



حل بـنـك أـسـئـلـة مـادـة الـرـيـاضـيـات

الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني

العام 2020 - 2021

أ/شاكر عطية 74084248

(يرجى عدم نسبه العمل لغير صاحبه)

هذه المذكرة

تحتوي على تدريبات وتمارين المراجعة والاستعداد

للختبار التحصيلي

في مادة الرياضيات الصف التاسع الفصل الدراسي الثاني

مع التنبيه على أن هذه المذكرة

لا تخفي عن المصادر الأساسية للتعلم

من كتب دراسية وقنوات الوزارة التعليمية

احرص على استخدام الورقة والقلم وحل التمارين بنفسك

تمنياتي لكم بالتفوق والنجاح

أ/شاكير عطية

3

تحويل التطابق

هو تحويل هندسي يحافظ على
أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا

الدوران

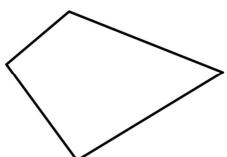
الإزاحة

الانعكاس

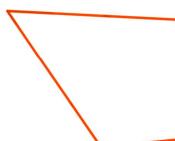
4

تحوييلات التطابق

هل كل من التحويلتين الهندستين أدناه تحويل تطابق؟ وضح إجابتك.



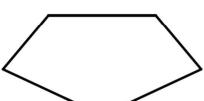
الشكل الأصلي



الصورة

تحويل تطابق

لتطابق الأضلاع والزوايا



الشكل الأصلي



الصورة

ليس تحويل تطابق

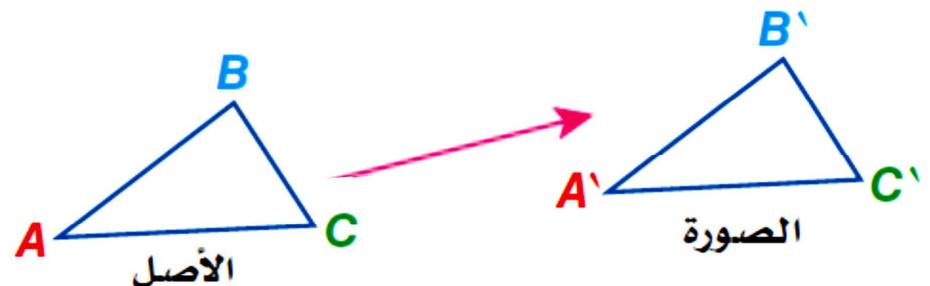
لاختلاف أطوال الأضلاع

2

التحويم الهندسي

هو عملية تربط الشكل الهندسي الأصلي

بشكل هندسي جديد يُسمى الصورة



حل بنك أسئلة مادة الرياضيات
الصف التاسع

الوحدة الخامسة

الفصل الدراسي الثاني

2020 / 2021

Mr. Shaker Atia

74084248

تحوييلات التطابق

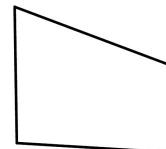
5

هل يبدو التحويل الهندسي الموضح أنه يمثل تحويل تطابق؟

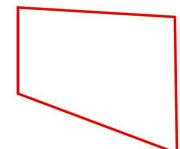
وضح إجابتك.

تحويل تطابق

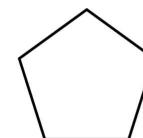
لتطابق الأضلاع والزوايا



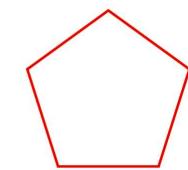
الشكل الأصلي



الصورة



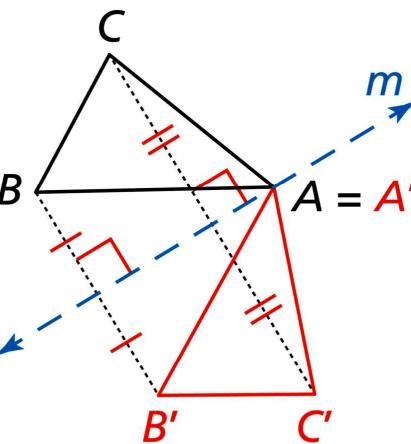
الشكل الأصلي



الصورة

ليس تحويل تطابق

لاختلاف أطوال الأضلاع

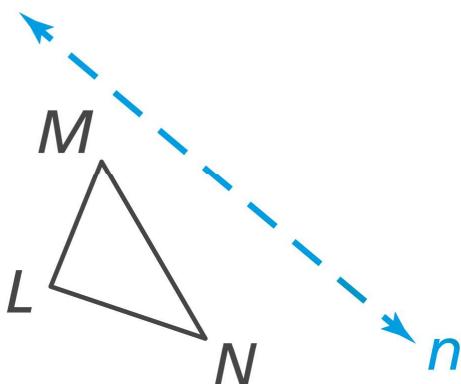


هو تحويل هندسي
يعكس كل نقطة
في الشكل الأصلي
حول محور الانعكاس

8

الانعكاس حول مستقيم في المستوى

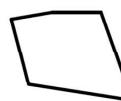
أوجد انعكاس ΔLMN حول المستقيم n .



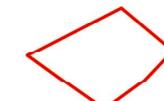
تحوييلات التطابق

6

حدّد ما إذا كان التحويل الهندسي لكل زوج من الأشكال هو تحويل تطابق أم لا في كل مما يلى.



الشكل الأصلي



الصورة

تحويل تطابق



الشكل الأصلي



الصورة

تحويل تطابق



الشكل الأصلي



الصورة

ليس تحويل تطابق



الشكل الأصلي



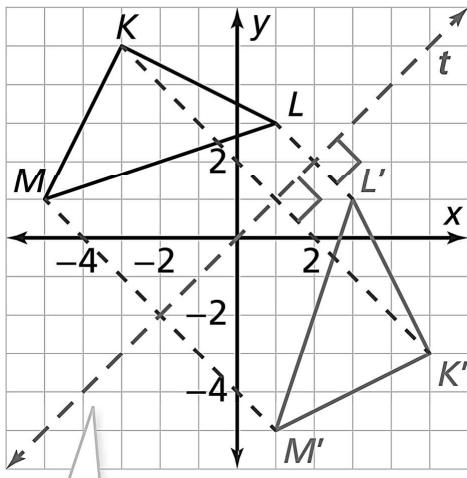
الصورة

ليس تحويل تطابق

11

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي

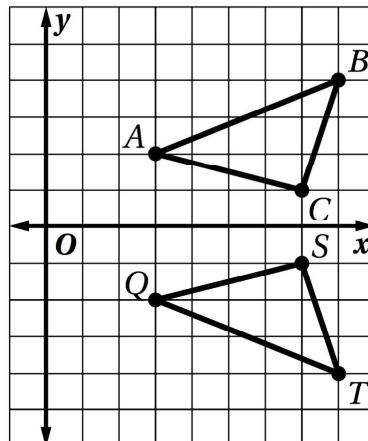


$$R_y = x$$

9

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي

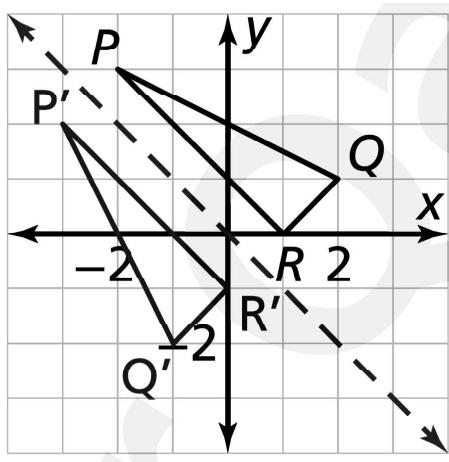


$$R_x$$

12

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي

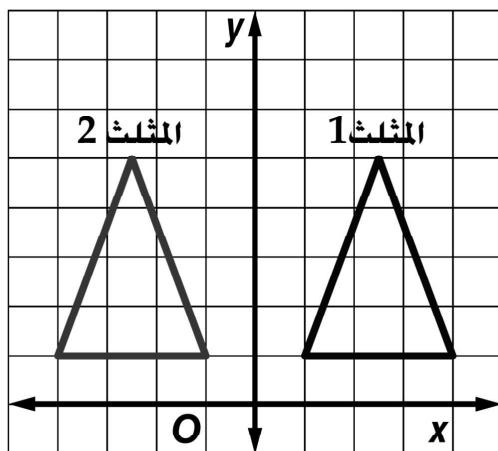


$$R_y = -x$$

10

الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس في كل حالة مما يلي



$$R_y$$

15

إيجاد قاعدة الانعكاس في المستوى الإحداثي

ما قاعدة الانعكاس الذي يحول المثلث ABC إلى صورته $A'B'C'$

$$A(1, 3), B(2, 5), C(3, 7)$$

$$A'(-1, 3), B'(-2, 5), C'(-3, 7)$$

- A $R_{x\text{-axis}}$
- B $R_{y\text{-axis}}$
- C $R_{y=x}$
- D $R_{y=-x}$

16

إيجاد قاعدة الانعكاس في المستوى الإحداثي

أوجد قاعدة الانعكاس الذي يحول الشكل الأصلي إلى الصورة المطلوبة.

• $C(3, 8), D(5, 12), E(4, 6)$

$$R_{y=-x}$$

$$C'(-8, -3), D'(-12, -5), E'(-6, -4)$$

• $F(7, 6), G(0, -4), H(-5, 0)$

$$R_{x=1}$$

$$F'(-5, 6), G'(2, -4), H'(7, 0)$$

• $K(7, -6), L(9, -3), M(-4, 6)$

$$R_{y=-5}$$

$$K'(7, -4), L'(9, -7), M'(-4, -16)$$

ملخص قواعد الانعكاس في المستوى الإحداثي

القاعدة	الصورة	الأصل	الانعكاس
نغير إشارة y	$(3, -5)$	$(3, 5)$	R_x
نغير إشارة x	$(-2, -1)$	$(2, -1)$	R_y
نبدل الإحداثيين	$(-2, 4)$	$(4, -2)$	$R_{y=x}$
نبدل ونغير الإشارات	$(-7, 3)$	$(-3, 7)$	$R_{y=-x}$

14

الانعكاس في المستوى الإحداثي

للمثلث ABC الرؤوس (A, B, C)

أوجد إحداثيات رؤوس $\Delta A'B'C'$ لكل انعكاس مما يلي.

a. $R_{x\text{-axis}}$

$$A' (-5, -6)$$

$$B' (1, 2)$$

$$C' (-3, 4)$$

b. $R_{y\text{-axis}}$

$$A' (5, 6)$$

$$B' (-1, -2)$$

$$C' (3, -4)$$

19

الإزاحة في المستوى الإحداثي

ما صورة النقطة $(-1, 2)$ بالإزاحة $T_{(-1, 2)}$ ؟

A $(2, 3)$

B $(2, 7)$

C $(4, 7)$

D $(-3, 10)$

20

الإزاحة في المستوى الإحداثي

المثلث $E(-5, 4) F(-1, 5) G(-2, -1)$

أوجد إحداثيات رؤوس $\Delta E'F'G'$ لكل إزاحة أدناه.

a. $T_{(6, -7)}(\Delta EFG) = \Delta E'F'G'$ b. $T_{(11, 2)}(\Delta EFG) = \Delta E'F'G'$

E' $(1, -3)$

E' $(6, 6)$

F' $(5, -2)$

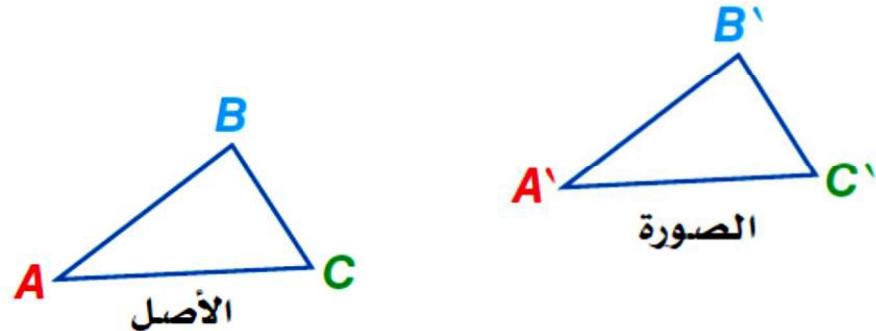
F' $(10, 7)$

G' $(4, -8)$

G' $(9, 1)$

الإزاحة

هو تحويل هندسي ينقل كل نقاط الشكل الأصلي المسافة نفسها في الاتجاه نفسه



اتجاه الإزاحة

رأسية

+

↑
أعلى

أسفل

-

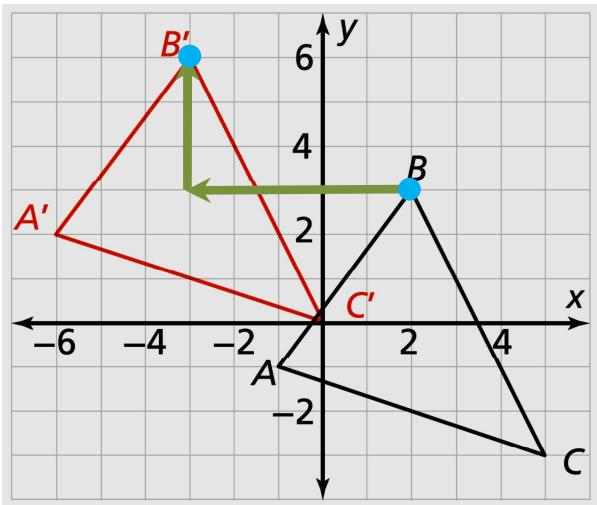
افقية

→ يمين ← يسار

23

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

أوجد قاعدة الإزاحة المبينة أدناه.

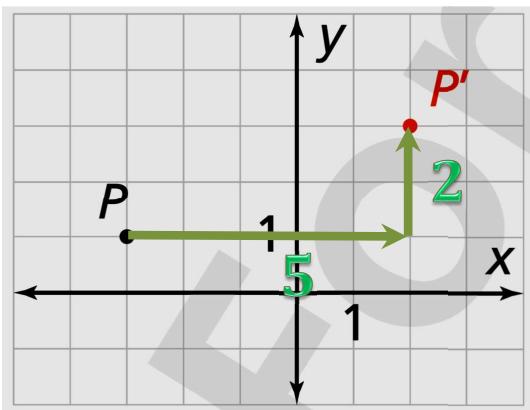


$$T_{(-5, 3)}$$

21

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

أوجد قاعدة الإزاحة التي تنقل النقطة $P(-3, 1)$ إلى صورتها $P'(2, 3)$.



$$T_{(5, 2)}$$

24

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

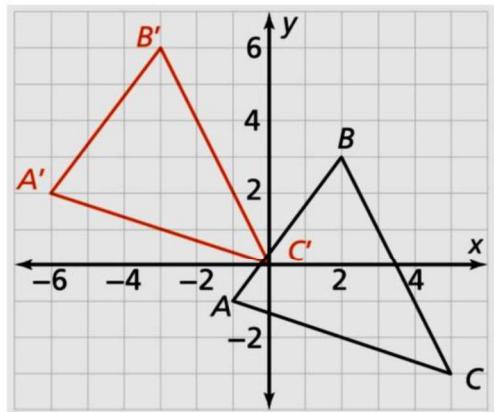
أوجد قاعدة الإزاحة المبينة أدناه.

$T_{(-5, 3)}$

$T_{(3, -5)}$

$T_{(-3, 5)}$

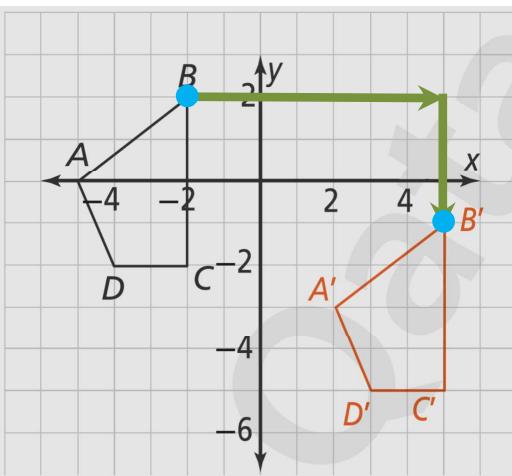
$T_{(5, -3)}$



22

كتابة قاعدة الإزاحة من الرسم

أوجد قاعدة الإزاحة المبينة أدناه.



$$T_{(7, -3)}$$

27

تركيب إزاحتين

أكتب تركيب التحويلين الهندسيين في صورة تحويل هندسي واحد.

a. $T_{\langle -3, 2 \rangle} \circ T_{\langle 1, -1 \rangle}$

$\textcolor{blue}{T}_{\langle -2, 1 \rangle}$

b. $T_{\langle -4, 0 \rangle} \circ T_{\langle -2, 5 \rangle}$

$\textcolor{blue}{T}_{\langle -6, 5 \rangle}$

8. $T_{\langle 7, 8 \rangle} \circ T_{\langle -3, -4 \rangle}$

$\textcolor{blue}{T}_{\langle 4, 4 \rangle}$

9. $T_{\langle 0, 3 \rangle} \circ T_{\langle 4, 6 \rangle}$

$\textcolor{blue}{T}_{\langle 4, 9 \rangle}$

28

تركيب إزاحتين

أوجد تركيباً للإزاحات يكون مكافئاً للإزاحة $(x, y) \rightarrow (x+8, y-5)$.

