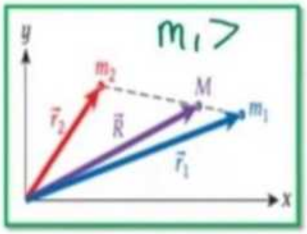
**مركز الكتلة** النقطة التي تتركز فيها كتلة الجسم

يقع مركز كتلة الجسم المنتظم( الكثافة الكتلية للجسم ثابتة ) في المنتصف تماما

قد يقع مركز كتلة الجسم خارج الجسم مثل الخاتم أو الهلال

## مركز الكتلة المشترك لجسمين




متجه موقع مركز الكتلة هو متوسط متجهات مواقع الأجسام مضروبة في كتلتها

$$\vec{R} = \frac{\vec{r_1}m_1 + \vec{r_2}m_2}{m_1 + m_2}$$

$$X = \frac{x_1m_1 + x_2m_2}{m_1 + m_2} \qquad Y = \frac{y_1m_1 + y_2m_2}{m_1 + m_2} \qquad Z = \frac{z_1m_1 + z_2m_2}{m_1 + m_2}$$

**جسمان متساويان في الكتلة** يقع مركز الكتلة لهما في منتصف المسافة بين مركزي كتلة الجسمين

**جسمان مختلفان في الكتلة** يقع مركز الكتلة لهما أقرب إلى الكتلة الأكبر


**جسمان متساويان في الكتلة** يقع مركز الكتلة لهما في منتصف المسافة بين مركزي كتلة الجسمين

**جسمان مختلفان في الكتلة** يقع مركز الكتلة لهما أقرب إلى الكتلة الأكبر


$$X = \frac{1}{M} \sum x_i m_i$$

## مسألة محلولة 8.1 مركز كتلة الأرض والقمر

$m_1$ $m_2$

تبلغ كتلة الأرض $5.97 \times 10^{24}$ kg. وتبلغ كتلة القمر $7.36 \times 10^{22}$ kg. ويدور القمر حول الأرض على مسافة تبعد 384,000 km، أي أنّ مركز القمر يبعد مسافة مقدارها 384,000 km عن مركز الأرض، كما هو موضّح في الشكل 8.3a.

### المسألة

ما المسافة التي يبعدها مركز كتلة نظام الأرض والقمر عن مركز الأرض؟

الأرض القمر

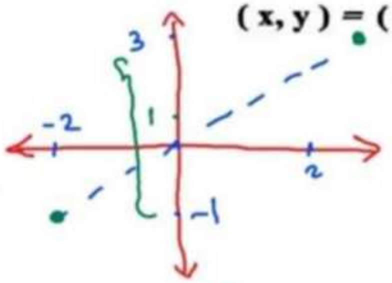
$x_1 = 0$ $\qquad$ $x_2 = 384000$ Km

$$X = \frac{\cancel{x_1m_1} + x_2m_2}{\underbrace{m_1 + m_2}_{M}} = \frac{0 + 384000 \times 7.36 \times 10^{22}}{5.97 \times 10^{24} + 7.36 \times 10^{22}} = \quad \text{Km}$$

وضع سلك رفيع ومستقيم منتظم الكثافة في المستوى ( x y ) ويقع طرفا السلك عند النقطتين

( x, y ) = ( 2.0 m , 3.0 m ) و ( x, y ) = ( -2.0 m , -1.0 m )

أين يقع مركز كتلة السلك ؟




(0 , 1)

- [ ] $(x, y) = (0\ m, 0\ m)$
- [ ] $(x, y) = (0\ m,\ 1.0\ m)$
- [ ] $(x, y) = (1.0\ m\ , 0\ m)$
- [ ] $(x, y) = (1.0\ m , 1.0\ m)$

$m_1 = m_2 = 1$

$x_1 = -2 \quad y_1 = -1$

$x_2 = 2 \quad y_2 = 3$

$$X = \frac{-2 \times 1 + 2 \times 1}{1+1} = 0$$

$$Y = \frac{-1 \times 1 + 3 \times 1}{1+1} = 1$$

1+1

يتكون نظام من جسمين : الجسم الأول $(m_1 = 4.0kg)$ ويقع عند $(-4.0m\ ,1.0m)$

والجسم الثاني $(m_2 = 5.0kg)$ ويقع عند $(2.0m\ ,1.0m)$ .

ما مقدار مركبة $X$ لمركز كتلة النظام ؟

$-1.0\ m$   $-\mathbf{0.67\ m}$   $-2.0\ m$   $-1.3\ m$

$$X = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{-4 \times 4 + 2 \times 5}{4+5} = \frac{-6}{9}\ m$$

يتكون نظام من جسمين : الجسم الأول $(m_1 = 4.0kg)$ ويقع عند $(-4.0m\,,1.0m)$

والجسم الثاني $(m_2 = 5.0kg)$ ويقع عند $(2.0m\,,1.0m)$ .

ما مقدار متجه الموقع لمركز كتلة النظام ؟

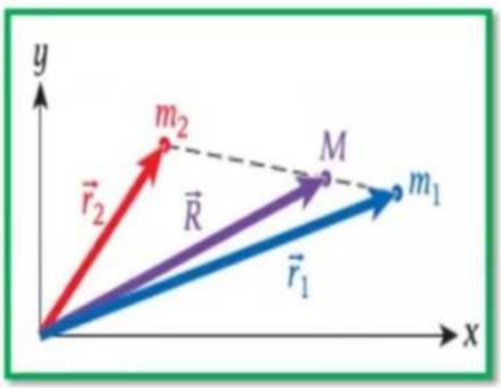
| | | | |
|---|---|---|---|
| $3.6\,m$ | $2.9\,m$ | **$1.2\,m$** | $0.92\,m$ |

$X = -0.67$ $\quad (X, y) = (-0.67m, 1m)$

$$Y = \frac{1\times4 + 1\times5}{4+5} = 1 \qquad \vec{r} = -0.67\,\hat{x} + 1\,\hat{y}$$

$$|\vec{r}| = \sqrt{0.67^2 + 1^2} = 1.2\ m$$

2




**مراجعة المفاهيم 8.1**

في الحالة الموضّحة في الشكل 8.2. ما المقادير النسبية للكتلتين $m_1$ و$m_2$؟

a) $m_1 < m_2$

b) $m_1 > m_2$

c) $m_1 = m_2$

d) لا يمكن تحديد أي الكتلتين أكبر استنادًا إلى المعلومات المتوفرة في الشكل فقط.

**8.31•** يقف بهلوانات صغار في وضع سكون على منصة أفقية دائرية مرتكزة على حامل عند نقطة منتصفها. لذا من المفترض أن تقع نقطة الأصل للنظام الإحداثي الديكارتي ثنائي الأبعاد عند منتصف المنصة. ويقف بهلوان كتلته 30.0 kg عند (4.00 m ،3.00 m)، بينما يقف بهلوان آخر كتلته 40.0 kg عند (−2.00 m ،−2.00 m). بافتراض أن البهلوانات يقفون في وضع سكون في مواقعهم، فأين يجب أن يقف بهلوان كتلته 20.0 kg بحيث يكون مركز كتلة النظام المكون من البهلوانات الثلاثة عند نقطة الأصل وتكون المنصة متوازنة؟

$m_1 = 30\,kg \quad X_1 = 4\,m \quad Y_1 = 3\,m$

$m_2 = 40\,kg \quad X_2 = -2\,m \quad Y_2 = -2\,m$

$m_3 = 20\,kg \quad X_3 = ? \quad Y_3 = ?$

$X = 0$

$Y = 0$

$$X = \frac{X_1 m_1 + X_2 m_2 + X_3 m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$0 = \frac{4 \times 30 + -2 \times 40 + 20 X_3}{30 + 40 + 20} \qquad X_3 = -2\,m$$

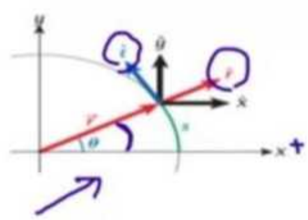
$$0 = \frac{3 \times 30 + -2 \times 40 + 20 Y_3}{30 + 40 + 20} \qquad Y_3 = -0.5\,m$$

