

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 9

أتحقق من فهمي 

أُحدِّدُ إذا كان كلُّ ممَّا يأتي كثيرَ حدودٍ أم لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورة القياسية، ثمَّ أحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

a) $h(x) = 9 - 5x + \sqrt{2}x^5$

الحل:

كثير حدود
الصورة القياسية

$$h(x) = \sqrt{2}x^5 - 5x + 9$$

المعامل الرئيس

$$\sqrt{2}$$

الدرجة

$$5$$

الحد الثابت

$$9$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 9

أتحقق من فهمي 

أحدّد إذا كان كلّ ممّا يأتي كثير حدود أم لا. وفي حال كان كثير حدود أكتبه بالصورة القياسية، ثمّ أحدّد المعامل الرئيس، والدرجة، والحدّ الثابت:

b) $f(x) = \frac{3x + 5}{x^2 + 2} + 2x$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 9

أتحقق من فهمي

أحدّد إذا كان كلّ ممّا يأتي كثير حدود أم لا. وفي حال كان كثير حدود أكتبه بالصورة القياسية، ثمّ أحدّد المعامل الرئيس، والدرجة، والحدّ الثابت:

c) $g(x) = 2x(3-x)^3$

الحل:

$$g(x) = 2x(27 - 27x + 9x^2 - x^3)$$

$$g(x) = 54x - 54x^2 + 18x^3 - 2x^4$$

كثير حدود
الصورة القياسية

$$g(x) = -2x^4 + 18x^3 - 54x^2 + 54x$$

المعامل الرئيس

$$-2$$

الدرجة

$$4$$

الحد الثابت

$$0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 9

أتحقق من فهمي

أحدّد إذا كان كلّ ممّا يأتي كثير حدود أم لا. وفي حال كان كثير حدود أكتبه بالصورة القياسية، ثمّ أحدّد المعامل الرئيس، والدرجة، والحدّ الثابت:

d) $r(x) = \frac{x^3}{6} - 7x^5 + 2\pi$

الحل:

كثير حدود
الصورة القياسية

$$r(x) = -7x^5 + \frac{1}{6}x^3 + 2\pi$$

المعامل الرئيس

-7

الدرجة

5

الحد الثابت

2π

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثرات الحدود الصفحة: 11

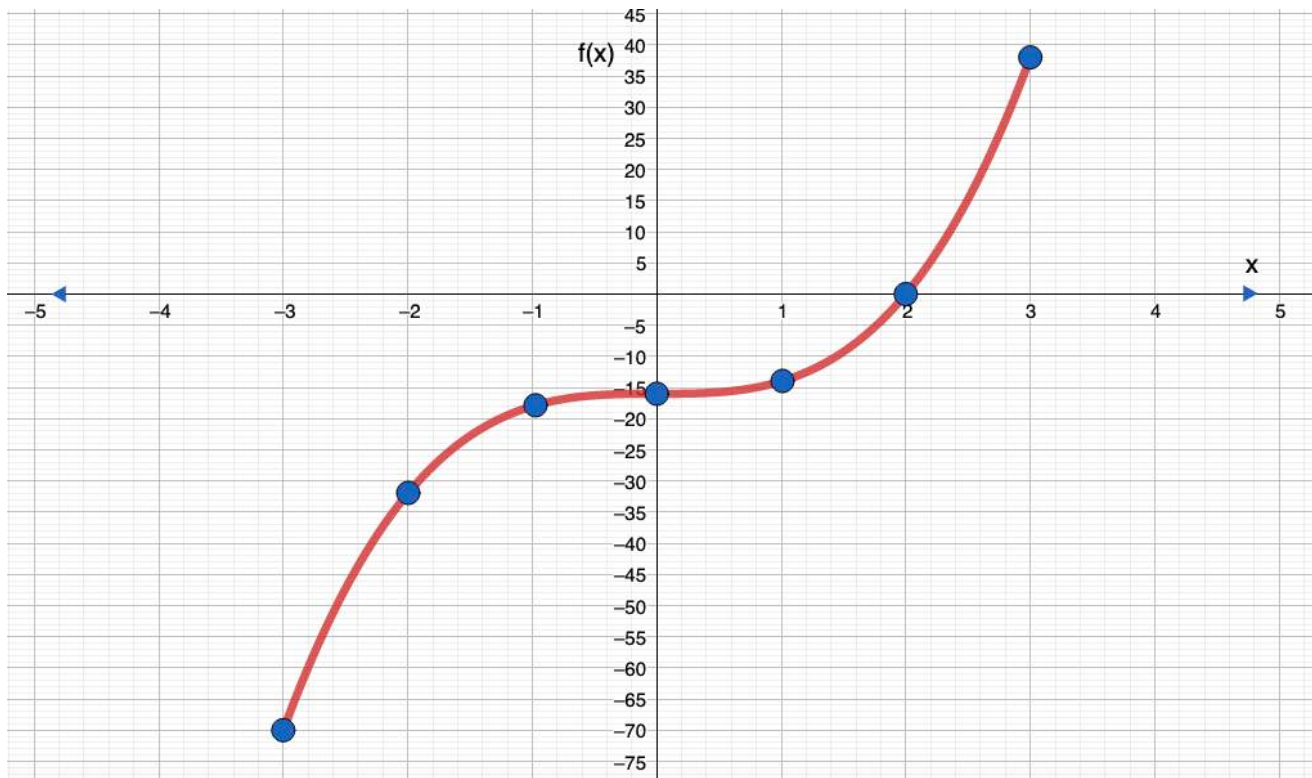
أتحقق من فهمي

أمثل بياناً كل اقتران مما يأتي، مُحدِّداً مجاله ومداه:

a) $f(x) = 2x^3 - 16$, $-3 \leq x \leq 3$

الحل:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-70	-32	-18	-16	-14	0	38



المجال $[-3, 3]$

المدى $[-70, 38]$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتٌ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 11

أتحقق من فهمي

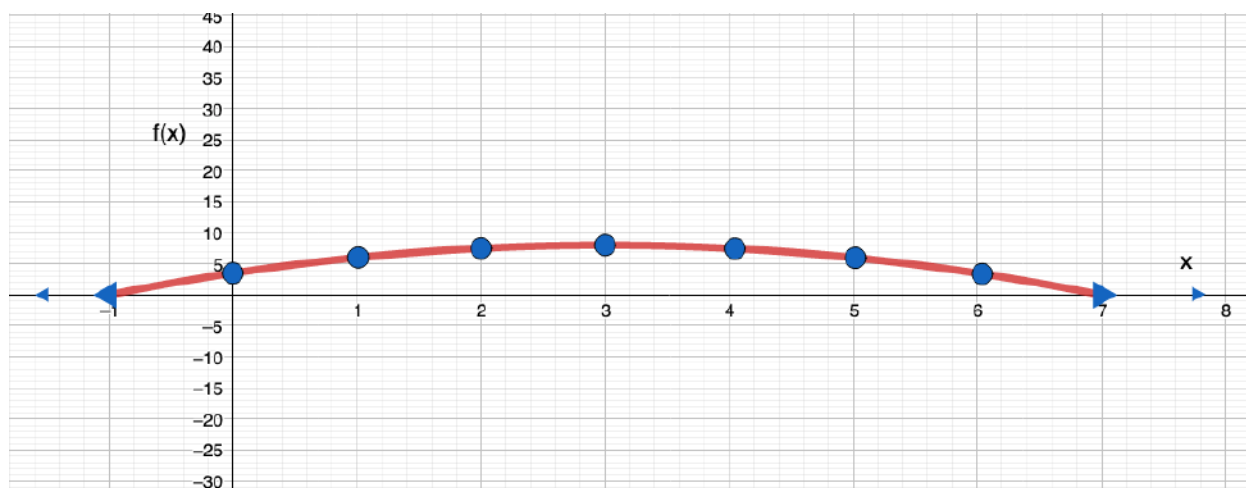
أُمثِّلُ بيانياً كلَّ اقترانٍ ممَّا يأتي، مُحدِّداً مجالَهُ ومداهُ:

b) $f(x) = -0.5x^2 + 3x + 3.5$

الحل:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{-1} = 3$$

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	$3\frac{1}{2}$	6	$7\frac{1}{2}$	8	$7\frac{1}{2}$	6	$3\frac{1}{2}$



المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : $\{y: y \leq 8\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 12

أتحقق من فهمي 

إذا كان $f(x) = 3x^2 + 8x^3 + 2x + 13$, $g(x) = -4x^3 + 6x^2 - 5$ فأجد $f(x) + g(x)$.

الحل:

$$f(x) + g(x) = (3x^2 + 8x^3 + 2x + 13) + (-4x^3 + 6x^2 - 5)$$

$$f(x) + g(x) = 4x^3 + 9x^2 + 2x + 8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثرات الحدود الصفحة: 12

أتحقق من فهمي 

إذا كان $g(x) = x^3 + 6x^2 - 14$ ، $f(x) = 5x^3 - 12x^2 + 3x + 20$ ، فأجد $g(x) - f(x)$.

الحل:

$$g(x) - f(x) = (x^3 + 6x^2 - 14) - (5x^3 - 12x^2 + 3x + 20)$$

$$g(x) - f(x) = x^3 + 6x^2 - 14 - 5x^3 + 12x^2 - 3x - 20$$

$$g(x) - f(x) = -4x^3 + 18x^2 - 3x - 34$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 13

أتحقق من فهمي 

أجد ناتج ضرب $f(x) \cdot g(x)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

a) $f(x) = 5x^2 + 4, g(x) = 7x + 6$

الحل:

$$f(x) \cdot g(x) = (5x^2 + 4)(7x + 6)$$

$$f(x) \cdot g(x) = 5x^2(7x + 6) + 4(7x + 6)$$

$$f(x) \cdot g(x) = 35x^3 + 30x^2 + 28x + 24$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 13

أتحقق من فهمي 

أجد ناتج ضرب $f(x) \cdot g(x)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

b) $f(x) = 2x^3 + x - 8, g(x) = 5x^2 + 4x$

الحل:

$$f(x) \cdot g(x) = (2x^3 + x - 8)(5x^2 + 4x)$$

$$f(x) \cdot g(x) = 2x^3(5x^2 + 4x) + x(5x^2 + 4x) - 8(5x^2 + 4x)$$

$$f(x) \cdot g(x) = 10x^5 + 8x^4 + 5x^3 + 4x^2 - 40x^2 - 32x$$

$$f(x) \cdot g(x) = 10x^5 + 8x^4 + 5x^3 - 36x^2 - 32x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 14

أتحقق من فهمي

رياضة: يتسع ملعب (ستاد) رياضي لنحو 62000 مُشجّع. إذا كان ثمن بطاقة الدخول 11 ديناراً، فإنَّ معدَّل عددِ الحضور هو 28000 مُشجّع. وجدت دراسة أنَّ عدد بطاقات الدخول المباعة يزيد بمقدار 4000 بطاقة مُقابل كلِّ دينار يُخصَّم من ثمن البطاقة. ما ثمن بطاقة الدخول الذي يُحقِّق أعلى دخل؟ ما مقدار هذا الدخل؟

الحل:

لنفرض أن ثمن البطاقة
قيمة الخصم

$$x$$
$$(11 - x)$$

$$4000(11 - x)$$

$$28000 + 4000(11 - x)$$

$$\text{الدخل} = x(28000 + 4000(11 - x))$$

$$\text{الدخل} = 28000x + 44000x - 4000x^2$$

$$\text{الدخل} = -4000x^2 + 72000x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-72000}{-8000} = 9$$

$$\text{أعلى دخل} = -4000 \times (9)^2 + 72000 \times (9)$$

$$\text{أعلى دخل} = 324000$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتٌ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلُّ ممَّا يأتي كثيرَ حدودٍ أم لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورة القياسية، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

$$\text{I} \quad f(x) = 4 - x$$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$f(x) = -x + 4$$

المعامل الرئيس

-1

الدرجة

1

الحد الثابت

4

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُحَدِّدُ إذا كانَ كُلُّ مِمَّا يَأْتِي كَثِيرَ حَدُودٍ أَمْ لَا. وفي حالِ كانَ كَثِيرَ حَدُودٍ أَكْتُبُهُ بالصُّورَةِ القِياسِيَّةِ، ثُمَّ أُحَدِّدُ المعامِلَ الرَّئِيسَ، والدرجَةَ، والحدَّ الثَّابِتَ:

$$2 \quad g(x) = \frac{5x^2 + 2x}{x}$$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلُّ ممَّا يأتي كثيرَ حدودٍ أم لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورة القياسية، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

3 $h(x) = 3x(4x-7) + 2x - 12$

الحل:

$$h(x) = 12x^2 - 21x + 2x - 12$$

$$h(x) = 12x^2 - 19x - 12$$

كثير حدود
الصورة القياسية

$$h(x) = 12x^2 - 19x - 12$$

المعامل الرئيس

12

الدرجة

2

الحد الثابت

-12

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُحَدِّدُ إذا كَانَ كُلُّ مِمَّا يَأْتِي كَثِيرَ حَدُودٍ أَمْ لَا. وفي حَالِ كَانَ كَثِيرَ حَدُودٍ أَكْتُبُهُ بالصورة القياسية، ثُمَّ أُحَدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

$$L(x) = 3x^2 + 5.3x^3 - 2x$$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$L(x) = 5.3x^3 + 3x^2 - 2x$$

المعامل الرئيس

5.3

الدرجة

3

الحد الثابت

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُحدّد إذا كان كلّ ممّا يأتي كثير حدود أم لا. وفي حال كان كثير حدود أكتبه بالصورة القياسية، ثمّ أحدّد المعامل الرئيس، والدرجة، والحدّ الثابت:

5 $j(t) = \sqrt{7}t - 16t^2$

الحل:

كثير حدود

الصورة القياسية

$$j(t) = -16t^2 - \sqrt{7}t$$

المعامل الرئيس

-16

الدرجة

2

الحد الثابت

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُحدّد إذا كان كلٌّ ممّا يأتي كثيرَ حدودٍ أم لا. وفي حال كان كثيرَ حدودٍ أكتبه بالصورة القياسية، ثمّ أحدّد المعامل الرئيس، والدرجة، والحدّ الثابت:

6 $k(x) = 5x^{\frac{3}{2}} + 2x - 1$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُحدِّدُ إذا كانَ كلُّ ممَّا يأتي كثيرَ حدودٍ أم لا. وفي حالِ كانَ كثيرَ حدودٍ أكتبُهُ بالصورة القياسية، ثمَّ أُحدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

$$7 \quad f(x) = 13(2)^x + 6$$

الحل:

ليس كثير حدود

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُحَدِّدُ إذا كَانَ كُلُّ مِمَّا يَأْتِي كَثِيرَ حَدُودٍ أَمْ لَا. وفي حَالٍ كَانَ كَثِيرَ حَدُودٍ أَكْتُبُهُ بالصورة القياسية، ثُمَّ أُحَدِّدُ المعاملَ الرئيسَ، والدرجةَ، والحدَّ الثابتَ:

$$8 \quad f(y) = y^3(4 - y^2)^2$$

الحل:

$$f(y) = y^3(16 - 8y^2 + y^4)$$

$$f(y) = 16y^3 - 8y^5 + y^7$$

$$f(y) = y^7 - 8y^5 + 16y^3$$

كثير حدود
الصورة القياسية

$$f(y) = y^7 - 8y^5 + 16y^3$$

المعامل الرئيس

1

الدرجة

7

الحد الثابت

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتٌ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

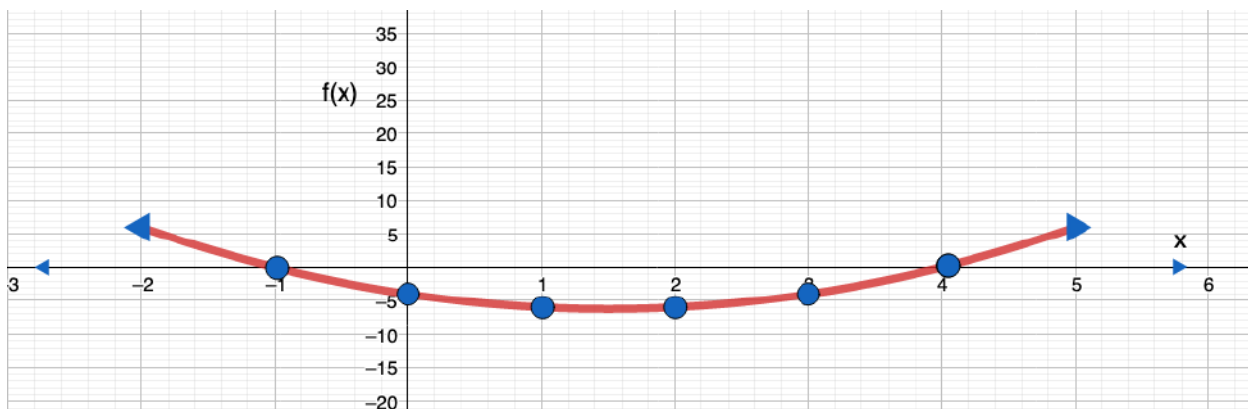
أُمثِّلْ كُلَّ اقترانٍ ممَّا يأتي بيانيًّا، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

9 $f(x) = x^2 - 3x - 4$

الحل:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2}$$

x	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2	3	4
$f(x)$	0	-4	-6	$-\frac{25}{4}$	-6	-4	0



المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : $\left\{y: y \geq -\frac{25}{4}\right\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

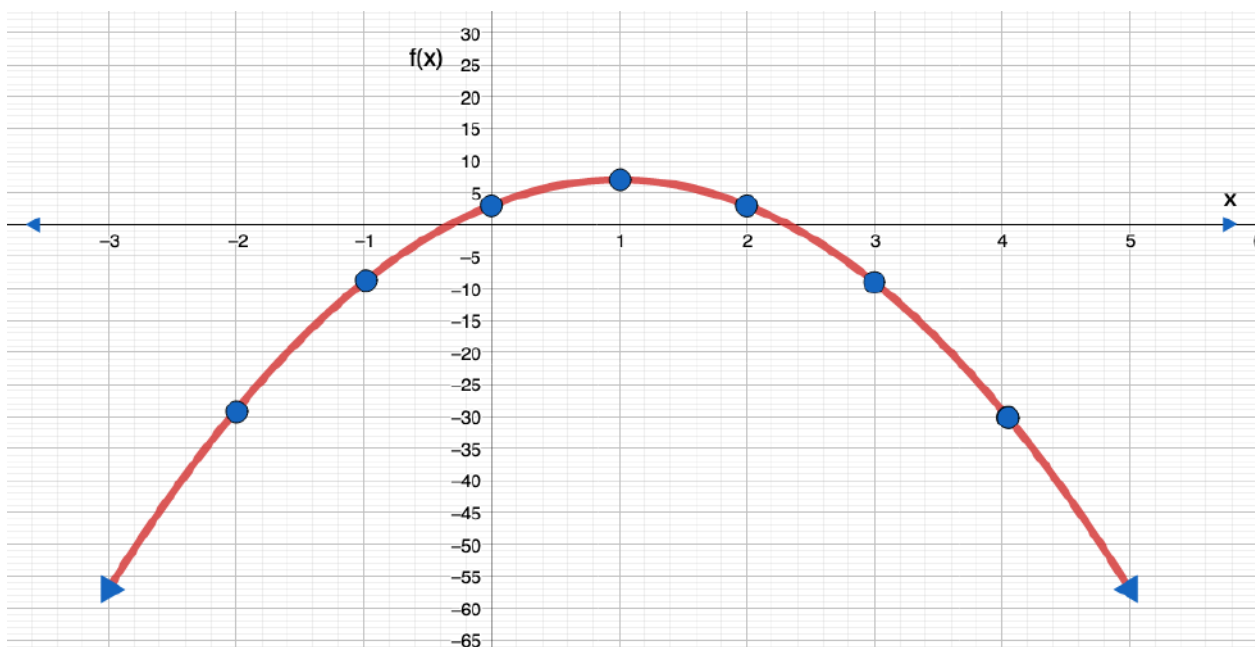
أمثل كل اقتران مما يأتي بياناً، مُحدِّداً مجاله ومداه:

10 $f(x) = -4x^2 + 8x + 3$

الحل:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \times -4} = \frac{-8}{-8} = 1$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-29	-9	3	7	3	-9	-29



المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية

المدى : $\{y: y \leq 7\}$

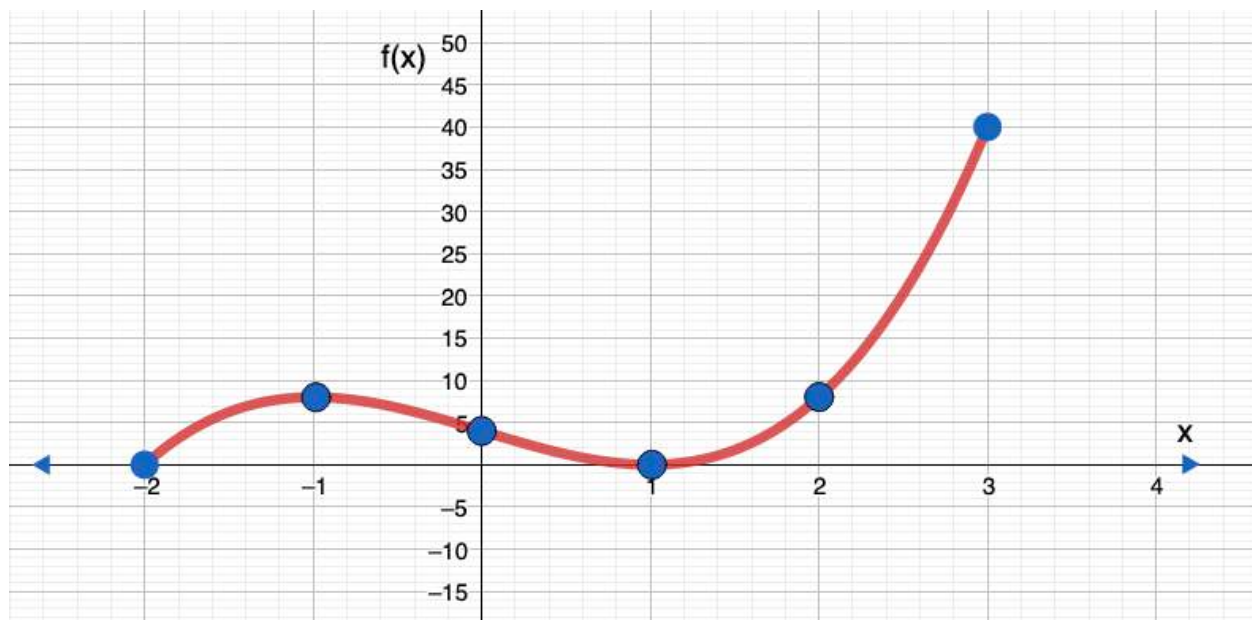
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أُمثِّلْ كُلَّ اقترانٍ ممَّا يَأْتِي بيانًا، مُحدِّدًا مجالَهُ ومداهُ:

11 $y = 2x^3 - 6x + 4, -2 \leq x \leq 3$

الحل:

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0	8	4	0	8	40



المجال $[-2, 3]$

المدى $[0, 40]$

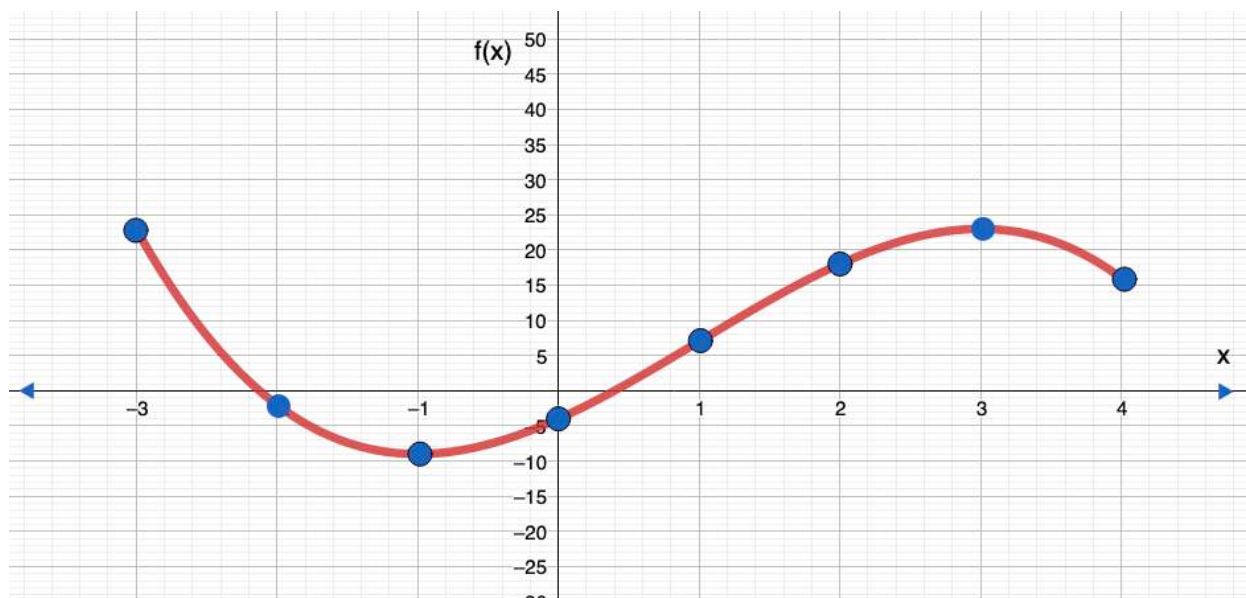
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

أمثل كل اقتران مما يأتي بيانيًا، مُحدِّدًا مجاله ومداه:

12 $y = 3x^2 - x^3 + 9x - 4, -3 \leq x \leq 4$

الحل:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	23	-2	-9	-4	7	18	23	16



المجال $[-3, 4]$

المدى $[-9, 23]$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتٌ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x) = 2x+1$, $g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4$, $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ ، فأجِدْ كلاً ممَّا يأتي بالصورة القياسية:

13 $h(x) + g(x)$

الحل:

$$h(x) + g(x)$$

$$= (x^4 - 5x^2 + 3x - 6) + (5x^2 - 2x^3 + 4)$$

$$= x^4 - 2x^3 + 3x - 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتٌ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x) = 2x+1$, $g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4$, $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ ، فأجِدْ كلاً ممَّا يأتي بالصورة القياسية:

$$14 \quad g(x) - h(x)$$

الحل:

$$g(x) - h(x)$$

$$= (5x^2 - 2x^3 + 4) - (x^4 - 5x^2 + 3x - 6)$$

$$= 5x^2 - 2x^3 + 4 - x^4 + 5x^2 - 3x + 6$$

$$= -x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 3x + 10$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثرات الحدود الصفحة: 15

إذا كان $f(x) = 2x+1$, $g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4$, $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ فأجِدْ كلاً ممّا يأتي بالصورة القياسية:

15 $f(x) \cdot h(x)$

الحل:

$$\begin{aligned} & f(x) \cdot h(x) \\ &= (2x + 1) \cdot (x^4 - 5x^2 + 3x - 6) \\ &= 2x(x^4 - 5x^2 + 3x - 6) + 1(x^4 - 5x^2 + 3x - 6) \\ &= 2x^5 - 10x^3 + 6x^2 - 12x + x^4 - 5x^2 + 3x - 6 \\ &= 2x^5 + x^4 - 10x^3 + x^2 - 9x - 6 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

إذا كان $f(x) = 2x+1$, $g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4$, $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي بالصورة القياسية:

16 $x(f(x)) + h(x)$

الحل:

$$x(f(x)) + h(x)$$

$$= x(2x + 1) + (x^4 - 5x^2 + 3x - 6)$$

$$= 2x^2 + x + x^4 - 5x^2 + 3x - 6$$

$$= x^4 - 3x^2 + 4x - 6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتٌ كثيراتٍ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x) = 2x+1$, $g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4$, $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ فأجِدْ كلاً ممَّا يأتي بالصورة القياسية:

17 $(f(x))^2 - g(x)$

الحل:

$$\begin{aligned} & (f(x))^2 - g(x) \\ &= (2x + 1)^2 - (5x^2 - 2x^3 + 4) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - (5x^2 - 2x^3 + 4) \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - 5x^2 + 2x^3 - 4 \\ &= -x^2 + 2x^3 + 4x - 3 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقتراناتٌ كثيراتِ الحدودِ الصفحة: 15

إذا كانَ $f(x) = 2x+1$, $g(x) = 5x^2 - 2x^3 + 4$, $h(x) = x^4 - 5x^2 + 3x - 6$ فأجِدْ كلاً ممّا يأتي بالصورة القياسية:

18 $h(x) - x(g(x))$

الحل:

$$\begin{aligned} &= h(x) - x(g(x)) \\ &= (x^4 - 5x^2 + 3x - 6) - x(5x^2 - 2x^3 + 4) \\ &= x^4 - 5x^2 + 3x - 6 - 5x^3 + 2x^4 - 4x \\ &= 3x^4 - 5x^3 - 5x^2 - x - 6 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15

19 صاروخ: أُطلق صاروخ إلى أعلى، وكان ارتفاعه بالأمتار فوق سطح البحر بعد t ثانية من إطلاقه $h(t) = -4.9t^2 + 229t + 234$. أجد أقصى ارتفاع يبلغه الصاروخ.

الحل:

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-229}{2 \times -4.9} = \frac{-229}{-9.8} = 23.4$$

$$h(23.4) = -4.9 \times (23.4)^2 + 229 \times 23.4 + 234$$

$$\text{أقصى إرتفاع} = h(23.4) = 2909.6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 15



20 زراعة: وجد مزارع أنه إذا زرع 75 شجرة فاكهة في بستانه، فإن مُعدَّل ما يجنيه من كل شجرة هو 21 صندوقاً في الموسم. وكلما نقص عدد الأشجار شجرة واحدة زاد مُعدَّل ما يجنيه من كل شجرة بمقدار 3 صناديق؛ فتباعاً الأشجار بعضها عن بعض يُعزَّزُ فرصها في الحصول على حاجاتها من التربة. ما عدد الأشجار التي يتعيَّنُ عليه زراعتها لإنتاج أكبر قدر من الثمر؟ ما مقدار هذا الثمر؟

الحل:

$$x$$

$$(75 - x)$$

$$3(75 - x) \\ 21 + 3(75 - x)$$

$$P(x) = x(21 + 3(75 - x))$$

$$P(x) = 21x + 225x - 3x^2$$

$$P(x) = -3x^2 + 246x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-246}{2 \times -3} = \frac{-246}{-6} = 41$$

$$P(41) = -3(41)^2 + 246 \times (41)$$

$$P(41) = 5043$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 16

21 سياج: لدى سعيد 120 m من السياج، أراد أن يستعملها لتسييج 3 حظائر مستطيلة متساوية كما في المخطط الآتي. ما أكبر مساحة ممكنة لهذه الحظائر؟



الحل:



$$6x + 4y = 120$$

$$3x + 2y = 60$$

$$y = \frac{60 - 3x}{2} = 30 - \frac{3}{2}x$$

$$A = 3xy$$

$$A = 3x(30 - \frac{3}{2}x)$$

$$A = 90x - \frac{9}{2}x^2$$

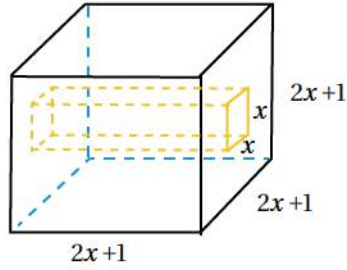
$$A = -\frac{9}{2}x^2 + 90x$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-90}{2 \times -\frac{9}{2}} = \frac{-90}{-9} = 10$$

$$A(10) = -\frac{9}{2}(10)^2 + 90 \times (10)$$

$$A(10) = 450$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 16



22 هندسة: مكعب من الخشب، طول ضلعه $(2x+1)$ cm، حُفِرَ فيه تجويفٌ مقطّعه مُربّع، طول ضلعه x cm، وهو يمتدُّ من أحد الأوجه إلى الوجه المقابل. أكتب بالصورة القياسية الاقتران الذي يمثّل حجم الجزء المتبقي من المكعب.

الحل:

$$v = (2x + 1)^3 - x^2(2x + 1)$$

$$v = 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 - 2x^3 - x^2$$

$$v = 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 16

23 أَلِّمُ المسألة الواردة في بداية الدرس.



مسألة اليوم يُنتِجُ مصنعُ ثُرَيَّاتٍ عددَها x ثُرَيَّا أسبوعيًّا، حيثُ $0 \leq x \leq 350$ ، ويبيِّعُ الوحدةَ منها بسعرٍ $(150 - 0.3x)$ دينارًا. إذا كانت تكلفَةُ إنتاجِ x مِنَ الثُرَيَّاتِ هي $(6300 + 60x - 0.1x^2)$ دينارًا، فأجد ربحَ المصنِّعِ من إنتاجِ x ثُرَيَّا أسبوعيًّا وبيعها.

الحل:

$$P(x) = x(150 - 0.3x) - (6300 + 60x - 0.1x^2)$$

$$P(x) = 150x - 0.3x^2 - 6300 - 60x + 0.1x^2$$

$$P(x) = -0.2x^2 + 90x - 6300$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 16

24 أكتشف الخطأ: وجد كلٌّ من طه وقاسم ناتج $3x(x^2 - 2x - 3) - (5x^3 + 7x^2 - 3)$:

طه
$3x^3 - 6x^2 - 9x + 5x^3 + 7x^2 - 3$
$= 8x^3 + x^2 - 9x - 3$

قاسم
$3x^3 - 6x^2 - 9x + (-5x^3 - 7x^2 + 3)$
$= -2x^3 + 6x^2 - 6x$

أحدُّ إذا كانت إجابة أيٍّ منهما صحيحةً، مُبرِّراً إجابتي.

الحل:

الإجابتين غير صحيحة

خطأ قاسم عندما جمع $-6x^2$ مع $-7x^2$ وضع الناتج $6x^2$

خطأ طه نسي السالب قبل القوس الثاني

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 16

25 مسألة مفتوحة: أكتب كثيري حدود، أحدهما ذو حدّين، والآخر ثلاثي الحدود، بحيث يكون ناتج ضربيهما اقتراناً ذا حدّين.

الحل:

$$(x^2 - x)(x^2 + x + 1)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 16

26 تحدّ: أجدُ أصفارَ الاقتران: $f(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

الحل:

$$f(x) = x^2(x - 1) - 4(x - 1)$$

$$f(x) = (x^2 - 4)(x - 1)$$

$$f(x) = (x - 2)(x + 2)(x - 1)$$

$$f(x) = 0$$

$$x = -2, 1, 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اقترانات كثيرات الحدود الصفحة: 16

27 تبيّر: إذا كان f, g كثيري حدود، فأكتب العلاقة بين درجة كل منهما ودرجة كثير الحدود h الناتج من جمعهما، وطرحهما، وضربهما، مُبرِّراً إجابتني.

الحل:

ليكن f من الدرجة n

ليكن g من الدرجة m

فإن

$$h = f + g \text{ من الدرجة (القيمة الأكبر من } n, m \text{)}$$

$$h = f - g \text{ من الدرجة (القيمة الأكبر من } n, m \text{)}$$

لأنه في الجمع والطرح نجمع الحدود المتشابهة

$$h = f \cdot g \text{ من الدرجة } (n + m)$$

الضرب لأن الأسس تجمع عند الضرب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 18

أتحقق من فهمي

أجد ناتج قسمة $f(x) = 4x^4 - 7x^3 + 12x - 25$ على $h(x) = x - 4$ وباقيها.

الحل:

$$\begin{array}{r} 4x^3 + 9x^2 + 36x + 156 \\ x - 4 \overline{) 4x^4 - 7x^3 + 12x - 25} \\ \underline{- 4x^4 - 16x^3} \\ 9x^3 + 12x - 25 \\ \underline{- 9x^3 - 36x^2} \\ 36x^2 + 12x - 25 \\ \underline{- 36x^2 - 144x} \\ 156x - 25 \\ \underline{- 156x - 624} \\ 599 \end{array}$$

الناتج

$$4x^3 + 9x^2 + 36x + 156$$

الباقى

$$599$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 19

أتحقق من فهمي 

أجد مجال كل اقتران نسبي مما يأتي:

a) $h(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 5x + 6}$

الحل:

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3, x = 2$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 3, x = 2$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 19

أتحقق من فهمي 

أجد مجال كل اقتران نسبي مما يأتي:

b) $y = \frac{x^2 - 4}{6x - 3x^2}$

الحل:

$$6x - 3x^2 = 0$$

$$3x(2 - x) = 0$$

$$x = 0, x = 2$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 0, x = 2$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 21

أتحقق من فهمي 

أجد خطوط التقارب لكل اقتران مما يأتي:

a) $f(x) = 2 + \frac{9}{x+1}$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = -1$

خط التقارب الأفقي: $y = 2$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 21

أتحقق من فهمي 

أجد خطوط التقارب لكل اقتران مما يأتي:

b) $h(x) = \frac{1}{x} - 3$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = 0$

خط التقارب الأفقي: $y = -3$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 21

أتحقق من فهمي 

أجد خطوط التقارب لكل اقتران مما يأتي:

c) $j(x) = \frac{4x + 11}{x - 5}$

الحل:

$$\begin{array}{r} 4 \\ x - 5 \overline{) 4x + 11} \\ \underline{- 4x - 20} \\ 31 \end{array}$$

$$j(x) = 4 + \frac{31}{x - 5}$$

خط التقارب العمودي: $x = 5$

خط التقارب الأفقي: $y = 4$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 21

أتحقق من فهمي

أجد خطوط التقارب للاقتراح $f(x) = \frac{3}{x+2} + 4$ وأمثلة بيانيًا، وأجد مجاله، ومداه.

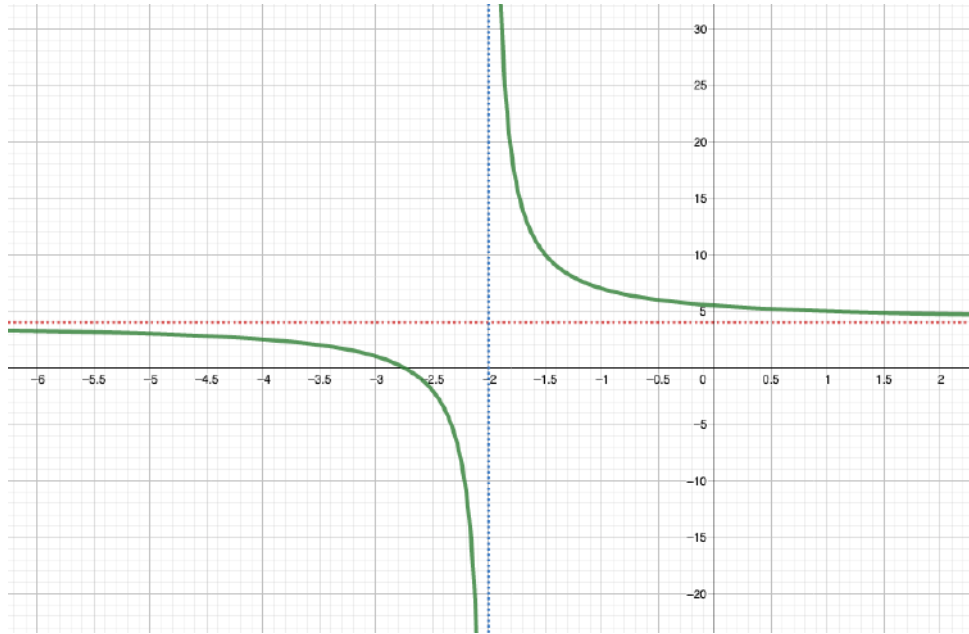
الحل:

خط التقارب العمودي: $x = -2$

خط التقارب الأفقي: $y = 4$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = -2$

x	-100	-50	-10	-3	0	3	10	50
$f(x)$	$3\frac{95}{98}$	$3\frac{15}{16}$	$3\frac{5}{8}$	1	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{5}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{3}{52}$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $y = 4$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 22

أتحقق من فهمي

أمثل كلاً من الاقترانين الآتيين بيانياً:

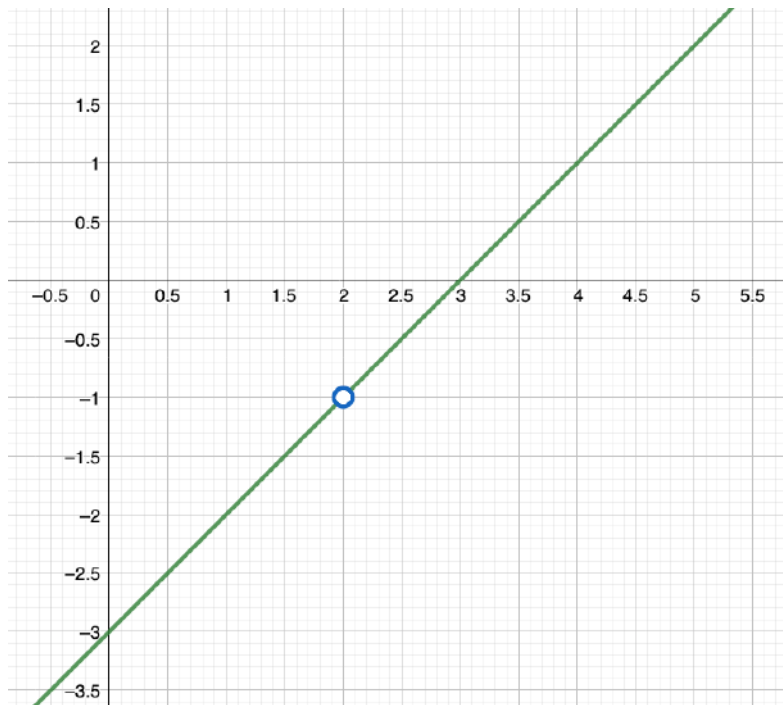
a) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$

الحل:

$$x \neq 2$$

$$f(x) = \frac{(x - 3)(x - 2)}{(x - 2)}$$

$$f(x) = (x - 3)$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 22

أتحقق من فهمي

أمثل كلاً من الاقترانين الآتيين بياناً:

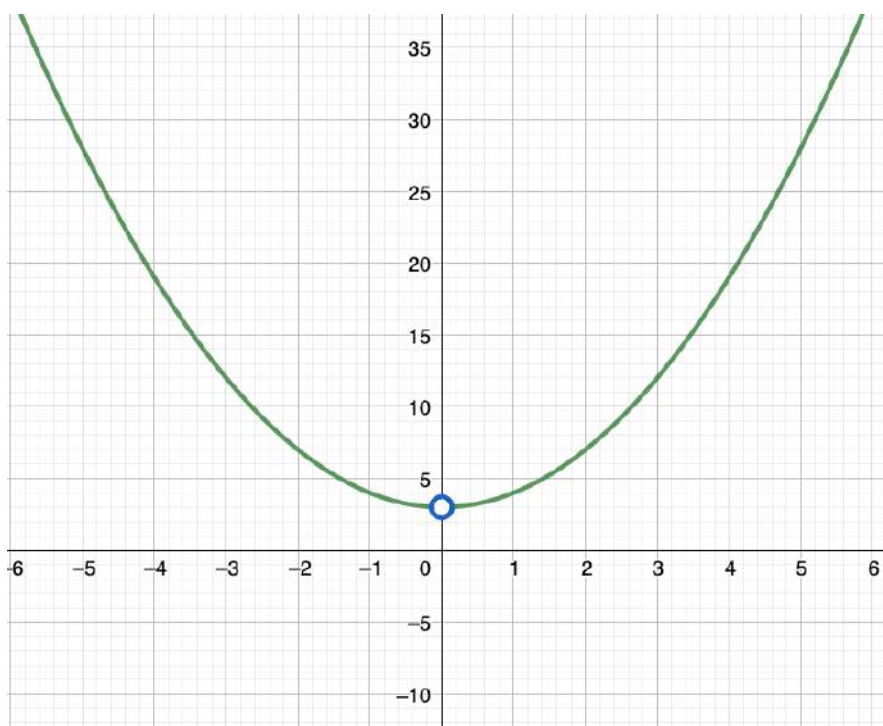
b) $f(x) = \frac{x^4 + 3x^2}{x^2}$

الحل:

$$x \neq 0$$

$$f(x) = \frac{x^2(x^2 + 3)}{x^2}$$

$$f(x) = (x^2 + 3)$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أتحقق من فهمي

محاليل: يحتوي خزان كبير على 300 لتر من الماء، أذيب فيه 8 kg من السكر. وعند فتح الصنبور، بدأ الماء يصب في الخزان بمعدل 20 لترًا في الدقيقة، وفي الوقت نفسه أضيف إلى الخزان 2 kg من السكر كل دقيقة. أجد تركيز السكر في الخزان بعد t دقيقة، ثم أجد قيمة t التي يكون عندها تركيز السكر في الخزان 0.04 kg/L

الحل:

$$f(t) = \frac{2t + 8}{20t + 300}$$

$$\frac{4}{100} = \frac{2t + 8}{20t + 300}$$

$$80t + 1200 = 200t + 800$$

$$400 = 120t$$

$$t = \frac{400}{120} = 3.3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أجد ناتج القسمة والباقي في كلِّ ممَّا يأتي:

1 $(x^2 + 5x - 1) \div (x - 1)$

الحل:

$$\begin{array}{r} x + 6 \\ x - 1 \overline{) x^2 + 5x - 1} \\ \underline{-(x^2 - x)} \\ 6x - 1 \\ \underline{-(6x - 6)} \\ 5 \end{array}$$

الناتج

$$x + 6$$

الباقي

$$5$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23
أجد ناتج القسمة والباقي في كلِّ ممَّا يأتي:

2 $(3x^2 + 23x + 14) \div (x + 7)$

الحل:

$$\begin{array}{r} 3x + 2 \\ x + 7 \overline{) 3x^2 + 23x + 14} \\ \underline{-(3x^2 + 21x)} \\ 2x + 14 \\ \underline{-(2x + 14)} \\ 0 \end{array}$$

الناتج

$3x + 2$

الباقي

0

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أجد ناتج القسمة والباقي في كلِّ ممَّا يأتي:

3 $(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) \div (x - 2)$

الحل:

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 3 \\ x - 2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 5x - 6} \\ \underline{- x^3 - 2x^2} \\ -x^2 + 5x - 6 \\ \underline{- -x^2 + 2x} \\ 3x - 6 \\ \underline{- -3x - 6} \\ 0 \end{array}$$

الناتج

$$x^2 - x + 3$$

الباقي

$$0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23
أجد ناتج القسمة والباقي في كلِّ ممَّا يأتي:

4 $(9x^3 - 9x^2 + 17x + 6) \div (3x - 1)$

الحل:

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 2x + 5 \\ 3x - 1 \overline{) 9x^3 - 9x^2 + 17x + 6} \\ \underline{- 9x^3 - 3x^2} \\ -6x^2 + 17x + 6 \\ \underline{- -6x^2 + 2x} \\ 15x + 6 \\ \underline{- 15x - 5} \\ 11 \end{array}$$

الناتج

$$3x^2 - 2x + 5$$

الباقي

$$11$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أجد ناتج القسمة والباقي في كلِّ ممَّا يأتي:

5 $(-6x^3 + x^2 + 4) \div (2x - 3)$

الحل:

$$\begin{array}{r} -3x^2 - 4x - 6 \\ 2x - 3 \overline{) -6x^3 + x^2 + 4} \\ \underline{- -6x^3 + 9x^2} \\ -8x^2 + 4 \\ \underline{- -8x^2 + 12x} \\ -12x + 4 \\ \underline{- -12x + 18} \\ -14 \end{array}$$

الناتج

$$-3x^2 - 4x - 6$$

الباقي

$$-14$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أجد ناتج القسمة والباقي في كلِّ ممَّا يأتي:

6 $(8x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2) \div (4x^2 + x - 1)$

الحل:

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 3 \\ 4x^2 + x - 1 \overline{) 8x^4 + 2x^3 - 14x^2 + 2} \\ \underline{8x^4 + 2x^3 - 2x^2} \\ -12x^2 + 2 \\ \underline{-12x^2 - 3x + 3} \\ 3x - 1 \end{array}$$