توجد تركيبات كثيرة جداً مثل :

$\textcolor{blue}{T}_{\langle 5, -4 \rangle} \circ \textcolor{blue}{T}_{\langle 3, -1 \rangle}$

25

تركيب إزاحتين

كيف نعبر عن تركيب إزاحتين رياضياً؟

الإزاحة المركبة \equiv الإزاحة الأولى \circ الإزاحة الثانية

$\textcolor{red}{T}_{\langle 1, -1 \rangle} \circ \textcolor{brown}{T}_{\langle 2, 2 \rangle} \equiv T_{\langle 3, 1 \rangle}$

26

تركيب إزاحتين

ما الإزاحة المكافئة لتركيب الإزاحتين $T_{\langle 1, 7 \rangle} \circ T_{\langle 3, -2 \rangle}$ ؟

A $\textcolor{blue}{T}_{\langle 2, 5 \rangle}$

~~B~~ $\textcolor{blue}{T}_{\langle 4, 5 \rangle}$

C $\textcolor{blue}{T}_{\langle 4, 9 \rangle}$

D $\textcolor{blue}{T}_{\langle 3, -14 \rangle}$

31

تركيب انعكاسين

كم يبعد المستقيمان المتوازيان m و n عن بعضهما بحيث

$$T_{(12, 0)}(\Delta JKL) = (R_n \circ R_m)(\Delta JKL)$$

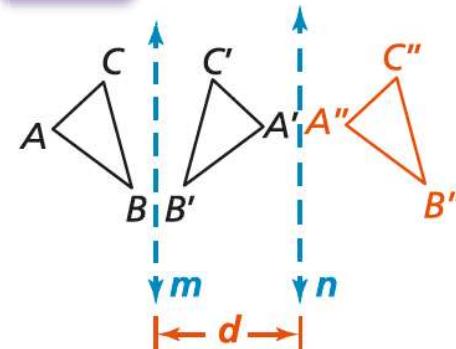
ضعف المسافة بين محوري الانعكاس = مقدار الإزاحة

المسافة بين المستقيمين = 6



29

تركيب انعكاسين



**تركيب انعكاسين في مستقيمين متوازيين يكفي إزاحة
يكافى إزاحة**

تركيب انعكاسين في مستقيمين متوازيين يكفى إزاحة

بعد الانعكاس الأول ينقلب اتجاه الشكل

بعد الانعكاس الثاني ينقلب اتجاه الشكل إلى اتجاه الشكل الأصلي

32

تركيب انعكاسين

المسافة بين المستقيمين الرأسين المتوازيين a و b هي 6 وحدات ويقع المستقيم a على يسار المستقيم b . إذا كانت $T_{(x, 0)}(\Delta JKL) = (R_b \circ R_a)(\Delta JKL)$ ، أوجد قيمة x .

ضعف المسافة بين محوري الانعكاس = مقدار الإزاحة

مقدار الإزاحة = 12

30

تركيب انعكاسين

المسافة بين الأصل والصورة تساوي ضعف المسافة بين محوري الانعكاس

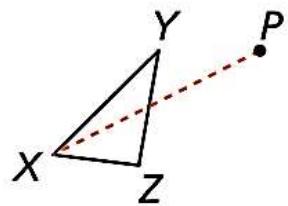
كيف نعبر عن تركيب انعكاسين رياضياً؟

الإزاحة المكافئة \equiv الانعكاس الأول \circ الانعكاس الثاني

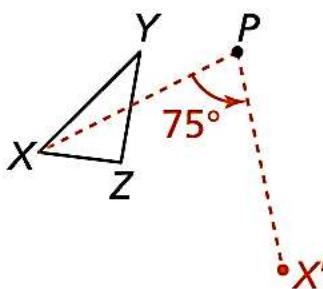
$$R_n \circ R_m \equiv T_{(..., ...)}$$

35

الدوران في المستوى



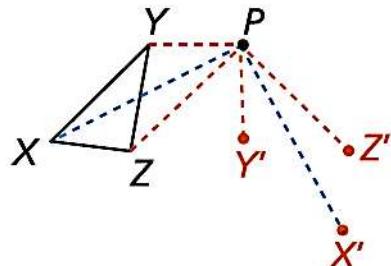
الخطوة 1 لتدوير X ,
ارسم \overline{PX} لتشكيل أحد
ضلعى زاوية قياسها 75°



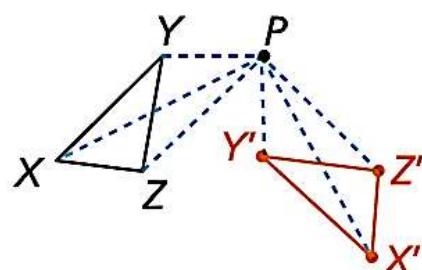
الخطوة 2 قيس
الزاوية وارسم الضلع
الآخر, X' . عين
النقطة X' بحيث
 $PX' = PX$

36

الدوران في المستوى



الخطوة 3 كرر
الخطوتين 1 و 2
مع Z و Y
لتعيين موقع كل من
النقطتين Z' و Y' .



الخطوة 4 صل
بين نقاط الصورة
لتشكيل $\Delta X'Y'Z'$.

الدوران

هو تحويل هندسي يتم فيه تدوير كل نقاط الشكل الأصلي

حول نقطة تسمى **مركز الدوران**

بزاوية تسمى **زاوية الدوران**

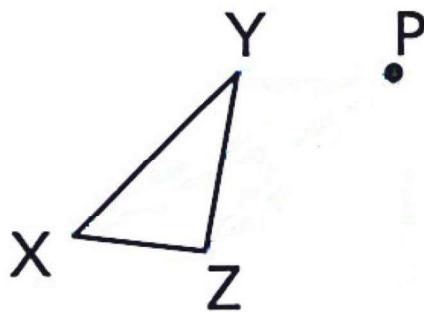
في الاتجاه الموجب (عقارب الساعة)

أو في الاتجاه السالب (اتجاه عقارب الساعة)

34

الدوران في المستوى

كيف يمكنك إجراء دوران بزاوية 75° للمثلث XYZ حول النقطة P ؟



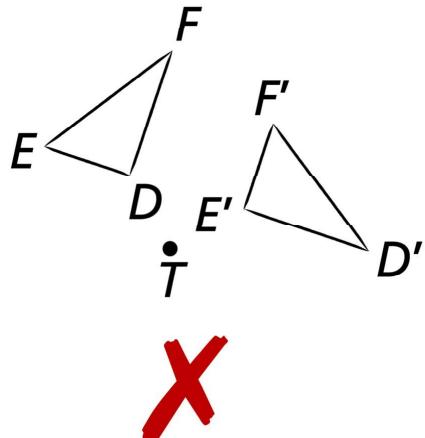
ملخص قواعد الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران	الأصل	الصورة	القاعدة
$r_{(90^\circ, O)}$	(3, 5)	(-5, 3)	نبذل ونغير إشارة الأول
$r_{(180^\circ, O)}$	(2, -1)	(-2, 1)	نغير الإشارات
$r_{(270^\circ, O)}$	(4, -2)	(-2, -4)	نبذل ونغير إشارة الثاني
$r_{(360^\circ, O)}$	(0, 7)	(0, 7)	لاتغيير

37

الدوران في المستوى

حلٌ الخطأ رسمت دانا المخطط أدناه لتبين دوران داران حول النقطة T . أوجد خطأ دانا وصحّه.



الخطأ: تسمية رؤوس الصورة

التصحيح:

$$E' \rightarrow D'$$

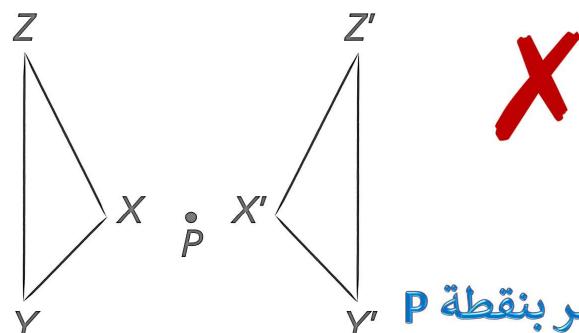
$$F' \rightarrow E'$$

$$D' \rightarrow F'$$

38

الدوران في المستوى

حلٌ الخطأ قالت نور إن $\Delta X'Y'Z'$ هو دوران للمثلث XYZ حول النقطة P . ما التحويل الهندسي الصحيح من ΔXYZ إلى $\Delta X'Y'Z'$ ؟



إنعكاس

40

الدوران في المستوى الإحداثي

ما صورة النقطة (4, 1) بالدوران $r_{(90^\circ, O)}$ ؟

A (1, 4)

(-4, 1)

C (4, -1)

D (-1, -4)

43

الدوران في المستوى الإحداثي

أوجد إحداثيات الصورة.

$X(0, 3), Y(1, -4), Z(5, 2)$ للشكل $r_{(90^\circ, O)}(\Delta XYZ)$

$$X' (-3, 0) \quad Y' (4, 1) \quad Z' (-2, 5)$$

44

الدوران في المستوى الإحداثي

أوجد إحداثيات الصورة.

حيث $r_{(360^\circ, O)}(JKLM)$

$J(-4, 7), K(1, 5), L(6, 1), M(3, -9)$

$$J'(-4, 7) \quad K'(1, 5) \quad L'(6, 1) \quad M'(3, -9)$$

41

الدوران في المستوى الإحداثي

رؤوس ΔXYZ هي $X(-4, 7), Y(0, 8), Z(2, -1)$

a. حدد رؤوس $r_{(180^\circ, O)}(\Delta XYZ)$

$$X' (4, -7)$$

$$Y' (0, -8)$$

$$Z' (-2, 1)$$

42

الدوران في المستوى الإحداثي

رؤوس ΔXYZ هي $X(-4, 7), Y(0, 8), Z(2, -1)$

b. حدد رؤوس $r_{(270^\circ, O)}(\Delta XYZ)$

$$X' (7, 4)$$

$$Y' (8, 0)$$

$$Z' (-1, -2)$$

47

الدوران في المستوى الإحداثي

ارسم المثلث ΔABC حيث $A(1, 2)$, $B(5, 0)$, $C(4, 4)$

1

أوجد إحداثيات المثلث $\Delta A'B'C'$ صورة المثلث ΔABC بالدوران $r_{(90^\circ, O)}$

2

$$A' = (-2, 1)$$

$$B' = (0, 5)$$

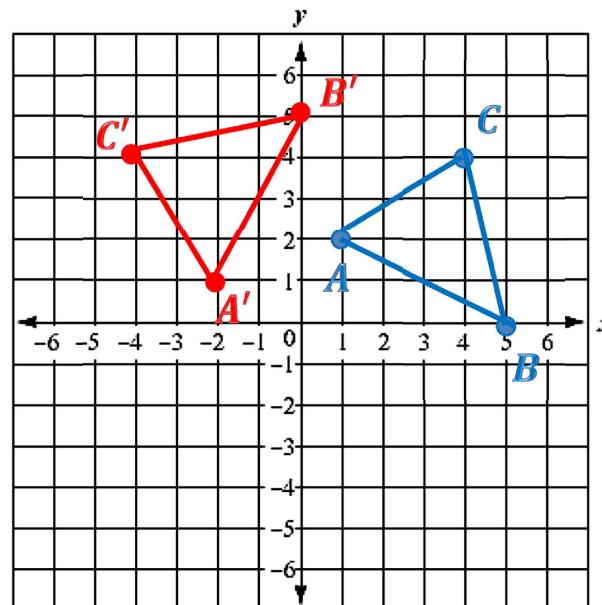
$$C' = (-4, 4)$$

على نفس الشبكة التربيعية أعلاه ارسم المثلث $\Delta A'B'C'$

3

48

الدوران في المستوى الإحداثي



45

الدوران في المستوى الإحداثي

اختبار SAT/ACT تم تدوير نقطة بزاوية 270° حول نقطة الأصل. صورة النقطة هي $(7, -11)$. أي زوج من الإحداثيات التالية يمثل إحداثي النقطة الأصلية؟

Ⓐ $(7, -11)$

Ⓑ $(-7, -11)$

Ⓒ $(7, 11)$

Ⓓ $(11, 7)$

للحصول على النقطة الأصلية نكمل الدوران حتى 360°

أي نصف دوران آخر بزاوية 90°

46

الدوران في المستوى الإحداثي

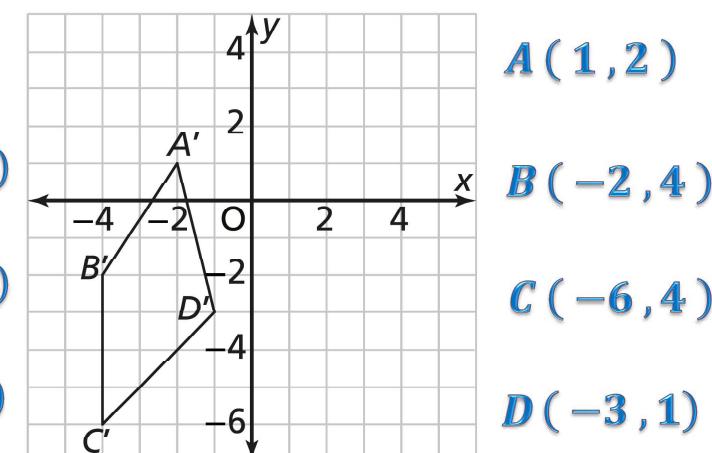
استعمل البنية يعرض المخطط أدناه $(ABCD)$ $r_{(90^\circ, O)}$ نصف دوران بزاوية 270° . أوجد إحداثيات رؤوس $ABCD$

$A' (-2, 1)$

$B' (-4, -2)$

$C' (-4, -6)$

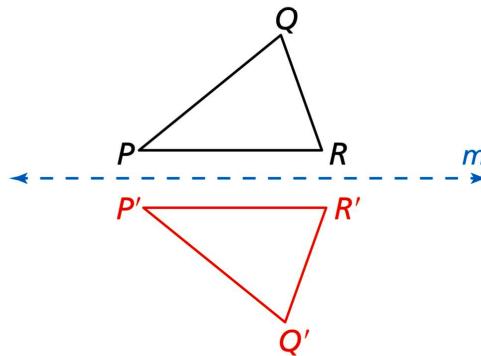
$D' (-1, -3)$



51

فهم التطابق

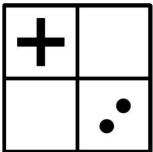
ليكن $\triangle PQR$ و $\triangle P'Q'R'$ متساويان ؟ وضح إجابتك.



نعم
لأن الانعكاس يحافظ على
أطوال الأضلاع
وبالتالي يحافظ على
مجموع الأضلاع (المحيط)

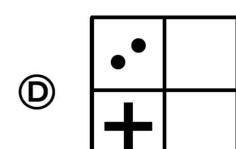
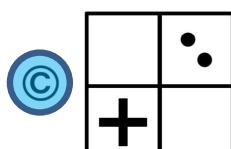
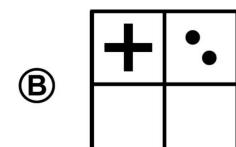
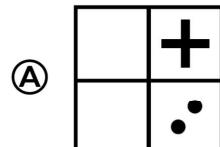
52

تحديد المضلعات المتطابقة



اختبار SAT/ACT مبين أدناه جزء من لعبة لوحية.