**القطبية**

$(r, \theta)$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

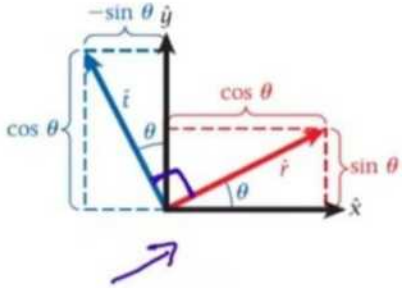


**الديكارتية**

$(x, y)$

$$x = r\cos\theta$$

$$y = r\sin\theta$$



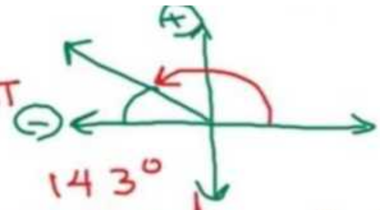

متجه الوحدة القطري:

$$\hat{r} = \cos\theta\,\hat{x} + \sin\theta\,\hat{y} = (\cos\theta\,, \sin\theta)$$

متجه الوحدة المماسي:

$$\hat{t} = -\sin\theta\,\hat{x} + \cos\theta\,\hat{y} = (-\sin\theta\,, \cos\theta)$$

$r = 10\,m$




$(x, y) = (-8, 6)$

$\theta = 180 - 37 = 143^\circ$

$= \pi - 0.64 = 2.5\ rad$

x y

1- نقطة موقعها بالإحداثيات الديكارتية $[(x,y) = (8.0,6.0)m]$ . ما موقع هذه النقطة بالإحداثيات القطبية ؟

- [ ] $(r,\theta) = (10\,m, 0.64\,rad)$
- [ ] $(r,\theta) = (10\,m, 0.46\,rad)$
- [ ] $(r,\theta) = (5.0\,m, 0.64\,rad)$
- [ ] $(r,\theta) = (5.0\,m, 0.46\,rad)$

$r = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ m$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{6}{8}\right) = 37^\circ = 0.64\ rad$

$37 \times \frac{\pi}{180} =$ rad

---

**الإزاحة**

**زاوية** | $x = r\theta$ | **خطية**

الأزاحة الزاوية $\theta$ تقاس $deg$ $rev$ $rad$

الأزاحة الخطية $x$ تقاس بالمتر $m$

S

$rev \xrightarrow{\times 2\pi} rad$

$deg \xrightarrow{\times \frac{\pi}{180}} rad$

$1\,rev = 2\pi\ rad = 360^0$

$5\,rev = \ldots\ rad$ $\quad 5 \times 2\pi = 10\pi\ rad$

$60^0 = \ldots\ldots\ rad$ $\quad 60 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{3}\ rad$

180

## مثال 9.1 تحديد موقع نقطة باستخدام الإحداثيات الديكارتية والقطبية

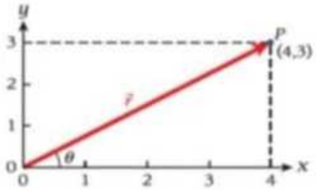
x y

نقطة موقعها محدّد بالإحداثيات الديكارتية (4,3)، كما هو موضح في الشكل 9.5.

$(r, \theta) = (5, 0.64 rad)$

**المسألة**

كيف يمكننا تمثيل موقع هذه النقطة بالإحداثيات القطبية؟




$r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\,m$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = 0.64 rad$

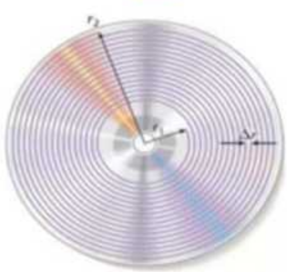
$= 37^\circ$

## مثال 9.2 مسار على القرص المضغوط

في الشكل 9.5 تمثل مسار على القرص المضغوط. وهو مسار حلزوني يبدأ بنصف قطر داخلي $r_1 = 25$ mm $\times 10^{-3}$ وينتهي بنصف قطر خارجي $r_2 = 58$ mm $\times 10^{-3}$. والتباعد بين الحلقات المتتالية للمسار ثابتة، $\Delta r = 1.6$ µm $\times 10^{-6}$.

**المسألة**

كم يبلغ الطول الإجمالي لهذا المسار؟



$\bar{r} = \frac{25+58}{2} = 41.5\ mm \times 10^{-3}\ m$

$n = \frac{r_2 - r_1}{\Delta r} = \frac{(58-25)\times 10^{-3}}{1.6 \times 10^{-6}} = 20625$

$L = n\, 2\pi \bar{r}$

$= 20625 \times 2\pi (41.5 \times 10^{-3}) =$ m

عجلة رياضية يبلغ قطر إطارها $110\ cm$ . إذا دارت العجلة 30 دورة .

ما مقدار المسافة التي قطعتها نقطة على حافة الإطار ؟ $r = 55\ cm = 0.55\ m$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $54.0\ m$ | $86.2m$ | $90.3m$ | **$104m$** |

$\theta = 30\ rev = 30 \times 2\pi$
$= 60\pi\ rad$
$S = ?$

$S = R\,\theta_{rad}$
$= 0.55 \times 60\,\pi -$

تقع مدينة عند $(51.0^0)$ شمالاً . ما المسافة التي تتحركها على سطح الأرض من المدينة حتى تصل خط الإستواء ؟

تقع مدينة عند $(51.0^0)$ شمالاً . ما المسافة التي تتحركها على سطح الأرض من المدينة حتى تصل خط الإستواء ؟

R

(علماً بأن نصف قطر الأرض $6370\ km$ )

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3310km$ | $4340\ km$ | $5490km$ | **$5670km$** |

$\theta = 51^0 \times \frac{\pi}{180}$

$S = R\,\theta_{rad}$

$S = ?$

$S = 6370 \times 51 \times \frac{\pi}{180} =$ Km

$\longrightarrow S = \theta R$

7 Angular Velocity, Angular Frequency, and Period $\longrightarrow V = \omega R$

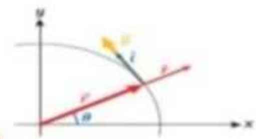
Relate the instantaneous value of the magnitude of the angular velocity (or the instantaneous angular speed), $\omega$, to the time derivative of the angular position as $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$. $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Relate the magnitudes of linear (tangential) and angular velocities for circular motion as $v = r\omega$, and explain that this relation does not hold for tangential and angular velocity vectors

8 Angular Velocity, Angular Frequency, and Period

Relate the average magnitude of angular velocity $\bar{\omega}$ (or average angular speed) to the angular displacement ($\Delta\theta$) and the time interval for that displacement ($\Delta t$) as $\bar{\omega} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$.

**السرعة**



**زاوية** $v_t = r\,\omega\,\hat{t}$ **خطية**

السرعة الزاوية $\omega$ تقاس $rad/_s$

السرعة الخطية $v_t$ تقاس $m/_s$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\,\theta}{dt} = \frac{v}{r}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$v_t = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d\,x}{dt} = \boxed{r\,\omega}$$

الشكل 9.8

دوران عكس عقارب الساعة $\omega = +$

مع عقارب الساعة $\omega = -$

## مثال 9.3 الدوران المداري للأرض والدوران المحوري لها

**المسألة**

تدور الأرض حول الشمس وكذلك تدور حول محورها الذي يمتد من القطب إلى القطب. أوجد السرعات الزاوية لهذه الحركات وكذلك ترددانها وسرعاتها الخطية.

حول الشمس

$T = 365\ day \times 24 \times 60 \times 60$
$= 3.15 \times 10^{7}\ s$

$f = \frac{1}{T} = 31.7 \times 10^{-9}\ Hz \quad s^{-1}$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{3.15 \times 10^{7}} = \quad rad/s$

$V = \omega r$

حول محورها

$T = 24\ h \times 60 \times 60$
$= 8.64 \times 10^{4}\ s$

$f = \frac{1}{T} = 1.16 \times 10^{-5}\ Hz$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8.64 \times 10^{4}} = \quad rad/s$

$V = \omega r \cos\upsilon$

7

$\omega \quad rad/s \qquad s \qquad f \quad Hz \quad s \quad rev/s$

يدور قرص بتردد $(1.3 s^{-1})$ . ما السرعة الزاوية للقرص ؟

$\omega = 2\pi f$

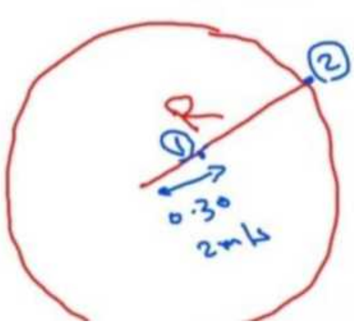
$\omega = 2\pi \times 1.3 = \qquad rad/s$

- 2.4 rad/s
- 4.7 rad/s
- 8.2 rad/s
- 7.4 rad/s

$r$

دراجة سباق قطر إطارها ( $110\ cm$ )يدور الاطار بسرعة زاوية ثابتة . نقطة تقع على الإطار على بعد ( $0.30\ m$ )من مركز الإطار تبلغ سرعتها ( $2.0\ m/s$ ). احسب السرعة الخطية لنقطة تقع على حافة الإطار الخارجي .

