



حل بنك أسئلة مادة الرياضيات

الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني

العام 2020 – 2021

أ/ شاكِر عطية 74084248

(يُرجى عدم نسبة العمل لغير صاحبه)

هذه المذكرة

تحتوي على تدريبات وتمارين للمراجعة والاستعداد

للاختبار التحصيلي

في مادة الرياضيات للصف التاسع الفصل الدراسي الثاني

مع التنبيه على أن هذه المذكرة

لا تخفي عن المصادر الأساسية المتعلم

من كتب دراسية وقنوات الوزارة التعليمية

أحرص على استخدام الورقة والقلم وحل التمارين بنفسك

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

أ/شاهر عطية

3

تحويل التطابق

هو تحويل هندسي يحافظ على
أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا

الدوران

الإزاحة

الانعكاس



حل بنك أسئلة مادة الرياضيات
الصف التاسع

الوحدة الخامسة

الفصل الدراسي الثاني

التحويلات الهندسية

2020 / 2021

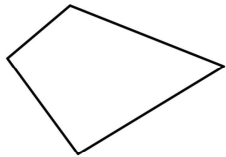
Mr. Shaker Atia

74084248

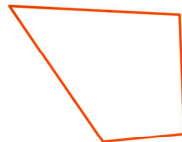
4

تحويلات التطابق

هل كل من التحويلين الهندسيين أدناه تحويل تطابق؟ وضح إجابتك.

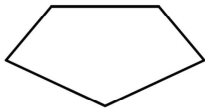


الشكل الأصلي

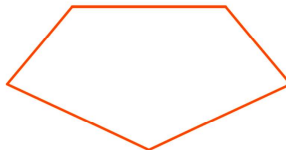


الصورة

تحويل تطابق
لتطابق الأضلاع والزوايا



الشكل الأصلي



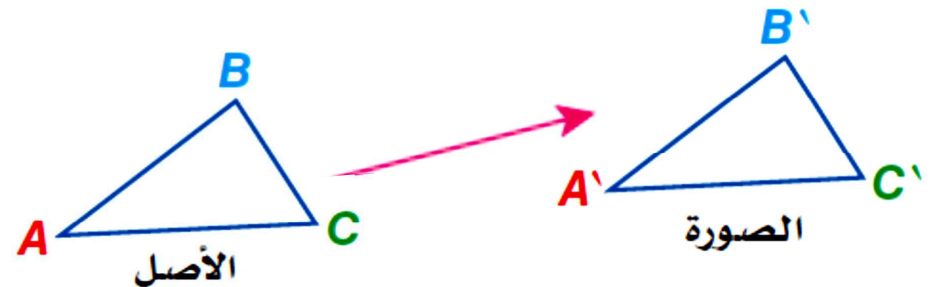
الصورة

ليس تحويل تطابق
لاختلاف أطوال الأضلاع

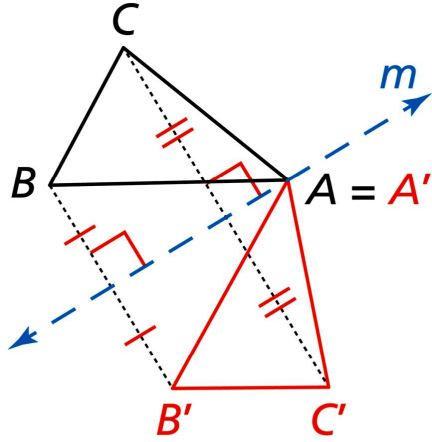
2

التحويل الهندسي

هو عملية تربط الشكل الهندسي الأصلي
بشكل هندسي جديد يُسمى الصورة



الانعكاس



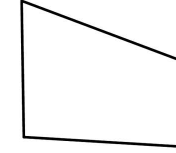
هو تحويل هندسي
يعكس كل نقطة
في الشكل الأصلي
حول محور الانعكاس

5

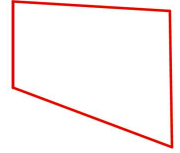
تحويلات التطابق

هل يبدو التحويل الهندسي الموضح أنه يمثل تحويل تطابق؟
وضح إجابتك.

تحويل تطابق
لتطابق الأضلاع والزوايا

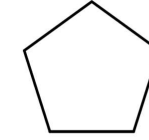


الشكل الأصلي

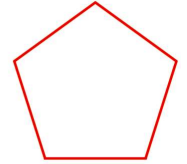


الصورة

ليس تحويل تطابق
لاختلاف أطوال الأضلاع



الشكل الأصلي

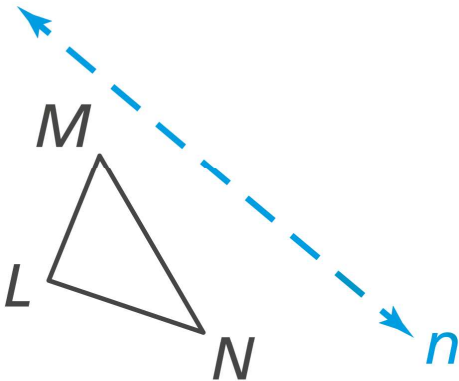


الصورة

8

الانعكاس حول مستقيم في المستوى

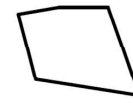
أوجد انعكاس $\triangle LMN$ حول المستقيم n .



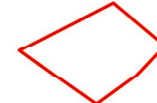
6

تحويلات التطابق

حدد ما إذا كان التحويل الهندسي لكل زوج من الأشكال هو تحويل تطابق أم لا في كل مما يلي.



الشكل الأصلي

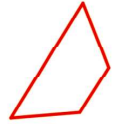


الصورة

تحويل تطابق



الشكل الأصلي



الصورة

تحويل تطابق

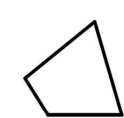


الشكل الأصلي

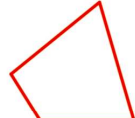


الصورة

ليس تحويل تطابق



الشكل الأصلي



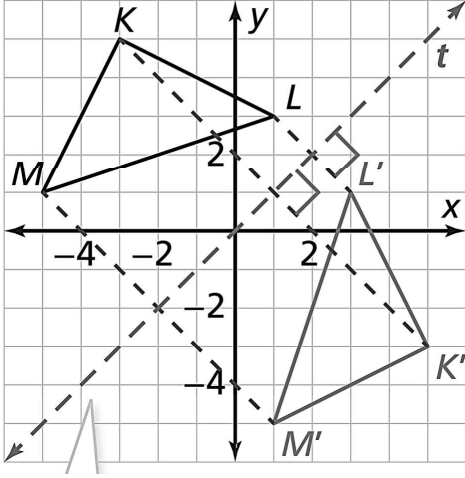
الصورة

ليس تحويل تطابق

11

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي

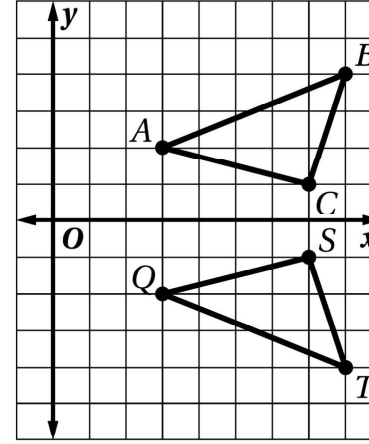


$$R_y = x$$

9

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي

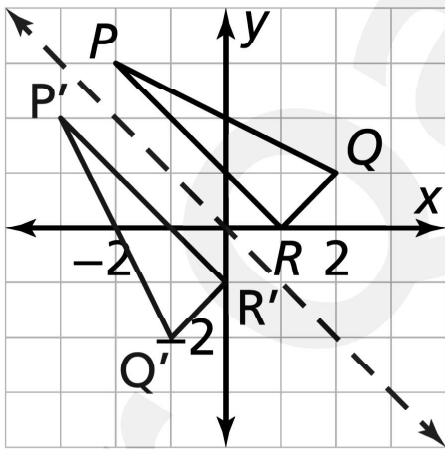


$$R_x$$

12

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي

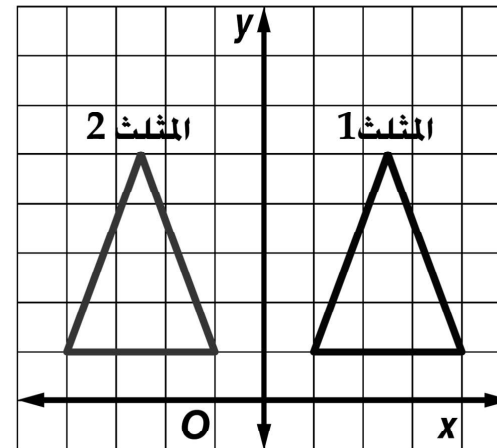


$$R_y = -x$$

10

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي



$$R_y$$

ملخص قواعد الانعكاس في المستوى الإحداثي

الانعكاس	الأصل	الصورة	القاعدة
R_x	(3, 5)	(3, -5)	نغير إشارة y
R_y	(2, -1)	(-2, -1)	نغير إشارة x
$R_{y=x}$	(4, -2)	(-2, 4)	نبدل الإحداثيين
$R_{y=-x}$	(-3, 7)	(-7, 3)	نبدل ونغير الإشارات

15

إيجاد قاعدة الانعكاس في المستوى الإحداثي

ما قاعدة الانعكاس الذي يحول المثلث ABC إلى صورته $A'B'C'$

$$A(1, 3), B(2, 5), C(3, 7)$$

$$A'(-1, 3), B'(-2, 5), C'(-3, 7)$$

☐ R_{x-axis}

☒ R_{y-axis}

☐ $R_{y=x}$

☐ $R_{y=-x}$

14

الانعكاس في المستوى الإحداثي

للمثلث ABC الرؤوس $A(-5, 6), B(1, -2), C(-3, -4)$.
أوجد إحداثيات رؤوس $\triangle A'B'C'$ لكل انعكاس مما يلي.

a. R_{x-axis}

$$A'(-5, -6)$$

$$B'(1, 2)$$

$$C'(-3, 4)$$

b. R_{y-axis}

$$A'(5, 6)$$

$$B'(-1, -2)$$

$$C'(3, -4)$$

16

إيجاد قاعدة الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس الذي يحول الشكل الأصلي إلى الصورة المعطاة.

• $C(3, 8), D(5, 12), E(4, 6)$

$$R_{y=-x}$$

$$C'(-8, -3), D'(-12, -5), E'(-6, -4)$$

• $F(7, 6), G(0, -4), H(-5, 0)$

$$R_{x=1}$$

$$F'(-5, 6), G'(2, -4), H'(7, 0)$$

• $K(7, -6), L(9, -3), M(-4, 6)$

$$R_{y=-5}$$

$$K'(7, -4), L'(9, -7), M'(-4, -16)$$

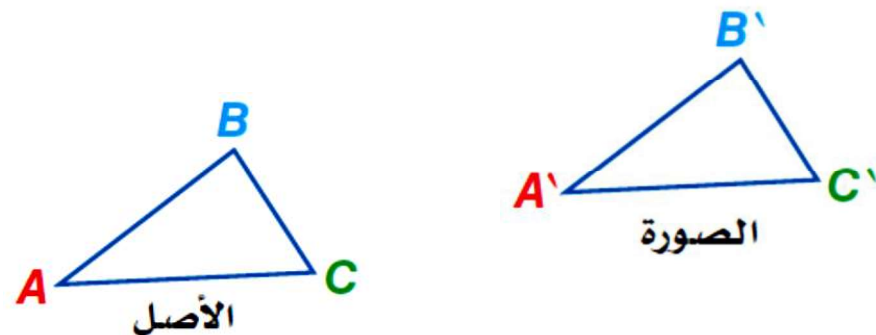
19

الإزاحة في المستوى الإحداثي

ما صورة النقطة $(3, 5)$ بالإزاحة $T_{\langle -1, 2 \rangle}$ ☐ A $(2, 3)$ ☒ B $(2, 7)$ ☐ C $(4, 7)$ ☐ D $(-3, 10)$

الإزاحة

هو تحويل هندسي ينقل كل نقاط الشكل الأصلي المسافة نفسها في الاتجاه نفسه



20

الإزاحة في المستوى الإحداثي

المثلث $E(-5, 4)$ $F(-1, 5)$ $G(-2, -1)$ أوجد إحداثيات رؤوس $\triangle E'F'G'$ لكل إزاحة أدناه.a. $T_{\langle 6, -7 \rangle}(\triangle EFG) = \triangle E'F'G'$ b. $T_{\langle 11, 2 \rangle}(\triangle EFG) = \triangle E'F'G'$ $E' (1, -3)$ $E' (6, 6)$ $F' (5, -2)$ $F' (10, 7)$ $G' (4, -8)$ $G' (9, 1)$

اتجاه الإزاحة

رأسية

أفقية

+

↑

أعلى

أسفل

↓

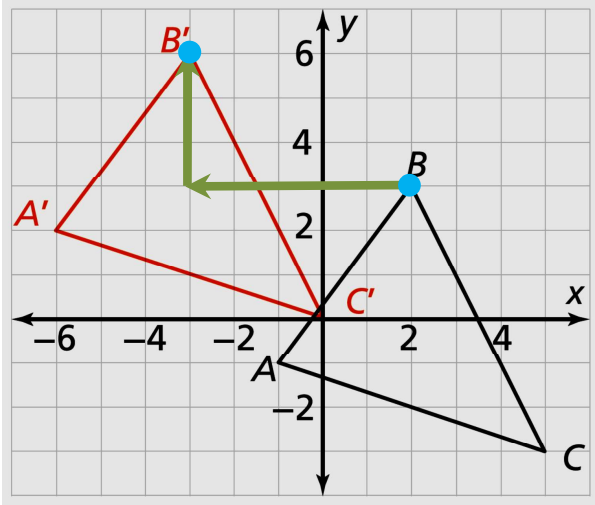
-

→ + يمين ← - يسار

23

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

أوجد قاعدة الإزاحة المبيّنة أدناه.

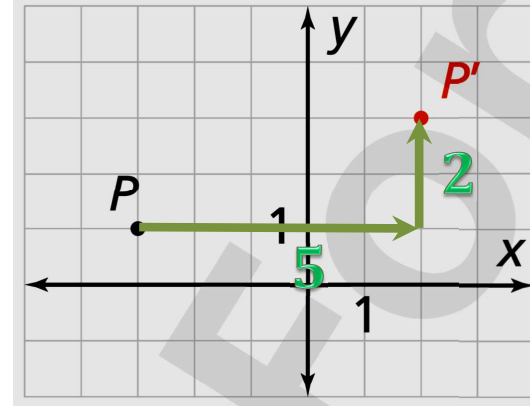


$$T_{\langle -5, 3 \rangle}$$

21

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

أوجد قاعدة الإزاحة التي تنقل النقطة $P(-3, 1)$ إلى صورتها $P'(2, 3)$.



$$T_{\langle 5, 2 \rangle}$$

24

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

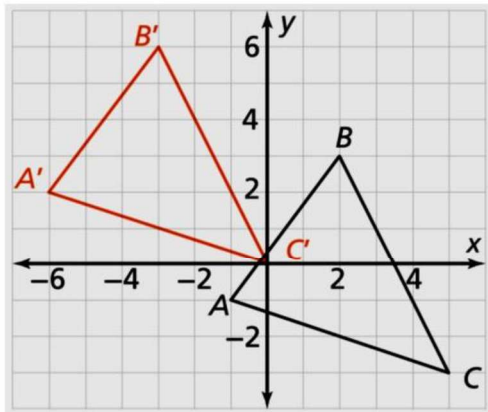
أوجد قاعدة الإزاحة المبيّنة أدناه.

~~$$T_{\langle -5, 3 \rangle}$$~~

$$\boxed{B} \quad T_{\langle 3, -5 \rangle}$$

$$\boxed{C} \quad T_{\langle -3, 5 \rangle}$$

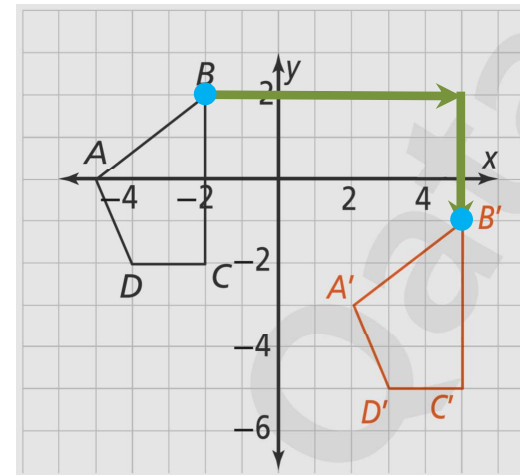
$$\boxed{D} \quad T_{\langle 5, -3 \rangle}$$



22

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

أوجد قاعدة الإزاحة المبيّنة أدناه.



$$T_{\langle 7, -3 \rangle}$$

27

تركيب إزاحتين

اكتب تركيب التحويلين الهندسيين في صورة تحويل هندسي واحد.

a. $T_{\langle -3, 2 \rangle} \circ T_{\langle 1, -1 \rangle}$

$$T_{\langle -2, 1 \rangle}$$

b. $T_{\langle -4, 0 \rangle} \circ T_{\langle -2, 5 \rangle}$

$$T_{\langle -6, 5 \rangle}$$

8. $T_{\langle 7, 8 \rangle} \circ T_{\langle -3, -4 \rangle}$

$$T_{\langle 4, 4 \rangle}$$

9. $T_{\langle 0, 3 \rangle} \circ T_{\langle 4, 6 \rangle}$

$$T_{\langle 4, 9 \rangle}$$

25

تركيب إزاحتين

كيف نعبر عن تركيب إزاحتين رياضياً ؟

الإزاحة المركبة \equiv الإزاحة الأولى \circ الإزاحة الثانية

$$T_{\langle 1, -1 \rangle} \circ T_{\langle 2, 2 \rangle} \equiv T_{\langle 3, 1 \rangle}$$

28

تركيب إزاحتين

أوجد تركيبًا للإزاحات يكون مكافئًا للإزاحة $T_{\langle 8, -5 \rangle}(x, y)$.

