الوحدةُ (2) العلاقاتُ والاقتراناتُ

1

الاقتراناتُ

- أميزُ العلاقةَ من الاقترانِ.
- أحددُ مجالَ الاقترانِ ومداهُ.

2

تفسيرُ التمثيلاتِ البيانيةِ للعلاقاتِ

- أفسرُ الرسومَ البيانيةَ للمواقفِ الحياتية.

3

الاقترانُ التربيعيُّ

- أذكرُ خصائصَ الاقترانِ التربيعيِّ.
- أمثلُ الاقترانَ التربيعيَّ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ.

4

التحويلاتُ الهندسيةُ للاقتراناتِ التربيعيةِ

- أمثلُ منحنياتِ الاقتراناتِ التربيعيةِ الناتجةِ عن تطبيقِ تحويلٍ هندسيٍّ أو أكثرَ على منحنى الاقترانِ الرئيسِ.

الاقترانات

1

النتاجاتُ: • أميزُ العلاقةَ من الاقترانِ.
• أحددُ مجالَ الاقترانِ ومداهُ.

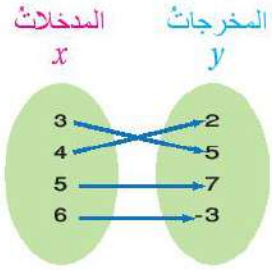
نشاط 1 تمييزُ العلاقةِ والاقترانِ

أولًا: العلاقات

1) أتأملُ التمثيلاتِ الآتيةَ:

أتعلمُ

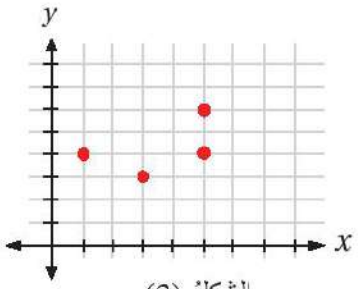
العلاقةُ: هي مجموعةُ الأزواجِ المرتبةِ المكونةِ من المدخلاتِ (المجالِ) والمخرجاتِ (المدى).



الشكلُ (1)

x	2	2	3
y	3	1	4

الشكلُ (2)



الشكلُ (3)

1 في الشكلِ (1)

مجموعةُ قيمِ x التي تمثلُ المدخلاتِ: $\{3, 4, 5, 6\}$ وتسمى قيمَ المجالِ.

مجموعةُ قيمِ y التي تمثلُ المخرجاتِ: $\{-3, 5, 7, 2\}$ وتسمى قيمَ المدى

مجموعةُ الأزواجِ المرتبةِ (x, y) الناتجةِ من الشكلِ (1): $\{(3, -3), (4, 2), (5, 7), (6, 5)\}$

وتسمى العلاقةُ الممثلةُ اقترانًا، لأن كلَّ عنصرٍ في المجالِ ارتبط بعنصرٍ واحدٍ فقط في المدى

2 في الشكلِ (2)

مجموعةُ قيمِ x التي تمثلُ المجالَ: $\{2, 3\}$

مجموعةُ قيمِ y التي تمثلُ المدى: $\{3, 1, 4\}$

مجموعةُ الأزواجِ المرتبةِ (x, y) الناتجةِ من الشكلِ (2): $\{(3, 4), (2, 1), (2, 3)\}$

3 في الشكلِ (3)

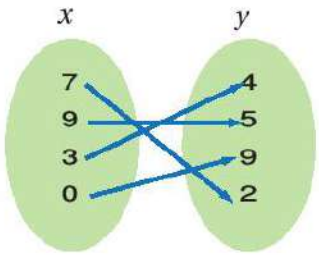
مجموعةُ قيمِ x التي تمثلُ المجالَ: $\{1, 3, 5\}$

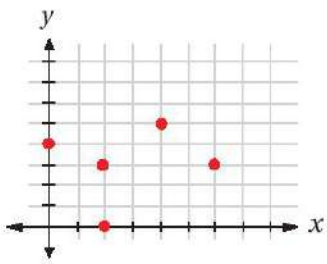
مجموعةُ قيمِ y التي تمثلُ المدى: $\{3, 4, 6\}$

مجموعةُ الأزواجِ المرتبةِ (x, y) الناتجةِ من الشكلِ (3): $\{(5, 6), (5, 4), (3, 3), (1, 4)\}$

ألاحظُ أنّه في الشكلِ (2) و(3) هناكَ عنصرٌ في المجالِ يرتبطُ بعنصرينِ من عناصرِ المدى، لذلك فإنَّ كلًّا منهما لا يُمثِّلُ اقترانًا.

2) أجدُ مجالَ العلاقاتِ الآتيةِ ومداها، ثُم أحُددُ ما إذا كانت تمثلُ اقترانًا أم لا:





x	-1	-1	7	8
y	3	5	6	4

المجالُ .....
المدى.....
المخططُ السهميُّ يمثلُ.....

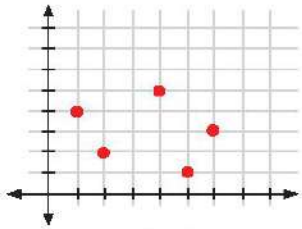
المجالُ .....
المدى.....
التمثيلُ البيانيُّ يمثلُ.....

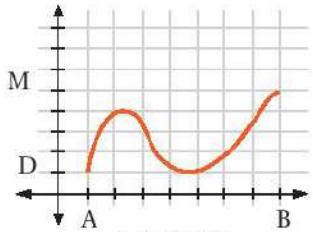
المجالُ .....
المدى.....
الجدولُ يمثلُ.....

ثانياً: الاقترانُ المتصلُ والاقترانُ المنفصلُ

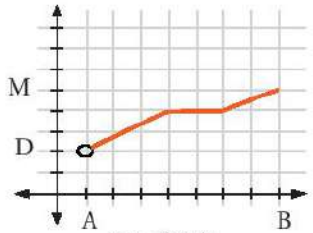
الاقترانُ: هو العلاقةُ التي تربطُ كلَّ عنصرٍ في المجال بعنصرٍ واحدٍ فقط من المدى، فدلالةُ الزوجِ المرتب (x,y) تعني: أنَّ x أحدُ عناصرِ المجالِ، وأن y أحدُ عناصرِ المدى.
يسمى الاقترانُ الذي يمثَّل بخطٍّ أو منحنىً من دونِ انقطاعٍ في المستوى الإحداثي اقترانًا متصلا، والاقترانُ الممثلُ بنقاطٍ غيرِ متصلةٍ اقترانًا منفصلا.