- 0.687 m/s
- 2.33 m/s
- 1.57 m/s
- 3.67 m/s




ثابتة $\omega$

$\omega = \frac{V_1}{r_1} = \frac{V_2}{r_2}$

$\frac{2}{0.30} = \frac{V_2}{0.55}$

$V_2 = \frac{2 \times 0.55}{0.30}$
$=$

ما مقدار السرعة الزاوية لعقرب الدقائق ؟

$\frac{\pi}{7200}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{3600}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{1800}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{60}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{30}\frac{rad}{s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60\times60} = \frac{\pi}{1800}\ rad/s$$

ما مقدار السرعة الزاوية لعقرب الثواني ؟

$\frac{\pi}{7200}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{3600}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{1800}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{60}\frac{rad}{s}$ $\frac{\pi}{30}\frac{rad}{s}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30}\ rad/s$$

إذا كان خط العرض لمدينة يبلغ ($60^0$) فما سرعة الدوران المحوري لها . علماً بأن نصف قطر الأرض عند خط الاستواء يُساوي ($6380\ km$).

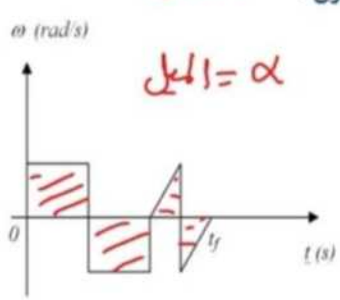
$$\omega = \frac{2\pi}{24\times60\times60} = \ rad/s$$

- $232 m/s$
- $0.398 m/s$
- $464\ m/s$
- $564\ m/s$

$$V = \omega R \cos\theta$$

$$V = \frac{2\pi}{24\times60\times60}\times 6380\times10^3 \cos 60 = \ m/s$$

في الشكل المقابل : كم تكون الإزاحة الكلية للجسم عند الزمن t إذا بدأ حركته من السكون ؟




الميل $= \alpha$

$\Delta\theta =$ المساحة تحت المنحنى

- [x] صفر
- [ ] مع عقارب الساعة
- [ ] عكس عقارب الساعة
- [ ] لا يمكن تحديدها

تدور مروحة سقف عكس عقارب الساعة عند النظر إليها من أسفل.
إذا كانت المروحة في حالة تباطؤ ما اتجاه السرعة الزاوية والعجلة الزاوية للمروحة ؟

- [x] السرعة الزاوية لأسفل والعجلة الزاوية لأعلى .
- [ ] السرعة الزاوية لأسفل والعجلة الزاوية للأسفل
- [ ] السرعة الزاوية لأعلى والعجلة الزاوية لأعلى
- [ ] السرعة الزاوية لليمين والعجلة الزاوية لليسار

$\omega = +$ لأسفل $+$

$\alpha = -$ لأعلى $-$

| 10 | Angular and Centripetal Acceleration |
|---|---|

$a_c = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$

Apply the equation for the magnitude of centripetal acceleration, $a_c = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$.

أي جسم يدور

$\omega = - \ \alpha = +$ $\omega = + \ \alpha = +$

$\omega = + \ \alpha = -$ $\omega = - \ \alpha = -$

متباطئ متسارع

$a_t$ $a_c$

| العجلة المركزية $a_c$ | العجلة الزاوية $\alpha$ | العجلة الخطيه (المماسية) $a_t$ | وجه المقارنة |
|---|---|---|---|
| تنشأ من تغير اتجاه السرعة الخطيه | تنشأ من تغير السرعة الزاوية $\omega$ | تنشأ من تغير من مقدار السرعة الخطيه | المنشأ |
| في اتجاه المركز | حسب حركة الجسم واتجاه السرعة الزاوية | باتجاه المماس | الاتجاه |
| $a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = v\omega$ | $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt} = \frac{a_t}{R}$ | $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt} = \boxed{\alpha \times R}$ | المقدار |
| | يمكن تطبيق معادلات الحركة | | |
| $m/s^2$ | $rad/s^2$ | $m/s^2$ | وحدة القياس |

اذا اردت توليد عجلة مركزيه بمقدار 840,000 مثل عجلة الجاذبية الارضية $g$ في عينة تدور على بُعد 23.5 cm من محور دوران جهاز الطرد المركزي فائق السرعة، فما التردد الذي يتعين عليك إدخاله إلى عناصر التحكم؟
ما السرعة الخطية التي تتحرك بها العينة بعد ذلك؟

$a_c = 840000 \times 9.8 \ m/s^2$

$R = 0.235 \ m$

$f = ?$

$v = ?$

$a_c = \omega^2 R \quad \omega = \sqrt{\frac{a_c}{R}} = 5.92 \times 10^3 \ rad/s$

$v = \omega R = 5.92 \times 10^3 \times 0.235 = \ m/s$

$f = \omega / 2\pi = 5.92 \times 10^3 / 2\pi = \ Hz$

$V=?$ $\quad f = \omega/2\pi = 5.42\times10 / 2\pi = \quad Hz \quad rev/$

إطار نصف قطره ( $35\ cm$ )يدور بسرعة زاوية ( $2.5\ rad/s$ ). ما العجلة المركزية لنقطة على حافة الإطار ؟

$R = 35cm = 0.35m$

$\omega = 2.5\ rad/s$

$a_c = ?$

$a_c = \omega^2 r$

$a_c = 2.5^2 \times 0.35$

$= 10 \quad m/s^2$

- ☐ $0.88\ m/s^2$
- ☐ $17.9\ m/s^2$
- ☐ $1.8\ m/s^2$
- ☐ $2.2\ m/s^2$

---

كرة مثبتة في خيط وتدور في مسار دائري نصف قطره r . إذا زادت السرعة الخطية للضعف مع ثبات نصف القطر فإن :

$4 = 2^2$

$\uparrow a_c = \frac{\uparrow v^2}{R}$

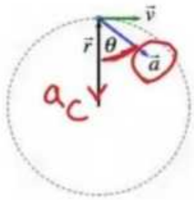
- ☐ العجلة المركزية ثابتة
- ☐ تزداد العجلة المركزية للضعف
- ☑ تزداد العجلة المركزية أربعة أضعاف
- ☐ تقل العجلة المركزية للنصف

---

في الشكل المقابل إذا علمت أن: $0.25m$

( $\vec{a} = 16\frac{m}{s^2}$ , $\vec{r} = 25.0\ cm$ , $\theta = 20^0$ )

احسب مقدار السرعة الخطية $\vec{v}$ .




