطتاه الطرفيتان A و B
$\overrightarrow{AB}$	الشعاع من النقطة A الى النقطة B
AB	قياس $\overline{AB}$، المسافة بين A و B
$\parallel$	يوازي
$\nparallel$	لا يوازي
$\perp$	متعامد على
$\triangle$	مثلث
$\square$	متوازي أضلاع
n-gon	مضلع عدد أضلاعه n
$\vec{a}$	متجه a
$\overrightarrow{AB}$	المتجه من A إلى B
$\lvert \overrightarrow{AB} \rvert$	مقدار متجه من A إلى B
A'	صورة الصورة الأصلية A
$\rightarrow$	موضوع على
$\odot A$	دائرة مركزها A
$\overset{\frown}{AB}$	قوس أصغر نقطتاه الطرفيتان A و B
$\overset{\frown}{ABC}$	قوس أكبر نقطتاه الطرفيتان A و C
$m\overset{\frown}{AB}$	قياس درجة القوس AB

حساب المثلثات

$\sin x$	جيب الزاوية x
$\cos x$	جيب تمام الزاوية x
$\tan x$	ظل الزاوية x
$\sin^{-1} x$	Arcsin x
$\cos^{-1} x$	Arccos x
$\tan^{-1} x$	Arctan x

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الرموز

الدوال

$f(x)$	f لـ x. قيمة f لـ x
$f(x) = \begin{cases} \end{cases}$	دالة متعددة التعريف
$f(x) = \lvert x \rvert$	دالة القيمة المطلقة
$f(x) = [\![x]\!]$	دالة أكبر عدد صحيح ليس أكبر من x
$f(x, y)$	f لـ x و y. دالة متغيراها x و y
$[f \circ g](x)$	f لـ g لـ x. تركيب الدالتين f و g
$f^{-1}(x)$	معكوس $f(x)$

النهايات والتفاضل والتكامل

$\lim_{x \to c}$	النهاية عندما تقترب x من c
m_{sec}	ميل القاطع
$f'(x)$	مشتقة الدالة $f(x)$
Δ	دلتا أو مقدار التغيير
$\int$	تكامل غير محدود
$\int_a^b$	تكامل محدود
$F(x)$	مشتقة عكسية للدالة $f(x)$

الاحصاء والاحتمالات

$P(a)$	احتمال a
$P(n, r)$ أو nP_r	تباديل n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة
$C(n, r)$ أو nC_r	توافيق n من العناصر مأخوذ منها r عنصر في كل مرة
$P(A)$	احتمال A
$P(A\|B)$	احتمال A إذا علمت أن B حدث بالفعل
$n!$	مضروب العدد n (حيث n عدد طبيعي)
$\sum$	سيجما، رمز المجموع
μ	متوسط مجتمع إحصائي
σ	الانحراف المعياري لمجتمع إحصائي
σ^2	تباين المجتمع الإحصائي
s	الانحراف المعياري لعينة
s^2	تباين العينة
$\sum_{n=1}^{k}$	مجموع من n = 1 إلى k
$\bar{x}$	متوسط x . متوسط العينة
H_0	فرضية العدم
H_a	الفرضية البديلة

القياسات

متري	عُرفي
الطول	
1 كيلومتر (km) = 1000 متر (m)	1 ميل (mi) = 1760 ياردة (yd)
1 متر = 100 سنتيمتر (cm)	1 ميل = 5280 قدمًا (ft)
1 سنتيمتر = 10 ملليمتر (mm)	1 ياردة = 3 أقدام
	1 قدم = 12 بوصة (in)
	1 ياردة = 36 بوصة
الحجم والسعة	
1 لتر (L) = 1000 ملليلتر (mL)	1 جالون (gal) = 4 أرباع (qt)
1 كيلولتر (kL) = 1000 لتر	1 جالون = 128 أونصة سائلة (fl oz)
	1 كوارت = 2 باينت (pt)
	1 باينت = 2 كوب (c)
	1 كوب = 8 أونصات سائلة
الوزن والكتلة	
1 كيلوجرام (kg) = 1000 جرام (g)	1 طن (T) = 2000 رطل (lb)
1 جرام = 1000 ملليجرام (mg)	1 رطل = 16 أونصة (oz)
1 طن متري (t) = 1000 كيلوجرام	

