أوراق عمل داعمة

الرياضيات

الصف العاشر

10

الفصل الدراسي الثاني

مقدمة

يحتوي هذا الكتيب مجموعة من أوراق العمل تتضمّن تدريبات مراجعة متنوّعة، أُعِدَّت بعناية لمساعدة الطلبة على متابعة تعلّم الوحدة الدّرْسيّة الجديدة بسلاسة ويُسر؛ وقد صُنِّفَتْ هذه التدريبات إلى مستويين: «المستوى الأول»، و«المستوى الثاني».

تعالج تدريبات المستوى الأول أساس المفاهيم الرياضيّة المرتبطة بموضوعات الوحدة التي درسها الطلبة في صفوف سابقة بعيدة عن الصف الحالي، في حين تهدف تدريبات المستوى الثاني إلى تعزيز تدريبات «أستعد لدراسة الوحدة» الواردة في كتاب التمارين.

في بداية كل درس يحدّد المعلم / المعلمة المتطلَّب السابق للتعلم الجديد من تدريبات المستوى الثاني أو صفحات «أستعد لدراسة الوحدة» في كتاب التمارين، ثم يطلب إلى الطلبة حلها مسترشدين بالمثال المحلول الذي يلي كلّ تدريب، وإذا وجدت فجوات تعليمية لدى بعض الطلبة تتجاوز المتطلبات السابقة التي يتضمنها المستوى الثاني في أوراق العمل أو صفحات «أستعد لدراسة الوحدة» فيمكن للمعلم / المعلمة اختيار المعالجة المناسبة من تدريبات المستوى الأول.

قد لا يتمكن بعض الطلبة من إتمام حلّ جميع التدريبات الواردة في هذا الكتيّب أو صفحات «أستعد لدراسة الوحدة» في كتاب التمارين داخل الغرفة الصفية؛ لذا يمكن إكمال حلّها واجبًا منزليًّا، مع الحرص على عرض حلولهم في اليوم التالي على المعلم / المعلمة؛ للحصول على التغذية الراجعة المفيدة.

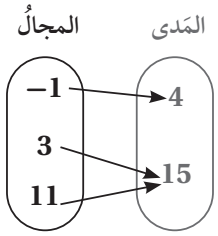
المركز الوطني لتطوير المناهج

الاقترانـاتُ

المستوى الأول

- **تعرّفُ العَلاقةِ، وتحديدُ ما إذا كانَتِ اقترانًا أَمْ لا.**

أُحَدِّدُ مجالَ كلِّ علاقةٍ ممّا يأتي وَمَداها، ثمَّ أُحَدِّدُ ما إذا كانتْ تمثِّلُ اقترانًا أَمْ لا:

1 

2

x	5	2	−7	2	5
y	4	8	9	12	14

3 $\{(-2, 5), (0, 2), (4, 5), (5, 6)\}$

4 $\{(6, 5), (4, 3), (6, 4), (5, 8)\}$

5 $\{(13, 5), (-4, 12), (6, 0), (13, 10)\}$

6 $\{(9.2, 7), (9.4, 11), (9.5, 9.5), (9.8, 8)\}$

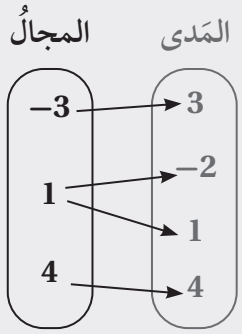
7

x	−3	−1	0	1	2
y	3	−4	5	−2	3

8

x	5	2	−7	2	5
y	4	8	9	12	14

مثالٌ: أُحَدِّدُ مجالَ كلِّ علاقةٍ ممّا يأتي وَمَداها، ثمَّ أُحَدِّدُ ما إذا كانتْ تمثِّلُ اقترانًا أَمْ لا:

a) 

المجالُ: $\{-3, 1, 4\}$ **المَدى:** $\{3, -2, 1, 4\}$

أُلاحِظُ ارتباطَ العنصرِ 1 في المجالِ بالعنصرينِ 2− وَ 1 في المَدى.

إذنْ، لا تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا.

b)

x	5	3	2	0	−4	−6
y	1	3	1	3	−2	2

المجالُ: $\{5, 3, 2, 0, -4, -6\}$ **المَدى:** $\{1, 3, -2, 2\}$

أُلاحِظُ ارتباطَ كلِّ عنصُرٍ في المجالِ بعنصرٍ واحدٍ في المَدى. إذنْ، تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا.

c) {(0, 1), (2, 4), (3, 7), (5, 4)}

المجالُ: $\{0, 2, 3, 5\}$ **المَدى:** $\{1, 4, 7\}$

أُلاحِظُ ارتباطَ كلِّ عنصرٍ في المجالِ بعنصرٍ واحدٍ في المَدى. إذنْ، تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا.

d) {(−4, 2), (6, −1), (0, 0), (−4, 0)}

المجالُ: $\{-4, 6, 0\}$ **المَدى:** $\{2, -1, 0\}$

أُلاحِظُ ارتباطَ العنصرِ 4− في المجالِ بالعنصرينِ 2 وَ 0 في المَدى. إذنْ، لا تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا.