الناتج

$$2x^2 - 3$$

الباقي

$$3x - 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أجد مجال كل من الاقترانات الآتية:

$$7 \quad f(x) = \frac{3x - 6}{2x}$$

الحل:

$$2x = 0$$

$$x = 0$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 0$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أجد مجال كل من الاقترانات الآتية:

$$8 \quad h(x) = \frac{2x - 8}{2x^2 - 3x + 1}$$

الحل:

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$(2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, x = 1$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = \frac{1}{2}, x = 1$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 23

أَجِدْ مَجَالَ كُلِّ مِنَ الْاِقْتِرَانَاتِ الْآتِيَةِ:

$$9 \quad g(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 + 9}$$

الحل:

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية لأن المقام لا يوجد له أصفار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24
أجد خطوط التقارب لكل اقتران مما يأتي، وأمثله بيانيًا، وأجد مجاله، ومداه:

10 $f(x) = \frac{2}{x-3}$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = 3$

خط التقارب الأفقي: $y = 0$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 3$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $y = 0$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24
أجد خطوط التقارب لكل اقتران مما يأتي، وأمثله بيانياً، وأجد مجاله، ومداه:

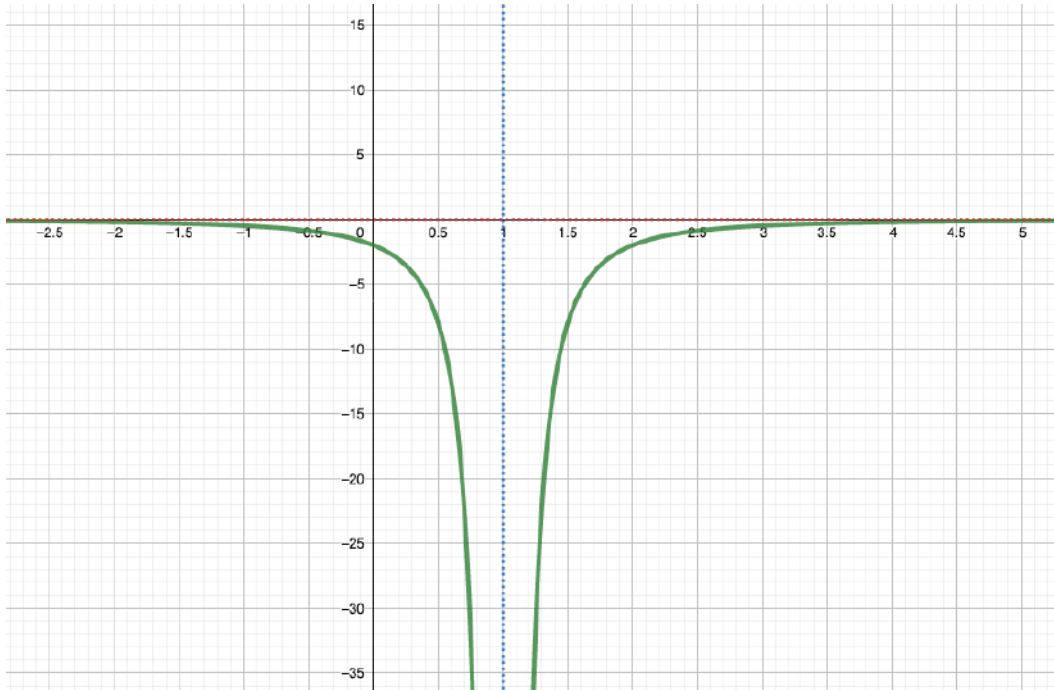
11 $h(x) = \frac{-2}{(x-1)^2}$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = 1$

خط التقارب الأفقي: $y = 0$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 1$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24
أجد خطوط التقارب لكل اقتران مما يأتي، وأمثله بيانياً، وأجد مجاله، ومداه:

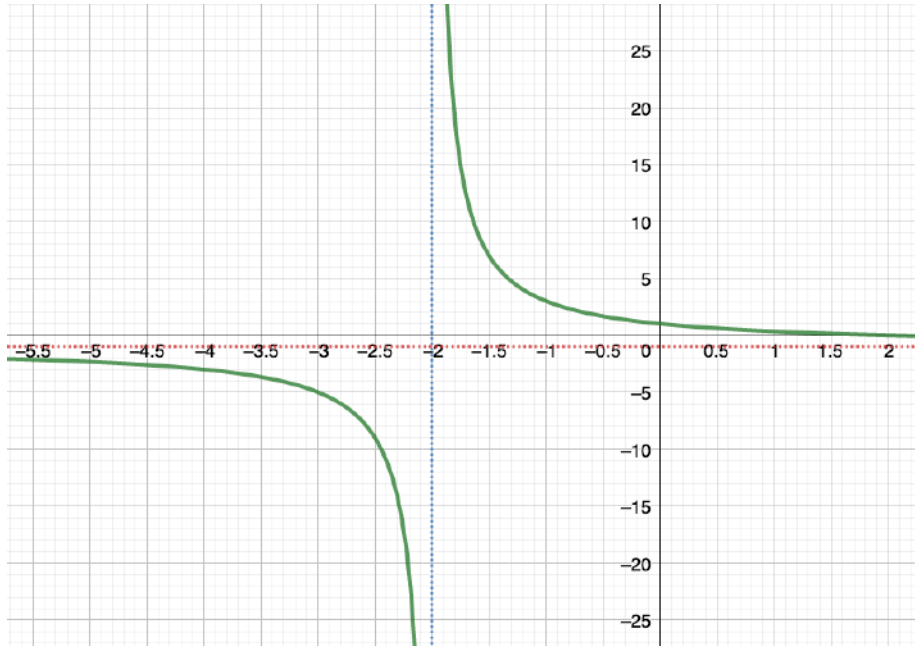
12 $g(x) = \frac{4}{x+2} - 1$

الحل:

خط التقارب العمودي: $x = -2$

خط التقارب الأفقي: $y = -1$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = -2$



المدى: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $y = -1$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

أمثل كلاً من الاقترانات الآتية بيانياً:

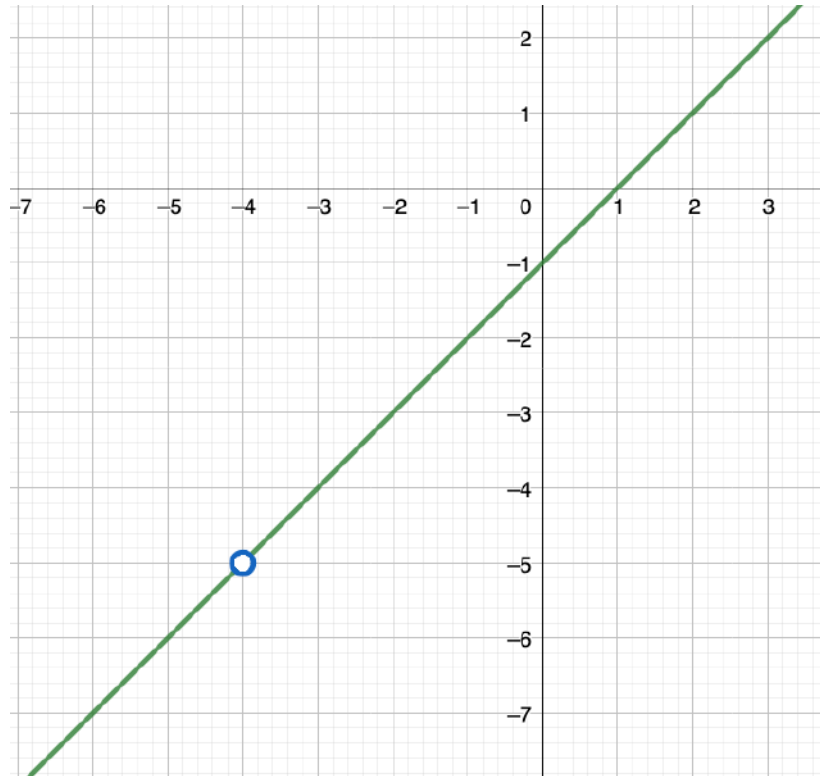
13 $f(x) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4}$

الحل:

$$x \neq -4$$

$$f(x) = \frac{(x + 4)(x - 1)}{(x + 4)}$$

$$f(x) = (x - 1)$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

أمثل كلاً من الاقترانات الآتية بيانياً:

14 $f(x) = \frac{-x^2 + x^3}{x^3}$

الحل:

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^3 \overline{) x^3 - x^2} \\ \underline{- x^3} \\ -x^2 \end{array}$$

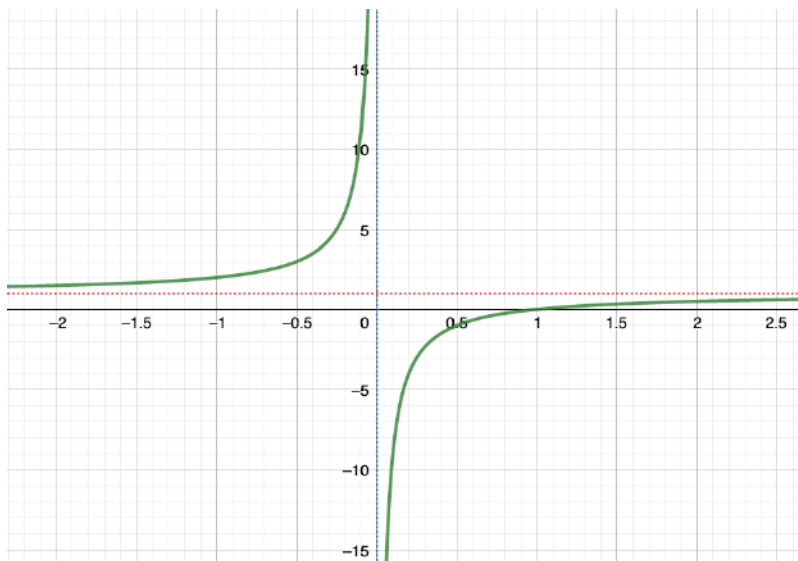
$$f(x) = 1 - \frac{x^2}{x^3}$$

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

$$x^3 = 0$$

$$x = 0$$

ليست من المجال



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

أمثل كلاً من الاقترانات الآتية بيانياً:

$$15 \quad f(x) = \frac{3x^4 + 6x^3 + 3x^2}{x^2 + 2x + 1}$$

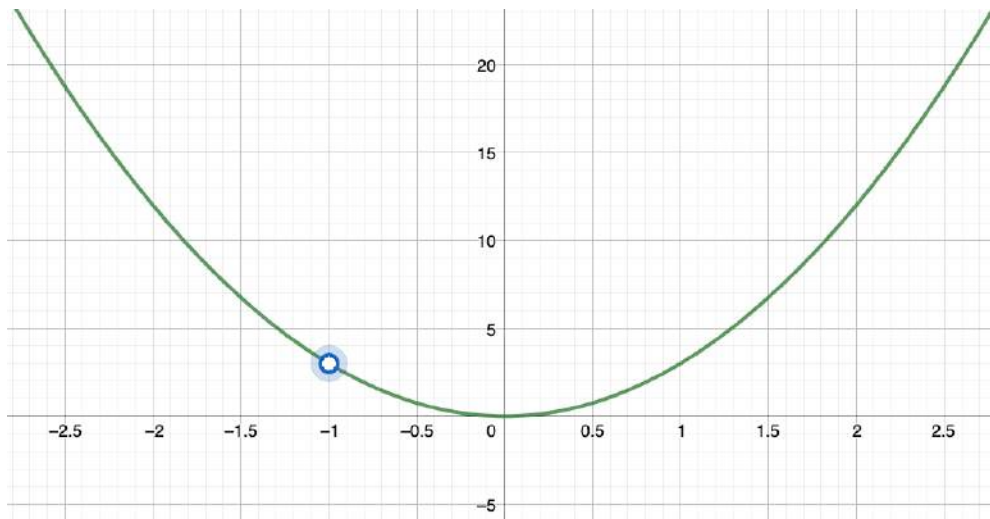
الحل:

$$\begin{array}{r} 3x^2 \\ x^2 + 2x + 1 \overline{) 3x^4 + 6x^3 + 3x^2} \\ \underline{- 3x^4 + 6x^3 + 3x^2} \\ 0 \end{array}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)(x + 1) = 0$$

$$x = -1$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

16 صناعة الطلاء: يحتوي خزان كبير على 1L من الطلاء الأبيض، ممزوجاً مع 6L من الطلاء الأخضر. فتح خالد سنوراً يسكب طلاءً أبيض في الخزان بمعدل 1L في الدقيقة، وسنوراً آخر يسكب طلاءً أخضر في الخزان بمعدل 5L في الدقيقة. أجد نسبة الطلاء الأخضر إلى الطلاء الأبيض في الخزان بعد t دقيقة على صورة اقتران ثم أمثله بيانياً.

الحل:

$$f(t) = \frac{6 + 5t}{1 + t} = \frac{5t + 6}{t + 1}$$

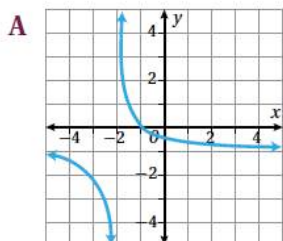
$$\begin{array}{r} 5 \\ t + 1 \overline{) 5t + 6} \\ \underline{- 5t + 5} \\ 1 \end{array}$$

$$f(t) = 5 + \frac{1}{t + 1}$$

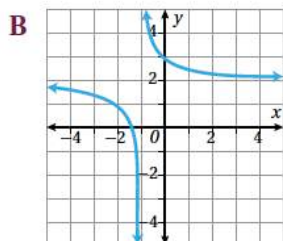
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

أعین لكل من الاقترانات النسبية الآتية رمز التمثيل البياني المناسب له:

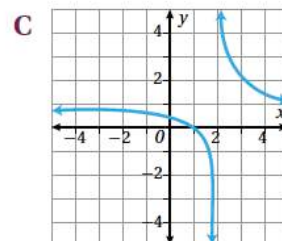
17 $f(x) = \frac{1}{x+1} + 2$



18 $h(x) = \frac{1}{x-2} + 1$



19 $g(x) = \frac{1}{x+2} - 1$



الحل:

17 → B

18 → C

19 → A

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

20 تبرير: مساحة ورقة مستطيلة تساوي $(3x^3 + 14x^2 + ax + 8)$ وحدات مربعة، وطولها يساوي $(x+2)^2$ وحدة. أجد قيمة a مبرراً إجابتي.

الحل:

$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$\begin{array}{r} 3x + 2 \\ x^2 + 4x + 4 \overline{) 3x^3 + 14x^2 + ax + 8} \\ \underline{- 3x^3 + 12x^2 + 12x} \\ 2x^2 + (a - 12)x + 8 \\ \underline{- 2x^2 + 8x + 8} \\ (a - 20)x \end{array}$$

لكن

$$(a - 20)x = 0$$

بالتالي

$$a = 20$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

21 أياها لا ينتمي: أعدد فيما يأتي الاقتران المختلف عن الاقترانات الثلاثة الأخرى، مبرراً إجابتني:

$$f(x) = \frac{3}{x+5}$$

$$g(x) = \frac{5}{x+2}$$

$$h(x) = \frac{9}{x^2+1}$$

$$l(x) = \frac{7}{x^2-9}$$

الحل:

الاقتران المختلف

$$h(x) = \frac{9}{x^2+1}$$

حيث مجاله جميع الأعداد الحقيقية لأن مقامه لا يوجد له أصفار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: قسمة كثيرات الحدود والاقترانات النسبية الصفحة: 24

22 مسألة مفتوحة: أكتب قاعدة اقتران نسبي يكون لتمثيله البياني خط تقارب أفقي هو: $y = 3$ ، وخط تقارب رأسيان

هما: $x = -2, x = 7$.

الحل:

$$f(x) = \frac{1}{(x+2)(x-7)} + 3$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x - 14} + 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 26

أتحقق من فهمي 

إذا كان $h(x) = \sqrt{x}$, $j(x) = 2x + 1$ ، فأجدُ كلاً ممّا يأتي:

a) $(h \circ j)(4)$

الحل:

$$\begin{aligned} h(j(4)) &= h(2 \times 4 + 1) \\ &= h(9) \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

إذا كان $h(x) = \sqrt{x}$, $j(x) = 2x + 1$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

b) $(j \circ h)(4)$

الحل:

$$\begin{aligned} j(h(4)) &= j(\sqrt{4}) \\ &= j(2) \\ &= 2 \times 2 + 1 \\ &= 5 \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

إذا كان $h(x) = \sqrt{x}$, $j(x) = 2x + 1$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

c) $(h \circ h)(16)$

الحل:

$$\begin{aligned} h(h(16)) &= h(\sqrt{16}) \\ &= h(4) \\ &= \sqrt{4} \\ &= 2 \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

إذا كانَ $h(x) = \sqrt{x}$, $j(x) = 2x + 1$ ، فأجدُ كلاً ممّا يأتي:

d) $(j \circ j)(-8)$

الحل:

$$\begin{aligned} j(j(-8)) &= j(2 \times -8 + 1) \\ &= j(-15) \\ &= 2 \times -15 + 1 \\ &= -29 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقتارات

الصفحة: 27

أتحقق من فهمي 

إذا كان $f(x) = x^2 + 4x$, $g(x) = 2 - 3x$, فأجد قاعدة كل من: $(f \circ g)(x)$, و $(g \circ f)(x)$.
ثم أجد $(f \circ g)(3)$, و $(g \circ f)(-1)$.

الحل:

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(2 - 3x) \\ &= (2 - 3x)^2 + 4(2 - 3x) \\ &= 4 - 12x + 9x^2 + 8 - 12x \\ &= 9x^2 - 24x + 12 \\ (f \circ g)(3) &= 9 \times 9 - 24 \times 3 + 12 \\ &= 81 - 72 + 12 \\ &= 21\end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

أجدُ مجالَ $(g \circ f)(x)$ للاقتارين في المثال 3 أعلاه.

مثال 3

$$\text{إذا كانَ } f(x) = \frac{6}{x-2}, g(x) = \frac{9}{x-3}$$

الحل:

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 2$

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 3$

$$\begin{aligned}\frac{6}{x-2} &= 3 \\ 3x - 6 &= 6 \\ 3x &= 12 \\ x &= 4\end{aligned}$$

مجال $(g \circ f)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = \{2, 4\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 29

أتحقق من فهمي 

أجدُ الاقترانين $f(x)$ ، و $g(x)$ ، بحيثُ يُمكنُ التعبيرُ عنُ كلِّ من الاقترانين الآتيين بالصورة

$$h(x) = f(g(x))$$

a) $h(x) = 4x^2 - 1$

الحل:

$$g(x) = x^2$$

$$f(x) = 4x - 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 29

أتحقق من فهمي 

أجدُ الاقترانين $f(x)$ ، و $g(x)$ ، بحيثُ يُمكنُ التعبيرُ عنُ كلِّ منَ الاقترانينِ الآتيينِ بالصورة

$$h(x) = f(g(x))$$
$$\text{b) } h(x) = \frac{2}{(x+2)^2} + 5$$

الحل:

$$g(x) = x + 2$$

$$f(x) = \frac{2}{x^2} + 5$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

أتحقق من فهمي 

قياس: يُحوّل الاقتران $C(F) = \frac{5}{9}(F - 32)$ درجات الحرارة من المقياس الفهرنهايتي F إلى مقياس سيلسيوس C . ويحوّل الاقتران $K(C) = C + 273$ درجات الحرارة من مقياس سيلسيوس إلى مقياس كلفن K . أكتبُ الاقتران الذي يُحوّل درجة الحرارة من المقياس الفهرنهايتي إلى مقياس كلفن، ثم أجدُ درجة الحرارة على مقياس كلفن التي تُقابل 86 درجة فهرنهايت.

الحل:

$$K(F) = \frac{5}{9}(F - 32) + 273$$

$$K(86) = \frac{5}{9}(86 - 32) + 273$$

$$= \frac{5}{9}(54) + 273$$

$$= 30 + 273$$

$$= 303$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

إذا كان $f(x) = x + 7$, $g(x) = \frac{x}{2}$ ، فأجدُ كلاً ممّا يأتي:

1 $(f \circ g)(4)$

الحل:

$$\begin{aligned} f(g(4)) &= f\left(\frac{4}{2}\right) \\ &= f(2) \\ &= 2 + 7 \\ &= 9 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

إذا كان $f(x) = x + 7$, $g(x) = \frac{x}{2}$ ، فأجدُ كلاً ممَّا يأتي:

2 $(g \circ f)(4)$

الحل:

$$\begin{aligned} g(f(4)) &= g(4 + 7) \\ &= g(11) \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

إذا كان $f(x) = x + 7, g(x) = \frac{x}{2}$ ، فأجدُ كلاً ممّا يأتي:

3 $(g \circ g)(-2)$

الحل:

$$\begin{aligned} g(g(-2)) &= g\left(\frac{-2}{2}\right) \\ &= g(-1) \\ &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات

إذا كان $f(x) = x + 7$, $g(x) = \frac{x}{2}$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

4 $(f \circ f)(3)$

الحل:

$$\begin{aligned} f(f(3)) &= f(3 + 7) \\ &= f(10) \\ &= 10 + 7 \\ &= 17 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقتراناتِ

إذا كانَ $c(x) = x^3$, $d(x) = 2x - 3$ ، فأجِدْ كلاً ممَّا يأتي:

5 $(c \circ d)(3)$

الحل:

$$\begin{aligned} c(d(3)) &= c(2 \times 3 - 3) \\ &= c(3) \\ &= 3^3 \\ &= 27 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 30

إذا كانَ $d(x) = 2x - 3$, $c(x) = x^3$, فأجِدْ كلاً ممّا يأتي:

6 $(d \circ c)(5)$

الحل:

$$\begin{aligned} d(c(5)) &= d(5^3) \\ &= d(125) \\ &= 2 \times 125 - 3 \\ &= 247 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات

إذا كان $c(x) = x^3$, $d(x) = 2x - 3$, فأجد كلاً ممّا يأتي:

7 $(c \circ d)(x)$

الحل:

$$\begin{aligned} c(d(x)) &= c(2x - 3) \\ &= (2x - 3)^3 \\ &= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 30

إذا كان $c(x) = x^3$, $d(x) = 2x - 3$, فأجد كلاً مما يأتي:

8 $(d \circ c)(x)$

الحل:

$$d(c(x)) = d(x^3)$$

$$= 2x^3 - 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

أجدُ مجالَ $(f \circ g)(x)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

9 $f(x) = \frac{2x}{x-3}, g(x) = \frac{1}{x-5}$

الحل:

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 5$

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 3$

$$\begin{aligned}\frac{1}{x-5} &= 3 \\ 3x - 15 &= 1 \\ 3x &= 16\end{aligned}$$

$$x = \frac{16}{3}$$

مجال $(f \circ g)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = \left\{5, \frac{16}{3}\right\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 30

أجد مجال $(f \circ g)(x)$ في كل مما يأتي:

10 $f(x) = \frac{1}{2x-2}, g(x) = \frac{5}{x+7}$

الحل:

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = -7$

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 1$

$$\begin{aligned}\frac{5}{x+7} &= 1 \\ x+7 &= 5 \\ x &= -2\end{aligned}$$

مجال $(f \circ g)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = \{-7, -2\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقتارات الصفحة: 30

11 إذا كان $a(x) = x + 4$, $b(x) = x - 7$ ، فأثبت أن $(a \circ b)(x) = (b \circ a)(x)$.

الحل:

$$\begin{aligned}(a \circ b)(x) &= a(b(x)) \\ &= a(x - 7) \\ &= x - 7 + 4 \\ &= x - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b \circ a)(x) &= b(a(x)) \\ &= b(x + 4) \\ &= x + 4 - 7 \\ &= x - 3\end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 30

12 إذا كان $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3x + 4$, فأجد $(f \circ g)(x)$, ثم أجد قيمة $(f \circ g)(-3)$.

الحل:

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= f(3x + 4) \\ &= 2^{(3x+4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(g(-3)) &= 2^{(3 \times -3 + 4)} \\ &= 2^{(-9+4)} \\ &= 2^{(-5)} \\ &= \frac{1}{2^{(5)}} = \frac{1}{32} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

13 إذا كانَ $g(x) = 2x - 10$, $f(x) = \frac{1}{x-4}$, فأجدُ $(g \circ f)(x)$ بصورةٍ كسرٍ واحدٍ، ثمَّ أعيِّنُ مجالَهُ.

الحل:

$$\begin{aligned} g(f(x)) &= g\left(\frac{1}{x-4}\right) \\ &= 2 \times \frac{1}{x-4} - 10 \\ &= \frac{2}{x-4} - 10 \end{aligned}$$

المجال: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 4$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 30

إذا كان $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2 - 7$, فأعبر عن كلِّ ممَّا يأتي بصورة اقترانٍ مُركَّب، مُعتمِداً الاقترانين f, g :

14 $x^2 - 6$

الحل:

$$x^2 - 6 = (f \circ g)(x)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 30

إذا كانَ $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2 - 7$ ، فأعبر عن كلِّ ممَّا يأتي بصورةِ اقترانٍ مُركَّبٍ، مُعتمدًا الاقترانين f, g :

$$x^2 + 2x - 6 \quad 15$$

الحل:

$$x^2 + 2x - 6 = (g \circ f)(x)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 30

أَجِدْ اقترانين $f(x)$ ، وَ $g(x)$ ، بحيثُ يُمكنُ التعبيرُ عنْ كُلِّ مَنْ الاقترانينِ الآتيينِ بالصورةِ $h(x) = f(g(x))$

$$16 \quad h(x) = \frac{4}{3 - \sqrt{4 + x^2}}$$

الحل:

$$g(x) = \sqrt{4 + x^2}$$

$$f(x) = \frac{4}{3 - x}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 30

أَجِدْ اقترانين $f(x)$ ، و $g(x)$ ، بحيث يُمكنُ التعبيرُ عن كلِّ من الاقترانين الآتيين بالصورة $h(x) = f(g(x))$

$$17 \quad h(x) = \left(\frac{1}{2x-3}\right)^3$$

الحل:

$$g(x) = \frac{1}{2x-3}$$

$$f(x) = x^3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 31

18 إذا كانَ $3 < x$, $g(x) = \frac{2}{3-x}$, $f(x) = \sqrt{x-2}$, $x \geq 2$, فهل يُمكنُ تكوينُ $(f \circ g)(x)$ ؟ أبرِّرُ إجابتي.

الحل:

مدى $g(x)$ هو جميع الأعداد الحقيقية السالبة، وهي غير موجودة في مجال $f(x)$ لأن مجال $f(x)$ هو الأعداد الحقيقية التي لا تقل عن 2، فلا يمكن تكوين $(f \circ g)(x)$

19 أحل المسألة الواردة في بداية الدرس.



مسألة اليوم عندما تسقط قطرة ماء المطر على بحيرة تتكوّن موجة دائرية يتزايد طول نصف قطرها بالنسبة إلى الزمن وفق الاقتران: $r(t) = 25\sqrt{t+2}$ ، حيث r نصف القطر بالسنتيمترات، و t الزمن بالدقائق. أجد مساحة الموجة عندما $t = 2$.

الحل:

$$A = \pi r^2$$

$$A = \pi (25\sqrt{t+2})^2$$

$$A = \pi \times 625(t+2)$$

$$A = 625\pi t + 1250\pi$$

$$A(2) = 625\pi \times 2 + 1250\pi$$

$$= 1250\pi + 1250\pi$$

$$= 2500\pi$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات



يُعطى عددُ خلايا البكتيريا في أحدِ الأطعمةِ المُبرَّدةِ في الثَّلاجةِ بالاقترانِ:

$N(T) = 23T^2 - 56T + 1$, $3 < T < 33$ حيثُ T درجةُ حرارةِ الطعامِ. عندَ

إخراجِ الطعامِ مِنَ الثَّلاجةِ تُعطى درجةُ حرارتهِ بالاقترانِ: $T(t) = 5t + 1.5$, حيثُ t الزمنُ بالساعاتِ:

20 أكتبُ الاقترانَ: $(N \circ T)(t)$.

الحل:

$$N(T(t)) = N(5t + 1.5)$$

$$= 23(5t + 1.5)^2 - 56(5t + 1.5) + 1$$

$$= 23(25t^2 + 15t + 2.25) - 280t - 84 + 1$$

$$= 575t^2 + 345t + 51.75 - 280t - 83$$

$$= 575t^2 + 65t - 31.25$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 31



يُعطى عددُ خلايا البكتيريا في أحدِ الأطعمةِ المُبرَّدةِ في الثَّلاجةِ بالاقترانِ:

$$N(T) = 23T^2 - 56T + 1, \quad 3 < T < 33$$

حيثُ T درجةُ حرارةِ الطعامِ. عندَ

إخراجِ الطعامِ مِنَ الثَّلاجةِ تُعطى درجةُ حرارتهِ بالاقترانِ: $T(t) = 5t + 1.5$, حيثُ

t الزمنُ بالساعاتِ:

21 أجدُ الزمنَ الذي يصلُ عندهُ عددُ خلايا البكتيريا إلى 6752 خليةً، مُقَرَّبًا إجابتي إلى منزلتينِ عشريتينِ.

الحل:

$$6752 = 575t^2 + 65t - 31.25$$

$$575t^2 + 65t - 31.25 - 6752 = 0$$

$$575t^2 + 65t - 6783.25 = 0$$

$$t = \frac{-65 + \sqrt{65^2 - 4 \times 575 \times -6783.25}}{2 \times 575}$$

$$t = \frac{-65 + \sqrt{4225 + 15601475}}{1150}$$

$$t = \frac{-65 + \sqrt{15605700}}{1150}$$

$$t \approx \frac{-65 + 3950.4}{1150}$$

$$t \approx \frac{3885.4}{1150}$$

$$t \approx 3.38$$

أو

$$t \approx \frac{-65 - 3950.4}{1150}$$

وهي إجابة سالبة ومرفوضة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقتارات الصفحة: 31

22 إذا كان $a > 0$, $f(x) = ax + b$, وكان $(f \circ f)(x) = 16x - 15$, فأجد قيمة كل من a , و b .

الحل:

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= f(ax + b) \\ &= a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b \end{aligned}$$

$$a^2x + ab + b = 16x - 15$$

$$a^2 = 16 \quad \text{and} \quad ab + b = -15$$

$$a = 4$$

$$ab + b = -15$$

$$4b + b = -15$$

$$5b = -15$$

$$b = -3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 31

23 أجدُ $(f \circ g \circ h)(x)$ في أبسط صورة، علماً بأن: $h(x) = x + 3$, $g(x) = \frac{1}{x}$, $f(x) = x^2 + 1$.

الحل:

$$f(g(h(x))) = f(g(x + 3))$$

$$= f\left(\frac{1}{x + 3}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{x + 3}\right)^2 + 1$$

$$= \frac{1}{(x + 3)^2} + 1$$

$$= \frac{1}{(x + 3)^2} + \frac{(x + 3)^2}{(x + 3)^2}$$

$$= \frac{(x + 3)^2 + 1}{(x + 3)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 6x + 9 + 1}{x^2 + 6x + 9}$$

$$= \frac{x^2 + 6x + 10}{x^2 + 6x + 9}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 31

24 أكتشف الخطأ: وجدت كل من هدى ووفاء ناتج $(f \circ g)(x)$ ، حيث: $g(x) = x^2 + 5$, $f(x) = x^2 - 6x - 5$. أحدد إذا كانت إجابة أي منهما صحيحة، مبرراً إجابتي.

هدى
$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$= (x^2 + 5)^2 - 6(x^2 + 5) - 5$
$= x^4 + 10x^2 + 25 - 6x^2 - 30 - 5$
$= x^4 + 4x^2 - 10$

وفاء
$(f \circ g)(x) = f(g(x))$
$= (x^2 + 5)^2 - 6x^2 - 5$
$= x^4 + 10x^2 + 25 - 6x^2 - 5$
$= x^4 + 4x^2 + 20$

الحل:

$$\begin{aligned}
 f(g(x)) &= f(x^2 + 5) \\
 &= (x^2 + 5)^2 - 6(x^2 + 5) - 5 \\
 &= x^4 + 10x^2 + 25 - 6x^2 - 30 - 5 \\
 &= x^4 + 4x^2 - 10
 \end{aligned}$$

إجابة هدى صحيحة وإجابة وفاء خاطئة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيب الاقترانات الصفحة: 31

25 مسألة مفتوحة: أكتب اقترانين f ، و g بحيث يكون $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 7$.

الحل:

$$g(x) = x^2 - 4x$$

$$f(x) = x + 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 31

26 تحدُّ: إذا كانَ $g(x) = \frac{1}{x+2}$; $f(x) = \frac{1}{x-3}$ ، فما قاعدةُ $(f \circ g)(x)$ ؟ ما مجالُها؟

الحل:

مجال $g(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = -2$

مجال $f(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = 3$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+2} &= 3 \\ 3x+6 &= 1 \\ 3x &= -5 \\ x &= \frac{-5}{3} \end{aligned}$$

مجال $(f \circ g)(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $x = \left\{-2, \frac{-5}{3}\right\}$

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= f\left(\frac{1}{x+2}\right) \\ &= \frac{1}{\frac{1}{x+2} - 3} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{(x+2)} - \frac{3(x+2)}{(x+2)}}$$

$$= \frac{1}{\frac{-3x-6+1}{(x+2)}}$$

$$= \frac{x+2}{-3x-5}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: تركيبُ الاقترانات الصفحة: 31

27 تحدّ: إذا كان $f(x) = \frac{2x-2}{x-4}$ ، وكان $g(x) = \frac{2x-1}{3}$ ، فأحلّ المعادلة $(f \circ g)(x) = -4$.

الحل:

$$f(g(x)) = f\left(\frac{2x-1}{3}\right)$$

$$= \frac{2 \times \frac{2x-1}{3} - 2}{\frac{2x-1}{3} - 4}$$

$$= \frac{\frac{4x-2}{3} - \frac{6}{3}}{\frac{2x-1}{3} - \frac{12}{3}}$$

$$= \frac{\frac{4x-2-6}{3}}{\frac{2x-1-12}{3}}$$

$$= \frac{4x-8}{3} \times \frac{3}{2x-13}$$

$$= \frac{4x-8}{2x-13}$$

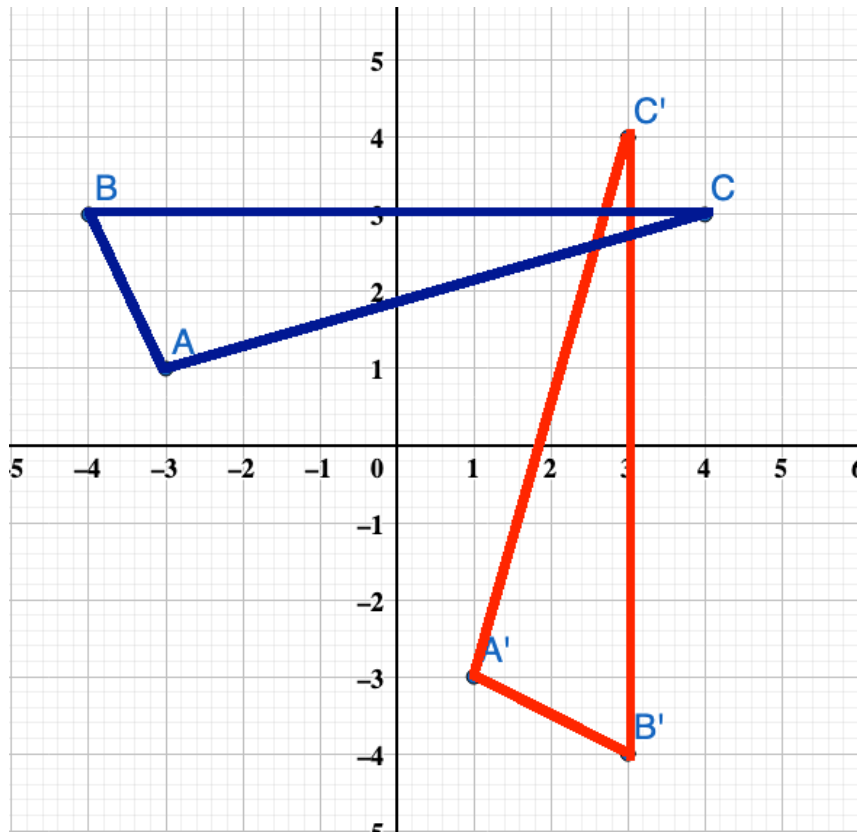
أتحقق من فهمي

تُمثّل الأزواجُ المُرتّبةُ للعلاقة: $\{(-3, 1), (-4, 3), (4, 3)\}$ إحداثيات رؤوس المثلث ABC . أجدُ العلاقةَ العكسية، ثمَّ أُمثّلُ بيانيًا العلاقةَ والعلاقةَ العكسيةَ على المستوى الإحداثي نفسه.

الحل:

العلاقة العكسية:

$$\{(1, -3), (3, -4), (3, 4)\}$$



أتحقق من فهمي 

أجدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ من الاقترانين الآتيين:

a) $h(x) = 7x + 5$

الحل:

$$y = 7x + 5$$

$$y - 5 = 7x$$

$$\frac{y - 5}{7} = x$$

$$h^{-1}(x) = \frac{x - 5}{7}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 36

أتحقق من فهمي 

أجدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ منَ الاقترانينِ الآتيين:

b) $g(x) = x^2 + 2, x \geq 0$

الحل:

$$y = x^2 + 2$$

$$y - 2 = x^2$$

$$\sqrt{y - 2} = x$$

$$g^{-1}(x) = \sqrt{x - 2}$$

أتحقق من فهمي 

أثبتُ أنَّ كلاً من الاقترانين $f(x) = 4x - 8$ و $g(x) = \frac{x}{4} + 2$ هو اقترانٌ عكسيٌّ للآخر.

الحل:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f\left(\frac{x}{4} + 2\right)$$

$$= 4\left(\frac{x}{4} + 2\right) - 8$$

$$= x + 8 - 8$$

$$= x$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= g(4x - 8)$$

$$= \left(\frac{4x - 8}{4} + 2\right)$$

$$= x - 2 + 2$$

$$= x$$

أتحقق من فهمي

أجد مجال $g(x) = \sqrt{3x+12} - 2$ ومداه، ثم أجد الاقتران العكسي له.

الحل:

$$3x + 12 \geq 0$$

$$3x \geq -12$$

$$x \geq \frac{-12}{3}$$

$$x \geq -4$$

المجال: $\{x: x \geq -4\}$

المدى: $\{y: y \geq -2\}$

$$y = \sqrt{3x+12} - 2$$

$$y + 2 = \sqrt{3x+12}$$

$$(y + 2)^2 = 3x + 12$$

$$y^2 + 4y + 4 = 3x + 12$$

$$y^2 + 4y - 8 = 3x$$

$$\frac{y^2 + 4y - 8}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x^2 + 4x - 8}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

أتحقق من فهمي 

يرتبط محيط الرأس C للطفل بطوله H (كلا القياسين بالسنتيمتر) عن طريق الاقتران:

$$H(C) = 2.15C - 26.75$$

(a) أكتب اقتراناً يعبر عن محيط الرأس C بدلالة طول الطفل H .

(b) أجد محيط رأس طفل طوله 66 cm

الحل:

$$H = 2.15C - 26.75$$

$$H + 26.75 = 2.15C$$

$$\frac{H + 26.75}{2.15} = C$$

$$C(H) = \frac{H + 26.75}{2.15}$$

$$C(66) = \frac{66 + 26.75}{2.15}$$

$$C(66) = \frac{66 + 26.75}{2.15}$$

$$C(66) \approx 43.13$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 39

أُحَدِّدُ الاقترانَ الذي لَهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كُلِّ ممَّا يَأْتِي، مُبَرِّرًا إجابتي، ثُمَّ أَكْتُبُ الاقترانَ العكسيَّ (إن وُجِدَ):

$$1 \quad f = \{(2, 6), (-3, 6), (4, 9), (1, 10)\}$$

الحل:

ليس له اقتران عكسي لأنه ليس واحد لواحد حيث 2 و 3 - مرتبطتين مع 6

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 39

أُحَدِّدُ الاقترانَ الذي لَهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كُلِّ ممَّا يَأْتِي، مُبرِّراً إجابتي، ثُمَّ أَكْتُبُ الاقترانَ العكسيَّ (إنْ وُجِدَ):

$$2 \quad h = \{(0, 0), (1, 1), (2, 16), (3, 81)\}$$

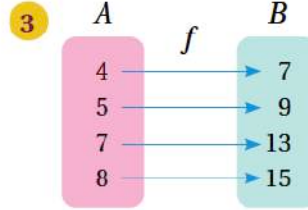
الحل:

له اقتران عكسي لأنه اقتران واحد لواحد

$$h^{-1} = \{(0,0), (1,1), (16,2), (81,3)\}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 39

أُحَدِّدُ الاقترانَ الذي لَهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كُلِّ ممَّا يَأْتِي، مُبرِّراً إجابتي، ثُمَّ أَكْتُبُ الاقترانَ العكسيَّ (إنْ وُجِدَ):



الحل:

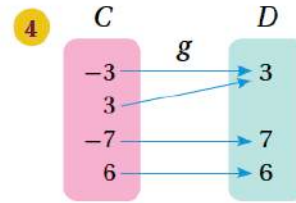
له اقتران عكسي لأنه اقتران واحد لواحد

$$f^{-1} = \{(7,4), (9,5), (13,7), (15,8)\}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

الصفحة: 39

أُحَدِّدُ الاقترانَ الذي لَهُ اقترانٌ عكسيٌّ في كُلِّ مِمَّا يَأْتِي، مُبرِّراً إجابتي، نَمَّ أَكْتُبُ الاقترانَ العكسيَّ (إنْ وُجِدَ):



الحل:

ليس له اقتران عكسي لأنه ليس واحد لواحد حيث 3 و -3 مرتبطين مع 3

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 40

إذا كان $f(x) = 3\left(\frac{x}{2} + 4\right)$ ، فأجد قيمة كل مما يأتي:

5 $f(-2)$

الحل:

$$f(-2) = 3\left(\frac{-2}{2} + 4\right)$$

$$= 3(-1 + 4)$$

$$= 3(3)$$

$$= 9$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

إذا كان $f(x) = 3\left(-\frac{x}{2} + 4\right)$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

6 $f(4)$

الحل:

$$f(4) = 3\left(\frac{4}{2} + 4\right)$$

$$= 3(2 + 4)$$

$$= 3(6)$$

$$= 18$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

إذا كان $f(x) = 3\left(\frac{x}{2} + 4\right)$ ، فأجد قيمة كل مما يأتي:

7 $f^{-1}(9)$

الحل:

$$y = 3\left(\frac{x}{2} + 4\right)$$

$$y = \frac{3}{2}x + 12$$

$$y - 12 = \frac{3}{2}x$$

$$2y - 24 = 3x$$

$$\frac{2y - 24}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{2 \times 9 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{18 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{-6}{3} = -2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

إذا كان $f(x) = 3\left(\frac{x}{2} + 4\right)$ ، فأجد قيمة كل مما يأتي:

8 $f^{-1}(18)$

الحل:

$$f^{-1}(x) = \frac{2x - 24}{3}$$

$$f^{-1}(18) = \frac{2 \times 18 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{36 - 24}{3}$$

$$f^{-1}(9) = \frac{12}{3} = 4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 40

أَجِدْ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ منَ الاقتراناتِ الآتية:

$$9 \quad f(x) = x + 7$$

الحل:

$$y = x + 7$$

$$y - 7 = x$$

$$f^{-1}(x) = x - 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ منَ الاقتراناتِ الآتية:

10 $f(x) = 8x$

الحل:

$$y = 8x$$

$$\frac{y}{8} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{8}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

أجذ الاقتران العكسي لكل من الاقترانات الآتية:

11 $f(x) = \frac{x}{2} + 6$

الحل:

$$y = \frac{x}{2} + 6$$

$$y - 6 = \frac{x}{2}$$

$$2y - 12 = x$$

$$f^{-1}(x) = 2x - 12$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

أجدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ منَ الاقتراناتِ الآتية:

12 $f(x) = \frac{3x - 6}{5}$

الحل:

$$y = \frac{3x - 6}{5}$$

$$5y = 3x - 6$$

$$5y + 6 = 3x$$

$$\frac{5y + 6}{3} = x$$

$$f^{-1}(x) = \frac{5x + 6}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُ الصفحة: 40

أَجِدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ منَ الاقتراناتِ الآتية:

13 $f(x) = 4x^3$

الحل:

$$y = 4x^3$$

$$\frac{y}{4} = x^3$$

$$\sqrt[3]{\frac{y}{4}} = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{4}}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

أجِدْ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ مِنَ الاقتراناتِ الآتية:

14 $g(x) = 4 + \sqrt{6-3x}, x \leq 2$

الحل:

$$y = 4 + \sqrt{6 - 3x}$$

$$y - 4 = \sqrt{6 - 3x}$$

$$(y - 4)^2 = 6 - 3x$$

$$3x = 6 - (y - 4)^2$$

$$x = \frac{6 - (y - 4)^2}{3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{6 - (x - 4)^2}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

أجذ الاقتران العكسي لكل من الاقترانات الآتية:

15 $g(x) = \frac{8-3x}{5x}, x \neq 0$

الحل:

$$y = \frac{8-3x}{5x}$$

$$y = \frac{8}{5x} - \frac{3}{5}$$

$$y + \frac{3}{5} = \frac{8}{5x}$$

$$\frac{5x}{8} = \frac{1}{y + \frac{3}{5}}$$

$$5x = \frac{8}{y + \frac{3}{5}}$$

$$x = \frac{8}{5\left(y + \frac{3}{5}\right)}$$

$$x = \frac{8}{5y + 3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{8}{5x + 3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 40

أجدُ الاقترانَ العكسيَّ لكلِّ منَ الاقتراناتِ الآتية:

$$16 \quad j(x) = (x-2)^2 + 4, x \geq 2$$

الحل:

$$y = (x - 2)^2 + 4$$

$$y - 4 = (x - 2)^2$$

$$\sqrt{y - 4} = x - 2$$

$$\sqrt{y - 4} + 2 = x$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x - 4} + 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ

17 أثبت أن كلا من الاقترانين $f(x), g(x)$ هو اقتران عكسي للآخر:

$$f(x) = (x+3)^2 + 2, x \geq -3, g(x) = -3 + \sqrt{x-2}, x \geq 2$$

الحل:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$= f(-3 + \sqrt{x-2})$$

$$= (-3 + \sqrt{x-2} + 3)^2 + 2$$

$$= (\sqrt{x-2})^2 + 2$$

$$= x - 2 + 2 = x$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

$$= g((x+3)^2 + 2)$$

$$= -3 + \sqrt{((x+3)^2 + 2) - 2}$$

$$= -3 + \sqrt{(x+3)^2}$$

$$= -3 + x + 3$$

$$= x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُ الصفحة: 40

18 أثبت أن $f(x) = \frac{x}{x-1}$, $x \neq 1$ هو اقترانٌ عكسيٌ لنفسه.

الحل:

$$(f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$= f\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1} - 1}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x-1}}$$

$$= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x - (x-1)}{x-1}}$$

$$= \frac{x}{x-1} \times \frac{x-1}{1}$$

$$= x$$

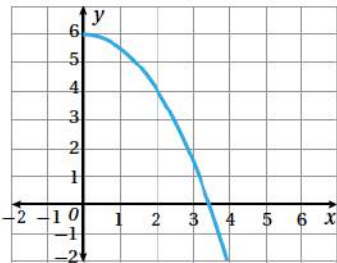
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي

19 صناعة: إذا كان $C(x)$ يُمثِّل التكلفة C بالدنانير لإنتاج x وحدة من

مصابيح الإنارة، فماذا يُمثِّل المقدار $C^{-1}(23000)$ ؟

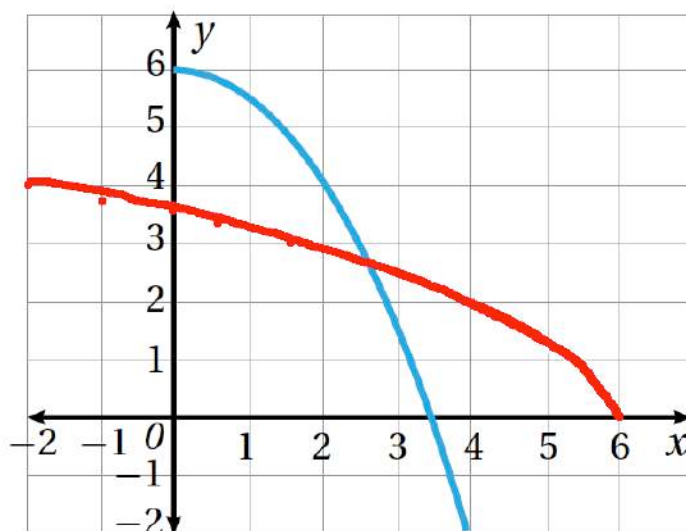
الحل:

يمثل عدد المصابيح المنتجة إذا كانت الكلفة 23000



20 أرسمُ منحنى الاقترانِ العكسيِّ للاقترانِ f المجاورِ
في المستوى الإحداثيِّ نفسه، مُعيِّناً المجالَ والمدى
لكلٍّ من f و f^{-1} .