توجد تركيبات كثيرة جدًا مثل :

$$T_{\langle 5, -4 \rangle} \circ T_{\langle 3, -1 \rangle}$$

26

تركيب إزاحتين

ما الإزاحة المكافئة لتركيب الإزاحتين $T_{\langle 1, 7 \rangle} \circ T_{\langle 3, -2 \rangle}$ ؟

☐ A $T_{\langle 2, 5 \rangle}$

☒ B $T_{\langle 4, 5 \rangle}$

☐ C $T_{\langle 4, 9 \rangle}$

☐ D $T_{\langle 3, -14 \rangle}$

31

تركيب انعكاسين

كم يبعد المستقيمان المتوازيان m و n عن بعضهما بحيث

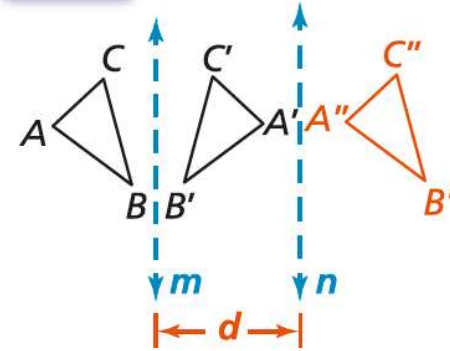
$$T_{\langle 12, 0 \rangle}(\Delta JKL) = (R_n \circ R_m)(\Delta JKL)$$

ضعف المسافة بين محوري الانعكاس = مقدار الإزاحة

$$\text{المسافة بين المستقيمين} = 6$$

29

تركيب انعكاسين



تركيب انعكاسين

في مستقيمين متوازيين

يكافئ إزاحة

تركيب انعكاسين في مستقيمين متوازيين يكافئ إزاحة

بعد الانعكاس الأول ينقلب اتجاه الشكل

بعد الانعكاس الثاني ينقلب اتجاه الشكل إلى اتجاه الشكل الأصلي

32

تركيب انعكاسين

المسافة بين المستقيمين الرأسيتين المتوازيين a و b هي

6 وحدات ويقع المستقيم a على يسار المستقيم b . إذا كانت

$$T_{\langle x, 0 \rangle}(\Delta JKL) = (R_b \circ R_a)(\Delta JKL)$$

أوجد قيمة x .

ضعف المسافة بين محوري الانعكاس = مقدار الإزاحة

$$\text{مقدار الإزاحة} = 12$$

30

تركيب انعكاسين

المسافة بين الأصل والصورة

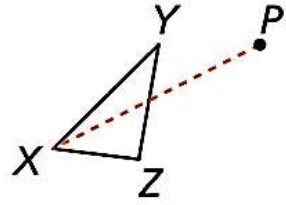
تساوي ضعف المسافة بين محوري الانعكاس

كيف نعبّر عن تركيب انعكاسين رياضياً ؟

الإزاحة المكافئة \equiv الانعكاس الأول \circ الانعكاس الثاني

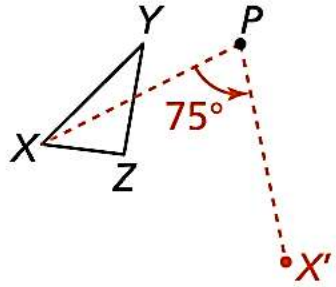
$$R_n \circ R_m \equiv T_{\langle \dots, \dots \rangle}$$

35



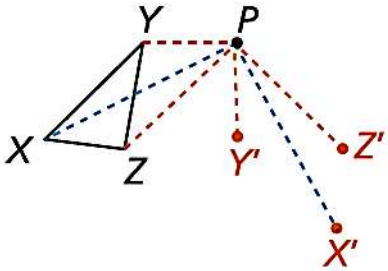
الدوران في المستوى

الخطوة 1 لتدوير X ،
ارسم \overline{PX} لتشكيل أحد
ضلعي زاوية قياسها 75°



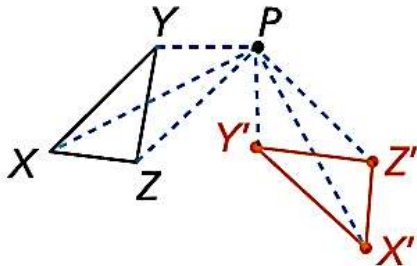
الخطوة 2 قس
الزاوية وارسم الضلع
الآخر، PX' . عتّن
النقطة X' بحيث
 $PX' = PX$

36



الدوران في المستوى

الخطوة 3 كرر
الخطوتين 1 و 2
مع Y و Z
لتعيين موقع كل من
النقطتين Y' و Z' .



الخطوة 4 صل
بين نقاط الصورة
لتشكيل $\triangle X'Y'Z'$.

الدوران

هو تحويل هندسي يتم فيه تدوير كل نقاط الشكل الأصلي

حول نقطة تُسمى مركز الدوران

بزاوية تُسمى زاوية الدوران

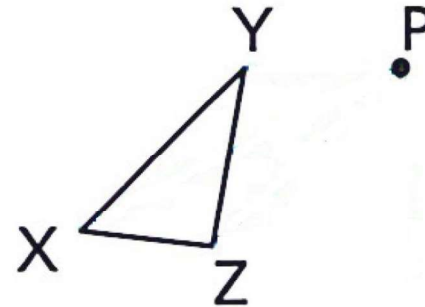
في الاتجاه الموجب (عكس عقارب الساعة)

أو في الاتجاه السالب (اتجاه عقارب الساعة)

34

الدوران في المستوى

كيف يمكنك إجراء دوران بزاوية 75° للمثلث XYZ حول النقطة P؟



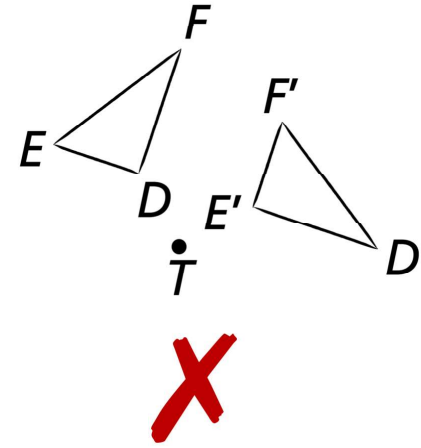
ملخص قواعد الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران	الأصل	الصورة	القاعدة
$r(90^\circ, 0)$	(3, 5)	(-5, 3)	نبدل ونغير إشارة الأول
$r(180^\circ, 0)$	(2, -1)	(-2, 1)	نغير الإشارات
$r(270^\circ, 0)$	(4, -2)	(-2, -4)	نبدل ونغير إشارة الثاني
$r(360^\circ, 0)$	(0, 7)	(0, 7)	لا تغيير

37

الدوران في المستوى

حلل الخطأ رسمت دالة المخطط أدناه لتبين دوران $\triangle DEF$ حول النقطة T . أوجد خطأ دالة وصحّحه.



الخطأ: تسمية رؤوس الصورة

التصحيح: $E' \rightarrow D'$

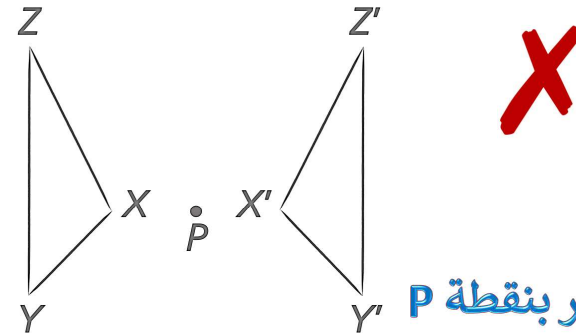
$F' \rightarrow E'$

$D' \rightarrow F'$

38

الدوران في المستوى

حلل الخطأ قالت نور إن $\triangle X'Y'Z'$ هو دوران للمثلث XYZ حول النقطة P . ما التحويل الهندسي الصحيح من $\triangle XYZ$ إلى $\triangle X'Y'Z'$ ؟



إنعكاس

حول مستقيم رأسي يمر بنقطة P

40

الدوران في المستوى الإحداثي

ما صورة النقطة (1, 4) بالدوران $r(90^\circ, 0)$ ؟

A (1, 4)

B (-4, 1)

C (4, -1)

D (-1, -4)

43

الدوران في المستوى الإحداثي

أوجد إحداثيات الصورة.

 $X(0, 3), Y(1, -4), Z(5, 2)$ للشكل $r_{(90^\circ, O)}(\Delta XYZ)$

$$X' (-3, 0) \quad Y' (4, 1) \quad Z' (-2, 5)$$

41

الدوران في المستوى الإحداثي

رؤوس ΔXYZ هي $X(-4, 7), Y(0, 8), Z(2, -1)$.a. حدّد رؤوس $r_{(180^\circ, O)}(\Delta XYZ)$.

$$X' (4, -7)$$

$$Y' (0, -8)$$

$$Z' (-2, 1)$$

44

الدوران في المستوى الإحداثي

أوجد إحداثيات الصورة.

 $r_{(360^\circ, O)}(JKLM)$ حيث $J(-4, 7), K(1, 5), L(6, 1), M(3, -9)$

$$J'(-4, 7) \quad K'(1, 5) \quad L'(6, 1) \quad M'(3, -9)$$

42

الدوران في المستوى الإحداثي

رؤوس ΔXYZ هي $X(-4, 7), Y(0, 8), Z(2, -1)$.b. حدّد رؤوس $r_{(270^\circ, O)}(\Delta XYZ)$.

$$X' (7, 4)$$

$$Y' (8, 0)$$

$$Z' (-1, -2)$$

47

الدوران في المستوى الإحداثي

1 ارسم المثلث ΔABC حيث $A(1, 2)$, $B(5, 0)$, $C(4, 4)$ 2 أوجد إحداثيات المثلث $\Delta A'B'C'$ صورة المثلث ΔABC بالدوران $r(90^\circ, 0)$

$$A' = (-2, 1)$$

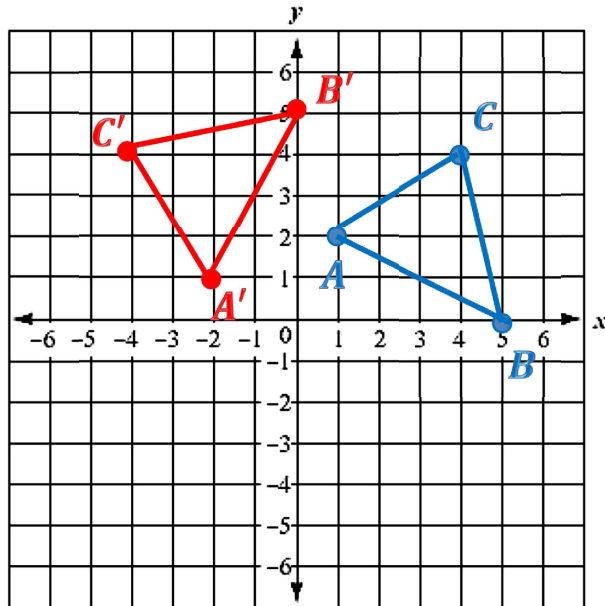
$$B' = (0, 5)$$

$$C' = (-4, 4)$$

3 على نفس الشبكة التربيعية أعلاه ارسم المثلث $\Delta A'B'C'$

48

الدوران في المستوى الإحداثي



45

الدوران في المستوى الإحداثي

اختبار SAT/ACT تم تدوير نقطة بزاوية 270° حول نقطة الأصل.صورة النقطة هي $(-11, 7)$. أي زوج من الإحداثيات التالية يمثل إحداثي النقطة الأصلية؟

Ⓐ $(7, -11)$

Ⓑ $(-7, -11)$

Ⓒ $(7, 11)$

Ⓓ $(11, 7)$

للحصول على النقطة الأصلية نكمل الدوران حتى 360°
أي نضيف دوران آخر بزاوية 90°

46

الدوران في المستوى الإحداثي

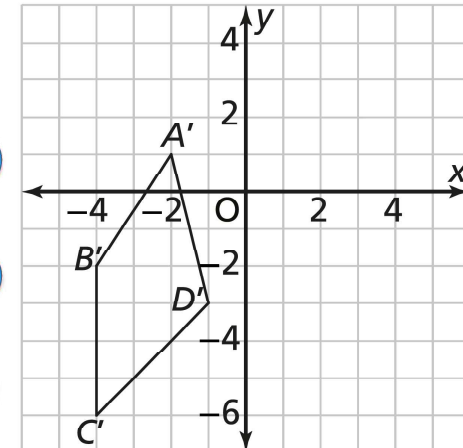
استعمل البنية يعرض المخطط أدناه $r(90^\circ, 0)(ABCD)$. أوجد إحداثيات رؤوس $ABCD$.
نضيف دوران بزاوية 270°

$$A'(-2, 1)$$

$$B'(-4, -2)$$

$$C'(-4, -6)$$

$$D'(-1, -3)$$



$$A(1, 2)$$

$$B(-2, 4)$$

$$C(-6, 4)$$

$$D(-3, 1)$$

51

فهم التطابق

ليكن $R_m(\Delta PQR) = \Delta P'Q'R'$ ، هل محيطا المثلثين PQR و $P'Q'R'$ متساويان؟ وضح إجابتك.

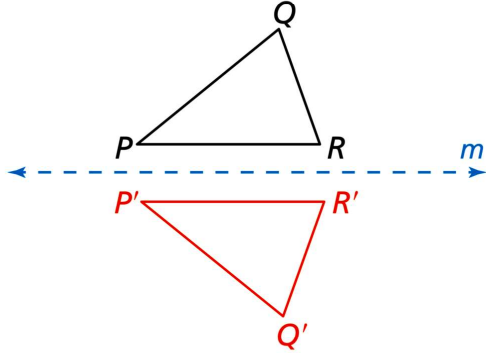
نعم

لأن الانعكاس يحافظ على

أطوال الأضلاع

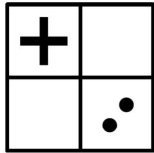
وبالتالي يحافظ على

مجموع الأضلاع (المحيط)



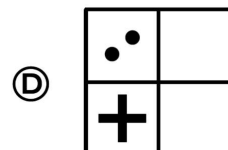
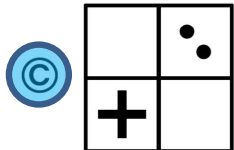
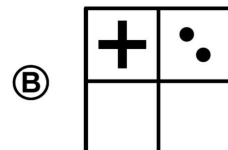
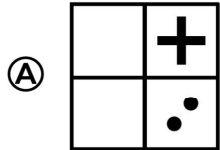
52

تحديد المضلعات المتطابقة



اختبار SAT/ACT مبيّن أدناه جزء من لعبة لوحية.

أي من الأشكال التالية يتطابق مع الشكل أعلاه؟

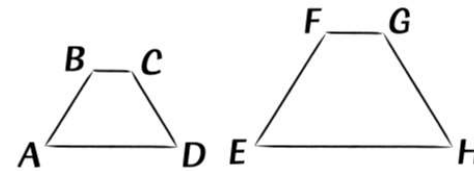


50

فهم التطابق

حلّل الخطأ تقول خديجة إن $ABCD$ و $EFGH$ متطابقان لأن بإمكانها تحويل $ABCD$ إلى $EFGH$ بضرب طول كل ضلع من أضلاعه في 1.5 وإزاحة الصورة لتطابق $EFGH$.