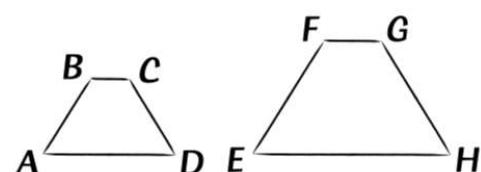
أي من الأشكال التالية يتطابق مع الشكل أعلاه ؟



50

فهم التطابق

حل الخطأ تقول خديجة إن $ABCD \cong EFGH$ و $EFGH$ متطابقان لأن بإمكانها تحويل $ABCD$ إلى $EFGH$ بضرب طول كل ضلع من أضلاعه في 1.5 وإزاحة الصورة لتطابق $EFGH$.



$$ABCD \cong EFGH \quad X$$

المضلعان غير متطابقين
لأن الضرب يغير أطوال الأضلاع



حل بنك أسئلة لمادة الرياضيات
الصف التاسع

الفصل الدراسي الثاني

2020 / 2021

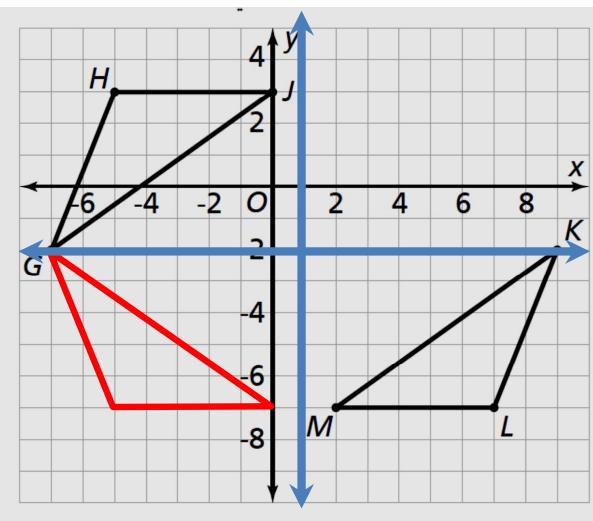
Mr. Shaker Atia

74084248

55

تحديد تحويلات التطابق إذا كان $\Delta GHJ \cong \Delta KLM$

a. أوجد تركيباً من تحويلات التطابق يحول ΔGHJ إلى ΔKLM .



انعكاس حول المستقيم

$$y = -2$$

ثم

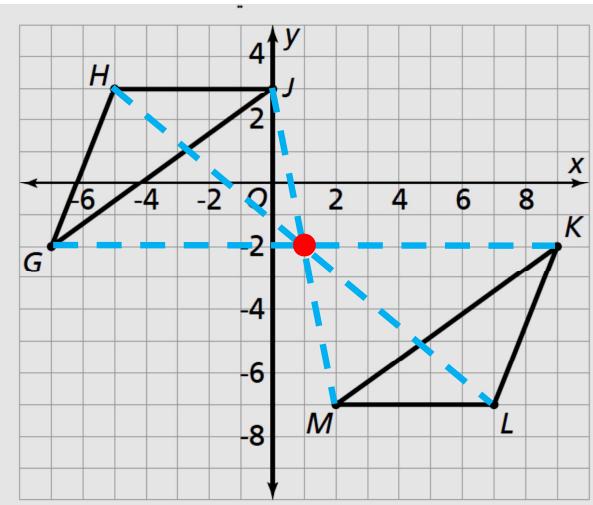
انعكاس حول المستقيم

$$x = 1$$

56

تحديد تحويلات التطابق إذا كان $\Delta GHJ \cong \Delta KLM$

b. أوجد تركيب آخر من تحويلات التطابق يحول ΔGHJ إلى ΔKLM .



دوران حول النقطة

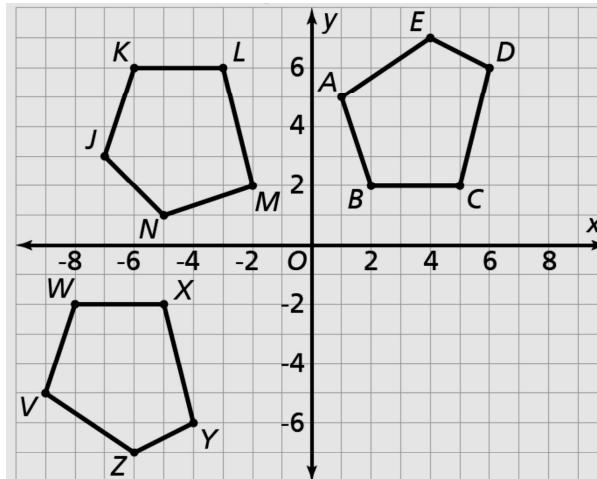
$$(1, -2)$$

بزاوية 180°

53

تحديد المضلعات المتطابقة

a. هل $JKLMN$ و $ABCDE$ متطابقان؟ إن كانوا متطابقين، صف تركيباً من تحويلات التطابق يحول $JKLMN$ إلى $ABCDE$. إن لم يكونوا متطابقين، وضح إجابتك.



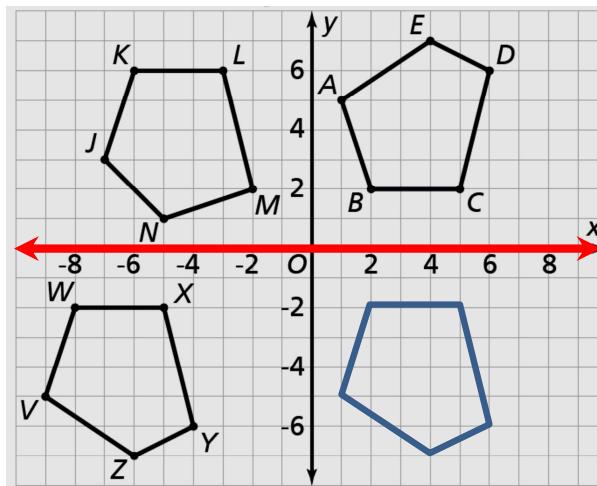
غير متطابقين

الاختلاف أطوال الأضلاع

54

تحديد المضلعات المتطابقة

b. هل $VWXYZ$ و $ABCDE$ متطابقان؟ إن كانوا متطابقين، صف تركيباً من تحويلات التطابق يحول $VWXYZ$ إلى $ABCDE$. إن لم يكونوا متطابقين، وضح إجابتك.



متطابقان

انعكاس حول محور X

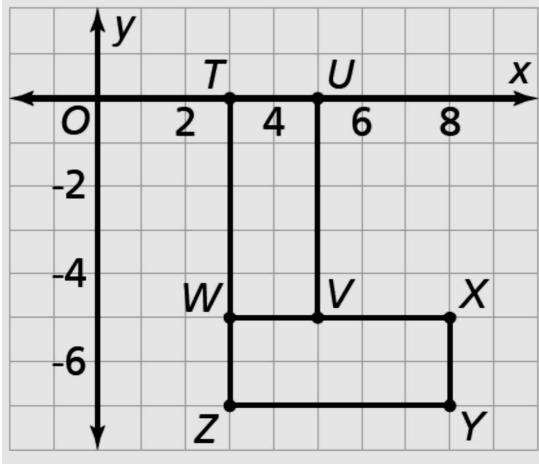
ثم

إزاحة لليسار 10 وحدات

59

تحديد تحويلات التطابق

إذا كان $WXYZ \cong WTUV$ ، صف تركيباً من تحويلات التطابق
تحوّل $WTUV$ إلى $WXYZ$.



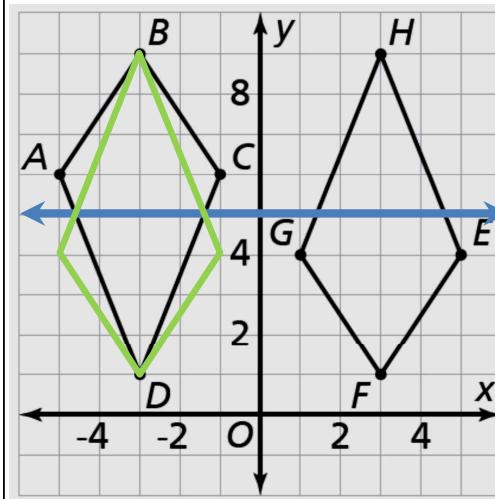
دوران

حول النقطة W
بزاوية $+90^\circ$

57

تحديد تحويلات التطابق

إذا كان $ABCD \cong EFGH$ ، أوجد تركيباً من تحويلات التطابق يحوّل $EFGH$ إلى $ABCD$.

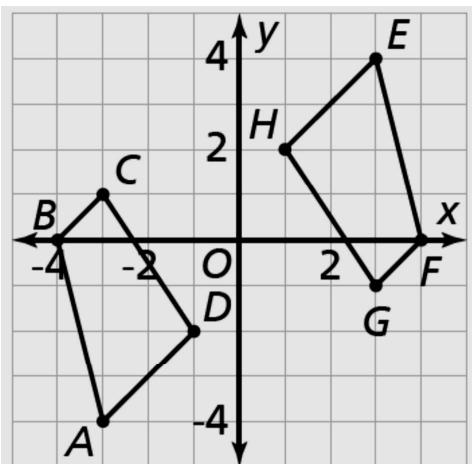


انعكاس حول المستقيم $y = 5$
ثم إزاحة لليمين 6 وحدات

60

تحديد تحويلات التطابق

هل $EFGH$ و $ABCD$ متطابقان؟ إن كانا كذلك، صف تركيباً من تحويلات التطابق يحوّل $ABCD$ إلى $EFGH$. إن لم يكونا كذلك،



متطابقان

دوران حول نقطة الأصل

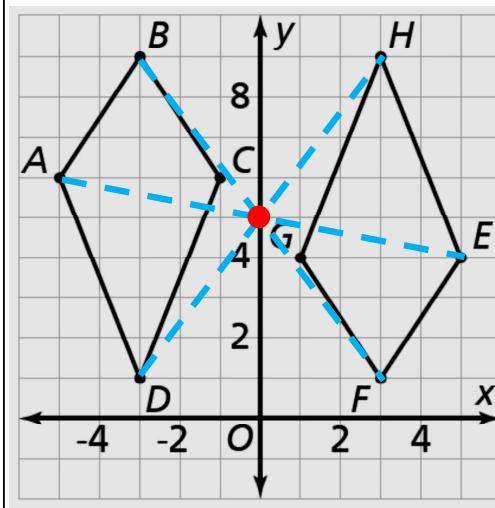
بزاوية 180°

أو انعكاس حول محور X
ثم انعكاس حول محور Y

58

تحديد تحويلات التطابق

إذا كان $ABCD \cong EFGH$ ، أوجد تركيباً من تحويلات التطابق يحوّل $EFGH$ إلى $ABCD$.



أو

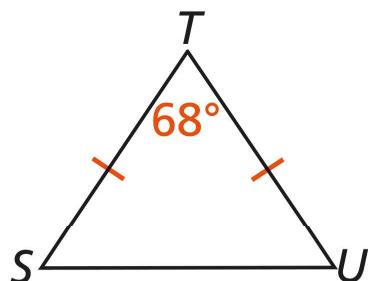
دوران حول النقطة $(0, 5)$

بزاوية 180°

63

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

أوجد قياسات الزوايا المجهولة.



$$m\angle S + m\angle U = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

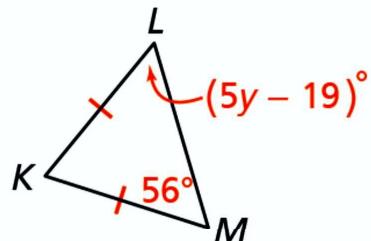
$$m\angle D = m\angle F = 112^\circ \div 2 = 56^\circ$$

64

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

a. اكتب معادلة يمكنك حلها لإيجاد قيمة y .

b. أوجد $m\angle K$.



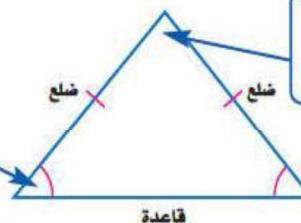
$$5y - 19 = 56$$

$$m\angle K = 180^\circ - (56^\circ + 56^\circ) = 68^\circ$$

المثلث المتطابق الضلعين

زاوية القاعدة، هي الزاوية المكونة من القاعدة وأحد الضلعين المتقابلين.

زاوية الرأس، هي الزاوية المكونة من الضلعين المتطابقين.



زاوية = زاوية



ضلعين متساوين = زاوية

زاوية = زاوية

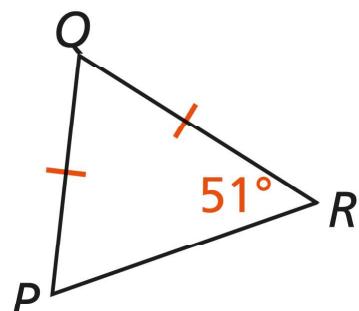


زاوية متساوية = ضلعين متساوين

62

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

أوجد قياسات الزوايا المجهولة.

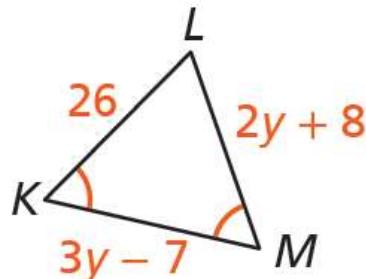


$$m\angle P = m\angle R = 51^\circ$$

$$m\angle Q = 180^\circ - (51^\circ + 51^\circ) = 78^\circ$$

67

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين



أوجد أطوال أضلاع المثلث.

$$LM = LK = 26$$

$$2y + 8 = 26 \quad -8$$

$$2y = 18 \quad \div 2$$

$$y = 9$$

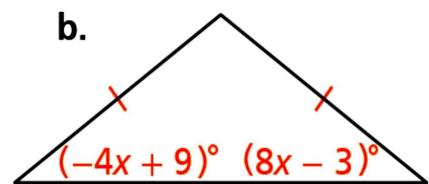
$$KM = 3(9) - 7 = 20$$

65

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

أوجد قيمة x في كل مما يلي:

b.



$$8x - 3 = -4x + 9$$

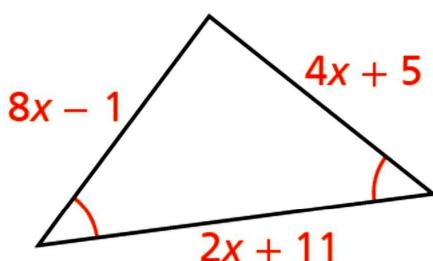
$$8x + 4x = 3 + 9$$

$$12x = 12 \quad \div 12$$

$$x = 1$$

68

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين



a. ما قيمة x ؟

b. ما أطوال أضلاع المثلث الثلاثة ؟

$$8x - 1 = 4x + 5$$

$$8x - 4x = 5 + 1$$

$$4x = 6$$

$$x = 1.5$$

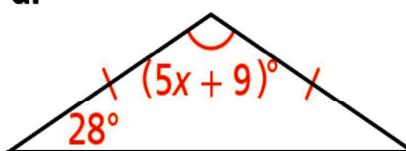
بعد التعويض فإن أطوال أضلاع المثلث تساوي 11, 11, 14

66

حساب الزوايا في المثلث المتطابق الضلعين

أوجد قيمة x في كل مما يلي:

a.



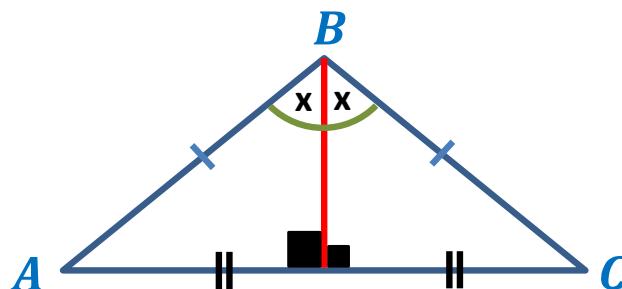
$$5x + 9 = 180^\circ - (28^\circ + 28^\circ)$$

$$5x + 9 = 124^\circ \quad -9$$

$$5x = 115^\circ \quad \div 5$$

$$x = 23^\circ$$

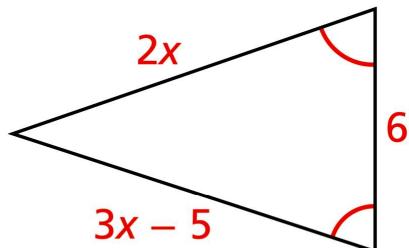
المنصف العمودي في المثلث المتطابق الضلعين



إذا نصف مستقيم (أو قطعة مستقيمة) **زاوية الرأس** لمثلث متطابق الضلعين، فإنه ينصف الضلع المقابل لها ويكون عمودياً عليه.

69

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين



حل الخطأ طلبت المعلمة من نوره إيجاد أطوال أضلاع المثلث المبين في الشكل المجاور. أوجد خطأ نوره وصححه.

الضلعين العلوي والقاعدة متساويان في الطول، $2x = 6$ ، إذن، $x = 3$.

عوّض قيمة x في المقدار الذي يمثل طول الضرل العلوي لتحصل على $3(3) - 5 = 4$

X

70

حساب الأضلاع في المثلث المتطابق الضلعين

72

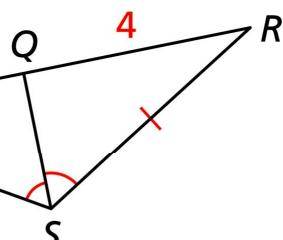
المنصف العمودي

- a. أوجد $m\angle RSQ$.
b. أوجد PR .

- a. أوجد $m\angle RSQ$.
b. أوجد PR .

- a. أوجد $m\angle RSQ$.
b. أوجد PR .