الحل:



مجال f هو $[0, 4]$
مدى f هو $[-2, 6]$

مجال f^{-1} هو $[-2, 6]$
مدى f^{-1} هو $[0, 4]$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 41

21 أجد الاقتران العكسي للاقتران:

$f(x) = x^2 - 2x + 5$, $-3 \leq x \leq 1$, ثم أمثل $f(x)$ و $f^{-1}(x)$ بيانياً في المستوى الإحداثي نفسه.

(إرشاد: أكتب $f(x)$ بصورة $(x + b)^2 + c$ باستعمال إكمال المربع).

الحل:

$$y = x^2 - 2x + 5$$

$$y + 1 = x^2 - 2x + 1 + 5$$

$$y + 1 = (x - 1)^2 + 5$$

$$y + 1 - 5 = (x - 1)^2$$

$$x - 1 = \sqrt{y - 4}$$

$$x = \sqrt{y - 4} + 1$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x - 4} + 1$$



22 كيمياء: في دورق 100 mL من أحد المحاليل، منها 25 mL من حامض الهيدروكلوريك. إذا أُضيفَ إلى الدورق n mL من محلول مُشابه، تركيز الحامض فيه 60%، فإن تركيز الحامض في الدورق يُعطى بالاقتران: $C(n) = \frac{25+0.6n}{100+n}$. أُعبر عن n بصورة اقتران بدلالة التركيز C ، ثم أجد عدد المئترات n التي يجب إضافتها ليصبح تركيز الحامض في الدورق 50%

الحل:

$$y = \frac{25 + 0.6n}{100 + n}$$

$$0.6n - ny = 100y - 25$$

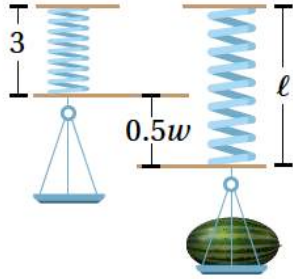
$$n(0.6 - y) = 100y - 25$$

$$n = \frac{100y - 25}{0.6 - y}$$

$$\Rightarrow n(C) = \frac{100C - 25}{0.6 - C}$$

$$n(0.5) = \frac{100(0.5) - 25}{0.6 - (0.5)} = \frac{25}{0.1} = 250$$

23 أحل المسألة الواردة في بداية الدرس.



مسألة اليوم يُستعمل الاقتران $l = 0.5w + 3$ لإيجاد طول الزنبرك l بالستيمترات في الميزان الزنبركي عند قياس كتلة جسم w بالكيلوغرام. هل يمكن إيجاد اقتران آخر يُستعمل لإيجاد كتلة الجسم إذا عُلِمَ طول الزنبرك؟

الحل:

نعم فالاقتران العكسي يُبين كتلة الجسم بدلالة طول الزنبرك، وهو

$$w = 2(l - 3)$$

حيث

$$l - 3 = 0.5y$$

$$y = 2(l - 3)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 41

24 تُعطى مساحة السطح الكلية A للأسطوانة التي نصف قطر قاعدتها r ، وارتفاعها 40 cm بالاقتران:

$A(r) = 2\pi r^2 + 80\pi r$. أُعبر عن نصف القطر r بصورة اقتران بدلالة المساحة A ، ثم أجد طول نصف قطر قاعدة أسطوانة مساحة سطحها الكلية 2000 cm^2

الحل:

$$y = 2\pi r^2 + 80\pi r$$

$$y = 2\pi(r^2 + 40r)$$

$$r^2 + 40r + 400 = \frac{y}{2\pi} + 400$$

$$(r + 20)^2 = \frac{y}{2\pi} + 400$$

$$r + 20 = \sqrt{\frac{y}{2\pi} + 400}$$

$$r = -20 + \sqrt{\frac{y}{2\pi} + 400}$$

$$r = -20 + \sqrt{\frac{y}{2\pi} + \frac{800\pi}{2\pi}}$$

$$r = -20 + \sqrt{\frac{y + 800\pi}{2\pi}}$$

$$r(A) = -20 + \sqrt{\frac{A + 800\pi}{2\pi}}$$

$$r(2000) = -20 + \sqrt{\frac{(2000) + 800\pi}{2\pi}}$$

$$r(2000) \approx 6.8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقترانُ العكسيُّ الصفحة: 41

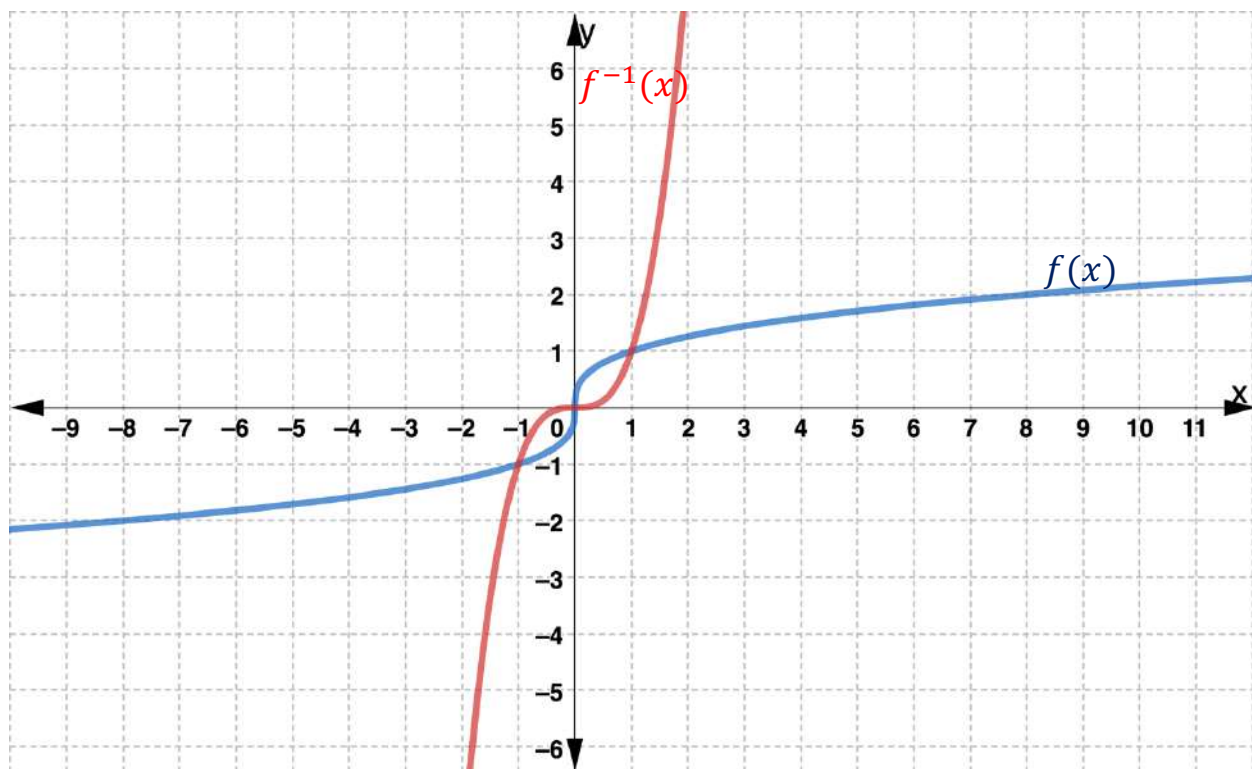
25 أجدُ الاقترانَ العكسيَّ للاقترانِ $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ، ثمَّ أمثلُ $f(x)$ ، $f^{-1}(x)$ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ نفسه.

الحل:

$$y = \sqrt[3]{x}$$

$$y^3 = x$$

$$f^{-1}(x) = x^3$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 41

26 تبرير: إذا كان للاقتران $f(x)$ اقتران عكسي، وكان له صفر عندما $x = 4$ ، فما الذي يمكن استنتاجه عن منحنى $f^{-1}(x)$ ؟

الحل:

منحنى الاقتران العكسي $f^{-1}(x)$ يمر بالنقطة $(0,3)$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 41

27 مسألة مفتوحة: أكتب قاعدة اقتران واحد لواحد والاقتران العكسي له، ثم أثبت أن كلا منهما اقتران عكسي للآخر.

الحل:

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x \\ y &= 2x \\ x &= \frac{y}{2} \\ f^{-1}(x) &= \frac{x}{2} \\ (f \circ f^{-1})(x) &= f(f^{-1}(x)) \\ &= f\left(\frac{x}{2}\right) \\ &= 2 \cdot \frac{x}{2} = x \\ (f^{-1} \circ f)(x) &= f^{-1}(f(x)) \\ &= f^{-1}(2x) \\ &= \frac{2x}{2} = x \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاقتران العكسي الصفحة: 41

28 تحدّ: إذا كان $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = 5x - 1$ و $x > 0$ ، فأحلّ المعادلة: $(f \circ g)(x) = g^{-1}(34)$.

الحل:

$$\begin{aligned}
 y &= 5x - 1 \\
 y + 1 &= 5x \\
 x &= \frac{y + 1}{5} \\
 g^{-1}(x) &= \frac{x + 1}{5} \\
 g^{-1}(34) &= \frac{34 + 1}{5} = \frac{35}{5} = 7 \\
 (f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
 &= f(5x - 1) \\
 &= (5x - 1)^2 + 3 \\
 &= 25x^2 - 10x + 1 + 3 \\
 &= 25x^2 - 10x + 4 \\
 25x^2 - 10x + 4 &= 7 \\
 25x^2 - 10x - 3 &= 0 \\
 x_1 &= \frac{-(-10) + \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 25 \times -3}}{2 \times 25} \\
 x_1 &= \frac{10 + \sqrt{100 + 300}}{50} \\
 x_1 &= \frac{10 + \sqrt{400}}{50} \\
 x_1 &= \frac{10 + 20}{50} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} \\
 x_2 &= \frac{10 - 20}{50} = \frac{-10}{50} = \frac{-1}{5} \text{ مرفوض}
 \end{aligned}$$

بالتالي

$$x = \frac{3}{5}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 1

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي 

أجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية مما يأتي:

a) $\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \dots$

الحل:

$$\frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \frac{15}{2}, \frac{17}{2}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 2

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي 

أجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية مما يأتي:

b) 5 , 10 , 20 , 40 , ...

الحل:

5 , 10 , 20 , 40 , 80 , 160 , 320

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 3

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي 

أجدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

c) 150 , 141 , 132 , 123 , ...

الحل:

150 , 141 , 132 , 123 , 114 , 105 , 96

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 4

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 43

أتحقق من فهمي 

أجد الحدود الثلاثة التالية لكل متتالية مما يأتي:

d) 400, 200, 100, 50, ...

الحل:

400 , 200 , 100 , 50 , 25 , 12.5 , 6.25

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 45

أتحقق من فهمي 

أَبَيَّنْ إذا كَانَ المقدارُ الجبريُّ المُعطى بجانبِ كُلِّ متتاليةٍ ممَّا يَأْتِي يُمثِّلُ حدًّا عامًّا لها أم لا،
ثُمَّ أَصَنَّفْ المتتالياتِ إلى خطِّيَّةٍ، أو تربيعيَّةٍ، أو تكعيبيَّةٍ، ثُمَّ أَجِدْ الحدَّ الخامسَ والسبعينَ
في كُلِّ منها:

a) $1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1$

الحل:

نعم هو الحد العام، متتالية خطية

$$T(5) = 2 \times 5 - 1 = 10 - 1 = 9$$

$$T(70) = 2 \times 70 - 1 = 140 - 1 = 139$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 45

أتحقق من فهمي 

أبين إذا كان المقدار الجبري المعطى بجانب كل متتالية مما يأتي يمثل حداً عاماً لها أم لا،
ثم أصنّف المتتاليات إلى خطية، أو تربيعية، أو تكعيبية، ثم أجد الحد الخامس والسبعين
في كل منها:

b) $0, 3, 8, 15, \dots, n^2 - 1$

الحل:

نعم هو الحد العام، متتالية تربيعية

$$T(5) = 5^2 - 1 = 25 - 1 = 24$$

$$T(70) = 70^2 - 1 = 4900 - 1 = 4899$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 45

أتحقق من فهمي

أبينُّ إذا كان المقدار الجبريُّ المُعطى بجانب كلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي يُمثِّل حدًّا عامًّا لها أم لا،
ثمَّ أصنِّفُ المتتالياتِ إلى خطيئة، أو تربيعية، أو تكعيبية، ثمَّ أجِدُ الحدَّ الخامسَ والسبعينَ
في كلِّ منها:

c) $1.5, 8.5, 27.5, 64.5, \dots, n^3 + 0.5$

الحل:

نعم هو الحد العام، متتالية تكعيبية

$$T(5) = 5^3 + 0.5 = 125 + 0.5 = 125.5$$

$$T(70) = 70^3 + 0.5 = 343000 + 0.5 = 343000.5$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 8

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 47

أتحقق من فهمي 

أجد الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

a) 8 , 15 , 22 , 29 , 36 , ...

الحل:

$$\begin{aligned}T(n) &= 8 + 7(n - 1) \\&= 8 + 7n - 7 \\&= 7n + 1\end{aligned}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 9

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 47

أتحقق من فهمي 

أجد الحد العام لكل متتالية مما يأتي:

b) 4 , 7 , 12 , 19 , 28 , ...

الحل:

$$T(n) = n^2 + 3$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 10

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 47

أتحقق من فهمي 

أجد الحد العام لكل متتالية مما يأتي:

c) $-1, 6, 25, 62, 123, \dots$

الحل:

$$T(n) = n^3 - 2$$

أتحقق من فهمي 

في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يُمثِّلُ أعوادِ الثقابِ في نماذجٍ متتاليةٍ. أجدُ الحدَّ العامَّ لهذه المتتالية.



النموذج (1).



النموذج (2).



النموذج (3).



النموذج (4).

الحل:

$$1 \rightarrow 3$$

$$2 \rightarrow 5$$

$$3 \rightarrow 7$$

$$4 \rightarrow 9$$

$$T(n) = 2n + 1$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 12

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد الحدود الثلاثة التالية للمتتاليات الآتية:

1 6 , 11 , 16 , 21 , ...

الحل:

6 , 11 , 16 , 21 , 26 , 31 , 36

$$T(n) = 5n + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد الحدود الثلاثة التالية للمتتاليات الآتية:

2 -1 , 6 , 13 , 20 , ...

الحل:

-1 , 6 , 13 , 20 , 27 , 34 , 41

$$T(n) = 7n - 8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدْ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتية:

3 $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \dots$

الحل:

$$\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \frac{15}{2}$$

$$T(n) = \frac{2n + 1}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد الحدود الثلاثة التالية للمتتاليات الآتية:

$$-8, -7, -6, -5, \dots$$

الحل:

$$-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2$$

$$T(n) = n - 9$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 16

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد الحدود الثلاثة التالية للمتتاليات الآتية:

5 -2 , 1 , 6 , 13 , ...

الحل:

-2 , 1 , 6 , 13 , 22 , 33 , 46

$$T(n) = n^2 - 3$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 17

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد الحدود الثلاثة التالية للمتتاليات الآتية:

6 4 , 16 , 36 , 64 , ...

الحل:

4 , 16 , 36 , 64 , 100 , 144 , 196

$$T(n) = 4n^2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد الحدود الثلاثة التالية للمتتاليات الآتية:

7 3 , 9 , 27 , 81 , ...

الحل:

3 , 9 , 27 , 81 , 243 , 729 , 2187

$$T(n) = 3^n$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجدُ الحدودَ الثلاثةَ التاليةَ للمتتالياتِ الآتية:

8 3, 8, 18, 38, ...

الحل:

3, 8, 18, 38, 78, 158, 318

$$T(n) = \frac{5 \times 2^n - 4}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد الحدود الثلاثة التالية للمتتاليات الآتية:

9 128, 64, 32, 16, ...

الحل:

128 , 64 , 32 , 16 , 8 , 4 , 2

$$T(n) = 128 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطيّة، أو تربيعيّة، أو تكعيبيّة:

$$10 \quad n + 3$$

الحل:

متتالية خطية

$$T(1) = 4$$

$$T(2) = 5$$

$$T(3) = 6$$

$$T(4) = 7$$

$$T(5) = 8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حُدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطيّة، أو تربيعيّة، أو تكعيبيّة:

$$11 \quad 3n - 1$$

الحل:

متتالية خطية

$$T(1) = 2$$

$$T(2) = 5$$

$$T(3) = 8$$

$$T(4) = 11$$

$$T(5) = 14$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حُدُّها العام في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطّية، أو تربيعية، أو تكعيبية:

$$4n + 5$$

الحل:
متتالية خطية

$$\begin{aligned}T(1) &= 9 \\T(2) &= 13 \\T(3) &= 17 \\T(4) &= 21 \\T(5) &= 25\end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطّية، أو تربيعية، أو تكعيبيّة:

$$n^2 - 1$$

الحل:

متتالية تربيعية

$$T(1) = 0$$

$$T(2) = 3$$

$$T(3) = 8$$

$$T(4) = 15$$

$$T(5) = 24$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطّية، أو تربيعية، أو تكعيبيّة:

$$14 \quad n^2 + 2$$

الحل:
متتالية تربيعية

$$\begin{aligned} T(1) &= 3 \\ T(2) &= 6 \\ T(3) &= 11 \\ T(4) &= 18 \\ T(5) &= 27 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطّية، أو تربيعية، أو تكعيبية:

$$15 \quad 200 - n^2$$

الحل:
متتالية تربيعية

$$T(1) = 199$$

$$T(2) = 196$$

$$T(3) = 191$$

$$T(4) = 184$$

$$T(5) = 175$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حدُّها العامُّ في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطّية، أو تربيعية، أو تكعيبية:

$$16 \quad n^3 + 1$$

الحل:

متتالية تكعيبية

$$T(1) = 2$$

$$T(2) = 9$$

$$T(3) = 28$$

$$T(4) = 65$$

$$T(5) = 126$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حدُّها العام في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطّية، أو تربيعية، أو تكعيبية:

$$17 \frac{n^3}{2}$$

الحل:
متتالية تكعيبية

$$T(1) = \frac{1}{2}$$

$$T(2) = 4$$

$$T(3) = \frac{27}{2}$$

$$T(4) = 32$$

$$T(5) = \frac{125}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أجد أول خمسة حدود لكل متتالية مُعطى حدُّها العام في ما يأتي، ثمَّ أصنّفها إلى متتالية خطّية، أو تربيعية، أو تكعيبية:

$$18 \quad 3n^3 - 1$$

الحل:
متتالية تكعيبية

$$T(1) = 2$$

$$T(2) = 23$$

$$T(3) = 80$$

$$T(4) = 191$$

$$T(5) = 374$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 30

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدْ الحَدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

19 21, 24, 27, 30, 33, ...

الحل:

$$T(n) = 3n + 18$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 31

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدْ الحَدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

20 1, 9, 17, 25, 33, ...

الحل:

$$T(n) = 8n - 7$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 32

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدْ الحَدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

21 10, 13, 18, 25, 34, ...

الحل:

$$T(n) = n^2 + 9$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 33

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدْ الحَدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

$$22 - \frac{5}{2}, -1, \frac{3}{2}, 5, \frac{19}{2}, \dots$$

الحل:

$$T(n) = \frac{n^2 - 6}{2}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 34

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

أَجِدْ الحَدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

23 6, 13, 32, 69, 130, ...

الحل:

$$T(n) = n^3 + 5$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 5 الدرس: 5 عصام الشيخ 0796300625 35

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 48

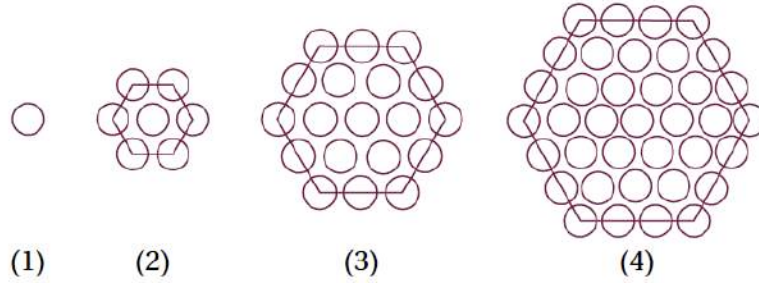
أَجِدْ الحَدَّ العامَّ لكلِّ متتاليةٍ ممَّا يأتي:

24 1, 15, 53, 127, 249, ...

الحل:

$$T(n) = 2n^3 - 1$$

25 أجد عدد الدوائر في النموذج الخامس من النمط الهندسي الآتي:



الحل:

$$1 \rightarrow 1$$

$$2 \rightarrow 7$$

$$3 \rightarrow 19$$

$$4 \rightarrow 37$$

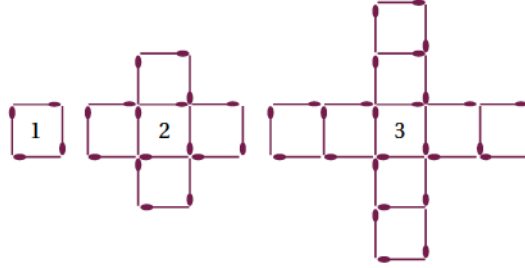
$$T(n) = 3n^2 - 3n + 1$$

$$\begin{aligned} T(5) &= 3 \times 25 - 3 \times 5 + 1 \\ &= 75 - 15 + 1 = 61 \end{aligned}$$

الصفحة: 49

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات

في ما يأتي نمطٌ هندسيٌّ يُمثِّل عددَ أَعْوَادِ الثَّقَابِ في نماذجٍ متتاليةٍ، أجدُ الحدَّ العامَّ لهذهِ المتتاليةِ.



الحل:

$$1 \rightarrow 4$$

$$2 \rightarrow 16$$

$$3 \rightarrow 28$$

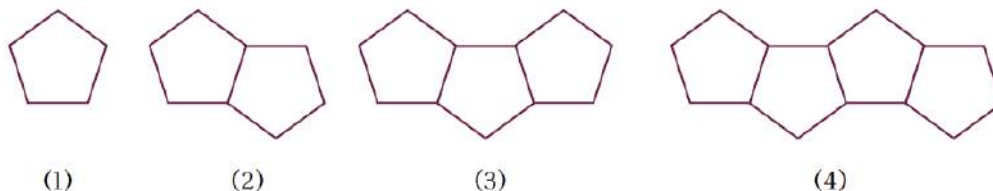
$$T(n) = 12n - 8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات

الصفحة: 49

26 أكمل الجدول الآتي بالاعتماد على نماذج النمط الهندسي أدناه:

النموذج	(1)	(2)	(3)	(4)
المحيط	5	8		



27 أجد محيط نموذج يحتوي n من الأشكال الخماسية.

28 أجد محيط نموذج يحتوي 50 شكلاً خماسياً.

29 ما أكبر عدد من الأشكال الخماسية التي يمكن استعمالها لعمل نموذج محيطه أقل من 1000cm؟

الحل:

$$T(n) = 3n + 2$$

النموذج	(1)	(2)	(3)	(4)
المحيط	5	8	11	14

$$T(5) = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$$

$$T(50) = 3 \times 50 + 2 = 150 + 2 = 152$$

$$1000 = 3 \times n + 2$$

$$998 = 3 \times n$$

$$n = 332$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 49

30 تحدّد: إذا كان الحدّ العامّ للمتتالية: $6, 16, 30, 48, 70, \dots$ هو: $T(n) = an + bn^2$ ، حيث a, b عدداً حقيقيّان، فأجّد قيم a, b .

الحل:

$$\begin{aligned} 6 &= a + b \\ 16 &= 2a + 4b \rightarrow 8 = a + 2b \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 6 = a + b \\ - 8 = a + 2b \\ \hline -2 = -b \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2 &= b \\ a &= 4 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 49

31 تحدّ: أجد أول ثلاثة حدودٍ لمتتاليةٍ خطيّة، إذا كان مجموع هذه الحدود 12، وحاصل ضربها 28

الحل:

$$a + b + c = 12$$

$$a \times b \times c = 28$$

$$a = 1, b = 4, c = 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: المتتاليات الصفحة: 49

32 مسألة مفتوحة: أجد ثلاث متتاليات تبدأ بـ 1، بحيث تكون الأولى خطية، والثانية تربيعية، والثالثة تكعيبة.

الحل:

1,2,3,4, ...

1,4,9,16, ...

1,8,27,64, ...

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

1 الحد العام (T_n) للمتتالية: ... 56, 35, 20, 11 هو:

a) $T_n = n^2 + 6n + 4$ b) $T_n = 3n^2 + 8$

c) $T_n = 2n^2 + 9$ d) $T_n = n^2 + 4n + 6$

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

2 إذا كان $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$ ، فإن قيمة $f(-2)$ هي:

a) -22

b) -15

c) 9

d) 29

الحل:

$$\begin{aligned} f(-2) &= 3 \times 4 - 10 + 7 \\ &= 12 - 10 + 7 = 2 + 7 = 9 \end{aligned}$$

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

3 إذا كان $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 6$, $g(x) = 5x^2 - 7x + 4$

فإن ناتج $f(x) - g(x)$ هو:

a) $2x^3 - 9x^2 + 7x + 2$

b) $2x^3 + x^2 + 7x + 10$

c) $-3x^3 + 3x^2 + 13x - 4$

d) $-3x^3 - 4x^2 + 7x - 2$

الحل:

$$\begin{aligned} f(x) - g(x) &= 2x^3 - 4x^2 + 6 - (5x^2 - 7x + 4) \\ &= 2x^3 - 9x^2 + 7x + 2 \end{aligned}$$

الجواب: a

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

4 إذا كان $g(x)$ كثير حدود من الدرجة السادسة، و $h(x)$

كثير حدود من الدرجة الثانية، فإن درجة ناتج قسمة

$g(x)$ على $h(x)$ هي:

(a) الأولى. (b) الثالثة.

(c) الرابعة. (d) الثامنة.

الحل:

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

5 إذا كان $h(x) = x^2 - 2$, $f(x) = 3x - 5$ ، فإن قيمة

$(h \circ f)(3)$ هي:

a) 4

b) 7

c) 14

d) 16

الحل:

$$\begin{aligned} h(f(3)) &= h(4) \\ &= 14 \end{aligned}$$

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

6 إذا كان $f(x) = 8 - 2x$ ، فإن قيمة $f^{-1}(4)$ هي:

- a) 0 b) -6 c) -2 d) 2

الحل:

$$y = 8 - 2x$$

$$2x = 8 - y$$

$$x = \frac{8 - y}{2}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{8 - x}{2}$$

$$f^{-1}(4) = \frac{8 - 4}{2} = 2$$

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

7 خط التقارب الأفقي للاقتراح $r(x) = \frac{3}{4-3x} + 7$ هو:

a) $y = 0$

b) $y = 7$

c) $y = 4$

d) $y = -1$

الحل:

$y = 7$

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

8 الحد العاشر في المتتالية ... 0, 2, 6, 12, 20 هو:

a) 90

b) 95

c) 97

d) 99

الحل:

$$T(n) = n^2 - n$$

$$\begin{aligned} T(10) &= 10^2 - 10 \\ &= 100 - 10 = 90 \end{aligned}$$

الجواب: a

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

9 مجال الاقتراح $f(x) = \frac{x-3}{x^2-3x-10}$ هو:

a) $\{x \mid x \neq -2, x \neq 3, x \neq 5\}$

b) $\{x \mid x \neq -5, x \neq 2\}$

c) $\{x \mid x \neq 5\}$

d) $\{x \mid x \neq -2, x \neq 5\}$

الحل:

$$\begin{aligned}x^2 - 3x - 10 &= 0 \\(x - 5)(x + 2) &= 0 \\x &= 5, \quad x = -2\end{aligned}$$

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

10 إذا كان $f(x)=2x^2-4x+1$, $g(x)=6x^3-7x+3$

فأجد $x^2f(x) + g(x)$

الحل:

$$= x^2(2x^2 - 4x + 1) + (6x^3 - 7x + 3)$$

$$= (2x^4 - 4x^3 + x^2) + (6x^3 - 7x + 3)$$

$$= 2x^4 + 2x^3 + x^2 - 7x + 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

11 إذا كان $h(x) = 3x^2 - 4x$, $j(x) = 4x^3 + 2x + 5$

فأجد $h(x) \cdot j(x)$

الحل:

$$= (3x^2 - 4x)(4x^3 + 2x + 5)$$
$$= 3x^2(4x^3 + 2x + 5) - 4x(4x^3 + 2x + 5)$$

$$= 12x^5 + 6x^3 + 15x^2 - 16x^4 - 8x^2 - 20x$$

$$= 12x^5 - 16x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 20x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

12 أقسِّم $(8x^3 + 12x - 5)$ على $(2x + 3)$

الحل:

$$\begin{array}{r} 4x^2 - 6x + 15 \\ 2x + 3 \overline{) 8x^3 + 12x - 5} \\ \underline{(-) 8x^3 + 12x^2} \\ -12x^2 + 12x - 5 \\ \underline{(-) -12x^2 - 18x} \\ 30x - 5 \\ \underline{(-) 30x + 45} \\ -50 \end{array}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 50

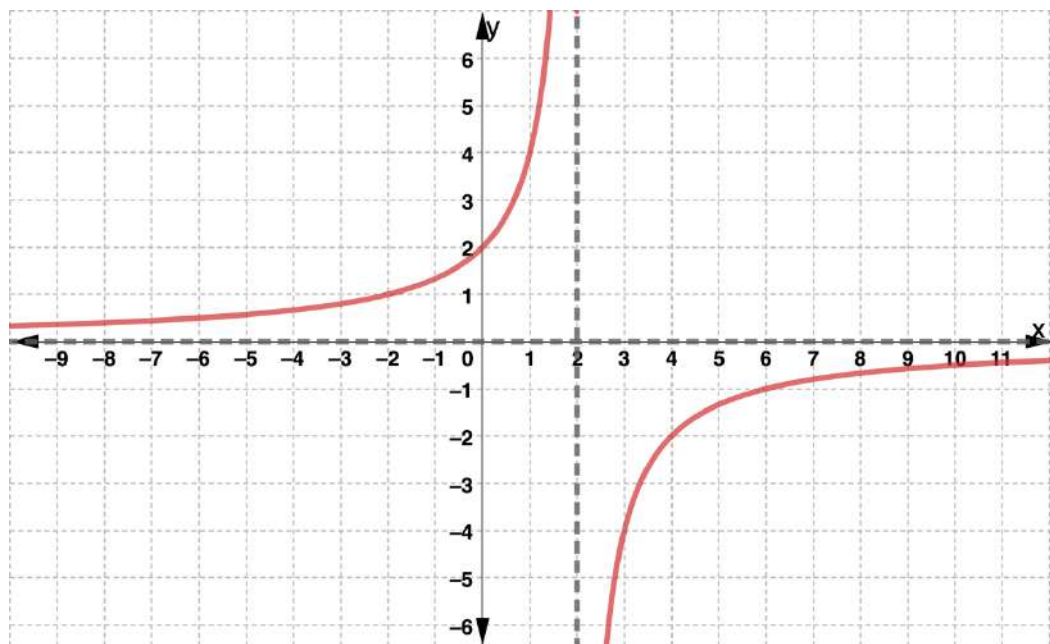
13 أجد خطوط التقارب لمنحنى الاقتران

$f(x) = \frac{4}{2-x}$ ، ثم أمثله بيانياً، محدداً مجاله، ومداه.

الحل:

خط التقارب الأفقي $y = 0$

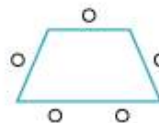
خط التقارب العمودي $x = 2$



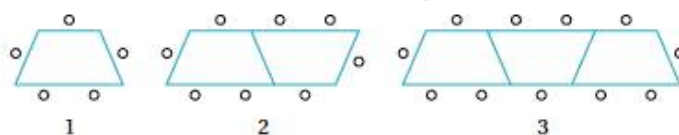
مجال $f(x)$: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $\{x = 2\}$
المدى $f(x)$: مجموعة الأعداد الحقيقية ما عدا $\{y = 0\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 51

شبه منحرف. وكل طاولة تتسع لخمس طلبة كما في الشكل الآتي:



لاحظ مُشرفُ القاعة أنَّ عددَ الطلبة يتغيَّر تبعاً لعددِ الطاولات المُلاصِقِ بعضها لبعض كما في الشكل الآتي:



14 أملأ الفراغ بما هو مناسب في الجدول الآتي:

عدد الطاولات المتلاصقة	1	2	3	4	5
عدد الطلبة	5	8	11		

15 أجد الحد العام.

16 ما عدد الطلبة الذين يمكنهم الجلوس حول 13 طاولة متلاصقة؟

17 تنوي إدارة المدرسة عمل حفل لـ 200 طالب. كم طاولة متلاصقة تلزم لذلك؟

الحل:

عدد الطاولات المتلاصقة	1	2	3	4	5
عدد الطلبة	5	8	11	14	17

$$T(n) = 3n + 2$$

$$T(13) = 39 + 2 = 41$$

$$200 = 3n + 2$$

$$198 = 3n$$

$$n = 66$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 51

إذا كان $x \neq -1$ ، $f(x) = 4x - 3$ ، $g(x) = \frac{1}{x+1} + 2$ ، فأجد:

18 $g^{-1}(x)$

19 $(f \circ f)(x)$

20 $(g \circ f)(x)$

الحل:

$$y = \frac{1}{x+1} + 2$$

$$y - 2 = \frac{1}{x+1}$$

$$x + 1 = \frac{1}{y-2}$$

$$x = \frac{1}{y-2} - 1$$

$$g^{-1}(x) = \frac{1}{x-2} - 1$$

$$\begin{aligned} &= f(f(x)) \\ &= f(4x - 3) \end{aligned}$$

$$= 4(4x - 3) - 3$$

$$= 16x - 12 - 3$$

$$= 16x - 15$$

$$\begin{aligned} &= g(f(x)) \\ &= g(4x - 3) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{(4x - 3) + 1} + 2$$

$$= \frac{1}{4x - 2} + 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 51

21 أجدُ الاقترانَ العكسيَّ للاقترانِ $f(x) = \sqrt{4-x}$ ،

مُحدِّدًا المجالَ والمدى لكلٍّ من: $f(x)$ و $f^{-1}(x)$.

الحل:

$$y = \sqrt{4-x}$$

$$y^2 = 4-x$$

$$x = 4 - y^2$$
$$f^{-1}(x) = 4 - x^2$$

مجال $f(x)$: $\{x: x \leq 4\}$
المدى $f(x)$: $\{y: y \geq 0\}$

المجال $f^{-1}(x)$: $\{x: x \geq 0\}$
المدى $f^{-1}(x)$: $\{y: y \leq 4\}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 51

22 يبيع محل عصائر ما مُعدُّه 3500 علبة عصير أسبوعيًا، سعر الوحدة منها 0.75 دينارًا. وجد صاحب المحل أن مبيعاته ستقل 100 علبة مُقابل كل زيادة مقدارها 0.05 دينار على سعر العلبة. أكتب اقترانًا يُمثل الدخل الأسبوعي للمحل إذا طُبِّقَت الزيادة على السعر x مرة، ثم أجد السعر الذي يُحقِّق للمحل أعلى دخل أسبوعي.

الحل:

ستقل مبيعات المحل بمقدار $100x$
كمية المبيعات $3500 - 100x$
وسعر العلبة الواحدة $0.05x + 0.75$

الدخل:

$$R(x) = (0.75 + 0.05x)(3500 - 100x)$$
$$R(x) = 2625 + 100x - 5x^2$$

وهذا قطع مكافئ مفتوح إلى الأسفل وله قيمة عظمى عند رأسه الإحداثي x للرأس هو:

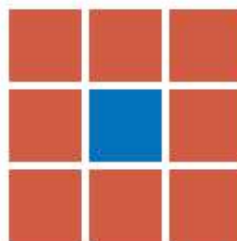
$$\frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-5)} = 10$$

إذن سعر العلبة الذي يحقق أعلى دخل أسبوعي هو:

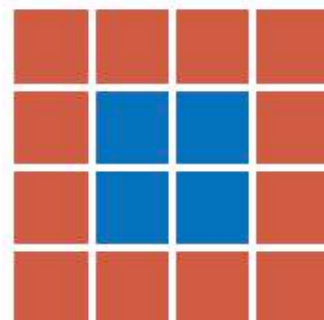
$$0.75 + 10(0.05) = 1.25$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الخامسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 51

رتبت فدوى بطاقات حمراء وزرقاء كما في الشكلين الآتيين:



الشكل (1).



الشكل (2).

24 إذا استمر هذا النمط، فما عدد البطاقات الحمراء في

الشكل n ؟

25 ما عدد البطاقات الزرقاء فيه؟

26 استعملت فدوى 64 بطاقة لتكوين أحد أشكال هذا

النمط. كم عدد كل من البطاقات الحمراء والزرقاء

المستعملة؟

الحل:

$$T(n) = 4n + 4$$

$$T(n) = n^2$$

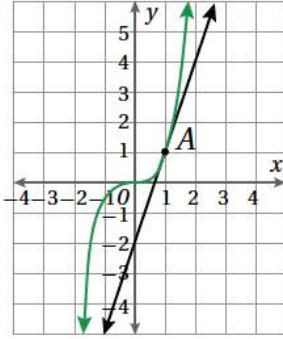
$$(n^2) + (4n + 4) = 64$$

الحمراء: 28

الزرقاء: 36

حيث $n = 6$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 57



أتحقق من فهمي

يُمثِّلُ المستقيمُ في الشكلِ المجاور مماسًا لمنحنى

الاقتران $y = x^3$ عندَ النقطةِ $A(1, 1)$.

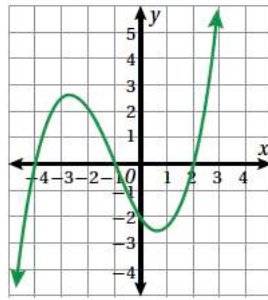
أجدُ ميلَ منحنى الاقترانِ عندَ النقطةِ A .

الحل:

$(1,1)(2,4)$

$$m = \frac{4 - 1}{2 - 1} = \frac{3}{1} = 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 58



أتحقق من فهمي

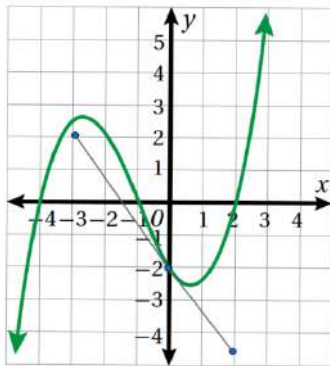
أقدر ميل منحنى الاقتران المُمثل بيانياً في الشكل المجاور عند كلٍّ من النقطتين: $A(-4, 0)$, $B(0, -2)$.

الحل:

الميل عند $(0, -2)$

$(0, -2)$, $(-3, 2)$

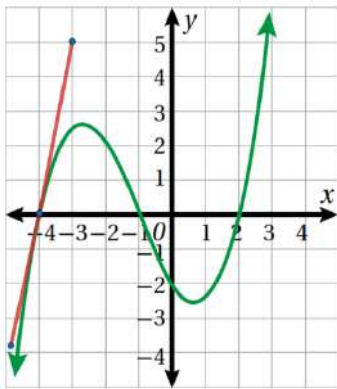
$$m = \frac{2 - (-2)}{-3 - 0} = \frac{4}{-3}$$



الميل عند $(-4, 0)$

$(-4, 0)$, $(-3, 5)$

$$m = \frac{5 - 0}{-3 - (-4)} = \frac{5}{1} = 5$$



أتحقق من فهمي

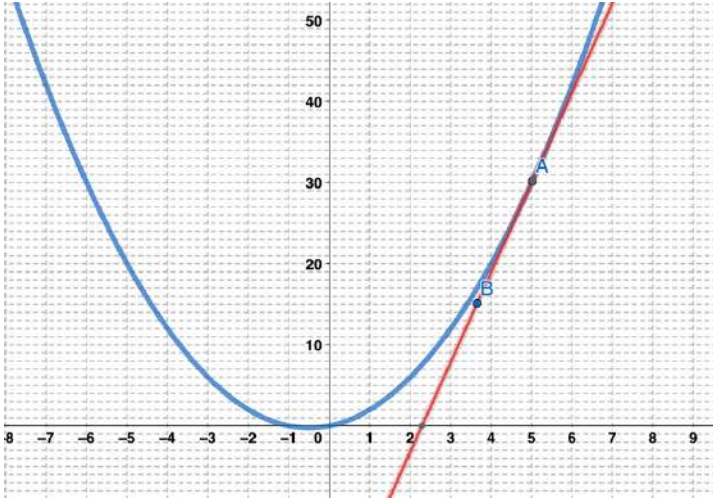
يُمثلُ الاقترانُ $d(t) = t^2 + t$ المسافة التي يقطعها جسمٌ ما، حيثُ d المسافة المقطوعة بالمتَر، و t الزمنُ بالثانية. أقدِّر السرعةَ اللحظيةَ بعدَ 5 ثوانٍ، و 11 ثانيةً.

الحل:

$$d(5) = 25 + 5 = 30$$

$$(5,30), (6,41)$$

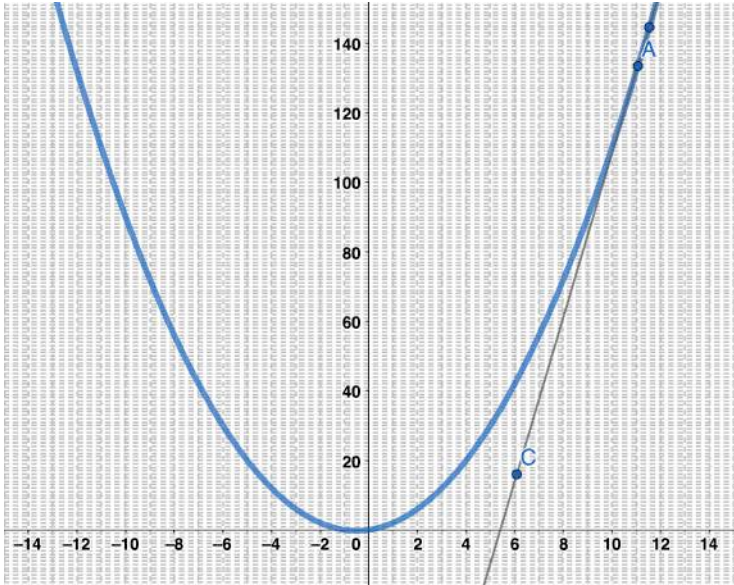
$$m = \frac{41 - 30}{6 - 5} = \frac{11}{1} = 11$$



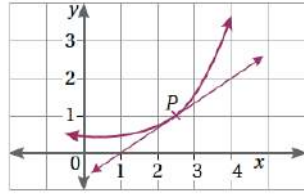
$$d(11) = 121 + 11 = 132$$

$$(11,132), (6,18)$$

$$m = \frac{132 - 18}{11 - 6} = \frac{114}{5} = 22.8$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 60



1 يُمثّل المستقيم في الشكل المجاور مماساً لمنحنى

اقتراين عند النقطة $P(2.5, 1)$.

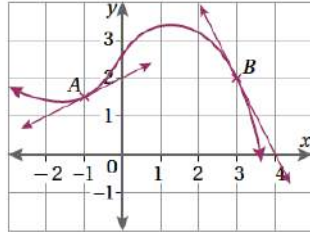
أجد ميل منحنى الاقتراين عند النقطة P .

الحل:

$(2.5, 1), (4, 2)$

$$m = \frac{2 - 1}{4 - 2.5} = \frac{1}{1.5} = 0.66$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 60



2 في الشكل المجاور، رُسم مماسان لمنحنى اقتران عند النقطتين

$A(-1, 1.5)$ و $B(3, 2)$.

أجد ميل منحنى الاقتران عند كل من A و B .

الحل:

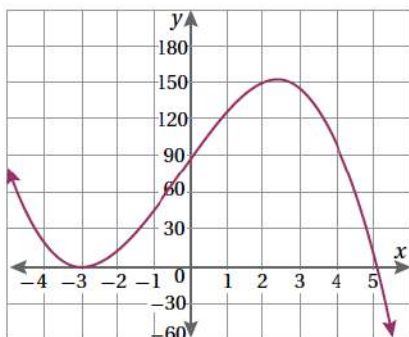
$(-1, 1.5), (0, 2)$

$$m = \frac{2 - 1.5}{0 - -1} = \frac{0.5}{1} = 0.5$$

$(3, 2), (4, 0)$

$$m = \frac{0 - 2}{4 - 3} = \frac{-2}{1} = -2$$

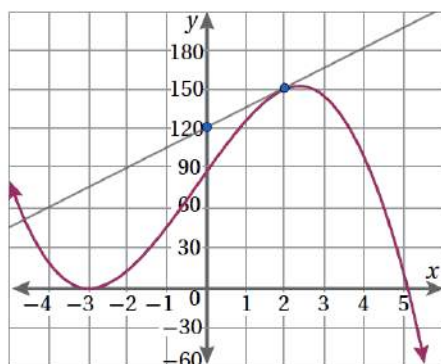
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61



3 أقدّر ميلَ منحنى الاقترانِ المُبيّنِ جانبًا
عندَ النقطةِ (2, 150)، والنقطةِ (4.5, 60).

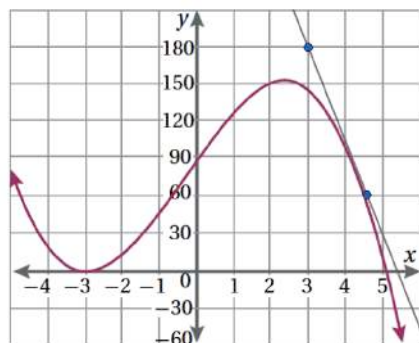
الحل:

(2,150), (0,120)



$$m = \frac{150 - 120}{2 - 0} = \frac{30}{2} = 15$$

(4.5,60), (3,180)



$$m = \frac{180 - 60}{3 - 4.5} = \frac{120}{-1.5} = -80$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61
أستعمل جدول القيم الآتي للإجابة عن الأسئلة (4-7):

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	2	1.5	2	3.5	6

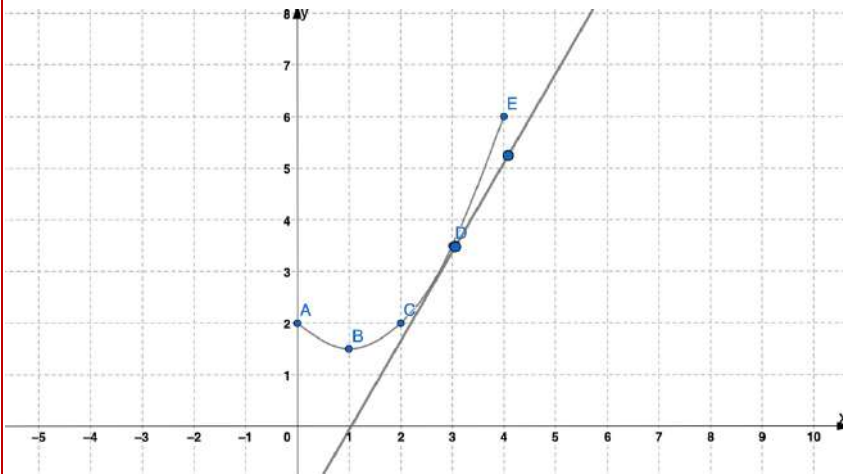
4 أمثل منحنى الاقتران $f(x)$ بيانياً في الفترة $0 \leq x \leq 4$

5 أرسم مماساً لمنحنى الاقتران عند النقطة $(3, 3.5)$.