بيّن خطأ خديجة وصحّحه.



$$ABCD \cong EFGH$$



المضلعات غير متطابقين

لأن الضرب يغير أطوال الأضلاع

حل بنك أسئلة لمادة الرياضيات

الصف التاسع

الوحدة السادسة

الفصل الدراسي الثاني

تطابق المثلثات

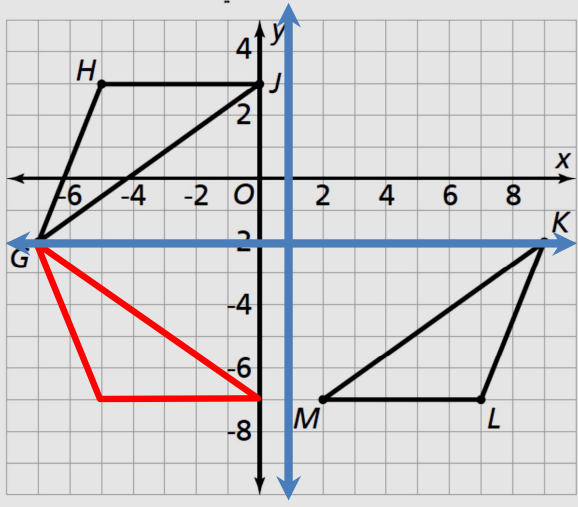
2020 / 2021

Mr. Shaker Atia

74084248

55 تحديد تحويلات التطابق إذا كان $\triangle GHJ \cong \triangle KLM$

a. أوجد تركيبًا من تحويلات التطابق يحوّل $\triangle KLM$ إلى $\triangle GHJ$.



انعكاس حول المستقيم

$$y = -2$$

ثم

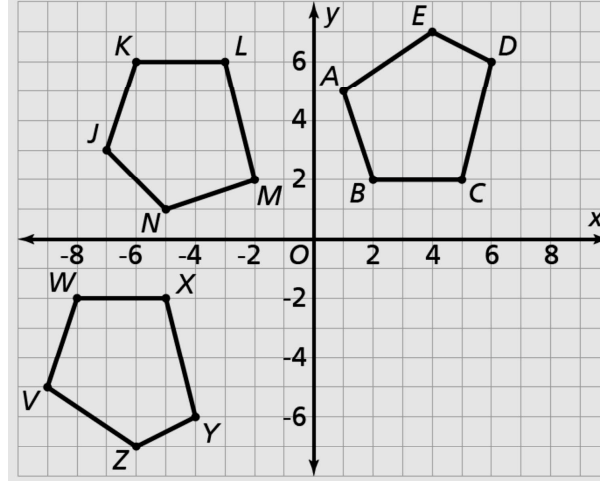
انعكاس حول المستقيم

$$x = 1$$

53

تحديد المضلعات المتطابقة

a. هل $ABCDE$ و $JKLMN$ متطابقان؟ إن كانا متطابقين، صف تركيبًا من تحويلات التطابق يحوّل $ABCDE$ إلى $JKLMN$. إن لم يكونا متطابقين، وضح إجابتك.

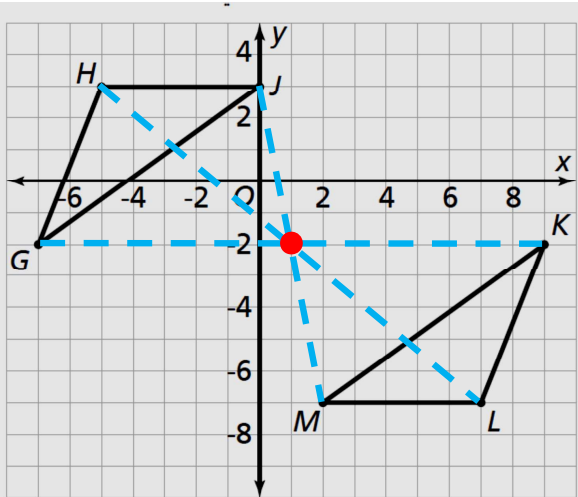


غير متطابقين

لاختلاف أطوال الأضلاع

56 تحديد تحويلات التطابق إذا كان $\triangle GHJ \cong \triangle KLM$

b. أوجد تركيب آخر من تحويلات التطابق يحوّل $\triangle KLM$ إلى $\triangle GHJ$.



دوران حول النقطة

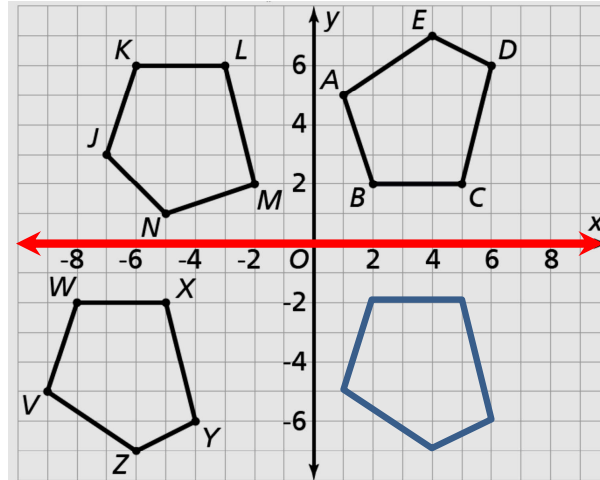
$$(1, -2)$$

بزاوية 180°

54

تحديد المضلعات المتطابقة

b. هل $ABCDE$ و $VWXYZ$ متطابقان؟ إن كانا متطابقين، صف تركيبًا من تحويلات التطابق يحوّل $ABCDE$ إلى $VWXYZ$. إن لم يكونا متطابقين، وضح إجابتك.



متطابقان

انعكاس حول محور X

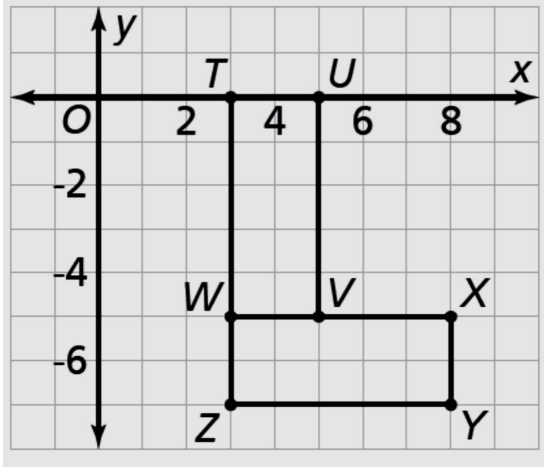
ثم

إزاحة لليسار 10 وحدات

59

تحديد تحويلات التطابق

إذا كان $WXYZ \cong WTUV$ ، صف تركيبًا من تحويلات التطابق يحوّل $WXYZ$ إلى $WTUV$.

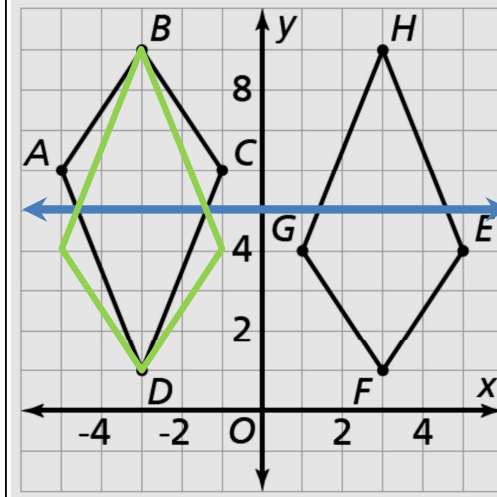


دوران
حول النقطة W
بزاوية $90^\circ +$

57

تحديد تحويلات التطابق

إذا كان $ABCD \cong EFGH$ ، أوجد تركيبًا من تحويلات التطابق يحوّل $EFGH$ إلى $ABCD$.

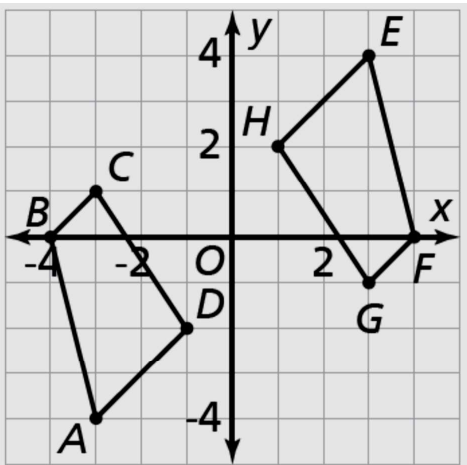


انعكاس حول المستقيم $y = 5$
ثم إزاحة لليمين 6 وحدات

60

تحديد تحويلات التطابق

هل $ABCD$ و $EFGH$ متطابقان؟ إن كانا كذلك، صف تركيبًا من تحويلات التطابق يحوّل $ABCD$ إلى $EFGH$. إن لم يكونا كذلك،



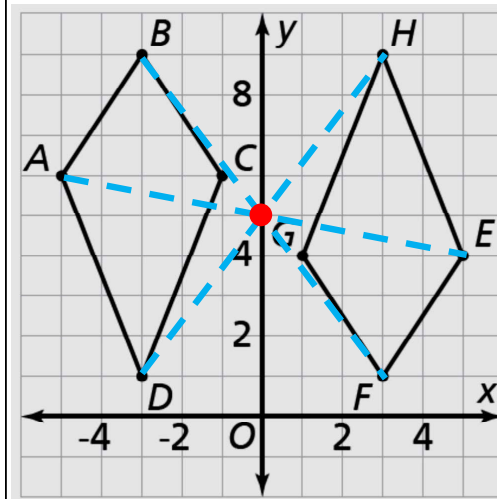
متطابقان
دوران حول نقطة الأصل
بزاوية 180°

أو انعكاس حول محور X
ثم انعكاس حول محور Y

58

تحديد تحويلات التطابق

إذا كان $ABCD \cong EFGH$ ، أوجد تركيبًا من تحويلات التطابق يحوّل $EFGH$ إلى $ABCD$.

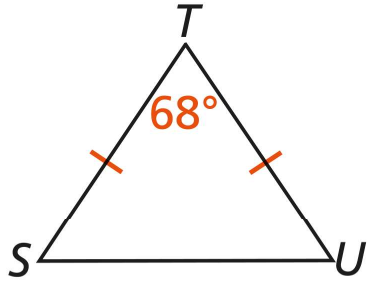


أو
دوران حول النقطة $(0, 5)$
بزاوية 180°

63

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

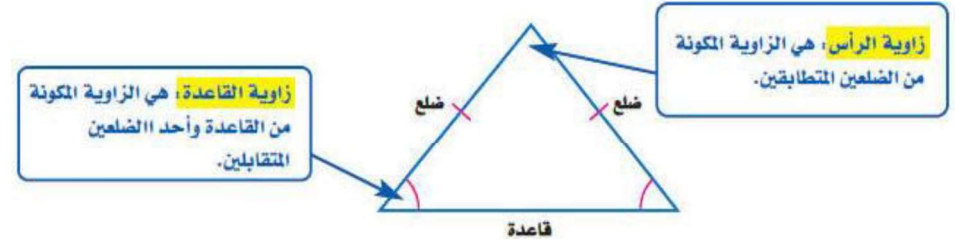
أوجد قياسات الزوايا المجهولة.



$$m\angle S + m\angle U = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

$$m\angle D = m\angle F = 112^\circ \div 2 = 56^\circ$$

المثلث المتطابق الضلعين

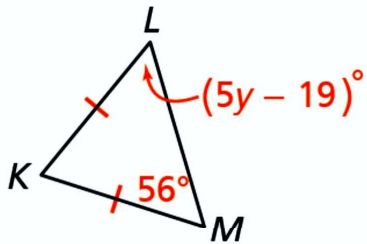


ضلع = ضلع ← زاوية = زاوية

زاوية = زاوية → ضلع = ضلع

64

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

a. اكتب معادلة يمكنك حلها لإيجاد قيمة y .b. أوجد $m\angle K$.

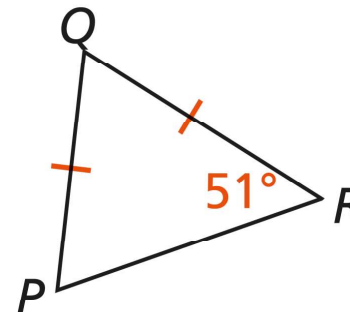
$$5y - 19 = 56^\circ$$

$$m\angle K = 180^\circ - (56^\circ + 56^\circ) = 68^\circ$$

62

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

أوجد قياسات الزوايا المجهولة.

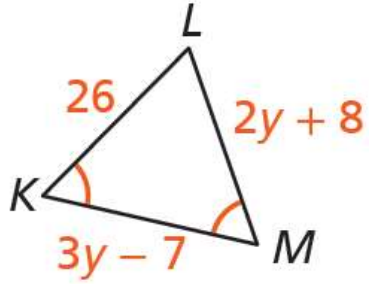


$$m\angle P = m\angle R = 51^\circ$$

$$m\angle Q = 180^\circ - (51^\circ + 51^\circ) = 78^\circ$$

67

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين



أوجد أطوال أضلاع المثلث.

$$LM = LK = 26$$

$$2y + 8 = 26 \quad -8$$

$$2y = 18 \quad \div 2$$

$$y = 9$$

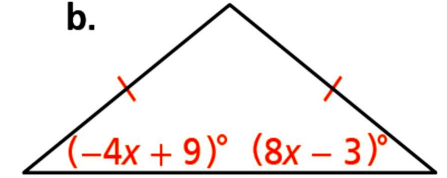
$$KM = 3(9) - 7 = 20$$

65

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

أوجد قيمة x في كل مما يلي:

b.



$$8x - 3 = -4x + 9$$

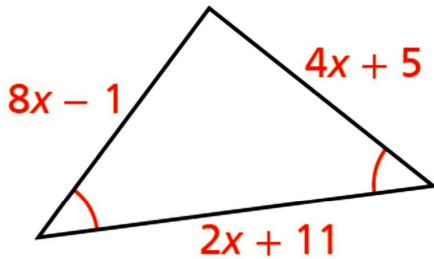
$$8x + 4x = 3 + 9$$

$$12x = 12 \quad \div 12$$

$$x = 1$$

68

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين

a. ما قيمة x ؟

b. ما أطوال أضلاع المثلث الثلاثة ؟

$$8x - 1 = 4x + 5$$

$$8x - 4x = 5 + 1$$

$$4x = 6$$

$$x = 1.5$$

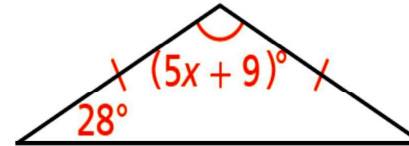
بعد التعويض فإن أطوال أضلاع المثلث تساوي 11, 11, 14

66

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

أوجد قيمة x في كل مما يلي:

a.



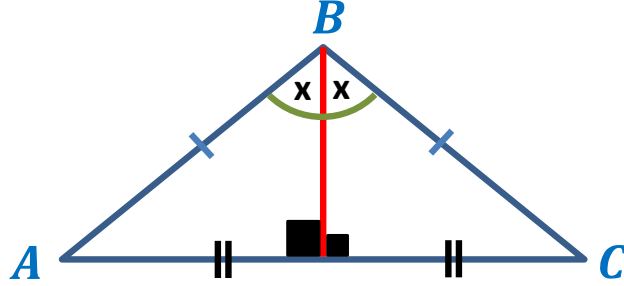
$$5x + 9 = 180^\circ - (28^\circ + 28^\circ)$$

$$5x + 9 = 124^\circ \quad -9$$

$$5x = 115^\circ \quad \div 5$$

$$x = 23^\circ$$

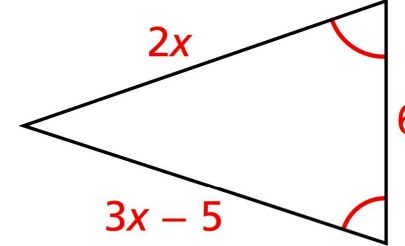
المنصف العمودي في المثلث المتطابق الضلعين



إذا نصف مستقيم (أو قطعة مستقيمة) **زاوية الرأس** لمثلث متطابق الضلعين، فإنه ينصف الضلع المقابل لها ويكون عمودياً عليه.

69

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين



حلّل الخطأ طلبت المعلّمة من نورة إيجاد أطوال أضلاع المثلث المبيّن في الشكل المجاور. أوجد خطأ نوره وصحّحه.

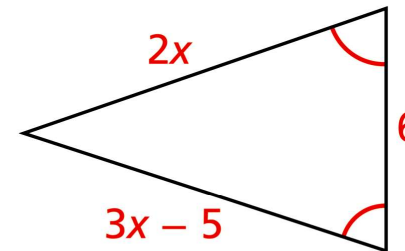
الضلع العلوي والقاعدة متساويان في الطول، $2x = 6$ ، إذن، $x = 3$.

