هيكل الحادي عشر عام وعاشر متقدم

AMR MATH

قناتك للرياضيات AMR MATH

الجزء الثاني

الجزء الاول

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو اليومي

تمارين – حسب الهيكل

الصف الحادي عشر العام

العاشر المتقدم

الفصل الثالث

المتطابقات بالتعويض بالآلة الحاسبة

الجزء الثالث

لاتنسي الاشتراك بالقناة ليصلك كل جديد

0544560575

قناتك للرياضيات AMR MATH

الجزء الاول

الجزء الثاني

الجزء الثالث

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو اليومي

تمارين – حسب الهيكل

الصف الحادي عشر العام

الفصل الثالث

لاتنسي الاشتراك بالقناة ليصلك كل جديد

1	تمثيل الانعكاس بيانيا في المستوى الإحداثي.	Exercises (28-31)	P538

28. أيٌّ ممّا يلي هي نقطة انعكاس النقطة $E(-7, 1)$ بالنسبة للمحور الأفقي x؟

$(x, y) \xrightarrow{x} (x, -y)$

$(x, y) \xrightarrow{y} (-x, y)$

$(x, y) \xrightarrow{y=x} (y, x)$

$(-7, 1) \xrightarrow{x} (-7, -1)$

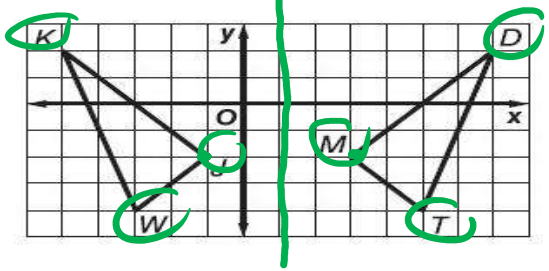
1	تمثيل الانعكاس بيانيا في المستوى الإحداثي.	Exercises (28-31)	P538

29. للمثلث ΔABC الرؤوس $A(-3, 1)$ و $B(1, 5)$ و $C(7, 0)$. فما هي إحداثيات الصورة $\Delta A'B'C'$ بموجب انعكاس المثلث الأصلي بالنسبة للمستقيم $y = x$؟

A (-3,1) ⟶ (1,-3) A'
B (1,5) ⟶ (5,1) B'
C (7,0) ⟶ (0,7) C'

$x = 1$

30. ما هو المستقيم الذي يعدّ المثلث ΔMDT بالنسبة إليه انعكاسًا للمثلث ΔJKW؟

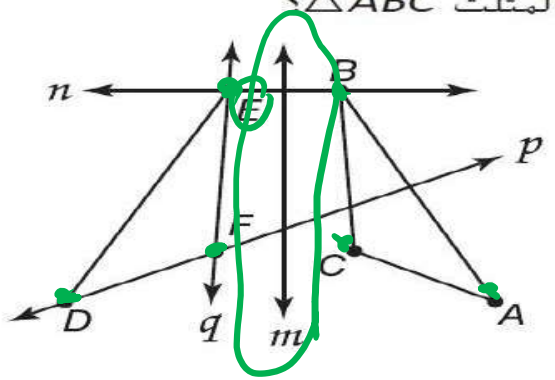


31. ما هو انعكاس النقطة $P(-3, 10)$ بالنسبة للمستقيم $y = x$؟

(-3,10) ⟶ (10,-3)

1	تمثيل الانعكاس بيانيا في المستوى الإحداثي.	Exercises (28-31)	P538

36. ما هو المستقيم الذي معكوس المثلث $\triangle DEF$ بالنسبة إليه هو المثلث $\triangle ABC$؟

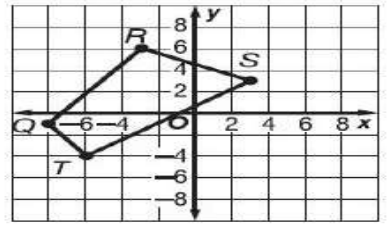


m

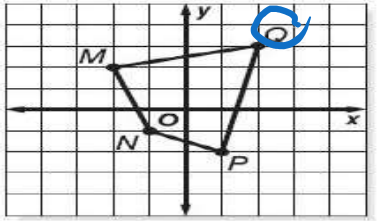
2	تمثيل الانعكاس بيانيا في المستوى الإحداثي. Draw reflections in the coordinate plane	Exercises (16-20)	P537

16. يعرض الشكل أدناه الشكل الرباعي $QRST$.

إذا انعكس الشكل الرباعي $QRST$ بالنسبة للمحور الأفقي x ومن ثمّ بالنسبة للمحور الرأسي y ليشكّل شكل رباعي $Q''R''S''T''$. فماذا سوف يكون إحداثيا T''؟



17. يعرض الشكل التمثيل البياني لـ $MNPQ$. ماذا سوف يكون إحداثيا Q' إذا ما انعكس الشكل الرباعي بالنسبة للمحور الأفقي x؟



$x \longrightarrow y$

$Q(-8,-1) \xrightarrow{x} (-8,1) \xrightarrow{y} (8,1)$

$R(-3,6) \longrightarrow (-3,-6) \longrightarrow (3,-6)$

$S(3,3) \longrightarrow (3,-3) \longrightarrow (-3,-3)$

$T(-6,-4) \longrightarrow (-6,4) \longrightarrow (6,4)$

$Q(2,3) \xrightarrow{x} (2,-3)$

2	تمثيل الانعكاس بيانيا في المستوى الإحداثي. Draw reflections in the coordinate plane	Exercises (16-20)	P537

$D(3,3) \xrightarrow{y} (-3,3)$

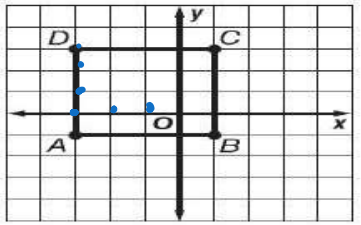
$L(-5,4) \xrightarrow{y} (5,4)$

$A(0,6) \xrightarrow{x} (0,-6)\ A'$

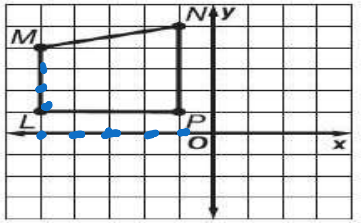
$B(2,1) \longrightarrow (2,-1)\ B'$

$C(-3,4) \longrightarrow (-3,-4)\ C'$

18. يوضح الشكل أدناه المربع $ABCD$.
إذا انعكس المربع $ABCD$ بالنسبة للمحور y. فماذا سيكون إحداثيا D'؟



19.



إذا انعكس شبه المنحرف $LMNP$ بالنسبة للمحور الرأسي y. فماذا سيكون إحداثيا L'؟

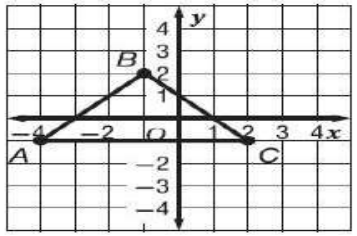
20. للمثلث $\triangle ABC$ الرؤوس $A(0, 6)$ و $B(2, 1)$ و $C(-3, 4)$. فإذا ما انعكس الشكل بالنسبة للمحور الأفقي x ليعطي $\triangle WXY$. فماذا ستكون إحداثيات رؤوس المثلث $\triangle WXY$؟

3	تمثيل الإزاحة بيانيا في المستوى الإحداثي .Draw translations in the coordinate plane	Exercises (28-34)	P545

28. نريد إزاحة المثلث $\triangle ABC$ إلى $\triangle A'B'C'$ وفق قاعدة الحركة التالية.