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

العمليات والعلاقات الحسابية

المحايد	لأي عدد a. يكون $a + 0 = 0 + a = a$ و $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.
التعويض (=)	إذا كان $a = b$. يمكن التعويض عن a باستخدام b.
الانعكاس (=)	$a = a$
التماثل (=)	إذا كان $a = b$. فإن $b = a$.
التعدي (=)	إذا كان $a = b$ و $b = c$. فإن $a = c$.
التبديل	لأي عددين a و b. $a + b = b + a$ و $a \cdot b = b \cdot a$.
التجميع	لأي أعداد a و b و c. $(a + b) + c = a + (b + c)$ و $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
التوزيع	لأي أعداد a و b و c. $a(b + c) = ab + ac$ و $a(b - c) = ab - ac$.
المعكوس الجمعي	لأي عدد a. يوجد عدد واحد فقط $-a$ بحيث $a + (-a) = 0$.
المعكوس الضربي	لأي عدد $\frac{a}{b}$. حيث $a \neq 0$ و $b \neq 0$. يوجد عدد واحد فقط $\frac{b}{a}$ بحيث $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$.
الضرب (0)	لأي عدد a. يكون $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.
الجمع (=)	لأي أعداد a و b و c. إذا كان $a = b$. فإن $a + c = b + c$.
الطرح (=)	لأي أعداد a و b و c. إذا كان $a = b$. فإن $a - c = b - c$.
الضرب والقسمة (=)	لأي أعداد a و b و c. حيث $c \neq 0$. إذا كان $a = b$. فإن $ac = bc$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.
الجمع (>)*	لأي أعداد a و b و c.إذا كان $a > b$. فإن $a + c > b + c$.
الطرح (>)*	لأي أعداد a و b و c. إذا كان $a > b$. فإن $a - c > b - c$.
الضرب والقسمة (>)*	لأي أعداد a و b و c. 1. إذا كان $a > b$ و $c > 0$. فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. 2. إذا كان $a > b$ و $c < 0$. فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.
ناتج الضرب الصفري	لأي عددين حقيقيين a و b. إذا كان $ab = 0$. فإن $a = 0$ أو $b = 0$ أو a و b كلاهما 0.

* *تنطبق هذه الخواص كذلك على* $<$ و $\geq$ و $\leq$.

الصيغ والمفاهيم الجبرية

المصفوفات

الجمع	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$	**الضرب في كمية عددية**	$k\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$
الطرح	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$	**الضرب**	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$

كثيرات الحدود

القانون العام	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a \neq 0$	**مربع فرق**	$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$ $= a^2 - 2ab + b^2$
مربع مجموع	$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ $= a^2 + 2ab + b^2$	**ناتج ضرب مجموع وفرق**	$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b)$ $= a^2 - b^2$

اللوغاريتمات

خاصية الضرب	$\log_x ab = \log_x a + \log_x b$	**خاصية الأس الثابت**	$\log_b m^p = p \log_b m$
خاصية القسمة	$\log_x \frac{a}{b} = \log_x a - \log_x b, b \neq 0$	**تغيير الأساس**	$\log_b n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الصيغ والمفاهيم الجبرية

الدوال الأسية واللوغاريتمية

المرابحة المركبة	$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$	النمو أو الاضمحلال الأسي	$N = N_0(1 + r)^t$
النمو المركب المستمر	$A = Pe^{rt}$	النمو أو الاضمحلال الأسي المستمر	$N = N_0e^{kt}$
خاصية الضرب	$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$	خاصية القوة	$\log_b x^p = p \log_b x$
خاصية القسمة	$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$	خاصية تغيير الاساس	$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

المتتاليات والمتسلسلات

الحد النوني لمتتالية حسابية	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	الحد النوني لمتتالية هندسية	$a_n = a_1r^{n-1}$
مجموع متسلسلة حسابية	$S_n = n\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)$ أو $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$	مجموع متسلسلة هندسية	$S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$ أو $S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r}, r \neq 1$
مجموع متسلسلة هندسية لانهائية	$S = \frac{a_1}{1 - r}, \lvert r \rvert < 1$	صيغة أويلر	$e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$
متسلسلة القوة	$\sum_{n=0}^{\infty} a_nx^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots$	المتسلسلة الأسية	$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$

نظرية ذات الحدين

$$(a + b)^n = {}_nC_0\,a^nb^0 + {}_nC_1\,a^{n-1}b^1 + {}_nC_2\,a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_r\,a^{n-r}b^r + \cdots + {}_nC_n\,a^0b^n$$