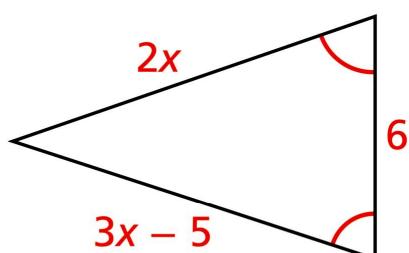
P



$$m\angle S = 180^\circ - (31^\circ + 31^\circ) = 118^\circ$$

$$m\angle RSQ = 118^\circ \div 2 = 59^\circ$$

$$PR = 4 + 4 = 8$$



الخطأ:

$$2x = 6$$

التصحيح:

$$3x - 5 = 2x$$

$$3x - 2x = 5$$

$$x = 5$$

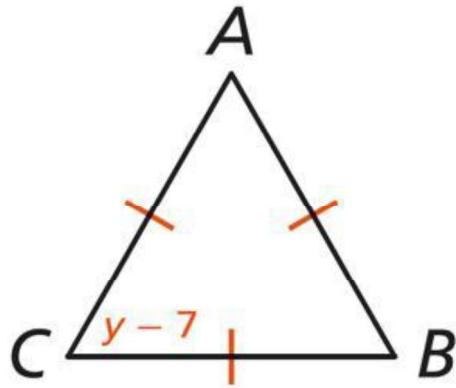
بعد التعويض فإن أطوال أضلاع المثلث تساوي 10, 10, 6

75

المثلث المتطابق الأضلاع

ما قيمة y في الشكل أدناه ؟

- A 53
- B 60
- C 67
- D 187

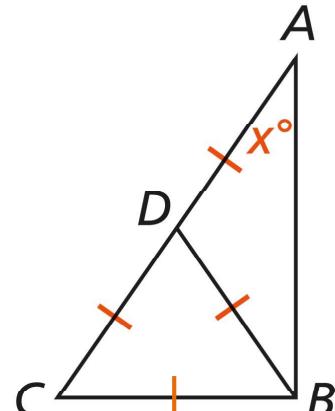


76

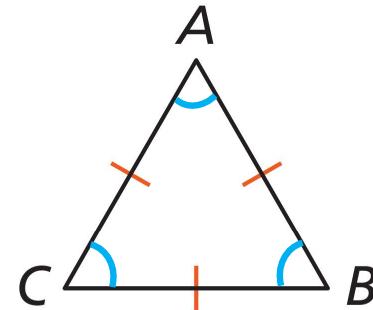
المثلث المتطابق الأضلاع

ما قيمة X° في الشكل أدناه ؟

- A 30°
- B 45°
- C 60°
- D 90°



المثلث المتطابق الأضلاع



جميع أضلاعه متطابقة

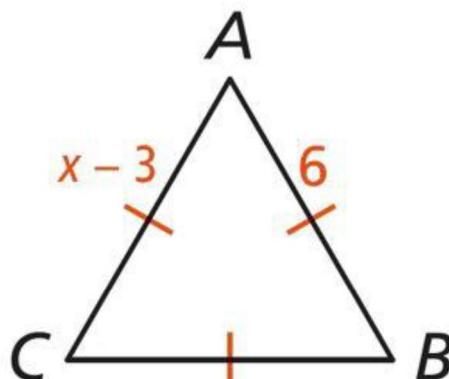
جميع زواياه متطابقة ، وقياس كل منها 60°

74

المثلث المتطابق الأضلاع

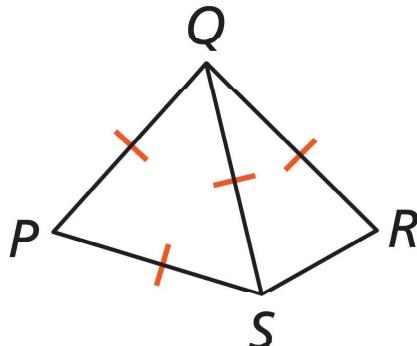
ما قيمة X في الشكل أدناه ؟

- A 3
- B 6
- C 9
- D 18



79

المثلث المتطابق الأضلاع



لتكن $m\angle PSR = 134^\circ$
أوجد قياس الزاوية $\angle SQR$.

$$m\angle QSR = 134^\circ - 60^\circ = 74^\circ$$

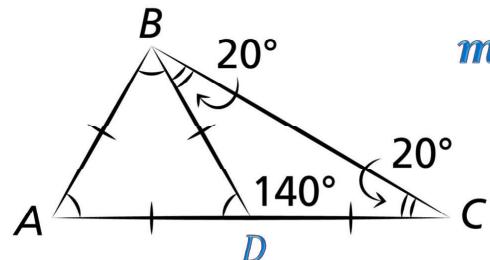
$$m\angle QSR = m\angle R = 74^\circ$$

$$m\angle SQR = 180^\circ - (74^\circ + 74^\circ) = 32^\circ$$

77

المثلث المتطابق الأضلاع

حل الخطأ رسم راشد المخطط التالي لتمثيل مثلث متطابق الأضلاع ومثلث متطابق الضلعين. أوجد خطأ راشد وصححه.



الخطأ: $m\angle BDC = 140^\circ$

التصحيح:

$$m\angle BDC = 120^\circ$$

$$m\angle DBC = m\angle C = 30^\circ$$

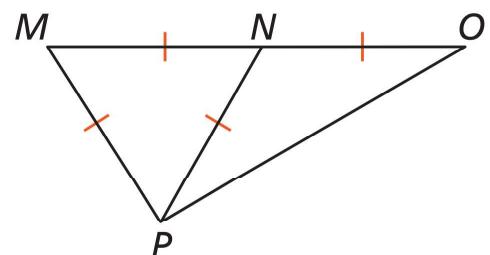
78

المثلث المتطابق الأضلاع

أوجد قياس زاوية

a. $m\angle PNO$

b. $m\angle NOP$



$$m\angle MNP = 60^\circ$$

$$m\angle PNO = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$m\angle NPO + m\angle O = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$m\angle O = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$$

80

المثلث المتطابق الأضلاع

اختبار SAT/ACT إذا كان $m\angle ABC = 114^\circ$ ، فما قياس

? $\angle BAD$

$$114^\circ - 60^\circ = 54^\circ$$

$$180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

$$126^\circ \div 2 = 63^\circ$$

Ⓐ 54°

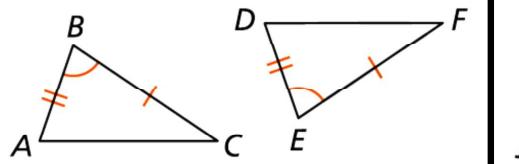
Ⓑ 63°

Ⓒ 60°

Ⓓ 72°

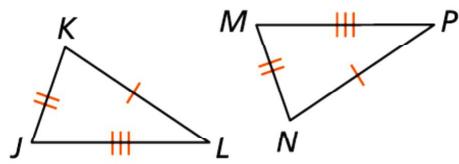
حالات تطابق مثلثين

SAS



التطابق
بضلعين والزاوية المحصورة بينهما

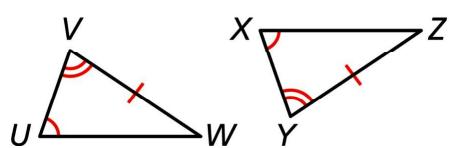
SSS



التطابق
بثلاثة أضلاع

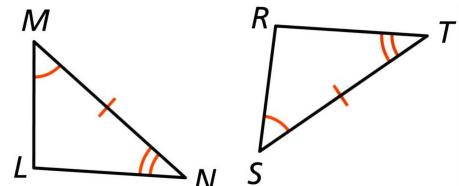
حالات تطابق مثلثين

AAS



التطابق
بزاويتين وضلع غير محصور بينهما

ASA



التطابق
بزاويتين والضلع المحصور بينهما

الاختصارات المستخدمة في تطابق المثلثات

ضلع \cong ضلع

S

زاوية \cong زاوية

A

زاوية قائمة \cong زاوية قائمة

R

وتر \cong وتر

H

ساق \cong ساق

L

شروط تطابق مثلثين

لإثبات تطابق مثلثين لابد من توفر
3 معلومات

تُسمى شروط التطابق

تكون الشروط المطلوبة على شكل

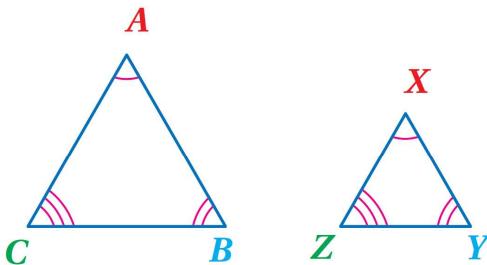
زاوية \cong زاوية

أو

ضلع \cong ضلع

حالات تطابق لا تصلح

تشابه



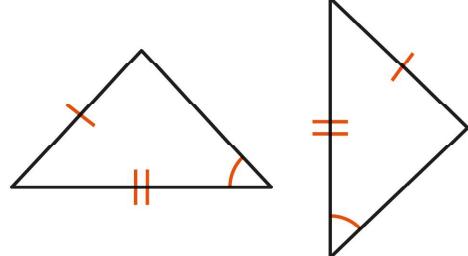
لا يمكن إثبات
التطابق بالزوايا فقط



AAA

حالات تطابق لا تصلح

لأن الزاوية
غير محصورة



SSA

ASS

حالات تطابق مثلثين

إذا كان المثلثان قائمين

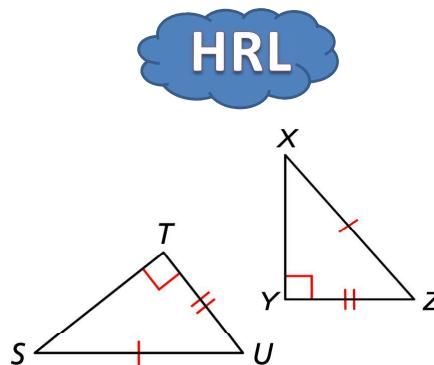
فيتمكن الاستغناء عن شرط

أن تكون الزاوية القائمة محصورة

بين الأضلاع المستخدمة في التطابق

ولكن هنا نرمز لها بالحالة HRL

(وليس SSA تمييزاً لها عن غيرها)



تطابق

مثلثين قائمين بوتر وضلع

حالات تطابق مثلثين

التطابق بثلاثة أضلاع

SSS

التطابق بضلعين والزاوية المحصورة بينهما

SAS

التطابق بزاويتين والضلعين المحصور بينهما

ASA

التطابق بزاويتين وضلع غير محصور بينهما

AAS

تطابق مثلثين قائمين بوتر وضلع

HRL

91

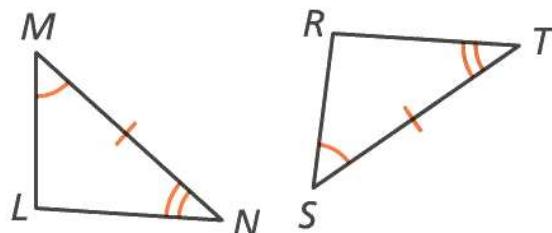
تحديد حالة التطابق لمثلثين

في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

 SSS

 SAS

 ASA

 AAS


92

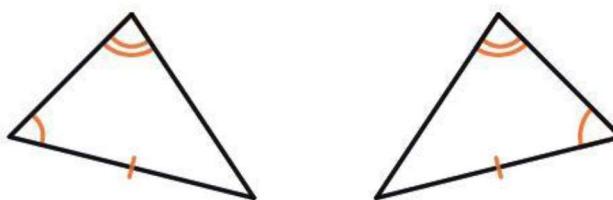
تحديد حالة التطابق لمثلثين

في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

 SSS

 SAS

 ASA

 AAS


89

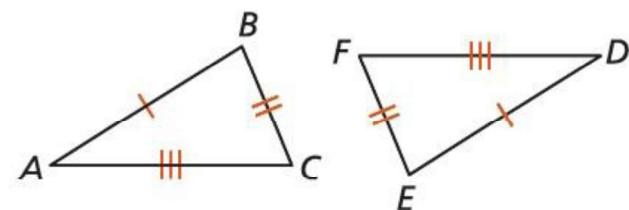
تحديد حالة التطابق لمثلثين

في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

 SSS

 SAS

 ASA

 AAS


90

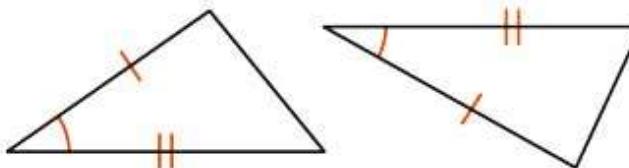
تحديد حالة التطابق لمثلثين

في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان حدد حالة التطابق المستخدمة

 SSS

 SAS

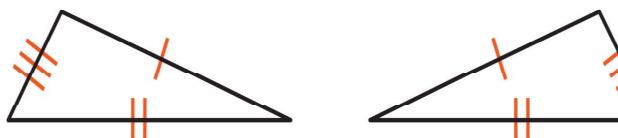
 ASA

 AAS


95

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



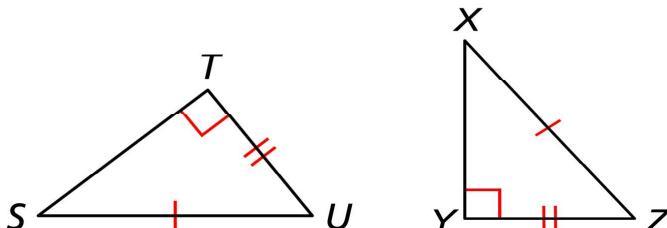
تطابقان

SSS

93

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



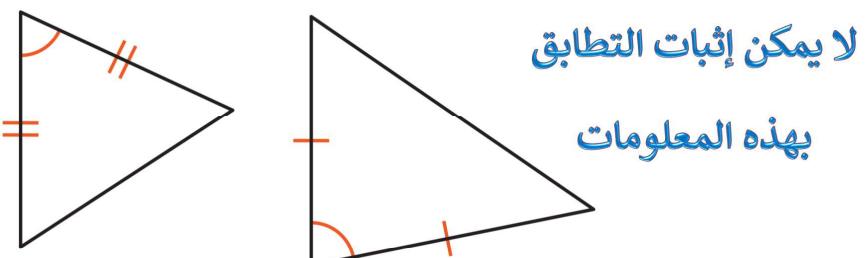
تطابقان

HRL

96

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



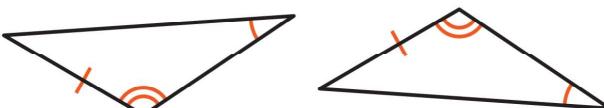
لا يمكن إثبات التطابق

بهذه المعلومات

94

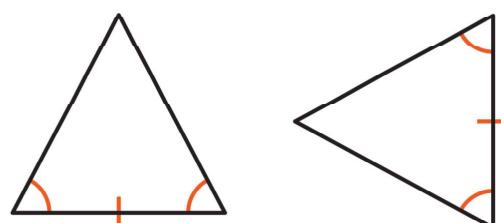
تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



تطابقان

AAS

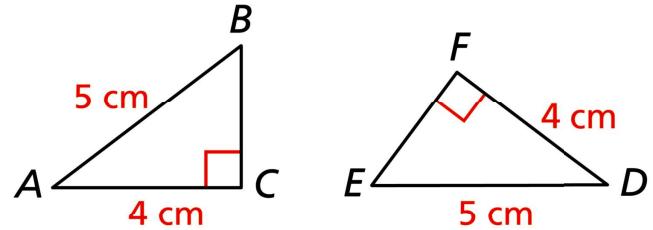


تطابقان

99

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



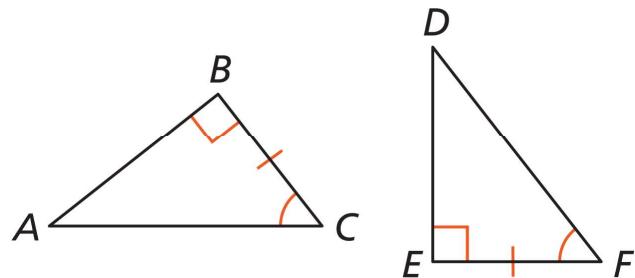
متطابقان

HRL

97

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



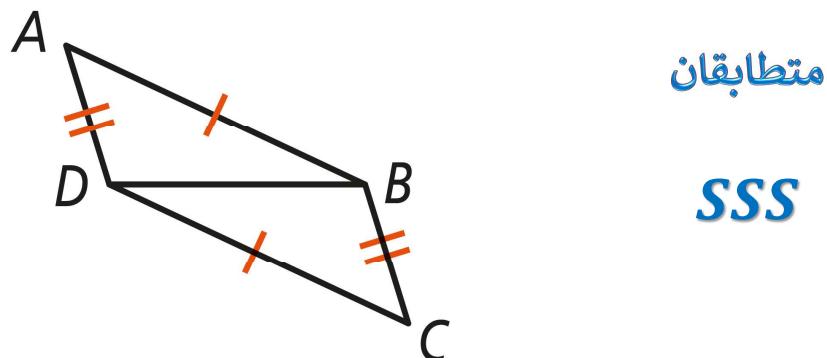
متطابقان

ASA

100

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



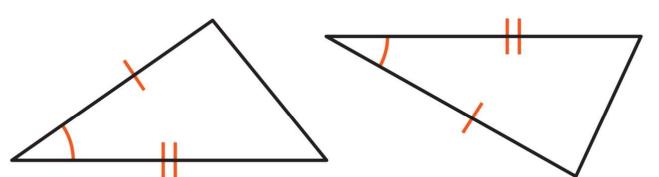
متطابقان

SSS

98

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



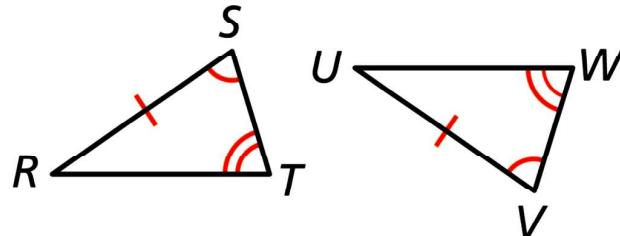
متطابقان

SAS

103

تحديد حالة التطابق لمثلثين

بَرْ مِنْطَقِيًّا كيف يمكنك أن تحدد نظرية تطابق المثلثات التي تبيّن أن $\Delta RST \cong \Delta UVW$ ؟