1) أحدّدُ أيًّا مما يأتي يعتبرُ اقترانًا متصلًا وأيّها منفصلا، ثم أجدُ المجالَ والمدى له:


الشكلُ (1)



الشكلُ (2)



الشكلُ (3)

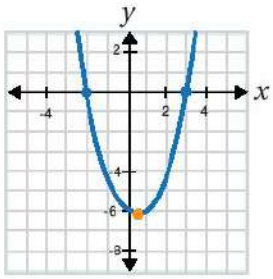
ألاحظُ أن الشكلَ (1) ممـثلٌ بنقاطٍ غيرِ متصلةٍ، لذلك يعتبرُ اقترانًا منفصلا، مجالُه $\{1,2,4,5,6\}$ ومـداه $\{1,2,3,4,5\}$

بينما الشكلُ (2) ممثلٌ بخطٍّ منحنٍ فيعتبرُ اقترانًا متصلا مجالهُ يبدأُ من النقطةِ A وينتهي بالنقطةِ B، ونعبرُ عنه بالفترةِ $[1,8]$ أو $\{x \mid 1 \le x \le 8\}$ ومداه يبدأُ من النقطةِ D وينتهي بالنقطةِ M، ونعبرُ عنه بالفترةِ $[1,5]$ أو $\{y \mid 1 \le y \le 5\}$.

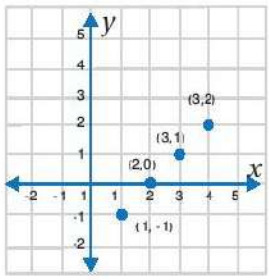
والشكلُ (3) ممثلٌ بخطوطٍ مستقيمةٍ متصلةٍ ببعضِها، فيعتبرُ اقترانًا متصلًا أيضًا، لذلك نعبرُ عنه بالفترةِ $(1,8]$ أو $\{x \mid 1 < x \le 8\}$ ومداه $[2,5)$.

أتذكرُ
الحلقاتُ المفتوحةُ نعبرُ عنها بفتراتٍ مفتوحةٍ.

2) معتمدًا على التمثيلِ البيانيِّ للاقترانِ، أكملِ العباراتِ الآتيةِ لتصبحَ صحيحةً:



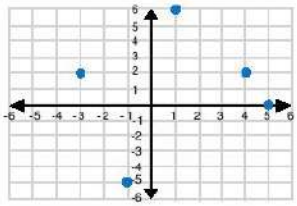
الشكلُ (1)



الشكلُ (2)

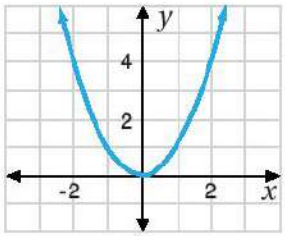
1. يعتبرُ الشكلُ (1) تمثيلًا بيانيًّا لاقترانٍ ..... متصلٍ .....
2. يعتبرُ الشكلُ (2) تمثيلًا بيانيًّا لاقترانٍ .....
3. مجالُ الاقترانِ الممثلِ في الشكلِ (1) هو .....
4. مجالُ الاقترانِ الممثلِ في الشكلِ (2) هو .....
5. مدى الاقترانِ الممثلِ في الشكلِ (1) هو .....
6. مدى الاقترانِ الممثلِ في الشكلِ (2) هو .....

3) أصلُ بينَ الشكلِ والعبارةِ المناسبةِ:

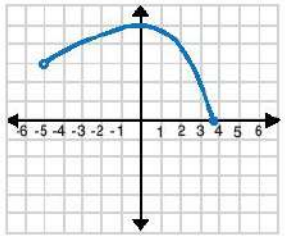


الاقترانُ متصلٌ مجالُهُ [4 ,5-)

الاقترانُ متصلٌ مداه [0, ∞)



الاقترانُ منفصلٌ مجالهُ {5, 4, 1, -1, -3}



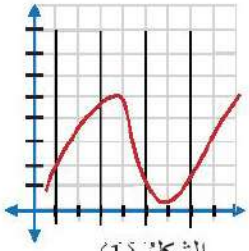
الاقترانُ متصلٌ مجالهُ (-∞, ∞)

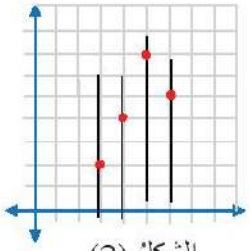
الاقترانُ منفصلٌ مداه {6, 2, 0, -5}

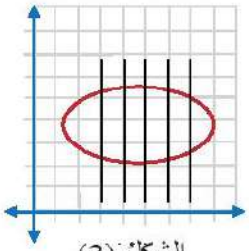
ثالثًا: اختبارُ الخطِّ الرأسيِّ

يُستعملُ اختبارُ الخطِّ الرأسيِّ لتحديدِ ما إذا كان التمثيلُ البيانيُّ هو تمثيلًا لاقترانٍ أم علاقة. فإذا تقاطعَ الخطُّ الرأسيُّ مع التمثيلِ البيانيِّ أكثرَ من مرةٍ، فإنَّ التمثيلَ البيانيَّ لا يمثلُ اقترانًا، أما إذا تقاطعَ كُلُّ خطٍّ رأسيٍّ معَ التمثيلِ البيانيِّ مرةً واحدةً فقط، فيعتبرُ تمثيلًا لاقترانٍ.

1) أتأملُ التمثيلاتِ الآتيةَ ثم أجيبُ عن الأسئلةِ التي تليها:


الشكلُ (1)


الشكلُ (2)


الشكلُ (3)

في الشكلينِ (1) و(2)، ما عددُ مراتِ تقاطعِ كلِّ خطٍّ من الخطوطِ الرأسيةِ مع منحنى التمثيلِ البيانيِّ للعلاقة؟

مرةً واحدةً فقط.

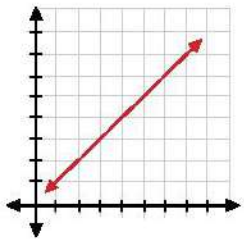
في الشكلِ (3) ما عددُ مراتِ تقاطعِ كلِّ خطٍّ من الخطوطِ الرأسيةِ معَ منحنى التمثيلِ البيانيِّ للعلاقة؟

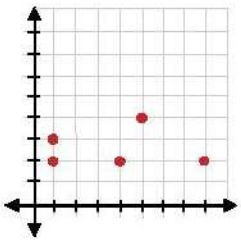
كلُّ خطٍّ تقاطعَ مرتينِ معَ منحنى التمثيلِ البيانيِّ للعلاقةِ.

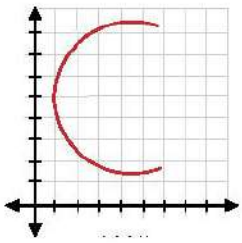
لذلك يعتبرُ كلٌّ من التمثيلينِ (1) و (2) اقترانينِ،

أما التمثيلُ البيانيُّ للشكلِ (3)، فلا يمثلُ اقترانًا.