عوّض قيمة x في المقدار الذي يمثل طول الضلع السفلي لتحصل على $3(3) - 5 = 4$



70

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين



الخطأ:

$$2x = 6$$

التصحيح:

$$3x - 5 = 2x$$

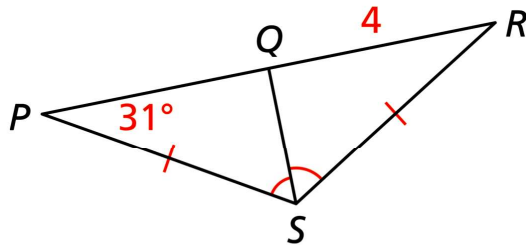
$$3x - 2x = 5$$

$$x = 5$$

بعد التعويض فإن أطوال أضلاع المثلث تساوي 10 , 10 , 6

72

المنصف العمودي



a. أوجد $m\angle RSQ$.

b. أوجد PR .

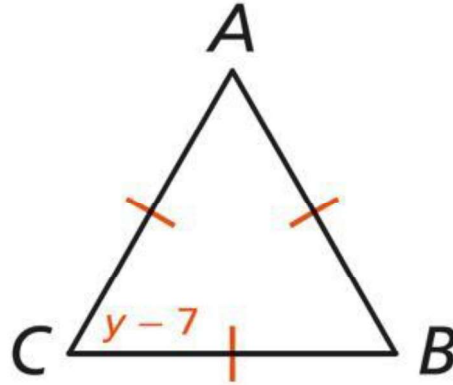
$$m\angle S = 180^\circ - (31^\circ + 31^\circ) = 118^\circ$$

$$m\angle RSQ = 118^\circ \div 2 = 59^\circ$$

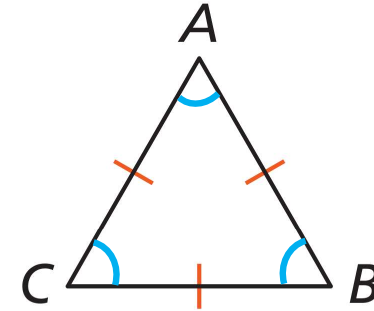
$$PR = 4 + 4 = 8$$

75

المثلث المتطابق الأضلاع

ما قيمة y في الشكل أدناه ؟☐ A 53☐ B 60☒ C 67☐ D 187

المثلث المتطابق الأضلاع

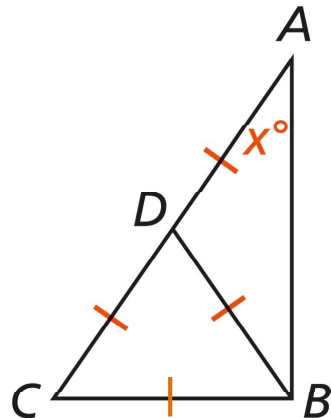


جميع أضلاعه متطابقة

جميع زواياه متطابقة ، وقياس كل منها 60°

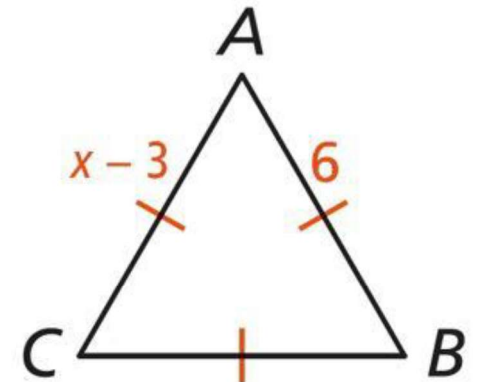
76

المثلث المتطابق الأضلاع

ما قيمة X° في الشكل أدناه ؟☒ A 30° ☐ B 45° ☐ C 60° ☐ D 90° 

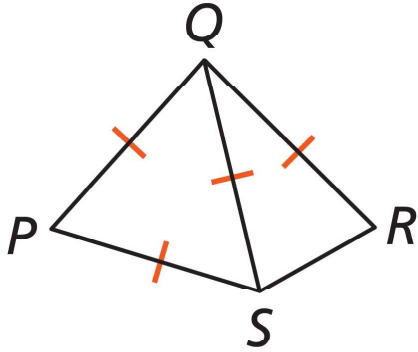
74

المثلث المتطابق الأضلاع

ما قيمة X في الشكل أدناه ؟☐ A 3☐ B 6☒ C 9☐ D 18

79

المثلث المتطابق الأضلاع



لتكن $m\angle PSR = 134^\circ$ ،
أوجد قياس الزاوية $\angle SQR$.

$$m\angle QSR = 134^\circ - 60^\circ = 74^\circ$$

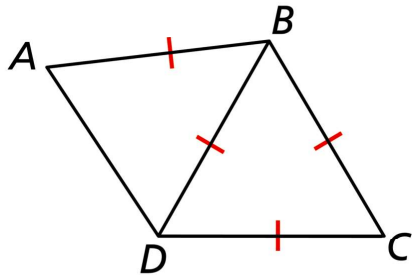
$$m\angle QSR = m\angle R = 74^\circ$$

$$m\angle SQR = 180^\circ - (74^\circ + 74^\circ) = 32^\circ$$

80

المثلث المتطابق الأضلاع

اختبار SAT/ACT إذا كان $m\angle ABC = 114^\circ$ ، فما قياس $\angle BAD$ ؟



$$114^\circ - 60^\circ = 54^\circ$$

$$180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

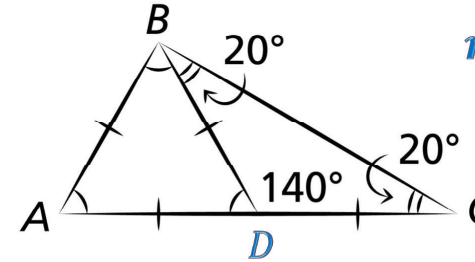
$$126^\circ \div 2 = 63^\circ$$

Ⓐ 54° Ⓑ 63° Ⓒ 60° Ⓓ 72°

77

المثلث المتطابق الأضلاع

حلّ الخطأ رسم راشد المخطط التالي لتمثيل مثلث متطابق الأضلاع ومثلث متطابق الضلعين. أوجد خطأ راشد وصححه.



الخطأ: $m\angle BDC = 140^\circ$

التصحيح:

$$m\angle BDC = 120^\circ$$

$$m\angle DBC = m\angle C = 30^\circ$$

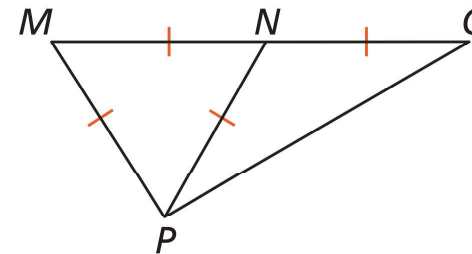
78

المثلث المتطابق الأضلاع

أوجد قياس زاوية

a. $m\angle PNO$

b. $m\angle NOP$



$$m\angle MNP = 60^\circ$$

$$m\angle PNO = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

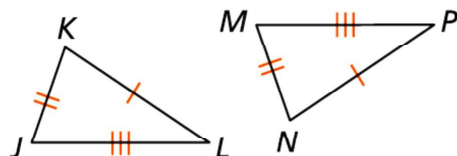
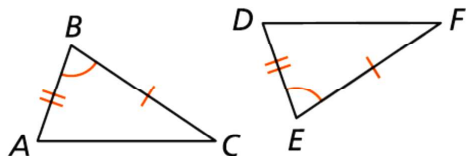
$$m\angle NPO + m\angle O = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$m\angle O = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$$

حالات تطابق مثلثين

SAS

SSS



التطابق

بضلعين والزواية المحصورة بينهما

التطابق

بثلاثة أضلاع

الاختصارات المستخدمة في تطابق المثلثات

ضلع \cong ضلع **S**

زاوية \cong زاوية **A**

زاوية قائمة \cong زاوية قائمة **R**

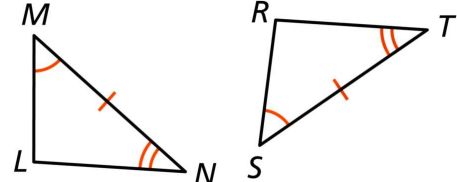
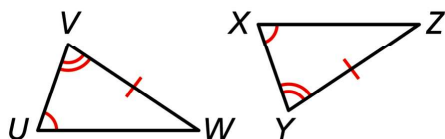
وتر \cong وتر **H**

ساق \cong ساق **L**

حالات تطابق مثلثين

AAS

ASA



التطابق

بزاويتين وضلع غير محصور بينهما

التطابق

بزاويتين والضلع المحصور بينهما

شروط تطابق مثلثين

لإثبات تطابق مثلثين لابد من توفر

3 معلومات

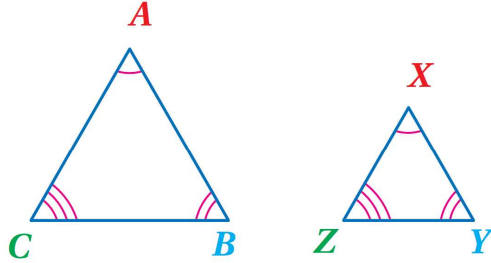
تُسمى شروط التطابق

تكون الشروط المطلوبة على شكل

ضلع \cong ضلع أو زاوية \cong زاوية

حالات تطابق لا تصلح

تشابه



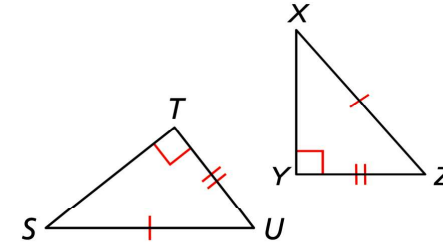
لا يمكن إثبات
التطابق بالزوايا فقط

X

AAA

حالات تطابق مثلثين

HRL



تطابق

مثلثين قائمين بوتر وضلع

إذا كان المثلثان قائمين

فيمكن الاستغناء عن شرط

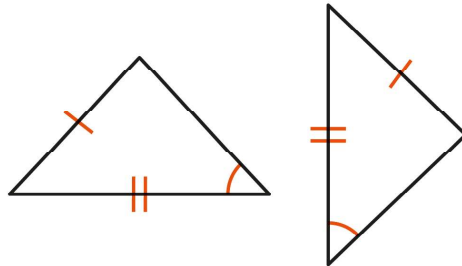
أن تكون الزاوية القائمة محصورة

بين الأضلاع المستخدمة في التطابق

ولكن هنا نرسم لها بالحالة HRL

(و ليس SSA تمييزاً لها عن غيرها)

حالات تطابق لا تصلح



لأن الزاوية
غير محصورة

X

SSA

X

ASS

حالات تطابق مثلثين

التطابق بثلاثة أضلاع

SSS

التطابق بضلعين والزاوية المحصورة بينهما

SAS

التطابق بزاويتين والضلع المحصور بينهما

ASA

التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما

AAS

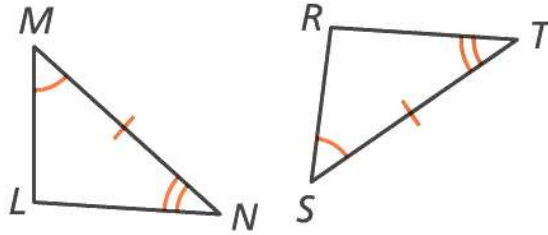
تطابق مثلثين قائمين بوتر وضلع

HRL

91

تحديد حالة التطابق لمثلثين

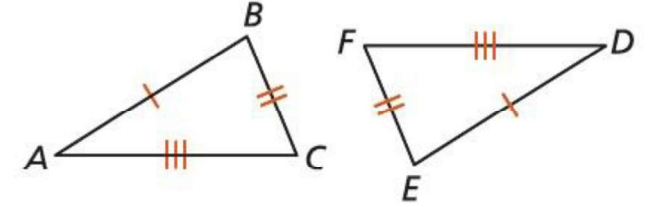
في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

☐ SSS ☐ SAS ☒ ASA ☐ AAS 

89

تحديد حالة التطابق لمثلثين

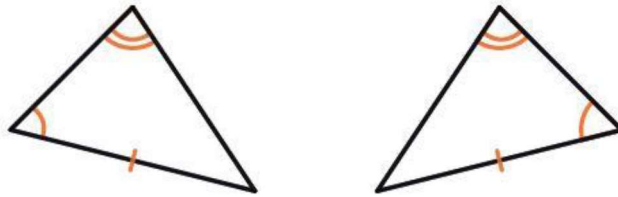
في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

☒ SSS ☐ SAS ☐ ASA ☐ AAS 

92

تحديد حالة التطابق لمثلثين

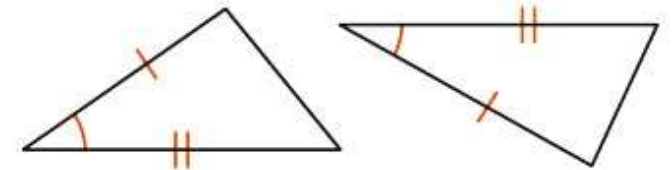
في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

☐ SSS ☐ SAS ☐ ASA ☒ AAS 

90

تحديد حالة التطابق لمثلثين

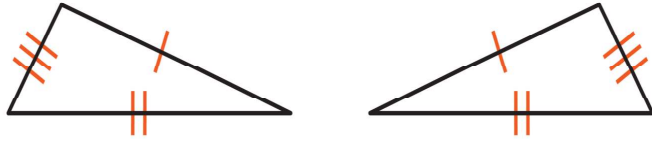
في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

☐ SSS ☒ SAS ☐ ASA ☐ AAS 

95

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



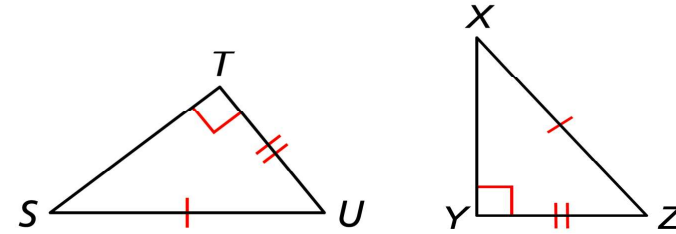
متطابقان

SSS

93

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



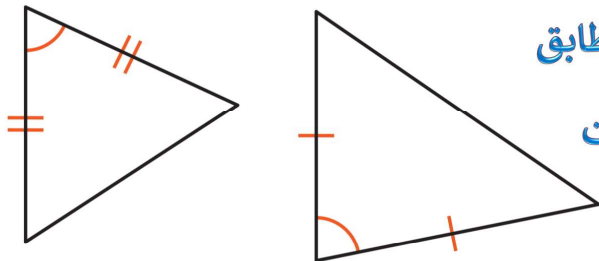
متطابقان

HRL

96

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



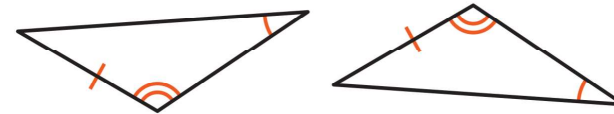
لا يمكن إثبات التطابق

بهذه المعلومات

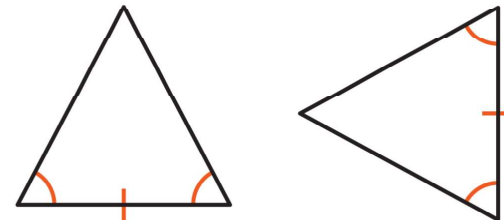
94

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



متطابقان AAS

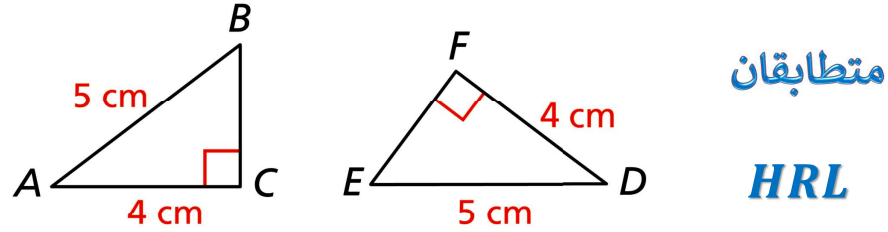


متطابقان ASA

99

تحديد حالة التطابق لمثلثين

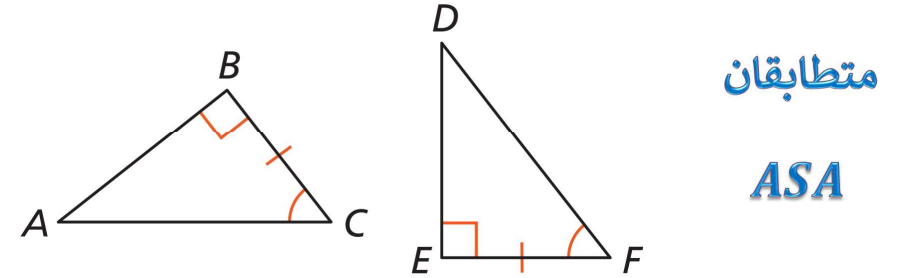
حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



