الوحدةُ (3) حَلُّ المعادلاتِ

1

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا

- أحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بيانيًّا.

2

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (1)

- أحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بالتحليل.

3

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (2)

- أحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على الصورةِ

$ax^2 + bx + c = 0$

4

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بإكمالِ المربعِ

- أحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بإكمالِ المربعِ.

5

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

- أحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ باستعمال القانون العامِّ.

6

حَلُّ معادلاتٍ خاصةٍ

- أحُلُّ معادلاتٍ أسُّ المتغيرِ فيها عددٌ صحيحٌ موجبٌ أكبرُ من 2.

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا

1

النتاجاتُ: • أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بيانيًّا.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا

أولًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا

أتذكرُ

المعادلةُ: هي جملةٌ تتضمنُ رمز مساواةٍ تدلُ على تساوي المقدارينِ في طرفيها، وقد تتضمن أعدادًا ومتغيراتٍ مثل: x, y

حلُّ المعادلةِ: هو قيمةٌ عدديةٌ للمتغيرِ تجعلُ المساواة صحيحةً.

مثال: (المعادلةُ) $2x + 1 = 5$ فإن (حلّ المعادلةِ) $x = 2$.

أتعلمُ

المعادلةُ التربيعيةُ: هي معادلةٌ يمكنُ كتابتُها على الصورةِ: $ax^2 + bx + c = 0$، حيث $a \neq 0$.

حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ بيانيًّا: هو تحديدُ القيمِ التي يقطعُ عندها منحنى الاقترانِ المرتبط المحورَ x، وتسمى تلك القيمُ جذورَ المعادلةِ أو أصفارَ الاقتران.

مثالٌ: (المعادلةُ التربيعيةُ) $x^2 - 2x - 8 = 0$ فإن (حلّ المعادلةِ التربيعية) $x = -2, 4$

لحلّ معادلةٍ تربيعيةٍ يمكنُ استعمالُ إحدى الطريقتين:

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بيانيًّا:

1- أكتب المعادلة بالصورةِ القياسيةِ $ax^2 + bx + c = 0$

2- أمثلُ بيانيًّا الاقترانَ المرتبطَ $f(x) = ax^2 + bx + c$

3- أجدُ القيمَ التي يقطعُ عندَها المنحنى المحورَ x

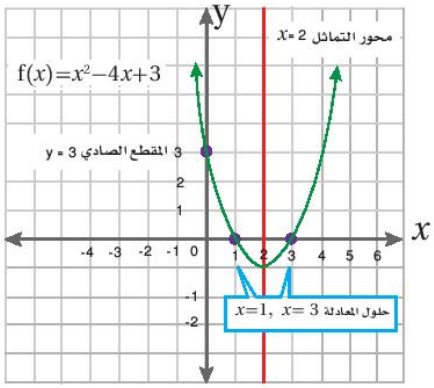
حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ جبريًّا:

1- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ.

2- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بإكمالِ المربعِ.

3- حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

1) أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 - 4x = -3$ بيانيًّا:



الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ: $x^2 - 4x + 3 = 0$

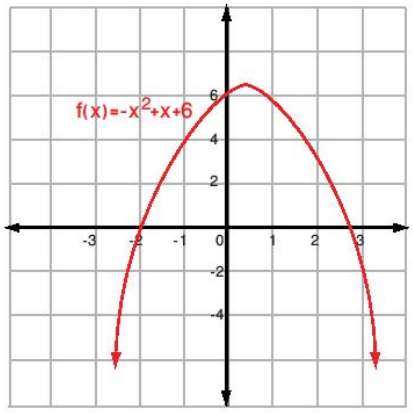
أمثّلُ الاقترانَ المرتبطَ بيانيًّا: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

ألاحظُ أن القيمَ التي يقطعُ عندها المنحنى المحورَ x:

$x = 1,\ x = 3$

إذن: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ هو $x = 1,\ x = 3$

2) أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x - x^2 = -6$ بيانيًّا:



الصورةُ القياسيةُ للمعادلةِ: .....

أمثّلُ الاقترانَ المرتبطَ بيانيًّا: $f(x)$ =.....

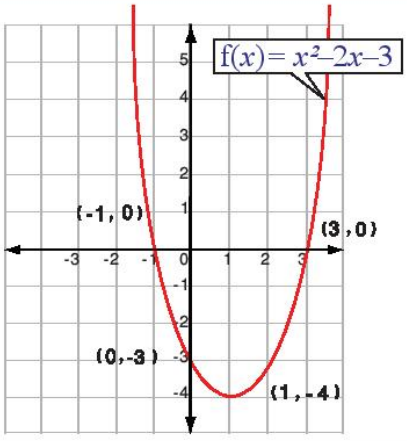
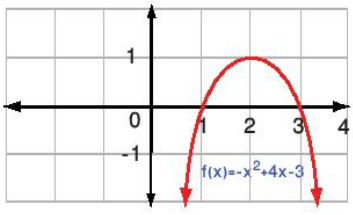
ألاحظُ أن القيمَ التي يقطعُ عندها المنحنى المحورَ x:

x =....., x =.....