6 أقدّر ميل منحنى الاقتران عند النقطة $(3, 3.5)$.

7 ما إحداثيات النقطة التي يكون ميل المنحنى عندها صفراً؟

الحل:



$(3, 3.5), (1, 0)$

$$m = \frac{3.5 - 0}{3 - 1} = \frac{3.5}{2} = 1.75$$

الميل يساوي 0 عند $(1, 1.5)$ لأن الميل عندها أفقي

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61

أكمل جدول قيم الاقتران $f(x) = 0.1x^3$ الآتي، ثم أستعمله لحل المسائل (8-10):

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$0.1x^3$		0.01	0.1		0.8		

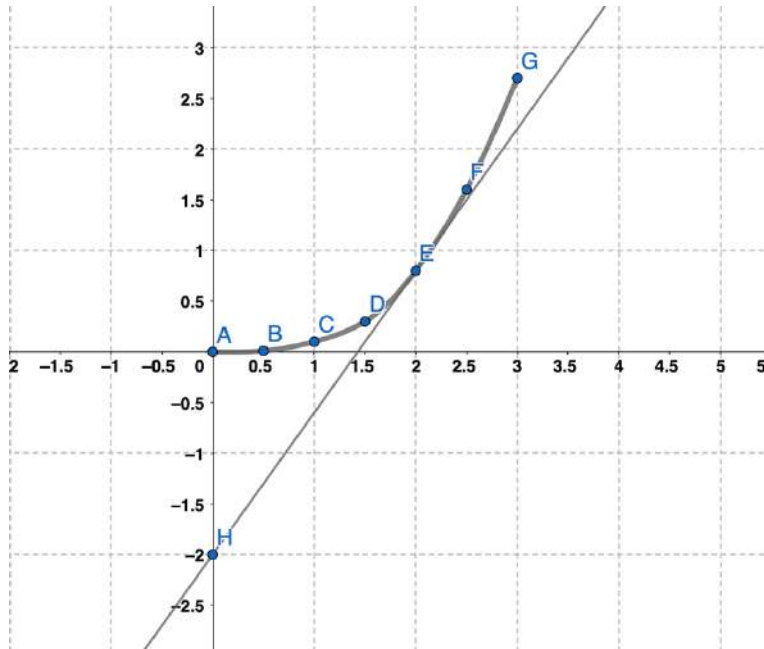
8 أرسم منحنى الاقتران $f(x) = 0.1x^3$ في الفترة $0 \leq x \leq 3$

9 أرسم مماساً لمنحنى الاقتران عند النقطة $(2, 0.8)$.

10 أقدّر ميل منحنى الاقتران عند النقطة $(2, 0.8)$.

الحل:

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
$0.1x^3$	0	0.01	0.1	0.3	0.8	1.6	2.7



$(2, 0.8), (0, -2)$

$$m = \frac{-2 - 0.8}{0 - 2} = \frac{-2.8}{-2} = 1.4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61

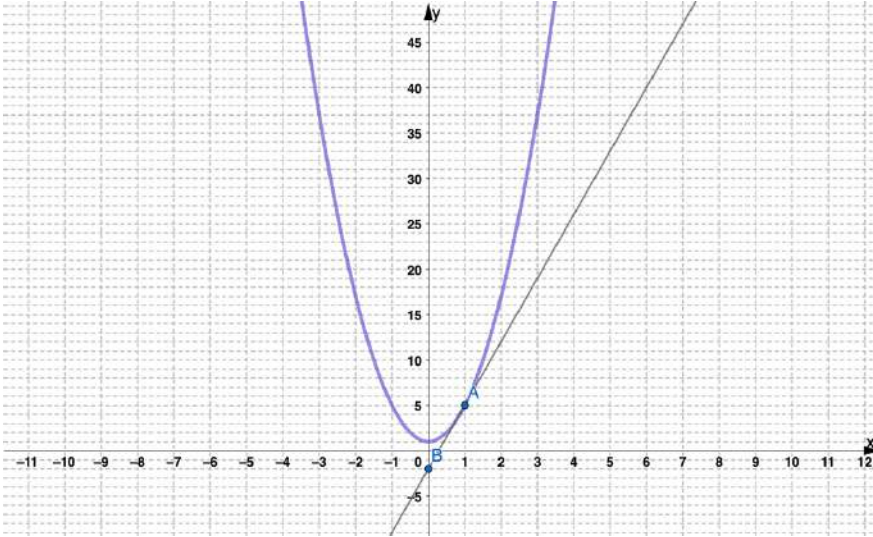
أُقدِّر ميلَ منحنى كلِّ اقترانٍ ممَّا يأتي:

11 $y = 4x^2 + 1$ عند النقطة $(1, 5)$.

الحل:

$(1, 5), (0, -2.5)$

$$m = \frac{5 - -2.5}{1 - 0} = \frac{7.5}{1} \approx 7.5$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61

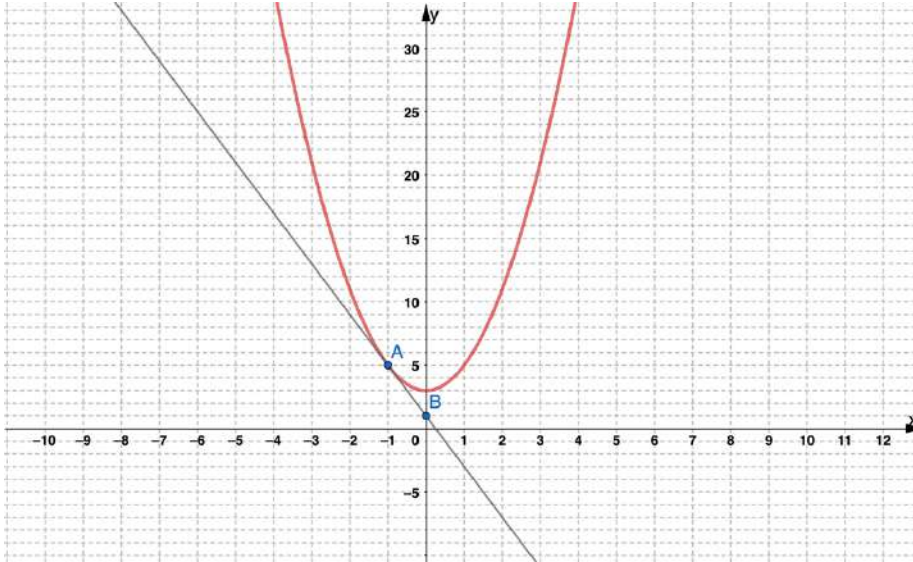
أُقدِّر ميلَ منحنى كلِّ اقترانٍ ممَّا يأتي:

12 $y = 3 + 2x^2$ عند النقطة $(-1, 5)$.

الحل:

$(-1, 5), (0, 1)$

$$m = \frac{5 - 1}{-1 - 0} = \frac{4}{-1} \approx -4$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61

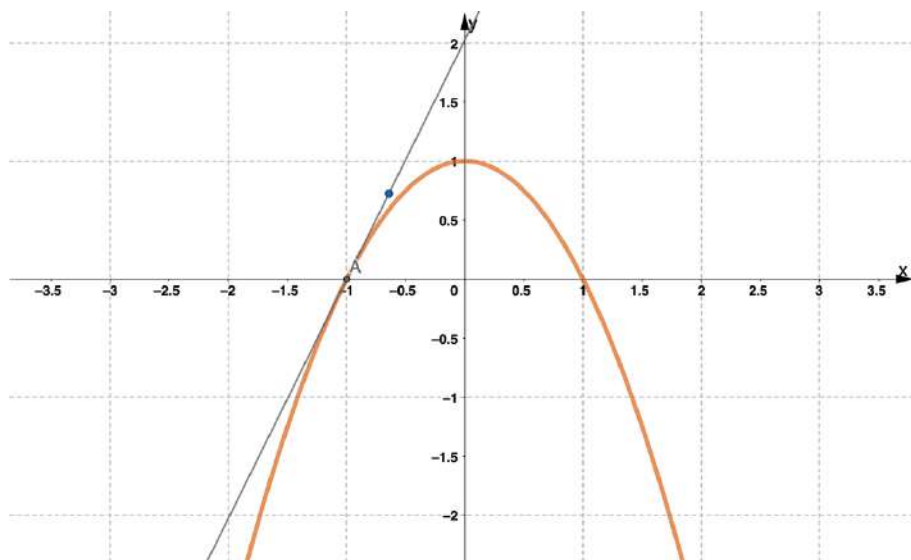
أقدر ميل منحنى كل اقتران مما يأتي:

13 $y = 1 - x^2$ عند النقطة $(-1, 0)$.

الحل:

$(-1, 0), (0, 2)$

$$m = \frac{2 - 0}{0 - -1} = \frac{2}{1} \approx 2$$



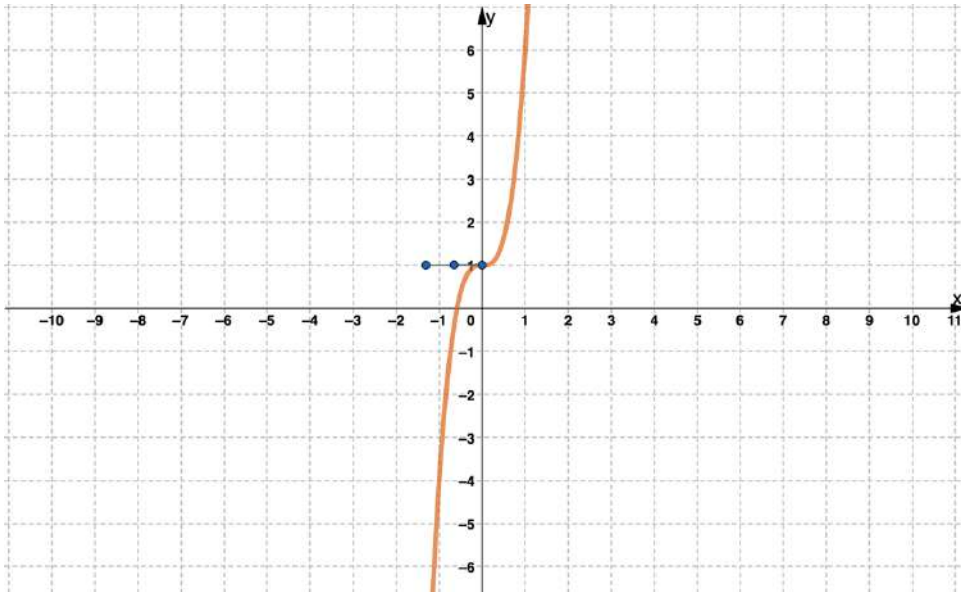
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61

أقدّر ميل منحنى كلٍّ اقترانٍ ممّا يأتي:

14 $y = 5x^3 + 1$ عند النقطة $(0, 1)$.

الحل:

الميل 0 لأن المماس أفقي



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61

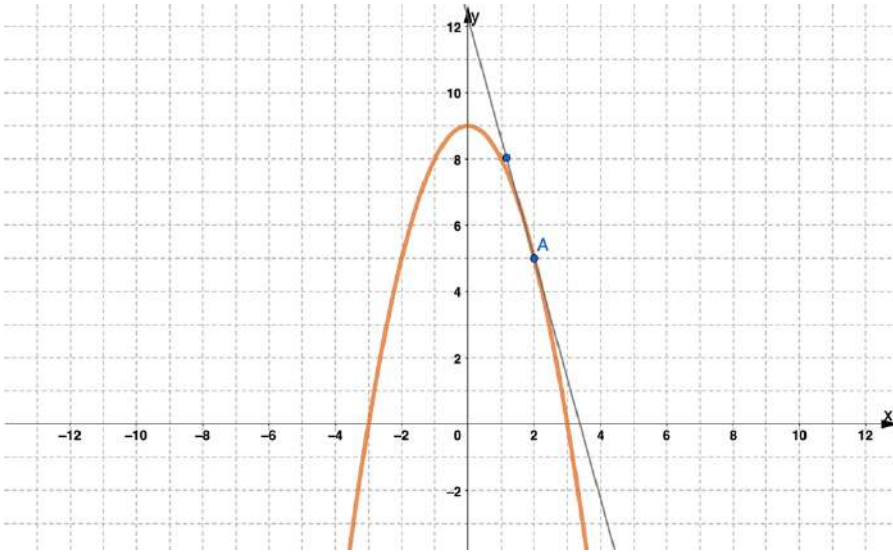
أقدر ميل منحنى كل اقتران مما يأتي:

15 $y = 9 - x^2$ عند النقطة $(2, 5)$.

الحل:

$(2, 5), (4, -2)$

$$m = \frac{-2 - 5}{4 - 2} = \frac{-7}{2} \approx -3.5$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 61

أُقدِّر ميلَ منحنى كلِّ اقترانٍ ممَّا يأتي:

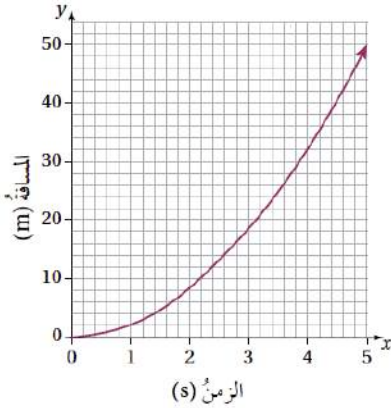
16 $y = 8 - 2x$ عند النقطة $(1, 6)$.

الحل:

$(1, 6), (0, 8)$

$$m = \frac{8 - 6}{0 - 1} = \frac{2}{-1} = -2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 62



دراجات نارية: بدأت دراجة نارية الحركة من وضع السكون في مسار مستقيم. وبيّن المنحنى المجاور المسافة التي قطعها الدراجة في 5 ثوانٍ:

17 أرسم نسخة من المنحنى، مستعيناً بالجدول الآتي:

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	2	8	18	32	50

18 أرسم مماساً للمنحنى عندما $x=2$.

19 أقدّر سرعة الدراجة بعد ثانيتين.

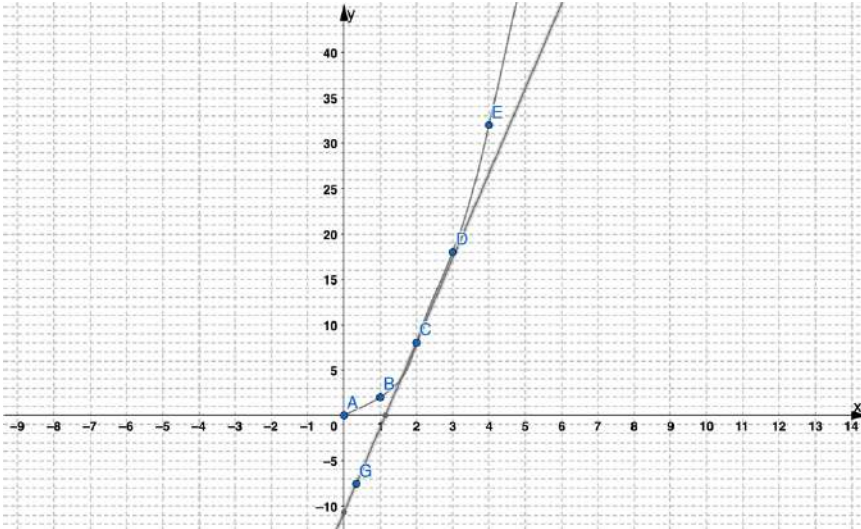
20 أقدّر سرعة الدراجة بعد 4 ثوانٍ.

الحل:

السرعة بعد 2 ثانية

$(2,8), (1,1,0)$

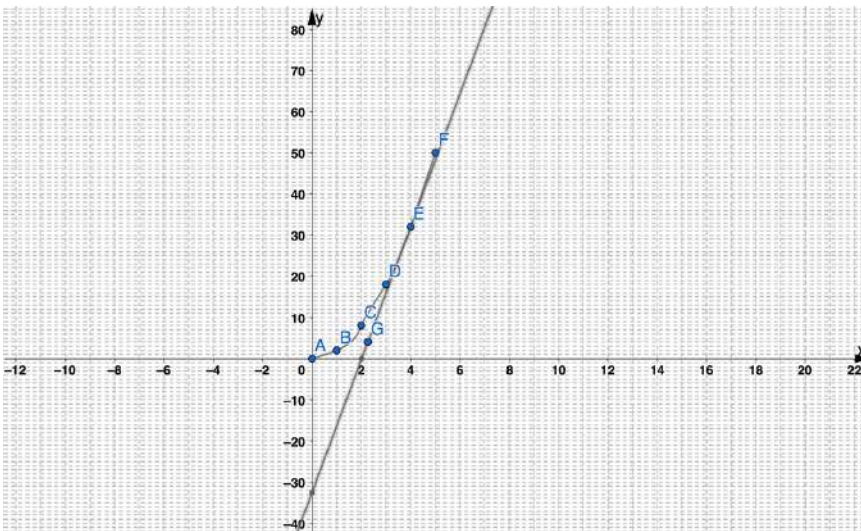
$$m = \frac{8 - 0}{2 - 1.1} = \frac{8}{0.9} \approx 8.9$$



السرعة بعد 4 ثانية

$(4,32), (2,0)$

$$m = \frac{32 - 0}{4 - 2} = \frac{32}{2} \approx 16$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 62

سيارات: أراد مهندس أن يدرس سرعة سيارة، فسجّل المسافة المقطوعة كلّ 3 ثوانٍ كما في الجدول الآتي، ثمّ استعمل

المعادلة $x = at^2 + bt^4$ لتمثيل العلاقة بين قيم المسافة والزمن، حيث a و b عددين ثابتان:

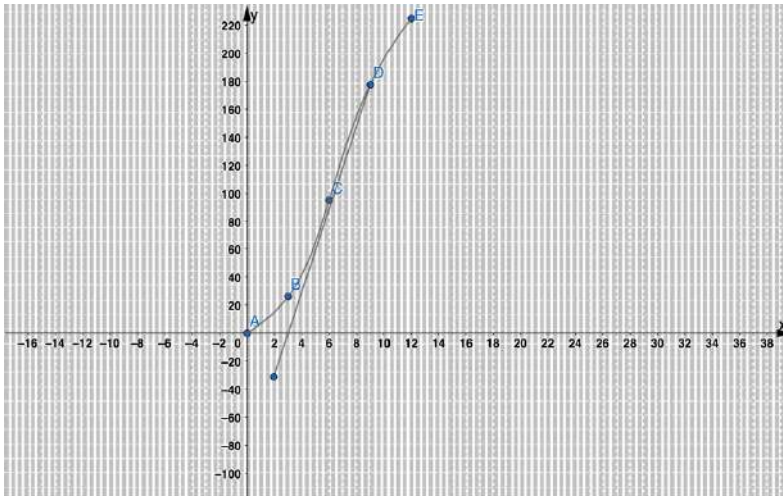
الزمن t (ثانية)	0	3	6	9	12
المسافة x (متر)	0	26.19	95.04	177.39	224.64

21 أرسم منحنى المسافة - الزمن.

22 أقدّر السرعة عندما $t = 9$.

23 أجد قيمة كل من a و b .

الحل:



$(9, 177.39), (3, 0)$

$$m = \frac{177.39 - 0}{9 - 3} = \frac{177.39}{3} \approx 59$$

$$x(3) = 26.19$$

$$26.19 = 9a + 81b$$

$$x(6) = 95.04$$

$$95.04 = 36a + 1296b$$

$$4 \times \quad 26.19 = 9a + 81b$$

$$95.04 = 36a + 1296b$$

$$104.76 = 36a + 324b$$

$$- \quad 95.04 = 36a + 1296b$$

$$9.72 = -972b$$

$$b = \frac{-1}{100}$$

$$a = \frac{26.19 - 81 \times -\frac{1}{100}}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 62

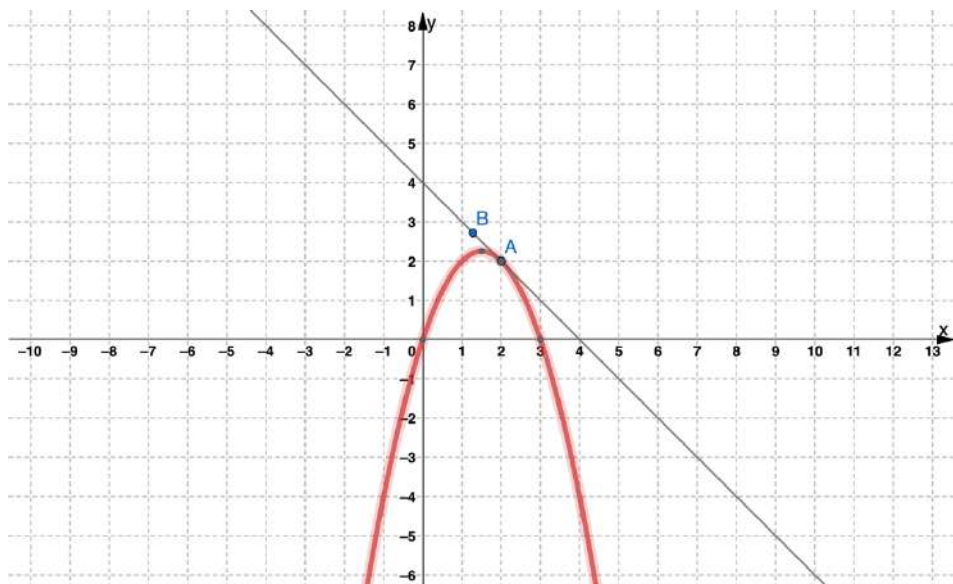
24 فيزياء: تُمثّل المعادلة $s(t) = 3t - t^2$ المسافة التي يقطعها جسمٌ بالمتّر، حيثُ t الزمنُ بالثانية.

أفدّر سرعة الجسم عندما $t = 2$.

الحل:

السرعة بعد 2 ثانية
(2,2), (4,0)

$$m = \frac{0 - 2}{4 - 2} = \frac{-2}{2} \approx -1$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 62

25 تبرير: أقدّر ميل منحنى الاقتران $f(x) = x^2 - 6x - 16$ عند كلٍّ من النقاط الآتية، مُبرِّراً إجابتي:

- نقطتا تقاطع المنحنى مع محور x .
- نقطة تقاطع المنحنى مع محور y .

الحل:

نقطتا التقاطع مع محور x

$(-2, 0), (8, 0)$

$$m = \frac{-47 - 0}{3 - -2} = \frac{-47}{5} \approx -9.4$$

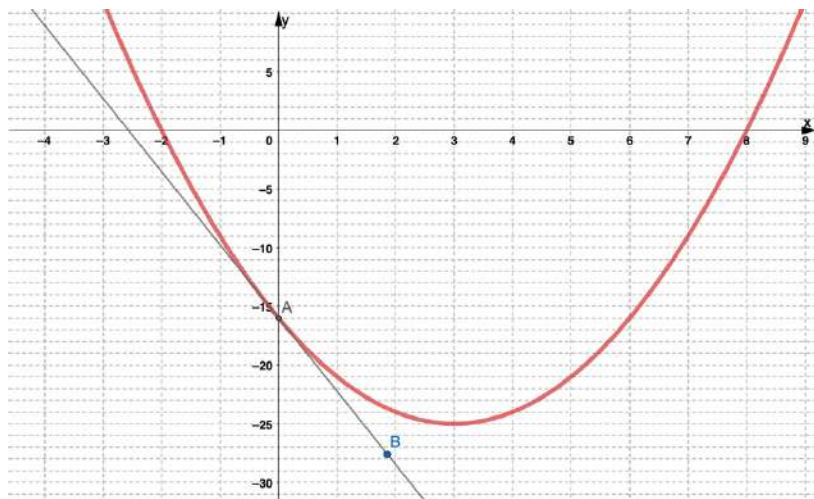
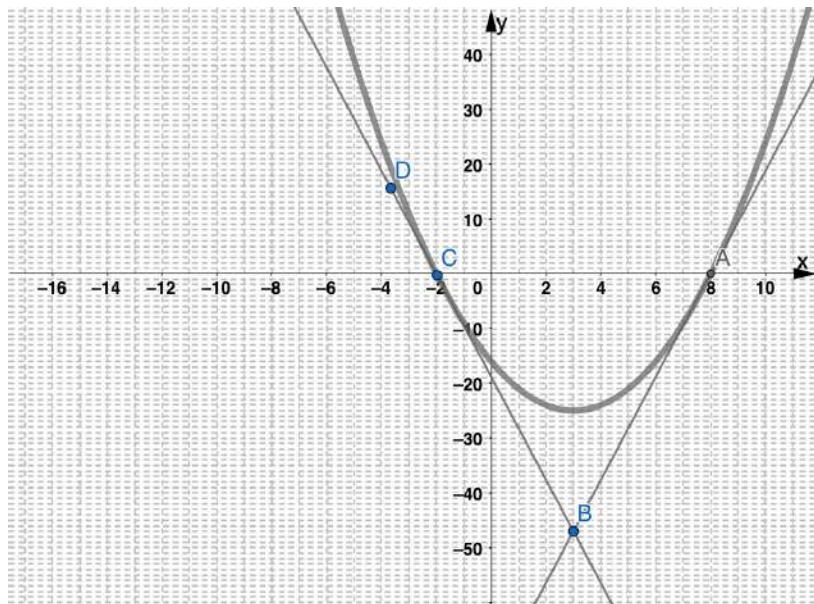
$(8, 0), (3, -47)$

$$m = \frac{-47 - 0}{3 - 8} = \frac{-47}{-5} \approx 9.4$$

نقطة التقاطع مع محور y

$(0, -16), (-2.6, 0)$

$$m = \frac{-16 - 0}{0 - -2.6} = \frac{-16}{2.6} \approx -6.2$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: تقدير ميل المنحنى الصفحة: 62

26 مسألة مفتوحة: أكتب قاعدة اقتران من الدرجة الثانية، ثم أمثله بيانياً، مقدراً ميله عند نقطتين متعاكستين عليه:

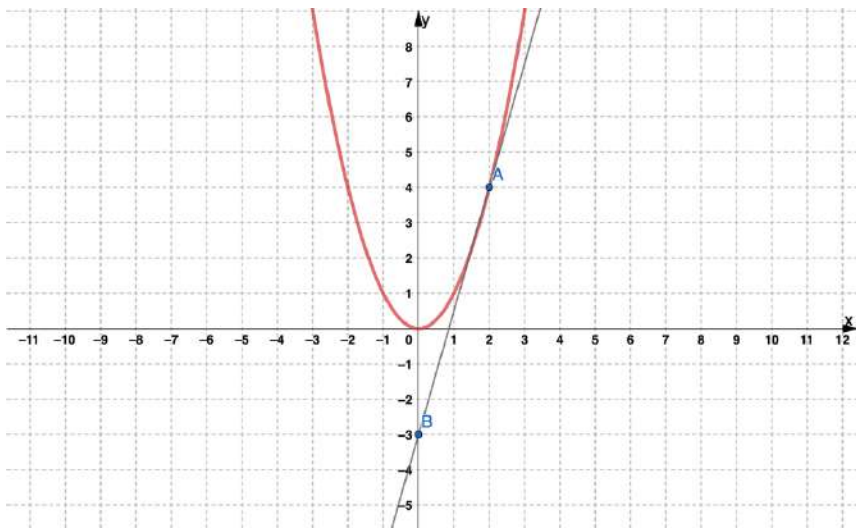
$(a, b), (-a, b)$.

الحل:

$$f(x) = x^2$$

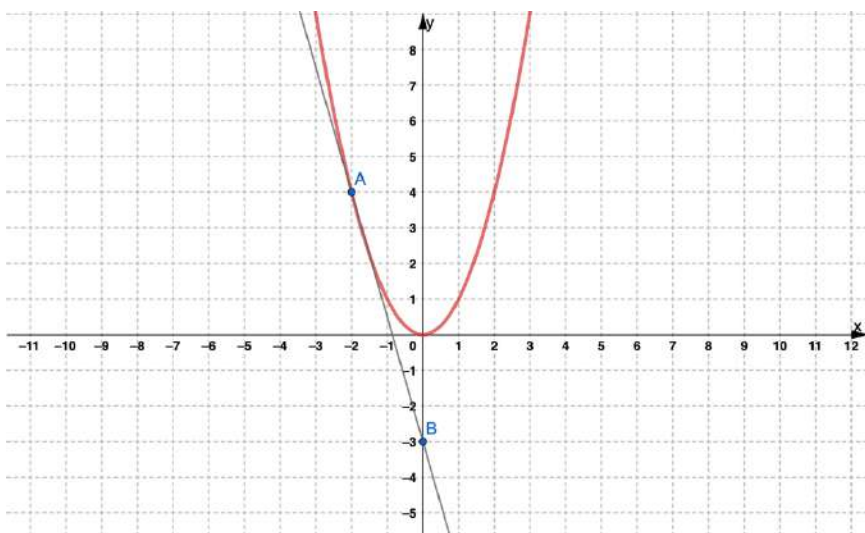
$(2, 4), (0, -3)$

$$m = \frac{4 - (-3)}{2 - 0} = \frac{7}{2} \approx 3.5$$



$(-2, 4), (0, -3)$

$$m = \frac{4 - (-3)}{-2 - 0} = \frac{7}{-2} \approx -3.5$$



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 64

أتحقق من فهمي

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

a) $f(x) = x^7$

الحل:

$$f'(x) = 7x^6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 64

أتحقق من فهمي 

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

b) $f(x) = x^{11}$

الحل:

$$f'(x) = 11x^{10}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 65

أتحقق من فهمي 

أجد مشتقة كل اقتران في ما يأتي: a) $f(x) = 5x^{12}$

الحل:

$$f'(x) = 5 \times 12x^{11}$$

$$f'(x) = 60x^{11}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 65

أتحقق من فهمي 

أجد مشتقة كل اقتران في ما يأتي: $f(x) = -7x^8$ b)

الحل:

$$f'(x) = 8 \times -7x^7$$

$$f'(x) = -56x^7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أتحقق من فهمي 

أجد مشتقة كل اقتران في ما يأتي: $f(x) = 0.5x^6$ c)

الحل:

$$f'(x) = 6 \times 0.5x^5$$

$$f'(x) = 3x^5$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: 2 عصام الشيخ 0796300625 6

الصفحة: 65

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أتحقق من فهمي 

أجد مشتقة كل اقتران في ما يأتي:

d) $f(x) = -11$

الحل:

$$f'(x) = 0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أتحقق من فهمي 

أجد مشتقة كلٍّ من الاقترانين الآتيين:

a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x - 1$

الحل:

$$f'(x) = 2 \times \frac{1}{2}x + 4$$

$$f'(x) = x + 4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أتحقق من فهمي 

أجد مشتقة كلٍّ من الاقترانين الآتيين:

b) $g(x) = 9x - 7x^5 - 6 + \sqrt{3}x^2$

الحل:

$$f'(x) = 9 - 35x^4 + 2\sqrt{3}x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 67

أتحقق من فهمي

إذا كان $f(x) = 5x^2 + 25x - 9$ ، فأستعمل المشتقة لإيجاد كل مما يأتي:

(a) ميل منحنى $f(x)$ عندما $x = -2$.

(b) قيمة x التي يكون عندها ميل منحنى الاقتران صفرًا.

الحل:

$$f'(x) = 10x + 25$$

$$m = 10 \times -2 + 25$$

$$= -20 + 25 = 5$$

$$0 = 10x + 25$$

$$-25 = 10x$$

$$x = \frac{-25}{10} = -2.5$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

أتحقق من فهمي 

يُمثِّلُ الاقتران $d(t) = 2.5t^2 + 0.1t - 0.3$ المسافة (بالمتر) التي يقطعها جسمٌ متحرِّكٌ، حيثُ t الزمنُ بالثانية. أجد سرعة الجسم وتسارعه عندما $t = 3$.

الحل:

$$v(t) = 5t + 0.1$$

$$v(3) = 5 \times 3 + 0.1$$

$$= 15 + 0.1 = 15.1$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: 2 عصام الشيخ 0796300625 11

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

أَجِدْ مُشْتَقَّةَ كُلِّ مِّنَ الاقتراناتِ الآتية:

1 $f(x) = -7$

الحل:

$$f'(x) = 0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

أَجِدْ مُشْتَقَّةَ كُلِّ مِنَ الْاِقْتِرَانَاتِ الْآتِيَةِ:

2 $g(x) = 3x^9$

الحل:

$$g'(x) = 27x^8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

أَجِدْ مُشْتَقَّةَ كُلِّ مِنَ الْاِقْتِرَانَاتِ الْآتِيَةِ:

3 $r(x) = -5x^2$

الحل:

$$r'(x) = -10x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أجد مشتقة كلٍّ من الاقتراعات الآتية:

4 $i(x) = x^4 - 3x$

الحل:

$$i'(x) = 4x^3 - 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

أَجِدْ مُشْتَقَّةَ كُلِّ مِّنَ الاقتراناتِ الآتية:

5 $v(x) = x^2 + x + 1$

الحل:

$$v'(x) = 2x + 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أَجِدْ مُشْتَقَّةَ كُلِّ مِنَ الاقتراناتِ الآتية:

6 $t(x) = 6 - 2x + x^2$

الحل:

$$t'(x) = -2 + 2x$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أَجِدْ قيمة $f'(-2)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

7 $f(x) = \frac{3}{5}x^3 + x^4 - 2x + 7$

الحل:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{9}{5}x^2 + 4x^3 - 2 \\ f'(-2) &= \frac{9}{5} \times 4 + 4 \times -8 - 2 \\ &= \frac{36}{5} - 32 - 2 \\ &= \frac{36}{5} - 34 \\ &= \frac{36}{5} - \frac{170}{5} = \frac{-134}{5} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق

أجد قيمة $f'(-2)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

8 $f(x) = x^{99} + \sqrt{2}x$

الحل:

$$f'(x) = 99x^{98} + \sqrt{2}$$

$$f'(-2) = 99 \times (-2)^{98} + \sqrt{2}$$

$$f'(x) = 99 \times 3.1 \times 10^{29} + \sqrt{2}$$

$$= 3.1 \times 10^{31} + \sqrt{2}$$

$$= 3.1 \times 10^{31}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

أجد قيمة $f'(-2)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

9 $f(x) = \frac{7\pi}{18}$

الحل:

$$f'(x) = 0$$

$$f'(-2) = 0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

10 أجد النقطة التي يكون عندها ميل منحنى الاقتران $f(x) = 2x^2 - 10$ هو 12

الحل:

$$f'(x) = 4x$$

$$12 = 4x$$

$$x = 3$$

النقطة

$$(3,8)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 68

يُمثِّلُ الاقتران $d(t) = t^3 - 6t + 3$ المسافة (بالمتر) التي يقطعها جسمٌ متحرِّكٌ، حيثُ t الزمنُ بالثانية:

11 أجدُ الاقترانَ $v(t)$ الذي يُمثِّلُ سرعةَ الجسمِ في أيِّ لحظةٍ t ثانيةً.

12 أجدُ سرعةَ الجسمِ عندما $t = 3$.

13 أجدُ الزمنَ t عندما تكونُ السرعةُ 6 m/s

14 أجدُ الاقترانَ $a(t)$ الذي يُمثِّلُ تسارعَ الجسمِ، حيثُ t الزمنُ بالثانية.

15 أجدُ تسارعَ الجسمِ عندما $t = 5$.

الحل:

$$v(t) = 3t^2 - 6$$

$$v(3) = 27 - 6 = 21$$

$$6 = 3t^2 - 6$$

$$3t^2 = 12$$

$$t^2 = 4$$

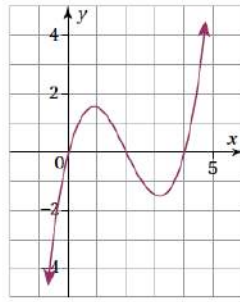
$$t = 2$$

$$a(t) = 6t$$

$$a(5) = 30$$

الصفحة: 69

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق



يُمثِّل الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x) = 0.5x^3 - 3x^2 + 4x$:

16 أجد $f'(x)$.

17 أجد ميل منحنى الاقتران عند نقاط تقاطعه مع محور x .

18 أجد على المنحنى النقطة التي يساوي عندها الميل -0.5 .

الحل:

$$f'(x) = 1.5x^2 - 6x + 4$$

$$m = f'(0) = 1.5(0)^2 - 6(0) + 4 = 4$$

$$m = f'(4) = 1.5(4)^2 - 6(4) + 4$$

$$\begin{aligned} &= 24 - 24 + 4 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$-0.5 = 1.5x^2 - 6x + 4.5$$

$$1.5x^2 - 6x + 4.5 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ or } x = 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

19 أجد معادلة مماس منحنى الاقتران $f(x)=3x^3+2$ عند النقطة التي يكون إحداثي x لها 1

الحل:

$$x_1 = 1$$

$$y_1 = f(1) = 3(1)^3 + 2 = 5$$

$$f'(x) = 9x^2$$

$$m = 9(1)^2 = 9$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 5 = 9(x - 1)$$

$$y = 9x - 9 + 5$$

$$y = 9x - 4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

تقع النقطة $P(-2, b)$ على منحنى الاقتران $g(x) = 3x^3 - x^2 - 7x + 4$:

20 أجد قيمة b . 21 أجد قيمة x التي يكون عندها ميل منحنى الاقتران صفرًا.

الحل:

$$\begin{aligned} b &= g(-2) = 3 \times -8 - 4 + 14 + 4 \\ &= -24 - 4 + 14 + 4 \\ &= -28 + 18 \\ &= -10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g'(x) &= 9x^2 - 2x - 7 \\ 0 &= 9x^2 - 2x - 7 \end{aligned}$$

$$(3x - 3) \left(3x + \frac{7}{3} \right) = 0$$

$$(3x - 3) = 0 \text{ or } \left(3x + \frac{7}{3} \right) = 0$$

$$x = 1 \text{ or } x = \frac{-7}{9}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

إذا كانت قيمة الميل عندما $x = 2$ لمنحنى المعادلة $y = x^3 - 2ax$ ، حيث a عدد ثابت، هي -12

22 أجد قيمة الثابت a . 23 أجد قيمة ميل المنحنى عندما $x = 4$.

الحل:

$$y' = 3x^2 - 2a$$

$$-12 = 3(2)^2 - 2a$$

$$-12 = 12 - 2a$$

$$-24 = -2a$$

$$a = 12$$

$$m = 3(4)^2 - 24$$

$$= 48 - 24 = 24$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

أجد $f'(x)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

24 $f(x) = 2x(x+1)$

الحل:

$$f(x) = 2x^2 + 2x$$

$$f'(x) = 4x + 2$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

أجد $f'(x)$ في كلِّ ممَّا يأتي:

25 $f(x) = (x + 2)(x + 5)$

الحل:

$$f(x) = x^2 + 5x + 2x + 10$$

$$f(x) = x^2 + 7x + 10$$

$$f'(x) = 2x + 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

أجد $f'(x)$ في كلِّ ممّا يأتي:

26 $f(x) = (x + 3)(x - 3)$

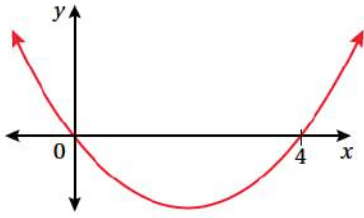
الحل:

$$f(x) = x^2 - 9$$

$$f'(x) = 2x$$

الصفحة: 69

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق



27 يُبيّن الشكل المجاور التمثيل البيانيّ للاقتراح $f(x) = kx(x-4)$ ،

حيث k عدد حقيقي. أجد قيمة k إذا كان ميل المنحنى عند النقطة

$(4, 0)$ هو 2

الحل:

$$f(x) = kx^2 - 4kx$$

$$f'(x) = 2kx - 4k$$

$$2 = 2k(4) - 4k$$

$$2 = 4k$$

$$k = \frac{1}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

28 تبرير: أثبت وجود نقطتين على منحنى الاقتران $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + 4$ ، تكون عندهما مشتقة الاقتران تساوي 4، ثم أجد إحداثيي هاتين النقطتين، مبرراً إجابتي.

الحل:

$$f'(x) = x^2 - 5$$

$$4 = x^2 - 5$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ or } x = -3$$

$$(3, f(3)), (-3, f(-3))$$

$$(3, -2), (-3, 10)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

29 تحدّد: أجد قيم a, b إذا كان ميل منحنى الاقتران $y = ax^3 + bx^2 + 5$ عند النقطة $(2, -3)$ هو صفرًا.

الحل:

$$-3 = 8a + 4b + 5$$

$$8a + 4b = -8$$

$$2a + b = -2$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx$$

$$0 = 12a + 4b$$

$$3a + b = 0$$

$$2a + b = -2$$

$$-3a + b = 0$$

$$-a = -2$$

$$a = 2$$

$$b = -6$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الأولى الدرس: الاشتقاق الصفحة: 69

30 تحدّ: أُطلقت قذيفة رأسياً إلى الأعلى، فكان ارتفاعها عن سطح الأرض h بالمتري بعد t ثانية من إطلاقها

$$h(t) = -4.9t^2 + 147t . \text{ ما ارتفاع القذيفة عن الأرض عندما تكون سرعتها } 98 \text{ m/s} ?$$

الحل:

$$v(t) = -9.8t + 147$$

$$98 = -9.8t + 147$$

$$98 - 147 = -9.8t$$

$$-49 = -9.8t$$

$$t = 5$$

$$h(5) = -4.9 \times 25 + 147 \times 5$$

$$= -122.5 + 735$$

$$= 612.5$$

أتحقق من فهمي 

أجدُ القيمَ العظمى والقيمَ الصغرى المحليَّة للاقتراح $g(x) = 2x^3 - 6x - 15$ (إن وُجِدَتْ).

الحل:

$$g'(x) = 6x^2 - 6$$

$$6x^2 - 6 = 0$$

$$6(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & - & - & - & + & + & + \\ \hline & & & -1 & & & 1 & & \end{array}$$

له قيمة عظمى عند $x = -1$ هي $f(-1) = 11$

وله قيمة صغرى عند $x = 1$ هي $f(1) = -19$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 72

أتحقق من فهمي 

يُمثِّلُ الاقتران $h(t) = 20t - 5t^2$ ارتفاع حجرٍ عن سطح الأرض بالمتَر بعد t ثانيةً من قذفه

إلى الأعلى:

(a) أجد سرعة الحجر بعدَ ثَلاثَينَ من قذفه. (b) أجد أقصى ارتفاع يصله الحجر.

الحل:

$$h'(t) = 20 - 10t$$

$$\begin{aligned} h'(t) &= 20 - 10 \times 2 \\ &= 20 - 20 = 0 \end{aligned}$$

عند أقصى ارتفاع تكون السرعة صفر

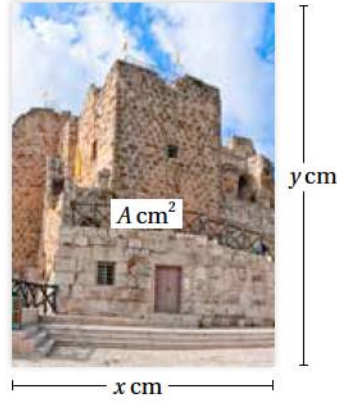
$$20 - 10t = 0$$

$$10t = 20$$

$$t = 2$$

$$\begin{aligned} h(t) &= 20 \times 2 - 5 \times (2)^2 \\ &= 40 - 20 = 20 \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي



يُبين الشكل المجاور صورةً مستطيلة الشكل، محيطها

72 cm، ومساحتها $A \text{ cm}^2$:

(a) أُبين أنَّ الاقتراح $A(x) = 36x - x^2$ يمثل مساحة الصورة.

(b) أجد $A'(x)$.

(c) أستعمل المشتقة لإيجاد قيمة x التي تجعل مساحة الصورة أكبر ما يمكن.

(d) أجد أكبر مساحة ممكنة للصورة.

الحل:

a

$$2x + 2y = 72$$

$$x + y = 36$$

$$y = 36 - x$$

$$A = x \times y$$

$$= x \times (36 - x)$$

$$= 36x - x^2$$

b

$$A'(x) = 36 - 2x$$

c

$$36 - 2x = 0$$

$$2x = 36$$

$$x = 18$$

d

$$\begin{aligned} A(18) &= 36 \times 18 - (18)^2 \\ &= 324 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليَّةِ الصغرى لكلِّ من الاقتراناتِ الآتيةِ (إن وُجِدَتْ):

$$1 \quad f(x) = x^2 - 4x + 3$$

الحل:

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$2x - 4 = 0$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$\begin{array}{ccccccc} - & - & - & + & + & + & \\ \hline & & & 2 & & & \end{array}$$

له قيمة صغرى عند $x = 2$ هي $f(2) = -1$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليَّةِ الصغرى لكلِّ من الاقترانِ الآتيةِ (إن وُجِدَتْ):

$$2 \quad f(x) = x^2 + 6x - 3$$

الحل:

$$f'(x) = 2x + 6$$

$$2x + 6 = 0$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

$$\begin{array}{ccccccc} - & - & - & + & + & + & \\ \hline & & & -3 & & & \end{array}$$

له قيمة صغرى عند $x = -3$ هي $f(-3) = -12$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: 3 عصام الشيخ 0796300625 6

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليَّةِ الصغرى لكلِّ من الاقترانِ الآتيةِ (إنْ وُجِدَتْ):

$$3 \quad f(x) = 1 + 5x - x^2$$

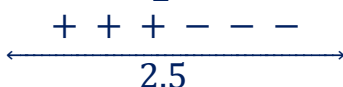
الحل:

$$f'(x) = 5 - 2x$$

$$5 - 2x = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2} = 2.5$$



له قيمة عظمى عند $x = 2.5$ هي $f(2.5) = 7\frac{1}{4}$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقة لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليّةِ الصغرى لكلِّ من الاقترانِ الآتية (إن وُجِدَتْ):

$$4 \quad f(x) = x^3 + 1.5x^2 - 18x$$

الحل:

$$f'(x) = 3x^2 + 3x - 18$$

$$3x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3 \text{ or } x = 2$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & - & - & - & + & + & + \\ \hline & & & -3 & & & 2 & & \end{array}$$

له قيمة عظمى عند $x = -3$ هي $f(-3) = 40\frac{1}{2}$

وله قيمة صغرى عند $x = 2$ هي $f(2) = -22$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقة لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليّة الصغرى لكلِّ من الاقترانِ الآتية (إن وُجِدَتْ):

$$5 \quad f(x) = 18x^2 - x^4$$

الحل:

$$f'(x) = 36x - 4x^3$$

$$36x - 4x^3 = 0$$

$$4x(9 - x^2) = 0$$

$$x = 0 \text{ or } x = \pm 3$$

$$\begin{array}{cccccccccccc} + & + & + & - & - & - & + & + & + & - & - & - \\ & & & \leftarrow & & & & & & & & \rightarrow \\ & & & -3 & & 0 & & 3 & & & & \end{array} \quad f'(x)$$

له قيمة عظمى عند $x = -3$ هي $f(-3) = 81$

وله قيمة عظمى عند $x = 3$ هي $f(3) = 81$

وله قيمة صغرى عند $x = 0$ هي $f(0) = 0$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقة لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليَّةِ الصغرى لكلِّ من الاقتراعاتِ الآتية (إن وُجِدَتْ):

6 $f(x) = 2x^3 - 6x + 4$

الحل:

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$6x^2 - 6 = 0$$

$$6(x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \mp 1$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & - & - & - & + & + & + \\ \leftarrow & & & & & & & & \rightarrow \\ & & & -1 & & & 1 & & \end{array}$$

له قيمة عظمى عند $x = -1$ هي $f(-1) = 8$

وله قيمة صغرى عند $x = 1$ هي $f(1) = 0$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقة لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليّةِ الصغرى لكلِّ من الاقتِراناتِ الآتية (إنْ وُجِدَتْ):

$$7 \quad f(x) = x^3 - 12x - 4$$

الحل:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

$$3(x^2 - 4) = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & - & - & - & + & + & + \\ \hline & & & -2 & & & 2 & & \end{array}$$

له قيمة عظمى عند $x = -2$ هي $f(-2) = 12$

وله قيمة صغرى عند $x = 2$ هي $f(2) = -20$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليَّةِ الصغرى لكلِّ من الاقتِراناتِ الآتيةِ (إن وُجِدَتْ):

$$8 \quad f(x) = 2x^3 + 7$$

الحل:

$$f'(x) = 6x^2$$

$$6x^2 = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$\begin{array}{c} + + + + + + \\ \hline 0 \end{array}$$

له قيمة صغرى عند $x = 0$ هي $f(0) = 0$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليَّةِ الصغرى لكلِّ منَ الاقتراناتِ الآتيةِ (إنْ وُجِدَتْ):

9 $f(x) = x^3 - 2x + 4$

الحل:

$$f'(x) = 3x^2 - 2$$

$$3x^2 - 2 = 0$$

$$x^2 = \frac{2}{3}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & - & - & - & + & + & + \\ \hline & & & -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & & & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} & & \end{array}$$

له قيمة عظمى عند $x = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ هي $f\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = 5.1$

وله قيمة صغرى عند $x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ هي $f\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = 2.9$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

أستعملُ المشتقةَ لإيجادِ القيمِ العظمى والقيمِ المحليَّةِ الصغرى لكلِّ من الاقترانِ الآتيةِ (إن وُجِدَتْ):

10 $f(x) = x^3 + x^2 - 8x + 54$

الحل:

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 8$$

$$3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ or } x = -2$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & - & - & + & + \\ \hline & & & -2 & & \frac{4}{3} & \end{array}$$

له قيمة عظمى عند $x = -2$ هي $f(-2) = 66$

وله قيمة صغرى عند $x = \frac{4}{3}$ هي $f\left(\frac{4}{3}\right) = 47.5$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيم العظمى والقيم الصغرى الصفحة: 74

يُمثِّلُ الاقتران $h(t) = 1.2 + 19.6t - 4.9t^2$ ارتفاع سهم عن سطح الأرض بالمتري بعد t ثانية من إطلاقه:

11 أجد سرعة السهم بعد 3 ثوانٍ.