متسلسلة القوة للجيب وجيب وجيب التمام

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

المتجهات

الجمع في المستوى	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2 \rangle$	الجمع في الفضاء	$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \langle a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3 \rangle$
الطرح في المستوى	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2 \rangle$	الطرح في الفضاء	$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b}) = \langle a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3 \rangle$
الضرب القياسي في المستوى	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2 \rangle$	الضرب القياسي في الفضاء	$k\mathbf{a} = \langle ka_1, ka_2, ka_3 \rangle$
الضرب النقطي في المستوى	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2$	الضرب النقطي في الفضاء	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$
الزاوية بين متجهين	$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{\lvert\mathbf{a}\rvert\lvert\mathbf{b}\rvert}$	مسقط u على v	$\text{proj}_{\mathbf{v}}\mathbf{u} = \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\lvert\mathbf{v}\rvert^2}\right)\mathbf{v}$
طول المتجه	$\lvert\mathbf{v}\rvert = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	الضرب القياسي لثلاثة متجهات	$\mathbf{t} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} t_1 & t_2 & t_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$

معادلة المستقيم في المستوى الإحداثي

صيغة الميل والمقطع	$y = mx + b$
صيغة النقطة والميل	$y - y_1 = m(x - x_1)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الصيغ والمفاهيم الجبرية

القطوع المخروطيّة

قطع مكافئ	$(x-h)^2 = 4p(y-k)$ أو $(y-k)^2 = 4p(x-h)$	**دائرة**	$x^2 + y^2 = r^2$ أو $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$
قطع ناقص	$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$	**قطع زائد**	$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ أو $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
الدوران المحوري للقطوع المخروطيّة	$x' = x\cos\theta + y\sin\theta$ و $y' = y\cos\theta - x\sin\theta$		

المعادلات الوسيطيّة

الموقع العمودي	$y = tv_0\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2 + h_0$	**المسافة الأفقية**	$x = tv_0\cos\theta$

الأعداد المركبة

صيغة الضرب	$z_1z_2 = r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2) + i\sin(\theta_1+\theta_2)]$	**صيغة القسمة**	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2) + i\sin(\theta_1-\theta_2)]$
صيغة الجذور المختلفة	$r^{\frac{1}{p}}\left(\cos\frac{\theta+2n\pi}{p} + i\sin\frac{\theta+2n\pi}{p}\right)$	**نظرية ديموافر**	$z^n = [r(\cos\theta + i\sin\theta)]^n$ أو $r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

الصيغ والمفاهيم الهندسية

الهندسة الإحداثيّة

الميل	$m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_2 \neq x_1$	**المسافة على خط الأعداد**	$d = \lvert a-b\rvert$
المسافة بين نقطتين في المستوى	$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$	**طول القوس**	$\ell = \frac{x}{360}\cdot 2\pi r$
نقطة المنتصف في المستوى الاحداثي	$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$	**نقطة المنتصف على خط الأعداد**	$M = \frac{a+b}{2}$
نقطة المنتصف في الفضاء	$M = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}, \frac{z_1+z_2}{2}\right)$	**نظرية فيثاغورس**	$a^2 + b^2 = c^2$

المحيط

مربع	$P = 4s$	**مستطيل**	$P = 2\ell + 2w$	**دائرة**	$C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$

مساحة السطح الجانبية

منشور	$L = Ph$	**هرم**	$L = \frac{1}{2}P\ell$
إسطوانة	$L = 2\pi rh$	**مخروط**	$L = \pi r\ell$

مساحة السطح الكلية

منشور	$S = Ph + 2B$	**مخروط**	$S = \pi r\ell + \pi r^2$	**إسطوانة**	$S = 2\pi rh + 2\pi r^2$
هرم	$S = \frac{1}{2}P\ell + B$	**كرة**	$S = 4\pi r^2$	**مكعب**	$S = 6s^2$

الحجم

منشور	$V = Bh$	**مخروط**	$V = \frac{1}{3}\pi r^2h^2$	**إسطوانة**	$V = \pi r^2h$
هرم	$V = \frac{1}{3}Bh$	**كرة**	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	**مكعب**	$V = s^3$
متوازي مستطيلات	$V = \ell wh$				

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدوال المثلثية

النسب المثلثية	$\sin\theta = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$	$\cos\theta = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$	$\tan\theta = \frac{\text{opp}}{\text{adj}} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
	$\sec\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{adj}} = \frac{1}{\cos\theta}$	$\csc\theta = \frac{\text{hyp}}{\text{opp}} = \frac{1}{\sin\theta}$	$\cot\theta = \frac{\text{adj}}{\text{opp}} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$
قانون جيوب التمام	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$	$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$	$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$
قانون الجيوب	$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$	صيغة هيرون	$\text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
السرعة الخطية	$v = \frac{s}{t}$	السرعة الزاوية	$\omega = \frac{\theta}{t}$