$a_c = 16\cos 20 \quad m/s^2$

$a_t = 16 \sin 20 \quad m/s^2$

$a_c = \frac{v^2}{R}$

$v = \sqrt{a_c R} = \sqrt{16\cos 20 \times 0.25}$

$V = \quad m/s$

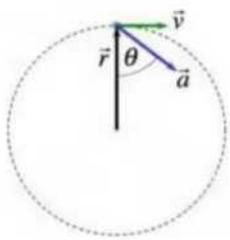
- ☐ $4.01\ m/s$
- ☐ $2.12\ m/s$
- ☐ $3.29\ m/s$
- ☐ $1.94\ m/s$

---

في الشكل المقابل إذا علمت أن :

( $\vec{a} = 16\frac{m}{s^2}$ , $\vec{r} = 25.0\ cm$ , $\theta = 20^0$ )

احسب مقدار التسارع الزاوي $\alpha = ?$




$a_t = \alpha R$

$\alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{16 \sin 20}{0.25} = \quad rad/s^2$

- ☐ $1.37\ rad/s^2$
- ☐ $3.75\ rad/s^2$
- ☐ $21.9\ rad/s^2$
- ☐ $60.1\ rad/s^2$

$a_t$ $a_c$

جسم يتحرك في مسار دائري بحيث تزداد سرعته الخطية . أي الجمل التالية صحيحة ؟

- [ ] يكون اتجاه سرعته الخطية متعامداً على اتجاه العجلة الخطية .
- [ ] مقدار العجلة الخطية أكبر من مقدار العجلة المركزية
- [ ] تنعدم العجلة الخطية والعجلة المركزية ✗
- [x] تكون العجلة الخطية والعجلة المركزية متعامدتان

$\omega_i = 0$ $r = 0.5m$

بدأ قرص قطره( $1.0$ m) الدوران من السكون وكان التسارع الزاوي للقرص يتغير مع الزمن وفق الدالة $(\alpha = 0.1\,t)$ . ما مقدار السرعة الزاوية للقرص بعد( $8.0$ s) من بدء الدوران ؟ $t$ $\omega_f = ?$

$3.2\,rad/s$    $6.4\,rad/s$    $17\,rad/s$    $51\,rad/s$

اشتقاق $\theta$ $\omega$ $\alpha$ تكامل

$$\Delta\omega = \int_0^8 \alpha\, dt = \int_0^8 0.1\,t\, dt$$

$$\Delta\omega = 3.20\, rad/s$$

يتحرك قطار لعبة بسرعة خطية ثابتة في مسار دائري،أي العبارات الآتية صحيحة ؟

$a = 0$ $\alpha = 0$

التسارع الزاوي دائماً موجب    التسارع الزاوي دائماً سالب

التسارع المركزي صفر    مقدار التسارع المركزي ثابت لا يتغير ✓

تتحرك كرة مثبتة في نهاية خيط في مسار دائري نصف قطره r وبتسارع مركزي مقداره( a)، إذا أصبح نصف قطر المسار( 2r ) وبقيت السرعة الزاوية ثابتة ، ماذا يطرأ على مقدار التسارع المركزي للكرة؟

ثابتة

$\uparrow a_c = \omega^2\, r \uparrow^2$

يزداد للضعف    يقل للنصف

يزداد أربعة أضعاف    يقل للربع

Describe centripetal force as the net inward force (towards the center of the circular path) needed to provide the centripetal acceleration necessary for circular motion.

# القوة المركزية

هي محصلة القوة المؤثرة باتجاه المركز واللازمة لحركة الجسم في مسار دائري

$$\rightarrow \quad F_C = ma_c = m\omega^2 r = \frac{mv^2}{r} = mv\omega$$



وضع درهم على بعد ( $42\ cm$ )من مركز قرص دائري يدور في مستوى أفقي حول محور مار بمركزه . عندما أصبحت السرعة الزاوية ( $3.7\ rad/s$ )بدأ الدرهم بالانزلاق على القرص نحو مركزه . احسب معامل الاحتكاك بين الدرهم وسطح القرص .

$\mu F_N$ $\leftarrow F_f$

- ☐ 0.32
- ☐ 0.59
- ☐ 0.64
- ☐ 0.83

$r = 0.42\ m$

$\omega = 3.7\ rad/s$

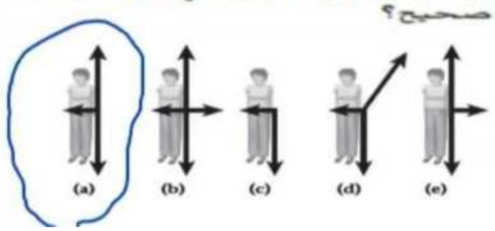
$\mu = ?$

$$F_c = m\omega^2 R$$

$$\mu \cancel{m} g = \cancel{m}\omega^2 R$$

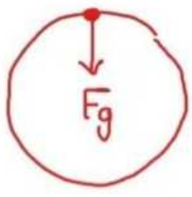
$$\mu = \frac{\omega^2 R}{g} = \frac{3.7^2 \times 0.42}{9.8}$$


**9.11** يوضح الشكل راكبًا مستندًا إلى حائط لعبة ترفيهية في الملاهي دون أن يلمس الأرض. ما المخطط الذي يوضح القوى المؤثرة في الراكب بشكل صحيح؟



N = 0 V = ? R

لعبة أفعوانية نصف قطرها ( $16\,m$ ). ما مقدار السرعة الخطية للراكب عند أعلى نقطة كي يشعر بحالة انعدام الوزن ؟



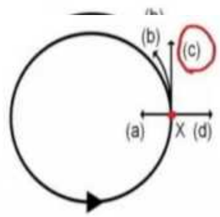

$$F_C = \frac{mv^2}{R}$$

$$\cancel{m}g = \frac{\cancel{m}v^2}{R}$$

$$V = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \times 16} = \quad m/s$$

- $2.50\ m/s$ ☐
- $7.0\ m/s$ ☐
- $3.75\ m/s$ ☐
- $12.5\ m/s$ ☐

في الشكل المقابل : إذا انعدمت القوة المركزية فإن الجسم يتحرك في اتجاه :

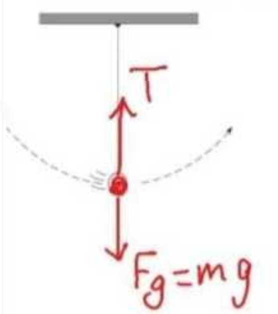



- a ☐
- b ☐
- c ☑
- d ☐



T L = r V m

بندول كتلته ( $5\,kg$ )وتبلغ سرعته ( $3m/s$ )عند أدنى نقطة له . إذا كان طول الخيط ( $1m$ ). احسب قوة الشد المؤثرة في الخيط عند هذه النقطة .




$$F_C = \frac{mv^2}{R}$$

$$T - mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \frac{mv^2}{R} + mg = \frac{5 \times 3^2}{1} + 5 \times 9.8 = \quad N$$

- $45\ N$ ☐
- $94\ N$ ☐
- $73\ N$ ☐
- $67\ N$ ☐

حجر كتلته ( $5\ kg$ )مثبت في طرف خيط طوله ( $1m$ )ويدور في مستوى دائري أفقي احسب أكبر سرعة يمكن أن يتحرك بها الحجر إذا علمت أن أقصى قوة شد يتحملها الخيط ( $520\ N$ ).

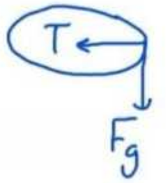
- $9.5\ m/s$ ☐
- $4.9\ m/s$ ☐
- $10.2\ m/s$ ☐
- $20.2\ m/s$ ☐

$m = 5kg$

$r = 1m$

$V = ?$

$T = ?$



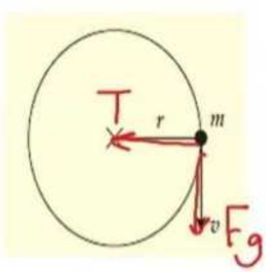

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = \frac{mv^2}{R}$$

$$v = \sqrt{\frac{TR}{m}} = \sqrt{\frac{520 \times 1}{5}} = \quad m/s$$

يظهر الشكل جسما كتلته $650\ g$ مربوط في طرف خيط ويدور في مسار دائري رأسي نصف قطره $120\ cm$ .
عندما يكون الجسم في الوضع الظاهر في الشكل بحيث تكون سرعته الخطية ( $6.0\ m/s$ )،
ما مقدار قوة الشد في الخيط؟

$13.5N$    $19.5N$    $27N$    $135\ N$




$m = 0.650\ kg$

$r = 1.20\ m$

$v = 6\ m/s$

$$T = \frac{mv^2}{r} = \frac{0.650 \times 6^2}{1.20} = \quad N$$

$x = r\theta$
$v = r\omega$
$a = r\alpha$

**13** Circular and Linear Motion

Compare the kinematical variables (s,v and a) for linear motion with the kinematical variables (θ,ω and α) for circular motion.