إذن: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ

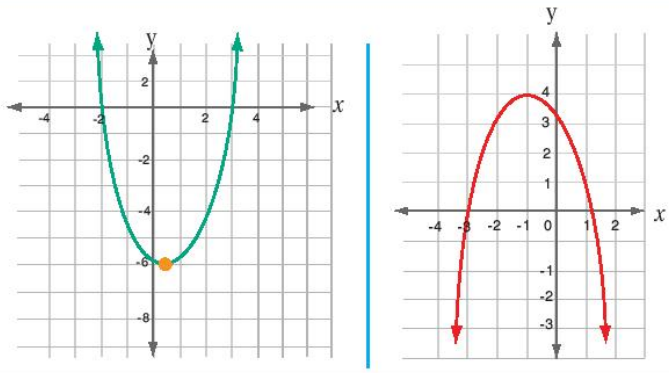
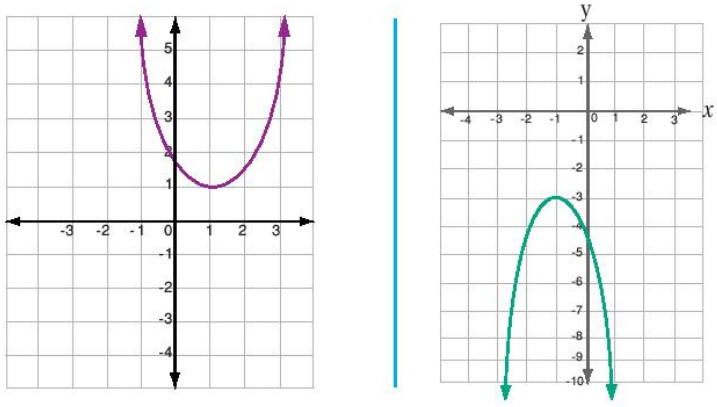
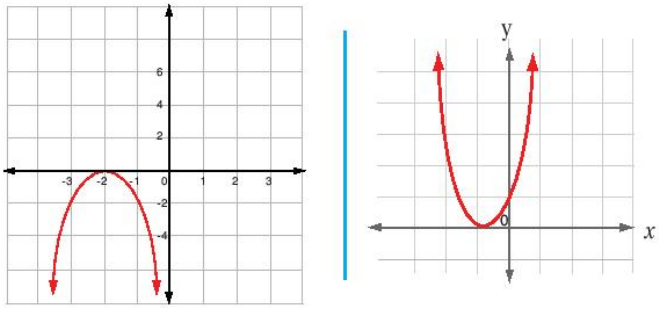
هو x =....., x =.....

3) أكتبُ حلولَ المعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ بيانيًّا:

تمثيلُ الاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ بيانيًّا	حَلُّ المعادلةِ
	x_1 =..... x_2 =.....
	x_1 =..... x_2 =.....

ثانيًا: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ

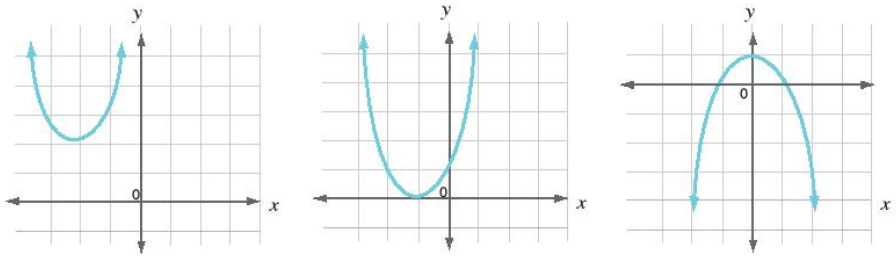
1) أحددُ عددَ قيمِ x التي تمثلُ حلولًا للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ (أصفار الاقترانِ، جذورُ المعادلةِ)، ثم أبررُ إجابتي:

منحنى الاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ	حلولُ المعادلةِ
	عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): ..... التبريرُ: .....
	عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): ..... التبريرُ: .....
	عددُ الحلولِ (عددُ قيمِ x): ..... التبريرُ: .....

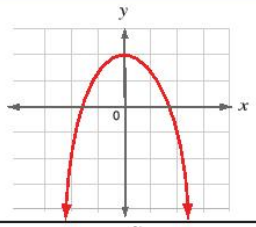
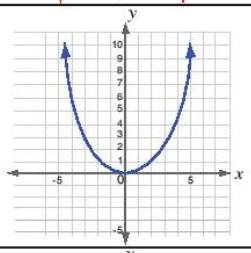
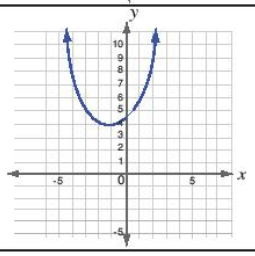
أتعلمُ

يمكنُ أن يكونَ للمعادلةِ التربيعية **حلان حقيقيانِ مختلفانِ**، أو **حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ**، أو ألا **يكونَ لها حلولٌ حقيقيةٌ**.

2) أحددُ التمثيلَ البيانيَّ للاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ التي لا يوجدُ لها حَلٌّ حقيقيٌّ.



3) أصلُ العمودَ الأولَ بما يناسبُه في العمودِ الثاني:

التمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ المرتبطِ بالمعادلةِ التربيعيةِ	عددُ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ
	0
	1
	2

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أجدُ حلَّ معادلةٍ تربيعيةٍ بيانيًّا ( ).		

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (1)

2

النتاجاتُ: • أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بالتحليلِ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أولًا: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

بعضُ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
2 أوْ أكثرُ	إخراجُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	
2	الفرقُ بَيْنَ مربعَينِ	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
3	مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	$x^2 + bx + c$	$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ $m + n = b$ and $mn = c$
4 أوْ أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$

1) أحلُّ المقدارَ الجبريَّ $6x^2 + 8x$:

الخطوةُ (1) أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: $2x$؛

لأنَّ $6x^2 = 2 \times 3 \times x \times x$, $8x = 2 \times 2 \times 2 \times x$

الخطوةُ (2) أخرجُ المقدارَ $(2x)$ عاملًا مشتركًا: $2x\,(3x+4)$

الخطوةُ (3) هل المقدارُ الجبريُّ $6x^2 + 8x = 2x(3x + 4)$ تمَّ تحليلُه تحليلًا كاملًا؟ أبررُ إجابتي.