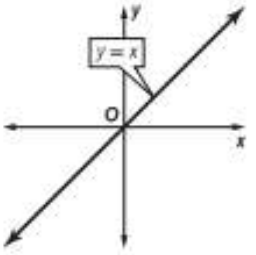
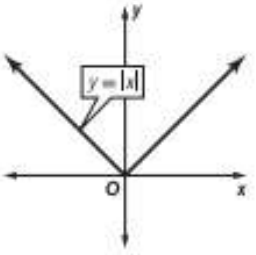
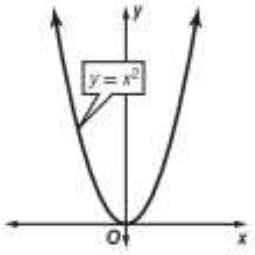
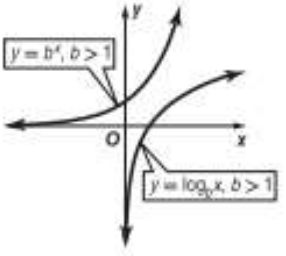
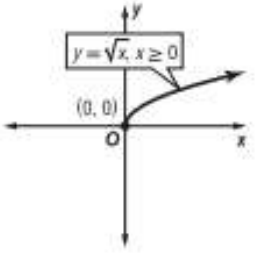
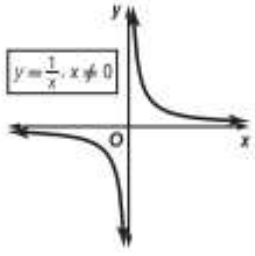
المتطابقات المثلثية

متطابقات المقلوب	$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$
	$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
متطابقات فيثاغورس	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$	$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$
متطابقات المتممات	$\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\sec\theta = \csc\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
	$\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\cot\theta = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$	$\csc\theta = \sec\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$
متطابقات الفردي والزوجي	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$
	$\csc(-\theta) = -\csc\theta$	$\sec(-\theta) = \sec\theta$	$\cot(-\theta) = -\cot\theta$
متطابقات المجموع والفرق	$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$		$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
	$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$		$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$		$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$
متطابقات ضعف الزاوية	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$	$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$
	$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$	
متطابقات تخفيض الأس	$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$	$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$	$\tan^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{1 + \cos 2\theta}$
متطابقات نصف الزاوية	$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}}$	$\cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\theta}{2}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\theta}{1 + \cos\theta}$
	$\tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos\theta}{\sin\theta}$	
متطابقات تحويل الضرب إلى مجموع أو فرق	$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$		$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$
	$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$		$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)]$
متطابقات تحويل المجموع أو الفرق إلى ضرب	$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$		$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$
	$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$		$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الدوال الأصلية والعمليات الحسابية على الدوال

الدوال الأصلية

الدوال الخطية	دوال القيمة المطلقة	الدوال التربيعية
		
الدوال الأسية واللوغاريتمية	**دوال الجذر التربيعي**	**الدوال العكسية والنسبية**
		

العمليات الحسابية على الدوال

الجمع	$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$	**الضرب**	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
الطرح	$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$	**القسمة**	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$

النهايات والتفاضل والتكامل

النهايات

نهاية مجموع دالتين	$\lim_{x\to c}[f(x)+g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) + \lim_{x\to c} g(x)$	**نهاية طرح دالتين**	$\lim_{x\to c}[f(x)-g(x)] = \lim_{x\to c} f(x) - \lim_{x\to c} g(x)$
نهاية قسمة دالتين	$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$ ، إذا كان $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$	**نهاية دالة مرفوعة لأس**	$\lim_{x\to c}[f(x)^n] = \left[\lim_{x\to c} f(x)\right]^n$
السرعة	اللحظية: $v(t) = \lim_{h\to 0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}$ ؛ المتوسطة: $v_{avg} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$	**نهاية الجذر النوني لدالة**	$\lim_{x\to c}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$ ، إذا كان $\lim_{x\to c} f(x) > 0$ و n عدد زوجي

التفاضل

قاعدة القوة	إذا كان $f(x) = x^n$ فإن $f'(x) = nx^{n-1}$	**المجموع أو الفرق**	إذا كان $f(x) = g(x) \pm h(x)$ فإن $f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$
قاعدة الضرب	$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$	**قاعدة القسمة**	$\frac{d}{dx}\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