97

تحديد حالة التطابق لمثلثين

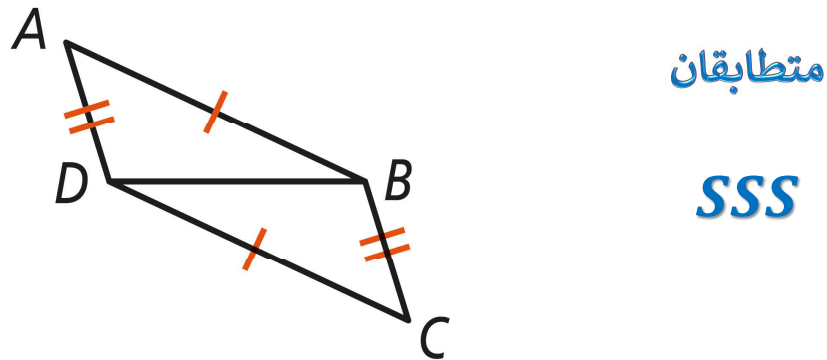
حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



100

تحديد حالة التطابق لمثلثين

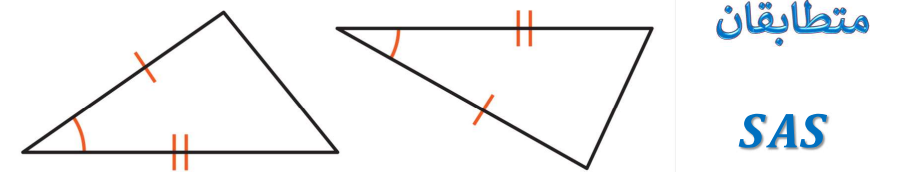
حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



98

تحديد حالة التطابق لمثلثين

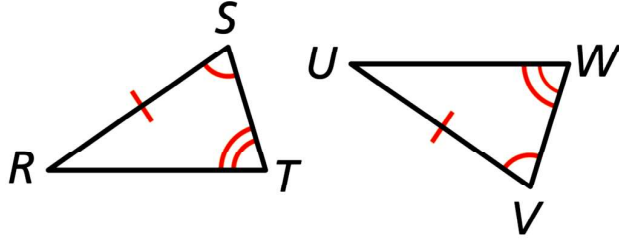
حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



103

تحديد حالة التطابق لمثلثين

برر منطقيًا كيف يمكنك أن تحدّد نظرية تطابق المثلثات التي تبين أن $\triangle RST \cong \triangle UVW$ ؟

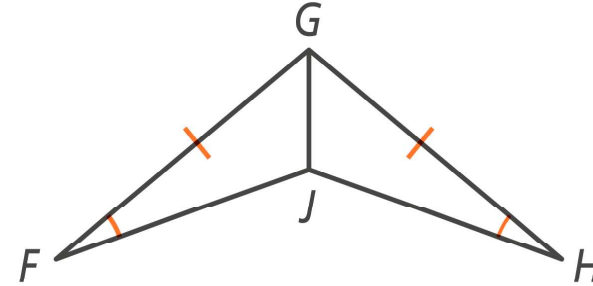


التطابق بزائويتين وضلع غير محصور **AAS**

101

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية

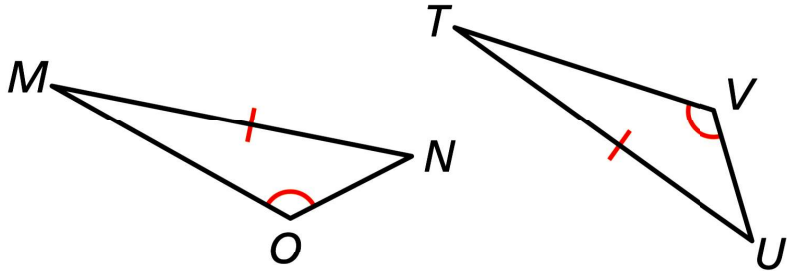


لا يمكن إثبات التطابق
بهذه المعلومات

104

تحديد حالة التطابق لمثلثين

فكر وثابر في الحل هل تطابق هذين العنصرين يكفي لإثبات أن $\triangle MNO \cong \triangle TUV$ ؟ وضح إجابتك.



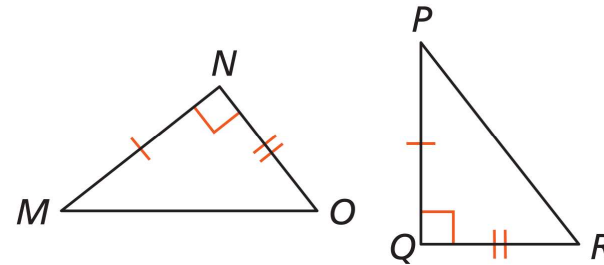
المعطيات لا تكفي

يلزم وجود 3 معطيات لإثبات التطابق

102

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية

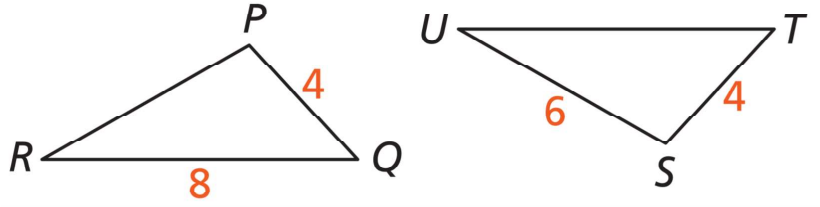


متطابقان
SAS

107

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن $\triangle PQR \cong \triangle STU$ بثلاثة أضلاع (SSS)



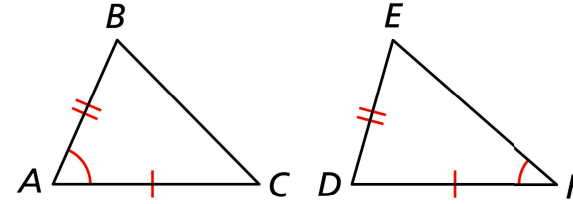
$$PR = 6$$

$$UT = 8$$

105

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حلّ الخطأ يقول يوسف إن $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ متطابقان بضلعين والزاوية المحصورة بينهما (SAS). **X** وضح خطأ يوسف وصحّحه.



الزاوية $\angle F$ غير محصورة

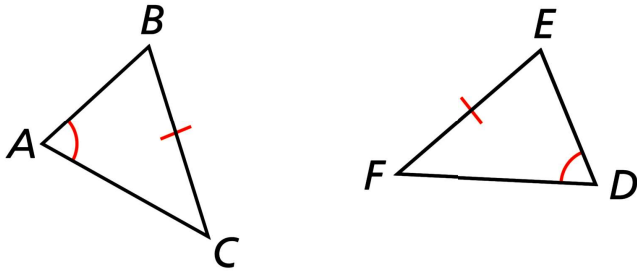
لا يمكن إثبات التطابق

بهذه المعلومات

108

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ؟



$$\overline{AC} \cong \overline{DF} , \overline{AB} \cong \overline{DE}$$

106

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حلّ الخطأ يقول علي إن المعلومات المعطاة غير كافية لإثبات أن $\triangle ACX \cong \triangle BCX$. وضح خطأ علي ثم صحّحه.

المعطيات: $\angle AXC \cong \angle BXC$, $\angle ACX \cong \angle BCX$

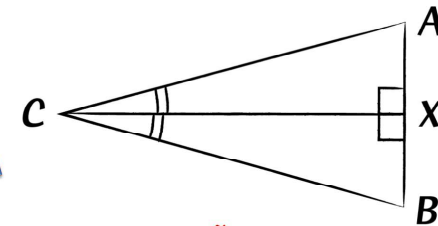
المطلوب: إثبات أن $\triangle ACX \cong \triangle BCX$

$$\overline{CX} \cong \overline{CX}$$

ضلع مشترك

$\triangle \triangle$ متطابقان

ASA

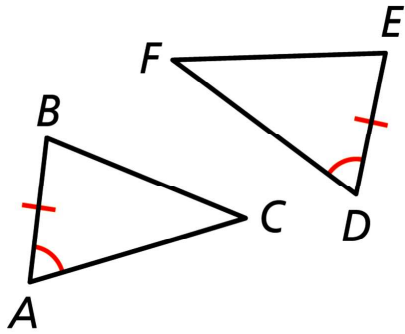


لا توجد معلومات كافية

X

111

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين



a. ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ بتطابق زاويتين والضلع
 المحصور بينهما (ASA) ؟

$$\angle B \cong \angle E$$

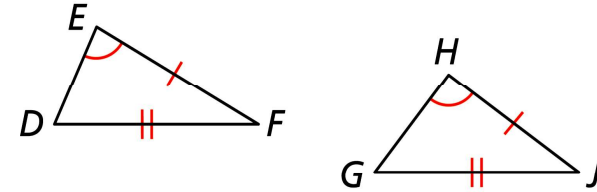
b. ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن
 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ بتطابق زاويتين وضلع غير
 محصور بينهما (AAS) ؟

$$\angle C \cong \angle F$$

109

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

هل هناك حاجة إلى معلومات إضافية لبيان أن $\triangle DEF \cong \triangle GHJ$ بحسب نظرية
 التطابق بضلعين والزاوية المحصورة بينهما (SAS) ؟ وضح إجابتك.



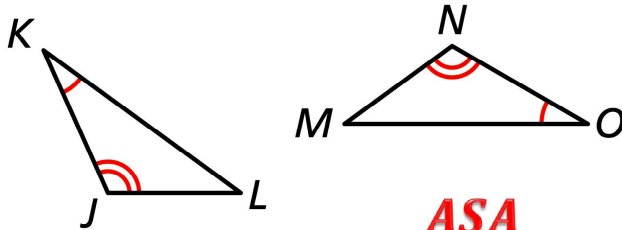
نعم

يجب أن تكون $\angle F \cong \angle J$

112

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

بّر منطقياً كيف يمكنك تحديد المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات
 أن $\triangle JKL \cong \triangle NOM$ ؟



ASA

$$\overline{KJ} \cong \overline{ON}$$

AAS

$$\overline{JL} \cong \overline{NM} \text{ أو}$$

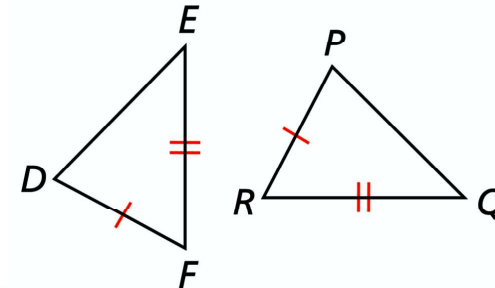
AAS

$$\overline{KL} \cong \overline{OM} \text{ أو}$$

110

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

اختبار SAT/ACT ليكن $\triangle PQR$ و $\triangle DEF$. ما المعلومة الإضافية
 التي يمكنك من استنتاج أن $\triangle DEF \cong \triangle PQR$ ؟



$$\textcircled{A} \angle D \cong \angle P$$

$$\textcircled{B} \angle E \cong \angle Q$$

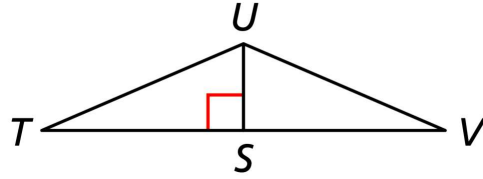
$$\textcircled{C} \angle D \cong \angle Q$$

$$\textcircled{D} \angle F \cong \angle R$$

115

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

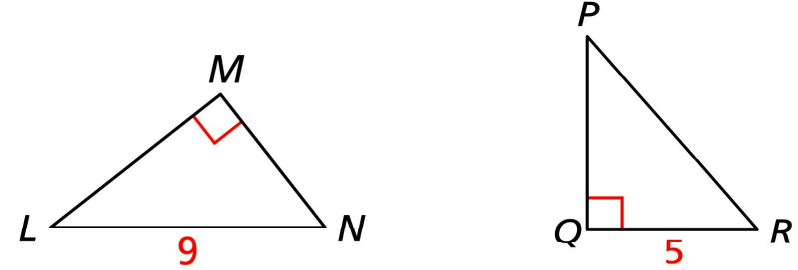


$$\overline{UT} \cong \overline{UV}$$

113

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

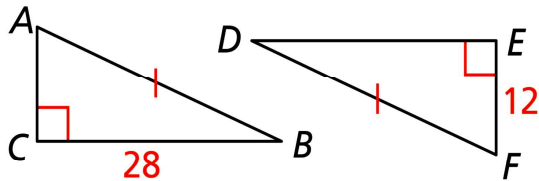


$$MN = 5 , \quad PR = 9$$

116

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟



$$AC = 12$$

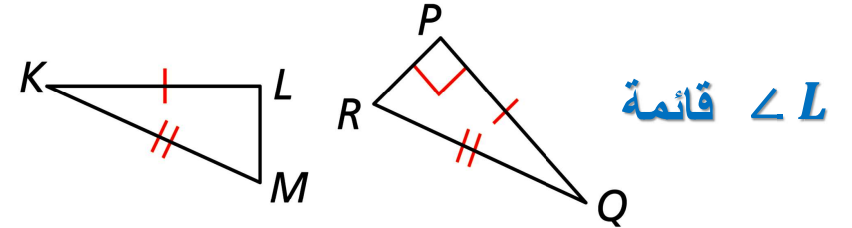
$$ED = 28$$

أو

114

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

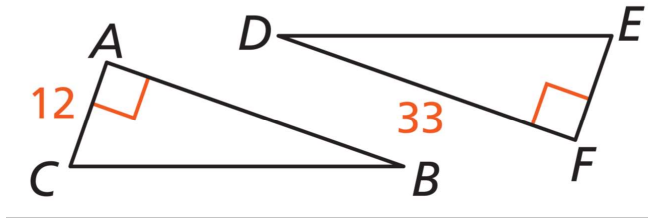
ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

قائمة $\angle L$

119

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟



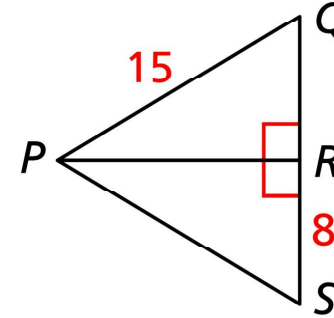
$$CB = ED$$

و $EF = 12$ أو $AB = 33$

117

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

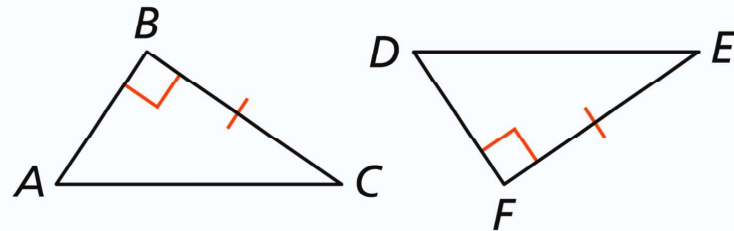


$$PS = 15$$

120

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

اختبار SAT/ACT أي عبارة أدناه تثبت تطابق المثلثين باستعمال
نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟



(A) $\angle A \cong \angle D$

(B) $\overline{AB} \cong \overline{DF}$

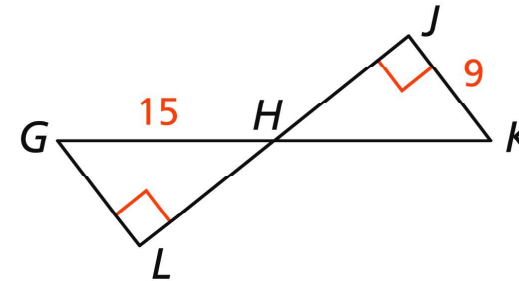
(C) $\angle B \cong \angle F$

(D) $\overline{AC} \cong \overline{DE}$

118

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

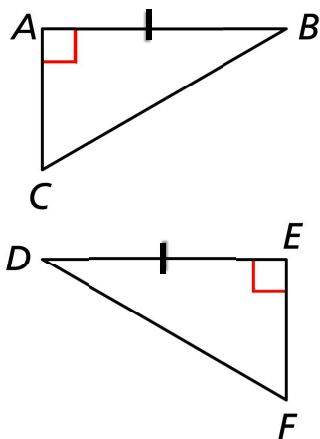


$$HK = 15 , \quad GL = 9$$

123

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات تطابق المثلثين ؟
 باستعمال نظرية ضلعين والزاوية المحصورة بينهما (SAS)،
 والمعطى $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

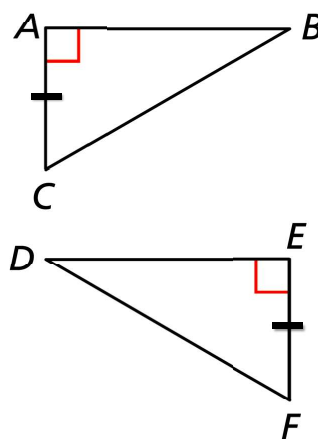


$$\overline{AC} \cong \overline{EF}$$

121

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات تطابق المثلثين ؟
 باستعمال نظرية زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)،
 والمعطى $\overline{AC} \cong \overline{EF}$