• استعمالُ قوانينِ الأسسِ الصحيحةِ.

أكتبُ كلًّا ممّا يأتي بالصيغةِ الأُسّيّةِ:

9 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

10 $b \times b \times n \times b \times b \times n \times b \times b$

أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمِ كلٍّ ممّا يأتي:

11 $2^3 \times 4^3$

12 $5^2 \times (-2)^2$

13 $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times 3^6$

الاقترانـاتُ

مثالٌ: أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمةِ كلٍّ ممّا يأتي:

a) $(-2)^3 \times (-2)^4$

$(-2)^3 \times (-2)^4 = (-2)^{3+4}$ قاعدةُ ضَرْبِ القُوى

$= (-2)^7$ أجمعُ الأسسَ

$= -128$ تعريفُ الأسسِ

b) $\frac{3^8}{3^7}$

$\frac{3^8}{3^7} = 3^{8-7}$ قاعدةُ قسمةِ القُوى

$= 3$ أطرحُ الأسسَ

c) $(23 \times 5)^2$

$(23 \times 5)^2 = 2^6 \times 5^2$ قاعدةُ قوَّةِ حاصلِ الضربِ

$= 64 \times 25$ تعريفُ الأسسِ

$= 1600$ أضربُ

• حلُّ المعادلاتِ الخطّيّةِ.

أحلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

14 $-2(-6-k) = \frac{1}{4}(k+13)$

$k =$ _____

15 $5 - 7b = -4(b+1) - 3$

$b =$ _____

16 $\frac{2}{5}(x-1) = 15$

$x =$ _____

17 $7(1+3m) = 49$

$m =$ _____

18 $5(3w-4) = 40$

$w =$ _____

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ $\frac{2}{3}(x-5)=-(5+x)$، ثمَّ أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

المعادلةُ الأصليّةُ	$\frac{2}{3}(x-5)=-(5+x)$
أضربُ طَرَفَي المعادلةِ في 3	$2(x-5)=-3(5+x)$
خاصيَّةُ التوزيعِ	$2x-10=-15-3x$
	$+3x \quad +3x$
أجمعُ $3x$ لكِلا الطرفَيْنِ	$5x-10=-15$
	$+10 \quad +10$
أجمعُ 10 لكِلا الطرفَيْنِ	$5x=-5$
	$\div 5 \quad \div 5$
أقسمُ طَرَفَي المعادلةِ على 5	$x=-\frac{5}{5}=-1$

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

أعوّضُ قيمةَ $x=-1$ في المعادلةِ الأصليّةِ	$\frac{2}{3}(-1-5)\stackrel{?}{=}-(5+-1)$
الطرفانِ متساويانِ. إذنْ، الحلُّ صحيحٌ	$-4=-4$ ✓

المستوى الثاني

- **حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ.**

أُحَلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

1. $3x^2+11x+6$
2. $8x^2-30x+7$
3. $6x^2+15x-9$
4. $4x^2-4x-35$
5. $12x^2+36x+27$
6. $6r^2-14r-12$

الاقترانـاتُ

مثالٌ: أُحَلِّلُ كُلًّا ممّا يأتي: $3x^2 - 14x + 8$

بما أنَّ $a = 3, b = -14, c = 8$، فأبحثُ عنْ عددَيْنِ حاصلُ ضربِهما $3 \times 8 = 24$ ومجموعُهُما -14

بما أنَّ b سالبةٌ وَ c موجبةٌ، فَأُنْشِئُ جدولًا أُنَظِّمُ فيهِ أزواجَ عواملِ العددِ 24 السالبةَ، ثمَّ أُحَدِّدُ العامِلَيْنِ اللذَيْنِ مجموعُهُما -14

مجموعُ العامِلَيْنِ	أزواجُ عواملِ العددِ 24
-25	$-1, -24$
-14	$-2, -12$

العاملانِ الصَّحيحانِ

بكتابةِ القاعدةِ $3x^2 - 14x + 8 = 3x^2 + mx + nx + 8$

بتعويضِ $m = -2, n = -12$ $= 3x^2 - 2x - 12x + 8$

بتجميعِ الحدودِ ذاتِ العواملِ المُشتَرَكةِ $= (3x^2 - 2x) + (-12x + 8)$

بتحليلِ كلِّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المُشتَرَكِ الأكبرِ $= x(3x-2) + (-4)(3x-2)$