2) أرسمُ خطوطًا رأسيّةً، ثم أحددُ أيًّا مما يأتي يعتبرُ اقترانًا، وأيًّا منها لا يعتبرُ اقترانًا:





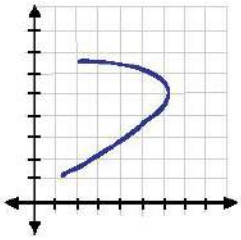


الشكلُ (1) يمثلُ اقترانًا لأنَّ كلَّ خطٍّ رأسيٍّ يتقاطعُ معَ التمثيلِ البيانيِّ مرةً واحدةً فقط

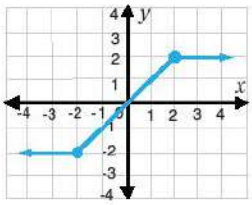
الشكلُ (2) ..... لأنَّ ..... معَ التمثيلِ البيانيِّ .....

الشكلُ (3) ..... لأنَّ ..... معَ التمثيلِ البيانيِّ .....

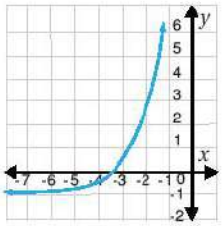
3) أستعملُ اختبارَ الخطِّ الرأسيِّ لتحديدِ، إذا كانتِ العلاقةُ الممثلةُ تعتبرُ تمثيلًا لاقترانٍ أم لا.



(1)



(2)



(3)

رابعًا: الاقترانُ الخطيُّ والاقترانُ غيرُ الخطيِّ

أتعلمُ

يمكنُ أنَّ نرمزَ إلى الاقترانِ كما يأتي:

y ، $h(x)$ ، $g(x)$ ، $f(x)$

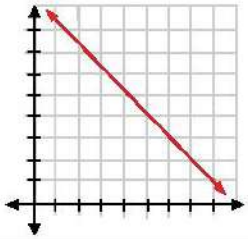
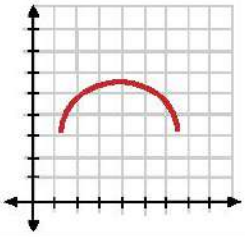
أتذكرُ

يسمَّى الاقترانُ $y=mx+b$ بالاقترانِ الخطيِّ مقطعُهُ من المحورِ y هو العددُ b، ويكتبُ على صورةِ الزوجِ $(0, b)$ والتمثيلُ البيانيُّ للاقترانِ الخطّي هو خطٌّ مستقيمٌ.

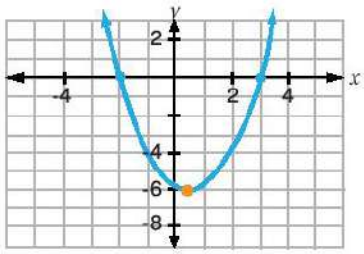
أتعلمُ

الاقترانُ غيرُ الخطيِّ هو اقترانٌ لا يمكنُ كتابتهُ بالصيغةِ $y=mx+b$ وتمثيلُه البيانيُّ ليس خطًّا مستقيمًا.

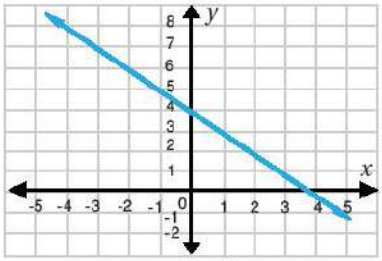
1) أحددُ الاقترانَ الخطيَّ في كلٍّ مما يأتي وأبررُ إجابتي:

الاقترانُ	خطيٌّ	غيرُ خطيٍّ	التبريرُ
$f(x)=3x+2$	✓		لأنَّ أسَّ المتغيرِ فيه يساوي 1
$g(x)=2x^3+5$		✓	لأنَّ أسَّ المتغيرِ فيه يساوي 3
$y=1-x$	✓		.....
$f(x)=x^2+x$		✓	.....
	✓		لأنَّ التمثيلَ البيانيَّ خطٌّ مستقيمٌ
		✓	.....

2) اعتمادًا على الشكلينِ الآتيينِ، أملأُ الفراغاتِ الآتيةَ:



الشكلُ (1)



الشكلُ (2)

يعتبرُ الشكلُ ..... تمثيلًا بيانيًّا لاقترانٍ خطيٍّ، لأنَّه .....

يعتبرُ الشكلُ ..... تمثيلًا بيانيًّا لاقترانٍ غيرِ خطيٍّ، لأنَّه.....

خامساً: ايجاد صورةِ أيِّ قيمةٍ من قيمِ المجالِ من قاعدةِ اقترانٍ معطىً

اذا كان $f(x) = x^2 + x - 3$ ، فما قيمةُ كلٍّ مما يأتي:

$f(2)$, $f(0)$, $f(3) + f(1)$

المقدارُ	خطواتُ الحَلِّ جبريًّا	خطواتُ الحَلِّ بالكلمات
1 $f(2)$	$= (2)^2 + 2 - 3$	أعوضُ العددَ 2 بدلاً من المتغيرِ x في الاقترانِ $f(x)$
	$= 4 + 2 - 3$	أجدُ نواتجَ المقاديرِ الناتجةِ مراعيًا أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ
	$= 6 - 3 = 3$	أبسطُ المقاديرَ الناتجةَ وأجدُ الناتجَ النهائيَّ للمقدارِ
2 $f(0)$	=	أعوضُ العددَ 0 بدلاً من المتغيرِ x في الاقترانِ $f(x)$
	=	أجدُ نواتجَ المقاديرِ الناتجةِ مراعيًا أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ
	=	أبسطُ المقاديرَ الناتجةَ وأجدُ الناتجَ النهائيَّ للمقدارِ
3 $f(3) + f(1) =$	=	أجدُ $f(3)$ أولًا
	=	أجدُ $f(1)$
	=	أجمعُ ناتجَي المقدارينِ $f(1) + f(3)$

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدربُ" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ معَ بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.

• أحددُ ما إذا كانت العلاقةُ اقترانًا أم لا ( ).	• أميزُ الاقترانَ الخطيَّ منْ غيرِ الخطيِّ ( ).

تفسيرُ التمثيلاتِ البيانيةِ للعلاقاتِ

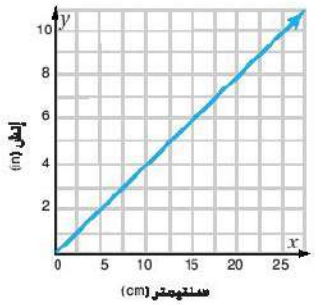
2

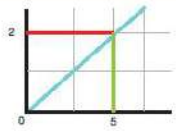
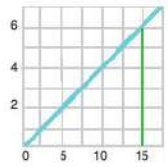
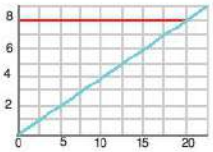
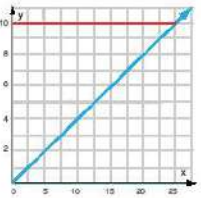
النتاجاتُ: • أفسرُ الرسومَ البيانيةَ للمواقفِ الحياتيةِ.