$(x, y) \longrightarrow (x - 2, y + 3)$

ماذا سيكون إحداثيا النقطة B'؟



$A(-4, -2) \longrightarrow (-4-2, -2+3)$

$B(-2, 2) \longrightarrow (-2-2, 2+3)$

$C(2, -1) \longrightarrow (2-2, -1+3)$

$A'(-6, 1)$

$B'(-4, 5)$

$C(0, 2)$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

3	تمثيل الإزاحة بيانيا في المستوى الإحداثيز .Draw translations in the coordinate plane	Exercises (28-34)	P545

29. للشكل الرباعي $ABCD$ الرؤوس $A(-2, 1)$ و $B(-2, 5)$ و $C(3, 5)$ و $D(3, 1)$. فإذا أزيح الشكل الرباعي $ABCD$ لمسافة 6 وحدات إلى الأسفل و 5 وحدات يمينًا لإعطاء $D'E'F'G'$. فما إحداثيات رؤوس $D'E'F'G'$؟

30. ما إحداثيا الصورة P' الخاصة بالنقطة $P(4, 1)$ وفق التحويل $T_{-3, -3}$؟

$A(-2,1) \to (3,-5)\ A'$
$B(-2,5) \to (3,-1)\ B'$
$C(3,5) \to (8,-1)\ C'$
$D(3,1) \to (8,-5)\ D'$

$\pm(x-3, y-3)$
$P(4,1) \to (4-3, 1-3)$
$(1,-2)$

3	تمثيل الإزاحة بيانيا في المستوى الإحداثي .Draw translations in the coordinate plane	Exercises (28-34)	P545

31. ما هي الإزاحة التي تنتج بموجبها النقطة $B(-2, 5)$ عن النقطة $A(-7, 8)$؟

32. للمثلث $RST\Delta$ الإحداثيات $R(3, 1)$ و $S(5, 4)$ و $T(7, 11)$. فما إحداثيات رؤوس الصورة $R'S'T'\Delta$ وفق التحويل $T_{-6,1}$؟

$A(-7,8)$

$B(-2,5)$

$+5 \quad -3$

$(x+5, y-3)$

$-2-(-7)=5 \quad x+5$

$5-8=-3 \quad y-3$

$t(x-6, y+1)$

$t(7,11) \rightarrow (1,12)\ T'$

$S(5,4) \rightarrow (-1,5)\ S'$

$R(3,1) \rightarrow (-3,2)\ R'$

3	تمثيل الإزاحة بيانيا في المستوى الإحداثي .Draw translations in the coordinate plane	Exercises (28-34)	P545

33. ما إحداثيات الصورة H' للنقطة $H(-8, 3)$ وفق التحويل $T_{8,7}$؟

34. ما التحويل الذي ينتج الصورة $P'(-4, 2)$ من النقطة $P(2, -1)$؟

$t(8,7) \quad (x+8, y+7)$

$H(-8,3) \longrightarrow (-8+8, 3+7) \longrightarrow (0,10)$

$(2,-1)$

$(-9,2)$

$-4-2=-6 \quad (x-6)$

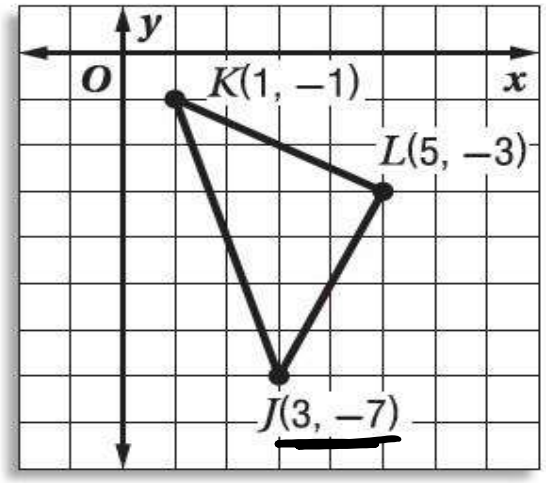
$2-(-1)=3 \quad (y+3$

التحويل $(x-6, y+3)$

4	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Example 3	P550

مثال 3 على الاختبار المعياري الدوران في المستوى الإحداثي

ليكن لديك المثلث JKL المبيّن على الجهة اليمنى.
ما صورة النقطة L بعد دوران بزاوية قياسها $270°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟



A $(-3, -7)$
B $(-7, 3)$
C $(-7, -3)$
D $(7, -3)$

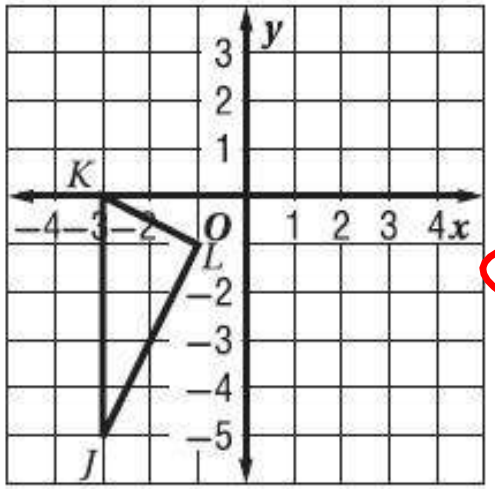
$(3,-7) \rightarrow (-7,-3)$

عكس

$90^\circ (x,y) \rightarrow (-y, x)$
$180^\circ (x,x) \rightarrow (-x,-y)$
$270^\circ (x,y) \rightarrow (y,-x)$

5	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Exercises (14-19)	P553

14. إذا أدير المثلث JKL بزاوية قياسها 180 درجة حول نقطة الأصل. فما إحداثيا J'؟



A (5, 3)

B (3, 0)

C (3, 5)

D (3, −5)

$J(-3,-5) \xrightarrow{180^\circ} (3,5)$

أ.عمرو البيومي
وحدة المتجهات والمتجهات والمتطابقات

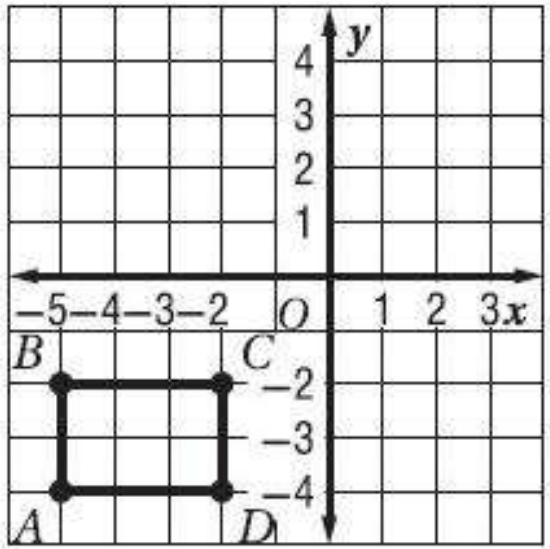
5	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Exercises (14-19)	P553

15. للمثلث JKL رؤوس عند النقاط $J(0, 1)$ و $K(2, 3)$ و $L(4, 0)$. فإذا أدير المثلث بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة الأصل، فماذا سيكون إحداثيا K'؟

$K(2,3) \xrightarrow[\text{دوران}]{180°} (-2,-3)$

5	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Exercises (14-19)	P553

16. ما إحداثيا النقطة C' إذا دار المستطيل $ABCD$ بزاوية قياسها $90°$ باتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟



$C(-2,-2) \xrightarrow[\text{حول}]{90°} (-2,+2)$

$(-2,2)$

$90°$ باتجاه عقارب الساعة

$270°$ عكس عقارب الساعة

5	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Exercises (14-19)	P553

17. ما هي صورة $P(0, 7)$ وفق دوران بزاوية قياسها $90°$ بعكس اتجاه عقارب الساعة؟

$(0,7) \xrightarrow{90} (-7,0)$

18. أي مما يلي هي صورة $Q(-3, 0)$ بموجب دوران بزاوية قياسها $90°$ باتجاه عقارب الساعة؟

270 عكس

$(-3,0) \xrightarrow[\text{مع}]{90} (0,+3)$

$(0,3)$

5	تمثيل الدوران بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw rotations in the coordinate plane	Exercises (14-19)	P553

19. تدار النقطة $R(4, -2)$ حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $90°$ وبعكس اتجاه عقارب الساعة. ففي أي ربعٍ ستقع صورة النقطة؟

$R(4, -2) \longrightarrow (+2, 4)$

(x, y) $(2, 4)$

$+y$

S A

الأول

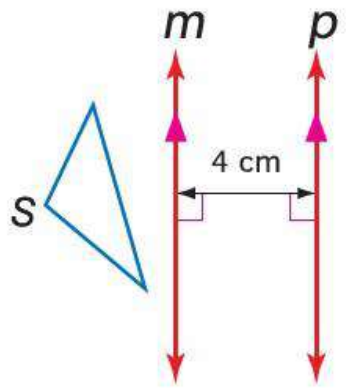
$-x$ $+$ C $x+$

$-y$

6	تمثيل الانعكاسات الانزلاقية وغيرها من تركيب حالات التساوي بيانيا في المستوى الإحداثي. .Draw glide reflections and other compositions of isometries in the coordinate plane	Exercises (4-6)	P563

انسخ الشكل S واعكسه بالنسبة للمستقيم m ثم بالنسبة للمستقيم p. ثم صِف تحويلاً وحيدًا يربط S بـ S''.

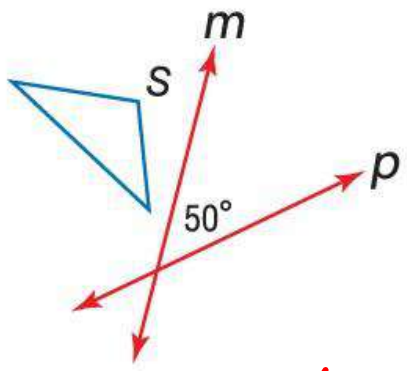
4.



8cm

تحويل إزاحة
طول مدجه الإزاحة
ضعفاي فرين المستقيمين

5.