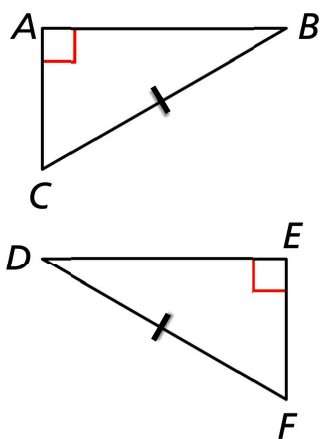


$$\angle C \cong \angle F$$

124

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات تطابق المثلثين ؟
 باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL)،
 والمعطى $\overline{CB} \cong \overline{DF}$



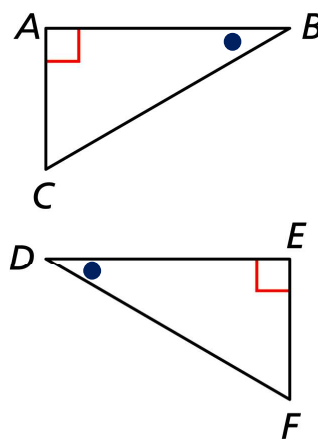
$$\overline{AC} \cong \overline{EF}$$

$$\overline{AB} \cong \overline{ED} \quad \text{أو}$$

122

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات تطابق المثلثين ؟
 باستعمال نظرية زاويتين وضلع غير محصور بينهما (AAS)،
 والمعطى $\angle B \cong \angle D$



$$\overline{AC} \cong \overline{EF}$$

$$\overline{CB} \cong \overline{FD} \quad \text{أو}$$

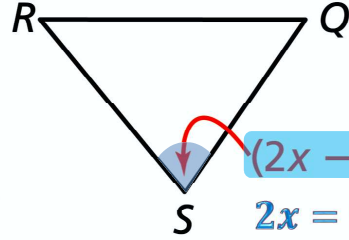
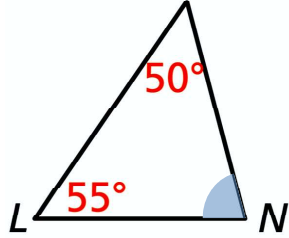
127

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

اختبار SAT/ACT إذا كان $\triangle LMN \cong \triangle QRS$ ، فما قيمة x ؟

$$180^\circ - (50^\circ + 55^\circ)$$

$$= 75^\circ$$



$$+15$$

$$(2x - 15)^\circ = 75^\circ$$

$$2x = 90^\circ$$

$$\div 2$$

$$x = 45^\circ$$

(A) 30

(B) 35

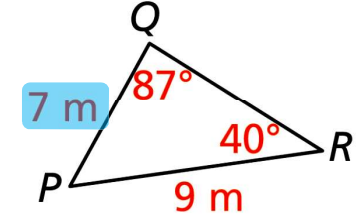
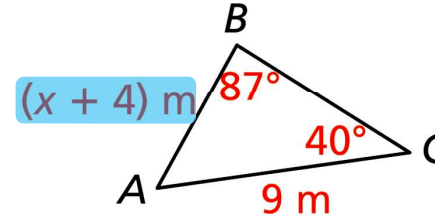
☒ 45

(D) 60

125

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

أوجد قيمة x .



$$x + 4 = 7$$

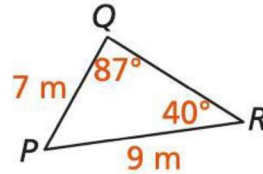
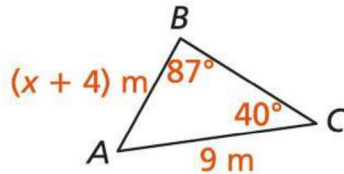
$$-4$$

$$x = 3$$

128

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

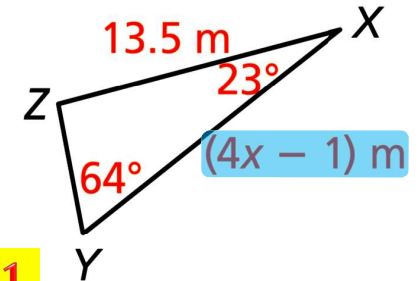
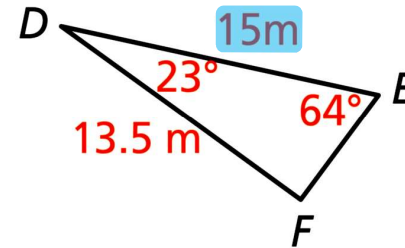
في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان، ما قيمة المجهول x ؟

☒ 3☐ 4☐ 7☐ 11

126

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

أوجد قيمة x .



$$4x - 1 = 15$$

$$+1$$

$$4x = 16$$

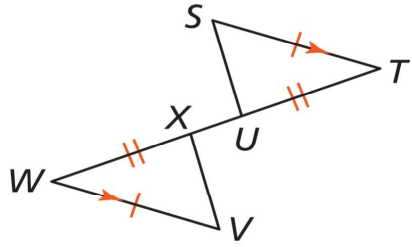
$$\div 4$$

$$x = 4$$

131

إثبات تطابق مثلثين

هل المثلثان متطابقان ؟ وضح إجابتك.



نعم متطابقان

معطى

1- $\overline{ST} \cong \overline{VW}$

معطى

2- $\overline{TU} \cong \overline{WX}$

بالتبادل

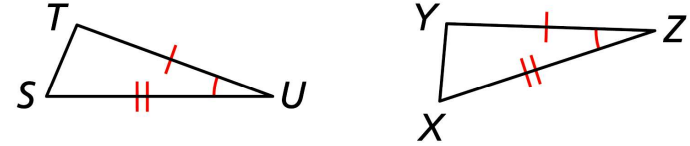
3- $\angle T \cong \angle W$

SAS

 $\Delta \Delta$ متطابقان

129

إثبات تطابق مثلثين

هل يتطابق ΔSTU مع ΔXYZ ؟ وضح إجابتك.

معطى

1- $\overline{TU} \cong \overline{YZ}$

معطى

2- $\overline{SU} \cong \overline{XZ}$

معطى

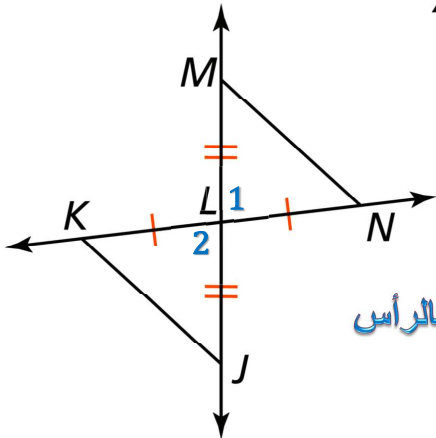
3- $\angle U \cong \angle Z$

SAS

 $\Delta \Delta$ متطابقان

132

إثبات تطابق مثلثين

هل ΔJKL يطابق ΔMNL ؟ وضح إجابتك.

نعم متطابقان

معطى

1- $\overline{ML} \cong \overline{JL}$

معطى

2- $\overline{NL} \cong \overline{KL}$

بالتقابل بالرأس

3- $\angle L_1 \cong \angle L_2$

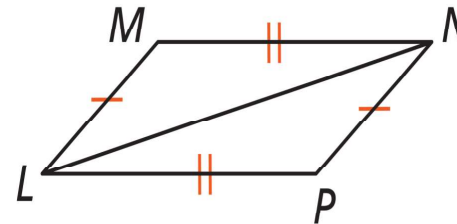
SAS

 $\Delta \Delta$ متطابقان

130

إثبات تطابق مثلثين

هل المثلثان متطابقان ؟ وضح إجابتك.



نعم متطابقان

معطى

1- $\overline{LM} \cong \overline{NP}$

معطى

2- $\overline{MN} \cong \overline{PL}$

ضلع مشترك

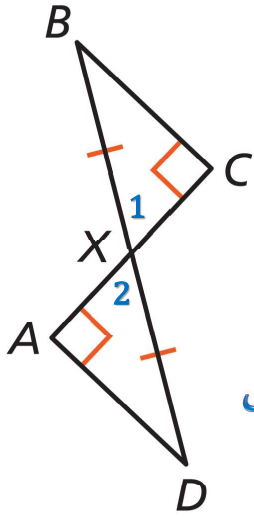
3- $\overline{LN} \cong \overline{LN}$

SSS

 $\Delta \Delta$ متطابقان

135

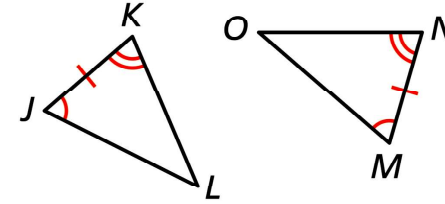
إثبات تطابق مثلثين

المعطيات: $\angle A \cong \angle C$, $\overline{BX} \cong \overline{DX}$ المطلوب: إثبات أن $\overline{AX} \cong \overline{CX}$ البرهان: 1- $\overline{BX} \cong \overline{DX}$ معطىمعطى 2- $\angle C \cong \angle A$ بالتقابل بالرأس 3- $\angle X_1 \cong \angle X_2$ AAS $\Delta \Delta$ متطابقان $\overline{AX} \cong \overline{CX}$

من نتائج التطابق

133

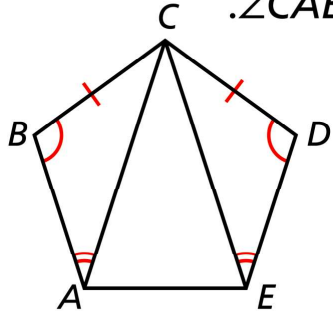
إثبات تطابق مثلثين

a. هل ΔJKL و ΔMNO متطابقان؟ وضح إجابتك.1- $\overline{KJ} \cong \overline{NM}$ 2- $\angle K \cong \angle N$ 3- $\angle J \cong \angle M$

المثلثان متطابقان ASA

136

إثبات تطابق مثلثين

انظر إلى الشكل المجاور واكتب برهانًا ذا عمودين واكتب برهانًا ذا عمودين أن $\angle CAE \cong \angle CEA$.البرهان: 1- $\overline{CB} \cong \overline{CE}$ معطىمعطى 2- $\angle B \cong \angle E$ معطى 3- $\angle BAC \cong \angle DEC$ AAS $\Delta CBA \cong \Delta CDE$ $\overline{CA} \cong \overline{CE}$ $\angle CAE \cong \angle CEA$

من نتائج التطابق

 ΔCAE متطابق الضلعين

134

إثبات تطابق مثلثين

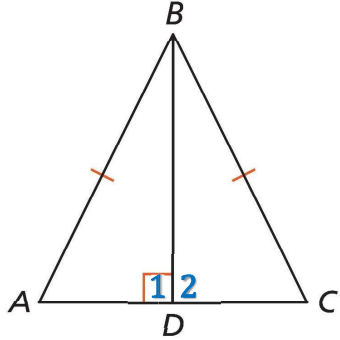
b. هل ΔJKL و ΔPQR متطابقان؟ وضح إجابتك.

غير متطابقين

لأن الضلع \overline{JK} محصور بينما الضلع \overline{QR} غير محصور

139

إثبات تطابق مثلثين

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ المطلوب: إثبات أن $\triangle ABD \cong \triangle CBD$

البرهان:

معطى

1- $\overline{BA} \cong \overline{BC}$

قائمتان

2- $\angle D_1 \cong \angle D_2$

ضلع مشترك

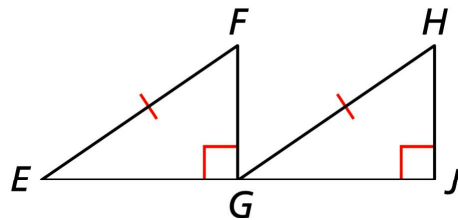
3- $\overline{BD} \cong \overline{BD}$

HRL

 $\triangle\triangle$ متطابقان

140

إثبات تطابق مثلثين

المعطيات: $\overline{EF} \cong \overline{GH}$ و G هي نقطة منتصف \overline{EJ} المطلوب: إثبات أن $\triangle EFG \cong \triangle GHJ$ 

البرهان:

معطى

1- $\overline{EF} \cong \overline{GH}$

 \overline{EJ} منتصف G

2- $\overline{EG} \cong \overline{JG}$

قائمتان

3- $\angle EGF \cong \angle J$

HRL

 $\triangle\triangle$ متطابقان

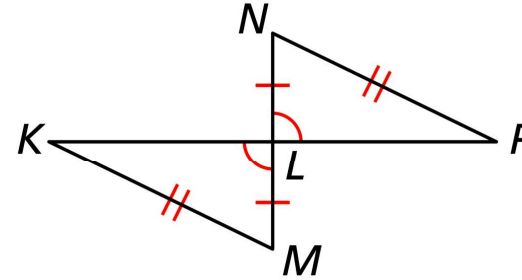
137

إثبات تطابق مثلثين

حلل الخطأ قال صالح إن $\triangle KLM \cong \triangle PLN$ بحسب نظرية

X

الوتر وضلع القائمة (HRL). بين خطأ صالح وصححه.



النظرية خاصة فقط

بالمثلثات القائمة

والمثلثين هنا غير قائمين

138

إثبات تطابق مثلثين

حلل الخطأ كتب محمد البرهان أدناه

لإثبات أن $\triangle DEG \cong \triangle EFG$.

بين خطأ محمد وصححه.

 $\triangle DEG$ و $\triangle EFG$ قائما الزاويةيبين الشكل أن $\overline{DE} \cong \overline{EF}$ وأن $\overline{EG} \cong \overline{EG}$ إذن، $\triangle DEG \cong \triangle EFG$ بحسب نظرية (HRL)

X

الضلع المشترك \overline{GE} يمثل وتر في $\triangle DEG$ ويمثل ساق في $\triangle EFG$

143

تسمية كثيرات الحدود

سمّ كل كثيرة حدود أدناه حسب درجتها وعدد حدودها :

$$17yx^2 + xy - 5 \quad \text{ثلاثية حدود تكعيبية}$$

$$5x^3 + 2x - 8 \quad \text{ثلاثية حدود تكعيبية}$$

$$100x^2 + 3 \quad \text{ثنائية حد تربيعية}$$

$$-9x^4 + 8x^3 - 7x + 1 \quad \text{كثيرة حدود من الدرجة الرابعة}$$



حل بنك أسئلة لمادة الرياضيات
الصف التاسع

الوحدة السابعة

الفصل الدراسي الثاني

كثيرات الحدود

2020 / 2021

Mr. Shaker Atia

74084248

144

الصيغة القياسية لكثيرات الحدود

اكتب كل كثيرة حدود أدناه في الصيغة القياسية :

$$3x^2 - 2x + x^3 + 6 = x^3 + 3x^2 - 2x + 6$$

$$2y - 3 - y^2 = -y^2 + 2y - 3$$

$$7x - 5 - x^3 + 6x^4 - 3x^2 = 6x^4 - x^3 - 3x^2 + 7x - 5$$

142

تسمية وحيدات الحد

سمّ كل وحيدة حد أدناه حسب درجتها :

$$5x^2 \quad \text{وحيدة حد من الدرجة الثانية (تربيعية)}$$

$$-3x^2y^3 \quad \text{وحيدة حد من الدرجة الخامسة}$$

$$7xy^2 \quad \text{وحيدة حد من الدرجة الثالثة (تكعيبية)}$$

$$-4x \quad \text{وحيدة حد من الدرجة الأولى (خطية)}$$

$$6 \quad \text{وحيدة حد من الدرجة صفر (ثابتة)}$$

147

جمع كثيرات الحدود

اختبار SAT/ACT ما مجموع
 $3x^2 - 4x + 6$ و $-2x^2 + 3x - 4$ ؟

- Ⓐ $x^4 - x^2 + 2$
 Ⓑ $5x^4 + 7x^2 + 10$
 Ⓒ 2
 Ⓓ $x^2 - x + 2$
 Ⓔ $2x^6$

145

تبسيط كثيرات الحدود

بسّط كل كثيرة حدود أدناه واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$5 + 8y^2 - 12y^2 + 3y = -4y^2 + 3y + 5$$

$$3x + 2x^2 - 4x + 3x^2 - 5x = 5x^2 - 6x$$

148

جمع كثيرات الحدود

حل الخطأ : قامت أسماء بجمع كثيرتي الحدود أدناه :

$$(3x^2 + 2x + 3) + (2x^2 + 4x + 1) = 5x^4 + 6x^2 + 4$$

أوجد خطأ أسماء وصححه

X

قامت أسماء بجمع الأسس

والصحيح أن نجمع المعاملات فقط للحدود المتشابهة

ولا نجمع الأسس

$$(3x^2 + 2x + 3) + (2x^2 + 4x + 1) = 5x^2 + 6x + 4$$

146

جمع كثيرات الحدود

بسّط المقدار التالي واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$(x^2 + 2x - 4) + (2x^2 - 5x - 3)$$

$$= 3x^2 - 3x - 7$$

$$(2x^2 - 7x^3 + 8x) + (-8x^3 - 3x^2 + 4)$$

$$= -15x^3 - 1x^2 + 8x + 4$$

151

طرح كثيرات الحدود

ما المقدار المكافئ للمقدار

$$? (x^2 + 3x - 5) - (4x^2 + 3x - 6)$$

Ⓐ $5x^2 + 6x - 11$

Ⓑ $-3x^4 + 6x^2 + 1$

Ⓒ $-3x^2 + 1$

Ⓓ $-3x^2 + 6x - 11$

149

طرح كثيرات الحدود

بسّط المقدار التالي واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$(3x^2 - 5x - 8) - (-4x^2 - 2x + 1)$$

$$3x^2 - 5x - 8 + 4x^2 + 2x - 1$$

$$7x^2 - 3x - 9$$

152

طرح كثيرات الحدود

حلّ الخطأ أوجد الخطأ الذي وقع فيه الطالب عند طرح كثيرات الحدود ثم صحّحه.