نشاط 1 تفسيرُ التمثيلاتِ البيانيةِ

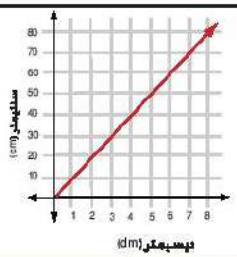
أولًا: التحويلُ بين وحداتِ قياسِ الطولِ

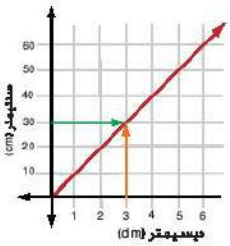
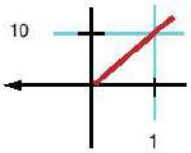
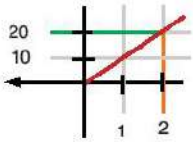
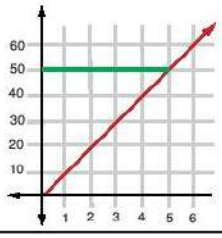
1) اعتمادًا على الشكلِ الآتي الذي يمثل العلاقةَ التقريبية (لأقربِ عددٍ صحيحٍ) بين السنتيمترِ (cm) والإنشِ (in)، أجيبُ عن الأسئلة الآتية:



السؤالُ	الحلُّ	التبريرُ
1 أحولُ (5 cm) إلى إنشٍ	2 إنش	 ألاحظُ أنَّ الخطَّ الأفقيَّ والخطَّ الرأسيَّ يلتقيانِ عندَ النقطةِ (5,2)
2 أحولُ (15 cm) إلى إنشٍ		 ما القيمةُ التي يقابلُها نهايةُ الخطِّ الأخضرِ على محورِ الإنشِ؟
3 أحولُ (8 in) إلى سنتيمترٍ	20 سنتيمتر	 ما القيمةُ التي يقابلُها نهايةُ الخطِّ الأحمر على المحورِ x (السنتيمترِ)؟
4 أحولُ (10 in) إلى سنتيمترٍ		 أجدُ إحداثياتِ نقطةِ تقاطعِ الخطينِ الأفقيِّ والرأسيِّ عندَ 10 in، وما يقابلُها على المحورِ x (السنتيمترِ).

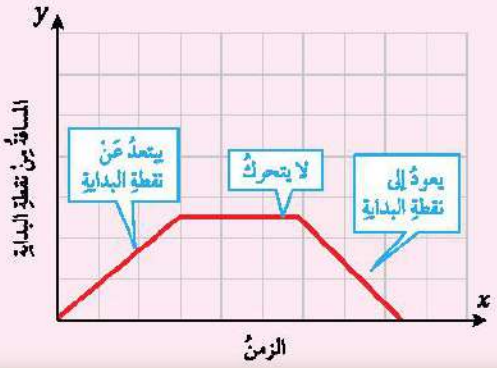
2) اعتمادًا على الشكلِ الآتي الذي يمثلُ العلاقةَ بين الديسيمترِ (dm) والسنتيمترِ (cm)، أجيب عن الأسئلة الآتيةِ:



السؤالُ	الحلُّ	التبريرُ
1 أحولُ (3 dm) إلى سنتيمتر	30 cm	
2 أحولُ (1 dm) إلى سنتيمتر		
3 أحولُ (20 cm) إلى ديسيمتر	2 dm	
4 أحولُ (50 cm) إلى ديسيمتر		

ثانيًا: منحنى المسافةِ - الزمنِ

لتمثيلِ المسافةِ التي يقطعُها جسمٌ متحركٌ في فترةٍ زمنيةٍ بين نقطتينِ زمنيتينِ، فإنَّنا نستعملُ منحنى (المسافةِ الزمنِ) كما هو مُمثلٌ في الشكلِ المعطى جانبًا.

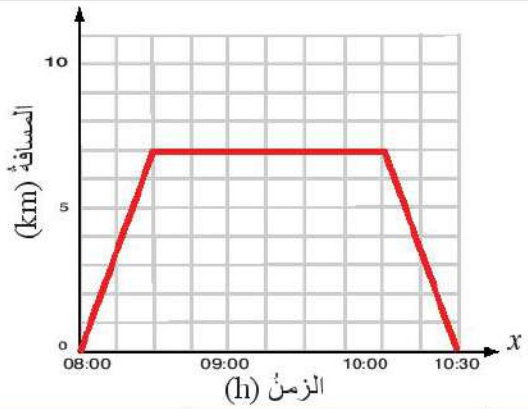


حيثُ تحسبُ السرعةُ بحسبِ القانونِ الآتي:

$$\text{السرعة} = \frac{\text{التغيرُ في المسافةِ}}{\text{التغيرِ في الزمنِ}} \qquad v = \frac{}{}$$

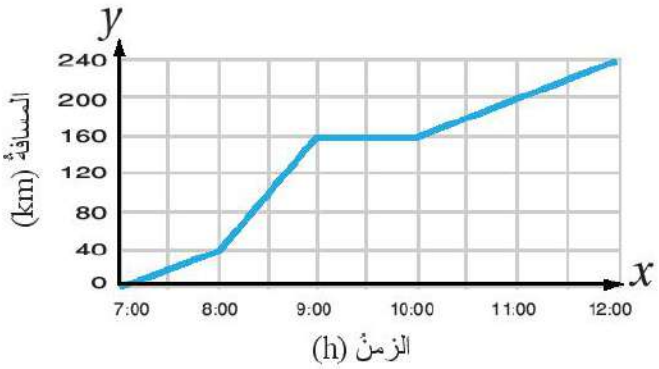
وبالرمزِ: $v = m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

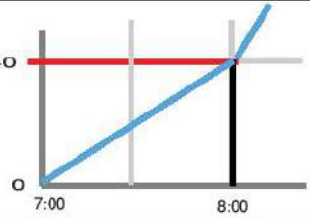
1) يمثلُ الشكلُ الآتي المسافةَ التي يقطعهُا سامرٌ على دراجتِه الهوائيةِ من منزلِه إلى المكتبةِ.
أجيبُ عن الاسئلةِ الآتية:



السؤالُ	الحلُّ	التبريرُ
1 في أيِّ ساعةٍ انطلقَ سامرٌ من منزلِه؟	الساعةُ 8:00	ألاحظُ أن بدايةَ خطِّ التمثيلِ البيانيِّ هو عندَ الساعةِ 8:00.
2 متى وصلَ سامرٌ إلى المكتبةِ؟	الساعةُ 8:30 وتساوي 8.5	بدايةُ الخطِّ الأفقيِّ يشيرُ إلى الساعةِ 8:30.
3 ما سرعةُ سامرٍ في المدةِ الزمنيةِ 8:30 - 8:00؟	$v = m = \frac{7-0}{8.5-8}$ $= \frac{7}{0.5}$ $= 14\,\text{km/h}$	لإيجادِ السرعةِ، نجدُ الزوجَ المرتبَ الممثلَ عندَ الساعةِ 8:00 وهو(8,0)، وعندَ الساعةِ 8:30 وهو (8.5, 7) ثم نستخدمُ قانونَ ميلِ الخطِّ المستقيمِ الذي يمثلُ السرعةَ: $v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
4 كم المسافةُ بينَ بيتِ سامرٍ والمكتبةِ؟		بدايةُ الخطِّ الأفقيِّ يشيرُ إلى العددِ ..... على محورِ المسافةِ.
5 ما المدةُ الزمنيةُ التي أمضاها سامرٌ في المكتبةِ؟	.....	بدايةُ الخطِّ الأفقيِّ كانت عندَ الساعةِ ..... وانتهتْ عندَ الساعةِ .....
6 ما سرعةُ سامرٍ في المدةِ الزمنيةِ 10:30 -10:00 ؟ **أتعلمُ** القيمةُ السالبةُ للسرعةِ تعني أنَّ الحركةَ تكونُ باتجاهِ تناقصِ فيه المسافةُ.		الزوجُ المرتبُ الممثلُ عندَ الساعةِ 10:00 هو..... الزوجُ المرتبُ الممثلُ عندَ الساعةِ 10:15 هو ..... نطبقُ قانونَ السرعةِ : $v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

2) انطلقتْ رحلَةٌ مدرسيةٌ من عمانَ إلى البتراءِ. ويمثلُ الشكلُ الآتي المسافةَ التي قطعها الطلبةُ في الباصِ انطلاقًا من عمانَ، وصولًا إلى البتراءِ. أتأملُ الشكلَ ثم أجيبُ عن الأسئلةِ التي تليه :



السؤالُ	الحلُّ	التبريرُ
1 في أي ساعةٍ انطلقتِ الرحلةُ؟		بدايةُ خطِّ التمثيلِ البيانيِّ
2 في أي ساعةٍ كانتِ المسافةُ المقطوعةُ 40km؟		 نلاحظُ أنَّ الخطَّ الأفقيَّ والخطَّ الرأسيَّ يلتقيانِ عند النقطةِ (8,40).
3 ما سرعةُ الباصِ في الفترةِ الزمنيةِ 8:00-9:00؟		الزوجُ المرتبُ عندَ الساعةِ 8:00 هو..... والزوج المرتبُ عندَ الساعةِ 9:00 هو..... نطبقُ قانونَ السرعةِ: $v = m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
4 متى كانتِ استراحةُ الطلبةِ في أثناءِ الرحلةِ؟		بدايةُ الخطِّ الأفقيِّ عندَ الساعةِ ..... ونهايةُ الخطِّ الأفقيِّ عندَ الساعةِ .....
5 ما سرعةُ الباصِ في الفترةِ الزمنية 10:00-12:00		
6 متى وصلَ الطلبةُ إلى البتراءِ؟		نهايةُ خطِّ التمثيلِ البيانيِّ

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدربُ" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ مع بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أجدُ سرعةَ جسمٍ متحركٍ في فترةٍ زمنيةٍ محددةٍ ( ).		• أفسرُ التمثيلاتِ البيانيةَ للعلاقاتِ ( ).

الاقترانُ التربيعيُّ

3

النتاجاتُ: • أذكرُ خصائصَ الاقترانِ التربيعيِّ.
• أمثّلُ الاقترانَ التربيعيَّ بيانيًّا في المستوى الإحداثيِّ.

نشاط 1 خصائصُ الاقترانِ التربيعيِّ

أتعلمُ

الاقترانُ التربيعيُّ: هو كلُّ اقترانٍ يكتبُ على الصيغةِ $f(x)=ax^2+bx+c$ حيثُ a,b,c أعدادٌ حقيقيةٌ $a\neq 0$
ويسمى الاقترانُ $f(x)=ax^2$ بالاقترانِ الرئيسِ، لأنه أبسطُ صورة للاقترانِ التربيعيِّ.

أتعلمُ

القطعُ المكافئُ: هو الشكلُ الناتجُ عن تمثيلِ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا $f(x)=ax^2+bx+c$ ويكونُ على شكلِ ∩ إذا كان $a<0$، أو على شكلِ ∪ إذا كانت $a>0$.

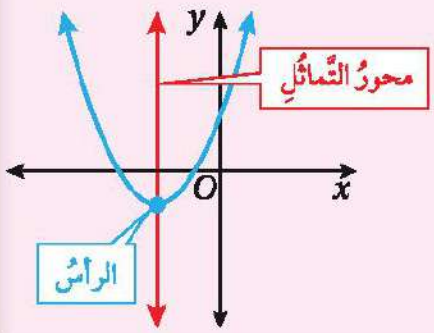
محورُ التماثلِ: الخطُّ الرأسيُّ الذي يقسمُ الشكلَ إلى قسمين متماثلين ومعادلتهُ $x=-\frac{b}{2a}$

رأسُ القطعِ: نقطةُ تقاطعِ محورِ التماثلِ معَ منحنى القطعِ، وإحداثياتُهُ $\left(-\frac{b}{2a},f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

وتكونُ: { قيمةً عظمى إذا كانتْ $a<0$; قيمةً صغرى إذا كانتْ $a>0$ }

المجالُ: مجالُ الاقترانِ التربيعيِّ دائما هو $(-\infty,\infty)$

المدى: { $\{y|\ y\geq f\left(\frac{-b}{2a}\right)\}$ إذا كانت $a>0$; $\{y|\ y\leq f\left(\frac{-b}{2a}\right)\}$ إذا كانت $a<0$ }



1) أميزُ الاقترانَ التربيعيَّ في كلٍّ مما يأتي وأبررُ إجابتي:

الاقترانُ	تربيعيٌّ ومعاملاتهُ	غيرُ تربيعيٍّ	التبريرُ
$f(x)=x^2+3x-2$	✓ $a=1$ b $=3$ c $=-2$		لأنه على الصيغةِ $f(x)=ax^2+bx+c$
$f(x)=x^3+3x$		✓	لأنَّ أكبرُ قوةٍ للمتغيرِ فيه تساوي 3
$g(x)=4x^2+6$	✓ $a=4$ b $=0$ c $=6$		لأنهُ على الصيغةِ $f(x)=ax^2+bx+c$ **أتذكرُ** أيُّ حدٍّ من حدودِ الاقترانِ التربيعيِّ غيرُ موجودٍ يكونُ معاملهُ 0
$g(x)=4x-6$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 1
$f(x)=2x^3-3x^2+4$		✓	
$f(x)=x^2$	✓ $a=$, b $=$, c $=$		
$f(x)=8x^3-1$			لأنَّ قوةَ المتغيرِ فيه تساوي 3

2) أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ وإحداثياتِ رأسِ القطعِ والقيمةِ العظمى أو الصغرى ومدى الاقتراناتِ الآتيةِ:

الاقترانُ	قيمُ المعاملاتِ a, b, c	معادلةُ محورِ $x=\frac{-b}{2a}$	إحداثياتُ رأسِ القطعِ $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$	القيمةُ العظمى $a<0$ القيمةُ الصغرى $a>0$	المدى
$f(x)=x^2+2x+1$	$a=1$ b $=2$ c $=1$	$x=\frac{-2}{2(1)}=-1$	$f(-1)=(-1)^2+2(-1)+1$ $=1-2+1=0$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(-1, 0)$	بما أنَّ $a=1$ للاقترانِ قيمةٌ صغرى مقدارُها 0	$[0, \infty)$ $\{y \mid y \geq 0\}$
$f(x)=x^2-6x-5$	$a=1$ b$=-6$ c$=-5$	$x=\frac{-(-6)}{2(1)}$	$f(3)=$ $=-14$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(3,\ )$	بما أنَّ $a=1$ للاقترانِ قيمةُ ..... مقدارُها	$[....., \infty)$ $\{y \mid y \geq .....\}$
$f(x)=-2x^2+4x$	$a=$ b $=$ c $=0$	$x=.....$ $=1$	$f(\ )=$ $=2$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(\ ,\ )$	بما أنَّ $a=...$ للاقترانِ قيمةٌ عظمى مقدارُها	$(-\infty, ...]$ $\{y \mid y \leq .....\}$
$f(x)=4x^2-7$	$a=$ b $=$ c $=$	$x=.....$	$f(\ )=$ إحداثياتُ رأسِ القطعِ $(\ ,\ )$	بما أنَّ $a=...$ للاقترانِ قيمةُ ..... مقدارُها	$[....., \infty)$ $\{y \mid y \geq .....\}$
$f(x)=-3x^2-6x-5$					
$f(x)=x^2-2x+4$					

نشاط 2 تمثيلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا

خطواتُ تمثيلِ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا

أحددُ اتجاهَ القطعِ
$a > 0$ مفتوحٌ للأعلى ∪
$a < 0$ مفتوحٌ للأسفلِ ∩

↓

أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ ثم إحداثياتِ رأسِ القطعِ

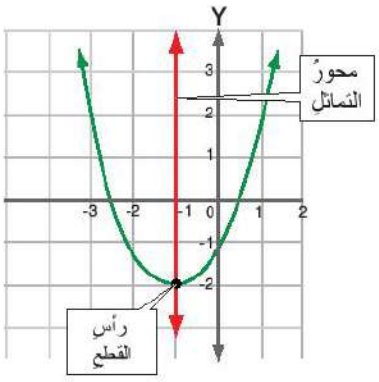
↓

أجدُ نقاطًا أخرى

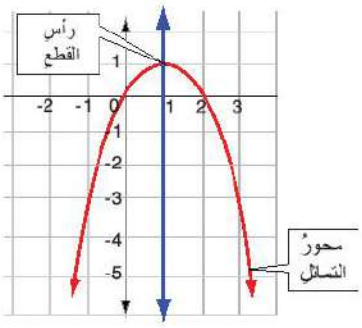
أجدُ أحداثياتِ المقطعِ y
أختارُ قيمةً للمتغيرِ x تقعُ في جهةِ المقطعِ y نفسِها.

1) أمثلُ الاقترانَ $f(x) = x^2 + 2x - 1$ بيانيًّا

الخطوةُ	الحلُّ	التمثيلُ البيانيُّ
1 أجدُ قيمَ المعاملاتِ a,b,c	$a =$ $b =$ $c =$	
2 أحددُ اتجاهَ القطعِ	بما أنَّ $a=1$ فإنَّ المنحنى مفتوحٌ للأعلى.	
3 أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ	$x =$ $x = -1$	
4 أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ	$f(-1)=$ إحداثيات الرأسِ (,)	
5 أجدُ المقطعَ y	المقطعُ y هو قيمةُ الثابتِ c فالمقطعُ يساوي -1 إذنْ إحداثيات المقطعِ y هو $(0, -1)$	
6 أختارُ قيمةً للمتغيرِ x والقيمةَ المناظرةَ لها في الاقترانِ $f(x)$	أختارُ قيمةَ ..... $x =$ $f(1)=1^2+2(1)-1=2$ أحصلُ على الزوجِ المرتبِ $(1,2)$	المجالُ $(-\infty,\infty)$ المدى $\{y \mid y \geq -2\}$ أو $[-2,\infty)$ وتكون القيمةُ الصغرى هي -2
7 أعينُ النقاطَ على المنحنى وأصلُ بينَها بخطٍّ منحنٍ ثم أرسمُ الخطَّ المنحني نفسَه على الطرفِ الثاني من محورِ التماثلِ، فيظهرُ الشكلُ في التمثيلِ البيانيِّ.	إحداثياتُ الرأسِ (,) إحداثياتُ المقطعِ y (,) إحداثياتُ نقطةٍ على المنحنى (,)	



2) أمثلُ الاقترانَ $f(x) = -x^2 + 2x$ بيانيًّا

الخطوةُ	الحلُّ	التمثيلُ البيانيُّ
1 أجدُ قيمَ المعاملاتِ a,b,c	$a =$ $b =$ $c =$	
2 أحدد اتجاهَ القطع	بما انَّ $a = -1$ فإنَّ المنحنى مفتوحٌ.....	
3 أجدُ معادلةَ محورِ التماثلِ		
4 أجدُ إحداثيات رأسِ القطعِ	إحداثياتُ الرأسِ (,)	
5 أجدُ المقطعَ y	المقطع y يساوي..... إذنّ احداثياتُ المقطعِ y (,)	المجالُ ..... المدى ..... القيمةُ العظمى.....
6 أختارَ قيمةً للمتغيرِ x والقيمةَ المناظرةَ لها في الاقترانِ $f(x)$	أختارُ قيمةَ ..... $= x$ $f($ $)$ .....$=($.....$)$ أحُصل على الزوجِ المرتبِ (,)	
7 أعينُ النقاطَ على المنحنى وأصلُ بينها بخطٍّ منحنٍ، ثم أرسمُ الخطَّ المنحنى نفسَه على الطرفِ الثاني من محورِ التماثلِ، فيظهرُ الشكلُ في التمثيلِ البيانيِّ.	إحداثياتُ الرأسِ (,) إحداثياتُ المقطعِ y (,) إحداثياتُ نقطةٍ على المنحنى (,)	

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبِّر عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدربُ" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ مع بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أحددُ خواصَّ الاقترانِ التربيعيِّ ( ).	• أمثلُ الاقترانَ التربيعيَّ بيانيًّا ( ).	