نعمْ؛ لأنَّه تمَّ كتابةُ كلِّ حدٍّ من الحدودِ الجبريةِ للمقدارِ بالصورةِ التحليليةِ.

إذنْ، تمَّ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ تحليلًا كاملًا.

أتذكرُ

حينَ لا تساوي قيمةُ العاملِ المشتركِ الأكبرُ حدودَ المقدارِ الجبريِّ 1، فإنَّ من الأسهلِ البدءَ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، ثمَّ اختيارَ طريقةِ التحليلِ المناسبةِ.

2) أحلُّ المقدارَ الجبريَّ $x^2 - 6x + 8$:

الخطوةُ (1) أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: 1

الخطوةُ (2) أختارُ طريقةَ التحليلِ المناسبةَ: تحليلُ ثلاثيةِ الحدودِ

$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

$m + n = b$ and $mn = c$

بما أنَّ $c = 8$، و $b = -6$، فيجبُ إيجادُ عددينِ سالبينِ مجموعُهما ..... وحاصلُ ضربِهما .....

أتذكرُ

إذا كانتْ c موجبةً، وb سالبةً في ثلاثيِّ الحدودِ $x^2 + bx + c$، فإنَّ لكلٍّ من m, n إشارةً سالبةً.

الخطوةُ (3) أنشىءُ جدولًا، وأنظمُ فيه عوامل العددِ 8 السالبة، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 6-:

العاملانِ الصحيحان	$-2, -4$	$-1, -8$
	-6	-9
	مجموعُ العاملَينِ	أزواجُ عواملِ العددِ 8 السالبةُ

الخطوةُ (4) أكتبُ القاعدة: $x^2 - 6x + 8 = (x + \mathbf{m})(x + \mathbf{n})$

الخطوةُ (5) أعوضُ m= -2, n= -4 $= (\ldots\ldots\ldots)(\ldots\ldots\ldots)$

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1 $x^2 + 3x + 2$ 2 $2x^2 + 14x + 24$

ثانيًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

1) أحلُّ المعادلةَ $4x^2 + 20x + 25 = 0$ بالتحليلِ

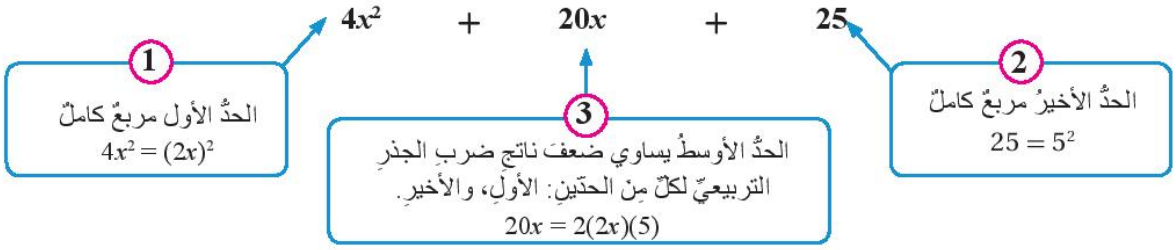
أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:

$4x^2 + 20x + 25 = 0$

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ: إذا كان حاصلُ ضربِ عددينِ حقيقيينِ صفرًا، فإن أحدَهما على الأقلِّ يجبُ أنْ يكونَ صفرًا، **مثالٌ:** $x(x + 1) = 0$، فإن إما $x = 0$، أو $x + 1 = 0$.

ألاحظُ

المقدارُ الجبريُّ $4x^2 + 20x + 25$ يتكونُ من 3 حدودٍ؛ أختارُ تحليلهُ بإحدى الطرائقِ الثلاثِ: (إخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، أو مربعٍ كاملٍ ثلاثيٍّ، أو تحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ $x^2 + bx + c$)؛ وبما أنَّ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الجبريةِ الثلاثةِ هو 1؛ فلا يمكنُ استعمالُ الطريقةِ الأولى، فأتحققَ من شروطِ طريقةِ تحليلِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ.



إذنْ، أحللُ المقدارَ الجبريَّ باستعمالِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ:

مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ هو: $4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2 = (2x + 5)(2x + 5)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وبما أنَّ العاملينِ متساويان فأحلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بين القوسين):

$4x^2 + 20x + 25 = 0$
$(2x + 5)^2 = 0$
$2x + 5 = 0$
$x = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$

إذنْ، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويان (حَلٌّ واحدٌ) هو: $-2\frac{1}{2}$

لحلّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ، أتبعُ الخطواتِ الآتية:

الخطوةُ (1) أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ.

الخطوةُ (2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين.

الخطوةُ (3) أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةِ الضربِ الصفريِّ)، وأحلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ.

حلولُ المعادلةِ التربيعيةِ هي حلولُ المعادلتينِ الخطيتينِ.

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2 = 12x - 36$

الخطوةُ (1) أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ:

.....

الخطوةُ (2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين:

- أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: .....
- هل الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ؟ .....
- هل الحدُّ الأوسطُ يساوي $2(x)(6)$؟ .....
- هل الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ .....
- هل يمكنُ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ باستعمالِ طريقةِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ؟ .....
- أحللُ المقدارَ الجبريَّ: $x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2 = (x - 6)(x - 6)$

(وبما أن العاملين متساويان أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، فأحُلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بين القوسين):

.....

.....

إذن، للمعادلةِ جذرانِ حقيقيانِ متساويانِ (حَلٌّ واحدٌ) هو: .....

3) أحُلُّ المعادلتينِ التربيعيتينِ الآتيتينِ:

1) $x^2 + 6x + 9 = 0$

2) $9x^2 - 42x + 49 = 0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجه الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحللُ المقاديرَ الجبرية ( ).		• أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ جبريًّا ( ).