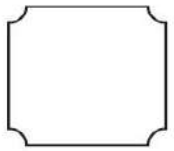


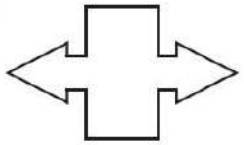
100°

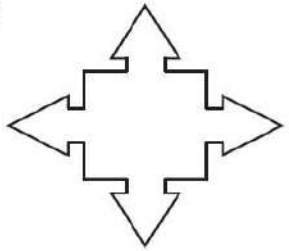
تحويل دوران
زاوين الدوران ضعف الزاوين بين
المستقيمين

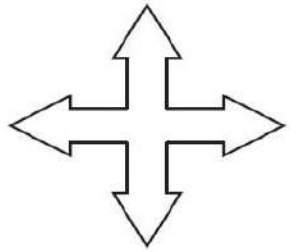
7	تحديد عمليات التناظر المحوري والدوراني في الأشكال ثنائية الأبعاد. .Identify line and rotational symmetries in two-dimensional figures	Exercises (23-25)	P575

23. فنان جرافيك يريد تصميم شعار باستخدام مستقيمات التناظر.
أي شعار لا يوجد به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد؟

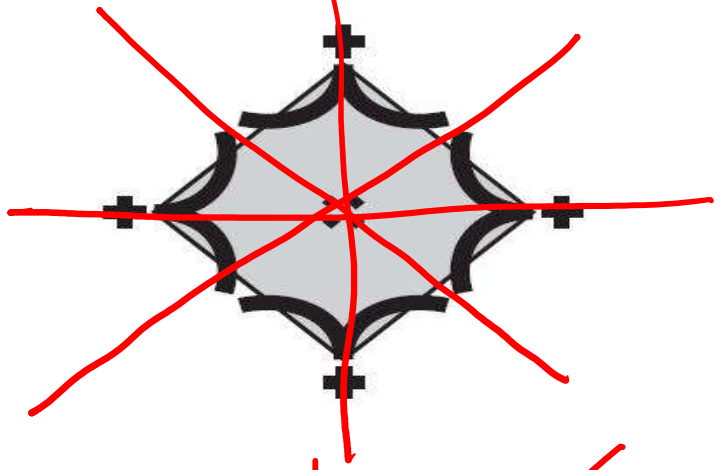
A 

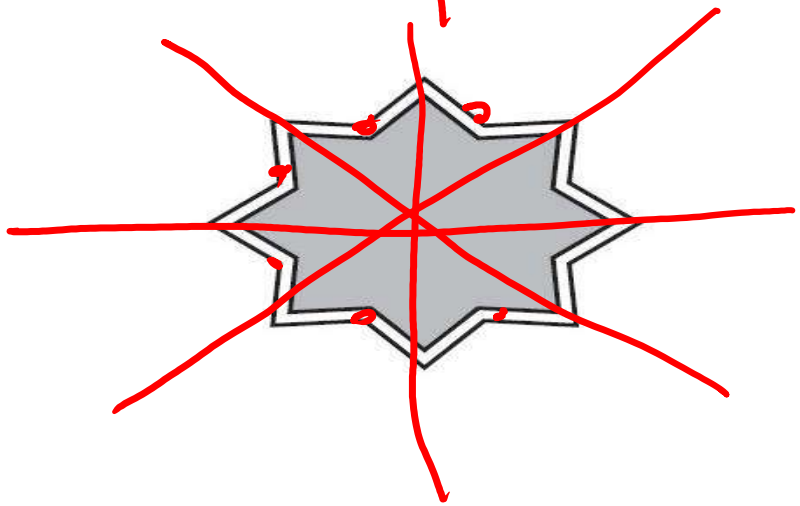
B 

C 

D 

7	تحديد عمليات التناظر المحوري والدوراني في الأشكال ثنائية الأبعاد. .Identify line and rotational symmetries in two-dimensional figures	Exercises (23-25)	P575





24. تنظر أمل إلى تصميمات سترة.
أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟

A التصميم به 4 مستقيمات تناظر بالتحديد.

B التصميم به 3 مستقيمات تناظر بالتحديد.

C التصميم به مستقيمان تناظر بالتحديد.

D التصميم به مستقيم تناظر واحد بالتحديد.

25. يصمم أحمد شعارًا لناديه.
أي عبارة تصف التناظر في التصميم؟

A التصميم به مستقيم تناظر واحد فقط.

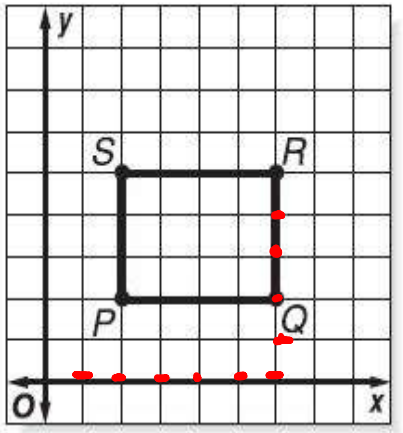
B التصميم به مستقيما تناظر فقط.

C التصميم به 3 مستقيمات تناظر فقط.

D التصميم به 4 مستقيمات تناظر فقط.

أ. عمرو البيومي

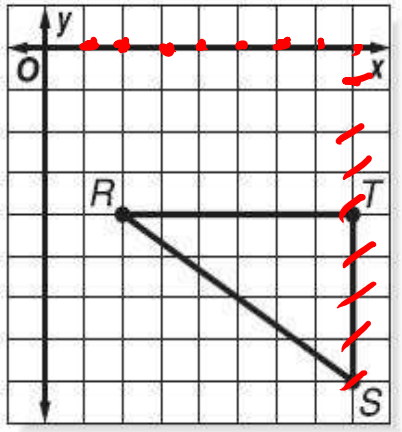
13. المستطيل $PQRS$ موضح فيما يلي. إذا تغيرت أبعاد المستطيل بمعامل المقياس 2، ومع جعل نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد). جـــد الإحداثيات الجديدة للنقطة R'.



$R(6,5)$

$R'(12,10)$

14. $\triangle RST$ موضح فيما يلي. فإذا تغيرت أبعاده باستخدام معامل القياس 2 وكانت نقطة الأصل هي مركز تغيير الأبعاد(التمدد)، فما هي إحداثيات النقطة S'؟



$S(8,-8)$

$S'(16,-16)$

15. يحرّك بدر شخصية كرتونية في المستوى الإحداثي، باستخدام تغيير الأبعاد(التمدد) بمعامل مقياس 2. فإذا كانت $A(1, 3)$، و $B(3, 4)$، و $C(2, -3)$ عبارة عن ثلاث نقاط على صورة السمكة المنتفخة قبل أن ينفخها، فما هي إحداثيات النقاط ذات الصلة D، و E، و F على صورة السمكة المنتفخة؟

16. أي نوع من التحويل يحتفظ بالاتجاهات ولا يحتفظ بالحجم؟

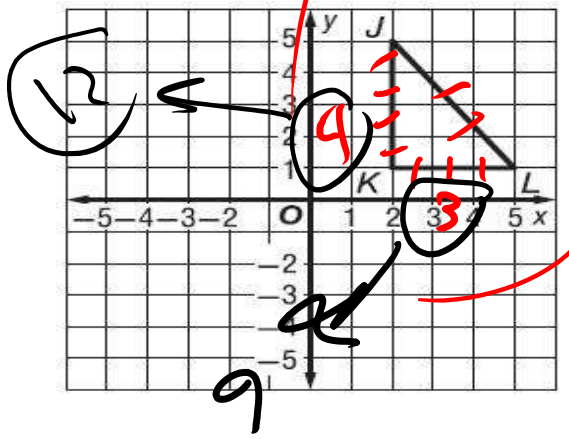
$\times 2$

$A(1,3) \rightarrow (2,6)$

$B(3,4) \Rightarrow (6,8)$

$C(2,-3) \rightarrow (4,-6)$

التمدد او تغير الابعاد



17. المثلث قائم الزاوية JKL تغيرت أبعاده ليكوّن صورة المثلث $\triangle J'K'L'$. فإذا كان محيط المثلث $\triangle J'K'L'$ يساوي $36\ cm$. فما هي مساحة الصورة؟

محيط $\Delta JKL = 36$

ΔJKL محيط $= 3+4+5$

$= 12$

معامل التمدد $= \frac{36}{12} = 3$

$C = \sqrt{a^2+b^2}$

$= \sqrt{(3)^2+(4)^2}$

$= \sqrt{9+16}$

$= \sqrt{25}$

$= 5$

مساحة $= \frac{1}{2} \times 3 \times 4$

$= 6\ cm^2$

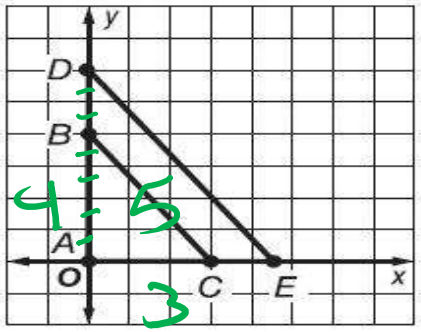
مساحة المربع $= 6 \times (3)^2$

$= 54\ cm^2$

$A = \frac{1}{2}bh$

18. المثلث ABC الذي رؤوسه $A(0, 0)$. و $B(0, 4)$. و $C(3, 0)$ عبارة عن مثلث تغيّرت أبعاده من المثلث ADE.