بإخراجِ $(3x - 2)$ عاملًا مُشتَرَكًا $= (3x-2)(x-4)$

- **تبسيطُ المقاديرِ الأُسّيّةِ باستعمالِ خصائصِ الأسسِ.**

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

7. $(2m^5 n^{11})(m^2 n^4)$
8. $\left((v^2)^6\right)^9$
9. $(5x^3 y^7)^4$
10. $(5a^3 b^4)(ab^2)^7$
11. $(4a^3 b^5)(5a^4 b^{-1})$
12. $\dfrac{45x^3 y^4 z^5}{150x^5 y^4 z^3}$

مثالٌ: أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $(3ry^5)(6r^2y^3)$

$$(3ry^5)(6r^2y^3) = (3\times6)(r\times r^2)(y^5\times y^3)$$ بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيِّراتِ

$$= (3\times6)(r^{1+2})(y^{5+3})$$ ضربُ القوى

$$= 18r^3y^8$$ بالتبسيطِ

b) $\left((x^2)^5\right)^8$

$$\left((x^2)^5\right)^8 = (x^{2\times5})^8$$ قوَّةُ القوَّةِ

$$= (x^{10})^8$$ بالتبسيطِ

$$= x^{10\times8}$$ قوَّةُ القوَّةِ

$$= x^{80}$$ بالتبسيطِ

c) $(-2a^2b)^3$

$$(-2a^2b)^3 = (-2)^3(a^2)^3b^3$$ قوَّةُ ناتجِ الضربِ

$$= -8a^6b^3$$ بالتبسيطِ

d) $(4x^5y^3)(-3xy^5)^2$

$$(4x^5y^3)(-3xy^5)^2 = (4x^5y^3)((-3)^2(x)^2(y^5)^2)$$ قوَّةُ ناتجِ الضربِ

$$= (4x^5y^3)(9x^2y^{10})$$ قوَّةُ القوَّةِ

$$= (4\times9)(x^5\times x^2)(y^3\times y^{10})$$ بإعادةِ تجميعِ الثوابتِ والمُتغيِّراتِ

$$= 36x^7y^{13}$$ ضربُ القوى

- **جمعُ المقاديرِ الجبريةِ النسبيةِ وَطرحُها.**

أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

13 $\frac{2x}{x^2(2x+5)} + \frac{5}{x^2(5+2x)}$

14 $\frac{5y}{6b^2 a} + \frac{3b^2}{8a^2}$

15 $\frac{5}{8x+8} + \frac{x-4}{12x^2+4x-8}$

16 $\frac{1}{3y^2 d} + 2y$

17 $\frac{1}{8c^3 d^2} - \frac{3}{c^2 d^5}$

18 $\frac{2r+4}{r-3} - \frac{1-4r}{2-r}$

مثالٌ: أكتبُ كُلًّا ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

a) $\frac{y}{x(y-1)} - \frac{1}{x(y-1)}$

$$\frac{y}{x(y-1)} - \frac{1}{x(y-1)} = \frac{y-1}{x(y-1)}$$ بجمعِ البسطَينِ

$$= \frac{\cancel{y-1}}{x\cancel{(y-1)}} = \frac{1}{x}$$ بالتبسيطِ

b) $\frac{2x}{3y^3} + \frac{5b}{6x^2 y}$

$$\frac{2x}{3y^3} + \frac{5b}{6x^2 y} = \frac{2x}{3y^3} \times \frac{2x^2}{2x^2} + \frac{5b}{6x^2 y} \times \frac{y^2}{y^2}$$ بتوحيدِ المقامَينِ باستعمالِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لهُما، وهوَ: $6x^2 y^3$

$$= \frac{4x^3}{6x^2 y^3} + \frac{5b y^2}{6x^2 y^3}$$ بالضربِ

$$= \frac{4x^3 + 5b y^2}{6x^2 y^3}$$ بجمعِ البسطَينِ

c) $\dfrac{3x-2}{x^2+4x-12}-\dfrac{5}{2x+12}$

$$\frac{3x-2}{x^2+4x-12}-\frac{5}{2x+12}=\frac{3x-2}{(x+6)(x-2)}-\frac{5}{2(x+6)}$$ بتحليلِ المقامَينِ إلى عواملِهما

$$=\frac{3x-2}{(x+6)(x-2)}\times\frac{2}{2}-\frac{5}{2(x+6)}\times\frac{x-2}{x-2}$$ بتوحيدِ المقاماتِ باستعمالِ المضاعفِ المشتركِ الأصغرِ لها، وهوَ: $2(x+6)(x-2)$

$$=\frac{6x-4-5x+10}{2(x+6)(x-2)}$$ بطرحِ البسطَينِ

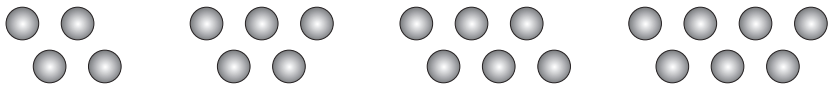
$$=\frac{x+6}{2(x+6)(x-2)}$$ بالتبسيطِ

$$=\frac{\cancel{x+6}}{2\cancel{(x+6)}(x-2)}$$ بقسمةِ كلٍّ منَ البسطِ والمقامِ على $(x+6)$

$$=\frac{1}{2(x-2)}$$ بالتبسيطِ

• إيجادُ الحدِّ العامِّ لمُتتاليةٍ.