3 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (2)

النتاجاتُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على صورةِ $ax^2 + bx + c = 0$.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ على صورةِ $ax^2 + bx + c = 0$

أولًا: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ بتجميعِ الحدودِ

أتذكرُ

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
4 أَوْ أكثرُ	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ	$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$

1) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $x - 2x^2 - 18x + 9$

أُجمّع الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

أخرجُ $(1-2x)$ عاملًا مشتركًا

$$x - 2x^2 - 18x + 9 = (x - 2x^2) + (-18x + 9)$$
$$= x(1- 2x) + 9(-2x + 1)$$
$$= (1- 2x)(x + 9)$$

أتذكرُ

$-2x + 1 = 1 - 2x$

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $2x^2 - 12x + 42 - 7x$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

أخرجُ $(2x-7)$ عاملًا مشتركًا

$2x^2 - 12x + 42 - 7x = (\ldots\ldots) + (\ldots\ldots)$
$= 2x(\ldots\ldots) - 7(\ldots\ldots)$
$= (\ldots\ldots)(\ldots\ldots)$

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1. $x^2 + 5x - x - 5$
2. $3x^2 + 15x - 4x - 20$

ثانيًا: تحليلُ ثلاثيِّ الحدودِ $ax^2 + bx + c$

أتذكرُ

طرائقُ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

عددُ الحدودِ الجبريةِ	طريقةُ التحليلِ	
3	$x^2 + bx + c$	$x^2 + bx + c = (x+m)(x+m)$ $m+n = b$ and $mn = c$

أتذكرُ

طرائقُ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

لتحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ $ax^2 + bx + c$ ، أجِدُ عددَيْنِ صحيحَيْنِ m و n حاصلُ ضربِهما يُساوي (ac)، ومجموعُهما يُساوي b، ثمَّ أكتبُ $ax^2 + bx + c$ على الصورةِ $ax^2 + mx + nx + c$ ، ثمَّ أُحَلِّلُ بتجميعِ الحدودِ.

1) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $2x^2 + 5x + 3$

بما أنَّ $c = 3$، و $b = 5$، و $a = 2$، فيجبُ إيجادُ عددينِ موجبينِ مجموعهُما 5، وحاصلُ ضربِهما $ac = (2)(3) = 6$ ، أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 6 الموجبةَ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 5:

	العاملانِ الصحيحانِ	
أزوجُ عواملِ العددِ 6 الموجبةُ	1, 6	2 , 3
مجموعُ العاملَينِ	7	5

أكتبُ القاعدةَ

أعوضُ $m = 2, n = 3$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

أخرجُ $(x+1)$ عاملًا مشتركًا

$$2x^2 + 5x + 3 = 2x^2 + mx + nx + 3$$
$$= 2x^2 + 2x + 3x + 3$$
$$= (2x^2 + 2x) + (3x + 3)$$
$$= 2x(x + 1) + 3(x + 1)$$
$$= (x + 1)(2x + 3)$$

ألاحظ

إذا كانت إشارةُ $a.c$ موجبةً في ثلاثيِّ الحـدودِ $ax^2 + bx + c$، فإن لكلٍّ من m و n الإشارةَ نفسَها، ويعتمدُ تحديدُ إشارتيْ m و n على إشارة b، فإذا كانت b موجبةً فإنَّ إشارةَ كلٍّ منهما موجبةٌ، وإذا كانت إشارةُ b سالبةً فإنَّ إشارةَ كلٍّ منهما سالبةٌ.

2) أحللُ المقدارَ الجبريَّ $6x^2 - x - 12$

بما أن .....= c، و.....= b، و..... = a فيجبُ إيجادُ عددين

مجموعُهما ..... وحاصلُ ضربِهما .....

ألاحظُ

إذا كانت $a.c$ سالبةً في ثلاثيِّ الحدود $ax^2 + bx + c$، فإنَّ لـ m و n إشارتين مختلفتين.

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 72 مختلفةَ الإشارةِ (إشارةُ الأكبرِ سالبةٌ)، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما -1

أزواجُ عواملِ العددِ 72 مختلفةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
-72 ,1	-71
-36,2	-34
-24 ,3	-21
-18 ,4	-14
-12 ,6	-6
العاملانِ الصحيحانِ — 8, -9	-1

أكتبُ القاعدةَ $6x^2 - x - 12 =$ .....

أعوضُ $m = 8, n = -9$ =.....

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ = (.....) + (.....)

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ =.....(.....) -3 (.....)

أخرجُ $(3x+4)$ عاملًا مشتركًا = (.....) (.....)

3) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

1) $6x^2 + 22x - 8$

2) $12x^2 - x - 20$

ثالثًا: حَلُّ المعادلةِ التربيعيةِ على صورةِ $ax^2 + bx + c$

1) أحُلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $2x^2 = 13x + 7$

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $2x^2 - 13x - 7 = 0$

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:

ملاحظًا أنَّ الطرفَ الأيسرَ من المعادلةِ على صورةِ $ax^2 + bx + c$

بما أن $c = -7$، و$b = -13$، و$a = 2$، فإنَّ $ac = -14$ (إشارةُ ac سالبةٌ، وإشارةُ b سالبةٌ)؛ فيجبُ إيجادُ عددينِ مختلفي الإشارةِ مجموعُهما 13- وحاصلُ ضربِهما 14-

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عوامل العددِ 14- مختلفة الإشارةِ (إشارةُ الأكبرِ سالبةٌ)، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 13-

أزواجُ عواملِ العددِ 14 مختلفةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
العاملانِ الصحيحانِ — 1, -14	-13
2,-7	-5