فما هو طول $\overline{DE}$ إذا كان للنقطة D الإحداثيات $(0, 5)$؟



$4 \longrightarrow 6$

$\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$DE = 5 \times \frac{3}{2}$

$= \frac{15}{2}$

$= 7.5$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

19. المربع $JKLM$ له الرؤوس $J(1, 0)$، و $K(2, 1)$، و $L(3, 0)$، و $M(2, -1)$. فإذا كان الشكل تغيرت أبعاده وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس $\sqrt{2}$، فما هو طول كل ضلع في المربع الذي تغيرت أبعاده؟

$d = \sqrt{(2-3)^2 + (-1-0)^2}$

$= \sqrt{2}$ طول الضلع

الجديد $= \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$= 2$

20. شبه المنحرف متساوي الساقين $LMNO$ له الرؤوس $L(-4, -3)$، و $M(-4, 0)$، و $N(-2, 1)$، و $O(-2, -4)$. فإذا تغيرت أبعاد الشكل وكان المركز هو نقطة الأصل وكان معامل القياس 1.5، فما هو طول $\overline{L'M'}$ في شبه المنحرف متساوي الساقين المنسوخ؟

$d = \sqrt{(-4-(-4))^2 + (0-(-3))^2}$

$= 3$

الجديد $L'M' = 1.5 \times 3$

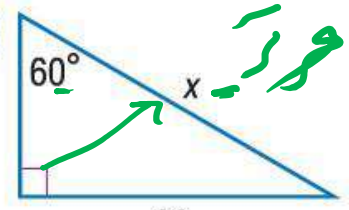
$= 4.5$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ. عمرو البيومي

استخدم نسبة مثلثية لإيجاد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

5

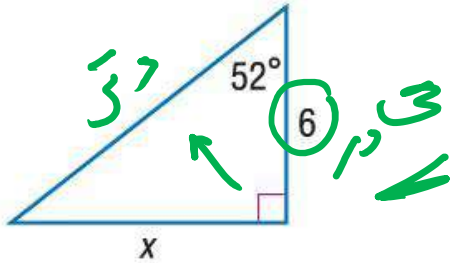


مجاور — محاذي — وتر

$\sin 60 = \frac{22}{x}$

$x = 25.413$

6.



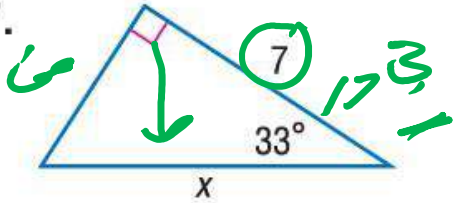
وتر — مقابل — مجاور

$\tan 52 = \frac{x}{6}$

$x = 6 \tan 52$

$x = 7.679$

7.



مقابل — وتر — مجاور

$\cos 33 = \frac{7}{x}$

$x = 8.082$

أ. عمرو البيومي

$\sin = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$

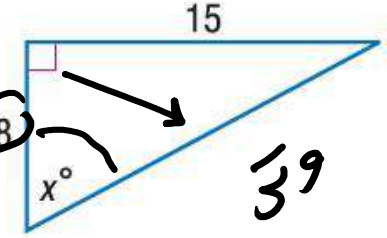
$\cos = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

$\tan = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

وحدة المثلثات والمتطابقات

جـــد قيمة x. قرّب إلى أقرب جزء من عشرة.

8.



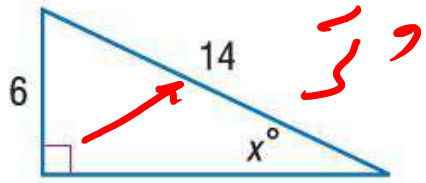
$\tan x^\circ = \frac{15}{8}$

$x = \text{shift } \tan\left(\frac{15}{8}\right)$

$x = \tan^{-1}\left(\frac{15}{8}\right)$

$x = 61.92^\circ$

9.



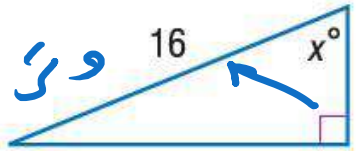
$\sin x^\circ = \frac{6}{14}$

$x = \text{shift } \sin\left(\frac{6}{15}\right)$

$x = \sin^{-1}\left(\frac{6}{15}\right)$

$x = 25.38^\circ$

10.



$\cos(x) = \frac{6}{16}$

$x = \text{shift cos } \frac{6}{16}$

$x = 67.98^\circ$

جـــد زاوية ذات قياس موجب وزاوية ذات قياس سالب تشتركان في ضلع الانتهاء مع كل زاوية.

4. 25°

5 175°

6. −100°

موجب $25^\circ + 360^\circ = 385^\circ$

سالب $25^\circ - 360^\circ = -335^\circ$

موجب $175^\circ + 360^\circ = 535^\circ$

سالب $175^\circ - 360^\circ = -185^\circ$

موجب $-100^\circ + 360^\circ = 260^\circ$

سالب $-100^\circ - 360^\circ = -460^\circ$

11	التحويل بين القياس بالدرجات والقياس بالراديان. .Convert between degree measures and radian measures	Exercises (25-30)	P615

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

25 $330°$

$$\frac{330}{180} = \frac{11\pi}{6}$$

26. $\frac{5\pi}{6}$

$$\frac{5}{6} \times 180$$
$$= 150°$$

27. $-\frac{\pi}{3}$

$$-\frac{1}{3} \times 180°$$
$$= -60°$$

وحدة المثلثات والمتطابقات
أ.عمرو البيومي

11	التحويل بين القياس بالدرجات والقياس بالراديان. .Convert between degree measures and radian measures	Exercises (25-30)	P615

أعد كتابة كل قياس بالدرجة بالراديان وكل قياس بالراديان بالدرجة.

28. $-50°$

$$\frac{-50}{180} = -\frac{5\pi}{18}$$

29. $190°$

$$\frac{190}{180} = \frac{19\pi}{18}$$

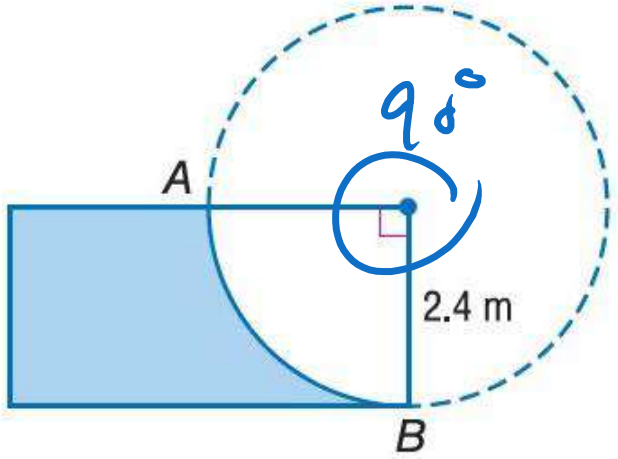
30. $-\frac{7\pi}{3}$

$$-\frac{7}{3} \times 180$$

$$= -420°$$

31. **التزلج على الألواح** منحدر التزلج على الألواح المبين على اليسار يُسمى أنبوب ربعي *(quarter pipe)*. والسطح المنحني يحدده نصف قطر الدائرة.

جـــد طول الجزء المنحني من المنحدر.



طول القوس

$S = r\theta$

θ راديان

$\theta = \frac{90}{180}\pi = \frac{\pi}{2}$

$S = 2.4 \times \frac{\pi}{2}$

$= \frac{6}{5}\pi \text{ m}$

$= 3.77 \text{ m}$

32. **القوارب النهرية** ناعور القارب النهري له قطر 7.2 m.
جد طول القوس للدائرة التي يصنعها الناعور عندما يدور 300°.

$d = 7.2\,m$ $\quad \theta = 300°$

$r = \frac{d}{2} = \frac{7.2}{2} = 3.6m$

$\theta = \frac{300}{180}$

$= \frac{5\pi}{3}$

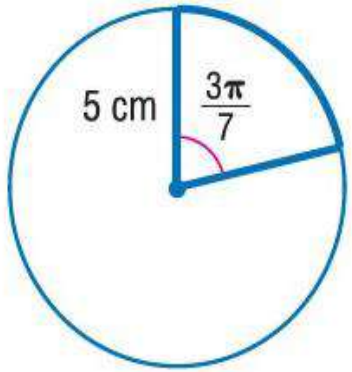
$S = r\theta$

$= 3.6 \times \frac{5\pi}{3}$

$= 6\pi m$ $\quad = 18.84\,m$

جـــد طول كل قوس. قرّب إلى اقرب جزء من عشرة.