$m \leftarrow x \qquad \theta \rightarrow rad$
$m/s \leftarrow v \qquad \omega \rightarrow rad/s$
$m/s^2 \leftarrow a \qquad \alpha \rightarrow rad/s^2$

**14** Circular and Linear Motion

Show that circular motion with constant angular acceleration is described by kinematic equations in (θ,ω and α) which are the circular motion equivalents of the kinematical equations for straight-line linear motion with constant acceleration in one dimension in (s,v and a) such that:

**معادلات الحركة الدورانية بعجلة ثابتة**

$$\omega_F = \omega_i + \alpha t$$
$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$$
$$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$
$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$$

**الكميات الخطية والدورانية**

$$v_t = r\omega \qquad a_t = r\alpha$$
$$\vec{v} = r\,\omega\hat{t}\,\vec{a} = r\alpha\hat{t}$$
$$v = r\omega \qquad a = r\alpha$$
$$\vec{v} = r\,\omega\hat{t} \qquad a = r\alpha\hat{t}$$

$$rpm = rev/min \xrightarrow[60]{\times 2\pi} rad/s$$

مجفف ملابس يدور بسرعة ( $75\ rpm$ ). إذا قام أحمد بفتح الباب فتوقف عن الدوران بعد قطع أربع دورات . احسب العجلة الزاوية .

$\omega_i = 75 \times \frac{2\pi}{60}\ rad/s$

$\omega_f = 0$

$\theta = 4rev = 8\pi\ rad$

$\alpha = ?$

$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$

$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\theta}$

$\alpha = \frac{0 - \left(75 \times \frac{2\pi}{60}\right)^2}{2 \times 8\pi} =$ $rad/s^2$

- $-1.23\ rad/s^2$ ☐
- $-2.75\ rad/s^2$ ☐
- $-3.25\ rad/s^2$ ☐
- $-7.14\ rad/s^2$ ☐

دراجة سباق قطر إطارها ( $110\ cm$ )يدور الاطار بسرعة زاوية ثابتة . نقطة تقع على الإطار على بعد ( $0.30\ m$ )من مركز الإطار تبلغ سرعتها ( $2.0\ m/s$ ). احسب السرعة الخطية لنقطة تقع على حافة الإطار الخارجي .

- $0.687\ m/s$ ☐
- $2.33\ m/s$ ☐
- $1.57\ m/s$ ☐
- $3.67\ m/s$ ☐

$r_1 = 0.55m \quad v_1 = ?$

$r_2 = 0.30m \quad v_2 = 2.0m/s$

$\omega_1 = \omega_2$

$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} \qquad \frac{v_1}{0.55} = \frac{2}{0.30} \qquad v_1 = \quad m/s$

15

جهاز فصل مركزي يدور بمعدل ( $5400\ rpm$ )وعندما تم فصله عن الكهرباء دار ( دورة 100 )قبل التوقف تماماً .
احسب العجلة الزاوية .

- $-60.0\pi\ rad/s^2$ ☐
- $-81.0\pi\ rad/s^2$ ☐
- $+60.0\pi\ rad/s^2$ ☐
- $+81.0\pi\ rad/s^2$ ☐

$\omega_i = 5400 \times \frac{2\pi}{60}\ rad/s$

$\theta = 100\ rev = 200\pi\ rad$

$\omega_f = 0$

$\alpha = ?$

$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\theta$

$\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\theta}$

$= \qquad rad/s^2$

في سباق دراجات نارية تتسارع بشكل منتظم من السكون حتى تصل إلى سرعة ( $280\ km/h$ )خلال .( $39\ s$ )
إذا علمت أن قطر اطار الدراجة ( $64\ cm$ ) . احسب العجلة الزاوية لكل إطار .

- $5.73\ rad/s^2$ ☐
- $11.5\ rad/s^2$ ☐
- $6.23\ rad/s^2$ ☐
- $22.4\ rad/s^2$ ☐

$v_i = 0 \qquad \omega_i = 0$

$v = 280 \times \frac{10^3}{3600} = 77.8m/s$

$t = 39\ s$

$r = 0.32m$

$\alpha = ? \qquad \omega_f = \frac{v_f}{R} = \frac{77.8}{0.32}$

$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$

$\alpha = \frac{\frac{77.8}{32} - 0}{39} = \qquad rad/s$

جهاز فصل مركزي يبدأ حركته من السكون حتى يصل إلى سرعة ( $3800\ rpm$ ). احسب الزمن اللازم لإكمال ( دورة 86 ) إذا كان يدور بتسارع ثابت .

- $0.0423\ s$ ☐
- $2.72\ s$ ☐
- $1.36\ s$ ☐
- $3.14\ s$ ☐

$\omega_i = 0$

$\omega_f = 3800 \times \frac{2\pi}{60}\ rad/s$

$t = ?$

$\theta = 86\ rev = 172\pi\ rad$

$\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$

$172\pi = \frac{1}{2}\left(0 + 3800 \times \frac{2\pi}{60}\right)t$

$t = \qquad s$

$= 172$ rad

تبدأ حدافة المحرك البخاري في الدوران من السكون بعجلة زاوية ثابتة مقدارها $\alpha = 1.43\ rad/s^2$. لمدة $t = 25.9\ s$. ثم تستكمل الدوران بسرعة زاوية ثابتة، $\omega$. بعد دوران الحدافة لمدة $59.5\ s$، ما القيمة الكلية للزاوية التي دارتها الحدافة منذ بدء دورانها؟

① ②

①

$\omega_i = 0$

$\alpha = 1.43\ rad/s^2$

$t_1 = 25.9\ s$

$\omega_f = \omega_i + \alpha t$

$= 37\ rad/s$

$\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$

$\theta = \frac{1}{2} \times (0 + 37)\, 25.9$

$\theta_1 =$ rad

②

$\omega = 37\ rad/s$

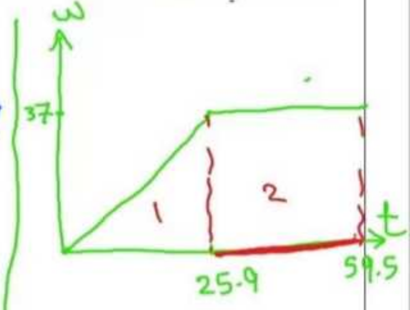
$t_2 = 59.5 - 25.9$

$= 33.6\ s$

$\theta_2 = \omega t$

$= 37 \times 33.6\ s$

$=$ rad




$\theta =$ المساحة

$\theta = (\frac{1}{2} \times 25.9 \times 37)$

$+ (33.6 \times 37)$

$=$ rad

16

$\theta_{tot} = \theta_1 + \theta_2 =$ rad

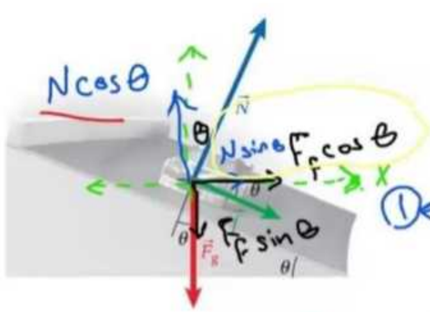
## مسألة محلولة 9.4 سباق ناسكار

$F_f = \mu N$

عندما يسير متسابق مشارك في سباق ناسكار في منحنى مائل، يساعد هذا الميل السائق في تحقيق سرعات أعلى، لنر كيف يكون ذلك. يوضح الشكل 9.25 سباق سيارات على منحنى مائل.

### المسألة

إذا كان معامل الاحتكاك السكوني بين سطح المضمار وإطارات السيارة هو $\mu_s = 0.620$ ونصف قطر المنحنى $R = 110.\ m$، فما أقصى سرعة يمكن للسائق التحرك بها على منحنى مائل بزاوية $\theta = 21.1°$؟ (هذه زاوية مائلة نموذجية إلى حد ما لمضامير ناسكار، لكن الميل في إنديانابوليس 9° فقط، لكن توجد بعض المضامير التي لها زوايا ميل تزيد عن 30°، ومنها دايتونا (31°) وتالاديجا (33°) وبرستل (36°)).