في ما يأتي نَمَطٌ هندسِيٌّ يشكِّلُ عددُ الدوائرِ فيهِ متتاليةً:



النموذجُ (1) النموذجُ (2) النموذجُ (3) النموذجُ (4)

19 أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ.

20 أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.

21 ما عددُ الدوائرِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 12؟

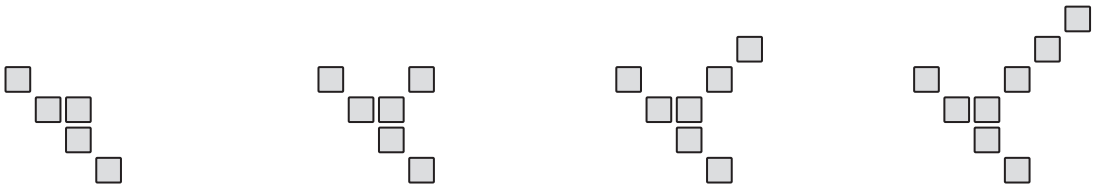
الاقتراناتُ

في ما يأتي نَمَطانِ هنْدَسِيّانِ، يُشكِّلُ عددُ المُربَّعاتِ في كُلٍّ منهما مُتَتالِيةً. أجدُ الحَدَّ العامَّ لكُلٍّ منهُما، ثُمَّ أرسُمُ الحَدَّ العاشِرَ.

22

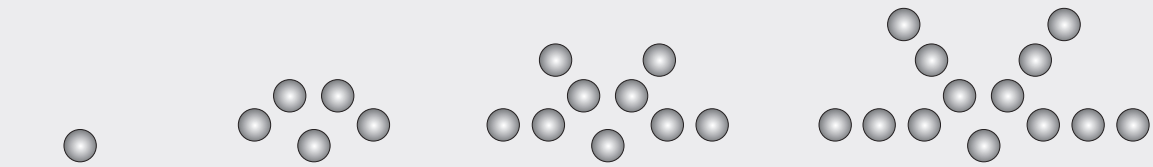
الشَّكْلُ (1) الشَّكْلُ (2) الشَّكْلُ (3) الشَّكْلُ (4)

23



الشَّكْلُ (1) الشَّكْلُ (2) الشَّكْلُ (3) الشَّكْلُ (4)

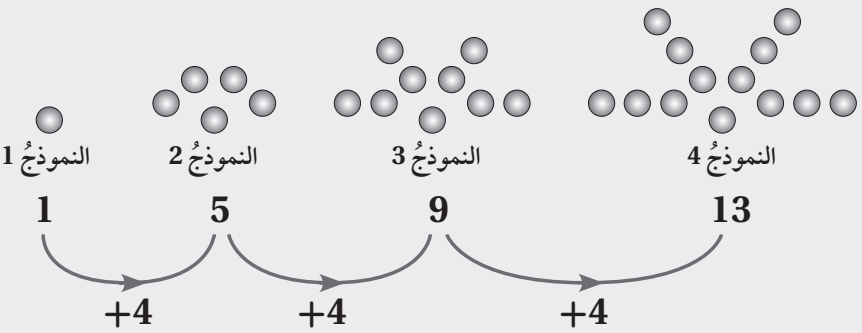
مثالٌ: في ما يأتي نَمَطٌ هندسِيٌّ يشكِّلُ عددُ الدوائرِ فيهِ متتاليةً:



النموذجُ الأوّلُ النموذجُ الثاني النموذجُ الثالثُ النموذجُ الرابعُ

a) أجدُ القاعدةَ التي تربطُ كلَّ حدٍّ في المتتاليةِ بالحدِّ الذي يليهِ:

بالانتقالِ منَ الحدِّ إلى الحدِّ الذي يليهِ، أجدُ أنَّ 4 دوائرَ قدْ أُضيفَتْ. إذنْ، كلُّ حدٍّ أكبرُ منَ الحدِّ الذي يسبِقُهُ بِـ 4.



b) أكتبُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ.

تــزدادُ الحدودُ في المتتاليةِ بمقدارِ 4، وهذا يذكِّرُني بجدولِ ضربِ العددِ 4؛ إذْ إنَّ الفرقَ بينَ كلِّ ناتجَيْنِ يســاوي 4، لكــنَّ حدودَ المتتاليةِ أقلُّ بمقدارِ 3 منَ النواتجِ في جدولِ ضربِ العــددِ 4. إذنْ، قاعدةُ الحدِّ العامِّ هيَ: أضربُ رتبةَ الحدِّ في 4، ثمَّ أطرحُ 3.