33.



$r = 5\,cm$

$\theta = \frac{3\pi}{7}$

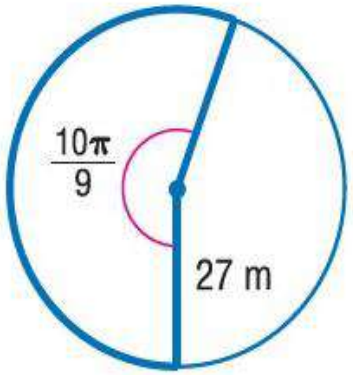
$S = r\theta$

$= 5 \times \frac{3\pi}{7}$

$= \frac{15\pi}{7}\,cm$

$= 6.73\,cm$

34.



$r = 27\,m$

$\theta = \frac{10\pi}{9}$

$S = 27 \times \frac{10\pi}{9}$

$= 30\pi\,m$

$= 94.25\,m$

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن كل نقطة. جـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.

$r=\sqrt{(0)^2+(-7)^2}$
$=7$

15. $(0, -7)$ **16.** $(4, -2)$ **17.** $(-9, -3)$

$x=0$ $r=\sqrt{x^2+y^2}$
$y=-7$ $=7$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-7}{7}=-1$ $\csc\theta=\frac{r}{y}=-1$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{0}{7}=0$ $\sec\theta=\frac{r}{x}=\frac{7}{0}=$ عين معرف

$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{-7}{0}=$ عين معرف $\cot\theta=\frac{x}{y}=\frac{0}{-7}=0$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ. عمرو البيومي

$(4,-2)$

$x=4$ $\quad r=\sqrt{16+4}$

$y=-2$ $\quad =\sqrt{20}$

$=2\sqrt{5}$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{-2}{2\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$

$\csc\theta=\frac{r}{y}=-\sqrt{5}$

$\sec\theta=\frac{r}{x}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\cot\theta=\frac{x}{y}=-2$

$(-9,-3)$

$x=-9 \quad y=-3$

$r=\sqrt{(-9)^2+(-3)^2}$

$=3\sqrt{10}$

$\sin\theta=\frac{-3}{3\sqrt{10}}=\frac{-\sqrt{10}}{10}$

$\cos\theta=\frac{-9}{3\sqrt{10}}=-\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\tan\theta=\frac{-3}{-9}=+\frac{1}{3}$

$\csc\theta=-\sqrt{10}$

$\sec\theta=-\frac{\sqrt{10}}{3}$

$\cot\theta=3$

ضلع الانتهاء للزاوية θ الموجودة في وضع قياسي، يتضمن كل نقطة. جـــد القيم الدقيقة للنسب المثلثية الست لـ θ.

12. $(5, 12)$

$x=5 \quad y=12$

$r=\sqrt{144+25}=13$

$\sin\theta=\frac{12}{13}$

$\cos\theta=\frac{5}{13}$

$\tan\theta=\frac{12}{5}$

$\csc\theta=\frac{13}{12}$

$\sec\theta=\frac{13}{5}$

$\cot\theta=\frac{5}{12}$

13 $(-6, 8)$

$x=-6$

14. $(3, 0)$

$y=8 \quad r=\sqrt{36+64}=10$

$\sin\theta=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ $\quad \csc\theta=\frac{5}{4}$

$\cos\theta=-\frac{6}{10}=-\frac{3}{5}$ $\quad \sec\theta=-\frac{5}{3}$

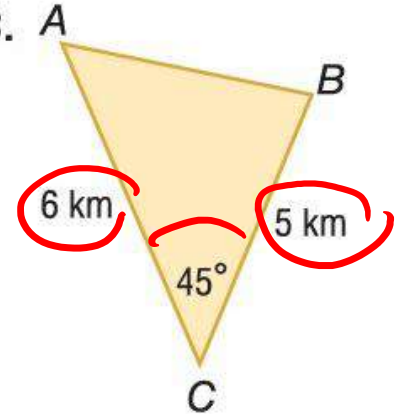
$\tan\theta=\frac{8}{-6}=-\frac{4}{3}$ $\quad \cot\theta=-\frac{3}{4}$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ. عمرو البيومي

جـــد مساحة المثلث $\triangle ABC$ مُقرَّبة إلى أقرب جزء من عشرة.

13.



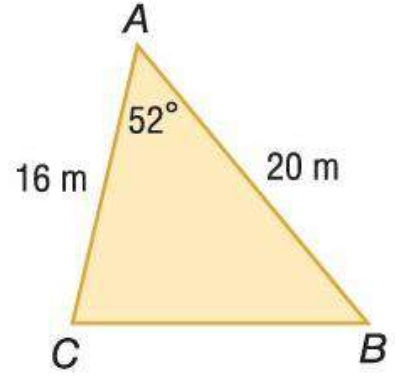
$A = \frac{1}{2}ab\sin C$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin 45$

$= \frac{15\sqrt{2}}{2}\ km^2$

$= 10.6\ km^2$

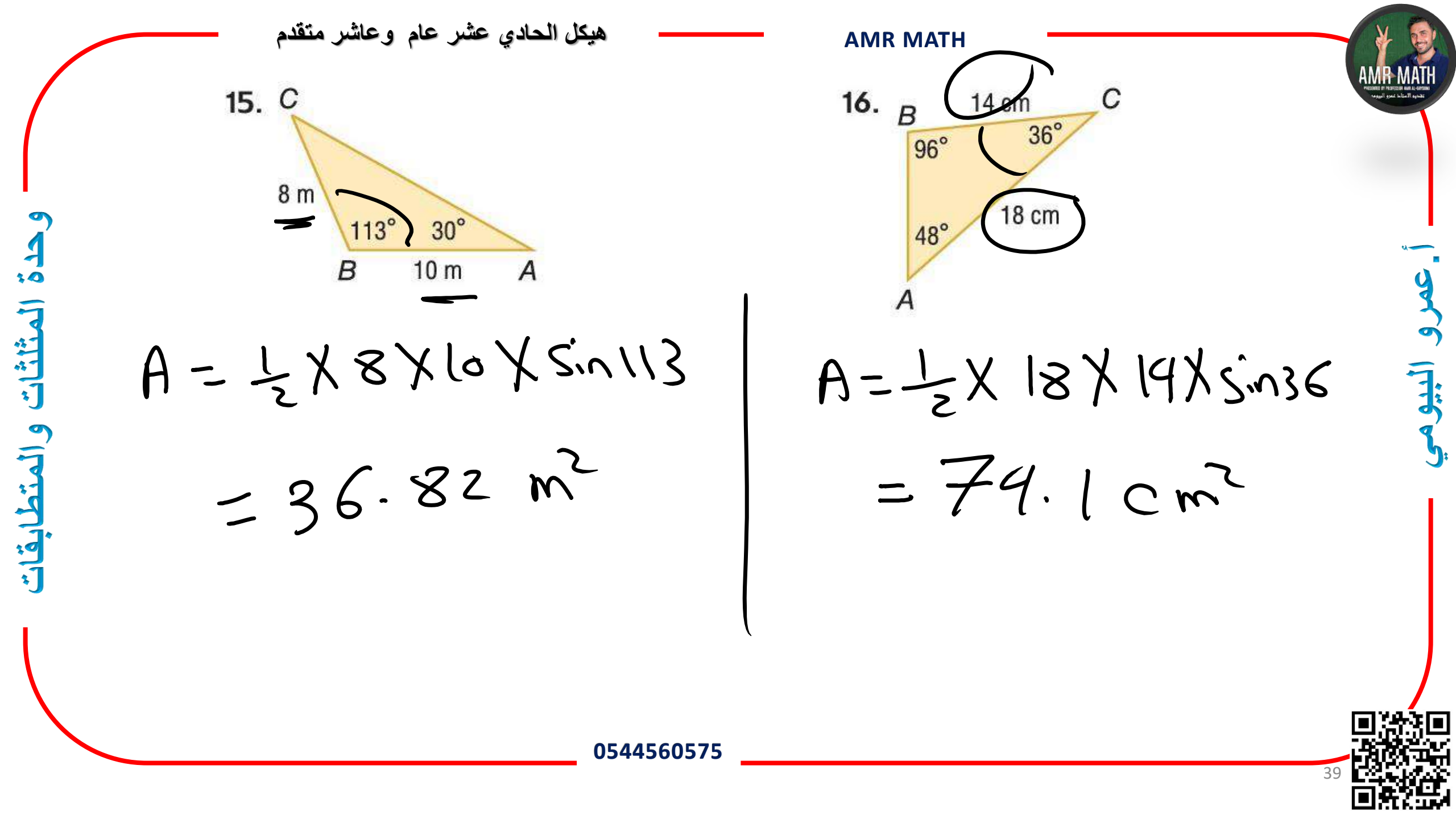
14.