12 أستعمل المشتقة لإيجاد أقصى ارتفاع يصله السهم.

الحل:

$$\begin{aligned}h'(x) &= 19.6 - 9.8t \\h'(3) &= 19.6 - 9.8 \times 3 = -9.8\end{aligned}$$

عند أقصى ارتفاع تكون السرعة صفر

$$19.6 - 9.8t = 0$$

$$9.8t = 19.6$$

$$t = \frac{19.6}{9.8} = 2$$

$$h(2) = 1.2 + 19.6 \times 2 - 4.9 \times 2^2 = 20.8$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 74

13 يُمثّل الاقترانُ $A(x) = x(50-x)$ مساحةً مستطيل، حيثُ x الطولُ بالمتر. ما أكبر مساحةٍ ممكنةٍ للمستطيل؟

الحل:

$$A(x) = 50x - x^2$$

$$A'(x) = 50 - 2x$$

$$50 - 2x = 0$$

$$x = 25$$

$$\begin{array}{c} + + + - - - \\ \xleftarrow{\hspace{1.5cm} 25 \hspace{1.5cm}} \end{array} A'(x)$$

$$A(25) = 50 \times 25 - 25^2 = 625$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 75

14 للاقتراح $f(x) = 3x^4 - 10x^3 + 6x^2 + 3$ ثلاث نقاطٍ حرجيةٍ. أجدُ إحداثياتِ هذه النقاطِ، مُصنِّفاً إياها إلى عظمى، وصغرى محلية.

الحل:

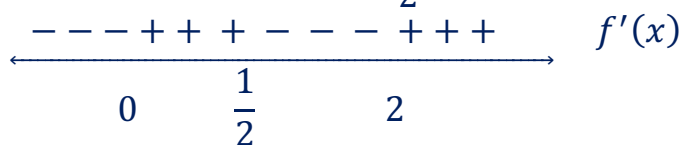
$$f'(x) = 12x^3 - 30x^2 + 12x$$

$$12x^3 - 30x^2 + 12x = 0$$

$$6x(2x^2 - 5x + 2) = 0$$

$$6x(2x - 1)(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ or } x = \frac{1}{2} \text{ or } x = 2$$



صغرى محلية (0,3)

عظمى محلية $(\frac{1}{2}, 3.4)$

صغرى محلية (2, -5)

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 75

15 أجدُ قيمةَ الثابتِ k إذا كانَ للاقتراح $f(x) = x^2 + \frac{1}{k}x$ قيمةٌ حرجةٌ عندما $x = 3$.

الحل:

$$f'(x) = 2x + \frac{1}{k}$$
$$f'(3) = 0$$

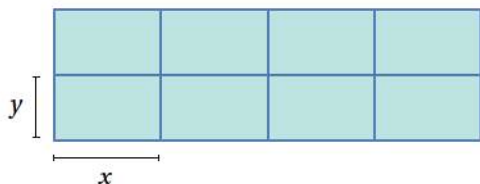
$$f'(3) = 2 \times 3 + \frac{1}{k}$$

$$0 = 6 + \frac{1}{k}$$

$$\frac{1}{k} = -6$$

$$k = \frac{-1}{6}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيم العظمى والقيم الصغرى الصفحة: 75



لدى مُزارع 180 m من الشَّباك، أراد أن يصنع منها حظائر لأغنامه، طول كلِّ منها x مترًا، وعرضها y مترًا كما في الشكل المجاور:

16 أبين أن العلاقة بين x و y هي $y = 18 - 1.2x$

17 أبين أن الاقتراح $A(x) = 144x - 9.6x^2$ يُمثل المساحة الكلية للحظائر.

18 أستمعل المشتقة لإيجاد قيمة x التي تجعل المساحة الكلية للحظائر أكبر ما يمكن.

19 أجد أكبر مساحة كلية ممكنة للحظائر.

الحل:

16

$$12x + 10y = 180$$

$$1.2x + y = 18$$

$$y = 18 - 1.2x$$

17

$$\begin{aligned} A(x) &= 4x \times 2y \\ &= 4x \times 2(18 - 1.2x) \\ &= 4x \times (36 - 2.4x) \\ &= 144x - 9.6x^2 \end{aligned}$$

18

$$\begin{aligned} A(x) &= 144x - 9.6x^2 \\ A'(x) &= 144 - 19.2x \\ 144 - 19.2x &= 0 \\ x &= \frac{144}{19.2} = 7.5 \end{aligned}$$

19

$$\begin{aligned} A(7.5) &= 144 \times 7.5 - 9.6(7.5)^2 \\ &= 540 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 75
20 برهان: أثبت أن الاقتراح $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x - 5$ ليس له قيم حرجة.

الحل:

$$f'(x) = 6x^2 + 6x + 4$$

$$6x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$3x^2 + 3x + 2 = 0$$

المميز سالب بالتالي لا يوجد أصفار للمشتقة بالتالي لا يوجد قيم حرجة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 75

21 تبرير: أجد قيمتي الثابتين a, b إذا كانَ للاقتراح $f(x) = x^2 + ax + b$ قيمةً حرجيةً عند النقطة $(1, 3)$ ، ثمَّ أحدد نوع القيمة الحرجية، مُبرِّراً إجابتي.

الحل:

$$\begin{aligned} f(1) &= 3 \\ f'(1) &= 0 \\ f(1) &= 3 \quad \text{so} \\ f(1) &= 1 + a + b \\ 3 &= 1 + a + b \end{aligned}$$

$$2 = a + b$$

$$\begin{aligned} f'(1) &= 0 \quad \text{so} \\ f'(x) &= 2x + a \end{aligned}$$

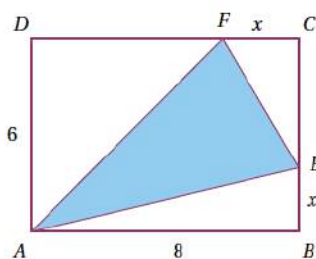
$$\begin{aligned} f'(1) &= 2 + a \\ 0 &= 2 + a \\ a &= -2 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - 2 \\ 2x - 2 &= 0 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} - \quad - \quad - \quad + \quad + \quad + \quad f'(x) \\ \hline 1 \end{array}$$

صغرى محلية $(1, 3)$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 75



يُبيِّن الشكلُ المجاورُ المثلثَ AFE الذي تقع رؤوسُهُ على أضلاعِ المستطيلِ $ABCD$:

22 اعتمدًا على القياساتِ المعطاة في الشكل، أَيْسِّنْ أنَّ الاقتِرَانَ

$$H(x) = 24 - 4x + \frac{1}{2}x^2$$

23 أَسْتَعْمِلُ المشتقةَ لإيجادِ قيمةِ x التي تجعلُ مساحةَ المثلثِ AFE أصغرَ

ما يُمكنُ.

الحل:

مساحة المثلث الأزرق = مساحة المستطيل - (مساحة المثلث 1 + مساحة المثلث 2 + مساحة المثلث 3)

$$H(x) = 8 \times 6 - \left[\left(\frac{1}{2} (x)(6 - x) \right) + \left(\frac{1}{2} (8)(x) \right) + \left(\frac{1}{2} (6)(8 - x) \right) \right]$$

$$H(x) = 48 - \left[\left(\frac{1}{2} (x)(6 - x) \right) + \left(\frac{1}{2} (8)(x) \right) + \left(\frac{1}{2} (6)(8 - x) \right) \right]$$

$$H(x) = 48 - \left[\left(3x - \frac{1}{2} x^2 \right) + (4x) + (24 - 3x) \right]$$

$$H(x) = 48 - \left[-\frac{1}{2} x^2 + 4x + 24 \right]$$

$$H(x) = 24 + \frac{1}{2} x^2 - 4x$$

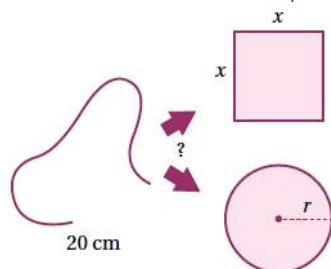
$$H'(x) = x - 4$$

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$\begin{array}{c} - - - + + + \quad H'(x) \\ \longleftarrow \quad \quad \quad \longrightarrow \\ 4 \end{array}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: القيمُ العظمى والقيمُ الصغرى الصفحة: 75



24 تحدّد: سلك طوله 20 cm، يراد قصّه لعمل مُربّع ودائرة. أّحدّد موقع القصّ بحيث يكون مجموع مساحتي المُربّع والدائرة أصغر ما يُمكن.

الحل:

$$A_1 = x^2 \text{ مساحة المربع}$$

$$d_1 = 4x \text{ محيط المربع}$$

$$A_2 = \pi r^2 \text{ مساحة الدائرة}$$

$$d_2 = 2\pi r \text{ محيط الدائرة}$$

$$4x + 2\pi r = 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{20 - 2\pi r}{4}$$

$$A = x^2 + \pi r^2$$

$$= \left(\frac{20 - 2\pi r}{4} \right)^2 + \pi r^2$$

$$= \left(5 - \frac{1}{2} \pi r \right)^2 + \pi r^2$$

$$= 25 - 5\pi r + \frac{1}{4} (\pi r)^2 + \pi r^2$$

$$= \frac{1}{4} (\pi r)^2 + \pi r^2 - 5\pi r + 25$$

$$= \left(\frac{1}{4} \pi^2 + \pi \right) r^2 - 5\pi r + 25$$

$$A'(r) = \left(\frac{1}{2} \pi^2 + 2\pi \right) r - 5\pi \quad \text{حصل الاشتقاق بالنسبة لـ } r$$

$$\left(\frac{1}{2} \pi^2 + 2\pi \right) r - 5\pi = 0$$

$$\Rightarrow r \approx 1.4$$

$$\Rightarrow x \approx 2.8$$

موقع القص يكون تقريبًا على بُعد $4 \times 2.8 = 11.2 \text{ cm}$ من طرف السلك ليُكوّن هذا الجزء مربعًا، ويُكوّن الجزء الآخر دائرة محيطها $20 - 11.2 = 8.8 \text{ cm}$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625¹

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

1 ميل منحنى الاقتران $f(x) = 3x - 1$ عند النقطة $x = 5$ هو:

- a) 3 b) $\frac{1}{3}$ c) -1 d) 0

الحل:

$$f'(x) = 3$$

$$m = f'(5) = 3$$

الجواب: a

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 2

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

2 إذا كان $f(x) = x(2x + 1)$ ، فإن $f'(x)$ يساوي:

a) x

b) $2x + 1$

c) $2x^2 + x$

d) $4x + 1$

الحل:

$$f(x) = 2x^2 + x$$

$$f'(x) = 4x + 1$$

الجواب: d

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 3

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

3 قيمة x التي عندها قيمة عظمى للاقتراح

$$f(x) = (x-2)(x-3)^2$$

a) $-\frac{7}{3}$

b) $-\frac{5}{2}$

c) $\frac{7}{3}$

d) $\frac{5}{2}$

الحل:

$$f(x) = (x-2)(x^2 - 6x + 9)$$
$$f(x) = x(x^2 - 6x + 9) - 2(x^2 - 6x + 9)$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2x^2 + 12x - 18$$

$$f(x) = x^3 - 8x^2 + 21x - 18$$

$$f'(x) = 3x^2 - 16x + 21$$

$$3x^2 - 16x + 21 = 0$$

$$(3x - 7)(x - 3) = 0$$

$$x = \frac{7}{3} \text{ or } x = 3$$

$$\begin{array}{ccccccc} + & + & + & - & - & - & + & + & + \\ \hline & & & 7 & & & & & 3 \\ & & & \frac{7}{3} & & & & & \end{array} \quad f'(x)$$

الجواب: c

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 4

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

4 إذا مثل الاقتران $d(t) = t^2$ المسافة التي يقطعها جسم

متحرك بالأمطار، حيث t الزمن بالثانية، فإن سرعة

الجسم بوحدة m/s عندما $t = 1$ هي:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 4

الحل:

$$d'(t) = 2t$$

$$d'(1) = 2 \times 1 = 2$$

الجواب: c

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 5

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

5 أكبر قيمة لسرعة جسم متحرك يسير بسرعة تُعطى

بالاقتراح $v(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$ ، حيث

v السرعة بالمتري لكل ثانية، و t الزمن بالثانية، هي:

a) 3

b) 4

c) 8

d) 9

الحل:

$$v'(t) = 3t^2 - 12t + 9$$

الجواب: d

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 6

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

6 إذا كان $h(x) = 2x^2 + x$ ، فأجد $h'(x)$ ، ثم أبين أن

$$x(1 + h'(x)) = 2h(x)$$

الحل:

$$h'(x) = 4x + 1$$

$$2h(x) = 4x^2 + 2x$$

$$x(1 + h'(x)) = x(1 + 4x + 1)$$

$$= x(4x + 2)$$

$$= (4x^2 + 2x)$$

$$= 2h(x)$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 7

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

7 إذا وقعت النقطة $P(-1, c)$ على منحنى الاقتران

$f(x) = 5x^2 + 2$ ، فأجد قيمة c ، ثم أحدد إذا كان الميل

موجباً أو سالباً عند النقطة P .

الحل:

$$\begin{aligned}f(-1) &= c \\c &= 5(-1)^2 + 2 \\c &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f'(x) &= 10x \\m = f'(-1) &= -10\end{aligned}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 8

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

8 أجد معادلة مماس منحنى الاقتران $f(x) = 4x^3 + 2$

عند النقطة التي إحداثي x لها -1

الحل:

$$f(-1) = -4 + 2 = -2$$

$$f'(x) = 12x^2$$

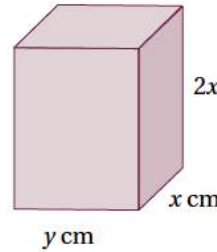
$$m = f'(-1) = 12$$

$$y - -2 = 12(x - -1)$$

$$y = 12x + 12 - 2$$

$$y = 12x + 10$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76



يُبين الشكل المجاور قالباً يُستعمل لصنع لبن البناء، وتبلغ مساحة سطحه الكلية 600 cm^2 :

9 أبين أن الافتراض

$$V(x) = 200x - \frac{4}{3}x^3 \text{ يُمثل حجم القالب.}$$

10 أستخدم المشتقة لإيجاد قيمة x التي تجعل الحجم

أكبر ما يمكن.

11 أجد أكبر حجم ممكن للقالب.

الحل:

$$v(x) = 2xyx$$

$$v(x) = 2yx^2$$

$$600 = 2yx + 2x(2y + 2x)$$

$$300 = yx + (2xy + 2x^2)$$

$$300 - 2x^2 = yx + 2xy$$

$$300 - 2x^2 = y(x + 2x)$$

$$300 - 2x^2 = y(3x)$$

$$y = \frac{300 - 2x^2}{(3x)}$$

$$y = \frac{100}{x} - \frac{2x}{3}$$

$$v(x) = 2x^2 \times \left(\frac{100}{x} - \frac{2x}{3} \right)$$

$$v(x) = 200x - \frac{4}{3}x^3$$

$$v'(x) = 200 - 4x^2$$

$$200 - 4x^2 = 0$$

$$4(50 - x^2) = 0$$

$$4(\sqrt{50} - x)(\sqrt{50} + x) = 0$$

$$x = \sqrt{50}$$

$$v(\sqrt{50}) = 200\sqrt{50} - \frac{4}{3}(\sqrt{50})^3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

12 يُمثّل الاقتران $d(t) = t^2 + 1$ المسافة (بالمتر) التي

يقطعها جسمٌ متحركٌ، حيث t الزمن بالثانية. أجد السرعة

بعدَ ثانيتين، ثم أجد الزمن t عندما تبلغ السرعة 6 m/s

الحل:

$$v'(t) = 2t$$

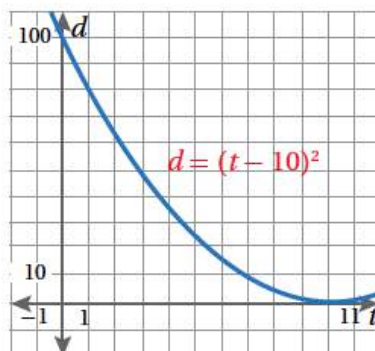
$$v'(2) = 4$$

$$6 = 2t$$

$$t = 3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 76

أطلقت سيارة سُميَّة جرس إنذارٍ لتعبئة الوقود، فتوجَّهت إلى محطة الوقود.



يُمثِّل المنحنى في الشكل المجاور العلاقة بين الزمن (t) والمسافة (d) المُتبقية حتى وصلت سُميَّة إلى المحطة:

13 أجد سرعة السيارة بعدَ ثانيتين من انطلاق جرس تعبئة الوقود.

14 أجد سرعة السيارة بعدَ 10 ثوانٍ.

الحل:

$$d(t) = t^2 - 20t + 100$$

$$v(t) = 2t - 20$$

$$v(2) = 4 - 20 = -16$$

$$v(10) = 20 - 20 = 0$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 12

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أجد مشتقة كلٍّ من الاقتراعات الآتية:

15 $f(x) = 2\pi^3$

الحل:

$$f'(x) = 0$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 13

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أَجِدْ مُشْتَقَّ كُلِّ مِنَ الْاِقْتِرَانَاتِ الْآتِيَةِ:

16 $f(x) = x^8$

الحل:

$$f'(x) = 8x^7$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 14

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أجد مشتقة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

17 $f(x) = -3x^4$

الحل:

$$f'(x) = -12x^3$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 15

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أجِدْ مشتقة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

18 $f(x) = x$

الحل:

$$f'(x) = 1$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أجِدْ مشتقة كلٍّ من الاقترانات الآتية:

19 $f(x) = 1 - 2x$

الحل:

$$f'(x) = -2$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 16

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أجِدْ مشتقة كلٍّ من الاقتراحات الآتية:

20 $f(x) = 4 - 5x^2 + x^3$

الحل:

$$f'(x) = -10x + 3x^2$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 17

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أستعمل المشتقة لإيجاد القيم العظمى والقيم الصغرى لكل
من الاقتراحات الآتية (إن وجدت):

$$f(x) = 17 \quad 21$$

الحل:

$$f'(x) = 0$$

لا يوجد

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 18

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أستعمل المشتقة لإيجاد القيم العظمى والقيم الصغرى لكل
من الاقتراحات الآتية (إن وُجدت):

$$22 \quad f(x) = 5x + 4$$

الحل:

$$f'(x) = 5$$

لا يوجد

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 19

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أستعمل المشتقة لإيجاد القيم العظمى والقيم الصغرى لكل
من الاقتراحات الآتية (إن وجدت):

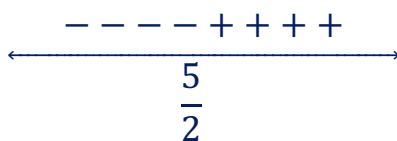
23 $f(x) = x^2 - 5x + 6$

الحل:

$$f'(x) = 2x - 5$$

$$2x - 5 = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$



صغرى محلية $f\left(\frac{5}{2}\right)$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أستعملُ المشتقة لإيجاد القيم العظمى والقيم الصغرى لكلِّ

من الاقتراحات الآتية (إن وُجدت):

24 $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2x + 1$

الحل:

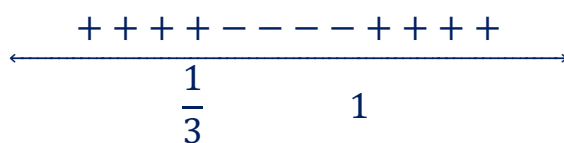
$$f'(x) = 6x^2 - 8x + 2$$

$$6x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$2(3x^2 - 4x + 1) = 0$$

$$2(3x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ or } x = 1$$



صغرى محلية $f(1)$

عظمى محلية $f\left(\frac{1}{3}\right)$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 21

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

25 تمثل العلاقة $d(t) = 0.6t^3 - 1.5t - 0.9$ المسافة

(بالمتر) التي يقطعها جسمٌ متحركٌ، حيثُ t الزمنُ بالثانية.

ما الزمنُ الذي تساوي عندهُ السرعةُ 14.7m/s ؟

الحل:

$$v(t) = 1.8 t^2 - 1.5$$

$$14.7 = 1.8 t^2 - 1.5$$

$$14.7 + 1.5 = 1.8 t^2$$

$$16.2 = 1.8 t^2$$

$$t^2 = \frac{16.2}{1.8} = 9$$

$$t = 3$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 22

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

26 أجد قيمة الثابت k إذا كان للاقتراح $f(x) = kx - x^3$

نقطة حرجة عندما $x = -1$

الحل:

$$f'(x) = k - 3x^2$$

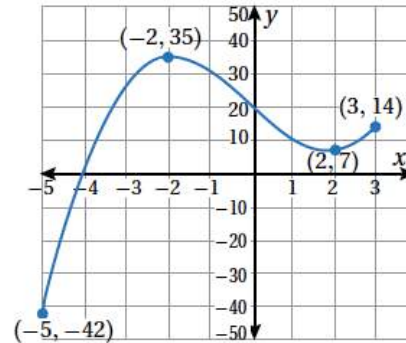
$$f'(-1) = 0$$

$$0 = k - 3$$

$$k = 3$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 23

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
اعتمادًا على التمثيل البياني الآتي:



27 أحدد الفترة (الفترة) التي يكون عندها ميل المنحنى

موجبًا.

28 أحدد الفترة (الفترة) التي يكون عندها ميل المنحنى

سالبًا.

29 أحدد النقطة (النقاط) التي يكون عندها ميل المنحنى

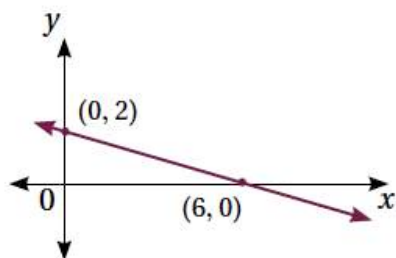
صفرًا.

الحل:

$(-5, -2), (2, 3)$

$(-2, 2)$

$x = -2$ and $x = 2$



30 إذا كان المستقيم
في الشكل المجاور
هو منحنى الاقتران
 $f(x)$ ، فأجد $f'(x)$.

الحل:

$$f'(x) = \frac{2 - 0}{0 - 6} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

31 جميع قيم x التي عندها قيم عظمى أو قيم صغرى

محلية للاقتراح $f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 15$ هي:

a) -1, 0, 1

b) -1, 0

c) 0, 1

d) -1, 1

الحل:

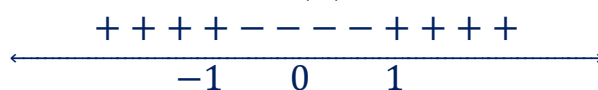
$$f'(x) = 15x^4 - 15x^2$$

$$15x^4 - 15x^2 = 0$$

$$15x^2(x^2 - 1) = 0$$

$$15x^2(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x = 0, 1, -1$$



الجواب: d

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 6 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 26

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

32 عدد النقاط الحرجة للاقتراح $f(x) = (x-3)^2$ هو:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

الحل:

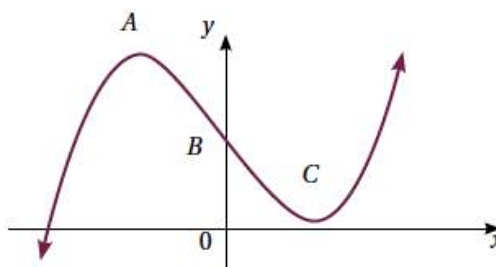
$$f(x) = x^2 - 6x + 9$$

$$f'(x) = 2x - 6$$

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السادسة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 77

يُمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x) = x^3 - 12x + 17$ الذي له قيمة عظمى عند النقطة A ، وقيمة صغرى عند النقطة C ، ويقطع محور y عند النقطة B :



33 أجد $f'(x)$.

34 أجد ميل منحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة B .

35 أجد إحداثيي كل من النقطتين A و C .

الحل:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f'(0) = -12$$

$$3x^2 - 12 = 0$$

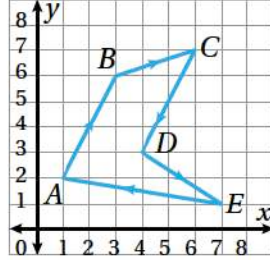
$$3(x^2 - 4) = 0$$

$$x = 2, -2$$

$$A = (-2, f(2)), B = (2, f(2))$$

أتحقق من فهمي

اعتماداً على الشكل المجاور، أكتب المتجهات الآتية بالصورة الإحداثية:



a) $\vec{EA}$

b) $\vec{CD}$

c) $\vec{AB}$

d) $\vec{DE}$

e) $\vec{BC}$

f) $\vec{CB}$

الحل:

$$\langle 1 - 7, 2 - 1 \rangle = \langle -6, 1 \rangle$$

$$\langle 4 - 6, 3 - 7 \rangle = \langle -2, -4 \rangle$$

$$\langle 3 - 1, 6 - 2 \rangle = \langle 2, 4 \rangle$$

$$\langle 7 - 4, 1 - 3 \rangle = \langle 3, -2 \rangle$$

$$\langle 6 - 3, 7 - 6 \rangle = \langle 3, 1 \rangle$$

$$\langle 3 - 6, 6 - 7 \rangle = \langle -3, -1 \rangle$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 2

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 83

أتحقق من فهمي

أجد مقدار كل متجه مما يأتي:

a) $\vec{AB} = \langle -1, 4 \rangle$

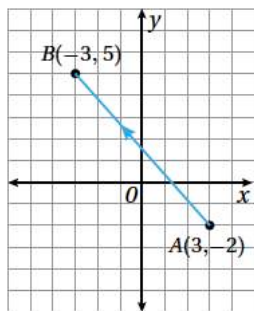
b) $\vec{CD} = \langle 5, -7 \rangle$

الحل:

$$\sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

$$\sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 84



أتحقق من فهمي

أجد اتجاه $\vec{AB}$ في الشكل المجاور.

الحل:

$$\frac{5 - (-2)}{-3 - 3} = \frac{7}{-6} = \frac{-7}{6}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{-7}{6}\right) = -49.4$$

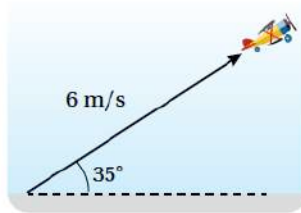
الاتجاه

$$180 - 49.4 = 130.6$$

مع محور x الموجب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 85

أتحقق من فهمي



الْعَابُ: أَقْلَعَتْ طَائِرَةٌ تَحْكُمُ فِيهَا مِيسَاءٌ عَنْ بُعْدٍ، بِزَاوِيَةٍ قِيَّاسُهَا 35° عَنْ سَطْحِ الْأَرْضِ، وَبِسُرْعَةٍ 6 m/s كَمَا فِي الشَّكْلِ الْمَجَاوِرِ. أَكْتُبُ الْمَتَجَهَ الَّذِي يُمَثِّلُ السَّرْعَةَ الْمَتَجَهَةَ لِلطَّائِرَةِ.

الحل:

$$v_x = |v| \cos \theta \text{ ، } v_y = |v| \sin \theta$$

$$v_x = 6 \times \cos 35 = 4.91$$

$$v_y = 6 \times \sin 35 = 3.44$$

$$v = \langle |v| \cos \theta, |v| \sin \theta \rangle$$

$$v = \langle 4.91, 3.44 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86

أكتب كل متجه عُلِمَتْ نقطتا بدايته ونهايته في ما يأتي بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره:

1 $(2, 5), (4, -1)$

الحل:

$$\langle 4 - 2, -1 - 5 \rangle = \langle 2, -6 \rangle$$

$$|u| = \sqrt{2^2 + (-6)^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 6

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86

أكتب كل متجه عُلِمَتْ نقطتا بدايته ونهايته في ما يأتي بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره:

2 $(-4, 7), (-3, 0)$

الحل:

$$\langle -3 - (-4), 0 - 7 \rangle = \langle 1, -7 \rangle$$

$$|u| = \sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 7

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86
أكتب كل متجه عُلِمَتْ نقطتا بدايته ونهايته في ما يأتي بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره:

3 $(6, -2), (8, 1)$

الحل:

$$\langle 8 - 6, 1 - (-2) \rangle = \langle 2, 3 \rangle$$

$$|u| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 8

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86
أكتب كل متجه عُلِمَتْ نقطتا بدايته ونهايته في ما يأتي بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره:

4 $(4, -9), (3, -5)$

الحل:

$$\langle 3 - 4, -5 - -9 \rangle = \langle -1, 4 \rangle$$

$$|u| = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 9

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86

أكتب كل متجه عُلِمَتْ نقطتا بدايته ونهايته في ما يأتي بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره:

5 $(-1.5, 3), (0.5, -4)$

الحل:

$$\langle 0.5 - -1.5, -4 - 3 \rangle = \langle 2, -7 \rangle$$

$$|u| = \sqrt{2^2 + (-7)^2} = \sqrt{4 + 49} = \sqrt{53}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86
أكتب كل متجه عُلِمَتْ نقطتا بدايته ونهايته في ما يأتي بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره:

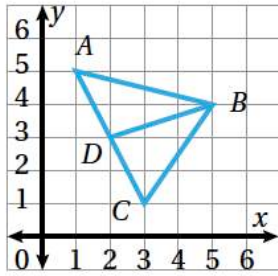
6 $(-6, -\frac{2}{3}), (-2, -\frac{1}{3})$

الحل:

$$\langle -2 - (-6), \frac{-1}{3} - \frac{-2}{3} \rangle = \langle 4, \frac{1}{3} \rangle$$

$$|u| = \sqrt{4^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{144 + 1}{9}} = \frac{\sqrt{145}}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86



اعتمادًا على الشكل المجاور، أكتب كلاً من المتجهات الآتية بالصورة الإحداثية:

7 $\vec{AB}$

9 $\vec{CB}$

11 $\vec{AC}$

8 $\vec{DB}$

10 $\vec{CA}$

12 $\vec{DA}$

الحل:

$$\langle 5 - 1, 4 - 5 \rangle = \langle 4, -1 \rangle$$

$$\langle 5 - 2, 4 - 3 \rangle = \langle 3, 1 \rangle$$

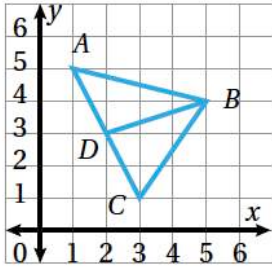
$$\langle 5 - 3, 4 - 1 \rangle = \langle 2, 3 \rangle$$

$$\langle 1 - 3, 5 - 1 \rangle = \langle -2, 4 \rangle$$

$$\langle 3 - 1, 1 - 5 \rangle = \langle 2, -4 \rangle$$

$$\langle 2 - 1, 3 - 5 \rangle = \langle 1, -2 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86



اعتمادًا على الشكل المجاور، أكتب كلاً من المتجهات الآتية بالصورة الإحداثية:

7 $\vec{AB}$

8 $\vec{DB}$

9 $\vec{CB}$

10 $\vec{CA}$

11 $\vec{AC}$

12 $\vec{DA}$

13 في السؤال السابق، أُبين أن $|\vec{AD}| = |\vec{DC}|$. ماذا أستنتج من موقع النقطة D على القطعة المستقيمة AC؟

الحل:

$$|AD| = \sqrt{(2-1)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$|DC| = \sqrt{(3-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$|AD| = |DC| = \sqrt{5}$$

D نقطة منتصف القطعة المستقيمة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86
أَجِدْ مقدارَ كلِّ متجهٍ مما يأتي:

14 $\langle 2, -6 \rangle$

15 $\langle 7, -8 \rangle$

16 $\langle -1, -1 \rangle$

17 $\langle 3, 5 \rangle$

18 $\langle 0, 0 \rangle$

19 $\langle 2, 9 \rangle$

الحل:

$$\sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

$$\sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

$$\sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

$$\sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

$$\sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

$$\sqrt{5^2 + (-7)^2} = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 14

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86
إذا كانت M هي نقطة منتصف $\overline{FG}$ ، حيث $F(4, 2)$ و $G(2, 6)$ ، وكانت O هي نقطة الأصل، فأكتب كل متجه مما يأتي بالصورة الإحداثية:

20 $\overrightarrow{FG}$

21 $\overrightarrow{GF}$

22 $\overrightarrow{OM}$

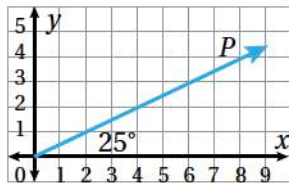
الحل:

$$\langle -2, 4 \rangle$$

$$\langle 2, -4 \rangle$$

$$\langle 3, 4 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86



23 أعبّر عن اتجاه المتجه P في الشكل المجاور بطريقتين.

الحل:

اتجاه P هو 25° مع الأفقي
اتجاه P هو 65° مع العمودي

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 16

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 86



24 حيوانات: أكتب السرعة المتجهة لثعلب يطارد أرنبًا على منحدر

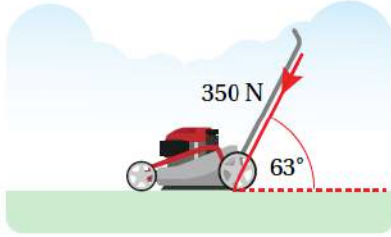
بالصورة الإحداثية إذا كانت سرعته الأفقية $v_x = 27 \text{ km/h}$ ،

وسرعته الرأسية $v_y = 25 \text{ km/h}$

الحل:

$\langle 27, 25 \rangle$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87



25 فيزياء: تدفع نور عربة بقوة مقدارها 350N،

وبزاوية قياسها 63° مع المحور الأفقي.

أكتب متجه القوة بالصورة الإحداثية.

الحل:

$$\langle 350 \times \cos 63, 350 \times \sin 63 \rangle$$

$$\langle 158.90, 311.85 \rangle$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 18

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87

26 أكتب المتجه v بالصورة الإحداثية إذا كان $|v| = 27$ ، وصنع زاوية مقدارها 90° مع محور x .

الحل:

$$\langle 27 \times \cos 90, 27 \times \sin 90 \rangle$$

$$\langle 0, 27 \rangle$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 7 الدرس: 1 عصام الشيخ 0796300625 19

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87

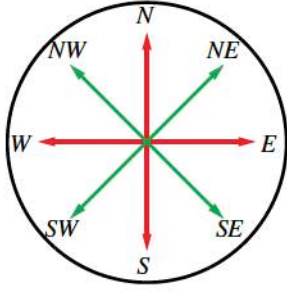
27 أكتب المتجه v بالصورة الإحداثية إذا كان $|v| = 10$ ، وصنع زاوية مقدارها 320° مع محور x .

الحل:

$$\langle 10 \times \cos 320, 10 \times \sin 320 \rangle$$

$$\langle 7.66, -6.43 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87



28 خرج عبد الرحمن من منزله، وسار بخط مستقيم شرقاً إلى المسجد مسافة 248 m، ثم خرج منه مرةً أخرى، وسار بخط مستقيم جنوباً نحو منزل صديقه يحيى مسافة 562 m. أعبّر عن المسار بين منزل عبد الرحمن ومنزل صديقه على شكل متجه بالصورة الإحداثية (إرشاد: البعد بين نقطتين هو أقصر مسافة بينهما).

الحل:

$\langle 248, -562 \rangle$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87

29 تحدّد: إذا كان $|\vec{AB}| = \sqrt{13}$ حيث $A(1, 2)$ نقطة بدايته، والنقطة $B(3, y)$ نقطة نهايته، فأجد إحداثي النقطة B ، مُبرّرًا إجابتي.

الحل:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(2)^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{13}$$

$$4 + (y - 2)^2 = 13$$

$$(y - 2)^2 = 9$$

$$y - 2 = 3 \text{ or } y - 2 = -3$$

$$y = 5 \text{ or } y = -1$$

إذن، إحداثي B هما:

$$(3, 5), (3, -1)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87

30 تبرير: ما مجموعة قيم b التي يكون عندها مقدار المتجه $(b, 4)$ يساوي 5؟ أبرر إجابتني.

الحل:

$$|v| = \sqrt{16 + b^2} = 5$$

$$b^2 + 16 = 25$$

$$b^2 = 9$$

$$b = 3 \text{ or } b = -3$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87

31 أكتشف الخطأ: حسب كل من ناصر وليلى مقدار المتجه $v = \langle 6, -1 \rangle$ ، فكانت إجابة كل منهما كما يأتي:

ليلى

$$|v| = \sqrt{35}$$

ناصر

$$|v| = 37$$

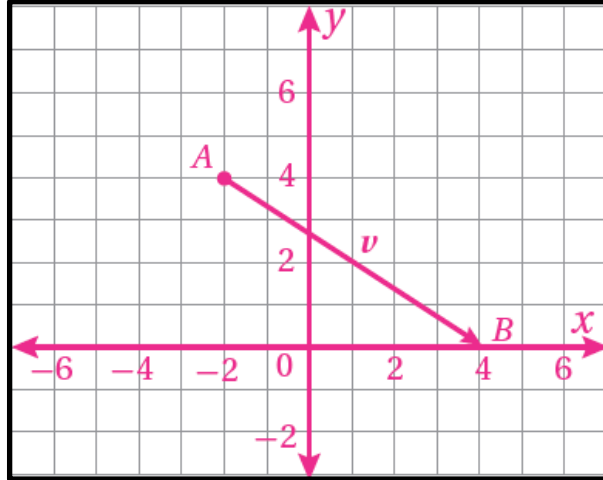
هل إجابة أيٍّ منهما صحيحة، مبرراً إجابتي؟

الحل:

كلتا الإجابتين غير صحيحة؛ لأن ناصر نسي الجذر التربيعي، وليلى طرحت مربعي المركبتين بدلا من جمعهما.

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: المتجهات في المستوى الإحداثي الصفحة: 87
32 مسألة مفتوحة: أرسم متجهًا على المستوى الإحداثي، ثم أكتبه بالصورة الإحداثية، ثم أجد مقداره.

الحل:



$$\overrightarrow{AB} = v = \langle 6, -4 \rangle$$

$$|v| = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$$

أتحقق من فهمي

في الشكل المجاور، مستطيل $ABCD$ ، فيه $\vec{AB} = a$ ، و $\vec{BC} = b$. أعبّر عن كلٍّ مما يأتي باستعمال المتجهين a و b :



a) $\vec{AD}$

b) $\vec{DC}$

c) $\vec{CB}$

الحل:

$$\vec{AD} = b$$

$$\vec{DC} = a$$

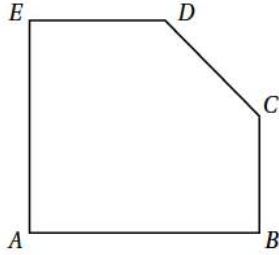
$$\vec{CB} = -b$$

أتحقق من فهمي 

اعتمادًا على الشكل في المثال 2، أكتب المتجه الذي يُمثِّل ناتج الجمع في كلِّ ممَّا يأتي:

a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB}$

b) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC}$



الحل:

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BC}$$

أتحقق من فهمي

اعتمادًا على الشكل في المثال 3، أجد هندسيًا كلاً مما يأتي:

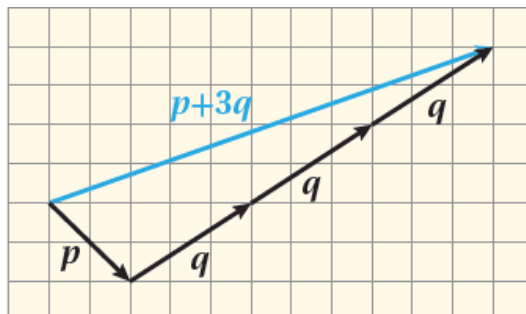
a) $p + 3q$

b) $3q - 2p$

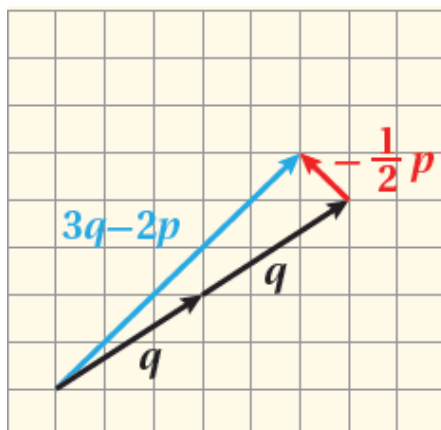
c) $2q - \frac{1}{2}p$

الحل:

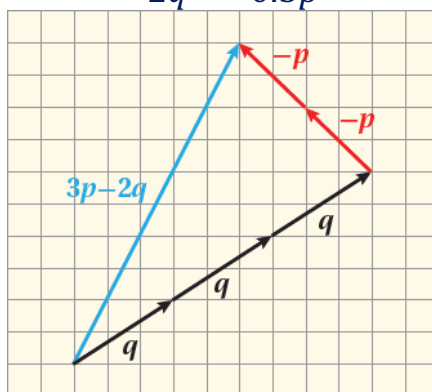
$p + 3q$



$3q - 2p$



$2q - 0.5p$



أتحقق من فهمي 

إذا كان $a = \langle 3, 1 \rangle$ و $b = \langle -2, 7 \rangle$ و $c = \langle 0, -5 \rangle$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $-b$

b) $4c$

c) $b-c$

d) $4a + 3c$

الحل:

$$-b = \langle 2, -7 \rangle$$

$$4c = \langle 0, -20 \rangle$$

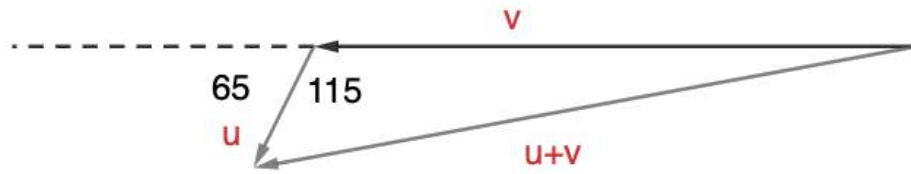
$$b - c = \langle -2, 12 \rangle$$

$$4a + 3c = \langle 12, -11 \rangle$$

أتحقق من فهمي

ملاحه بحريه: انطلق قارب شراعي من ميناء بسرعة متجهه مقدارها 30 km/h، متجهها إلى جزيرة تقع غربه. وفي هذه الأثناء، هبت رياح بلغت سرعتها المتجهه 10 km/h بزاوية 25° جنوب الغرب. كيف يمكن للبحار تعديل مقدار سرعة القارب واتجاهه للوصول إلى وجهته من دون تأخير؟

الحل:



افترض أن v هو متجه سرعة القارب، وأن u هو متجه سرعة الرياح انظر الشكل أعلاه وبذلك، فإن:

$$|v + u|^2 = 30^2 + 10^2 - 2(30)(10) \cos 115^\circ = 1252$$

$$|v + u| = \sqrt{1252} \approx 35.38 \text{ km/h}$$

$$\frac{\sin \theta}{10} = \frac{\sin 115}{35.8}$$

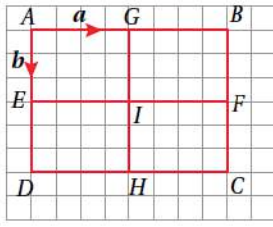
$$\sin \theta \approx 0.26$$

$$\theta = \sin^{-1}(0.26) = 15.07^\circ$$

أي يجب تعديل اتجاه القارب بزاوية 15.07° شمال غرب، وزيادة سرعته لتصبح 35.38 ؛ لكي يصل إلى وجهته في الوقت المحدد

الصفحة: 94

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها



اعتمادًا على الشكل المجاور حيث $\vec{AG} = a$ ، و $\vec{AE} = b$ ، أكتب كل متجه مما يأتي بدلالة a و b :

1 $\vec{EI}$

2 $\vec{FC}$

3 $\vec{DE}$

4 $\vec{GE}$

5 $4\vec{GD}$

6 $\vec{CA}$

الحل:

1) $\vec{EI} = a$

2) $\vec{FC} = b$

3) $\vec{DE} = -b$

4) $\vec{GE} = b - a$

5) $4\vec{GD} = 8b - 4a$

6) $\vec{CA} = -(2a + 2b)$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها
إذا كان $a = \langle 34, -86 \rangle$ و $b = \langle -65, 17 \rangle$ و $c = \langle 9, -1 \rangle$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

7 $a + c$

8 $b - a$

9 $3c + b$

10 $a + b - 2c$

الحل:

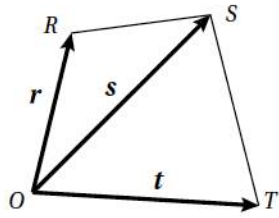
$$a + c = \langle 43, -87 \rangle$$

$$b - a = \langle -99, 103 \rangle$$

$$3c + b = \langle 38, 14 \rangle$$

$$a + b - 2c = \langle -49, -67 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 94



اعتماداً على الشكل المجاور، أكتب كلاً من المتجهات الآتية بدلالة s و t :

11 $\vec{SR}$

12 $\vec{ST}$

13 $\vec{RS}$

الحل:

$$r - s$$

$$t - s$$

$$s - r$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها

الصفحة: 94

14 إذا كان $\langle 3x-y, y-x^2 \rangle = \langle 7, -5 \rangle$ ، فما قيمة كل من x و y ؟

الحل:

$$\begin{aligned} 3x - y &= 7 \\ y - x^2 &= -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3x - 7 \\ 3x - 7 - x^2 &= -5 \end{aligned}$$

$$x^2 - 3x + 7 - 5 = 0$$

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ (x - 2)(x - 1) &= 0 \\ x &= 2 \text{ or } x = 1 \\ x = 2 \text{ so } y &= -1 \\ x = 1 \text{ so } y &= -4 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها

الصفحة: 94

إذا كان $e = \langle -3, -2 \rangle$ ، و $f = \langle 2, 4 \rangle$ ، فأمثل كلاً من المتجهات الآتية على المستوى الإحداثي:

15) $e + f$

16) $3f$

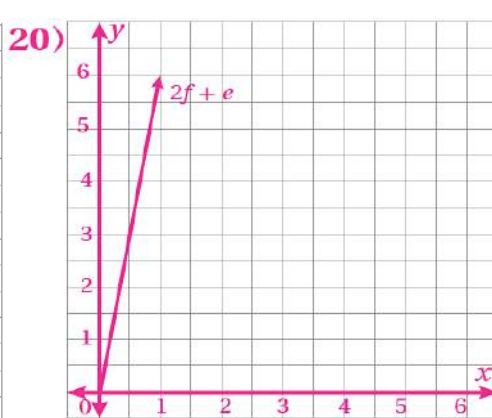
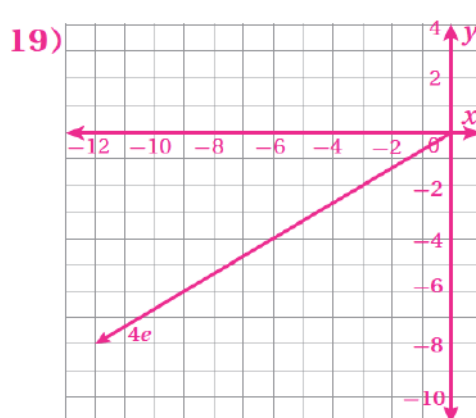
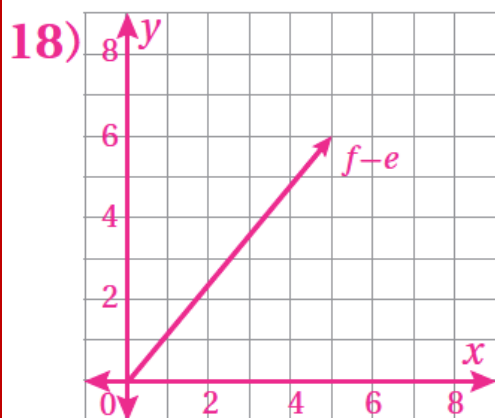
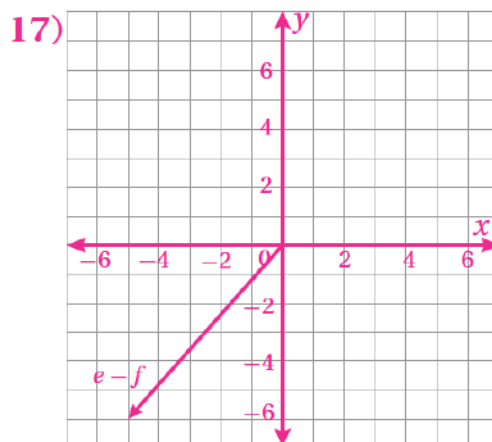
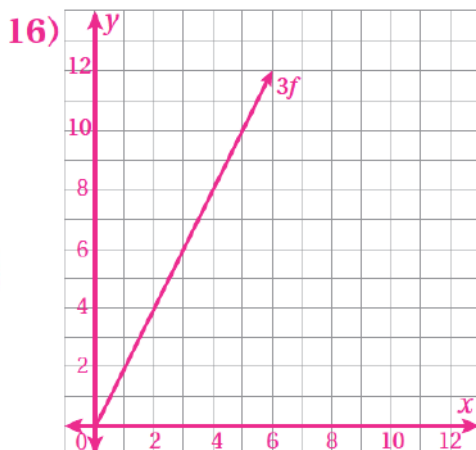
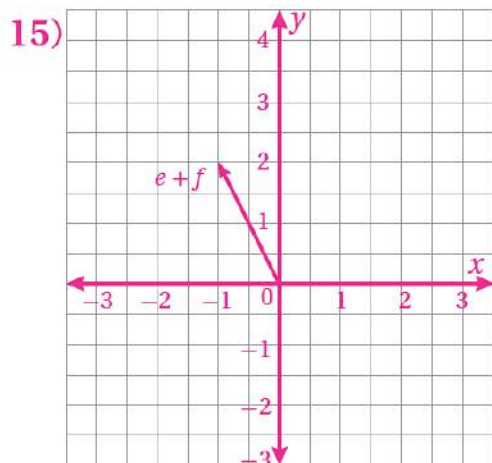
17) $e - f$

18) $f - e$

19) $4e$

20) $2f + e$

الحل:



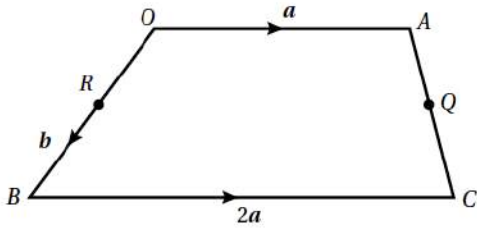
21 إذا كان $d = \langle 5, 9 \rangle$ و $e = \langle 11, -8 \rangle$ ، فأجد $|4d - 3e|$ ، $|\frac{1}{3}e|$

الحل:

$$|\frac{1}{3}e| = \frac{1}{3}|e| = \frac{1}{3}\sqrt{(11)^2 + (-8)^2} = \frac{1}{3}\sqrt{185} \approx 4.5$$

$$|4d - 3e| = \sqrt{(-13)^2 + (60)^2} = \sqrt{3769} \approx 61.4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 94



في الشكل المجاور، $OACB$ شبه منحرف، فيه R منتصف $\overline{OB}$ ، و Q منتصف $\overline{AC}$. إذا كان $\overline{BC} = 2a$ و $\overline{OB} = b$ ، فأكتب كلاً من المتجهات الآتية بدلالة a و b :

22 $\overrightarrow{QR}$

23 $\overrightarrow{AQ}$

24 $\overrightarrow{RQ}$

25 كيف يُمكن تحديد إذا كان $\overline{OA}$ و $\overline{BC}$ متوازيين في الشكل $OACB$ ؟

الحل:

22

$$\begin{aligned}\overrightarrow{QR} &= \overrightarrow{QA} + \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{OR} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AO} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{AO} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} \\ &= \frac{1}{2} (-2a + (-b) + a) + (-a) + \frac{1}{2} b \\ &= \frac{-3}{2} a\end{aligned}$$

23

$$\begin{aligned}AQ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \frac{1}{2} (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC}) \\ &= \frac{1}{2} (-a + b + 2a) = \frac{1}{2} (a + b)\end{aligned}$$

24

$$\overrightarrow{RQ} = \frac{3}{2} a$$

25

بما أن

$$\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{BC} = 2a$$

فإن

$$\overrightarrow{BC} = 2 \overrightarrow{OA}$$

إذن

$$\overrightarrow{BC} \parallel \overrightarrow{OA}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 94

26 رياضة: في سباق للمشي، انطلقت رند من نقطة البداية، فقطعت مسافة 15 km في اتجاه الشرق، ثم اتجهت شمالاً مسافة 17 km، كم كيلومتراً تبعد رند عن نقطة البداية؟

الحل:

$$\sqrt{15^2 + 17^2}$$

$$\sqrt{225 + 289}$$

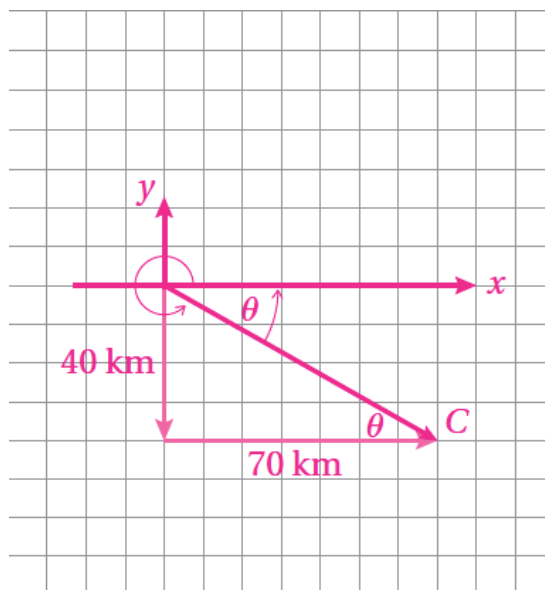
$$\sqrt{514}$$

$$22.67$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 94

27 نزهة بحرية: أبحر قارب سياحي مسافة 40 km جنوباً، ثم تحرك مسافة 70 km في اتجاه الشرق. أجد اتجاه القارب وبعده عن نقطة انطلاقه.

الحل:



$$|AC| = \sqrt{40^2 + 70^2} = \sqrt{6500} \approx 80.62 \text{ km}$$

$$\tan \theta = \frac{40}{70}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{4}{7} \right) \approx 29.7^\circ$$

أي إن القارب يبعد 80.62 عن نقطة انطلاقه A ، وفي اتجاه 330.3° مع محور x الموجب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 95

28

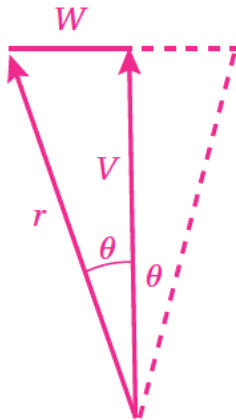
أحل المسألة الواردة في بداية الدرس.



مسألة اليوم

بدأت طائرة رحلتها نحو الشمال بسرعة مقدارها 450 km/h، لكنها واجهت رياحاً شرقية سرعتها 60 km/h، فأخذت تنحرف نحو اليسار. كيف يمكن للطيار أن يعدل اتجاهها وسرعتها ليصل إلى وجهته من دون تأخير؟

الحل:



$$|v + w| = \sqrt{450^2 + 60^2} \approx 453.98 \text{ km/h}$$

$$\tan \theta = \frac{60}{450} = \frac{2}{15}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2}{15} \right) \approx 7.59^\circ$$

أي يتعين على الرّبان أن يحرف مسار الطائرة بزاوية 7.59° نحو اليمين، ويزيد سرعتها لتصبح 453.98 ، فتعيدها الرياح إلى اتجاه الشمال، وتخفض سرعتها حتى تصل 450

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 95

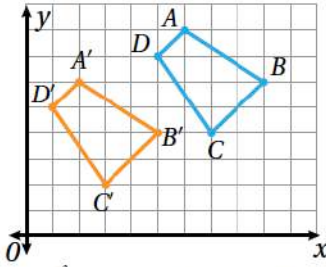
29 سباق زعانف: شارك سامي في سباق الزعانف الذي نظّمه اتحاد الرياضات البحرية على شاطئ خليج العقبة. سبح سامي بسرعة متجهة مقدارها 3 km/h في اتجاه الجنوب، لكنّه واجه أمواجاً سرعتها 1.8 km/h ، وقد دفعته إلى اتجاه الشرق، فغيّر مقدار سرعته واتجاهها ليقاوم الأمواج، ويفوز بالسباق. أجد السرعة المتجهة التي يجب أن يسبح بها سامي.

الحل:

$$|v + u| = \sqrt{3^2 + 1.8^2} = \sqrt{12.24} \approx 3.50 \text{ km/h}$$

إذن، يجب أن يسبح بسرعة 3.5 ، وفي اتجاه 31° غرب الجنوب حتى ينهي السباق في موعده

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 95



تحويلات هندسية: أُجري انسحاب للشكل $ABCD$ المجاور باستعمال المتجه $\langle a, b \rangle$ ، حيث a مقدار الانسحاب على محور x ، و b مقدار الانسحاب على محور y :

30 أجد $\langle a, b \rangle$.

31 إذا أُجري انسحاب للشكل $A'B'C'D'$ باستعمال المتجه $\langle 3, -4 \rangle$ ، فأرسم الشكل الناتج من الانسحاب، وأسميه $A''B''C''D''$.

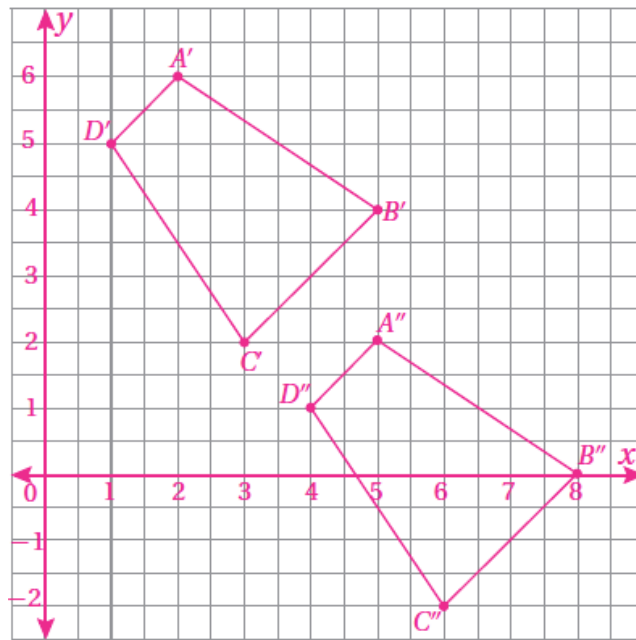
32 أحدد المتجه $\langle f, e \rangle$ الذي يصف انسحاب الشكل $ABCD$ إلى الشكل $A''B''C''D''$.

الحل:

30

$$\langle a, b \rangle = \langle -4, -2 \rangle$$

31



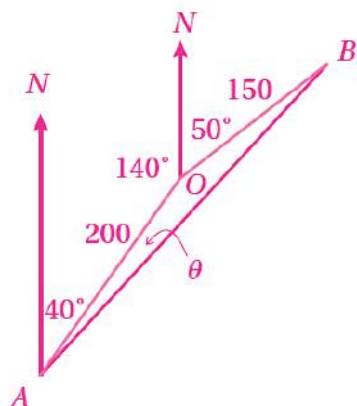
32

$$\langle f, e \rangle = \langle -1, -6 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 95

33 انطلقت سيارة من المدينة A إلى المدينة B، فقطعت مسافة 200 km في اتجاه 040° ، ثم غيّرت اتجاه حركتها إلى 050° ، وقطعت مسافة 150 km. أجد اتجاه النقطة B وبُعدها عن النقطة A.

الحل:



$$m \angle AON = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$m \angle AOB = 360^\circ - (50^\circ + 140^\circ) = 170^\circ$$

$$AB^2 = 200^2 + 150^2 - 2 \times 200 \times 150 \times \cos 170^\circ$$

$$= 121588.47$$

$$AB = \sqrt{121588.47} \approx 348.7 \text{ km}$$

$$\frac{\sin \theta}{150} = \frac{\sin 170^\circ}{200}$$

$$\sin \theta = 0.075$$

$$\theta = \sin^{-1}(0.075) \approx 4.3^\circ$$

أي إن B تبعد عن A مسافة 348.70 ، واتجاهها من A هو 44.3°

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها

الصفحة: 95

34 إذا كانت $\langle 3, 5 \rangle - \langle 15, 7 \rangle = \langle 3, x \rangle + y^2 \langle 3, 5 \rangle$ ، فأوجد قيمة كل من العددين x و y .

الحل:

$$x + 5 y^2 - 7 = 0$$

$$3 + 3 y^2 - 15 = 0$$

$$3 y^2 = 12$$

$$y^2 = 4$$

$$y = \pm 2$$

$$x + 5 y^2 - 7 = 0$$

$$x + 5 \times 4 - 7 = 0$$

$$x + 20 - 7 = 0$$

$$x = -13$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 95

35 تبرير: انطلق يَختٌ في رحلةٍ بحريةٍ من الميناء، فقطعَ مسافةَ 60 km شمالاً، ثمَّ تحرَّكَ مسافةَ 40 km شرقاً، ثمَّ مسافةَ 16 km جنوباً، فوصلَ إلى جزيرةٍ. أجدُ بُعدَ الجزيرةِ عن الميناءِ، ثمَّ أجدُ المسافةَ التي قطعَها اليَختُ في رحلتهِ البحريةِ حتى وصلَ الجزيرةَ، وأقارنُ بينهما.

الحل:

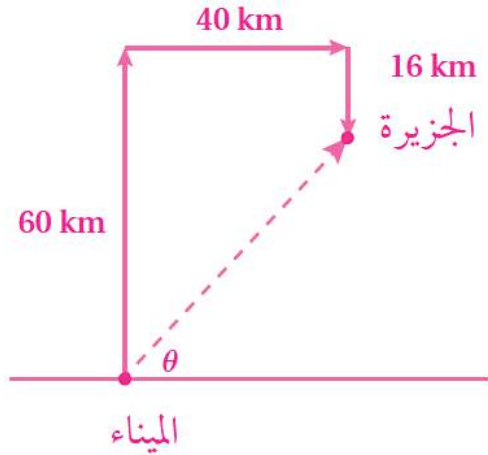
مجموع المسافات التي قطعها اليخت:

$$60 + 40 + 16 = 116$$

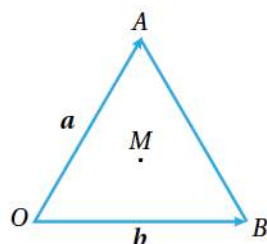
وبافتراض أن الجزيرة تبعد عن الميناء x km ، فإن:

$$x = \sqrt{44^2 + 40^2} \approx 59.46 \text{ km}$$

إذن، مجموع المسافات التي قطعها اليخت تساوي مثلي بُعد الجزيرة عن الميناء تقريباً؛ لأن اليخت لم يسلك المسار المستقيم من الميناء إلى الجزيرة



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: جمع المتجهات وطرحها الصفحة: 95

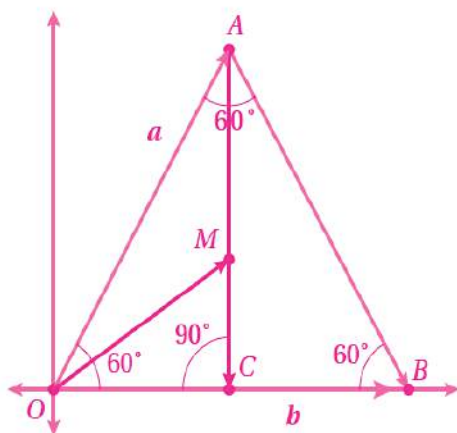


تحدّ: يُمثّل الشكل المجاور OAB مثلثًا مُتطابقَ الأضلاع، ويُمثّل فيه M مركز المثلث؛ ما يعني أنّ المستقيمَ الواصلَ بين رأس المثلث والنقطة M عموديٌّ على الضلع المقابل:

36 أكتب المتجه $\overrightarrow{AB}$ بالصورة الإحداثية.

37 أثبت أنّ $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{3} (a + b)$

الحل:



$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\ &= -a + b \\ &= b - a \\ &= \langle |b| \cos 0^\circ, |b| \sin 0^\circ \rangle \\ &\quad - \langle |a| \cos 60^\circ, |a| \sin 60^\circ \rangle \\ &= \langle |b|, 0 \rangle - \langle \frac{1}{2} |a|, \frac{\sqrt{3}}{2} |a| \rangle \\ &= \langle |b| - \frac{1}{2} |a|, -\frac{\sqrt{3}}{2} |a| \rangle\end{aligned}$$

لأن $|a| = |b|$

$$= \langle \frac{1}{2} |a|, -\frac{\sqrt{3}}{2} |a| \rangle$$

37

انظر الشكل السابق:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OM} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} \\ &= OA + \frac{2}{3} AC \\ &\text{لأن مركز المثلث يقسم القطع المتوسط بنسبة 2:1 من جهة الرأس} \\ &= \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3} (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}) \\ &= a + \frac{2}{3} (-a + \frac{1}{2} b) \\ &= a - \frac{2}{3} a + \frac{1}{3} b \\ &= \frac{1}{3} a + \frac{1}{3} b = \frac{1}{3} (a + b)\end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

إذا كان $v = \langle -3, 2 \rangle$ و $u = \langle 6, 9 \rangle$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

a) $u \cdot v$

b) $v \cdot u$

c) $u \cdot u$

الحل:

$$\begin{aligned} u \cdot v &= u_1 v_1 + u_2 v_2 \\ &= 6 \times -3 + 9 \times 2 \\ &= -18 + 18 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v \cdot u &= v_1 u_1 + v_2 u_2 \\ &= -3 \times 6 + 2 \times 9 \\ &= -18 + 18 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u \cdot u &= u_1 u_1 + v_2 u_2 \\ &= 6 \times 6 + 9 \times 9 \\ &= 36 + 81 \\ &= 117 \end{aligned}$$

أتحقق من فهمي 

أجد قياس الزاوية θ المحصورة بين المتجهين $u = \langle -1, 1 \rangle$ و $v = \langle 2, 7 \rangle$

الحل:

$$|u| = \sqrt{-1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$|v| = \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{53}$$

$$u \cdot v = u_1 v_1 + u_2 v_2$$

$$= -1 \times 2 + 1 \times 7$$

$$= -2 + 7$$

$$= 5$$

$$\cos \theta = \frac{u \cdot v}{|u| |v|}$$

$$\cos \theta = \frac{5}{\sqrt{2} \times \sqrt{53}} = \frac{5}{\sqrt{106}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{5}{\sqrt{106}} \right) = 61^\circ$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 99

أتحقق من فهمي 

أُحدّد إذا كان المتجهان $u = \langle 1, 0 \rangle$ و $v = \langle 3, -5 \rangle$ متعامدين أم لا.

الحل:

$$\begin{aligned} u \cdot v &= u_1 v_1 + u_2 v_2 \\ &= 1 \times 3 + 0 \times -5 \\ &= 3 + 0 \\ &= 3 \end{aligned}$$

غير متعامدين؛ لأن ناتج ضربهما القياسي لا يساوي صفراً، وإنما يساوي 3

أتحقق من فهمي



سحبَ فارسٌ عربةً، فبذلَ شغلًا مقدارُهُ J 13، بقوةٍ مقدارُها

50 N، مسافةً $d = 30 \text{ m}$

ما قياسُ الزاويةِ المحصورةِ بينَ قوةِ السحبِ واتجاهِ المسافةِ

المقطوعةِ (بإهمالِ قوةِ الاحتكاكِ) لأقربِ جزءٍ منَ عشرةٍ؟

الحل:

$$W = |F| |d| \cos \theta$$

$$13 = 50 \times 30 \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{13}{1500}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{13}{1500} \right) = 89.5^\circ$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

أجد ناتج الضرب القياسي للمتجهين في كلِّ ممَّا يأتي:

1 $a = \langle 6, 8 \rangle$, $b = \langle 4, -3 \rangle$

الحل:

$$\begin{aligned} a \cdot b &= a_1 b_1 + a_2 b_2 \\ &= 6 \times 4 + 8 \times -3 \\ &= 24 + -24 \\ &= 0 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

أجد ناتج الضرب القياسي للمتجهين في كل مما يأتي:

2 $u = \langle -3, 11 \rangle$, $v = \langle -9, 4 \rangle$

الحل:

$$\begin{aligned} u \cdot v &= u_1 v_1 + u_2 v_2 \\ &= -3 \times -9 + 11 \times 4 \\ &= 27 + 44 \\ &= 71 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

أجد ناتج الضرب القياسي للمتجهين في كل مما يأتي:

3 $c = \langle -12, 43 \rangle$, $v = \langle 22, 14 \rangle$

الحل:

$$\begin{aligned} c \cdot v &= c_1 v_1 + c_2 v_2 \\ &= -12 \times 22 + 43 \times 14 \\ &= -264 + 602 \\ &= 338 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

أجد ناتج الضرب القياسي للمتجهين في كلٍّ مما يأتي:

4 $d = \langle 21, 32 \rangle$, $e = \langle -21, 25 \rangle$

الحل:

$$\begin{aligned} d \cdot e &= d_1 e_1 + d_2 e_2 \\ &= 21 \times -21 + 32 \times 25 \\ &= -441 + 800 \\ &= 359 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

5 إذا كان $|b| = 6$ ، و $|a| = 9$ ، وكان قياس الزاوية المحصورة بين a و b هو 42° ، فأجد ناتج $a \cdot b$

الحل:

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

$$\cos 42 = \frac{a \cdot b}{9 \times 6}$$

$$a \cdot b = 54 \times \cos 42 = 40.13$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

6 إذا كان $|b| = 76$ ، و $|a| = 34$ ، وكان قياس الزاوية المحصورة بين a و b هو 120° ، فأجد ناتج $a \cdot b$

الحل:

$$\cos \theta = \frac{a \cdot b}{|a| |b|}$$

$$\cos 120 = \frac{a \cdot b}{34 \times 76}$$

$$a \cdot b = 2584 \times \cos 120 = -1292$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

7 أجِدْ قياسَ الزاويةِ بينَ المتجهينِ $a = \langle 7, 10 \rangle$ ، و $b = \langle 4, -10 \rangle$ لأقربِ جزءٍ منَ عشرةٍ.

الحل:

$$|b| = \sqrt{4^2 + (-10)^2} = \sqrt{116}$$

$$|a| = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149}$$

$$\begin{aligned} a \cdot b &= a_1 b_1 + a_2 b_2 \\ &= 4 \times 7 + 10 \times 10 \\ &= 28 + -100 \\ &= -72 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{a \cdot b}{|a| |b|} \\ \cos \theta &= \frac{-72}{\sqrt{149} \times \sqrt{116}} = \frac{-72}{\sqrt{17284}} \end{aligned}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{-72}{\sqrt{17284}} \right) = 123.2^\circ$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

أجد ناتج الضرب القياسي للمتجهين في كلٍّ مما يأتي، ثمَّ أجد قياس الزاوية المحصورة بينهما:

8 $c = \langle 2, 4 \rangle$, $d = \langle -24, 12 \rangle$

الحل:

$$|c| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$
$$|d| = \sqrt{-24^2 + 12^2} = \sqrt{720}$$

$$\begin{aligned} c \cdot d &= c_1 d_1 + c_2 d_2 \\ &= 2 \times -24 + 4 \times 12 \\ &= -48 + 48 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \frac{c \cdot d}{|c| |d|}$$
$$\cos \theta = \frac{0}{\sqrt{20} \times \sqrt{720}} = 0$$

$$\theta = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

أجد ناتج الضرب القياسي للمتجهين في كلٍّ مما يأتي، ثمَّ أجد قياس الزاوية المحصورة بينهما:

9 $a = \langle 4, 16 \rangle$, $k = \langle 8, -2 \rangle$

الحل:

$$|a| = \sqrt{4^2 + 16^2} = \sqrt{272}$$

$$|k| = \sqrt{8^2 + (-2)^2} = \sqrt{68}$$

$$\begin{aligned} a \cdot k &= a_1 k_1 + a_2 k_2 \\ &= 4 \times 8 + 16 \times -2 \\ &= 32 + -32 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{a \cdot k}{|a| |k|} \\ \cos \theta &= \frac{0}{\sqrt{272} \times \sqrt{68}} = 0 \end{aligned}$$

$$\theta = \cos^{-1}(0) = 90^\circ$$

10 أٌحدّد إذا كانَ المتجهانِ $e = \langle 3, 4 \rangle$ ، و $a = \langle 11, -8 \rangle$ متعامدين أم لا، مُبرّرًا إجابتي.

الحل:

$$\begin{aligned} a \cdot e &= a_1 e_1 + a_2 e_2 \\ &= 11 \times 3 + -8 \times 4 \\ &= 33 + -32 \\ &= 1 \end{aligned}$$

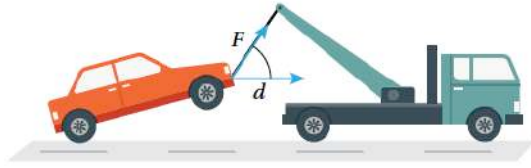
غير متعامدين؛ لأن ناتج ضربهما القياسي لا يساوي صفرا، وإنما يساوي 3

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 100

11 إذا كان $r = \langle 3, -4 \rangle$ ، و $s = \langle b, b+2 \rangle$ متجهين متعامدين، فأجد قيمة b .

الحل:

$$\begin{aligned} 0 &= s \cdot r = s_1 r_1 + s_2 r_2 \\ 0 &= b \times 3 + (b + 2) \times -4 \\ 3b - 4b - 8 &= 0 \\ -b - 8 &= 0 \\ b &= -8 \end{aligned}$$



12 سيارات: تسحب شاحنة سيارة كما في الشكل

المجاور. إذا كان مقدار قوة السحب $F = 34\text{N}$ ،

والمسافة المقطوعة $d = 12\text{ km}$ ، وشغل الشاحنة

المبدول $W = 46\text{ J}$ ، فأوجد قياس زاوية السحب.

الحل:

$$d = 12\text{ km} = 12000\text{ m}$$

$$W = |F| |d| \cos \theta$$

$$46 = 34 \times 12000 \cos \theta$$

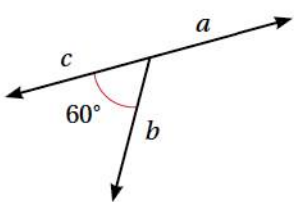
$$\cos \theta = \frac{46}{408000}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{46}{408000} \right) = 89.99^\circ$$

الصفحة: 101

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي

في الشكل المجاور، إذا كان $|a| = 2$ ، و $|b| = 4$ ، و $|c| = 5$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:



13 $a \cdot b$

14 $b \cdot c$

15 $a \cdot c$

الحل:

$$\begin{aligned} a \cdot b &= |a| \times |b| \cos \theta \\ &= 2 \times 4 \times \cos 120 \\ &= 8 \times \frac{-1}{2} = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \cdot c &= |b| \times |c| \cos \theta \\ &= 4 \times 5 \times \cos 60 \\ &= 20 \times \frac{1}{2} = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a \cdot c &= |a| \times |c| \cos \theta \\ &= 2 \times 5 \times \cos 180 \\ &= 10 \times -1 = -10 \end{aligned}$$

16 أحل المسألة الواردة في بداية الدرس.



مسألة اليوم دفع محمد عربة طفلته بقوة مقدارها 70 N، وبزاوية مقدارها 54° مسافة 18 m. ما مقدار الشغل الذي بذله لدفع العربة بوحدة جول (J)، وبإهمال قوة الاحتكاك؟

الحل:

$$W = |F| |d| \cos \theta$$

$$W = 70 \times 18 \times \cos 54$$

$$W = 740.6 \text{ J}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 101

برهان: إذا كانت a, b, c متجهات، وكان 0 المتجه الصفري، فأثبت صحة كل مما يأتي:

17 $a \bullet b = b \bullet a$

18 $a \bullet (b+c) = a \bullet b + a \bullet c$

19 $0 \bullet a = 0$

الحل:

$$a = \langle a_1, a_2 \rangle, b = \langle b_1, b_2 \rangle, c = \langle c_1, c_2 \rangle$$

$$\begin{aligned} a \cdot b &= a_1 \times b_1 + a_2 \times b_2 \\ &= b_1 \times a_1 + b_2 \times a_2 \\ &= b \cdot a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a \cdot (b + c) &= a_1 \times (b_1 + c_1) + a_2 \times (b_2 + c_2) \\ &= (a_1 \times b_1) + (a_1 \times c_1) + (a_2 \times b_2) + (a_2 \times c_2) \\ &= (a_1 \times b_1) + (a_2 \times b_2) + (a_1 \times c_1) + (a_2 \times c_2) \\ &= a \cdot b + a \cdot c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 \cdot a &= 0 \times a_1 + 0 \times a_2 \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 101

20 مسألة مفتوحة: إذا كان $p \bullet q = 30$ ، و $q = \langle 6, 2 \rangle$ ، فأجد قيمة مُحتملة للمتجه p .

الحل:

بافتراض أن $p = \langle a, b \rangle$ ، فإن:

$$p \cdot q = 30$$

أي إن

$$6a + 2b = 30$$

ولهذه المعادلة عدد لانهائي من الحلول؛ فإذا افترضنا أن

$$a = 2$$

فإن

$$b = 9$$

وعندئذٍ، فإن

$$p = \langle 2, 9 \rangle$$

وبافتراض وجود قيم أخرى ل a ، فإنه توجد قيم مناظرة ل b ، فتنتج قيم ممكنة للمتجه.

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 101

21 مسألة مفتوحة: أجد متجهًا يُعَامِدُ المتجه $a = \langle -8, -2 \rangle$

الحل:

بافتراض أن

$$b = \langle c, d \rangle$$

يعامد المتجه

$$a = \langle -8, -2 \rangle$$

فإن:

$$-8c - 2d = 0$$

أي إن

$$d = -4c$$

إذن، جميع المتجهات في صورة

$$\langle c, -4c \rangle$$

تعامد المتجه

$$a = \langle -8, -2 \rangle$$

ومن أمثلتها:

$$\langle 3, -12 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 101

22 **تبرير:** أَيْنُ باستعمال المتجهات أن المثلث الذي رؤوسه النقاط: $(-4, -2)$, $(1, 5)$, $(6, -2)$ متطابق الضلعين، ثم أجد قياسات جميع زواياه، مبرراً إجابتي.

الحل:
إذا كان

$$A(6, -2), B(1, 5), C(-4, -2)$$

فإن:

$$\overrightarrow{AB} = \langle -5, 7 \rangle \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

$$\overrightarrow{AC} = \langle -10, 0 \rangle \Rightarrow |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{100 + 0} = \sqrt{100} = 10$$

$$\overrightarrow{BC} = \langle -5, -7 \rangle \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

إذن، المثلث ABC متطابق الضلعين

$$m \angle A = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \times |\overrightarrow{AC}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{50}{\sqrt{74} \times 10} \right) = 54.5^\circ$$

$$m \angle C = \cos^{-1} \left(\frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CA}| \times |\overrightarrow{CB}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{50}{10 \times \sqrt{74}} \right) = 54.5^\circ$$

$$m \angle B = 180 - (54.5 + 54.5) = 71^\circ$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: الضرب القياسي الصفحة: 101

23 تبرير: إذا كان المتجهان $a = \langle -1, r \rangle$ و $b = \langle 2, -3 \rangle$ متوازيين، فما قيمة r ؟

الحل:

$a \parallel b$ إذا كان قياس الزاوية بينهما 0° أو 180° أي أن

$$\frac{a \cdot b}{|a| |b|} = \pm 1$$

$$\frac{a \cdot b}{|a| |b|} = \frac{-2 - 3r}{\sqrt{13} \times \sqrt{1 + r^2}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{-2 - 3r}{\sqrt{13} \times \sqrt{1 + r^2}} \right)^2 = 1$$

$$\frac{4 + 12r + 9r^2}{13 + 13r^2} = 1$$

$$4 + 12r + 9r^2 = 13 + 13r^2$$

$$4r^2 - 12r + 9 = 0$$

$$(2r - 3)^2 = 0$$

$$r = \frac{3}{2}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

1 إذا كان $v = \langle 1, -1 \rangle$ ، فإن $|v|$ تساوي:

- a) 0 b) 1 c) 2 d) $\sqrt{2}$

الحل:

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

2 إذا كان $A(2, 5)$, $B(-1, 7)$ ، فإن $\overrightarrow{BA}$ هو:

a) $\langle 3, -2 \rangle$

b) $\langle -2, 3 \rangle$

c) $\langle -3, 2 \rangle$

d) $\langle 3, 2 \rangle$

الحل:

الجواب: a

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

3 العبارة الصحيحة في ما يأتي هي:

(a) مقدار المتجه $\langle 2, 4 \rangle$ يساوي 20

(b) مقدار المتجه $\langle -4, 10 \rangle$ يساوي $\sqrt{84}$

(c) مقدار المتجه $\langle 4, -3 \rangle$ يساوي $\sqrt{7}$

(d) مقدار المتجه $\langle -6, 8 \rangle$ يساوي 10

الحل:

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبارُ نهايةِ الوحدةِ الصفحة: 102
أضع دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ في ما يأتي:

4 إذا كانت $A(0, 2)$ ، $B(3, y)$ ، وكان $|\vec{AB}| = 3\sqrt{2}$ ، فإن y تساوي:

- [illegible]

الحل:

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

5 $v - u$ تساوي:

a) $\langle -2, 4 \rangle$

b) $\langle 4, 6 \rangle$

c) $\langle -4, -6 \rangle$

d) $\langle -2, -4 \rangle$

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

6 إذا كان $p = u + 2v$ ، فإن $|p|$ تساوي:

- a) 8 b) $\sqrt{80}$ c) 82 d) $\sqrt{82}$

الحل:

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

7 معكوس المتجه $u + v$ هو:

a) $\langle -2, 4 \rangle$

b) $\langle 2, -4 \rangle$

c) $\langle 4, 6 \rangle$

d) $\langle -4, -6 \rangle$

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

8 إذا كان $a = \langle 2, -3 \rangle$, $b = \langle 3, 4 \rangle$, فإن $a \cdot 2b$ تساوي:

- a) -6 b) 6 c) -12 d) 12

الحل:

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

إذا كانت النقاط A, B, C, D نقاطاً في المستوى الإحداثي،
حيث $A(4, -1), B(2, -3), D(7, 1)$. فأجد إحداثي
النقطة C إذا كان:

9 $\vec{AC} = -2 \vec{AB}$

10 $\vec{DC} = \frac{1}{3} \vec{DB}$

الحل:

9)

$$C(8, 3)$$

10)

$$C\left(\frac{16}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

أحدّد في ما يأتي العبارات الصحيحة، مُصحّحاً الخطأ في غير الصحيح منها:

11 المتجهان المتساويان لهما نفس المقدار.

12 المتجهان المتوازيان لهما نفس المقدار والاتجاه.

13 لأيّ متجهين: u و v ، فإنّ $u \cdot v = v \cdot u$

الحل:

11)

صحيحة

12)

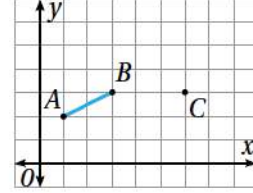
غير صحيحة؛ فالمتجهان المتوازيان لهما الاتجاه نفسه، أو لهما اتجاهان متعاكسان

13)

صحيحة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

أنسخ الرسم البياني الآتي، ثم أستعمله لأجيب عن الأسئلة التي تلي:



14) إذا كان $\vec{AE} = 2\vec{AB}$ ، فأحدّد النقطة E على المستوى الإحداثي.

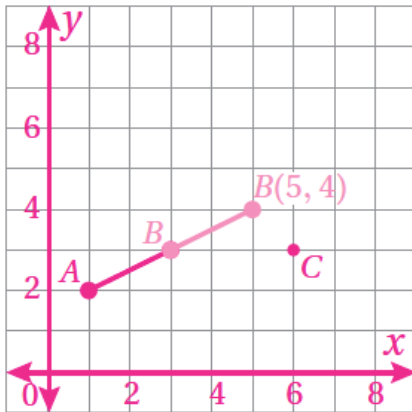
15) إذا كان $\vec{CD} = -2\vec{AB}$ ، فأحدّد النقطة D على المستوى الإحداثي.

16) إذا كان $\vec{AB} = 2\vec{AM}$ ، فأحدّد النقطة M على المستوى الإحداثي.

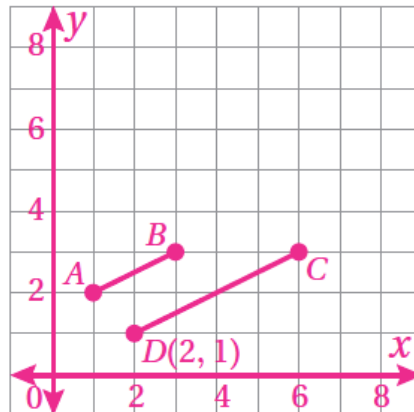
17) إذا كانت $\vec{DC} = k\vec{AM}$ ، فأجد قيمة الثابت k .

الحل:

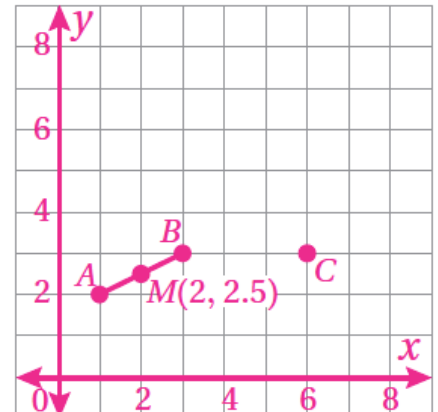
14)



15)



16)



17)

$$k = 4$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

إذا كان $u = \langle -1, 5 \rangle$ و $v = \langle 2, -1 \rangle$ و $w = \langle 4, -2 \rangle$
فأجد كلاً مما يأتي:

18 $-3(v-w)$

19 $v \cdot 2u$

20 $w \cdot (u + \frac{1}{2}w)$

21 الزاوية بين المتجهين v و w .

الحل:

18)

$$\langle 6, -3 \rangle$$

19)

$$20$$

20)

$$-4$$

21)

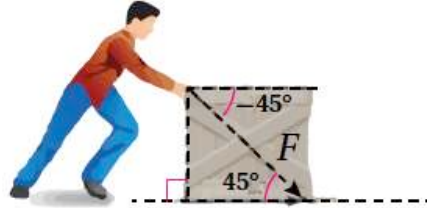
$$0^\circ$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

22 دفع عامل صندوقاً بقوة 78 N ، وبزاوية 45° - كما في

الشكل التالي. أجد مقدار الشغل الذي بذله العامل

لتحريك الصندوق مسافة 12 m

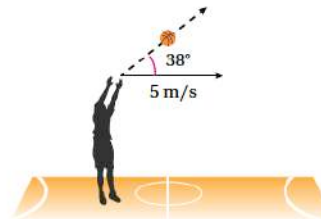


الحل:

$$661.9\text{ J}$$

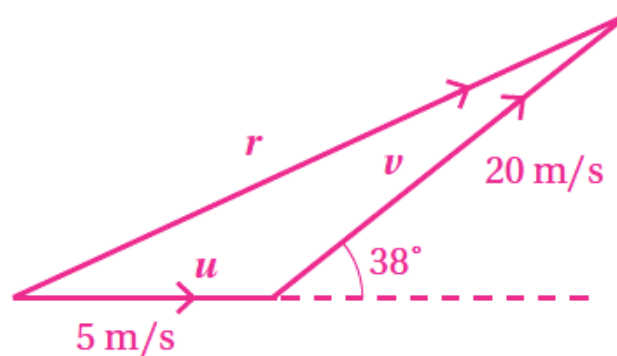
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

23 ركض حسام في اتجاه السلّة في أثناء مباراة دوري كرة السلّة بسرعة أفقية مقدارها 5 m/s ، وقذف الكرة بسرعة مقدارها 20 m/s ، وبزاوية قياسها 38° مع الأفقي. أجد محصلة سرعة الكرة.



الحل:

يُمثّل المتجه u سرعة حسام، ويُمثّل المتجه v سرعة الكرة، ويُمثّل المتجه r محصلة السرعتين ولهذا، فإن:



$$(|r|)^2 = 5^2 + 20^2 - 2 \times 5 \times 20 \cos 142^\circ$$

$$= 582.6$$

$$|r| = \sqrt{582.6} \approx 24.1 \text{ m/s}$$

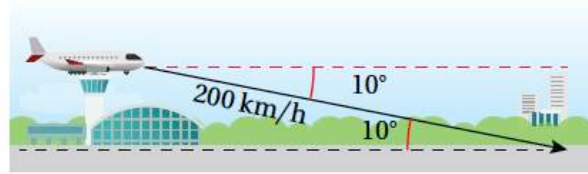
أي إن محصلة سرعة الكرة هي 24.1 m/s تقريباً

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

24 هبطت طائرة بسرعة مقدارها 200 km/h، وبزاوية

انخفاض قياسها 10° . أكتب السرعة المتجهة للطائرة

بالصورة الإحداثية.



الحل:

قياس الزاوية التي يصنعها متجه سرعة الطائرة مع المحور الأفقي عكس حركة عقارب الساعة هو $350^\circ = 360^\circ - 10^\circ$ ؛ لذا، فإن الصورة الإحداثية للسرعة المتجهة للطائرة هي:

$$\langle 200\cos 350^\circ, 200\sin 350^\circ \rangle = \langle 196.96, -34.73 \rangle$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

25 أفلعت طائرتان معاً من المطار في الوقت نفسه. وقد رصد برج المراقبة حركة الطائرتين، فوجد بعد ثوانٍ عدّة أن $a = \langle 6, 8 \rangle$ يُمثل مسار الطائرة الأولى، وأن $b = \langle 4, -3 \rangle$ يُمثل مسار الطائرة الثانية. هل يتعامد مسارا الطائرتين؟ أبرّر إجابتني.

الحل:

نعم، يتعامدان؛ لأن $a \cdot b = 0$

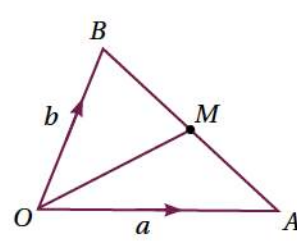
26 أجد الزاوية θ بين المتجهين p و q إذا كان

$$p = \langle 5, -1 \rangle, q = \langle -2, 3 \rangle$$

الحل:

$$135^\circ$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102



يُمثِّل الشكل المجاور المتجهين $\vec{OA}$ و $\vec{OB}$ المرسومين في الوضع القياسي، حيث O نقطة الأصل، و M نقطة منتصف القطعة المستقيمة $\overline{AB}$.

27 أكتب المتجه $\vec{AB}$ بدلالة a و b .

28 أبرهن أن $\vec{OM} = \frac{1}{2} (a + b)$

الحل:

27)

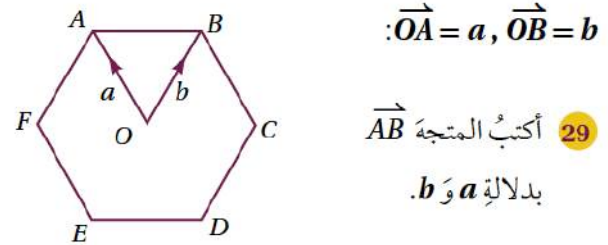
$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -a + b$$

28)

$$\begin{aligned} \vec{OM} &= \vec{OA} + \vec{AM} = \vec{OA} + \frac{1}{2} \vec{AB} \\ &= a + \frac{1}{2} (-a + b) \\ &= a - \frac{1}{2} a + \frac{1}{2} b \\ &= \frac{1}{2} a + \frac{1}{2} b = \frac{1}{2} (a + b) \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة السابعة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 102

الشكل المجاور هو سداسي منتظم، مركزه O ، وفيه



30) إذا مَدَّ $\vec{AB}$ على استقامته حتى النقطة K بحيث كانت $AB : BK = 1 : 2$ ، فأكتب المتجه $\vec{CK}$ بدلالة a و b .