أكتبُ القاعدةَ $2x^2 - 13x - 7 = 2x^2 + mx + nx - 7$

أعوضُ $m = -14, n = 1$ $= 2x^2 - 14x + 1x - 7$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ $= (2x^2 - 14x) + (x - 7)$

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ $= 2x(x - 7) + (x - 7)$

أخرجُ $(x-7)$ عاملًا مشتركًا $= (x - 7)(2x + 1)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ: $x - 7 = 0 \ , \ 2x + 1 = 0$

$x = 7 \ , \ x = \frac{-1}{2}$

إذن، للمعادلةِ جذران هما: $x = 7 \ , \ x = \frac{-1}{2}$

2) أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $3x^2 + 13x + 12 = 0$

- ألاحظُ أنَّ جميعَ الحدودِ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، والصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $3x^2 + 13x + 12 = 0$
- أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:
- ألاحظُ أنَّ الطرفَ الأيسرَ من المعادلةِ على صورةِ $ax^2 + bx + c$

بما أنَّ .....= c، و.....= b، و.....= a، فإن ..... = ac (إشارةُ ac .....، وإشارةُ b .....)؛ فيجبُ إيجادُ عددينِ موجبينِ مجموعُهما ..... وحاصلُ ضربِهما .....

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 36 موجبةَ الإشارةِ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 13

أزواجُ عواملِ العددِ 36 موجبةُ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
1, 36	37
2, 18	20
3, 12	15
العاملانِ الصحيحانِ — 4, 9	13
6, 6	12

أكتبُ القاعدةَ

أعوضُ m = 9, n = 4

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ

أحللُ كُلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

أخرجُ (x+3) عاملًا مشتركًا

- أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ:

إذنْ للمعادلةِ جذرانِ هما: x =..... , x =.....

$3x^2 + 13x + 12$ = ...

= .....

= (.....) + (.....)

= 3x (.....) + 4 (.....)

= (.....) (.....)

.....= 0 , ...= 0

x = ... , x = ...

3) أحلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

1 $2x^2 = x + 6$

2 $14x^2 + 5 = 17x$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحللُ المقاديرَ الجبريةَ بتجميعِ الحدودِ ( ).	• أحللُ ثلاثيَّ الحدودِ $ax^2 + bx + c$ ( ).	• أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على صورةِ $ax^2 + bx + c = 0$ ( ).

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بإكمالِ المربعِ

4

النتاجاتُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ بإكمالِ المربعِ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بإكمالِ المربعِ

أولًا: أحُلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بتحليلِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $9x^2 + 12x = -4$

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $9x^2+12x + 4 = 0$.

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ:

وألاحظُ أنَّ الطرفَ الأيسرَ من المعادلةِ على صورةِ $ax^2 + bx + c$

ألاحظُ

المقدارُ الجبريُّ $9x^2+12x + 4$ يتكونُ من 3 حدودٍ؛ وثلاثيُّ الحدودِ يمكنُ تحليلُهُ بثلاثِ طرائقَ: (إخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، أو تحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ ax^2+bx+c، أو بتحليلِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيٍّ)؛ وبما أنَّ العاملَ المشتركَ الأكبرَ للحدودِ الجبريةِ الثلاثةِ هو 1؛ فلا يمكنُ استعمالُ الطريقةِ الأولى؛ لذلك عليَّ أنْ أتحققَ من شروطِ الطريقتينِ المتبقيتينِ: تحليلِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ، وتحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ $ax^2 + bx + c$.

الطريقةُ الأولى: تحليلُ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ:

$9x^2 + 12x + 4$

1) الحدُّ الأولُ مربعٌ كاملٌ
$9x^2 = (3x)^2$

2) الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ
$4 = 2^2$

3) الحدُّ الأوسطُ يساوي ضعفَ ناتجِ ضربِ الجذرِ التربيعيِّ لكلٍّ مِنَ الحدّينِ: الأولِ، والأخيرِ.
$12x = 2(3x)(2)$

أحلُّ المقدارَ الجبريَّ باستعمالِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

$$9x^2+12x+4=(3x+2)^2$$
$$=(3x+2)(3x+2)$$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحَلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ:

$$9x^2+12x+4=0$$
$$(3x+2)(3x+2)=0$$

العاملانِ متساويانِ، فأحُلُّ أحدَهُما

$$3x+2=0$$
$$x=\frac{-2}{3}$$

إذنْ، للمعادلةِ جذرٌ واحدٌ (حَلٌّ واحدٌ) هوَ: $-\frac{2}{3}$

الطريقةُ الثانيةُ: تحليلُ ثلاثيِّ الحدودِ ax^2+bx+c:

بما أنَّ $c=4$، و$b=12$، و$a=9$، فإن $ac=36$ (إشارةُ ac موجبةٌ، وإشارةُ b موجبةٌ)؛ فيجبُ إيجادُ عددينِ موجبينِ مجموعُهما 12، وحاصلُ ضربِهما 36.