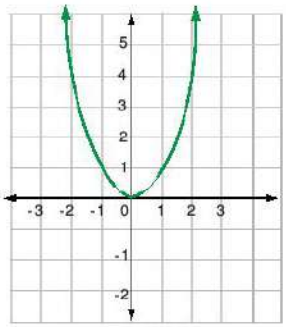
التحويلاتُ الهندسيةُ للاقترنات التربيعيةِ

4

النتاجاتُ: • أمثّلُ منحنياتِ الاقتراناتِ التربيعيةِ الناتجةِ عن تطبيقِ تحويلٍ هندسيٍّ أو أكثرَ على منحنى الاقترانِ الرئيسِ.

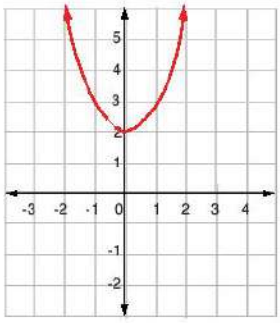
نشاط 1 تمثيلُ منحنى الاقترانِ الرئيسِ بيانيًّا والتحويلاتُ الهندسيةُ عليه

1) أقارنُ التمثيلَ البيانيَّ للاقترانِ الرئيسِ $f(x) = x^2$ بالتمثيلِ البيانيِّ للاقتراناتِ الممثلةِ، وأجيبُ عن الأسئلةِ التي تليه:



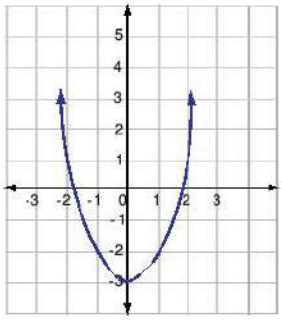
الشكلُ (1)

$f(x) = x^2$



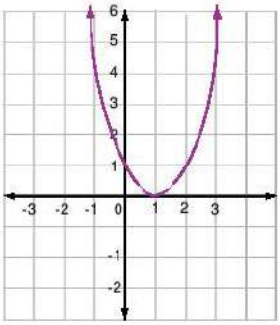
الشكلُ (2)

$f(x) = x^2 + 2$



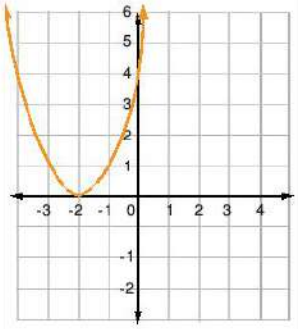
الشكلُ (3)

$f(x) = x^2 - 3$



الشكلُ (4)

$f(x) = (x - 1)^2$



الشكلُ (5)

$f(x) = (x + 2)^2$

الشكلُ (2) هو الشكلُ (1) أُجريَ عليه انسحابٌ بمقدارِ خطوتين إلى الأعلى، ويسمى انسحابًا رأسيًّا (للأعلى).

الشكلُ (3) هو الشكلُ (1)، أُجريَ عليه انسحابٌ بمقدارِ 4 خطوات إلى ..... ويسمى انسحابًا رأسيًّا (للأسفل).

الشكلُ..... هو الشكلُ (1)، أُجريَ عليه انسحابُ خطوةٍ واحدةٍ إلى..... ويسمى انسحابًا أفقيًّا (لليمين).

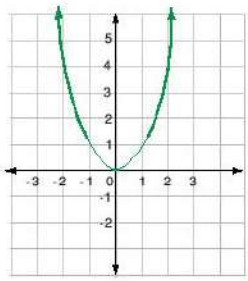
الشكلُ..... هو الشكلُ (1)، أُجريَ عليه انسحابٌ بمقدارِ خطوتينِ إلى ..... ويسمى انسحابًا..... (لليسار).

أستنتجُ أنَّ الانسحابَ يحافظُ على ..... ويغيرُ من ..... فقط.

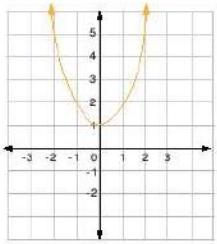
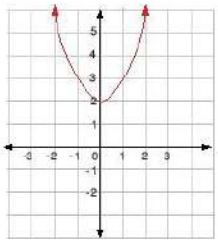
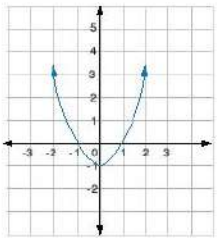
أستنتجُ:

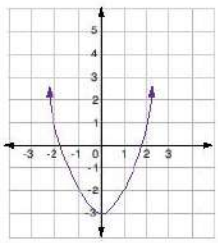
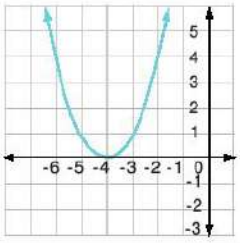
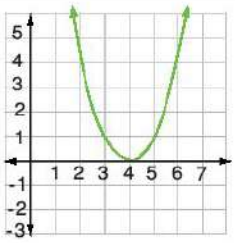
الانسحابُ	قاعدةُ الانسحابِ	مثالٌ	الوصفُ بالكلماتِ
إلى الأعلى	$f(x)=x^2+k$	$f(x)=x^2+4$	انسحابٌ إلى الأعلى بمقدارِ $k=4$ وحدة
إلى الاسفلِ	$f(x)=x^2-k$	$f(x)=x^2-4$	انسحابٌ إلى الأسفل بمقدارِ $k=4$ وحدة
إلى اليمينِ	$f(x)=(x-k)^2$	$f(x)=(x-1)^2$	انسحابٌ إلى اليمينِ بمقدارِ $k=1$ وحدة
إلى اليسارِ	$f(x)=(x+k)^2$	$f(x)=(x+1)^2$	انسحابٌ إلى اليسارِ بمقدارِ $k=1$ وحدة

2) أصفُ الانسحابَ المطبقَ على الاقترانِ الرئيسِ بالكلماتِ ثم أجُد قاعدةَ الاقترانِ في كلٍّ مما يأتي:



$f(x)=x^2$

الشكلُ			
الوصفُ	الشكلُ يمثلُ انسحابًا..... بمقدارِ	الشكلُ يمثلُ انسحابًا..... بمقدارِ	الشكلُ يمثلُ انسحابًا..... بمقدارِ .....
قاعدةُ الاقترانِ	$f(x)=x^2+.....$	$f(x)=x^2+.....$	$f(x)=x^2-.....$

الشكلُ			
الوصفُ	الشكلُ يمثلُ انسحابًا..... بمقدارِ	الشكلُ يمثلُ انسحابًا..... بمقدارِ	الشكلُ يمثلُ انسحابًا..... بمقدارِ .....
قاعدةُ الاقترانِ	$f(x)=x^2-.....$	$f(x)=(x+\ \ )^2$	$f(x)=(x-\ \ )^2$