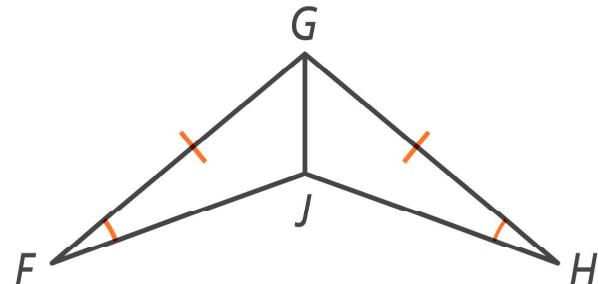
**AAS**

التطابق بزواياتين وضلع غير محصور

101

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية

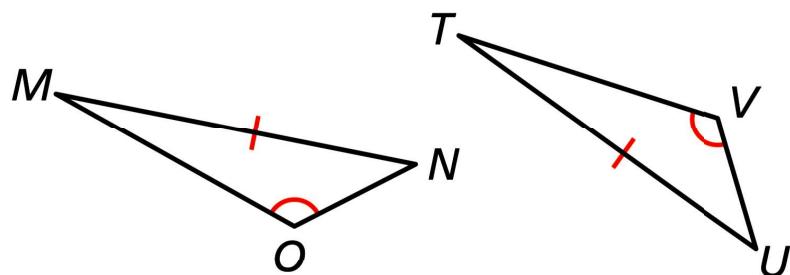


لا يمكن إثبات التطابق
بهذه المعلومات

104

تحديد حالة التطابق لمثلثين

فَكَرْ وَثَابِرُ فِي الْحَلِّ هل تطابق هذين العنصرين يكفي لإثبات أن $\Delta MNO \cong \Delta TUV$ ؟ وضح إجابتك.



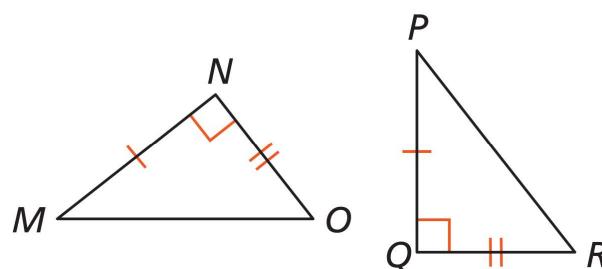
المعطيات لا تكفي

يلزم وجود 3 معطيات لإثبات التطابق

102

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حدد ما إذا كان المثلثان متطابقان أم لا ، وبحسب أي نظرية



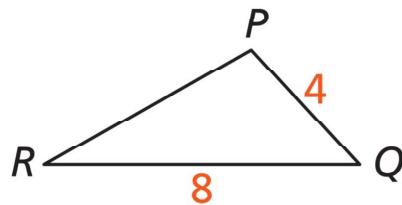
متطابقان
SAS

107

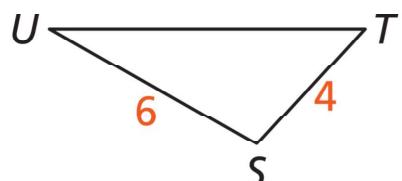
إيجاد المعلمات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلمات الإضافية الالازمة لإثبات أن $\Delta PQR \cong \Delta STU$

بثلاثة أضلاع (SSS)



$$PR = 6$$

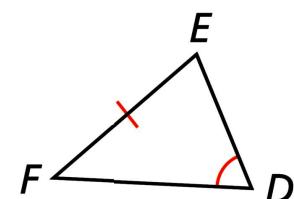
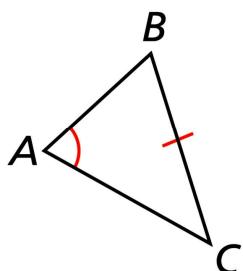


$$UT = 8$$

108

إيجاد المعلمات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلمات الإضافية الالازمة لإثبات أن $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ؟



$$\overline{AC} \cong \overline{DF}, \quad \overline{AB} \cong \overline{DE}$$

105

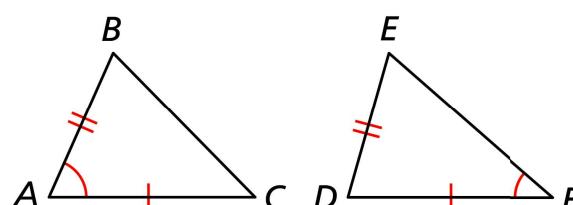
تحديد حالة التطابق لمثلثين

حلل الخطأ يقول يوسف إن $\Delta DEF \cong \Delta ABC$ و $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ متطابقان



.

وَضَّحَ خَطْأَ يُوسُفَ وَصَحَّهُ.



الزاوية F \angle غير محصورة

لا يمكن إثبات التطابق

بهذه المعلمات

106

تحديد حالة التطابق لمثلثين

حلل الخطأ يقول علي إن المعلمات المعطاة غير كافية لإثبات أن $\Delta ACX \cong \Delta BCX$. وَضَّحَ خَطْأَ عَلِيَّ ثُمَّ صَحَّهُ.

المعطيات: $\angle AXC \cong \angle BXC, \angle ACX \cong \angle BCX$

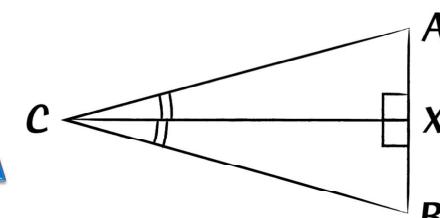
$$\overline{CX} \cong \overline{CX}$$

المطلوب: إثبات أن $\Delta ACX \cong \Delta BCX$

ضلع مشترك

$\Delta\Delta$ متطابقان

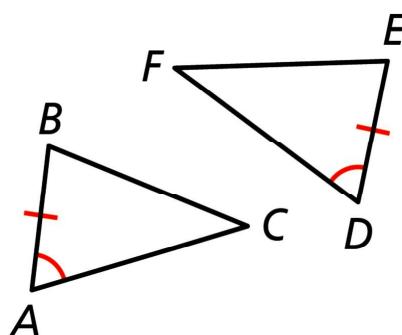
ASA



لا توجد معلمات كافية

111

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين



- a. ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ بتطابق زاويتين والضلوع المحسور بينهما (ASA) ؟

$$\angle B \cong \angle E$$

- b. ما المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات أن $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ بتطابق زاويتين وضلوع غير محسور بينهما (AAS) ؟

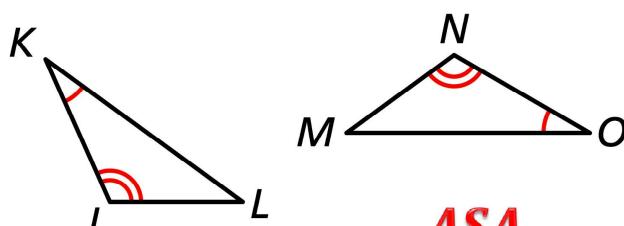
$$\angle C \cong \angle F$$

112

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

بَرْ منطقِيًّا كيف يمكنك تحديد المعلومات الإضافية اللازمة لإثبات

$$\text{أن } \Delta JKL \cong \Delta NOM \text{ ؟}$$



ASA

$$\overline{KJ} \cong \overline{ON}$$

AAS

$$\overline{JL} \cong \overline{NM} \text{ أو}$$

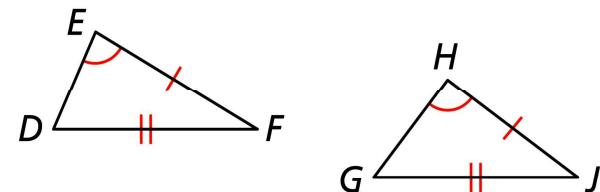
AAS

$$\overline{KL} \cong \overline{OM} \text{ أو}$$

109

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

هل هناك حاجة إلى معلومات إضافية لبيان أن $\Delta DEF \cong \Delta GHJ$ بحسب نظرية التطابق بضلعين والزاوية المحسورة بينهما (SAS) ؟ وضح إجابتك.



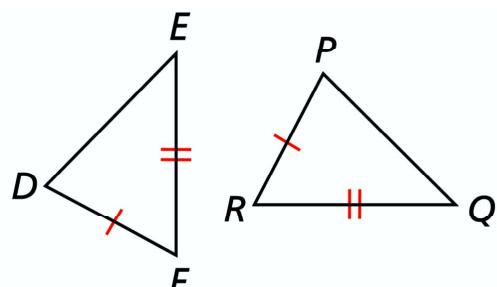
نعم

$$\angle F \cong \angle J \text{ يجب أن تكون}$$

110

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

اختبار **SAT/ACT** ليكن ΔPQR و ΔDEF . ما المعلومة الإضافية التي تمكنتك من استنتاج أن $\Delta DEF \cong \Delta PQR$ ؟



Ⓐ $\angle D \cong \angle P$

Ⓑ $\angle E \cong \angle Q$

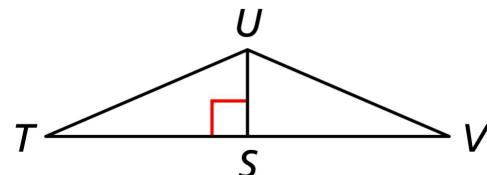
Ⓒ $\angle D \cong \angle Q$

Ⓓ $\angle F \cong \angle R$

115

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

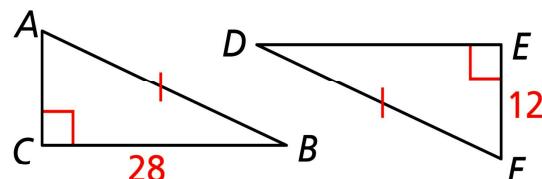


$$\overline{UT} \cong \overline{UV}$$

116

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟



$$AC = 12$$

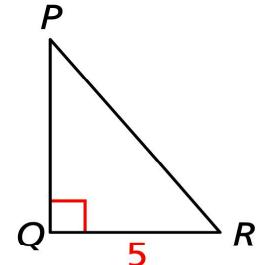
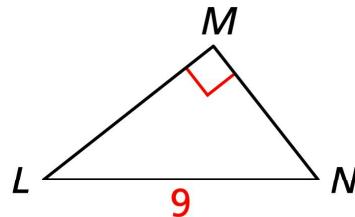
أو

$$ED = 28$$

113

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

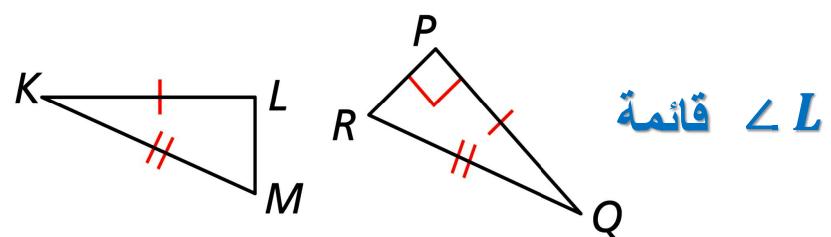


$$MN = 5 , \quad PR = 9$$

114

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

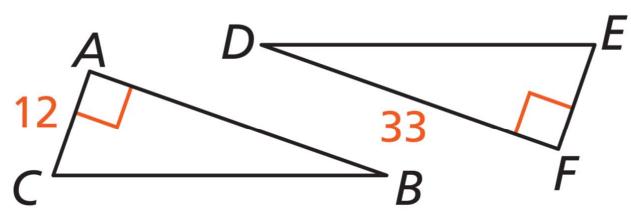


قائمة $\angle L$

119

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟



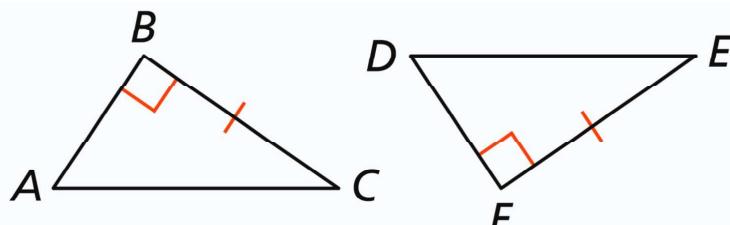
$$CB = ED$$

$$AB = 33 \quad \text{أو} \quad EF = 12$$

120

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

اختبار SAT/ACT أي عبارة أدناه ثبت تطابق المثلثين باستعمال
نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟



Ⓐ $\angle A \cong \angle D$

Ⓑ $\overline{AB} \cong \overline{DF}$

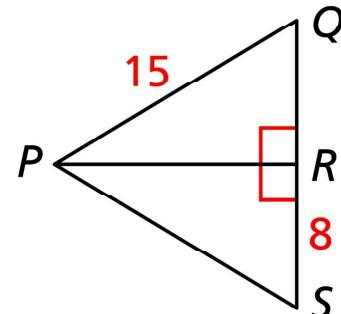
Ⓒ $\angle B \cong \angle F$

Ⓓ $\overline{AC} \cong \overline{DE}$

117

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟

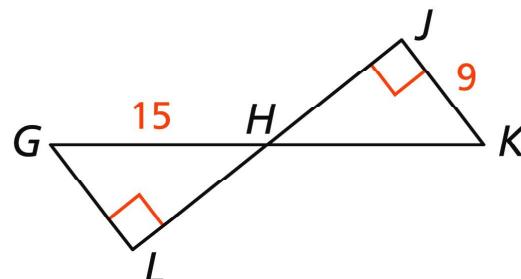


$$PS = 15$$

118

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الكافية لإثبات تطابق المثلثين
باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL) ؟



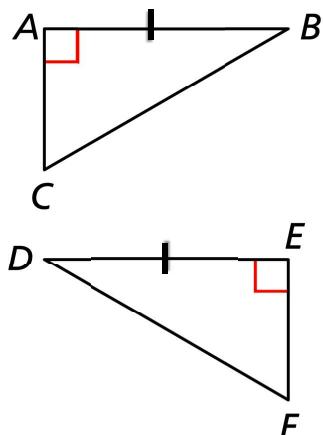
$$HK = 15 , \quad GL = 9$$

123

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية الالزمة لإثبات تطابق المثلثين ؟

باستعمال نظرية ضلعين والزاوية المحصورة بينهما (SAS)،



$$\overline{AB} \cong \overline{DE}$$

$$\overline{AC} \cong \overline{EF}$$

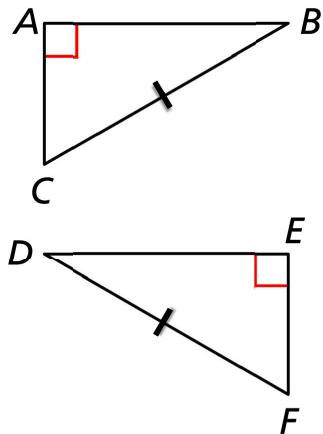
$$\text{والمعطى} \quad \overline{CB} \cong \overline{DF}$$

124

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية الالزمة لإثبات تطابق المثلثين ؟

باستعمال نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL)،



$$\overline{AC} \cong \overline{EF}$$

$$\overline{AB} \cong \overline{ED}$$

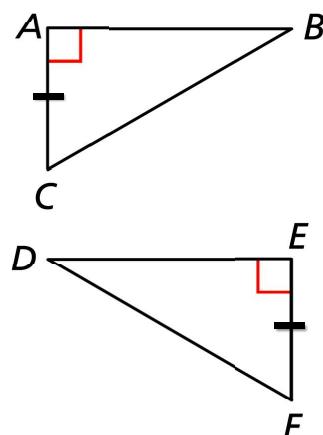
أو

121

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية الالزمة لإثبات تطابق المثلثين ؟