$A = \frac{1}{2}ab\sin C$

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 20 \times \sin 52$

$= 126.1\ m^2$



15.

$$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 \times \sin 113$$

$$= 36.82 \text{ m}^2$$

16.

$$A = \frac{1}{2} \times 18 \times 19 \times \sin 36$$

$$= 79.1 \text{ cm}^2$$

17. $C = 25°$, $a = 4$ m, $b = 7$ m

$$A = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \sin 25$$
$$= 5.9 \text{ m}^2$$

18. $A = 138°$, $b = 10$ cm, $c = 20$ cm

$$A = \frac{1}{2} \times 10 \times 20 \times \sin 138$$
$$= 66.9 \text{ cm}^2$$

19. $B = 92°$, $a = 14.5$ m, $c = 9$ m

$A = \frac{1}{2} \times 14.5 \times 9 \times \sin 92$

$= 65.2 \ m^2$

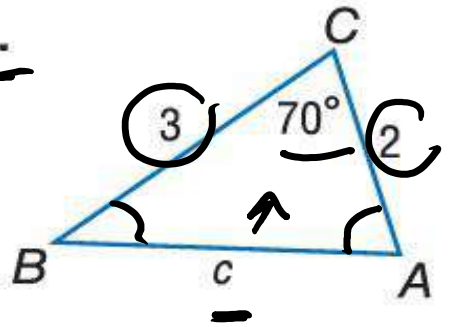
20. $C = 116°$, $a = 2.7$ cm, $b = 4.6$ cm

$A = \frac{1}{2} \times 2.7 \times 4.6 \times \sin 116$

$= 5.58 \ cm^2$

حُـلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة.

9.



$c^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \times 3 \times 2 \cos 70$

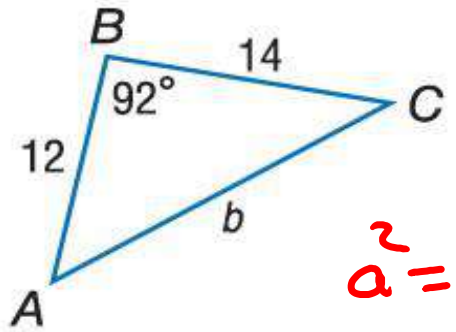
$c = 2.98$

$\frac{\sin 70}{2.98} = \frac{\sin A}{3} = \frac{\sin B}{2}$

$A = 71.08^\circ$

$B = 39.1^\circ$

10.



$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

$b^2 = 12^2 + 14^2 - 2 \times 12 \times 14 \times \cos 92$

$= 18.75$

$\frac{\sin 92}{18.75} = \frac{\sin C}{12} = \frac{\sin A}{14}$

$C = 39.76 \approx 40^\circ$

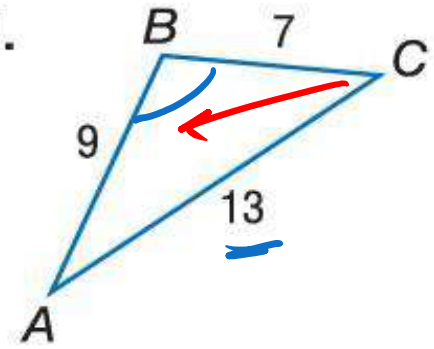
$A = 48.26 \approx 48^\circ$

وحدة المثلثات والمتطابقات

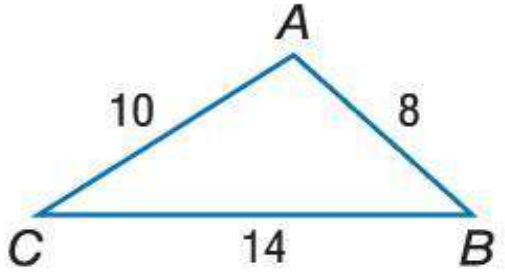
أ. عمرو البيومي

حُـلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة

11.



12.



$(13)^2 = (9)^2 + (7)^2 - 2 \times 9 \times (7) \cos B$

$169 = 81 + 49 - 18 \times 7 \cos B$

$\frac{39}{-126} = \frac{-126 \cos B}{126}$

$\cos B = -\frac{37}{126}$

$B = \text{Shift Cos } \frac{-37}{126}$

$= 108^\circ$

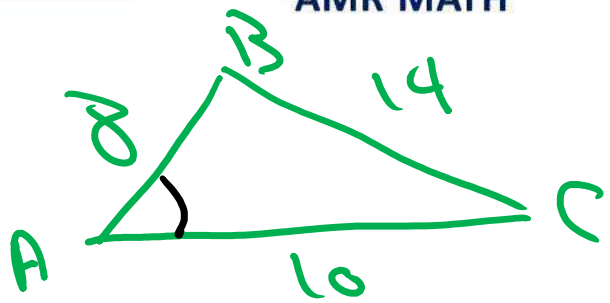
$\frac{\sin 108}{13} = \frac{\sin C}{9} = \frac{\sin A}{7}$

$C = 41.2^\circ$ $A = 30.8$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

10 14 8
B A C



$(14)^2 = 8^2 + (10)^2 - 2 \times 8 \times 10 \cos A$

$196 = 64 + 100 - 160 \cos A$

$A = 101.5^\circ$

$$\frac{\sin 101.5}{14} = \frac{\sin B}{10} = \frac{\sin C}{8}$$

$B = 44.4$ $C = 34.1$

حُـلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة

13. $A = 116°, b = 5, c = 3$

$a^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \times 3 \times 5 \cos 116$

$a = 6.9$

$\frac{\sin 116}{6.9} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{3}$

$B = 40.6°$ $\sim 41°$ $\quad C = 23$

14. $C = 80°, a = 9, b = 2$

$c^2 = 9^2 + 2^2 - 2 \times 9 \times 2 \times \cos 80$

$c = 8.9$

$\frac{\sin 80}{8.9} = \frac{\sin A}{9} = \frac{\sin B}{2}$

$A = 85°$ $\quad B = 13°$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ. عمرو البيومي

حُـلّ كل مثلث، وقرّب أطوال الأضلاع إلى أقرب جزء من عشرة وقياسات الزوايا إلى أقرب درجة

15. $f = 10,\ g = 11,\ h = 4$

16. $w = 20,\ x = 13,\ y = 12$

$(10)^2 = (11)^2 + (4)^2 - 2 \times 4 \times 11 \cos F$

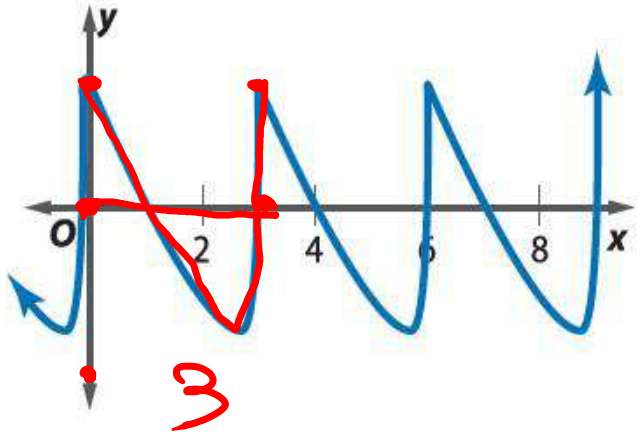
$F = 65^\circ$

$$\frac{\sin 65}{10} = \frac{\sin G}{11} = \frac{\sin H}{4}$$

$G = 86 \qquad H = 21$

حدد فترة كل دالة.

13.

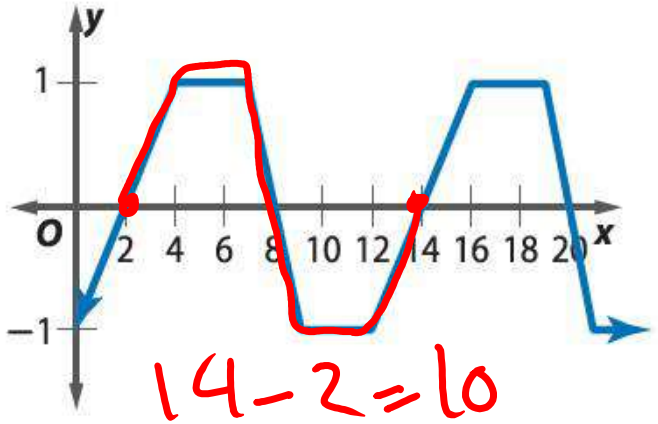


3

14.