$$\begin{aligned} & (-5x^2 + 2x - 3) - (3x^2 - 2x - 6) \\ &= -5x^2 + 2x - 3 - 3x^2 - 2x - 6 \\ &= -8x^2 - 9 \end{aligned}$$

X

الطالب ضرب الإشارة السالبة في الحد الأول فقط ولم يضربها في باقي الحدود

$$\begin{aligned} &= -5x^2 + 2x - 3 - 3x^2 + 2x + 6 \\ &= -8x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

150

طرح كثيرات الحدود

بسّط المقدار التالي واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$(5y^2 - 2y + 1) - (y^2 + y + 3)$$

$$5y^2 - 2y + 1 - y^2 - y - 3$$

$$4y^2 - 3y - 2$$

155

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10$$

$$= x^2 + 7x + 10$$

153

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$2x(x^2 + 3x - 1) = 2x^3 + 6x^2 - 2x$$

156

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(2x + 5)(3x - 1) = 6x^2 - 2x + 15x - 5$$

$$= 6x^2 + 13x - 5$$

154

ضرب كثيرات الحدود

حل الخطأ: قامت ماجدة بإجراء عملية الضرب التالية :

$$4x^3(x^3 + 2x^2 - 3) = 4x^9 + 8x^6 - 12x^3 \quad \times$$

أوجد خطأ ماجدة وصححه

قامت ماجدة بضرب الأسس

والصحيح أن تجمع الأسس عند إجراء عملية الضرب

$$4x^3(x^3 + 2x^2 - 3) = 4x^6 + 8x^5 - 12x^3$$

159

ضرب كثيرات الحدود

اختبار SAT/ACT ما ناتج ضرب $(-2x + 2)(x - 5)$ ؟

Ⓐ $-2x^2 - 10$

Ⓑ $-2x^2 + 12x - 10$

Ⓒ $-x - 3$

Ⓓ $-2x^2 - 12x - 10$

160

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(2x + 5)(x^2 - 3x + 1)$$

$$= 2x^3 - 6x^2 + 2x + 5x^2 - 15x + 5$$

$$= 2x^3 - x^2 - 13x + 5$$

157

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x + 2y)(x + 4y) = x^2 + 4xy + 2xy + 8y^2$$

$$= x^2 + 6xy + 8y^2$$

158

ضرب كثيرات الحدود

حلل الخطأ : بين خطأ حمد عند ضرب ثنائيي الحد أدناه وصححه :

$$(2x + 2)(4x - 1) = 8x^2 - 2$$

X

ضرب حمد الحد الأول في الحد الأول ، والحد الثاني في الحد الثاني والصحيح أن يوزع القوس الأول على القوس الثاني

$$(2x + 2)(4x - 1) = 8x^2 - 2x + 8x - 2$$

$$= 8x^2 + 6x - 2$$

163

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

حلل الخطأ: بين خطأ حمزة عند إجراء الضرب أدناه وصححه :

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 6x - 9 \quad \text{X}$$

زاد حمزة الحد $-6x$ على ناتج الضربحيث أن ناتج ضرب x في -3 يساوي $-3x$ وناتج ضرب 3 في x يساوي $3x$

ومجموع هذين الحدين صفر ، فلا يوجد حد أوسط لناتج الضرب

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

161

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$$

$$(2x - 5)(2x + 5) = 4x^2 - 25$$

$$(3x - 2y)(3x + 2y) = 9x^2 - 4y^2$$

164

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

استخدم ضرب كثيرات الحدود لإيجاد ناتج ضرب ما يلي :

$$56 \times 44 = (50 + 6)(50 - 6)$$

$$= 2500 - 36$$

$$= 2464$$

162

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

اختبار SAT/ACT ما ناتج $(3x^2 - 4y)(3x^2 + 4y)$ ؟

$$\textcircled{A} \quad 9x^4 - 24x^2y - 16y^2$$

$$\textcircled{B} \quad 3x^2 - 4y^2$$

$$\textcircled{C} \quad 9x^4 - 16y^2$$

$$\textcircled{D} \quad 3x^2 + 14x^2y - 4y$$

167

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

استخدم ضرب كثيرات الحدود لإيجاد ناتج ضرب ما يلي :

$$\begin{aligned}
 71^2 &= (70 + 1)^2 \\
 &= 4900 + 140 + 1 \\
 &= 5041
 \end{aligned}$$

165

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$$

$$(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$(x + 5y^2)^2 = x^2 + 10xy^2 + 25y^4$$

168

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

استخدم ضرب كثيرات الحدود لإيجاد ناتج ضرب ما يلي :

$$\begin{aligned}
 29^2 &= (30 - 1)^2 \\
 &= 900 - 60 + 1 \\
 &= 841
 \end{aligned}$$

166

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

حلّ الخطأ بين الخطأ الذي ارتكبه جاسم عند تربيع $(x + 5)$ ،
ثم صحّحه.

$$(x + 5)^2 = x^2 + 25 \quad \text{X}$$

جاسم لم يوجد الحد الأوسط

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

171

نظرية ذات الحدين

باستخدام نظرية ذات الحدين أوجد ناتج $(x + y)^4$

$$= 1x^4y^0 + 4x^3y^1 + 6x^2y^2 + 4x^1y^3 + 1x^0y^4$$

$$= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

ملاحظة: يمكنك استخدام الآلة الحاسبة بدلاً من مثلث باسكال

باستخدام المفتاح nCr ، بالضغط على n ثم \div ثم r

حيث n تمثل الأس أعلى القوس (ويساوي هنا 4) ، و r تمثل الأعداد من 0 إلى 4

$$1 \quad \checkmark \quad 4 \quad \checkmark \quad 6 \quad \checkmark \quad 4 \quad \checkmark \quad 1$$

الصف 4

169

مثلث باسكال

الصف 0

الصف 1

الصف 2

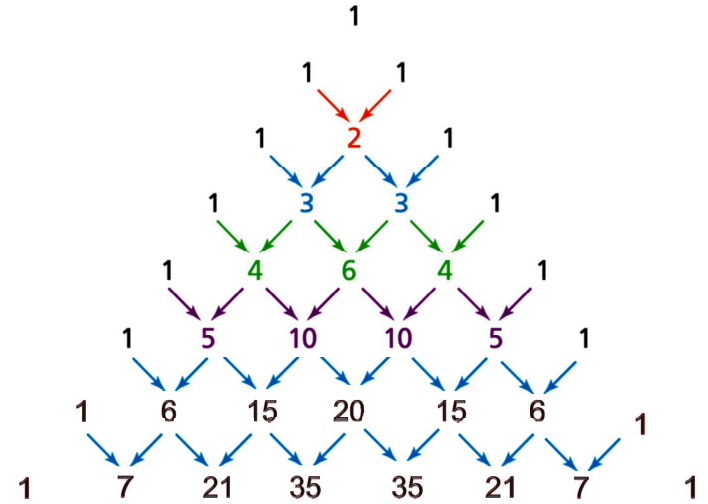
الصف 3

الصف 4

الصف 5

الصف 6

الصف 7



172

نظرية ذات الحدين

باستخدام نظرية ذات الحدين أوجد ناتج $(x + 2)^3$

$$= \cancel{1}x^3\cancel{2^0} + 3x^22^1 + 3x^12^2 + \cancel{1}\cancel{x^0}2^3$$

$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$1 \quad \checkmark \quad 3 \quad \checkmark \quad 3 \quad \checkmark \quad 1$$

الصف 3

170

نظرية ذات الحدين

$$(a + b)^n = C_0a^n + C_1a^{n-1}b + C_2a^{n-2}b^2 + \dots + C_{n-1}ab^{n-1} + C_nb^n$$

* عدد الحدود في الناتج يزيد عن الأس بمقدار 1

* الأس الخاص بالحد الأول a يبدأ بـ n ثم يتناقص حتى يكون 0

الأس الخاص بالحد الثاني b يبدأ بـ 0 ثم يتزايد حتى يكون n

مجموع الأسس للمتغيرين a, b في أي حد يساوي n

* معاملات الحدود في المفكوك هي الأعداد الموجودة بالصف

رقم n في مثلث باسكال

175

نظرية ذات الحدين

باستخدام نظرية ذات الحدين أوجد ناتج $(2c + d)^6$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1}(2c)^6 \cancel{d^0} + 6(2c)^5 \cancel{d^1} + 15(2c)^4 d^2 + 20(2c)^3 d^3 \\
 &\quad + 15(2c)^2 d^4 + 6(2c)^1 d^5 + \cancel{1}(2c)^0 d^6 \\
 &= 64c^6 + 192c^5d + 240c^4d^2 + 160c^3d^3 \\
 &\quad + 60c^2d^4 + 12cd^5 + d^6
 \end{aligned}$$

173

نظرية ذات الحدين

باستخدام نظرية ذات الحدين أوجد ناتج $(x - 3)^4$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1}x^4 \cancel{3^0} - 4x^3 \cancel{3^1} + 6x^2 \cancel{3^2} - 4x^1 \cancel{3^3} + \cancel{1}x^0 \cancel{3^4} \\
 &= x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81
 \end{aligned}$$

ملاحظة: يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لتبسيط المعاملات العددية

4 الصف 1 4 6 4 1

176

نظرية ذات الحدين

باستخدام نظرية ذات الحدين أوجد ناتج $(s^2 + 3)^5$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1}(s^2)^5 \cancel{3^0} + 5(s^2)^4 \cancel{3^1} + 10(s^2)^3 3^2 + 10(s^2)^2 3^3 \\
 &\quad + 5(s^2)^1 3^4 + \cancel{1}(s^2)^0 3^5 \\
 &= s^{10} + 15s^8 + 90s^6 + 270s^4 + 405s^2 + 243
 \end{aligned}$$

174

نظرية ذات الحدين

باستخدام نظرية ذات الحدين أوجد ناتج $(x - 1)^7$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1}x^7 \cancel{1^0} - 7x^6 \cancel{1^1} + 21x^5 \cancel{1^2} - 35x^4 \cancel{1^3} + 35x^3 \cancel{1^4} \\
 &\quad - 21x^2 \cancel{1^5} + 7x^1 \cancel{1^6} - \cancel{1}x^0 \cancel{1^7} \\
 &= x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 \\
 &\quad - 21x^2 + 7x - 1
 \end{aligned}$$

179

نظرية ذات الحدين

أوجد الحد الرابع في مفكوك $(x + y)^5$

$${}^5C_3 x^2 y^3 = 10 x^2 y^3$$

ملاحظة :

يمكنك استخدام الحاسبة لحساب هذا المعامل بدلاً من مثلث باسكال

	0	1	2	3		
الصف 5	1	5	10	10	5	1

177

نظرية ذات الحدين

ما عدد الحدود في مفكوك $(2x + 7)^9$ ؟

A 2

B 7

C 9

☒ D 10

عدد الحدود في المفكوك

يزيد عن الأس بمقدار 1

180

نظرية ذات الحدين

أوجد الحد الثالث في مفكوك $(a - 3)^6$

$${}^6C_2 a^4 (-3)^2 = 15 a^4 (9)$$

$$= 135 a^4$$

	0	1	2			
الصف 6	1	6	15	20	15	6

178

نظرية ذات الحدين

أيًا مما يلي يمثل حدًا في مفكوك $(x + y)^6$ ؟☒ A $6xy^5$ B $7xy^6$ C $56x^3y^5$ D $126x^4y^5$

مجموع الأسس في أي حد من المفكوك

يساوي الأس المعطى

183 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لوحيدتي الحد التاليتين :

$$4x^3, 9y^5$$

$(2)(2) \cdot x \cdot x \cdot x$
 $(3)(3) \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$

إذن لا يوجد عامل مشترك

181 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لوحيدتي الحد التاليتين :

$$8a^2, 28a^5$$

$(2)(2)(2) \cdot a \cdot a$
 $(2)(2)(7) \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$

إذن العامل المشترك الأكبر هو $4a^2$

184 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لحدود كثيرة الحدود التالية :

$$-18y^4 + 6y^3 + 24y^2$$

$(2)(3)(3) \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$
 $(2)(3) \cdot y \cdot y \cdot y$
 $(2)(2)(2)(3) \cdot y \cdot y$

إذن العامل المشترك الأكبر هو $6y^2$

182 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لحدود كثيرة الحدود التالية :

$$15x^2 + 18$$

$(3)(5) \cdot x \cdot x$
 $(2)(3)(3)$

إذن العامل المشترك الأكبر هو 3

187 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حل كثيرة الحدود التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (GCF):

$$3m^2 - 13m + 4 = 3m^2 - 13m + 4$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \searrow$
 $3.m.m \quad 13.m \quad 4$

لا يوجد عامل مشترك

185 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حل كثيرة الحدود التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (GCF):

$$x^3 + 5x^2 - 22x = x(x^2 + 5x - 22)$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \searrow$
 $x.x.x \quad 5.x.x \quad (2)(11).x$

188 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حلّ الخطأ صف الخطأ الذي وقع فيه محمد عند تحليل
 $10a^3b - 5a^2b^2 - 15ab$ إلى عواملها، وصحّحه.

$$10a^3b - 5a^2b^2 - 15ab$$

$$= 5a(2a^2b - ab^2 - 3b)$$

X

أخطأ بإخراج العامل المشترك الأكبر $5a$ فقط

رغم أن المتغير b مشترك أيضًا في كل الحدود

فيكون العامل المشترك الصحيح هو $5ab$

ويكون التحليل الصحيح $5ab(2a^2 - ab - 3)$

186 تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حل كثيرة الحدود التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (GCF):

$$-16y^6 + 28y^4 - 20y^3$$

$4y^3$

$\swarrow \quad \searrow \quad \searrow$
 $(2)(2)(2)(2).y.y.y.y.y.y \quad (2)(2)(5).y.y.y \quad (2)(2)(7).y.y.y$

$$= 4y^3 (-4y^3 + 7y - 5)$$

191

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثيات الحدود التالية :

$$x^2 - 10xy + 21y^2 = (x - 3y)(x - 7y)$$

$$x^2 - 10xy - 11y^2 = (x + 1y)(x - 11y)$$

$$x^2 + 12xy + 32y^2 = (x + 4y)(x + 8y)$$

192

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

حلّ الخطأ وضح خطأ محمود في إنشاء الجدول التالي لتحليل ثلاثية الحدود $x^2 - 11x - 26$ إلى عواملها، وصحّح هذا الخطأ.

عوامل	مجموع العوامل
11 و -1	10
-11 و 1	-10

الخطأ :

محمود أوجد عوامل -11

بدلاً من إيجاد عوامل -26

وهي -13, 2

ثلاثية الحدود $x^2 - 11x - 26$ غير

قابلة للتحليل إلى عوامل لأنه لا توجد

عوامل للعدد b يكون ناتج جمعها c . **X**

189

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثيات الحدود التالية :

$$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

$$x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$$

$$x^2 - 8x - 20 = (x + 2)(x - 10)$$

$$x^2 + 6x - 7 = (x - 1)(x + 7)$$

190

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

صل كل ثلاثية حدود بصيغتها التحليلية.