باستعمال نظرية زاويتين والضلع المحصور بينهما (ASA)،



$$\overline{AC} \cong \overline{EF}$$

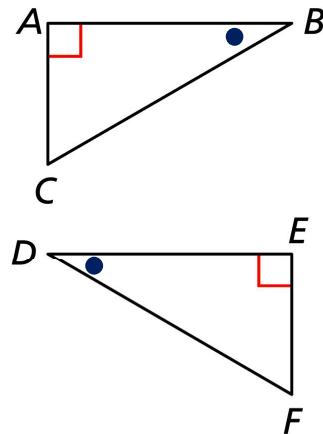
$$\angle C \cong \angle F$$

122

إيجاد المعلومات الإضافية لتطابق مثلثين

ما المعلومات الإضافية الالزمة لإثبات تطابق المثلثين ؟

باستعمال نظرية زاويتين وضلع غير محصور بينهما (AAS)،



$$\angle B \cong \angle D$$

$$\overline{AC} \cong \overline{EF}$$

$$\overline{CB} \cong \overline{FD}$$

أو

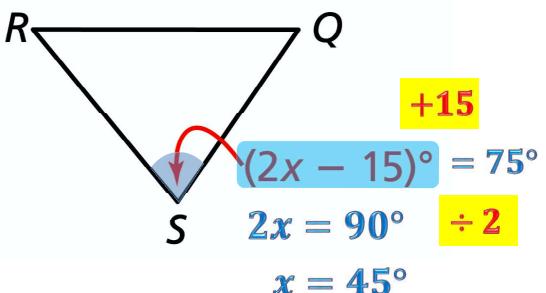
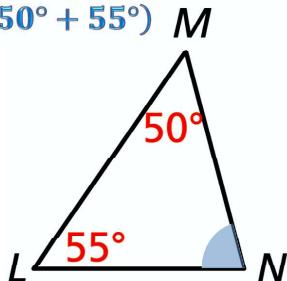
127

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

إذا كان $\triangle LMN \cong \triangle QRS$ إذا كان SAT/ACT اخبار ، فما قيمة x ؟

$$180^\circ - (50^\circ + 55^\circ)$$

$$= 75^\circ$$



- Ⓐ 30 Ⓑ 35 Ⓒ 45 Ⓓ 60

45

128

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

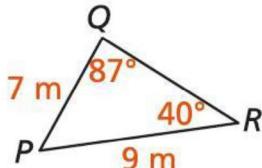
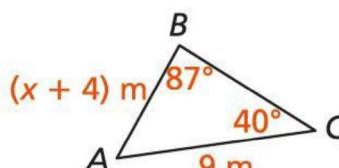
في الشكل أدناه لديك مثلثان متطابقان ، ما قيمة المجهول X ؟

3

4

7

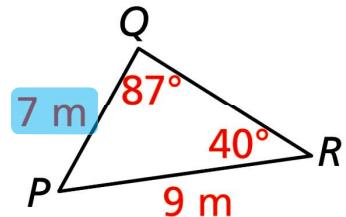
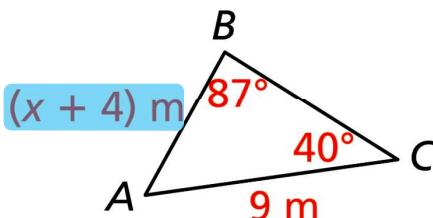
11



125

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

أوجد قيمة x .



$$x + 4 = 7$$

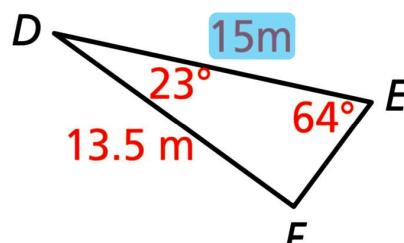
$$-4$$

$$x = 3$$

126

حساب قيم مجهولة باستخدام التطابق

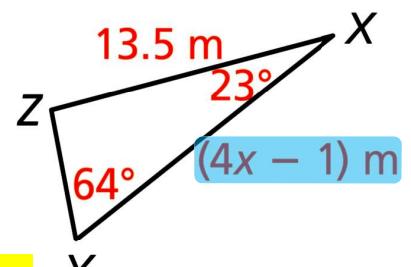
أوجد قيمة x .



$$4x - 1 = 15$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$



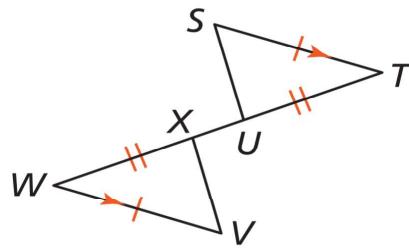
$$+1$$

$$\div 4$$

131

إثبات تطابق مثلثين

هل المثلثان متطابقان ؟ وضح إجابتك.



نعم متطابقان

معطى

1- $\overline{ST} \cong \overline{VW}$

معطى

2- $\overline{TU} \cong \overline{WX}$

بالتبادل

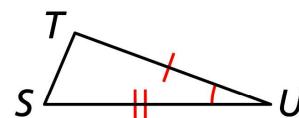
3- $\angle T \cong \angle W$

SAS

Δ Δ متطابقان

129

إثبات تطابق مثلثين

هل يتطابق ΔXYZ مع ΔSTU ؟ وضح إجابتك.

معطى

1- $\overline{TU} \cong \overline{YZ}$

معطى

2- $\overline{SU} \cong \overline{XZ}$

معطى

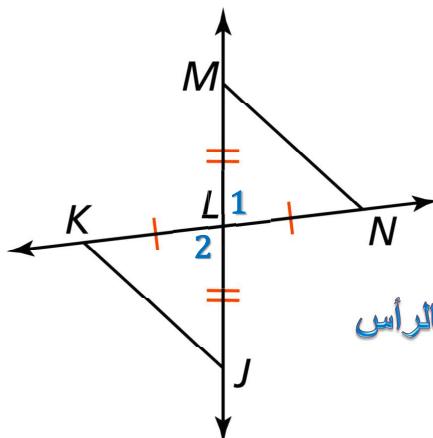
3- $\angle U \cong \angle Z$

SAS

Δ Δ متطابقان

132

إثبات تطابق مثلثين

هل ΔMNL يتطابق ΔJKL ؟ وضح إجابتك.

نعم متطابقان

معطى

1- $\overline{ML} \cong \overline{JL}$

معطى

2- $\overline{NL} \cong \overline{KL}$

بالتقابل بالرأس

3- $\angle L_1 \cong \angle L_2$

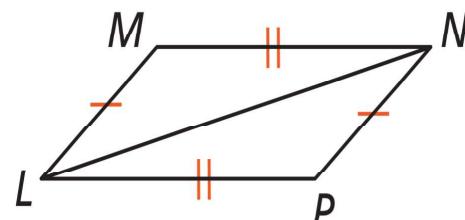
SAS

Δ Δ متطابقان

130

إثبات تطابق مثلثين

هل المثلثان متطابقان ؟ وضح إجابتك.



نعم متطابقان

معطى

1- $\overline{LM} \cong \overline{NP}$

معطى

2- $\overline{MN} \cong \overline{PL}$

ضلوع مشترك

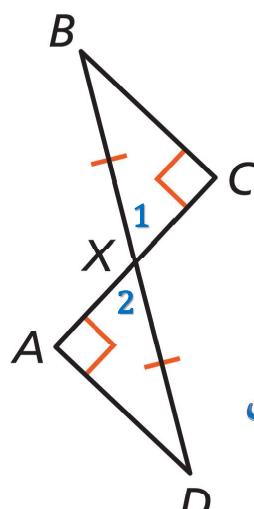
3- $\overline{LN} \cong \overline{LN}$

SSS

Δ Δ متطابقان

135

إثبات تطابق مثلثين



$\angle A \cong \angle C, \overline{BX} \cong \overline{DX}$ المعطيات:

$\overline{AX} \cong \overline{CX}$ إثبات أن المطلوب:

معطى 1- $\overline{BX} \cong \overline{DX}$ البرهان:

معطى 2- $\angle C \cong \angle A$

بالتقابل بالرأس 3- $\angle X_1 \cong \angle X_2$

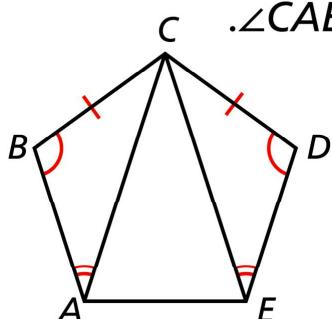
AAS متطابقان

$\overline{AX} \cong \overline{CX}$

من نتائج التطابق

136

إثبات تطابق مثلثين



انظر إلى الشكل المجاور واكتب برهاناً ذا عمودين
وأكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أن $\angle CAE \cong \angle CEA$.

معطى 1- $\overline{CB} \cong \overline{CD}$ البرهان :

معطى 2- $\angle B \cong \angle D$

معطى 3- $\angle BAC \cong \angle DEC$

AAS $\triangle CBA \cong \triangle CDE$

من نتائج التطابق

متطابقان $\triangle CAE$

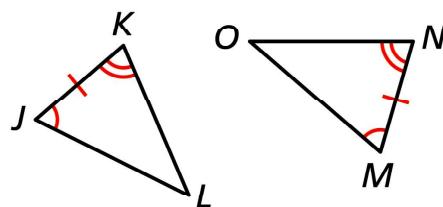
$\overline{CA} \cong \overline{CE}$

$\angle CAE \cong \angle CEA$

133

إثبات تطابق مثلثين

a. هل $\triangle MNO$ و $\triangle JKL$ متطابقان ؟ وضح إجابتك.



1- $\overline{KJ} \cong \overline{NM}$

2- $\angle K \cong \angle N$

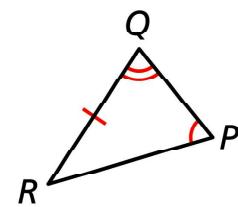
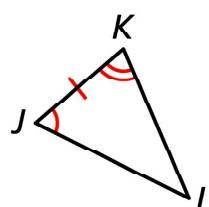
3- $\angle J \cong \angle M$

المثلثان متطابقان ASA

134

إثبات تطابق مثلثين

b. هل $\triangle PQR$ و $\triangle JKL$ متطابقان ؟ وضح إجابتك.

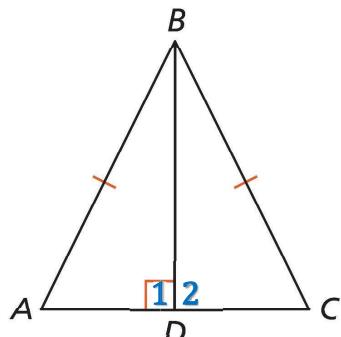


غير متطابقين

لأن الصلع \overline{JK} محصور بينما الصلع \overline{QR} غير محصور

139

إثبات تطابق مثلثين



المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CB}$

$\overline{AC} \perp \overline{DB}$

المطلوب: إثبات أن $\Delta ABD \cong \Delta CBD$

البرهان:

1- $\overline{BA} \cong \overline{BC}$

2- $\angle D_1 \cong \angle D_2$

3- $\overline{BD} \cong \overline{BD}$

HRL

متطابقان $\Delta\Delta$

معطى

قائمتان

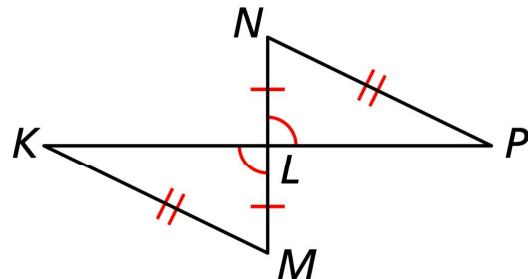
ضلع مشترك

137

إثبات تطابق مثلثين

حل الخطأ قال صالح إن $\Delta KLM \cong \Delta PLN$ بحسب نظرية الوتر وضلع القائمة (HRL). بين خطأ صالح وصحته.

X



النظرية خاصة فقط

بالمثلثات القائمة

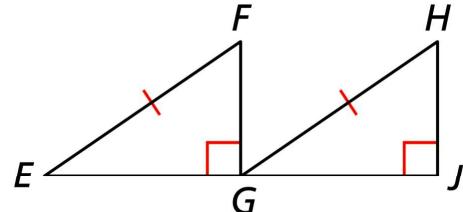
والمثلثين هنا غير قائمين

140

إثبات تطابق مثلثين

المعطيات: \overline{EJ} هي نقطة منتصف \overline{EF} , و G هي نقطة منتصف \overline{GH}

المطلوب: إثبات أن $\Delta EFG \cong \Delta GHJ$



البرهان:

1- $\overline{EF} \cong \overline{GH}$

2- $\overline{EG} \cong \overline{GJ}$

3- $\angle EGF \cong \angle J$

معطى

\overline{EJ} منتصف \overline{G}

قائمتان

HRL

متطابقان $\Delta\Delta$

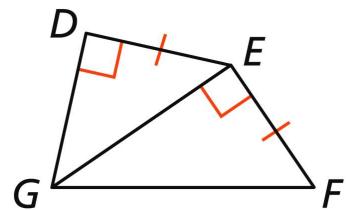
138

إثبات تطابق مثلثين

حل الخطأ كتب محمد البرهان أدناه

لإثبات أن $\Delta DEG \cong \Delta EFG$.

بين خطأ محمد وصحته.



و ΔEFG قائما الزاوية

يبين الشكل أن $\overline{EG} \cong \overline{EG}$ وأن $\overline{DE} \cong \overline{EF}$ وأن

إذن، $\Delta DEG \cong \Delta EFG$ بحسب نظرية (HRL)

الضلع المشترك \overline{GE}

يمثل وتر في ΔDEG ويمثل ساق في ΔEFG

X

143

تسمية كثيرات الحدود

سم كل كثيرة حدود أدناه حسب درجتها وعدد حدودها :

$$17yx^2 + xy - 5$$

ثلاثية حدود تكعيبية

$$5x^3 + 2x - 8$$

ثلاثية حدود تكعيبية

$$100x^2 + 3$$

ثنائية حد تربيعية

$$-9x^4 + 8x^3 - 7x + 1$$

كثيرة حدود من الدرجة الرابعة



144

الصيغة القياسية لكتيرات الحدود

اكتب كل كثيرة حدود أدناه في الصيغة القياسية :

$$\begin{array}{cccc} 2 & 3 & 1 & 4 \\ & & & \\ 3x^2 - 2x + x^3 + 6 & = & x^3 + 3x^2 - 2x + 6 \end{array}$$

$$2y - 3 - y^2 = -y^2 + 2y - 3$$

$$\begin{aligned} 7x - 5 - x^3 + 6x^4 - 3x^2 \\ = 6x^4 - x^3 - 3x^2 + 7x - 5 \end{aligned}$$

142

تسمية وحدات الحد

سم كل وحيدة حد أدناه حسب درجتها :

$$\text{وحيدة حد من الدرجة الثانية (تربيعية) } \quad 5x^2$$

$$\text{وحيدة حد من الدرجة الخامسة } \quad -3x^2y^3$$

$$\text{وحيدة حد من الدرجة الثالثة (تكعيبية) } \quad 7xy^2$$

$$\text{وحيدة حد من الدرجة الأولى (خطية) } \quad -4x$$

$$\text{وحيدة حد من الدرجة صفر (ثابتة) } \quad 6$$

147

جمع كثيرات الحدود

اختبار SAT/ACT ما مجموع

$$? \quad 3x^2 - 4x + 6 + -2x^2 + 3x - 4$$

- Ⓐ $x^4 - x^2 + 2$
- Ⓑ $5x^4 + 7x^2 + 10$
- Ⓒ 2
- Ⓓ $x^2 - x + 2$
- Ⓔ $2x^6$

148

جمع كثيرات الحدود

حل الخطأ: قامت أسماء بجمع كثيري الحدود أدناه :

$$(3x^2 + 2x + 3) + (2x^2 + 4x + 1) = 5x^4 + 6x^2 + 4$$

أوجد خطأ أسماء وصححه

X

قامت أسماء بجمع الأسس

والصحيح أن نجمع المعاملات فقط للحدود المتشابهة

ولا نجمع الأسس

$$(3x^2 + 2x + 3) + (2x^2 + 4x + 1) = 5x^2 + 6x + 4$$

145

تبسيط كثيرات الحدود

بسط كل كثيرة حدود أدناه واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$5 + 8y^2 - 12y^2 + 3y = -4y^2 + 3y + 5$$

$$3x + 2x^2 - 4x + 3x^2 - 5x = 5x^2 - 6x$$

146

جمع كثيرات الحدود

بسط المقدار التالي واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$(x^2 + 2x - 4) + (2x^2 - 5x - 3)$$

$$= 3x^2 - 3x - 7$$

$$(2x^2 - 7x^3 + 8x) + (-8x^3 - 3x^2 + 4)$$

$$= -15x^3 - 1x^2 + 8x + 4$$

151

طرح كثيرات الحدود

ما المقدار المكافئ للمقدار

$$(x^2 + 3x - 5) - (4x^2 + 3x - 6)$$

- (A) $5x^2 + 6x - 11$
- (B) $-3x^4 + 6x^2 + 1$
- (C) $-3x^2 + 1$
- (D) $-3x^2 + 6x - 11$