التكامل

التكامل غير المحدود	$\int f(x)\,dx = F(x) + C$	**النظرية الاساسية في التفاضل والتكامل**	$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

الصيغ والمفاهيم الاحصائية

قيمة z لمتوسط العينة	$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}}$	قيمة z	$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$
الحد الأقصى لقيمة التوقع	$E = z \cdot \sigma_{\bar{x}}$ or $z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	خاصية ذات الحدين	$P(X) = {}_nC_x\, p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!}\, p^x q^{n-x}$
فترة الثقة في توزيع t	$CI = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$	فترة الثقة، في توزيع طبيعي	$CI = \bar{x} \pm E$ or $\bar{x} \pm z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
معامل الارتباط لاختبار t	$t = r\sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$ ، درجات الحرية: $n - 2$	معامل الارتباط	$r = \frac{1}{n-1}\sum\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x}\right)\left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y}\right)$

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

شکر و تقدیر

نسخة الطلاب

viii Jeff Hunter/Photographer's Choice RF/Getty Images; ix Hi Brow Arabia/ Alamy Stock Photo; x Flame/Alamy; xi IM_photo/Shutterstock.com; xii ruzanna/ Shutterstock xiii Frankris/Shutterstock. com; xiv Glow Images; xv Jean-Pierre Pieuchot/Photodisc/Getty Images; xvi LatinStock Collection/Alamy; xvii Jeremy Richards/Shutterstock; 002 Jeff Hunter/ Photographer's Choice RF/Getty Images; 005 Staff Sgt Alan Garrison/U.S. Air Force; 006 gulfimages/Alamy Stock Photo; 010 Kotsovolos Panagiotis/Shutterstock.com; 012 1xpert/123RF; 016 Jill Greer/SuperStock/age fotostock; 017 Jake Rajs/The Image Bank/Getty Images; 019 James Montgomery/age fotostock/SuperStock; 028 fStop/Alamy; 032 Hi Brow Arabia/Alamy Stock Photo; 035 Graham Bloomfield/Shutterstock. com; 036 Ilene MacDonald/Alamy Stock Photo; 037 CM Dixon/GlowImages; 038 C Squared Studios/Getty Images; 043 Brian Bailey/Stone/Getty Images; 045 Komsan Somthi/Shutterstock.com; 052 William Thomas Cain/Getty Images News/Getty Images; 057 Philip Lee Harvey/Alamy; 064 Paul Vinten/Alamy; 071 McGraw-Hill Education; 073 JGI/Tom Grill/Blend Images; 074 Scott Prokop/Shutterstock. com; 075 McGraw-Hill Education; 078 Rob Daly/age fotostock; 079 Dmitry Kalinovsky/Shutterstock.com; 080 Doug Schnurr/Shutterstock.com; 086 George Doyle RF/Media Bakery; 087 Erika Nelson, World's Largest Things, Inc.; 092 Tetra Images/Alamy; 094 McGraw-Hill Education; 110 Flame/Alamy; 115 Design Pics/Daniel Sicolo; 125 JGI/Tom Grill/ Blend Images; 131 (tl)Ed Imaging; 131 (tr) Ed Imaging; 131 (bl)PCN Photography/ Alamy; 132 karnizz/Shutterstock.com; 138 (l)Cardinal/image100/Corbis; 138 (r) Sherwal/Alamy Images; 142 Jill Braaten/McGraw-Hill Education; 144 ©Ed Boettcher/CORBIS Premium Collection/ Alamy Stock Photo; 149 Ivan Smuk/Shutterstock.com; 156 Wavebreak Media ltd/ Alamy; 158 Picturenet/Blend Images; 168 Zurijeta/Shutterstock.com; 172 IM_photo/Shutterstock.com; 175 Ed Imaging; 176 Gregory Costanzo/Photodisc/Getty Images; 179 Ken Karp/McGraw-Hill Education; 186 Columbus Zoo and Aquarium; 188 Stephan Goerlich/Image Broker/ age fotostock; 193 Spaces Images/Blend Images; 199 Purestock/Getty Images; 200 Apatsara/Shutterstock.com; 212 Zurijeta/ Shutterstock.com.

دلائـــل رمـــوز الغلاف

لون الحلقة الثالثة

مركز اتصال وزارة التربية والتعليم

اقتراح - استفسار - شكوى

80051115

04-2176855

www.moe.gov.ae

ccc.moe@moe.gov.ae