أنشئُ جدولًا، وأنظمُ فيه عواملَ العددِ 36 موجبةِ الإشارةِ، وأحددُ العاملينِ اللذينِ مجموعُهما 12

أزواجُ عواملِ العددِ 36 موجبةِ الإشارةِ	مجموعُ العاملينِ
1, 36	37
2, 18	20
3, 12	15
4, 9	13
6, 6 — العاملانِ الصحيحانِ	12

أكتبُ القاعدةَ

أعوضُ $m=6, n=6$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ

أحللُ كلَّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ

أخرجُ $(3x+2)$ عاملًا مشتركًا

العاملانِ متساويانِ، فأساوي أحدَهُما بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحَلُّ المعادلةَ الخطيةَ:

إذنْ، للمعادلةِ جذرٌ واحدٌ (حَلٌّ واحدٌ) هوَ: $\frac{-2}{3}$

$$9x^2+12x+4=x^2+mx+nx+4$$
$$=9x^2+6x+6x+4$$
$$=(9x^2+6x)+(6x+4)$$
$$=3x(3x+2)+2(3x+2)$$
$$=(3x+2)(3x+2)$$

$$3x+2=0,$$
$$x=\frac{-2}{3}$$

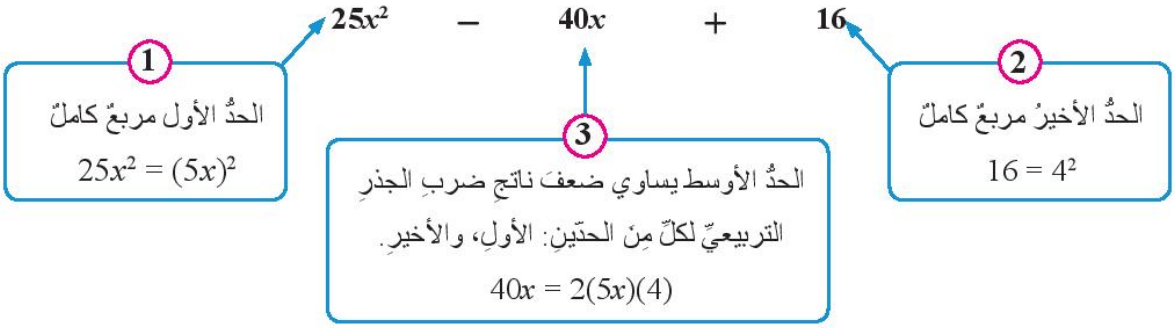
ألاحظُ

يمكنُ حلُّ المعادلةِ بأكثرَ من طريقةٍ؛ لذلك عليَّ اختيارُ الطريقةِ الأسهلِ والأنسبِ للحلِّ.

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $25x^2 = 40x - 16$ بتحليلِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ:

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $0 = ...$

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين:



أحللُ المقدارَ الجبريَّ باستعمالِ مربعٍ كاملٍ ثلاثيِ الحدودِ: $25x^2 - 40x + 16 =$

$(.....)^2 = (.....)(.....)$

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفريِّ)، وأحَلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ: $(.....)(.....) = 0$

$..... = 0$

$x = \frac{-4}{5}$

إذن للمعادلةِ جذرٌ واحدٌ (حَلٌّ واحدٌ) هو: $\frac{-4}{5}$

3) أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

1 $16x^2 = 56x - 49$

2 $4x^2 + 81 = -36x$

ثانيًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بإكمالِ المربعِ

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $4x^2 = 12x + 9$

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: $4x^2 - 12x - 9 = 0$

أحللُ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين:

ما طرقُ التحليلِ الممكنُ استعمالُها للمقدارِ الجبريِّ على صورةِ $ax^2 + bx + c$؟

الطريقةُ الأولى: تحليلُ ثلاثيِّ الحدودِ

الطريقةُ الثانيةُ: مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ

لاختيارِ طريقةِ التحليلِ الأنسبِ، أجيبُ عن الأسئلةِ الآتيةِ:

- هــل يمكنُ إيجادُ عددينِ مختلفي الإشارةِ (إشارةُ b السالبةُ للأكبرِ) حــاصلُ ضربِهما $ac = 36$ ومجموعُهما $b = -12$؟ لا يمكنُ؛ لأنَّ أزواجَ عواملِ العددِ 36 هِيَ: (6, -6), (4, -9), (3, -12), (2, -18), (1, -36)

إذنْ، لا يمكنُ استعمالُ طريقةِ تحليلِ ثلاثيِّ الحدودِ

- هلِ الحدُّ الأولُ $(4x^2)$ مربعٌ كاملٌ؟ نعم

- هلِ الحدُّ الأخيرُ مربعٌ كاملٌ؟ لا؛ لأنَّ إشارتَه سالبةٌ

- هلِ الحدُّ الأوسطُ يساوي $2 \times 2x \times 3$ ؟ نعمْ

إذنْ، لا يمكنُ استعمالُ طريقةِ تحليلِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ.

أتعلمُ

لحلِّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ علَى الصورةِ $ax^2 + bx + c = 0$؛ حيث $a \neq 1$، أقسِمُ كلَّ حدٍّ فِي المُعادلةِ على a، ثمَّ أفصِلُ الحدَّيْنِ اللذيْنِ يحتويان على x^2 و x فِي الطرفِ الأيسرِ أوَّلًا، ثمَّ أُكمِلُ المُرَّبعَ.

لإكمالِ مربعِ أيِّ مقدارٍ تربيعيٍّ على صورةِ $x^2 + bx$، أتبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

الخطوةُ (1) أجد نصفَ b

الخطوةُ (2) أُربِّعُ الناتجَ من الخطوةِ 1

الخطوةُ (3) أضيفُ الناتجَ من الخطوةِ 2 إلى طرفي المعادلةِ.