رُتبةُ الحدِّ				الحدُّ
1	× 4	4	−3	1
2	× 4	8	−3	5
3	× 4	12	−3	9
4	× 4	16	−3	13

c) ما عددُ الدوائرِ في الحدِّ الذي رتبتُهُ 15؟

لإيجادِ عددِ الدوائــرِ، فإنَّني أطبِّقُ قاعدةَ الحدِّ العامِّ على الحدِّ الذي رتبتُــهُ 15؛ أضربُ الرتبَةَ في 4، ثمَّ أطرحُ 3 منَ الناتجِ.

الرُّتبةُ				الحدُّ
15	× 4	60	−3	57

المستوى الأول

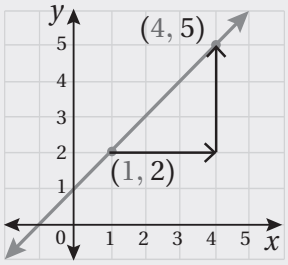
إيجادُ ميلِ المستقيمِ.

أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتَينِ ممّا يأتي:

1. $(3, 3), (5, 7)$
2. $(6, 1), (4, 3)$
3. $(-2, -6), (-2, 6)$
4. $(5, -7), (0, -7)$
5. $(-1, 0), (0, -5)$
6. $(4, 1), (12, 8)$
7. $(-1, 2), (3, 5)$
8. $(-1, -2), (-4, 1)$
9. $(1, 2), (-3, 2)$
10. $(1, 5), (1, -4)$

مثالٌ: أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتَينِ ممّا يأتي:

a) (1, 2), (4, 5)



صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

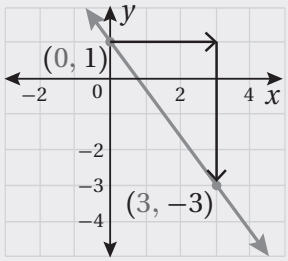
أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 2)$

وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(4, 5)$ $= \dfrac{5 - 2}{4 - 1}$

أُبسِّطُ $= \dfrac{3}{3} = 1$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 1

b) (1, 2), (4, 5)



صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

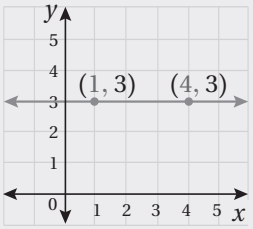
أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(0, 1)$

وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(3, -3)$ $= \dfrac{-3 - 1}{3 - 0}$

أُبسِّطُ $= -\dfrac{4}{3}$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو $-\dfrac{4}{3}$

c) (1, 3), (4, 3)



صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

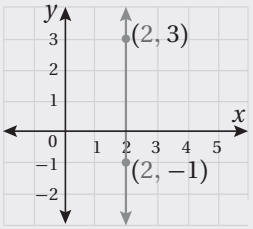
أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 3)$

وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(4, 3)$ $= \dfrac{3 - 3}{4 - 1}$

أُبسِّطُ $= \dfrac{0}{3} = 0$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 0

d) (2, 3), (2, −1)



صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 3)$

وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(2, -1)$ $= \dfrac{-1 - 3}{2 - 2}$

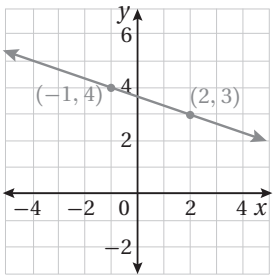
أُبسِّطُ $= \dfrac{-4}{0}$

إذنْ، ميلُ هذا المستقيمِ غيرُ مُعرَّفٍ.

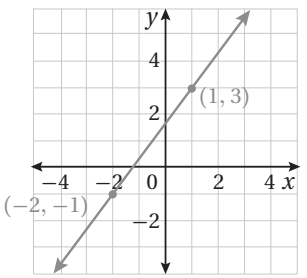
• إيجادُ معادلةِ مستقيمٍ ممثَّلٍ بيانيًّا.

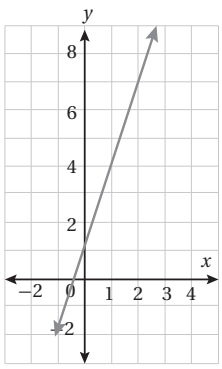
أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المُمَثَّلِ بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:

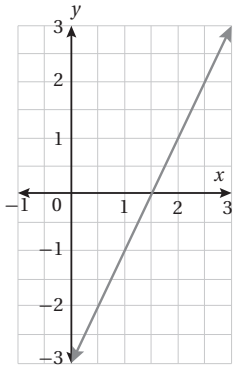
11

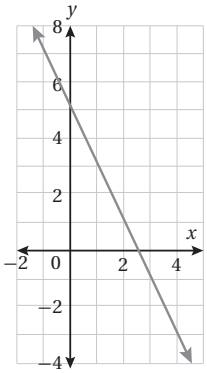


12

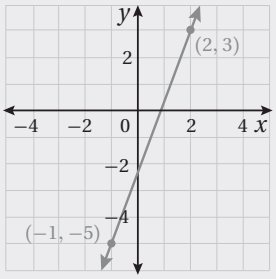


13


14


15


مثالٌ: أكتبُ معادلةَ المستقيمِ المُمَثَّلِ بيانيًّا في الشكلِ المجاورِ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ:



الخُطوةُ 1 أجدُ الميلَ.