$F_f \cos\theta + N \sin\theta = \frac{mv^2}{R}$

$\mu N \cos\theta + N \sin\theta = \frac{mv^2}{R}$

① $N(\mu \cos\theta + \sin\theta) = \frac{mv^2}{R}$

$F_{net\,y} = 0$

$N \cos\theta - F_f \sin\theta - mg = 0$

$N(\cos\theta - \mu \sin\theta) = mg$

$$\boxed{\frac{\mu\cos\theta+\sin\theta}{\cos\theta-\mu\sin\theta}=\frac{v^2}{Rg}}$$

$$\frac{0.620\cos 21.1+\sin 21.1}{\cos 21.1-0.620\sin 21.1}=\frac{v^2}{110\times 9.8}$$

17

$V=$ $m/s$

$\tan\theta=\frac{v^2}{Rg}\longrightarrow$ بدون احتكاك

في الشكل المقابل : إذا علمت أن الكتلة m تبعد عن محور الدوران مسافة ( $0.22m$ )وتدور دورة واحدة كل ( $0.74\ s$ )
إذا كانت قوة الاحتكاك بين الكتلة $m$ والسطح تساوي ( $13\ N$ ). احسب مقدار الكتلة $m$ .

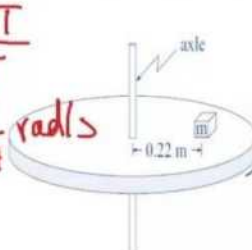
$T$ $\quad r$

$F_f=13N$

- 0.82 $kg$
- 1.3 $kg$
- 2.7 $kg$
- 5.7 $kg$

$\omega=\frac{2\pi}{T}$

$\omega=\frac{2\pi}{0.74}$ rad/s




$F_f=F_c=m\omega^2R$

$13=m\times\left(\frac{2\pi}{0.74}\right)^2\times 0.22$

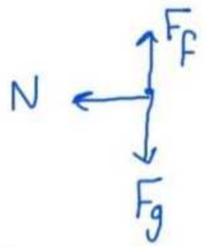
$m=$ kg

$r$ $\quad m = \quad kg$

في لعبة الأسطوانة الدوارة في الملاهي إذا علمت أن نصف قطر الأسطوانة ( $2.10\ m$ )ومعامل الاحتكاك السكوني بين الأشخاص وجدار الأسطوانة ( 0.390 ). فما الحد الأدنى من السرعة الزاوية التي يمكن سحب الأرضية عندها ؟

$\mu \quad \omega = ?$

- [ ] $6.0\ rad/s$
- [ ] $4.5\ rad/s$
- [ ] $3.5\ rad/s$
- [ ] $2.0\ rad/s$




$$N = F_c = m\omega^2 r$$

$$\frac{\cancel{m}g}{\mu} = \cancel{m}\omega^2 r$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\mu r}} = \sqrt{\frac{9.8}{0.390 \times 2.10}} = \quad rad/s$$

$$F_f = mg$$

$$\mu N = mg$$

$$N = \frac{mg}{\mu}$$

منحنى على شارع للسيارات نصف قطره( 200 m ) والسرعةعليه محددة بمقدار( 16 m/s ).


$N = \frac{mg}{\mu}$

منحنى على شارع للسيارات نصف قطره( 200 m ) والسرعةعليه محددة بمقدار( 16 m/s ).


$v$

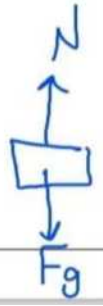
ما مقدار معامل الاحتكاك بين إطارات السيارة و الشارع لكي تجتاز السيارة المنحنى بالسرعة المحددة؟

0.72     0.51     0.26     0.13

$$F_f = F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$\mu \cancel{m}g = \frac{\cancel{m}v^2}{R}$$

$$\mu = \frac{v^2}{gR}$$




$$\mu = \frac{16^2}{9.8 \times 200} =$$

$\theta$ $V = ?$

ما أقصى سرعة لسيارة تدور على طريق منحدر يميل بزاوية $(31^0)$ ونصف قطر اللفة $R\,(301m)$ بإهمال الاحتكاك بين إطارات السيارة والطريق

$13\,m/s$ $39\,m/s$ $\mathbf{42\,m/s}$ $50\,m/s$

$$\tan\theta = \frac{V^2}{Rg} \qquad V = \sqrt{Rg\tan\theta}$$

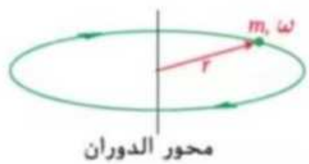
$$V = \sqrt{301 \times 9.8 \tan(31)}$$

and their distances to the axis of rotation, and express it in equation form ($I = mr^2$; $I = \sum m_i r_i^2$).

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \qquad I = cmR^2$$

**الطاقة الحركية**

**دورانية** **خطية**




$$K = \frac{1}{2}I\omega^2 \qquad K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(cmR^2)\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \frac{1}{2}mv^2(1+c)$$

$m$ $R = 0.15m$ $C = \frac{2}{5}$

تتدحرج كرة صلبة مصمتة نصف قطرها $(15cm)$ وكتلتها $(25kg)$ على ممر أملس بسرعة $V\ (6.0m/s)$

احسب مقدار الطاقة الحركية الكلية للكرة .( علماً بأن عزم القصور الذاتي لها $\frac{2}{5}mR^2$ )

$$K_{tot} = \frac{1}{2}mV^2(1+C) = \frac{1}{2} \times 25 \times 6^2\left(1 + \frac{2}{5}\right)$$

$$= \quad J$$

كرة صلبة $C = \frac{2}{5} = 0.4$

اسطوانة صلبة $C = \frac{1}{2} = 0.5$

اسطوانة جوفاء $C = 1$

$\uparrow K = \frac{1}{2} m v^2 (1 + c \uparrow)$

## مراجعة المفاهيم 10.2

جسم كروي صلب وأسطوانة صلبة وأسطوانة جوفاء متماثلة من حيث الكتلة ونصف القطر وتتدحرج بالسرعة نفسها. ما العبارة الصحيحة مما يلي؟

a) الجسم الكروي الصلب به أعلى طاقة حركية.

b) الأسطوانة الصلبة بها أعلى طاقة حركية.

c) الأسطوانة الجوفاء بها أعلى طاقة حركية.

d) جميع الأجسام الثلاثة لها طاقة حركية مماثلة.



Determine the moment of inertia of extended objects like the hoop, solid uniform cylinder, uniform sphere, long uniform rod, rectangular plate, or others by applying suitable mathematical equations.

## عزم القصور الذاتي $I$ : مقاومة الجسم للتغير في حالته الحركية الدورانية

$$I = c\,m\,R^2$$

الكتلة      الكثافة

$I = \frac{M}{V}\int_V r_\perp^2\, dV$   ($\rho$ ،للكثافة الكتلية الثابتة).     $I = \rho\int_V r_\perp^2\, dV$   ($\rho$ ،للكثافة الكتلية الثابتة)،

الحجم

➢ يعتمد عزم القصور الذاتي على :

كتلة الجسم - مربع البعد عن محور الدوران - الشكل الهندسي للجسم

C

➢ للجسم الصلب الذي لا يدور مثل الصندوق أو المكعب : $c = 0$



**15 – يحسب عزم القصور الذاتي لدوران جسم صلب متجانس( له كثافة كتلية ثابتة ) حول محور دوران من المعادلة**

$$\left[I = \frac{x}{V}\int_V r_\perp^2\, dV\right]$$

**حيث $r_\perp$ البعد العمودي لمحور الدوران و V حجم الجسم . ما الكمية الفيزيائية الذي يمثلها الرمز x في المعادلة ؟**

- ☐ كثافة مادة الجسم
- ☐ كمية الحركة الزاوية للجسم
- ☑ كتلة الجسم
- ☐ عزم الدوران

R C=1 $m_1$ $m_2$

يجلس ولدان كتلة كلاً منهما ( 60 kg , 45 kg ) على نقاط مختلفة من حافة قرص يدور وله نصف قطر مقداره ( 4.0 m ) .

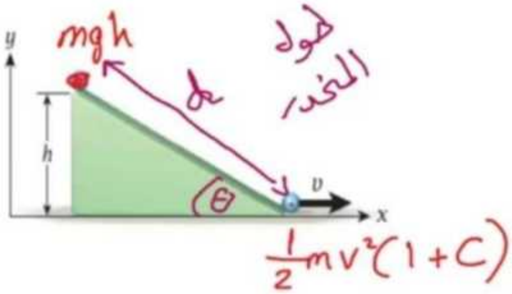
احسب عزم القصور الذاتي للولدين .