الحل:

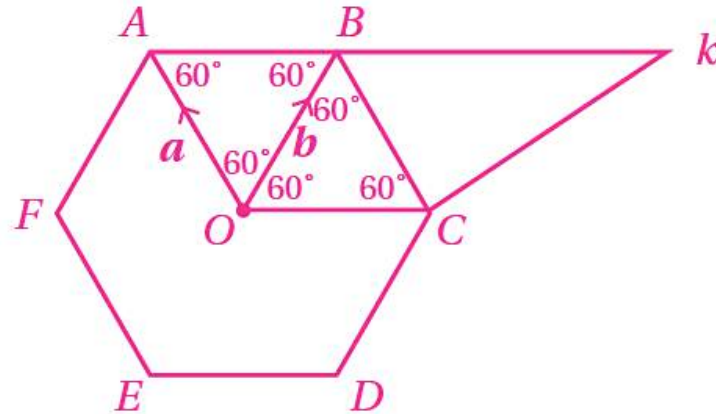
29)

$$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = -a + b$$

30)

$$\vec{CK} = \vec{CB} + \vec{BK} = \vec{CB} + 2\vec{AB}$$

لكن $\vec{CB} = \vec{OA}$ ؛ لأن $ABCO$ متوازي أضلاع؛ فكل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتان



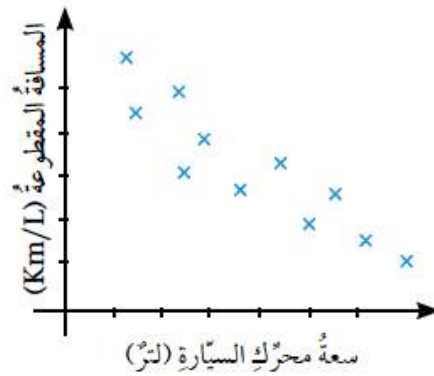
إذن

$$\vec{CK} = \vec{OA} + 2\vec{AB} = a + 2(b - a) = 2b - a$$

أتحقق من فهمي

هل يوجد ارتباط بين بيانات المتغيرين الممثلين في كل شكل من أشكال الانتشار الآتية؟ في حالة وجود ارتباط بينها، هل هو موجب أم سالب؟ هل هو قوي أم ضعيف؟

a)

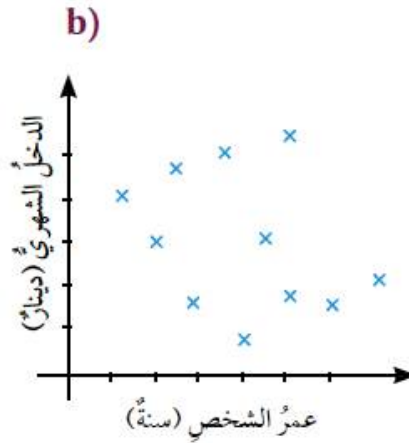


الحل:

نعم يوجد ارتباط ، ارتباط سالب ، ارتباط قوي

أتحقق من فهمي

هل يوجد ارتباط بين بيانات المتغيرين الممثلين في كل شكل من أشكال الانتشار الآتية؟ في حالة وجود ارتباط بينها، هل هو موجب أم سالب؟ هل هو قوي أم ضعيف؟

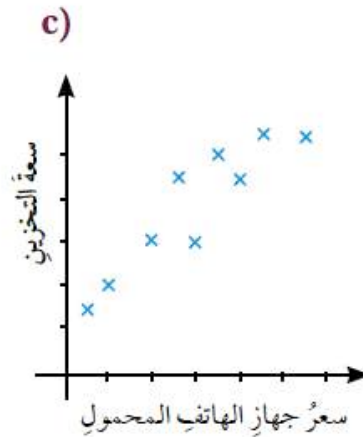


الحل:

لا يوجد ارتباط

أتحقق من فهمي

هل يوجد ارتباط بين بيانات المتغيرين الممثلين في كل شكل من أشكال الانتشار الآتية؟ في حالة وجود ارتباط بينها، هل هو موجب أم سالب؟ هل هو قوي أم ضعيف؟

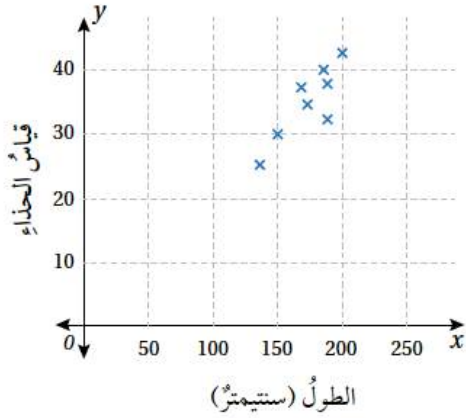


الحل:

نعم يوجد ارتباط ، ارتباط موجب ، ارتباط قوي

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 110

أتحقق من فهمي

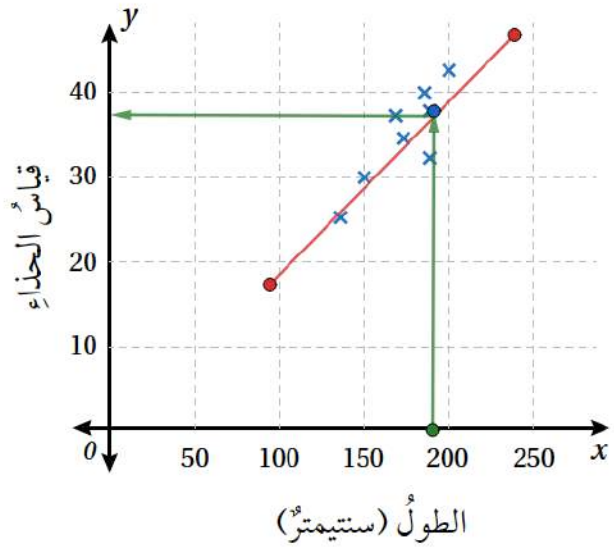
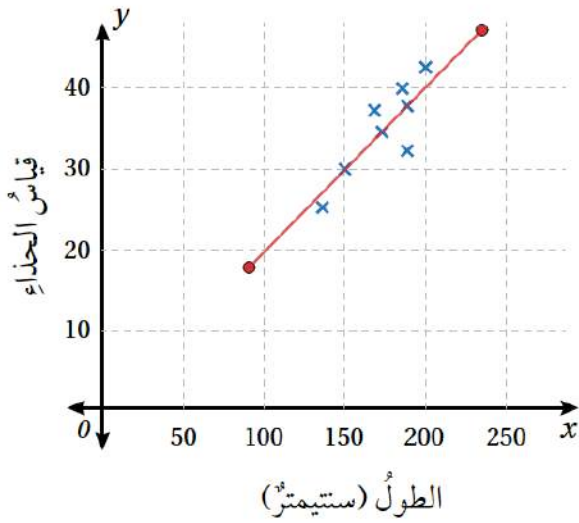


اعتمادًا على شكل الانتشار المجاور الذي يُمثِّلُ الطول (x) بالسنتيمتر، وقياسُ الحذاء (y) لمجموعةٍ من الأشخاص، أُجيبُ عما يأتي:

(a) أرسمُ المستقيمَ الأفضلَ مطابقةً، ثمَّ أجدُ معادلته.

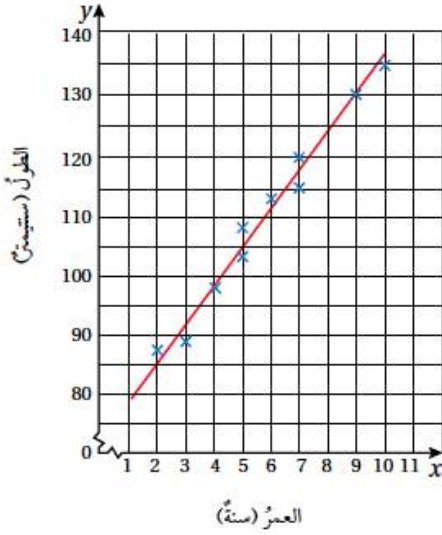
(b) أقدِّرُ قياسَ الحذاء لشخصٍ طوله 190 cm

الحل:



قياس الحذاء 38 تقريباً

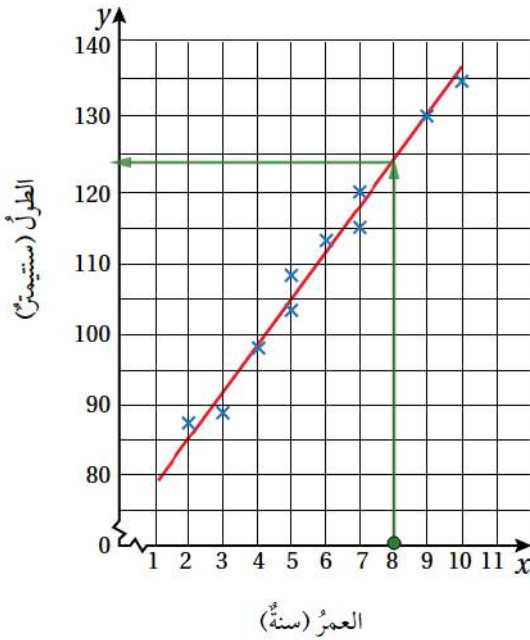
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 111



أتحقق من فهمي

أستعمل المستقيم الأفضل مطابقةً في الشكل المجاور لتقدير طول طفل عمره 8 سنوات. هل يمكن استعمال هذا الشكل لتقدير طول شخص عمره 30 سنة؟ أبرر إجابتي.

الحل:



طول الشخص الذي عمره 8 سنوات هو 124 cm تقريباً

لا يمكن استعمال شكل الانتشار لتقدير طول شخص عمره 30 سنة؛ لأن هذا العمر يقع خارج مجال قيم العمر الممثلة فيه

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار

أصِفْ الارتباطَ في شكلي الانتشار الآتيين:

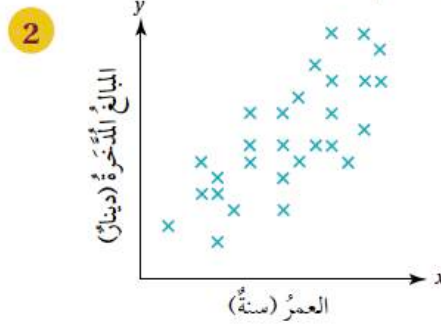


الحل:

يوجد ارتباط قوي موجب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 112

أَصِفُ الارتباطَ في شكلي الانتشار الآتيين:



الحل:

لا يوجد ارتباط

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 112

3 ماذا أستنتج من شكلي الانتشار السابقين؟ أبرر إجابتي.

الحل:

في شكل الانتشار الذي يظهر في السؤال 1، يمكن القول إنه لا يوجد ارتباط واضح بين سرعة السيارة ودرجة حرارة الجو؛ لأن نقاط شكل الانتشار متناثرة أو متباعدة

في شكل الانتشار الذي يظهر في السؤال 2، يمكن القول إنه كلما زاد عمر الشخص زادت قيمة مدخراته؛ لأن نقاط شكل الانتشار تتجمع حول مستقيم ميله موجب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 112

يُمثّل الجدول الآتي العمر والطول والكتلة لسبع لاعبات من فريق كرة الطائرة في إحدى المدارس:

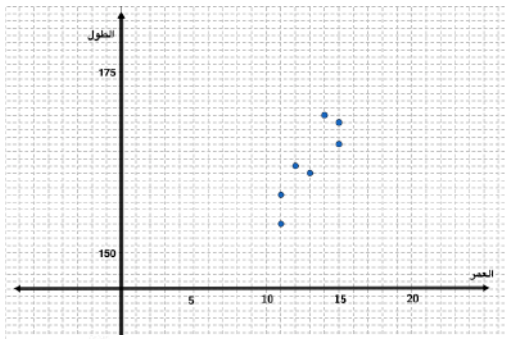
اسم اللاعب	وفاء	هند	عائشة	هدى	تغريد	ابتسام	سميرة
العمر (سنة)	14	15	11	11	12	15	13
الطول (سنتيمتر)	169	168	154	158	162	165	161
الكتلة (كيلوغرام)	40	42	35	32	37	42	41

أرسم أشكال الانتشار، ثم أصف الارتباط لكل منها:

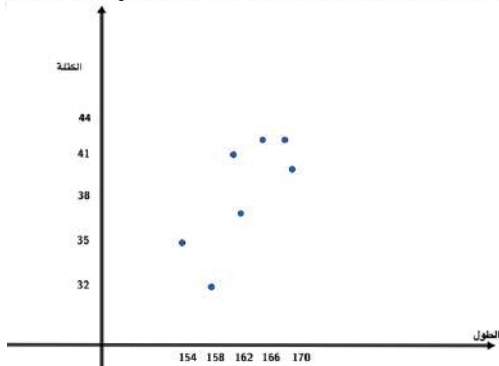
- 4 العمر مقابل الطول. 5 الطول مقابل الكتلة. 6 العمر مقابل الكتلة.

الحل:

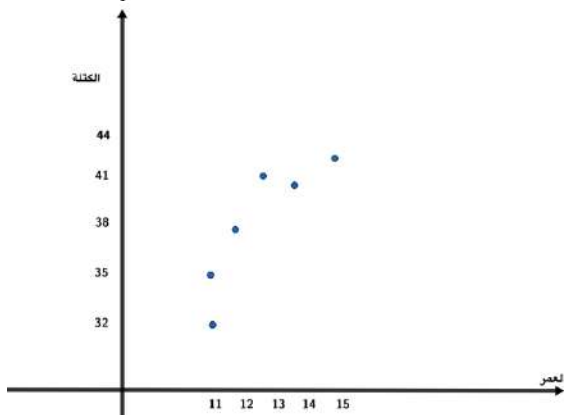
يوجد ارتباط قوي موجب بين عمر اللاعب وطولها



يوجد ارتباط ضعيف موجب بين طول اللاعب وكتلة جسمها



يوجد ارتباط قوي موجب بين عمر اللاعب وكتلة جسمها



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 112

تجربة علمية: يُبين الجدول الآتي المسافة بالسنتيمتر، والسرعة بالسنتيمتر لكل ثانية، عند درجة كرة على سطح طاولة، بدءاً بنقطة مُحددة:

المسافة (cm)	10	20	30	40	50	60	70	80
السرعة (cm/s)	18	16	13	10	7	5	3	0

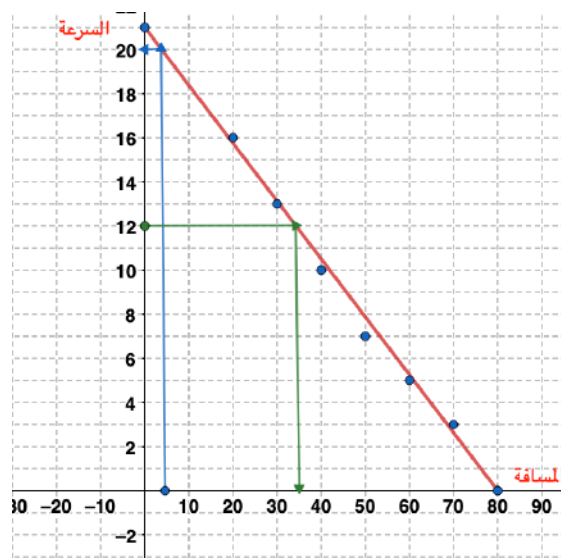
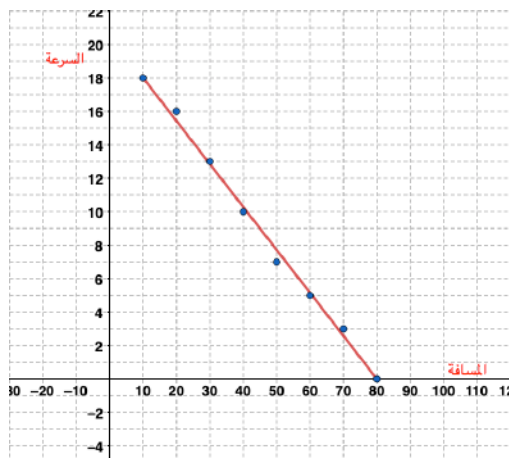
7 أرسم شكل الانتشار لبيانات الجدول.

8 أرسم المستقيم الأفضل لمطابقة للبيانات.

9 أقدّر سرعة الكرة لحظة قطعها مسافة 5 cm من نقطة انطلاقها.

10 أقدّر المسافة التي قطعها الكرة من نقطة انطلاقها عندما كانت سرعتها 12 cm/s

الحل:



9) 20 cm/s

10) 35 cm

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 113

لحل المسألة الواردة في بداية الدرس، أجمع بيانات من 10 طلبة عشوائيًا، ثم أدوّنوها في الجدول الآتي، ثم أجيب عن الأسئلة التي تلي:

رقم الطالب	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
طول الطالب										
المسافة بين طرفي ذراعيه (cm)										

11 أرسّم شكل الانتشار لبيانات الجدول.

12 أصف الارتباط بين المتغيرين.

13 هل ادعاء راكان صحيح؟ أبرر إجابتي.

الحل:

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار

الصفحة: 113

أطوال: يُبين الجدول الآتي أطوال 20 أبًا وأبنائهم الذين تبلغ أعمارهم 20 سنة بالستيمتر:

153	162	147	183	174	169	152	164	186	178	طول الأب
145	155	142	167	167	151	145	152	163	168	طول الابن
175	173	158	168	181	173	166	162	180	156	طول الأب
172	167	160	154	170	164	156	150	160	152	طول الابن

إرشاد

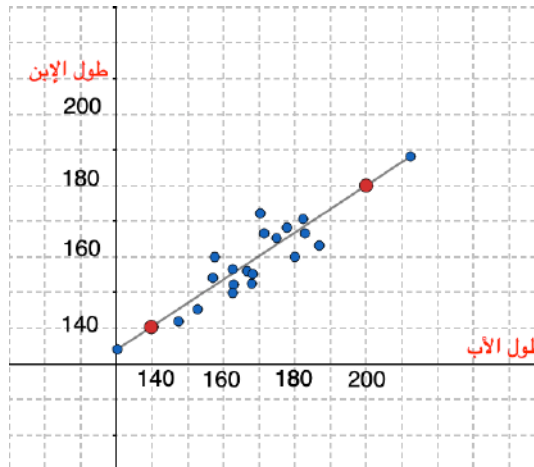
يُمكن تمثيل طول الأب على المحور الأفقي بتدرج يتراوح بين 140 cm و 200 cm، وتمثيل طول الابن على المحور الرأسي بتدرج يتراوح بين 140 cm و 200 cm أيضًا.

14 أرسم شكل الانتشار لبيانات الجدول.

15 هل صحيح أن الأب الطويل ابنه طويل؟ أبرر إجابتي.

16 أرسم المستقيم الأفضل مطابقة، ثم أجد معادلته.

الحل:



$(140, 140), (200, 180)$

$$m = \frac{180 - 140}{200 - 140} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$$y - 180 = \frac{2}{3}(x - 200)$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 113

في دراسة مسحية لمُعَلِّمٍ عن عددِ ساعاتِ ممارسةِ الرياضةِ ومشاهدةِ التلفازِ أسبوعياً شملتُ 20 طالباً في أحدِ الصفوفِ التي يُدرِّسُها، كانتِ نتيجةُ المسحِ كما في الجدولِ الآتي:

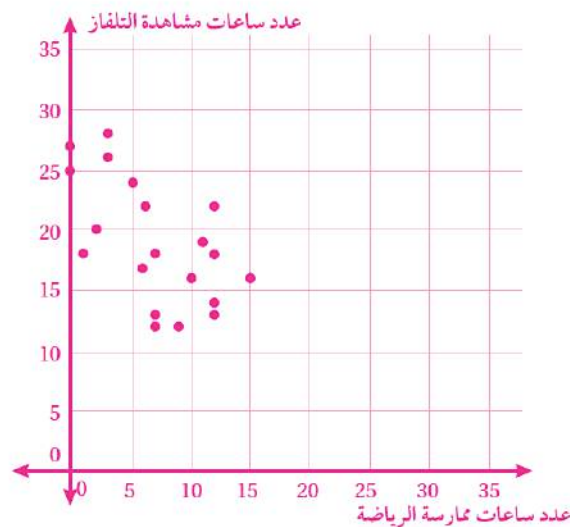
12	6	7	9	0	11	15	5	3	12	عددُ ساعاتِ ممارسةِ الرياضةِ
14	17	13	12	27	19	16	24	26	18	عددُ ساعاتِ مشاهدةِ التلفازِ
12	0	2	1	3	7	6	7	10	12	عددُ ساعاتِ ممارسةِ الرياضةِ
13	25	20	18	28	12	22	18	16	22	عددُ ساعاتِ مشاهدةِ التلفازِ

17) أرسمُ شكلَ الانتشارِ لبياناتِ الجدولِ.

18) إذا كانَ أحدُ الطلبةِ منَ الصفِّ نفسه يُشاهدُ التلفازَ مدَّةَ 8 ساعاتٍ أسبوعياً، فهل يُمكنُ تقديرُ عددِ الساعاتِ التي يمارسُ فيها الرياضةَ أسبوعياً؟ أبرِّرْ إجابتي.

الحل:

17)



18)

15 hours تقريباً

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 114

سيارة أجرة: يُبيّن الجدول الآتي المسافات المقطوعة بالكيلومتر والمُدَد الزمنية المُستغرَقة بالدقائق لـ 10 رحلات قام بها سائق سيارة أجرة في أحد الأيام:

المسافة (km)	5.4	8.8	5.8	3.9	2.9	4.8	6.6	5.2	3.8	1.6
الزمن (min)	10	16	11	8	15	9	13	11	17	3

19) أرسم شكل الانتشار لبيانات الجدول، بوضع الزمن على المحور الأفقي.

20) أرسم المستقيم الأفضل مطابقة، ثم أجد معادلته.

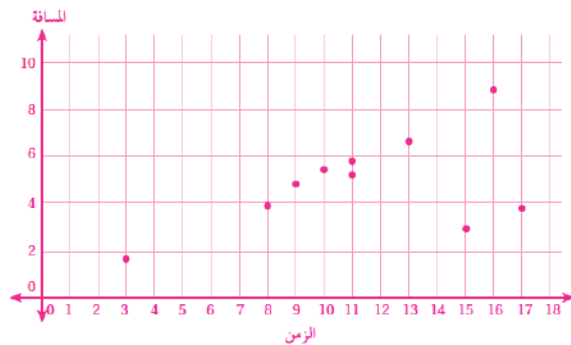
21) إذا استغرقت إحدى الرحلات 5 دقائق، فما المسافة المقطوعة التي يمكن تقديرها لهذه الرحلة؟

22) ما الزمن الذي يمكن تقديره لرحلة قطع فيها السائق مسافة 4 km؟

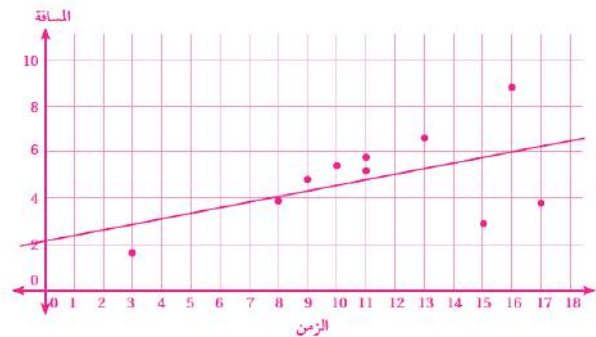
23) إذا استغرقت إحدى الرحلات ساعة كاملة، فما المسافة المقطوعة التي يمكن تقديرها لهذه الرحلة؟ أبرّر إجابتي.

الحل:

19)



20)



معادلة المستقيم الأفضل مطابقة هي:

$$y = 0.24x + 2.2$$

21)

3.4 km تقريبًا

22)

7.5 min تقريبًا

23)

لا يمكن تقدير المسافة المقطوعة؛ لأن مدة ساعة 60 دقيقة تقع خارج مجال القيم التي يظهرها شكل الانتشار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 114

24 تبرير: يُبين الجدول الآتي علامات 10 طالبات في اختباري الرياضيات والجغرافيا. إذا كانت إحدى الطالبات مريضة عند تقديمها اختبار الجغرافيا، فمن هي؟ أبرّر إجابتي.

الاسم	إيمان	باسمة	تهاني	دعاء	رقية	سارة	سعاد	علياء	فداء	منى
علامات اختبار الرياضيات	145	155	142	167	167	151	145	152	163	168
علامات اختبار الجغرافيا	175	173	158	168	181	173	166	162	180	156

الحل:



منى؛ فبناءً على شكل الانتشار، تبدو النقطة التي تمثل درجاتها في الاختبارين بعيدة عن بقية النقاط، وهي الوحيدة التي كانت علامتها في اختبار الجغرافيا أقل من علامة اختبار الرياضيات؛ إذ يُلاحظ أن علامة اختبار الجغرافيا كانت أكبر من علامة اختبار الرياضيات لبقية الطالبات ولأن علامتها في الرياضيات هي العليا، وعلامتها في الجغرافيا هي الدنيا

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 114

25 أكتشف الخطأ: بالعودة إلى الجدول في السؤال السابق، لم تتقدّم سميرة لاختبار الجغرافيا، وقد أحرزت علامة 75 في اختبار الرياضيات. قدّرت سميرة أنّها ستحصل على علامة 80 في اختبار الجغرافيا لو أنّها قدّمتها. هل تقدير سميرة منطقي؟ أبرّر إجابتي.

الحل:

تقدير سميرة غير منطقي؛ لأن علامتها في اختبار الرياضيات تقع خارج مدى القيم التي يظهرها شكل الانتشار الذي يبدو فيه الارتباط موجبا وضعيفا

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 114

26 مسألة مفتوحة: أختار متغيرين، ثم أنشئ جدولاً أنظم فيه بعض قيمهما، ثم أستعمله للتنبؤ بالقيمة الحقيقية لأحد المتغيرين باستعمال المستقيم الأفضل مطابقة إذا علمت قيمة المتغير الآخر.

الحل:

تعتمد الإجابة على اختيار الطلبة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: أشكال الانتشار الصفحة: 114

27 أكتب: لماذا يوصف الارتباط بأنه موجب في شكل الانتشار الذي يمثّل مبيعات أحد المحالّ من المثلّجات على مدار أشهر السنة؟ هل يعني ذلك أنّ أحد المتغيّرين (مبيعات المثلّجات، أو أشهر السنة) سبب للآخر؟ أبرّر إجابتي.

الحل:

إجابة محتملة: بما أن درجات الحرارة عامة تزداد مع التقدّم في أشهر السنة من شهر 1 إلى شهر 9، فإنه يتوقّع ازدياد مبيعات المثلّجات تبعاً لذلك ولكن، لا يمكن القول إن ارتفاع درجات الحرارة سيؤدي إلى ارتفاع مبيعات المثلّجات، أو العكس؛ إذ يؤثر في ارتفاع مبيعات المثلّجات عوامل أخرى، مثل: السعر، الجودة، وقوانين العرض والطلب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 118

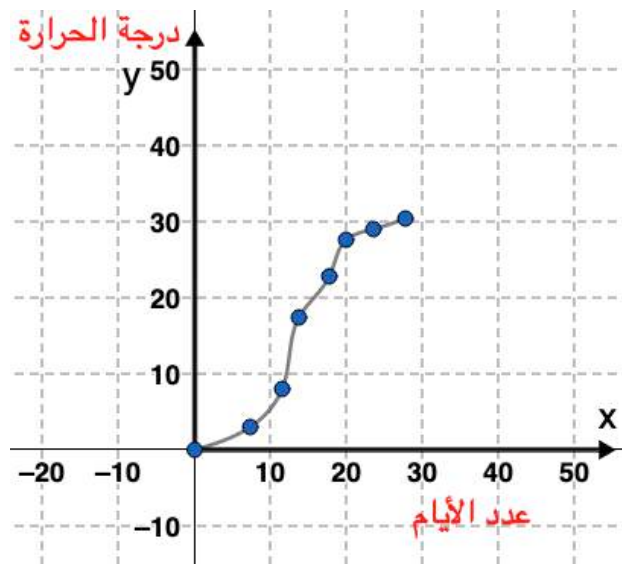
أتحقق من فهمي

التكرار (عدد الأيام)	الفئات (درجة الحرارة)
1	$5 < x \leq 8$
7	$8 < x \leq 11$
9	$11 < x \leq 14$
6	$14 < x \leq 17$
5	$17 < x \leq 20$
1	$20 < x \leq 23$
1	$23 < x \leq 26$

طقس: يُبين الجدول التكراري المجاور درجات الحرارة في محافظة المفرق في أحد أشهر فصل الربيع. أرسم المنحنى التكراري التراكمي للبيانات.

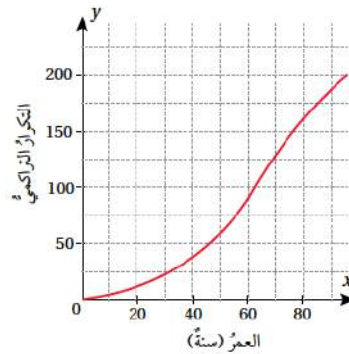
الحل:

الحدود العليا للفئات	التكرار التراكمي
0	0
8	1
11	8
14	17
17	23
20	28
23	29
26	30



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 121

أنتحقق من فهمي



يُبين المنحنى التكراري التراكمي المجاور أعمارَ

200 عضوٍ في جمعية ثقافية:

(a) أقدّر وسيط البيانات.

(b) أجد المدى الربيعي.

(c) أجد المئين 85، ثم أفسّر معناه.

الحل:

$$0.5 \times n = 0.5 \times 200 = 100$$

62

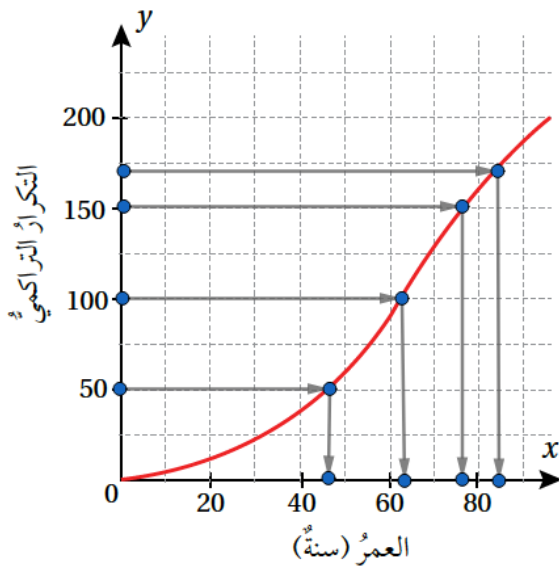
$$0.25 \times n = 0.25 \times 200 = 50$$

$$0.75 \times n = 0.75 \times 200 = 150$$

$Q_1 = 45, Q_3 = 78$

$$0.85 \times n = 0.85 \times 200 = 170$$

83



رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 121

عدد الأهداف	عدد الطلبة
$0 \leq x \leq 5$	3
$5 < x \leq 10$	17
$10 < x \leq 15$	12
$15 < x \leq 20$	9
$20 < x \leq 25$	5
$25 < x \leq 30$	4

كرة قدم: يُبين الجدول المجاور عدد الأهداف التي سجّلها طلبة المرحلة الثانوية في دوري كرة القدم المدرسي:

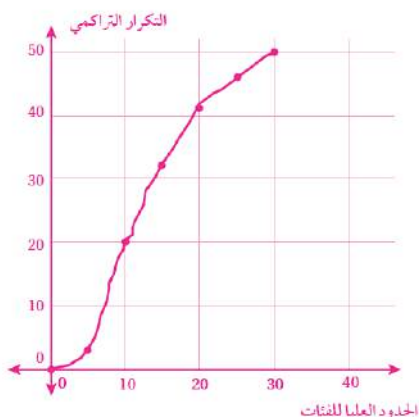
1 أرسّم المنحنى التكراري التراكمي.

2 أقدّر المئين 85، ثم أفسّر معناه.

3 أقدّر عدد الطلبة الذين سجّلوا 18 هدفاً على الأقل.

الحل:

1)



2)

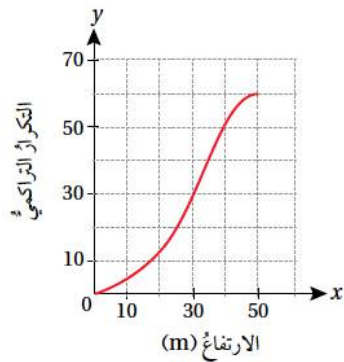
تقريباً 23

3)

تقريباً 12

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 121

يُبين المنحنى التكراري التراكمي المجاور ارتفاع عدد من المباني في مدينة عمان:



4 أقدّر وسيط البيانات.

5 أجد المدى الربيعي.

6 أمثل البيانات باستعمال الصندوق ذي العارضتين.

7 أجد المئين 80، ثم أفسّر معناه.

الحل:

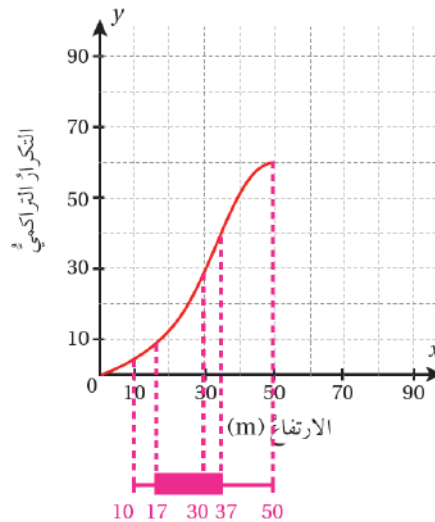
4)

$$Q_2 = 30$$

5)

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 37 - 17 = 20$$

6)



7)

تقريباً 37

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 122



عدد المتسابقين	مجموع النقاط (x)
9	$1 \leq x \leq 20$
13	$21 \leq x \leq 40$
23	$41 \leq x \leq 60$
15	$61 \leq x \leq 80$
11	$81 \leq x \leq 100$
7	$101 \leq x \leq 120$
2	$121 \leq x \leq 140$

ألعاب: يُبين الجدول المجاور نتائج 80 متسابقاً في لعبة رمي السهام:

8 أرسّم المنحنى التكراري التراكمي.

9 أجد قيمة كل من الوسيط، والمدى الربيعي.

10 إذا حصل المتسابق الذي مجموع نقاطه أكثر من 90 على جائزة، فما

نسبة المتسابقين الذين سيحصلون على جائزة؟

الحل:

8)



9)

الوسيط:

$$Q_2 \approx 56$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 80 - 37 = 43$$

10)

$$\approx 18\%$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 122

طُلبَ إلى 30 طالبًا، و 50 مُعلِّمًا رفعَ أيديهم لحظةً تقديرٍ انقضاءِ دقيقةٍ واحدةٍ بعدَ إعطاءِ إشارةِ البدءِ، وقد نُظِّمَتِ النتائجُ في الجدولين الآتيين:

عددُ المُعلِّمينَ	فئاتُ الزمنِ (x) ثانيةً
1	$10 < x \leq 20$
2	$20 < x \leq 30$
2	$30 < x \leq 40$
9	$40 < x \leq 50$
17	$50 < x \leq 60$
13	$60 < x \leq 70$
3	$70 < x \leq 80$
2	$80 < x \leq 90$
1	$90 < x \leq 100$

عددُ الطلبةِ	فئاتُ الزمنِ (x) ثانيةً
1	$20 < x \leq 30$
3	$30 < x \leq 40$
6	$40 < x \leq 50$
12	$50 < x \leq 60$
3	$60 < x \leq 70$
3	$70 < x \leq 80$
2	$80 < x \leq 90$

11) أرسمُ المنحنى التكراري التراكمي لكل جدول.

12) أجدُ الوسيطَ والمدى الربيعي لكل جدول.

13) أي الفريقين كان أفضل في تقدير مدّة الدقيقة: الطلبة أم المُعلِّمون؟ أبرّرُ إجابتي.

الحل:

11)



12)

للطلبة الوسيط:

$$Q_2 \approx 54$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 60 - 44 = 16$$

للمُعلِّمين الوسيط:

$$Q_2 \approx 56$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 65 - 48 = 17$$

13)

المُعلِّمون أفضل في تقدير مدّة الدقيقة؛ لأن قيمة الوسيط لزمن المُعلِّمين 56 sec أقرب إلى الدقيقة الواحدة 60 sec

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 123

عدد الطلبة	المعدل التراكمي (x)
3	$1 < x \leq 1.5$
7	$1.5 < x \leq 2$
25	$2 < x \leq 2.5$
38	$2.5 < x \leq 3$
24	$3 < x \leq 3.5$
11	$3.5 < x \leq 4$

جامعات: يُبين الجدول المجاور مُعدلات عينة من طلبة كلية الهندسة في الجامعة الأردنية:

14 أرسّم المنحنى التكراري التراكمي للبيانات.

15 أجد الوسيط والمدى الربيعي للبيانات.

16 إذا كان الطلبة الذين تزيد مُعدلاتهم التراكمية على 3.4 قد حصلوا على منحة، فكم طالباً في هذه العينة لم يحصل على منحة؟

الحل:

14)

15)

الوسيط

$$Q_2 \approx 2.8$$

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 3.2 - 2.4 = 0.8$$

16)

$$\approx 95$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 121

17 أحل السؤال الوارد في فقرة مسألة اليوم.

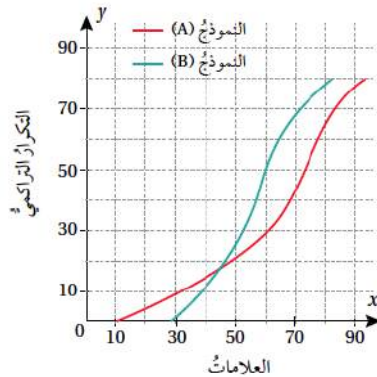
عدد الموظفين	فئات الرواتب
8	$349 < x \leq 399$
12	$399 < x \leq 449$
15	$449 < x \leq 499$
9	$499 < x \leq 549$
6	$549 < x \leq 599$

مسألة اليوم يُبين الجدول المجاور رواتب الموظفين في إحدى الشركات. ما عدد الموظفين الذين تزيد رواتبهم على 520 ديناراً؟

الحل:

على الأقل 6 وربما أكثر ولا يمكن تحديد الإجابة من الجدول

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 121



18 تبرير: طلب مُعلِّم الرياضيات إلى طلبة الصفِّ العاشرِ الإجابةَ عن أسئلةٍ اختبارٍ من نموذجين A ، و B ، ثمَّ رسمَ المنحنى التكراريَّ التراكميَّ لنتائج الطلبة كما في الشكل المجاور. أيُّ النموذجين كانَ أصعبَ: A أم B ؟ أبرِّرْ إجابتي.

الحل:

النموذج A

الوسيط: $Q_2 \approx 68$

$$IQR \approx 28$$

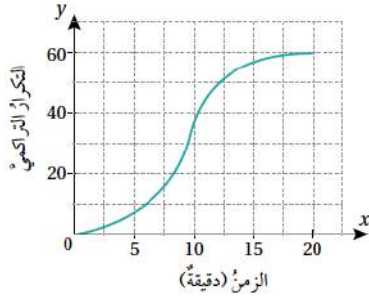
النموذج B

الوسيط: $Q_2 \approx 57$

$$IQR \approx 18$$

بما أن قيمتي الوسيط والمدى الربيعي للنموذج B أقل من قيمتي الوسيط والمدى الربيعي على الترتيب للنموذج A ، فإن النموذج B هو الأصعب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 121



19 تحدّ: يُبيّن الشكل المجاور المنحنى التكراري التراكمي للمدّة

الزمنية التي استغرقتها 60 مكالمّة هاتفيّة أُجريت في أحد الأيام مع مُقدّم برنامج حوارّي في إحدى المحطات الإذاعية. أستخدم هذا التمثيل لتقدير النسبة المئوية للمكالمات التي استغرقت 10 دقائق على الأقلّ.

الحل:

$$\approx 33\%$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 8 الدرس: 2 عصام الشيخ 0796300625 11

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: المنحنى التكراري التراكمي الصفحة: 121

20 مسألة مفتوحة: أجمع بياناتي الخاصة بـ 30 مشاهدة، ثم أنظّمها في جدول تكراري، ثم أجد كلاً من الوسيط، والمدى الربيعي لها.

الحل:

تعتمد الإجابة على البيانات التي يجمعها الطلبة

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 125

أتحقق من فهمي

أجد التباين والانحراف المعياري لمجموعة البيانات الآتية:

3, 5, 12, 10, 15, 14, 11

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$$
$$= \frac{3 + 5 + 12 + 10 + 15 + 14 + 11}{7} = 10$$

x	$(x - \bar{x})$	$(x - \bar{x})^2$
3	-7	49
5	-5	25
12	2	4
10	0	0
15	5	25
14	4	16
11	1	1
المجموع		120

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{120}{7} = 17.14$$

$$\sigma = \sqrt{17.1} = 4.14$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 126

أتحقق من فهمي

عدد الأشخاص	فئات العمر (سنة)
100	$18 \leq x < 28$
52	$28 \leq x < 38$
26	$38 \leq x < 48$
18	$48 \leq x < 58$
4	$58 \leq x \leq 68$

يبيّن الجدول المجاور توزيعاً لـ 200 سائق وفق أعمارهم، ممن تسبّبوا في حوادث مرورية خطيرة في إحدى المدن على مدار أسبوع. أقدّر التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

الحل:

فئات العمر	f	x	$x \times f$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \times f$
18 – 27	100	22.5	2250	-8.7	75.69	7569
28 – 37	52	32.5	1690	1.3	1.69	87.88
38 – 47	26	42.5	1105	11.3	127.69	3319.94
48 – 57	18	52.5	945	21.3	453.69	8166.42
58 – 67	4	62.5	250	31.3	979.69	3918.76
	200		6240			23062

$$\bar{x} = \frac{\Sigma(x \times f)}{\Sigma f} = \frac{6240}{200} = 31.2$$

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma(x - \bar{x})^2 \times f}{\Sigma f} = \frac{23062}{200} = 115.31$$

$$\sigma = \sqrt{115.31} = 10.74$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 127

أتحقق من فهمي

مثال 2

فئات العمر	عدد الحُطَاظ
6-8	15
9-11	10
12-14	25

حفظ القرآن الكريم: يُبين الجدول المجاور توزيعاً لخمسین طالباً يحفظون 5 أجزاء من القرآن الكريم بحسب أعمارهم لأقرب سنة. أعددُ التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

لتقدير التباين، أنشئُ جدولاً جديداً يحوي الأعمدة المُطلَلة عناوينها على النحو الآتي:

فئات العمر	f	x	$x \times f$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \times f$
6-8	15	7	105	-3.6	12.96	194.4
9-11	10	10	100	-0.6	0.36	3.6
12-14	25	13	325	2.4	5.76	144
المجموع	50		530			342

$$\bar{x} = \frac{\sum (x \times f)}{\sum f} = \frac{530}{50} = 10.6 \quad \text{بالتعويض في صيغة المتوسط الحسابي}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum ((x - \bar{x})^2 \times f)}{\sum f} \quad \text{صيغة التباين}$$

$$= \frac{342}{50} \quad \text{بالتعويض}$$

$$= 6.84 \quad \text{بالتبسيط}$$

لتقدير الانحراف المعياري، أجدُ الجذر التربيعي للتباين:

$$\sigma \approx 2.62$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{530}{50} = 10.6$$

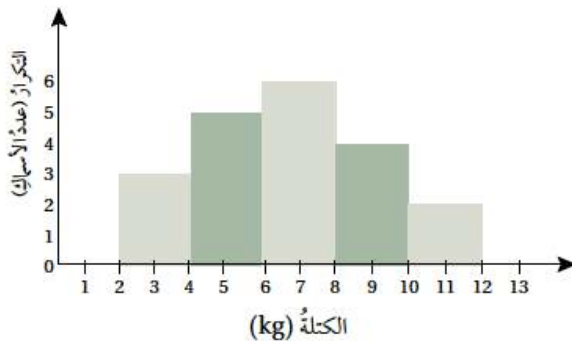
فئات العمر	f	x	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
6-8	15	7	49	105	735
9-11	10	10	100	100	1000
12-14	25	13	169	325	4225
المجموع	50			530	5960

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x^2 \times f) - (\sum f) (\bar{x})^2}{\sum f} = \frac{5960 - 50 \times (10.6)^2}{50} = \frac{5960 - 5618}{50} = \frac{342}{50} = 6.84$$

$$\text{الانحراف المعياري} = \sigma = \sqrt{6.84} = 2.62$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 128

أتحقق من فهمي



صيد بحري: يُبين التمثيل بالمُدْرَج التكراري المجاور توزيعاً لكتل مجموعة من الأسماك التي اصطادها أحد الصيادين في مدينة العقبة. أقدّر التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

الحل:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
3	3	9	9	27
5	5	25	25	125
7	6	49	42	294
9	4	81	36	324
11	2	121	22	242
	20		134	1012

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{134}{20} = 6.7$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x^2 \times f) - (\sum f)(\bar{x})^2}{\sum f} = \frac{1012 - 20 \times (6.7)^2}{20} = 5.71$$

$$\sigma = \sqrt{5.71} = 2.39$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 129

عدد الطلبة	الفئات (عدد الكلمات في الدقيقة)
8	26 – 30
12	31 – 35
10	36 – 40
7	41 – 45
3	46 – 50

طباعة: يُبين الجدول المجاور توزيعاً لأربعين طالباً في الصف العاشر بحسب عدد الكلمات التي يستطيعون طباعتها في جهاز الحاسوب في دقيقة واحدة:

1 أقدّر الوسط الحسابي لهذه البيانات.

2 أقدّر التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

الحل:

1)

$$\bar{x} = 36.125$$

2)

$$\sigma^2 = 35.86$$

$$\sigma = 5.99$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 8 الدرس: 3 عصام الشيخ 0796300625 6

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 129

عدد الشقق	الفئات (المساحة m^2)
2	$80 \leq x < 100$
5	$100 \leq x < 120$
7	$120 \leq x < 140$
6	$140 \leq x < 160$
3	$160 \leq x \leq 180$

شقق سكنية: يُبين الجدول المجاور توزيعاً لـ 23 شقة سكنية - بحسب

مساحتها - بنتها إحدى شركات الإسكان عام 2020م:

3 أقدّر الوسط الحسابي لهذه البيانات.

4 أقدّر التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات بطريقتين مختلفتين.

الحل:

3) $\bar{x} = 132.61$

4)

الطريقة الأولى:

x	f	$x \times f$	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \times f$
90	2	180	-42.61	1815.6121	2631.2242
110	5	550	-22.61	511.2121	2556.0605
130	7	910	-2.61	6.8121	47.6847
150	6	900	17.39	302.4121	1814.4726
170	3	510	37.39	1398.0121	4194.0363
المجموع	23	3050			12243.4783

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{3050}{23} \approx 132.61$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \times f}{\sum f} = \frac{12243.4783}{23} \approx 532$$

$$\sigma = \sqrt{532} \approx 23.07$$

الطريقة الثانية:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
90	2	8100	180	16200
110	5	12100	550	60500
130	7	16900	910	118300
150	6	22500	900	135000
170	3	28900	510	86700
المجموع	23		3050	416700

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{3050}{23} \approx 132.61$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x^2 \times f) - (\sum f)(\bar{x})^2}{\sum f} = \frac{416700 - (23)(132.61)^2}{23} \approx 532$$

$$\sigma = \sqrt{532} \approx 23.07$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 129

الطول (x)	فريق النسور	فريق الأسود
$170 \leq x < 178$	3	2
$179 \leq x < 187$	1	3
$188 \leq x < 196$	4	3
$197 \leq x \leq 205$	2	2

كرة سلة: يُبين الجدول المجاور توزيع اللاعبين في فريقين لكرة السلة وفق أطوالهم بالسنتيمتر:

5 أقدّر التباين لأطوال اللاعبين في كل فريق.

6 أي الفريقين أكثر تجانساً من حيث أطوال اللاعبين؟ أبرّر إجابتي.

الحل:

5)

فريق النسور $\bar{x} = 187.5$

$$\sigma^2 = 10125$$

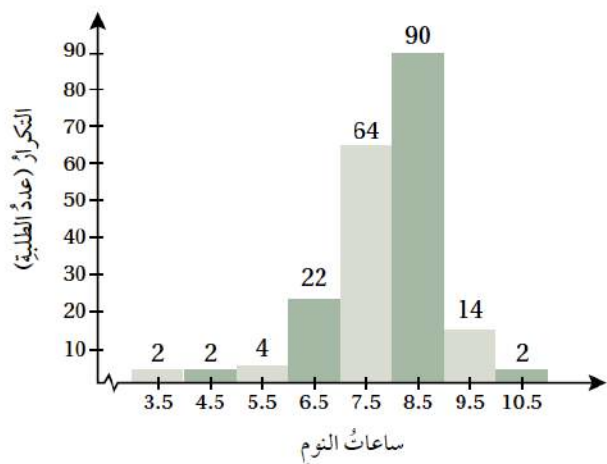
فريق الأسود $\bar{x} = 187.5$

$$\sigma^2 = 85.05$$

6)

أطوال لاعبي فريق الأسود أكثر تجانساً؛ لأن تباينها أقل من تباين أطوال فريق النسور

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 129



ساعات النوم: يُبين التمثيل بالمُدَّج التكراري المجاور

توزيعاً لـ 200 طالب بحسب ساعات نومهم:

7) أقدِّر الوسط الحسابي لهذه البيانات.

8) أقدِّر التباين والانحراف المعياري لهذه البيانات.

9) أصِفْ توزيع هذه البيانات.

الحل:

7)

$$\bar{x} = 7.9$$

8)

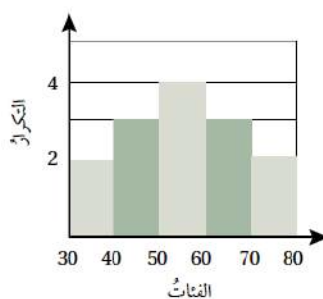
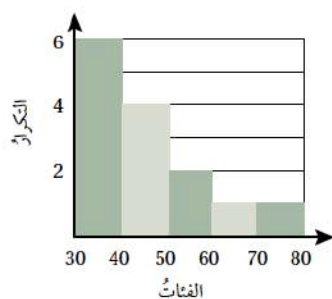
$$\sigma^2 = 1.1$$

$$\sigma = 1.05$$

9)

التوزيع ملتو نحو اليسار

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 130



10 أقرن بين قيمتي التباين للبيانات المُمثَّلة في الشكلين المجاورين، مفسِّراً سبب الاختلاف بينهما.