I. $x^2 + 13x + 30$ A. $(x - 10)(x + 3)$

II. $x^2 + x - 30$ B. $(x - 6)(x + 5)$

III. $x^2 - 7x - 30$ C. $(x - 5)(x + 6)$

IV. $x^2 - x - 30$ D. $(x + 10)(x + 3)$

195

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $3x^2 + 5x + 2$

$$(3x + 2)(x + 1)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

196

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $4x^2 + 13x + 3$

$$(4x + 1)(x + 3)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

193

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

ما الصيغة التحليلية لكثيرة الحدود $3x^3 + 15x^2 - 18x$ ؟
 أولاً : نبحث عن العوامل المشتركة إن وجدت :

$$3x^3 + 15x^2 - 18x$$

يوجد عامل مشترك وهو $3x$

$$(3)(x)(x)(x) + (3)(5)(x)(x) - (2)(3)(3)(x)$$

$$3x^3 + 15x^2 - 18x = 3x(x^2 + 5x - 6)$$

ثانياً : نحلل ثلاثية الحدود التربيعية الناتجة (ما بين القوسين) :

$$3x^3 + 15x^2 - 18x = 3x(x - 1)(x + 6)$$

194

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $5x^2 - 35x + 50$

يمكن إخراج عامل مشترك

$$= (5)(x)(x) - (5)(7)(x) + (2)(5)(5)$$

$$= 5(x^2 - 7x + 10)$$

$$= 5(x - 2)(x - 5)$$

199

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $8x^2 - 10x - 3$

$$(2x - 3)(4x + 1)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

197

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $2x^2 - 17x + 9$

$$(2x + 1)(x - 9)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

200

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

اختبار SAT/ACT ما الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود
 $3x^2 - 5x - 12$ ؟

Ⓐ $(x - 4)(3x + 1)$

Ⓑ $(x - 3)(3x + 4)$

Ⓒ $(x + 4)(3x - 9)$

Ⓓ $3(x + 2)(x - 3)$

Ⓔ $3(x - 4)(x + 1)$

198

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $2x^2 + 7x - 4$

$$(2x - 1)(x + 4)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

203

تحليل الفرق بين مربعين

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار :

$$9m^4 - 25n^6$$

$$= (3m^2 - 5n^3)(3m^2 + 5n^3)$$

201

تحليل الفرق بين مربعين

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$25y^2 - 36 = (5y - 6)(5y + 6)$$

$$9 - 4x^2 = (3 - 2x)(3 + 2x)$$

204

تحليل الفرق بين مربعين

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار :

$$m^8 - 9n^{10}$$

$$= (m^4 - 3n^5)(m^4 + 3n^5)$$

202

تحليل الفرق بين مربعين

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$p^2 - \frac{49}{100} = (p - \frac{7}{10})(p + \frac{7}{10})$$

$$16x^2 - 81y^2 = (4x - 9y)(4x + 9y)$$

207

تحليل المربع الكامل

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود التالية :

$$\begin{aligned}
 & x^2 + 10x + 25 \\
 &= (x + 5)(x + 5) \\
 &= (x + 5)^2
 \end{aligned}$$

205

تحليل الفرق بين مربعين

أوجد الصيغة التحليلية للمقدار :

$$\begin{aligned}
 & 49x^3 - 16xy^2 \\
 &= x(49x^2 - 16y^2) \\
 &= x(7x - 4y)(7x + 4y)
 \end{aligned}$$

208

تحليل المربع الكامل

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود التالية :

نأخذ
عامل مشترك
 $2x$

$$\begin{aligned}
 & 2x^3 + 32x^2 + 128x \\
 &= 2x(x^2 + 16x + 64) \\
 &= 2x(x + 8)(x + 8) \\
 &= 2x(x + 8)^2
 \end{aligned}$$

206

تحليل الفرق بين مربعين

ما الصيغة التحليلية للمقدار $x^2 - 16$ ؟

- ☐ A $(x - 1)(x - 16)$
☐ B $(x - 2)(x + 8)$
☐ C $(x - 4)(x - 4)$
☒ D $(x - 4)(x + 4)$

211

تحليل المربع الكامل

حدد قيمة c

التي تجعل ثلاثية الحدود التالية قابلة للتحليل كمربع كامل :

$$x^2 + 24x + c$$

Diagram showing the process of finding c for a perfect square trinomial. The expression is $x^2 + 24x + c$. Above the x^2 term is $x \cdot x$ with a green arrow pointing to it. Above the $24x$ term is $(2)(?)(x)$ with a green arrow pointing to it. Above the constant term c is $? \cdot ?$ with a green arrow pointing to it.

$$? = 12$$

$$c = 12 \times 12 = 144$$

212

تحليل المربع الكامل

صل كل مقدار بصورته التحليلية.

- I. $25m^2 - 9n^2$ → A. $(5m + 3n)^2$
 II. $25m^2 - 30mn + 9n^2$ → B. $(5m - 3n)^2$
 III. $25m^2 - 30mn - 9n^2$ → C. $(5m + 3n)(5m - 3n)$
 IV. $25m^2 + 30mn + 9n^2$ → D. غير قابل للتحليل

209

تحليل المربع الكامل

اختبار SAT/ACT ما الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود الآتية:

$$6x^2 - 60x + 150 \quad \text{نأخذ 6 كعامل مشترك من كل الحدود}$$

$$\textcircled{A} \ 6(x - 25)^2$$

$$\textcircled{B} \ 6(x - 5)(x - 10)$$

$$\textcircled{C} \ 6(x - 5)^2$$

$$\textcircled{D} \ 6(x - 5)(x + 5)$$

$$6(x^2 - 10x + 25)$$

$$6(x - 5)(x - 5)$$

$$6(x - 5)^2$$

210

تحليل المربع الكامل

حدد قيمة c

التي تجعل ثلاثية الحدود التالية قابلة للتحليل كمربع كامل :

$$x^2 + cx + 9$$

Diagram showing the process of finding c for a perfect square trinomial. The expression is $x^2 + cx + 9$. Above the x^2 term is $x \cdot x$ with a red arrow pointing to it. Above the cx term is $(2)(3)(x)$ with a red arrow pointing to it. Above the constant term 9 is $3 \cdot 3$ with a red arrow pointing to it.

$$c = 6$$

215

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار

$$x^9 - 125 = (x^3)^3 - 5^3$$

$$= (x^3 - 5)(x^6 + 5x^3 + 25)$$

213

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$x^3 - 8 = x^3 - 2^3$$

$$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

216

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار

$$27x^9 - 343y^6 = (3x^3)^3 - (7y^2)^3$$

$$= (3x^3 - 7y^2)(9x^6 + 21x^3y^2 + 49y^4)$$

214

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$x^3 + 27 = x^3 + 3^3$$

$$= (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$$

219

ضرب المقادير النسبية

أوجد الصيغة المبسطة للمقدار التالي وحدد مجاله :

$$\frac{5x}{x+3} \cdot \frac{x^2+x-6}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^2+x}{5x-10}$$

$$= \frac{\cancel{5x}}{\cancel{x+3}} \cdot \frac{(\cancel{x-2})(\cancel{x+3})}{(\cancel{x+1})(x+1)} \cdot \frac{x(\cancel{x+1})}{\cancel{5(x-2)}}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $x = -3, -1, 2$

$$= \frac{x^2}{x+1}$$

220

ضرب المقادير النسبية

أوجد الصيغة المبسطة للمقدار التالي وحدد مجاله :

$$\frac{x-3}{4x} \cdot \frac{3x+9}{6x-18} \cdot \frac{4x^2}{x^2+3x}$$

$$= \frac{\cancel{x-3}}{\cancel{4x}} \cdot \frac{3(\cancel{x+3})}{6(\cancel{x-3})} \cdot \frac{4(\cancel{x})(x)}{\cancel{x}(x+3)}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 0, 3, -3$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

217

مجال المقدار النسبي

اختبار SAT/ACT ما قيمة x التي تجعل المقدار

$$\frac{2x^2+8x}{(x+4)(x^2-9)}$$

غير معرف ؟

Ⓐ -8

ⓧ -3

Ⓒ 0

Ⓓ 4

Ⓔ 9

218

ضرب المقادير النسبية

أوجد ناتج الضرب $\frac{3x^2}{5yz}$ و $\frac{2yz^2}{x}$ وحدد مجاله.

$$\frac{3x^2}{4yz} \cdot \frac{2yz^2}{x}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا

$$x = 0, y = 0, z = 0$$

$$= \frac{3(\cancel{x})(x)}{(2)(2)\cancel{yz}} \cdot \frac{\cancel{2y}(\cancel{z})(z)}{\cancel{x}} = \frac{3xz}{2}$$

223

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسّط وحدد المجال فيما يلي :

$$\frac{3a^2}{5bc} \div \frac{a}{2bc^2}$$

$$= \frac{3a^2}{5bc} \times \frac{2bc^2}{a}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا

$$a = 0, b = 0, c = 0$$

$$= \frac{\cancel{3}a \cdot \cancel{a}}{\cancel{5}b \cdot \cancel{c}} \times \frac{\cancel{2}b \cdot \cancel{c} \cdot c}{\cancel{a}} = \frac{6ac}{5}$$

221

ضرب المقادير النسبية

أوجد الصيغة المبسطة للمقدار التالي وحدد مجاله :

$$\frac{x^2 - 16}{9 - x} \cdot \frac{x^2 + x - 90}{x^2 + 14x + 40}$$

$$= \frac{(x-4)\cancel{(x+4)}}{-\cancel{(x-9)}} \cdot \frac{\cancel{(x-9)}\cancel{(x+10)}}{\cancel{(x+4)}\cancel{(x+10)}}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا

$$x = 9, -4, -10$$

$$= \frac{x-4}{-1} = -x+4$$

224

قسمة المقادير النسبية

حلّ الخطأ قسم جاسم المقدارين النسبيين التاليين كما يلي:

$$\frac{4x}{5y} \div \frac{20x^2}{25y^2} = \frac{4x}{\cancel{5}y} \div \frac{\cancel{20}x^2}{25y^2} = \frac{16x^3}{25y^3}$$

صف الأخطاء التي وقع فيها جاسم وصحّحها.

أخطأ جاسم عندما لم يقلب المقسوم عليه ، ولم يذكر المجال

$$= \frac{4x}{5y} \times \frac{25y^2}{20x^2} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{5}y} \times \frac{\cancel{(5)}\cancel{(5)}\cancel{(y)}(y)}{\cancel{(4)}\cancel{(5)}\cancel{(x)}(x)} = \frac{y}{x}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 0, y = 0$

222

ضرب المقادير النسبية

حلّ الخطأ صف خطأ ناصر عند ضرب وتبسيط

$$\frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+x-2}$$

أخطأ ناصر عندما حذف x فقطمن بسط الكسر الأول $x+2$ ومن مقام الكسر الثاني $x-1$

لأنه يمكن حذف

$$= \frac{\cancel{x}+2}{\cancel{x}-2} \cdot \frac{(\cancel{x}+2)(\cancel{x}-2)}{(\cancel{x}+2)(\cancel{x}-1)}$$

العوامل المشتركة كاملة

وليس الحدود المشتركة فقط

$$= \frac{2}{-1}$$

$$= \frac{x+2}{x-1}$$

227

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسّط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{(x+1)^2}{1-x^2} \div \frac{x^2+5x+4}{x^2+3x-4} \\ &= \frac{(x+1)^2}{-(x^2-1)} \times \frac{x^2+3x-4}{x^2+5x+4} \\ &= \frac{\cancel{(x+1)}\cancel{(x+1)}}{\cancel{-(x-1)}\cancel{(x+1)}} \times \frac{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+4)}}{\cancel{(x+1)}\cancel{(x+4)}} = -1 \end{aligned}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $1, -1, -4$

225

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسّط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{2x^2-12x}{x+5} \div \frac{x-6}{x+5} \\ &= \frac{2x^2-12x}{x+5} \times \frac{x+5}{x-6} \\ &= \frac{2x\cancel{(x-6)}}{\cancel{x+5}} \times \frac{\cancel{x+5}}{\cancel{x-6}} \\ &= 2x \end{aligned}$$

المجال هو
كل الأعداد الحقيقية ما عدا
 $-5, 6$

228

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسّط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{25x^2-4}{x^2-9} \div \frac{5x-2}{x+3} \\ &= \frac{25x^2-4}{x^2-9} \times \frac{x+3}{5x-2} \\ &= \frac{\cancel{(5x-2)}\cancel{(5x+2)}}{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+3)}} \times \frac{\cancel{x+3}}{\cancel{5x-2}} = \frac{5x+2}{x-3} \end{aligned}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $3, -3, \frac{2}{5}$

226

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسّط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+9x} \div \frac{6-x}{3x^2-18x} \\ &= \frac{1}{x^2+9x} \times \frac{3x^2-18x}{6-x} \\ &= \frac{1}{\cancel{x}(x+9)} \times \frac{3\cancel{x}\cancel{(x-6)}}{\cancel{-(x-6)}} \\ &= \frac{-3}{x+9} \end{aligned}$$

المجال هو
كل الأعداد الحقيقية ما عدا
 $0, -9, 6$

231

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{10x - 5}{2x + 3} + \frac{8 - 4x}{2x + 3} = \frac{6x + 3}{2x + 3}$$

229

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

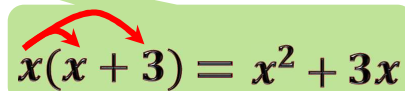
$$\frac{x}{x + 4} + \frac{5}{x + 4} = \frac{x + 5}{x + 4}$$

232

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{2x + 1}{x^2 + 3x} + \frac{3x - 8}{x(x + 3)} = \frac{5x - 7}{x^2 + 3x}$$



$$x(x + 3) = x^2 + 3x$$

230

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{x - 5}{x + 5} + \frac{3x - 21}{x + 5} = \frac{4x - 26}{x + 5}$$

235

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{2x}{3x+4} + \frac{4x^2 - 11x - 12}{6x^2 + 5x - 4}$$

$$= \frac{2x}{3x+4} + \frac{4x^2 - 11x - 12}{(3x+4)(2x-1)}$$

$$= \frac{2x(2x-1)}{(3x+4)(2x-1)} + \frac{4x^2 - 11x - 12}{(3x+4)(2x-1)}$$

$$= \frac{4x^2 - 2x + 4x^2 - 11x - 12}{(3x+4)(2x-1)} = \frac{8x^2 - 13x - 12}{(3x+4)(2x-1)}$$

$$, x \neq -\frac{4}{3}, \frac{1}{2}$$

233

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x+3}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{2}{(x-1)(x-2)} + \frac{x+3}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)} + \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2x+2+x^2+3x-2x-6}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{x^2+3x-4}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$, x \neq -1, 1, 2$$

236

جمع المقادير النسبية

حلل الخطأ جمع أحد الطلاب المقدارين النسبيين التاليين كما يلي:

$$\frac{5x}{x+7} + \frac{7}{x} = \frac{5x}{x+7} + \frac{7(7)}{x+7} = \frac{5x+49}{x+7}$$

X

صف خطأ الطالب وصحّحه.

أخطأ الطالب عندما قام بتعديل مقام الكسر الثاني بإضافة 7

والصحيح أن يضرب الكسر الأول في x ، ويضرب الكسر الثاني في $(x+7)$

$$= \frac{(x)(5x)}{(x)(x+7)} + \frac{(7)(x+7)}{(x)(x+7)} = \frac{5x^2 + 7x + 49}{x(x+7)}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $0, -7$

234

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{x+6}{x^2 - 4} + \frac{2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$= \frac{x+6}{(x-2)(x+2)} + \frac{2}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x+6)(x-3)}{(x-2)(x+2)(x-3)} + \frac{2(x+2)}{(x-2)(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2 - 3x + 6x - 18 + 2x + 4}{(x-2)(x+2)(x-3)} = \frac{x^2 + 5x - 14}{(x-2)(x+2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+7)}{(x-2)(x+2)(x-3)} = \frac{x+7}{(x+2)(x-3)}, x \neq 2, -2, 3$$

239

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{10x - 7}{2x + 3} - \frac{4x - 5}{2x + 3} = \frac{6x - 2}{2x + 3}$$

237

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{6x} - \frac{1}{x^2}$$

لتوحيد المقامات نضرب الكسر الأول في $2x$ ،ونضرب الكسر الثاني في x ، ونضرب الكسر الثالث في 6

$$= \frac{(2x)(1)}{(2x)(3x)} + \frac{(x)(1)}{(x)(6x)} - \frac{(6)(1)}{(6)(x^2)}$$

$$= \frac{2x + x - 6}{6x^2} = \frac{3x - 6}{6x^2} = \frac{3(x - 2)}{6x^2} = \frac{x - 2}{2x^2}$$

 $x \neq 0$

240

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{3x - 5}{x^2 - 25} - \frac{2}{x + 5}$$

$$= \frac{3x - 5}{(x - 5)(x + 5)} - \frac{2}{x + 5}$$

$$= \frac{3x - 5}{(x - 5)(x + 5)} - \frac{2(x - 5)}{(x + 5)(x - 5)}$$

$$= \frac{3x - 5 - 2x + 10}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{\cancel{x} + 5}{(x - 5)\cancel{(x + 5)}} = \frac{1}{x - 5}$$

 $x \neq 5, -5$

238

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{y - 1}{3y + 15} - \frac{y + 3}{5y + 25}$$

$$= \frac{y - 1}{3(y + 5)} - \frac{y + 3}{5(y + 5)}$$

$$= \frac{(5)(y - 1)}{(5)(3)(y + 5)} - \frac{(3)(y + 3)}{(3)(5)(y + 5)}$$

$$= \frac{5y - 5 - 3y - 9}{15(y + 5)} = \frac{2y - 14}{15(y + 5)}$$

 $y \neq -5$