$0.420 \times 10^3 kg.m^2$ $1.00 \times 10^3 kg.m^2$ $1.68 \times 10^3 kg.m^2$ $2.12 \times 10^3 kg.m^2$

$$I = C\,m\,R^2 = 1 \times (60 + 45) \times 4^2 = \qquad kg.m^2$$



$h = d \sin\theta$




$$\boxed{\downarrow v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + c\uparrow}}}$$

كلما زاد الثابت C ← يقل مقدار السرعة فيتأخر وصول الجسم

كلما قل الثابت C ← يزداد مقدار السرعة ويصل الجسم أسرع

$C=\frac{2}{5}$

10.9 جسم كروي صلب يتدحرج دون انزلاق على مستوى مائل، ويبدأ من حالة السكون. في الوقت نفسه، يبدأ صندوق من حالة السكون على الارتفاع نفسه وينزلق على المستوى المائل نفسه، مع احتكاك ضئيل. ما الجسم الذي سيصل إلى القاع أولاً؟

$C=0$

$$\uparrow v=\sqrt{\frac{2gh}{1+C}}\downarrow$$

a) سيصل الجسم الكروي الصلب أولاً.

b) سيصل الصندوق أولاً.

c) كلاهما سيصل في الوقت نفسه.

d) من المستحيل تحديد ذلك.

$\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$ $1$

12- ثلاثة أجسام صلبة ، حلقة دائرية و قرص و كرة مصمتة ، تبدأ معا التدحرج دون انزلاق على سطح منحدر ؟

أي الأجسام الثلاثة يصل أولا نهاية المنحدر ؟

- ☐ الحلقة الدائرية
- ☑ الكرة المصمتة
- ☐ القرص
- ☐ جميع الأجسام تصل معا

☐ العرض ☐ جميع الأجسام تصل معا

$C=\frac{2}{3}=0.7$ $\quad C=\frac{2}{5}=0.4$

m

**10.41** تبدأ كرة صلبة وكرة جوفاء، كتلة كل منهما 1.00 kg ونصف قطرهما 0.100 m R من السكون وتتدحرجان في منحدر طوله 3.00 m بميل 35.0°. ينزلق مكعب ثلج $C=0$ له كتلة مماثلة دون احتكاك إلى أسفل المنحدر نفسه.

a) ما الكرة التي ستصل إلى القاع أولاً؟ اشرح! كرة صلبة

b) هل يتحرك مكعب الثلج أسرع أم أبطأ من الكرة الصلبة في المستوى المائل؟ اشرح استنتاجك.

c) ما سرعة الكرة الصلبة في أسفل المستوى المائل؟

$h=3\sin 35$ $\qquad V=\sqrt{\frac{2gh}{1+C}}$

$$V=\sqrt{\frac{2\times 9.8(3\sin 35)}{1+\frac{2}{5}}}= \qquad m/s$$

22

$C=\frac{1}{2}$

أسطوانة صلبة كتلتها m ونصف قطرها r وطولها L بدأت الحركة من السكون وتدحرجت دون انزلاق على سطح مائل ارتفاعه h .

ما سرعتها الخطية عند أسفل المنحدر ؟

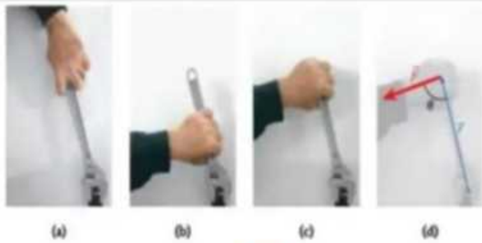
$$V=\sqrt{\frac{2gh}{1+C}}=\sqrt{\frac{2gh}{1+\frac{1}{2}}}$$

$\sqrt{gh}$ $\qquad \sqrt{\frac{4\,gh}{3}}$ $\qquad \sqrt{2\,gh}$ $\qquad \sqrt{\frac{3\,gh}{2}}$

23 Torque

→ Identify that torque is a vector quantity, measured in the SI units of Nm.

عزم الدوران $\tau$ $\qquad$ N.m



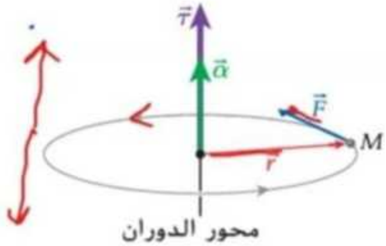

## ناتج الضرب الاتجاهي لمتجه الموقع في متجه القوة

3 1 2

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r F \sin\theta$$

$\tau \perp r \perp F$

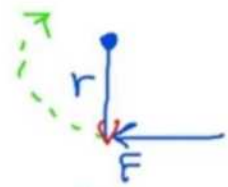



دوران عكس عقارب الساعة ← $\tau = +$

دوران مع عقارب الساعة ← $\tau = -$

قاعدة أصابع اليد اليمنى

| الوسطى | السبابة | الإبهام |
| --- | --- | --- |
| $\tau$ | F | r |






مع عقارب الساعة ← $\tau = -$ ← داخل الصفحة

إذا أثرت قوة يتحدد مقدارها من المعادلة : $(\vec{F} = 3.0\hat{x} + 2.0\hat{y} - 1.0\hat{z})$ في جسم عند نقطة يتحدد متجه الموقع لها من العلاقة $(\vec{r} = 2.0\hat{x} + 1.0\hat{y} + 3.0\,\hat{z})$ . احسب عزم الدوران المؤثر في الجسم

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$+(1\times-1 - 2\times3)\,\hat{x} \quad -7$$
$$-(2\times-1 - 3\times3)\,\hat{y} \quad -11$$
$$+(2\times2 - 1\times3)\,\hat{z} \quad 1$$

$$\vec{\tau} = -7\,\hat{x} + 11\,\hat{y} + \hat{z}$$

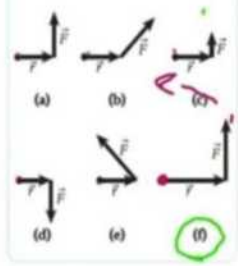
24 Newton's Second Law for Rotation

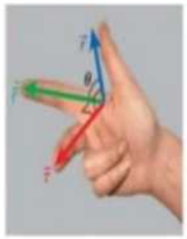
Apply Newton's second law for rotation which relates the net torque on a body to the body's rotational inertia and rotational acceleration, all calculated relative to a specified rotation axis ( $\tau = I\alpha$ ; $\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F}_{net} = I\vec{\alpha}$ ).

$\tau = r F \sin\theta$ ↑ ↑ ↑ 90

## مراجعة المفاهيم 10.4

اختر مزيجًا من متجه الموقع، $\vec{r}$، ومتجه القوة، $\vec{F}$ ينتج عزم الدوران لأعلى مقدار حول النقطة التي تشير إليها النقطة السوداء.



يدور عكس عقارب الساعة

$\tau = +$

خارج الصفحة

$\tau_{net} = I\alpha$

25 Newton's Second Law for Rotation

Solve problems related to Newton's second law for rotation.

$\alpha$ { طردياً مع $\tau$ ، عكسياً مع $I$ }

**قانون نيوتن الثاني**

علاقة عكسية

**الحركة الدورانية** | **الحركة الانتقالية**

$a = \alpha R$

$\alpha = \frac{a}{R}$

$\tau_{net} = I\,\alpha$ | $F_{net} = ma$

$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$

$\tau = rF\sin\theta$ $\quad I = cmR^2$

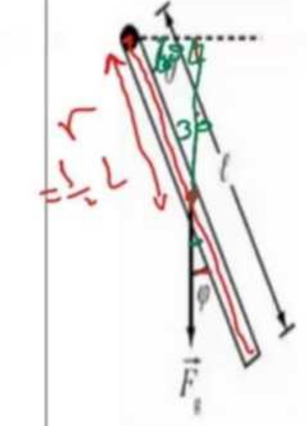


كلما زاد عزم القصور الذاتي ← يقل التسارع الزاوي

$m$ $L$

**10.50** ساق رفيع منتظم (الطول = 1.00 m، الكتلة = 2.00 kg) يدور على محور حول قطعة خشبية أفقية عديمة الاحتكاك بأحد طرفيه. وعزم القصور الذاتي للساق خلال هذا المحور هو $\frac{1}{3}mL^2$. يُطلق الساق عندما يكون 60.0° أسفل المستوى الأفقي. ما العجلة الزاوية للساق لحظة إطلاقه؟