الحل:

الشكل الأيمن: $\sigma^2 = 157.14$ ، والشكل الأيسر $\sigma^2 = 149.88$ والاختلاف بينهما مردهُ إلى اختلاف شكل توزيع البيانات؛ ففي الشكل الأيمن تبدو البيانات مُوزَّعة طبيعيًّا، أمَّا في الشكل الأيسر فتوزيع البيانات ملتوٍ نحو اليمين

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 130

11 أحل السؤال الوارد في فقرة مسألة اليوم.

عدد العمّال	فئات الأجور
6	$70 \leq x < 75$
8	$75 \leq x < 80$
4	$80 \leq x < 85$
2	$85 \leq x \leq 90$

مسألة اليوم يعمل في مصنع للأثاث المنزلي 20 عاملاً، يتوزعون وفق

الأجر الأسبوعي لأقرب دينار كما في الجدول المجاور.

في أثناء زيارة مندوب وزارة العمل الذي يتابع أحوال

العمّال في المصانع، أفاد المدير المالي للمصنع بأن

الانحراف المعياري لأجور العاملين هو 4.72 تقريباً.

كيف يمكن التحقق من صحة ما أفاد به المدير المالي؟

الحل:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
72.5	6	5256.25	435	31537.5
77.5	8	5625	620	48050
82.5	4	6806.25	330	27225
87.5	2	7656.25	175	15312.5
المجموع	20		1560	122125

$$\bar{x} = \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{1560}{20} = 78$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x^2 \times f) - (\sum f) (\bar{x})^2}{\sum f} = \frac{122125 - (20)(78)^2}{20} = 22.25$$

$$\sigma = \sqrt{22.25} \approx 4.72$$

إذن، قول المدير المالي صحيح

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 130

12 مسألة مفتوحة: أنظّم البيانات الآتية في جدول تكراري (أختار طولاً مناسباً للفترة)، ثم أقدّر قيمتي الوسط الحسابي والتباين، مستعملاً آلة حاسبة لإيجاد القيمة الدقيقة لكل منهما، ثم أقارن قيمتهما الدقيقة بالقيم التقديرية.

15	14	14	14	13	12	11	11	11	11
10	11	13	16	10	9	15	12	9	10
7	14	13	14	8	9	8	11	13	13
15	12	9	10	9	9	16	16	12	10
11	11	12	15	6	10	10	10	11	9

13 تبرير: في السؤال (12)، ما تأثير أطوال فترات الجدول التكراري الذي أنشأته في القيمة التقديرية للتباين؟ أبرّر إجابتي.

الحل:

12)

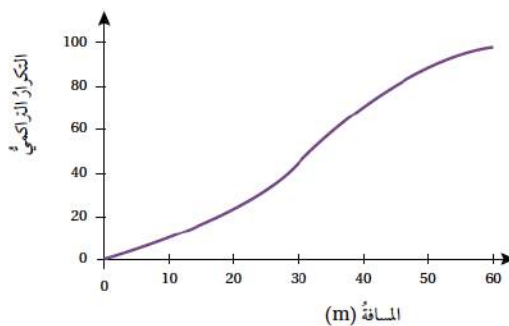
القيم الدقيقة هي:

$$\bar{x} = 11.48$$

13)

ستختلف قيمة التباين عن القيمة الدقيقة عند تقديرها بعد تنظيم البيانات في جداول ذات فئات وتكرارات بحسب طول الفئة المحددة. وكلما زاد طول الفئة قلّ عدد الفئات في الجدول، وقلّت الدقة في تقدير التباين

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشدُّت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 130



14 تمرير: هل يُمكنُ تقديرُ التباينِ للبياناتِ المُمَثَّلَةِ في المنحنى التكراري التراكمي المجاور؟ أبرِّرْ إجابتي.

الحل:

نعم، يمكن تقدير التباين؛ لأن حدود الفئات معطاة، ويمكن تحديد التكرار المقابل لكل فئة بطرح التكرار التراكمي السابق من التكرار التراكمي اللاحق والمقابل للحدود العليا للفئات، ثم إنشاء الجدول على النحو الآتي:

التكرار	الفئات
$10 - 0 = 10$	$0 < x \leq 10$
$22 - 10 = 12$	$10 < x \leq 20$
$44 - 22 = 22$	$20 < x \leq 30$
$70 - 44 = 26$	$30 < x \leq 40$
$88 - 70 = 18$	$40 < x \leq 50$
$100 - 88 = 12$	$50 < x \leq 60$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 130

15 تبرير: أكتب تبريراً لكل من الخطوات الجبرية الآتية:

$$\begin{aligned}\sum (x - \bar{x})^2 &= \sum x^2 - 2\bar{x} \sum x + n\bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2 \\ &= \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\end{aligned}$$

الحل:

$$\sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - 2\bar{x} \sum x + n\bar{x}^2$$

مفكوك تربيع القوس، وتوزيع المجموع، وأن
 $\sum \bar{x}^2 = n\bar{x}^2$

$$= \sum x^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2$$

لأن

$$\sum x = n \times \bar{x}$$

$$= \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$

بإخراج $\bar{x}^2$ عامل مشتركاً، فإن:

$$\begin{aligned}n \times \bar{x}^2 &= n \left(\frac{\sum x}{n} \right) \left(\frac{\sum x}{n} \right) \\ &= \frac{(\sum x)^2}{n}\end{aligned}$$

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 8 الدرس: 3 عصام الشيخ 0796300625 14

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: مقاييس التشتت للجداول التكرارية ذات الفئات الصفحة: 130

16 أكتب: أي صيغتي التباين أفضل استعمالها؟ لماذا؟

الحل:

مجرد رأي حسب اختيار الطلاب

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 132

أتحقق من فهمي

- أحدّد إذا كان الحادثان متنافيين أم لا في ما يأتي، مُبرِّراً إجابتي:
- (a) التجربة هي سحب بطاقة واحدة عشوائياً من سلّة فيها 5 بطاقات حمراء، و3 بطاقات خضراء. الحادث الأول سحب بطاقة حمراء، والحادث الثاني سحب بطاقة خضراء.
- (b) التجربة هي إلقاء حجر نرد منتظم. الحادث الأول هو الحصول على عدد فردي والثاني هو الحصول على عدد زوجي.

الحل:

a)

الحادثان متنافيان؛ لأنه لا يمكن سحب بطاقة لونها أحمر وأخضر في المرّة الواحدة

b)

الحادثان متنافيان؛ لأن الأعداد الفردية على حجر النرد هي: 1، 3، 5، والأعداد الزوجية عليه هي: 2، 4، 6، ولا توجد عناصر مشتركة بين الحادثين

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 133

أتحقق من فهمي

في تجربة اختيار عدد عشوائياً من بين الأعداد: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8، أجد:

(a) احتمال اختيار عدد أولي، ويقبل القسمة على 4

(b) احتمال اختيار عدد أولي، أو عدد يقبل القسمة على 4

الحل:

ليكن الحادث A : اختيار عدد أولي، والحادث B : اختيار عدد يقبل القسمة على 4

إذن، $A = \{2, 3, 5, 7\}$ $B = \{4, 8\}$

$$A \cap B = \emptyset$$

أي إن الحادثين A, B متنافيان

$$a) P(A \cap B) = 0$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 135

أتحقق من فهمي 

في تجربة اختيار عدد عشوائياً من المجموعة: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ، أجد:

(a) احتمال اختيار عدد أولي، ومن عوامل العدد 10

(b) احتمال اختيار عدد أولي، أو عدد من عوامل العدد 10

الحل:

ليكن الحادث A اختيار عدد أولي، والحادث B اختيار عدد من عوامل 10
إذن،

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$A \cap B = \{2, 5\}$$

أي إن الحادثين A, B غير متنافيين

$$a) P(A \cap B) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$b) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{4}{10} - \frac{2}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 136

أتحقق من فهمي 

سحب هيثم كرة عشوائياً من كيسٍ يحتوي على كراتٍ مُتَمَاثِلَةٍ؛ واحدةٍ منها صفراء، و 3 كراتٍ حمراء، و 12 كرةً خضراء. ما احتمالُ عدمِ سحبِ هيثمِ كرةً خضراء؟

الحل:

ليكن الحادث A سحب كرة خضراء

إذن، المطلوب هو $P(\bar{A})$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{12}{16}$$

$$= \frac{16}{16} - \frac{12}{16}$$

$$= \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 136



أحد إذا كان الحادثان متنافيين أم لا لكل تجربة عشوائية في ما يأتي، مُبرراً إجابتي:

- 1 ظهور العدد 3، أو ظهور عدد زوجي عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة.
- 2 ظهور أحد عوامل العدد 12، أو ظهور عدد أولي عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة.
- 3 ظهور عددين مجموعتهما 8 أو 12 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة.

الحل:

1)

الحادثان متنافيان؛ لأنه لا توجد عناصر مشتركة بينهما

2)

الحادثان غير متنافيين؛ لأن 2 و 3 عناصر مشتركة بينهما

3)

الحادثان متنافيان؛ لأنه لا توجد عناصر مشتركة بينهما

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 136

في تجربة اختيار بطاقة واحدة عشوائياً من 20 بطاقة متماثلة، كُتِبَ على كل منها عدد من 1 إلى 20، أجد:

4 احتمال اختيار عدد من مضاعفات العدد 7، ومن مضاعفات العدد 5

5 احتمال اختيار عدد من مضاعفات العدد 7، أو من مضاعفات العدد 5

6 احتمال اختيار عدد فردي، ويقبل القسمة على 4

7 احتمال اختيار عدد فردي، أو يقبل القسمة على 4

الحل:

4)

A: عدد من مضاعفات 7

B: عدد من مضاعفات 5

إذن،

$$A = \{7, 14\}$$

$$B = \{5, 10, 15, 20\}$$

$$P(A \cap B) = \emptyset$$

5)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$\frac{2}{20} + \frac{4}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

6)

C: عدد فردي

D: عدد يقبل القسمة على 4

إذن،

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$$

$$D = \{4, 8, 12, 16, 20\}$$

$$C \cap D = \emptyset$$

$$P(C \cap D) = 0$$

7)

$$P(C \cup D) = P(C) + P(D)$$

$$= \frac{10}{20} + \frac{5}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 137

مجموعة من الكرات المتماثلة، مُرقَّمة من 1 إلى 21، وموضوعة داخل صندوق. إذا اختيرت كرة من الصندوق عشوائيًا، فأجدُ مُستعملًا أشكال فن:



8) احتمال أن تحمل الكرة عددًا زوجيًا.

9) احتمال أن تحمل الكرة عددًا من مضاعفات العدد 3

10) احتمال أن تحمل الكرة عددًا زوجيًا، ومن مضاعفات العدد 3

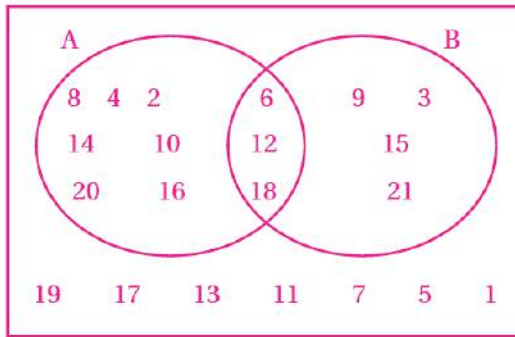
11) احتمال أن تحمل الكرة عددًا زوجيًا، أو من مضاعفات العدد 3

الحل:

A: عدد زوجي

B: عدد من مضاعفات 3

إذن،



8)

$$P(A) = \frac{10}{21}$$

9)

$$P(B) = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$$

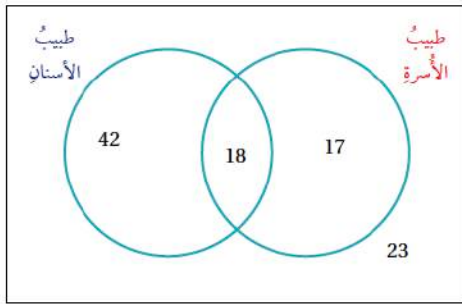
10)

$$P(A \cap B) = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

11)

$$P(A \cup B) = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 137



طب: في دراسة طبية شملت 100 شخص، زار بعضهم طبيب الأسرة أو طبيب الأسنان في أحد الأسابيع كما هو مبين في شكل فن المجاور. إذا اختير أحدهم عشوائيًا، فأجد احتمال كل حادث مما يأتي:

12 أن يكون الشخص قد زار طبيب الأسنان.

13 أن يكون الشخص قد زار طبيب الأسرة.

14 أن يكون الشخص قد زار طبيب الأسنان، وطبيب الأسرة.

15 أن يكون الشخص قد زار طبيب الأسنان، أو طبيب الأسرة.

16 عدم زيارة الشخص طبيب الأسنان.

17 عدم زيارة الشخص طبيب الأسرة.

الحل:

A: شخص زار طبيب الأسنان

B: شخص زار طبيب الأسرة

إذن،

12)

$$P(A) = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

13)

$$P(B) = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

14)

$$P(A \cap B) = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$$

15)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{60}{100} + \frac{35}{100} - \frac{18}{100} = \frac{77}{100}$$

16)

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{60}{100} \\ &= \frac{40}{100} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

17)

$$\begin{aligned} P(\bar{B}) &= 1 - P(B) \\ &= 1 - \frac{35}{100} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 137

رياضة: سُئل 60 رياضيًا إذا كانوا يمارسون لعبة كرة القدم أو كرة السلة، وقد توزعوا وفق إجاباتهم كما في الجدول الآتي:

كرة القدم، وكرة السلة	كرة القدم فقط	كرة السلة فقط	عدم ممارسة أيٍّ من اللعبتين
12	30	8	10



إذا اختير رياضيٌّ منهم عشوائيًا، فأستعمل أشكال فنٍ لإيجاد:

18 احتمال أن يكون ممّن يمارسون لعبتي كرة القدم وكرة السلة.

19 احتمال أن يكون ممّن يمارسون لعبة كرة القدم، ولا يمارسون لعبة كرة السلة.

20 احتمال أن يكون ممّن يمارسون لعبة كرة السلة، ولا يمارسون لعبة كرة القدم.

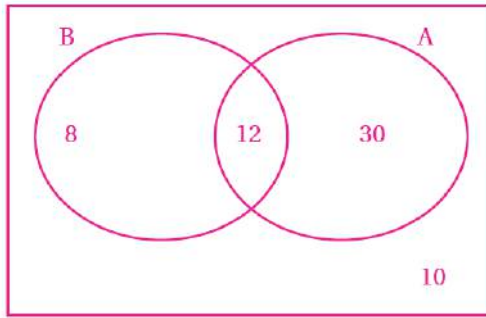
21 احتمال أن يكون ممّن لا يمارسون لعبة كرة القدم، ولا يمارسون لعبة كرة السلة.

الحل:

A: لاعب يمارس كرة القدم

B: لاعب يمارس كرة السلة

إذن،



18)

$$P(A \cap B) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

19)

$$P(A \cap \bar{B}) = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$$

20)

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

21)

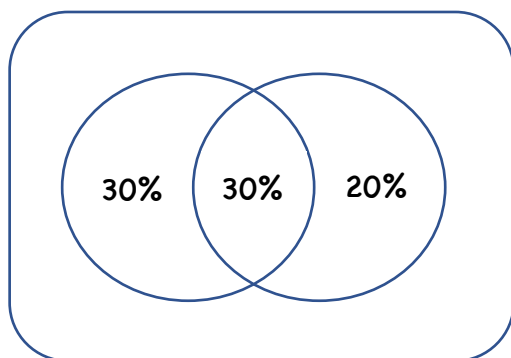
$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$$

22 تجارة: أحل المسألة الواردة في بداية الدرس.



مسألة اليوم
استورد تاجر شحنة من السكر في باخرتين. إذا كان
احتمال وصول الباخرة الأولى في موعدها 60%،
واحتمال وصول الباخرة الثانية في موعدها 50%،
واحتمال وصولهما معاً 30%، فما احتمال وصول
إحدى الباخرتين على الأقل في موعدها؟

الحل:



$$\begin{aligned} p(A \cup B) &= p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ &= 60\% + 50\% - 30\% \\ &= 80\% \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 138



23 تحدّد: يوجد في أحد المصانع 40 عاملاً، منهم 24 عاملاً يُفضّلون شرب الشاي وقت الاستراحة، و12 عاملاً يُفضّلون شرب القهوة ولا يُفضّلون شرب الشاي فيها، و14 عاملاً يُفضّلون شرب الشاي ولا يُفضّلون شرب القهوة فيها. إذا اختير أحد عمال المصنع عشوائياً، فما احتمال أن يكون ممّن يُفضّلون شرب الشاي وشرب القهوة؟

الحل:

A: يُفضّلون شرب الشاي

B: يُفضّلون شرب القهوة

إذن،

$$P(A \cap B) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 138



24 أَيْهَا لَا يَنْتَمِي: فِي تَجْرِبَةِ إلقاء حجر نردٍ مُنتَظَمٍ مَرَّةً وَاحِدَةً عَشْرًا، كُتِبَتِ الْحَوَادِثُ الْآتِيَةُ عَلَى بَطَاقَاتٍ. أَعِدُّ الْبَطَاقَةَ الْمَخْتَلِفَةَ، مُبَرِّراً إجابتي.

ظهور عددٍ يقبلُ
القسمةَ على 3

ظهور عددٍ
زوجيٍّ

ظهور عددٍ أقلَّ
من 5

ظهور عددٍ زوجيٍّ،
وهو أكبرُ من 2

الحل:

ظهور عدد زوجي، وهو أكبر من 2؛ لأنه حادث مرَّكب، أما بقية البطاقات فيظهر على كلٍّ منها حادث بسيط

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 138

25 تبرير: قال هاني: إنَّ احتمال فوز فريقه المفضَّل هو 0.3، فردَّ عليه يزيد قائلاً: إذن، احتمال خسارة الفريق هو 0.7، هل قول يزيد صحيح؟ أبرِّر إجابتي.

الحل:

غير صحيح؛ نظراً إلى وجود احتمال لتعادل الفريقين

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 8 الدرس: 4 عصام الشيخ 0796300625 14

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المتنافية الصفحة: 138

26 مسألة مفتوحة: أصف موقفين من حياتي اليومية، أحدهما يتضمن حدثين متنافيين، والآخر يتضمن حدثين غير متنافيين، مبيناً كيف حدّدت ذلك.

الحل:

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 140

أتحقق من فهمي

في تجربة إلقاء حجرَي نردٍ منتظمين عشوائياً معاً مرةً واحدةً، أجدُ احتمالَ ظهورِ عددٍ فرديٍّ على حجرِ النردِ الأولِ وعددٍ أكبرَ من 4 على حجرِ النردِ الثاني.

الحل:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

أتحقق من فهمي

أُحدّد إذا كان الحادثان مستقلّين أم لا في الحالات الآتية:

- (a) اختيار قطعة حلوى حمراء عشوائياً وأكلها، ثمّ اختيار قطعة حلوى حمراء أخرى عشوائياً من كيسٍ يحوي 10 قطع حلوى حمراء و 25 قطعة حلوى زرقاء، جميعها مُتماثلة.
- (b) ظهور العدد 5 على حجرٍي نردٍ ألقيا معاً مرّة واحدة عشوائياً.
- (c) سحب كرة حمراء عشوائياً من كيسٍ فيه كرات مُتماثلة، 4 منها حمراء و 3 صفراء، ثمّ إعادتها إلى الكيس، ثمّ سحب كرة حمراء أخرى عشوائياً.

الحل:

a)

غير مستقلّين

b)

مستقلان

c)

مستقلان

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 142

أنحقق من فهمي

يحتوي كيس على 6 قطع حلوى حمراء (R)، و 8 قطع حلوى خضراء (G)، جميعها متماثلة. اختار طفل من الكيس قطعة حلوى عشوائياً وأكلها، ثم اختار قطعة أخرى عشوائياً ليأكلها. أجد احتمال كل من الحادثين الآتين باستعمال الشجرة الاحتمالية:

(a) اختيار الطفل قطعتي حلوى متماثلتي اللون.

(b) اختيار الطفل قطعتي حلوى مختلفتي اللون.

الحل:

a)

$$P(R \cap R) + P(G \cap G)$$

$$= \frac{6}{14} \times \frac{5}{13} + \frac{8}{14} \times \frac{7}{13} = \frac{43}{91}$$

b)

$$P(R \cap G) + P(G \cap R)$$

$$= \frac{6}{14} \times \frac{8}{13} + \frac{8}{14} \times \frac{6}{13} = \frac{48}{91}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 143

أتحقق من فهمي 

أُلقي حجر نرد منتظم عشوائياً مرةً واحدةً. ما احتمال ظهور عددٍ أكبر من 3 إذا كان العدد الظاهر زوجياً؟

الحل:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$A = \{4, 5, 6\}$$

$$B = \{2, 4, 6\}$$

$$A \cap B = \{4, 6\}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 144

أتحقق من فهمي 

إذا سُحِبَتْ عَيَّةٌ عشوائية، فما احتمال أن تكون غير ورقية، علماً بأنها جُمِعَتْ يوم السبت؟

الحل:

$$\begin{aligned} P(D|E) &= \frac{P(D \cap E)}{P(E)} \\ &= \frac{94}{101} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 145

كرات زجاجية: يحتوي كيس على 5 كرات حمراء (R)، و 3 كرات خضراء (G)، وكرتين صفراوين (Y)، جميعها متماثلة. سُحِبَت كرة من الكيس عشوائياً، ثم كُتِبَ لونها، ثم أُعيدت إلى الكيس، ثم سُحِبَت كرة أخرى عشوائياً، ثم كُتِبَ لونها:

1 ما احتمال أن تكون الكرة الأولى حمراء والثانية صفراء؟

2 ما احتمال أن تكون الكرتان خضراوين؟

الحل:

1)

$$\begin{aligned} P(R \cap Y) &= P(R) \times P(Y) \\ &= \frac{5}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} P(G \cap G) &= P(G) \times P(G) \\ &= \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{100} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 145

أحد إذا كان الحادثان مستقلين أو غير مستقلين في كل من التجارب العشوائية الآتية:

- 3 سحب كرة زرقاء عشوائياً من صندوق، والحصول على العدد 5 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة.
- 4 اختيار طالب من مواليد شهر 10 عشوائياً ليخرج من غرفة الصف، ثم اختيار طالب آخر عشوائياً من مواليد شهر 5 ليلحق به.
- 5 الحصول على عدد زوجي عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، وعدد يقبل القسمة على 2 عند إلقاء حجر نرد آخر منتظم.
- 6 إصابة صيادين الهدف الثابت الذي أطلق كل منهما طلقة واحدة نحوه عشوائياً.
- 7 سحب بطاقة عشوائياً تحمل العدد 6 من مجموعة بطاقات متماثلة تحمل الأرقام من 1 إلى 10، ثم إعادتها، ثم سحب بطاقة أخرى عشوائياً تحمل عدداً زوجياً.

الحل:

3)

مستقلان

4)

غير مستقلين

5)

مستقلان

6)

مستقلان

7)

مستقلان

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 145

أفلام حبر: في علبة قلم حبر أحمر، وثلاثة أفلام حبر أزرق، جميعها متماثلة. اختار سالمٌ قلمين عشوائياً على التوالي من دون إرجاع. أجد احتمال كلٍّ من الحوادث الآتية باستعمال الشجرة الاحتمالية:

8 اختيار قلمي حبر أحمر.

9 اختيار قلمي حبر أزرق.

10 اختيار قلم حبر من كل لون.

الحل:

8)

$$\begin{aligned} P(R \cap R) &= P(R) \times P(R|R) \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \end{aligned}$$

9)

$$\begin{aligned} P(B \cap B) &= P(B) \times P(B|B) \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

10)

$$\begin{aligned} &P(R \cap B) + P(B|R) \\ &P(R) \times P(B|R) + P(B) \times P(R|B) \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 145

اختبارات: تقدّم سامي لاختبارين في الرياضيات، وكان احتمال نجاحه في الأول 75%، واحتمال نجاحه في الثاني إذا نجح في الأول 80%، واحتمال رسوبه في الثاني إذا رسب في الأول 60%، فأجد كلاً ممّا يأتي:

11 احتمال نجاح سامي في كلا الاختبارين.

12 احتمال نجاح سامي في أحد الاختبارين، ورسوبه في الآخر.

الحل:

A: ناجح في الجزء النظري

B: ناجح في الجزء العملي

إذن،

11)

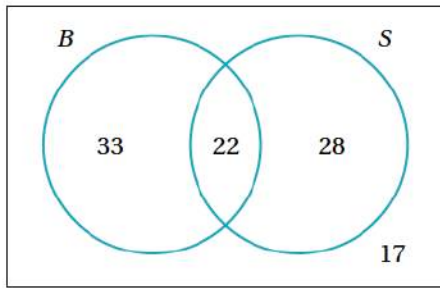
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{90}{100} \times \frac{80}{100} = \frac{72}{100}$$

12)

$$\begin{aligned} & P(A \cap \bar{B}) + P(B \cap \bar{A}) \\ &= P(A) \times P(\bar{B}) + P(B) \times P(\bar{A}) \\ &= \frac{90}{100} \times \frac{20}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{10}{100} = \frac{24}{100} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 146



سُيِّلَ 100 شخصٍ عن وجود أخٍ لهم أو أختٍ، وقد توزَّعوا
وَفَقَّ إجاباتهم كما في شكلٍ فنَّ المجاور، حيثُ:

B : الأشخاص الذين لكلٍّ منهم أخٌ.

S : الأشخاص الذين لكلٍّ منهم أختٌ.

إذا اختيرَ أحدُ هؤلاء الأشخاص عشوائياً، فما احتمالُ:

13 أن يكونَ له أخٌ؟

14 أن يكونَ له أخٌ، علماً بأنَّ له أختاً؟

15 أن يكونَ له أختٌ، علماً بأنَّ له أخاً؟

الحل:

13)

$$P(B) = \frac{55}{100} = \frac{11}{20}$$

14)

$$P(S) = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$P(B \cap S) = \frac{22}{100} = \frac{11}{50}$$

15)

$$\begin{aligned} P(B|S) &= \frac{P(B \cap S)}{P(S)} \\ &= \frac{\frac{22}{100}}{\frac{1}{2}} = \frac{22}{50} = \frac{11}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(S|B) &= \frac{P(B \cap S)}{P(B)} \\ &= \frac{\frac{22}{100}}{\frac{11}{20}} = \frac{22}{55} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 146

لديه خبرة سابقة			
لا	نعم		
27	54	نعم	لديه شهادة جامعية
4	5	لا	

وظائف: يُبين الجدول المجاور أعداد المتقدمين لوظيفة في إحدى الشركات، ومؤهلاتهم العلمية، وخبراتهم السابقة. إذا اختير أحد المتقدمين للوظيفة عشوائياً، فما احتمال:

16 أن يكون لديه خبرة سابقة، علماً بأن لديه شهادة جامعية؟

17 ألا يكون لديه شهادة جامعية، علماً بأن لديه خبرة سابقة؟

الحل:

A: لديه خبرة سابقة

B: لديه شهادة جامعية

إذن،

16)

$$P(A) = \frac{59}{90}$$

$$P(B) = \frac{81}{90}$$

$$P(A \cap B) = \frac{54}{90}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{54}{90}}{\frac{81}{90}} = \frac{54}{81} = \frac{2}{3}$$

17)

$$P(\bar{B}|A) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(A)} = \frac{\frac{5}{90}}{\frac{59}{90}} = \frac{5}{59}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 146

إشارات مرور: تمرُّ عادةً في رحلة عودتها من العمل بشارع رئيسٍ عليه إشارتان ضوئيتان. إذا كان احتمال أن تصل الإشارة الأولى، وتجتازها وهي مضاءة باللون الأخضر G هو 0.3، وإذا كانت مضاءة بالأحمر R ، فإن احتمال وصولها الإشارة الثانية وهي مضاءة بالأحمر هو 0.8، أما إذا كانت الإشارة الأولى مضاءة بالأخضر، فإن احتمال وصولها الإشارة الثانية وهي مضاءة بالأحمر هو 0.4

أستعمل التمثيل بالشجرة الاحتمالية لإيجاد كلٍّ من الاحتمالات الآتية:

18 احتمال وصولها كلا من الإشارتين وهما مضاءتان بالأحمر.

19 احتمال وصولها كلا من الإشارتين وهما مضاءتان بالأخضر.

20 احتمال وصولها إحدى الإشارتين وهي مضاءة بالأخضر، ووصولها الإشارة الأخرى وهي مضاءة بالأحمر.

الحل:

18)

$$\begin{aligned} P(R1 \cap R2) &= P(R1) \times P(R2 | R1) \\ &= 0.7 \times 0.8 = 0.56 \end{aligned}$$

19)

$$\begin{aligned} P(G1 \cap G2) &= P(G1) \times P(G2 | G1) \\ &= 0.3 \times 0.6 = 0.18 \end{aligned}$$

20)

$$\begin{aligned} P(R \cup G) &= P(R) \times P(G | R) + P(G) \times P(R | G) \\ &= 0.7 \times 0.2 + 0.3 \times 0.4 = 0.25 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 147



أرصادٌ جويةٌ: أفادتْ مذيعةُ النشرةِ الجويةِ أنَّ احتمالَ تساقطِ الثلوجِ يومَ الإثنينِ هي 25%، وأنها ترتفعُ إلى 90% يومَ الثلاثاءِ. أستمعُ التمثيلَ بالشجرةِ الاحتماليةِ لإيجادِ احتمالِ:

21 تساقطِ الثلوجِ يومَ الثلاثاءِ، وعدمِ تساقطِها يومَ الإثنينِ.

22 عدمِ تساقطِ الثلوجِ في كلا اليومينِ.

23 تساقطِ الثلوجِ في أحدِ اليومينِ على الأقلِ.

الحل:

$$P(T) = 90\% , P(M) = 25\%$$

21)

$$\begin{aligned} P(T \cap \bar{M}) &= P(T) \times P(\bar{M}) \\ &= 0.90 \times 0.75 = 0.675 \end{aligned}$$

22)

$$\begin{aligned} P(\bar{M} \cap \bar{T}) &= P(\bar{M}) \times P(\bar{T}) \\ &= 0.75 \times 0.1 = 0.075 \end{aligned}$$

23)

$$\begin{aligned} P(M \cup T) &= P(M) + P(T) - P(M \cap T) \\ &= 0.25 + 0.9 - 0.25 \times 0.9 = 0.925 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 147

صيد: أطلق صياد طلقاً واحدة على هدف ثابت، وأطلق آخر طلقاً واحدة على الهدف نفسه. إذا كان احتمال إصابة الأول للهدف 70%، واحتمال إصابة الثاني للهدف 60%، فأجد احتمال:

24 إصابة كلا الصيادين الهدف.

25 عدم إصابتهما الهدف.

26 إصابة الصياد الثاني الهدف، علماً بأن الصياد الأول أصاب الهدف.

27 عدم إصابة الصياد الثاني الهدف، علماً بأن الصياد الأول لم يصب الهدف.

الحل:

24)

0.42

25)

0.12

26)

0.60

27)

0.40

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 147
28 أحل السؤال الوارد في فقرة مسألة اليوم.



مسألة اليوم تحتوي السنة على 365 يوماً؛ لذا، فإنَّ احتمال أن يكون الأول من شهر أيلول يوم ميلاد شخص هو $\frac{1}{365}$ تقريباً. إذا اختير شخصان عشوائياً، فما احتمال أن يكون يوم ميلاد كليهما الأول من شهر أيلول؟

الحل:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$= \frac{1}{365} \times \frac{1}{365}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 147

29 تبرير: إذا كان (A) و (B) حادثين متنافيين في تجربة عشوائية، فما قيمة $P(A|B)$ ؟ أبرر إجابتي.

الحل:

$$P(A|B) = 0$$

لأن

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} =$$

و

$$P(A \cap B) = 0$$

شرط أن

$$P(B) \neq 0$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 147

30 تبرير: قالت تماضر: إنه لأي حدثين (A) و (B) في فضاء العينة Ω لتجربة عشوائية ما، فإن:

$$P(A|B) = P(B|A)$$

هل قول تماضر صحيح؟ أبرر إجابتي.

الحل:

غير صحيح؛ لأن

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

و

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

لا يكونان متساويين إلا إذا كان

$$P(A) = P(B)$$

وكلاهما لا يساوي صفرًا

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 147

31 تحدّ: يحتوي كيس على n من الكرات المتماثلة مختلفة الألوان. إذا كان احتمال سحب كرة حمراء ثم سحب كرة خضراء من دون إرجاع 2.4% تقريباً، فما قيمة n ؟

الحل:

$$n = 7$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: احتمالات الحوادث المستقلة والحوادث غير المستقلة الصفحة: 147

32 مسألة مفتوحة: أذكر مثلاً على حادثين مستقلين، ومثلاً آخر على حادثين غير مستقلين، مبيّناً كيف أجّد احتمال وقوع الحادثين معاً في كلّ مثال.

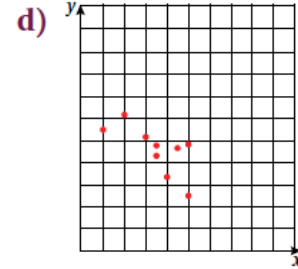
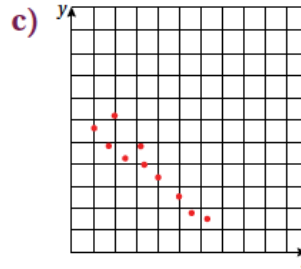
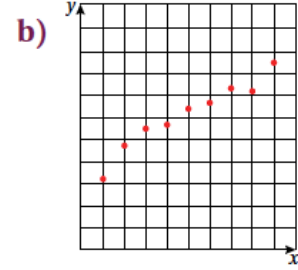
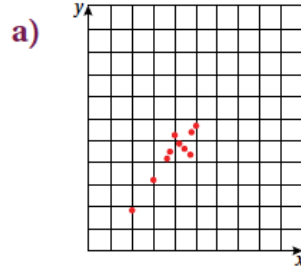
الحل:

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

الصفحة: 148

1 شكل الانتشار الذي يُظهر الارتباط الموجب الأقوى

بين (x) و (y) هو:



الحل:

الجواب: b

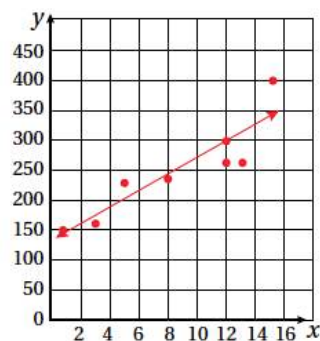
الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 8 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 2

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

الصفحة: 148

2 باستخدام المستقيم الأفضل مطابقة في الشكل الآتي،

تقدير قيمة y عندما $x = 7$ هو:



a) 150

b) 175

c) 200

d) 225

الحل:

الجواب: d

الصف: 10 الفصل: 2 الوحدة: 8 الدرس: اختبار نهاية الوحدة عصام الشيخ 0796300625 3

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

الصفحة: 148

3 قيمة المدى الربيعي للقيم: 10، 7، 8، 10، 5، 11،

15، 12، 13، 9، 6، 7، 4 هي:

a) 5

b) 6

c) 9

d) 11

الحل:

الجواب: a

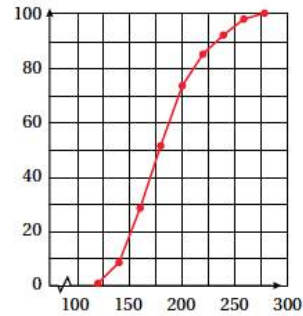
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

الصفحة: 148

4 رسائل بريدية: يُبين الشكل الآتي المنحنى التكراري

التراكمي لكتلة 100 رسالة (بالغرام) مُسجَلة لدى أحد

مكاتب البريد. قيمة الربع الأعلى لكتل الرسائل هي:



a) 160

b) 200

c) 210

d) 230

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

الصفحة: 148

5 في الجدول الآتي، إذا كان مجموع مربعات انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي في التكرار المقابل لها هو 324، فإن قيمة التباين هي:

التكرار	الفئات
7	$5 \leq x < 10$
12	$10 \leq x < 15$
6	$15 \leq x < 20$

a) 13.50

b) 12.96

c) 3.67

d) 3.60

الحل:

الجواب: b

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

الصفحة: 148

6 حجرانرد: ألقي حجرانرد منتظمان، أحدهما أحمر،
والآخر أزرق عشوائياً مرة واحدة. احتمال ظهور عدد
أولي على حجر النرد الأحمر، وعدد أقل من 3 على
حجر النرد الأزرق هو:

a) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{36}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{6}$

الحل:

الجواب: d

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في ما يأتي:

الصفحة: 149

7 كرات: في صندوق 7 كرات حمراء، و3 كرات

خضراء، جميعها متماثلة. إذا سُحِبَتْ مِنْهُ كرتان

عشوائياً على التوالي من دون إرجاع، فإن احتمال أن

تكون الكرتان المسحوبتان من اللون نفسه هو:

a) $\frac{29}{50}$

b) $\frac{24}{45}$

c) $\frac{21}{45}$

d) $\frac{1}{15}$

الحل:

الجواب: c

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 149

زراعة: دَوَّنَ مهندسٌ زراعيُّ كتلةَ 300 بيضةٍ بالغرام كما في

الجدول الآتي:

التردد	كتلة البيضة (x)
15	$30 < x \leq 40$
48	$40 < x \leq 50$
72	$50 < x \leq 60$
81	$60 < x \leq 70$
54	$70 < x \leq 80$
30	$80 < x \leq 90$

الحل:

8)

$$Q_2 = 62 \text{ g}$$

وهذا يعني أن 50 % من البيض أي 150 بيضة
كتلة كل منها أكثر من 62 g

9)

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 72 - 52 = 20$$

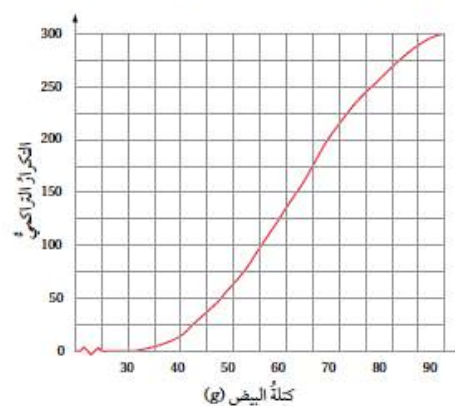
وهذا يعني أن 50 % من البيض أي 150 بيضة
كتلة كل منها تقع بين 52 g و 72g

10)

المئين 80 يساوي 79g، وهذا يعني أن 80 % من
البيض أي 240 بيضة كتلة كل منها أقل من 79
g، أو أن 20 % من البيض أي 60 بيضة كتلة كل
منها تزيد على 79g

11) 125 بيضة

يُبين التمثيل الآتي المنحنى التكراري التراكمي لهذا الجدول:



أستعمل المنحنى التكراري التراكمي لإيجاد:

8 قيمة الوسيط لكتل البيض، مُفسراً دلالتَهُ.

9 قيمة المدى الربيعي لكتل البيض، مُفسراً دلالتَهُ.

10 قيمة المئين 80 لكتل البيض، مُفسراً دلالتَهُ.

11 عدد البيض الذي تزيد كتلته على 65g

12 يُمثّل الجدول الآتي كمية الأمطار في إحدى مناطق

المملكة على مدار 20 عامًا لأقرب مليمتر:

كمية الأمطار	عدد السنوات
$199 \leq x < 249$	2
$249 \leq x < 299$	3
$299 \leq x < 349$	6
$349 \leq x < 399$	3
$399 \leq x < 449$	4
$449 \leq x \leq 499$	2

أجد التباين والانحراف المعياري لكمية الأمطار.

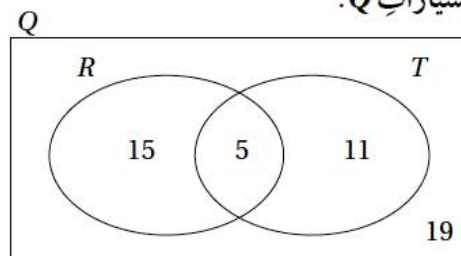
الحل:

x	f	x^2	$f \times x$	$f \times x^2$
224	2	50176	448	100352
274	3	75076	822	225228
324	6	104976	1944	629856
374	3	139876	1122	419628
424	4	179776	1696	719104
474	2	224676	948	449352
المجموع	20		6980	2543520

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{\sum x \times f}{\sum f} = \frac{6980}{20} = 349 \\
 \sigma^2 &= \frac{\sum (x^2 \times f) - (\sum f)(\bar{x})^2}{\sum f} \\
 &= \frac{2543520 - (20)(349)^2}{20} \\
 &= 5375 \\
 \sigma &= \sqrt{5375} \approx 73.31
 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 149

سيارات: يُبين شكلُ فنّ الآتي عددَ السيارات الحمراء R ، وعددَ السيارات ذاتِ البابينِ T ، وعددَ سياراتٍ أخرى في أحدِ مواقعِ السيارات Q :



إذا اختيرت سيارة عشوائياً، فما احتمال:

13 أن تكون حمراء، وذات بايين؟

14 ألا تكون حمراء، ولها بابان؟

15 إذا اختيرت سيارة، وكانت ذات بايين، فما احتمال ألا

تكون حمراء؟

16 إذا اختيرت سيارتان، الواحدة تلو الأخرى عشوائياً،

فما احتمال أن يكون لونهما أحمر؟

الحل:

$$13) P(R \cap T) = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

$$14) P(\bar{R} \cap T) = \frac{11}{50}$$

$$15) P(\bar{R} | T) = \frac{11}{16}$$

16)

$$P(R1 \cap R2) = \frac{38}{245}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 150

كرات ملونة: يحتوي كيس على كرتين سوداوين، وكرة بيضاء. إذا كانت جميع الكرات متماثلة، وسحب مصعب كرة عشوائياً، ثم كتب لونها، ثم أعادها إلى الكيس، ثم سحب أخرى عشوائياً، ثم كتب لونها، فأستعمل التمثيل بالشجرة الاحتمالية لإيجاد الاحتمالات الآتية:

17 الكرتان المسحوبتان بيضاوان.

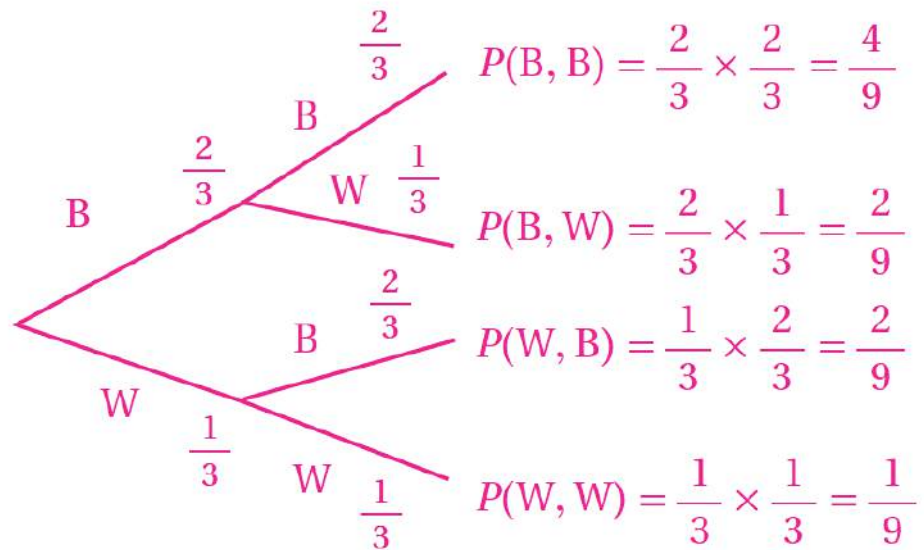
18 الكرتان المسحوبتان مختلفتا اللون.

19 إحدى الكرتين المسحوبتين على الأقل لونها أسود.

الحل:

17) $P(W_1 \cap W_2) = \frac{1}{9}$

18) $P(B \cap W) + P(W \cap B) = \frac{4}{9}$

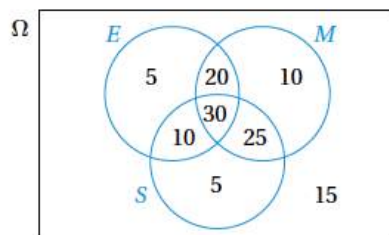


19)

$$\begin{aligned}
 &P(B \cap W) + P(W \cap B) + P(B \cap B) \\
 &= \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{8}{9}
 \end{aligned}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 150

تقدّم 120 طالبًا لاختبارات في اللغة الإنجليزية (E), والرياضيات (M), والعلوم (S), وقد توزّعوا وفق نجاحهم في هذه الاختبارات كما في شكل فنّ الآتي:



إذا اختيرَ أحد هؤلاء الطلبة عشوائيًا، فما احتمالُ:

20 أن يكونَ ناجحًا في العلوم، علمًا بأنّه ناجحٌ في الرياضيات؟

21 أن يكونَ ناجحًا في اللغة الإنجليزية، علمًا بأنّه ناجحٌ في الرياضيات؟

22 ألا يكونَ ناجحًا في العلوم، علمًا بأنّه ليسَ ناجحًا في الرياضيات؟

الحل:

20)

$$P(S|M) = \frac{11}{17}$$

21)

$$P(E|M) = \frac{10}{17}$$

22)

$$P(\bar{S} | \bar{M}) = \frac{4}{7}$$

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 150

لون العينين: يُبين الجدول الآتي احتمال أن يكون الشخص في مجتمع ما ذا عينين زرقاوين، أو بُنيتين، أو خضراوين:

لون العينين	زرقاوان	بُنيتان	خضراوان
الاحتمال	0.4	0.5	0.1

إذا اختير شخصان عشوائياً، فما احتمال:

23 أن تكون عينا كل منهما زرقاوين؟

24 أن تكون عينا كل منهما مختلفتي اللون؟

الحل:

23)

0.16

24)

0.58

رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 150

أقلام ملونة: يحتوي صندوق على 3 أقلام حمراء R ، وقلمين زرقاوين B ، و 4 أقلام خضراء G . اختارت شيماء قلمين عشوائياً من الصندوق على التوالي، ومن دون إرجاع. ما احتمال:

25 أن يكون لون القلمين أحمر؟

26 أن يكون للقلمين اللون نفسه؟

27 أن يكون لون أحد القلمين فقط أخضر؟

الحل:

25)

$$\frac{1}{12}$$

26)

$$\frac{5}{18}$$

27)

$$\frac{5}{9}$$

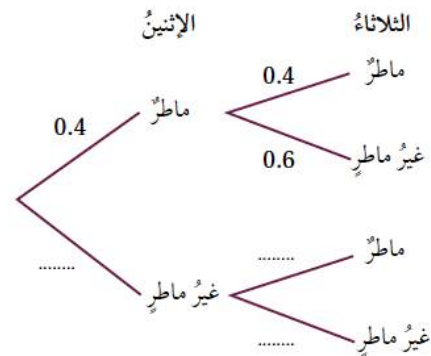
رياضيات العاشر: كتاب الطالب الوحدة الثامنة الدرس: اختبار نهاية الوحدة الصفحة: 150

أمطار: إذا نزل المطر اليوم، فإن احتمال نزوله غداً هو 0.4،

وإذا لم ينزل اليوم، فإن احتمال نزوله غداً هو 0.2.

نزل المطر يوم الأحد:

28 أكمل الفراغ في الشكل الآتي:

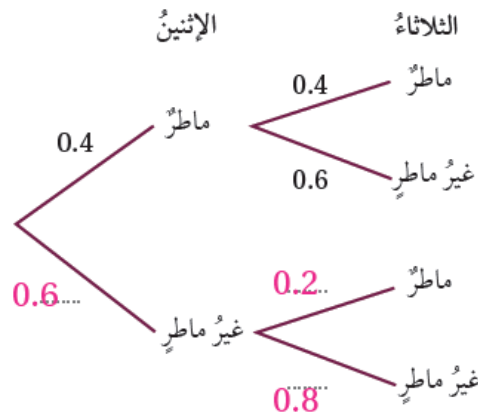


29 أجد احتمال نزول المطر في يوم واحد على الأقل من

اليومين الواردين في الشكل.

الحل:

28)



29)

0.52