152

طرح كثيرات الحدود

حل الخطأ أوجد الخطأ الذي وقع فيه الطالب عند طرح كثيرات
الحدود ثم صاحه.

$$\begin{aligned} & (-5x^2 + 2x - 3) - (3x^2 - 2x - 6) \\ &= -5x^2 + 2x - 3 - 3x^2 - 2x - 6 \\ &= -8x^2 - 9 \end{aligned}$$

طالب ضرب الإشارة السالبة في الحد الأول فقط ولم يضربها في
باقي الحدود

$$\begin{aligned} & = -5x^2 + 2x - 3 - 3x^2 + 2x + 6 \\ &= -8x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

149

طرح كثيرات الحدود

بسط المقدار التالي واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$(3x^2 - 5x - 8) - (-4x^2 - 2x + 1)$$

$$3x^2 - 5x - 8 + 4x^2 + 2x - 1$$

$$7x^2 - 3x - 9$$

150

طرح كثيرات الحدود

بسط المقدار التالي واكتب الناتج في الصيغة القياسية :

$$(5y^2 - 2y + 1) - (y^2 + y + 3)$$

$$5y^2 - 2y + 1 - y^2 - y - 3$$

$$4y^2 - 3y - 2$$

155

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10 \\ = x^2 + 7x + 10$$

156

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(2x + 5)(3x - 1) = 6x^2 - 2x + 15x - 5 \\ = 6x^2 + 13x - 5$$

153

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$2x(x^2 + 3x - 1) = 2x^3 + 6x^2 - 2x$$

154

ضرب كثيرات الحدود

حل الخطأ: قامت ماجدة بإجراء عملية الضرب التالية :

$$4x^3(x^3 + 2x^2 - 3) = 4x^9 + 8x^6 - 12x^3 \quad X$$

أوجد خطأ ماجدة وصححه

قامت ماجدة بضرب الأسس
والصحيح أن تجمع الأسس عند إجراء عملية الضرب

$$4x^3(x^3 + 2x^2 - 3) = 4x^6 + 8x^5 - 12x^3$$

159

ضرب كثيرات الحدود

اختبار SAT/ACT ما ناتج ضرب $(-2x + 2)(x - 5)$ ؟

Ⓐ $-2x^2 - 10$

Ⓑ $-2x^2 + 12x - 10$

Ⓒ $-x - 3$

Ⓓ $-2x^2 - 12x - 10$

160

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(2x + 5)(x^2 - 3x + 1)$$

$$= 2x^3 - 6x^2 + 2x + 5x^2 - 15x + 5$$

$$= 2x^3 - x^2 - 13x + 5$$

157

ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x + 2y)(x + 4y) = x^2 + 4xy + 2xy + 8y^2$$

$$= x^2 + 6xy + 8y^2$$

158

ضرب كثيرات الحدود

حل الخطأ : بين خطأ حمد عند ضرب ثانيةي الحد أدناه وصححه :

$$(2x + 2)(4x - 1) = 8x^2 - 2$$

ضرب حمد الحد الأول في الحد الأول ، والحد الثاني في الحد الثاني
والصحيح أن يوزع القوس الأول على القوس الثاني

$$(2x + 2)(4x - 1) = 8x^2 - 2x + 8x - 2$$

$$= 8x^2 + 6x - 2$$

163

ضرب مجموع حددين في الفرق بينهما

حل الخطأ: يُبيّن خطأ حمزة عند إجراء الضرب أدناه وصحيحه :

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 6x - 9$$

X

زاد حمزة الحد $-6x$ على ناتج الضرب

حيث أن ناتج ضرب x في -3 يساوي $-3x$

وناتج ضرب 3 في x يساوي $3x$

ومجموع هذين الحدين صفر ، فلا يوجد حد الأوسط لناتج الضرب

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$$

164

ضرب مجموع حددين في الفرق بينهما

استخدم ضرب كثيرات الحدود لإيجاد ناتج ضرب ما يلي :

$$56 \times 44 = (50 + 6)(50 - 6)$$

$$= 2500 - 36$$

$$= 2464$$

161

ضرب مجموع حددين في الفرق بينهما

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x - 3)(x + 3) = x^2 - 9$$

$$(2x - 5)(2x + 5) = 4x^2 - 25$$

$$(3x - 2y)(3x + 2y) = 9x^2 - 4y^2$$

162

ضرب مجموع حددين في الفرق بينهما

ما ناتج $(3x^2 - 4y)(3x^2 + 4y)$ اختبار SAT/ACT ؟

Ⓐ $9x^4 - 24x^2y - 16y^2$

Ⓑ $3x^2 - 4y^2$

Ⓒ $9x^4 - 16y^2$

Ⓓ $3x^2 + 14x^2y - 4y$

167

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

استخدم ضرب كثيرات الحدود لإيجاد ناتج ضرب ما يلي :

$$\begin{aligned} 71^2 &= (70 + 1)^2 \\ &= 4900 + 140 + 1 \\ &= 5041 \end{aligned}$$

168

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

استخدم ضرب كثيرات الحدود لإيجاد ناتج ضرب ما يلي :

$$\begin{aligned} 29^2 &= (30 - 1)^2 \\ &= 900 - 60 + 1 \\ &= 841 \end{aligned}$$

165

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

أوجد ناتج الضرب لكثيرات الحدود المعطاة فيما يلي :

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$$

$$(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$$

$$(x + 5y^2)^2 = x^2 + 10xy^2 + 25y^4$$

166

مربع ثنائية حد (المربع الكامل)

حل الخطأ بين الخطأ الذي ارتكبه جاسم عند تربيع $(x + 5)$ ، ثم صحيحة.

$$(x + 5)^2 = x^2 + 25 \quad \text{X}$$

جاسم لم يوجد الحد الأوسط

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

171

نظريّة ذات الحدين

باستخدام نظريّة ذات الحدين أوجد ناتج $(x + y)^4$

$$= 1 x^4 y^0 + 4 x^3 y^1 + 6 x^2 y^2 + 4 x^1 y^3 + 1 x^0 y^4$$

$$= x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

ملاحظة: يمكنك استخدام الآلة الحاسبة بدلاً من مثلث باسكال

باستخدام المفتاح nCr ، بالضغط على n ثم \div ثم r ثم shift

حيث n تمثل الأس أعلى القوس (ويساوي هنا 4) ، و r تمثل الأعداد من 0 إلى 4

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 4 & & & \\ & & & \swarrow & \searrow & & \\ & & 1 & & 4 & & \\ & & \swarrow & \searrow & & \swarrow & \searrow \\ & 1 & & 6 & & 4 & \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ 1 & & 7 & & 21 & & 35 \end{array}$$

169

مثلث باسكال

الصف 0

الصف 1

الصف 2

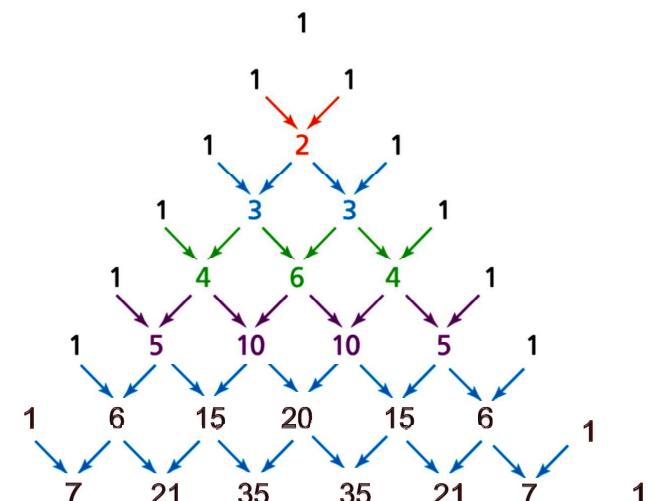
الصف 3

الصف 4

الصف 5

الصف 6

الصف 7



172

نظريّة ذات الحدين

باستخدام نظريّة ذات الحدين أوجد ناتج $(x + 2)^3$

$$= 1 x^3 2^0 + 3 x^2 2^1 + 3 x^1 2^2 + 1 x^0 2^3$$

$$= x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 3 & & & \\ & & & \swarrow & \searrow & & \\ & & 1 & & 3 & & \\ & & \swarrow & \searrow & & \swarrow & \searrow \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \end{array}$$

170

نظريّة ذات الحدين

$$(a + b)^n = C_0 a^n + C_1 a^{n-1} b + C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_{n-1} a b^{n-1} + C_n b^n$$

* عدد الحدود في الناتج يزيد عن الأس بمقدار 1

* الأس الخاص بالحد الأول a يبدأ بـ n ثم يتناقص حتى يكون 0

الأس الخاص بالحد الثاني b يبدأ بـ 0 ثم يتزايد حتى يكون n

مجموع الأسس للمتغيرين a, b في أي حد يساوي n

* معاملات الحدود في المفکوك هي الأعداد الموجودة بالصف

رقم n في مثلث باسكال

175

نظريّة ذات الحدين

باستخدام نظريّة ذات الحدين أوجد ناتج $(2c + d)^6$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1} (2c)^6 d^0 + 6 (2c)^5 d^1 + 15 (2c)^4 d^2 + 20 (2c)^3 d^3 \\
 &\quad + 15 (2c)^2 d^4 + 6 (2c)^1 d^5 + \cancel{1} (2c)^0 d^6 \\
 &= 64c^6 + 192c^5d + 240c^4d^2 + 160c^3d^3 \\
 &\quad + 60c^2d^4 + 12cd^5 + d^6
 \end{aligned}$$

173

نظريّة ذات الحدين

باستخدام نظريّة ذات الحدين أوجد ناتج $(x - 3)^4$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1} x^4 \cancel{3}^0 - 4 x^3 \cancel{3}^1 + \cancel{6} x^2 \cancel{3}^2 - 4 x^1 \cancel{3}^3 + \cancel{1} x^0 \cancel{3}^4 \\
 &= x^4 - 12x^3 + 54x^2 - 108x + 81
 \end{aligned}$$

ملاحظة: يمكنك استخدام الآلة الحاسبة لتبسيط المعاملات العددية

الصف 4 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1

176

نظريّة ذات الحدين

باستخدام نظريّة ذات الحدين أوجد ناتج $(s^2 + 3)^5$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1} (s^2)^5 \cancel{3}^0 + 5 (s^2)^4 \cancel{3}^1 + 10 (s^2)^3 \cancel{3}^2 + 10 (s^2)^2 \cancel{3}^3 \\
 &\quad + 5 (s^2)^1 \cancel{3}^4 + \cancel{1} (s^2)^0 \cancel{3}^5 \\
 &= s^{10} + 15s^8 + 90s^6 + 270s^4 + 405s^2 + 243
 \end{aligned}$$

174

نظريّة ذات الحدين

باستخدام نظريّة ذات الحدين أوجد ناتج $(x - 1)^7$

$$\begin{aligned}
 &= \cancel{1} x^7 \cancel{1}^0 - 7 x^6 \cancel{1}^1 + 21 x^5 \cancel{1}^2 - 35 x^4 \cancel{1}^3 + 35 x^3 \cancel{1}^4 \\
 &\quad - 21 x^2 \cancel{1}^5 + 7 x^1 \cancel{1}^6 - \cancel{1} x^0 \cancel{1}^7 \\
 &= x^7 - 7x^6 + 21x^5 - 35x^4 + 35x^3 \\
 &\quad - 21x^2 + 7x - 1
 \end{aligned}$$

179

نظريّة ذات الحدين

أوجد الحد الرابع في مفکوك $(x + y)^5$

$$5 C_3 \ x^2 \ y^3 = 10 \ x^2 \ y^3$$

ملاحظة :

يمكنك استخدام الحاسبة لحساب هذا المعامل بدلاً من مثلث باسكال

0	1	2	3		
الصف 5	1	5	10	10	5 1

180

نظريّة ذات الحدين

أوجد الحد الثالث في مفکوك $(a - 3)^6$

$$6 C_2 \ a^4 \ (-3)^2 = 15 \ a^4 \ (9)$$

$$= 135 \ a^4$$

0	1	2				
الصف 6	1	6	15	20	15	6 1

177

نظريّة ذات الحدين

ما عدد الحدود في مفکوك $(2x + 7)^9$ ؟

- A 2
- B 7
- C 9
- D 10

عدد الحدود في المفکوك
يزيد عن الأُس بمقدار 1

178

نظريّة ذات الحدين

أيّاً مما يلي يمثل حدًا في مفکوك $(x + y)^6$ ؟

- A $6xy^5$
- B $7xy^6$
- C $56x^3y^5$
- D $126x^4y^5$

مجموع الأُسّس في أي حد من المفکوك
يساوي الأُس المعطى

183

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لوحيدتي الحد التاليتين :

$$4x^3, 9y^5$$

$(2)(2).x.x.x$ $(3)(3).y.y.y.y.y$

إذن لا يوجد عامل مشترك

181

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لوحيدتي الحد التاليتين :

$$8a^2, 28a^5$$

$(2)(2)(2).a.a$ $(2)(2)(7).a.a.a.a.a$

إذن العامل المشترك الأكبر هو $4a^2$

184

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لحدود كثيرة الحدود التالية :

$$-18y^4 + 6y^3 + 24y^2$$

$(2)(3)(3).y.y.y.y$ $(2)(3).y.y.y$ $(2)(2)(2)(3).y.y$

إذن العامل المشترك الأكبر هو $6y^2$

182

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

أوجد العامل المشترك الأكبر (GCF) لحدود كثيرة الحدود التالية :

$$15x^2 + 18$$

$(3)(5).x.x$ $(2)(3)(3)$

إذن العامل المشترك الأكبر هو 3

187

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حلل كثيرة الحدود التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (GCF) :

$$3m^2 - 13m + 4 = 3m^2 - 13m + 4$$




لا يوجد عامل مشترك

188

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حلل الخطأ صف الخطأ الذي وقع فيه محمد عند تحليل $10a^3b - 5a^2b^2 - 15ab$ إلى عواملها، وصحّه.

$$\begin{aligned} & 10a^3b - 5a^2b^2 - 15ab \\ &= 5a(2a^2b - ab^2 - 3b) \end{aligned}$$



أخطأ بإخراج العامل المشترك الأكبر $5a$ فقط رغم أن المتغير b مشترك أيضاً في كل الحدود

فيكون العامل المشترك الصحيح هو $5ab$

ويكون التحليل الصحيح $5ab(2a^2 - ab - 3)$

185

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حلل كثيرة الحدود التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (GCF) :

$$x^3 + 5x^2 - 22x = x(x^2 + 5x - 22)$$



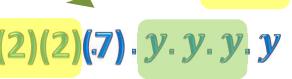

186

تحليل كثيرات الحدود بإخراج العامل المشترك

حلل كثيرة الحدود التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر (GCF) :

$$-16y^6 + 28y^4 - 20y^3 = 4y^3(-4y^3 + 7y - 5)$$





$= 4y^3 (-4y^3 + 7y - 5)$ المقدار

191

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثيات الحدود التالية :

$$x^2 - 10xy + 21y^2 = (x - 3y)(x - 7y)$$

$$x^2 - 10xy - 11y^2 = (x + 1y)(x - 11y)$$

$$x^2 + 12xy + 32y^2 = (x + 4y)(x + 8y)$$

192

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

حل الخطأ وضح خطأ محمود في إنشاء الجدول التالي لتحليل ثلاثة الحدود $26 - x^2 - 11x$ إلى عواملها، وصحح هذا الخطأ.

عوامل	مجموع العوامل
11 و -1	10
-11 و 1	-10

ثلاثية الحدود $26 - x^2 - 11x$ غير قابلة للتحليل إلى عوامل لأنه لا توجد عوامل للعدد b يكون ناتج جمعها c .