8

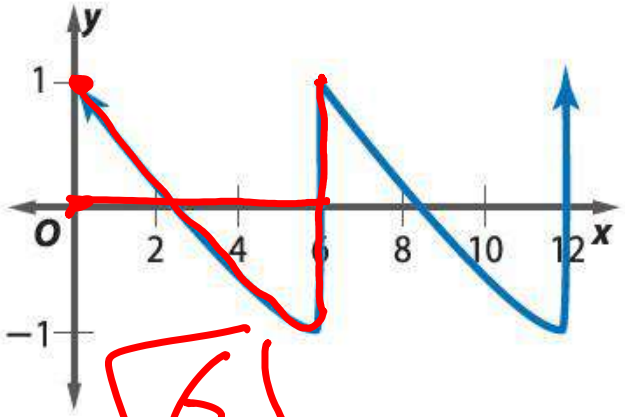
15.



14-2=12

12

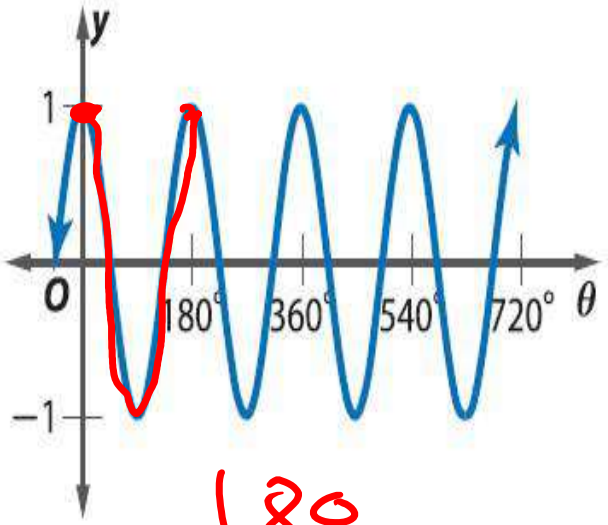
16.



6

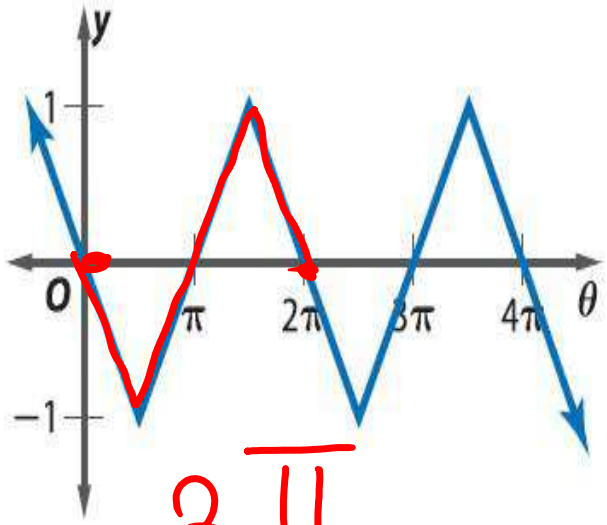
حدد فترة كل دالة.

17.



180

18.



2π

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

جـــد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

9. $y = 2\cos\theta$

10. $y = 3\sin\theta$

11. $y = \sin 2\theta$

$a\sin(bx-h)+k$

$a\cos(bx-h)+k$

السعة $= 2$

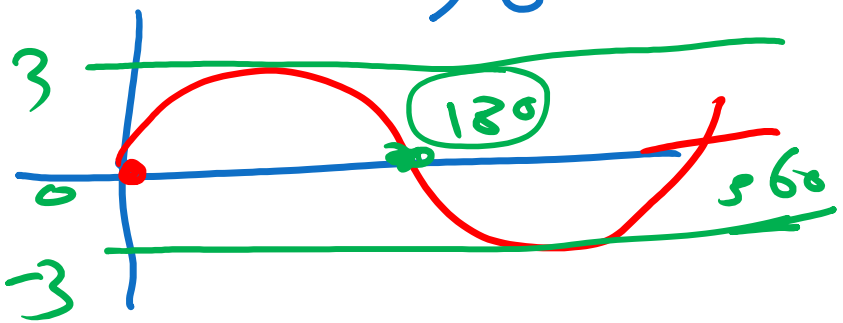
الفترة $= \frac{360}{|b|} = \frac{360}{1} = 360$

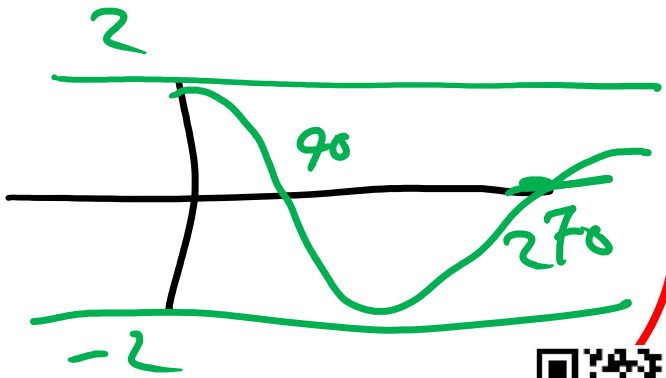
السعة $= 3$

الفترة $= \frac{360}{1} = 360$

السعة $= 1$

الفترة $= \frac{360}{b} = \frac{360}{2} = 180$





وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

جـــد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

12. $y = \cos 3\theta$

13. $y = \cos \frac{1}{2}\theta$

14. $y = \sin 4\theta$

السعة = 1

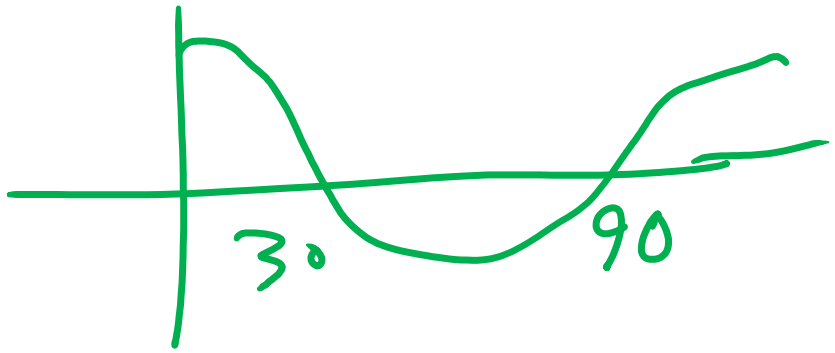
الفترة $= \frac{360}{3} = 120^\circ$

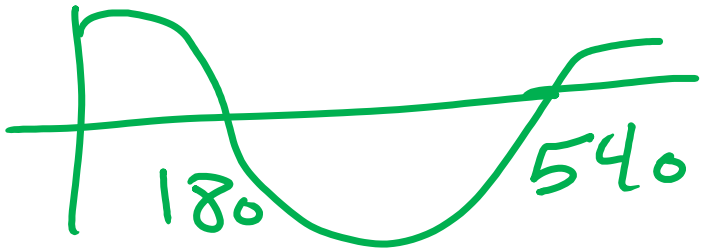
السعة = 1

الفترة $= \frac{360}{\frac{1}{2}} = 720^\circ$

السعة = 1

الفترة $= \frac{360}{4} = 90^\circ$





جـــد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

15. $y = \frac{3}{4}\cos\theta$

السعة $= \frac{3}{4}$

الفترة $= \frac{360}{1} = 360^\circ$

16. $y = \frac{3}{2}\sin\theta$

السعة $= \frac{3}{2}$

الفترة $= 360^\circ$

17 $y = \frac{1}{2}\sin 2\theta$

السعة $= \frac{1}{2}$

الفترة $= \frac{360}{2} = 180^\circ$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

جـــد السعة والفترة لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًا.

18. $y = 4\cos 2\theta$

السعة $= 4$

الفترة $= \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

19. $y = 3\cos 2\theta$

السعة $= 3$

الفترة $= \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$

20. $y = 5\sin\frac{2}{3}\theta$

السعة $= 5$

الفترة $= \frac{360^\circ}{\frac{2}{3}} = 540^\circ$

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

26. $y = 4 \sin(\theta - 60°) - 1$

السعة = 4

الفترة $= \frac{360}{1} = 360°$

الإزاحة (الطور) الأفقية $= 60°$ يمين

الرأسية $= -1$ وهو الأسفل

27. $y = \cos\frac{1}{2}(\theta - 90°) + 2$

السعة = 1

الدورة $= \frac{360}{\frac{1}{2}} = 720$

إزاحة الطور $= \frac{1}{2}(\theta - 90) = 0$

$\theta = 90°$ يميناً

الرأسية $= 2$ لأعلى

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ. عمرو اليومي

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

28. $y = \tan(\theta + 30°) - 2$

29. $y = 2\tan 2\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) - 5$

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

30. $y = \frac{1}{2}\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + 4$

السعة $= \frac{1}{2}$

الفترة $= 360°$

الطور $= \frac{\pi}{2}$

الخط $= 4$

31. $y = \cos 3(\theta - 45°) + \frac{1}{2}$

السعة $= 1$

الفترة $= \frac{360}{3} = 120°$

الطور $= 45$

الخط $= \frac{1}{2}$

اذكر السعة والفترة وإزاحة الطور والإزاحة الرأسية لكل دالة. ثم مثّل الدالة بيانيًّا.