الخطوةُ (4) حلولُ المعادلةِ التربيعيةِ هي حلولُ المعادلتينِ الخطيتينِ $x^2 + bx$

$$x^2 + bx + (\frac{b}{2})^2 = (x + \frac{b}{2})^2$$

يمكنُ استعمالُ إكمالِ المربعِ لحَلِّ المعادلةِ باتباعِ الخطواتِ الآتيةِ:

المعادلةِ الأصليةِ $4x^2 - 12x - 9 = 0$

أقسمُ كلَّ حدٍّ في المعادلةِ على 4 $x^2 - 3x - \frac{9}{4} = 0$

أفصلُ الحدينِ اللذينِ يحتويانِ على x^2 و x في الطرفِ الأيسرِ $x^2 - 3x = \frac{9}{4}$

أجدُ نصفَ (b=3) $\frac{3}{2}$

أربّعُ الناتجَ $(\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$

أضيفُ الناتجَ $\frac{9}{4}$ إلى طرفي المعادلةِ $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4} + \frac{9}{4}$

أحلُّ المربعَ الكاملَ $(x-\frac{3}{2})^2=\frac{18}{4}$

آخذُ الجذرَ التربيعيَّ للطرفينِ $x-\frac{3}{2}=\sqrt{\frac{18}{4}}=\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$

أضيفُ إلى الطرفينِ $x=\frac{3}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$

أفصلُ الحلينِ $x=\frac{3}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}$ or $x=\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

بالتبسيطِ $x=\frac{3+3\sqrt{2}}{2}$ or $x=\frac{3-3\sqrt{2}}{2}$

إذن، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: $\frac{3-3\sqrt{2}}{2}$, $\frac{3+3\sqrt{2}}{2}$

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $x^2+4x=6$ بإكمال المربعِ

أفصلُ الحدينِ اللذينِ يحتويانِ على x^2 و x في الطرفِ الأيسرِ .....

أجدُ نصفَ (b = 4) .....

أُربّعُ الناتجَ .....

أضيفُ الناتجَ إلى طرفي المعادلةِ .....

أحلُّ المربعَ الكاملَ (.....)^2= .....

آخُذُ الجذرَ التربيعيَّ للطرفينِ $x+2=\pm\sqrt{\quad}$

أطرحُ 2 من الطرفينِ $x=-2\pm\sqrt{\quad}$

أفصلُ الحلينِ $x=$ ..... or $x=$ .....

إذن، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: .....، .....

3) أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

1) $x^2=-10x-23$ 2) $3x^2+6x+2=0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجه الذي يُعبّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.

• أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ بتحليلِ المربعِ الكاملِ ثلاثيِّ الحدودِ ( ).	• أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ بإكمالِ المربعِ ( ).

حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

5

النتاجاتُ: • أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ باستعمالِ القانونِ العامِّ.

نشاط 1 حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

أولًا: حَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

أتعلمُ

يمكنُ حلُّ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ بالقانونِ العامِّ على النَّحوِ الآتي:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيثُ $a \neq 0$ و $b^2 - 4ac \geq 0$.

1) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $5x^2 - 2x - 4 = 0$ باستعمالِ القانونِ العامِّ

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأترك الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ

$5x^2-2x-4=0$

أكتبُ القانونَ العامَّ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

أعوضُ $a = 5$, $b = -2$, $c = -4$ في القانونِ العامِّ

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(5)(-4)}}{10}$$

بالتبسيطِ

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{84}}{10}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{21}}{10}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{21}}{5}$$

إذنْ، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: $\frac{1+\sqrt{21}}{5}$ ، $\frac{1-\sqrt{21}}{5}$

2) أحَلُّ المعادلةَ التربيعيةَ $3x^2 + 3 = 7x$ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ، وأترك الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ: ..... $= 0$

أكتبُ القانونَ العامَّ

$x =$

أعوضُ ..... $a =$ ..... , $b =$ ..... , $c =$ ..... في القانونِ العامِّ:

$x =$

بالتبسيطِ

$x =$

إذنْ، جذرا المعادلةِ (حلانِ) هما: ..... ، .....

3) أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةَ الآتيةَ:

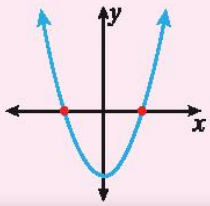
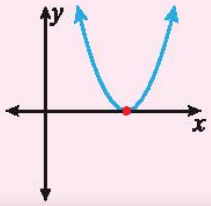
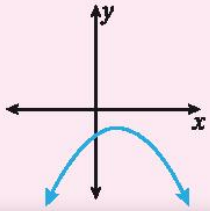
1) $2x^2 = 3x - 2$

2) $x^2 + 6x + 2 = 0$

ثانيًا: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ باستعمالِ المميزِ

أتعلمُ

مُمَيِّزُ المُعادلةِ التربيعيَّةِ $ax^2 + bx + c = 0$ هو حيث $\Delta = b^2 - 4ac$، ويمكنُ استعمالهُ لتحديدِ عددِ حلولِ المُعادلةِ التربيعيَّةِ كما يأتي:

إشارةُ المُمَيِّزِ Δ	$\Delta > 0$ موجبٌ	$\Delta = 0$ صفرٌ	$\Delta < 0$ سالبٌ
عددُ الحُلولِ	حلّانِ حقيقيّانِ مختلفانِ	حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ	لا توجدُ حُلولٌ حقيقيَّةٌ
مثالٌ بيانيٌّ			

1) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ $5x^2 - 2x - 3 = 0$ باستعمالِ المميزِ

أكتبُ صيغةَ المميزِ $\Delta = b^2 - 4ac$

أعوضُ $a = 5$, $b = -2$, $c = -3$ في صيغةِ المميزِ $\Delta = (-2)^2 - 4(5)(-3)$

بالتبسيطِ $\Delta = 4 + 60 = 64$

بما أن Δ موجبٌ، إذن للمعادلةِ حلانِ حقيقيانِ مختلفانِ

2) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلةِ التربيعيةِ $x^2-2x+3=0$ باستعمالِ المميزِ:

أكتبُ صيغةَ المميزِ Δ=.....

أعوضُ ..... في صيغةِ المميزِ: a=....., b=....., c=..... Δ=.....

بالتبسيطِ Δ=.....

بما أنَّ Δ ..... ، إذن .....