أختارُ نقطتينِ على المستقيمِ وأجدُ الميلَ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـ $(-1, -5)$ وعن (x_2, y_2) بـ $(2, 3)$ $= \frac{3 - (-5)}{2 - (-1)}$

أُبسّطُ $= \frac{8}{3}$

الخُطوةُ 2 أعوّضُ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

أعوّضُ الميلَ وإحداثياتِ إحدى النقطتَينِ في صيغةِ الميلِ ونقطةٍ.

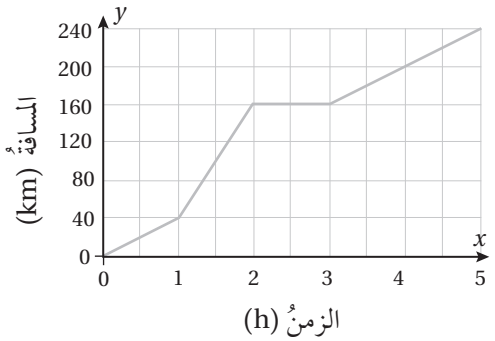
صيغةُ الميلِ ونقطةٍ $y - y_1 = m(x - x_1)$

أعوّضُ $m = \frac{8}{3}, (x_1, y_1) = (2, 3)$ $y - 3 = \frac{8}{3}(x - 2)$

إذنْ، معادلةُ المستقيمِ $y - 3 = \frac{8}{3}(x - 2)$

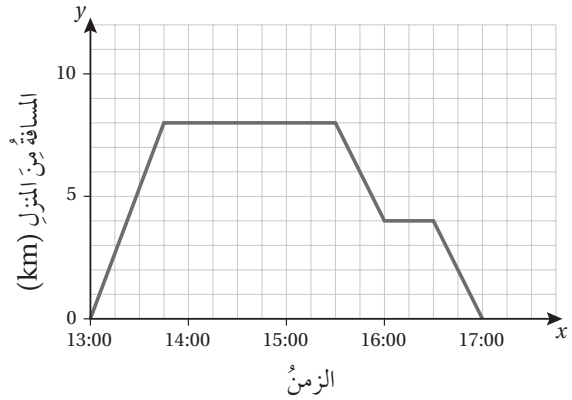
• وصفُ حركةِ الجسمِ، وإيجادُ السرعةِ باستعمالِ الميلِ.

يُبَيِّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ رحلةَ بهاءٍ بسيارتِه منْ مدينةِ الكركِ متَّجِهًا إلى عملِه في مدينةِ العقبةِ عبرَ طريقِ الغورِ الأردنيِّ.



1. ما المسافةُ بينَ مدينةِ الكركِ ومدينةِ العقبةِ؟
2. ما المدّةُ الزمنيّةُ التي استغرقَها لأخذِ استراحةٍ؟
3. أحسُبُ سرعةَ السيارةِ في الجزءِ الأخيرِ منَ الرحلةِ.
4. إذا وصلَ بهاءٌ مدينةَ العقبةِ الساعةَ 1 p.m.، ففي أيِّ ساعةٍ انطلقَ منْ مدينةِ الكركِ؟

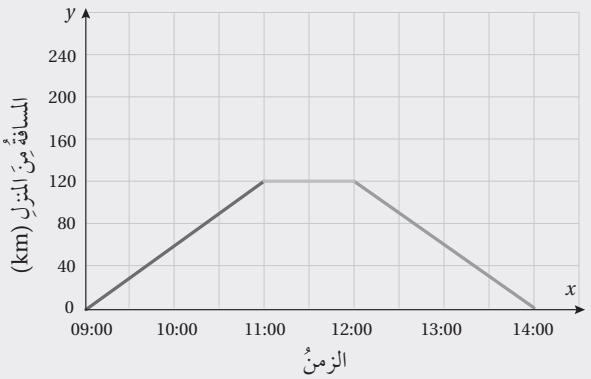
يبينُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ رحلةَ زيدٍ على دراجتِه منْ منزلِه إلى المَرْكَزِ الثقافيِّ، وفي طريقِ عودتِه إلى المنزلِ توقَّفَ عندَ أحدِ المحالِّ التجاريةِ.