32. $y = 3 + 5 \sin 2(\theta - \pi)$

السعة $= 5$

الفترة $= \frac{360}{2} = 180°$

الطور $= \pi$

الرأسية $= 3$

33. $y = -2 + 3 \sin \frac{1}{3}(\theta - \frac{\pi}{2})$

السعة $= 3$

الفترة $= \frac{360}{\frac{1}{3}} = 1080°$

الطور $= \frac{\pi}{2}$

الرأسية $= -2$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ. عمرو البيومي

جـــد قيمة كل مما يلي. اكتب قياسات الزاوية بالدرجات والراديان.

1. $\text{Sin}^{-1}\frac{1}{2}$

$\theta = 30^\circ$

$\theta = \frac{30}{180}\pi$

$= \frac{\pi}{6}$

2. $\text{Arctan}(-\sqrt{3})$

$\tan^{-1}(-\sqrt{3})$

Shift tan(−√3)

$\theta = -60^\circ$

$\theta = \frac{-60}{180}\pi$

$= -\frac{\pi}{3}$

3. $\text{Arccos}(-1)$

$\cos^{-1}(-1)$

$\theta = -180^\circ$

$\theta = \pi$

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

جـــد قيمة كل مما يلي. قرّب إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم الأمر.

4. $\cos\left(\text{Arcsin}\,\frac{4}{5}\right)$

$\cos(\text{shift}\sin\frac{4}{5})$

$= \frac{3}{5}$

5. $\tan\left(\text{Cos}^{-1}\,1\right)$

0

6. $\sin\left(\text{Sin}^{-1}\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

حُـلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر.

24. $\text{Tan}\,\theta = 3.8$

$\theta = \text{Shift tan } 3.8$

$\theta = 75.3^\circ$

27. $\text{Cos}\,\theta = -0.25$

$\text{shift cos}(-0.25)$

$\theta = 104.5^\circ$

حُــلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر.

25. $\sin\theta = 0.9$

64.2

28. $\cos\theta = 0.56$

55.9

حُـلّ كل معادلة مما يلي. وقرّب إلى أقرب جزءٍ من عشرة إذا لزم الأمر.

26. $\text{Sin}\ \theta = -2.5$ لايوجد له

29. $\text{Tan}\ \theta = -0.2$ -11.3

جـــد القيمة الدقيقة لكل تعبيرٍ مما يلي إذا كانت $270° < \theta < 360°$.

الثالث

17. إذا كانت $\cos\theta = \frac{5}{13}$، فجـــد $\sin\theta$.

$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

المجاور $= 5$

الوتر $= 13$

المقابل $= 12$

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 = 13^2 - 5^2$

$a = \sqrt{169 - 25}$

$= 12$

$\sin\theta = \frac{12}{13}$

$\sin\theta = -\frac{12}{13}$

الثالث

S	A
T	C

18. إذا كانت $\tan\theta = -1$، فجـــد $\sec\theta$.

$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

$= \frac{-1}{1}$

المقابل $= 1$

المجاور $= 1$

الوتر $= \sqrt{2}$

$\cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$= \frac{-\sqrt{2}}{1}$

$\sec\theta = -\sqrt{2}$

3

جـــد القيمة الدقيقة لكل تعبيرٍ مما يلي إذا كانت $270° < \theta < 360°$.

19. إذا كانت $\sec\theta = \frac{5}{3}$، فجـــد $\cos\theta$.

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\cos\theta = -\frac{3}{5}$

20. إذا كانت $\csc\theta = -\frac{5}{3}$، فجـــد $\cos\theta$.

$\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta} = \frac{\text{وتر}}{\text{مقابل}}$

وتر $= 5$

اعطاور $= 4$

مجاور $= 3$

المجاور $= \sqrt{25-9}$

$= 4$

$\cos\theta = -\frac{4}{5}$

S	A
T	C

وحدة المثلثات والمتطابقات

أ.عمرو البيومي

$\theta = 30$

اكتب التعبير $\csc\theta\sec\theta - \cot\theta$ في ابسط صورة

$\sqrt{3}/3$

a) $\csc\theta$ b) $\cot\theta$ c) $\sec\theta$ d) $\tan\theta$

$$\frac{1}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$= \frac{1-\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta$$

اختيار من متعدد ما المتطابقة الصحيحة؟

F $\cos(\theta + \pi) = -\sin \pi$

G $\cos(\pi - \theta) = \cos \theta$

H $\sin\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos \theta$

J $\sin(\pi + \theta) = \sin \theta$

$\theta = 30$

اختيار من متعدد أي التعابير غير صحيح؟

A $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

B $\tan(-\theta) = \dfrac{1}{\cot(-\theta)}$

C $\tan(-\theta) = \dfrac{\sin(-\theta)}{\cos(-\theta)}$

D $\tan(-\theta) + 1 = \sec(-\theta)$

إذا كانت $\cos x = -0.45$ فما هي $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$؟

F -0.55

G -0.45

H 0.45

J 0.55

$x = \text{Sh.ftCs}(-0.45)$

$x = 116.74$

إذا كانت $\cot\theta = 1.85$، أوجد $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$.

A	0.15
B	1.85
C	−0.15
D	−1.85

$\theta = 30$

أيّ مما يلي يساوي $\frac{\cos^2\theta}{1-\sin\theta}$ ؟

3/2

a) $1-\sin\theta$

b) $1-\cos\theta$

c) $\cos\theta+1$

d) $1+\sin\theta$

١٩

اكتب التعبير $\frac{\cos^2 x}{\csc^2 x - 1}$ في أبسط صورة .

a) $\sin^2 x$

b) $-\cos^2 x$

c) $\frac{\cos^2 x}{\cot^2 x - 1}$

d) $\frac{\sin^2 x}{\cot^2 x - 1}$

أيٌّ مما يلي يتساوى مع

$$\frac{1-\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta}\cdot\tan\theta?$$

A $\tan\theta$

B $\cot\theta$

C $\sin\theta$

D $\cos\theta$

ما المتطابقة الصحيحة ؟

a) $\dfrac{\tan^2 x}{1+\sec x} = \sec x + 1$

b) $\sin^2 x - 2 = -\sin x$

c) $\tan x + \cot x = \csc x$

d) $2\sin^2 x - 1 = 1 - 2\cos^2 x$

أي تعبير يمكن استخدامه لتكوين متطابقة فيها $\frac{\sec\theta + \csc\theta}{1 + \tan\theta}$ حين نكون $\tan\theta \neq -1$؟

F $\sin\theta$

G $\cos\theta$

H $\tan\theta$

J $\csc\theta$

أيّ مما يلي يساوي $\sin\theta + \cot\theta\cos\theta$ ؟

F $2\sin\theta$

G $\frac{1}{\sin\theta}$

H $\cos^2\theta$

J $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin^2\theta}$

أي مما يلي يساوي $\frac{\cos\theta(\cot^2\theta+1)}{\csc\theta}$ ؟

F $\tan\theta$

G $\cot\theta$

H $\sec\theta$

J $\csc\theta$

	أي مما يلي يساوي $\frac{1-\sin^2\theta}{1-\cos^2\theta}.\tan\theta$؟	12
A	$\tan\theta$	
B	$\sin\theta$	
C	$\cot\theta$	
D	$\cos\theta$	

بسّط كلاً من التعابير التالية.

21. $\sec\theta \tan^2\theta + \sec\theta$

23. $\cot\theta \sec\theta$

25. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\sec\theta$

بسّط كلاً من التعابير التالية.

22. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\cot\theta$

24. $\sin\theta\,(1 + \cot^2\theta)$

26. $\frac{\cos(-\theta)}{\sin(-\theta)}$

الدقة أثبت صحة كل متطابقة فيما يأتي:.

1. $\cot\theta + \tan\theta = \dfrac{\sec^2\theta}{\tan\theta}$

2. $\cos^2\theta = (1+\sin\theta)(1-\sin\theta)$

3. $\sin\theta = \dfrac{\sec\theta}{\tan\theta + \cot\theta}$

4. $\tan^2\theta = \dfrac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta}$

5. $\tan^2\theta \csc^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

6. $\tan^2\theta = (\sec\theta + 1)(\sec\theta - 1)$

7 **الاختيار من متعدد** ما التعبير الذي يمكن استخدامه لتشكيل متطابقةٍ فيها $\frac{\tan^2\theta + 1}{\tan^2\theta}$؟

A $\sin^2\theta$ B $\cos^2\theta$ C $\tan^2\theta$ D $\csc^2\theta$

أثبت صحة كل متطابقة فيما يلي:.

8. $\sin(90° + \theta) = \cos\theta$

9. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin\theta$

10. $\tan\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\cot\theta$

11. $\sin(\theta+\pi)=-\sin\theta$