3) أحددُ عددَ الحلولِ الحقيقيةِ للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ:

1) $x^2 = 7x - 1$

2) $9x^2 + 6x + 1 = 0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.

- أحَلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ ( ).
- أحددُ عددَ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ باستعمالِ المميزِ ( ).

حَلُّ معادلاتٍ خاصةٍ

6

النتاجاتُ: • أحَلُّ معادلاتٍ أسُّ المتغيرِ فيها عددٌ صحيحٌ موجبٌ أكبرُ من 2 .

نشاط 1 حَلُّ معادلاتٍ أسُّ المتغيرِ فيها عددٌ صحيحٌ موجبٌ أكبرُ من 2

أولًا : تحليلُ مجموعِ مكعبينِ أو الفرقِ بينَهما

أملأ الجدولَ الآتيَ:

التحليلُ	مجموعُ مكعبينِ
$(a+b)(a^2-ab+b^2)$	a^3+b^3
$(x+2)(x^2-2x+4)$	x^3+8
$(2x+\ldots)(4x^2-\ldots+1)$	$8x^3+1$
	$27x^3+8$
التحليلُ	**فرقُ مكعبينِ**
$(a-b)(a^2+ab+b^2)$	a^3-b^3
$(x-3)(x^2+3x+9)$	x^3-27
$(3x-\ldots)(x^2+\ldots+4)$	$27x^3-8$
	$8x^3-125$

ثانيًا : حَلُّ معادلاتِ مجموعِ مكعبينِ أو الفرقِ بينَهما

أحَلُّ كلًّا من المعادلاتِ الآتيةِ:

1 $27x^3+1=0$ — المعادلةُ المعطاةُ

$(3x)^3+(1)^3=0$ — أكتبُ كلَّ حدٍّ على صورةِ مجموعِ مكعبين

$(3x+1)(9x^2-3x+1)=0$ — أحللُ مجموع مكعبينِ

$3x+1=0$ او $9x^2-3x+1=0$ — خاصيةُ الضربِ الصفريِّ

$3x+1=0$

$\rightarrow x=-\frac{1}{3}$ — أحلُّ المعادلة

$9x^2-3x+1=0$ — مميزُها سالبٌ، فليسَ لها حلولٌ حقيقيةٌ

إذن، حلُّ المعادلةِ: $x=-\frac{1}{3}$

طريقةٌ بديلةٌ:

المعادلةُ المعطاةُ $27x^3 + 1 = 0$

أطرحُ 1 من طرفي المعادلةِ $27x^3 = -1$

أقسمُ طرفي المعادلةِ على 27 $x^3 = -\frac{1}{27}$

آخذُ الجذرَ التكعيبيَّ للطرفينِ $x = -\frac{1}{3}$

2 $8x^3 - 125 = 0$

المعادلةُ المعطاةُ

أكتبُ كلَّ حدٍّ على صورةِ فرقِ مكعبينِ $(2x)^3 - (5)^3 = 0$

أحللُ فرقَ المكعبينِ $(2x - \ldots)(4x^2 + 10x + \ldots) = 0$

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ $2x - \ldots = 0$ أو $4x^2 10x + \ldots = 0$

أحلُّ المعادلةَ الخطية، والمعادلةُ التربيعيةُ، ليس لها حلولٌ حقيقيةٌ $\rightarrow 2x - \ldots = 0$

إذن، حلُّ المعادلةِ هو: .....

3 $\frac{x^3}{8} + 1 = 0$

ثالثاً: حَلُّ معادلاتٍ على الصورةِ التربيعيةِ

أحلُّ كلًّا من المعادلاتِ الآتيةِ:

1 $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

المعادلةُ المعطاةُ

أكتبُ المعادلة على الصورةِ التربيعيةِ $(x^3)^2 - 9x^3 + 8 = 0$

أحللُ على الصورةِ التربيعيةِ $(x^3 - 1)(x^3 - 8) = 0$

أحلُّ المعادلتينِ مستعملًا خاصية الضربِ الصفريِّ $(x^3 - 1) = 0$ و $(x^3 - 8) = 0$

فأجدُ أنَّ حلَّ المعادلةِ : $x = 2$, $x = 1$

طريقةٌ بديلةٌ: (التعويضُ)

المعادلةُ المعطاةُ $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

أفرضُ أنَّ $u = x^3$ $u^2 - 9u + 8 = 0$

أحلُّ المعادلة التربيعية $(u - 1)(u - 8) = 0$

خاصيةُ الضربِ الصِفريِّ $(u - 1) = 0$ و $(u - 8) = 0$

أحَلُّ المعادلتينِ $u = 1$, $u = 8$

أعوضُ $u = x^3$ $x^3 = 1$, $x^3 = 8$

آخذُ الجذرَ التكعيبيَّ لكلِّ معادلةٍ $\rightarrow x = 1$, $x = 2$

2 $x^4 - 81 = 0$

المعادلةُ المعطاةُ

أكتبُ المعادلة على صورةِ فرقِ مربعينِ $(x^2)^2 - (9)^2 = 0$

أحلُّ على الصورةِ التربيعيةِ $(x^2 - \ ...)(\ ... + 9) = 0$

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ $(x^2 - 9) = 0$, $(x^2 + 9) = 0$

أحلُّ المعادلة التربيعية $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3$

ليس لها حلولٌ حقيقيةٌ $x^2 + 9 = 0$

إذن، حلُّ المعادلةِ التربيعية هو: $x = 3 , x = -3$

3 $x^4 - x^2 - 12 = 0$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحلُّ مجموع مكعبينِ أو الفرقِ بينهما ( ).	• أحلُّ معادلاتِ مجموعِ مكعبين أو الفرقِ بينهما ( ).	• أحلُّ معادلاتٍ على الصورةِ التربيعيةِ ( ).