5. في أيِّ ساعةٍ غادرَ زيدٌ المنزلَ؟
6. كمْ كيلومترًا يبعدُ المركزُ الثقافيُّ عَنْ منزلِ زيدٍ؟
7. كمْ كيلومترًا يبعدُ المحلُّ التجاريُّ عنْ منزلِ زيدٍ؟
8. كمْ أمضى زيدٌ منَ الوقتِ في المركزِ الثقافيِّ؟
9. أجدُ سرعةَ زيدٍ في المدّةِ الزمنيةِ 15:30–16:00

المشتقاتُ

مثالٌ: يُبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ رحلةَ أحمدَ بسيارتِه منْ منزلِه إلى مطارِ الملكةِ علياءَ الدوليِّ ليستقبلَ أخاهُ العائدَ منَ السفرِ، حيثُ مكثَ بعضَ الوقتِ في المطارِ مُنتظرًا وصولَ أخيهِ، ثمَّ عادا معًا إلى المنزلِ.



a) في أيِّ ساعةٍ غادرَ أحمدُ منزلَهُ؟

غادرَ أحمدُ منزلَه الساعةَ 9:00 عندَما بدأَ التمثيلُ البيانيُّ الحركةَ منَ المستوى الأفقيِّ.

b) ما المسافةُ بينَ منزلِ أحمدَ ومطارِ الملكةِ علياءَ الدوليِّ؟

أصبحَ مُنحنى المسافةِ – الزمنِ بينَ الساعةِ 11:00 والساعةِ 12:00 أفقيًّا، ما يعني أنَّ المسافةَ بينَ أحمدَ ومنزلِه لا تتغيّرُ في هذهِ المُدَّةِ، إذنْ يكونُ أحمدُ عندَها قَدْ وصلَ إلى المطارِ، وهذا يدلُّ على أنَّ المطارَ يبعدُ عنْ منزلِ أحمدَ 120 km

c) كمْ أمضى أحمدُ مِنَ الوقتِ في المطارِ؟

تقعُ القطعةُ الأفقيةُ منَ المُنحنى بينَ الساعةِ 11:00 والساعةِ 12:00 وطولُها يساوي الزمنَ الذي أمضاهُ أحمدُ في المطارِ. إذنْ، أمضى أحمدُ ساعةً واحدةً في المطارِ.

d) أجدُ سرعةَ السيارةِ في المدّةِ الزمنيةِ: 9:00–11:00

لِأَجِدَ سرعةَ السيارةِ في المُدّةِ الزمنيةِ 11:00–9:00؛ يتطلّبُ أنْ أجِدَ ميلَ المستقيمِ في هذهِ المُدّةِ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عَنْ (x_1, y_1) بـ $(9, 0)$ وعَنْ (x_2, y_2) بـ $(11, 120)$ $= \frac{120 - 0}{11 - 9}$

أُبسّطُ $= \frac{120}{2} = 60$

بما أنَّ ميلَ المستقيمِ هو 60، إذنْ سرعةُ السيارةِ في المدّةِ الزمنيّةِ 11:00 – 9:00 تساوي 60 km/ h

e) أجدُ سرعةَ السيارةِ في المدّةِ الزمنيّةِ 14:00–12:00، ثمَّ أُبيّنُ ماذا تمثّلُ.

صيغةُ الميلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عَنْ (x_1, y_1) بِـ $(12, 120)$ وعَنْ (x_2, y_2) بِـ $(14, 0)$ $= \frac{0 - 120}{14 - 12}$

أُبسّطُ $= \frac{-120}{2} = -60$

بما أنَّ ميلَ المستقيمِ هو 60–؛ فإنَّ القيمةَ السالبةَ للميلِ تعني أنَّ أحمدَ بدأَ بالعودةِ إلى المنزلِ الساعةَ 12:00 بسرعةٍ ثابتةٍ مقدارُها 60 km/ h، ووصلَ إلى منزلِه الساعةَ 14:00

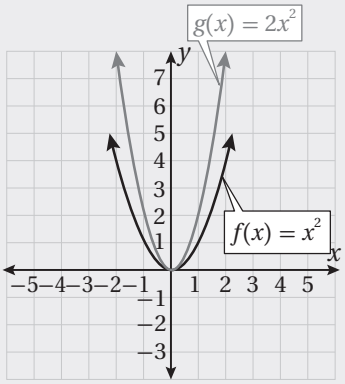
- **إيجادُ قاعدةِ الاقترانِ تحتَ تأثيرِ التمدّدِ.**

أَصِفُ كيفَ يرتبطُ مُنحنى كلِّ اقترانٍ ممّا يأتي بِمُنحنى الاقترانِ الرئيسِ $f(x) = x^2$، ثمَّ أُمَثِّلُهُ بيانيًّا:

10. $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$
11. $g(x) = -2x^2 - 4$
12. $g(x) = 3(x + 1)^2$
13. $v(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 3$
14. $u(x) = \frac{1}{4}(x + 2)^2 - 4$
15. $l(x) = \frac{1}{4}x^2$
16. $m(x) = 2x^2 - 3$
17. $h(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 1$
18. $f(x) = 2(x - 1)^2$