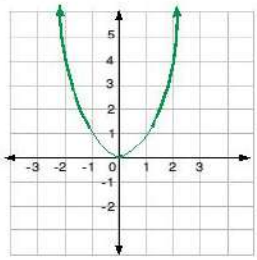
أتذكرُ

التمددُ هو تحويلٌ يؤدي إلى توسيعِ الشكلِ أو تضييقِهِ، وقاعدتُهُ $f(x)=ax^2$

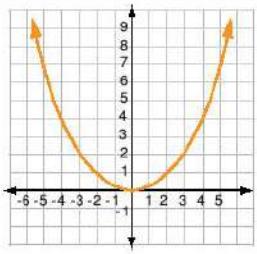
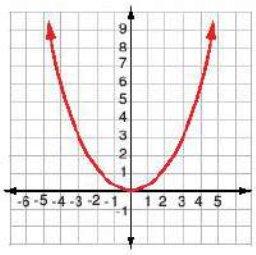
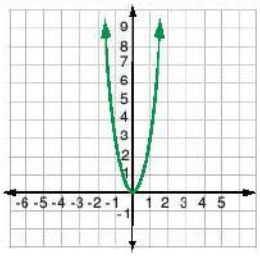
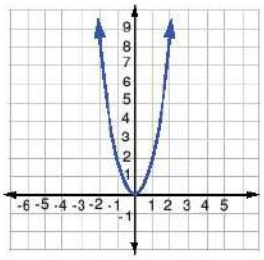
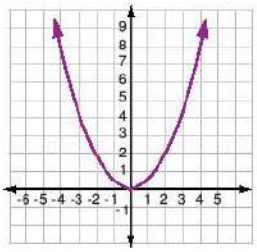
التوسيعُ: عندما تكونُ قيمةُ $a>1$

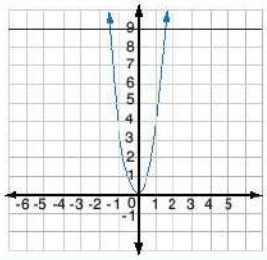
التضييقُ: عندما تكونُ قيمةُ $0<a<1$

3) أقارنُ التمثيلَ البيانيَّ للاقترانِ الرئيسِ بالتمثيلِ البيانيِّ للاقتراناتِ الممثلةِ وأجيبُ عن الأسئلةِ التي تليه:



$f(x)=x^2$

الشكلُ	الوصفُ	قاعدةُ الاقترانِ
	الشكلُ يمثلُ تضييقاً رأسيًّا بمعاملِ مقدارهُ $a=\frac{1}{4}$ لأن $0<a<1$	$f(x)=\frac{1}{4}x^2$ $a=\frac{1}{4}$
	الشكلُ يمثلُ..... بمعاملِ مقدارهُ.....	$f(x)=\frac{1}{3}x^2$ $a=\frac{1}{3}$
	الشكلُ يمثلُ توسيعاً رأسيًّا بمعاملِ مقدارهُ $a=3$	$f(x)=\ldots x^2$
	الشكلُ يمثلُ..... بمعاملِ مقدارهُ.....	$f(x)=2x^2$
	الشكلُ يمثلُ..... بمعاملِ مقدارهُ $a=\frac{1}{2}$	$f(x)=\ldots x^2$

	الشكلُ يمثّلُ..... بمعاملِ مقدارهُ $a=4$	$f(x)=\ldots x^2$

أتعلّمُ

الانعكاسُ هو تحويلٌ هندسيٌّ يعكسُ منحنى الاقترانِ حولَ مستقيمٍ معلومٍ الانعكاسُ حولَ محور x

$f(x)=x^2 \longrightarrow f(x)=-x^2$

الانعكاسُ حولَ محورِ y لا يؤثرُ في الشكلِ

$f(x)=x^2 \longrightarrow f(-x)=(-x)^2=x^2$

أتعلّمُ

$f(x)=a(x-h)^2+k$

a: يحددُ التمدد و الانعكاس

التمددُ	الانعكاسُ	الانسحابُ الأفقيُّ	الأنسحاب الرأسيُّ
التوسيعُ الرأسيُّ $\lvert a\rvert>1$	إشارةُ a سالبةٌ	لليمين، إشارةُ h موجبةٌ	إلى الأعلى، إشارةُ k موجبةٌ
التضييقُ الرأسي $0<\lvert a\rvert<1$	انعكاسٌ حول محورِ x	لليسارِ، إشارةُ h سالبةٌ	إلى الأسفلِ، إشارةُ k سالبةٌ

إحداثياتُ الرأسِ (h,k)

h: يحددُ الانسحابَ الأفقيَّ

k: يحدد الانسحابَ الرأسيَّ

4) أصفُ التحويلَ الهندسيَّ بالكلماتِ وأبررُ إجابتي ثمَّ أجدُ إحداثياتِ الرأسِ

الاقترانُ	الوصفُ بالكلماتِ	التبريرُ	إحداثياتُ الرأسِ
1 $f(x)=-2x^2$	يوجدُ انعكاسٌ حولَ محورِ x	$a<0$ (سالب)	$(0,0)$
	توسيعٌ رأسيٌّ معاملهُ 2 وحدَة	$\lvert a\rvert>1$	
2 $f(x)=3(x+2)^2$	لا يوجدُ انعكاسٌ	.....	$(-2,0)$
	يوجدُ توسيعٌ.... معاملُه.....	.....	
	يوجدُ انسحابٌ أفقيٌّ إلى اليسارِ بمقدارِ.....	h=2	
3 $f(x)=-(x-1)^2+1$	يوجدُ .....حولَ محورِ....	$a<0$	(,)
	لا يوجدُ	$\lvert a\rvert=1$	
	يوجدُ انسحابٌ.... بمقدارِ...	h=1	
	يوجدُ انسحابٌ رأسي إلى الأعلى بمقدارِ وحدةٍ واحدةٍ	k=1	
4 $f(x)=\frac{1}{4}x^2-5$	لا يوجدُ	a.....	(0 ,)
	يوجدُ تضييقٌ رأسيٌّ معاملُه.....	a.....	
	يوجدُ .....بمقدارِ.....	k.....	
5 $f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2-1$	يوجدُ	a=.....	(,)
	يوجدُ .....معاملُه.....	a=.....	
	يوجدُ .....بمقدارِ.....	h=.....	
	يوجدُ .....بمقدارِ....	k=.....	

أقيمُ ذاتي: أرسمُ الوجهَ الذي يُعبّرُ عن درجةِ رضايَ عنْ أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ ( ).

أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "أتدرب" وأحلُّ المسائلَ.	أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ مع بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلاً أتقنَ المهارةَ.	لم أتمكنْ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنَ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفةِ.
• أصفُ تأثيرَ تحويلٍ هندسيٍّ أو أكثرَ على منحنى الاقترانِ الرئيسِ ( ).		