X

الخطأ:

محمود أوجد عوامل -11

بدلاً من إيجاد عوامل -26

وهي 2, -13

189

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثيات الحدود التالية :

$$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

$$x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$$

$$x^2 - 8x - 20 = (x + 2)(x - 10)$$

$$x^2 + 6x - 7 = (x - 1)(x + 7)$$

190

تحليل ثلاثي الحدود البسيط

صل كل ثلاثة حدد بصيغتها التحليلية.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| I. $x^2 + 13x + 30$ | A. $(x - 10)(x + 3)$ |
| II. $x^2 + x - 30$ | B. $(x - 6)(x + 5)$ |
| III. $x^2 - 7x - 30$ | C. $(x - 5)(x + 6)$ |
| IV. $x^2 - x - 30$ | D. $(x + 10)(x + 3)$ |

$$IV. \quad x^2 - x - 30$$

$$D. \quad (x + 10)(x + 3)$$

195

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $2 + 5x + 3x^2$

$$(3x + 2)(x + 1)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

196

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $3 + 13x + 4x^2$

$$(4x + 1)(x + 3)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

193

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

ما الصيغة التحليلية لكثيرة الحدود $3x^3 + 15x^2 - 18x$ ؟

أولاً : نبحث عن العوامل المشتركة إن وجدت :

$$3x^3 + 15x^2 - 18x$$

يوجد عامل مشترك وهو $3x$

$$(3)(x)(x)(x) + (3)(5)(x)(x) - (2)(3)(3)(x)$$

$$3x^3 + 15x^2 - 18x = 3x(x^2 + 5x - 6)$$

ثانياً : نحلل ثلاثية الحدود التربيعية الناتجة (ما بين القوسين) :

$$3x^3 + 15x^2 - 18x = 3x(x - 1)(x + 6)$$

194

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $50 + 35x - 5x^2$

يمكن إخراج عامل مشترك

$$= (5)(x)(x) - (5)(7)(x) + (2)(5)(5)$$

$$= 5(x^2 - 7x + 10)$$

$$= 5(x - 2)(x - 5)$$

199

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $3 - 10x - 8x^2$

$$(2x - 3)(4x + 1)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

200

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

اختبار SAT/ACT ما الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود
 $3x^2 - 5x - 12$

- Ⓐ $(x - 4)(3x + 1)$
- Ⓑ $(x - 3)(3x + 4)$**
- Ⓒ $(x + 4)(3x - 9)$
- Ⓓ $3(x + 2)(x - 3)$
- Ⓔ $3(x - 4)(x + 1)$

197

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $9 - 17x + 2x^2$

$$(2x + 1)(x - 9)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

198

تحليل ثلاثي الحدود غير البسيط

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود $4 - 7x + 2x^2$

$$(2x - 1)(x + 4)$$

توجد أكثر من طريقة لتحليل هذا المقدار ، اختر أسهل هذه الطرق

203

تحليل الفرق بين مربعين

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار:

$$9m^4 - 25n^6$$

$$= (3m^2 - 5n^3)(3m^2 + 5n^3)$$

204

تحليل الفرق بين مربعين

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار:

$$m^8 - 9n^{10}$$

$$= (m^4 - 3n^5)(m^4 + 3n^5)$$

201

تحليل الفرق بين مربعين

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$$

$$25y^2 - 36 = (5y - 6)(5y + 6)$$

$$9 - 4x^2 = (3 - 2x)(3 + 2x)$$

202

تحليل الفرق بين مربعين

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$p^2 - \frac{49}{100} = (p - \frac{7}{10})(p + \frac{7}{10})$$

$$16x^2 - 81y^2 = (4x - 9y)(4x + 9y)$$

207

تحليل المربع الكامل

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود التالية :

$$x^2 + 10x + 25$$

$$= (x + 5)(x + 5)$$

$$= (x + 5)^2$$

208

تحليل المربع الكامل

أوجد الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود التالية :

نأخذ
عامل مشترك
 $2x$

$$2x^3 + 32x^2 + 128x$$

$$= 2x(x^2 + 16x + 64)$$

$$= 2x(x + 8)(x + 8)$$

$$= 2x(x + 8)^2$$

205

تحليل الفرق بين مربعين

أوجد الصيغة التحليلية للمقدار :

$$49x^3 - 16xy^2$$

$$= x(49x^2 - 16y^2)$$

$$= x(7x - 4y)(7x + 4y)$$

206

تحليل الفرق بين مربعين

ما الصيغة التحليلية للمقدار $x^2 - 16$ ؟

A $(x - 1)(x - 16)$

B $(x - 2)(x + 8)$

C $(x - 4)(x - 4)$

X $(x - 4)(x + 4)$

211

تحليل المربع الكامل

حدد قيمة c
التي تجعل ثلاثة الحدود التالية قابلة للتحليل كمربع كامل :

$$x \cdot x \quad (2)(?)(x)$$

$$x^2 + 24x + c \quad ??$$

$$? = 12$$

$$c = 12 \times 12 = 144$$

212

تحليل المربع الكامل

صل كل مقدار بصورته التحليلية.

- I. $25m^2 - 9n^2$
 - II. $25m^2 - 30mn + 9n^2$
 - III. $25m^2 - 30mn - 9n^2$
 - IV. $25m^2 + 30mn + 9n^2$
- غير قابل للتحليل

209

تحليل المربع الكامل

اختبار SAT/ACT ما الصيغة التحليلية لثلاثية الحدود الآتية:

نأخذ 6 كعامل مشترك من كل الحدود

A) $6(x - 25)^2$

B) $6(x - 5)(x - 10)$

C) $6(x - 5)^2$

D) $6(x - 5)(x + 5)$

$6(x^2 - 10x + 25)$

$6(x - 5)(x - 5)$

$6(x - 5)^2$

210

تحليل المربع الكامل

حدد قيمة c

التي تجعل ثلاثة الحدود التالية قابلة للتحليل كمربع كامل :

$$(2)(3)(x)$$

$$x \cdot x \quad x^2 + cx + 9 \quad 3 \cdot 3$$

$$c = 6$$

215

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار

$$\begin{aligned}x^9 - 125 &= (x^3)^3 - 5^3 \\&= (x^3 - 5)(x^6 + 5x^3 + 25)\end{aligned}$$

216

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

استخدم متطابقات كثيرات الحدود لتحليل المقدار

$$\begin{aligned}27x^9 - 343y^6 &= (3x^3)^3 - (7y^2)^3 \\&= (3x^3 - 7y^2)(9x^6 + 21x^3y^2 + 49y^4)\end{aligned}$$

213

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$\begin{aligned}x^3 - 8 &= x^3 - 2^3 \\&= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)\end{aligned}$$

214

تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما

أوجد الصيغة التحليلية لكل مقدار مما يلي :

$$\begin{aligned}x^3 + 27 &= x^3 + 3^3 \\&= (x + 3)(x^2 - 3x + 9)\end{aligned}$$

219

ضرب المقادير النسبية

أوجد الصيغة المبسطة للمقدار التالي وحدد مجاله :

$$\begin{aligned}
 & \frac{5x}{x+3} \cdot \frac{x^2+x-6}{x^2+2x+1} \cdot \frac{x^2+x}{5x-10} \\
 = & \frac{\cancel{5x}}{\cancel{x+3}} \cdot \frac{(x-2)(x+3)}{(x+1)(x+1)} \cdot \frac{x(x+1)}{\cancel{5}(x-2)} \\
 x = & -3, -1, 2 \quad \text{المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا} \\
 = & \frac{x^2}{x+1}
 \end{aligned}$$

220

ضرب المقادير النسبية

أوجد الصيغة المبسطة للمقدار التالي وحدد مجاله :

$$\begin{aligned}
 & \frac{x-3}{4x} \cdot \frac{3x+9}{6x-18} \cdot \frac{4x^2}{x^2+3x} \\
 = & \frac{\cancel{x-3}}{\cancel{4x}} \cdot \frac{3(x+3)}{6(x-3)} \cdot \frac{4(x)(x)}{\cancel{x}(x+3)} \\
 x = & 0, 3, -3 \quad \text{المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا} \\
 = & \frac{3}{6} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

217

مجال المقدار النسبي

اختبار SAT/ACT ما قيمة x التي تجعل المقدار

$$\frac{2x^2 + 8x}{(x+4)(x^2 - 9)}$$

Ⓐ -8

✗ Ⓛ -3

Ⓒ 0

Ⓓ 4

Ⓔ 9

218

ضرب المقادير النسبية

أوجد ناتج الضرب $\frac{3x^2}{5yz}$ و $\frac{2yz^2}{x}$ وحدد مجاله.

$$\frac{3x^2}{4yz} \cdot \frac{2yz^2}{x}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا

$$x = 0, y = 0, z = 0$$

$$= \frac{3(x)(x)}{(2)(2)yz} \cdot \frac{2y(z)(z)}{x} = \frac{3xz}{2}$$

223

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسط وحدد المجال فيما يلي :

$$\frac{3a^2}{5bc} \div \frac{a}{2bc^2}$$

$$= \frac{3a^2}{5bc} \times \frac{2bc^2}{a}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا

$$a = 0, b = 0, c = 0$$

$$= \frac{3a \cdot a}{5bc} \times \frac{2bc \cdot c}{a} = \frac{6ac}{5}$$

224

قسمة المقادير النسبية

حل الخطأ قسم جاسم المقادير النسبية التاليين كما يلي:

$$\frac{4x}{5y} \div \frac{20x^2}{25y^2} = \frac{4x}{5y} \div \frac{4^4 \cdot 5x^2}{25y^2} = \frac{16x^3}{25y^3}$$

صف الأخطاء التي وقع فيها جاسم وصحيحها.

أخطأ جاسم عندما لم يقلب المقسم عليه ، ولم يذكر المجال

$$= \frac{4x}{5y} \times \frac{25y^2}{20x^2} = \frac{4x}{5y} \times \frac{(5)(5)(y)(y)}{(4)(5)(x)(x)} = \frac{y}{x}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا 0

221

ضرب المقادير النسبية

أوجد الصيغة المبسطة للمقدار التالي وحدد مجاله :

$$\frac{x^2 - 16}{9 - x} \cdot \frac{x^2 + x - 90}{x^2 + 14x + 40}$$

$$= \frac{(x - 4)(x + 4)}{-(x - 9)} \cdot \frac{(x - 9)(x + 10)}{(x + 4)(x + 10)}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا

$$x = 9, -4, -10$$

$$= \frac{x - 4}{-1} = -x + 4$$

222

ضرب المقادير النسبية

حل الخطأ صف خطأ ناصر عند ضرب وتبسيط

$$\frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2}$$

أخطأ ناصر عندما حذف x فقط

$$= \frac{x+2}{x-2} \cdot \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x-1)}$$

من بسط الكسر الأول $x + 2$

$$= \frac{2}{-1}$$

ومن مقام الكسر الثاني $x - 1$

لأنه يمكن حذف

العوامل المشتركة كاملة

وليس الحدود المشتركة فقط



$$= \frac{x+2}{x-1}$$

227

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{(x+1)^2}{1-x^2} \div \frac{x^2+5x+4}{x^2+3x-4} \\ &= \frac{(x+1)^2}{-(x^2-1)} \times \frac{x^2+3x-4}{x^2+5x+4} \\ &= \frac{\cancel{(x+1)(x+1)}}{\cancel{-(x-1)(x+1)}} \times \frac{\cancel{(x-1)(x+4)}}{\cancel{(x+1)(x+4)}} = -1 \end{aligned}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $-1, -4$

228

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{25x^2-4}{x^2-9} \div \frac{5x-2}{x+3} \\ &= \frac{25x^2-4}{x^2-9} \times \frac{x+3}{5x-2} \\ &= \frac{\cancel{(5x-2)(5x+2)}}{\cancel{(x-3)(x+3)}} \times \frac{\cancel{x+3}}{\cancel{5x-2}} = \frac{5x+2}{x-3} \end{aligned}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $3, -3, \frac{2}{5}$

225

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{2x^2-12x}{x+5} \div \frac{x-6}{x+5} \\ &= \frac{2x^2-12x}{x+5} \times \frac{x+5}{x-6} \\ &= \frac{\cancel{2x(x-6)}}{\cancel{x+5}} \times \frac{\cancel{x+5}}{\cancel{x-6}} \\ &= 2x \end{aligned}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $-5, 6$

226

قسمة المقادير النسبية

أوجد ناتج القسمة المبسط وحدد المجال فيما يلي :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+9x} \div \frac{6-x}{3x^2-18x} \\ &= \frac{1}{x^2+9x} \times \frac{3x^2-18x}{6-x} \\ &= \frac{1}{\cancel{x}(x+9)} \times \frac{\cancel{3x(x-6)}}{\cancel{-(x-6)}} \\ &= \frac{-3}{x+9} \end{aligned}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا $0, -9, 6$

231

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

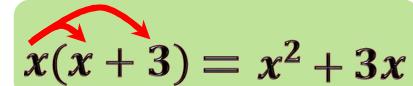
$$\frac{10x - 5}{2x + 3} + \frac{8 - 4x}{2x + 3} = \frac{6x + 3}{2x + 3}$$

232

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{2x + 1}{x^2 + 3x} + \frac{3x - 8}{x(x + 3)} = \frac{5x - 7}{x^2 + 3x}$$



$$x(x+3) = x^2 + 3x$$

229

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{x}{x + 4} + \frac{5}{x + 4} = \frac{x + 5}{x + 4}$$

230

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{x - 5}{x + 5} + \frac{3x - 21}{x + 5} = \frac{4x - 26}{x + 5}$$

235

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{2x}{3x+4} + \frac{4x^2 - 11x - 12}{6x^2 + 5x - 4}$$

$$= \frac{2x}{3x+4} + \frac{4x^2 - 11x - 12}{(3x+4)(2x-1)}$$

$$= \frac{2x(2x-1)}{(3x+4)(2x-1)} + \frac{4x^2 - 11x - 12}{(3x+4)(2x-1)}$$

$$= \frac{4x^2 - 2x + 4x^2 - 11x - 12}{(3x+4)(2x-1)} = \frac{8x^2 - 13x - 12}{(3x+4)(2x-1)}$$

$$, x \neq -\frac{4}{3}, \frac{1}{2}$$

236

جمع المقادير النسبية

حل الخطأ جمع أحد الطالب المقادير النسبية كما يلي:

$$\frac{5x}{x+7} + \frac{7}{x} = \frac{5x}{x+7} + \frac{7(7)}{x+7} = \frac{5x+49}{x+7}$$



صف خطأ الطالب وصحّه.

أخطأ الطالب عندما قام بتعديل مقام الكسر الثاني بإضافة 7

والصحيح أن يضرب الكسر الأول في x ، ويضرب الكسر الثاني في (x + 7)

$$= \frac{(x)(5x)}{(x)(x+7)} + \frac{(7)(x+7)}{(x)(x+7)} = \frac{5x^2 + 7x + 49}{x(x+7)}$$

المجال هو كل الأعداد الحقيقية ما عدا 0 , -7

233

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{2}{x^2 - 3x + 2} + \frac{x+3}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{2}{(x-1)(x-2)} + \frac{x+3}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)(x-2)} + \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2x+2+x^2+3x-2x-6}{(x+1)(x-1)(x-2)} = \frac{x^2+3x-4}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

$$, x \neq -1, 1, 2$$

234

جمع المقادير النسبية

أوجد ناتج جمع ما يلي :

$$\frac{x+6}{x^2 - 4} + \frac{2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$= \frac{x+6}{(x-2)(x+2)} + \frac{2}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \frac{(x+6)(x-3)}{(x-2)(x+2)(x-3)} + \frac{2(x+2)}{(x-2)(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2 - 3x + 6x - 18 + 2x + 4}{(x-2)(x+2)(x-3)} = \frac{x^2 + 5x - 14}{(x-2)(x+2)(x-3)}$$

$$= \frac{\cancel{(x-2)}(x+7)}{\cancel{(x-2)}(x+2)(x-3)} = \frac{x+7}{(x+2)(x-3)} , x \neq 2, -2, 3$$

239

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{10x - 7}{2x + 3} - \frac{4x - 5}{2x + 3} = \frac{6x - 2}{2x + 3}$$

240

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$= \frac{3x - 5}{(x - 5)(x + 5)} - \frac{2}{x + 5}$$

$$= \frac{3x - 5}{(x - 5)(x + 5)} - \frac{2(x - 5)}{(x + 5)(x - 5)}$$

$$= \frac{3x - 5 - 2x + 10}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{x + 5}{(x - 5)(x + 5)} = \frac{1}{x - 5}, x \neq 5, -5$$

237

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{6x} - \frac{1}{x^2} \quad \text{لتوحيد المقامات نضرب الكسر الأول في } 2x, \\ \text{ونضرب الكسر الثاني في } x, \text{ ونضرب الكسر الثالث في } 6$$

$$= \frac{(2x)(1)}{(2x)(3x)} + \frac{(x)(1)}{(x)(6x)} - \frac{(6)(1)}{(6)(x^2)}$$

$$= \frac{2x + x - 6}{6x^2} = \frac{3x - 6}{6x^2} = \frac{3(x - 2)}{6x^2} = \frac{x - 2}{2x^2}$$

, $x \neq 0$

238

طرح المقادير النسبية

أوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{y - 1}{3y + 15} - \frac{y + 3}{5y + 25}$$

$$= \frac{y - 1}{3(y + 5)} - \frac{y + 3}{5(y + 5)}$$

$$= \frac{(5)(y - 1)}{(5)(3)(y + 5)} - \frac{(3)(y + 3)}{(3)(5)(y + 5)}$$

$$= \frac{5y - 5 - 3y - 9}{15(y + 5)} = \frac{2y - 14}{15(y + 5)}, y \neq -5$$