$\alpha = ?$




$$\tau_{net} = I\,\alpha$$

$$r \overset{mg}{F} \sin\theta = \frac{1}{3} m L^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} L\, mg \sin\theta = \frac{1}{3} m L^2 \alpha$$

$$\frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times 9.8 \sin 30 = \frac{1}{3} \times 2 \times 1^2 \alpha$$

$$\alpha = \quad rad/s^2$$

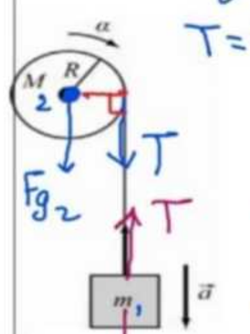
$m_1 g - T = m_1 a$

$T = m_1 g - m_1 a$

دورانية

**10.55** عجلة بها $c = \frac{4}{9}$ وكتلتها 40.0 kg ونصف قطر إطارها 30.0 cm ومثبتة بشكل رأسي على محور أفقي. وتعلّق كتلة قدرها 2.00 kg من العجلة باستخدام حبل ملفوف حول الإطار. أوجد العجلة الزاوية للعجلة عند تحرير الكتلة.

خطية




$+$ $-$

$c = \frac{4}{9}$ $m_2 = 40\,kg$ $R = 0.30\,m$

$m_1 = 2\,kg$ $\alpha = ?$

$a = \alpha R$

$r F \sin\theta$

$$\tau_{net} = I\,\alpha$$

$$\cancel{R}\, T \overset{1}{\cancel{\sin 90}} = \frac{4}{9} m_2 R^{\cancel{2}} \alpha$$

$$T = \frac{4}{9} m_2 R \alpha$$

$$F_{net} = ma$$

$$T - m_1 g = -m a$$

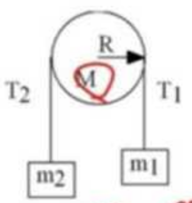
$$T = -m_1 a + m_1 g$$

$$T = -m_1 \alpha R + m_1 g$$

$$\frac{4}{9} m_2 R \alpha = -m_1 \alpha R + m_1 g \qquad \alpha = 3.3\,rad$$

$$\frac{4}{9} \times 40 \times 0.30 \times \alpha = -2 \times \alpha \times 0.30 + 2 \times 9.8$$

كتلتان معلقتان بقرص عديم الإحتكاك نصف قطره R وكتلته M كما بالشكل المقابل .




$\alpha = 0$

إذا كانت السرعة الزاوية للقرص ثابتة وتساوي 2rad/s عكس عقارب الساعة.

$\tau_{net} = 0$

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M} g$$

أي العبارات التالية صحيحة ؟

$T_2 > m_2 g$ $\qquad$ $T_1 > T_2$ $\qquad$ $\tau_{net} = 0$ $\qquad$ $T_1 m_1 + T_2 m_2 = Mg$

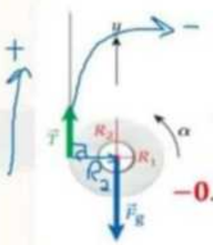
مثال 10.3 ورق المرحاض

قد يحدث معك الموقف التالي: تحاول أن تضع لفة جديدة من ورق المرحاض داخل حاملها. ولكن تسقط منك اللفة، وتتمكن من الإمساك بالورقة الأولى فقط. وفي طريقها إلى الأرضية، تنفك لفة ورق المرحاض، كما يوضح الشكل 10.19a.

$$\Delta y = y_f - y_i = 0 - 0.73 = -0.73\,m \qquad t = ?$$

المسألة

كم من الوقت تستغرق لفة ورق المرحاض للاصطدام بالأرض، إذا سقطت من ارتفاع 0.73 m؟ اللفة نصف قطرها الداخلي $R_1 = 2.7$ cm، ونصف قطرها الخارجي $R_2 = 6.1$ cm، وكتلتها 274 g.




$$\tau_{net} = I\,\alpha \qquad \alpha \rightarrow \frac{a}{R}$$

$$-T \times R_2 \cancel{\sin\theta} = \frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2) \frac{a_y}{R_2}$$

$$-0.061\,T = \frac{1}{2} \times 0.274\,(0.027^2 + 0.061^2) \frac{a_y}{0.061}$$

$$-T = 0.164 a_y$$

$$F_{net} = m a_y$$

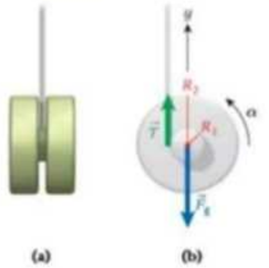
$$T - F_g = m a_y$$

$$-0.164 a_y - 0.274 \times 9.8 = 0.274 a$$

$$a_y = \frac{-0.274 \times 9.8}{0.164 + 0.274} = \boxed{-}6.13\,m/s^2$$

$$\Delta y = \cancel{v_i t} + \frac{1}{2} a t^2 \qquad t = \sqrt{\frac{2\Delta y}{a_y}} = \sqrt{\frac{2 \times -0.73}{-6.13}} = 0.488\,s$$

$R_1 = 1 \qquad R_2 = 5$



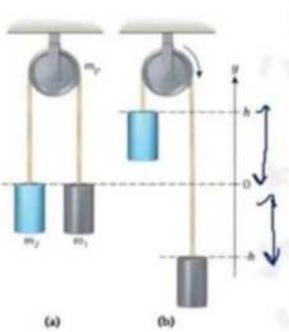
في الشكل المقابل إذا علمت أن $R_2 = 5R_1$
احسب عجلة حركة اليويو .

$$a_y = -\frac{g}{\left(1+\frac{R_2^2}{2R_1^2}\right)} = -\frac{9.8}{\left(1+\frac{5^2}{2\times 1^2}\right)} = -0.726\ m/s^2$$

## مسألة محلولة 10.4 آلة آتوود

### المسألة

ثقلان كتلتاهما $m_1 = 3.00$ kg و $m_2 = 1.40$ kg متصلان بحبل خفيف للغاية يلف دون انزلاق على بكرة (قرص صلب) كتلتها $m_p = 2.30$ kg. تتدلى الكتلتان في البداية عند الارتفاع نفسه وتكونان في حالة سكون. بمجرد تحريرهما، تسقط الكتلة الأثقل، $m_1$، وترتفع الكتلة الأخف $m_2$. كم تبلغ سرعة $m_2$ عند ارتفاع $h = 0.16$ m؟



$V_f = ?$

$$a_y = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m_p} g$$

$$a_y = \frac{3.00 - 1.40}{3.00 + 1.40 + \frac{1}{2}\times 2.30} \times -9.8 = -2.8\ m/s^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta y$$

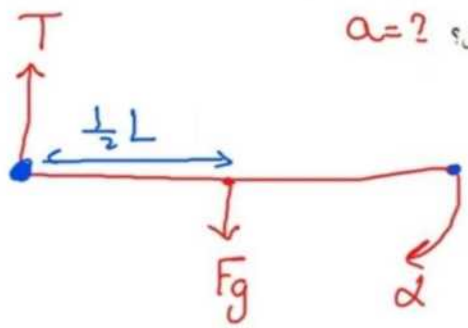
$$v_f^2 = 0 + 2(-2.8)(-0.16) = 0.896$$

## مسألة محلولة 10.3 سقوط ساق أفقي

ساق رفيع طوله $L = 2.50\ m$ وكتلته $m = 3.50\ kg$ يتدلّى أفقيًا بواسطة زوج الحبال العمودية المربوطة بالطرفين (الشكل 10.22). بعد ذلك، يُقطع الحبل الذي يدعم الطرف $B$ .

### المسألة

ما العجلة الخطيّة للطرف $B$ في الساق بعد قطع الحبل؟ $a = ?$




$$\tau_{net} = I\alpha$$

$$\cancel{m}g\,\frac{1}{2}\cancel{L} = \frac{1}{3}\cancel{m}L^{\cancel{2}}\,\frac{a}{\cancel{L}}$$

$$\frac{1}{2}g = \frac{1}{3}a$$

$$a = \frac{3}{2}g = \qquad m/s^2$$