مثالٌ: أَصِفُ كيفَ يرتبطُ مُنحنى كلِّ اقترانٍ ممّا يأتي بِمُنحنى الاقترانِ الرئيسِ $f(x) = x^2$، ثمَّ أُمَثِّلُهُ بيانيًّا:

a) $g(x) = 2x^2$

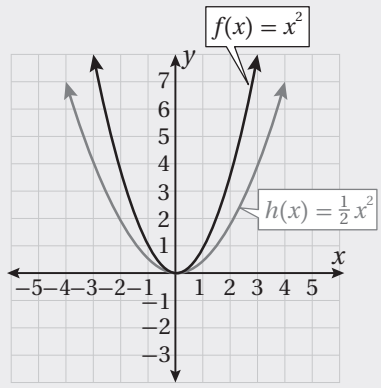


مُنحنى $g(x)$ هُوَ توسيعٌ رأسيٌّ لِمُنحنى $f(x) = x^2$ بمعاملٍ مقدارُهُ 2

لتمثيلِ مُنحنى $g(x)$ بيانيًّا أَتَّبِعُ الإجراءاتِ الآتيةَ:

- أختارُ مجموعةً مِنَ النقاطِ تقعُ على مُنحنى $f(x) = x^2$.
- أضربُ الإحداثِيَّ y للنقاطِ التي اخترتُها في 2
- أُمَثِّلُ النقاطَ الجديدةَ في المُستوى الإحداثِيِّ، ثمَّ أَصِلُ بينها بمُنحنًى أملَسَ، كما يظهَرُ في الشكلِ المُجاورِ.

b) $h(x) = 2x^2$



مُنحنى $h(x)$ هُوَ تضييقٌ لِمُنحنى $f(x) = x^2$ بمعاملٍ مقدارُهُ $\frac{1}{2}$

لتمثيلِ مُنحنى $h(x)$ بيانيًّا أَتَّبعُ الإجراءاتِ الآتيةَ:

- أختارُ مجموعةً مِنَ النقاطِ التي تقعُ على مُنحنى $f(x) = x^2$.
- أضربُ الإحداثِيَّ y للنقاطِ التي اخترتُها في $\frac{1}{2}$
- أُمَثِّلُ النقــاطَ الجديدةَ في المُســتوى الإحداثِيِّ، ثــمَّ أَصِلُ بينها بمُنحنًى أملَسَ، كما يظهَرُ في الشكلِ المُجاورِ.

- **تحديدُ القيمةِ العُظمى والصُّغرى للاقترانِ التربيعيِّ.**

أجدُ رأسَ ومُعادلةَ محورِ التّماثُلِ، والقيمةَ العُظمى أوِ الصُّغرى ومجالَ ومَدى الاقتراناتِ التربيعيَّةِ الآتيةِ:

19 $f(x) = 2x^2 - 2x + 8$

20 $f(x) = -3x^2 + 12x + 9$

21 $f(x) = 3x^2$

22 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

23 $f(x) = -x^2 + 5$

24 $f(x) = x^2 + 3$

25 $f(x) = 3x^2 + 6x - 2$

26 $f(x) = -8x + 2x^2$

27 $f(x) = -2x^2 - 6x + 4$

28 $f(x) = 5 + 16x - 2x^2$

29 $f(x) = -2(x-4)^2 - 3$

مثالٌ: أجدُ القيمةَ العُظمى أَوِ الصُّغرى والمجالَ والمَدى واتجاهَ الفتحةِ للاقترانِ $f(x) = x^2 + 6x + 9$

في الاقترانِ $f(x)$: $a = 1, b = 6$

بمـــا أنَّ $a > 0$ فالتمثيلُ البيانيُّ للاقتـــرانِ التربيعيِّ يكونُ مفتوحًا للأعلى، ويكونُ للاقتـــرانِ قيمةٌ صُغرى يمكنُ إيجادُها كالآتي:

الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ الإحداثِيَّ x للرأسِ.

الإحداثيُّ x للرأسِ $\quad x = -\frac{b}{2a}$

بتعويضِ $a = 1, b = 6$ $\quad = -\frac{6}{2(1)}$

بالتبسيطِ $\quad = -3$

الخُطْوَةُ 2 أَجِدُ الإحداثِيَّ y للرأسِ.

الاقترانُ المُعطى $\quad f(x) = x^2 + 6x + 9$

بتعويضِ $x = -3$ $\quad f(-3) = (-3)^2 + 6(-3) + 9$

بالتبسيطِ $\quad = 0$

إذنْ، القيمةُ الصُّغرى للاقترانِ هِيَ 0

المجالُ: جميعُ الأعدادِ الحقيقيَّةِ أوِ الفترةِ $(-\infty, \infty)$.

المَدى: $\{y \mid y \geq 0\}$ أوِ الفترةِ $[0, \infty)$.